

TRƯỜNG THPT.....
TỔ TOÁN

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ II - LỚP 10-KN
NĂM HỌC 2024 - 2025

TT	CHƯƠNG / CHỦ ĐỀ	NỘI DUNG / ĐƠN VỊ KIẾN THỨC	MỨC ĐỘ NHẬN THỨC									TỔNG				
			P I. TNKQ			P II. ĐÚNG - SAI			P III. TLN / TL			NB	TH	VD	Số câu, Số điểm	Tỉ lệ (%)
			NB	TH	VD	NB	TH	VD	NB	TH	VD					
1	HÀM SỐ ĐT-ỨNG DỤNG	DẤU TAM THỨC BẬC HAI	2								1	2		1	11 câu 3,5 điểm	35%
		DẤU TAM THỨC BẬC HAI				2	1	1				2	1	1		
		HÀM SỐ	1									1				
		HÀM SỐ BẬC HAI	1						1	1	1	1	1			
2	PPTĐ TRONG MẶT PHẪNG	HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ	2								1	2	1	3 câu 1 điểm	10%	
3	HÀM SỐ ĐT-ỨNG DỤNG	PT QUY VỀ BẬC 2/PT CHỨA CĂN	1	1								1	1	2 câu 0,5 điểm	5%	
4	PPTĐ TRONG MẶT PHẪNG	PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	3			2	1	1			3	5	1	4	12 câu 3,75 điểm	37,5%
		PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN	2									2				
5	HÀM SỐ ĐT-ỨNG DỤNG	DẤU TAM THỨC BẬC HAI									1			1	1 câu 0,5 điểm	5%
Tổng số câu			12	1	0	4	2	2	0	2	6	16	5	8	29 câu	
Tổng số điểm			3	0,25	0	1	0,5	0,5	0	1	3	4	1,75	3,5	9,25 điểm	
Tỉ lệ (%)			32,5%			20%			40%			92,5%				

MA TRẬN CHI TIẾT

Mã câu hỏi	Tên dạng câu hỏi	Nhận biết		Thông hiểu		Vận dụng		VD cao		Tổng số câu	Tỉ lệ (%)
		Số câu	STT	Số câu	STT	Số câu	STT	Số câu	STT		
[TO10.06.3.D02]	Nhận dạng tam thức và xét dấu biểu thức	1	c1							1	4,55
[TO10.06.3.D03]	Giải bất phương trình bậc hai	1	c2							1	4,55
[TO10.06.1.D02]	Tìm tập xác định của hàm số	1	c3							1	4,55
[TO10.06.2.D02]	Tính đơn điệu của hàm số bậc hai									0	0
[TO10.07.1.D08]	Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và tọa độ trong tâm của tam giác	1	c4							1	4,55
[TO10.07.1.D03]	Xác định tọa độ điểm, tọa độ vectơ									0	0
[TO10.07.1.D10]	Tính TVH của hai vectơ bằng biểu thức tọa độ	1	c5							1	4,55
[TO10.06.4.D03]	Phương trình căn(A) bằng căn(B)			1	c12					1	4,55
[TO10.06.4.D02]	Phương trình căn(A) bằng B	1	c6							1	4,55
[TO10.07.2.D02]	Phương trình đường thẳng qua 1 điểm và có 1 VTPT	1	c7							1	4,55

[TO10.07.2.D15]	Xét vị trí tương đối của 2 đường thẳng								0	0
[TO10.07.2.D13]	Tính khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng	1	c8						1	4,55
[TO10.07.2.D04]	Phương trình đường thẳng qua 2 điểm								0	0
[TO10.07.2.D14]	Tính góc giữa 2 đường thẳng	1	c9						1	4,55
[TO10.07.3.D04]	Phương trình đường tròn tâm I và bán kính R	1	c10						1	4,55
[TO10.07.3.D02]	ĐK xác định phương trình đường tròn	1	c11						1	4,55
[TO10.06.3.F03]	Giải bất phương trình bậc hai			1	c13				1	4,55
[TO10.07.2.F13]	Tính khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng			1	c14				1	4,55
[TO10.06.2.S12]	Toán thực tế, ứng Dụng của hàm số bậc hai					1	c17		1	4,55
[TO10.07.2.S28]	Bài toán ứng Dụng thực tế					1	c18		1	4,55
[TO10.07.2.S12]	Phương trình đường thẳng thoả ĐK khác					1	c19		1	4,55
[TO10.06.3.S09]	Toán thực tế, ứng Dụng của Sáu tam thức bậc hai							1	c21	4,55
[TO10.06.3.E08]	Toán thực tế, ứng dụng của dấu tam thức bậc hai					1	c20		1	4,55
[TO10.06.2.E03]	Xác định 2 hệ số hàm số bậc hai			1	c15				1	4,55
[TO10.07.1.E09]	Tính TVH của hai vectơ bằng biểu thức tọa độ			1	c16				1	4,55
[TO10.07.2.E28]	Bài toán cực trị							1	c22	4,55
Tổng		11		5		4		2	22	100

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi
01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ là

- A. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $D = 0; +\infty$. C. $D = 0; +\infty$. D. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A. $x > \pm 5$. B. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.
C. $S = (-5; 5)$. D. $-5 < x < 5$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (2; 6)$. Tích vô hướng của 2 vectơ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

- A. 20. B. -20. C. -16. D. 16.

Câu 4. Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{2\}$. B. $S = \{2; 5\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \emptyset$.

Câu 5. Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc 2 nào?

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	

- A. $f(x) = x^2 - 5x - 6$. B. $f(x) = -x^2 + 5x - 6$.
C. $f(x) = x^2 + 5x - 6$. D. $f(x) = -x^2 - 5x + 6$.

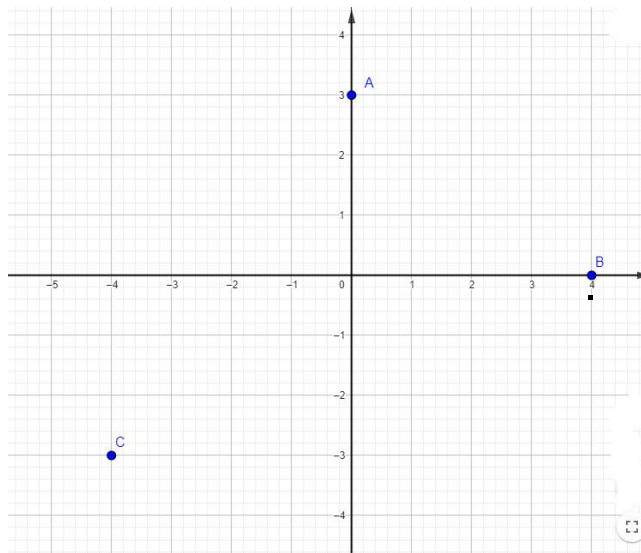
Câu 6. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + 1s \\ y = 1 - 2s \end{cases}$, tính $\cos \alpha$.

- A. $\frac{7}{5\sqrt{2}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{4}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

Câu 7. Đường tròn (C) có tâm $I(0; 5)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là

- A. $x^2 + (y-5)^2 = 2$. B. $x^2 + (y-5)^2 = 16$.
C. $x^2 + (y+5)^2 = 16$. D. $(x-5)^2 + y^2 = 4$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm các điểm A, B, C có trong hình bên. Tọa độ trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$ là.



- A. (0,1). B. (-1,0). C. (1,0). D. (0;0).

Câu 9. Đường thẳng đi qua $A(1;2)$, nhận $\vec{n}(2;-4)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là
A. $-x+2y-4=0$. B. $x-2y-4=0$. C. $x+y+4=0$. D. $x-2y+5=0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(3;-4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-1=0$.
A. $-\frac{24}{5}$. B. $\frac{24}{5}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.

Câu 11. Đường tròn tâm $I(a;b)$ và bán kính R có phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ được viết lại thành $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$. Khi đó biểu thức nào sau đây là đúng?
A. $c=a^2+b^2-R^2$. B. $c=R^2-a^2-b^2$. C. $c=-a^2+b^2-R^2$. D. $c=a^2-b^2-R^2$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ là
A. $S=\{2\}$. B. $S=\{-4;2\}$. C. $S=\{1\}$. D. $S=\{3\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

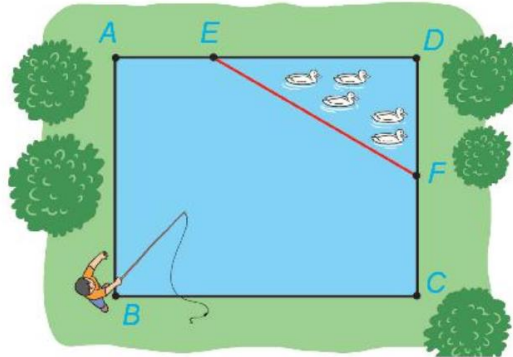
Câu 1. Cho tam thức bậc hai: $f(x)=-x^2+x+6$.
a) Tam thức bậc hai: $f(x)=-x^2+x+6$ có bảng xét dấu là:
b) $f(x)<0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-2) \cup (3;+\infty)$.
c) Có 6 giá trị nguyên của x để $f(x) \leq 0$.
d) Nghiệm của tam thức bậc hai là: $x=-2; x=3$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x+y-1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$
a) Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.
b) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.
c) Vectơ pháp tuyến của Δ_1 là $\vec{n}=(2;1)$ nên Δ_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2)$.

d) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}_{\Delta_2} = (2;1)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Nhà Ông bà ngoại của Tuấn có một ao cá dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 29m$, chiều rộng $AB = 24m$. Phần tam giác DEF là nơi ông bà của Tuấn nuôi Vịt, $AE = 9m, FC = 12m$ (với E, F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh AD, DC) (tham khảo hình bên dưới).



Tuấn đứng ở vị trí B để câu cá. Hỏi Tuấn có thể quăng lưới câu xa tối đa bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị) để lưới câu không thể rơi vào nơi nuôi Vịt.

Câu 2. Một trận bóng đá được tổ chức ở một sân vận động có sức chứa 15000 người. Với giá vé 14 \$ thì trung bình các trận đấu gần đây có 9500 khán giả. Theo một khảo sát thị trường đã chỉ ra rằng cứ giả 1 \$ mỗi vé thì trung bình số khán giả tăng lên 1000 người. Giá vé bằng bao nhiêu thì thu được nhiều lợi nhuận nhất (làm tròn đến hàng phần mười, đơn vị: \$) ?

Câu 3. Cho đường thẳng $d: 3x + 4y - 1 = 0$. Đường thẳng $\Delta: 3x + by + c = 0, (c > -5)$ song song với d và cách $A(1;1)$ một khoảng bằng 1. Tính $b + c$.

Câu 4. Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để của hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày

Câu 1. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính tích vô hướng $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$, suy ra $\cos B$.

Câu 2. Tìm các số b, c sao cho đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ là một parabol có đỉnh $I(2;5)$.

Câu 3. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 50 khách đầu tiên có giá là 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng ký thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở đi của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15080000 đồng.

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(3;4), B(-1;2)$. Tìm điểm M thuộc d sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ là

- A. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $D = 0; +\infty$. C. $D = 0; +\infty$. D. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định D của hàm số $3x+1 \geq \frac{1}{3}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A. $x > \pm 5$. B. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.
 C. $S = (-5; 5)$. D. $-5 < x < 5$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Vậy $S = (-5; 5)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (2; 6)$. Tích vô hướng của 2 vector $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

- A. 20. B. -20. C. -16. D. 16.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = (1; 3), \vec{b} = (2; 6) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 6 = 20$.

Câu 4. Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{2\}$. B. $S = \{2; 5\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x-1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = 2 \Leftrightarrow x = 5 \\ x = 5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{5\}$.

Câu 5. Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc 2 nào?

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0

- A. $f(x) = x^2 - 5x - 6$. B. $f(x) = -x^2 + 5x - 6$.
 C. $f(x) = x^2 + 5x - 6$. D. $f(x) = -x^2 - 5x + 6$.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta có $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x = 2, x = 3$ và $f(x) > 0$ khi $x \in (2; 3)$
 Do đó $f(x) = -x^2 + 5x - 6$.

Câu 6. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + 1s \\ y = 1 - 2s \end{cases}$, tính $\cos \alpha$.

- A. $\frac{7}{5\sqrt{2}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{4}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có 1 VTCP là $\vec{u}(-1; 3)$.

Đường thẳng d_2 có 1 VTCP là $\vec{v}(1; -2)$.

$$\cos(d_1; d_2) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|(-1) \cdot 1 + 3 \cdot (-2)|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = \frac{7}{5\sqrt{2}}.$$

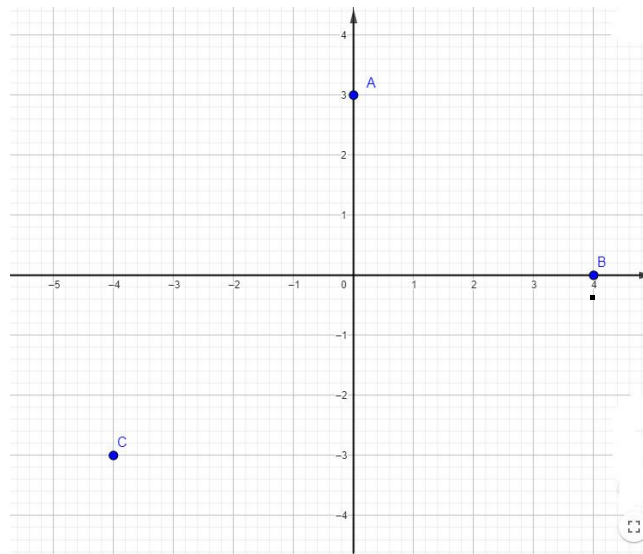
Câu 7. Đường tròn (C) có tâm $I(0; 5)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là

- A. $x^2 + (y - 5)^2 = 2$. B. $x^2 + (y - 5)^2 = 16$.
 C. $x^2 + (y + 5)^2 = 16$. D. $(x - 5)^2 + y^2 = 4$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(0; 5)$ và bán kính $R = 4$ có phương trình là $x^2 + (y - 5)^2 = 16$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm các điểm A, B, C có trong hình bên. Tọa độ trọng tâm của tam giác ΔABC là.



- A. $(0, 1)$. B. $(-1, 0)$. C. $(1, 0)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Trong mặt phẳng tọa độ có trong hình bên ta có: $A(0, 3), B(4, 0), C(-4, -3)$.

Gọi $G(x, y)$ là trọng tâm tam giác ABC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x = \frac{0 + 4 - 4}{3} \\ y = \frac{3 + 0 - 3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}.$$

Vậy trọng tâm tam giác ABC là: $G(0; 0)$.

Câu 9. Đường thẳng đi qua $A(1; 2)$, nhận $\vec{n}(2; -4)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $-x+2y-4=0$. B. $x-2y-4=0$. C. $x+y+4=0$. D. $x-2y+5=0$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua $A(1;2)$, nhận $\vec{n}(2;-4)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là $2(x+1)-4(y-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+5=0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(3;-4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-1=0$.

- A. $-\frac{24}{5}$. B. $\frac{24}{5}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot (-4) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{24}{5}$.

Câu 11. Đường tròn tâm $I(a;b)$ và bán kính R có phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ được viết lại thành $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Khi đó biểu thức nào sau đây là đúng?

- A. $c = a^2 + b^2 - R^2$. B. $c = R^2 - a^2 - b^2$. C. $c = -a^2 + b^2 - R^2$. D. $c = a^2 - b^2 - R^2$.

Lời giải

Ta có: $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} \Leftrightarrow R^2 = a^2 + b^2 - c \Leftrightarrow c = a^2 + b^2 - R^2$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$ là

- A. $S = \{2\}$. B. $S = \{-4; 2\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{3\}$.

Lời giải

Điều kiện: $x \geq -1$.

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{x-1} \Rightarrow x^2 + 3x - 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Thử lại ta thấy chỉ có $x = 2$ thỏa phương trình. Vậy $S = \{2\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho tam thức bậc hai: $f(x) = -x^2 + x + 6$.

- a) Tam thức bậc hai: $f(x) = -x^2 + x + 6$ có bảng xét dấu là:
b) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.
c) Có 6 giá trị nguyên của x để $f(x) \leq 0$.
d) Nghiệm của tam thức bậc hai là: $x = -2; x = 3$.

Lời giải

a. Ta có: $-x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Chọn ĐÚNG.

b. Bảng xét dấu của $f(x)$:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Chọn SAI.

c. Từ bảng xét dấu ta có: $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Chọn ĐÚNG.

d. Từ bảng xét dấu ta có: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 3]$ mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$

a) Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

b) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

c) Vectơ pháp tuyến của Δ_1 là $\vec{n} = (2;1)$ nên Δ_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2)$.

d) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}_{\Delta_2} = (2;1)$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n} = (2;1)$ nên Δ_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2)$

Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}' = (1;-1)$

Khoảng cách từ $M(2;1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng: $d(M; \Delta_1) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

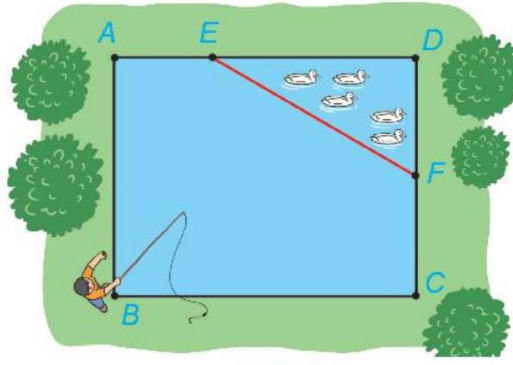
Khi đó: $\cos(\Delta_1; \Delta_2) = \left| \cos(\vec{u}; \vec{u}') \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}'|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|} = \frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$. Sai: Một vectơ chỉ phương của đường

thẳng Δ_2 là $\vec{u}_{\Delta_2} = (1;-1)$. Sai: Vectơ pháp tuyến của Δ_1 là $\vec{n} = (2;1)$ nên Δ_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2)$. Đúng: Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$. Đúng:

Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Nhà Ông bà ngoại của Tuấn có một ao cá dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 29m$, chiều rộng $AB = 24m$. Phần tam giác DEF là nơi ông bà của Tuấn nuôi Vịt, $AE = 9m, FC = 12m$ (với E, F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh AD, DC) (tham khảo hình bên dưới).



Tuấn đứng ở vị trí B để câu cá. Hỏi Tuấn có thể quăng lưới câu xa tối đa bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị) để lưới câu không thể rơi vào nơi nuôi Vịt.

Lời giải

Xét hệ tọa độ Oxy sao cho $D \equiv O$, điểm A thuộc tia Ox , B thuộc tia Oy

Khi đó: $E(20;0), F(0;12), B(29;24)$

Ta có phương trình đường thẳng $EF: \frac{x}{20} + \frac{y}{12} = 1 \Leftrightarrow 3x + 5y - 60 = 0$

Khoảng cách từ B tới đường thẳng EF là: $d(B, EF) = \frac{|3 \cdot 29 + 5 \cdot 24 - 60|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} = \frac{147}{\sqrt{34}} \approx 25,21m$

Để Tuấn quăng lưới câu không vào ô nuôi Vịt thì có thể quăng tối đa là 25 mét.

Câu 2. Một trận bóng đá được tổ chức ở một sân vận động có sức chứa 15000 người. Với giá vé 14 \$ thì trung bình các trận đấu gần đây có 9500 khán giả. Theo một khảo sát thị trường đã chỉ ra rằng cứ giá 1 \$ mỗi vé thì trung bình số khán giả tăng lên 1000 người. Giá vé bằng bao nhiêu thì thu được nhiều lợi nhuận nhất (làm tròn đến hàng phần mười, đơn vị: \$) ?

Lời giải

Ta thấy có hai đại lượng thay đổi là giá vé và số lượng khán giả.

Gọi x \$ là giá vé ($x > 0$).

Số tiền giá vé được giảm xuống là: $14 - x$

Số khán giả tăng lên là: $1000(14 - x)$

Số khán giả là: $9500 + 1000(14 - x)$

Do lợi nhuận = giá vé \times số khán giả nên nếu gọi lợi nhuận thu được là y thì

$$y = x(9500 + 1000(14 - x)) = -1000x^2 + 23500x$$

Do y là tam thức bậc hai nên nhận giá trị cực đại khi $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-23500}{-2000} = 11,75$.

Vậy giá vé bằng 11,75 \$ thì thu được nhiều lợi nhuận nhất.

Câu 3. Cho đường thẳng $d: 3x + 4y - 1 = 0$. Đường thẳng $\Delta: 3x + by + c = 0, (c > -5)$ song song với d và cách $A(1;1)$ một khoảng bằng 1. Tính $b + c$.

Lời giải

Đường thẳng Δ song song với $d \Rightarrow \Delta: 3x + 4y + c = 0 (c \neq -1)$.

Khoảng cách từ $A(1;1)$ đến Δ bằng

$$1 \Leftrightarrow d(A; \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + c|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 \Leftrightarrow |c + 7| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2 \\ c = -12 \end{cases} (l)$$

Vậy $\Delta: 3x + 4y - 2 = 0 \Rightarrow b + c = 2$,

Câu 4. Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để của hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

Lời giải

Trả lời: 42

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoàn Hùng (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bán được là: $40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$.

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$$

Lợi nhuận thu được lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[30000; 50000]$

$$\text{Ta có: } f(x) = -\left(\frac{1}{10}x - 4200\right)^2 + 14400000 \leq 14400000, \forall x \in [30000; 50000]$$

$$\Rightarrow \max_{x \in [30000; 50000]} f(x) = f(42000) = 14400000.$$

Vậy với giá bán 42 nghìn đồng mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, suy ra $\cos B$.

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;3), \overrightarrow{AC} = (9;-3), \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \cdot 9 + 3 \cdot (-3) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$.

Vậy tam giác ABC vuông tại A .

$$\text{Ta có: } AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, AC = \sqrt{9^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{10};$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = \frac{3}{2}.$$

b) Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1;-3), \overrightarrow{BC} = (8;-6) \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -1 \cdot 8 + (-3) \cdot (-6) = 10$.

$$\text{Suy ra: } \cos B = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{10}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-6)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 2. Tìm các số b, c sao cho đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ là một parabol có đỉnh $I(2;5)$.

Lời giải

Xét $(P): y = x^2 + bx + c$.

Ta có $a = 1$.

$$x_1 = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \Rightarrow b = -4.$$

$$\text{Đỉnh } I(2;5) \in (P) \text{ nên } 5 = 2^2 + 2b + c \Leftrightarrow 2b + c = 1 \Leftrightarrow c = 1 - 2b \Leftrightarrow c = 1 - 2 \cdot (-4) \Leftrightarrow c = 9.$$

Vậy $b = -4$ và $c = 9$.

Câu 3. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau: 50 khách đầu tiên có giá là 300000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng ký thì cứ có thêm một người, giá vé sẽ giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở đi của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15080000 đồng.

Lời giải

a) Khi thêm x người thì giá vé là: $(300 - 5x)$ nghìn đồng

Tổng doanh thu là: $(50 + x)(300 - 5x)$ nghìn đồng

Vậy doanh thu của công ty theo x là $y = -5x^2 + 50x + 15000$ (nghìn đồng)

b) Để công ty không bị lỗ thì:

$$-5x^2 + 50x + 15000 \geq 15080$$

$$\Leftrightarrow -5x^2 + 50x - 80 \geq 0$$

Đặt $f(x) = -5x^2 + 50x - 80$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 8 \end{cases}$$

x	$-\infty$	2	$+$	8	$-\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy nhóm du khách nhiều nhất là 58 người thì công ty không bị lỗ.

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$ và hai điểm $A(3;4)$, $B(-1;2)$. Tìm điểm M thuộc d sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

Lời giải

Điểm $M \in d$ nên có tọa độ dạng $M(2m+2; m)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (1-2m; 4-m)$, suy ra $MA^2 = (1-2m)^2 + (4-m)^2$;

$\overrightarrow{MB} = (-3-2m; 2-m)$, suy ra $2MB^2 = 2[(-3-2m)^2 + (2-m)^2]$.

$$\text{Do đó: } MA^2 - 2MB^2 = -5m^2 - 28m - 9 = -5\left(m + \frac{14}{5}\right)^2 + \frac{151}{5} \leq \frac{151}{5}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = -\frac{14}{5}$.

Vậy $M\left(-\frac{18}{5}; -\frac{14}{5}\right)$ và $MA^2 - 2MB^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{151}{5}$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho ba điểm $A(1;-2), B(5;-4), C(-1;4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình.

- A. $8x+6y+13=0$. B. $-6x+8y+11=0$. C. $3x-4y+8=0$. D. $3x-4y-11=0$.

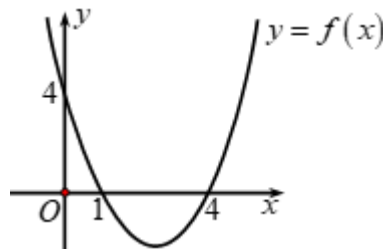
Câu 2. Điểm nào sau đây thuộc đường tròn có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2=9$?

- A. $(2;2)$. B. $(2;1)$. C. $(2;-2)$. D. $(2;-1)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ, cho vector $\vec{u}=(1;3)$ và $\vec{v}=(-1;1)$, khi đó $\cos(\vec{u},\vec{v})=\frac{1}{\sqrt{a}}$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $a \in (4;6)$. B. $a \in (6;8)$. C. $a \in (1;3)$. D. $a \in (3;5)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta=b^2-4ac$, tìm dấu của a và Δ .



- A. $a < 0, \Delta > 0$. B. $a > 0, \Delta > 0$. C. $a > 0, \Delta = 0$. D. $a < 0, \Delta = 0$.

Câu 5. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{x^2-4}=x-2$ là:

- A. $S=\emptyset$. B. $S=\{2\}$. C. $S=\{0;2\}$. D. $S=\{0\}$.

Câu 6. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{2-x}-\frac{4}{\sqrt{x+4}}$.

- A. $D=(-4;2]$. B. $D=(-2;4]$. C. $D=[-4;2)$. D. $D=[-4;2]$.

Câu 7. Cho các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

- A. $x^2+y^2-4x+2y+7=0$. B. $x^2+y^2-4x+2y-5=0$.
C. $x^2+y^2-x+y+4=0$. D. $x^2+y^2-6x+y+11=0$

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4 > 0$.

A. $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

B. $S = (-2; 2)$.

C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 9. Góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = t \\ y = -10 + 2t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -6 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$ bằng:

A. 45°

B. 90° .

C. 60° .

D. 0° .

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-1; -3)$; $B(0; 2)$; $C(2; 1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

B. $G(-1; 0)$.

C. $G\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

D. $G(1; 0)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 3x + 4y + 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm $A(2; 4)$ đến đường thẳng d bằng

A. 5.

B. $\frac{4}{5}$.

C. 4.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 4x + 5} = \sqrt{x + 3}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 10 = 0$.

a) Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$.

b) Phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng d và cách điểm $B(2; 6)$ một khoảng bằng $2\sqrt{13}$ là $\begin{cases} 2x - 3y + 40 = 0 \\ 2x - 3y + 12 = 0 \end{cases}$.

c) Điểm $M(2; 2)$ thuộc đường thẳng d .

d) Có hai điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm đó tới điểm $A(8; 0)$ bằng $2\sqrt{26}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.

a) Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 6x + 8$ là: $x = 2; x = 5$.

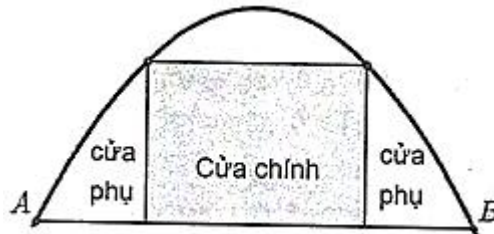
b) Điều kiện để hàm số có nghĩa là $x^2 - 6x + 8 \geq 0$.

c) Tập xác định của hàm số là: $T = (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

d) Hàm số đã cho luôn xác định trên $[3; +\infty)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ.



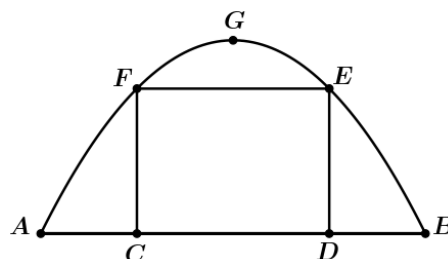
Biết chiều cao cổng parabol là 4 m , cửa chính (ở giữa parabol) cao 3 m và rộng 4 m . Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol này (đoạn AB trên hình vẽ).

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : y = ax + b$ đi qua điểm $K(1;3)$ và d tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 6 . Tính giá trị của biểu thức $b - a$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(3;6)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $2x - 3y - 1 = 0$. Hỏi máy thu đặt ở vị trí có hoành độ bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất ?

Câu 4. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên. Biết chiều cao cổng parabol là 4 m còn kích thước cửa ở giữa là $3\text{ m} \times 4\text{ m}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B . (xem hình vẽ bên dưới)

Trả lời: 8



PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ ($a \neq 0$) biết (P) có trục đối xứng là $x = \frac{3}{2}$ và cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ bằng 1.
- Câu 2.** Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1)$, $B(2;4)$, $C(10;-2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, suy ra $\cos B$.
- Câu 3.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng đi qua $M(3;2)$ cắt tia Ox tại A và tia Oy tại B sao cho diện tích tam giác OAB đạt giá trị nhỏ nhất.
- Câu 4.** Một doanh nghiệp tính toán lợi nhuận y (đồng) theo công thức như sau
 $y = -200x^2 + 92000x - 8400000$, trong đó x là số sản phẩm được bán ra. Hỏi doanh nghiệp có lãi khi sản xuất bao nhiêu sản phẩm và doanh nghiệp bị lỗ khi sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi
02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Cho ba điểm $A(1;-2), B(5;-4), C(-1;4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình.
A. $8x+6y+13=0$. B. $-6x+8y+11=0$. C. $3x-4y+8=0$. D. $3x-4y-11=0$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 2.** Điểm nào sau đây thuộc đường tròn có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$?

A. $(2;2)$. B. $(2;1)$. C. $(2;-2)$. D. $(2;-1)$.

Lời giải

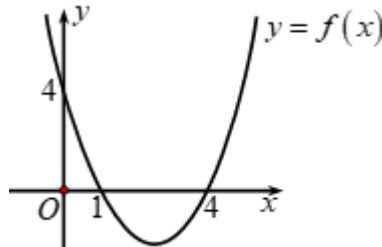
Thay $x=2, y=2$ vào phương trình đường tròn ta thấy thỏa mãn.

- Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho vector $\vec{u}=(1;3)$ và $\vec{v}=(-1;1)$, khi đó $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1}{\sqrt{a}}$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?
A. $a \in (4;6)$. B. $a \in (6;8)$. C. $a \in (1;3)$. D. $a \in (3;5)$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 4.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta=b^2-4ac$, tìm dấu của a và Δ .



A. $a < 0, \Delta > 0$. B. $a > 0, \Delta > 0$. C. $a > 0, \Delta = 0$. D. $a < 0, \Delta = 0$.

Lời giải

Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a > 0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

- Câu 5.** Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{x^2-4}=x-2$ là:

A. $S = \emptyset$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0;2\}$. D. $S = \{0\}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2-4}=x-2 \Rightarrow x^2-4=(x-2)^2 \Leftrightarrow x^2-4=x^2-4x+4 \Leftrightarrow 4x=8 \Leftrightarrow x=2$.

Thay $x=2$ vào phương trình ban đầu ta thấy thỏa mãn. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{2\}$.

- Câu 6.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2-x} - \frac{4}{\sqrt{x+4}}$.

A. $D = (-4; 2]$.

B. $D = (-2; 4]$.

C. $D = [-4; 2)$.

D. $D = [-4; 2]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -4 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } D = (-4; 2].$$

Câu 7. Cho các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 6x + y + 11 = 0$

Lời giải

Ta có:

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = -2 < 0.$$

$$x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = -\frac{7}{2} < 0.$$

$$x^2 + y^2 - 6x + y + 11 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = -\frac{3}{2} < 0.$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0 \text{ có } a^2 + b^2 - c = 10 > 0.$$

Vậy phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$ là phương trình đường tròn.

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4 > 0$.

A. $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

B. $S = (-2; 2)$.

C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$x^2 - 4$	$+$	0	$-$	0	$+$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 9. Góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = t \\ y = -10 + 2t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -6 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$ bằng:

A. 45°

B. 90° .

C. 60° .

D. 0° .

Lời giải

Véc tơ chỉ phương của Δ_1 là $\vec{u}_1 = (1; 2) \Rightarrow$ véc tơ pháp tuyến của Δ_1 là $\vec{n}_1(2; -1)$.

Véc tơ chỉ phương của Δ_2 là $\vec{u}_2 = (3; 1) \Rightarrow$ véc tơ pháp tuyến của Δ_2 là $\vec{n}_2(1; -3)$.

$$\text{Ta có: } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ.$$

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-1; -3)$; $B(0; 2)$; $C(2; 1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

B. $G(-1; 0)$.

C. $G\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

D. $G(1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 3x+4y+3=0$. Khoảng cách từ điểm $A(2;4)$ đến đường thẳng d bằng

- A. 5. B. $\frac{4}{5}$. C. 4. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ điểm $A(2;4)$ đến đường thẳng d bằng: $d(A,(d)) = \frac{|3.2+4.4+3|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 5$.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+4x+5} = \sqrt{x+3}$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho đường thẳng $d: 2x-3y+10=0$.

a) Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$.

b) Phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng d và cách điểm $B(2;6)$ một khoảng bằng $2\sqrt{13}$ là $\begin{cases} 2x-3y+40=0 \\ 2x-3y+12=0 \end{cases}$.

c) Điểm $M(2;2)$ thuộc đường thẳng d .

d) Có hai điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm đó tới điểm $A(8;0)$ bằng $2\sqrt{26}$.

Lời giải

a. Ta có: $2.2-3.2+10=8$ nên điểm $M \notin d$.

Chọn SAI.

b. Vector pháp tuyến của d là $\vec{n}(2;-3)$.

Vector chỉ phương của $\vec{u}(-3;-2)$; điểm $M(-2;2) \in d$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$.

Chọn Đúng.

c. Gọi $B\left(a; \frac{2}{3}a + \frac{10}{3}\right) \in d$.

$$AB = 2\sqrt{26} \Rightarrow \sqrt{(a-8)^2 + \left(\frac{2}{3}a + \frac{10}{3}\right)^2} = 2\sqrt{26}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{9}a^2 - \frac{104}{9}a - \frac{260}{9} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 10 \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm thuộc đường thẳng d cách điểm $A(8;0)$ bằng $2\sqrt{26}$.

Chọn Đúng.

d. Đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên có dạng $2x - 3y + c = 0$

$$d(B, \Delta) = 2\sqrt{13} \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 2 - 3 \cdot 6 + c|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = 2\sqrt{13} \Leftrightarrow |-14 + c| = 26 \Leftrightarrow \begin{cases} c = -12 \\ c = 40. \end{cases}$$

Chọn SAI.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.

a) Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 6x + 8$ là: $x = 2; x = 5$.

b) Điều kiện để hàm số có nghĩa là $x^2 - 6x + 8 \geq 0$.

c) Tập xác định của hàm số là: $T = (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

d) Hàm số đã cho luôn xác định trên $[3; +\infty)$.

Lời giải

a. Điều kiện để hàm số có nghĩa là $x^2 - 6x + 8 \geq 0$.

Chọn ĐÚNG.

b. $f(x) = x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

Chọn SAI.

c. Bảng xét dấu của $f(x) = x^2 - 6x + 8$:

x	$-\infty$	2		4	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Điều kiện $x^2 - 6x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số $T = (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$

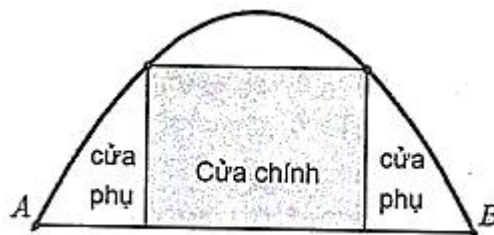
Chọn ĐÚNG.

d. $[3; +\infty) \subset (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$ nên hàm số đã cho luôn xác định trên $[3; +\infty)$.

Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ.

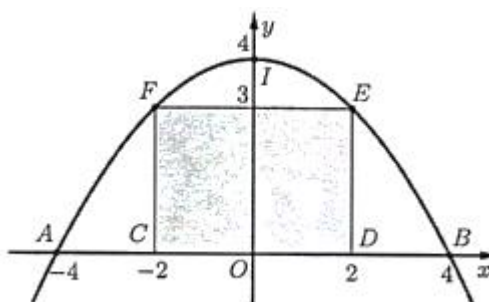


Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, cửa chính (ở giữa parabol) cao $3m$ và rộng $4m$. Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol này (đoạn AB trên hình vẽ).

Trả lời: 8

Lời giải

Dựng trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

$$\text{Ta có } (P) \text{ qua các điểm } I(0;4), E(2;3), F(-2;3) \text{ nên } \begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a - 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } (P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4.$$

Hai điểm A, B là giao điểm của (P) với Ox nên hoành độ thỏa mãn $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 4$.

Do vậy $A(-4;0), B(4;0) \Rightarrow AB = 8$.

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $K(1;3)$ và d tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 6. Tính giá trị của biểu thức $b - a$.

Trả lời: 9

Lời giải

Gọi phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$.

Vì đường thẳng d đi qua điểm $K(1;3)$ nên $a + b = 3$.

Đường thẳng $d: y = ax + b$ cắt hai tia Ox, Oy lần lượt là $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right), B(0; b), (a < 0, b > 0)$.

$$\text{Theo giả thiết } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}\left|\frac{b}{a}\right| \cdot |b| = \frac{1}{2}\frac{b^2}{|a|} = -\frac{b^2}{2a} \text{ do đó } S_{OAB} = -\frac{b^2}{2(3-b)}.$$

$$\text{Do } S_{OAB} = 6 \text{ nên } -\frac{b^2}{2(3-b)} = 6 \Leftrightarrow b^2 - 12b + 36 = 0 \Leftrightarrow b = 6.$$

Suy ra $a = -3$ nên $b - a = 9$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(3;6)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $2x - 3y - 1 = 0$. Hỏi máy thu đặt ở vị trí có hoành độ bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất?

Lời giải

Đặt $d: 2x - 3y - 1 = 0$.

Gọi M là vị trí đặt máy thu tín hiệu.

Ta có vị trí sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất khi M gần vị trí A nhất.

Mà $M \in d$. Do đó M gần vị trí A nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên đường thẳng d .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d .

$\Delta \perp d$ nên phương trình Δ có dạng $3x + 2y + c = 0, (c \in \mathbb{R})$.

$A \in \Delta \Rightarrow 3 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + c = 0 \Leftrightarrow c = -21$.

Suy ra: $\Delta: 3x + 2y - 21 = 0$.

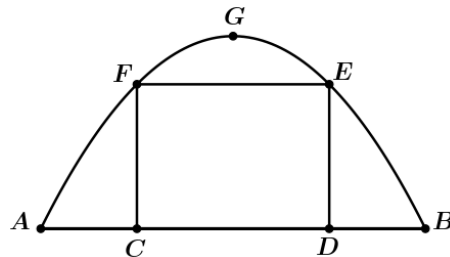
$$\begin{cases} M \in d \\ M \in \Delta \end{cases} \Rightarrow M = d \cap \Delta.$$

Suy ra tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y - 1 = 0 \\ 3x + 2y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$.

Vậy máy thu đặt ở vị trí $M(5;3)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất.

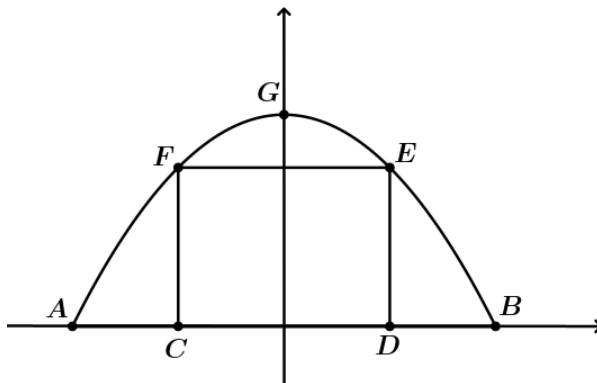
Câu 4. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B . (xem hình vẽ bên dưới)

Trả lời: 8



Lời giải

Ta có:



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Chiều cao của cổng parabol là 4m nên tọa độ đỉnh của (P) là $G(0;4)$.

Thế vào (P) ta được: $4 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 4 \Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$

Kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$ nên $E(2;3) \in (P) \Rightarrow 3 = a \cdot 2^2 + 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$.

Vậy (P): $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

A và B là giao điểm của (P) và trục hoành.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành:

$$-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases} \text{ nên } A(-4;0), B(4;0) \text{ hay } AB = 8 \text{ m}$$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Xác định parabol (P): $y = ax^2 + bx + 2$ ($a \neq 0$) biết (P) có trục đối xứng là $x = \frac{3}{2}$ và cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ bằng 1.

Lời giải

Vì (P) có trục đối xứng là $x = \frac{3}{2}$ nên $\frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 6a + 2b = 0$ (1)

Vì (P) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ bằng 1 nên $M(1;0)$

$\Rightarrow M(1;0) \in (P) \Rightarrow a + b + 2 = 0 \Leftrightarrow a + b = -2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 6a + 2b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy parabol (P): $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 2. Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;1)$, $B(2;4)$, $C(10;-2)$. Tính tích vô hướng $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$, suy ra $\cos B$.

Lời giải

Ta có: $\overline{BA} = (-1; -3)$, $\overline{BC} = (8; -6) \Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = -1 \cdot 8 + (-3) \cdot (-6) = 10$.

Suy ra: $\cos B = \cos(\overline{BA}, \overline{BC}) = \frac{\overline{BA} \cdot \overline{BC}}{|\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}|} = \frac{10}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-6)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng đi qua $M(3;2)$ cắt tia Ox tại A và tia Oy tại B sao cho diện tích tam giác OAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(3;2)$ và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A và B khác O, nên $A(a;0)$,

$B(0;b)$ với $a > 0$, $b > 0$. Do đó phương trình của d có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Đường thẳng d đi qua $M(3;2)$ nên $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} = 1$. Ta có $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |a| \cdot |b| = \frac{1}{2} ab$.

Áp dụng BĐT Cauchy, ta được $1 = \frac{3}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{6}{ab}} = 2\sqrt{\frac{3}{S_{\Delta OAB}}}$, suy ra $S_{\Delta OAB} \geq 12$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases}$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $d: \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$.

Câu 4. Một doanh nghiệp tính toán lợi nhuận y (đồng) theo công thức như sau
 $y = -200x^2 + 92000x - 8400000$, trong đó x là số sản phẩm được bán ra. Hỏi doanh nghiệp có lãi khi sản xuất bao nhiêu sản phẩm và doanh nghiệp bị lỗ khi sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Xét tam thức bậc hai $f(x) = -200x^2 + 92000x - 8400000$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{460 - \sqrt{43600}}{2} \approx 125,6 \\ x_2 = \frac{460 + \sqrt{43600}}{2} \approx 334,4 \end{cases}$$

Hệ số $a = -200 < 0$

Ta có bảng xét dấu của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$		-	+	-

Vì x là số nguyên dương nên:

Doanh nghiệp có lãi $\Leftrightarrow f(x) > 0$, tức là $126 \leq x \leq 334$

Doanh nghiệp bị lỗ $\Leftrightarrow f(x) < 0$, tức là $0 < x \leq 125$ hoặc $x \geq 335$.

----- **HẾT** -----

C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Câu 10. Phương trình $\sqrt{x^2 + 1} = 2$ có nghiệm là

A. $x = 4$.

B. $x = \pm 3$.

C. $x = \pm\sqrt{3}$.

D. $x = 2$.

Câu 11. Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là:

A. $\frac{28}{\sqrt{13}}$.

B. 2.

C. $\frac{13}{\sqrt{2}}$.

D. $2\sqrt{13}$.

Câu 12. Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 5x - 2} = \sqrt{2x^2 - x + 1}$. Bình phương thu được phương trình nào?

A. $x^2 + 4x + 3 = 0$.

B. $x^2 - 6x + 3 = 0$.

C. $3x^2 + 4x - 1 = 0$.

D. $-3x^2 - 4x + 3 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , $M(-2; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 5x - 12y + 9 = 0$;

$d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) Tính tích khoảng cách từ điểm M và gốc tọa độ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y + 9 = 0$ là $\frac{9}{13}$.

b) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d nằm trong khoảng $(3; 5)$

c) Khoảng cách từ điểm $M(-2; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y + 9 = 0$ là 5.

d) Khoảng cách từ điểm $M(-2; 1)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ là 2.

Câu 2. Cho bất phương trình $x^2 - 2x - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là S .

a) Có 5 giá trị nguyên của x để tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2x - 8$ nhận giá trị âm.

b) $x = 3$ không là nghiệm của bất phương trình.

c) $S = [a; b]$ trong đó $a + b = 2$.

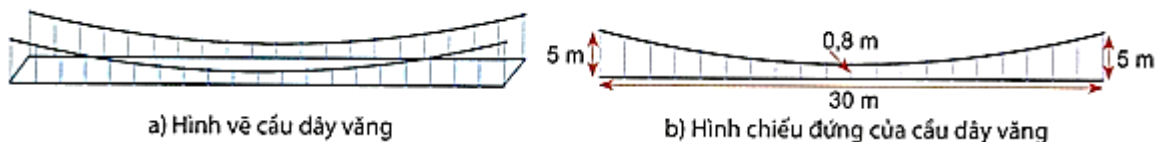
d) Đoạn $[-3; 2]$ là tập con của tập nghiệm S .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao 5m ; sau 4 giây nó đạt độ cao 4,5m. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(4;4)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $x - y - 3 = 0$. Hỏi máy thu đặt cách thiết bị khoảng bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 3. Chiếc cầu dây văng một nhịp được thiết kế hai bên thành cầu có dạng parabol và được cố định bằng các dây cáp song song.



Dựa vào bản vẽ ở Hình, hãy tính chiều dài tổng cộng của các dây cáp dọc ở hai mặt bên.

Biết: Dây dài nhất là 5 m , dây ngắn nhất là $0,8\text{ m}$. Khoảng cách giữa các dây bằng nhau.

Nhịp cầu dài 30 m .

Cần tính thêm 5% chiều dài mỗi sợi dây cáp để neo cố định.

Câu 4. Cho tam giác ABC biết $A(1;4)$; $B(3;-1)$; $C(6;-2)$. Phương trình đường thẳng d qua C và chia tam giác thành hai phần, sao cho phần chứa điểm A có diện tích gấp đôi phần chứa điểm B có dạng $ax + bx + c = 0$. Tính $a + b + c$?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho điểm $A(1;1)$, $B(2;4)$ và $C(10;-2)$. Tính tích vô hướng $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$ và tính $\cos B$, $\cos C$.

Câu 2. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx - 2$ biết nó có đỉnh là $I(-1;2)$.

Câu 3. Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo nhà sản xuất không bị lỗ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;4)$ và $B(3;5)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cách B một khoảng lớn nhất.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = \vec{0}$, $\vec{b} = (2; -3)$. Tích vô hướng của 2 vectơ \vec{a}, \vec{b} là:

- A. -1 . B. 1 . C. 0 . D. $\vec{0}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = \vec{0}, \vec{b} = (2; -3) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \cdot 2 + 0 \cdot (-3) = 0$.

Câu 2. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x - 3y + 1 = 0$ và $\Delta_2: 3x + 2y - 7 = 0$, tính $\alpha = (\Delta_1, \Delta_2)$

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$ C. $\alpha = 30^\circ$. D. $\alpha = 90^\circ$.

Lời giải

$\Delta_1: 2x - 3y + 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; -3)$.

$\Delta_2: 3x + 2y - 7 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; 2)$.

Do $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 2 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$.

Câu 3. Tất cả các giá trị thực của tham số m để $f(x) = mx^3 + (m-2)x^2 + 2x - 3$ là một tam thức bậc hai là

- A. $m = 2$. B. $m \neq 2$. C. $m = 0$. D. $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn C

$f(x)$ là một tam thức bậc hai $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 4. Viết phương trình đường tròn có đường kính AB biết $A(2; -7)$ và $B(4; 3)$.

- A. $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 26$. B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 26$.
C. $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 26$. D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 26$.

Lời giải

Gọi I là tâm đường tròn đường kính $AB \Rightarrow I$ là trung điểm $AB \Rightarrow I(3; -2)$.

$$\text{Bán kính } R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(4-2)^2 + (3+7)^2}}{2} = \sqrt{26}.$$

Vậy phương trình đường tròn có đường kính AB là: $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 26$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(3;5)$, $C(1;4)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác đã cho là

- A.** $G(2;4)$. **B.** $G(6;12)$. **C.** $G(3;6)$. **D.** $G(4;2)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tọa độ trọng tâm tam giác ta có: $G(2;4)$.

Câu 6. Bất phương trình nào dưới đây là bất phương trình bậc hai một ẩn x ?

- A.** $1-x \leq 0$. **B.** $x^2 - 3x + 2 > 0$.
C. $2x^2 - 3x^3 + 1 \leq 0$. **D.** $9 - x^2 > 0$.

Lời giải

Chọn D

$9 - x^2 > 0$ có dạng $ax^2 + bx + c > 0$ $a \neq 0$ nên là bất phương trình bậc hai một ẩn x

Câu 7. Tìm tập xác định D của hàm số $y = x - 2$.

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = [2; +\infty)$. **D.** $D = (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = x - 2$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta: x + 3y - 4 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ ?

- A.** $M(0;4)$. **B.** $N(1;2)$. **C.** $P(1;1)$. **D.** $Q(-1;2)$

Lời giải

Thay tọa độ các điểm lần lượt ở các phương án A,B,C, D vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

Phương án A: $0 + 3.4 - 4 \neq 0$ nên điểm M không thuộc đường thẳng Δ .

Phương án B: $1 + 3.2 - 4 \neq 0$ nên điểm N không thuộc đường thẳng Δ .

Phương án C: $1 + 3.1 - 4 = 0$ nên điểm P thuộc đường thẳng Δ .

Phương án D: $-1 + 3.2 - 4 \neq 0$ nên điểm Q không thuộc đường thẳng Δ .

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A.** $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. **B.** $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Để là phương trình đường tròn thì điều kiện cần là hệ số của x^2 và y^2 phải bằng nhau nên loại được đáp án A và D

Ta có: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 + 3 = 0$ vô lý.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ là phương trình đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 10. Phương trình $\sqrt{x^2+1} = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = \pm 3$. C. $x = \pm\sqrt{3}$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là:

- A. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. B. 2. C. $\frac{13}{\sqrt{2}}$. D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là:

$$d(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 12. Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 5x - 2} = \sqrt{2x^2 - x + 1}$. Bình phương thu được phương trình nào?

- A. $x^2 + 4x + 3 = 0$. B. $x^2 - 6x + 3 = 0$. C. $3x^2 + 4x - 1 = 0$. D. $-3x^2 - 4x + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Bình phương thu được PT $x^2 - 6x + 3 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , $M(-2; 1)$ và đường thẳng $\Delta: 5x - 12y + 9 = 0$;

$d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

- a) Tính tích khoảng cách từ điểm M và gốc tọa độ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y + 9 = 0$ là $\frac{9}{13}$.
b) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d nằm trong khoảng $(3; 5)$
c) Khoảng cách từ điểm $M(-2; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y + 9 = 0$ là 5.

d) Khoảng cách từ điểm $M(-2;1)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2+t \\ y = 1+2t \end{cases}$ là 2.

Lời giải

a Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|5 \cdot (-2) - 12 \cdot 1 + 9|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{|-13|}{13} = 1$ a) sai.

b $d(O, \Delta) = \frac{|5 \cdot 0 - 12 \cdot 0 + 9|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{9}{13}$. Khi đó $d(M, \Delta) \cdot d(O, \Delta) = \frac{9}{13}$. b) đúng.

c Phương trình tổng quát đường thẳng d là $2x - y + 5 = 0$

Khoảng cách từ điểm $M(-2;1)$ đến đường thẳng d là $\frac{|2 \cdot (-2) - 1 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 0$ nên c) sai.

d Phương trình tổng quát đường thẳng d là $2x - y + 5 = 0$

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng d là $\frac{|2 \cdot 0 - 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5} \notin (3;5)$ d) sai.

Câu 2. Cho bất phương trình $x^2 - 2x - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là S .

a) Có 5 giá trị nguyên của x để tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2x - 8$ nhận giá trị âm.

b) $x = 3$ không là nghiệm của bất phương trình.

c) $S = [a; b]$ trong đó $a + b = 2$.

d) Đoạn $[-3; 2]$ là tập con của tập nghiệm S .

Lời giải

a. Thay $x = 3$ vào bpt ta được: $3^2 - 2 \cdot 3 - 8 \leq 0$ (đúng)

Chọn ĐÚNG.

b. Bảng xét dấu của $f(x) = x^2 - 2x - 8$:

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có: $x^2 - 2x - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$ hay $S = [-2; 4]$ nên $a = -2$; $b = 4$

$\Rightarrow a + b = 2$.

Chọn ĐÚNG.

c. $[-3; 2] \not\subset [-2; 4]$

Chọn SAI.

d. Từ bảng xét dấu ta có: $f(x) = x^2 - 2x - 8 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 4$ mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao 5m ; sau 4 giây nó đạt độ cao 4,5m. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Trả Lời: 1,5

Lời giải

Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} h(0) = \frac{3}{2} \\ h(2) = 5 \\ h(4) = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = \frac{3}{2} \\ a(2)^2 + b(2) + c = 5 \\ a(4)^2 + b(4) + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Suy ra: $h = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{11}{4}t + \frac{3}{2}$. Khi $t = 5,5$ suy ra $h = 1,5$

Vậy sau 5,5 giây thì quả bóng đạt độ cao 1,5 mét so với mặt đất.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(4;4)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $x - y - 3 = 0$. Hỏi máy thu đặt cách thiết bị khoảng bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất ? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Trả Lời: 2,12

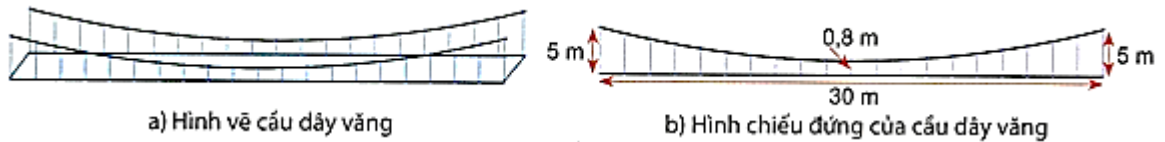
Lời giải

Gọi M là vị trí đặt máy thu tín hiệu

Ta có vị trí nào sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất khi M gần vị trí A nhất.

$$\text{Vậy } MA = d(A, d) = \frac{|4 - 4 - 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2,12.$$

Câu 3. Chiếc cầu dây văng một nhịp được thiết kế hai bên thành cầu có dạng parabol và được cố định bằng các dây cáp song song.



Dựa vào bản vẽ ở Hình, hãy tính chiều dài tổng cộng của các dây cáp dọc ở hai mặt bên.

Biết: Dây dài nhất là $5m$, dây ngắn nhất là $0,8m$. Khoảng cách giữa các dây bằng nhau.

Nhịp cầu dài $30m$.

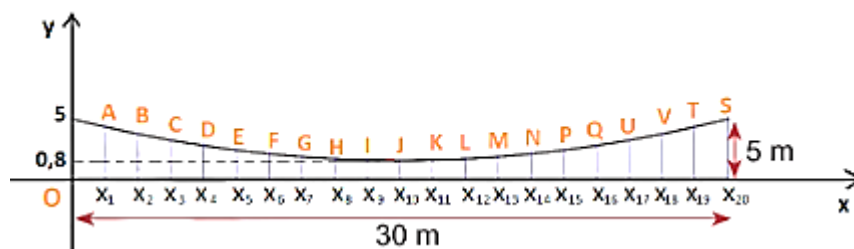
Cần tính thêm 5% chiều dài mỗi sợi dây cáp để neo cố định.

Trả Lời: 84,32

Lời giải

Gọi $y = ax^2 + bx + c$ là công thức của hàm số có đồ thị là thành cầu.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình dưới:



Khi đó độ dài dây cáp dọc ở mỗi mặt bên là tung độ của điểm biểu diễn tương ứng.

Ở mỗi mặt: có 21 dây cáp dọc, tương ứng cho 20 khoảng cách giữa chúng.

Khoảng cách giữa hai dây cáp liền kề là: $30 : 20 = 1,5(m)$

Khi đó: $x_0 = 0; x_1 = 1,5; x_2 = 3; x_3 = 4,5; \dots; x_n = 1,5.n$

Dễ thấy: các điểm có tọa độ $(0;5), (x_{10};0,8), (x_{20};5)$ thuộc đồ thị hàm số.

(Trong đó: $x_{10} = 10.1,5 = 15; x_{20} = 20.1,5 = 30$.)

Suy ra: $f(0) = a.0^2 + b.0 + c = 5 \Leftrightarrow c = 5$

Và $f(1) = a.10^2 + b.10 + c = 0,8 \Leftrightarrow 100a + 10b + 5 = 0,8$

$f(2) = a.30^2 + b.30 + c = 5 \Leftrightarrow 900a + 30b + 5 = 5$

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 100a + 10b + 5 = 0,8 \\ 900a + 30b + 5 = 5 \end{cases}$ ta được $a = \frac{21}{1000}; b = -\frac{63}{100}$

Như vậy $y = \frac{21}{1000}x^2 - \frac{63}{100}x + 5$

Gọi $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{20}$ là tung độ của các điểm có hoành độ lần lượt là $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{20}$

Ta có:

$$y_0 = 5$$

$$y_1 = \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 - \frac{63}{100} \cdot 1,5 + 5$$

$$y_2 = \frac{21}{1000} \cdot (2 \cdot 1,5)^2 - \frac{63}{100} \cdot (2 \cdot 1,5) + 5 = 2^2 \cdot \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 - 2 \cdot \frac{63}{100} \cdot 1,5 + 5$$

...

$$y_n = \frac{21}{1000} \cdot (n \cdot 1,5)^2 - \frac{63}{100} \cdot (n \cdot 1,5) + 5 = n^2 \cdot \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 - n \cdot \frac{63}{100} \cdot 1,5 + 5$$

$$\Rightarrow T = y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{20} = 5 + \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 \cdot (1 + 2^2 + \dots + 20^2) - \frac{63}{100} \cdot 1,5 \cdot (1 + 2 + \dots + 20) + 5 \cdot 20$$

Mà $1 + 2^2 + \dots + 20^2 = 2870; 1 + 2 + \dots + 20 = 210$

$$\Rightarrow T = 5 + \frac{21}{1000} \cdot 1,5^2 \cdot 2870 - \frac{63}{100} \cdot 1,5 \cdot 210 + 5 \cdot 20 \approx 42,16(m)$$

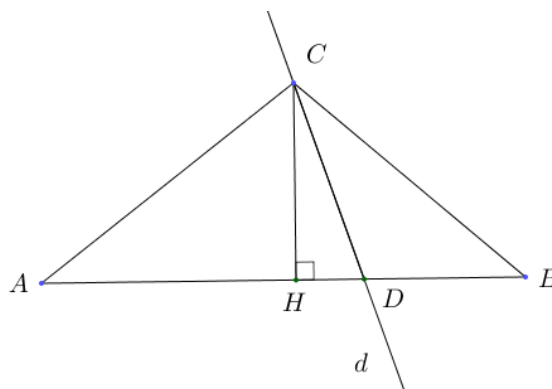
Tổng chiều dài của các dây cáp dọc ở hai mặt bên là: $42,16 \cdot 2 = 84,32(m)$

Vậy chiều dài tổng cộng của các dây cáp dọc ở hai mặt bên là $84,32m$.

Câu 4. Cho tam giác ABC biết $A(1;4); B(3;-1); C(6;-2)$. Phương trình đường thẳng d qua C và chia tam giác thành hai phần, sao cho phần chứa điểm A có diện tích gấp đôi phần chứa điểm B có dạng $ax + bx + c = 0$. Tính $a + b + c$?

Trả Lời: -7

Lời giải



Gọi D là giao điểm của đường thẳng d và đoạn thẳng AB

Ta có: $S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2}CH \cdot AD$ và $S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}CH \cdot BD$. Vì $S_{\Delta ACD} = 2S_{\Delta BCD} \Rightarrow AD = 2BD$

Lấy $D \in AB$ sao cho $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB} \Rightarrow D = \left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Ta có đường thẳng d đi qua $C(6; -2)$ và nhận $\overrightarrow{CD} = (-11; 8)$ là vectơ chỉ phương nên đường thẳng d có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (8; 11)$

Vậy phương trình đường thẳng d là: $8x + 11y - 26 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 11 \\ c = -26 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -7$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho điểm $A(1; 1)$, $B(2; 4)$ và $C(10; -2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ và tính $\cos B$, $\cos C$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-1; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (8; -6)$. Do đó $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -8 + 18 = 10$.

$BA = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$, $BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$, mà $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA \cdot BC \cdot \cos B$

Suy ra $10 = \sqrt{10} \cdot \cos B$. Vậy $\cos B = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Tương tự ta có $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 90 \Rightarrow \cos C = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Câu 2. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx - 2$ biết nó có đỉnh là $I(-1; 2)$.

Lời giải

Parabol có đỉnh là $I(-1; 2)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b - 2 = 2 \end{cases}, \text{ từ đó suy ra } a = -4, b = -8.$$

Vậy parabol cần tìm là $(P): y = -4x^2 - 8x - 2$.

Câu 3. Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo nhà sản xuất không bị lỗ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

Lời giải:

Khi bán hết x sản phẩm thì số tiền thu được là: $170x$ (nghìn đồng).

Điều kiện để nhà sản xuất không bị lỗ là

$$170x \geq x^2 + 30x + 3300 \Leftrightarrow x^2 - 140x + 3300 \leq 0.$$

$$\text{Xét } x^2 - 140x + 3300 = 0 \Rightarrow x = 30 \vee x = 110.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	30		110	$+\infty$	
$x^2 - 140x + 3300$		$+$	0	$-$	0	$+$

$$\text{Ta có: } x^2 - 140x + 3300 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [30; 110].$$

Vậy nếu nhà sản xuất làm ra từ 30 đến 110 sản phẩm thì họ sẽ không bị lỗ.

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;4)$ và $B(3;5)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cách B một khoảng lớn nhất.

Lời giải

Phương pháp đại số: Đường thẳng d đi qua $A(1;4)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a;b)$ với

$a^2 + b^2 \neq 0$ nên có phương trình

$$d: a(x-1) + b(y-4) = 0 \text{ hoặc } ax + by - a - 4b = 0$$

Khoảng cách từ B đến đường thẳng d được xác định $d(B, d) = \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Nếu $a=0$ thì $d(B, d) = 1$

Nếu $b=0$ thì $d(B, d) = 2$

Khi $a \neq 0$ và $b \neq 0$ ta chọn $b=1$

$$\text{Suy ra } d(B, d) = \frac{|2a+1|}{\sqrt{a^2+1}} = |f(a)|, \text{ với } f(a) = \frac{2a+1}{\sqrt{a^2+1}}$$

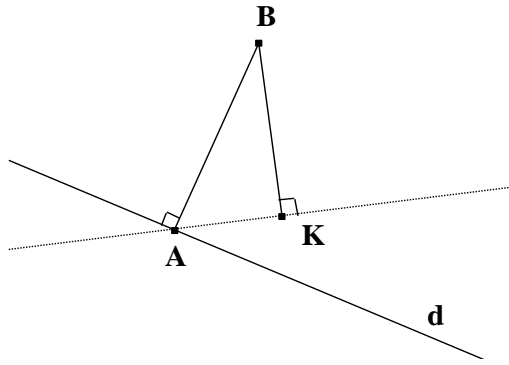
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Shwarz, ta có $(2a+1)^2 \leq (2^2+1^2)(a^2+1^2) \Rightarrow \frac{|2a+1|}{\sqrt{a^2+1}} \leq \sqrt{5}$

Vậy $\max_{\mathbb{R}} f(a) = \sqrt{5}$, xảy ra khi $a=2$.

So sánh các trường hợp, ta được $d(B, d)$ lớn nhất khi $a=2, b=1$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm $d: 2x + y - 6 = 0$

Cách 2: Phương pháp hình học:



Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng d .

Khi đó $d(B, d) = BK$.

Xét tam giác ABK vuông tại K , ta có

$d(B, d) = BK \leq AB = \sqrt{5}$ (BĐT tam giác mở rộng).

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $K \equiv A$.

Khi đó d được xác định là đi qua $A(1;4)$ và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (2;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm $d: 2x + y - 6 = 0$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $5x-12y-6=0$ là
A. -13 . B. 13 . C. -1 . D. 1 .
- Câu 2.** Trong mặt phẳng Oxy , cho 2 đường thẳng $\Delta: x-y+2=0$ và $\Delta': -x+1=0$. Góc giữa 2 đường thẳng Δ và Δ' bằng
A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 90° .
- Câu 3.** Phương trình đường tròn có tâm $I(-2;1)$ và có bán kính $R=2$ là
A. $(x-2)^2+(y+1)^2=2$. B. $(x+2)^2+(y-1)^2=4$.
C. $(x-2)^2+(y+1)^2=4$. D. $(x+2)^2+(y-1)^2=2$.
- Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;4)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-1;2)$, khi đó phương trình tổng quát của đường thẳng d là:
A. $x-2y+7=0$. B. $x+2y-9=0$. C. $2x+y-6=0$. D. $2x-y+2=0$.
- Câu 5.** Cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-1;1)$, $C(5;-1)$. Tính $\overline{AB \cdot AC}$
A. -5 . B. 7 . C. -7 . D. 5 .
- Câu 6.** Trong mặt phẳng tọa độ, phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?
A. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$. B. $x^2+2y^2-4x-8y+1=0$.
C. $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$. D. $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.
- Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y=\frac{x-1}{x^2-x+3}$ là
A. \mathbb{R} . B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ D. \emptyset .
- Câu 8.** Tìm tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1}=3$.
A. $S=\{4\}$. B. $S=\{9\}$. C. $S=\{7\}$. D. $S=\{10\}$.
- Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-4;7)$, $B(2;5)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là:
A. $I(-1;3)$. B. $I(3;-1)$. C. $I(-1;-1)$. D. $I(-1;6)$.
- Câu 10.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-2024x+2023 < 0$ là
A. $(1;2023)$. B. $(2024;+\infty)$.
C. $(-\infty;1) \cup (2023;+\infty)$. D. $(-\infty;1)$.
- Câu 11.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
A. $f(x)=2x^2-6x+4$ là tam thức bậc hai.

- B. $f(x) = x^4 - 6x + 2$ là tam thức bậc hai.
 C. $f(x) = 3x^2 + 6x + 4$ không là tam thức bậc hai.
 D. $f(x) = 3x + 4$ là tam thức bậc hai.

Câu 12. Tập nghiệm S của phương trình: $\sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{x - 2}$ là

- A. $S = \{0\}$. B. $S = \{1; 0\}$. C. $S = \emptyset$. D. $S = \{1; 0\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

- a) Nghiệm của bất phương trình là $\forall x \notin [1; 4]$.
 b) Nghiệm của bất phương trình là $1 \leq x \leq 4$.
 c) $x \geq 4$ là nghiệm của bất phương trình.
 d) Tập nghiệm của bất phương trình chứa khoảng $(-\infty; 1]$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(2; 1), B(1; -1)$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

- a) Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng 2.
 b) Khoảng cách từ điểm B đến trục Oy bằng 1.
 c) Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng 1.
 d) Khoảng cách từ điểm B đến trục Oy bằng -1.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{N}; a \leq 4$) vuông góc với đường thẳng $d: 3x - y + 4 = 0$ và Δ cách $A(1; 2)$ một khoảng $\sqrt{10}$. Xác định $T = a + b + c$

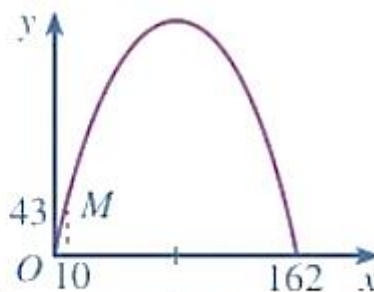
Câu 2. Sức mạnh động cơ (tính bằng đơn vị mã lực) sinh ra từ máy của một cannô ở tốc độ quay r vòng/phút được xác định bởi hàm số: $p(r) = -0.0000147r^2 + 0.18r - 251$. Vậy sức mạnh lớn nhất của động cơ này đạt được là



Câu 3. Khi du lịch đến thành phố St. Louis (Mỹ), ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Arch. Giả sử ta lập một hệ tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như Hình 16 (x và y tính bằng mét), chân kia của cổng ở vị trí có tọa độ $(162; 0)$. Biết một điểm M trên cổng có tọa độ là $(10; 43)$.



Cổng Arch (St.Louis, Mỹ)
(Nguồn: <https://visaf.vn>)



Hình 16

Tính chiều cao của cổng (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất), làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

- Câu 4.** Một chiếc phà chở khách qua sông từ điểm $A(3;4)$ đến điểm $B(3;50)$ bên kia sông. Nhưng vì có gió và nước chảy mạnh nên chiếc phà qua bên kia sông tại điểm $C(38;50)$. Tính góc lệch của con thuyền so với lúc dự tính ban đầu (làm tròn đến độ).

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2), B(2;-1), C(2;4)$. Tính số đo góc A của tam giác đã cho.

- Câu 2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(0;2)$ và hai đường $d_1: 3x + y + 2 = 0$, $d_2: x - 3y + 4 = 0$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 . Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại B, C (B và C khác A) sao cho $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- Câu 3.** Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$.
- Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu giây thì vận tốc của vật không bé hơn $10m/s$ (biết rằng $t > 0$)?
 - Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- Câu 4.** Xác định parabol $y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó
- Có trục đối xứng $x = 1$ và cắt Oy tại điểm $M(0;4)$.
 - Có đỉnh $I(-1;-2)$.
 - Đi qua hai điểm $A(0;-1)$ và $B(4;0)$.
 - Có hoành độ đỉnh -2 và đi qua điểm $N(1;-2)$.

----- HẾT -----

C. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-x+3}$ là

A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

D. \emptyset .

Lời giải

Điều kiện : $x^2 - x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} = 3$.

A. $S = \{4\}$.

B. $S = \{9\}$.

C. $S = \{7\}$.

D. $S = \{10\}$.

Lời giải

Chọn D

Bình phương 2 vế của phương trình ta được

$$\sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10$$

Thay $x = 10$ vào phương trình đã cho ta thấy thỏa mãn.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 10$.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-4;7)$, $B(2;5)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là:

A. $I(-1;3)$.

B. $I(3; -1)$.

C. $I(-1;-1)$.

D. $I(-1;6)$.

Lời giải

$$\text{Gọi } I(a;b). \text{ Vì } I \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ nên ta có } \begin{cases} a = \frac{-4+2}{2} = -1 \\ b = \frac{7+5}{2} = 6 \end{cases} \Rightarrow I(-1;6).$$

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2024x + 2023 < 0$ là

A. $(1; 2023)$.

B. $(2024; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1) \cup (2023; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Ta có $x^2 - 2024x + 2023 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2023$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là $(1; 2023)$.

Câu 11. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = x^4 - 6x + 2$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^2 + 6x + 4$ không là tam thức bậc hai.

D. $f(x) = 3x + 4$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Tập nghiệm S của phương trình: $\sqrt{x^2-2} = \sqrt{x-2}$ là

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \{1; 0\}$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \{1; 0\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2-2} = \sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x^2-2 = x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x=1 \text{ (l)} \Leftrightarrow x \in \emptyset \\ x=0 \text{ (l)} \end{cases}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

- a) Nghiệm của bất phương trình là $\forall x \notin [1;4]$.
- b) Nghiệm của bất phương trình là $1 \leq x \leq 4$.
- c) $x \geq 4$ là nghiệm của bất phương trình.
- d) Tập nghiệm của bất phương trình chứa khoảng $(-\infty;1]$.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình } x(x+5) \leq 2(x^2+2) \Leftrightarrow x^2+5x \leq 2x^2+4 \Leftrightarrow x^2-5x+4 \geq 0$$

$$\text{Xét phương trình } x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

Ta có Bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
x^2-5x+4	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2-5x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;1] \cup [4;+\infty)$.

Do đó a) sai, b) đúng, c) sai, d) đúng.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(2;1), B(1;-1)$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

- a) Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng 2.
- b) Khoảng cách từ điểm B đến trục Oy bằng 1.
- c) Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng 1.
- d) Khoảng cách từ điểm B đến trục Oy bằng -1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } d(A, Ox) = |1| = 1; d(B, Oy) = |1| = 1.$$

A Sai.

B Đúng.

C Đúng.

D Sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ ($a; b; c \in \mathbb{N}; a \leq 4$) vuông góc với đường thẳng $d: 3x-y+4=0$ và Δ cách $A(1;2)$ một khoảng $\sqrt{10}$. Xác định $T = a+b+c$

Trả lời: 10

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \Delta \perp d \Rightarrow \Delta: x+3y+m=0$$

$$\text{Theo đề: } d(A; \Delta) = \sqrt{10} \Leftrightarrow \frac{|7+m|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow |7+m| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m=-17 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \Delta_1: 3x+4y+3=0; \Delta_2: 3x+4y-17=0$$

$$\text{Vì } (a; b; c \in \mathbb{N}; a \leq 4) \Rightarrow a=3; b=4; c=3 \Rightarrow T=10.$$

Câu 2. Sức mạnh động cơ (tính bằng đơn vị mã lực) sinh ra từ máy của một canô ở tốc độ quay r vòng/phút được xác định bởi hàm số: $p(r) = -0.0000147r^2 + 0.18r - 251$. Vậy sức mạnh lớn nhất của động cơ này đạt được là

Trả lời: 300



Lời giải

Hàm số bậc hai có $a < 0$

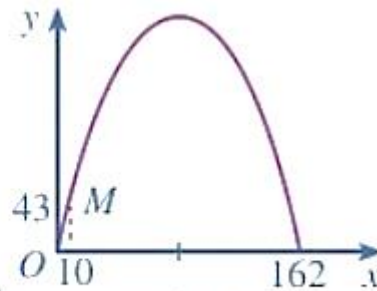
Sức mạnh lớn nhất của động cơ đạt được khi $r = \frac{-b}{2a} = \frac{-0.18}{2 \cdot (-0,0000147)} = \frac{300000}{49}$ (vòng/ phút).

Khi đó $p_{\max} = p\left(\frac{300000}{49}\right) = \frac{14701}{49} \approx 300$.

Câu 3. Khi du lịch đến thành phố St. Louis (Mỹ), ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Arch. Giả sử ta lập một hệ tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc O như Hình 16 (x và y tính bằng mét), chân kia của cổng ở vị trí có tọa độ (162;0). Biết một điểm M trên cổng có tọa độ là (10;43).



Cổng Arch (St.Louis, Mỹ)
(Nguồn: <https://visaf.vn>)



Hình 16

Tính chiều cao của cổng (tính từ điểm cao nhất trên cổng xuống mặt đất), làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

Trả lời: 186

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy các điểm thuộc đồ thị là:

$A(0;0), B(10;43), C(162;0)$.

Gọi hàm số là $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

Thay tọa độ các điểm A, B, C vào ta được hệ:

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 43 \\ a \cdot 162^2 + b \cdot 162 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 100a + 10b = 43 \\ 162^2 a + 162b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=-\frac{43}{1520} \\ b=\frac{3483}{760} \end{cases}$$

Từ đó ta có $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$

Hoành độ đỉnh của đồ thị là: $x = -\frac{b}{2a} = 81$

Khi đó: $y = -\frac{43}{1520} \cdot 81^2 + \frac{3483}{760} \cdot 81 \approx 186(m)$

Vậy chiều cao của cống là 186m.

Câu 4. Một chiếc phà chở khách qua sông từ điểm $A(3;4)$ đến điểm $B(3;50)$ bên kia sông. Nhưng vì có gió và nước chảy mạnh nên chiếc phà qua bên kia sông tại điểm $C(38;50)$. Tính góc lệch của con thuyền so với lúc dự tính ban đầu (làm tròn đến độ).

Trả lời: 37

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0;46)$ nên VTPT của AB là $\vec{n} = (1;0)$.

Suy ra $AB: x-3=0$.

Ta có: $\overrightarrow{AC} = (35;46)$ nên VTPT của AC là $\vec{n}' = (46;-35)$.

Suy ra $AC: 46x-35y-2=0$.

Khi đó góc lệch của con thuyền so với lúc dự tính ban đầu là: BAC

$$\cos BAC = \frac{|46|}{\sqrt{1} \cdot \sqrt{46^2 + 35^2}} \Rightarrow BAC \approx 37^\circ.$$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2), B(2;-1), C(2;4)$. Tính số đo góc A của tam giác đã cho.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (1;-3) \Rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$\overrightarrow{AC} = (1;2) \Rightarrow AC = \sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos A \Leftrightarrow \cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow A = 135^\circ.$$

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(0;2)$ và hai đường $d_1: 3x+y+2=0$, $d_2: x-3y+4=0$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2 . Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và

cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại B, C (B và C khác A) sao cho $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Tọa độ giao điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + y + 2 = 0 \\ x - 3y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 1)$.

Đường thẳng d_1 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (3; 1)$; Đường thẳng d_2 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -3)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$. Suy ra $d_1 \perp d_2$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d . Tam giác ABC vuông tại A nên

$$\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2} \geq \frac{1}{AM^2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv M$. Khi đó đường thẳng d đi qua $M(0; 2)$ và vuông góc với \overline{AM} nên nhận $\overline{AM} = (1; 1)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Vậy phương trình đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$.

Câu 3. Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$.

- a) Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu giây thì vận tốc của vật không bé hơn $10m/s$ (biết rằng $t > 0$)?
b) Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

a) Để vận tốc vật không dưới $10m/s$, ta cần xét:

$$v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10 \geq 10 \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 - 4t \geq 0.$$

$$\text{Xét } f(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t; f(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 8 \end{cases}.$$

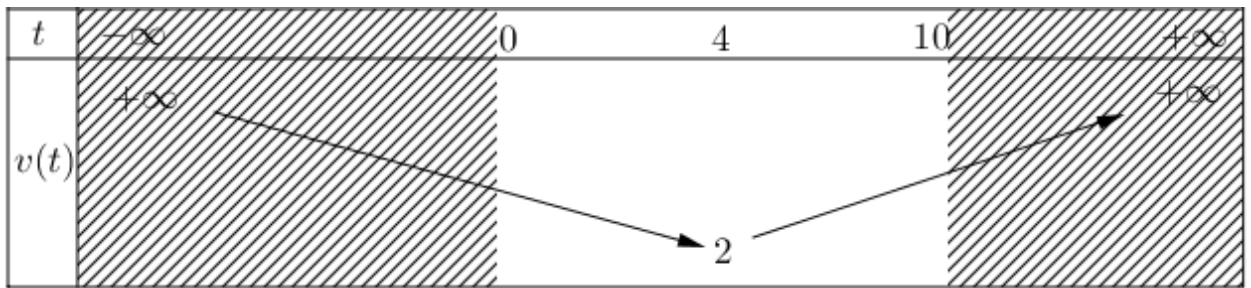
Bảng xét dấu $f(t)$:

t	$-\infty$	0	8	$+\infty$
f(t)	+	0	-	0 +

$$\text{Ta có: } f(t) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \text{ (l)} \\ t \geq 8 \end{cases}.$$

Vậy, thời gian tối thiểu là 8 giây thì vật sẽ đạt vận tốc không bé hơn $10m/s$.

b) Xét $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$ với $-\frac{b}{2a} = 4, a = \frac{1}{2} > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên. Bảng biến thiên của $v(t)$:



Vậy, ở giây thứ tư thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất là $v(t)_{\min} = 2$.

Câu 4. Xác định parabol $y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó

a) Có trục đối xứng $x = 1$ và cắt Oy tại điểm $M(0; 4)$.

b) Có đỉnh $I(-1; -2)$.

c) Đi qua hai điểm $A(0; -1)$ và $B(4; 0)$.

d) Có hoành độ đỉnh -2 và đi qua điểm $N(1; -2)$.

Lời giải

a) Vì P có trục đối xứng $x = 1$ nên $-\frac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow b = -2a \Leftrightarrow b = -4$.

Hơn nữa P cắt trục Oy tại điểm $M(0; 4)$ nên $2 \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 4 \Leftrightarrow c = 4$.

Vậy $P : y = 2x^2 - 4x + 4$.

b) Vì P có đỉnh $I(-1; -2)$ nên suy ra

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ b^2 - 4ac = 8a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ 16 - 8c = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy $P : y = 2x^2 + 4x$.

c) Vì P đi qua hai điểm $A(0; -1)$ và $B(4; 0)$ nên suy ra $\begin{cases} 2 \cdot 0 + b \cdot 0 + c = -1 \\ 32 + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ b = -\frac{31}{4} \end{cases}$

Vậy $P : y = 2x^2 - \frac{31}{4}x - 1$.

d) Vì P có hoành độ đỉnh -2 nên $-\frac{b}{2a} = -2 \Leftrightarrow b = 4a \Leftrightarrow b = 8$.

Hơn nữa P đi qua điểm $N(1; -2)$ nên $2 + b + c = -2 \Leftrightarrow 2 + 8 + c = -2 \Leftrightarrow c = -12$.

Vậy $P : y = 2x^2 + 8x - 12$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các giá trị sau của x , giá trị nào là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2x - 5 \leq 0$.

- A. 1. B. 6. C. -3. D. -2.

Câu 2. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (2; -5)$ và $\vec{b} = (-5; 2)$ là

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -20$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 20$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10$.

Câu 3. Phương trình $\sqrt{-x^2 + 10x - 25} = 0$:

- A. vô số nghiệm. B. có nghiệm duy nhất.
C. có hai nghiệm phân biệt. D. vô nghiệm.

Câu 4. Với giá trị x nào sau đây thì tam thức $f(x) = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương?

- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 0$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x+4}$.

- A. $[1; +\infty) \setminus \{4\}$. B. $(1; +\infty) \setminus \{-4\}$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-4; +\infty)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3; -5)$, $B(1; 7)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $I(2; 1)$. B. $I(2; -1)$. C. $I(4; 2)$. D. $I(-2; 12)$.

Câu 7. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. Góc giữa hai đường thẳng bằng 90° nếu hai đường thẳng vuông góc.
B. Góc giữa hai đường thẳng không lớn hơn 90° .
C. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.
D. Góc giữa hai đường thẳng bằng 0° nếu vectơ pháp tuyến của hai đường thẳng đó cùng phương.

Câu 8. Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - 4x + 5y - 2 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 14x + 2xy + 2024 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 8y - 3 = 0$.

Câu 9. Đường tròn tâm $I(3; -7)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là

A. $(x-3)^2 + (y+7)^2 = 3$.

B. $(x+3)^2 + (y-7)^2 = 9$.

C. $(x+3)^2 + (y+7)^2 = 9$.

D. $(x-3)^2 + (y+7)^2 = 9$.

Câu 10. Đường thẳng $\frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{-1}$ có phương trình tổng quát là:

A. $x + 2y + 3 = 0$.

B. $x + 2y - 3 = 0$.

C. $x - 2y - 3 = 0$.

D. $x - 2y + 3 = 0$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , khoảng cách từ điểm $A(1; 3)$ đến đường thẳng $3x + y + 4 = 0$ là

A. $12\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. 18.

D. 39.

Câu 12. Tính $A = x_1 + 3x_2$ với $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$) là các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 3x + 5} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 1}$.

A. -3.

B. 3.

C. -5.

D. 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.

a) Điều kiện để hàm số có nghĩa là $x^2 - 6x + 8 \geq 0$.

b) Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 6x + 8$ là: $x = 2; x = 5$.

c) Hàm số đã cho luôn xác định trên $[3; +\infty)$.

d) Tập xác định của hàm số là: $T = (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(1; -3)$ và đường thẳng $d: 2x - 3y + 5 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A và tạo với đường thẳng d một góc 45° .

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\Delta = (1; 5)$.

b) Có hai đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán đặt ra.

c) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

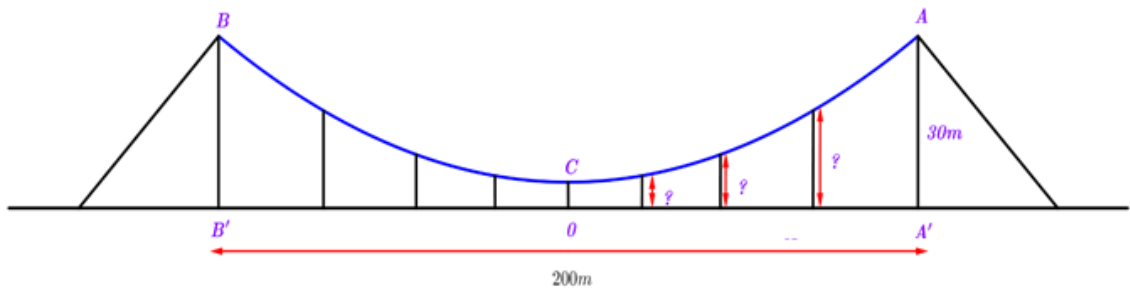
d) Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}_d = (2; 3)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả

bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao $5m$; sau 4 giây nó đạt độ cao $4,5m$. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Câu 2. Một kĩ sư thiết kế cây cầu treo bắc ngang dòng sông (như hình vẽ). Ở hai bên dòng sông, kĩ sư thiết kế hai cột trụ đỡ AA' và BB' có độ cao $30m$ và bên trên có bắt một dây truyền có dạng Parabol (ACB) để đỡ nền cầu. Hai đầu của dây truyền được gắn chặt vào hai điểm A và B . Để chịu sức nặng của cây cầu và các phương tiện giao thông thì ở khoảng giữa cầu phải đặt thêm dây cáp treo thẳng đứng nối nền cầu với dây truyền. Biết khoảng cách giữa các dây cáp treo và hai cột trụ là bằng nhau và dây cáp có độ dài ngắn nhất là $OC = 5m$. Khoảng cách $A'B' = 200m$. Tổng chiều dài các cáp treo còn lại là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 3. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy ,cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ ($a; b; c \in \mathbb{N}; a \leq 4$) vuông góc với đường thẳng $d : 3x - y + 4 = 0$ và Δ cách $A(1;2)$ một khoảng $\sqrt{10}$. Xác định $T = a + b + c$

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : x + 2y - 4 = 0$ và hai điểm $A(1;4)$, $B(3;2)$. Tìm điểm M thuộc d sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất.

Câu 2. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến tham quan du lịch của một nhóm du khách du lịch như sau:

Nếu có ít hơn hoặc bằng 10 người đăng ký tham gia thì giá tiền là 800.000đồng/người.

Nếu có nhiều hơn 10 người đăng ký tham gia thì kể từ sau người thứ 10 trở đi, cứ thêm một khách hàng, giá vé sẽ giảm 10.000 đồng/ người cho toàn bộ khách hàng.

- a) Gọi x là số lượng khách hàng từ người thứ 11 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu của công ty du lịch theo x
- b) Số người du lịch của nhóm nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho một chuyến đi là 700.000 đồng/ người.

Câu 3. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

a) (P): $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$.

b) (P): $y = ax^2 - 4x + c$ có trục đối xứng là là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3;0)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ suy ra $\cos B$

----- HẾT -----

A. $[1; +\infty) \setminus \{4\}$.

B. $(1; +\infty) \setminus \{-4\}$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $(-4; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện để hàm số xác định: } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [1; +\infty)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3; -5)$, $B(1; 7)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $I(2; 1)$.

B. $I(2; -1)$.

C. $I(4; 2)$.

D. $I(-2; 12)$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB :

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-5+7}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2; 1).$$

Câu 7. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Góc giữa hai đường thẳng bằng 90° nếu hai đường thẳng vuông góc.

B. Góc giữa hai đường thẳng không lớn hơn 90° .

C. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

D. Góc giữa hai đường thẳng bằng 0° nếu vectơ pháp tuyến của hai đường thẳng đó cùng phương.

Lời giải

Góc giữa hai vectơ có thể là góc tù nên trong trường hợp này góc giữa hai đường thẳng bằng góc bù với góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Câu 8. Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4x + 5y - 2 = 0$.

B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 14x + 2xy + 2024 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 8y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương án A và C: có tích xy nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án B: có hệ số bậc hai không bằng nhau nên không phải là phương trình đường tròn.

Câu 9. Đường tròn tâm $I(3; -7)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là

A. $(x-3)^2 + (y+7)^2 = 3$.

B. $(x+3)^2 + (y-7)^2 = 9$.

C. $(x+3)^2 + (y+7)^2 = 9$.

D. $(x-3)^2 + (y+7)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn tâm $I(3;-7)$, bán kính $R=3$ có phương trình là $(x-3)^2+(y+7)^2=9$.

Câu 10. Đường thẳng $\frac{x-5}{2}=\frac{y+1}{-1}$ có phương trình tổng quát là:

- A. $x+2y+3=0$. B. $x+2y-3=0$. C. $x-2y-3=0$. D. $x-2y+3=0$.

Lời giải

Ta có phương trình: $\frac{x-5}{2}=\frac{y+1}{-1} \Leftrightarrow -x+5=2y+2 \Leftrightarrow x+2y-3=0$.

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng cần tìm có dạng: $x+2y-3=0$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , khoảng cách từ điểm $A(1;3)$ đến đường thẳng $3x+y+4=0$ là

- A. $12\sqrt{3}$. B. $\sqrt{10}$. C. 18. D. 39.

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Tính $A = x_1 + 3x_2$ với $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$) là các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-3x+5} = \sqrt{-2x^2+4x+1}$.

- A. -3. B. 3. C. -5. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Bình phương hai vế của phương trình, ta được

$$x^2-3x+5=-2x^2+4x+1 \Leftrightarrow 3x^2-7x+4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ x=1 \end{cases}$$

Thay lần lượt $x=1$ và $x=\frac{4}{3}$ vào phương trình đã cho, ta thấy $x=1$ và $x=\frac{4}{3}$ đều thỏa mãn.

Suy ra nghiệm của phương trình đã cho là $\begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ x=1 \end{cases}$.

Mà $1 < \frac{4}{3} \Rightarrow x_1=1; x_2=\frac{4}{3}$. Vậy $A = x_1 + 3x_2 = 1 + 3 \cdot \frac{4}{3} = 5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2-6x+8}$.

- a) Điều kiện để hàm số có nghĩa là $x^2-6x+8 \geq 0$.
b) Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = x^2-6x+8$ là: $x=2; x=5$.

c) Hàm số đã cho luôn xác định trên $[3; +\infty)$.

d) Tập xác định của hàm số là: $T = (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

a. Điều kiện để hàm số có nghĩa là $x^2 - 6x + 8 \geq 0$.

Chọn ĐÚNG.

b. $f(x) = x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

Chọn SAI.

c. Bảng xét dấu của $f(x) = x^2 - 6x + 8$:

x	$-\infty$				$+\infty$	
			2		4	
$f(x)$		+		-		+
			0		0	

Điều kiện $x^2 - 6x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số $T = (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$

Chọn ĐÚNG.

d. $[3; +\infty) \subset (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$ nên hàm số đã cho luôn xác định trên $[3; +\infty)$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(1; -3)$ và đường thẳng $d: 2x - 3y + 5 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A và tạo với đường thẳng d một góc 45° .

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\Delta = (1; 5)$.

b) Có hai đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán đặt ra.

c) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

d) Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}_d = (2; 3)$.

Lời giải

a. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}_d = (2; -3)$.

Chọn SAI.

b. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d là

$$d(A, d) = \frac{|2 \cdot 1 - 3 \cdot (-3) + 5|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}.$$

Chọn SAI.

c. Đường thẳng d có VTPT $\vec{n}(2; -3)$.

Gọi VTPT của Δ là $\vec{n}(a; b)$.

Do góc giữa hai đường thẳng d và Δ là 45° nên:

$$\cos 45^\circ = \frac{|a \cdot 2 + b \cdot (-3)|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{13}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|2a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{13}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{13} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2} \cdot |2a - 3b| \Leftrightarrow 13(a^2 + b^2) = 8a^2 - 24ab + 18b^2$$

$$\Leftrightarrow 5a^2 - 24ab - 5b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{-1}{5} \\ \frac{a}{b} = 5 \end{cases}$$

Nếu $\frac{a}{b} = \frac{-1}{5}$ chọn $a = 1; b = -5$.

Đường thẳng Δ : $\begin{cases} \text{qua } A(1; -3) \\ \text{VTPT}(1; -5) \end{cases}$ có phương trình là $1(x-1) - 5(y+3) = 0 \Leftrightarrow x - 5y - 16 = 0$.

Nếu $\frac{a}{b} = 5$ chọn $a = 5; b = 1$.

Đường thẳng Δ : $\begin{cases} \text{qua } A(1; -3) \\ \text{VTPT}(5; 1) \end{cases}$ có phương trình là $5(x-1) + 1(y+3) = 0 \Leftrightarrow 5x + y - 2 = 0$

Chọn SAI.

d.

Chọn ĐÚNG

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao 5m ; sau 4 giây nó đạt độ cao 4,5m. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Trả lời: 1,5

Lời giải

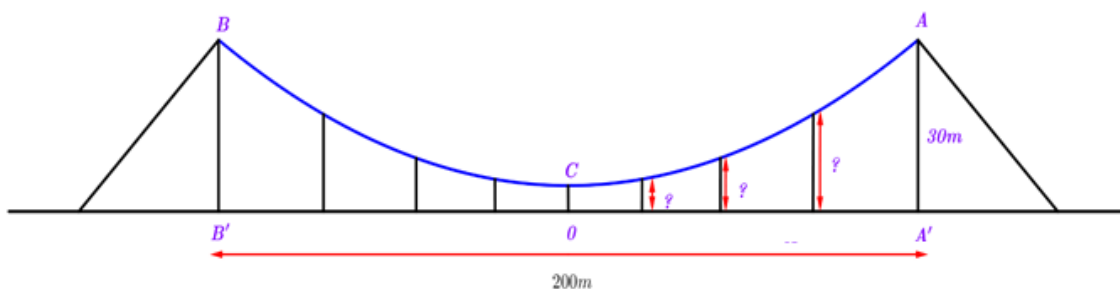
Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} h(0) = \frac{3}{2} \\ h(2) = 5 \\ h(4) = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = \frac{3}{2} \\ a(2)^2 + b(2) + c = 5 \\ a(4)^2 + b(4) + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Suy ra: $h = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{11}{4}t + \frac{3}{2}$. Khi $t = 5,5$ suy ra $h = 1,5$

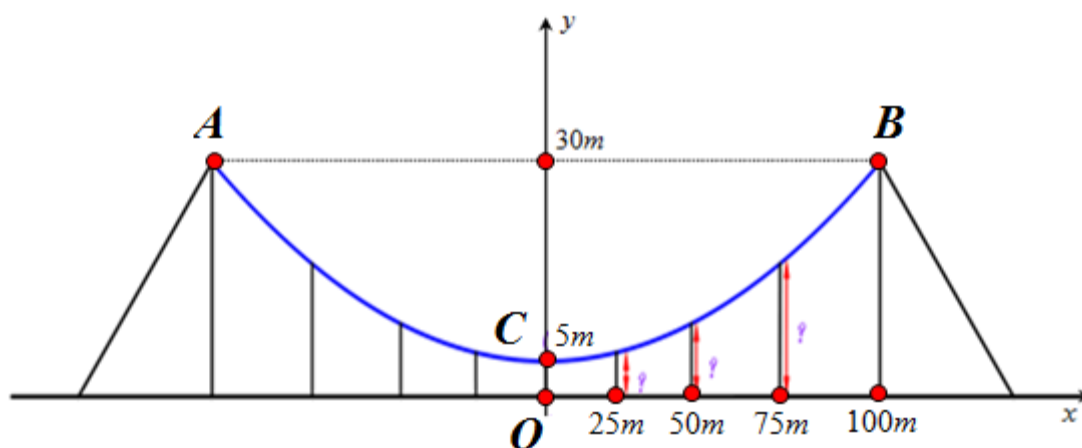
Vậy sau 5,5 giây thì quả bóng đạt độ cao 1,5 mét so với mặt đất.

Câu 2. Một kĩ sư thiết kế cây cầu treo bắc ngang dòng sông (như hình vẽ). Ở hai bên dòng sông, kĩ sư thiết kế hai cột trụ đỡ AA' và BB' có độ cao $30m$ và bên trên có bắc một dây truyền có dạng Parabol (ACB) để đỡ nền cầu. Hai đầu của dây truyền được gắn chặt vào hai điểm A và B . Để chịu sức nặng của cây cầu và các phương tiện giao thông thì ở khoảng giữa cầu phải đặt thêm dây cáp treo thẳng đứng nối nền cầu với dây truyền. Biết khoảng cách giữa các dây cáp treo và hai cột trụ là bằng nhau và dây cáp có độ dài ngắn nhất là $OC = 5m$. Khoảng cách $A'B' = 200m$. Tổng chiều dài các cáp treo còn lại là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 36,9



Chọn hệ trục tọa độ (Oxy) như hình vẽ.

Parabol (P) có dạng: $y = ax^2 + b$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} B(100,30) \in (P) \\ C(0;5) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10000a + b = 30 \\ b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 5 \end{cases}$$

Do đó Parabol (P): $y = \frac{1}{400}x^2 + 5$.

Chiều dài các cáp treo còn lại lần lượt là: $6,56m$, $11,25m$, $19,06m$.

Vậy, tổng chiều dài các cáp treo còn lại là: $36,9m$.

Câu 3. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

Trả lời: 3,4

Lời giải

Khi tàu A đứng yên, vị trí ban đầu của nó có tọa độ $P(3; -4)$; vị trí tàu B ứng với thời gian t là $Q(4 - 30t; 3 - 40t)$;

$$PQ = \sqrt{(1 - 30t)^2 + (7 - 40t)^2} = \sqrt{2500t^2 - 620t + 50}.$$

Đoạn PQ ngắn nhất ứng với $t = -\frac{b}{2a} = \frac{620}{2 \cdot 2500} = \frac{31}{250} = 0,124$ (giờ).

$$\text{Khi đó: } PQ_{\min} = \sqrt{2500 \cdot (0,124)^2 - 620 \cdot (0,124) + 50} = \frac{17}{5} = 3,4 \text{ (km)}.$$

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ ($a; b; c \in \mathbb{N}; a \leq 4$) vuông góc với đường thẳng $d: 3x - y + 4 = 0$ và Δ cách $A(1; 2)$ một khoảng $\sqrt{10}$. Xác định $T = a + b + c$

Trả lời: 10

Lời giải.

Ta có: $\Delta \perp d \Rightarrow \Delta: x + 3y + m = 0$

$$\text{Theo đề: } d(A; \Delta) = \sqrt{10} \Leftrightarrow \frac{|7 + m|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow |7 + m| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -17 \end{cases}$$

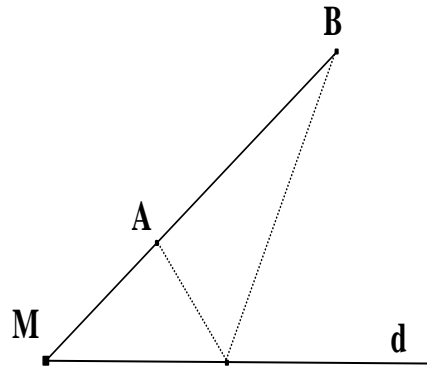
Vậy $\Delta_1: 3x + 4y + 3 = 0$; $\Delta_2: 3x + 4y - 17 = 0$

Vì $(a; b; c \in \mathbb{N}; a \leq 4) \Rightarrow a = 3; b = 4; c = 3 \Rightarrow T = 10$.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x + 2y - 4 = 0$ và hai điểm $A(1; 4)$, $B(3; 2)$. Tìm điểm M thuộc d sao cho $|MA - MB|$ lớn nhất.

Lời giải:



Ta có $P(A, d) \cdot P(B, d) = (x_A + 2y_A - 4)(x_B + 2y_B - 4) = 5 \cdot 3 > 0$

Suy ra hai điểm A và B cùng phía so với đường thẳng d .

Theo bất đẳng thức tam giác mở rộng, ta có

$$|MA - MB| \leq AB = 2\sqrt{2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi A, M, B thẳng hàng hay M thuộc đường thẳng AB .

Đường thẳng AB đi qua $A(1; 4)$ và $B(3; 2)$ nên có phương trình $AB: x + y - 5 = 0$.

Mặt khác, theo giả thiết M thuộc d nên tọa độ điểm M thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(6; -1).$$

! Câu toán này dùng cho hai điểm cùng phía so với d . Nếu đề bài đã cho A và B khác phía với d thì ta lấy đối xứng một trong hai điểm A hoặc B qua d .

Câu 2. Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến tham quan du lịch của một nhóm du khách du lịch như sau:

Nếu có ít hơn hoặc bằng 10 người đăng ký tham gia thì giá tiền là 800.000 đồng/người.

Nếu có nhiều hơn 10 người đăng ký tham gia thì kể từ sau người thứ 10 trở đi, cứ thêm một khách hàng, giá vé sẽ giảm 10.000 đồng/ người cho toàn bộ khách hàng.

a) Gọi x là số lượng khách hàng từ người thứ 11 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu của công ty du lịch theo x

b) Số người du lịch của nhóm nhiều nhất là bao nhiêu để công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho một chuyến đi là 700.000 đồng/ người.

Lời giải

a) Ta có doanh thu của công ty tính theo số khách hàng x là:

$$A = (x + 10)(800000 - 10000x) \text{ (đồng)}$$

b) Lợi nhuận của công ty tính theo x là:

$$B = (x + 10)(800000 - 10000x) - 700000(x + 10)$$

$$\Leftrightarrow B = -10000x^2 + 1000000$$

Để công ty không bị lỗ thì lợi nhuận của công ty không âm

$$\Rightarrow B \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -10000x^2 + 1000000 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 10$$

Vậy để công ty không bị lỗ thì số khách tối đa là 20 người

Câu 3. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

a) (P): $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$.

b) (P): $y = ax^2 - 4x + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3;0)$.

Lời giải

a) (P) qua $A(1;0)$ nên $0 = a.1^2 + b.1 + 2 \Leftrightarrow a + b = -2$ (1).

(P) có trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3a + b = 0$ (2). Từ (1) và (2) suy ra: $a = 1, b = -3$.

Vậy hàm số bậc hai được xác định: $y = x^2 - 3x + 2$.

b) (P) có trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2a} = 2 \Rightarrow a = 1$; (P) lại qua $M(3;0)$

$$\Rightarrow 0 = a.3^2 - 4.3 + c \Rightarrow c = 3.$$

Vậy hàm số bậc hai được xác định: $y = x^2 - 4x + 3$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Tính $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$ suy ra $\cos B$

Lời giải

$$\text{Có } \overline{BA} = (-1; -3), \overline{BC} = (8; -6) \Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = (-1) \cdot 8 + (-3) \cdot (-6) = 10$$

$$\text{Ngoài ra } \overline{BA} \cdot \overline{BC} = |\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}| \cos(\overline{BA}, \overline{BC})$$

$$\Rightarrow \cos(\overline{BA}, \overline{BC}) = \frac{\overline{BA} \cdot \overline{BC}}{|\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}|} = \frac{10}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{100}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 11. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 2x + 15 \geq 0$ là

A. $(-3; 5)$.

B. $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$.

C. $[-3; 5]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{19x+5}{18x-90}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 5\}$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = -x^2 - 5$ là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{5\}$.

C. $S = \{1; 5\}$.

D. $S = \emptyset$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

C. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

D. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 5. Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

Câu 6. Khoảng cách từ điểm $A(-3;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - y + 1 = 0$ bằng:

A. $\frac{11\sqrt{5}}{5}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\frac{10\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Câu 7. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , tính góc giữa hai đường thẳng $(d): x - 2y - 1 = 0$ và $(d'): x + 3y - 11 = 0$.

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 135° .

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 4 = 0$. Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

A. $\vec{u} = (1; 2)$.

B. $\vec{u} = (2; 1)$.

C. $\vec{u} = (2; 4)$.

D. $\vec{u} = (2; -1)$.

Câu 11. Phương trình đường tròn có tâm $I(-2; 4)$ và bán kính $R = 5$ là:

A. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 5$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$.

C. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$.

D. $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x - 8} = \sqrt{x^2 - 4}$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta_m): 3x - 4y + m = 0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) Khoảng cách từ $B(2; 1)$ đến (Δ_m) bằng 1 khi và chỉ khi $m = 13$.

b) Có hai giá trị tham số m để $d(O; \Delta_m) = 5$.

c) Khoảng cách giữa đường thẳng $(\Delta): 3x - 4y + 12 = 0$ và (Δ_m) bằng 5 khi và chỉ khi $m = -13$ và $m = 37$.

d) Khi $m = 5$, khoảng cách từ $A(1; 3)$ đến (Δ_m) bằng 4.

Câu 2. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai?

a) Biểu thức $f(x) = -2x^2 + 8x - 10$ luôn dương với mọi giá trị của x .

b) Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 5 > 0$ là \mathbb{R} .

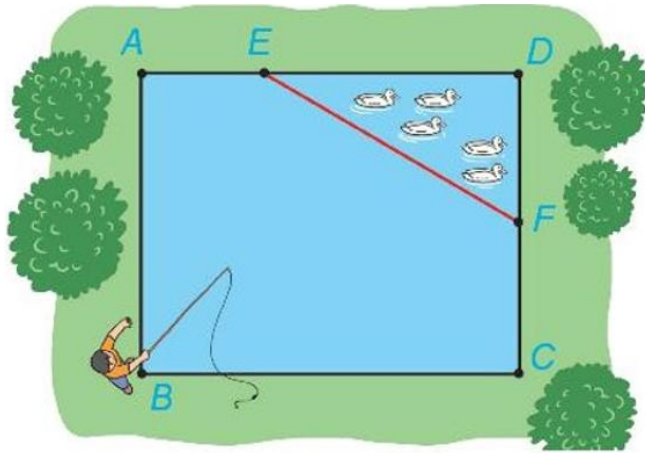
c) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ là $[0; 3]$.

d) Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ là \mathbb{R} .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một ao cá có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 17$ m, chiều rộng $AB = 13$ m. Phân tam giác DEF người ta để nuôi vịt, biết $AE = 6$ m, $CF = 6,5$ m (minh họa như hình vẽ). Tính

khoảng cách từ vị trí người đứng ở vị trí B câu cá đến vách ngăn nuôi vịt là đường thẳng EF (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : x - y - 2 = 0, d_2 : 2x + y - 4 = 0$ và điểm $M(-3; 4)$. Gọi $\Delta : ax + by + 5 = 0$ là đường thẳng đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $\overline{MA} = \frac{3}{2} \overline{MB}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - 3b$

Câu 3. Một cửa hàng nhập vào một loại máy tính xách tay với giá 15 triệu đồng và bán ra với giá 18 triệu đồng. Với giá bán này, một tháng cửa hàng đó bán được 20 cái máy tính xách tay. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cứ giảm giá bán mỗi máy 500000 đồng thì số máy tính bán được trong một tháng tăng thêm 5 cái. Xác định giá bán mỗi cái máy tính để lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 4. Siêu thị điện máy Nguyễn Kim nhập về một loại máy tính xách tay với giá 15 triệu đồng và bán ra với giá 18 triệu đồng. Với giá bán này, một tháng siêu thị sẽ bán được 20 cái máy tính xách tay. Siêu thị dự định giảm giá bán, ước tính nếu cứ giảm giá bán mỗi máy 500000 đồng thì số máy tính bán được trong một tháng tăng thêm 5 cái. Siêu thị cần bán mỗi cái máy tính giá là bao nhiêu triệu đồng để lợi nhuận thu được của siêu thị là cao nhất?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$.

- a) Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu giây thì vận tốc của vật không bé hơn $10m/s$ (biết rằng $t > 0$)?
- b) Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2), B(2; -1), C(2; 4)$. Tính số đo góc A của tam giác đã cho.

- Câu 3.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(-4;3)$ và cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A và B khác O sao cho $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ nhỏ nhất.
- Câu 4.** Tìm a và b để parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 11. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 2x + 15 \geq 0$ là

A. $(-3; 5)$.

B. $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$.

C. $[-3; 5]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } -x^2 + 2x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

Mà $a = -1 < 0$.

$$-x^2 + 2x + 15 \geq 0 \text{ khi và chỉ khi } x \in [-3; 5].$$

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{19x+5}{18x-90}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 5\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $18x - 90 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 5$.Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = -x^2 - 5$ là

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{5\}$.

C. $S = \{1; 5\}$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Vì $\sqrt{2x-1} \geq 0; -x^2 - 5 < 0$ nên phương trình vô nghiệm

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

C. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

D. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2-1-3}{3}; \frac{1-2+2}{3}\right) \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 5. Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

Lời giải

Phương án A: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 = -3$ (loại).

Phương án B và D loại vì hệ số của x^2 và y^2 không bằng nhau.

Phương án C: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ (nhận).

Câu 6. Khoảng cách từ điểm $A(-3; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - y + 1 = 0$ bằng:

A. $\frac{11\sqrt{5}}{5}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\frac{10\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $d(A; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) - 2 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$.

Câu 7. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

B. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Tam thức bậc hai có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Đáp án

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -30$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 43$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} = (4; 6), \vec{b} = (3; -7)$, suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 3 + 6 \cdot (-7) = 12 - 42 = -30$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , tính góc giữa hai đường thẳng $(d): x - 2y - 1 = 0$ và $(d'): x + 3y - 11 = 0$.

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 135° .

Lời giải

$$\vec{n}_d = (1; -2), \vec{n}_{d'} = (1; 3)$$

Gọi α là góc tạo bởi hai vector pháp tuyến của hai đường thẳng

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{n}_d \cdot \vec{n}_{d'}}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_{d'}|} = \frac{-5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 135^\circ$$

Suy ra góc giữa hai đường thẳng bằng 45°

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 4 = 0$. Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

- A. $\vec{u} = (1; 2)$. B. $\vec{u} = (2; 1)$. C. $\vec{u} = (2; 4)$. D. $\vec{u} = (2; -1)$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2)$. Vậy một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (2; -1)$.

Câu 11. Phương trình đường tròn có tâm $I(-2; 4)$ và bán kính $R = 5$ là:

- A. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 5$. B. $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$.
C. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$. D. $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

Lời giải

Phương trình đường tròn có tâm $I(-2; 4)$ và bán kính $R = 5$ là $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x - 8} = \sqrt{x^2 - 4}$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{2x^2 + 3x - 8} = \sqrt{x^2 - 4} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ 2x^2 + 3x - 8 = x^2 - 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \\ x^2 + 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \\ x = 1 (L) \\ x = -4 (N) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta_m): 3x - 4y + m = 0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) Khoảng cách từ $B(2;1)$ đến (Δ_m) bằng 1 khi và chỉ khi $m = 13$.

b) Có hai giá trị tham số m để $d(O; \Delta_m) = 5$.

c) Khoảng cách giữa đường thẳng $(\Delta): 3x - 4y + 12 = 0$ và (Δ_m) bằng 5 khi và chỉ khi $m = -13$ và $m = 37$.

d) Khi $m = 5$, khoảng cách từ $A(1;3)$ đến (Δ_m) bằng 4.

Lời giải

a Khi $m = 5$, khoảng cách từ $A(1;3)$ đến (Δ_m) bằng 4. **SAI**

Khi $m = 5$ phương trình $(\Delta_m): 3x - 4y + 5 = 0$

$$\text{Vậy } d(A; \Delta_m) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 3 + 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{4}{5}.$$

b Có hai giá trị tham số m để $d(O; \Delta_m) = 5$. **ĐÚNG**

$$\text{Ta có } d(O; \Delta_m) = 5 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + m|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 5 \Leftrightarrow |m| = 25 \Leftrightarrow m = \pm 25.$$

c Khoảng cách từ $B(2;1)$ đến (Δ_m) bằng 1 khi và chỉ khi $m = 13$. **SAI**

$$\text{Ta có } d(B; \Delta_m) = 3 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 + m|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3 \Leftrightarrow |m + 2| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 = 15 \\ m + 2 = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 13 \\ m = -17 \end{cases}.$$

d Khoảng cách giữa đường thẳng $(\Delta): 3x - 4y + 12 = 0$ và (Δ_m) bằng 5 khi và chỉ khi $m = -13$ và $m = 37$. **ĐÚNG.**

Ta có $M(-4;0) \in (\Delta)$ thì

$$d(\Delta; \Delta_m) = d(M; (\Delta_m)) = \frac{|3 \cdot (-4) - 4 \cdot 0 + m|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|m - 12|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 12 = 25 \\ m - 12 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 37 \\ m = -13 \end{cases}.$$

Câu 2. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai?

a) Biểu thức $f(x) = -2x^2 + 8x - 10$ luôn dương với mọi giá trị của x .

b) Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 5 > 0$ là \mathbb{R} .

c) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ là $[0; 3]$.

d) Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ là \mathbb{R} .

Lời giải

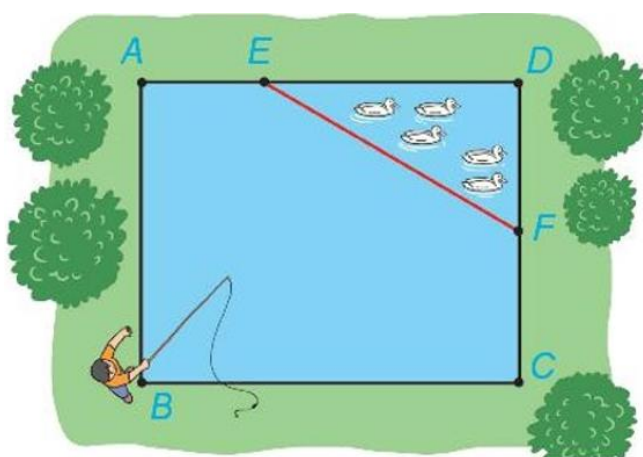
Đúng, vì $x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ Sai. Vì hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ xác định khi

$x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 > 0, \forall x \neq 2$. Đúng. Vì hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ xác định khi

$3x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$ Sai. Vì $f(x) = -2x^2 + 8x - 10 = -2(x-2)^2 - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một ao cá có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 17\text{ m}$, chiều rộng $AB = 13\text{ m}$. Phần tam giác DEF người ta để nuôi vịt, biết $AE = 6\text{ m}$, $CF = 6,5\text{ m}$ (minh họa như hình vẽ). Tính khoảng cách từ vị trí người đứng ở vị trí B câu cá đến vách ngăn nuôi vịt là đường thẳng EF (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy , có điểm O trùng với điểm B , các tia Ox, Oy tương ứng trùng với các tia BC, BA . Chọn 1 đơn vị độ dài trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 m trong thực tế.

Khi đó $A(0;13), B(0;0), C(17;0), D(17;13), E(6;13), F(17;6,5)$.

$\overrightarrow{EF}(11; -6,5)$.

Đường thẳng EF có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{EF}(11; -6,5)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (6,5; 11)$ và đi qua điểm $E(6;13)$.

Suy ra phương trình tổng quát của đường thẳng EF là: $6,5(x-6) + 11(y-13) = 0$

$\Leftrightarrow 6,5x + 11y - 182 = 0$.

Khoảng cách từ B đến đường thẳng EF là $d(B, EF) = \frac{|-182|}{\sqrt{6,5^2 + 11^2}} \approx 14,24$.

Vậy khoảng cách từ vị trí người đứng ở vị trí B câu cá đến vách ngăn nuôi vịt là đường thẳng EF bằng 14,24 mét.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 2 = 0, d_2: 2x + y - 4 = 0$ và điểm $M(-3; 4)$. Gọi $\Delta: ax + by + 5 = 0$ là đường thẳng đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $\overline{MA} = \frac{3}{2}\overline{MB}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - 3b$

Lời giải

Ta có: $A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A \in d_1 \Rightarrow A(t; t - 2)$ và $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B \in d_2 \Rightarrow B(t'; -2t' + 4)$.

Suy ra:
$$\begin{cases} \overline{MA} = (t + 3; t - 6) \\ \overline{MB} = (t' + 3; -2t') \end{cases}$$

Mà: $\overline{MA} = \frac{3}{2}\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t + 3 = \frac{3}{2} \cdot (t' + 3) \\ t - 6 = \frac{3}{2} \cdot (-2t') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - \frac{3}{2}t' = \frac{3}{2} \\ t + 3t' = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3; 1) \\ B(1; 2) \end{cases}$

Mặt khác: $\begin{cases} A \in \Delta \\ B \in \Delta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b + 5 = 0 \\ a + 2b + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$

Vậy: $T = 2a - 3b = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) = 4$.

Câu 3. Một cửa hàng nhập vào một loại máy tính xách tay với giá 15 triệu đồng và bán ra với giá 18 triệu đồng. Với giá bán này, một tháng cửa hàng đó bán được 20 cái máy tính xách tay. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cứ giảm giá bán mỗi máy 500000 đồng thì số máy tính bán được trong một tháng tăng thêm 5 cái. Xác định giá bán mỗi cái máy tính để lợi nhuận thu được là cao nhất.

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là số tiền cần giảm giá bán mỗi máy tính xách tay ($0 \leq x < 3$).

Gọi y là số máy tính bán được tăng thêm sau khi giảm giá bán.

Từ giả thiết ta có $\frac{x}{0,5} = \frac{y}{5} \Leftrightarrow y = 10x$.

Suy ra, số máy tính bán được trong một tháng là $20 + 10x$.

Khi đó, lợi nhuận thu được là: $f(x) = (3 - x)(20 + 10x)$ với $0 \leq x < 3$.

Lợi nhuận thu được cao nhất khi hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[0; 3)$

Ta có $f(x) = -10x^2 + 10x + 60 = -10\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{125}{2} \leq \frac{125}{2}, \forall x \in [0; 3)$.

Suy ra giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[0; 3)$ bằng $\frac{125}{2}$, đạt được khi $x = \frac{1}{2}$.

Do đó, lợi nhuận thu được là cao nhất khi giảm giá bán mỗi máy tính 0,5 triệu đồng.

Vậy giá bán mỗi máy tính là 17,5 triệu đồng.

Câu 4. Siêu thị điện máy Nguyễn Kim nhập về một loại máy tính xách tay với giá 15 triệu đồng và bán ra với giá 18 triệu đồng. Với giá bán này, một tháng siêu thị sẽ bán được 20 cái máy tính xách tay. Siêu thị dự định giảm giá bán, ước tính nếu cứ giảm giá bán mỗi máy 500000 đồng thì số máy tính bán được trong một tháng tăng thêm 5 cái. Siêu thị cần bán mỗi cái máy tính giá là bao nhiêu triệu đồng để lợi nhuận thu được của siêu thị là cao nhất?

Lời giải

Đáp án: 17,5

Gọi x (triệu đồng) là số tiền cần giảm giá bán mỗi máy tính xách tay ($0 \leq x < 3$).

Gọi y là số máy tính bán được tăng thêm sau khi giảm giá bán.

Từ giả thiết ta có $\frac{x}{0,5} = \frac{y}{5} \Leftrightarrow y = 10x$.

Suy ra, số máy tính bán được trong một tháng là $20 + 10x$.

Khi đó, lợi nhuận thu được là: $f(x) = (3 - x)(20 + 10x)$ với $0 \leq x < 3$.

Lợi nhuận thu được cao nhất khi hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[0; 3)$

Ta có $f(x) = -10x^2 + 10x + 60 = -10\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{125}{2} \leq \frac{125}{2}, \forall x \in [0; 3)$.

Suy ra giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[0; 3)$ bằng $\frac{125}{2}$, đạt được khi $x = \frac{1}{2}$.

Do đó, lợi nhuận thu được là cao nhất khi giảm giá bán mỗi máy tính 0,5 triệu đồng.

Vậy giá bán mỗi máy tính là 17,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Một vật chuyển động có vận tốc (mét/giây) được biểu diễn theo thời gian t (giây) bằng công thức

$$v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10.$$

a) Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu giây thì vận tốc của vật không bé hơn $10m/s$ (biết rằng $t > 0$)?

b) Trong 10 giây đầu tiên, vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

a) Để vận tốc vật không dưới $10m/s$, ta cần xét:

$$v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10 \geq 10 \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 - 4t \geq 0.$$

$$\text{Xét } f(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t; f(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 8 \end{cases}.$$

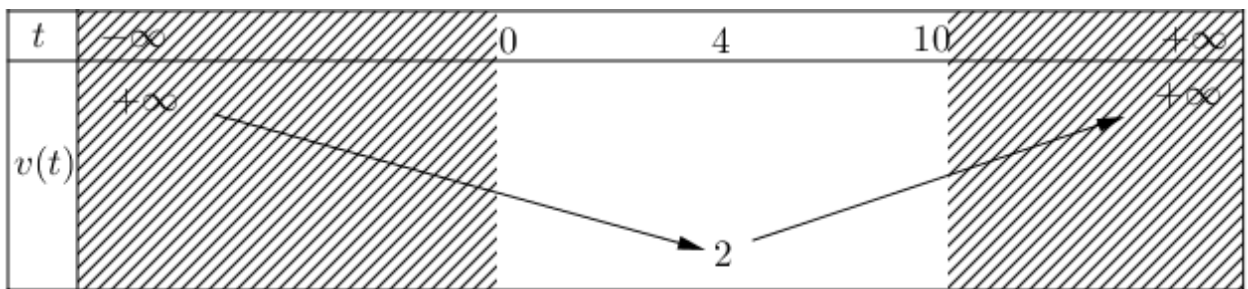
Bảng xét dấu $f(t)$:

t	$-\infty$	0	8	$+\infty$	
$f(t)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $f(t) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t \geq 8 \end{cases}$.

Vậy, thời gian tối thiểu là 8 giây thì vật sẽ đạt vận tốc không bé hơn $10m/s$.

b) Xét $v(t) = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 10$ với $-\frac{b}{2a} = 4, a = \frac{1}{2} > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên. Bảng biến thiên của $v(t)$:



Vậy, ở giây thứ tư thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất là $v(t)_{\min} = 2$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2), B(2;-1), C(2;4)$. Tính số đo góc A của tam giác đã cho.

Lời giải

$$\overline{AB} = (1; -3) \Rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$\overline{AC} = (1; 2) \Rightarrow AC = \sqrt{5}$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos A \Leftrightarrow \cos A = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow A = 135^\circ.$$

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(-4;3)$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B khác O sao cho $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ nhỏ nhất.

Lời giải

Cách 1. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng d . Tam giác OAB vuông tại H nên

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{25}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv M$. Khi đó đường thẳng d đi qua $M(-4;3)$ và vuông góc với

OM nên nhận $\overline{OM} = (-4;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Vậy phương trình đường thẳng d :

$$4x - 3y + 25 = 0.$$

Cách 2. Đường thẳng d đi qua $M(-4;3)$ và cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A và B khác O

nên $A(a;0)$, $B(0;b)$ với $a \neq 0$, $b \neq 0$. Do đó phương trình của d có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Đường thẳng d đi qua $M(-4;3)$ nên $\frac{-4}{a} + \frac{3}{b} = 1$. Ta có $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki, ta được

$$\left(\frac{-4}{a} + \frac{3}{b}\right)^2 \leq [(-4)^2 + 3^2] \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right).$$

Suy ra $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{1}{25}$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} -4 : \frac{1}{a} = 3 : \frac{1}{b} \\ \frac{-4}{a} + \frac{3}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{25}{4} \\ b = \frac{25}{3} \end{cases}$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $d : \frac{-4x}{25} + \frac{3y}{25} = 1$.

Cách 3. Giả sử đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a;b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ nên có phương trình $d : a(x+4) + b(y-3) = 0$ hay $ax + by + 4a - 3b = 0$.

Khi đó $d \cap Ox = A\left(\frac{3b-4a}{a}; 0\right)$ và $d \cap Oy = B\left(0; \frac{3b-4a}{b}\right)$. Ta có:

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{a^2}{(3b-4a)^2} + \frac{b^2}{(3b-4a)^2} = \frac{a^2+b^2}{(3b-4a)^2} \geq \frac{a^2+b^2}{(3^2+4^2)(b^2+a^2)} = \frac{1}{25}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{3}{b} = \frac{-4}{a} \Leftrightarrow 3a = -4b$. Chọn $a = 4$, suy ra $b = -3$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $d : 4x - 3y + 25 = 0$.

Câu 4. Tìm a và b để parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

Lời giải

Vì parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} 5 = a.1^2 + b.1 + 2 \\ 8 = a.(-2)^2 + b.(-2) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Vậy $a = 2$ và $b = 1$ và parabol cần tìm là: $y = 2x^2 + x + 2$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

C.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

D.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

Lời giải

Ta có $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ và $a = -1 < 0$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho 3 điểm $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho C là trọng tâm $\triangle ABM$.

A. $M(0;1)$.

B. $M(8;11)$.

C. $M(1;0)$.

D. $M(8;-11)$.

Lời giải

$$\text{Vì } C \text{ là trọng tâm } \triangle ABM \text{ nên } \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B + x_M}{3} \\ y_C = \frac{y_A + y_B + y_M}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-4 + 2 + x_M}{3} \\ -2 = \frac{1 + 4 + y_M}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 8 \\ y_M = -11 \end{cases}$$

Vậy $M(8;-11)$.

Câu 3. Phương trình $9x - 14 = \sqrt{13 - 9x}$ có tập nghiệm là

A. $\{\emptyset\}$.

B. $\left\{\frac{13}{9}; \frac{14}{9}\right\}$.

C. \emptyset .

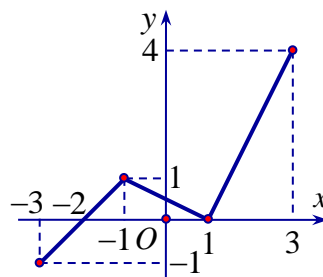
D. $\left\{\frac{13}{9}\right\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 9x - 14 = \sqrt{13 - 9x} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 14 \geq 0 \\ (9x - 14)^2 = 13 - 9x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{14}{9} \\ 81x^2 - 243x + 183 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Phương}$$

trình vô nghiệm

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị được biểu diễn như hình dưới đây



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $[-3; 3]$ B. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-1; 2)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-3; 3)$. D. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(1; 3)$

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u}(1; -2)$, $\vec{v}(-3; 2)$, khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ có giá trị bằng

- A. -7 . B. 1 . C. $\sqrt{65}$. D. 7 .

Lời giải

Theo biểu thức tọa độ tích vô hướng ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1(-3) + (-2)2 = -7$.

Vậy Chọn A đúng.

Câu 6. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - y = 0$. B. $x^2 + y^2 - 2 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$.

Lời giải

Thử đáp án

$$A. \text{ Ta có } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 - c = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 = -\frac{7}{2} < 0. \text{ Do đó A không phải phương trình}$$

đường tròn.

Câu 7. Phương trình tổng quát của đường thẳng có phương trình $(d): \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ là

- A. $x - 2y + 1 = 0$. B. $2x + y - 1 = 0$. C. $2x - y - 1 = 0$. D. $x - 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng đã cho đi qua điểm $I(3; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 2) \Rightarrow$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -4)$.

Suy ra (d) có phương trình tổng quát là $2(x - 3) - 4(y - 1) = 0$ hay $x - 2y - 1 = 0$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $A(0; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 1 = 0$ là:

- A. $\frac{11}{13}$. B. -1 . C. $\frac{12}{13}$. D. 1 .

Lời giải

Khoảng cách từ điểm $A(0; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 1 = 0$ là:

$$d(A; \Delta) = \frac{|0 \cdot 5 - 12 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 1.$$

Câu 9. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3}t' \\ y = 2 + t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$, tính $\alpha = (\Delta_1, \Delta_2)$.

- A. $\alpha = 45^\circ$ B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Lời giải

Δ_1 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 0)$.

Điều kiện $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Do đó tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Ta có: $D \cap [2; +\infty) = [2; +\infty)$ nên mệnh đề a là sai.

Mệnh đề b là sai.

Mệnh đề c là đúng.

Ta có: $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty) \supset \left[-2; \frac{1}{2}\right]$ nên mệnh đề d là đúng.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta): 5x + 12y - 60 = 0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) Các điểm thuộc trục tung cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 20.

b) Có hai điểm thuộc đường thẳng (Δ) cách đều trục hoành và trục tung.

c) Có một điểm thuộc đường thẳng $(\Delta_1): x - y + 2 = 0$ có khoảng cách đến (Δ) bằng 5.

d) Các điểm thuộc trục hoành cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 24.

Lời giải

A Các điểm thuộc trục hoành cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 24.

ĐÚNG

Giả sử điểm thuộc trục hoành là $A(a; 0)$ ta có

$$d(A; \Delta) = 4 \Leftrightarrow \frac{|5a - 60|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 4 \Leftrightarrow |5a - 60| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} 5a - 60 = 52 \\ 5a - 60 = -52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{112}{5} \\ a = \frac{8}{5} \end{cases}.$$

Vậy có tổng hoành độ là $\frac{112}{5} + \frac{8}{5} = 24$.

b Các điểm thuộc trục tung cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 20. **SAI**

Giả sử điểm thuộc trục tung là $B(0; b)$ ta có

$$d(B; \Delta) = 4 \Leftrightarrow \frac{|12b - 60|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 4 \Leftrightarrow |12b - 60| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} 12b - 60 = 52 \\ 12b - 60 = -52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{28}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Vậy có tổng hoành độ là $\frac{28}{3} + \frac{2}{3} = 10$.

c Có một điểm thuộc đường thẳng $(\Delta_1): x - y + 2 = 0$ có khoảng cách đến (Δ) bằng 5. **SAI**

Giả sử $M(a; a + 2)$ thuộc (Δ_1) ta có

$$d(M; \Delta) = 5 \Leftrightarrow \frac{|5a + 12(a + 2) - 60|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 5 \Leftrightarrow |17a - 36| = 65 \Leftrightarrow \begin{cases} 17a - 36 = 65 \\ 17a - 36 = -65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{101}{17} \\ a = -\frac{29}{17} \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm thỏa mãn là $M\left(\frac{101}{17}; \frac{135}{17}\right); M\left(-\frac{29}{17}; \frac{5}{17}\right)$.

d Có hai điểm thuộc đường thẳng (Δ) cách đều trục hoành và trục tung. **ĐÚNG**

Giả sử $N\left(a; \frac{60-5a}{12}\right) \in \Delta$.

$$\text{Ta có } d(N; Ox) = d(N; Oy) \Leftrightarrow |y_N| = |x_N| \Leftrightarrow |a| = \left| \frac{60-5a}{12} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{60-5a}{12} \\ a = -\frac{60-5a}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{60}{17} \\ a = -\frac{60}{7} \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thuộc đường thẳng (Δ) là $N\left(\frac{60}{17}; \frac{60}{17}\right); N\left(-\frac{60}{7}; \frac{60}{7}\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một nhà hát có sức chứa 800 người. Với giá vé 40 nghìn đồng trung bình sẽ có 300 người đến nhà hát mỗi ngày. Để tăng doanh thu, nhà hát đã khảo sát thị trường và thấy rằng nếu giá vé cứ giảm 10 nghìn đồng sẽ có thêm 100 người đến rạp xem phim mỗi ngày. Gọi A (nghìn đồng) là giá vé để doanh thu từ tiền bán vé của nhà hát là lớn nhất. Tính giá trị biểu thức $A^2 + 2025$.

Trả lời: 3250

Lời giải

Gọi giá vé bán của nhà hát là x (nghìn đồng) ($0 < x < 40$).

Khi đó số tiền giảm giá vé so với giá cũ 40 nghìn đồng là $(40-x)$ nghìn đồng.

Số người đến rạp tăng thêm mỗi ngày: $\frac{40-x}{10} \cdot 100 = 10(40-x) = 400-10x$.

Số người đến rạp xem phim mỗi ngày: $300 + 400 - 10x = 700 - 10x$.

Doanh thu từ tiền bán vé của nhà hát bằng $f(x) = x(700-10x) = -10x^2 + 700x$.

Hàm số $f(x)$ là hàm số bậc hai, đạt giá trị lớn nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{700}{2 \cdot (-10)} = 35$.

Do đó để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất thì giá vé của nhà hát là $A = 35$ (nghìn đồng).

Giá trị biểu thức $A^2 + 2025 = 35^2 + 2025 = 3250$.

Câu 2. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 USD. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x USD thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120-x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

Trả lời: 80

Lời giải

Gọi y (USD) là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

Ta có $y = (120-x)(x-40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x-80)^2 + 1600 \leq 1600$.

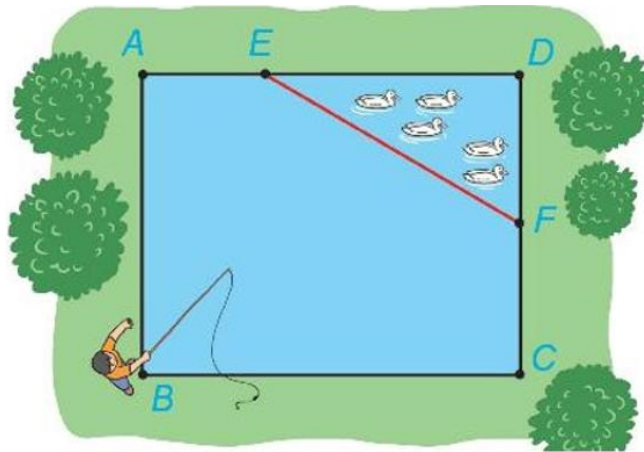
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

Câu 3. Một ao cá có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 17 m$, chiều rộng $AB = 13 m$. Phần tam giác DEF người ta để nuôi vịt, biết $AE = 6 m$, $CF = 6,5 m$ (minh họa như hình vẽ). Tính khoảng

cách từ vị trí người đứng ở vị trí B câu cá đến vách ngăn nuôi vịt là đường thẳng EF (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời: 14,24



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy , có điểm O trùng với điểm B , các tia Ox, Oy tương ứng trùng với các tia BC, BA . Chọn 1 đơn vị độ dài trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 m trong thực tế.

Khi đó $A(0;13), B(0;0), C(17;0), D(17;13), E(6;13), F(17;6,5)$.

$\overrightarrow{EF}(11;-6,5)$.

Đường thẳng EF có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{EF}(11;-6,5)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (6,5;11)$ và đi qua điểm $E(6;13)$.

Suy ra phương trình tổng quát của đường thẳng EF là: $6,5(x-6)+11(y-13)=0$
 $\Leftrightarrow 6,5x+11y-182=0$.

Khoảng cách từ B đến đường thẳng EF là $d(B,EF) = \frac{|-182|}{\sqrt{6,5^2+11^2}} \approx 14,24$.

Vậy khoảng cách từ vị trí người đứng ở vị trí B câu cá đến vách ngăn nuôi vịt là đường thẳng EF bằng 14,24 mét.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : x - y - 2 = 0, d_2 : 2x + y - 4 = 0$ và điểm $M(-3;4)$. Gọi $\Delta : ax + by + 5 = 0$ là đường thẳng đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $\overline{MA} = \frac{3}{2}\overline{MB}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - 3b$.

Trả lời: 4

Lời giải

Ta có: $A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A \in d_1 \Rightarrow A(t;t-2)$ và $B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B \in d_2 \Rightarrow B(t';-2t'+4)$.

Suy ra: $\begin{cases} \overline{MA} = (t+3;t-6) \\ \overline{MB} = (t'+3;-2t') \end{cases}$

$$\text{Mà: } \overline{MA} = \frac{3}{2} \overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t+3 = \frac{3}{2} \cdot (t'+3) \\ t-6 = \frac{3}{2} \cdot (-2t') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - \frac{3}{2}t' = \frac{3}{2} \\ t+3t' = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t'=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3;1) \\ B(1;2) \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} A \in \Delta \\ B \in \Delta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b+5=0 \\ a+2b+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } T = 2a - 3b = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) = 4.$$

-----HẾT-----

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = (2; -3)$ và $\vec{v} = (1; 5)$. Tính tích vô hướng $(2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} - 5\vec{v})$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2\vec{u} + 3\vec{v} = (7; 9).$$

$$\vec{u} - 5\vec{v} = (-3; -28)$$

$$\text{Vậy } (2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} - 5\vec{v}) = -21 - 252 = -273.$$

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có phương trình cạnh $AB: x + 2y - 2 = 0$, phương trình cạnh $AC: 2x + y + 1 = 0$, điểm $M(1; 2)$ thuộc đoạn BC . Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overline{DB} \cdot \overline{DC}$ có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Đường thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB} = (1; 2)$; Đường thẳng AC có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{AC} = (2; 1)$. Giả sử đường thẳng BC có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{BC} = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$. Do đó $BC: a(x-1) + b(y-2) = 0$ hay $ax + by - a - 2b = 0$.

Tam giác ABC cân tại A nên

$$\cos ABC = \cos ACB \Leftrightarrow |\cos(\vec{n}_{AB}, \vec{n}_{BC})| = |\cos(\vec{n}_{AC}, \vec{n}_{BC})|$$

$$\Leftrightarrow \frac{|a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a = b \end{cases}$$

Với $a = -b$, chọn $b = -1$ suy ra $a = 1$. Ta được $BC: x - y + 1 = 0$.

$$\text{Tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(0; 1).$$

$$\text{Tọa độ điểm } C \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Ta có $\overline{MB} = (-1; -1)$, $\overline{MC} = \left(-\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}\right)$. Suy ra M không thuộc đoạn BC .

Với $a = b$, chọn $a = 1$ suy ra $b = 1$. Ta được $BC: x + y - 3 = 0$.

$$\text{Tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(4; -1)$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-4; 7)$.

Ta có $\overrightarrow{MB} = (3; -3)$, $\overrightarrow{MC} = (-5; 5)$. Suy ra M thuộc đoạn BC .

Gọi trung điểm của BC là $I(0; 3)$. Ta có

$$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IB}) \cdot (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IC}) = DI^2 - \frac{BC^2}{4} \geq -\frac{BC^2}{4}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $D \equiv I$. Vậy $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}$ nhỏ nhất khi $D(0; 3)$.

Câu 3. Một công ty du lịch thông báo giá tiền đi thăm quan của một nhóm khách du lịch như sau: 30 khách đầu tiên có giá 40 USD/ người. Nếu có nhiều hơn 30 người đăng ký thì cứ thêm 1 người giá vé sẽ giảm đi 1 USD/ người cho toàn bộ hành khách. Gọi x là số lượng khách từ người thứ 31 trở lên của nhóm. Tìm x để công ty có lãi? Biết rằng chi phí của chuyến đi là 1000 USD.

Lời giải

Gọi x là số lượng khách từ người thứ 31 trở lên của nhóm ($x \in \mathbb{N}^*$).

Ta có: cứ thêm 1 người giá vé sẽ giảm đi 1 USD/ người cho toàn bộ khách hàng, nên thêm x người thì giá sẽ còn: $40 - x$ (USD) cho toàn bộ khách hàng.

\Rightarrow Doanh thu cả đoàn sẽ là: $(30 + x)(40 - x)$ (USD).

Do chi phí thực của chuyến đi là: 1000 USD, nên để công ty có lãi thì doanh thu phải lớn hơn chi phí thực.

Khi đó, ta phải có: $(30 + x)(40 - x) > 1000$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 200 < 0$$

$$\Leftrightarrow -10 < x < 20$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 19$$

Vậy để công ty có lãi, thì x nằm trong khoảng từ 1 đến 19 người, tương ứng số lượng đoàn khách phải nằm trong khoảng từ 31 đến 49 hành khách.

Câu 4. Xác định parabol (P) : $y = ax^2 + bx - 2$ biết nó đi qua điểm $A(1; 4)$ và nhận $x = -2$ làm trục đối xứng.

Lời giải

Parabol đi qua điểm $A(1; 4)$ và nhận $x = -2$ làm trục đối xứng, từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ a + b - 2 = 4 \end{cases}, \text{ suy ra } a = \frac{6}{5}, b = \frac{24}{5}$$

Vậy parabol cần tìm là (P) : $y = \frac{6}{5}x^2 + \frac{24}{5}x - 2$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

C.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

D.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Lời giải

Ta có $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ và $a = -1 < 0$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho 3 điểm $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho C là trọng tâm ΔABM .

- A. $M(0;1)$. B. $M(8;11)$. C. $M(1;0)$. D. $M(8;-11)$.

Lời giải

Vì C là trọng tâm ΔABM nên
$$\begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B + x_M}{3} \\ y_C = \frac{y_A + y_B + y_M}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-4 + 2 + x_M}{3} \\ -2 = \frac{1 + 4 + y_M}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 8 \\ y_M = -11 \end{cases}$$

Vậy $M(8;-11)$.

Câu 3. Phương trình $9x - 14 = \sqrt{13 - 9x}$ có tập nghiệm là

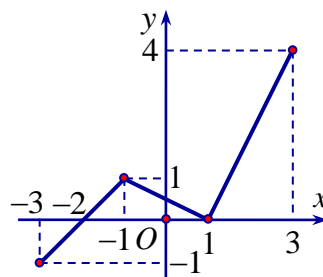
- A. $\{\emptyset\}$. B. $\left\{\frac{13}{9}; \frac{14}{9}\right\}$. C. \emptyset . D. $\left\{\frac{13}{9}\right\}$.

Lời giải

Ta có $9x - 14 = \sqrt{13 - 9x} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 14 \geq 0 \\ (9x - 14)^2 = 13 - 9x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{14}{9} \\ 81x^2 - 243x + 183 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ Phương

trình vô nghiệm

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị được biểu diễn như hình dưới đây



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $[-3; 3]$ B. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-1; 2)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-3; 3)$. D. Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(1; 3)$

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u}(1; -2)$, $\vec{v}(-3; 2)$, khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ có giá trị bằng

- A. -7 . B. 1 . C. $\sqrt{65}$. D. 7 .

Lời giải

Theo biểu thức tọa độ tích vô hướng ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1(-3) + (-2)2 = -7$.

Vậy Chọn A đúng.

Câu 6. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - y = 0$. B. $x^2 + y^2 - 2 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$.

Lời giải

Thử đáp án

$$A. \text{ Ta có } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 - c = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 = -\frac{7}{2} < 0. \text{ Do đó A không phải phương trình}$$

đường tròn.

Câu 7. Phương trình tổng quát của đường thẳng có phương trình $(d): \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ là

- A. $x - 2y + 1 = 0$. B. $2x + y - 1 = 0$. C. $2x - y - 1 = 0$. D. $x - 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng đã cho đi qua điểm $I(3; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 2) \Rightarrow$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -4)$.

Suy ra (d) có phương trình tổng quát là $2(x - 3) - 4(y - 1) = 0$ hay $x - 2y - 1 = 0$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $A(0; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 1 = 0$ là:

- A. $\frac{11}{13}$. B. -1 . C. $\frac{12}{13}$. D. 1 .

Lời giải

Khoảng cách từ điểm $A(0; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 1 = 0$ là:

$$d(A; \Delta) = \frac{|0 \cdot 5 - 12 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 1.$$

Câu 9. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3}t' \\ y = 2 + t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$, tính $\alpha = (\Delta_1, \Delta_2)$.

- A. $\alpha = 45^\circ$ B. $\alpha = 30^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 60^\circ$.

Lời giải

Δ_1 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 0)$.

Δ_2 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-\sqrt{3}; 1)$.

$$\text{Do } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (0)^2} \cdot \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (1)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = (\Delta_1, \Delta_2) = 30^\circ.$$

Câu 10. Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính bằng 3?

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9.$

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9.$

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R=3$ là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9.$

Câu 11. Bất phương trình $2x^2 + 5x - 12 \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 6.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Bảng xét dấu tam thức vế trái $f(x) = 2x^2 + 5x - 12$

x	$-\infty$	-4	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy bất phương trình $2x^2 + 5x - 12 \leq 0$ có tập nghiệm là $S = \left[-4; \frac{3}{2}\right]$, do đó bpt có 6 nghiệm nguyên.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $x\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$ chỉ xác định khi $x=2$.

Thử lại, ta thấy là nghiệm phương trình.

Vậy phương trình chỉ có 1 nghiệm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ có tập xác định là D . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $D \supset \left[-2; \frac{1}{2}\right].$

b) $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty).$

c) $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right].$

d) $D \cap [2; +\infty) = \emptyset.$

Lời giải

Điều kiện $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Do đó tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Ta có: $D \cap [2; +\infty) = [2; +\infty)$ nên mệnh đề a là sai.

Mệnh đề b là sai.

Mệnh đề c là đúng.

Ta có: $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty) \supset \left[-2; \frac{1}{2}\right]$ nên mệnh đề d là đúng.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta): 5x + 12y - 60 = 0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) Các điểm thuộc trục tung cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 20.

b) Có hai điểm thuộc đường thẳng (Δ) cách đều trục hoành và trục tung.

c) Có một điểm thuộc đường thẳng $(\Delta_1): x - y + 2 = 0$ có khoảng cách đến (Δ) bằng 5.

d) Các điểm thuộc trục hoành cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 24.

Lời giải

A Các điểm thuộc trục hoành cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 24.

ĐÚNG

Giả sử điểm thuộc trục hoành là $A(a; 0)$ ta có

$$d(A; \Delta) = 4 \Leftrightarrow \frac{|5a - 60|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 4 \Leftrightarrow |5a - 60| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} 5a - 60 = 52 \\ 5a - 60 = -52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{112}{5} \\ a = \frac{8}{5} \end{cases}.$$

Vậy có tổng hoành độ là $\frac{112}{5} + \frac{8}{5} = 24$.

b Các điểm thuộc trục tung cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 20. **SAI**

Giả sử điểm thuộc trục tung là $B(0; b)$ ta có

$$d(B; \Delta) = 4 \Leftrightarrow \frac{|12b - 60|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 4 \Leftrightarrow |12b - 60| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} 12b - 60 = 52 \\ 12b - 60 = -52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{28}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Vậy có tổng hoành độ là $\frac{28}{3} + \frac{2}{3} = 10$.

c Có một điểm thuộc đường thẳng $(\Delta_1): x - y + 2 = 0$ có khoảng cách đến (Δ) bằng 5. **SAI**

Giả sử $M(a; a+2)$ thuộc (Δ_1) ta có

$$d(M; \Delta) = 5 \Leftrightarrow \frac{|5a + 12(a+2) - 60|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = 5 \Leftrightarrow |17a - 36| = 65 \Leftrightarrow \begin{cases} 17a - 36 = 65 \\ 17a - 36 = -65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{101}{17} \\ a = -\frac{29}{17} \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm thỏa mãn là $M\left(\frac{101}{17}; \frac{135}{17}\right); M\left(-\frac{29}{17}; \frac{5}{17}\right)$.

d Có hai điểm thuộc đường thẳng (Δ) cách đều trục hoành và trục tung. **ĐÚNG**

Giả sử $N\left(a; \frac{60-5a}{12}\right) \in \Delta$.

$$\text{Ta có } d(N; Ox) = d(N; Oy) \Leftrightarrow |y_N| = |x_N| \Leftrightarrow |a| = \left| \frac{60-5a}{12} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{60-5a}{12} \\ a = -\frac{60-5a}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{60}{17} \\ a = -\frac{60}{7} \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thuộc đường thẳng (Δ) là $N\left(\frac{60}{17}; \frac{60}{17}\right); N\left(-\frac{60}{7}; \frac{60}{7}\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một nhà hát có sức chứa 800 người. Với giá vé 40 nghìn đồng trung bình sẽ có 300 người đến nhà hát mỗi ngày. Để tăng doanh thu, nhà hát đã khảo sát thị trường và thấy rằng nếu giá vé cứ giảm 10 nghìn đồng sẽ có thêm 100 người đến rạp xem phim mỗi ngày. Gọi A (nghìn đồng) là giá vé để doanh thu từ tiền bán vé của nhà hát là lớn nhất. Tính giá trị biểu thức $A^2 + 2025$.

Trả lời: 3250

Lời giải

Gọi giá vé bán của nhà hát là x (nghìn đồng) ($0 < x < 40$).

Khi đó số tiền giảm giá vé so với giá cũ 40 nghìn đồng là $(40-x)$ nghìn đồng.

Số người đến rạp tăng thêm mỗi ngày: $\frac{40-x}{10} \cdot 100 = 10(40-x) = 400-10x$.

Số người đến rạp xem phim mỗi ngày: $300 + 400 - 10x = 700 - 10x$.

Doanh thu từ tiền bán vé của nhà hát bằng $f(x) = x(700-10x) = -10x^2 + 700x$.

Hàm số $f(x)$ là hàm số bậc hai, đạt giá trị lớn nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{700}{2 \cdot (-10)} = 35$.

Do đó để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất thì giá vé của nhà hát là $A = 35$ (nghìn đồng).

Giá trị biểu thức $A^2 + 2025 = 35^2 + 2025 = 3250$.

Câu 2. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 USD. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x USD thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120-x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

Trả lời: 80

Lời giải

Gọi y (USD) là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

Ta có $y = (120-x)(x-40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x-80)^2 + 1600 \leq 1600$.

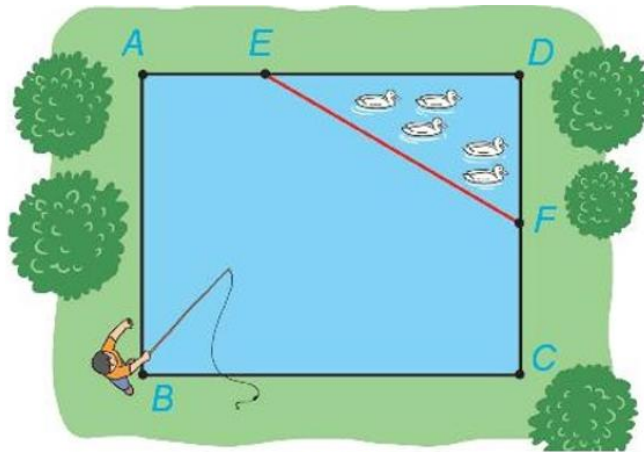
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

Câu 3. Một ao cá có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 17 m$, chiều rộng $AB = 13 m$. Phân tam giác DEF người ta để nuôi vịt, biết $AE = 6 m$, $CF = 6,5 m$ (minh họa như hình vẽ). Tính

khoảng cách từ vị trí người đứng ở vị trí B câu cá đến vách ngăn nuôi vịt là đường thẳng EF (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời: 14,24



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy , có điểm O trùng với điểm B , các tia Ox, Oy tương ứng trùng với các tia BC, BA . Chọn 1 đơn vị độ dài trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 m trong thực tế.

Khi đó $A(0;13), B(0;0), C(17;0), D(17;13), E(6;13), F(17;6,5)$.

$$\overrightarrow{EF}(11;-6,5).$$

Đường thẳng EF có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{EF}(11;-6,5)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (6,5;11)$ và đi qua điểm $E(6;13)$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra phương trình tổng quát của đường thẳng } EF \text{ là: } & 6,5(x-6)+11(y-13)=0 \\ \Leftrightarrow & 6,5x+11y-182=0. \end{aligned}$$

$$\text{Khoảng cách từ } B \text{ đến đường thẳng } EF \text{ là } d(B,EF) = \frac{|-182|}{\sqrt{6,5^2+11^2}} \approx 14,24.$$

Vậy khoảng cách từ vị trí người đứng ở vị trí B câu cá đến vách ngăn nuôi vịt là đường thẳng EF bằng 14,24 mét.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1 : x - y - 2 = 0, d_2 : 2x + y - 4 = 0$ và điểm $M(-3;4)$. Gọi $\Delta : ax + by + 5 = 0$ là đường thẳng đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $\overline{MA} = \frac{3}{2}\overline{MB}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - 3b$.

Trả lời: 4

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A \in d_1 \Rightarrow A(t;t-2) \text{ và } B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B \in d_2 \Rightarrow B(t';-2t'+4).$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \overline{MA} = (t+3;t-6) \\ \overline{MB} = (t'+3;-2t') \end{cases}$$

$$\text{Mà: } \overline{MA} = \frac{3}{2} \overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t+3 = \frac{3}{2} \cdot (t'+3) \\ t-6 = \frac{3}{2} \cdot (-2t') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - \frac{3}{2}t' = \frac{3}{2} \\ t+3t' = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t'=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3;1) \\ B(1;2) \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} A \in \Delta \\ B \in \Delta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b+5=0 \\ a+2b+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } T = 2a - 3b = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) = 4.$$

-----HẾT-----

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = (2; -3)$ và $\vec{v} = (1; 5)$. Tính tích vô hướng $(2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} - 5\vec{v})$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2\vec{u} + 3\vec{v} = (7; 9).$$

$$\vec{u} - 5\vec{v} = (-3; -28)$$

$$\text{Vậy } (2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} - 5\vec{v}) = -21 - 252 = -273.$$

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có phương trình cạnh AB : $x + 2y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC : $2x + y + 1 = 0$, điểm $M(1; 2)$ thuộc đoạn BC . Tìm tọa độ điểm D sao cho $\overline{DB} \cdot \overline{DC}$ có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Đường thẳng AB có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB} = (1; 2)$; Đường thẳng AC có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{AC} = (2; 1)$. Giả sử đường thẳng BC có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{BC} = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$. Do đó BC : $a(x-1) + b(y-2) = 0$ hay $ax + by - a - 2b = 0$.

Tam giác ABC cân tại A nên

$$\cos ABC = \cos ACB \Leftrightarrow |\cos(\vec{n}_{AB}, \vec{n}_{BC})| = |\cos(\vec{n}_{AC}, \vec{n}_{BC})|$$

$$\Leftrightarrow \frac{|a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a = b \end{cases}$$

Với $a = -b$, chọn $b = -1$ suy ra $a = 1$. Ta được BC : $x - y + 1 = 0$.

$$\text{Tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(0; 1).$$

$$\text{Tọa độ điểm } C \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow C\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Ta có $\overline{MB} = (-1; -1)$, $\overline{MC} = \left(-\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}\right)$. Suy ra M không thuộc đoạn BC .

Với $a = b$, chọn $a = 1$ suy ra $b = 1$. Ta được BC : $x + y - 3 = 0$.

$$\text{Tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(4; -1)$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-4; 7)$.

Ta có $\overrightarrow{MB} = (3; -3)$, $\overrightarrow{MC} = (-5; 5)$. Suy ra M thuộc đoạn BC .

Gọi trung điểm của BC là $I(0; 3)$. Ta có

$$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IB}) \cdot (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IC}) = DI^2 - \frac{BC^2}{4} \geq -\frac{BC^2}{4}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $D \equiv I$. Vậy $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}$ nhỏ nhất khi $D(0; 3)$.

Câu 3. Một công ty du lịch thông báo giá tiền đi thăm quan của một nhóm khách du lịch như sau: 30 khách đầu tiên có giá 40 USD/ người. Nếu có nhiều hơn 30 người đăng ký thì cứ thêm 1 người giá vé sẽ giảm đi 1 USD/ người cho toàn bộ hành khách. Gọi x là số lượng khách từ người thứ 31 trở lên của nhóm. Tìm x để công ty có lãi? Biết rằng chi phí của chuyến đi là 1000 USD.

Lời giải

Gọi x là số lượng khách từ người thứ 31 trở lên của nhóm ($x \in \mathbb{N}^*$).

Ta có: cứ thêm 1 người giá vé sẽ giảm đi 1 USD/ người cho toàn bộ khách hàng, nên thêm x người thì giá sẽ còn: $40 - x$ (USD) cho toàn bộ khách hàng.

\Rightarrow Doanh thu cả đoàn sẽ là: $(30 + x)(40 - x)$ (USD).

Do chi phí thực của chuyến đi là: 1000 USD, nên để công ty có lãi thì doanh thu phải lớn hơn chi phí thực.

Khi đó, ta phải có: $(30 + x)(40 - x) > 1000$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 200 < 0$$

$$\Leftrightarrow -10 < x < 20$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 19$$

Vậy để công ty có lãi, thì x nằm trong khoảng từ 1 đến 19 người, tương ứng số lượng đoàn khách phải nằm trong khoảng từ 31 đến 49 hành khách.

Câu 4. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx - 2$ biết nó đi qua điểm $A(1; 4)$ và nhận $x = -2$ làm trục đối xứng.

Lời giải

Parabol đi qua điểm $A(1; 4)$ và nhận $x = -2$ làm trục đối xứng, từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ a + b - 2 = 4 \end{cases}, \text{ suy ra } a = \frac{6}{5}, b = \frac{24}{5}$$

Vậy parabol cần tìm là $(P): y = \frac{6}{5}x^2 + \frac{24}{5}x - 2$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = 2x + 1$ có tập nghiệm là
A. $\{1 + \sqrt{3}\}$ **B.** $\{1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}\}$. **C.** \emptyset . **D.** $\{1 - \sqrt{3}\}$.
- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{x} + \sqrt{3-x}$ là
A. $(-\infty; 3]$. **B.** $(-\infty; 3] \setminus \{0\}$. **C.** $[3; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Câu 3.** Cho $\vec{a} = (3; 2); \vec{b} = (-1; 2)$. Khi đó, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:
A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.
- Câu 4.** Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn có tâm $I(0; 2)$ và đường kính bằng 10 có phương trình là
A. $x^2 + (y-2)^2 = 50$ **B.** $x^2 + (y-2)^2 = 25$.
C. $x^2 + (y+2)^2 = 25$. **D.** $x^2 + (y-2)^2 = 100$.
- Câu 5.** Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai?
A. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$. **B.** $f(x) = x^3 + 7x - 2022$.
C. $f(x) = -x^2 + 2x - 10$. **D.** $f(x) = 2x - 10$.
- Câu 6.** Đường thẳng đi qua $A(-1; 2)$ và nhận $\vec{n} = (1; -2)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là:
A. $x - 2y - 4 = 0$. **B.** $x + y + 4 = 0$. **C.** $x - 2y + 5 = 0$. **D.** $-x + 2y - 4 = 0$.
- Câu 7.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.
A. $x \in [-5; 1]$. **B.** $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.
C. $x \in (-5; 1)$. **D.** $x \in [-1; 5]$.
- Câu 8.** Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$?
A. 90° . **B.** 60° . **C.** 120° . **D.** 30° .
- Câu 9.** Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn:

A. $x^2 - y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2xy + 8y - 2 = 0$

Câu 10. Khoảng cách từ $O(0;0)$ đến đường thẳng $\Delta: 4x - 3y - 5 = 0$ là

A. -5 .

B. $\frac{1}{5}$.

C. 1 .

D. 0 .

Câu 11. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .

A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $(1; -2)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

D. $(-1; -2)$.

Câu 12. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + x + 11} = \sqrt{-2x^2 - 13x + 16}$.

A. $\frac{16}{3}$.

B. $-\frac{14}{3}$.

C. $\frac{14}{3}$.

D. $-\frac{16}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;1)$, $B(-2;4)$, $C(4;1)$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

a) Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng $(d): 3x - 4y - 3 = 0$ bằng 5 .

b) Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến đường thẳng $(d_1): 2x - y - 3 = 0$ bằng $\sqrt{3}$.

c) Độ dài đường cao hạ từ A của tam giác ABC bằng $\sqrt{5}$.

d) Với đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tổng các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B là một số dương.

Câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở câu sau, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Cho bất phương trình $2x^2 - 2 \geq x(x - 3) + 2$ (1).

a) $x = 0$ là một nghiệm của bất phương trình (1).

b) Biến đổi (1), ta được: $x^2 - 3x - 4 \geq 0$.

c) Tập nghiệm của (1) là $S = (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$.

d) Số giá trị nguyên của $x \in [-10; 10]$ thỏa (1) là 16 .

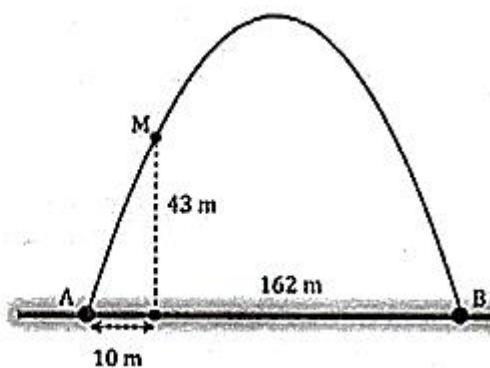
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(3;6)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $2x - 3y - 1 = 0$. Hỏi máy thu đặt ở vị trí có hoành độ bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất?

Câu 2. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50 nghìn đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1 nghìn đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất (đơn vị là: nghìn đồng), biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30 nghìn đồng.

Câu 3. Cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - y - 2 = 0$, $d_2 : x + y + 3 = 0$ và điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. Phương trình đường thẳng Δ qua M , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại điểm A và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB có dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = a + b$.

Câu 4. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).



PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho ba điểm $A(4\sqrt{3}; -1)$, $B(0;3)$, $C(8\sqrt{3};3)$. Tìm $\overline{AD} \cdot \overline{AB}$, $\overline{AD} \cdot \overline{BC}$

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(4;1)$ và cắt chiều dương các trục Ox , Oy lần lượt tại A và B sao cho $OA + OB$ nhỏ nhất.

Câu 3. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $T = Q^2 + 200Q + 180000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1300 nghìn đồng.

a) Xác định lợi nhuận của xí nghiệp thu được khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi chi phí sản xuất.

b) Xí nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để không bị lỗ ? Biết rằng các sản phẩm sản xuất ra đều bán hết.

Câu 4. Xác định parabol $y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó có hoành độ đỉnh bằng -2 và đi qua điểm $N(1; -2)$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Phương trình $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = 2x + 1$ có tập nghiệm là

- A. $\{1 + \sqrt{3}\}$ B. $\{1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}\}$. C. \emptyset . D. $\{1 - \sqrt{3}\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{3x^2 + 6x + 3} = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ 3x^2 + 6x + 3 = 4x^2 + 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^2 - 2x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x = 1 - \sqrt{3} \quad l \\ x = 1 + \sqrt{3} \quad n \end{cases}$$

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{x} + \sqrt{3-x}$ là

- A. $(-\infty; 3]$. B. $(-\infty; 3] \setminus \{0\}$. C. $[3; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; 3] \setminus \{0\}$.

Câu 3. Cho $\vec{a} = (3; 2); \vec{b} = (-1; 2)$. Khi đó, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng:

- A. 2. B. -1. C. -2. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 = 1.$$

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn có tâm $I(0; 2)$ và đường kính bằng 10 có phương trình là

- A. $x^2 + (y-2)^2 = 50$ B. $x^2 + (y-2)^2 = 25$.
C. $x^2 + (y+2)^2 = 25$. D. $x^2 + (y-2)^2 = 100$.

Lời giải

Đường tròn có đường kính bằng 10 nên bán kính bằng 5.

Vậy phương trình đường tròn là: $x^2 + (y-2)^2 = 25$

Câu 5. Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai?

A. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$.

B. $f(x) = x^3 + 7x - 2022$.

C. $f(x) = -x^2 + 2x - 10$.

D. $f(x) = 2x - 10$.

Lời giải

Chọn C

Tam thức bậc hai là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$).

Do đó, $f(x) = -x^2 + 2x - 10$ là tam thức bậc hai.

Câu 6. Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$ và nhận $\vec{n} = (1;-2)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x - 2y - 4 = 0$.

B. $x + y + 4 = 0$.

C. $x - 2y + 5 = 0$.

D. $-x + 2y - 4 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n} = (1;-2)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là:

$$(x+1) - 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0.$$

Câu 7. Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

A. $x \in [-5;1]$.

B. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

C. $x \in (-5;1)$.

D. $x \in [-1;5]$.

Lời giải

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -5$.

Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5;1]$.

Câu 8. Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$?

A. 90° .

B. 60° .

C. 120° .

D. 30° .

Lời giải

Δ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -\sqrt{3})$. Δ' có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; \sqrt{3})$.

Khi đó:

$$\cos(\Delta; \Delta') = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 1 + (-\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{|-2|}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{4}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ' là 60° .

Câu 9. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn:

A. $x^2 - y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2xy + 8y - 2 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có: Chọn B đúng dạng phương trình khai triển và có $c < 0$ nên $a^2 + b^2 - c > 0$

Chọn B chứa nhân tử $2xy$

Câu 10. Khoảng cách từ $O(0;0)$ đến đường thẳng $\Delta: 4x - 3y - 5 = 0$ là

A. -5 .

B. $\frac{1}{5}$.

C. 1 .

D. 0 .

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .

A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $(1; -2)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$.

D. $(-1; -2)$.

Lời giải

Ta có: Trung điểm của đoạn thẳng AB là:

$$I = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right) = \left(\frac{1+0}{2}; \frac{0+(-2)}{2} \right) = \left(\frac{1}{2}; -1 \right).$$

Câu 12. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + x + 11} = \sqrt{-2x^2 - 13x + 16}$.

A. $\frac{16}{3}$.

B. $-\frac{14}{3}$.

C. $\frac{14}{3}$.

D. $-\frac{16}{3}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2 + x + 11} = \sqrt{-2x^2 - 13x + 16}$ (1).

Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được $x^2 + x + 11 = -2x^2 - 13x + 16$ (2).

Ta có (2) $\Leftrightarrow 3x^2 + 14x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Thay lần lượt $x = -5$ và $x = \frac{1}{3}$ vào phương trình (1) ta thấy $x = -5$ và $x = \frac{1}{3}$ đều thỏa mãn.

Vậy phương trình (1) có hai nghiệm là $x = -5$ và $x = \frac{1}{3}$.

Nên tổng các nghiệm của phương trình (1) là $-5 + \frac{1}{3} = -\frac{14}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-1;1)$, $B(-2;4)$, $C(4;1)$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

a) Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng $(d): 3x - 4y - 3 = 0$ bằng 5.

b) Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến đường thẳng $(d_1): 2x - y - 3 = 0$ bằng $\sqrt{3}$.

c) Độ dài đường cao hạ từ A của tam giác ABC bằng $\sqrt{5}$.

d) Với đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tổng các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B là một số dương.

Lời giải

a Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng $(d): 3x - 4y - 3 = 0$ bằng 5.

$$\text{Ta có } d(C, d) = \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 1 - 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \sqrt{5}.$$

Suy ra mệnh đề **Sai**.

b Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến đường thẳng $(d_1): 2x - y - 3 = 0$ bằng $\sqrt{3}$.

Gọi $G(x_G; y_G)$ là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \end{cases}$$

Suy ra $G(1;2)$.

Khi đó khoảng cách từ trọng tâm G đến đường thẳng $(d_1): 2x - y - 3 = 0$ là:

$$d(G, d) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Suy ra mệnh đề **Sai**.

c Độ dài đường cao hạ từ A của tam giác ABC bằng $\sqrt{5}$.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (6; -3) = vtcp\vec{u}_{BC}$

Suy ra vector pháp tuyến $vtpt\vec{n}_{BC} = (3; 6)$

Phương trình đường thẳng BC đi qua điểm $B(-2; 4)$ có dạng:

$$3(x+2)+6(y-4)=0 \Leftrightarrow 3x+6y-18=0.$$

Hay $x+2y-6=0$.

Khi đó độ dài đường cao hạ từ A của tam giác ABC bằng khoảng cách từ A đến đường thẳng BC

$$d(A, BC) = \frac{|-1+2 \cdot 1-6|}{\sqrt{(-1)^2+2^2}} = \sqrt{5}.$$

Suy ra mệnh đề **Đúng**.

d Với đường thẳng $\Delta: mx - y + 3 = 0$. Tổng các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B là một số dương.

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm đoạn } AB \rightarrow \begin{cases} I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB} = (-3; 3) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; 1) \end{cases}.$$

Khi đó: $\Delta: mx - y + 3 = 0$ ($\vec{n}_{\Delta} = (m; -1)$) cách đều A, B

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I \in \Delta \\ \frac{m}{1} = \frac{-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{m}{2} - \frac{5}{2} + 3 = 0 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Tổng các giá trị của tham số m là: $1 - 1 = 0$.

Suy ra mệnh đề **Sai**.

Câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở câu sau, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Cho bất phương trình $2x^2 - 2 \geq x(x-3) + 2$ (1).

a) $x = 0$ là một nghiệm của bất phương trình (1).

b) Biến đổi (1), ta được: $x^2 - 3x - 4 \geq 0$.

c) Tập nghiệm của (1) là $S = (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$.

d) Số giá trị nguyên của $x \in [-10; 10]$ thỏa (1) là 16.

Lời giải

Ý a) Thế $x=0$ vào (1), ta được: $-2 \geq 2$ (vô lí). Do đó: **a) Sai.**

Ý b) (1) $\Leftrightarrow 2x^2 - 2 \geq x^2 - 3x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 \geq 0$. Do đó: **b) Sai.**

Ý c) (1) $\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$. Do đó: **c) Đúng.**

Ý d) Ta có $x \in \mathbb{Z}$ và $x \in [-10; 10] \Rightarrow x \in \{-10; -9; \dots; -4; 1; 2; \dots; 10\}$. Vậy có 17 giá trị.

Do đó: **d) Sai.**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(3;6)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $2x - 3y - 1 = 0$. Hỏi máy thu đặt ở vị trí có hoành độ bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất ?

Lời giải

Đặt $d: 2x - 3y - 1 = 0$.

Gọi M là vị trí đặt máy thu tín hiệu.

Ta có vị trí sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất khi M gần vị trí A nhất.

Mà $M \in d$. Do đó M gần vị trí A nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên đường thẳng d .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d .

$\Delta \perp d$ nên phương trình Δ có dạng $3x + 2y + c = 0, (c \in \mathbb{R})$.

$A \in \Delta \Rightarrow 3 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + c = 0 \Leftrightarrow c = -21$.

Suy ra: $\Delta: 3x + 2y - 21 = 0$.

$$\begin{cases} M \in d \\ M \in \Delta \end{cases} \Rightarrow M = d \cap \Delta.$$

Suy ra tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y - 1 = 0 \\ 3x + 2y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$.

Vậy máy thu đặt ở vị trí $M(5;3)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất.

Câu 2. Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50 nghìn đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1 nghìn đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để của hàng thu được lợi nhuận cao nhất (đơn vị là: nghìn đồng), biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30 nghìn đồng.

Lời giải

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoàn Hùng (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bán được là: $40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$.

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$$

Lợi nhuận thu được lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[30000; 50000]$

$$\text{Ta có: } f(x) = -\left(\frac{1}{10}x - 4200\right)^2 + 1440000 \leq 1440000, \forall x \in [30000; 50000]$$

$$\Rightarrow \max_{x \in [30000; 50000]} f(x) = f(42000) = 1440000 = 1440$$

Vậy với giá bán 42 000 đồng mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 3. Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$, $d_2: x + y + 3 = 0$ và điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. Phương trình đường thẳng Δ qua M , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại điểm A và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB có dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = a + b$.

Lời giải

Gọi $A(x_1; 2x_1 - 2) \in d_1$ và $B(x_2; -x_2 - 3) \in d_2$

Vì M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên

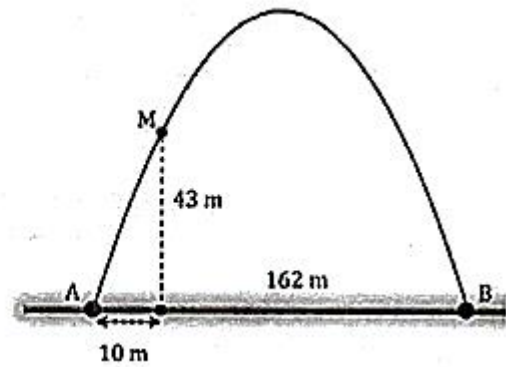
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ (2x_1 - 2) + (-x_2 - 3) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

Khi đó $A(2; 2)$ và $B(-2; -1)$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua 2 điểm A và B là $3x - 4y + 2 = 0$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1.$$

Câu 4. Công Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).



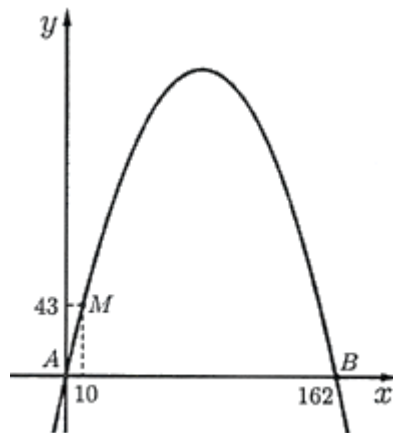
Lời giải

Trả lời: 185,6m

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol qua ba điểm $A(0;0)$, $B(162;0)$, $M(10;43)$ nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$



Do vậy ta xác định được hàm số là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

Đỉnh I của parabol có tọa độ: $x_I = -\frac{b}{2a} = 81, y_I \approx 185,6$.

Vậy, chiều cao của cổng gần bằng 185,6m.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho ba điểm $A(4\sqrt{3}; -1)$, $B(0;3)$, $C(8\sqrt{3};3)$. Tìm $\overline{AD} \cdot \overline{AB}$, $\overline{AD} \cdot \overline{BC}$

Lời giải

$$\text{Ta có } \overline{AD} \cdot \overline{AB} - \frac{1}{4} \left[(\overline{AD} + \overline{AB})^2 - (\overline{AD} - \overline{AB})^2 \right] = \frac{1}{4} (64 - 448) = -\frac{187}{2};$$

$$\overline{AD} \cdot \overline{BC} = \overline{AD}^2 = 192.$$

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(4;1)$ và cắt chiều dương các trục Ox , Oy lần lượt tại A và B sao cho $OA+OB$ nhỏ nhất.

Lời giải

Cách 1. Giả sử đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ nên có phương

$$\text{trình } d: a(x-4) + b(y-1) = 0 \text{ hay } ax + by - 4a - b = 0. \text{ Khi đó } d \cap Ox = A\left(\frac{4a+b}{a}; 0\right) \text{ và}$$

$$d \cap Oy = B\left(0; \frac{4a+b}{b}\right).$$

$$\text{Điều kiện: } \frac{4a+b}{a} > 0; \frac{4a+b}{b} > 0.$$

Ta có

$$OA + OB = \left| \frac{4a+b}{a} \right| + \left| \frac{4a+b}{b} \right| = \frac{4a+b}{a} + \frac{4a+b}{b} = 5 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}} = 9.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b} \Leftrightarrow b^2 = 4a^2$. Ta chọn $a=1$, suy ra $b=2$. Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $d: x+2y-6=0$.

Cách 2. Đường thẳng d đi qua $M(4;1)$ và cắt các chiều dương Ox , Oy lần lượt tại A và B nên

$$A(a;0), B(0;b) \text{ với } a > 0, b > 0. \text{ Do đó phương trình của } d \text{ có dạng } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Đường thẳng d đi qua $M(4;1)$ nên $\frac{4}{a} + \frac{1}{b} = 1$. Ta có $OA+OB = |a| + |b| = a+b$.

Áp dụng BDT Bunhiacopxki, ta được

$$\left(\sqrt{\frac{4}{a}} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{\frac{1}{b}} \cdot \sqrt{b} \right)^2 \leq \left(\frac{4}{a} + \frac{1}{b} \right) (a+b) = a+b \text{ (do } \frac{4}{a} + \frac{1}{b} = 1).$$

Suy ra $a+b \geq 9$ hay $OA+OB \geq 9$. Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} \sqrt{\frac{4}{a}} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{b}} \cdot \sqrt{b} \\ \frac{4}{a} + \frac{1}{b} = 1 \end{cases} \begin{cases} a=6 \\ b=3 \end{cases}$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $d: \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$.

Câu 3. Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $T = Q^2 + 200Q + 180000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1300 nghìn đồng.

a) Xác định lợi nhuận của xí nghiệp thu được khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi chi phí sản xuất.

b) Xí nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để không bị lỗ? Biết rằng các sản phẩm sản xuất ra đều bán hết.

Lời giải

a. Doanh thu của xí nghiệp là: $1300Q$ (đồng)

Lợi nhuận của xí nghiệp là: $1300Q - (Q^2 + 200Q + 180000)$

b. Để xí nghiệp không bị lỗ thì doanh thu của xí nghiệp phải lớn hơn hoặc bằng không nên ta có:

$$\begin{aligned} 1300Q - (Q^2 + 200Q + 180000) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow -Q^2 + 1100Q - 180000 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow 200 \leq Q &\leq 900 \end{aligned}$$

Vậy để không bị lỗ thì doanh nghiệp cần sản xuất số lượng sản phẩm từ 200 đến 900

Câu 4. Xác định parabol $y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó có hoành độ đỉnh bằng -2 và đi qua điểm $N(1; -2)$.

Lời giải

Từ giả thiết bài toán ta có:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2 \cdot 2} = -2 \\ 2 + b + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 8 \\ 2 + 8 + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 8 \\ c = -12 \end{cases}$$

Vậy: $y = 2x^2 + 8x - 12$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho 2 vectơ $\vec{u} = (4;5)$ và $\vec{v} = (3;a)$. Tính a để $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

- A. $a = -\frac{5}{12}$. B. $a = \frac{12}{5}$. C. $a = -\frac{12}{5}$. D. $a = \frac{5}{12}$.

Câu 2. Côsin của góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x+3y-10=0$ và $\Delta_2: 2x-3y+4=0$ bằng:

- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{5}{13}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ΔABC , biết $A(1;2)$, $B(3;4)$ và $C(-1;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ΔABC .

- A. $(5;9)$. B. $\left(\frac{5}{3};3\right)$. C. $(3;9)$. D. $(1;3)$.

Câu 4. Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc 2 và có hệ số a dương?

- A. $2x-3$. B. $(2x-3)(x+4)$. C. $-x^2+2x-3$. D. x^3+x^2-2 .

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1)$

- A. $2x+y-1=0$. B. $2x+y-5=0$. C. $x+y+1=0$. D. $2x-3y-1=0$.

Câu 6. Phương trình $\sqrt{x^2-2x+4} = 4-x$ có một nghiệm là

- A. $x=4$. B. $x=2$. C. $x=1$. D. $x=3$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-6}$ là:

- A. $[-3;+\infty)$. B. $(-\infty;3]$. C. $[3;+\infty)$. D. $(-\infty;-3]$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-3x+2 < 0$ là

- A. $(1;2)$. B. $(-\infty;1)$.
C. $(-\infty;1) \cup (2;+\infty)$. D. $(2;+\infty)$.

Câu 9. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2mx+4y+5m=0$ là phương trình đường tròn.

- A. $1 \leq m \leq 4$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$. C. $1 < m < 4$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Câu 10. Khoảng cách từ $M(1;2)$ đến đường thẳng $d: 3x - 4y - 5 = 0$ là

- A. 1. B. 5. C. 2. D. $\frac{5\sqrt{7}}{7}$.

Câu 11. Đường tròn có tâm $I = (1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$ có phương trình là:

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 2$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{2}$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$ là

- A. $S = \{2\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{-3;1\}$. D. $S = \{3\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho bất phương trình $x^2 - 4 > 0$.

- a) Tập nghiệm của bất phương trình chứa khoảng $(-\infty; -2)$.
 b) Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; +\infty)$.
 c) Tập nghiệm của bất phương trình chứa khoảng $(3; +\infty)$.
 d) Bất phương trình vô nghiệm với $\forall x \in (-\infty; 2)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(0;1), N(1;0)$ và đường thẳng $d: 3x + 4y - 3 = 0$. Xét tính

đúng, sai của các mệnh đề sau.

- a) Khoảng cách từ điểm N đến đường thẳng d bằng 1.
 b) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng 1.
 c) Khoảng cách từ điểm N đến đường thẳng d bằng 0.
 d) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng $\frac{1}{5}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$, $d_2: x + y + 3 = 0$ và điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. Phương trình đường thẳng Δ qua M , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại điểm A và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB có dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = a + b$.

Câu 2. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng

ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

- Câu 3.** Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao 5m; sau 4 giây nó đạt độ cao 4,5m. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?
- Câu 4.** Siêu thị điện máy Nguyễn Kim nhập về một loại máy tính xách tay với giá 15 triệu đồng và bán ra với giá 18 triệu đồng. Với giá bán này, một tháng siêu thị sẽ bán được 20 cái máy tính xách tay. Siêu thị dự định giảm giá bán, ước tính nếu cứ giảm giá bán mỗi máy 500000 đồng thì số máy tính bán được trong một tháng tăng thêm 5 cái. Siêu thị cần bán mỗi cái máy tính giá là bao nhiêu triệu đồng để lợi nhuận thu được của siêu thị là cao nhất?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $\Delta_1 : 3x - 4y + 6 = 0$, $\Delta_2 : 3x - 4y - 9 = 0$, $\Delta_3 : 3x - 4y + 11 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba đường thẳng Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 lần lượt tại A , B , C . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = AB + \frac{96}{AC^2}$.
- Câu 2.** Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo nhà sản xuất không bị lỗ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?
- Câu 3.** Tính góc giữa hai véc-tơ và \vec{a} và \vec{b} trong các trường hợp sau
- $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$
 - $\vec{a} = (-3; 4)$, $\vec{b} = (4; 3)$.
 - $\vec{a} = (2; 5)$, $\vec{b} = (3; -7)$.
- Câu 4.** Xác định parabol $y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol đó
- Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
 - Có trục đối xứng $x = -3$.
 - Có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$.

d) Đạt cực tiểu tại $x = 1$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho 2 vectơ $\vec{u} = (4;5)$ và $\vec{v} = (3;a)$. Tính a để $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

A. $a = -\frac{5}{12}$.

B. $a = \frac{12}{5}$.

C. $a = -\frac{12}{5}$.

D. $a = \frac{5}{12}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 12 + 5a = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{12}{5}$.

Câu 2. Côsin của góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x + 3y - 10 = 0$ và $\Delta_2: 2x - 3y + 4 = 0$ bằng:

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{5}{13}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giảiVectơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(2;3), \vec{n}_2(2;-3)$.

Ta có: $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{5}{13}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ΔABC , biết $A(1;2), B(3;4)$ và $C(-1;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ΔABC .

A. $(5;9)$.

B. $(\frac{5}{3};3)$.

C. $(3;9)$.

D. $(1;3)$.

Lời giải**Chọn D**Gọi $G(x_G; y_G)$ là trọng tâm tam giác ΔABC .

Ta có
$$\begin{cases} x_G = \frac{1+3+(-1)}{3} \\ y_G = \frac{2+4+3}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 1 \\ y_G = 3 \end{cases}$$

Vậy $G(1;3)$.

Câu 4. Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc 2 và có hệ số a dương?

A. $2x-3$.

B. $(2x-3)(x+4)$.

C. $-x^2+2x-3$.

D. x^3+x^2-2 .

Lời giải

$$(2x-3)(x+4) = 2x^2 + 8x - 3x - 12 = 2x^2 + 5x - 12. \text{ Có hệ số } a = 2 > 0$$

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$

A. $2x + y - 1 = 0$.

B. $2x + y - 5 = 0$.

C. $x + y + 1 = 0$.

D. $2x - 3y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $M(2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$ có phương trình

$$2(x-2) + 1(y+3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0.$$

Câu 6. Phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = 4 - x$ có một nghiệm là

A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = 4 - x \Rightarrow x^2 - 2x + 4 = (4 - x)^2$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow 6x = 12 \Leftrightarrow x = 2$$

Thế $x = 2$ vào phương trình đã cho, ta thấy thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 2$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x - 6}$ là:

A. $[-3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3]$.

C. $[3; +\infty)$.

D. $(-\infty; -3]$.

Lời giải**Chọn C**

Hàm số $y = \sqrt{2x - 6}$ xác định $\Leftrightarrow 2x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 3$

Do đó tập xác định $D = [3; +\infty)$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(1; 2)$.

Câu 9. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 - 2mx + 4y + 5m = 0$ là phương trình đường tròn.

A. $1 \leq m \leq 4$.

B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}$.

C. $1 < m < 4$.

D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình $x^2 + y^2 - 2mx + 4y + 5m = 0$ là phương trình đường tròn

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow m^2 + (-2)^2 - 5m > 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 4 \end{cases}.$$

Câu 10. Khoảng cách từ $M(1;2)$ đến đường thẳng $d: 3x - 4y - 5 = 0$ là

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. $\frac{5\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } d(M, d) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2.$$

Câu 11. Đường tròn có tâm $I = (1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 2$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x}$ là

A. $S = \{2\}$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \{-3; 1\}$.

D. $S = \{3\}$.

Lời giải

$$\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1+x} \Rightarrow x^2 + 3x - 2 = 1+x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Thử lại ta thấy chỉ có $x = 1$ thỏa phương trình. Vậy $S = \{1\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho bất phương trình $x^2 - 4 > 0$.

a) Tập nghiệm của bất phương trình chứa khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; +\infty)$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình chứa khoảng $(3; +\infty)$.

d) Bất phương trình vô nghiệm với $\forall x \in (-\infty; 2)$.

Lời giải

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$x^2 - 4$	$+$	0	$-$	0	$+$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Do đó a) đúng, b) đúng, c) sai, d) sai

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(0;1), N(1;0)$ và đường thẳng $d : 3x + 4y - 3 = 0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

- a) Khoảng cách từ điểm N đến đường thẳng d bằng 1.
- b) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng 1.
- c) Khoảng cách từ điểm N đến đường thẳng d bằng 0.
- d) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng $\frac{1}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có : } d(M, d) = \frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 - 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{1}{5}; \quad d(N, d) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 - 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0.$$

Nên

A Sai.

B Đúng.

C Sai.

D Đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - y - 2 = 0$, $d_2 : x + y + 3 = 0$ và điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. Phương trình đường thẳng Δ qua M , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại điểm A và B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB có dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = a + b$.

Trả Lời: -1

Lời giải

Gọi $A(x_1; 2x_1 - 2) \in d_1$ và $B(x_2; -x_2 - 3) \in d_2$

Vì M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ (2x_1 - 2) + (-x_2 - 3) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

Khi đó $A(2; 2)$ và $B(-2; -1)$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua 2 điểm A và B là $3x - 4y + 2 = 0$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1.$$

Câu 2. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức

$$\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}; \text{ vị trí tàu } B \text{ có tọa độ là } (4 - 30t; 3 - 40t).$$

Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

Trả Lời: 3,4

Lời giải

Khi tàu A đứng yên, vị trí ban đầu của nó có tọa độ $P(3; -4)$; vị trí tàu B ứng với thời gian t là $Q(4 - 30t; 3 - 40t)$;

$$PQ = \sqrt{(1 - 30t)^2 + (7 - 40t)^2} = \sqrt{2500t^2 - 620t + 50}.$$

Đoạn PQ ngắn nhất ứng với $t = -\frac{b}{2a} = \frac{620}{2 \cdot 2500} = \frac{31}{250} = 0,124$ (giây).

$$\text{Khi đó : } PQ_{\min} = \sqrt{2500 \cdot (0,124)^2 - 620 \cdot (0,124) + 50} = \frac{17}{5} = 3,4(km).$$

Câu 3. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao 5m; sau 4 giây nó đạt độ cao 4,5m. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất?

Trả Lời: 1,5

Lời giải

Theo giả thiết ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} h(0) = \frac{3}{2} \\ h(2) = 5 \\ h(4) = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = \frac{3}{2} \\ a(2)^2 + b(2) + c = 5 \\ a(4)^2 + b(4) + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{3}{2} \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 16a + 4b + c = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{11}{4} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Suy ra: $h = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{11}{4}t + \frac{3}{2}$. Khi $t = 5,5$ suy ra $h = 1,5$

Vậy sau 5,5 giây thì quả bóng đạt độ cao 1,5 mét so với mặt đất.

Câu 4. Siêu thị điện máy Nguyễn Kim nhập về một loại máy tính xách tay với giá 15 triệu đồng và bán ra với giá 18 triệu đồng. Với giá bán này, một tháng siêu thị sẽ bán được 20 cái máy tính xách tay. Siêu thị dự định giảm giá bán, ước tính nếu cứ giảm giá bán mỗi máy 500000 đồng thì số máy tính bán được trong một tháng tăng thêm 5 cái. Siêu thị cần bán mỗi cái máy tính giá là bao nhiêu triệu đồng để lợi nhuận thu được của siêu thị là cao nhất?

Trả Lời: 17,5

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là số tiền cần giảm giá bán mỗi máy tính xách tay ($0 \leq x < 3$).

Gọi y là số máy tính bán được tăng thêm sau khi giảm giá bán.

Từ giả thiết ta có $\frac{x}{0,5} = \frac{y}{5} \Leftrightarrow y = 10x$.

Suy ra, số máy tính bán được trong một tháng là $20 + 10x$.

Khi đó, lợi nhuận thu được là: $f(x) = (3 - x)(20 + 10x)$ với $0 \leq x < 3$.

Lợi nhuận thu được cao nhất khi hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[0; 3)$

Ta có $f(x) = -10x^2 + 10x + 60 = -10\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{125}{2} \leq \frac{125}{2}, \forall x \in [0; 3)$.

Suy ra giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[0; 3)$ bằng $\frac{125}{2}$, đạt được khi $x = \frac{1}{2}$.

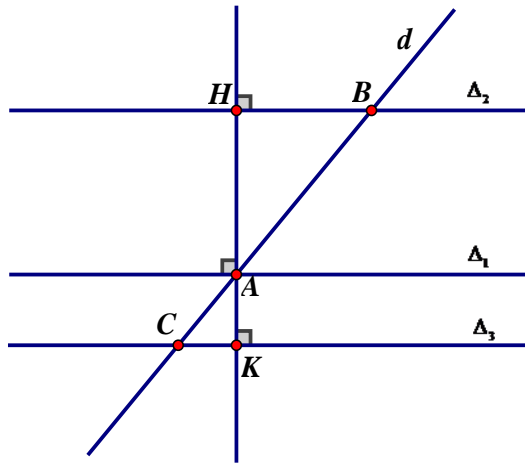
Do đó, lợi nhuận thu được là cao nhất khi giảm giá bán mỗi máy tính 0,5 triệu đồng.

Vậy giá bán mỗi máy tính là 17,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $\Delta_1 : 3x - 4y + 6 = 0$, $\Delta_2 : 3x - 4y - 9 = 0$, $\Delta_3 : 3x - 4y + 11 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba đường thẳng Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 lần lượt tại A , B , C . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = AB + \frac{96}{AC^2}$.

Lời giải



Nhận thấy các đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ song song với nhau và

$$d(\Delta_1; \Delta_2) = \frac{|6+9|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 3; \quad d(\Delta_1; \Delta_3) = \frac{|6-11|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1; \quad d(\Delta_2; \Delta_3) = \frac{|-9-11|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 4.$$

Suy ra: Δ_1 nằm giữa Δ_2 và Δ_3 . Do đó nếu d cắt 3 đường thẳng đó lần lượt tại A, B, C thì A nằm giữa B và C .

Qua A dựng đường thẳng vuông góc với Δ_1 , cắt Δ_2 và Δ_3 lần lượt tại H và K

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AK} = \frac{3}{1} = 3 \Rightarrow AB = 3.AC$$

$$\Rightarrow P = AB + \frac{96}{AC^2} = 3.AC + \frac{96}{AC^2} = 3 \cdot \left(AC + \frac{32}{AC^2} \right) = 3 \cdot \left(\frac{AC}{2} + \frac{AC}{2} + \frac{32}{AC^2} \right)$$

$$\stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 3 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{AC}{2} \cdot \frac{AC}{2} \cdot \frac{32}{AC^2}} = 18. \text{ Dấu "=" xảy ra } \begin{cases} AC = 4 \\ AB = 12 \end{cases}$$

Vậy $P_{\min} = 18$.

Câu 2. Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo nhà sản xuất không bị lỗ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

Lời giải:

Khi bán hết x sản phẩm thì số tiền thu được là: $170x$ (nghìn đồng).

Điều kiện để nhà sản xuất không bị lỗ là

$$170x \geq x^2 + 30x + 3300 \Leftrightarrow x^2 - 140x + 3300 \leq 0.$$

$$\text{Xét } x^2 - 140x + 3300 = 0 \Rightarrow x = 30 \vee x = 110.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	30	110	$+\infty$	
$x^2 - 140x + 3300$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $x^2 - 140x + 3300 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [30; 110]$.

Vậy nếu nhà sản xuất làm ra từ 30 đến 110 sản phẩm thì họ sẽ không bị lỗ.

Câu 3. Tính góc giữa hai véc-tơ và \vec{a} và \vec{b} trong các trường hợp sau

a) $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$

b) $\vec{a} = (-3; 4)$, $\vec{b} = (4; 3)$.

c) $\vec{a} = (2; 5)$, $\vec{b} = (3; -7)$.

Lời giải.

a) Áp dụng công thức $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot (-2) + (-2) \cdot (-6)}{\sqrt{1+4} \cdot \sqrt{4+36}} = \frac{10}{\sqrt{200}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

Vậy $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

b) Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{(-3) \cdot 4 + 4 \cdot 3}{\sqrt{9+16} \cdot \sqrt{16+9}} = \frac{0}{25} = 0$,

Vậy $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

c) Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{4+25} \cdot \sqrt{9+49}} = \frac{-29}{29\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,

Vậy $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$.

Câu 4. Xác định parabol $y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol đó

a) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

b) Có trục đối xứng $x = -3$.

c) Có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$.

d) Đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

a) Vì parabol P cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên điểm $A(2; 0)$ thuộc P .

Thay $x = 2, y = 0$ vào P , ta được $0 = 4a + 6 - 2 \Leftrightarrow a = -1$.

Vậy $P : y = -x^2 + 3x - 2$.

b) Vì P có trục đối xứng $x = -3$ nên $-\frac{b}{2a} = -3 \Leftrightarrow -\frac{3}{2a} = -3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Vậy $P : y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.

c) Vì P có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ \Delta = 11a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 9 + 8a = 11a \end{cases} \Leftrightarrow a = 3.$$

Vậy $P : y = 3x^2 + 3x - 2$.

d) Vì P đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên suy ra

$$\begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{3}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

Vậy không có P nào thỏa yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong mặt phẳng Oxy , cho ΔABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Tọa độ trọng tâm G của ΔABC là
A. $G(-1;0)$. B. $G(0;1)$. C. $G(1;0)$. D. $G(0;-1)$.
- Câu 2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?
A. $x^2 + y^2 + 6 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4xy - 2y + 10 = 0$.
C. $x^2 + 2y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.
- Câu 3.** Khoảng cách từ điểm $M(5;-1)$ đến đường thẳng $3x + 2y + 13 = 0$ là:
A. $2\sqrt{13}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$. C. 26. D. $\frac{28}{\sqrt{13}}$.
- Câu 4.** Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) < 0$ khi $x \neq 4$. D. $f(x) < 0$ khi $x < 4$.
- Câu 5.** Cho hai vectơ $\vec{u} = (2;-1), \vec{v} = (-3;4)$. Tích $\vec{u} \cdot \vec{v}$ là
A. 11. B. -2. C. -10. D. 5.
- Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x-5}{1+x}$ là
A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. B. $[-1; +\infty)$. C. $x \geq -1$. D. $x \neq -1$.
- Câu 7.** Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;-1)$ và nhận véc-tơ $\vec{n} = (-1;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là
A. $-x + 3y - 5 = 0$. B. $-x + 3y + 5 = 0$. C. $2x - y - 5 = 0$. D. $2x - y + 5 = 0$.
- Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ, đường tròn tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R = 2$ có phương trình là
A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 4$. B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$.
C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$. D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$.
- Câu 9.** Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 3 = 0$ và $d_2: 3x + y + 2 = 0$.
A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .
- Câu 10.** Phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = x - 1$ có tập nghiệm là
A. $\{-1\}$. B. $(0;1]$. C. $\{1\}$. D. $\{0;1\}$.
- Câu 11.** Tập nghiệm của bất phương trình $25 - x^2 > 0$ là:
A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$. B. $S = (-5;5)$.

C. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

D. $S = [-5; 5]$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là

A. $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \left\{ -2; \frac{1}{2} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho tam thức bậc hai: $f(x) = -x^2 + x + 6$.

a) Có 6 giá trị nguyên của x để $f(x) \leq 0$.

b) Tam thức bậc hai: $f(x) = -x^2 + x + 6$ có bảng xét dấu là:

c) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

d) Nghiệm của tam thức bậc hai là: $x = -2; x = 3$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;1)$ và đường thẳng $d: 6x + 8y - 3 = 0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d bằng $\frac{3}{10}$.

b) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng $\frac{11}{10}$.

c) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng $\frac{7}{5}$.

d) Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d nhỏ hơn khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(3;6)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $2x - 3y - 1 = 0$. Hỏi máy thu đặt ở vị trí có hoành độ bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất?

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 2 = 0, d_2: 2x + y - 4 = 0$ và điểm $M(-3;4)$. Gọi $\Delta: ax + by + 5 = 0$ là đường thẳng đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $\overline{MA} = \frac{3}{2}\overline{MB}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a - 3b$.

Câu 3. Một xe hơi khởi hành từ Krông Năng đi đến Nha Trang cách nhau 175 km. Khi về xe tăng vận tốc trung bình hơn vận tốc trung bình lúc đi là 20 km/giờ. Biết rằng thời gian dùng để đi và về là 6 giờ, tính vận tốc trung bình lúc đi.

Câu 4. Một nhà nghỉ ở Hạ Long có 40 phòng cho thuê. Hiện tại nhà nghỉ đang được cho thuê với giá 600000 đồng/ phòng/ đêm thì tất cả các phòng đều được thuê hết. Chủ nhà nghỉ ước tính cứ tăng giá tiền lên 50.000 đồng/ phòng/ đêm thì sẽ có 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi chủ nhà nghỉ nên cho thuê với giá bao nhiêu nghìn đồng/ phòng/ đêm để tổng doanh thu một ngày là cao nhất?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Cho đường thẳng $(d): 3x - 4y + 2 = 0$ và điểm $N(2; -3)$. Xét điểm $M(1; 0)$, tìm tọa độ điểm J trên d sao cho tổng $JM + JN$ nhỏ nhất.
- Câu 2.** Độ cao so với mặt đất của một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng được mô tả bởi hàm số bậc hai $h(t) = -4,9t^2 + 20t + 1$, ở đó độ cao $h(t)$ được tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Hỏi trong khoảng thời điểm nào trong quá trình bay của nó, quả bóng sẽ ở độ cao trên 5m so với mặt đất?
- Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (-2; -1)$; $\vec{b} = (3; -1)$.
Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
- Câu 4.** Cho parabol $(P): y = x^2 + ax + b$. Tìm a, b biết (P) có trục đối xứng là $d: x = 2$ và qua điểm $A(0; 3)$.
----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong mặt phẳng Oxy , cho ΔABC có $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$. Tọa độ trọng tâm G của ΔABC là
- A. $G(-1;0)$. B. $G(0;1)$. C. $G(1;0)$. D. $G(0;-1)$.

Lời giải

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{-4 + 2 + 2}{3} \\ y_G = \frac{1 + 4 - 2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 0 \\ y_G = 1 \end{cases}$$

Vậy $G(0;1)$.

- Câu 2.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?
- A. $x^2 + y^2 + 6 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4xy - 2y + 10 = 0$.
C. $x^2 + 2y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Phương án A loại vì hệ số của x^2 và y^2 không bằng nhau.

Phương án B loại vì $a^2 + b^2 - c = -6 < 0$.

Phương án C loại vì có số hạng chứa xy .

Phương án D nhận vì phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ là pt đường tròn có tâm $I(2;-3)$, bán kính $R=5$.

- Câu 3.** Khoảng cách từ điểm $M(5;-1)$ đến đường thẳng $3x + 2y + 13 = 0$ là:

- A. $2\sqrt{13}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$. C. 26. D. $\frac{28}{\sqrt{13}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Khoảng cách } d = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

- Câu 4.** Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) < 0$ khi $x \neq 4$. D. $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

Lời giải

Biểu thức đã cho là tam thức bậc hai có $\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 16 = 0$, hệ số $a=1 > 0$ nên $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$.

B. $S = (-5; 5)$.

C. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

D. $S = [-5; 5]$.

Lời giải

Ta có: $25 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là

A. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$.

D. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

$$\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 3-x = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho tam thức bậc hai: $f(x) = -x^2 + x + 6$.

a) Có 6 giá trị nguyên của x để $f(x) \leq 0$.

b) Tam thức bậc hai: $f(x) = -x^2 + x + 6$ có bảng xét dấu là:

c) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

d) Nghiệm của tam thức bậc hai là: $x = -2; x = 3$.

Lời giải

a. Ta có: $-x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$.

Chọn ĐÚNG.

b. Bảng xét dấu của $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Chọn SAI.

c. Từ bảng xét dấu ta có: $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Chọn ĐÚNG.

d. Từ bảng xét dấu ta có: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 3]$ mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1; 1)$ và đường thẳng $d: 6x + 8y - 3 = 0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d bằng $\frac{3}{10}$.

b) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng $\frac{11}{10}$.

c) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d bằng $\frac{7}{5}$.

d) Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d nhỏ hơn khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d .

Lời giải

$$\text{Ta có: } d(M, d) = \frac{|6+8-3|}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{11}{10}; d(O, d) = \frac{|0+0-3|}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{3}{10} \text{ nên}$$

A Sai.

B Đúng.

C Đúng.

D Đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(3;6)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên đường thẳng có phương trình $2x-3y-1=0$. Hỏi máy thu đặt ở vị trí có hoành độ bao nhiêu sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất?

Lời giải

$$\text{Đặt } d: 2x-3y-1=0.$$

Gọi M là vị trí đặt máy thu tín hiệu.

Ta có vị trí sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất khi M gần vị trí A nhất.

Mà $M \in d$. Do đó M gần vị trí A nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên đường thẳng d .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với d .

$\Delta \perp d$ nên phương trình Δ có dạng $3x+2y+c=0, (c \in \mathbb{R})$.

$$A \in \Delta \Rightarrow 3 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + c = 0 \Leftrightarrow c = -21.$$

$$\text{Suy ra: } \Delta: 3x+2y-21=0.$$

$$\begin{cases} M \in d \\ M \in \Delta \end{cases} \Rightarrow M = d \cap \Delta.$$

$$\text{Suy ra tọa độ của } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 2x-3y-1=0 \\ 3x+2y-21=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}.$$

Vậy máy thu đặt ở vị trí $M(5;3)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x-y-2=0, d_2: 2x+y-4=0$ và điểm $M(-3;4)$. Gọi $\Delta: ax+by+5=0$ là đường thẳng đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho

$$\overline{MA} = \frac{3}{2} \overline{MB}. \text{ Tính giá trị biểu thức } T = 2a - 3b.$$

Trả lời: 4

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = \Delta \cap d_1 \Rightarrow A \in d_1 \Rightarrow A(t; t-2) \text{ và } B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B \in d_2 \Rightarrow B(t'; -2t'+4).$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \overline{MA} = (t+3; t-6) \\ \overline{MB} = (t'+3; -2t') \end{cases}$$

$$\text{Mà: } \overline{MA} = \frac{3}{2} \overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t+3 = \frac{3}{2} \cdot (t'+3) \\ t-6 = \frac{3}{2} \cdot (-2t') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - \frac{3}{2}t' = \frac{3}{2} \\ t+3t' = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t'=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3;1) \\ B(1;2) \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} A \in \Delta \\ B \in \Delta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b+5=0 \\ a+2b+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } T = 2a - 3b = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) = 4.$$

Câu 3. Một xe hơi khởi hành từ Krông Năng đi đến Nha Trang cách nhau 175 km. Khi về xe tăng vận tốc trung bình hơn vận tốc trung bình lúc đi là 20 km/giờ. Biết rằng thời gian dùng để đi và về là 6 giờ, tính vận tốc trung bình lúc đi.

Trả lời: 50

Lời giải

Gọi x km/giờ là vận tốc trung bình lúc đi ($x > 0$)

Khi đó thời gian lúc đi là $\frac{175}{x}$ giờ

Thời gian lúc về là $\frac{175}{x+20}$

$$\text{Theo đề bài ta có: } \frac{175}{x} + \frac{175}{x+20} = 6 \Leftrightarrow 6x^2 - 230x - 3500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=50 \\ x=-\frac{35}{3} \end{cases}$$

Vậy vận tốc trung bình lúc đi là 50 km/giờ.

Câu 4. Một nhà nghỉ ở Hạ Long có 40 phòng cho thuê. Hiện tại nhà nghỉ đang được cho thuê với giá 600000 đồng/ phòng/ đêm thì tất cả các phòng đều được thuê hết. Chủ nhà nghỉ ước tính cứ tăng giá tiền lên 50.000 đồng/ phòng/ đêm thì sẽ có 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi chủ nhà nghỉ nên cho thuê với giá bao nhiêu nghìn đồng/ phòng/ đêm để tổng doanh thu một ngày là cao nhất?

Lời giải

Trả lời: 800

Gọi giá tiền nhà chủ nhà nghỉ cho thuê một phòng một đêm là x (nghìn đồng).

Nếu chủ nhà nghỉ cho thuê với giá thấp hơn 600.000 đồng/ phòng/ đêm thì hiển nhiên là doanh thu bị giảm đi. Do đó ta chỉ xét trường hợp $x > 600$.

Theo bài ra số phòng được thuê là: $40 - \frac{x-600}{50} \cdot 2$ (phòng).

Khi đó tổng doanh thu trong một ngày là:

$$\left(40 - \frac{x-600}{50} \cdot 2\right) \cdot x = \frac{1}{25}(1000x - x^2 + 600x) = \frac{1}{25}(-x^2 + 1600x).$$

Nhận thấy: biểu thức $\frac{1}{25}(-x^2 + 1600x)$ là tam thức bậc hai có hệ số cao nhất âm, nhận giá trị lớn

nhất tại $x = \frac{-b}{2a} = 800$.

Vậy chủ nhà nên cho thuê với giá 800.000 đồng/ phòng/ đêm để tổng doanh thu một ngày là cao nhất.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho đường thẳng $(d): 3x - 4y + 2 = 0$ và điểm $N(2; -3)$. Xét điểm $M(1; 0)$, tìm tọa độ điểm J trên d sao cho tổng $JM + JN$ nhỏ nhất.

Lời giải

Vì $(3 \cdot 1 - 4 \cdot 0 + 2) \cdot (3 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 2) = 100 > 0$ nên M, N nằm cùng phía đối với d .

Ta có $JM + JN = JM + JN' \geq MN'$.

$JM + JN$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow JM + JN = MN' \Leftrightarrow J$ là giao điểm của MN' và d .

$$\text{Đường thẳng } MN' \begin{cases} \text{qua } M(1; 0) \\ \text{VTCP } \overrightarrow{MN'} = \left(\frac{-19}{5}; \frac{17}{5} \right) \Rightarrow \text{VTPT} : \vec{n} = \left(\frac{17}{5}; \frac{19}{5} \right) \end{cases}$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } MN' \text{ là } \frac{17}{5}(x-1) + \frac{19}{5}(y-0) = 0$$

$$\text{hay } 17x + 19y - 17 = 0.$$

$$\text{Tọa độ } J \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 17x + 19y - 17 = 0 \\ 3x - 4y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{25} \\ y = \frac{17}{25} \end{cases} \Rightarrow J\left(\frac{6}{25}; \frac{17}{25}\right)$$

Câu 2. Độ cao so với mặt đất của một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng được mô tả bởi hàm số bậc hai $h(t) = -4,9t^2 + 20t + 1$, ở đó độ cao $h(t)$ được tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Hỏi trong khoảng thời điểm nào trong quá trình bay của nó, quả bóng sẽ ở độ cao trên 5m so với mặt đất?

Lời giải

Quả bóng ở độ cao trên 5m so với mặt đất khi: $-4,9t^2 + 20t + 1 > 5$

$$\Leftrightarrow -4,9t^2 + 20t - 4 > 0 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{10}{49} \left(10 - \sqrt{\frac{402}{5}} \right)}_{0,210\dots} < t < \underbrace{\frac{10}{49} \left(10 + \sqrt{\frac{402}{5}} \right)}_{3,870\dots}$$

Vậy khoảng thời gian từ 0,22 giây đến 3,87 giây (lấy gần đúng) thì quả bóng sẽ ở độ cao lớn hơn 5m so với mặt đất.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (-2; -1)$; $\vec{b} = (3; -1)$.

Tính tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Lời giải

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2) \cdot 3 + (-1) \cdot (-1) = -5.$$

Câu 4. Cho parabol $(P): y = x^2 + ax + b$. Tìm a, b biết (P) có trục đối xứng là $d: x = 2$ và qua điểm $A(0; 3)$.

Lời giải

(P): $y = x^2 + ax + b$ là đồ thị hàm số có trục đối xứng là $d: x = 2$ và qua điểm $A(0;3)$ nên ta có hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} \frac{-a}{2} = 2 \\ 0^2 + a \cdot 0 + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Vậy $a = -4; b = 3$.

----- HẾT -----