



**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Đổi số đo của góc  $\alpha = 120^\circ$  sang đơn vị radian ta được

- A.  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ .      B.  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ .      C.  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ .      D.  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 2:** Cho  $\cos\alpha = \frac{2}{5}$  với  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ . Tìm giá trị lượng giác  $\sin\alpha$ .

- A.  $\frac{21}{25}$ .      B.  $\frac{\sqrt{21}}{5}$ .      C.  $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ .      D.  $-\frac{21}{25}$ .

**Câu 3:** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào SAI?

- A.  $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$ .      B.  $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$ .  
C.  $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ .      D.  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ .

**Câu 4:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là:

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 5:** Tập nghiệm của phương trình  $2 \sin 2x + 1 = 0$  là

- A.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      B.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
C.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      D.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_n = 2^{n-1}$ . Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

- A.  $2^{11}$ .      B.  $2^9$ .      C.  $2^{10}$ .      D.  $2^8$ .

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -3$ , công sai  $d = 2$ . Tìm số hạng thứ 5 của cấp số cộng đó.

- A.  $u_5 = -5$ .      B.  $u_5 = -1$ .      C.  $u_5 = 1$ .      D.  $u_5 = 5$ .

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_3 = 18$ ;  $u_5 = 162$ . Số 1458 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân đó, biết rằng cấp số nhân có công bội dương.

- A. Số hạng thứ bảy.      B. Số hạng thứ sáu.      C. Số hạng thứ tám.      D. Số hạng thứ chín.

**Câu 9:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$  là:

- A.  $AM$  ( $M$  là trung điểm của  $AB$ ).      B.  $AN$  ( $N$  là trung điểm của  $CD$ ).  
C.  $AH$  ( $H$  là hình chiếu của  $B$  trên  $CD$ ).      D.  $AK$  ( $K$  là hình chiếu của  $C$  trên  $BD$ ).

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là  $ABCD$  hình thang ( $AB // CD$ ). Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là

- A. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AB$  và  $CD$ .
- B. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AD$  và  $BC$ .
- C. Đường thẳng qua  $S$  và giao điểm của  $AD$  và  $BC$ .
- D. Đường thẳng qua  $S$  và giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng  $MN$ ?

- A.  $(ACD)$ .
- B.  $(ABD)$ .
- C.  $(ABC)$ .
- D.  $(BCD)$ .

**Câu 12:** Cho hai mặt phẳng song song  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ ,  $a$  là đường thẳng bất kì. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu  $a$  cắt mp $(\alpha)$  thì  $a$  cắt mp $(\beta)$ .
- B. Nếu  $a \subset (\alpha)$  thì  $a$  song song với mp $(\beta)$ .
- C. Nếu  $a \subset (\beta)$  thì  $a$  song song với mp $(\alpha)$ .
- D. Nếu  $a$  song song với mp $(\alpha)$  thì  $a$  song song với mp $(\beta)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho góc lượng giác  $\alpha = \frac{25\pi}{6}$  và  $\sin x = -\frac{5}{8}$  với  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

- a)  $\alpha = \frac{25\pi}{6} = 750^\circ$ .
- b) Điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của góc đã cho thuộc phần tư thứ IV.
- c)  $\cos(x + \alpha) = \frac{3\sqrt{13} - 5}{16}$ .
- d)  $P = \frac{\sqrt{6} \tan x}{-5 \tan^2 x - 4} = \frac{15\sqrt{26}}{281}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt{3} \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

- a) Tập xác định của hàm số  $D = \mathbb{R}$ .
- b) Phương trình  $f(x) = 3$  có nghiệm  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .
- c) Phương trình  $f(x) = 3$  có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{3}$ .
- d) Khi  $\frac{-\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3}$  thì phương trình  $f(x) = 3$  có hai nghiệm.

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ .

- a) Dãy số trên là một cấp số nhân.
- b) Số hạng thứ năm của dãy là 13.
- c) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.
- d) Tổng các số hạng từ số hạng thứ 10 đến số hạng thứ 20 của dãy số bằng 451.

**Câu 4:** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Gọi  $G_1, G_2$  là trọng tâm của các tam giác  $A'BD, B'D'C$ .

- a) Đường thẳng  $A'B$  cắt đường thẳng  $CD$ .
- b)  $A'D'CB$  là hình bình hành
- c)  $(A'BD) // (B'D'C)$
- d)  $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Gọi  $M, N, E$  là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác  $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OE)$  lần lượt bằng  $-\frac{\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{6}$ . Khi đó, diện tích tam giác  $MNE$  làm tròn đến hàng phần chục bằng bao nhiêu?
- Câu 2:** Tính  $S = \sin \frac{\pi}{2024} + \sin \frac{2\pi}{2024} + \sin \frac{3\pi}{2024} + \dots + \sin \frac{2023\pi}{2024}$ .
- Câu 3:** Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình  $x = 2 \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ ,  $t$  tính bằng giây và  $x$  tính bằng  $cm$ . Gọi  $t_0$  là thời điểm đầu tiên vật có li độ lớn nhất. Giá trị của  $t_0$  bằng bao nhiêu.
- Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = 5 - u_n, n \geq 1 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để  $(u_n)$  là cấp số cộng.
- Câu 5:** Cho hình tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 12. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $P$  là trung điểm đoạn thẳng  $CM$ . Giao điểm  $I$  của đường thẳng  $DP$  và mặt phẳng  $(ABN)$  cách điểm  $D$  một khoảng bằng bao nhiêu?
- Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành  $ABCD$ ,  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Tam giác  $SCD$  là tam giác đều cạnh 2. Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $O$  và song song với mặt phẳng  $(SCD)$ . Tính diện tích hình tạo bởi mặt phẳng  $(P)$  và các mặt của hình chóp  $S.ABCD$ .

-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Đổi số đo của góc  $\alpha = 120^\circ$  sang đơn vị radian ta được

**A.**  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ .

**B.**  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ .

**C.**  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ .

**D.**  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức đổi từ độ sang radian ta có:  $a^\circ = a \frac{\pi}{180}$  ta có  $\alpha = 120^\circ = 120 \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$ .

**Câu 2:** Cho  $\cos \alpha = \frac{2}{5}$  với  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ . Tìm giá trị lượng giác  $\sin \alpha$ .

**A.**  $\frac{21}{25}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{21}}{5}$ .

**C.**  $-\frac{\sqrt{21}}{5}$ .

**D.**  $-\frac{21}{25}$ .

**Lời giải**

Vì  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  nên  $\sin \alpha < 0$ .

Ta có  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{\sqrt{21}}{5}$ .

**Câu 3:** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào SAI?

**A.**  $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$ .

**B.**  $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$ .

**C.**  $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ .

**D.**  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$  nên B sai.

**Câu 4:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là:

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$  xác định khi và chỉ khi  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$  nên  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 5:** Tập nghiệm của phương trình  $2 \sin 2x + 1 = 0$  là

**A.**  $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**B.**  $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**C.**  $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**D.**  $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $2 \sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_n = 2^{n-1}$ . Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

- A.  $2^{11}$ .                      **B.  $2^9$ .**                      C.  $2^{10}$ .                      D.  $2^8$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_{10} = 2^{10-1} = 2^9$ .

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -3$ , công sai  $d = 2$ . Tìm số hạng thứ 5 của cấp số cộng đó.

- A.  $u_5 = -5$ .                      B.  $u_5 = -1$ .                      C.  $u_5 = 1$ .                      **D.  $u_5 = 5$ .**

**Lời giải**

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát:  $u_5 = u_1 + 4d = 5$ .

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_3 = 18$ ;  $u_5 = 162$ . Số 1458 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân đó, biết rằng cấp số nhân có công bội dương.

- A. Số hạng thứ bảy.**                      B. Số hạng thứ sáu.                      C. Số hạng thứ tám.                      D. Số hạng thứ chín.

**Lời giải**

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ .

Ta có:  $\begin{cases} u_3 = u_1 \cdot q^2 \\ u_5 = u_1 \cdot q^4 \end{cases} \Rightarrow u_5 = u_3 \cdot q^2 \Leftrightarrow 162 = 18 \cdot q^2 \Rightarrow q = 3$ .

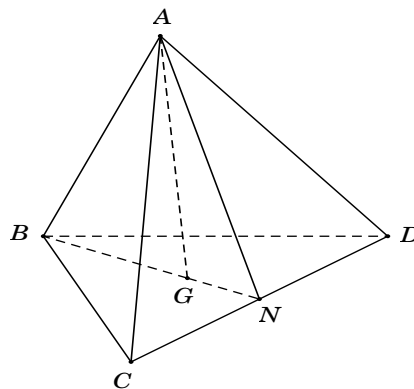
Khi đó  $u_1 = 2$ . Nên  $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ .

Giả sử  $u_n = 1458 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{n-1} = 1458 \Leftrightarrow n = 7$ . Vậy 1458 là số hạng thứ bảy của cấp số nhân đó.

**Câu 9:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$  là:

- A.  $AM$  ( $M$  là trung điểm của  $AB$ ).                      **B.  $AN$  ( $N$  là trung điểm của  $CD$ ).**  
C.  $AH$  ( $H$  là hình chiếu của  $B$  trên  $CD$ ).                      D.  $AK$  ( $K$  là hình chiếu của  $C$  trên  $BD$ ).

**Lời giải**



- $A$  là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$ .
- Ta có  $BG \cap CD = N$  nên  $\begin{cases} N \in BG \subset (ABG) \\ N \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N \in (ABG) \\ N \in (ACD) \end{cases} \Rightarrow N$  là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(GAB)$ .

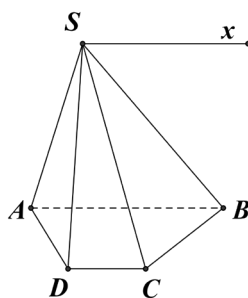
Vậy  $(ABG) \cap (ACD) = AN$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là  $ABCD$  hình thang ( $AB \parallel CD$ ). Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là

- A. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AB$  và  $CD$ .**

- B. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AD$  và  $BC$ .
- C. Đường thẳng qua  $S$  và giao điểm của  $AD$  và  $BC$ .
- D. Đường thẳng qua  $S$  và giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Lời giải

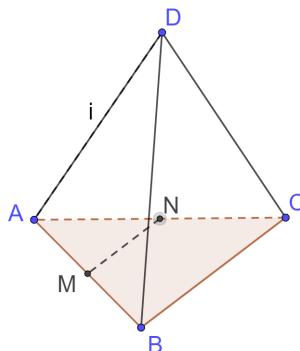


Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  lần lượt đi qua hai đường thẳng  $AB//CD$  và có  $S$  là điểm chung nên giao tuyến của chúng là đường thẳng đi qua  $S$  và song song với  $AB$  và  $CD$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng  $MN$ ?

- A.  $(ACD)$ .
- B.  $(ABD)$ .
- C.  $(ABC)$ .
- D.  $(BCD)$ .**

Lời giải



Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$  nên  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$ , do đó  $MN//BC$ , lại có  $MN \not\subset (BCD)$  và  $BC \subset (BCD)$  nên  $MN//(BCD)$ .

Vậy đáp án **D** đúng.

**Câu 12:** Cho hai mặt phẳng song song  $(\alpha)$  và  $(\beta)$ ,  $a$  là đường thẳng bất kì. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu  $a$  cắt  $mp(\alpha)$  thì  $a$  cắt  $mp(\beta)$ .
- B. Nếu  $a \subset (\alpha)$  thì  $a$  song song với  $mp(\beta)$ .
- C. Nếu  $a \subset (\beta)$  thì  $a$  song song với  $mp(\alpha)$ .
- D. Nếu  $a$  song song với  $mp(\alpha)$  thì  $a$  song song với  $mp(\beta)$ .**

Lời giải

Nếu  $a$  song song với  $mp(\alpha)$  thì  $a$  song song với  $mp(\beta)$  hoặc  $a$  nằm trên  $mp(\beta)$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho góc lượng giác  $\alpha = \frac{25\pi}{6}$  và  $\sin x = -\frac{5}{8}$  với  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

- a)  $\alpha = \frac{25\pi}{6} = 750^\circ$ .
- b) Điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của góc đã cho thuộc phần tư thứ IV.

$$\text{c) } \cos(x + \alpha) = \frac{3\sqrt{13} - 5}{16}.$$

$$\text{d) } P = \frac{\sqrt{6} \tan x}{-5 \tan^2 x - 4} = \frac{15\sqrt{26}}{281}.$$

### Lời giải

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng**

a) Ta có:  $\alpha = \frac{25\pi}{6} = \left(\frac{25\pi}{6} \cdot \frac{180}{\pi}\right)^\circ = 750^\circ$ . Suy ra mệnh đề **Đúng**.

b)  $\alpha = \frac{25\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 4\pi$ . Điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của góc đã cho thuộc phần tư thứ I. Suy ra mệnh đề **Sai**.

c) Vì  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  nên  $\cos x > 0 \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \left(-\frac{5}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{8}$ .

Ta có  $\sin \alpha = \sin \frac{25\pi}{6} = \sin \left(\frac{\pi}{6} + 4\pi\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $\cos \alpha = \cos \frac{25\pi}{6} = \cos \left(\frac{\pi}{6} + 4\pi\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Khi đó:  $\cos(x + \alpha) = \cos x \cdot \cos \alpha - \sin x \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{39}}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{5}{8}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{13} + 5}{16}$ .

Suy ra mệnh đề **Sai**

d) Ta có  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{5}{8}}{\frac{\sqrt{39}}{8}} = -\frac{5\sqrt{39}}{39}$ .

Khi đó  $P = \frac{\sqrt{6} \tan x}{-5 \tan^2 x - 4} = \frac{\sqrt{6} \cdot \left(-\frac{5\sqrt{39}}{39}\right)}{-5 \left(-\frac{5\sqrt{39}}{39}\right)^2 - 4} = \frac{15\sqrt{26}}{281}$ . Suy ra mệnh đề **Đúng**.

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sqrt{3} \tan \left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

a) Tập xác định của hàm số  $D = \mathbb{R}$ .

b) Phương trình  $f(x) = 3$  có nghiệm  $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

c) Phương trình  $f(x) = 3$  có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{\pi}{3}$ .

d) Khi  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3}$  thì phương trình  $f(x) = 3$  có hai nghiệm.

### Lời giải

**a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng**

a) Điều kiện  $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ . Suy ra mệnh đề **Sai**.

b) Phương trình tương đương với  $\tan \left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ . Suy ra mệnh đề

**Đúng**.

c)  $x < 0 \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{2}{3}$ . Vậy nghiệm âm lớn nhất là  $x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$ . Suy ra mệnh đề **Sai**.

d) Vì  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{7}{6} < k < \frac{2}{3}$ .

Do  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{-1; 0\}$ .

Với  $k = -1$  thì  $x = \frac{-\pi}{6}$ .

Với  $k = 0$  thì  $x = \frac{\pi}{3}$ .

Vậy  $x = \frac{-\pi}{6}$  và  $x = \frac{\pi}{3}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ .

a) Dãy số trên là một cấp số nhân.

b) Số hạng thứ năm của dãy là 13.

c) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

d) Tổng các số hạng từ số hạng thứ 10 đến số hạng thứ 20 của dãy số bằng 451.

**Lời giải**

**a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng**

a) Ta có:  $u_{n+1} = u_n + 3$  suy ra dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = 3$ . Vậy a) sai.

b)  $u_5 = u_1 + 4d = 11$ . Vậy b) sai.

c) Xét  $u_n = 101 \Leftrightarrow 3n - 4 = 101 \Rightarrow n = 35$ .

Vậy 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

d)  $(u_n)$  là cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = -1$  và công sai  $d = 3$ .

$$\text{Ta có: } S_9 = \frac{9(2u_1 + 8d)}{2} = \frac{9[2 \cdot (-1) + 8 \cdot 3]}{2} = 99.$$

$$S_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20[2 \cdot (-1) + 19 \cdot 3]}{2} = 550.$$

$$\text{Vậy } u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = S_{20} - S_9 = 550 - 99 = 451.$$

**Câu 4:** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Gọi  $G_1, G_2$  là trọng tâm của các tam giác  $A'BD, B'D'C$ .

a) Đường thẳng  $A'B$  cắt đường thẳng  $CD$ .

b)  $A'D'CB$  là hình bình hành.

c)  $(A'BD) \parallel (B'D'C)$ .

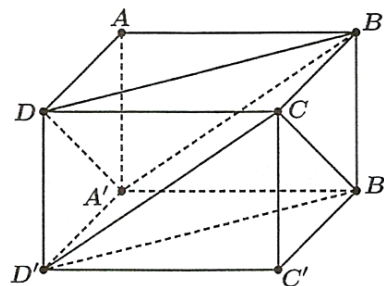
d)  $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$ .

**Lời giải**

**a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai**

a) Do  $A' \notin (BCD)$  nên đường thẳng  $A'B$  và đường thẳng  $CD$  chéo nhau.

Vậy mệnh đề a) sai.



b)

Vì  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $\begin{cases} A'D' \parallel BC \\ A'D' = BC \end{cases} \Rightarrow A'D'CB$  là hình bình hành.

Vậy mệnh đề b) đúng.

c)

Vì  $A'D'CB$  là hình bình hành.

Suy ra  $A'B // CD' \Rightarrow A'B // (B'D'C)$ .

Tương tự, ta có:  $\begin{cases} A'B' // CD \\ A'B' = CD \end{cases} \Rightarrow A'B'CD$  là hình bình hành.

Suy ra  $A'D // B'C \Rightarrow A'D // (B'D'C)$ .

Từ và (2) suy ra  $(A'BD) // (B'D'C)$ .

Vậy mệnh đề c) **đúng**.

d)

Gọi  $O, O', I$  theo thứ tự là tâm của các hình bình hành  $ABCD, A'B'C'D', ACC'A'$ .

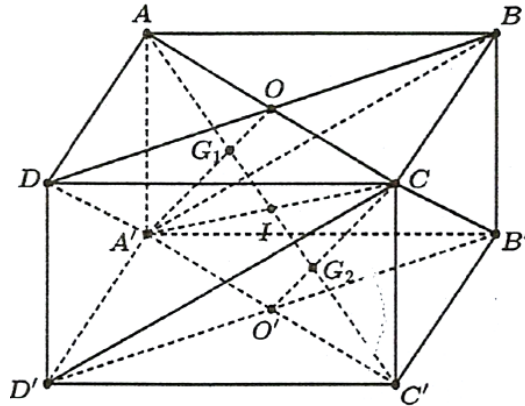
Vì  $G_1$  là trọng tâm tam giác  $AB'D$  nên  $\frac{A'G_1}{A'O} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1$  là trọng tâm tam giác  $A'AC$ , suy ra

$G_1 = AI \cap A'O$ .

Tương tự,  $G_2$  là trọng tâm tam giác  $B'D'C$  nên  $\frac{CG_2}{CO'} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow G_2$  là trọng tâm tam giác  $A'C'C$ , suy ra  $G_2 = C'I \cap CO'$ .

Từ và suy ra  $G_1, G_2$  cùng thuộc  $AC'$ .



Chứng minh  $AG_1 = G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$ :

Ta có:  $\frac{AG_1}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AG_1}{AC'} = \frac{1}{3}; \frac{C'G_2}{C'I} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{C'G_2}{AC'} = \frac{1}{3}$ .

Do vậy  $AG_1 = G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$ .

Vậy  $G_1, G_2$  cùng thuộc  $AC'$ , đồng thời chia  $AC'$  thành ba phần bằng nhau.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Gọi  $M, N, E$  là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác  $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OE)$  lần lượt bằng  $-\frac{\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{6}$ . Khi đó, diện tích tam giác  $MNE$  làm tròn đến hàng phần chục bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Đáp án: 1,3**

Trên đường tròn lượng giác đi theo chiều dương, từ vị trí điểm gốc  $A$ , thứ tự các điểm lần lượt là:

$E; N; M$  và  $\widehat{EON} = \widehat{NOM} = \widehat{MOE} = \frac{2\pi}{3}$ .

Mà  $OE = ON = OM = 1$  nên  $EN = NM = ME$  do đó  $\triangle MNE$  đều cạnh  $MN = \sqrt{3}$   
 $\Rightarrow S_{MNE} = \frac{(\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1,3.$

**Câu 2:** Tính  $S = \sin \frac{\pi}{2024} + \sin \frac{2\pi}{2024} + \sin \frac{3\pi}{2024} + \dots + \sin \frac{2023\pi}{2024}$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

### Lời giải

#### Đáp án: 1289

Xét bài toán tổng quát. Tính tổng  $S = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin(n-1)x.$

Nhân cả hai vế với  $2 \sin \frac{x}{2}$  ta có:

$$2 \sin \frac{x}{2} \cdot S = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin x + 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin 2x + 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin 3x + \dots + 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \sin(n-1)x$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cdot S = \left( \cos \frac{x}{2} - \cos \frac{3x}{2} \right) + \left( \cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{5x}{2} \right) + \left( \cos \frac{5x}{2} - \cos \frac{7x}{2} \right) + \dots$$

$$+ \left[ \cos \left( \frac{2n-3}{2} \right) x - \cos \left( \frac{2n-1}{2} \right) x \right]$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cdot S = \cos \frac{x}{2} - \cos \left( \frac{2n-1}{2} \right) x$$

$$\Rightarrow 2 \sin \frac{x}{2} \cdot S = 2 \sin \frac{(n-1)x}{2} \cdot \sin \frac{nx}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{\sin \frac{(n-1)x}{2} \cdot \sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}}$$

Áp dụng với  $x = \frac{\pi}{2024}$  và  $n = 2024$  ta được:  $S_2 = \frac{\sin \frac{2023\pi}{2 \cdot 2024} \cdot \sin \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 2024}} = \frac{\sin \frac{2023\pi}{2 \cdot 2024}}{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 2024}} \approx 1289.$

**Câu 3:** Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình  $x = 2 \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ ,  $t$  tính bằng giây và  $x$  tính bằng  $cm$ . Gọi  $t_0$  là thời điểm đầu tiên vật có li độ lớn nhất. Giá trị của  $t_0$  (viết kết quả dưới dạng thập phân, nếu có) bằng bao nhiêu.

### Lời giải

#### Đáp án: 0,75

Với mọi  $t \geq 0$  ta có  $-1 \leq \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \leq 2.$

Do đó li độ lớn nhất là  $x = 2 \text{ cm}$  xảy ra khi

$$\cos \left( 2\pi t + \frac{\pi}{2} \right) = 1 \Leftrightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{2} = k2\pi \Leftrightarrow t = k - \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } t \geq 0 \Rightarrow k - \frac{1}{4} \geq 0 \Leftrightarrow k \geq \frac{1}{4}$$

Vì  $k \in \mathbb{Z}$ , suy ra thời điểm đầu tiên thoả mãn ứng với  $k = 1 \Rightarrow t_0 = \frac{3}{4} = 0,75$  giây.

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = 5 - u_n, n \geq 1 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để  $(u_n)$  là cấp số cộng (Viết kết quả dưới dạng thập phân, nếu có).

### Lời giải

**Đáp án: 2,5**

Giả sử  $(u_n)$  là cấp số cộng. Khi đó, tồn tại một hằng số  $d$  sao cho  $\forall n \geq 1, u_{n+1} - u_n = d$  (1).

Từ hệ thức xác định dãy số  $(u_n)$  ta suy ra  $\forall n \geq 1, u_{n+1} - u_n = 5 - 2u_n$  (2).

Từ (1) và (2) ta có  $u_n = \frac{5-d}{2}, \forall n \geq 1$ .

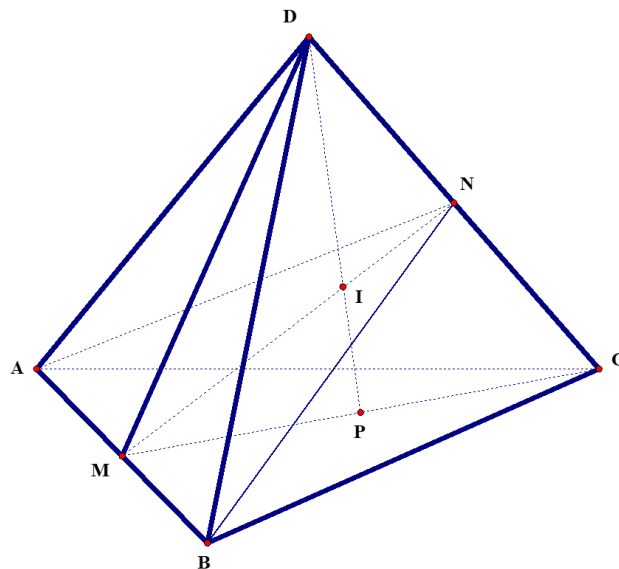
$\Rightarrow (u_n)$  là một dãy số không đổi.

$\Rightarrow u_2 = a \Rightarrow a = 5 - u_1 = 5 - a \Rightarrow a = \frac{5}{2}$ .

Với  $a = \frac{5}{2}$ , ta cũng chứng minh được  $u_n = \frac{5}{2}$ .

Vậy  $a = \frac{5}{2}$  là giá trị cần tìm.

**Câu 5:** Cho hình tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 12. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $P$  là trung điểm đoạn thẳng  $CM$ . Giao điểm  $I$  của đường thẳng  $DP$  và mặt phẳng  $(ABN)$  cách điểm  $D$  một khoảng bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

**Lời giải****Đáp án: 6,63**

Trong mặt phẳng  $(DMC)$ , gọi  $I$  là giao điểm của  $MN$  và  $DP$ .

Khi đó  $I \in MN \subset (ABN) \Rightarrow I \in (ABN)$

Vậy  $I$  là giao điểm của  $DP$  và  $(ABN)$ .

Tam giác  $DMC$  có  $MN$  và  $DP$  là hai đường trung tuyến nên giao điểm  $I$  là trọng tâm  $\triangle DMC$

Ta có tam giác  $ABD$  đều bằng 12 và có  $DM$  là đường cao nên  $DM = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ .

Tương tự ta có  $CM = 6\sqrt{3}$

Do đó tam giác  $DMC$  cân tại  $M$ . Suy ra  $MN$  cũng là đường cao của tam giác  $DMC$  hay  $MN \perp CD$ .

Ta có  $DM = 6\sqrt{3}, DN = \frac{1}{2}DC = 6$  nên  $MN = \sqrt{DM^2 - DN^2} = 6\sqrt{2}$

Khi đó  $IN = \frac{1}{3}MN = 2\sqrt{2}$ .

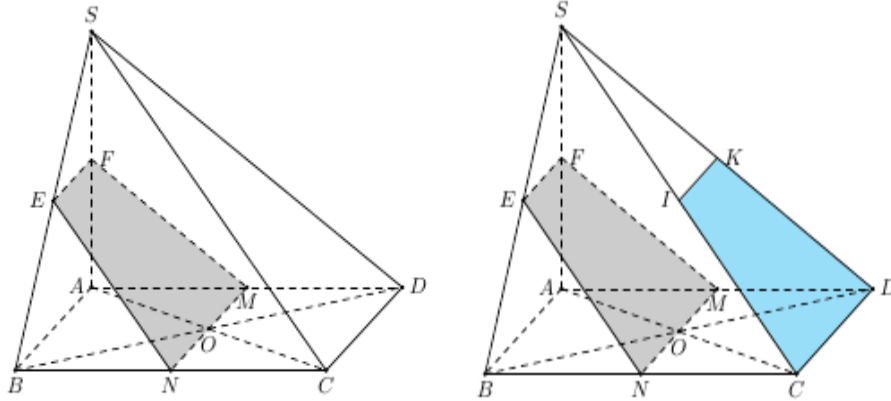
Tam giác  $DNI$  vuông tại  $N$  nên  $DI = \sqrt{DN^2 + IN^2} = 2\sqrt{11}$

Vậy  $I$  cách điểm  $D$  một khoảng bằng  $2\sqrt{11} \approx 6,63$

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành  $ABCD$ ,  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Tam giác  $SCD$  là tam giác đều cạnh 2. Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $O$  và song song với mặt phẳng  $(SCD)$ . Tính diện tích hình tạo bởi mặt phẳng  $(P)$  và các mặt của hình chóp  $S.ABCD$ . (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

**Lời giải**

**Đáp án: 1,3**



+ Do mặt phẳng  $(P) \parallel (SCD)$  mà  $(ABCD) \cap (SCD) = CD \Rightarrow (ABCD) \cap (P) = MN$  đi qua  $O$  và song song với  $CD$ .

Tương tự ta có:  $(SAD) \cap (P) = MF \parallel SD$ ;  $(SBC) \cap (P) = NE \parallel SC$ .

Vậy hình tạo bởi mặt phẳng  $(P)$  và các mặt của hình chóp  $S.ABCD$  là tứ giác  $MNEF$ .

+ Ta có  $MN$  đi qua  $O$  và song song với  $CD$  nên  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Suy ra  $E, F$  lần lượt là trung điểm  $SB, SA$ .

Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm  $SC, SD$ . Khi đó ta có

$IK \parallel EF, IK = EF; IC \parallel EN, IC = EN; KD \parallel FM, KD = FM; MN \parallel CD, MN = CD$

Vì thế ta có diện tích hình  $NMEF$  là

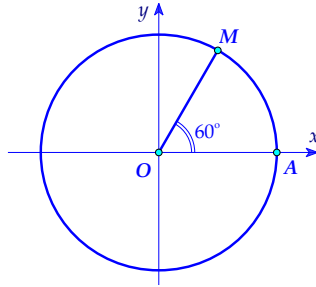
$$S_{MNEF} = S_{DCIK} = \frac{3}{4} S_{SCD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1,3.$$

-----**HẾT**-----



**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho điểm  $M$  trên đường tròn lượng giác như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $(OA; OM) = -60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$       B.  $(OA; OM) = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$   
 C.  $(OA; OM) = -60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$       D.  $(OA; OM) = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 2:** Cho góc  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ . Tính  $\cos \alpha$ .

- A.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}.$       B.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}.$       C.  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}.$       D.  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$

**Câu 3:** Công thức nào dưới đây đúng?

- A.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2.$       B.  $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha.$   
 C.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha.$       D.  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha.$

**Câu 4:** Chu kỳ tuần hoàn của hàm số  $y = \cos x$  là

- A.  $2\pi.$       B.  $\pi.$       C.  $4\pi.$       D.  $\frac{\pi}{2}.$

**Câu 5:** Phương trình  $\sin 2x = -1$  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn  $[-\pi; 2\pi]$ ?

- A. 3.      B. 1.      C. 4.      D. 2.

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A.  $-1; 4; 7.$       B.  $-1; 3; 5.$       C.  $-1; 4; 6.$       D.  $-1; 3; 7.$

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có:  $u_1 = -0,1; d = 0,1$ . Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

- A. 1,6.      B. 6.      C. 0,5.      D. 0,6.

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -\frac{1}{2}; u_7 = -32$ . Tìm q?

- A.  $q = \pm \frac{1}{2}.$       B.  $q = \pm 2.$       C.  $q = \pm 4.$       D.  $q = \pm 1.$

**Câu 9:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.

- B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
- C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
- D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

**Câu 10:** Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

- A. song song.
- B. chéo nhau.
- C. cắt nhau.
- D. trùng nhau.

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $M$  là trung điểm  $SA$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $OM // (SCD)$ .
- B.  $OM // (SBD)$ .
- C.  $OM // (SAB)$ .
- D.  $OM // (SAD)$ .

**Câu 12:** Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- A. Vô số.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho  $\tan x = -4$  với  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ .

- a) Giá trị của  $\cos x$  là  $\frac{-1}{4}$ .
- b) Giá trị của  $\tan 2x$  là  $\frac{8}{15}$ .
- c) Giá trị của  $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  là  $\frac{3}{5}$ .
- d) Giá trị của biểu thức  $A = \frac{2 \sin x - 5 \cos x}{3 \cos x + \sin x}$  là 13.

**Câu 2:** Cho hàm số lượng giác  $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2m - 1$ .

- a) Hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .
- b) Với  $m = 0$  hàm số có tập giá trị  $T = [-3; 1]$ .
- c) Với  $m = 2$  hàm số luôn có giao điểm với trục  $Ox$ .
- d) Có 3 giá trị nguyên của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = 3$  cắt đồ thị hàm số.

**Câu 3:** Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 120 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 24 triệu đồng. Gọi  $u_n$  là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ  $n$ .

- a) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 144 triệu đồng.
- b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 330 triệu đồng.
- c) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 120$  và công sai  $d = 20$ .
- d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 10 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $O$  là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$ . Khi đó:

- a) Điểm  $O$  là điểm chung của  $(OMN)$  và  $(ABCD)$ .
- b)  $MN // BC$ .
- c)  $OM // (SBC)$ .
- d) Giao tuyến của  $(OMN)$  và  $(SBC)$  là đường thẳng  $d$  song song với hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết  $\sqrt{\sin^2 x(4 + \cot x) + \cos^2 x(1 + 3 \tan x)} = |a \sin x + b \cos x|$ . Tính  $a - b$ ?

**Câu 2:** Biết với mọi  $x$  thì  $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \cos 4x$  ( $a; b \in \mathbb{Q}$ ). Tính  $a + b$

**Câu 3:** Phương trình  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$  có tổng các nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $a\pi$ . Tìm  $a$ ?

**Câu 4:** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và tổng của 100 số hạng đầu bằng 24850. Khi đó  $S = \frac{1}{u_1 \cdot u_2} + \frac{1}{u_2 \cdot u_3} + \frac{1}{u_3 \cdot u_4} + \dots + \frac{1}{u_{28} \cdot u_{29}} + \frac{1}{u_{29} \cdot u_{30}} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Tính tổng  $a + b$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ ;  $P$  là điểm thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$ . Đường thẳng  $SC$  cắt mặt phẳng  $(MNP)$  tại  $Q$ . Biết tỉ số  $\frac{SQ}{SC} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Tổng  $a^2 + b^2$  bằng bao nhiêu?

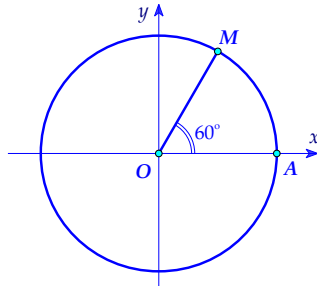
**Câu 6:** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $AB = 1; AA' = 2$ . Gọi  $L$  là trung điểm  $B'D$ , mặt phẳng  $(P)$  qua  $L$  và song song  $AC$  lần lượt cắt  $AA'; CC'; DD'$  tại  $E; F; K$ . Đặt  $\frac{DK}{DD'} = x$ . Khi  $(EFK) \parallel (MA'C')$  thì  $P = \frac{2025x}{1005}$  bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho điểm  $M$  trên đường tròn lượng giác như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.**  $(OA; OM) = -60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$       **B.**  $(OA; OM) = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$   
**C.**  $(OA; OM) = -60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$       **D.**  $(OA; OM) = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

**Lời giải**

Ta có  $(OA; OM) = 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 2:** Cho góc  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ . Tính  $\cos \alpha$ .

- A.**  $\cos \alpha = \frac{1}{3}.$       **B.**  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}.$       **C.**  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}.$       **D.**  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$

**Lời giải**

Ta có  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}.$

Do  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  nên  $\cos \alpha < 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$

**Câu 3:** Công thức nào dưới đây đúng?

- A.**  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 2.$       **B.**  $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha.$   
**C.**  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha.$       **D.**  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha.$

**Lời giải**

Ta có  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha.$

**Câu 4:** Chu kỳ tuần hoàn của hàm số  $y = \cos x$  là

- A.**  $2\pi.$       **B.**  $\pi.$       **C.**  $4\pi.$       **D.**  $\frac{\pi}{2}.$

**Lời giải**

Chu kỳ tuần hoàn của hàm số  $y = \cos x$  là  $2\pi.$

**Câu 5:** Phương trình  $\sin 2x = -1$  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn  $[-\pi; 2\pi]$ ?

- A.**  $3.$       **B.**  $1.$       **C.**  $4.$       **D.**  $2.$

**Lời giải**

Ta có  $\sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Xét trên đoạn  $[-\pi; 2\pi]$ :  $-\pi \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow -\pi \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq k \leq \frac{9}{4}$

Mà  $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}.$

Vậy phương trình có 3 nghiệm thuộc đoạn  $[-\pi; 2\pi]$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. -1; 4; 7.

B. -1; 3; 5.

C. -1; 4; 6.

D. -1; 3; 7.

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = -1$ ,  $u_2 = u_1 + 4 = 3$ ,  $u_3 = u_2 + 4 = 7$ .

Vậy ba số hạng đầu tiên của dãy là: -1; 3; 7.

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có:  $u_1 = -0,1$ ;  $d = 0,1$ . Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là

A. 1,6.

B. 6.

C. 0,5.

D. 0,6.

**Lời giải**

Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  là:  $u_n = u_1 + (n - 1).d \Rightarrow u_7 = -0,1 + (7 - 1).0,1 = \frac{1}{2}$ .

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -\frac{1}{2}$ ;  $u_7 = -32$ . Tìm q?

A.  $q = \pm \frac{1}{2}$ .

B.  $q = \pm 2$ .

C.  $q = \pm 4$ .

D.  $q = \pm 1$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có

$$u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow u_7 = u_1 \cdot q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = -2 \end{cases}.$$

**Câu 9:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.

D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

**Lời giải**

Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.

**Câu 10:** Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

A. song song.

B. chéo nhau.

C. cắt nhau.

D. trùng nhau.

**Lời giải**

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $M$  là trung điểm  $SA$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

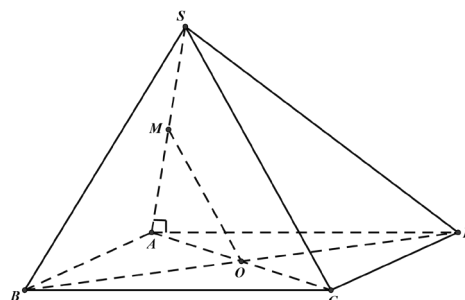
A.  $OM // (SCD)$ .

B.  $OM // (SBD)$ .

C.  $OM // (SAB)$ .

D.  $OM // (SAD)$ .

**Lời giải**



Ta có:  $M$  là trung điểm  $SA$ ;  $O$  là trung điểm  $AC \Rightarrow OM$  là đường trung bình  $\Delta SAC$ .  
 $\Rightarrow OM // SC$ .

Mà

$$\begin{cases} SC \subset (SCD) \\ OM \not\subset (SCD) \end{cases} \\ \Rightarrow OM // (SCD)$$

**Câu 12:** Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

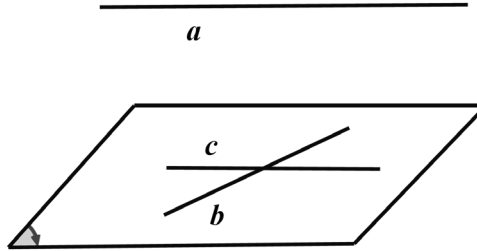
**A.** Vô số.

**B.** 3.

**C.** 2.

**D.** 1.

**Lời giải**



Gọi hai đường thẳng chéo nhau là  $a$  và  $b$ ,  $c$  là đường thẳng song song với  $a$  và cắt  $b$ .

Gọi mặt phẳng  $(\alpha) \equiv (b, c)$ . Do  $a // c \Rightarrow a // (\alpha)$

Giả sử mặt phẳng  $(\beta) // (\alpha)$  mà  $b \subset (\alpha) \Rightarrow b // (\beta)$

Mặt khác  $a // (\alpha) \Rightarrow a // (\beta)$ . Có vô số mặt phẳng  $(\beta) // (\alpha)$

nên có vô số mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho  $\tan x = -4$  với  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ .

**a)** Giá trị của  $\cos x$  là  $\frac{-1}{4}$ .

**b)** Giá trị của  $\tan 2x$  là  $\frac{8}{15}$ .

**c)** Giá trị của  $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  là  $\frac{3}{5}$ .

**d)** Giá trị của biểu thức  $A = \frac{2 \sin x - 5 \cos x}{3 \cos x + \sin x}$  là 13.

**Lời giải**

**a) Sai | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng**

**a) Sai**

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1 = 17 \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{17}}{17}$$

**b) Đúng**

$$\text{Ta có } \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \cdot (-4)}{1 - (-4)^2} = \frac{8}{15}$$

**c) Sai**

$$\text{Ta có } \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-4 - 1}{1 + 1 \cdot (-4)} = \frac{5}{3}$$

**d) Đúng**

$$\text{Ta có: } A = \frac{2 \sin x - 5 \cos x}{3 \cos x + \sin x} = \frac{2 \frac{\sin x}{\cos x} - 5 \frac{\cos x}{\cos x}}{3 \frac{\cos x}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{2 \tan x - 5}{3 + \tan x} = \frac{2 \cdot (-4) - 5}{3 + (-4)} = 13.$$

**Câu 2:** Cho hàm số lượng giác  $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2m - 1$ .

a) Hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

b) Với  $m = 0$  hàm số có tập giá trị  $T = [-3; 1]$ .

c) Với  $m = 2$  hàm số luôn có giao điểm với trục  $Ox$ .

d) Có 3 giá trị nguyên của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = 3$  cắt đồ thị hàm số.

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng**

**a) Đúng**

Hàm số có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

**b) Đúng**

Với  $m = 0$  hàm số trở thành  $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ .

Ta có:  $-1 \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$

$\Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 2$ .

$\Leftrightarrow -3 \leq 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \leq 1$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [-3; 1]$ .

**c) Sai**

Với  $m = 2$  hàm số trở thành  $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 3$ .

Số giao điểm với trục  $Ox$  là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số:

$$\begin{cases} y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

Khi đó ta có phương trình:  $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2}$ .

Vậy hàm số không có giao điểm với trục  $Ox$ .

**d) Đúng**

Đường thẳng  $y = 3$  cắt đồ thị hàm số  $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2m - 1$  khi phương trình hoành độ

giao điểm  $\begin{cases} y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2m - 1 \\ y = 3 \end{cases}$  có nghiệm.

$\Rightarrow 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2m - 1 = 3$  có nghiệm.

$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 2 - m$  có nghiệm.

Phương trình trên có nghiệm khi  $|2 - m| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2 - m \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$

Suy ra  $m \in \{1; 2; 3\}$ .

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = 3$  cắt đồ thị hàm số.

**Câu 3:** Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 120 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 24 triệu đồng. Gọi  $u_n$  là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ  $n$ .

- a) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 144 triệu đồng.
- b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 330 triệu đồng.
- c) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 120$  và công sai  $d = 20$ .
- d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 10 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai**

**a) Đúng.**

Ta thấy, số tiền lương năm sau hơn năm trước 24 triệu đồng nên số tiền lương hằng năm  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 120$  và công sai  $d = 24$ . Do đó:

$$u_n = u_1 + (n - 1)d = 120 + (n - 1) \cdot 24 = 24n + 96$$

Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là  $u_2 = 144$ .

Vậy mệnh đề **a)** là Đúng.

**b) Sai.**

Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là  $u_{10} = 24 \cdot 10 + 96 = 336$ .

Vậy mệnh đề **b)** là Sai.

**c) Sai.**

Mệnh đề **c)** là sai vì  $d = 24$ .

**d) Sai.**

Tổng số tiền bạn sinh viên tiết kiệm được sau  $n$  năm là:

$$S = \frac{n}{2}[2u_1 + (n - 1)d] - 70n = \frac{n}{2}[2 \cdot 120 + (n - 1) \cdot 24] - 70n = 12n^2 + 38n.$$

$$\text{Ta có: } S \geq 2000 \Leftrightarrow 12n^2 + 38n - 2000 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 11,42 \\ n \leq -14,59 \end{cases}$$

Do đó sau ít nhất sau 12 năm thì sinh viên đó có thể mua được chung cư 2 tỉ đồng.

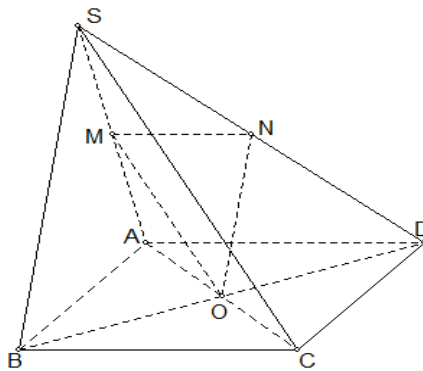
Vậy mệnh đề **d)** là Sai.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $O$  là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$ . Khi đó:

- a) Điểm  $O$  là điểm chung của  $(OMN)$  và  $(ABCD)$ .
- b)  $MN \parallel BC$ .
- c)  $OM \parallel (SBC)$ .
- d) Giao tuyến của  $(OMN)$  và  $(SBC)$  là đường thẳng  $d$  song song với hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$ .

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai**



a) **Đúng** vì:  $\begin{cases} O \in (OMN) \\ O = AC \cap BD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} O \in (OMN) \\ O \in (ABCD) \end{cases} \Rightarrow O \in (OMN) \cap (ABCD).$

b) **Đúng** vì:  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$  nên  $MN // AD$  mà  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AD // BC$ .

Vậy  $\begin{cases} MN // AD \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow MN // BC.$

c) **Đúng** vì:  $M, O$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $AC$  nên  $MO // SC$ .

Vậy  $\begin{cases} OM // SC \\ SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow OM // (SBC).$

d) **Sai** vì:  $\begin{cases} MN // BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow MN // (SBC).$

Vậy  $\begin{cases} MN // (SBC) \\ OM // (SBC) \\ MN \cap OM = M \\ MN, OM \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow (OMN) // (SBC)$  do đó hai mặt phẳng  $(OMN)$  và  $(SBC)$  không

có đường thẳng giao tuyến.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết  $\sqrt{\sin^2 x(4 + \cot x) + \cos^2 x(1 + 3 \tan x)} = |a \sin x + b \cos x|$

Tính  $a - b$ ?

**Lời giải**

**Đáp án:** 1

Ta có:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\sin^2 x(4 + \cot x) + \cos^2 x(1 + 3 \tan x)} \\ &= \sqrt{4 \sin^2 x + \sin^2 x \cot x + \cos^2 x + 3 \cos^2 x \tan x} \\ &= \sqrt{4 \sin^2 x + \sin^2 x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} + \cos^2 x + 3 \cos^2 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x}} \\ &= \sqrt{4 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x + 3 \cos x \cdot \sin x} \\ &= \sqrt{4 \sin^2 x + 4 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x} \\ &= \sqrt{(2 \sin x + \cos x)^2} \\ &= |2 \sin x + \cos x| \end{aligned}$$

Do đó:  $a = 2, b = 1$

Vậy  $a - b = 1$

**Câu 2:** Biết với mọi  $x$  thì  $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \cos 4x$  ( $a; b \in Q$ ). Tính  $a + b$

**Lời giải**

**Đáp án:** 1.

$$\begin{aligned}
\text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x &= (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 \\
&= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) \\
&= 1 - 3 \left( \frac{\sin 2x}{2} \right)^2 \\
&= 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \\
&= 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} \\
&= \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x \Rightarrow a = \frac{5}{8}; b = \frac{3}{8}
\end{aligned}$$

Vậy  $a + b = 1$ .

**Câu 3:** Phương trình  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$  có tổng các nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $a\pi$ . Tìm  $a$ ?

**Lời giải**

**Đáp án: 1**

$$\text{Ta có } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Họ nghiệm  $x = \pi + k2\pi$  không có nghiệm nào thuộc khoảng  $(0; \pi)$ .

$$x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \in (0; \pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < \frac{2}{3}l < \frac{5}{6} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < l < \frac{5}{4} \Leftrightarrow l \in \{0; 1\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$  là  $x = \frac{\pi}{6}$  và  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

Từ đó suy ra tổng các nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$  của phương trình này bằng  $\pi$ . Vậy  $a = 1$ .

**Câu 4:** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và tổng của 100 số hạng đầu bằng 24850. Khi đó  $S = \frac{1}{u_1 \cdot u_2} + \frac{1}{u_2 \cdot u_3} + \frac{1}{u_3 \cdot u_4} + \dots + \frac{1}{u_{28} \cdot u_{29}} + \frac{1}{u_{29} \cdot u_{30}} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Tính tổng  $a + b$ .

**Lời giải**

**Đáp án: 175**

$$S_{100} = 100 \cdot u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot d \Leftrightarrow 24850 = 100 \cdot 1 + \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot d \Leftrightarrow 4950d = 14750 \Leftrightarrow d = 5.$$

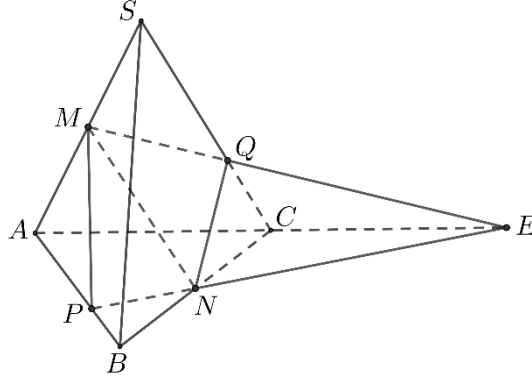
$$u_{30} = u_1 + 29 \cdot d = 146$$

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{u_1 \cdot u_2} + \frac{1}{u_2 \cdot u_3} + \frac{1}{u_3 \cdot u_4} + \dots + \frac{1}{u_{28} \cdot u_{29}} + \frac{1}{u_{29} \cdot u_{30}} \\
\Rightarrow 5S &= \frac{d}{u_1 \cdot u_2} + \frac{d}{u_2 \cdot u_3} + \frac{d}{u_3 \cdot u_4} + \dots + \frac{d}{u_{28} \cdot u_{29}} + \frac{d}{u_{29} \cdot u_{30}} \\
&= \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} \right) + \left( \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} \right) + \left( \frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_4} \right) + \dots + \left( \frac{1}{u_{28}} - \frac{1}{u_{29}} \right) + \left( \frac{1}{u_{29}} - \frac{1}{u_{30}} \right) \\
&= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{30}} = \frac{1}{1} - \frac{1}{146} = \frac{145}{146} \Rightarrow S = \frac{29}{146} \\
\Rightarrow a &= 29, b = 146 \Rightarrow a + b = 175.
\end{aligned}$$

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ ;  $P$  là điểm thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$ . Đường thẳng  $SC$  cắt mặt phẳng  $(MNP)$  tại  $Q$ . Biết tỉ số  $\frac{SQ}{SC} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Tổng  $a^2 + b^2$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Đáp án:** 13.



♦ Trong mặt phẳng  $(ABC)$ , gọi  $E = AC \cap PN$ .

Trong mặt phẳng  $(SAC)$ , ta có:  $Q = SC \cap EM$ .

♦ Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác  $ABC$  ta có:  $\frac{EA}{EC} \cdot \frac{NC}{NB} \cdot \frac{PB}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{EA}{EC} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1$   
 $\Rightarrow \frac{EA}{EC} = 2$ .

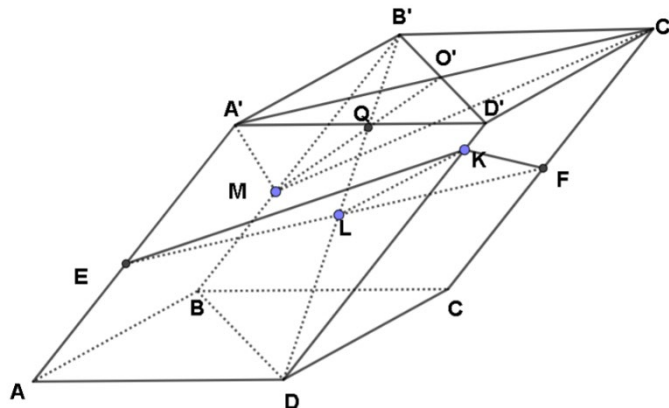
♦ Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác  $SAC$  ta có:  $\frac{EA}{EC} \cdot \frac{QC}{QS} \cdot \frac{MS}{MA} = 1 \Rightarrow 2 \cdot \frac{QC}{QS} \cdot 1 = 1 \Rightarrow \frac{QC}{QS} = \frac{1}{2}$   
 $\Rightarrow SQ = 2QC \Rightarrow SQ = \frac{2}{3}SC \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$ .

Suy ra:  $a = 2, b = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 = 13$ .

**Câu 6:** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $AB = 1; AA' = 2$ . Gọi  $L$  là trung điểm  $B'D$ , mặt phẳng  $(P)$  qua  $L$  và song song  $AC$  lần lượt cắt  $AA'; CC'; DD'$  tại  $E; F; K$ . Đặt  $\frac{DK}{DD'} = x$ . Khi  $(EFK) // (MA'C')$  thì  $P = \frac{2025x}{1005}$  bằng.

**Đáp án:** 2,01

**Lời giải**



Trong mặt phẳng  $(A'B'C'D')$ ,  $O' = A'C' \cap B'D'$ .

Trong mặt phẳng  $(B'D'DB)$ ,  $Q = B'D \cap MO'$ .

$ML$  là đường trung bình của tam giác  $B'BD$  nên  $ML // BD // B'D'$  (1).

$O'L$  là đường trung bình của tam giác  $B'D'D$  nên  $LO' // D'D // B'B$  (2).

Từ (1), (2) suy ra tứ giác  $MLO'B'$  là hình bình hành nên  $Q$  là trung điểm  $B'L \Rightarrow QO' // LD'$  (3).

Ta có  $EF // A'C'$  nên để  $(EFK) // (MA'C')$  thì  $\Rightarrow QO' // LK$  (4).

Từ (1), (2) suy ra  $K \equiv D' \Rightarrow \frac{DK}{DD'} = 1 \Rightarrow x = 1$ .

Vậy  $P = \frac{2025x}{1005} = \frac{2025}{1005} \approx 2,01$ .

-----**HẾT**-----



**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo là  $\frac{\pi}{3}$ . Các góc lượng giác sau đây có cùng tia đầu  $Ou$ , hỏi góc nào có tia cuối  $Ov$

- A.  $\frac{2\pi}{3}$                       B.  $-\frac{2\pi}{3}$                       C.  $\frac{5\pi}{3}$                       D.  $-\frac{5\pi}{3}$

**Câu 2:** Cho góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo  $\frac{3\pi}{4}$ , góc lượng giác  $(Ou, Ow)$  có số đo  $\frac{5\pi}{4}$ . Số đo của góc lượng giác  $(Ov, Ow)$  là

- A.  $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$               B.  $\frac{\pi}{2} + k2\pi$               C.  $-\frac{\pi}{3} + k2\pi$               D.  $\frac{\pi}{3} + k2\pi$

**Câu 3:** Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ.                      B. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.  
C. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ.                      D. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

**Câu 4:** Cung có số đo  $250^\circ$  thì có số đo theo đơn vị là radian là

- A.  $\frac{25\pi}{12}$ .                      B.  $\frac{25\pi}{18}$ .                      C.  $\frac{25\pi}{9}$ .                      D.  $\frac{35\pi}{18}$ .

**Câu 5:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{2}{\sin x}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$ .

**Câu 6:** Nghiệm của phương trình  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  là

- A.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  hoặc  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
B.  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  hoặc  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
C.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  hoặc  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
D.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  hoặc  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 7:** Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là dãy số giảm?

- A.  $(u_n)$  với  $u_n = 3n$ .      B.  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2}{n}$ .      C.  $(u_n)$  với  $u_n = n^2$ .      D.  $(u_n)$  với  $u_n = n + 2$ .

**Câu 8:** Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số cộng?

- A. 1; 4; 7; 10; 13.              B. 1; 5; 10; 15; 20.              C. 6; 6; 6; 6; 7.              D. 3; 6; 9; 12; 13.

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15$ ,  $u_{20} = 60$ . Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là

- A.  $S_{10} = -125$       B.  $S_{10} = -250$       C.  $S_{10} = 200$       D.  $S_{10} = -200$

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa  $|u_n - 3| < \frac{1}{n^5}$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -3$       B.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 5$       C.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$       D.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$

**Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$  bằng

- A. 0      B. -4      C. -3      D. 1

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề đúng?

- A. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .  
C.  $f(4) = 2$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2024$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số  $f(x)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .  
b) Chu kỳ của hàm số  $f(x)$  là  $T = 2\pi$ .  
c) Hàm số  $f(x)$  không chẵn, không lẻ.  
d) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $\left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$  với  $k \in \mathbb{Z}$ ?

**Câu 2:** Phương trình  $\sin 3x = \sin x$ .

- a) Tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là  $x = \frac{\pi}{4}$ .  
c) Phương trình đã cho tương đương với phương trình  $\sin 2x - 1 = 0$ .  
d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn  $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$  của phương trình bằng  $\frac{29\pi}{4}$ .

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$  với  $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$ .

- a) Số hạng thứ hai của cấp số cộng là  $u_2 = 7$ .  
b) Công sai của cấp số cộng  $d = 5$ .  
c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho  $u_n = 5n + 3$ .  
d) Tổng các số hạng từ số hạng thứ 11 đến số hạng thứ 100 của cấp số cộng đã cho bằng 25705

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \\ 24x - 8 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

- a)  $f(1) = 16$ .  
b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 16$   
c) Hàm số liên tục tại  $x = 1$ .  
d)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)} + 4 + 6)} = 2$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Phương trình  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(-2024; 2025)$ ?

**Câu 2:** Số giờ có ánh sáng của một thành phố trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số:  $s(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$ ,  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố đó có nhiều giờ ánh sáng nhất?

**Câu 3:** Công ty  $A$  muốn thuê một mảnh đất trong vòng 15 năm để làm nhà kho. Có hai công ty môi giới bất động sản  $B$  và bất động sản  $C$  đều muốn cho thuê. Mỗi công ty, đưa ra phương án cho thuê như sau:

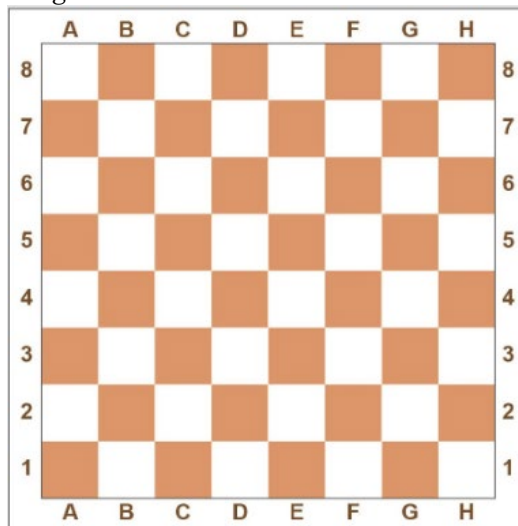
Phương án công ty  $B$  trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 10 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500.000 đồng.

Phương án công ty  $C$  trả tiền theo năm, năm đầu tiên thuê đất là 70 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Hỏi công ty  $A$  nên lựa chọn thuê đất của công ty môi giới bất động sản nào để chi phí là thấp nhất và số tiền đó bằng bao nhiêu triệu đồng?

Vậy công ty  $A$  nên thuê theo phương án của công ty  $C$  và số tiền phải trả là 1365.

**Câu 4:** Trên một bàn cờ vua như hình. Các quân cờ Tốt, Mã, Tinh, Xe, Hậu được tính điểm lần lượt là: 1, 3, 3, 5, 9. Giả sử quân Tốt trắng đang ở vị trí  $e5$  và muốn được phong cấp Hậu ở vị trí  $h8$  thì Tốt trắng sẽ ăn các quân cờ có số điểm theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tổng tất cả các số điểm của quân Tốt trắng ăn được bằng bao nhiêu?



**Câu 5:** Cho tam giác  $OA_1A_2$  vuông tại  $A_2$ ,  $A_1A_2 = 2$  và  $\widehat{A_1OA_2} = 45^\circ$ . Lần lượt hạ các đường vuông góc  $A_2A_3 \perp OA_1$ ;  $A_3A_4 \perp OA_2$ ;  $A_4A_5 \perp OA_1$ ;  $A_5A_6 \perp OA_2$ ;... Tiếp tục quá trình này, ta nhận được đường gấp khúc  $A_1A_2A_3A_4$ .... Tính độ dài đường gấp khúc này. (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

**Câu 6:** Trong hồ có chứa 2000 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối là 40,5 gam/lít vào hồ với tốc độ là 15 lít/phút. Hỏi nồng độ muối trong hồ sau khi bơm thời gian  $t$  phút là bao nhiêu nếu  $t \rightarrow +\infty$ ? Viết kết quả dưới dạng thập phân (nếu có).

-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo là  $\frac{\pi}{3}$ . Các góc lượng giác sau đây có cùng tia đầu  $Ou$ , hỏi góc nào có tia cuối  $Ov$

- A.  $\frac{2\pi}{3}$                       B.  $-\frac{2\pi}{3}$                       C.  $\frac{5\pi}{3}$                       **D.  $-\frac{5\pi}{3}$**

**Lời giải**

Hai góc có cùng tia đầu và tia cuối khi số đo của chúng chênh lệch nhau một bội số nguyên lần  $2\pi$ .

Ta thấy  $\frac{\pi}{3} - \left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 2\pi$ . Do đó chọn đáp án D

**Câu 2:** Cho góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo  $\frac{3\pi}{4}$ , góc lượng giác  $(Ou, Ow)$  có số đo  $\frac{5\pi}{4}$ . Số đo của góc lượng giác  $(Ov, Ow)$  là

- A.  $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$                       **B.  $\frac{\pi}{2} + k2\pi$**                       C.  $-\frac{\pi}{3} + k2\pi$                       D.  $\frac{\pi}{3} + k2\pi$

**Lời giải**

Ta có số  $(Ov, Ow) = số (Ou, Ow) - số (Ou, Ov) + k2\pi = \frac{5\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} + k2\pi = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

**Câu 3:** Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ.**                      B. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.  
C. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ.                      D. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

**Lời giải**

Ta có hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

**Câu 4:** Cung có số đo  $250^\circ$  thì có số đo theo đơn vị là radian là

- A.  $\frac{25\pi}{12}$ .                      **B.  $\frac{25\pi}{18}$ .**                      C.  $\frac{25\pi}{9}$ .                      D.  $\frac{35\pi}{18}$ .

**Lời giải**

Ta có  $250^\circ = \frac{250\pi}{180} = \frac{25\pi}{18}$

**Câu 5:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{2}{\sin x}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      **D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$ .**

**Lời giải**

Điều kiện:  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}$ .

**Câu 6:** Nghiệm của phương trình  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  là

- A.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  hoặc  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
B.  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  hoặc  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**C.**  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  hoặc  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**D.**  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  hoặc  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 7:** Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là dãy số giảm?

**A.**  $(u_n)$  với  $u_n = 3n$ . **B.**  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2}{n}$ . **C.**  $(u_n)$  với  $u_n = n^2$ . **D.**  $(u_n)$  với  $u_n = n + 2$ .

**Lời giải**

Xét  $(u_n)$  với  $u_n = 3n$

Ta có:  $u_{n+1} = 3(n+1) = 3n + 3 > 3n = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

Xét  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2}{n}$

Ta có:  $u_{n+1} = \frac{2}{n+1} < \frac{2}{n} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số giảm.

Xét  $(u_n)$  với  $u_n = n^2$

Ta có:  $u_{n+1} = (n+1)^2 > n^2 = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

Xét  $(u_n)$  với  $u_n = n + 2$

Ta có:  $u_{n+1} = (n+1) + 2 = n + 3 > n + 2 = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**Câu 8:** Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số cộng?

**A.** 1; 4; 7; 10; 13. **B.** 1; 5; 10; 15; 20. **C.** 6; 6; 6; 6; 7. **D.** 3; 6; 9; 12; 13.

**Lời giải**

Dãy số: 1; 4; 7; 10; 13 là một cấp số cộng với công sai  $d = 3$ .

Dãy số: 1; 5; 10; 15; 20 có  $u_2 - u_1 = 4 \neq u_3 - u_2 = 5$  nên không phải là một cấp số.

Dãy số: 6; 6; 6; 6; 7 có  $u_4 - u_3 = 0 \neq u_5 - u_4 = 1$  nên không phải là một cấp số.

Dãy số: 3; 6; 9; 12; 13 có  $u_4 - u_3 = 3 \neq u_5 - u_4 = 1$  nên không phải là một cấp số.

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15, u_{20} = 60$ . Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là

**A.**  $S_{10} = -125$ . **B.**  $S_{10} = -250$ . **C.**  $S_{10} = 200$ . **D.**  $S_{10} = -200$ .

**Lời giải**

Gọi  $u_1, d$  lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

Ta có: 
$$\begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}$$

Vậy  $S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa  $|u_n - 3| < \frac{1}{n^5}$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -3$ . **B.**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 5$ . **C.**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ . **D.**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$ .

**Lời giải**

Ta có  $|u_n - 3| < \frac{1}{n^5}$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^5} = 0$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3.$$

**Câu 11:**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$  bằng

A. 0.

**B. -4.**

C. -3.

D. 1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 3)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 3) = -4.$$

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Chọn mệnh đề đúng?

**A. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .**

B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .

C.  $f(4) = 2$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+2}+2) = 4$$

$$f(2) = 4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

Vậy hàm số liên tục tại  $x = 2$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2024$ .

a) Hàm số  $f(x)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

b) Chu kỳ của hàm số  $f(x)$  là  $T = 2\pi$ .

c) Hàm số  $f(x)$  không chẵn, không lẻ.

d) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $\left(k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$  với  $k \in \mathbb{Z}$ ?

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng**

a) Hàm số  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2024$  luôn xác định  $\forall x \in \mathbb{R}$  nên hàm số  $f(x)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

b) Ta có  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2024 = \cos 2x + 2024$  là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ .

c) Ta có  $\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R}$  và  $f(-x) = \cos(-2x) + 2024 = \cos 2x + 2024 = f(x)$  nên hàm số  $f(x)$  là hàm số chẵn.

d) Hàm số  $y = \cos 2x + 2024$  nghịch biến khi  $k2\pi < 2x < \pi + k2\pi \Leftrightarrow k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 2:** Phương trình  $\sin 3x = \sin x$ .

- a) Tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là  $x = \frac{\pi}{4}$ .
- c) Phương trình đã cho tương đương với phương trình  $\sin 2x - 1 = 0$ .
- d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$  của phương trình bằng  $\frac{29\pi}{4}$ .

### Lời giải

**a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng**

Phương án a) **Đúng**

$$\text{Ta có: } \sin 3x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Nên } S = \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Phương án b) **Đúng**

Với  $x = k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) thì nghiệm dương nhỏ nhất là  $\pi$ .

Với  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) thì nghiệm dương nhỏ nhất là  $\frac{\pi}{4}$ .

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là  $x = \frac{\pi}{4}$ .

Phương án c) **Sai**:

$$\text{Ta có: } \sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Nên } S_1 = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Do  $S_1 \neq S$  nên phương trình đã cho không tương đương với phương trình:  $\sin 2x - 1 = 0$ .

Phương án d) **Đúng**

Với  $x = k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$  là  $x \in \{ -\pi; 0; \pi; 2\pi \}$ .

Với  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

Các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$  là:  $x \in \left\{ \frac{-3\pi}{4}; \frac{-\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4} \right\}$ .

Tổng các nghiệm thuộc đoạn  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$  của phương trình là:

$$-\pi + 0 + \pi + 2\pi + \frac{-3\pi}{4} + \frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{29\pi}{4}.$$

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$  với  $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$ .

- a) Số hạng thứ hai của cấp số cộng là  $u_2 = 7$ .
- b) Công sai của cấp số cộng  $d = 5$ .
- c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho  $u_n = 5n + 3$ .
- d) Tổng các số hạng từ số hạng thứ 11 đến số hạng thứ 100 của cấp số cộng đã cho bằng 25705

### Lời giải

**a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng**

a) Đúng.

$$u_2 = u_1 + 5 = 2 + 5 = 7$$

b) Đúng.

$$u_{n+1} = u_n + 5 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 5 \Rightarrow d = 5$$

c) Sai.

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + (n-1) \cdot 5 = 5n - 3$$

d) Đúng.

$$S_{10} = 10u_1 + \frac{10 \cdot 9 \cdot 5}{2} = 20 + 225 = 245$$

$$S_{100} = 100u_1 + \frac{100 \cdot 99 \cdot 5}{2} = 200 + 25750 = 25950$$

$$\text{Vậy } S = u_{11} + u_{21} + u_{31} + \dots + u_{100} = S_{100} - S_{10} = 25705$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \\ 24x - 8 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

a)  $f(1) = 16$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 16$

c) Hàm số liên tục tại  $x = 1$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4}+6)} = 2$ .

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng**

a) Đúng.

Với  $x = 1$  thì  $f(x) = 24x - 8$  suy ra  $f(1) = 24 \cdot 1 - 8 = 16$ .

b) Sai.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1) \cdot (2x+5)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+5) = 7.$$

c) Sai.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1).$$

d) Đúng.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 16}{(x-1)(\sqrt{2f(x)+4}+6)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[ \frac{24(x-1)}{(x-1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2f(x)+4}+6} \right] = 24 \cdot \frac{1}{\sqrt{2f(1)+4}+6} = 2.$$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Phương trình  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(-2024; 2025)$ ?

**Lời giải**

**Đáp án: 3867**

$$\text{Ta có: } \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì  $x \in (-2024; 2025)$  nên

$$\begin{cases} -2024 < -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} < 2025 \\ -2024 < \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} < 2025 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2024.9 + 2\pi}{6\pi} < k < \frac{2025.9 + 2\pi}{6\pi} \\ \frac{-2024.3 - \pi}{2\pi} < k < \frac{2025.3 - \pi}{2\pi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \in \{-966, \dots, 967\} \\ k \in \{-966, \dots, 966\} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 3867 nghiệm thuộc khoảng.

**Câu 2:** Số giờ có ánh sáng của một thành phố trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số:  $s(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$ ,  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố đó có nhiều giờ ánh sáng nhất?

**Lời giải**

**Đáp án: 171**

Ta có:  $s(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12 \leq 3 + 12 = 15$

Dấu bằng xảy ra khi  $\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t - 80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )  $\Leftrightarrow t = 171 + 364k$ .

Mặt khác  $t \in (0; 365]$  nên  $0 < 171 + 364k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{171}{364} < k \leq \frac{194}{364}$ .

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k = 0$ .

Vậy  $t = 171$ .

**Câu 3:** Công ty  $A$  muốn thuê một mảnh đất trong vòng 15 năm để làm nhà kho. Có hai công ty môi giới bất động sản  $B$  và bất động sản  $C$  đều muốn cho thuê. Mỗi công ty, đưa ra phương án cho thuê như sau:

Phương án công ty  $B$  trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 10 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500.000 đồng.

Phương án công ty  $C$  trả tiền theo năm, năm đầu tiên thuê đất là 70 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Hỏi công ty  $A$  nên lựa chọn thuê đất của công ty môi giới bất động sản nào để chi phí là thấp nhất và số tiền đó bằng bao nhiêu triệu đồng?

**Lời giải**

**Đáp án: 1365**

Gọi  $B_n$ ,  $C_n$  lần lượt là số tiền công ty  $A$  cần trả theo cách tính của hai công ty  $B$  và  $C$

Theo bài ra, ta có:

$B_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với  $u_1 = 10$  triệu đồng và công sai  $d = 0,5$  triệu đồng.

$C_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với  $u_1 = 70$  triệu đồng, công sai  $d = 3$  triệu đồng.

Khi đó:

Nếu thuê đất của công ty  $B$  trong vòng 15 năm bằng 60 quý thì số tiền công ty  $A$  phải trả là:

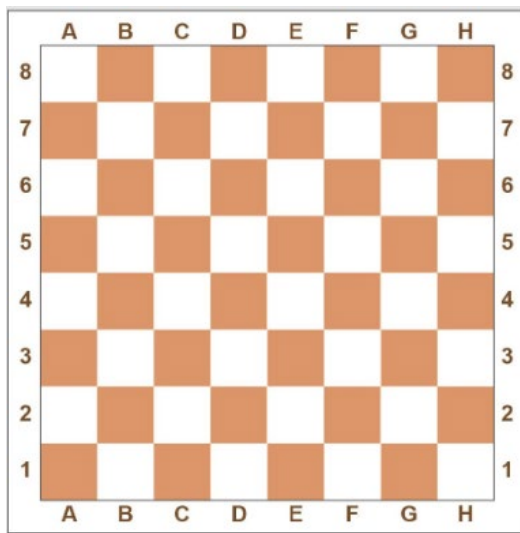
$$B_{60} = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 30 \cdot (2 \cdot 10 + 59 \cdot 0,5) = 1485.$$

Nếu thuê đất của công ty  $C$  trong vòng 15 năm thì số tiền công ty  $A$  phải trả là:

$$C_{15} = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 7,5 \times (2 \times 70 + 14 \times 3) = 1365.$$

Vậy công ty  $A$  nên thuê theo phương án của công ty  $C$  và số tiền phải trả là 1365.

**Câu 4:** Trên một bàn cờ vua như hình. Các quân cờ Tốt, Mã, Tinh, Xe, Hậu được tính điểm lần lượt là: 1, 3, 3, 5, 9. Giả sử quân Tốt trắng đang ở vị trí  $e5$  và muốn được phong cấp Hậu ở vị trí  $h8$  thì Tốt trắng sẽ ăn các quân cờ có số điểm theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tổng tất cả các số điểm của quân Tốt trắng ăn được bằng bao nhiêu?



**Lời giải**

**Đáp án: 13**

Quân Tốt trắng đang ở vị trí  $e5$  và muốn được phong cấp Hậu ở vị trí  $h8$  thì Tốt trắng buộc ăn quân đen theo sơ đồ  $f6 \rightarrow g7 \rightarrow h8$ .

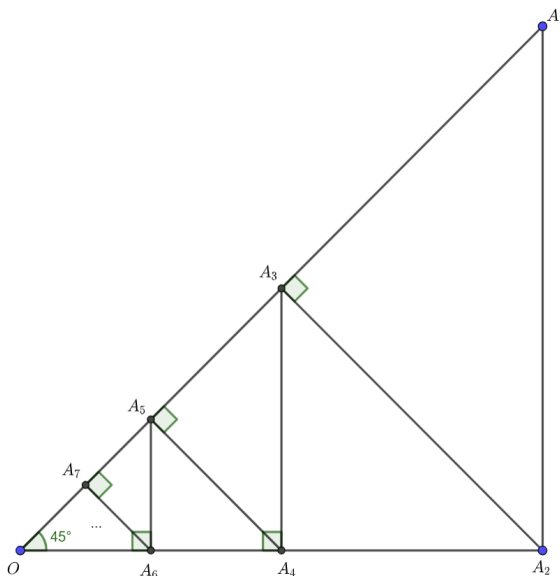
+ Ở vị trí  $h8$  có thể là các quân đen: Mã, Tịnh, Xe hoặc Hậu.

+ Các số điểm mà quân Tốt trắng ăn được theo thứ tự lập thành 1 CSN  $\Rightarrow 1, 3, 9$  là 3 số hạng cần tìm. Vậy tổng số điểm mà quân Tốt trắng ăn được là :  $1 + 3 + 9 = 13$ .

**Câu 5:** Cho tam giác  $OA_1A_2$  vuông tại  $A_2$ ,  $A_1A_2 = 2$  và  $\widehat{A_1OA_2} = 45^\circ$ . Lần lượt hạ các đường vuông góc  $A_2A_3 \perp OA_1$ ;  $A_3A_4 \perp OA_2$ ;  $A_4A_5 \perp OA_1$ ;  $A_5A_6 \perp OA_2$ ;... Tiếp tục quá trình này, ta nhận được đường gấp khúc  $A_1A_2A_3A_4\dots$ . Tính độ dài đường gấp khúc này.

**Lời giải**

**Đáp án: 4,83**



Các góc  $\widehat{A_1A_2A_3}$ ,  $\widehat{A_2A_3A_4}$ ,  $\widehat{A_3A_4A_5}$ ,... đều bằng góc  $\widehat{A_1OA_2}$  nên đều có đo là  $45^\circ$ .

$$A_2A_3 = A_1A_2 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2};$$

$$A_3A_4 = A_2A_3 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2;$$

$$A_4A_5 = A_3A_4 \cdot \cos 45^\circ = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3; \dots$$

Vậy độ dài các đoạn thẳng  $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots$  tạo thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu bằng  $\sqrt{2}$  với công bội bằng  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Vậy độ dài đường gấp khúc  $A_1A_2A_3A_4\dots$  là:  $l = \frac{\sqrt{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = 2 \cdot (\sqrt{2} + 1) \approx 4,83$ .

**Câu 6:** Trong hồ có chứa 2000 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối là 40,5 gam/lít vào hồ với tốc độ là 15 lít/phút. Hỏi nồng độ muối trong hồ sau khi bơm thời gian  $t$  phút là bao nhiêu nếu  $t \rightarrow +\infty$ ?

### Lời giải

**Đáp án: 40,5.**

Lượng nước biển mà người ta bơm vào trong khoảng thời gian  $t$  phút là:  $15t$ .

Lúc này lượng muối bơm vào là:  $40,5 \cdot 15t = 607,5$ .

Nồng độ muối trong hồ lúc này là:  $\frac{607,5t}{2000 + 15t}$ .

Khi  $t \rightarrow +\infty$ , nồng độ muối trong hồ lúc này là:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{607,5t}{2000 + 15t} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{607,5}{\frac{2000}{t} + 15} = 40,5.$$

-----**HẾT**-----



- A.  $-2$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $-3$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 12:** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

- A. 5.                      B. 2.                      C.  $-6$ .                      D. 3.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x) = \sqrt{3 - 2\sin x}$ .

- a) Hàm số  $f(x)$  có tập xác định là:  $D = \mathbb{R}$ .  
 b) Hàm số  $f(x)$  đã cho là hàm tuần hoàn.  
 c) Hàm số  $f(x)$  đã cho là hàm số chẵn.  
 d) Hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng 5.

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ , khi đó:

- a) Hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .  
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.  
 c) Tập giá trị của hàm số là  $T = [1; 4]$   
 d) Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q < 0$  và  $u_2 = 4, u_4 = 9$ . Khi đó:

- a) Số hạng đầu  $u_1 = -\frac{8}{3}$   
 b) Số hạng  $u_5 = \frac{27}{2}$   
 c)  $-\frac{2187}{32}$  là số hạng thứ 8  
 d) Cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{3}{2}$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2 + 1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$ . Khi đó:

- a) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$   
 b) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3$ .  
 c) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \sqrt{2}$   
 d) Hàm số tồn tại giới hạn khi  $x \rightarrow -1$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

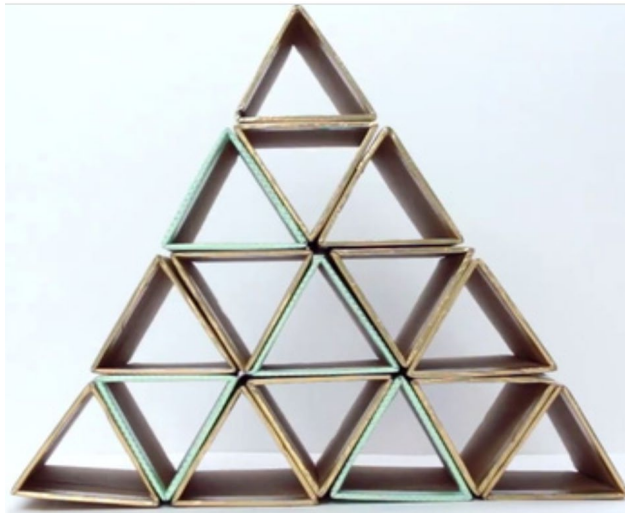
**Câu 1:** Tìm số nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2025\pi]$  của phương trình  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ .

**Câu 2:** Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 4 \cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right)$$

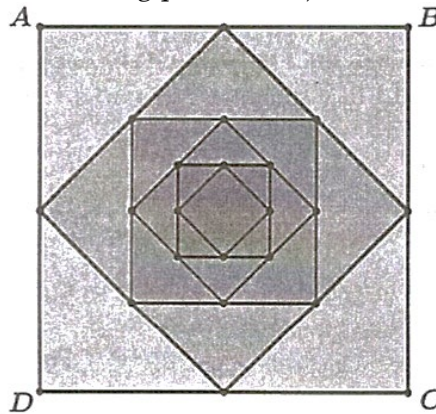
Ở đây, thời gian  $t$  tính bằng giây và quãng đường  $x$  tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

**Câu 3:** An định xếp một hình tháp bởi các mảnh ghép tam giác. Tầng dưới cùng An xếp 35 hình và tầng tiếp theo ít hơn tầng dưới nó hai hình. An xếp cho đến khi không xếp lên được nữa. Hỏi An cần bao nhiêu mảnh ghép hình tam giác để xếp xong tháp?



**Câu 4:** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 4 và có diện tích  $S_1$ . Nối 4 trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  theo thứ tự của 4 cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông thứ hai có diện tích  $S_2$ . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích  $S_3, \dots$  và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích  $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ . Tính  $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ .

**Câu 5:** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài bằng 1. Nối các trung điểm của bốn cạnh hình vuông  $ABCD$ , ta được hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh hình vuông thứ hai, ta được hình vuông thứ ba. Tiếp tục như thế ta nhận được một dãy các hình vuông. Tìm tổng chu vi của dãy các hình vuông đó. (Làm tròn đến hàng phần mười).



**Câu 6:** Chi phí để sản xuất  $x$  sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số:  $C(x) = 50000 + 105x$ . Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chỉ tối đa là bao nhiêu nghìn đồng?

-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau?

A.  $\sin 2x = \sin x \cos x$ .

**B.  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ .**

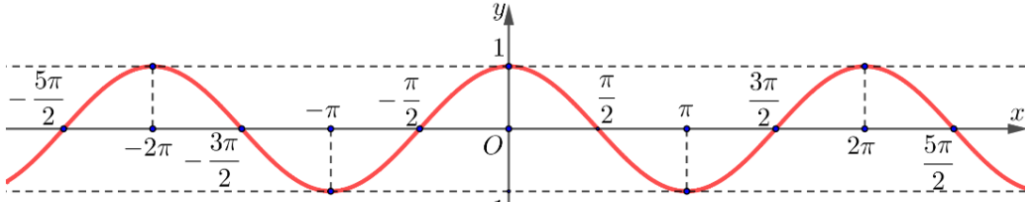
C.  $\tan x = \cot x$ .

D.  $\cot x \cdot \tan x = -1$ .

**Lời giải**

Phát biểu đúng  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ .

**Câu 2:** Cho đồ thị hàm số  $y = \cos x$  trên đoạn  $[-2\pi; 2\pi]$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến khoảng  $(0; 1)$ .

B. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-2\pi; 2\pi)$ .

**C. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(\pi; 2\pi)$ .**

D. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-2\pi; -\pi)$ .

**Lời giải**

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\pi; 0)$  và  $(\pi; 2\pi)$ .

**Câu 3:** Rút gọn biểu thức  $A = \sin(x + 14^\circ)\sin(x + 74^\circ) + \sin(x - 76^\circ)\sin(x - 16^\circ)$  ta được

**A.  $A = \frac{1}{2}$ .**

B. 1.

C. 0.

D.  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có

$$A = \sin(14^\circ + x)\cos(16^\circ - x) + \sin(76^\circ - x)\sin(16^\circ - x)$$

$$= \sin(14^\circ + x)\cos(16^\circ - x) + \cos(14^\circ + x)\sin(16^\circ - x) = \sin(14^\circ + 16^\circ + x - x) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

**Câu 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 21$ ,  $d = 3$ . Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $u_n$  là

A.  $7 \cdot 3^n$ .

**B.  $3n + 18$ .**

C.  $21 + 3n$ .

D.  $21 - 3n$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát, ta có  $u_n = 21 + (n - 1) \cdot 3 = 3n + 18$ .

**Câu 5:** Cho cấp số cộng có  $u_2 + u_{22} = 68$ . Tổng của 23 số hạng đầu tiên là

A. 1496.

**B. 782.**

C. 1632.

D. 1360.

**Lời giải**

Ta có:

$$S_{23} = \frac{23(u_1 + u_{23})}{2} = \frac{23(u_1 + u_1 + 22d)}{2} = \frac{23(u_1 + d + u_1 + 21d)}{2} = \frac{23(u_2 + u_{22})}{2} = \frac{23 \cdot 68}{2} = 782.$$

**Câu 6:** Tập giá trị của hàm số  $y = \sin 3x$  là

A.  $[0; 3]$ .

**B.  $[-1; 1]$ .**

C.  $[-3; 3]$ .

D.  $[-3; 1]$ .

**Lời giải**

$\forall x \in \mathbb{R}$ , ta có  $-1 \leq \sin 3x \leq 1$  nên tập giá trị là  $[-1; 1]$

**Câu 7:** Tập nào sau đây là tập nghiệm của phương trình  $\sin 2x + \cos 4x = 0$ ?

**A.  $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .**

B.  $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} \sin 2x + \cos 4x = 0 &\Leftrightarrow \cos 4x = -\sin 2x \Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + 2x + k2\pi \\ 4x = -\frac{\pi}{2} - 2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

**Câu 8:** Hàm số  $u_n = 7n - 1$  xác định trên tập hợp  $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  là một dãy số hữu hạn. Số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số đó là

- A.**  $u_1 = 6, u_5 = 34$ .      **B.**  $u_1 = 7, u_5 = 35$ .      **C.**  $u_1 = 8, u_5 = 12$ .      **D.**  $u_1 = 1, u_5 = 5$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 7.1 - 1 = 6, u_5 = 7.5 - 1 = 34$ .

**Câu 9:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A.**  $u_n = 3n$ .      **B.**  $u_n = 2^n$ .      **C.**  $u_n = \frac{1}{n}$ .      **D.**  $u_n = 2^n + 1$ .

**Lời giải**

Xét dãy số  $(u_n)$  với số hạng tổng quát  $u_n = 2^n$ , ta có

$$u_{n+1} = 2^{n+1} = 2.2^n = 2u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Do đó dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân với công bội  $q = 2$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A.**  $S_{10} = -511$ .      **B.**  $S_{10} = 1023$ .      **C.**  $S_{10} = 1025$ .      **D.**  $S_{10} = -1025$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{-3(1 - (-2)^{10})}{1 - (-2)} = 1023.$$

**Câu 11:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3}$  bằng

- A.**  $-2$ .      **B.**  $\frac{1}{2}$ .      **C.**  $-3$ .      **D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^5}}{\frac{4}{x^2} - \frac{2}{x} - 1 - \frac{3}{x^5}} = \frac{2}{-1} = -2.$$

**Câu 12:** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

- A.** 5.      **B.** 2.      **C.**  $-6$ .      **D.** 3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3.2 - 4.3 = -6.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho các hàm số  $f(x) = \sqrt{3 - 2\sin x}$ . Khi đó:

- a) Hàm số  $f(x)$  có tập xác định là:  $D = \mathbb{R}$ .  
b) Hàm số  $f(x)$  đã cho là hàm tuần hoàn.  
c) Hàm số  $f(x)$  đã cho là hàm số chẵn.

d) Hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng 5.

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai**

a) Hàm số xác định khi:  $3 - 2\sin x \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \leq \frac{3}{2}$ .

Vì vậy tập xác định hàm số là:  $D = \mathbb{R}$ .

b) Với mọi  $x \in D$  thì  $x \pm 2\pi \in D$  và  $f(x + 2\pi) = \sqrt{3 - 2\sin(x + 2\pi)} = \sqrt{3 - 2\sin x} = f(x)$ .

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

c)  $f(-x) = \sqrt{3 - 2\sin(-x)} = \sqrt{3 + 2\sin x} \neq f(x)$ , do đó hàm số  $f(x)$  đã cho là **không** phải hàm số chẵn.

d)  $-1 \leq \sin x \leq 1; \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 1 \leq 3 - 2\sin x \leq 5 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{3 - 2\sin x} \leq \sqrt{5}$ . Vậy hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng  $\sqrt{5}$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ , khi đó:

a) Hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

c) Tập giá trị của hàm số là  $T = [1; 4]$

d) Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng**

Ta có: hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$-1 \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 1 \geq -\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq -1 \Leftrightarrow 4 \geq 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 2 \Leftrightarrow 4 \geq y \geq 2$

b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.

c) Và tập giá trị của hàm số là  $T = [2; 4]$ .

d) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành:  $3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ .

Phương trình này vô nghiệm. Do đó, đồ thị hàm số đã cho không cắt trục hoành.

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q < 0$  và  $u_2 = 4, u_4 = 9$ . Khi đó:

a) Số hạng đầu  $u_1 = -\frac{8}{3}$

b) Số hạng  $u_5 = \frac{27}{2}$

c)  $-\frac{2187}{32}$  là số hạng thứ 8

d) Cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{3}{2}$

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng**

Ta có:  $u_2 = u_1q = 4, u_4 = u_1q^3 = 9 \Rightarrow \frac{u_4}{u_2} = \frac{u_1q^3}{u_1q} \Rightarrow \frac{9}{4} = q^2 \Rightarrow q = -\frac{3}{2} (q < 0)$ .

Thay  $q = -\frac{3}{2}$  vào  $u_2$ , ta được:  $u_1\left(-\frac{3}{2}\right) = 4 \Rightarrow u_1 = -\frac{8}{3}$ .

Vậy cấp số nhân đã cho có số hạng đầu  $u_1 = -\frac{8}{3}$  và công bội  $q = -\frac{3}{2}$ .

Khi đó  $u_n = -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

Vậy  $u_5 = -\frac{27}{2}$

$-\frac{2187}{32} \neq -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7$  nên không phải là số hạng thứ 8

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$ . Khi đó:

a) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$

b) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3$ .

c) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \sqrt{2}$

d) Hàm số tồn tại giới hạn khi  $x \rightarrow -1$

**Lời giải**

**a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai**

a) Ta có: Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4$

b) Xét dãy số  $(x_n)$  bất kì sao cho  $x_n < -1$  và  $x_n \rightarrow -1$ , ta có:  $f(x_n) = x_n - 2$ .

Khi đó:  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x_n) = -1 - 2 = -3$ .

c) Xét dãy số  $(x_n)$  bất kì sao cho  $x_n > -1$  và  $x_n \rightarrow -1$ , ta có:  $f(x_n) = \sqrt{x_n^2 + 1}$ .

Khi đó:  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x_n) = \sqrt{(-1)^2 + 1} = \sqrt{2}$ .

d) Vì  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  nên không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Tìm số nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2025\pi]$  của phương trình  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ .

**Lời giải**

**Đáp án: 2025**

Ta có:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in [0; 2025\pi] \Rightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 2025\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{8101}{4}$$

$$\Rightarrow k \in \{1; 2; 3; \dots; 2025\}$$

Vậy phương trình có 2025 nghiệm trên đoạn  $[0; 2025\pi]$ .

**Câu 2:** Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 4 \cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Ở đây, thời gian  $t$  tính bằng giây và quãng đường  $x$  tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

**Lời giải**

**Đáp án: 15**

Khi vật qua vị trí cân bằng, ta có  $x = 0$ :

$$4 \cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(3t + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

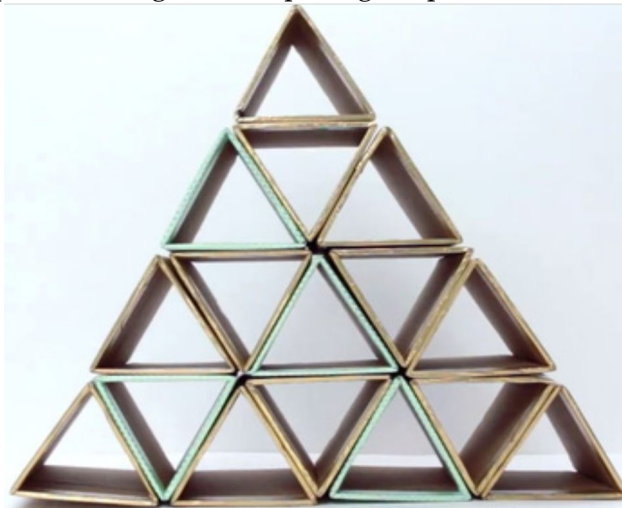
Trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, tức là  $0 \leq t \leq 16$  hay

$$0 \leq \frac{\pi}{9} + k \frac{\pi}{3} \leq 16 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{48}{\pi} - \frac{1}{3}$$

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1, 2, \dots, 14\}$ .

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 16 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 15 lần.

**Câu 3:** An định xếp một hình tháp bởi các mảnh ghép tam giác. Tầng dưới cùng An xếp 35 hình và tầng tiếp theo ít hơn tầng dưới nó hai hình. An xếp cho đến khi không xếp lên được nữa. Hỏi An cần bao nhiêu mảnh ghép hình tam giác để xếp xong tháp?



**Lời giải**

**Đáp án: 324**

Theo giả thiết tòa tháp được xếp bằng các hình tam giác, số các tam giác xếp theo quy luật là một cấp số cộng. Gọi số tam giác tầng trên cùng là  $u_1$  thì ta có  $u_1 = 1, d = 2$

Gọi tầng dưới cùng là  $u_n \Rightarrow u_n = 35$ .

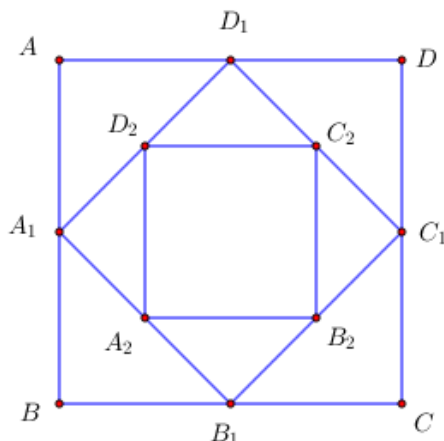
Ta có:  $u_n = u_1 + (n - 1)d = 35 \Leftrightarrow 1 + (n - 1).2 = 35 \Leftrightarrow n = 18 \Rightarrow S_{18} = \frac{18(1 + 35)}{2} = 324$

Vậy tổng số tam giác trong 18 tòa tháp trên là  $S = 324$ .

**Câu 4:** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 4 và có diện tích  $S_1$ . Nối 4 trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  theo thứ tự của 4 cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông thứ hai có diện tích  $S_2$ . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích  $S_3, \dots$  và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích  $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ . Tính tổng  $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ .

**Lời giải**

**Đáp án: 32**



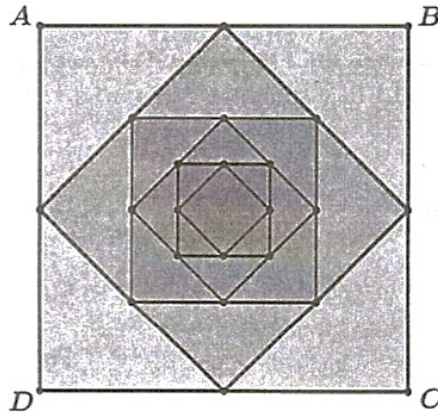
Ta có  $S_1 = 4^2$ ;  $S_2 = \frac{1}{2}4^2 = \frac{1}{2}S_1$ ;  $S_3 = \frac{1}{2}S_2 = \frac{1}{2^2}S_1, \dots$

Suy ra  $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 + \frac{1}{2}S_1 + \frac{1}{2^2}S_1 + \dots + \frac{1}{2^{99}}S_1 = S_1 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right)$

Do đó  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$  là cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = S_1 = 4^2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ .

Vậy  $S = S_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{4^2(2^{100} - 1)}{2^{99}} = 32$ .

**Câu 5:** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài bằng 1. Nối các trung điểm của bốn cạnh hình vuông  $ABCD$ , ta được hình vuông thứ hai. Tiếp tục nối các trung điểm của bốn cạnh hình vuông thứ hai, ta được hình vuông thứ ba. Tiếp tục như thế ta nhận được một dãy các hình vuông. Tìm tổng chu vi của dãy các hình vuông đó.



**Lời giải**

**Đáp án: 13,7**

Nếu cạnh hình vuông ban đầu là  $x$  thì theo định lý Pythagore, ta có cạnh hình vuông thứ hai là

$$\sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}. (*)$$

Gọi cạnh hình vuông  $ABCD$  là  $u_1 = 1$ , từ (\*) ta có cạnh hình vuông thứ hai là  $u_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , cạnh

hình vuông thứ ba là  $u_3 = \frac{1}{2}$ , cạnh hình vuông thứ tư là  $u_4 = \frac{\sqrt{2}}{4}, \dots$

Xét tổng chu vi dãy các hình vuông là:

$$S = 4u_1 + 4u_2 + 4u_3 + \dots = 4 \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \dots \right).$$

Để thấy  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} + \dots$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu bằng 1, công bội bằng  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

$$\text{Vậy ta có: } S = 4 \cdot \frac{u_1}{1 - q} = 4 \cdot \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = 8 + 4\sqrt{2} = 13,7.$$

**Câu 6:** Chi phí để sản xuất  $x$  sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số:  $C(x) = 50000 + 105x$ . Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chỉ tối đa là bao nhiêu nghìn đồng?

**Lời giải**

**Đáp án: 105**

Chi phí trung bình  $\bar{C}(x)$  để sản xuất một sản phẩm là:

$$\bar{C}(x) = \frac{50000 + 105x}{x}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50000 + 105x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( \frac{50000}{x} + 105 \right)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{50000}{x} + 105 \right) = 105.$$

Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chỉ tối đa là 105 nghìn.

-----**HẾT**-----



**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác gốc  $A$ , biết góc lượng giác  $(OA, OM)$  có số đo bằng  $-405^\circ$ , điểm  $M$  nằm ở góc phần tư thứ mấy?

- A. I                                      B. II .                                      C. III .                                      D. IV .

**Câu 2:** Đổi số đo của góc  $70^\circ$  sang đơn vị radian.

- A.  $\frac{70}{\pi}$ .                                      B.  $\frac{7}{18}$ .                                      C.  $\frac{7\pi}{18}$ .                                      D.  $\frac{7}{18\pi}$ .

**Câu 3:** Cho  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ . Kết quả đúng là

- A.  $\sin a > 0; \cos a > 0$ .                                      B.  $\sin a < 0; \cos a < 0$ .  
C.  $\sin a < 0; \cos a > 0$ .                                      D.  $\sin a > 0; \cos a < 0$ .

**Câu 4:** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.  $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$ .                                      B.  $\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$ .  
C.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha$ .                                      D.  $\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$ .

**Câu 5:** Cho  $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$ . Chọn khẳng định đúng

- A.  $\tan a > 0, \cot a < 0$ .                                      B.  $\tan a > 0, \cot a > 0$ .  
C.  $\tan a < 0, \cot a < 0$ .                                      D.  $\tan a < 0, \cot a > 0$ .

**Câu 6:** Cho  $\tan \alpha = \sqrt{5}$ , với  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Khi đó  $\cos \alpha$  bằng:

- A.  $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ .                                      B.  $\sqrt{6}$ .                                      C.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .                                      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 7:** Biết  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Giá trị của  $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$  là

- A.  $P = 0$ .                                      B.  $P = -1$ .                                      C.  $P = \frac{1}{2}$ .                                      D.  $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 8:** Cho dãy số  $(u_n)$  có:  $u_n = \frac{2n^2 + 3}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Chọn khẳng định đúng

- A.  $u_3 = 3$ .                                      B.  $u_{2023} > u_{2024}$ .  
C.  $u_1 = 1$ .                                      D. Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**Câu 9:** Miền giá trị của hàm số  $y = 2\cos x + 1$  là:

- A.  $[-2; 2]$ .                                      B.  $[-1; 3]$ .                                      C.  $[1; 3]$ .                                      D.  $[-1; 1]$ .

**Câu 10:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .                                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .                      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 11:** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

A.  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n \end{cases}$ .                      B.  $u_n = 2^n + 1$ .                      C.  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ .                      D.  $u_n = \frac{2n-3}{5}$ .

**Câu 12:** Tính tổng  $S$  các nghiệm của phương trình  $2 \cos x - 1 = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

A.  $S = 0$ .                      B.  $S = \frac{7\pi}{3}$ .                      C.  $S = \frac{13\pi}{3}$ .                      D.  $S = \frac{5\pi}{3}$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô tả bởi công thức  $h(t) = 30 + 4 \sin \frac{\pi}{12}(t - 8)$ , với  $h$  được tính bằng độ  $C$  và  $t$  là thời gian trong ngày tính bằng giờ.

a) Hàm số  $h(t)$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

b) Chu kì của hàm số  $h(t)$  là  $\frac{1}{12}$

c) Hàm số  $h(t)$  là hàm số lẻ

d) Biên độ nhiệt trong ngày (độ chênh lệch giữa nhiệt độ cao nhất và thấp nhất) của thành phố là  $8^{\circ}C$ .

**Câu 2:** Cho các hàm số sau:  $f(x) = 3 \sin^3 x$ ;  $g(x) = -5 \cos \left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ . Khi đó

a) Tập xác định hàm số  $f(x)$  là  $D = \mathbb{R}$ .

b) Hàm số  $f(x)$  đã cho là hàm số chẵn.

c) Tập xác định hàm số  $g(x)$  là  $D = \mathbb{R}$ .

d) Hàm số  $g(x)$  đã cho là hàm số lẻ.

**Câu 3:** Cho phương trình lượng giác  $2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{2} = 0$ . Khi đó:

a) Phương trình tương đương  $\sin \left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin \left(\frac{\pi}{4}\right)$

b) Phương trình có nghiệm là:  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ ;  $x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

c) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Tổng các nghiệm âm của phương trình đã cho trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là  $\frac{-5\pi}{12}$

**Câu 4:** Cho hình bình hành  $ABCD$  và một điểm  $S$  không thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$ , các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng  $AB, SC$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

a)  $SO$  giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

b) Giao điểm của  $I$  của đường thẳng  $AN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm nằm trên đường thẳng  $SO$ .

c) Giao điểm của  $J$  của đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm nằm trên đường thẳng  $SD$ .

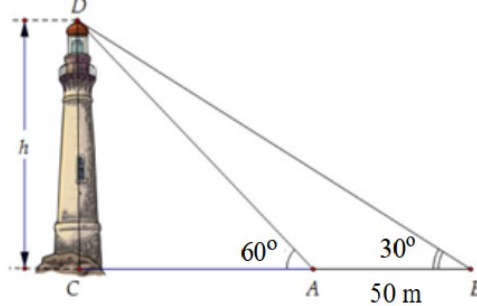
d) Ba điểm  $I, J, B$  thẳng hàng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho biết  $\cot x = \frac{1}{2}$ . Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{2}{2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x}$ .

(Làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 2:** Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó  $C$  là chân tháp. Chọn hai điểm  $A, B$  trên mặt đất sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.



Ta đo được  $AB = 50m$ ,  $\widehat{CAD} = 60^\circ$ ;  $\widehat{CBD} = 30^\circ$ . Chiều cao  $h$  của khối tháp bằng bao nhiêu mét. (Làm tròn đến hàng phần chục).

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$ ,  $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$ . Điểm  $M$  là trung điểm  $SC$ . Gọi  $N$  giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(ABM)$ . Tỉ số  $\frac{SN}{SD}$  bằng bao nhiêu? (Viết kết quả dưới dạng thập phân, nếu có).

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = \sin x + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ . Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0; \pi]$ . Tính giá trị của  $M^2 + m^2$ . (Viết kết quả dưới dạng thập phân, nếu có).

**Câu 5:** Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h(m)$  của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  trong một ngày ( $0 \leq t < 24$ ) cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12$ . Có bao nhiêu thời điểm  $t$  trong một ngày để độ sâu của mực nước là 15m.

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$  và  $OC$ . Gọi giao điểm của  $(MNP)$  với  $SA$  là  $K$ . Biết  $KA = m.KS$  ( $m \in \mathbb{R}$ ). Hãy tính  $\frac{m}{4}$ ? (Viết kết quả dưới dạng thập phân, nếu có).

-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Trên đường tròn lượng giác gốc  $A$ , biết góc lượng giác  $(OA, OM)$  có số đo bằng  $-405^\circ$ , điểm  $M$  nằm ở góc phần tư thứ mấy?

- A. I                                      B. II.                                      C. III.                                      **D. IV.**

Lời giải

Ta có:  $-405^\circ = -45^\circ - 360^\circ$ , do đó điểm  $M$  nằm ở góc phần tư thứ IV

**Câu 2:** Đổi số đo của góc  $70^\circ$  sang đơn vị radian.

- A.  $\frac{70}{\pi}$ .                                      B.  $\frac{7}{18}$ .                                      **C.  $\frac{7\pi}{18}$ .**                                      D.  $\frac{7}{18\pi}$ .

Lời giải

Ta có  $70^\circ = \frac{70\pi}{180} = \frac{7\pi}{18}$  (rad).

**Câu 3:** Cho  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ . Kết quả đúng là

- A.  $\sin a > 0; \cos a > 0$ .                                      B.  $\sin a < 0; \cos a < 0$ .  
C.  $\sin a < 0; \cos a > 0$ .                                      **D.  $\sin a > 0; \cos a < 0$ .**

Lời giải

Vì  $\frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \sin a > 0; \cos a < 0$ .

**Câu 4:** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.  $\cos(-\alpha) = -\cos\alpha$ .                                      B.  $\sin(\pi - \alpha) = -\sin\alpha$ .  
C.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha$ .                                      **D.  $\tan(\alpha + \pi) = \tan\alpha$ .**

Lời giải

A sai vì  $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ .

B sai vì  $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$ .

C sai vì  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$ .

**Câu 5:** Cho  $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$ . Chọn khẳng định đúng

- A.  $\tan a > 0, \cot a < 0$ .                                      **B.  $\tan a > 0, \cot a > 0$ .**  
C.  $\tan a < 0, \cot a < 0$ .                                      D.  $\tan a < 0, \cot a > 0$ .

Lời giải

Điểm biểu diễn góc  $a$  nằm ở góc phần tư thứ nhất nên  $\tan a > 0, \cot a > 0$ .

**Câu 6:** Cho  $\tan\alpha = \sqrt{5}$ , với  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Khi đó  $\cos\alpha$  bằng:

- A.  $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ .**                                      B.  $\sqrt{6}$ .                                      C.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .                                      D.  $\frac{1}{6}$ .

Lời giải

Ta có  $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha = 1 + (\sqrt{5})^2 = 6$ .

Mặt khác  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  nên  $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 7:** Biết  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  và  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Giá trị của  $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$  là

- A.  $P = 0$ .      **B.  $P = -1$ .**      C.  $P = \frac{1}{2}$ .      D.  $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

**Cách 1:** Ta có  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{2}$ .

Từ  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0$  nên  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ .

Do đó       $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \cos 2\alpha \cos \frac{\pi}{3} + \sin 2\alpha \sin \frac{\pi}{3} = (2\cos^2 \alpha - 1) \cdot \frac{1}{2} + 2\sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $= \cos^2 \alpha - \frac{1}{2} + \sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha = -1$ .

**Cách 2:** Từ giả thiết suy ra  $\alpha = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow P = \cos \pi = -1$ .

**Câu 8:** Cho dãy số  $(u_n)$  có:  $u_n = \frac{2n^2 + 3}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Chọn khẳng định đúng

- A.  $u_3 = 3$ .      B.  $u_{2023} > u_{2024}$ .  
 C.  $u_1 = 1$ .      **D. Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.**

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = \frac{2+3}{1} = 5; u_3 = \frac{2 \cdot 3^2 + 3}{3} = 7$

$u_{2023} = \frac{2 \cdot 2023^2 + 3}{2023} = 2023 + \frac{3}{2023}$

$u_{2024} = \frac{2 \cdot 2024^2 + 3}{2024} = 2024 + \frac{3}{2024}$

$\Rightarrow u_{2024} > u_{2023}$ .

Do đó, khẳng định đúng là **D**.

**Câu 9:** Miền giá trị của hàm số  $y = 2\cos x + 1$  là:

- A.  $[-2; 2]$ .      **B.  $[-1; 3]$ .**      C.  $[1; 3]$ .      D.  $[-1; 1]$ .

**Giải**

$\forall x \in \mathbb{R}$ , ta có:  $-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\cos x \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq 2\cos x + 1 \leq 3$

Vậy miền giá trị của hàm số  $y = 2\cos x + 1$  là  $T = [-1; 3]$ .

**Câu 10:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .      **D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .**

**Lời giải**

Hàm số xác định khi  $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 3x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 11:** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.**  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n \end{cases}$ .      B.  $u_n = 2^n + 1$ .      C.  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ .      D.  $u_n = \frac{2n-3}{5}$ .

### Lời giải

Ta có dãy số  $(u_n)$  cho bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n \end{cases}$  là cấp số nhân với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ .

**Câu 12:** Tính tổng  $S$  các nghiệm của phương trình  $2\cos x - 1 = 0$  trên đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

- A.  $S = 0$ .      B.  $S = \frac{7\pi}{3}$ .      **C.  $S = \frac{13\pi}{3}$ .**      D.  $S = \frac{5\pi}{3}$ .

### Lời giải

Phương trình  $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**TH1:**  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$0 \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{13}{12}$$

Do  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1\}$  suy ra  $x \in \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right\}$ .

**TH2:**  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$0 \leq x \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow 0 \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{17}{12}$$

Do  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k = 1$  suy ra  $x = \frac{5\pi}{3}$ .

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn  $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$  là  $S = \frac{13\pi}{3}$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô tả bởi công thức  $h(t) = 30 + 4\sin\frac{\pi}{12}(t - 8)$ , với  $h$  được tính bằng độ  $C$  và  $t$  là thời gian trong ngày tính bằng giờ.

a) Hàm số  $h(t)$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

b) Chu kì của hàm số  $h(t)$  là  $\frac{1}{12}$ .

c) Hàm số  $h(t)$  là hàm số lẻ.

d) Biên độ nhiệt trong ngày (độ chênh lệch giữa nhiệt độ cao nhất và thấp nhất) của thành phố là  $8^{\circ}C$ .

### Lời giải

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng**

a) Hàm số  $h(t)$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ . **a) Đúng.**

b) Chu kì của hàm số  $h(t)$  là  $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{12}} = 24$ . **b) Sai.**

c) Hàm số không phải là hàm số lẻ. **c) Sai**

d) Ta có:

$$-1 \leq \sin\frac{\pi}{12}(t - 8) \leq 1 \Leftrightarrow -4 \leq 4\sin\frac{\pi}{12}(t - 8) \leq 4$$

$$\Leftrightarrow 26 \leq 30 + 4 \sin \frac{\pi}{12}(t-8) \leq 34 \Leftrightarrow 26 \leq h(t) \leq 34.$$

Do đó, nhiệt độ cao nhất trong ngày là  $34^\circ\text{C}$  và nhiệt độ thấp nhất trong ngày là  $26^\circ\text{C}$ .  
Biên độ là  $34-26=8^\circ\text{C}$  **d) Đúng.**

**Câu 2:** Cho các hàm số sau:  $f(x) = 3 \sin^3 x$ ;  $g(x) = -5 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ . Khi đó

- a) Tập xác định hàm số  $f(x)$  là  $D = \mathbb{R}$ .
- b) Hàm số  $f(x)$  đã cho là hàm số chẵn.
- c) Tập xác định hàm số  $g(x)$  là  $D = \mathbb{R}$ .
- d) Hàm số  $g(x)$  đã cho là hàm số lẻ.

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai**

a) Đ Tập xác định  $D = \mathbb{R}$

b) S  $\forall x \in D$  thì  $-x \in D$ , ta có  $f(-x) = 3 \sin^3(-x) = -3 \sin^3 x = -f(x)$ .

Do đó hàm số đã cho là hàm số lẻ.

c) Đ Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

d) S  $\forall x \in D$  thì  $-x \in D$ , ta có

$$\begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{12}\right) = -5 \cos\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -5 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-5\sqrt{3}}{2} \\ f\left(\frac{\pi}{12}\right) = -5 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -5 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f\left(-\frac{\pi}{12}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{12}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{12}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{12}\right) \end{cases}$$

Do đó hàm số đã cho không chẵn, không lẻ.

**Câu 3:** Cho phương trình lượng giác  $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{2} = 0$ , khi đó:

- a) Phương trình tương đương  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- b) Phương trình có nghiệm là:  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .
- c) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng  $\frac{2\pi}{3}$ .

d) Tổng các nghiệm âm của phương trình đã cho trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là  $\frac{-5\pi}{12}$

**Lời giải**

**a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng**

a) Ta có:  $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{12} = \pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là:  $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

c) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng  $\min\left\{\frac{11\pi}{12}; \frac{2\pi}{3}\right\} = \frac{2\pi}{3}$

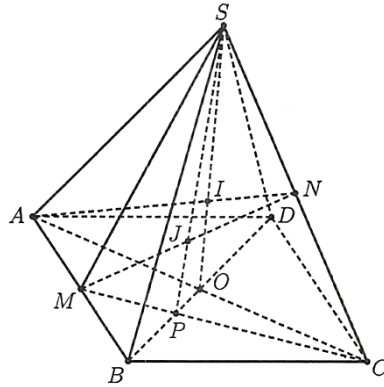
d) Các nghiệm âm trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là  $\frac{-\pi}{12}$  và  $\frac{-\pi}{3}$  có tổng là  $\frac{-5\pi}{12}$

**Câu 4:** Cho hình bình hành  $ABCD$  và một điểm  $S$  không thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$ , các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng  $AB, SC$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- $SO$  giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .
- Giao điểm của  $I$  của đường thẳng  $AN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm nằm trên đường thẳng  $SO$ .
- Giao điểm của  $J$  của đường thẳng  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm nằm trên đường thẳng  $SD$ .
- Ba điểm  $I, J, B$  thẳng hàng.

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng**



a)  $SO$  giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

b) Tìm giao điểm  $I$  của  $AN$  và mặt phẳng  $(SBD)$ :

Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $O = AC \cap BD$ ;

Trong mặt phẳng  $(SAC)$ , gọi  $I = SO \cap AN$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} I \in AN \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AN \cap (SBD).$$

c) Tìm giao điểm  $J$  của  $MN$  và mặt phẳng  $(SBD)$ :

Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $P = CM \cap BD$ ;

Trong mặt phẳng  $(SCM)$ , gọi  $J = MN \cap SP$ ;

$$\text{Ta có: } \begin{cases} J \in MN \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J = MN \cap (SBD).$$

d) Chứng minh  $I, J, B$  thẳng hàng:

Dễ thấy  $B \in (ABN) \cap (SBD)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} I \in AN, AN \subset (ABN) \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABN) \cap (SBD).$$

$$\text{Tương tự: } \begin{cases} J \in MN, MN \subset (ABN) \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (ABN) \cap (SBD).$$

Từ, suy ra  $B, I, J$  cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABN)$  và  $(SBD)$  nên ba điểm này thẳng hàng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho biết  $\cot x = \frac{1}{2}$ . Tính giá trị biểu thức  $A = \frac{2}{2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x}$ .

(Làm tròn kết quả đến 2 chữ số sau dấu phẩy).

**Lời giải**

**Đáp án: 1,81**

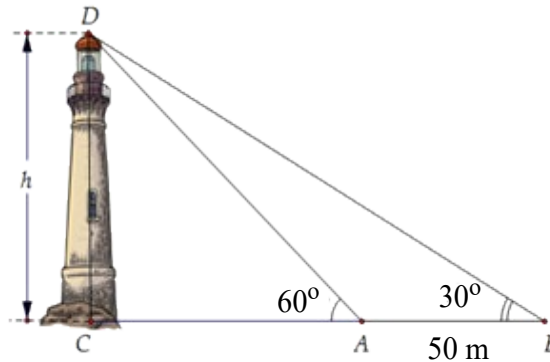
$$A = \frac{2}{2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x}$$

$$A = \frac{\frac{2}{\sin^2 x}}{2 - \sqrt{3} \cot x + \cot^2 x} = \frac{2(1 + \cot^2 x)}{2 - \sqrt{3} \cot x + \cot^2 x} = \frac{2\left(1 + \frac{1}{4}\right)}{2 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{4}} \approx 1,81$$

**Câu 2:** Giả sử  $CD = h$  là chiều cao của tháp trong đó  $C$  là chân tháp. Chọn hai điểm  $A, B$  trên mặt đất sao cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng. Ta đo được  $AB = 50m$ ,  $\widehat{CAD} = 60^\circ$ ;  $\widehat{CBD} = 30^\circ$ . Chiều cao  $h$  của khối tháp bằng bao nhiêu mét.

**Lời giải**

**Đáp án: 43,3**



Ta có  $\widehat{CAD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABD$  ta có:  $\frac{AB}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{BD}{\sin \widehat{BAD}} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAD}}{\sin \widehat{ADB}}$

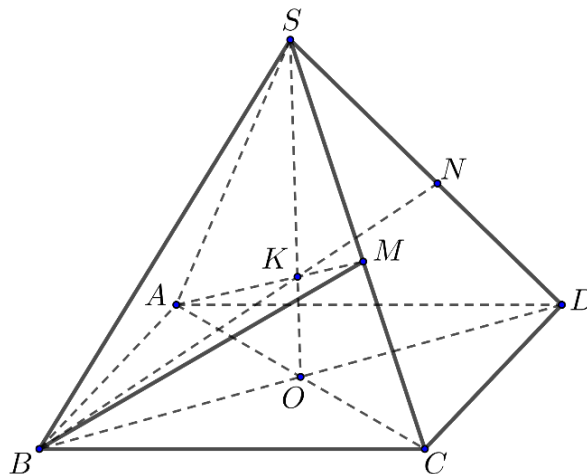
Tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$  nên có:  $\sin \widehat{CBD} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin \widehat{CBD}$

Vậy  $CD = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAD} \cdot \sin \widehat{CBD}}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{50 \cdot \sin 120^\circ \cdot \sin 30^\circ}{\sin 30^\circ} = 43,3m$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$ ,  $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$ . Điểm  $M$  là trung điểm  $SC$ . Gọi  $N$  giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(ABM)$ . Tỉ số  $\frac{SN}{SD}$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Đáp án: 0,5**



Chọn mặt phẳng phụ  $(SBD)$  chứa  $SD$ .

Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABM)$ .

Ta có  $B$  là điểm chung thứ nhất của  $(SBD)$  và  $(ABM)$ .

Trong  $(ABCD)$ , ta có  $O = AC \cap BD$ .

Trong  $(SAC)$ , gọi  $K = AM \cap SO$ .

Khi đó  $(SBD) \cap (ABM) = BK$ .

Trong  $(SBD)$  lấy  $N = BK \cap SD$  thì  $N = SD \cap (ABM)$ .

Vì  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  nên  $AC = BD = a\sqrt{2}$

Do đó:  $\triangle SAC$  và  $\triangle SBD$  là các tam giác đều.

Mà  $K = AM \cap SO \Rightarrow K$  là trọng tâm  $\triangle SAC$

$\Rightarrow K$  là trọng tâm  $\triangle SBD \Rightarrow BN$  là trung tuyến của  $\triangle SBD \Rightarrow N$  là trung điểm  $SD$

$$\Rightarrow \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} = 0,5$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = \sin x + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ . Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0; \pi]$ . Tính giá trị của  $M^2 + m^2$ .

**Lời giải**

**Đáp án: 3,75**

$$\text{Ta có } y = \sin x + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right).$$

$$\text{Với } x \in [0; \pi] \text{ ta có } x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right].$$

$$\text{Khi đó } -\frac{1}{2} \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1, \text{ suy ra } -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq y \leq \sqrt{3}$$

$$y = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3};$$

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy trên đoạn  $[0; \pi]$ , hàm số đạt giá trị lớn nhất  $M = \sqrt{3}$  và giá trị nhỏ nhất  $m = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$$\text{Ta có } M^2 + m^2 = 3 + \frac{3}{4} = 3,75.$$

**Câu 5:** Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h(m)$  của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  trong một ngày ( $0 \leq t < 24$ ) cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12$ . Có bao nhiêu thời điểm  $t$  trong một ngày để độ sâu của mực nước là 15m.

**Lời giải**

**Đáp án: 2**

Để độ sâu của mực nước là 15m thì:

$$h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12 = 15 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + 1 = k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t = -\frac{6}{\pi} + 12k (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Do } 0 \leq t < 24 \text{ nên } 0 \leq -\frac{6}{\pi} + 12k < 24$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{\pi} \leq 12k < 24 + \frac{6}{\pi} \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \leq k < 2 + \frac{1}{2\pi}$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{1; 2\}.$$

Với  $k = 1$  thì  $t = -\frac{6}{\pi} + 12.1 \approx 10,09$ ;

Với  $k = 2$  thì  $t = -\frac{6}{\pi} + 12.2 \approx 22,09$ .

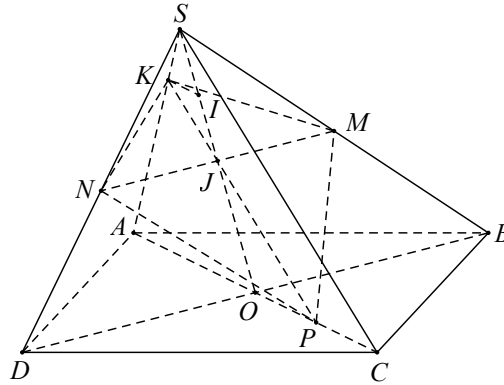
Vậy có 2 thời điểm lúc 10,09 giờ và 22,09 giờ thì mực nước có độ sâu là 15 m.

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$  và  $OC$ . Gọi giao điểm của  $(MNP)$  với  $SA$  là  $K$ . Biết  $KA = m.KS$  ( $m \in \mathbb{R}$ ). Hãy

tính  $\frac{m}{4}$ ?

**Lời giải**

**Đáp án: 0,75**



Gọi  $J = SO \cap MN$ ,  $K = SA \cap PJ$  thì  $K = SA \cap (MNP)$ .

Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$  nên  $J$  là trung điểm của  $SO$ .

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác  $SAO$  với cát tuyến là  $KP$ , ta có:

$$\frac{SK}{KA} \cdot \frac{AP}{PO} \cdot \frac{OJ}{JS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KA} \cdot 3 \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{1}{3} \Rightarrow KA = 3KS.$$

Vậy  $m = 3$ , khi đó  $\frac{m}{4} = 0.75$ .

-----**HẾT**-----



**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Một đường tròn bán kính 7 cm. Cung tròn có góc ở tâm bằng  $54^\circ$  có độ dài là

- A.  $\frac{21}{10}\pi$  (cm).      B.  $\frac{11}{20}\pi$  (cm).      C.  $\frac{63}{20}\pi$  (cm).      D.  $\frac{20}{11}\pi$  (cm).

**Câu 2:** Cho góc lượng giác  $\alpha$  biết  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Xét dấu  $\cos(\pi + \alpha)$  và  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ . Chọn kết quả **đúng**.

- A.  $\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) > 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) < 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) > 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) < 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases}$ .

**Câu 3:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.  $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$       B.  $\cos(a + b) = \cos a + \cos b$   
C.  $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$       D.  $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$

**Câu 4:** Cho  $\sin x = \frac{4}{5}$ . Khi đó  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$  bằng

- A.  $\frac{39}{50}$       B.  $\frac{39}{100}$       C.  $\frac{11}{50}$       D.  $\frac{11}{100}$

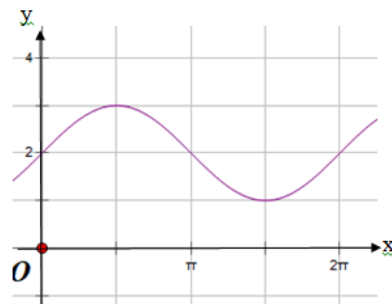
**Câu 5:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{2 \cos x + 3}{\sin^2 x - 1}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 6:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = \cos x \cdot \sin^3 x$ .      B.  $y = \frac{\cot x}{\tan^2 x + 1}$ .  
C.  $y = \cos x \cdot \sin 6x$ .      D.  $y = \sin^{2022} x \cdot \cos x$ .

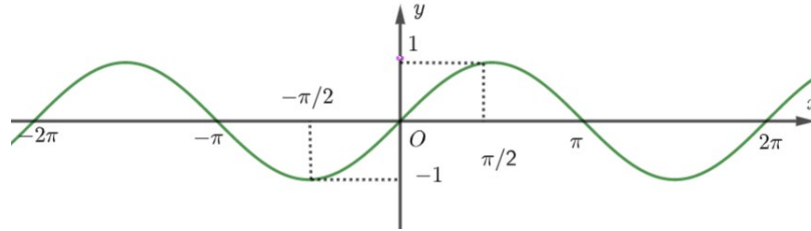
**Câu 7:** Sau khi nghiên cứu quá trình sinh trưởng của một loại virus A trong phòng thí nghiệm các nhà khoa học thấy nó phát triển theo quy luật cho bởi hình vẽ dưới đây với  $x$  là thời gian tính bằng năm,  $y$  là số con.



Quy luật phát triển virus là đồ thị hàm số:

- A.  $y = \sin x + 2$ .      B.  $y = \sin x$ .      C.  $y = \sin 2x$ .      D.  $y = \sin x - 2$ .

**Câu 8:** Cho đồ thị hàm số  $y = \sin x$  trên  $[-2\pi; 2\pi]$  như hình dưới



Hỏi khẳng định nào dưới đây là đúng

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2\pi; -\pi)$ . **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\pi; 0)$ .  
**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2\pi)$ . **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $2 \sin x + 1 = 0$  là

- A.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ . **B.**  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ .  
**C.**  $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ . **D.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ .

**Câu 10:** Các dãy số sau có số dạng tổng quát  $u_n$ , dãy số nào **không phải** là cấp số cộng?

- A.**  $u_n = (n + 3)^2 - n^2$ . **B.** 1; 3; 5; 7; 9. **C.** 13; 17; 21; 25; 29. **D.**  $u_n = 1 + 3^n$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $I$  là điểm trên đoạn thẳng  $AG$ ,  $BI$  cắt mặt phẳng  $(ACD)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ . **B.**  $A, J, M$  thẳng hàng.  
**C.**  $J$  là trung điểm  $AM$ . **D.**  $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.**  $IJCD$  là hình thang. **B.**  $(SAB) \cap (IBC) = IB$ .  
**C.**  $(SBD) \cap (JCD) = JD$ . **D.**  $(IAC) \cap (JBD) = AO$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$  và  $\cot \alpha = -3$ .

- a)**  $\sin \alpha > 0$ .  
**b)**  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ .  
**c)**  $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{10}{21}$ .  
**d)**  $\left[ \tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left( \frac{7\pi}{2} - \alpha \right) \right]^2 + \left[ \cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - \alpha) \right]^2 = 20$ .

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q < 0$  và  $u_2 = 4, u_4 = 9$ .

- a)** Số hạng đầu  $u_1 = -\frac{8}{3}$ .  
**b)** Số hạng  $u_5 = \frac{27}{2}$ .  
**c)**  $-\frac{2187}{32}$  là số hạng thứ 8.

d) Cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 3:** Cho phương trình  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

a) Phương trình có nghiệm  $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{-7\pi}{24} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $\frac{-13\pi}{24}$ .

c) Trên khoảng  $(0; \pi)$  phương trình đã cho có 3 nghiệm.

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$ .

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là một điểm trên cạnh  $BC$ . Gọi  $O = AC \cap BD$  và  $K = AN \cap CD$ . Khi đó:

a)  $SO$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

b) Giao điểm của đường thẳng  $AM$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm nằm trên  $SO$ .

c)  $KM$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(SCD)$ .

d) Giao điểm của đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(AMN)$  là điểm nằm trên  $KM$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \cos^2 x + 2 \sin x + 2$  bằng bao nhiêu?

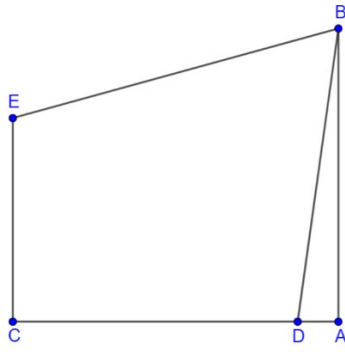
**Câu 2:** Một đồng hồ treo tường, có kim giờ dài 8 cm, kim phút dài 10 cm. Tổng quãng đường mũi kim phút, kim giờ đi được trong 40 phút bằng bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

**Câu 3:** Mỗi lần tim đập, huyết áp của bạn sẽ tăng và sau đó huyết áp của bạn sẽ giảm khi tim nghỉ giữa các nhịp đập. Huyết áp tối đa và tối thiểu lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp thường được viết dưới dạng tỉ lệ tâm thu/tâm trương, một người có huyết áp 120 / 80 được coi là bình thường.

Huyết áp của một người được thể hiện qua hàm số  $\partial(t) = 115 + 25 \sin(160\pi t)$ , trong đó  $\partial(t)$  là huyết áp tính bằng  $mmHg$  tại thời điểm  $t \geq 0$  tính bằng phút.

Độ lệch chỉ số huyết áp của người này so với người bình thường bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 4:** Một hộ dân lắp đặt một camera trên cửa nhà để có thể quan sát được cổng và sân nhà. Cửa nhà tại điểm  $A$  và cổng tại điểm  $C$ ,  $AC = 6(m)$ . Camera được đặt tại vị trí  $B$ , hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt đất trùng với điểm  $A$ ,  $AB = 4(m)$ . Để đảm bảo an ninh, camera có thể quan sát được điểm  $E$  trên cổng,  $CE$  song song  $AB$ ,  $CE = 3(m)$  và vị trí điểm  $D$  thuộc đoạn  $AC$ , cách điểm  $A$  một khoảng  $AD = 0,5(m)$ . Số đo của  $\widehat{DBE}$  bằng bao nhiêu độ. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



**Câu 5:** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn  $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$ . Số đo của góc  $A$  bằng bao nhiêu độ?

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành,  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Gọi  $I$  là giao điểm của đường thẳng  $AM$  với mặt phẳng  $(SBD)$ . Biết  $AI = k.IM$ . Giá trị của  $k$  bằng bao nhiêu?

-----**HẾT**-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Một đường tròn bán kính 7 cm. Cung tròn có góc ở tâm bằng  $54^\circ$  có độ dài là

- A.**  $\frac{21}{10}\pi$  (cm).      **B.**  $\frac{11}{20}\pi$  (cm).      **C.**  $\frac{63}{20}\pi$  (cm).      **D.**  $\frac{20}{11}\pi$  (cm).

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } 54^\circ = \frac{54 \cdot \pi}{180} = \frac{3\pi}{10} \text{ rad.}$$

$$\text{Vậy độ dài cung tròn là: } l = R\alpha = 7 \times \frac{3\pi}{10} = \frac{21\pi}{10} \text{ (cm).}$$

**Câu 2:** Cho góc lượng giác  $\alpha$  biết  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Xét dấu  $\cos(\pi + \alpha)$  và  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ . Chọn kết quả **đúng**.

- A.**  $\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) > 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \end{cases}$       **B.**  $\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) < 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0 \end{cases}$       **C.**  $\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) > 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases}$       **D.**  $\begin{cases} \cos(\pi + \alpha) < 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} 2\pi < \pi + \alpha < \frac{5\pi}{2} \\ 0 < \frac{3\pi}{2} - \alpha < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\pi + \alpha) > 0 \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0 \end{cases}$$

**Câu 3:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.**  $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ .      **B.**  $\cos(a + b) = \cos a + \cos b$ .  
**C.**  $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ .      **D.**  $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$$

**Câu 4:** Cho  $\sin x = \frac{4}{5}$ . Khi đó  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$  bằng

- A.**  $\frac{39}{50}$ .      **B.**  $\frac{39}{100}$ .      **C.**  $\frac{11}{50}$ .      **D.**  $\frac{11}{100}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} - \cos 2x \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - 1 + 2 \sin^2 x \right) = \frac{1}{2} \left( 2 \sin^2 x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \left[ 2 \left( \frac{4}{5} \right)^2 - \frac{1}{2} \right] = \frac{39}{100}. \end{aligned}$$

**Câu 5:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{2 \cos x + 3}{\sin^2 x - 1}$  là

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .  
**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải**

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \sin^2 x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

**Câu 6:** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

**A.**  $y = \cos x \cdot \sin^3 x$ .

**B.**  $y = \frac{\cot x}{\tan^2 x + 1}$ .

**C.**  $y = \cos x \cdot \sin 6x$ .

**D.**  $y = \sin^{2022} x \cdot \cos x$ .

**Lời giải**

+ Với hàm số  $y = f(x) = \cos x \cdot \sin^3 x$ ,

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Với mọi  $x \in D$  thì  $f(-x) = \cos(-x) \cdot \sin^3(-x) = -\cos x \cdot \sin^3 x \neq f(x)$  nên hàm số  $y = \cos x \cdot \sin^3 x$  không phải hàm số chẵn.

+ Với hàm số  $y = f(x) = \frac{\cot x}{\tan^2 x + 1}$ ,

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Với mọi  $x \in D$  thì  $f(-x) = \frac{\cot(-x)}{\tan^2(-x) + 1} = -\frac{\cot x}{\tan^2 x + 1} \neq f(x)$  nên hàm số  $y = \cos x \cdot \sin^3 x$

không phải hàm số chẵn.

+ Với hàm số  $y = f(x) = \cos x \cdot \sin 6x$ ,

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

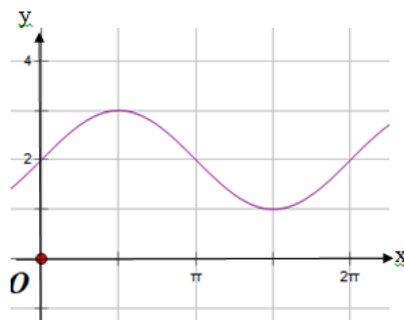
Với mọi  $x \in D$  thì  $f(-x) = \cos(-x) \cdot \sin[6(-x)] = -\cos x \cdot \sin 6x \neq f(x)$  nên hàm số  $y = \cos x \cdot \sin 6x$  không phải là hàm số chẵn.

+ Với hàm số  $y = f(x) = \sin^{2022} x \cdot \cos x$ ,

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Với mọi  $x \in D$  thì  $-x \in D$  và  $f(-x) = [\sin(-x)]^{2022} \cdot \cos(-x) = \sin^{2022} x \cdot \cos x = f(x)$  nên hàm số  $y = \sin^{2022} x \cdot \cos x$  là hàm số chẵn.

**Câu 7:** Sau khi nghiên cứu quá trình sinh trưởng của một loại virus  $A$  trong phòng thí nghiệm các nhà khoa học thấy nó phát triển theo quy luật cho bởi hình vẽ dưới đây với  $x$  là thời gian tính bằng năm,  $y$  là số con.



Quy luật phát triển virus là đồ thị hàm số:

**A.**  $y = \sin x + 2$ .

**B.**  $y = \sin x$ .

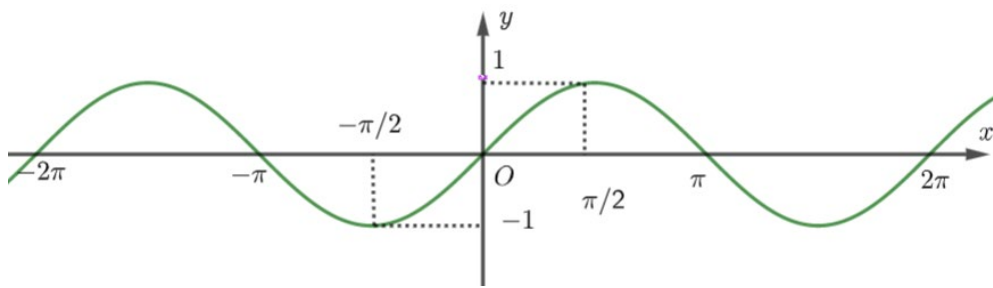
**C.**  $y = \sin 2x$ .

**D.**  $y = \sin x - 2$ .

**Lời giải**

Ta có đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ là  $(0; 2), (\pi; 2), (2\pi; 2)$  nên nó là đồ thị của hàm số  $y = \sin x + 2$ .

**Câu 8:** Cho đồ thị hàm số  $y = \sin x$  trên  $[-2\pi; 2\pi]$  như hình dưới



Hỏi khẳng định nào dưới đây là đúng

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2\pi; -\pi)$ . **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\pi; 0)$ .  
**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2\pi)$ . **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số đồng biến trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $2\sin x + 1 = 0$  là

- A.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ . **B.**  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ .  
**C.**  $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ . **D.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } 2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ .

**Câu 10:** Các dãy số sau có số dạng tổng quát  $u_n$ , dãy số nào **không phải** là cấp số cộng?

- A.**  $u_n = (n + 3)^2 - n^2$ . **B.** 1; 3; 5; 7; 9. **C.** 13; 17; 21; 25; 29. **D.**  $u_n = 1 + 3^n$ .

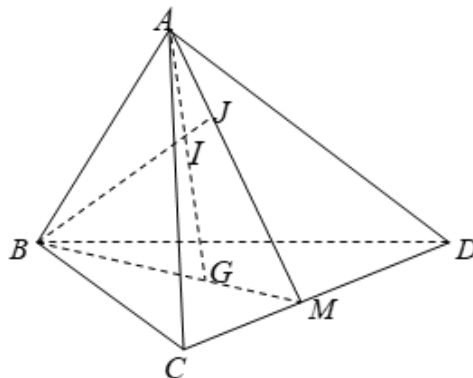
**Lời giải**

Xét  $u_n = 1 + 3^n$ . Ta có  $u_{n+1} - u_n = 1 + 3^{n+1} - (1 + 3^n) = 2 \cdot 3^n$ . Nên  $(u_n)$  không phải là cấp số cộng.

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $I$  là điểm trên đoạn thẳng  $AG$ ,  $BI$  cắt mặt phẳng  $(ACD)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ . **B.**  $A, J, M$  thẳng hàng.  
**C.**  $J$  là trung điểm  $AM$ . **D.**  $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$ .

**Lời giải**



Ta có  $A \in (ACD) \cap (ABG)$ ,  $\begin{cases} M \in BG \\ M \in CD \end{cases} \Rightarrow M \in (ACD) \cap (ABG)$  nên  $AM = (ACD) \cap (ABG)$ .

Nên  $AM = (ACD) \cap (ABG)$  vậy A đúng.

$A, J, M$  cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt  $(ACD), (ABG)$  nên  $A, J, M$  thẳng hàng, vậy B đúng.

Vì  $I$  là điểm tùy ý trên  $AG$  nên  $J$  không phải lúc nào cũng là trung điểm của  $AM$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SB$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

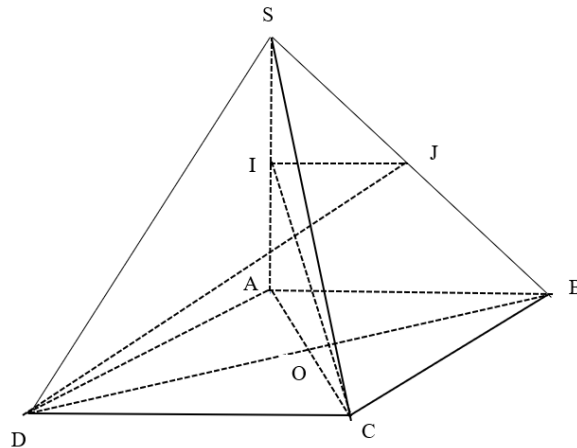
A.  $IJCD$  là hình thang.

B.  $(SAB) \cap (IBC) = IB$ .

C.  $(SBD) \cap (JCD) = JD$ .

D.  $(IAC) \cap (JBD) = AO$ .

**Lời giải**



Ta có:

$$\begin{aligned} O \in AC &\Rightarrow O \in (IAC) \\ O \in BD &\Rightarrow O \in (JBD) \end{aligned} \Rightarrow O \in (IAC) \cap (JBD) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} S \in IA &\Rightarrow S \in (IAC) \\ S \in JB &\Rightarrow S \in (JBD) \end{aligned} \Rightarrow S \in (IAC) \cap (JBD) \quad (2)$$

Từ và suy ra  $(IAC) \cap (JBD) = SO$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\frac{-\pi}{2} < \alpha < 0$  và  $\cot \alpha = -3$ .

a)  $\sin \alpha > 0$ .

b)  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ .

c)  $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha} = \frac{10}{21}$ .

d)  $\left[ \tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left( \frac{7\pi}{2} - \alpha \right) \right]^2 + \left[ \cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - \alpha) \right]^2 = 20$ .

**Lời giải**

**a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng**

a) Sai: Do  $\frac{-\pi}{2} < \alpha < 0$  nên  $\sin \alpha < 0$ .

b) Đúng:

Từ hệ thức  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ , suy ra  $\sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ .

c) Đúng:

Xét biểu thức  $P = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^3 \alpha + 3 \sin^3 \alpha + 2 \cos \alpha}$

Chia cả tử và mẫu cho  $\sin^3 \alpha$  ta được:

$$P = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{\frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} + 3 + 2 \frac{\cos \alpha}{\sin^3 \alpha}} = \frac{\cot \alpha \cdot (1 + \cot^2 \alpha) - (1 + \cot^2 \alpha)}{\cot^3 \alpha + 3 + 2 \cdot \cot \alpha \cdot (1 + \cot^2 \alpha)}$$

Thay  $\cot \alpha = -3$  vào  $P$  ta được  $P = \frac{10}{21}$ .

**d) Đúng:**

Ta có  $\tan \frac{17\pi}{4} = \tan \left( \frac{\pi}{4} + 4\pi \right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$ ;  $\tan \left( \frac{7\pi}{2} - \alpha \right) = \cot \alpha$ .

Và  $\cot \frac{13\pi}{4} = \cot \left( \frac{\pi}{4} + 3\pi \right) = \cot \frac{\pi}{4} = 1$ ;  $\cot (7\pi - \alpha) = -\cot \alpha$

Suy ra  $\left[ \tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left( \frac{7\pi}{2} - \alpha \right) \right]^2 + \left[ \cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - \alpha) \right]^2$   
 $= (1 + \cot \alpha)^2 + (1 - \cot \alpha)^2 = 2 + 2 \cot^2 \alpha = 2 + 2 \cdot (-3)^2 = 20$ .

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q < 0$  và  $u_2 = 4, u_4 = 9$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Số hạng đầu  $u_1 = -\frac{8}{3}$ .

b) Số hạng  $u_5 = \frac{27}{2}$ .

c)  $-\frac{2187}{32}$  là số hạng thứ 8.

d) Cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng**

Ta có:  $u_4 = u_3 \cdot q = u_2 \cdot q \cdot q = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{u_4}{u_2} = \frac{9}{4}$ .

Mà  $q < 0 \Rightarrow q = -\frac{3}{2}$ .

a) Ta có:  $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{4}{-\frac{3}{2}} = -\frac{8}{3}$ . Suy ra a) đúng.

b) Ta có:  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = -\frac{27}{2}$ . Suy ra b) sai.

c) Ta có:  $u_8 = u_1 \cdot q^7 = -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7 = \frac{729}{16}$ . Suy ra c) sai.

d) Đúng.

**Câu 3:** Cho phương trình  $\cos \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

a) Phương trình có nghiệm  $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{-7\pi}{24} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

- b)** Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $\frac{-13\pi}{24}$ .
- c)** Trên khoảng  $(0; \pi)$  phương trình đã cho có 3 nghiệm.
- d)** Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$ .

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng**

$$\text{Ta có: } \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{24} + k\pi \\ x = \frac{-7\pi}{24} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vậy } \mathbf{a) \text{ đúng.}}$$

$$\text{Ta có: } x = \frac{11\pi}{24} + k\pi < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{11}{24}.$$

Vậy nghiệm âm lớn nhất trong trường hợp này ứng với  $k = -1$  là  $\frac{-13\pi}{24}$ .

$$x = \frac{-7\pi}{24} + k\pi < 0 \Leftrightarrow k < \frac{7}{24}.$$

Vậy nghiệm âm lớn nhất trong trường hợp này ứng với  $k = 0$  là  $\frac{-7\pi}{24}$ .

Do đó phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $\frac{-7\pi}{24}$ . Đáp án **b) sai**.

$$\text{Ta có: } x = \frac{11\pi}{24} + k\pi \Rightarrow 0 < \frac{11\pi}{24} + k\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{-11}{24} < k < \frac{13}{24}, \text{ mà } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0. \text{ Vậy } x = \frac{11\pi}{24}.$$

Tương tự  $x = \frac{-7\pi}{24} + k\pi$  chỉ có  $x = \frac{17\pi}{24} \in (0; \pi)$ . Do đó **c) sai** và **d) đúng**.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là một điểm trên cạnh  $BC$ . Gọi  $O = AC \cap BD$  và  $K = AN \cap CD$ . Khi đó:

- a)**  $SO$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .
- b)** Giao điểm của đường thẳng  $AM$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là điểm nằm trên  $SO$ .
- c)**  $KM$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(SCD)$ .
- d)** Giao điểm của đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(AMN)$  là điểm nằm trên  $KM$ .

**Lời giải**

**a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng**



**Câu 2:** Một đồng hồ treo tường, có kim giờ dài 8 cm, kim phút dài 10 cm. Tổng quãng đường mũi kim phút, kim giờ đi được trong 40 phút bằng bao nhiêu cm?

**Lời giải**

**Đáp án:** 44,7.

Trong 40 phút, kim phút quay được một góc là  $\frac{4\pi}{3}$  rad.

Quãng đường kim phút đi được là  $S_1 = \frac{4\pi}{3} \cdot 10 = \frac{40\pi}{3}$  (cm)

Trong 40 phút kim giờ quay được một góc là  $\frac{\pi}{9}$  rad.

Quãng đường kim giờ đi được là  $S_2 = \frac{\pi}{9} \cdot 8 = \frac{8\pi}{9}$  (cm)

Vậy tổng quãng đường cần tìm là  $S = S_1 + S_2 = \frac{40\pi}{3} + \frac{8\pi}{9} = \frac{128}{9}\pi \approx 44,7$  (cm).

**Câu 3:** Mỗi lần tim đập, huyết áp của bạn sẽ tăng và sau đó huyết áp của bạn sẽ giảm khi tim nghỉ giữa các nhịp đập. Huyết áp tối đa và tối thiểu lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp thường được viết dưới dạng tỉ lệ tâm thu/tâm trương, một người có huyết áp 120 / 80 được coi là bình thường.

Huyết áp của một người được thể hiện qua hàm số  $\partial(t) = 115 + 25 \sin(160\pi t)$ , trong đó  $\partial(t)$  là huyết áp tính bằng mmHg tại thời điểm  $t \geq 0$  tính bằng phút.

Độ lệch chỉ số huyết áp của người này so với người bình thường bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,06.

Ta có

$$-1 \leq \sin(160\pi t) \leq 1, \forall t$$

$$\Leftrightarrow 90 \leq 115 + 25 \sin(160\pi t) \leq 140, \forall t$$

$$\Leftrightarrow 90 \leq \partial(t) \leq 140, \forall t.$$

Khi đó  $\max \partial(t) = 140$  khi  $\sin(160\pi t) = 1 \Leftrightarrow 160\pi t = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t = \frac{1}{320} + \frac{k}{80}, (k \in \mathbb{Z})$ .

Vì  $t \geq 0$  nên  $t = \frac{1}{320} + \frac{k}{80}, (k \in \mathbb{N})$ .

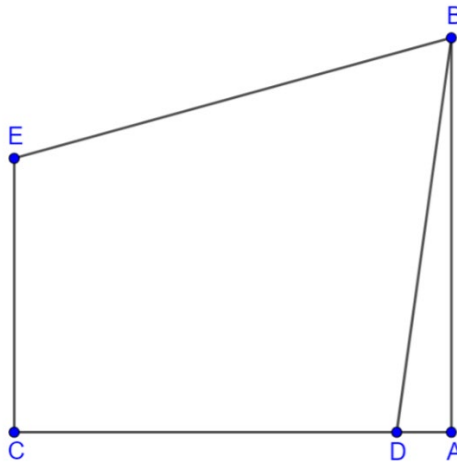
Tương tự  $\min \partial(t) = 90$  khi  $\sin(160\pi t) = -1 \Leftrightarrow 160\pi t = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{320} + \frac{k}{80}, (k \in \mathbb{Z})$ . Vì  $t \geq 0$  nên  $t = -\frac{1}{320} + \frac{k}{80}, (k \in \mathbb{N}^*)$ .

Khi đó, chỉ số huyết áp của người này là  $140 / 90 = \frac{140}{90}$ .

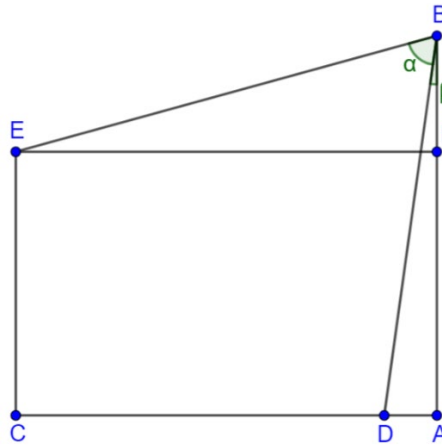
Độ lệch cần tìm  $\frac{140}{90} - \frac{120}{80} \approx 0,06$ .

**Câu 4:** Một hộ dân lắp đặt một camera trên cửa nhà để có thể quan sát được cổng và sân nhà. Cửa nhà tại điểm A và cổng tại điểm C,  $AC = 6(m)$ . Camera được đặt tại vị trí B, hình chiếu vuông góc của B lên mặt đất trùng với điểm A,  $AB = 4(m)$ . Để đảm bảo an ninh, camera có thể quan sát được điểm E trên cổng, CE song song AB,  $CE = 3(m)$  và vị trí điểm D thuộc đoạn AC, cách điểm A một khoảng  $AD = 0,5(m)$ . Số đo của  $\widehat{DBE}$  bằng bao nhiêu độ.



**Lời giải**

**Đáp án:** 73,4.



Gọi  $F$  là hình chiếu vuông góc của  $E$  lên  $AB$ . Đặt góc  $\widehat{ABE} = \alpha$ ;  $\widehat{ABD} = \beta$ .

Ta có:  $EF = AC = 6(m)$ ,  $BF = AB - AF = AB - CE = 4 - 3 = 1(m)$ .

Xét  $\triangle BEF$  vuông tại  $F$ :  $BE = \sqrt{BF^2 + FE^2} = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}(m)$ . Áp dụng hệ thức lượng trong

tam giác vuông ta có:  $\sin \alpha = \frac{EF}{BE} = \frac{6}{\sqrt{37}}$ ;  $\cos \alpha = \frac{BF}{BE} = \frac{1}{\sqrt{37}}$ .

Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $A$ :  $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{65}}{2}$ . Áp dụng hệ thức lượng trong

tam giác vuông ta có:  $\sin \beta = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{\sqrt{65}}$ ;  $\cos \beta = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{\sqrt{65}}$ .

Áp dụng công thức cộng ta có:  $\sin \widehat{DBE} = \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$

$$\Leftrightarrow \sin \widehat{DBE} = \frac{6}{\sqrt{37}} \cdot \frac{8}{\sqrt{65}} - \frac{1}{\sqrt{37}} \cdot \frac{1}{\sqrt{65}} = \frac{47}{\sqrt{2405}} \Rightarrow \widehat{DBE} \approx 73,4^\circ.$$

**Cách 2:**

Ta có:  $\tan \widehat{ABE} = \tan \alpha = \frac{EF}{BF} = 6$ ,  $\tan \widehat{ABD} = \tan \beta = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{8}$

$\tan \widehat{BDE} = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{47}{14} \Rightarrow \widehat{BDE} \approx 73,4^\circ$ .

**Câu 5:** Cho tam giác  $ABC$  thỏa mãn  $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$ . Số đo của góc  $A$  bằng bao nhiêu độ?

**Lời giải**

**Đáp án:** 90

**Cách 1:**

Ta có:  $0^\circ < A < 180^\circ \Rightarrow 0^\circ < \frac{A}{2} < 90^\circ \Rightarrow \cos \frac{A}{2} > 0$ . Khi đó :

$$\begin{aligned} \sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} &\Leftrightarrow \sin A = \frac{2 \sin \left( \frac{B+C}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{B-C}{2} \right)}{2 \cos \left( \frac{B+C}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{B-C}{2} \right)} \\ \Leftrightarrow \sin A = \frac{\sin \left( \frac{B+C}{2} \right)}{\cos \left( \frac{B+C}{2} \right)} &\Leftrightarrow \sin A = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \Leftrightarrow 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} = \frac{\cos \frac{A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \\ \Leftrightarrow 2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 &\Leftrightarrow \cos A = 0 \Leftrightarrow A = 90^\circ. \end{aligned}$$

**Cách 2 :** Ta có :  $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} \Leftrightarrow \sin A (\cos B + \cos C) = \sin B + \sin C$

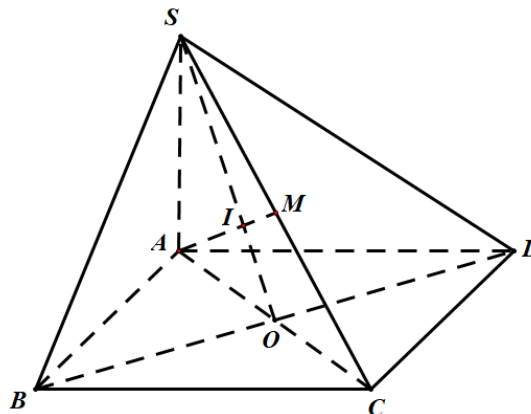
$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{a}{2R} \left( \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) &= \frac{b+c}{2R} \Leftrightarrow b(c^2 + a^2 - b^2) + c(a^2 + b^2 - c^2) = 2b^2c + 2c^2b. \\ \Leftrightarrow (b+c)(b^2 + c^2) - a^2(b+c) &= 0 \Leftrightarrow (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2. \end{aligned}$$

Suy ra tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  hay góc  $A = 90^\circ$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành,  $M$  là trung điểm của  $SC$ . Gọi  $I$  là giao điểm của đường thẳng  $AM$  với mặt phẳng  $(SBD)$ . Biết  $AI = k.IM$ . Giá trị của  $k$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Đáp án:** 2.



Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $O = AC \cap BD$ . Khi đó  $(SAC) \cap (SBD) = SO$ .

Trong mặt phẳng  $(SAC)$ , gọi  $I = AM \cap SO$ . Hơn nữa  $SO \subset (SBD)$  nên  $I = AM \cap (SBD)$ .

Đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $O = AC \cap BD$  nên  $O$  là trung điểm của  $AC$ .

Ta cũng có  $M$  là trung điểm của  $SC$  nên  $AM$  và  $SO$  là hai đường trung tuyến của  $\Delta SAC$ .

Do đó  $I$  là trọng tâm của  $\Delta SAC$ . Theo tính chất của trọng tâm tam giác, ta có  $IA = 2IM$ .

Vậy  $k = 2$ .

-----**HẾT**-----



**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $AC \cap BD = M$  và  $AB \cap CD = N$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng

- A.  $SN$ .                      B.  $SA$ .                      C.  $MN$ .                      D.  $SB$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình bình hành, điểm  $M$  thuộc cạnh  $SA$ . Điểm  $M$  nằm trên mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(SAC)$ .                      B.  $(SBC)$ .                      C.  $(SCD)$ .                      D.  $(ABCD)$

**Câu 3:** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 4, u_2 = 20$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân này bằng

- A. 24.                              B. 5.                              C. 16.                              D. 4.

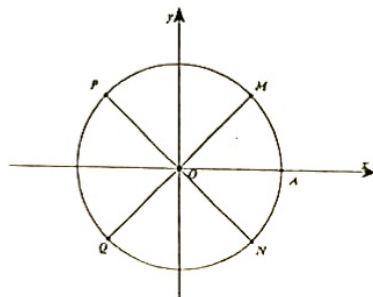
**Câu 4:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.  
 B. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.  
 C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.  
 D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

**Câu 5:** Trong không gian, hai đường thẳng song song với nhau khi và chỉ khi:

- A. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba.  
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung.  
 C. Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.  
 D. Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng.

**Câu 6:** Trên đường tròn lượng giác cho các điểm  $M, N, P, Q$ .



Điểm nào biểu diễn góc lượng giác  $-\frac{\pi}{4}$ .

- A.  $N$ .                              B.  $M$ .                              C.  $Q$ .                              D.  $P$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $u_3 = \frac{17}{12}$ .                      B.  $u_3 = \frac{7}{4}$ .                      C.  $u_3 = \frac{71}{39}$ .                      D.  $u_2 = \frac{1}{4}$ .

**Câu 8:** Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số  $y = \cot x$ ?

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .                      B.  $D = [-1; 1]$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  là:

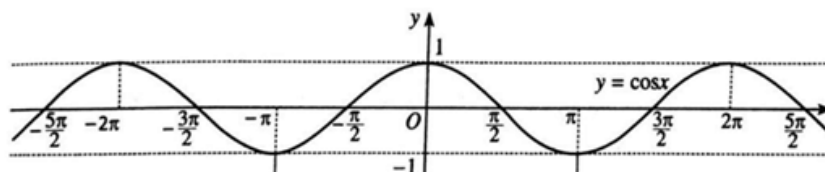
A.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

B.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

C.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \cos x$  như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số  $y = \cos x$  nghịch biến trên khoảng  $(-\pi; \pi)$ .

B. Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C. Hàm số  $y = \cos x$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .

D. Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ .

**Câu 11:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \frac{15}{4}$ .

B. 21, -3, -27, -51, -75.

C.  $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ .

D.  $\frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{60}$ .

**Câu 12:** Khẳng định nào sau đây là sai?

A.  $2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ .

B.  $\cos 2\alpha = 2\cos \alpha - 1$ .

C.  $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$ .

D.  $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$ .

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MCD)$  và  $(SAB)$ .

A.  $MA$ .

B.  $My$  và  $My // BC$ .

C.  $MO$ .

D.  $Mx$  và  $Mx // AB$ .

**Câu 14:** Rút gọn biểu thức  $\sin(a - 17^\circ)\cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ)\cos(a - 17^\circ)$ , ta được

A.  $\cos 2a$ .

B.  $\sin 2a$ .

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 15:** Cho  $\sin x = \frac{3}{5}$  và góc  $x$  thỏa mãn  $0^\circ < x < 90^\circ$ . Khi đó

A.  $\cos x = -\frac{4}{5}$ .

B.  $\cos x = \frac{3}{4}$ .

C.  $\cos x = \frac{4}{5}$ .

D.  $\cos x = -\frac{3}{4}$ .

**Câu 16:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = -2$ , công bội  $q = -3$ . Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân bằng

A. -145.

B. -160.

C. 29524.

D. -9842.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

- a) Số hạng thứ 5 của dãy số bằng 11.
- b) Số 99 là số hạng thứ 50 của dãy số.
- c) Dãy số đã cho là dãy số giảm.
- d) Tổng của 100 số hạng đầu của dãy số bằng 10000.

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x + 1$ .

- a)  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .
- b) Phương trình  $f(x) = 0$  có họ nghiệm là  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).
- c) Tập giá trị của hàm số là  $[-1; 1]$ .
- d) Phương trình  $f(x) = \cos x$  có ba nghiệm trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ .

**Câu 3:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  là trung điểm  $AD; AC$ ;  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ .

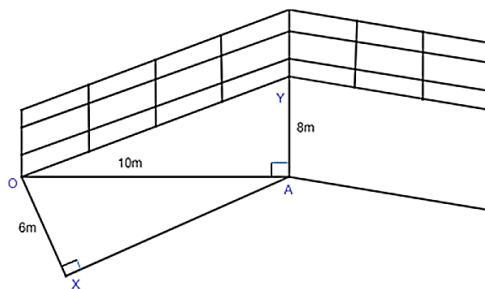
- a) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là  $CD$ .
- b)  $IJ // CD$ .
- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng qua  $BC$ .
- d) Cho biết  $CD = 6$ . Biết  $(GIJ)$  cắt  $BC, BD$  lần lượt tại  $M; N$ . Khi đó  $3IJ + 2MN = 18$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Cho  $\tan x = -\frac{4}{3}$  và  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x}$ .

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{2}$  và công bội  $q = -2$ . Tổng 4 số hạng đầu của cấp số nhân  $(u_n)$  bằng bao nhiêu?

**Câu 3:** Sơ đồ cho thấy một phần cấu trúc kim loại của một cây cầu. Để tiếp tục thi công phần tiếp theo của cây cầu, các kỹ sư cần tính toán các số liệu còn lại. Biết rằng  $\widehat{OAY} = \widehat{OXA} = 90^\circ$ ,  $OA = 10m$ ,  $AY = 8m$ ,  $OX = 6m$ . Hãy tính giá trị của góc  $\widehat{XOY}$ .



**Câu 4:** Một nhà máy tuyển thêm công nhân vào làm việc trong thời hạn ba năm và đưa ra hai phương án lựa chọn về lương như sau:

- **Phương án 1:** Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý lương tháng sẽ tăng thêm 500 nghìn đồng.
- **Phương án 2:** Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý lương tháng sẽ tăng thêm 5%.

Tính độ chênh lệch giữa hai phương án (là giá trị tuyệt đối hiệu kết quả hai phương án; làm tròn đến phần trăm)?

-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $AC \cap BD = M$  và  $AB \cap CD = N$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng

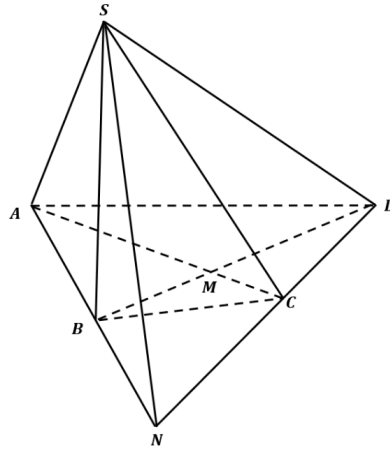
**A.**  $SN$ .

**B.**  $SA$ .

**C.**  $MN$ .

**D.**  $SB$ .

**Lời giải**



Ta có:  $\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \\ S \in (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow S \in (SAB) \cap (SCD)$ .

Lại có:  $\left. \begin{array}{l} N \in AB \subset (SAB) \\ N \in CD \subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow N \in (SAB) \cap (SCD)$ .

$\Rightarrow SN = (SAB) \cap (SCD)$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình bình hành, điểm  $M$  thuộc cạnh  $SA$ . Điểm  $M$  nằm trên mặt phẳng nào sau đây?

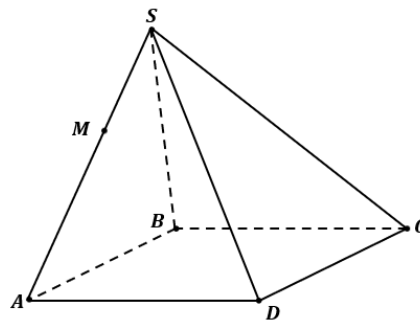
**A.**  $(SAC)$ .

**B.**  $(SBC)$ .

**C.**  $(SCD)$ .

**D.**  $(ABCD)$

**Lời giải**



Vì  $M \in SA \subset (SAC)$  nên  $M \in (SAC)$ .

**Câu 3:** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 4, u_2 = 20$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân này bằng

**A.** 24.

**B.** 5.

**C.** 16.

**D.** 4.

**Lời giải**

Công bội của cấp số nhân này là:  $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{20}{4} = 5$ .

**Câu 4:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

**B.** Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.

**C.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

**D.** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

**Lời giải**

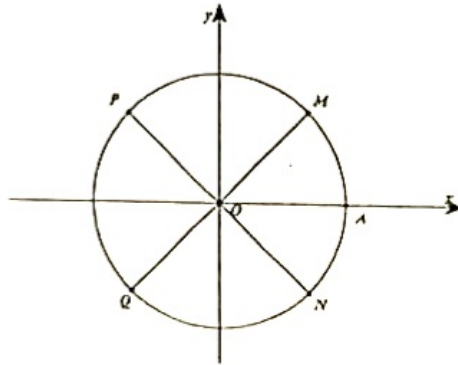
Ý c) sai vì hai đường thẳng không có điểm chung thì hoặc chéo nhau hoặc song song với nhau.

**Câu 5:** Trong không gian, hai đường thẳng song song với nhau khi và chỉ khi:

- A. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba.
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung.
- C. Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.**
- D. Hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng.

**Lời giải**

**Câu 6:** Trên đường tròn lượng giác cho các điểm  $M, N, P, Q$ .



Điểm nào biểu diễn góc lượng giác  $-\frac{\pi}{4}$ .

- A. N.**
- B. M.
- C. Q.
- D. P.

**Lời giải**

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $u_3 = \frac{17}{12}$ .**
- B.  $u_3 = \frac{7}{4}$ .
- C.  $u_3 = \frac{71}{39}$ .
- D.  $u_2 = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_3 = \frac{2 \cdot 3^2 - 1}{3^2 + 3} = \frac{17}{12}$  nên A đúng, B sai, C sai.

$u_2 = \frac{2 \cdot 2^2 - 1}{2^2 + 3} = \frac{7}{7} = 1$  nên D sai.

**Câu 8:** Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số  $y = \cot x$ ?

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .**
- B.  $D = [-1; 1]$ .
- C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- D.  $D = \mathbb{R}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \cot x$  xác định khi  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \cot x$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

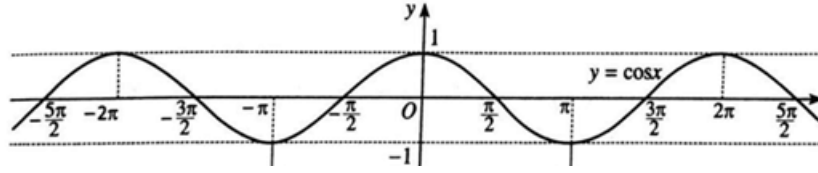
**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  là:

- A.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .
- B.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .
- C.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .
- D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ .**

### Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \cos x$  như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số  $y = \cos x$  nghịch biến trên khoảng  $(-\pi; \pi)$ .
- B. Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .
- C. Hàm số  $y = \cos x$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .
- D. Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ .**

### Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho đi lên trên khoảng  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$  nên hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng  $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ .

**Câu 11:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \frac{15}{4}$ .
- B.  $21, -3, -27, -51, -75$ .**
- C.  $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ .
- D.  $\frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{60}$ .

### Lời giải

Dễ thấy dãy số  $21, -3, -27, -51, -75$  lập thành một cấp số cộng có công sai  $d = -24$

**Câu 12:** Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ .
- B.  $\cos 2\alpha = 2\cos \alpha - 1$ .**
- C.  $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$ .
- D.  $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$ .

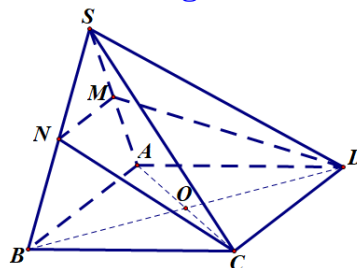
### Lời giải

Ta có  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$  nên chọn đáp án B

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $M$  là trung điểm của  $SA$ . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MCD)$  và  $(SAB)$ .

- A.  $MA$ .
- B.  $My$  và  $My // BC$ .
- C.  $MO$ .
- D.  $Mx$  và  $Mx // AB$ .**

### Lời giải



Ta có  $M$  là một điểm chung của hai mặt  $(MCD)$  và  $(SAB)$ .

Lại có hai mặt  $(MCD)$  và  $(SAB)$  lần lượt chứa  $AB, CD$  và  $AB // CD$  nên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MCD)$  và  $(SAB)$  là đường thẳng  $Mx$  và  $Mx // AB$ .

**Câu 14:** Rút gọn biểu thức  $\sin(a - 17^\circ)\cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ)\cos(a - 17^\circ)$ , ta được

- A.  $\cos 2a$ .                      B.  $\sin 2a$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      **D.  $-\frac{1}{2}$ .**

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} & \sin(a - 17^\circ)\cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ)\cos(a - 17^\circ) \\ &= \sin(a - 17^\circ)\cos(a + 13^\circ) - \cos(a - 17^\circ)\sin(a + 13^\circ) \\ &= \sin((a - 17^\circ) - (a + 13^\circ)) = \sin(-30^\circ) = -\sin(30^\circ) = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

**Câu 15:** Cho  $\sin x = \frac{3}{5}$  và góc  $x$  thỏa mãn  $0^\circ < x < 90^\circ$ . Khi đó

- A.  $\cos x = -\frac{4}{5}$ .                      B.  $\cos x = \frac{3}{4}$ .                      **C.  $\cos x = \frac{4}{5}$ .**                      D.  $\cos x = -\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{4}{5}.$$

Do  $0^\circ < x < 90^\circ$  nên  $\cos x > 0$ , từ đó ta được  $\cos x = \frac{4}{5}$ .

**Câu 16:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = -2$ , công bội  $q = -3$ . Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân bằng

- A.  $-145$ .                      B.  $-160$ .                      **C.  $29524$ .**                      D.  $-9842$ .

**Lời giải**

Ta có tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho là

$$S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{-2(1 - (-3)^{10})}{1 - (-3)} = -\frac{1}{2}(1 - 3^{10}) = 29524.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \in N^* \end{cases}$

- a) Số hạng thứ 5 của dãy số bằng 11.  
b) Số 99 là số hạng thứ 50 của dãy số.  
c) Dãy số đã cho là dãy số giảm.  
d) Tổng của 100 số hạng đầu của dãy số bằng 10000.

**Lời giải**

a. Sai.

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = 2, \forall n \in N^*$  nên  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 2$

$$\text{Do đó: } u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4 \cdot 2 = 9$$

b. Đúng.

$$\text{Ta có: } u_{50} = u_1 + 49d = 1 + 49 \cdot 2 = 99$$

c. Sai.

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = 2 > 0, \forall n \in N^*$  nên  $(u_n)$  là dãy số tăng

d. Đúng.

Ta có:  $S_{100} = \frac{100}{2} \cdot (2u_1 + 99.d) = \frac{100}{2} \cdot (2.1 + 99.2) = 10000$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \cos 2x + 1$ .

a)  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

b) Phương trình  $f(x) = 0$  có họ nghiệm là  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

c) Tập giá trị của hàm số là  $[-1; 1]$ .

d) Phương trình  $f(x) = \cos x$  có ba nghiệm trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ .

**Lời giải**

a) **Đúng** vì  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$ .

b) **Đúng** vì  $f(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

c) **Sai** vì  $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \cos 2x + 1 \leq 2$ , suy ra tập giá trị của  $f(x)$  là  $[0; 2]$ .

d) **Sai** vì:

$$f(x) = \cos x \Leftrightarrow \cos 2x + 1 = \cos x \Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì  $x \in [-\pi; \pi]$  nên với:

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ , ta có:  $-\pi \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq k \leq \frac{1}{2} \Rightarrow k = -1, k = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{2}$ .

$x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ , ta có:  $-\pi \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{1}{3} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$ .

$x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ , ta có:  $-\pi \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{2}{3} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}$ .

Vậy phương trình  $f(x) = \cos x$  có bốn nghiệm trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ .

**Câu 3:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  là trung điểm  $AD; AC$ .  $G$  là trọng tâm tam giác.

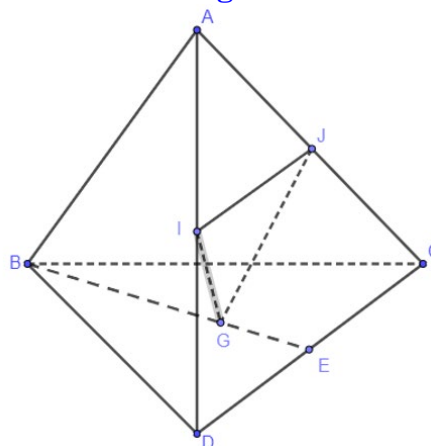
a) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là  $CD$ .

b)  $IJ \parallel CD$ .

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng qua  $BC$ .

d) Cho biết  $CD = 6$ . Biết  $(GIJ)$  cắt  $BC, BD$  lần lượt tại  $M; N$ . Khi đó  $3IJ + 2MN = 18$ .

**Lời giải**



a) **Đúng** vì  $(ACD) \cap (BCD) = CD$ .

b) **Đúng** vì  $(ACD):IJ // DC$ .

c) **Sai** vì

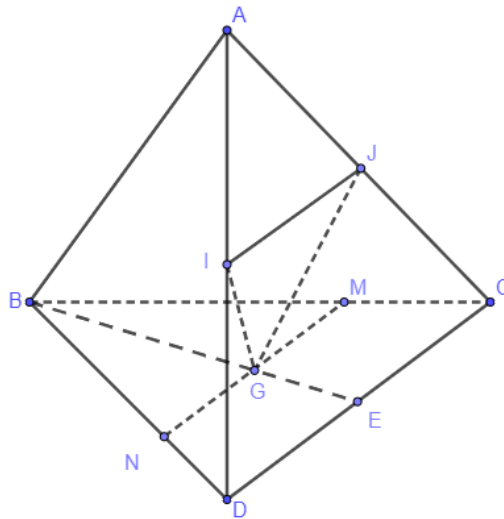
$$\begin{cases} G \in (BCD) \cap (GIJ) \\ CD \subset (BCD) \\ IJ \subset (GIJ) \\ IJ // CD \end{cases}$$

Nên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng  $Gx$  và song song với  $BC$ .

d) **Sai** vì:

$$\text{Ta có } \begin{cases} M = Gx \cap BC \\ N = Gx \cap BD \end{cases}$$

$$\text{Mà } \frac{BM}{BC} = \frac{BN}{BD} = \frac{MN}{CD} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = \frac{2}{3}CD = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$



$$\text{Vì } IJ \text{ là đường trung bình của } \Delta ACD \Rightarrow \frac{IJ}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow IJ = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3.$$

$$\text{Khi đó } 3IJ + 2MN = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 9 + 8 = 17.$$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho  $\tan x = -\frac{4}{3}$  và  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ . Tính giá trị của biểu thức  $M = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x}$ .

**Lời giải**

**Đáp án:**  $M \approx 2,82$

$$\text{Áp dụng công thức: } \frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1 = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 + 1 = \frac{25}{9} \text{ suy ra } \cos^2 x = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \cos x = -\frac{3}{5} \text{ vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi.$$

$$\text{Ta có: } \sin x = \tan x \cdot \cos x = \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{4}{5}.$$

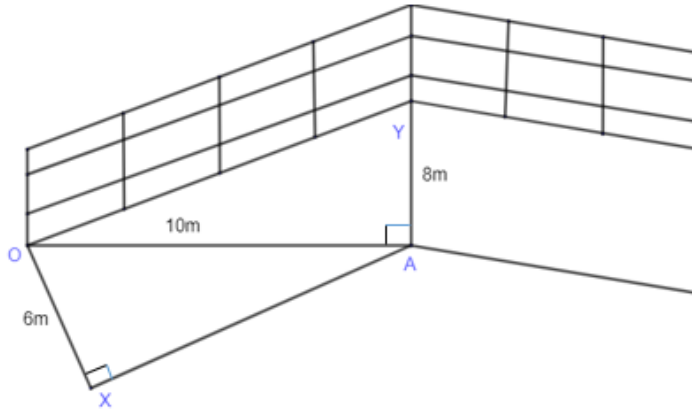
$$\text{Vậy } M = \frac{\sin^2 x - \cos x}{\sin x - \cos^2 x} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(-\frac{3}{5}\right)}{\frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{31}{11} \approx 2,82.$$

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{2}$  và công bội  $q = -2$ . Tổng 4 số hạng đầu của cấp số nhân  $(u_n)$  bằng bao nhiêu?

### Lời giải

Tổng 4 số hạng đầu của cấp số nhân  $(u_n)$  bằng  $S_4 = \frac{u_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1-(-2)^4}{1-(-2)} = -2,5$

**Câu 3:** Sơ đồ cho thấy một phần cấu trúc kim loại của một cây cầu. Để tiếp tục thi công phần tiếp theo của cây cầu, các kỹ sư cần tính toán các số liệu còn lại. Biết rằng  $\widehat{OAY} = \widehat{OXA} = 90^\circ$ ,  $OA = 10m$ ,  $AY = 8m$ ,  $OX = 6m$ . Hãy tính giá trị của góc  $\widehat{XOY}$ .



### Lời giải

**Đáp án:**  $91,8^\circ$

Xét  $\triangle OXA$  vuông tại  $X$

Ta có  $XA = \sqrt{OA^2 - OX^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8m$ .

$$\tan(\widehat{XOA}) = \frac{XA}{OX} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

Xét  $\triangle OAY$  vuông tại  $A$

$$\tan(\widehat{YOA}) = \frac{YA}{OA} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

Mặt khác:

$$\tan(\widehat{XOY}) = \tan(\widehat{XOA} + \widehat{YOA}) = \frac{\tan(\widehat{XOA}) + \tan(\widehat{YOA})}{1 - \tan(\widehat{XOA}) \cdot \tan(\widehat{YOA})} = -32.$$

Suy ra  $\widehat{XOY} = 180^\circ + \arctan(-32) \approx 91,8^\circ$ .

**Câu 4:** Một nhà máy tuyển thêm công nhân vào làm việc trong thời hạn ba năm và đưa ra hai phương án lựa chọn về lương như sau:

- Phương án 1: Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý lương tháng sẽ tăng thêm 500 nghìn đồng.
- Phương án 2: Lương tháng khởi điểm là 5 triệu đồng và sau mỗi quý lương tháng sẽ tăng thêm 5%.

Tính độ chênh lệch giữa hai phương án (là giá trị tuyệt đối hiệu kết quả hai phương án; làm tròn đến phần trăm)?

### Lời giải

**Đáp án: 40,22**

- Ba năm tương đương với 12 quý.
- Với phương án 1:

Gọi tiền lương nhận được theo từng tháng trong quý  $n$  là  $u_n$  triệu đồng.

Khi đó ta có  $(u_n)$  lập thành một cấp số cộng có  $u_1 = 5$  triệu đồng và công sai  $d = 0,5$  triệu đồng.

Suy ra tổng số tiền lương mà công nhân nhận được sau ba năm làm việc là

$$T_1 = (u_1 + u_2 + \dots + u_{12}) \cdot 3 = \frac{12}{2} [2 \cdot u_1 + (12 - 1) \cdot 0,5] \cdot 3 = 279 \text{ triệu đồng.}$$

- Với phương án 2:

Gọi tiền lương nhận được theo từng tháng trong quý  $n$  là  $v_n$  triệu đồng.

Khi đó ta có  $v_1 = 5$  triệu đồng;  $v_2 = v_1 + 5\% \cdot v_1 = v_1(1 + 5\%)$ ;  $v_3 = v_2(1 + 5\%) = v_1(1 + 5\%)^2$ ; ...;  
 $v_{12} = v_1(1 + 5\%)^{11}$ .

Suy ra tổng số tiền lương mà công nhân nhận được sau ba năm làm việc là

$$T_2 = (v_1 + v_2 + \dots + v_{12}) \cdot 3 = v_1 \left[ 1 + (1 + 5\%) + (1 + 5\%)^2 + \dots + (1 + 5\%)^{11} \right] \cdot 3$$
$$= 3 \cdot 5 \cdot \frac{1 - (1 + 5\%)^{12}}{1 - (1 + 5\%)} \approx 238,76 \text{ triệu đồng.}$$

-----**HẾT**-----

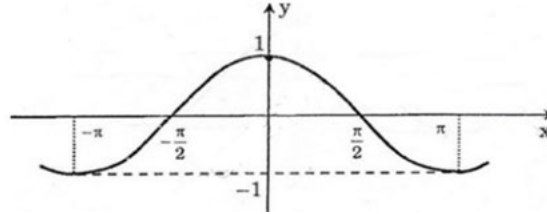


- A.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$ .      B.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ .  
 C.  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ .      D.  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Số  $\frac{13}{16}$  là số hạng thứ mấy của dãy số

- A. 4.                              B. 3.                              C. 5.                              D. 6.

**Câu 11:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào



- A.  $y = \sin x$ .                      B.  $y = \cos x$ .                      C.  $y = \tan x$ .                      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 12:** Cung tròn có số đo theo radian là  $\frac{\pi}{72}$  thì có số đo theo độ là:

- A.  $2^\circ 30'$ .                              B.  $72^\circ$ .                              C.  $-2^\circ 30'$ .                              D.  $-72^\circ$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ .

- a)  $u_1 = 0; u_5 = -\frac{2}{3}$ .  
 b)  $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{(n+1)(n+2)}$ .  
 c) Dãy số  $(u_n)$  đã cho là dãy số giảm.  
 d) Dãy số  $(u_n)$  đã cho là dãy số bị chặn trên bởi 1.

**Câu 2:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = 2$  và công sai  $d = -4$ .

- a) Dãy số trên có công thức truy hồi là  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$   
 b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho là  $u_n = 2 - 4n$ .  
 c) Tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là  $-19600$ .  
 d)  $s_n = n \left( \frac{u_n + 6}{2} - 4 \right)$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \sin x - 1$ .

- a)  $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}; f(0) = -1$ .  
 b)  $f(x)$  là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $T = 2\pi - 1$ .  
 c) Nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  là  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .  
 d) Nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  trên đoạn  $[0; 3\pi]$  là  $x = \frac{\pi}{2}; x = \frac{5\pi}{2}$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = u_{n-1} + 2 \end{cases} \quad (n \geq 2, n \in \mathbb{N})$ .

- a)  $u_2 = 5; u_6 = 12$ .  
 b)  $u_{n+1} - u_n = 2 \quad (n \in \mathbb{N}^*)$ .

c) Dãy số  $(u_n)$  đã cho một cấp số cộng.

d) Dãy số  $(u_n)$  đã cho có số hạng tổng quát là  $u_n = 2n + 1$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính  $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ .

**Câu 2:** Cho phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)$ . Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng  $(-\pi; \pi)$  của phương trình đã cho.

**Câu 3:** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h(m)$  của mực nước trong kênh tại thời điểm  $t(h)$  ( $0 \leq t \leq 24$ ) được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 11$ . Hỏi có bao nhiêu thời điểm trong ngày độ sâu của mực nước trong kênh là nhỏ nhất.

**Câu 4:** Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo hình thức không rút lãi hàng tháng như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Tính số tiền chị Mai có trong ngân hàng sau 3 tháng?

**Câu 5:** Gọi  $a, b, c$  theo thứ tự là ba số hạng xen giữa các số 2 và 12 để được một cấp số cộng có 5 số hạng. Tính  $a + b + c$ ?

**Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Gọi  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Biết rằng  $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$  với  $p \neq q$ ;  $p, q \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị

biểu thức  $\frac{u_{2024}}{u_{2025}} = \frac{a}{b}$ . Tính  $25a - 24b$ .

-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

A. 75.

B. 79.

C. 77.

D. 73.

### Lời giải

Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây.

Do đó, số cây trong mỗi hàng tạo thành một cấp số cộng với số hạng đầu tiên là 1 và công sai là 1.

Tổng số cây được trồng là 3003. Ta cần tìm số hàng cây, tức là tìm số hạng  $n$  của cấp số cộng sao cho tổng  $n$  số hạng đầu tiên bằng 3003.

Công thức tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:  $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$ .

Trong đó:

$S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên.

$u_1$  là số hạng đầu tiên.

$d$  là công sai.

$n$  là số hạng.

Trong bài toán này, ta có:

$$S_n = 3003.$$

$$u_1 = 1.$$

$$d = 1.$$

Thay vào công thức, ta có:

$$3003 = n \cdot 1 + \frac{n(n-1) \cdot 1}{2} \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases}$$

Vì  $n \in \mathbb{N}^*$  nên  $n = 77$ .

Vậy có tất cả 77 hàng cây.

**Câu 2:** Cho  $P = \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha)$  và  $Q = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A.  $P - Q = 2$ .

B.  $P - Q = 0$ .

C.  $P - Q = -1$ .

D.  $P - Q = 1$ .

### Lời giải

$$P = \sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha) = -\sin \alpha \cdot (-\cos \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

$$Q = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \cdot \sin \alpha.$$

$$\Rightarrow P - Q = 0.$$

**Câu 3:** Tập nghiệm của phương trình  $\cos 2x = \sin x$  là

A.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

### Lời giải

Ta có

$$pt \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

**Câu 4:** Công thức nào sau đây sai?

- A.**  $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$       **B.**  $\cos(a - b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b.$   
**C.**  $\cos(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b.$       **D.**  $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b.$

**Lời giải**

Công thức đúng là:  $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$

**Câu 5:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A.**  $y = (x - 1) \tan 2x.$       **B.**  $y = x \cos x.$       **C.**  $y = x \sin x.$       **D.**  $y = \cos 2x.$

**Lời giải**

Đặt  $y = f(x) = x \cdot \cos x$

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Với  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $-x \in \mathbb{R}$

Ta có:  $f(-x) = (-x) \cdot \cos(-x) = -x \cos x = -f(x)$

Suy ra  $f(x) = x \cos x$  là hàm lẻ.

**Câu 6:** Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A.**  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$       **B.**  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$   
**C.**  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$       **D.**  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right).$

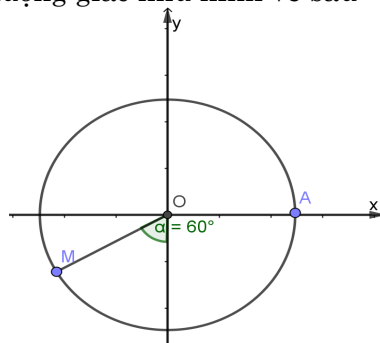
**Lời giải**

Ta có:  $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x \right)$

$= \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} \cos x - \sin \frac{\pi}{4} \sin x \right)$

$= \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$

**Câu 7:** Cho điểm M trên đường tròn lượng giác như hình vẽ sau



Giá trị nào sau đây là số đo của góc lượng giác  $(OA; OM)$ ?

A.  $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$       B.  $-\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C.  $\frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$       D.  $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

**Lời giải**

Dựa vào hình vẽ ta thấy số đo của góc lượng giác  $(OA; OM)$  bằng

$$2\pi - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) + k2\pi = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 8:** Cho  $\cos a = -\frac{4}{5}$  với  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ . Giá trị của  $\sin a$  là

A.  $\pm \frac{3}{5}$ .      B.  $\frac{3}{5}$ .      C.  $\frac{1}{5}$ .      D.  $-\frac{3}{5}$ .

**Lời giải**

Vì  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$  nên  $\sin a > 0$ . Suy ra  $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \sqrt{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\cos x = -\frac{1}{2}$  là:

A.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$ .      B.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ .      C.  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ .      D.  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

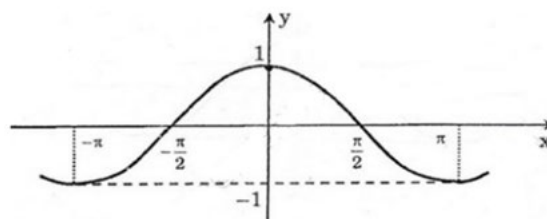
**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Số  $\frac{13}{16}$  là số hạng thứ mấy của dãy số

A. 4.      B. 3.      C. 5.      D. 6.

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{2n+5}{5n-4} = \frac{13}{16} \Leftrightarrow 16(2n+5) = 13(5n-4) \Leftrightarrow 33n = 132 \Leftrightarrow n = 4$ .

**Câu 11:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào



A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Lời giải**

Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số  $y = \cos x$ .

**Câu 12:** Cung tròn có số đo theo radian là  $\frac{\pi}{72}$  thì có số đo theo độ là:

A.  $2^\circ 30'$ .      B.  $72^\circ$ .      C.  $-2^\circ 30'$ .      D.  $-72^\circ$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{\pi}{72}(\text{rad}) = \frac{\pi}{72} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 2^\circ 30'$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ .

a)  $u_1 = 0; u_5 = -\frac{2}{3}$ .

b)  $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{(n+1)(n+2)}$ .

c) Dãy số  $(u_n)$  đã cho là dãy số giảm.

d) Dãy số  $(u_n)$  đã cho là dãy số bị chặn trên bởi 1.

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng**

a)  $u_1 = \frac{1-1}{1+1} = 0; u_5 = \frac{5-1}{5+1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

b) Ta có  $u_n = \frac{n-1}{n+1} = 1 - \frac{2}{n+1}$  và  $u_{n+1} = 1 - \frac{2}{n+2}$

Nên  $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{n+1} - \frac{2}{n+2} = \frac{2}{(n+1)(n+2)}$

c) Ta có  $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{(n+1)(n+2)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra dãy số  $(u_n)$  đã cho là dãy số tăng.

d) Ta có  $u_n = 1 - \frac{2}{n+1} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Nên dãy số  $(u_n)$  đã cho là dãy số bị chặn trên bởi 1.

**Câu 2:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = 2$  và công sai  $d = -4$ .

a) Dãy số trên có công thức truy hồi là  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 4 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho là  $u_n = 2 - 4n$ .

c) Tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là  $-19600$ .

d)  $s_n = n \left( \frac{u_n + 6}{2} - 4 \right)$ .

**Lời giải**

**a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai**

a) Cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công sai  $d = -4$  nên có công thức truy hồi là

$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 4 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$ . Do đó khẳng định a) **Sai**

b) Cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công sai  $d = -4$  nên có công thức tính số hạng tổng quát là  $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow u_n = 2 + (n-1)(-4) \Leftrightarrow u_n = 6 - 4n$ .

Do đó khẳng định b) **Sai**.

c) Tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là

$S_{100} = [2u_1 + (100-1)d] \cdot \frac{100}{2} = [2 \cdot 2 + 99 \cdot (-4)] \cdot 50 = -19600$

Do đó khẳng định c) **Đúng**.

d)  $s_n = n \left( \frac{u_n + 6}{2} - 4 \right)$ .

$s_n = (u_1 + u_n) \cdot \frac{n}{2} = \left( \frac{u_n + 2}{2} \right) \cdot n = n \cdot \left( \frac{u_n + 6}{2} - 2 \right)$ . Vậy khẳng định d) **Sai**

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \sin x - 1$ .

a)  $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}; f(0) = -1$ .

b)  $f(x)$  là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $T = 2\pi - 1$ .

c) Nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  là  $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

d) Nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  trên đoạn  $[0; 3\pi]$  là  $x = \frac{\pi}{2}; x = \frac{5\pi}{2}$ .

**Lời giải**

**a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng**

**a) Mệnh đề đúng.**

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}, f(0) = \sin(0) - 1 = 0 - 1 = -1$$

**b) Mệnh đề sai**

Hàm số  $f(x) = \sin x - 1$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$

**c) Mệnh đề sai**

Nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  là  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**d) Mệnh đề đúng.**

$$0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{1}{2} + k2 \leq 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq 2k \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{5}{4}.$$

$$0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{1}{2} + k2 \leq 3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq 2k \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{5}{4}.$$

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1\}$ .

$$\text{Với } k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Với } k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{2}$$

Vậy nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  trên đoạn  $[0; 3\pi]$  là  $x = \frac{\pi}{2}; x = \frac{5\pi}{2}$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = u_{n-1} + 2 \end{cases}$  ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ ).

a)  $u_2 = 5; u_6 = 12$ .

b)  $u_{n+1} - u_n = 2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

c) Dãy số  $(u_n)$  đã cho một cấp số cộng.

d) Dãy số  $(u_n)$  đã cho có số hạng tổng quát là  $u_n = 2n + 1$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng**

**a) Mệnh đề sai**

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + d = 3 + 2 = 5 \\ u_6 = u_1 + 5d = 3 + 5 \cdot 2 = 13 \end{cases}, \text{ do đó mệnh đề a sai.}$$

b) Theo đề ta có  $u_n = u_{n-1} + 2 \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = 2$

Xét  $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$  ta có  $u_{n+1} - u_n = 2$  cũng đúng

$u_n = u_{n-1} + 2 \Rightarrow u_{n+1} = u_n + 2$  với  $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$  nên mệnh đề b đúng.

Từ đó ta có  $(u_n)$  là một cấp số cộng với  $u_1 = 3, d = 2$  nên mệnh đề c đúng.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho là  $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + (n-1).2 = 2n + 1$  với  $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$  nên mệnh đề d đúng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Biết  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$  và  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính  $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ .

**Lời giải**

**Đáp án:**  $-0,9$

Phân giải chi tiết

Ta có  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$  suy ra  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$  vì  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } P &= \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{6} \\ &= -\frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{-4 - 3\sqrt{3}}{10} \approx -0,9. \end{aligned}$$

**Câu 2:** Cho phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)$ . Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng  $(-\pi; \pi)$  của phương trình đã cho.

**Lời giải**

**Đáp án:**  $0,98$ .

Ta có

$$\begin{aligned} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{2} + \frac{x}{2} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{15} + \frac{4\pi k}{5} \\ x = \frac{\pi}{9} + \frac{4\pi k}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

• Với  $x = \frac{\pi}{15} + \frac{4\pi k}{5}$ .

$$-\pi < \frac{\pi}{15} + \frac{4\pi k}{5} < \pi \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < k < \frac{7}{6} \Rightarrow k \in \{-1; 0; 1\}.$$

Suy ra các nghiệm của phương trình là  $x = -\frac{11\pi}{15}$ ,  $x = \frac{\pi}{15}$ ,  $x = \frac{13\pi}{15}$ .

• Với  $x = \frac{\pi}{9} + \frac{4\pi k}{3}$ .

$$-\pi < \frac{\pi}{9} + \frac{4\pi k}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{5}{6} < k < \frac{2}{3} \Rightarrow k = 0.$$

Suy ra nghiệm của phương trình là  $x = \frac{\pi}{9}$ .

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là

$$-\frac{11\pi}{15} + \frac{\pi}{15} + \frac{13\pi}{15} + \frac{\pi}{9} = \frac{14\pi}{45} \approx 0,98.$$

**Câu 3:** Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h(m)$  của mực nước trong kênh tại thời điểm  $t(h)$  ( $0 \leq t \leq 24$ ) được cho bởi công thức  $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 11$ . Hỏi có bao nhiêu thời điểm trong ngày độ sâu của mực nước trong kênh là nhỏ nhất.

### Lời giải

#### Đáp án: 2

Ta có:  $-1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$  nên  $-3 \leq 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 3$ .

Suy ra:  $8 \leq h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 11 \leq 14$ .

Độ sâu của mực nước trong kênh là nhỏ nhất là  $h = 8$  khi

$$\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow \frac{t}{6} = \frac{2}{3} + 2k \Leftrightarrow t = 4 + 12k \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Ta có: } 0 \leq t \leq 24 \Leftrightarrow 0 \leq 4 + 12k \leq 24 \Leftrightarrow -4 \leq 12k \leq 20 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{5}{3}.$$

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1\}$ . Suy ra  $t \in \{4; 16\}$ .

Vậy có hai thời điểm trong ngày độ sâu của mực nước trong kênh là nhỏ nhất.

**Câu 4** Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo hình thức không rút lãi hàng tháng như sau:

Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Tính số tiền chị Mai có trong ngân hàng sau 3 tháng?

### Lời giải

#### Đáp án: 114.

Cuối 1 tháng, số tiền chị Mai có trong ngân hàng là:

$$100 + 0,5\% \cdot 100 = 100(1 + 0,5\%).$$

Đầu tháng 2, số tiền chị Mai có trong ngân hàng là:

$$100 + 0,5\% \cdot 100 + 6 = 100(1 + 0,5\%) + 6.$$

Cuối tháng 2, số tiền chị Mai có trong ngân hàng là:

$$[100(1 + 0,5\%) + 6](1 + 0,5\%) = 100(1 + 0,5\%)^2 + 6(1 + 0,5\%).$$

Đầu tháng 3, số tiền chị Mai có trong ngân hàng là:

$$[100(1 + 0,5\%) + 6](1 + 0,5\%) + 6 = 100(1 + 0,5\%)^2 + 6(1 + 0,5\%) + 6.$$

Cuối tháng 3, số tiền chị Mai có trong ngân hàng là:

$$\begin{aligned} [100(1 + 0,5\%)^2 + 6(1 + 0,5\%) + 6](1 + 0,5\%) &= 100(1 + 0,5\%)^3 + 6(1 + 0,5\%)^2 + 6(1 + 0,5\%)^1 \\ &= 113,5976625 \approx 114. \end{aligned}$$

Vậy sau 3 tháng, chị Mai có số tiền là 114 triệu đồng.

**Câu 4:** Gọi  $a, b, c$  theo thứ tự là ba số hạng xen giữa các số 2 và 12 để được một cấp số cộng có 5 số hạng.

Tính  $a + b + c$ ?

### Lời giải

#### Đáp án: 21

Theo đề ra ta có:

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_1 + 4d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy ta có } \begin{cases} a = u_2 = \frac{9}{2} \\ b = u_3 = 7 \\ c = u_4 = \frac{19}{2} \end{cases} \text{ suy ra } a + b + c = 21.$$

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Gọi  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Biết rằng  $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$  với  $p \neq q; p, q \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị

biểu thức  $\frac{u_{2024}}{u_{2025}} = \frac{a}{b}$ . Tính  $25a - 24b$ .

**Lời giải**

**Đáp án: 3999**

Phân giải chi tiết:

$$\begin{aligned}\frac{S_p}{S_q} &= \frac{p^2}{q^2} \\ \Rightarrow \frac{[2u_1 + (p-1)d]p}{[2u_1 + (q-1)d]q} &= \frac{p^2}{q^2} \\ \Rightarrow q[2u_1 + pd - d] &= p[2u_1 + qd - d] \\ \Rightarrow 2u_1(q-p) - d(q-p) &= 0 \\ \Rightarrow (q-p)(2u_1 - d) &= 0\end{aligned}$$

Vì  $p \neq q$  nên  $2u_1 - d = 0 \Leftrightarrow d = 2u_1$ .

Nếu  $u_1 = 0$  thì  $d = 0$ . Do đó:  $S_n = 0$ .

Vậy  $u_1 \neq 0$ .

Ta có:

$$\begin{aligned}\frac{u_{2024}}{u_{2025}} &= \frac{u_1 + (2024-1)d}{u_1 + (2025-1)d} = \frac{u_1 + 2023 \cdot 2u_1}{u_1 + 2024 \cdot 2u_1} = \frac{1 + 4046}{1 + 4048} = \frac{4047}{4049} \\ \Rightarrow \frac{a}{b} &= \frac{4047}{4049} \Rightarrow a = 4047; b = 4049 \\ \Rightarrow 25a - 24b &= 3999.\end{aligned}$$

-----**HẾT**-----

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 11  
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-11>