ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH **ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC**	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2025 TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU Môn thi: TOÁN (Không chuyên) *Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm).

Học sinh kẻ bảng sau vào giấy làm bài thi và trả lời các câu hỏi trắc nghiệm bằng cách:

- Ghi 01 ký tự A hoặc B hoặc C hoặc D vào ô trả lời tương ứng với đáp án của câu hỏi.
- Bỏ câu trả lời (nếu có) bằng cách gạch chéo ký tự (A hoặc B hoặc C hoặc D) đã ghi và ghi lại 01 ký tự (A hoặc B hoặc C hoặc D) vào ô trả lời tương ứng với đáp án của câu hỏi.

Câu hỏi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu trả lời	D	C	A	B	C	B	A	B	D	B

Câu 1. Gọi $(a;b)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=1 \\ x+4y=m \end{cases}$ (m là tham số). Biết $a+b=1$, giá trị của m là:

A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Câu 2. Tập xác định của biểu thức $\frac{1}{x-|x|}$ là:

A. $x \geq 0$ B. $x \neq 0$ C. $x < 0$ D. $x \neq 0, x \neq 1$

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\frac{x^4-1}{x+1} = 0$ là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 4. Biểu thức $\sqrt{6-2(\sqrt{3}+1)}$ bằng:

A. $\sqrt{3}+1$ B. $\sqrt{3}-1$ C. $\sqrt{3}+2$ D. $2-\sqrt{3}$

Câu 5. Biết phương trình $x^2-mx-2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2. Giá trị của $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ là:

A. $\frac{m}{2}$ B. m C. $\frac{-m}{2}$ D. $-m$

Câu 6. Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ $AB=2$ và đáy lớn $CD=5$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các đường chéo AC,BD. Khi đó, MN bằng:

A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$

Câu 7. Ký hiệu R,r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại, nội tiếp tam giác đều ABC. Tỉ số $\frac{R}{r}$ bằng:

A. 2 B. 3 C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 8. Tổng $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{8}}$ bằng:

A. $2-\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{2}-1$ D. $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $d_1: y=x+1$ và $d_2: y=2x-2$. Gọi M là giao điểm của d_1 và d_2. Đoạn OM bằng:

A. $3\sqrt{2}$ B. 4 C. $\sqrt{13}$ D. 5

Câu 10. Cho ΔABC vuông tại A có D là chân đường cao kẻ từ A $(D \in BC)$ và I là trung điểm BC. Đẳng thức nào sau đây không đúng?

A. $BA^2 = 2BD.BI$ B. $DA^2 = 2DB.DC$ C. $AB.AC = AD.BC$ D. $IA^2 = IB.IA$

B. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm).

Câu 1 (1 điểm). Cho $A = \frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

a) Chứng minh $A.(\sqrt{x}-2)$ không phụ thuộc vào giá trị của x.

b) Tìm x để $A.B = \sqrt{x}+1$.

Lời giải.

a) (0.5 điểm) Ta có: $A(\sqrt{x}-2) = \left(\frac{x+4}{x-4}\right)(\sqrt{x}-2) - \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\right)(\sqrt{x}-2) = \frac{x+4}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{2(2+\sqrt{x})}{\sqrt{x}+2} =$ 2 (không phụ thuộc vào x.

b) (0.5 điểm) Ta có: $B = \frac{\sqrt{x}+2-(\sqrt{x}-2)+\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ (0,25đ)

Ta suy ra $AB = \frac{2}{\sqrt{x}}$. Do đó, $AB = \sqrt{x}+1$ khi và chỉ khi $\frac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}+1$. Phương trình này có nghiệm duy nhất $x = 1$. (0,25đ)

Câu 2 (1.5 điểm).

a) Cho $f(x) = x^2 + ax + b$. Biết đồ thị $y = f(x)$ đi qua hai điểm $(2;\ 10)$ và $(5;\ 25)$. Tính $f(0)$.

b) Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 3, AC = 4$. Lấy điểm E trên cạnh AC và gọi F là hình chiếu của E lên BC. Xác định độ dài EC để diện tích tứ giác $ABFE$ bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác ABC.

Lời giải.

a) (0.75 điểm) Đồ thị $y = f(x)$ đi qua hai điểm $(2;\ 10)$ và $(5;\ 25)$ tương đương với hệ phương trình

$\begin{cases} 4 + 2a + b = 10 \\ 25 + 5a + b = 25 \end{cases}$ (0,25đ)

Nhân phương trình đầu với $\frac{5}{2}$ và trừ đi phương trình thứ hai ta có: $-15 + \frac{3}{2}b = 0$, hay $b = 10$. (0,25đ)

Từ đây ta suy ra: $f(0) = b = 10$. (0,25đ)

b) (0.75 điểm) Do diện tích tam giác ABC bằng diện tích tứ giác $ABFE$ cộng diện tích tam giác CEF, diện tích tam giác CEF bằng $\frac{1}{3}$ diện tích tam giác ABC. (0,25đ)

Mặt khác, dễ thấy $\Delta CAB \sim \Delta CFE$ với tỉ số đồng dạng $\frac{CE}{CB}$. (0,25đ)

Do tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng, ta suy ra $CE = \frac{BC}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}}$. (0,25đ)

Câu 3 (1.5 điểm).

a) Giải phương trình: $2(x+1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$.

b) Tìm m để phương trình $2x^2 - 2x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn: $\sqrt{m + 2x_1 - x_1^2} + \sqrt{m + 2x_2 - x_2^2} = 2$.

Lời giải.

a) (0.75 điểm) Điều kiện xác định $x \neq 1, 2$. Phương trình đã cho tương đương với

$$2x + \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) + \left(1 + \frac{2}{x-2}\right) = 0$$
$$2x + \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x-2} = 0$$

Đến đây, ta suy ra $x = 0$ là một nghiệm hoặc $2 + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 0$. Phương trình này sau khi quy đồng mẫu số tương đương với phương trình bậc hai $2x^2 - 4x + 1 = 0$. Giải phương trình bậc hai này ta nhận được thêm hai nghiệm đều thỏa mãn điều kiện là $x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$ hoặc $x = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$.

b) (0.75 điểm) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' = 1 + 2m > 0$ hay $m > -\frac{1}{2}$. (0,25đ)

Do x_1 là nghiệm của phương trình, $m + 2x_1 - x_1^2 = x_1^2$. Suy ra $\sqrt{m + 2x_1 - x_1^2} = \sqrt{x_1^2} = |x_1|$. Tương tự với x_2 ta suy ra đẳng thức ở đề bài tương đương với $|x_1| + |x_2| = 2$. (0,25đ)

Bình phương hai vế và biến đổi ta suy ra $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2|x_1 x_2| = 4$ hay $1 + 2\frac{m}{2} + 2\left|\frac{m}{2}\right| = 4$. Đến đây ta tìm được $m = \frac{3}{2}$. Thử lại thấy giá trị này thỏa mãn yêu cầu bài toán. (0,25đ)

Câu 4 (1.5 điểm). Hằng năm, Trường X tổ chức một kỳ thi học sinh giỏi gồm hai môn Toán và Văn. Mỗi học sinh tham gia kỳ thi có thể dự thi một trong hai môn hoặc cả hai môn. Năm ngoái, số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn. So với năm ngoái, năm nay số học sinh dự thi môn Văn tăng 10% và số học sinh dự thi môn Toán tăng 20%. Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 150 em so với số học sinh dự thi môn Văn.

a) Tìm số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn trong năm nay.

b) Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán bằng 60% tổng số học sinh tham gia kỳ thi. Tìm số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay.

Lời giải.

a) (1 điểm) Đặt x, y lần lượt là số học sinh thi Toán, Văn năm ngoái. Từ giả thiết, ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - y = 100 \\ \frac{6}{5}x - \frac{11}{10}y = 150 \end{cases} \quad (0{,}5đ)$$

Lưu ý: Mỗi phương trình 0,25

Giải hệ phương trình trên ta có $x = 400, y = 300$ (0,25đ).

Suy ra số học sinh thi Toán và Văn năm nay lần lượt là 480 và 330. (0,25đ)

b) (0.5 điểm) Tổng số học sinh dự thi năm nay bằng 480.100/60=800. (0,25đ)

Đặt số học sinh thi cả Toán và Văn năm nay là z. Ta có $480 + 330 = 800 + z$. Do đó, số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay là 10. (0,25đ)

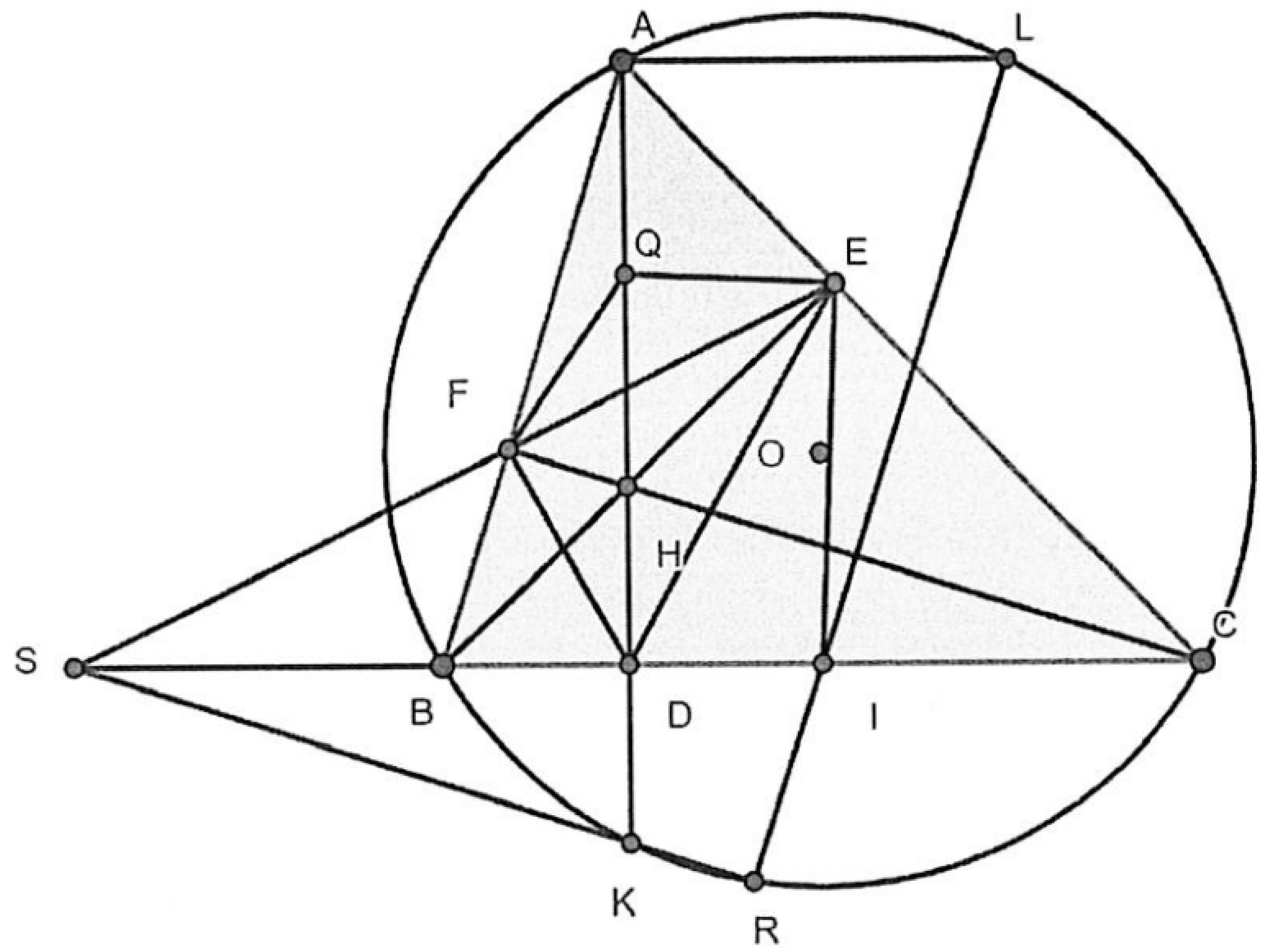
Câu 5 (2.5 điểm). Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$. Gọi H là trực tâm; D, E, F lần lượt là chân các đường cao trên BC, CA, AB; I là trung điểm BC và K là giao điểm của AD với $(O)(K \neq A)$.

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp và: $\widehat{BIF} = 2\widehat{BCF}, \widehat{CIE} = 2\widehat{CBE}$.

b) Gọi S là giao điểm của EF với BC. Chứng minh tứ giác $DIEF$ nội tiếp và: $SD.SI = SB.SC$.

c) Gọi R là giao điểm của SK với (O) $(R \neq K)$ và L là giao điểm của RI với (O) $(L \neq R)$. Chứng minh AL song song với BC và $AB.CR = AC.BR$.

Lời giải.



a) (0.5 điểm) Tam giác BEC vuông tại E có I là trung điểm BC nên $IB = IC = IE$. Tương tự $IB = IC = IF$. Do đó, tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn tâm I bán kính IB. (0,25đ)
Áp dụng tính chất góc ở tâm bằng hai lần góc nội tiếp cùng nhìn một cung cho tứ giác $BCEF$ nội tiếp (I), ta suy ra $\widehat{BIF} = 2\widehat{BCF}, \widehat{CIE} = 2\widehat{CBE}$. (0,25đ)

b) (1 điểm) Gọi Q là trung điểm của AH.
- Chứng minh được 5 điểm Q,F,D,I,E cùng thuộc đường tròn đường kính QI. (0,25đ)
- Suy ra tứ giác DIEF nội tiếp. (0,25đ)

Chứng minh được $SB.SC = SE.SF$ và $SE.SF = SD.SI$. (0,25đ)
Từ hai đẳng thức này, ta suy ra $SD.SI = SB.SC$. (0,25đ)

c) (1 điểm) Do tứ giác $BKRC$ nội tiếp, ta chứng minh được $SB.SC = SK.SR$. Từ kết quả ở câu b), ta suy ra $SD.SI = SK.SR$. (0,25đ)
Từ đó chứng minh được $\Delta SDK \sim \Delta SRI$ .Từ đó ta được $\widehat{KRL} = \widehat{SDK} = 90^\circ$ suy ra K L là đường kính của (O). Vì tứ giác AKRL nội tiếp (O) nên $\widehat{KAL} = 90^\circ$ nên $AL // BC$. (0,25đ)
Chứng minh $\Delta BIR \sim \Delta ACR$ và suy ra $\frac{BI}{AC} = \frac{BR}{AR}$.
Chứng minh $\Delta CIR \sim \Delta ABR$ và suy ra $\frac{CI}{AB} = \frac{CR}{AR}$. (0,25đ)
Để ý rằng $BI = CI$, từ hai đẳng thức trên, ta thu được $AB.CR = CI.AR = BI.AR = AC.BR$. (0,25đ)

Lưu ý: Đây là hướng dẫn chấm vắn tắt, các ý học sinh phải chứng minh chi tiết mới được điểm. Học sinh có cách làm khác phù hợp vẫn được điểm trọn vẹn.

----------HẾT----------