

**TRƯỜNG THPT .....**  
**TỔ TOÁN**

**MA TRẬN TỔNG QUÁT ĐỀ GK2T11-KNTT - LỚP 11**  
**NĂM HỌC 2024 - 2025**

TT	CHƯƠNG / CHỦ ĐỀ	NỘI DUNG / ĐƠN VỊ KIẾN THỨC	MỨC ĐỘ NHẬN THỨC									TỔNG				
			P I. TNKQ			P II. ĐÚNG - SAI			P III. TLN / TL			NB	TH	VD	Số câu, Số điểm	Tỉ lệ (%)
			NB	TH	VD	NB	TH	VD	NB	TH	VD					
1	QUAN HỆ VUÔNG GÓC	ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC MẶT PHẲNG	2	1							1	2	1	1	10 câu 3,92 điểm	39,2%
		HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC	1								1	1	1			
		HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC	2								2	2	2			
2	HÀM SỐ MŨ LOGARIT	HÀM SỐ LŨY THỪA	2								2			7 câu	28%	
		HÀM SỐ MŨ - HÀM SỐ LÔGARIT	2						1	2	2	1	2	2,8 điểm		
3	QUAN HỆ VUÔNG GÓC	PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG				1	2	1				1	2	1	4 câu 1,12 điểm	11,2%
4	HÀM SỐ MŨ LOGARIT	PHƯƠNG TRÌNH , BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGA	1								1			7 câu	22,4%	
		PHƯƠNG TRÌNH , BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ	1			1	2	1		1	2	2	2	2,24 điểm		
<b>Tổng số câu</b>			<b>11</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	<b>13</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>28 câu</b>	
<b>Tổng số điểm</b>			<b>3,08</b>	<b>0,28</b>	<b>0</b>	<b>0,56</b>	<b>1,12</b>	<b>0,56</b>	<b>0</b>	<b>0,56</b>	<b>3,92</b>	<b>3,64</b>	<b>1,96</b>	<b>4,48</b>	<b>10,08 điểm</b>	
<b>Tỉ lệ (%)</b>			<b>33,6%</b>			<b>22,4%</b>			<b>44,8%</b>			<b>100,8%</b>				

**MA TRẬN CHI TIẾT**

Mã câu hỏi	Tên dạng câu hỏi	Nhận biết		Thông hiểu		Vận dụng		VD cao		Tổng số câu	Tỉ lệ (%)
		Số câu	STT	Số câu	STT	Số câu	STT	Số câu	STT		
[TO11.07.2.D01]	Câu hỏi lý thuyết về đường, mặt vuông nhau	1	c1							1	4,55
[TO11.07.2.D06]	QH.VG trong hình chóp L2 (đáy h.c.n, vuông cạnh bên)			1	c12					1	4,55
[TO11.07.2.D10]	Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng	1	c2							1	4,55
[TO11.07.1.D01]	Câu hỏi lý thuyết	1	c3							1	4,55
[TO11.07.4.D01]	Câu hỏi lý thuyết về hai mặt phẳng vuông góc	1	c4							1	4,55
[TO11.07.4.D04]	Góc giữa hai mặt phẳng, góc nhị diện	1	c5							1	4,55
[TO11.06.2.D01]	TXĐ của hàm số lũy thừa, hàm vô tỷ	1	c6							1	4,55
[TO11.06.4.D01]	Tìm tập xác định của hàm số mũ, logarit	1	c7							1	4,55
[TO11.06.3.D02]	Tính giá trị biểu thức chứa lôgarit	1	c8							1	4,55
[TO11.06.1.D01]	Lý thuyết	1	c9							1	4,55
[TO11.06.6.D02]	PT loga cơ bản, gần cơ bản(không tham số)	1	c10							1	4,55
[TO11.06.5.D02]	PT mũ cơ bản, gần cơ bản(không tham số)	1	c11							1	4,55

[TO11.07.3.F02]	Xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng					1	c14			1	4,55
[TO11.06.5.F14]	Phương trình mũ có chứa tham số					1	c15			1	4,55
[TO11.07.2.S10]	Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng					1	c16			1	4,55
[TO11.07.1.S03]	Góc giữa hai đường thẳng					1	c17			1	4,55
[TO11.07.4.S04]	Góc giữa hai mặt phẳng, góc nhị Siện					1	c18			1	4,55
[TO11.06.4.S08]	Bài toán lãi suất			1	c13					1	4,55
[TO11.07.4.E03]	Góc giữa hai mặt phẳng, góc nhị diện					1	c19			1	4,55
[TO11.06.4.E07]	Bài toán lãi suất					1	c20			1	4,55
[TO11.06.3.E04]	Bài toán ứng dụng thực tế					1	c21			1	4,55
[TO11.06.5.E13]	Phương trình mũ có chứa tham số					1	c22			1	4,55
<b>Tổng</b>				<b>11</b>	<b>2</b>	<b>9</b>		<b>0</b>		<b>22</b>	<b>100</b>

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi

01

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $2^x = 4$  là

- A.  $x = -3$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = -2$ .                      D.  $x = 3$ .

**Câu 2.** Trong không gian cho đường thẳng  $d$ , đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Chọn khẳng định đúng.

A. Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  là góc giữa  $d$  và hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(\alpha)$ .

B. Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng  $0^\circ$  khi và chỉ khi  $d$  song song với mặt phẳng  $(\alpha)$ .

C. Nếu  $d$  và  $a$  cùng tạo với mặt phẳng  $(\alpha)$  một góc  $0^\circ$  thì  $d$  và  $a$  đồng phẳng.

D. Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  luôn là góc nhọn.

**Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = 5^x$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      D.  $[0; +\infty)$ .

**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  $y = x^{\frac{1}{3}}$  là:

- A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; +\infty)$ .                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      D.  $[0; +\infty)$ .

**Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

**Câu 6.** Cho mặt phẳng  $(P)$  và hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$ . Biết rằng  $a // (P)$ . Hỏi mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .                      B. Nếu  $b // a$  thì  $b // (P)$ .

C. Nếu  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .

D. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \parallel a$ .

**Câu 7.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 1$  là

A.  $S = \{-1\}$ .

B.  $S = \{-1; 2\}$ .

C.  $S = \{2\}$ .

D.  $S = \{1; -2\}$ .

**Câu 8.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3 (9a)$  bằng

A.  $(\log_3 a)^2$ .

B.  $\frac{1}{2} + \log_3 a$ .

C.  $2 + \log_3 a$ .

D.  $2 \log_3 a$ .

**Câu 9.** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song và một điểm  $M$  bất kì. Qua  $M$  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với  $(P)$  và  $(Q)$  ?

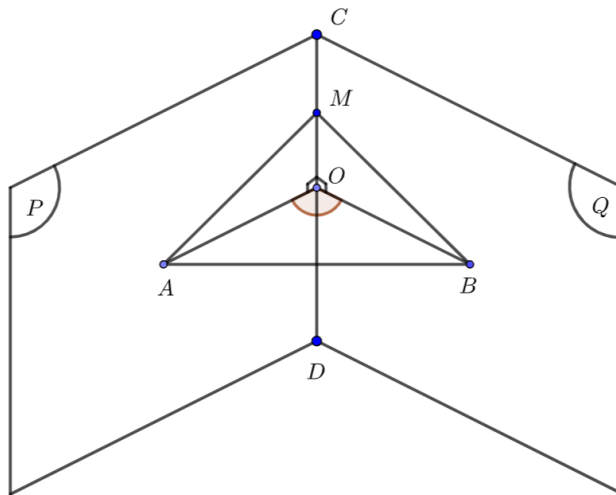
A. Vô số.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Câu 10.** Cho hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  có giao tuyến là đường thẳng  $CD$ . Điểm  $A \in (P); B \in (Q)$  và  $AO, BO$  cùng vuông góc với  $CD$ .  $M$  là một điểm bất kì thuộc  $CD$  ( $M$  khác  $O$ ). Xác định góc nhị diện  $[A, CD, B]$



A.  $\widehat{AMB}$ .

B.  $\widehat{AOB}$ .

C.  $\widehat{AMO}$ .

D.  $\widehat{OAB}$ .

**Câu 11.** Cho  $a, b > 0; m, n \in \mathbb{N}^*$ . Hãy tìm khẳng định sai?

A.  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ .

B.  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ .

C.  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n+k]{a}$ .

D.  $a^n : a^m = a^{n-m}$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A.  $BA \perp (SBC)$ .

B.  $BA \perp (SAC)$ .

C.  $BA \perp (SAD)$ .

D.  $BA \perp (SCD)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ .  $ABCD$  là hình vuông và  $SA = 2a, AB = a$ .

a) Góc giữa đường thẳng  $SA$  và  $(ABCD)$  bằng  $90^0$

b) Gọi  $M$  là điểm thuộc  $DC$  sao cho  $\overline{DM} = \frac{1}{4}\overline{DC}$ , Tan góc giữa  $SM$  và  $(SAB)$  bằng  $\frac{\sqrt{65}}{4}$

c) Tan góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $\sqrt{2}$

d) Tan góc giữa đường thẳng  $BC$  và  $(SAB)$  bằng 1

**Câu 2.** Cho phương trình  $4^x - m.2^{x+1} + 2m - 1 = 0$  (\*) với  $m$  là tham số.

a) Khi  $m = 0$  phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Khi  $m = 1$  phương trình có tập nghiệm là  $S = \{0\}$ .

c) Số giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình có nghiệm duy nhất là 1.

d) Gọi  $m_0$  là giá trị thực để phương trình có 2 nghiệm  $x_1; x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 = 6$ . Khi đó,  $m_0 > 32$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SB \perp (ABC)$  và  $SB = 4a$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ ?

**Câu 2.** Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

**Câu 3.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OB = OC = a\sqrt{6}, OA = a$ . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(OBC)$  bằng bao nhiêu độ (Chỉ ghi số không ghi kí hiệu độ)?

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AD$ . Biết  $SH \perp (ABCD)$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $BK, SC$ .

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày

**Câu 1.** Theo thống kê, trong năm 2021 diện tích nuôi ngao bãi triều của tỉnh Thái Bình là 840 (ha). Biết rằng diện tích nuôi ngao bãi triều mỗi năm tăng 6% so với diện tích của năm liền trước. Kể từ sau năm 2021, năm nào là năm đầu tiên tỉnh Thái Bình có diện tích nuôi ngao bãi triều đạt trên 1400 (ha)?

**Câu 2.** Một người gửi tiết kiệm 20.000.000 đồng loại kỳ hạn một năm vào ngân hàng với lãi suất 6,5% một năm. Tính số tiền sau 5 năm 2 tháng người đó nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi. Biết nếu rút trước kỳ hạn thì ngân hàng trả theo lãi suất không kỳ hạn là 0,01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).

**Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2-2x} = m^2 - m + 1$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2]$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại đỉnh  $A$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SC$ . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(ABC)$ ?

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $2^x = 4$  là

A.  $x = -3$ .

B.  $x = 2$ .

C.  $x = -2$ .

D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

Ta có  $2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$

**Câu 2.** Trong không gian cho đường thẳng  $d$ , đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ . Chọn khẳng định đúng.

A. Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  là góc giữa  $d$  và hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(\alpha)$ .

B. Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng  $0^\circ$  khi và chỉ khi  $d$  song song với mặt phẳng  $(\alpha)$ .

C. Nếu  $d$  và  $a$  cùng tạo với mặt phẳng  $(\alpha)$  một góc  $0^\circ$  thì  $d$  và  $a$  đồng phẳng.

D. Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  luôn là góc nhọn.

**Lời giải**

Góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  có thể bằng  $0^\circ$  nên **Chọn A** sai.

Nếu  $d$  nằm trên mặt phẳng  $(\alpha)$  thì góc giữa đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  vẫn bằng  $0^\circ$  nên

**Chọn A** sai.

Nếu  $d$  và  $a$  cùng tạo với mặt phẳng  $(\alpha)$  một góc  $0^\circ$  thì  $d$  và  $a$  vẫn có thể chéo nhau nên đáp

án D sai.

**Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = 5^x$  là

A.  $(0; +\infty)$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

D.  $[0; +\infty)$ .

### Lời giải

Hàm số mũ  $y = 5^x$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  $y = x^{\frac{1}{3}}$  là:

**A.**  $(0; +\infty)$ .

**B.**  $(-\infty; +\infty)$ .

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**D.**  $[0; +\infty)$ .

### Lời giải

Tập xác định của hàm số  $y = x^\alpha$  là  $D = (0; +\infty)$  với  $\alpha$  không nguyên.

Dựa vào định nghĩa suy ra phương án **B** đúng.

**Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**B.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

**C.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

**D.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

### Lời giải

Trong không gian một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

**Câu 6.** Cho mặt phẳng  $(P)$  và hai đường thẳng phân biệt  $a$  và  $b$ . Biết rằng  $a // (P)$ . Hỏi mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .

**B.** Nếu  $b // a$  thì  $b // (P)$ .

**C.** Nếu  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .

**D.** Nếu  $b // (P)$  thì  $b // a$ .

### Lời giải

**Chọn A**

Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .

**Câu 7.** Tập nghiệm của phương trình  $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 1$  là

**A.**  $S = \{-1\}$ .

**B.**  $S = \{-1; 2\}$ .

**C.**  $S = \{2\}$ .

**D.**  $S = \{1; -2\}$ .

### Lời giải

**Chọn C**

Điều kiện:  $x > 1$ .

$$\text{Phương trình trở thành } \log_2 x(x-1) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có nghiệm của phương trình là  $x = 2$ .

**Câu 8.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_3(9a)$  bằng

- A.  $(\log_3 a)^2$ .      B.  $\frac{1}{2} + \log_3 a$ .      C.  $2 + \log_3 a$ .      D.  $2 \log_3 a$ .

**Lời giải**

Ta có  $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$

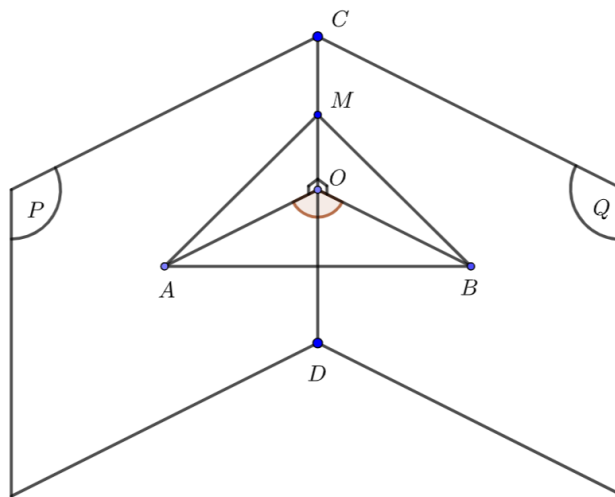
**Câu 9.** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song và một điểm  $M$  bất kì. Qua  $M$  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với  $(P)$  và  $(Q)$  ?

- A. Vô số.      B. 2.      C. 1.      D. 3.

**Lời giải**

Ta có qua một điểm  $M$  có vô số mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  do đó các mặt phẳng đó cũng vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$  nên ta chọn phương án

**Câu 10.** Cho hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  có giao tuyến là đường thẳng  $CD$ . Điểm  $A \in (P); B \in (Q)$  và  $AO, BO$  cùng vuông góc với  $CD$ .  $M$  là một điểm bất kì thuộc  $CD$  ( $M$  khác  $O$ ). Xác định góc nhị diện  $[A, CD, B]$



- A.  $\widehat{AMB}$ .      B.  $\widehat{AOB}$ .      C.  $\widehat{AMO}$ .      D.  $\widehat{OAB}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo định nghĩa, góc nhị diện  $[A, CD, B]$  là góc  $\widehat{AOB}$ .

**Câu 11.** Cho  $a, b > 0; m, n \in \mathbb{N}^*$ . Hãy tìm khẳng định sai?

- A.  $a^n \cdot b^n = (ab)^n$ .      B.  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ .      C.  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n+k]{a}$ .      D.  $a^n : a^m = a^{n-m}$ .

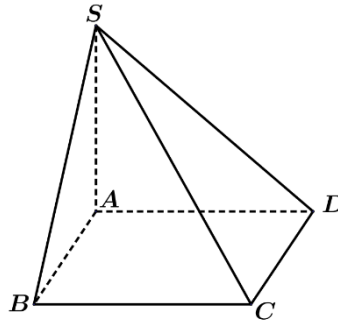
Lời giải

Ta có:  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $BA \perp (SBC)$ .      B.  $BA \perp (SAC)$ .      C.  $BA \perp (SAD)$ .      D.  $BA \perp (SCD)$ .

Lời giải



Ta có:

$$BA \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD) \text{)}$$

$$BA \perp AD \text{ (do } ABCD \text{ là hình chữ nhật)}$$

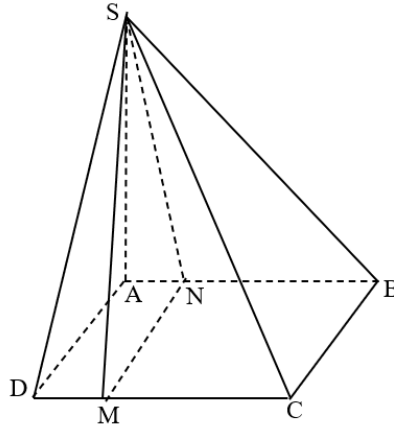
$$\Rightarrow BA \perp (SAD).$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ .  $ABCD$  là hình vuông và  $SA = 2a, AB = a$ .

- a) Góc giữa đường thẳng  $SA$  và  $(ABCD)$  bằng  $90^\circ$
- b) Gọi  $M$  là điểm thuộc  $DC$  sao cho  $\overline{DM} = \frac{1}{4}\overline{DC}$ , Tan góc giữa  $SM$  và  $(SAB)$  bằng  $\frac{\sqrt{65}}{4}$
- c) Tan góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $\sqrt{2}$
- d) Tan góc giữa đường thẳng  $BC$  và  $(SAB)$  bằng 1

Lời giải



Mệnh đề đúng. Mệnh đề đúng. Vì  $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCA}$ . Mà  $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \sqrt{2}$ . Mệnh đề sai. Vì

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ AB, SA \subset (SAB) \\ AB \cap SA = \{A\} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow (\widehat{BC, (SAB)}) = 90^\circ$$

$\Rightarrow \tan(\widehat{BC, (SAB)})$  không xác định. Mệnh đề sai. Vì từ M kẻ N sao cho

$$MN \parallel BC \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow (SM, (SAB)) = \widehat{MSN}.$$

Để có  $\Delta MSN$  vuông tại N có  $MN = a$ ,  $SN = \sqrt{SA^2 + AN^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{1}{16}a^2} = \frac{\sqrt{65}}{4}a$ .

$$\text{Vậy } \tan \widehat{MSN} = \frac{MN}{SN} = \frac{4}{\sqrt{65}}.$$

**Câu 2.** Cho phương trình  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m - 1 = 0$  (\*) với  $m$  là tham số.

- Khi  $m = 0$  phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- Khi  $m = 1$  phương trình có tập nghiệm là  $S = \{0\}$ .
- Số giá trị nguyên dương của  $m$  để phương trình có nghiệm duy nhất là 1.
- Gọi  $m_0$  là giá trị thực để phương trình có 2 nghiệm  $x_1; x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 = 6$ . Khi đó,  $m_0 > 32$

### Lời giải

Sai

Với  $m = 0$  phương trình trở thành  $4^x - 1 = 0 \Leftrightarrow 4^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ . Đúng

Với  $m = 1$  phương trình trở thành

$$4^x - 2^{x+1} + 1 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow (2^x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0. \text{ Vậy } S = \{0\}. \text{ Đúng}$$

Ta có:

$$4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 1 - 2m \cdot 2^x + 2m = 0 \Leftrightarrow (2^x - 1)(2^x + 1) - 2m(2^x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^x - 1)(2^x + 1 - 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 1 = 0 \\ 2^x + 1 - 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2^x = 2m - 1 \quad (*) \end{cases}$$

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì phương trình (\*) vô nghiệm hoặc có nghiệm bằng

$$1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \leq 0 \\ 2m - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m = 1 \end{cases} \text{ . Mà } m \text{ nguyên dương nên } m = 1 \text{ . Đúng}$$

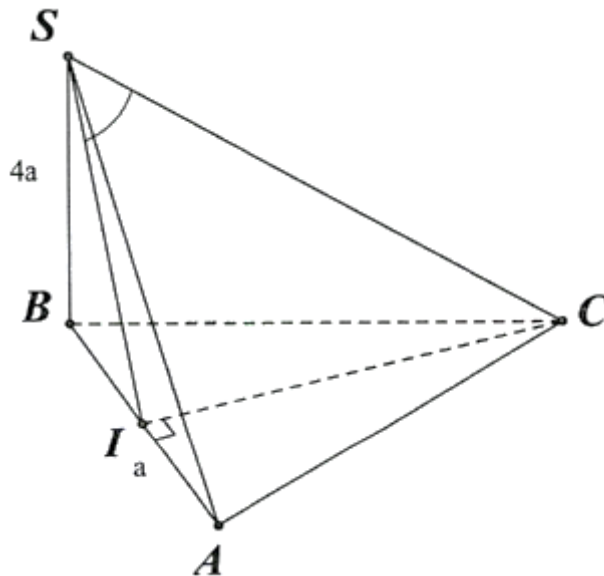
Vì phương trình luôn có nghiệm  $x_1 = 0$  nên  $x_1 + x_2 = 6 \Leftrightarrow x_2 = 6$  .

$$\text{Do đó: } (*) \Leftrightarrow 2^6 = 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{65}{2} = 32,5 \text{ . Vậy } m_0 = 32,5 \text{ .}$$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SB \perp (ABC)$  và  $SB = 4a$  . Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ ?

Lời giải



Kẻ  $CI \perp AB \Rightarrow I$  là trung điểm  $AB$

Ta có:  $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SB \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$  tại  $I$  và  $SC$  cắt mp  $(SAB)$  tại  $S$

$\Rightarrow SI$  là hình chiếu của  $SC$  trên mp  $(SAB)$

$\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SI) = \widehat{CSI}$

Ta có:  $IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có:  $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{(4a)^2 + a^2} = \sqrt{17}a$

Xét  $\Delta SCI$  vuông tại  $I$  :  $\sin \widehat{CSI} = \frac{CI}{SC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{17}a} = \frac{\sqrt{51}}{34} \Rightarrow \widehat{CSI} \approx 12,1^\circ$

Vậy  $(SC, (SAB)) \approx 12,1^\circ$ .

**Câu 2.** Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

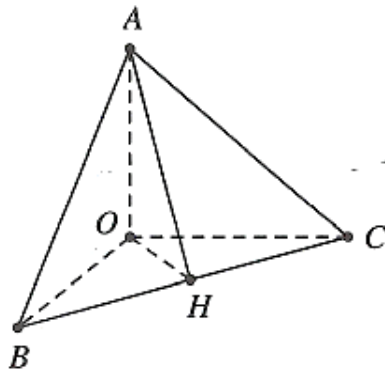
**Lời giải**

Lãi suất năm là 8% nên lãi suất kì hạn 6 tháng sẽ là  $r = 4\% = 0,04$ . Thay  $P = 100; r = 0,04; A = 120$  vào công thức  $A = P(1+r)^t$ , ta được:  $120 = 100(1+0,04)^t \Rightarrow 1,2 = 1,04^t \Rightarrow t = \log_{1,04} 1,2 \approx 4,65$ .

Vậy sau 5 kì gửi tiết kiệm kì hạn 6 tháng, tức sau 30 tháng, người đó sẽ nhận được ít nhất 120 triệu đồng.

**Câu 3.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OB = OC = a\sqrt{6}, OA = a$ . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(OBC)$  bằng bao nhiêu độ (Chỉ ghi số không ghi kí hiệu độ) ?

**Lời giải**



Gọi  $H$  là trung điểm  $BC \Rightarrow OH \perp BC$  mà  $OA \perp BC$

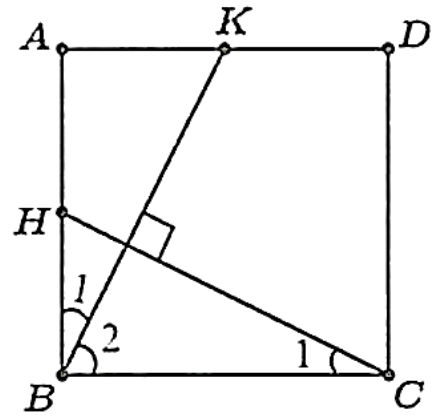
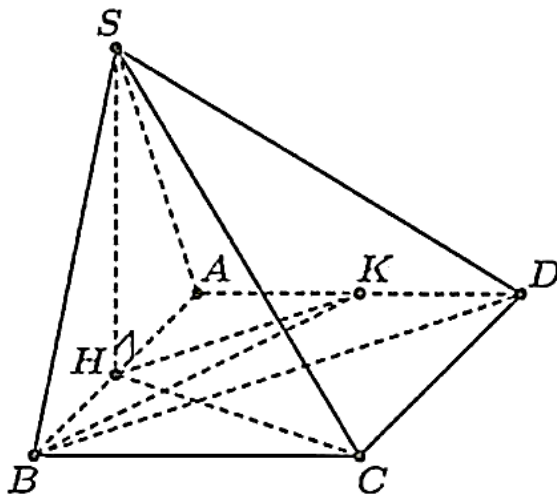
Suy ra  $BC \perp (OAH) \Rightarrow \widehat{(OBC);(ABC)} = \widehat{(OH;AH)} = \widehat{OHA}$

Tam giác  $OBC$  vuông cân tại  $O \longrightarrow OM = \frac{BC}{2} = a\sqrt{3}$

Tam giác  $OAH$  vuông tại  $O \longrightarrow \tan \widehat{OHA} = \frac{OA}{OH} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Vậy  $\widehat{(OBC);(ABC)} = 30^\circ$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AD$ . Biết  $SH \perp (ABCD)$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $BK, SC$ .

**Lời giải**



Xét hai tam giác  $\triangle BCH, \triangle ABK$  có  $\widehat{CBH} = \widehat{BAK} = 90^\circ$  ;  $BC = AB$  ;  $BH = AK$  .

Suy ra  $\triangle BCH = \triangle ABK \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$  .

Lại có  $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 + \widehat{B}_2 = 90^\circ \Rightarrow BK \perp CH$

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} BK \perp CH \\ BK \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow BK \perp (SCH) \Rightarrow BK \perp SC$  .

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Theo thống kê, trong năm 2021 diện tích nuôi ngao bãi triều của tỉnh Thái Bình là 840 (ha). Biết rằng diện tích nuôi ngao bãi triều mỗi năm tăng 6% so với diện tích của năm liền trước. Kể từ sau năm 2021, năm nào là năm đầu tiên tỉnh Thái Bình có diện tích nuôi ngao bãi triều đạt trên 1400 (ha)?

**Lời giải**

Diện tích nuôi ngao sau  $n$  năm là:  $T_n = 840 \cdot (1 + 6\%)^n$  .

Ta có:  $T_n = 840 \cdot (1 + 6\%)^n > 1400 \Leftrightarrow n > \log_{(1+6\%)} \frac{1400}{840} = 8,7 \Rightarrow n = 9$  .

Vậy thêm 9 năm sau năm 2021 thì diện tích nuôi ngao bãi triều của tỉnh Thái Bình sẽ đạt trên 1400 (ha), nghĩa là vào năm 2030 thì diện tích nuôi ngao bãi triều của tỉnh Thái Bình sẽ đạt trên 1400 (ha).

**Câu 2.** Một người gửi tiết kiệm 20.000.000 đồng loại kỳ hạn một năm vào ngân hàng với lãi suất 6,5% một năm. Tính số tiền sau 5 năm 2 tháng người đó nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi. Biết nếu rút trước kỳ hạn thì ngân hàng trả theo lãi suất không kỳ hạn là 0,01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).

**Lời giải**

Tiền gốc và lãi nhận được sau 5 năm là  $A_1 = 20.000.000(1 + 6,5\%)^5 = 27.401.733,27$  đồng.

Hai tháng cuối, ngân hàng tính theo lãi suất không kỳ hạn 0,01% một ngày.

Do đó, tiền gốc và lãi nhận được sau 5 năm 2 tháng là  $A_2 = A_1(1+0,01\%)^{60} = 27.566.629,62$  đồng.

Vậy sau 5 năm 2 tháng tổng số tiền nhận được là : 27.566.629,62 đồng.

**Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2-2x} = m^2 - m + 1$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2]$ .

**Lời giải**

Xét  $u(x) = x^2 - 2x$  trên  $[0; 2]$ , có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$u(x)$	$+\infty$		-1		$+\infty$

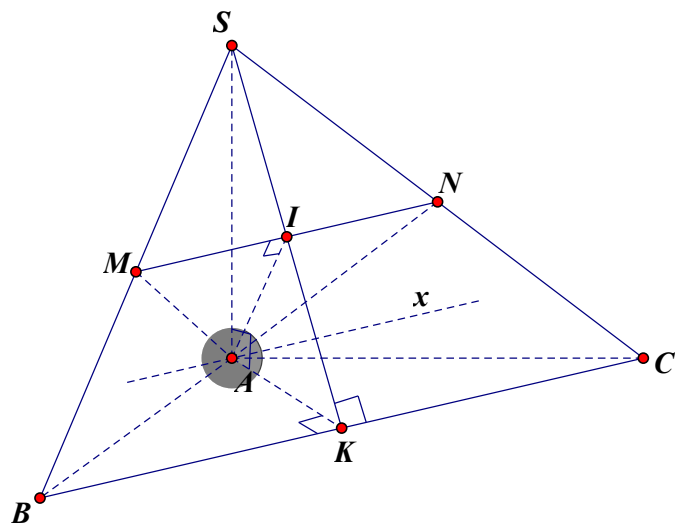
Suy ra  $-1 \leq u(x) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 2^{x^2-2x} \leq 1$ .

Do đó, phương trình đã cho có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2] \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq m^2 - m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1$ .

Kết hợp với  $m \in \mathbb{Z}$  ta có  $m = 0; m = 1$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại đỉnh  $A$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SC$ . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(ABC)$ ?

**Lời giải**



Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $MN$  và  $BC \Rightarrow I$  là trung điểm của  $SK$ .

Ta có  $(AMN) \cap (ABC) = Ax \parallel MN \parallel BC$ .

$\Delta ABC$  cân tại  $A \Rightarrow AK \perp BC \Rightarrow AK \perp Ax$ .

$\Delta AMN$  cân tại  $A \Rightarrow AI \perp MN \Rightarrow AI \perp Ax$ .

Do đó  $\left(\widehat{(AMN)}, \widehat{(ABC)}\right) = \left(\widehat{AI}, \widehat{AK}\right)$ .

$\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $AK$  là đường trung tuyến nên  $AK = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

$\Delta SAK$  vuông tại  $A$  có  $AI$  là đường trung tuyến nên  $AI = IK = \frac{SK}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AK^2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

$$\text{Xét } \Delta AIK \text{ có } \cos \widehat{IAK} = \frac{AI^2 + AK^2 - IK^2}{2AI \cdot AK} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(AMN)$  và  $(ABC)$  bằng  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

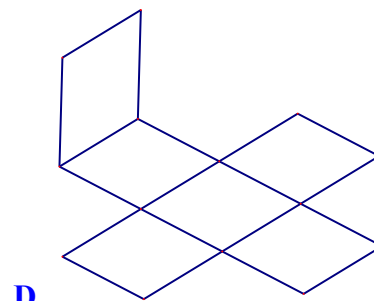
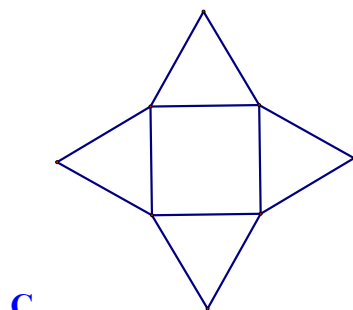
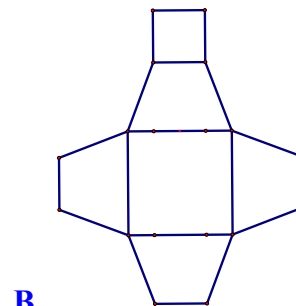
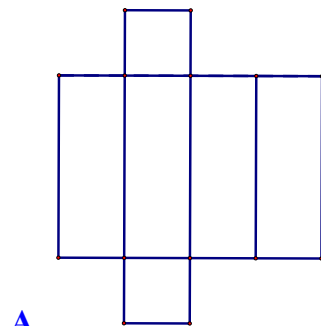
**Câu 1.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ , trong đó  $a \perp (P)$ . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. Nếu  $a \perp b$  thì  $b \parallel (P)$ .B. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $a \parallel b$ .C. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$ .D. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \perp a$ .

**Câu 2.** Nghiệm của phương trình  $2^x = \frac{1}{8}$  là:

A.  $x = -3$ .B.  $x = \frac{1}{4}$ .C.  $x = -4$ .D.  $x = \frac{1}{3}$ .

**Câu 3.** Mảnh bìa **phẳng** nào sau đây có thể xếp thành hình chóp cụt đều?



**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$  là

A.  $(0; +\infty)$ .B.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .C.  $[1; +\infty)$ .D.  $(1; +\infty)$ .

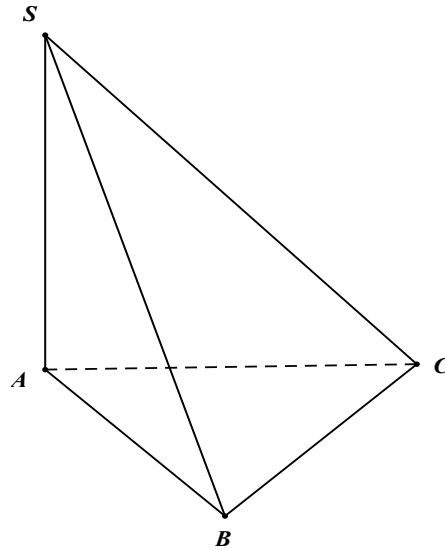
**Câu 5.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, khi đó  $\log_5(5a)$  bằng

- A.**  $1 + \log_5 a$ .      **B.**  $1 - \log_5 a$ .      **C.**  $a$ .      **D.**  $1 + a$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc  $(ABC)$ . Góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là góc giữa:

- A.**  $SB$  và  $AC$ .      **B.**  $SB$  và  $AB$ .      **C.**  $SB$  và  $BC$ .      **D.**  $SB$  và  $SC$

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $SA \perp (ABC)$  (hình vẽ). Góc phẳng nhị diện của góc nhị diện  $[B, SA, C]$  là góc nào?



- A.**  $\widehat{SBA}$ .      **B.**  $\widehat{SCA}$ .      **C.**  $\widehat{CBA}$ .      **D.**  $\widehat{CAB}$ .

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x-3)$  là

- A.**  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .      **B.**  $[3; +\infty)$ .      **C.**  $\mathbb{R}$ .      **D.**  $(3; +\infty)$ .

**Câu 9.** Cho  $x$  là một số thực dương và các số thực  $\alpha, \beta$ . Khi đó  $(x^\alpha)^\beta$  bằng

- A.**  $x^{\alpha-\beta}$ .      **B.**  $x^{\alpha\beta}$ .      **C.**  $x^{\alpha+\beta}$ .      **D.**  $x^{\alpha^\beta}$ .

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  $\ln x = 2$  là

- A.**  $x = 2e$ .      **B.**  $x = 2 + e$ .      **C.**  $x = e^2$ .      **D.**  $x = 2^e$ .

**Câu 11.** Trong không gian cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau, nếu đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $a$  thì

- A.** Đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $b$ .  
**B.** Đường thẳng  $c$  song song với đường thẳng  $b$ .  
**C.** Đường thẳng  $c$  song song hoặc trùng với đường thẳng  $b$ .  
**D.** Đường thẳng  $c$  cắt đường thẳng  $b$  tại một điểm.

- Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE, AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?
- A.  $SC \perp (AFB)$ .      B.  $SC \perp (AEF)$ .      C.  $SC \perp (AED)$ .      D.  $SC \perp (AEC)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1.** Cho khối chóp đều  $S.ABCD$  có  $AC = 4a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  vuông góc với nhau. Gọi  $M, O, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC, CD$ , qua  $S$  dựng đường thẳng  $Sx // AB$ .
- a) Tứ giác  $ABCD$  là một hình bình hành
- b) Tan góc tạo bởi đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- c) Đường thẳng  $Sx$  vuông góc với mặt phẳng  $(SMN)$
- d) Đoạn thẳng  $SO$  có độ dài bằng  $a\sqrt{2}$

- Câu 2.** Cho phương trình  $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$  (1)
- a) Phương trình (1) có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1+2)(x_2+2) = 12$ . Giá trị của  $m$  thuộc khoảng  $(1;3)$
- b) Với  $m = \frac{1}{4}$  phương trình (1) có một nghiệm
- c) Phương trình có nghiệm  $x = 2$  khi  $m = \frac{5}{2}$
- d) Với  $m = -\frac{1}{2}$  phương trình (1) không phải phương trình mũ cơ bản

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , độ dài các cạnh bên bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, CD$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $MN$  và  $BC$ . Tính  $\cos \alpha$ ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2a, AD = a$ , tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc  $\alpha$  là góc nhị diện  $[B, CD, S]$  có số đo bằng bao nhiêu độ (Chỉ ghi số không ghi kí hiệu độ)?
- Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a$ .

Góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng (đơn vị độ)

- Câu 4.** Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu bao gồm cả gốc lẫn lãi? (Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra).

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm kể từ khi bắt đầu gửi tiền là bao nhiêu?
- Câu 2.** Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$ . Gọi  $E$  là trung điểm cạnh  $CC'$ . Tính sin của góc giữa hai mặt phẳng  $(ACB')$  và  $(BEA')$ .
- Câu 3.** Dân số thế giới được ước tính theo công thức  $S = Ae^{ni}$ , trong đó  $A$  là dân số của năm lấy làm mốc,  $S$  là dân số sau  $n$  năm,  $i$  là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Dân số Việt Nam năm 2019 là 95,5 triệu người, tỉ lệ tăng dân số hằng năm từ 2009 đến nay là 1,14%. Hỏi dân số Việt Nam năm 2009 gần với số nào nhất trong các số sau?
- Câu 4.** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng  $(0;5)$  của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m - 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương?

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ , trong đó  $a \perp (P)$ . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

A. Nếu  $a \perp b$  thì  $b \parallel (P)$ .

B. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $a \parallel b$ .

C. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$ .

D. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \perp a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo định lí về mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc ta có

Chọn A đúng

Chọn A đúng

Chọn A sai vì  $b$  có thể nằm trong  $(P)$ .

Chọn A đúng.

**Câu 2.** Nghiệm của phương trình  $2^x = \frac{1}{8}$  là:

A.  $x = -3$ .

B.  $x = \frac{1}{4}$ .

C.  $x = -4$ .

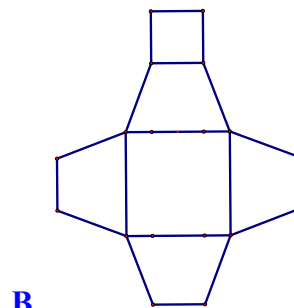
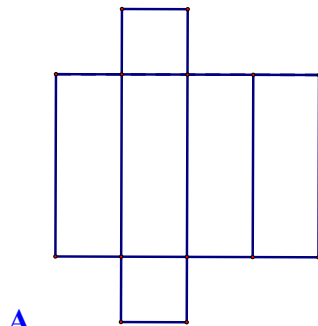
D.  $x = \frac{1}{3}$ .

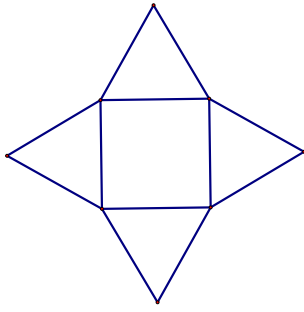
**Lời giải**

**Chọn A**

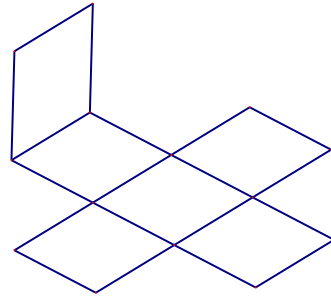
Ta có  $2^x = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^x = 2^{-3} \Leftrightarrow x = -3$ .

**Câu 3.** Mảnh bìa **phẳng** nào sau đây có thể xếp thành hình chóp cụt đều?





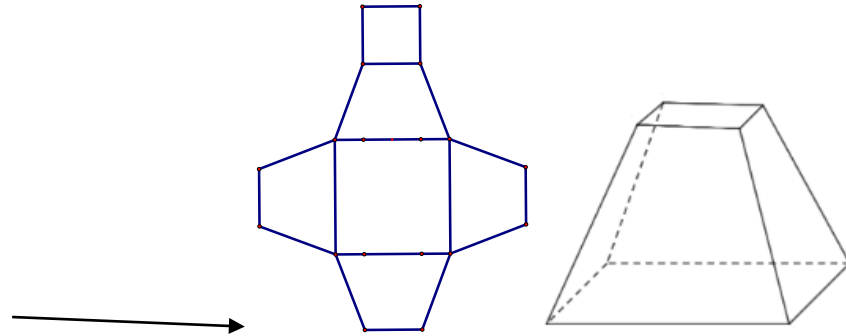
C.



D.

**Lời giải**

Hình chóp cụt đều là hình có các mặt bên là hình thang cân.



**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .      C.  $[1; +\infty)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

Điều kiện xác định:  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Tập xác định  $D = (1; +\infty)$ .

**Câu 5.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý, khi đó  $\log_5(5a)$  bằng

- A.  $1 + \log_5 a$ .      B.  $1 - \log_5 a$ .      C.  $a$ .      D.  $1 + a$ .

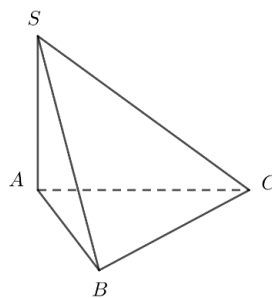
**Lời giải**

Áp dụng công thức  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ . Ta có:  $\log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc  $(ABC)$ . Góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là góc giữa:

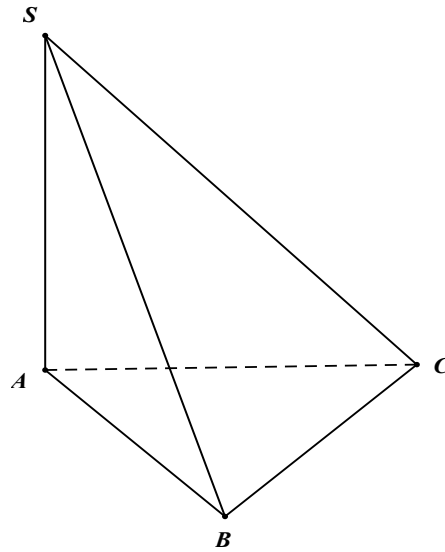
- A.  $SB$  và  $AC$ .      B.  $SB$  và  $AB$ .      C.  $SB$  và  $BC$ .      D.  $SB$  và  $SC$

**Lời giải**



Ta có  $AB$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  xuống  $(ABC)$  nên góc giữa  $SB$  với  $(ABC)$  là góc giữa  $SB$  và  $AB$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $SA \perp (ABC)$  (hình vẽ). Góc phẳng nhị diện của góc nhị diện  $[B, SA, C]$  là góc nào ?



- A.  $\widehat{SBA}$ .                      B.  $\widehat{SCA}$ .                      C.  $\widehat{CBA}$ .                      D.  $\widehat{CAB}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Do } SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AC \\ SA \perp AB \end{cases}$$

Suy ra góc phẳng nhị diện của góc nhị diện  $[B, SA, C]$  là góc  $\widehat{CAB}$ .

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x-3)$  là  
 A.  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .                      B.  $[3; +\infty)$ .                      C.  $\mathbb{R}$ .                      D.  $(3; +\infty)$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = (3; +\infty)$ .

**Câu 9.** Cho  $x$  là một số thực dương và các số thực  $\alpha, \beta$ . Khi đó  $(x^\alpha)^\beta$  bằng  
 A.  $x^{\alpha-\beta}$ .                      B.  $x^{\alpha\beta}$ .                      C.  $x^{\alpha+\beta}$ .                      D.  $x^{\alpha^\beta}$ .

**Lời giải**

Với  $x$  là một số thực dương và các số thực  $\alpha, \beta$  ta có:  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  $\ln x = 2$  là  
 A.  $x = 2e$ .                      B.  $x = 2 + e$ .                      C.  $x = e^2$ .                      D.  $x = 2^e$ .

**Lời giải**

Ta có  $\ln x = 2 \Leftrightarrow x = e^2$

**Câu 11.** Trong không gian cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau, nếu đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $a$  thì  
 A. Đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $b$ .  
 B. Đường thẳng  $c$  song song với đường thẳng  $b$ .

- C. Đường thẳng  $c$  song song hoặc trùng với đường thẳng  $b$ .  
 D. Đường thẳng  $c$  cắt đường thẳng  $b$  tại một điểm.

**Lời giải**

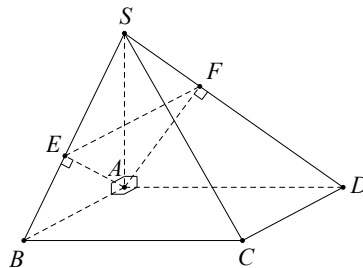
**Chọn A**

Do tính chất: Trong không gian cho hai đường thẳng song song với nhau, nếu đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc đường thẳng kia.

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $AE$ ,  $AF$  lần lượt là đường cao của tam giác  $SAB$  và tam giác  $SAD$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $SC \perp (AFB)$ .      B.  $SC \perp (AEF)$ .      C.  $SC \perp (AED)$ .      D.  $SC \perp (AEC)$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ SA \cap AB = \{A\} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE.$$

$$\text{Và } \begin{cases} AE \perp BC \text{ (cmt)} \\ AE \perp SB \\ SB \cap BC = \{B\} \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC \quad (1).$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ SA \cap AD = \{A\} \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AF.$$

$$\text{Và } \begin{cases} AF \perp CD \text{ (cmt)} \\ AF \perp SD \\ SD \cap CD = \{D\} \end{cases} \Rightarrow AF \perp (SCD) \Rightarrow AF \perp SC \quad (2).$$

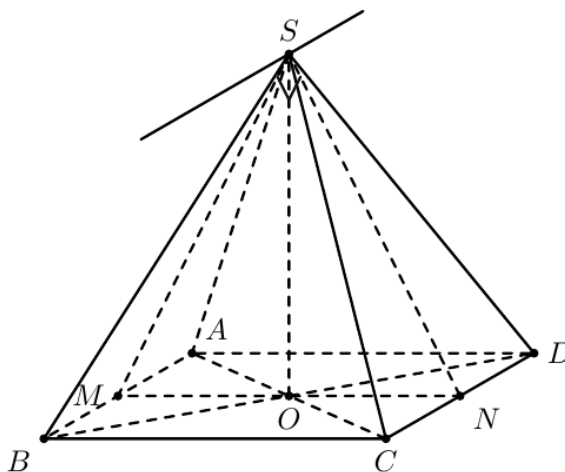
Từ (1) và (2) suy ra  $SC \perp (AEF)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho khối chóp đều  $S.ABCD$  có  $AC = 4a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  vuông góc với nhau. Gọi  $M, O, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC, CD$ , qua  $S$  dựng đường thẳng  $Sx \parallel AB$ .

- a) Tứ giác  $ABCD$  là một hình bình hành  
 b) Tan góc tạo bởi đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 c) Đường thẳng  $Sx$  vuông góc với mặt phẳng  $(SMN)$   
 d) Đoạn thẳng  $SO$  có độ dài bằng  $a\sqrt{2}$

### Lời giải



Gọi  $M, O, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC, CD$  nên  $AB \perp SM, CD \perp SN$ .

Qua  $S$  dựng đường thẳng  $Sx \parallel AB$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \text{ nên } (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD. \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} Sx \perp SM \\ Sx \perp SN \end{cases} \Rightarrow Sx \perp (SMN) \Rightarrow \widehat{MSN} = 90^\circ.$$

Hình chóp  $S.ABCD$  đều  $\Rightarrow ABCD$  là hình vuông, có  $AC = 4a \Rightarrow AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow MN = 2\sqrt{2}a \Rightarrow SO = \frac{MN}{2} = a\sqrt{2}.$$

Mặt khác:  $OB = 2a$  nên  $\tan(\widehat{SB; (ABCD)}) = \frac{SO}{OB} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  Đúng: Đường thẳng  $Sx$  vuông góc

với mặt phẳng  $(SMN)$  Sai: Tứ giác  $ABCD$  là một hình vuông do khối chóp này là khối chóp

đều Đúng: Đoạn thẳng  $SO$  có độ dài bằng  $2a\sqrt{2}$  Đúng: Tan góc tạo bởi đường thẳng  $SB$  và mặt

phẳng  $(ABCD)$  bằng  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 2.** Cho phương trình  $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$  (1)

**a)** Phương trình (1) có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1+2)(x_2+2) = 12$ . Giá trị của  $m$  thuộc khoảng  $(1; 3)$

**b)** Với  $m = \frac{1}{4}$  phương trình (1) có một nghiệm

**c)** Phương trình có nghiệm  $x = 2$  khi  $m = \frac{5}{2}$

**d)** Với  $m = -\frac{1}{2}$  phương trình (1) không phải phương trình mũ cơ bản

**Lời giải** Sai.

Với  $m = -\frac{1}{2}$  phương trình (1) trở thành  $9^x - 9 = 0 \Leftrightarrow 9^x = 9$  là phương trình mũ cơ bản Sai.

Phương trình có nghiệm  $x = 2$  nên

$$9^2 - 2(2m+1)3^2 + 3(4m-1) = 0 \Leftrightarrow 81 - 36m - 18 + 12m - 3 = 0 \Leftrightarrow 24m = 60 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2} \text{ Đúng.}$$

Với  $m = \frac{1}{4}$  phương trình (1) trở thành  $9^x - 3 \cdot 3^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 0 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$  vậy phương trình có một nghiệm Đúng.

Đặt  $t = 3^x, t > 0$ . Phương trình đã cho trở thành:  $t^2 - 2(2m+1)t + 3(4m-1) = 0$  (1)

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 8m + 4 > 0 \\ 2(2m+1) > 0 \\ 3(4m-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{4} \end{cases}$$

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm là  $t = 4m - 1$  và  $t = 3$ .

Với  $t = 4m - 1$  thì  $3^{x_1} = 4m - 1 \Leftrightarrow x_1 = \log_3(4m - 1)$ .

Với  $t = 3$  thì  $3^{x_2} = 3 \Leftrightarrow x_2 = 1$ .

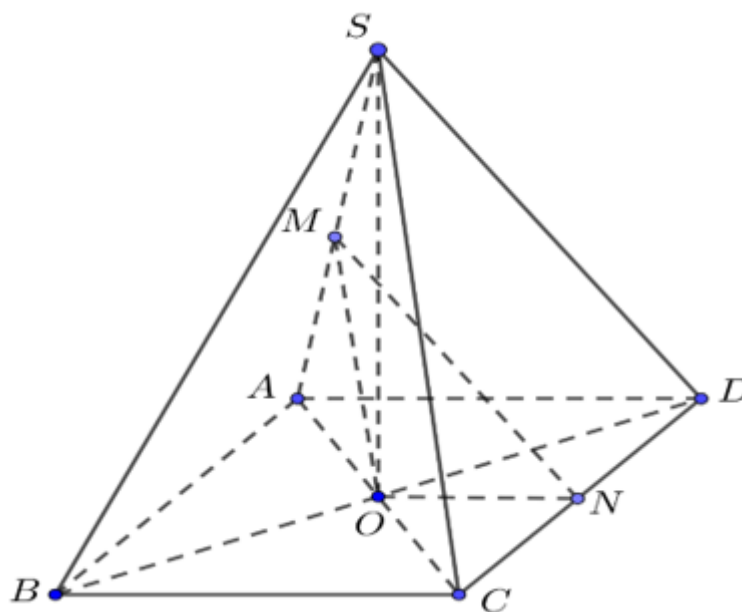
Ta có  $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12 \Leftrightarrow x_1 = 2 \Leftrightarrow \log_3(4m - 1) = 2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$  (thỏa điều kiện).

Vậy  $m = \frac{5}{2}$  là giá trị cần tìm nên  $m$  thuộc khoảng  $(1; 3)$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , độ dài các cạnh bên bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  lượt là trung điểm của  $SA, CD$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $MN$  và  $BC$ . Tính  $\cos \alpha$ ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**



Gọi  $AC \cap BD = \{O\}$

Ta có:  $BC \parallel ON \Rightarrow (MN; BC) = (MN; ON) = \widehat{MNO} = \alpha$

+ Xét tam giác  $BCD$  có  $ON = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$ .

+ Xét tam giác  $SOA$  vuông tại  $O$  có  $OM = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$ .

+ Xét tam giác  $SAC$  có  $MC$  là đường trung tuyến:  $MC^2 = \frac{SC^2 + AC^2}{2} - \frac{SA^2}{4} = \frac{a^2 + 2a^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

+ Xét tam giác  $MCD$  có  $MN$  là đường trung tuyến:

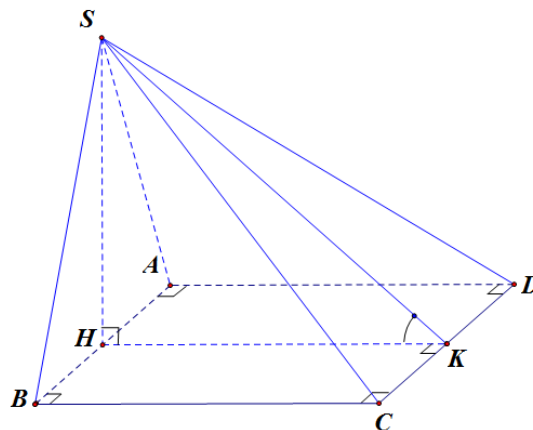
$$MN^2 = \frac{MC^2 + MD^2}{2} - \frac{CD^2}{4} = \frac{\frac{5a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

+ Áp dụng định lý cosin trong tam giác  $MNO$  có:

$$\cos\alpha = \frac{ON^2 + MN^2 - OM^2}{2 \cdot ON \cdot MN} = \frac{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2a$ ,  $AD = a$ , tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc  $\alpha$  là góc nhị diện  $[B, CD, S]$  có số đo bằng bao nhiêu độ (Chỉ ghi số không ghi kí hiệu độ)?

**Lời giải**



♦ Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ , ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD); (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB); SH \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$$

♦ Gọi  $K$  là trung điểm  $CD$ , ta có:  $HK \perp CD$

Mà  $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp CD$ ;  $HK \cap SH = H$ ;  $HK, SH \subset (SHK)$

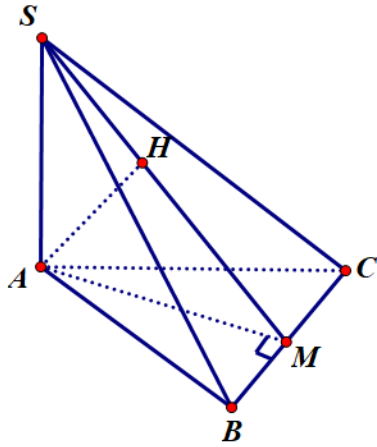
Suy ra  $(SHK) \perp CD \Rightarrow SK \perp CD$ .

Khi đó:  $[B, CD, S] = (HK; SK) = \widehat{SKH}$ .

♦ Xét tam giác  $SHK$  vuông tại  $H$  có:  $\tan \widehat{SKH} = \frac{SH}{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^\circ$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a$ . Góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng (đơn vị độ)

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ , suy ra:  $BC \perp (SAM) \Rightarrow (SAM) \perp (SBC)$  theo giao tuyến  $SM$ .

Vẽ  $AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC)$  nên  $(SA, \widehat{SBC}) = \widehat{ASH} = \widehat{ASM}$

Ta có:  $AM = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan \widehat{ASM} = \frac{AM}{SA} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ASM} = 60^\circ$

- Câu 4.** Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/ năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu bao gồm cả gốc lẫn lãi? (Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra).

#### Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép thì sau  $n$  năm, số tiền người gửi nhận được là  $A = 10^8 \cdot 1,06^n$ .

Để nhận được số tiền hơn 300 triệu thì

$$A > 3 \cdot 10^8 \Leftrightarrow 10^8 \cdot 1,06^n > 3 \cdot 10^8 \Leftrightarrow 1,06^n > 3 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} 3 \approx 18,85 \text{ (năm)}.$$

Vậy ít nhất sau 18 năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu.

#### PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm kể từ khi bắt đầu gửi tiền là bao nhiêu?

#### Lời giải

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng đầu là  $100 \cdot (1 + 2\%)^2$ .

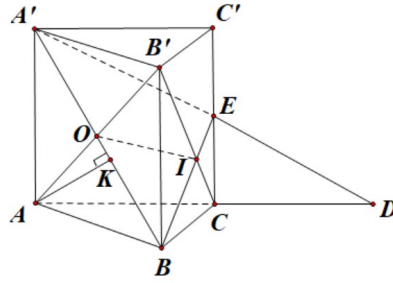
Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng tiếp theo là  $\left[ 100 \cdot (1 + 2\%)^2 + 100 \right] \cdot (1 + 2\%)^2 \approx 212,28$

(triệu đồng).

Vậy số tiền nhận được sau 1 năm là 212.280.000 đồng

- Câu 2.** Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$ . Gọi  $E$  là trung điểm cạnh  $CC'$ . Tính sin của góc giữa hai mặt phẳng  $(ACB')$  và  $(BEA')$ .

#### Lời giải



Gọi  $O = A'B \cap A'B'$ ,  $I = BE \cap B'C \Rightarrow OI = (ACB') \cap (BEA')$ .

Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(ACB')$  và  $(BEA')$

$$\text{Ta có } \sin \alpha = \frac{d(A, (BEA'))}{d(A, OI)}$$

Gọi  $D = AC \cap EA' \Rightarrow C$  là trung điểm cạnh  $AD \Rightarrow BC = \frac{1}{2} AD \Rightarrow$  tam giác  $ABD$  vuông tại

$$B \Rightarrow BD \perp (ABB'A') \Rightarrow (BDA') \perp (ABB'A') \quad (1)$$

Kẻ  $AK \perp BA'$  tại  $K$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow AK \perp (BDA')$

$$\Rightarrow d(A, (BDA')) = d(A, (BEA')) = AK = \frac{AA' \cdot AB}{\sqrt{AA'^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Tam giác  $ACB'$  có  $AB' = CB' = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$ ,  $AC = a$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACB'} = \frac{a^2 \sqrt{15}}{4}, \quad \cos \widehat{AB'C} = \frac{AB'^2 + CB'^2 - AC^2}{2 \cdot AB' \cdot CB'} = \frac{7}{8}$$

Mặt khác ta có  $\frac{S_{\triangle OIB'}}{S_{\triangle ACB'}} = \frac{OB'}{AB'} \cdot \frac{IB'}{CB'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$  (vì  $I$  là trọng tâm tam giác  $BCC'$ )

$$\Rightarrow S_{\triangle OIB'} = \frac{a^2 \sqrt{15}}{12}$$

$$\text{Ta có } OB' = \frac{1}{2} AB' = a, \quad IB' = \frac{2}{3} CB' = \frac{4a}{3}.$$

Trong tam giác  $OIB'$  có  $OI^2 = OB'^2 + IB'^2 - 2OB' \cdot IB' \cdot \cos \widehat{OB'I} = \frac{4a^2}{9} \Rightarrow OI = \frac{2a}{3}$

$$\text{Ta có } d(A, OI) = d(B', OI) = \frac{2 \cdot S_{\triangle OIB'}}{OI} = \frac{a\sqrt{15}}{4}.$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \frac{d(A, (BEA'))}{d(A, OI)} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{a\sqrt{15}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

**Câu 3.** Dân số thế giới được ước tính theo công thức  $S = A.e^{ni}$ , trong đó  $A$  là dân số của năm lấy làm mốc,  $S$  là dân số sau  $n$  năm,  $i$  là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Dân số Việt Nam năm 2019 là 95,5 triệu người, tỉ lệ tăng dân số hằng năm từ 2009 đến nay là 1,14%. Hỏi dân số Việt Nam năm 2009 gần với số nào nhất trong các số sau?

**Lời giải**

Áp dụng công thức  $S = A.e^{ni}$  trong đó:  $S = 95,5$  triệu người,  $n = 10$  năm,  $i = 1,14\%$

Ta có số dân Việt Nam năm 2009 là:  $A = \frac{S}{e^{ni}} = \frac{95,5}{e^{10 \cdot 1,14\%}} \approx 85,2$  (triệu người).

**Câu 4.** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng  $(0;5)$  của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - m.2^{x+1} + 2m - 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương?

**Lời giải**

Đặt  $t = 2^x$  với  $t > 0$

Khi đó phương trình trở thành  $t^2 - 2mt + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2m - 1 \end{cases}$

Với  $t = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

Với  $t = 2m - 1 \Rightarrow 2^x = 2m - 1$

ycbt  $\Leftrightarrow 2^x = 2m - 1 > 1 \Leftrightarrow m > 1$

kết hợp với điều kiện suy ra  $1 < m < 5 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{2; 3; 4\}$

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.  
B. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
D. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Câu 2.** Cho  $a$  là số thực dương;  $m, n$  là những số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a^m + a^n = a^{m+n}$ .      B.  $(a^m)^n = (a^n)^m$ .      C.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$ .      D.  $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$ .

**Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .      B.  $(1; +\infty)$ .      C.  $(-1; +\infty)$ .      D.  $\mathbb{R}$ .

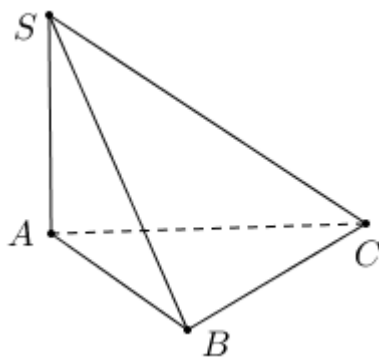
**Câu 4.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có đường cao  $SO$ , gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc nào sau đây?

- A.  $\widehat{SAM}$ .      B.  $\widehat{SOM}$ .      C.  $\widehat{SAO}$ .      D.  $\widehat{SMA}$ .

**Câu 5.** Trong không gian, góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  là góc giữa hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  thỏa mãn

- A. Cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với  $a$  và  $b$ .  
B. Lần lượt song song với  $a$  và  $b$ .  
C. Cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với  $a$  và  $b$ .  
D. Lần lượt song song hoặc trùng với  $a$  và  $b$ .

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc nào?



- A.  $\widehat{SAC}$ .                      B.  $\widehat{BCA}$ .                      C.  $\widehat{SCA}$ .                      D.  $\widehat{SBA}$ .

**Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = 5^x$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .                      B.  $[0; +\infty)$ .                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 8.** Giá trị của  $\log_2(4\sqrt{2})$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 9.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .  
 B. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$  hoặc  $b \subset (P)$ .  
 C. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .  
 D. Nếu  $a \subset (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  $3^{x+2} = 27$  là

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = -2$ .                      D.  $x = 2$ .

**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3-x) = 1$  là

- A.  $x = -1$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = -2$ .                      D.  $x = 1$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $AB < AD$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SD, SC$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

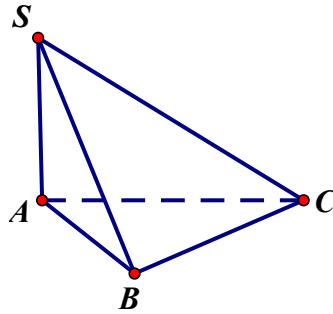
- A.  $BC$  vuông góc với  $(SAC)$ .                      B.  $AH$  vuông góc với  $(SCD)$ .  
 C.  $AK$  vuông góc với  $(SCD)$ .                      D.  $BD$  vuông góc với  $(SAC)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $4^x - 2 \cdot 2^x - m = 0$  (1)

- a) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi  $-1 < m < 0$
- b) Phương trình (1) có nghiệm  $x > 1$  khi  $m > 0$
- c) Đặt  $t = 2^x$  ( $t > 0$ ) phương trình (1) trở thành phương trình:  $t^2 - 2t - m = 0$  (2)
- d) Khi  $m = 15$  phương trình (1) có nghiệm  $x = 5$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  và  $AB = \sqrt{2}a$ . (minh họa như hình vẽ bên).



- a)  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ .
- b) Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ .
- c) Góc giữa  $BC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $60^\circ$ .
- d) Gọi góc giữa  $AB$  và  $(SBC)$  là  $\alpha$ . Khi đó  $\tan \alpha$  là nghiệm dương của phương trình  $a^3 + a^2 - 2a - 2 = 0$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $AD = 2AB = 2BC = 2a$ . Tính cosin của góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCD)$ .
- Câu 2.** Cho tứ diện  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OA = 3, OB = 4, OC = 5$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AC$ . (Lấy 1 chữ số thập phân)
- Câu 3.** Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?
- Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$  và tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$ . Tang của góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng bao nhiêu (kq làm tròn 2 chữ số sau dấu phẩy)

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABCD)$ .
- Câu 2.** Gia đình bác An gửi tiết kiệm 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất  $6,5\%$  /năm. Biết rằng tiền lãi của kì trước được cộng vào gốc tính lãi kì sau.
- a) Hỏi sau ba năm, gia đình bác nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? Nếu tính theo thể thức lãi kép liên tục thì số tiền cả vốn lẫn lãi của gia đình bác An thu được là bao nhiêu ?
- b) Vẫn với 500 triệu đồng, gia đình bác An gửi tiết kiệm với lãi kép  $6,5\%$  /năm theo kì hạn 6 tháng. Hỏi để nhận được cả gốc và lãi là 1 tỉ đồng thì gia đình bác An cần gửi bao nhiêu năm?
- Câu 3.** Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức  $S = Ae^{r.t}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi thời gian để số vi khuẩn tăng gấp đôi số vi khuẩn ban đầu là bao nhiêu?
- Câu 4.** Tìm  $m$  để phương trình  $2024^{(m+1)x^2 - 2x + m - 2} = 1$  có hai nghiệm trái dấu.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.  
**B.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
**C.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
**D.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Lời giải**

Mệnh đề A sai vì có thể xảy ra trường hợp hai mặt phẳng vuông góc với nhau nhưng đường thẳng thuộc mặt phẳng này song song với mặt phẳng kia.

Mệnh đề B sai vì xảy ra trường hợp hai mặt phẳng song song.

Mệnh đề C sai vì xảy ra trường hợp hai mặt phẳng vuông góc.

**Câu 2.** Cho  $a$  là số thực dương;  $m, n$  là những số thực tùy ý. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $a^m + a^n = a^{m+n}$ .      **B.**  $(a^m)^n = (a^n)^m$ .      **C.**  $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$ .      **D.**  $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$ .

**Lời giải**

Chọn B

**Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là

- A.**  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .      **B.**  $(1; +\infty)$ .      **C.**  $(-1; +\infty)$ .      **D.**  $\mathbb{R}$ .

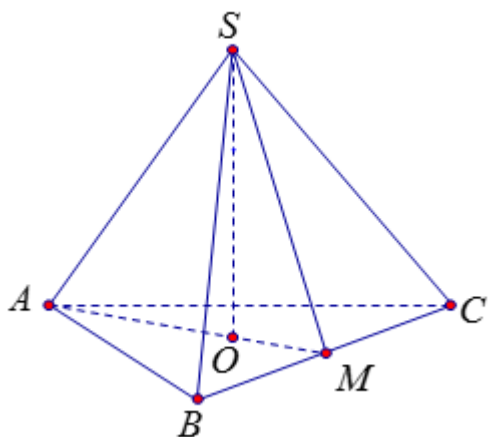
**Lời giải**

Điều kiện:  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ . Vậy tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là  $(1; +\infty)$ .

**Câu 4.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có đường cao  $SO$ , gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc nào sau đây?

- A.**  $\widehat{SAM}$ .      **B.**  $\widehat{SOM}$ .      **C.**  $\widehat{SAO}$ .      **D.**  $\widehat{SMA}$ .

Lời giải



$$\Rightarrow \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC, AM \subset (ABC) \Rightarrow \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SMA}. \\ SM \perp BC, SM \subset (SBC) \end{cases}$$

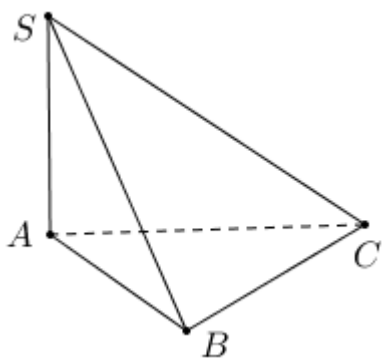
- Câu 5.** Trong không gian, góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  là góc giữa hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  thỏa mãn
- A. Cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với  $a$  và  $b$ .
  - B. Lần lượt song song với  $a$  và  $b$ .
  - C. Cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với  $a$  và  $b$ .
  - D. Lần lượt song song hoặc trùng với  $a$  và  $b$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Do định nghĩa: Trong không gian, góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  là góc giữa hai đường thẳng  $a'$  và  $b'$  cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với  $a$  và  $b$ .

- Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc nào?



- A.  $\widehat{SAC}$ .
- B.  $\widehat{BCA}$ .
- C.  $\widehat{SCA}$ .
- D.  $\widehat{SBA}$ .

**Lời giải**

Ta có  $SA \perp (ABC)$  nên  $AB$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$ . Do đó góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$ .

- Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = 5^x$  là
- A.  $\mathbb{R}$ .
  - B.  $[0; +\infty)$ .
  - C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
  - D.  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số mũ  $y = 5^x$  xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 8.** Giá trị của  $\log_2(4\sqrt{2})$  bằng

A.  $\frac{3}{2}$ .

B.  $\frac{5}{2}$ .

C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 9.** Cho hai đường thẳng  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .  
 $b \subset (P)$ .

B. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$  hoặc

C. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .

D. Nếu  $a \subset (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ . Mệnh đề sai vì đường thẳng  $b$  có thể nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  $3^{x+2} = 27$  là

A.  $x = 1$ .

B.  $x = -1$ .

C.  $x = -2$ .

D.  $x = 2$ .

**Lời giải**

Ta có:  $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$ .

**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3-x) = 1$  là

A.  $x = -1$ .

B.  $x = 2$ .

C.  $x = -2$ .

D.  $x = 1$ .

**Lời giải**

Ta có  $\log_2(3-x) = 1 \Leftrightarrow 3-x = 2 \Leftrightarrow x = 1$

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật và  $AB < AD$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SD, SC$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

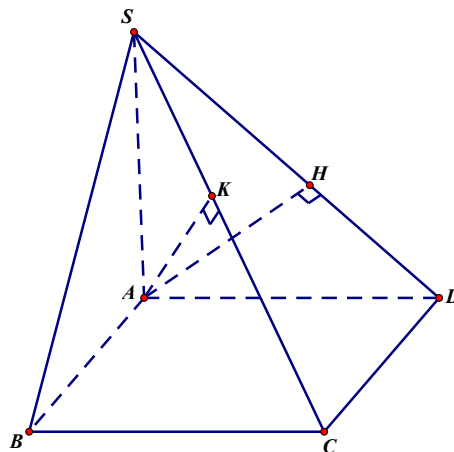
A.  $BC$  vuông góc với  $(SAC)$ .

B.  $AH$  vuông góc với  $(SCD)$ .

C.  $AK$  vuông góc với  $(SCD)$ .

D.  $BD$  vuông góc với  $(SAC)$ .

**Lời giải**



Từ  $SA$  vuông góc với đáy ta suy ra  $CD \perp SA$ .

Từ  $CD \perp AD$  và  $CD \perp SA$  suy ra  $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$ .

Từ  $CD \perp AH$  và  $AH \perp SD$  suy ra  $AH \perp (SCD)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $4^x - 2 \cdot 2^x - m = 0$  (1)

a) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi  $-1 < m < 0$

b) Phương trình (1) có nghiệm  $x > 1$  khi  $m > 0$

c) Đặt  $t = 2^x$  ( $t > 0$ ) phương trình (1) trở thành phương trình:  $t^2 - 2t - m = 0$  (2)

d) Khi  $m = 15$  phương trình (1) có nghiệm  $x = 5$

### Lời giải

**Ý a)** Đúng.

Khi đặt  $t = 2^x$  ( $t > 0$ ) thì  $4^x = t^2$  nên phương trình (1) trở thành  $t^2 - 2t - m = 0$  (2)

**Ý b)** Sai.

Khi  $m = 15$ . Đặt  $t = 2^x$  ( $t > 0$ ) phương trình trở thành  $t^2 - 2t - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3(l) \\ t = 5(tm) \end{cases} \Leftrightarrow t = 5$

Với  $t = 5$  ta có  $2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5$ .

**Ý c)** Đúng.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m > 0 \\ 2 > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0$$

**Ý d)** Đúng

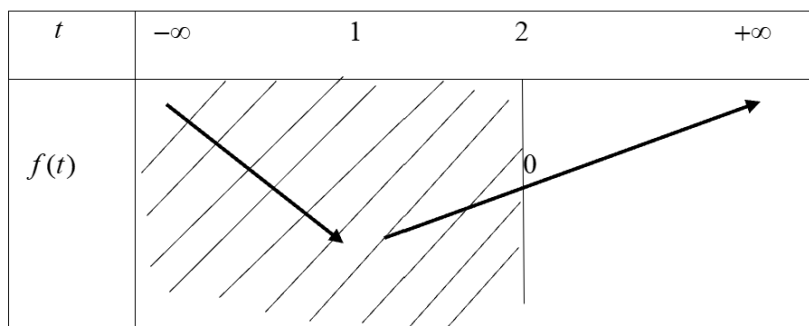
Để phương trình (1) có nghiệm lớn hơn 1 thì phương trình (2) có nghiệm lớn hơn 2

(vì  $x > 1 \Rightarrow 2^x > 2 \Rightarrow t > 2$ )

Ta cần tìm  $m$  sao cho phương trình  $t^2 - 2t - m = 0$  có nghiệm  $t > 2$

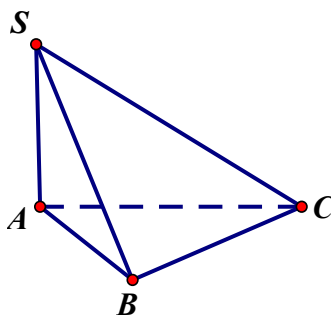
Tức là đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị  $f(t) = t^2 - 2t$  tại điểm có hoành độ lớn hơn 2

Bảng biến thiên  $f(t)$



Từ bảng biến thiên có  $m > 0$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  và  $AB = \sqrt{2}a$ . (minh họa như hình vẽ bên).



- a)  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ .
- b) Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ .
- c) Góc giữa  $BC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $60^\circ$ .
- d) Gọi góc giữa  $AB$  và  $(SBC)$  là  $\alpha$ . Khi đó  $\tan \alpha$  là nghiệm dương của phương trình  $a^3 + a^2 - 2a - 2 = 0$ .

### Lời giải

**Chọn \_hi tiết.**  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$

**Mệnh đề A Sai** vì  $SA$  vuông góc với mp  $(ABC)$  (Qua một điểm có duy nhất một đường thẳng vuông góc với mặt đã cho) Góc giữa  $BC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $60^\circ$

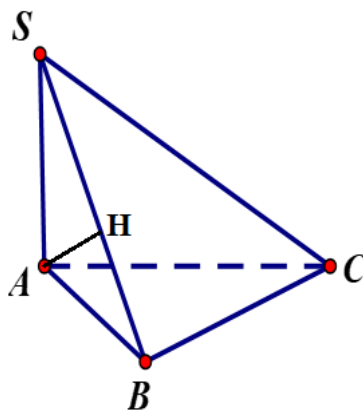
Ta có  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$  nên góc giữa  $BC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $90^\circ$

**Mệnh đề B Sai.** Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$

Ta có.  $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$ .

Mà.  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a = SA$ .

Vì  $\Delta SAC$  vuông cân tại  $A$  nên ta có  $\widehat{SCA} = 45^\circ$ . **Mệnh đề C đúng.** Gọi góc giữa  $AB$  và  $(SBC)$  là  $\alpha$ . Khi đó  $\tan \alpha$  là nghiệm dương của phương trình  $a^3 + a^2 - 2a - 2 = 0$ .  
Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $SB$ .



Ta có  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$

$$\text{Ta lại có } \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

Do đó hình chiếu của  $AB$  lên  $(SBC)$  là  $HB$  nên góc giữa  $AB$  và  $(SBC)$  là  $\alpha = \widehat{ABH} = \widehat{ABS}$ .

$$\text{Ta có } \tan \widehat{ABS} = \frac{AS}{AB} = \sqrt{2}$$

Mà  $\sqrt{2}$  là nghiệm dương của phương trình  $a^3 + a^2 - 2a - 2 = 0$

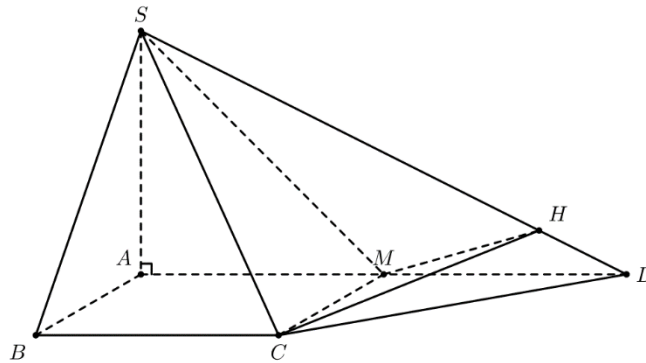
**Vậy mệnh đề D đúng.**

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $AD = 2AB = 2BC = 2a$ . Tính cosin của góc giữa 2 mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SCD)$ .

0,5>

Lời giải



Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$  thì  $ABCM$  là hình vuông nên  $CM \perp AD$  suy ra  $CM \perp (SAD)$ .

Kẻ  $MH \perp SD$  ( $H \in SD$ ) thì  $SD \perp (CMH)$ .

Ta có  $\begin{cases} (SAD) \cap (SCD) = SD \\ SD \perp (CMH) \end{cases}$  nên góc giữa  $(SAD)$  và  $(SCD)$  là góc  $\widehat{MHC}$ .

$$\text{Trong } \triangle SAD \text{ thì } \tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \widehat{SDA} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

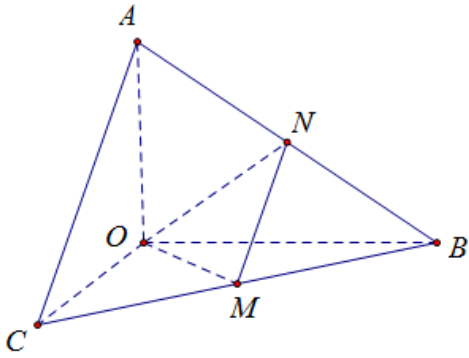
$$\text{Trong } \triangle MHD \text{ vuông tại } H \text{ thì } \sin \widehat{SDA} = \frac{MH}{MD} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Trong } \triangle MHC \text{ vuông tại } M \text{ thì } HC = \sqrt{MC^2 + MH^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Khi đó: } \cos \widehat{MHC} = \frac{MH}{HC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

**Câu 2.** Cho tứ diện  $O.ABC$  có  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  đôi một vuông góc và  $OA = 3$ ,  $OB = 4$ ,  $OC = 5$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $OM$  và  $AC$ . (Lấy 1 chữ số thập phân)

### Lời giải



Gọi  $N$  là trung điểm  $AB$ , ta có  $MN \parallel AC$ .

$$\widehat{(AC, OM)} = \widehat{(MN, OM)} = \widehat{OMN}.$$

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5; \quad AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}.$$

$OM = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{41}}{2}$ ;  $ON = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}$  (Đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông).

$$MN = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{34}}{2} \text{ (Đường trung bình tam giác } ABC \text{)}$$

$$\cos \widehat{OMN} = \frac{OM^2 + MN^2 - ON^2}{2OM \cdot MN} = \frac{\frac{41}{4} + \frac{34}{4} - \frac{25}{4}}{2 \cdot \frac{\sqrt{41}}{2} \cdot \frac{\sqrt{34}}{2}} = \frac{25\sqrt{1394}}{1394} \approx 0,7.$$

**Câu 3.** Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

**30>**

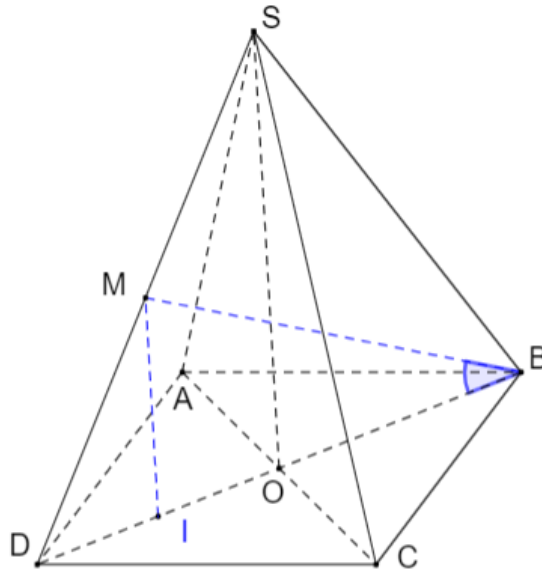
**Lời giải:**

Lãi suất năm là 8% nên lãi suất kì hạn 6 tháng sẽ là  $r = 4\% = 0,04$ . Thay  $P = 100; r = 0,04; A = 120$  vào công thức  $A = P(1+r)^t$ , ta được:  $120 = 100(1+0,04)^t \Rightarrow 1,2 = 1,04^t \Rightarrow t = \log_{1,04} 1,2 \approx 4,65$ .

Vậy sau 5 kì gửi tiết kiệm kì hạn 6 tháng, tức sau 30 tháng, người đó sẽ nhận được ít nhất 120 triệu đồng.

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$  và tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$ . Tang của góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng bao nhiêu (kq làm tròn 2 chữ số sau dấu phẩy)

### Lời giải



**Trả lời:** 0,33

Ta có: tam giác  $SAC$  và  $SBD$  cân tại  $S$ , suy ra  $SO \perp AC$  và  $SO \perp BD$ . Vậy  $SO \perp (ABCD)$ .

Theo đề bài, ta có:  $AC = BD = a\sqrt{2}$  và  $SA = SC = a$ , suy ra tam giác  $ASC$  vuông cân tại  $S$ .

$$\text{Vậy } SO = \frac{1}{2}AC = a \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng  $SD$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là đoạn thẳng  $OD$ . Vậy

hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $OD$ .

Vậy góc giữa đường thẳng  $BM$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{MBI}$ .

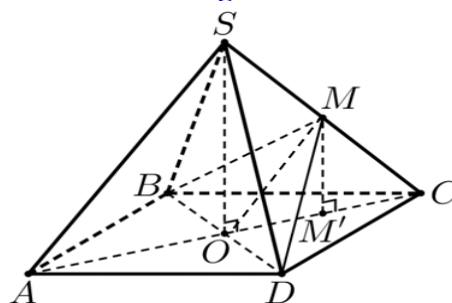
$$\text{Xét tam giác } MBI \text{ vuông tại } I \text{ có } BI = \frac{3}{4}BD = \frac{3\sqrt{2}}{4}a ; MI = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Vậy: } \tan \widehat{MBI} = \frac{MI}{BI} = \frac{1}{3}.$$

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABCD)$ .

**Lời giải**



Gọi  $M'$  là trung điểm  $OC \Rightarrow MM' \parallel SO$ . Suy ra  $MM' \perp (ABCD)$ .

Ta có  $BD \perp AC$ ;  $BD \perp SO$  (vì  $SO \perp (ABCD)$  suy ra  $BD \perp (SAC)$ ).

Mà  $OM \subset (SAC) \Rightarrow BD \perp OM$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (MBD) \cap (ABCD) = BD \\ OM \perp BD, \quad OM \subset (MBD) \\ OM' \perp BD, \quad OM' \subset (ABCD) \end{cases}$$

Do đó góc giữa  $(MBD)$  và  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{MOM'}$ .

Vì  $OM$  là đường trung bình của tam giác  $SAC$  nên  $OM = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$

$$OM' = \frac{OC}{2} = \frac{AC}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

Tam giác vuông  $MM'O$ , có  $\cos \widehat{MOM'} = \frac{OM'}{OM} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng  $(MBD)$  và  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 2.** Gia đình bác An gửi tiết kiệm 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5% /năm. Biết rằng tiền lãi của kì trước được cộng vào gốc tính lãi kì sau.

a) Hỏi sau ba năm, gia đình bác nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? Nếu tính theo thể thức lãi kép liên tục thì số tiền cả vốn lẫn lãi của gia đình bác An thu được là bao nhiêu ?

b) Vẫn với 500 triệu đồng, gia đình bác An gửi tiết kiệm với lãi kép 6,5% /năm theo kì hạn 6 tháng. Hỏi để nhận được cả gốc và lãi là 1 tỉ đồng thì gia đình bác An cần gửi bao nhiêu năm?

### Lời giải

a) Ta có:

- ♦  $A_0 = 500$  triệu đồng là số tiền gốc ban đầu.
- ♦  $r = 6,5\% = 0,065$  /năm là lãi suất một kỳ.
- ♦  $n = 3$  là số kỳ hạn gửi.
- ♦  $A_n$  là số tiền cả vốn và lãi nhận được sau  $n$  kỳ gửi.

➔ Sau ba năm, gia đình bác An nhận được số tiền cả gốc và lãi là:

$$A_n = A_0 (1+r)^n = 500 \cdot (1+0,065)^3 \approx 603,975 \text{ triệu đồng.}$$

➔ Với thể thức lãi kép liên tục thì số tiền gia đình bác An thu được sau ba năm là:

$$A_n = A_0 e^{tr} = 500 \cdot e^{3 \cdot 0,065} \approx 607,655 \text{ triệu đồng.}$$

b) Ta có:

- ♦  $A_0 = 500$  triệu đồng là số tiền gốc ban đầu.
- ♦  $r = 6,5\% = 0,065$  /năm là lãi suất một kỳ.
- ♦  $n$  là số năm cần gửi.
- ♦  $A_n = 1$  tỉ đồng là số tiền cả vốn và lãi nhận được sau  $n$  năm gửi.

Do kì hạn là 6 tháng, tức là mỗi năm là 2 kì tính lãi nên:

Số kì gửi là  $N = 2n$ , lãi suất mỗi kì gửi là  $\frac{r}{2}$ .

$$\text{Khi đó: } A_n = A_0 \left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2n} \Leftrightarrow 1000 = 500 \cdot \left(1 + \frac{0,65\%}{2}\right)^{2n} \Leftrightarrow 1,0325^{2n} = 2.$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\log_{1,0325} 2}{2} \approx 10,83.$$

Vậy, gia đình bác An cần gửi ít nhất 11 năm để nhận được số tiền như dự định.

**Chú ý:** Công thức lãi kép theo kì hạn chính là công thức lãi kép do chia nhỏ kì hạn gửi. Ta có thể hiểu là lãi suất mỗi năm là  $r$ , nếu chia mỗi năm thành  $m$  kì hạn thì số tiền gốc và lãi thu được sau  $n$  năm là:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n} \text{ với tổng số kì gửi là } N = mn, \text{ lãi suất mỗi kì gửi là } \frac{r}{m}.$$

**Câu 3.** Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức  $S = Ae^{r \cdot t}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi thời gian để số vi khuẩn tăng gấp đôi số vi khuẩn ban đầu là bao nhiêu?

**Lời giải**

Vì sau 5h có 300 con vi khuẩn, nên suy ra  $300 = 100 \cdot e^{5r} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$ .

Để vi khuẩn tăng gấp đôi thì ta có phương trình:

$$200 = 100 \cdot e^{\frac{1}{5} \ln 3 \cdot t} \Leftrightarrow e^{\frac{1}{5} \ln 3 \cdot t} = 2 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{5} \cdot t} = 2 \Leftrightarrow t = 5 \log_3 2 \Leftrightarrow t \approx 3,15$$

Vậy thời gian để số vi khuẩn tăng gấp đôi số vi khuẩn ban đầu là 3 giờ 9 phút.

**Câu 4.** Tìm  $m$  để phương trình  $2024^{(m+1)x^2 - 2x + m - 2} = 1$  có hai nghiệm trái dấu.

**Lời giải**

$$2020^{(m+1)x^2 - 2x + m - 2} = 1 \Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2x + m - 2 = 0.$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi  $(m+1)(m-2) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$ .

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

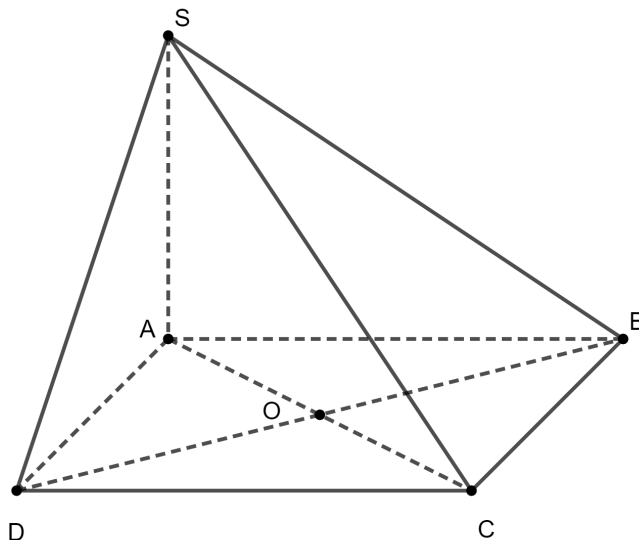
**Câu 1.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3-x) + (x-1)^\pi$

- A.  $(-\infty; 3) \setminus \{1\}$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(1; 3)$ .      D.  $(3; +\infty)$ .

**Câu 2.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau  
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.  
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.  
 D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tìm số đo của góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .



- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.



b) Phương trình (1) luôn có ít nhất hai nghiệm.

c) Khi phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt  $x_1 > x_2 > 0 > x_3 > x_4$ ; số giá trị nguyên  $m$  để  $x_1 + x_2 < 3$  là 14.

d) Khi  $m = -1$  thì phương trình (1) có đúng hai nghiệm và hai nghiệm đó trái dấu nhau.

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a, AD = a\sqrt{3}$ . Mặt bên  $SBC$  là tam giác vuông tại  $B$ , mặt bên  $SCD$  là tam giác vuông tại  $D$  và  $SD = a\sqrt{5}$ . Đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AC$  cắt  $CB, CD$  lần lượt tại  $I, J$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $SC$ . Mặt phẳng  $(HIJ)$  cắt  $SB, SD$  lần lượt tại  $K, L$ .

a)  $BC$  vuông góc với  $(SAB)$ .

b)  $SA$  vuông góc với  $BC$ .

c)  $AK$  vuông góc với  $(SBC)$ ;  $AL$  vuông góc với  $(SCD)$ .

d) Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $E$  là điểm đối xứng của  $D$  qua trung điểm  $SA$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AE$  và  $BC$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BD$ . Tính  $\sin \alpha$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , các cạnh bên đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $AC$  (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có độ dài đường chéo bằng  $a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Khi  $\tan \alpha = \sqrt{2}$  hãy tính góc giữa  $(SAC)$  và  $(SBC)$  (đơn vị: độ).

**Câu 4.** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 8% trên năm. Giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi. Sau 10 năm người đó lãi được bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn triệu đồng).

### PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên 1 tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2019 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% trên 1 tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2019 mẹ đi rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).
- Câu 2.** Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau  $n$  lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức  $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$ . Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?
- Câu 3.** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Tính giá trị của  $x$  sao cho hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau.
- Câu 4.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thoả mãn  $x_1 + x_2 = 3$ .

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3-x) + (x-1)^\pi$

- A.  $(-\infty; 3) \setminus \{1\}$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(1; 3)$ .      D.  $(3; +\infty)$ .

**Lời giải**

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} 3-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 3.$$

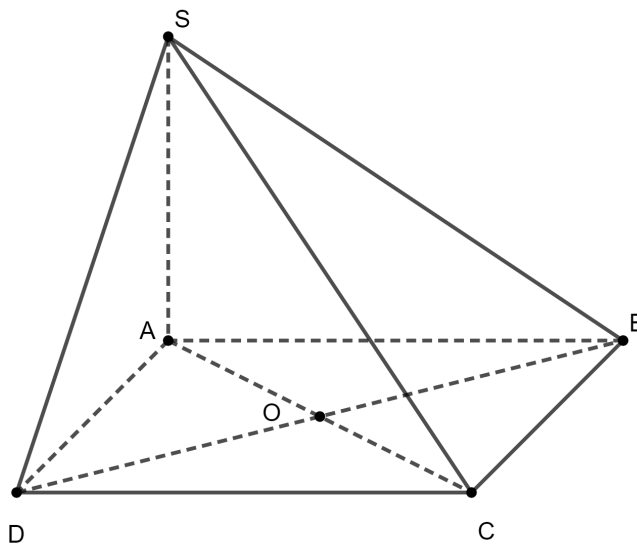
**Câu 2.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

- A. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau  
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.  
C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.  
D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

**Lời giải**

$$\text{Sử dụng định lí } \begin{cases} a \perp b \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \perp c.$$

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tìm số đo của góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .



- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

Trong tam giác vuông  $SDA$ , ta có  $\tan \widehat{SDA} = \frac{SA}{AD} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^\circ$ .

Ta có  $\begin{cases} SD \cap (ABCD) = \{D\} \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow AD$  là hình chiếu vuông góc của  $SD$  trên  $(ABCD)$ .

$\Rightarrow (SD; (ABCD)) = (SD; AD) = \widehat{SDA} = 60^\circ$ .

**Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.  
**B.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**C.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**D.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**Lời giải**

**Chọn D**

A sai. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng nằm trong mặt phẳng này, vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia.

B, C sai. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau hoặc cắt nhau (giao tuyến vuông góc với mặt phẳng kia).

D đúng.

**Câu 5.** Tổng các nghiệm thực phân biệt của phương trình  $2^{x^2} = 1$  là

**A.** 3.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 0.

**Lời giải**

$$2^{x^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Khi đó tổng các nghiệm là 0.

**Câu 6.** Trong không gian cho điểm  $O$  và đường thẳng  $d$ . Qua điểm  $O$  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  $d$  ?

**A.** Hai.

**B.** Một.

**C.** Vô số.

**D.** Ba.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 7.** Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a})$ .

**A.**  $P = 4$ .

**B.**  $P = \frac{1}{3}$ .

**C.**  $P = 3$ .

**D.**  $P = \frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } P = \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a}) = \log_a\left(a \cdot a^{\frac{1}{3}}\right) = \log_a\left(a^{\frac{4}{3}}\right) = \frac{4}{3}.$$

**Câu 8.** Cho  $x, y$  là hai số thực dương và  $m, n$  là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

**A.**  $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ .

**B.**  $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ .

**C.**  $(xy)^n = x^n \cdot y^n$ .

**D.**  $x^m \cdot y^n = (xy)^{m+n}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\log_5(3x) = 2$  là

**A.**  $x = \frac{25}{3}$ .

**B.**  $x = \frac{32}{3}$ .

**C.**  $x = 32$ .

**D.**  $x = 25$ .

### Lời giải

Điều kiện:  $x > 0$ .

Với điều kiện trên phương trình đã cho tương đương  $3x = 5^2 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3}$ .

**Câu 10.** Tập xác định của hàm số  $y = (3x - 5)^{\frac{1}{3}}$  là

- A.  $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .      B.  $\mathbb{R}$ .      C.  $\left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .      D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$ .

### Lời giải

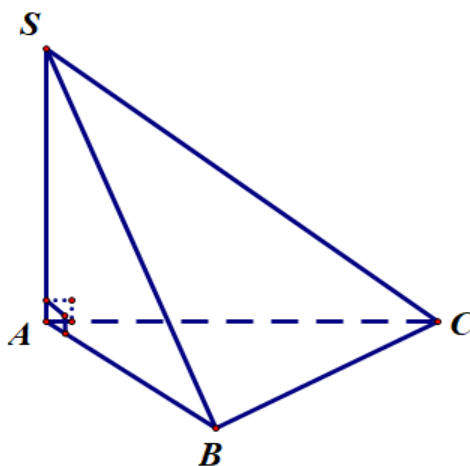
Vì hàm số  $y = (3x - 5)^{\frac{1}{3}}$  có số mũ không nguyên nên hàm số xác định khi  $3x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = (3x - 5)^{\frac{1}{3}}$  là  $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .

**Câu 11.** Cho hình chóp  $SABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a\sqrt{2}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng  $(SAC)$  với mặt phẳng  $(SAB)$  bằng:

- A.  $60^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $120^\circ$ .

### Lời giải.



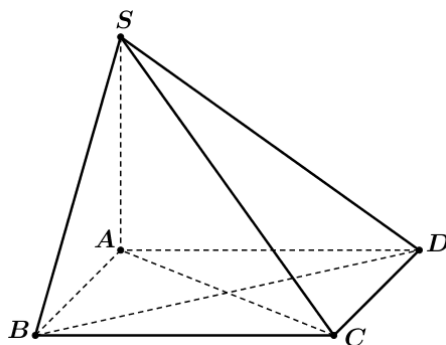
Ta có:  $SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AC \\ SA \perp AB \end{cases}$

Vì  $\begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ AB \subset (SAB), AB \perp SA \Rightarrow ((SAB), (SAC)) = (AB, AC) = \widehat{BAC} = 60^\circ \\ AC \subset (SAC), AC \perp SA \end{cases}$

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.  $BC \perp (SAB)$ .      B.  $AC \perp (SAB)$ .      C.  $AC \perp (SAD)$ .      D.  $AC \perp (SBD)$ .

### Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BC.$$

$$\text{Vậy có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ SA \cap AB = \{A\} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $4^{x^2} + (m-2).2^{x^2} - 2m = 0$  (1).

a) Khi  $m < -1$  thì phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.

b) Phương trình (1) luôn có ít nhất hai nghiệm.

c) Khi phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt  $x_1 > x_2 > 0 > x_3 > x_4$ ; số giá trị nguyên  $m$  để  $x_1 + x_2 < 3$  là 14.

d) Khi  $m = -1$  thì phương trình (1) có đúng hai nghiệm và hai nghiệm đó trái dấu nhau.

### Lời giải

$$\text{Ta có: } 4^{x^2} + (m-2).2^{x^2} - 2m = 0 \Leftrightarrow 4^{x^2} - 2.2^{x^2} + m.2^{x^2} - 2m = 0 \Leftrightarrow (2^{x^2} + m).(2^{x^2} - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} = -m \\ 2^{x^2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} = -m \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ Sai.}$$

$$\text{Khi } m = -1 \text{ thì phương trình đã cho thành } \begin{cases} x^2 = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ .Đúng.Sai.}$$

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $2^{x^2} = -m$  có hai nghiệm phân biệt và  $m \neq -2$  khi và chỉ khi  $m < -1$ ;  $m \neq -2$ . Sai. Khi  $m < -1$ ;  $m \neq -2$  thì phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt:  $-1; 1; -\sqrt{\log_2(-m)}; \sqrt{\log_2(-m)}$

$$\text{Theo đề } 1 + \sqrt{\log_2(-m)} < 3 \Leftrightarrow \sqrt{\log_2(-m)} < 2 \Leftrightarrow \log_2(-m) < 4 \Leftrightarrow m > -16.$$

Do đó  $-16 < m < -1$ ;  $m \neq -2$ . Suy ra có 13 giá trị nguyên của  $m$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a, AD = a\sqrt{3}$ . Mặt bên  $SBC$  là tam giác vuông tại  $B$ , mặt bên  $SCD$  là tam giác vuông tại  $D$  và  $SD = a\sqrt{5}$ . Đường thẳng qua  $A$

và vuông góc với  $AC$  cắt  $CB, CD$  lần lượt tại  $I, J$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $SC$ . Mặt phẳng  $(HIJ)$  cắt  $SB, SD$  lần lượt tại  $K, L$ .

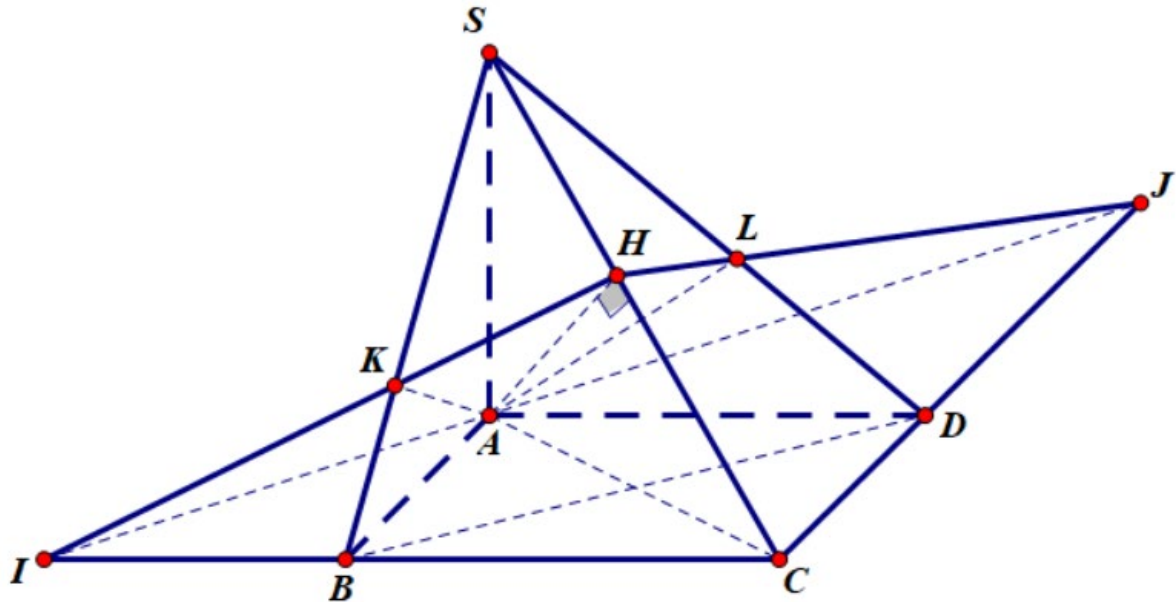
a)  $BC$  vuông góc với  $(SAB)$ .

b)  $SA$  vuông góc với  $BC$ .

c)  $AK$  vuông góc với  $(SBC)$ ;  $AL$  vuông góc với  $(SCD)$ .

d) Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ .

### Lời giải



Ta có

$ABCD$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow BC \perp AB$  (1)

Lại có  $\Delta SBC$  vuông tại  $B \Rightarrow BC \perp SB$  (2)

Từ (1),(2)  $\Rightarrow BC \perp (SAB)$ . Chọn    đúng.

Ta có  $ABCD$  là hình chữ nhật  $\Rightarrow CD \perp AD$  (3)

Lại có  $\Delta SCD$  vuông tại  $D \Rightarrow CD \perp SD$  (4)

Từ (3),(4)  $\Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SA$  (\*)

Mặt khác, ta có  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SA$  (\*\*).

Từ (\*),(\*\*)  $\Rightarrow SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ . Chọn    đúng. Xét  $\Delta SAD$  vuông  $D$ , ta có

$$SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = \sqrt{SD^2 - BC^2} = a\sqrt{2}.$$

Xét  $\Delta ABD$  vuông tại  $A$  có  $AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$ .

Vì  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ .

$$\text{Do đó } \left( \widehat{SC, (ABCD)} \right) = \left( \widehat{SC, AC} \right) = \widehat{SCA}.$$

Xét  $\Delta SAC$  vuông  $A$  có.  $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{2a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{SCA} \approx 35^\circ$ . Chọn    sai. Ta có

$$BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AK$$
 (5)

Lại có 
$$\left. \begin{array}{l} IJ \perp AC \text{ (gt)} \\ IJ \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \end{array} \right\} \Rightarrow IJ \perp (SAC) \Rightarrow IJ \perp SC.$$

Mà  $AH \perp SC \text{ (gt)} \Rightarrow SC \perp (HIJ) \Rightarrow SC \perp AK \text{ (6)}$

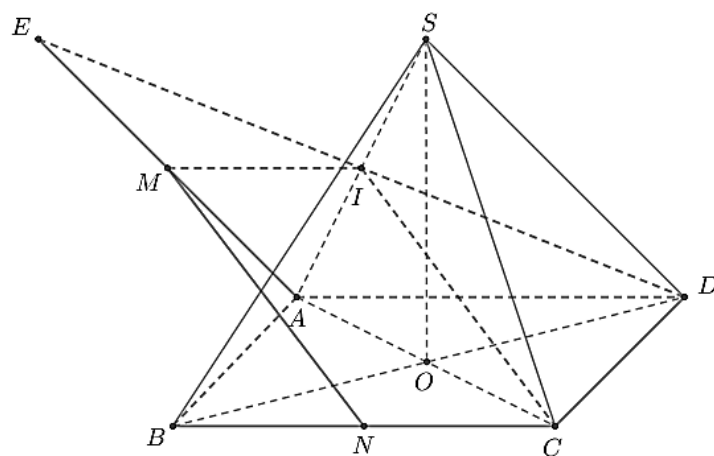
Từ (5),(6)  $\Rightarrow AK \perp (SBC).$

Lập luận tương tự ta chứng minh được  $AL \perp (SCD).$  Vậy đáp án  $D$  đúng.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $E$  là điểm đối xứng của  $D$  qua trung điểm  $SA$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AE$  và  $BC$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BD$ . Tính  $\sin \alpha$

Lời giải



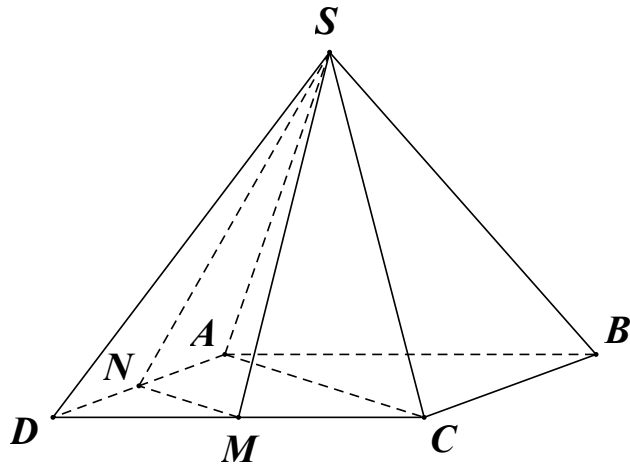
Gọi  $I$  là trung điểm  $SA$  thì  $IMNC$  là hình bình hành nên  $MN \parallel IC$ .

Ta có  $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp IC$  mà  $MN \parallel IC \Rightarrow BD \perp MN$  nên góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BD$  bằng  $90^\circ$  hay  $\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 1$

Vậy  $\sin \alpha = 1$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , các cạnh bên đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $AC$  (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải



Gọi  $N$  là trung điểm của  $AD$ . Khi đó  $MN \parallel AC$  nên  $(SM, AC) = (SM, MN)$ .

$$ABCD \text{ là hình vuông cạnh } a \Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\triangle SCD \text{ là tam giác đều cạnh } a \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\triangle SAD \text{ là tam giác đều cạnh } a \Rightarrow SN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$SM = SN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle SMN \text{ cân tại } S \Rightarrow \widehat{SMN} < 90^\circ.$$

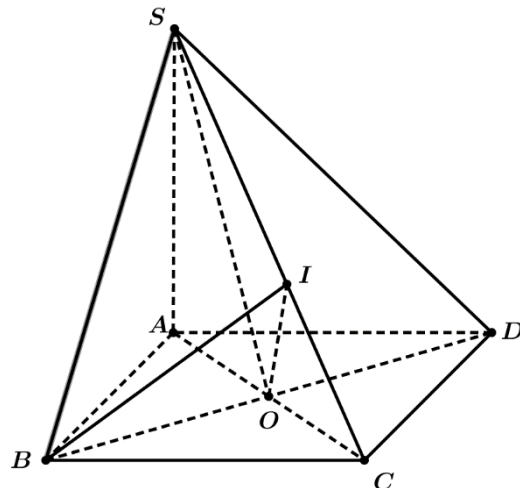
Vậy:  $(SM, AC) = (SM, MN) = \widehat{SMN}$ .

$$\text{Trong } \triangle SMN, \text{ ta có: } \cos \widehat{SMN} = \frac{SM^2 + MN^2 - SN^2}{2SM \cdot SN} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{2} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6} \approx 0,41.$$

Vậy:  $\cos(SM, AC) = \cos \widehat{SMN} \approx 0,41$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có độ dài đường chéo bằng  $a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Khi  $\tan \alpha = \sqrt{2}$  hãy tính góc giữa  $(SAC)$  và  $(SBC)$  (đơn vị: độ).

**Lời giải**



Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SO$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ AC \perp BD, AC \subset (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SBD), (ABCD)} = \widehat{(AO, SO)} = \widehat{SOA} = \alpha \\ SO \perp BD, SO \subset (SBD) \end{cases}$$

$$\Delta SAO \text{ vuông tại } A \text{ có: } \tan \alpha = \frac{SA}{AO} \Rightarrow SA = AO \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = a$$

Trong  $\Delta SOC$  kẻ đường cao  $OI, (I \in SC)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SC \perp OI \\ SC \perp BD, (BD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BIO) \Rightarrow SC \perp BI$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ OI \perp SC, OI \subset (SAC) \Rightarrow \widehat{(SBC), (SAC)} = \widehat{(OI, BI)} = \widehat{BIO} \\ BI \perp SC, BI \subset (SBC) \end{cases}$$

$$\Delta ICO \sim \Delta ACS (g - g) \Rightarrow \frac{IO}{AS} = \frac{CO}{CS} \Rightarrow IO = AS \cdot \frac{CO}{\sqrt{AC^2 + AS^2}} = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\Delta BOI : \tan BIO = \frac{BO}{OI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BIO} = 60^\circ$$

$$\text{Vậy } \widehat{(SBC), (SAC)} = 60^\circ$$

**Câu 4.** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 8% trên năm. Giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi. Sau 10 năm người đó lãi được bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn triệu đồng).

**Lời giải**

**Trả lời: 116**

Đặt  $A = 100$  (triệu đồng),  $r = 0,08$ .

Sau 1 năm số tiền cả gốc và lãi là:  $A_1 = A + A.r = A(1+r)$ .

Sau 2 năm số tiền cả gốc và lãi là:  $A_2 = A_1 + A_1.r = A_1(1+r) = A(1+r)^2$ .

Sau 3 năm số tiền cả gốc và lãi là:  $A_3 = A_2 + A_2.r = A_2(1+r) = A(1+r)^3$ .

.....

Sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi là:

$$A_{10} = A_9 + A_9.r = A_9(1+r) = A(1+r)^{10} = 100 \cdot (1+0,08)^{10} \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền lãi sau 10 năm là:  $100 \cdot (1+0,08)^{10} - 100 \approx 115,892 \approx 116$  (triệu đồng).

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên 1 tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2019 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% trên 1 tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2019 mẹ đi rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

**Lời giải**

Xét bài toán tổng quát:

Gọi số tiền mẹ gửi vào ngân hàng vào đầu tháng hàng tháng là  $A$  đồng.

Số tiền mẹ lĩnh vào đầu tháng 12 là  $T$  đồng.

Lãi suất hàng tháng mẹ gửi tại ngân hàng là  $r$  %.

Vì mẹ rút tiền vào đầu tháng 12 năm 2019 nên thời gian được tính lãi suất là 11 tháng.

Cuối tháng 1 số tiền của mẹ là:  $A + Ar = A(1+r)$  đồng.

Cuối tháng 2 số tiền của mẹ là:  $[A + A(r+1)](1+r) = A(1+r) + A(1+r)^2$  đồng

Cuối tháng 3 số tiền của mẹ là

$$[A + A(r+1) + A(1+r)^2](1+r) = A(1+r) + A(1+r)^2 + A(1+r)^3.$$

Cứ như vậy đến cuối tháng thứ 11 số tiền của mẹ là:

$$\begin{aligned} T &= A(1+r) + A(1+r)^2 + \dots + A(1+r)^{11} = A[(1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{11}] \\ &= A \cdot \frac{(1+r)[1-(1+r)^{11}]}{1-(1+r)} \end{aligned}$$

Mà  $A = 4000000$ ;  $r = 1\% = 0,01$  suy ra  $T = 46730000$  (đồng)

Vì mẹ rút tiền vào đầu tháng 12 năm 2019 nên số tiền mẹ nhận được là  $46730000 + 4000000 = 50730000$  đồng.

**Câu 2.** Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau  $n$  lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức  $P(n) = \frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}}$ . Hỏi cần phát ít nhất bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

**Lời giải**

Theo bài ra ta có  $\frac{1}{1 + 49e^{-0,015n}} > 0,3$

$$\Leftrightarrow 1 + 49e^{-0,015n} < \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,015n} < \frac{7}{147}$$

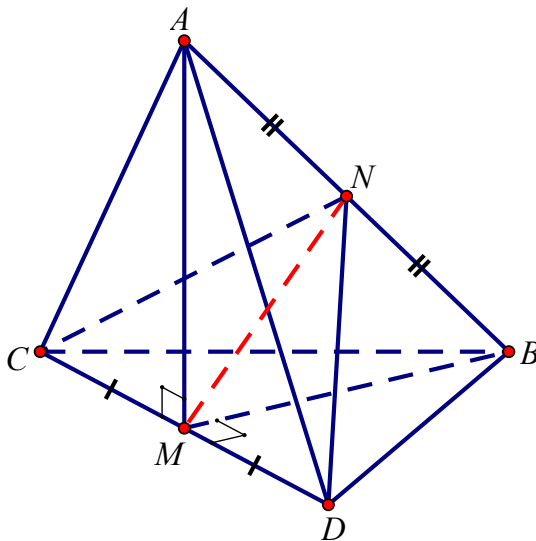
$$\Leftrightarrow -0,015n < \ln \frac{7}{147}$$

$$\Leftrightarrow n > -\frac{1}{0,015} \ln \frac{7}{147} \approx 202,97.$$

Vậy ít nhất 203 lần quảng cáo.

**Câu 3.** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = a$ ,  $CD = 2x$ . Tính giá trị của  $x$  sao cho hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau.

**Lời giải**



Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm  $CD$ ,  $AB$ .

Ta có:  $AC = AD = BC = BD = a$  nên  $\triangle ACD$  cân tại  $A$ ,  $\triangle BCD$  cân tại  $B$ ,  $\triangle CAB$  cân tại  $C$ ,  $\triangle DAB$  cân tại  $D$ . Suy ra  $AM = BM$ ,  $CN = DN$ .

Góc giữa  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là góc  $\widehat{AMB} = 90^\circ$ .

Tính:  $BM = AM = \sqrt{AD^2 - MD^2} = \sqrt{a^2 - x^2}$ .

Xét  $\triangle ABM$  vuông cân tại  $M$  có:  $MN = \frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{2}}$  (1).

Góc giữa  $(ABC)$  và  $(ABD)$  là góc giữa  $CN$  và  $DN$ .

Khi đó  $(ABC) \perp (ABD) \Leftrightarrow CN \perp DN \Leftrightarrow \widehat{CND} = 90^\circ$ .

Xét  $\triangle CDN$  vuông cân tại  $N$  có:  $MN = \frac{CD}{2} = x$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra:  $\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{2}} = x \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 4.** **Tim** giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 3$ .

**Lời giải**

$$4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0 (*)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0$$

$$(*) \Leftrightarrow t^2 - 2mt + 2m = 0 (**)$$

Giả sử phương trình  $(*)$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn điều kiện đề bài thì :

$$2^{x_1+x_2} = 8 \Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 8$$

khi đó phương trình  $(**)$  có hai nghiệm  $t_1; t_2$  thỏa:

$$t_1 \cdot t_2 = 8 \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4$$

Thử lại phương trình (\*) ta có  $m = 4$  thỏa mãn điều kiện.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x-5) = 2$  là

- A.  $x = 14$ .                      B.  $x = 10$ .                      C.  $x = 11$ .                      D.  $x = 13$ .

**Câu 2.** Tìm điều kiện của  $x$  để biểu thức  $(x-1)^{-2}$  có nghĩa.

- A.  $x \in \mathbb{R}$ .                      B.  $x \neq 1$ .                      C.  $x < 1$ .                      D.  $x > 1$ .

**Câu 3.** Cho  $\log_2 3 = a$ . Tính  $\log_2(\sqrt{3})$  theo  $a$ .

- A.  $\frac{a}{2}$ .                      B.  $a^2$ .                      C.  $2a$ .                      D.  $\sqrt{a}$ .

**Câu 4.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là:

- A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; +\infty)$ .                      C.  $[2; +\infty)$ .                      D.  $[0; +\infty)$ .

**Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.  
 B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.  
 C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

**Câu 6.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và  $SA \perp (ABC)$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc nào sau đây?

- A.  $\widehat{SCA}$ .                      B.  $\widehat{SBC}$ .                      C.  $\widehat{SBA}$ .                      D.  $\widehat{SAC}$ .

**Câu 7.** Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- i) Hình hộp đứng có đáy là hình vuông là hình lập phương  
 ii) Hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình chữ nhật  
 iii) Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với đáy  
 iv) Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau là hình lập phương

- A. 2.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 1.

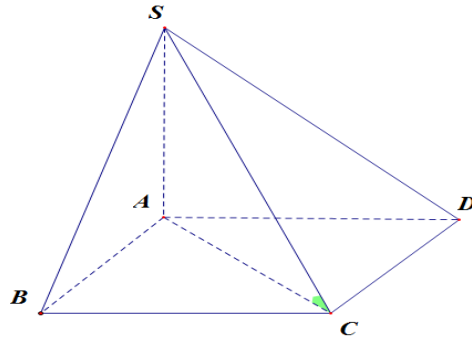
**Câu 8.** Tập nghiệm của phương trình  $2^x = 2$  là

- A.  $S = \{2\}$ .                      B.  $S = \{3\}$ .                      C.  $S = \{1\}$ .                      D.  $S = \{4\}$ .

**Câu 9.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{1}{2}}$ ,  $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$ . Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a > 1, b > 1$ .                      B.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .  
C.  $a > 1, 0 < b < 1$ .                      D.  $0 < a < 1, b > 1$ .

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $SA$  vuông góc với đáy.



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là:

- A.  $\widehat{ASC}$ .                      B.  $\widehat{CAS}$ .                      C.  $\widehat{SCB}$ .                      D.  $\widehat{SCA}$ .

**Câu 11.** Trong không gian cho đường thẳng  $a$  không nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , đường thẳng  $a$  được gọi là vuông góc mặt phẳng  $(P)$  nếu

- A. đường thẳng  $a$  vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .  
B. đường thẳng  $a$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .  
C. đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  mà  $b$  song song với mặt phẳng  $(P)$ .  
D. đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SD \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $BC \perp (SAB)$ .                      B.  $AB \perp (SBC)$ .                      C.  $AD \perp (SCD)$ .                      D.  $AC \perp (SBD)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$  (1)

- a) Phương trình có nghiệm  $x = 2$  khi  $m = \frac{5}{2}$

- b) Với  $m = -\frac{1}{2}$  phương trình (1) không phải phương trình mũ cơ bản
- c) Phương trình (1) có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$ . Giá trị của  $m$  thuộc khoảng  $(1;3)$
- d) Với  $m = \frac{1}{4}$  phương trình (1) có một nghiệm

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  và  $SA \perp (ABCD)$ .

- a) Góc giữa  $SB$  và  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{SBA}$ .
- b) Góc giữa  $SC$  và  $(SAD)$  là góc  $\widehat{SCD}$
- c) Biết  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Khi đó góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ .
- d) Góc giữa  $SD$  và  $(SAC)$  bằng  $30^\circ$  khi tam giác  $SAD$  cân.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1.** Ông Ba gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất ngân hàng là  $6\%$  / năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và ông Ba không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Hỏi sau 3 năm ông Ba có số tiền cả gốc và lãi bằng bao nhiêu triệu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?
- Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = AC$ ,  $\widehat{SAC} = \widehat{SAB}$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  là bao nhiêu độ .....
- Câu 3.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $B'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ . Cạnh bên hợp với  $(ABC)$  góc  $60^\circ$ . Sin của góc giữa  $AB$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$  có dạng  $\frac{a}{\sqrt{b}}$  ( $a, b \in \mathbb{N}$ ) và  $a$  là số nguyên tố. Khi đó tổng  $a + b$  là bao nhiêu?
- Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $I$ , cạnh  $a$  và có  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . Các cạnh bên  $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Biết  $\tan \varphi = \sqrt{m}$ , giá trị của  $m$  bao nhiêu?

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân, với  $AB = AC = a$  và góc  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ , cạnh bên  $AA' = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CC'$ .
- Tính tổng diện tích các mặt của hình lăng trụ.
  - Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$  bằng
- Câu 2.** Anh Ngọc vay ngân hàng 300 triệu theo phương thức trả góp để mua ô tô. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Ngọc trả 5,5 triệu (trừ tháng cuối) và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi). Hỏi sau 3 năm số tiền anh Ngọc còn nợ lại ngân hàng là bao nhiêu?
- Câu 3.** Cường độ một trận động đất  $M$  (độ Richter) cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Cùng trong năm đó, một trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ 6 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ rung chấn tối đa gấp bao nhiêu lần ở Nhật Bản.
- Câu 4.** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2-2x} = m^2 - m + 1$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 2]$ .

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x-5) = 2$  là  
A.  $x = 14$ .                      B.  $x = 10$ .                      C.  $x = 11$ .                      D.  $x = 13$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Phương trình } \log_3(x-5) = 2 \Leftrightarrow x-5 = 3^2 \Leftrightarrow x = 14.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm  $x = 14$ .

- Câu 2.** Tìm điều kiện của  $x$  để biểu thức  $(x-1)^{-2}$  có nghĩa.  
A.  $x \in \mathbb{R}$ .                      B.  $x \neq 1$ .                      C.  $x < 1$ .                      D.  $x > 1$ .

**Lời giải**

Vì  $-2$  là số nguyên âm nên biểu thức  $(x-1)^{-2}$  có nghĩa khi  $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ .

- Câu 3.** Cho  $\log_2 3 = a$ . Tính  $\log_2(\sqrt{3})$  theo  $a$ .  
A.  $\frac{a}{2}$ .                      B.  $a^2$ .                      C.  $2a$ .                      D.  $\sqrt{a}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \log_2(\sqrt{3}) = \log_2\left(3^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\log_2 3 = \frac{1}{2}a.$$

- Câu 4.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là:  
A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; +\infty)$ .                      C.  $[2; +\infty)$ .                      D.  $[0; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \log_2 x$  xác định khi  $x > 0$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là  $(0; +\infty)$ .

- Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây **đúng**?  
A. Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.  
B. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.  
C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

**Lời giải**

A **sai** do hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau hoặc cắt nhau.

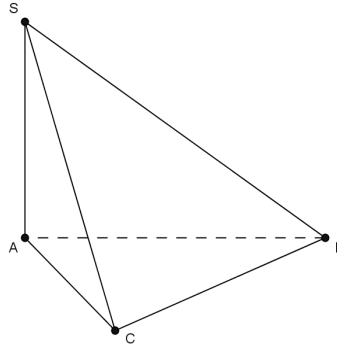
**B và C sai do** hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể song song, cắt nhau, chéo nhau hoặc trùng nhau.

**Câu 6.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và  $SA \perp (ABC)$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc nào sau đây?

- A.  $\widehat{SCA}$ .                      B.  $\widehat{SBC}$ .                      C.  $\widehat{SBA}$ .                      D.  $\widehat{SAC}$ .

Lời giải.

*FB tác giả: Nguyễn Thị Minh Nguyệt*



Vì tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  nên  $BC \perp AB$ .

Vì  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases}$  nên  $BC \perp (SAB)$ . Do đó,  $BC \perp SB$ .

Ta có

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AB \perp BC, AB \subset (ABC) \\ SB \perp BC, SB \subset (SBC) \end{cases} \cdot$$

$$\Rightarrow \left( \widehat{(SBC), (ABC)} \right) = \left( \widehat{SB, AB} \right) = \widehat{SBA}$$

**Câu 7.** Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

- i) Hình hộp đứng có đáy là hình vuông là hình lập phương
- ii) Hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình chữ nhật
- iii) Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với đáy
- iv) Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau là hình lập phương

- A. 2.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 1.

Lời giải

**Chọn A**

**Câu 8.** Tập nghiệm của phương trình  $2^x = 2$  là

- A.  $S = \{2\}$ .                      B.  $S = \{3\}$ .                      C.  $S = \{1\}$ .                      D.  $S = \{4\}$ .

Lời giải

Ta có:  $2^x = 2 \Leftrightarrow x = 1$ .

**Câu 9.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{1}{2}}$ ,  $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$ . Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $a > 1, b > 1$ .                      B.  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .  
C.  $a > 1, 0 < b < 1$ .                      D.  $0 < a < 1, b > 1$ .

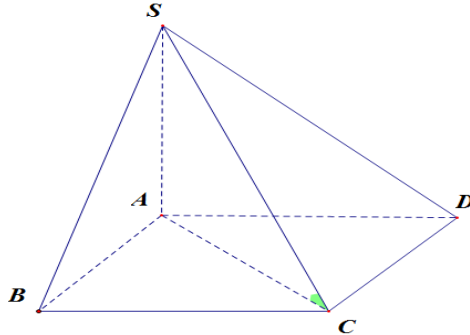
Lời giải

Ta có  $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$ , do đó  $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{1}{2}}$  khi  $a > 1$ .

Lại có  $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ , do đó  $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$  khi  $0 < b < 1$ .

Vậy  $a > 1, 0 < b < 1$ .

**Câu 10.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $SA$  vuông góc với đáy.



Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là:

- A.  $\widehat{ASC}$ .                      B.  $\widehat{CAS}$ .                      C.  $\widehat{SCB}$ .                      D.  $\widehat{SCA}$ .

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có  $SA \perp (ABCD)$  suy ra  $AC$  là hình chiếu của  $SC$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Do đó  $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$

**Câu 11.** Trong không gian cho đường thẳng  $a$  không nằm trong mặt phẳng  $(P)$ , đường thẳng  $a$  được gọi là vuông góc mặt phẳng  $(P)$  nếu

- A. đường thẳng  $a$  vuông góc với hai đường thẳng phân biệt nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .  
B. đường thẳng  $a$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .  
C. đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  mà  $b$  song song với mặt phẳng  $(P)$ .  
D. đường thẳng  $a$  vuông góc với đường thẳng  $b$  nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

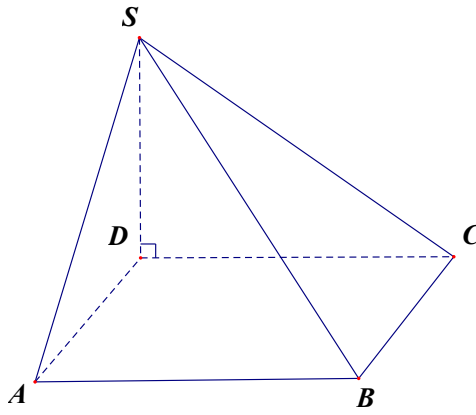
**Lời giải**

Đường thẳng  $a$  được gọi là vuông góc mặt phẳng  $(P)$  nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật,  $SD \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $BC \perp (SAB)$ .                      B.  $AB \perp (SBC)$ .                      C.  $AD \perp (SCD)$ .                      D.  $AC \perp (SBD)$ .

**Lời giải**



Ta có: 
$$\begin{cases} AD \perp CD \\ AD \perp SD \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SCD)$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$  (1)

a) Phương trình có nghiệm  $x = 2$  khi  $m = \frac{5}{2}$

b) Với  $m = -\frac{1}{2}$  phương trình (1) không phải phương trình mũ cơ bản

c) Phương trình (1) có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$ . Giá trị của  $m$  thuộc khoảng  $(1; 3)$

d) Với  $m = \frac{1}{4}$  phương trình (1) có một nghiệm

### Lời giải

**Ý a)** Sai.

Với  $m = -\frac{1}{2}$  phương trình (1) trở thành  $9^x - 9 = 0 \Leftrightarrow 9^x = 9$  là phương trình mũ cơ bản

**Ý b)** Sai.

Phương trình có nghiệm  $x = 2$  nên

$$9^2 - 2(2m+1)3^2 + 3(4m-1) = 0 \Leftrightarrow 81 - 36m - 18 + 12m - 3 = 0 \Leftrightarrow 24m = 60 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$$

**Ý c)** Đúng.

$$\text{Với } m = \frac{1}{4} \text{ phương trình (1) trở thành } 9^x - 3 \cdot 3^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 0 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ vậy phương trình có một}$$

nghiệm

**Ý d)** Đúng.

$$\text{Đặt } t = 3^x, t > 0. \text{ Phương trình đã cho trở thành: } t^2 - 2(2m+1)t + 3(4m-1) = 0 \text{ (1)}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 8m + 4 > 0 \\ 2(2m+1) > 0 \\ 3(4m-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{4} \end{cases}$$

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm là  $t = 4m - 1$  và  $t = 3$ .

Với  $t = 4m - 1$  thì  $3^{x_1} = 4m - 1 \Leftrightarrow x_1 = \log_3(4m - 1)$ .

Với  $t = 3$  thì  $3^{x_2} = 3 \Leftrightarrow x_2 = 1$ .

Ta có  $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12 \Leftrightarrow x_1 = 2 \Leftrightarrow \log_3(4m - 1) = 2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$  (thỏa điều kiện).

Vậy  $m = \frac{5}{2}$  là giá trị cần tìm nên  $m$  thuộc khoảng  $(1; 3)$ .

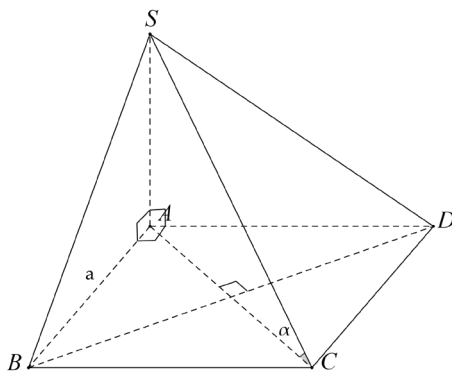
**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  và  $SA \perp (ABCD)$ .

**a)** Góc giữa  $SB$  và  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{SBA}$ .

**b)** Góc giữa  $SC$  và  $(SAD)$  là góc  $\widehat{SCD}$

**c)** Biết  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Khi đó góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . **d)** Góc giữa  $SD$  và  $(SAC)$  bằng  $30^\circ$  khi tam giác  $SAD$  cân.

### Lời giải



Góc giữa  $SB$  và  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{SBA}$ .

Ta có  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Suy ra góc giữa  $SB$  và  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{SBA}$ . **Mệnh đề A đúng.** Góc giữa  $SC$  và  $(SAD)$  là góc  $\widehat{SCD}$ .

Ta có  $\begin{cases} CD \perp AD(gt) \\ CD \perp SA(gt) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

Khi đó,  $SD$  là hình chiếu của  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAD)$

Suy ra, Góc giữa  $SC$  và  $(SAD)$  là góc  $\widehat{SCD}$ . **Mệnh đề B sai.** Biết  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Khi đó góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ .

Ta có.  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$

$\Rightarrow \widehat{(SC; (ABCD))} = \widehat{SCA} = \alpha$

$ABCD$  là hình vuông cạnh  $a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}, SA = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$ . **Mệnh đề**

**C sai.** Góc giữa  $SD$  và  $(SAC)$  bằng  $30^\circ$  khi tam giác  $SAD$  cân.

Gọi  $O$  là tâm của hình vuông

$$+) \text{ Ta có } \begin{cases} BD \perp AC(gt) \\ BD \perp SA(gt) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Khi đó,  $SO$  là hình chiếu của  $SD$  lên mặt phẳng  $(SAC)$

Suy ra, Góc giữa  $SD$  và  $(SAC)$  là góc  $\widehat{DSO}$ .

$+) \text{ Tam giác } SAD \text{ cân} \Rightarrow AD = SA = a, SD = a\sqrt{2}$

$$DO = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Xét tam giác vuông  $SOD$  có  $\sin \widehat{DSO} = \frac{DO}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{DSO} = 30^\circ$

**Mệnh đề d đúng.**

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Ông Ba gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất ngân hàng là 6% / năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và ông Ba không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Hỏi sau 3 năm ông Ba có số tiền cả gốc và lãi bằng bao nhiêu triệu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

#### Lời giải

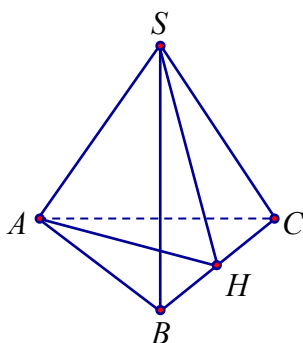
Áp dụng công thức tính lãi suất theo hình thức lãi kép:  $P = A(1+r)^n$ .

Trong đó:  $P$  là số tiền (triệu đồng) gồm vốn lẫn lãi tại thời điểm  $n$  (năm) tính từ thời điểm gửi;  $A$  (triệu đồng) là số tiền gửi vào ban đầu và  $r(\%)$  là lãi suất.

$$\text{Với } \begin{cases} A = 200.000.000 \\ n = 3 \\ r = 6\% \end{cases}, \text{ suy ra } P = 200.000.000(1+6\%)^3 = 238.203.200 \approx 238 \text{ (triệu đồng).}$$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $AB = AC$ ,  $\widehat{SAC} = \widehat{SAB}$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  là bao nhiêu độ .....

#### Lời giải



**Cách 1:**

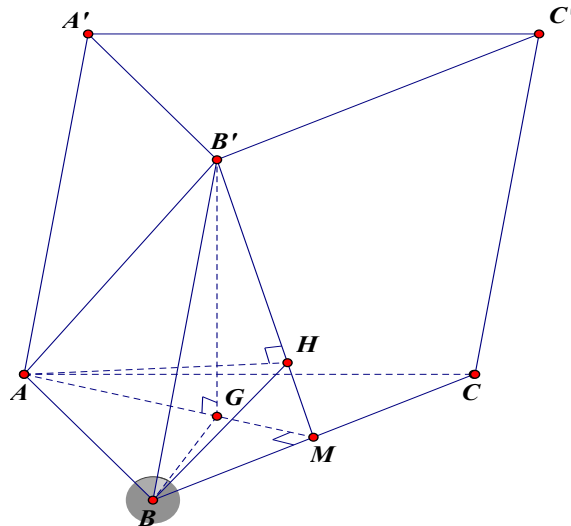
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AS} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} = AS \cdot AC \cdot \cos \widehat{SAC} - AS \cdot AB \cdot \cos \widehat{SAB} = 0.$$

Do đó số đo của góc giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  bằng  $90^\circ$ .

**Cách 2:** Vì  $AB = AC$ ,  $\widehat{SAC} = \widehat{SAB}$  nên  $\Delta SAC = \Delta SAB$ , suy ra  $SB = SC$ , nên hai tam giác  $ABC$  và  $SBC$  là tam giác cân. Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$ , ta có  $\begin{cases} AH \perp BC \\ SH \perp BC \end{cases} \Rightarrow (SAH) \perp BC$ . Vậy  $SA \perp BC$ .

**Câu 3.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $B'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ . Cạnh bên hợp với  $(ABC)$  góc  $60^\circ$ . Sin của góc giữa  $AB$  và mặt phẳng  $(BCC'B')$  có dạng  $\frac{a}{\sqrt{b}}$  ( $a, b \in \mathbb{N}$ ) và  $a$  là số nguyên tố. Khi đó tổng  $a + b$  là bao nhiêu?

**Lời giải**



Ta có  $B'G \perp (ABC)$  nên  $BG$  là hình chiếu của  $BB'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

$$\Rightarrow (BB', (ABC)) = (BB', BG) = \widehat{B'BG} = 60^\circ.$$

Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  và  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $B'M$ , ta có

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp B'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AB'M) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Mà  $AH \perp B'M$  nên  $AH \perp (BCC'B')$ .

Do đó  $HB$  là hình chiếu của  $AB$  lên mặt phẳng  $(BCC'B')$ .

$$\Rightarrow (AB, (BCC'B')) = (AB, HB) = \widehat{ABH}.$$

Xét tam giác  $ABH$  vuông tại  $H$  có  $\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB}$ .

$$B'G = BG \cdot \tan 60^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

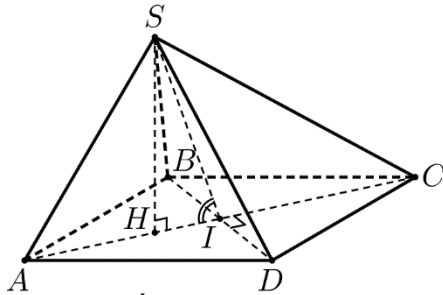
$$B'M = \sqrt{B'G^2 + GM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}.$$

$$\text{Ta có } \Delta AHM \sim \Delta B'GM \Rightarrow AH = \frac{AM \cdot B'G}{B'M} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{39}}{6}} = \frac{3a}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Vậy } \sin \widehat{ABH} = \frac{3a}{\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}.$$

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $I$ , cạnh  $a$  và có  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . Các cạnh bên  $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ . Biết  $\tan \varphi = \sqrt{m}$ , giá trị của  $m$  bao nhiêu?

**Lời giải**



Từ giả thiết suy ra tam giác  $ABD$  đều cạnh  $a$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Do  $SA = SB = SD$  nên suy ra  $H$  cách đều các đỉnh của tam giác  $ABD$  hay  $H$  là tâm của tam giác đều  $ABD$ .

$$\text{Khi đó } HI = \frac{1}{3}AI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ và}$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

Vì  $ABCD$  là hình thoi nên  $HI \perp BD$ . Tam giác  $SBD$  cân tại  $S$  nên  $SI \perp BD$ .

Do đó  $\left( \widehat{(SBD), (ABCD)} \right) = \left( \widehat{SI}, \widehat{AI} \right) = \widehat{SIH} = \varphi$  Tam giác vuông  $SHI$ , có

$$\tan \varphi = \tan \widehat{SIH} = \frac{SH}{HI} = \sqrt{5}..$$

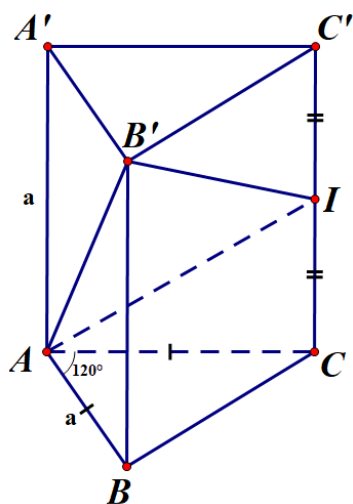
**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân, với  $AB = AC = a$  và góc  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ , cạnh bên  $AA' = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CC'$ .

**a.** Tính tổng diện tích các mặt của hình lăng trụ.

**b.** Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$  bằng

**Lời giải**



a. Diện tích một mặt đáy là:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ .

Diện tích mặt bên  $ABB'A'$ :  $S_{ABB'A'} = a \cdot a = a^2$ .

Ta có:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$ .

Diện tích mặt bên  $BCC'B'$ :  $S_{BCC'B'} = a \cdot a \sqrt{3} = a^2 \sqrt{3}$ .

Tổng diện tích các mặt của hình lăng trụ:

$$S = 2S_{ABC} + 2S_{ABB'A'} + S_{BCC'B'} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} + 2a^2 + a^2 \sqrt{3} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{2} a^2$$

b. Xét tam giác vuông  $B'AB$  có  $AB' = \sqrt{BB'^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$ .

Xét tam giác vuông  $IAC$  có  $IA = \sqrt{IC^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ .

Xét tam giác vuông  $IB'C'$  có  $B'I = \sqrt{B'C'^2 + C'I^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ .

Xét tam giác  $IB'A$  có  $B'A^2 + IA^2 = 2a^2 + \frac{5a^2}{4} = \frac{13a^2}{4} = B'I^2 \Rightarrow \triangle IB'A$  vuông tại  $A$

$$\Rightarrow S_{IB'A} = \frac{1}{2} AB' \cdot AI = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{10}}{4}$$

Lại có:  $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ .

Gọi góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$  là  $\alpha$ .

Ta có:  $\triangle ABC$  là hình chiếu vuông góc của  $\triangle AB'I$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ .

$$\text{Do đó: } S_{ABC} = S_{IB'A} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{10}}{4} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

**Câu 2.** Anh Ngọc vay ngân hàng 300 triệu theo phương thức trả góp để mua ô tô. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Ngọc trả 5,5 triệu (trừ tháng cuối) và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi). Hỏi sau 3 năm số tiền anh Ngọc còn nợ lại ngân hàng là bao nhiêu?

**Lời giải**

Cuối tháng thứ nhất số tiền anh Ngọc còn nợ là  $T_1 = 300(1 + 0,5\%) - 5,5$



Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt[3]{a^4}$  bằng

A.  $a^{\frac{1}{3}}$ .

B.  $a^{\frac{3}{4}}$ .

C.  $a^{\frac{4}{3}}$ .

D. 1.

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SO \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A.  $(SAC) \perp (SBD)$ .

B.  $(SBD) \perp (SBC)$ .

C.  $(SAC) \perp (SBC)$ .

D.  $(SCD) \perp (SBC)$ .

**Câu 3.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  góc giữa  $AA'$  và  $(ABCD)$  là

A.  $60^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2(x-3)$

A.  $D = [3; +\infty)$

B.  $D = (3; +\infty)$

C.  $D = [0; 3]$

D.  $D = (0; 3)$

**Câu 5.** Phương trình  $4^x = 3$  có nghiệm là

A.  $x = \log_3 4$ .

B.  $x = \log_2 3$ .

C.  $x = \log_4 3$ .

D.  $x = \log_3 2$ .

**Câu 6.** Nghiệm phương trình  $\log_4 x = 3$  là

A.  $x = 12$ .

B.  $x = 64$ .

C.  $x = 81$ .

D.  $x \in \emptyset$ .

**Câu 7.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .

B. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

C. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với hai đường thẳng trong  $(\alpha)$ .

**D.** Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là

- A.**  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .                      **B.**  $\mathbb{R}$ .                      **C.**  $(1; +\infty)$ .                      **D.**  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 9.** Trong không gian khẳng định nào sau đây đúng

**A.** Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

**B.** Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**D.** Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

**Câu 10.** Cho hình chóp đều  $S.ABC$ . Gọi  $d$  và  $\Delta$  là hai đường lần lượt vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $((SBC), (ABC)) = 60^\circ$ .                      **B.**  $((SBC), (ABC)) = (\Delta, d)$ .

**C.**  $((SBC), (ABC)) = (\Delta, (ABC))$ .                      **D.**  $((SBC), (ABC)) = (\Delta, (SBC))$ .

**Câu 11.** Giá trị của biểu thức  $A = 9^{\log_3 8}$  là

- A.** 16.                      **B.** 8.                      **C.** 64.                      **D.** 9.

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ . Biết  $SA = SC$  và  $SB = SD$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $CD \perp (SBD)$ .                      **B.**  $SO \perp (ABCD)$ .                      **C.**  $AC \perp SD$ .                      **D.**  $BD \perp SA$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = a\sqrt{5}$ , đáy là tam giác vuông tại  $A$  với  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ . Dựng  $AK$  vuông góc  $BC$  và  $AH$  vuông góc  $SK$ .

**a)** Hai đường thẳng  $BC$  và  $AH$  vuông góc với nhau.

**b)** Đường thẳng  $AH$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$

**c)** Đoạn thẳng  $AK$  có độ dài bằng  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

**d)** Tan góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{2}{5}$ .

**Câu 2.** Cho phương trình  $9^x - 3^{x+1} + 2m - 1 = 0$ . (1)

**a)** Hàm số  $y = 3^{x+1}$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

- b) Tập xác định của hàm số  $y = (9^x - 3^{x+1})^{\frac{1}{3}}$  là  $D = (0; +\infty)$ .
- c) Có hai giá trị  $m$  nguyên để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- d) Khi  $m = \frac{1}{2}$ , đặt  $t = 3^x$  (điều kiện  $t > 0$ ), phương trình (1) trở thành  $t^2 - 3t = 0$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$  và  $SB = a\sqrt{5}$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . (kết quả làm trong đến hàng phần mười).
- Câu 2.** Cho hình tứ diện  $S.ABC$  có tất cả các cạnh bằng nhau.  $K$  thuộc cạnh  $SB$  sao cho  $SK = \frac{2}{3}SB$ . Tính góc giữa  $AB$  và  $CK$ . (Kết quả làm tròn đến độ)
- Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , đáy  $ABC$  tam giác vuông tại  $B$  có  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ . Biết  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng bao nhiêu độ (Chỉ ghi số không ghi kí hiệu độ) ?
- Câu 4.** Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi  $T$  sau  $n$  tháng được tính bởi công thức  $T = T_0(1+r)^n$ , trong đó  $T_0$  là số tiền gửi lúc đầu và  $r$  là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu - ton, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng (đơn vị là triệu đồng).

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Cường độ ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức  $I = I_0 e^{-\mu x}$ , với  $I_0$  là cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và  $x$  là độ dày của môi trường đó ( $x$  tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ là  $\mu = 1,4$ . Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

- Câu 2.** Phương trình  $4^x - 2(m+1).2^x + 4m - 2 = 0$  có hai nghiệm trái dấu khi  $m \in (a; b)$ . Tính giá trị của  $P = b - a$ .
- Câu 3.** Ông A vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 1% một tháng. Cứ sau mỗi tháng kể từ ngày vay ông trả góp số tiền 5 triệu đồng vào cuối tháng (sau khi ngân hàng đã tính lãi). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A trả hết nợ?
- Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ .  $SA$  vuông góc với mặt đáy, góc tạo bởi  $SB$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  ?

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt[3]{a^4}$  bằng

- A.  $a^{\frac{1}{3}}$ .                      B.  $a^{\frac{3}{4}}$ .                      C.  $a^{\frac{4}{3}}$ .                      D. 1.

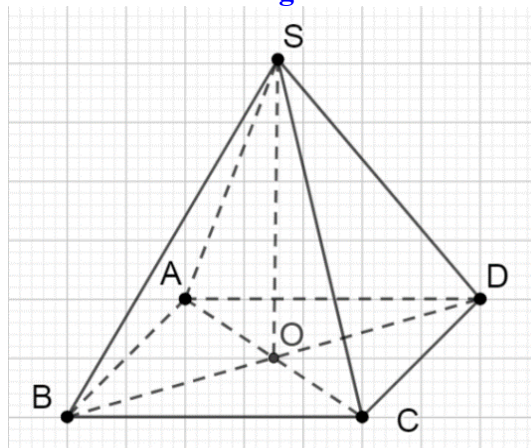
**Lời giải**

Ta có: Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt[3]{a^4} = a^{\frac{4}{3}}$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SO \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $(SAC) \perp (SBD)$ .                      B.  $(SBD) \perp (SBC)$ .  
 C.  $(SAC) \perp (SBC)$ .                      D.  $(SCD) \perp (SBC)$ .

**Lời giải**



Ta có  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  nên  $AC \perp BD$

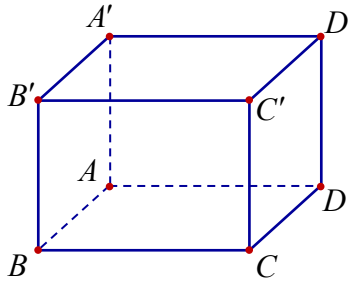
$$\text{Vì } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \text{ (do } SO \perp (ABCD)) \\ AC \cap SO = O \\ AC, SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \text{ (*)}$$

Mặt khác,  $BD \subset (SBD)$  (\*\*). Từ (\*) và (\*\*) suy ra  $(SAC) \perp (SBD)$ .

**Câu 3.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  góc giữa  $AA'$  và  $(ABCD)$  là

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $AA' \perp (ABCD)$

Vậy  $(AA', ABCD) = 90^\circ$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2(x-3)$

A.  $D = [3; +\infty)$

B.  $D = (3; +\infty)$

C.  $D = [0; 3]$

D.  $D = (0; 3)$

**Lời giải**

Hàm số xác định khi  $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$ .

Vậy tập xác định:  $D = (3; +\infty)$

Phương trình  $4^x = 3$  có nghiệm là

A.  $x = \log_3 4$ .

B.  $x = \log_2 3$ .

C.  $x = \log_4 3$ .

D.  $x = \log_3 2$ .

**Lời giải**

Ta có :  $4^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_4 3$

**Câu 6.** Nghiệm phương trình  $\log_4 x = 3$  là

A.  $x = 12$ .

B.  $x = 64$ .

C.  $x = 81$ .

D.  $x \in \emptyset$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện  $x > 0$

Ta có  $\log_4 x = 3 \Leftrightarrow \log_4 x = \log_4 4^3 \Leftrightarrow x = 4^3 \Leftrightarrow x = 64$ .

**Câu 7.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .

B. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

C. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với hai đường thẳng trong  $(\alpha)$ .

D. Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a // (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .

**Lời giải**

Khẳng định ở Chọn B sai vì: Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là

A.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $(1; +\infty)$ .

D.  $(-1; +\infty)$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ . Vậy tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là  $(1; +\infty)$ .

**Câu 9.** Trong không gian khẳng định nào sau đây đúng

**A.** Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

**B.** Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**D.** Hai đường thẳng phân biệt vuông góc với nhau thì chúng cắt nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 10.** Cho hình chóp đều  $S.ABC$ . Gọi  $d$  và  $\Delta$  là hai đường lần lượt vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và mặt phẳng  $(SBC)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $((SBC), (ABC)) = 60^\circ$ .

**B.**  $((SBC), (ABC)) = (\Delta, d)$ .

**C.**  $((SBC), (ABC)) = (\Delta, (ABC))$ .

**D.**  $((SBC), (ABC)) = (\Delta, (SBC))$ .

**Lời giải**

Từ định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng nên  $((SBC), (ABC)) = (\Delta, d)$ .

**Câu 11.** Giá trị của biểu thức  $A = 9^{\log_3 8}$  là

**A.** 16.

**B.** 8.

**C.** 64.

**D.** 9.

**Lời giải**

Ta có  $A = 9^{\log_3 8} = (3^2)^{\log_3 8} = 3^{2 \cdot \log_3 8} = (3^{\log_3 8})^2 = 8^2 = 64$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ . Biết  $SA = SC$  và  $SB = SD$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  $CD \perp (SBD)$ .

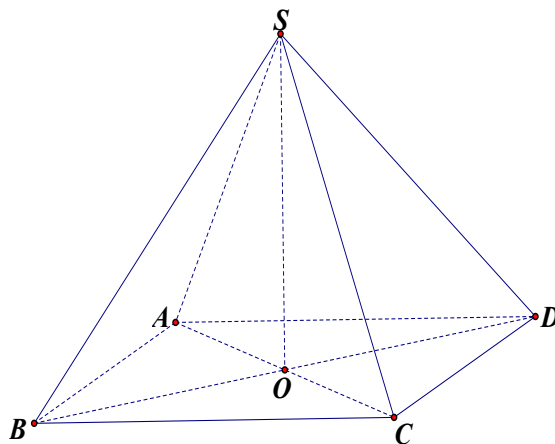
**B.**  $SO \perp (ABCD)$ .

**C.**  $AC \perp SD$ .

**D.**  $BD \perp SA$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $CD \perp (SBD) \Rightarrow CD \perp BD$  điều này vô lý vì  $\Delta COD$  là tam giác vuông tại  $O$ .

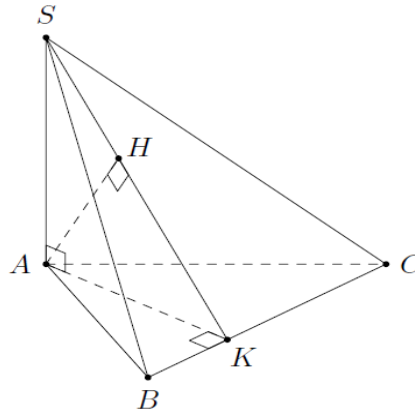
**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = a\sqrt{5}$ , đáy là tam giác vuông tại  $A$  với  $AB = a$ ,  $AC = 2a$ . Dựng  $AK$  vuông góc  $BC$  và  $AH$  vuông góc  $SK$ .

**a)** Hai đường thẳng  $BC$  và  $AH$  vuông góc với nhau.

- b) Đường thẳng  $AH$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$
- c) Đoạn thẳng  $AK$  có độ dài bằng  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$
- d) Tan góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{2}{5}$ .

**Lời giải**



Ta có  $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$  mà  $AH \perp SK$  nên  $AH \perp (SBC)$ .

Do đó  $SK$  là hình chiếu vuông góc của  $SA$  trên mặt phẳng  $(SBC)$

Đặt  $\alpha = (SA; (SBC)) = (SA; SK) = \widehat{ASK}$ .

Ta có  $AK = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

Khi đó  $\tan \alpha = \frac{AK}{AS} = \frac{\frac{2a\sqrt{5}}{5}}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{5}$ . Đúng: Hai đường thẳng  $BC$  và  $AH$  vuông góc với nhau. Đúng:

Đường thẳng  $AH$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$  Sai: Đoạn thẳng  $AK$  có độ dài bằng

$\frac{2a\sqrt{5}}{5}$  Đúng: Tan góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{2}{5}$ .

**Câu 2.** Cho phương trình  $9^x - 3^{x+1} + 2m - 1 = 0$ . (1)

a) Hàm số  $y = 3^{x+1}$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Tập xác định của hàm số  $y = (9^x - 3^{x+1})^{\frac{1}{3}}$  là  $D = (0; +\infty)$ .

c) Có hai giá trị  $m$  nguyên để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

d) Khi  $m = \frac{1}{2}$ , đặt  $t = 3^x$  (điều kiện  $t > 0$ ), phương trình (1) trở thành  $t^2 - 3t = 0$ .

**Lời giải** Vì  $3 > 1$  nên hàm số  $y = 3^{x+1} = 3 \cdot 3^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Mệnh đề sai. Đặt  $t = 3^x$  (điều kiện

$t > 0$ ),  $m = \frac{1}{2}$ , phương trình (1) trở thành  $t^2 - 3t = 0$ . Mệnh đề đúng. Điều kiện

$9^x - 3^{x+1} > 0 \Leftrightarrow 3^x(3^x - 3) > 0 \Leftrightarrow 3^x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (1; +\infty)$ . Mệnh đề sai. Đặt  $t = 3^x$  (điều kiện  $t > 0$ ), phương trình (1) trở thành  $t^2 - 3t + 2m - 1 = 0$ . (2)

(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 - 8m > 0 \\ 2m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < \frac{13}{8} \Rightarrow m = 1.$$

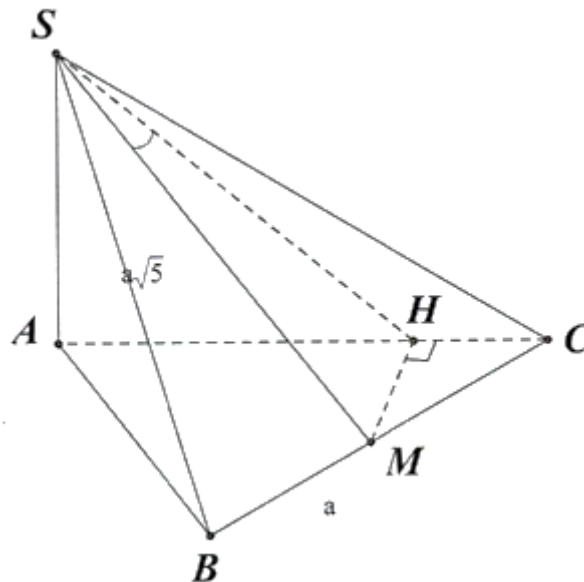
Vậy có một giá trị  $m$  nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Mệnh đề sai.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$  và  $SB = a\sqrt{5}$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(SAC)$ . (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải



Kẻ  $MH \perp AC$

Ta có:  $MH \perp SA \Rightarrow MH \perp (SAC)$  tại  $H$  và  $SM$  cắt mp  $(SAC)$  tại  $S$   
 $\Rightarrow SH$  là hình chiếu của  $SM$  trên mp  $(SAC)$

$$\Rightarrow (SM, (SAC)) = (SM, SH) = \widehat{MSH}$$

$$\text{Ta có: } HM = MC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4};$$

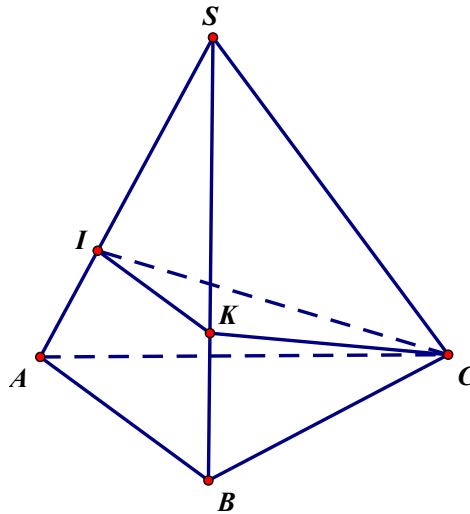
$$HC = MC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{4} \Rightarrow AH = AC - HC = a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Ta có: } SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2 + \left(\frac{3a}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{4}a$$

$$\text{Xét } \triangle SHM \text{ vuông tại } H : \tan \widehat{MSH} = \frac{HM}{SH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{73}a}{4}} = \frac{\sqrt{219}}{73} \Rightarrow \widehat{MSH} \approx 11,5^\circ$$

**Câu 2.** Cho hình tứ diện  $S.ABC$  có tất cả các cạnh bằng nhau.  $K$  thuộc cạnh  $SB$  sao cho  $SK = \frac{2}{3}SB$ .  
 Tính góc giữa  $AB$  và  $CK$ . (Kết quả làm tròn đến độ)

**Lời giải**



Trong mp( $SAB$ ) gọi  $I \in SA$  sao cho  $KI \parallel AB \Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{2}{3}$ . Do đó  $(AB, KC) = (IK, KC)$ .

Xét tam giác  $BKC$ , áp dụng định lí cosin có:

$$KC^2 = KB^2 + BC^2 - 2.KB.BC.\cos \widehat{KBC} = \left(\frac{a}{3}\right)^2 + a^2 - 2.\frac{a}{3}.a.\cos 60^\circ = \frac{7a^2}{9} \Rightarrow KC = \frac{a\sqrt{7}}{3}.$$

Tương tự tính được  $IK = \frac{a\sqrt{7}}{3}$ .  $IK = \frac{2a}{3}$ .

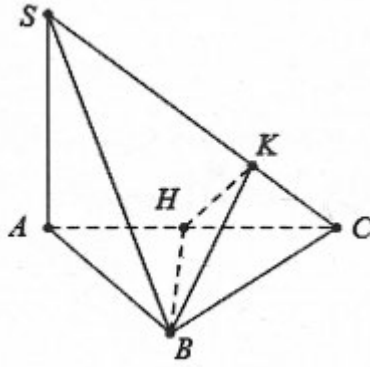
Áp dụng định lí cosin cho tam giác  $IKC$  có

$$\cos \widehat{IKC} = \frac{IK^2 + KC^2 - IC^2}{2.IK.KC} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{7}}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{7}}{3}\right)^2}{2.\frac{a\sqrt{7}}{3}.\frac{2a}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{7} \quad \widehat{IKC} \approx 67^\circ 48'.$$

Vậy  $(AB, KC) = 67^\circ 48'$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , đáy  $ABC$  tam giác vuông tại  $B$  có  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ . Biết  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng bao nhiêu độ (Chỉ ghi số không ghi kí hiệu độ)?

**Lời giải**



Kẻ  $BH \perp AC$  ( $H \in AC$ )  $\Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow BH \perp SC$ .

Kẻ  $HK \perp SC$  ( $K \in SC$ )  $\Rightarrow SC \perp (HKB)$

$$\Rightarrow \widehat{((SBC);(SAC))} = \widehat{HKB}.$$

Ta có:  $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ ;  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$ .

$$\text{Khi đó } \sin \widehat{KCH} = \frac{HK}{HC} = \frac{SA}{SC} = \frac{SA}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow HK = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Mặt khác: } BH = \frac{BA \cdot BC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan \widehat{HKB} = \frac{BH}{HK} = \sqrt{3}$$

$\Rightarrow \widehat{HKB} = 60^\circ$ . Vậy góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBC)$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 4.** Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi  $T$  sau  $n$  tháng được tính bởi công thức  $T = T_0(1+r)^n$ , trong đó  $T_0$  là số tiền gửi lúc đầu và  $r$  là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu - ton, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng (đơn vị là triệu đồng).

#### Lời giải

Lãi suất của một tháng  $r = \frac{7,2}{12} \% = 0,6\% / \text{tháng}$ .

Ta có:  $T = T_0(1+r)^n$ .

Suy ra:  $T = 500.10^6(1+0,006)^6 \approx 500.10^6(C_0^6 + C_6^1 \cdot 0,006) \approx 518000000$  đồng.

Vậy: sau 6 tháng người đó nhận được hơn 518000000 đồng.

#### PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Cường độ ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức  $I = I_0 e^{-\mu x}$ , với  $I_0$  là cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và  $x$  là độ dày của môi trường đó ( $x$  tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ là  $\mu = 1,4$ . Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

#### Lời giải

Khi mới bắt đầu đi vào môi trường nước biển thì  $x = 0 \Rightarrow I_1 = I_0 \cdot e^0$

Ở độ sâu 30 mét thì  $I_2 = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot 30}$

Vậy ta có:  $\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \cdot e^{-\mu \cdot 30}}{I_0 \cdot e^0} \Rightarrow I_2 = e^{-42} \cdot I_1$ , vậy  $I_2$  tăng  $e^{-42}$  lần so với  $I_1$ , nói cách khác,  $I_2$  giảm  $e^{42}$  lần so với  $I_1$ .

**Câu 2.** Phương trình  $4^x - 2(m+1) \cdot 2^x + 4m - 2 = 0$  có hai nghiệm trái dấu khi  $m \in (a; b)$ . Tính giá trị của  $P = b - a$ .

**Lời giải**

Đặt  $t = 2^x$ , ta có phương trình  $t^2 - 2(m+1)t + 4m - 2 = 0$  (1).

Với  $x_1 < 0 < x_2$  thì  $0 < 2^{x_1} < 1 < 2^{x_2}$ , nên phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu  $x_1, x_2$  khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm  $0 < t_1 < 1 < t_2$ .

Ta có (1)  $\Leftrightarrow t^2 - 2t - 2 = m(2t - 4)$  (2).

Vì  $t = 2$  không là nghiệm phương trình (2) nên: (2)  $\Leftrightarrow \frac{t^2 - 2t - 2}{2t - 4} = m$  (3).

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2 - 2t - 2}{2t - 4}$ , với  $0 < t \neq 2$ .

Ta có  $f'(t) = \frac{2t^2 - 8t + 12}{(2t - 4)^2} > 0$  với  $0 < t \neq 2$ .

Bảng biến thiên:

$t$	0	1	2	$+\infty$
$f'(t)$		+		+
$f(t)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$+\infty$

Phương trình (1) có hai nghiệm  $0 < t_1 < 1 < t_2$  khi và chỉ khi phương trình (3) có hai nghiệm

$0 < t_1 < 1 < t_2$ . Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cần tìm của  $m$  là  $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ .

Như vậy  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{3}{2}$ . Do đó  $P = b - a = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$ .

Vậy kết quả cần điền là: 1

**Câu 3.** Ông A vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 1% một tháng. Cứ sau mỗi tháng kể từ ngày vay ông trả góp số tiền 5 triệu đồng vào cuối tháng (sau khi ngân hàng đã tính lãi). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A trả hết nợ?

**<TỰ LUẬN>**

**Lời giải**

Đặt  $r$  là lãi suất / 1 tháng.

Sau tháng thứ nhất thì số tiền ông A còn nợ là:  $200(1+r) - 5$ .

Sau tháng thứ hai thì số tiền ông A còn nợ là:  $200(1+r)^2 - 5(1+r) - 5$ .

Sau tháng thứ ba thì số tiền ông A còn nợ là:  $200(1+r)^3 - 5(1+r)^2 - 5(1+r) - 5$ .

...

Sau  $n$  tháng, ông A còn nợ số tiền là:

$$200(1+r)^n - 5\left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1\right] = 200(1+r)^n - 5\frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

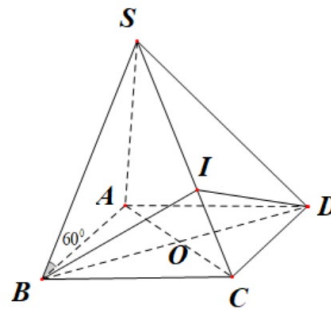
$$\text{Để tháng thứ } n \text{ ông trả hết nợ thì: } 200(1,01)^n - 5\frac{(1,01)^n - 1}{0,01} = 0 \Leftrightarrow (1,01)^n = \frac{5}{3} \Leftrightarrow n = \log_{1,01} \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow n \approx 51,3$$

Vậy sau ít nhất 52 tháng thì ông A trả hết nợ.

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ .  $SA$  vuông góc với mặt đáy, góc tạo bởi  $SB$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$ ?

**Lời giải**



Ta có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$ .

Ta có  $SB = \frac{AB}{\cos 60^\circ} = 2a$ ,  $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ .

Vì tam giác  $ABD$  đều nên  $AC = 2 \cdot AO = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = a\sqrt{3}$ .

Suy ra  $\Delta SAC$  vuông cân tại  $A \Rightarrow SC = a\sqrt{6}$ .

Kẻ  $BI \perp SC$ , ta có  $\begin{cases} SC \perp BD \\ SC \perp BI \end{cases} \Rightarrow SC \perp ID$ .

Như vậy  $\begin{cases} (SBC) \cap (SCD) = SC \\ BI \perp SC \\ DI \perp SC \end{cases} \Rightarrow \left( (SBC), (SCD) \right) = \left( BI, ID \right) = \alpha$ .

Xét tam giác  $SBC$  ta có  $\cos \widehat{SCB} = \frac{IC}{BC} = \frac{BC^2 + SC^2 - SB^2}{2BC \cdot SC} = \frac{3}{2\sqrt{6}} \Rightarrow IC = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

Suy ra  $ID = IB = \frac{\sqrt{BC^2 - IC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ .

Ta có  $\cos \widehat{BID} = \frac{IB^2 + ID^2 - BD^2}{2IB \cdot ID} = \frac{1}{5}$ . Vậy  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ .

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(A'B'C'D')$  bằng

- A.  $0^\circ$ .                                      B.  $90^\circ$ .                                      C.  $45^\circ$ .                                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 2.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
 B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
 C. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
 D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

**Câu 3.** Cho  $x, y > 0$  và  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Tìm đẳng thức sai dưới đây?

- A.  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .                                      B.  $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$ .  
 C.  $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$ .                                      D.  $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$ .

**Câu 4.** Tìm nghiệm của phương trình  $3^x = 7$ .

- A.  $x = \log_3 7$ .                                      B.  $x = -\log_3 7$ .                                      C.  $x = \log_7 3$ .                                      D.  $x = 3$ .

**Câu 5.** Với giá trị nào của  $x$  thì biểu thức  $\log_3(1-2x)$  có nghĩa

- A.  $x \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ .                                      B.  $x > \frac{1}{2}$ .                                      C.  $x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .                                      D.  $x < \frac{1}{2}$ .

**Câu 6.** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_3(2x+1) > 2$ ?

- A.  $S = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .                                      B.  $S = (4; +\infty)$ .                                      C.  $S = (-\infty; 4)$ .                                      D.  $S = \left(-\frac{1}{2}; 4\right)$ .

**Câu 7.** Trong không gian cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau, nếu đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $a$  thì

- A. Đường thẳng  $c$  song song hoặc trùng với đường thẳng  $b$ .  
 B. Đường thẳng  $c$  cắt đường thẳng  $b$  tại một điểm.

C. Đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $b$ .

D. Đường thẳng  $c$  song song với đường thẳng  $b$ .

**Câu 8.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a \parallel (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .

B. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .

C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .

D. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $M$  là trung điểm  $BC$ . Góc giữa đường thẳng  $SM$  và  $(ABC)$ .

A.  $\widehat{SMA}$ .

B.  $\widehat{SMC}$ .

C.  $\widehat{SMB}$ .

D.  $\widehat{SBA}$ .

**Câu 10.** Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $A = (x+1)^{-7}$ .

A.  $x \in \mathbb{R}$ .

B.  $x \geq -1$ .

C.  $x > -1$ .

D.  $x \neq -1$ .

**Câu 11.** Biết  $\log_6 a = 3$ , tính giá trị của  $\log_a 6$ .

A. 3.

B.  $\frac{4}{3}$ .

C.  $\frac{1}{12}$ .

D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SB$  vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A.  $SD \perp BD$ .

B.  $SA \perp AD$ .

C.  $SC \perp DC$ .

D.  $SB \perp BC$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $3^x = m+1$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình có nghiệm dương nếu  $m > 0$ .

b) Phương trình có nghiệm với  $m \geq -1$ .

c) Phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$ .

d) Phương trình luôn có nghiệm duy nhất  $x = \log_3(m+1)$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SB, SD$ . Khi đó:

a) Góc giữa đường thẳng  $AE$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $90^\circ$ .

b) Góc giữa đường thẳng  $AF$  và mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $60^\circ$ .

c) Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(AEF)$  bằng  $30^\circ$ .

d) Góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $45^\circ$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

- Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ ,  $M$  là trung điểm của  $SD$ , tan góc giữa  $BM$  và  $mp(ABCD)$  bằng bao nhiêu? (Kết quả lấy đến hàng phần trăm).
- Câu 2.** Một người gửi tiết kiệm theo thể thức lãi suất kép với lãi suất  $8,4\%/năm$ . Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?
- Câu 3.** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = \sqrt{2}$ ,  $CD = 2x\sqrt{2}$ . Giá trị của  $x$  để hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau là  $x = \frac{a}{b}$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Giá trị của  $a^2 + 2b$  là ...
- Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AD$ . Cho biết  $MN = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng bao nhiêu độ?

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính cosin của số đo góc nhị diện  $[C; SB; A]$ .
- Câu 2.** Một người vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất là  $0,6\%$  một tháng theo thỏa thuận: sau đúng một tháng kể từ ngày vay thì ông bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 9 triệu đồng cho đến khi hết nợ (biết rằng, tháng cuối cùng có thể trả dưới 9 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.
- Câu 3.** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng  $(0;5)$  của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - m.2^{x+1} + 2m - 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương?
- Câu 4.** Trong âm học, mức cường độ âm được tính bởi công thức  $L = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$  (dB) (dB là đơn vị mức cường độ âm, đọc là đêxiben), trong đó  $I$  là cường độ âm tính theo  $W/m^2$  và  $I_0$  là cường độ âm chuẩn (cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được). Tiếng thì thầm của bạn A có cường độ âm bằng  $\frac{5}{8}$  tiếng thì thầm của bạn B. Hỏi mức cường độ âm tiếng thì thầm của bạn nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu dB?

----- HẾT -----

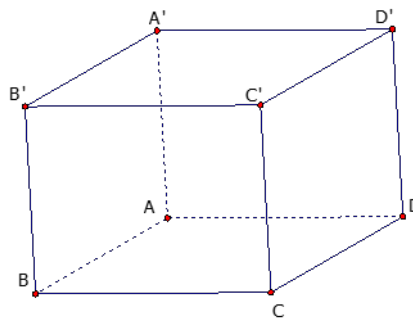
Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(A'B'C'D')$  bằng
- A.  $0^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Chọn A**

**Lời giải**



Ta thấy hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(A'B'C'D')$  là hai mặt đáy của hình lập phương nên chúng song song với nhau.

Vậy góc giữa  $(ABCD)$  và  $(A'B'C'D')$  bằng  $0^\circ$ .

- Câu 2.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
C. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.

**Lời giải**

- Câu 3.** Cho  $x, y > 0$  và  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Tìm đẳng thức sai dưới đây?

- A.  $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$ .                      B.  $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$ .  
C.  $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$ .                      D.  $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$ .

**Lời giải**

Theo tính chất của lũy thừa thì đẳng thức  $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$  **Sai**.

- Câu 4.** Tìm nghiệm của phương trình  $3^x = 7$ .

- A.  $x = \log_3 7$ .                      B.  $x = -\log_3 7$ .                      C.  $x = \log_7 3$ .                      D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $3^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_3 7$ .

**Câu 5.** Với giá trị nào của  $x$  thì biểu thức  $\log_3(1-2x)$  có nghĩa

- A.  $x \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ .      B.  $x > \frac{1}{2}$ .      C.  $x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .      D.  $x < \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Biểu thức  $\log_3(1-2x)$  có nghĩa khi và chỉ khi  $1-2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$ .

**Câu 6.** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_3(2x+1) > 2$ ?

- A.  $S = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      B.  $S = (4; +\infty)$ .      C.  $S = (-\infty; 4)$ .      D.  $S = \left(-\frac{1}{2}; 4\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\log_3(2x+1) > 2 \Leftrightarrow 2x+1 > 9 \Leftrightarrow 2x > 8 \Leftrightarrow x > 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $S = (4; +\infty)$ .

**Câu 7.** Trong không gian cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau, nếu đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $a$  thì

- A. Đường thẳng  $c$  song song hoặc trùng với đường thẳng  $b$ .  
B. Đường thẳng  $c$  cắt đường thẳng  $b$  tại một điểm.  
C. Đường thẳng  $c$  vuông góc với đường thẳng  $b$ .  
D. Đường thẳng  $c$  song song với đường thẳng  $b$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Do tính chất: Trong không gian cho hai đường thẳng song song với nhau, nếu đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc đường thẳng kia.

**Câu 8.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu  $d \perp (\alpha)$  và đường thẳng  $a \parallel (\alpha)$  thì  $d \perp a$ .  
B. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ .  
C. Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(\alpha)$ .  
D. Nếu đường thẳng  $d \perp (\alpha)$  thì  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$ .

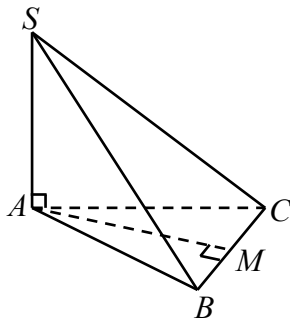
**Lời giải**

Mệnh đề “Nếu đường thẳng  $d$  vuông góc với hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$  thì  $d \perp (\alpha)$ ” **sai** vì thiếu điều kiện “cắt nhau” của hai đường thẳng nằm trong  $(\alpha)$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $M$  là trung điểm  $BC$ . Góc giữa đường thẳng  $SM$  và  $(ABC)$ .

- A.  $\widehat{SMA}$ .      B.  $\widehat{SMC}$ .      C.  $\widehat{SMB}$ .      D.  $\widehat{SBA}$ .

**Lời giải**



**Chọn A**

Ta có  $SA \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(SM; (ABC))} = \widehat{SMA}$

**Câu 10.** Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $A = (x+1)^{-7}$ .

- A.  $x \in \mathbb{R}$ .                      B.  $x \geq -1$ .                      C.  $x > -1$ .                      **D.  $x \neq -1$ .**

**Lời giải**

+) Do  $-7 \in \mathbb{Z}^-$  nên biểu thức  $A = (x+1)^{-7}$  xác định khi  $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ .

**Câu 11.** Biết  $\log_6 a = 3$ , tính giá trị của  $\log_a 6$ .

- A. 3.                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{12}$ .                      **D.  $\frac{1}{3}$ .**

**Lời giải**

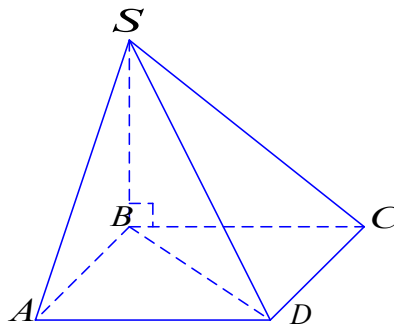
$$\log_a 6 = \frac{1}{\log_6 a} = \frac{1}{3}$$

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  với đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SB$  vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A.  $SD \perp BD$ .                      B.  $SA \perp AD$ .                      C.  $SC \perp DC$ .                      **D.  $SB \perp BC$ .**

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $SB \perp (ABCD)$  nên  $SB \perp BC$ ;  $SB \perp AD$ ;  $SB \perp DC$ .

$ABCD$  là hình chữ nhật nên  $AD \perp AB$  và  $DC \perp BC$  suy ra  $AD \perp SA$  và  $DC \perp SC$ .

Tam giác  $SBD$  vuông tại  $B$  nên  $SD$  không vuông góc với  $BD$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $3^x = m+1$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương trình có nghiệm dương nếu  $m > 0$ .  
b) Phương trình có nghiệm với  $m \geq -1$ .

- c) Phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$ .  
d) Phương trình luôn có nghiệm duy nhất  $x = \log_3(m+1)$ .

### Lời giải

Ta có  $3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên  $3^x = m+1$  có nghiệm  $\Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$ .

Từ đó ta loại được Chọn **c** và **d**

Xét Chọn **a**, phương trình có nghiệm dương thì  $3^x > 3^0 = 1$  nên  $m+1 > 1 \Leftrightarrow m > 0$ .

Từ đó Chọn **a** đúng.

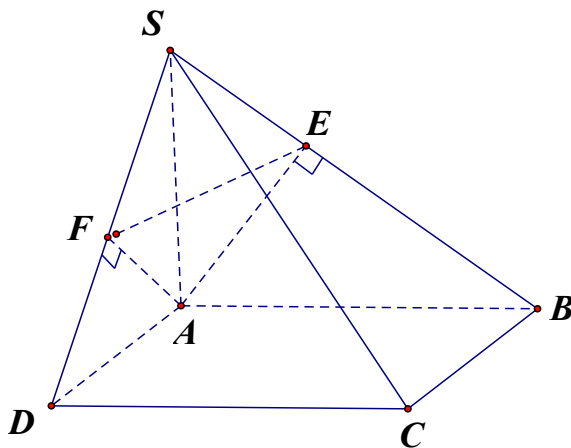
Xét Chọn **b**, ta thấy sai vì ở đây thiếu điều kiện  $m > -1$ .

**Vậy ý a đúng; ý b sai; ý c sai; ý d sai**

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = a$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SB, SD$ . Khi đó:

- a) Góc giữa đường thẳng  $AE$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $90^\circ$ .  
b) Góc giữa đường thẳng  $AF$  và mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $60^\circ$ .  
c) Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(AEF)$  bằng  $30^\circ$ .  
d) Góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $45^\circ$ .

### Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \quad (1)$$

Lại có  $AE \perp SB$  (2) (theo giả thiết).

Từ (1) & (2) ta có  $\begin{cases} AE \perp BC \\ AE \perp SB \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SBC)$ . Suy ra góc giữa đường thẳng  $AE$  và mặt phẳng

$(SBC)$  bằng  $90^\circ$ . Chứng minh tương tự câu a) ta có  $AF \perp (SCD)$ . Suy ra góc giữa đường thẳng  $AF$  và mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $90^\circ$ . Ta có  $AE \perp (SBC)$  tại  $E$ . Nên  $(SA; (SBC)) = (SA; SE)$ .

Mà  $\triangle ASE$  vuông tại  $E \Rightarrow \widehat{ASE} < 90^\circ \Rightarrow (SA; (SBC)) = (SA; SE) = \widehat{ASE}$ .

Xét tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$  có  $SA = SB = a \Rightarrow \triangle SAB$  vuông cân  $\Rightarrow \widehat{ASB} = 45^\circ$  hay

$\widehat{ASE} = 45^\circ$ . Ta có  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AE \quad (1)$ .

Lại có  $AE \perp SB$  (2) (theo giả thiết).

Từ (1) & (2) ta có  $\begin{cases} AE \perp BC \\ AE \perp SB \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SBC) \Rightarrow AE \perp SC$  (3)

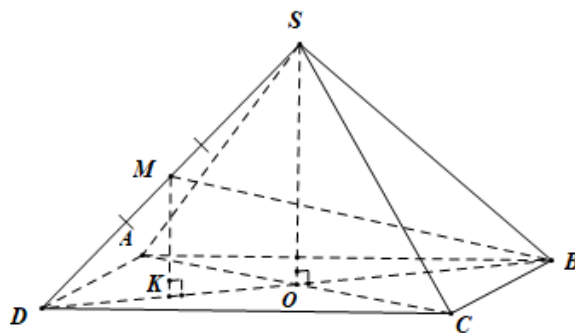
Tương tự ta chứng minh được  $SC \perp AF$  (4)

Từ (3) & (4) suy ra  $SC \perp (AEF)$ . Suy ra góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(AEF)$  bằng  $90^\circ$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ ,  $M$  là trung điểm của  $SD$ , tan góc giữa  $BM$  và  $mp(ABCD)$  bằng bao nhiêu? (Kết quả lấy đến hàng phần trăm).

#### Lời giải



Gọi  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ .

Ta có:  $\begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp BD$ .

Trong  $mp(SBD)$ , dựng  $MK // SO, K \in BD$ , mà  $SO \perp (ABCD) \Rightarrow MK \perp (ABCD)$ .

Suy ra  $BK$  là hình chiếu của  $BM$  lên  $mp(ABCD)$ , đó đó:

$$\widehat{(BM, (ABCD))} = \widehat{(BM, BK)} = \widehat{MBK}.$$

Ta có:  $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow BO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Xét tam giác  $SOD$  có:  $MK // SO$  và  $M$  là trung điểm của  $SD$ .

$\Rightarrow MK$  là đường trung bình của tam giác  $SOD$ , do đó:

$$MK = \frac{SO}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4} \text{ và } OK = \frac{OD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Suy ra  $BK = BO + OK = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$ .

Vậy  $\tan \widehat{(BM, (ABCD))} = \tan \widehat{MBK} = \frac{MK}{BK} = \frac{1}{3} \approx 0,33$ .

**Câu 2.** Một người gửi tiết kiệm theo thẻ thức lãi suất kép với lãi suất  $8,4\%/năm$ . Giả sử lãi suất không thay đổi, hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

#### Lời giải

**Trả lời: 9**

Gọi  $A$  là số tiền ban đầu gửi tiết kiệm theo thẻ thức lãi suất kép với lãi suất  $8,4\%/năm$ .

Khi đó sau  $n$  năm số tiền thu được là  $A(1 + 8,4\%)^n$ .

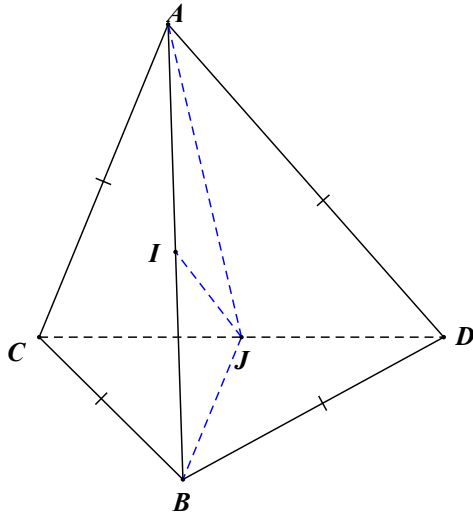
Đề thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu thì  $A(1+8,4\%)^n = 2A$

$$\Leftrightarrow (1+8,4\%)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,084} 2 \approx 8,59.$$

Vậy sau ít nhất 9 năm người đó thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu.

**Câu 3.** Cho hai tam giác  $ACD$  và  $BCD$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và  $AC = AD = BC = BD = \sqrt{2}$ ,  $CD = 2x\sqrt{2}$ . Giá trị của  $x$  để hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  vuông góc với nhau là  $x = \frac{a}{b}$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Giá trị của  $a^2 + 2b$  là ...

**Lời giải**



Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $AB, CD$ .

Vì  $J$  là trung điểm  $CD$  và  $AC = AD$  nên  $AJ \perp CD$ .

Mà  $(ACD) \perp (BCD) \Rightarrow AJ \perp (BCD)$ .

Ta thấy  $\triangle AJD$  vuông tại  $J$  nên  $AJ = \sqrt{2 - 2x^2}$ .

Mặt khác  $AC = AD = BC = BD = \sqrt{2}$  nên  $\triangle AJB$  vuông cân tại  $J$ .

Suy ra:  $AB = AJ\sqrt{2} = \sqrt{4(1-x^2)}$ .

Do  $IA = IB$ ,  $\triangle AJB$  vuông tại  $J$  nên  $IJ = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{4(1-x^2)} = \sqrt{1-x^2}$ .

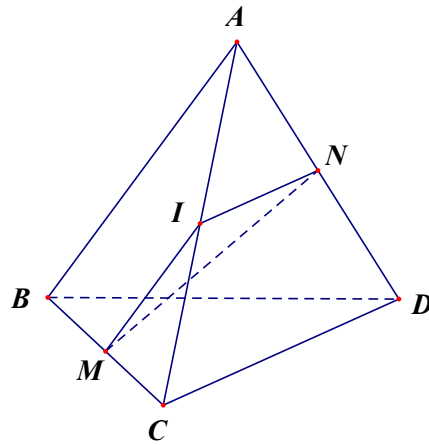
Ta có  $CI$  và  $DI$  vuông góc với  $AB$  nên để  $(ABC) \perp (ABD)$  suy ra  $\widehat{CID} = 90^\circ$ .

Ta có  $IJ = \frac{1}{2}CD \Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = x\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Nên  $a^2 + 2b = 9$

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AD$ . Cho biết  $MN = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng bao nhiêu độ?

**Lời giải**



Gọi  $I$  là trung điểm  $AC$ .

Tam giác  $ABC$  có  $I, M$  lần lượt là trung điểm của  $AC, BC$ , suy ra  $IM$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$ , suy ra  $IM \parallel AB$  và  $IM = \frac{1}{2} AB = a$ .

Tương tự, ta có  $IN \parallel CD$  và  $IN = a$ .

Ta có  $IM \parallel AB$  và  $IN \parallel CD$ , suy ra  $(AB, CD) = (IM, IN)$ .

Áp dụng định lí côsin trong tam giác  $MIN$ :

$$MN^2 = IM^2 + IN^2 - 2 \cdot IM \cdot IN \cdot \cos \widehat{MIN}$$

$$\Rightarrow 3a^2 = a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos \widehat{MIN}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{MIN} = \frac{3a^2 - 2a^2}{-2a^2} = -\frac{1}{2}$$

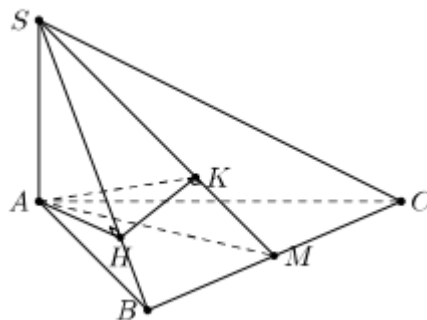
$$\Rightarrow \widehat{MIN} = 120^\circ.$$

Vậy  $(AB, CD) = (IM, IN) = 180^\circ - \widehat{MIN} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ .

#### PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính cosin của số đo góc nhị diện  $[C; SB; A]$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$

Kẻ  $AK \perp SM$  tại  $K$

Ta có  $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SBC) \perp (SAM)$

Lại có  $\begin{cases} SM = (SBC) \cap (SAM) \\ AK \perp SM \end{cases}$

Suy ra  $AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp SB$ . Kè  $AH \perp SB$  tại  $H$ .

Suy ra  $SB \perp (AHK) \Rightarrow SB \perp HK$

Ta có  $\begin{cases} AH \perp SB \\ HK \perp SB \end{cases} \Rightarrow \widehat{AHK}$  là góc phẳng nhị diện  $[C; SB; A]$ .

$$\text{Xét } \triangle SAB \text{ có } AH = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAM \text{ có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Xét } \triangle AHK \text{ vuông tại } K \text{ có } \sin \widehat{AHK} = \frac{AK}{AH} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos \widehat{AHK} = \sqrt{1 - \sin^2 \widehat{AHK}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

**Câu 2.** Một người vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất là 0,6% một tháng theo thỏa thuận: sau đúng một tháng kể từ ngày vay thì ông bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 9 triệu đồng cho đến khi hết nợ (biết rằng, tháng cuối cùng có thể trả dưới 9 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.

**Lời giải**

Gọi số tiền nợ ban đầu là  $A_0 = 200$

Tiền nợ tháng thứ nhất là  $A_1 = A_0(1+r\%) - 9$

Tiền nợ tháng thứ hai là  $A_2 = A_1(1+r\%) - 9 = A_0(1+r\%)^2 - 9(1+r\%) - 9$

Tiền nợ tháng thứ ba là  $A_3 = A_0(1+r\%)^3 - 9(1+r\%)^2 - 9(1+r\%) - 9$

...

Tiền nợ tháng thứ  $n$  là  $A_n = A_0(1+r\%)^n - 9(1+r\%)^{n-1} - 9(1+r\%)^{n-2} - \dots - 9$

Để tháng thứ  $n$  trả hết nợ thì  $A_n = 0 \Leftrightarrow A_0(1+r\%)^n = 9 \left[ (1+r\%)^{n-1} + (1+r\%)^{n-2} + \dots + 1 \right]$

$$\Leftrightarrow 200(1+0,6\%)^n = 9 \frac{\left[ (1+0,6\%)^n - 1 \right]}{0,6\%} \Leftrightarrow 1,006^n = \frac{15}{13} \Leftrightarrow n \approx 23,9216$$

Vậy sau 24 tháng thì người này trả hết nợ.

**Câu 3.** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng  $(0;5)$  của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m - 1 = 0$  có hai nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương?

**Lời giải**

Đặt  $t = 2^x$  với  $t > 0$

Khi đó phương trình trở thành  $t^2 - 2mt + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2m - 1 \end{cases}$

Với  $t = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

Với  $t = 2m - 1 \Rightarrow 2^x = 2m - 1$

ycbt  $\Leftrightarrow 2^x = 2m - 1 > 1 \Leftrightarrow m > 1$

kết hợp với điều kiện suy ra  $1 < m < 5 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{2; 3; 4\}$

**Câu 4.** Trong âm học, mức cường độ âm được tính bởi công thức  $L = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$  (dB) (dB là đơn vị mức cường độ âm, đọc là đêxiben), trong đó  $I$  là cường độ âm tính theo  $W/m^2$  và  $I_0$  là cường độ âm chuẩn (cường độ âm thấp nhất mà tai người bình thường có thể nghe được). Tiếng thì thầm của bạn A có cường độ âm bằng  $\frac{5}{8}$  tiếng thì thầm của bạn B. Hỏi mức cường độ âm tiếng thì thầm của bạn nào lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu dB?

**Lời giải**

Gọi  $I_A, I_B$  lần lượt là cường độ âm tiếng thì thầm của bạn A và bạn B. Suy ra  $\frac{I_A}{I_B} = \frac{5}{8}$ .

Gọi  $L_A, L_B$  lần lượt là mức cường độ âm tiếng thì thầm của bạn A và bạn B. Ta có

$$L_A - L_B = 10 \log \left( \frac{I_A}{I_0} \right) - 10 \log \left( \frac{I_B}{I_0} \right) = 10 \left[ \log \left( \frac{I_A}{I_0} \right) - \log \left( \frac{I_B}{I_0} \right) \right] = 10 \log \left( \frac{I_A}{I_0} : \frac{I_B}{I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{I_A}{I_B} \right)$$

$$\Rightarrow L_A - L_B = 10 \log \left( \frac{5}{8} \right) \approx -2,04 \text{ (dB)}.$$

Vậy mức cường độ âm tiếng thì thầm của bạn B lớn hơn của bạn A khoảng 2,04 dB.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $3^{x-1} = 27$  là

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $x = 4$ .

**Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-3}$ .

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .  
C.  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 3.** Cho  $a$  là một số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức  $\log_a a^{\frac{1}{3}}$  bằng

- A.  $\frac{-1}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $-3$ .                      D.  $3$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \log_3(x - 2)$

- A.  $\mathbb{R}$ .                      B.  $D = [2; +\infty)$ .                      C.  $D = (2; +\infty)$ .                      D.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

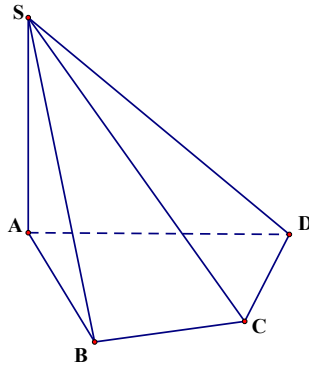
**Câu 5.** Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là:

- A. Hình chữ nhật.                      B. Hình vuông.                      C. Hình bình hành.                      D. Hình thoi.

**Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có các cạnh bên bằng nhau và đáy  $ABCD$  là hình vuông. Khi đó hình chiếu vuông góc từ  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là

- A. Trung điểm cạnh  $BC$ .                      B. Tâm đường tròn nội tiếp đáy.  
C. Giao điểm hai đường chéo của  $ABCD$ .                      D. Trung điểm cạnh  $AB$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là tứ giác lồi và  $SA \perp (ABCD)$  (xem hình vẽ).



Góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là

- A.  $\widehat{SCA}$ .                      B.  $\widehat{SBA}$ .                      C.  $\widehat{SAB}$ .                      D.  $\widehat{SDA}$ .

**Câu 8.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Chọn khẳng định **SAI**?

- A. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b \parallel a$ .                      B. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$ .  
 C. Nếu  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$ .                      D. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \perp a$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, tam giác  $SAB$  đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Góc phẳng nhị diện  $[S, AB, K]$ :

- A.  $\widehat{SHK}$ .                      B.  $\widehat{SAD}$ .                      C.  $\widehat{SAK}$ .                      D.  $\widehat{SAC}$ .

**Câu 10.** Phương trình  $\log_2(x-2)=3$  có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.

**Câu 11.** Khẳng định nào sau đây đúng:

- A.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \forall a \in \mathbb{R}$ .                      B.  $a^{-n}$  xác định  $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \forall n \in \mathbb{N}$ .  
 C.  $a^0 = 1; \forall a \in \mathbb{R}$ .                      D.  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; \forall a \in \mathbb{R}; \forall m, n \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $SC \perp SB$ .                      B.  $BC \perp SB$ .                      C.  $BC \perp SC$ .                      D.  $SB \perp SA$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ .

- a) Góc giữa đường thẳng  $BD'$  và mặt phẳng  $(A'B'CD)$  bằng  $90^\circ$ .  
 b) Góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(CB'D')$  bằng  $90^\circ$ .  
 c) Góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(A'BCD')$  bằng  $90^\circ$ .

d) Góc giữa đường thẳng  $EF$  và mặt phẳng  $(BB'D'D)$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 2.** Cho phương trình  $4x^2 + (m-2).2x^2 - 2m = 0$  (1).

a) Khi  $m = -1$  thì phương trình (1) có đúng hai nghiệm và hai nghiệm đó trái dấu nhau.

b) Khi phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt  $x_1 > x_2 > 0 > x_3 > x_4$ ; số giá trị nguyên  $m$  để  $x_1 + x_2 < 3$  là 14.

c) Khi  $m < -1$  thì phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.

d) Phương trình (1) luôn có ít nhất hai nghiệm.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Biết góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $60^\circ$ . Tính góc phẳng nhị diện  $[S, BD, C]$ ? (làm tròn đến hàng đơn vị)

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $BC = a\sqrt{2}$  các cạnh còn lại đều bằng  $a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  (đơn vị: độ)

**Câu 3.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $SA = 2a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABD$ ,  $\alpha$  là góc hợp bởi đường thẳng  $SG$  và mặt phẳng  $(SCD)$ . Biết  $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{105}}{b}$ , với

$a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính tổng  $a + b$

**Câu 4.** Ngân hàng thường tính lãi suất cho khách hàng theo thể thức lãi kép theo định kì, tức là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp. Nếu một người gửi số tiền  $P$  với lãi suất  $r$  mỗi kì thì sau  $N$  kì, số tiền người đó thu được (cả vốn lẫn lãi) được tính theo công thức lãi kép sau:  $A = P(1+r)^N$ .

Bác Nam gửi tiết kiệm số tiền 100 triệu đồng kì hạn một năm với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi số tiền lãi bác Nam thu được sau 10 năm là bao nhiêu triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

### PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $BC = a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBM)$  và  $(SAB)$ ?

- Câu 2.** Anh Tâm vay ngân hàng 50 triệu đồng, mỗi tháng trả góp cho ngân hàng 3 triệu đồng và phải chịu lãi suất của số tiền chưa trả là  $0,7\%$  / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì anh Tâm trả hết tiền nợ ngân hàng?
- Câu 3.** Số ca nhiễm Covid – 19 trong cộng đồng ở một tỉnh vào ngày thứ  $x$  trong một giai đoạn được ước tính theo công thức  $f(x) = A.e^{rx}$  trong đó  $A$  là số ca nhiễm ở ngày đầu của giai đoạn,  $r$  là tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày của giai đoạn đó và trong cùng một giai đoạn thì  $r$  không đổi. Giai đoạn thứ nhất tính từ ngày tỉnh đó có 9 ca bệnh đầu tiên và không dùng biện pháp phòng chống lây nhiễm nào thì đến ngày thứ 6 số ca bệnh của tỉnh là 180 ca. Giai đoạn thứ hai (kể từ ngày thứ 7 trở đi) tỉnh đó áp dụng các biện pháp phòng chống lây nhiễm nên tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày giảm đi 10 lần so với giai đoạn trước. Đến ngày thứ 6 của giai đoạn hai thì số ca mắc bệnh là bao nhiêu?
- Câu 4.** Xác định các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - 2(m+2)6^x + (m^2 + 4m + 3)4^x = 0$  có hai nghiệm phân biệt?

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $3^{x-1} = 27$  là  
A.  $x = 2$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $x = 4$ .

Lời giải

- Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 1)^{-3}$ .  
A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .  
C.  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

Lời giải

Hàm số xác định  $\Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$ .  
Vậy  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .

- Câu 3.** Cho  $a$  là một số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức  $\log_a a^{\frac{1}{3}}$  bằng  
A.  $\frac{-1}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $-3$ .                      D.  $3$ .

Lời giải

Ta có  $\log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$ .

- Câu 4.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \log_3(x - 2)$   
A.  $\mathbb{R}$ .                      B.  $D = [2; +\infty)$ .                      C.  $D = (2; +\infty)$ .                      D.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Lời giải

Chọn C

- Câu 5.** Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là:  
A. Hình chữ nhật.                      B. Hình vuông.                      C. Hình bình hành.                      D. Hình thoi.

Lời giải

Chọn A

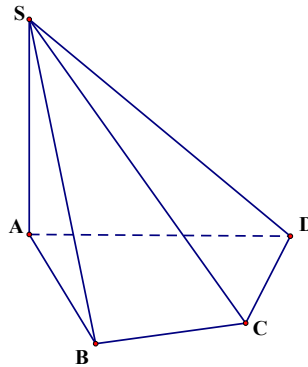
- Câu 6.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có các cạnh bên bằng nhau và đáy  $ABCD$  là hình vuông. Khi đó hình chiếu vuông góc từ  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  
A. Trung điểm cạnh  $BC$ .                      B. Tâm đường tròn nội tiếp đáy.  
C. Giao điểm hai đường chéo của  $ABCD$ .                      D. Trung điểm cạnh  $AB$ .

Lời giải

Vì các cạnh bên của hình chóp bằng nhau nên hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Trong bài toán này, đáy  $ABCD$  là hình vuông nên tâm đường tròn ngoại tiếp chính là giao điểm hai đường chéo.

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là tứ giác lồi và  $SA \perp (ABCD)$  (xem hình vẽ).



Góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là

- A.  $\widehat{SCA}$ .                      B.  $\widehat{SBA}$ .                      C.  $\widehat{SAB}$ .                      D.  $\widehat{SDA}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $SB \cap (ABCD) = \{B\}$  và  $SA \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = \widehat{SBA}.$$

**Câu 8.** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và  $a$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Chọn khẳng định **SAI**?

- A. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $b \parallel a$ .                      B. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$ .  
C. Nếu  $b \perp a$  thì  $b \parallel (P)$ .                      D. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \perp a$ .

**Lời giải**

Chọn C sai vì  $b$  có thể nằm trong  $(P)$ .

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật, tam giác  $SAB$  đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Góc phẳng nhị diện  $[S, AB, K]$ :

- A.  $\widehat{SHK}$ .                      B.  $\widehat{SAD}$ .                      C.  $\widehat{SAK}$ .                      D.  $\widehat{SAC}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 10.** Phương trình  $\log_2(x-2) = 3$  có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.

**Lời giải**

Ta có  $\log_2(x-2) = 3 \Leftrightarrow x-2 = 2^3 \Leftrightarrow x = 10$ , do vậy phương trình  $\log_2(x-2) = 3$  có đúng một nghiệm thực.

**Câu 11.** Khẳng định nào sau đây đúng:

- A.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \forall a \in \mathbb{R}$ .                      B.  $a^{-n}$  xác định  $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \forall n \in \mathbb{N}$ .  
C.  $a^0 = 1; \forall a \in \mathbb{R}$ .                      D.  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; \forall a \in \mathbb{R}; \forall m, n \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có

$a^{-n}$  xác định với mọi  $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; \forall n \in \mathbb{N}$ .

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \forall a \neq 0.$$

$$a^0 = 1; \forall a \neq 0.$$

Với  $a > 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$  thì  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

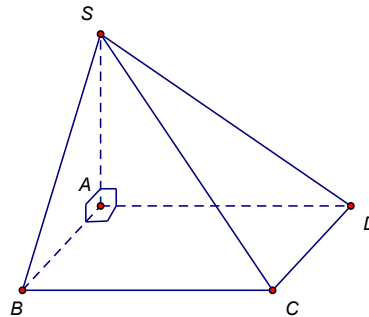
A.  $SC \perp SB$ .

B.  $BC \perp SB$ .

C.  $BC \perp SC$ .

D.  $SB \perp SA$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có: } \begin{cases} SA \perp BC \\ BC \perp AB \\ SA, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

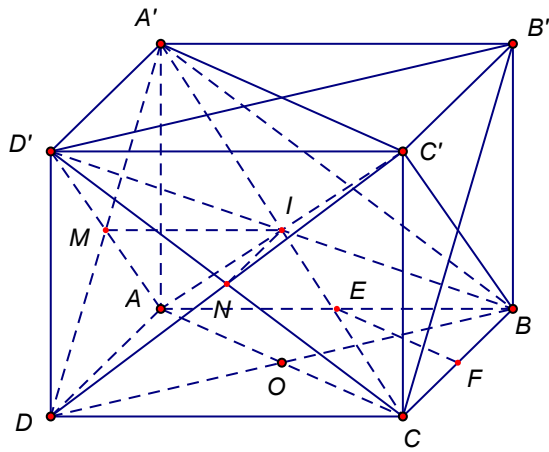
$$\text{Mà } SB \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ .

- a) Góc giữa đường thẳng  $BD'$  và mặt phẳng  $(A'B'CD)$  bằng  $90^\circ$ .
- b) Góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(CB'D')$  bằng  $90^\circ$ .
- c) Góc giữa đường thẳng  $AC'$  và mặt phẳng  $(A'BCD')$  bằng  $90^\circ$ .
- d) Góc giữa đường thẳng  $EF$  và mặt phẳng  $(BB'D'D)$  bằng  $90^\circ$ .

**Lời giải**



a. Gọi  $M, I$  lần lượt là trung điểm  $A'D$  và tâm của hình chữ nhật  $A'B'CD$ .

Ta có  $I = BD' \cap (A'B'CD)$ .

$$\begin{cases} D'M \perp A'D \\ D'M \perp CD \end{cases} \Rightarrow D'M \perp (A'B'CD).$$

Hay ta có góc giữa đường thẳng  $BD'$  với  $(A'B'CD)$  chính là góc giữa  $D'I$  với  $(A'B'CD)$ .

Vậy  $\alpha = \widehat{D'IM}$  là góc giữa  $BD'$  với  $(A'B'CD)$ .

Xét  $\Delta D'MI$  vuông tại  $M$ :  $\tan \alpha = \frac{D'M}{MI} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $BD'$  và mặt phẳng

$(A'BCD')$  không bằng  $90^\circ$ .

**Chọn SAI.**

b. Gọi  $N$  lần lượt là trung điểm  $D'C$ , ta có:  $\begin{cases} C'N \perp CD' \\ C'N \perp BC \end{cases} \Rightarrow C'N \perp (A'BCD')$

Khi đó  $\widehat{(AC', (A'BCD'))} = \widehat{C'IN}$ . Mặt khác  $\tan \widehat{C'IN} = \frac{C'N}{IN} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{2}$ .

Góc giữa đường thẳng  $BD'$  và mặt phẳng  $(A'BCD')$  không bằng  $90^\circ$ .

**Chọn SAI.**

c. Vì  $C'B' = C'C = C'D'$  nên  $C'$  nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CB'D'$ .

Tương tự, ta có  $AB' = AC = AD'$  nên  $A$  nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CB'D'$ .

Suy ra  $AC' \perp (CB'D')$ .

Góc giữa đường thẳng  $BD'$  và mặt phẳng  $(A'BCD')$  bằng  $90^\circ$ .

**Chọn ĐÚNG.**

d. Ta có  $AC \perp (BB'D'D)$ ,  $AC \parallel MN$ . Suy ra  $MN \perp (BB'D'D)$ .

Vậy góc giữa đường thẳng  $BD'$  và mặt phẳng  $(A'BCD')$  bằng  $90^\circ$ .

**Chọn ĐÚNG.**

**Câu 2.** Cho phương trình  $4x^2 + (m-2).2x^2 - 2m = 0$  (1).

a) Khi  $m = -1$  thì phương trình (1) có đúng hai nghiệm và hai nghiệm đó trái dấu nhau.

**b)** Khi phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt  $x_1 > x_2 > 0 > x_3 > x_4$ ; số giá trị nguyên  $m$  để  $x_1 + x_2 < 3$  là 14.

**c)** Khi  $m < -1$  thì phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.

**d)** Phương trình (1) luôn có ít nhất hai nghiệm.

### Lời giải

Ta có:  $4^{x^2} + (m-2).2^{x^2} - 2m = 0 \Leftrightarrow 4^{x^2} - 2.2^{x^2} + m.2^{x^2} - 2m = 0 \Leftrightarrow (2^{x^2} + m).(2^{x^2} - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} = -m \\ 2^{x^2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} = -m \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

**Ý a)** Sai.

Khi  $m = -1$  thì phương trình đã cho thành  $\begin{cases} x^2 = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ .

**Ý b)** Đúng.

**Ý c)** Sai.

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $2^{x^2} = -m$  có hai nghiệm phân biệt và  $m \neq -2$  khi và chỉ khi  $m < -1$ ;  $m \neq -2$ .

**Ý d)** Sai. Khi  $m < -1$ ;  $m \neq -2$  thì phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt:

$$-1; 1; -\sqrt{\log_2(-m)}; \sqrt{\log_2(-m)}$$

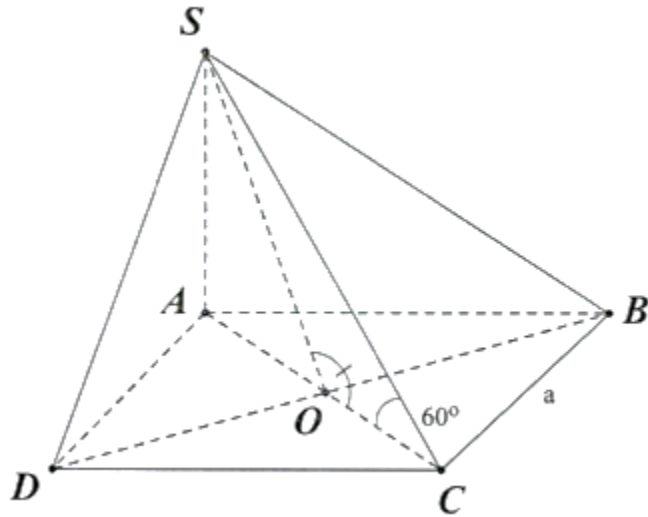
Theo đề  $1 + \sqrt{\log_2(-m)} < 3 \Leftrightarrow \sqrt{\log_2(-m)} < 2 \Leftrightarrow \log_2(-m) < 4 \Leftrightarrow m > -16$ .

Do đó  $-16 < m < -1$ ;  $m \neq -2$ . Suy ra có 13 giá trị nguyên của  $m$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Biết góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $60^\circ$ . Tính góc phẳng nhị diện  $[S, BD, C]$ ? (làm tròn đến hàng đơn vị)

### Lời giải



Ta có:  $SA \perp (ABCD)$  tại  $A$  và  $SC$  cắt mp  $(ABCD)$  tại  $C$   
 $\Rightarrow AC$  là hình chiếu của  $SC$  trên mp  $(ABCD)$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 60^\circ$$

$$\text{Ta có: } \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}a$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

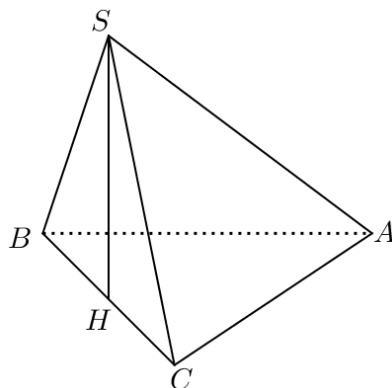
$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SBD) \cap (CBD) = BD \\ \text{Trong } (CBD), CO \perp BD \Rightarrow [S, BD, C] = \widehat{SOC} \\ \text{Trong } (SBC), SO \perp BD \end{cases}$$

$$\text{Xét } \triangle SAO \text{ vuông tại } A: \tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \frac{a\sqrt{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 73,9^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{SOC} = 106,1^\circ$$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $BC = a\sqrt{2}$  các cạnh còn lại đều bằng  $a$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$  (đơn vị: độ)

**Lời giải**



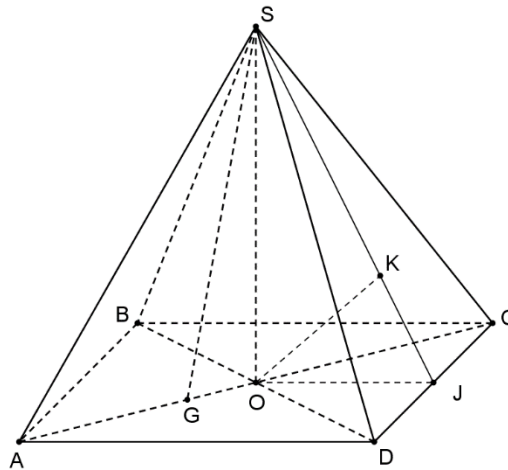
Gọi  $\alpha = (\widehat{SB, AC})$ . Do  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  nên tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

$$\text{Ta có } \cos \alpha = \frac{|\overline{SB} \cdot \overline{AC}|}{|\overline{SB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{|(\overline{AB} - \overline{AS}) \cdot \overline{AC}|}{a^2} = \frac{|\overline{AB} \cdot \overline{AC} - \overline{AS} \cdot \overline{AC}|}{a^2} = \frac{|\overline{AS} \cdot \overline{AC}|}{a^2}$$

$$= \frac{|SA \cdot AC \cdot \cos 60^\circ|}{a^2} = \cos 60^\circ. \text{ Khi đó } \alpha = (\widehat{SB, AC}) = 60^\circ$$

**Câu 3.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $SA = 2a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABD$ ,  $\alpha$  là góc hợp bởi đường thẳng  $SG$  và mặt phẳng  $(SCD)$ . Biết  $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{105}}{b}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0, \frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính tổng  $a + b$

**Lời giải**



Ta có:  $\sin \alpha = \frac{d(G, (SCD))}{SG}$

Gọi  $O = AC \cap BD$ . Gọi  $K$  là hình chiếu của  $O$  lên  $SJ$

Do  $S.ABCD$  là hình chóp đều nên  $SO \perp (ABCD)$  và  $ABCD$  là hình vuông.

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp OJ \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOJ) \Rightarrow (SCD) \perp (SOJ).$$

Do  $OK \perp SJ \Rightarrow OK \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OK$ .

Mặt khác:  $\frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{GC}{OC} = \frac{4}{3}$

Có  $SO = \frac{a\sqrt{14}}{2}$ ;  $OJ = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2}$ .

$$SJ = \sqrt{SO^2 + OJ^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}, \quad OK = \frac{SO \cdot OJ}{SJ} = \frac{a\sqrt{210}}{30}.$$

Mà  $\frac{d(G, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{GC}{OC} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(G, (SCD)) = \frac{4}{3}d(O, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{210}}{45}$ .

$$SG = \sqrt{SO^2 + OG^2} = \frac{4a\sqrt{2}}{3}. \text{ Vậy } \sin \alpha = \frac{d(G, (SCD))}{SG} = \frac{\sqrt{105}}{30} \text{ nên } a + b = 31$$

**Câu 4.** Ngân hàng thường tính lãi suất cho khách hàng theo thể thức lãi kép theo định kì, tức là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp. Nếu một người gửi số tiền  $P$  với lãi suất  $r$  mỗi kì thì sau  $N$  kì, số tiền người đó thu được (cả vốn lẫn lãi) được tính theo công thức lãi kép sau:  $A = P(1+r)^N$ .

Bác Nam gửi tiết kiệm số tiền 100 triệu đồng kì hạn một năm với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi số tiền lãi bác Nam thu được sau 10 năm là bao nhiêu triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

**Lời giải**

+ Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bác Nam thu được là :

$$A = P(1+r)^N = 100(1+0,08)^{10} \approx 215,892 \text{ triệu đồng.}$$

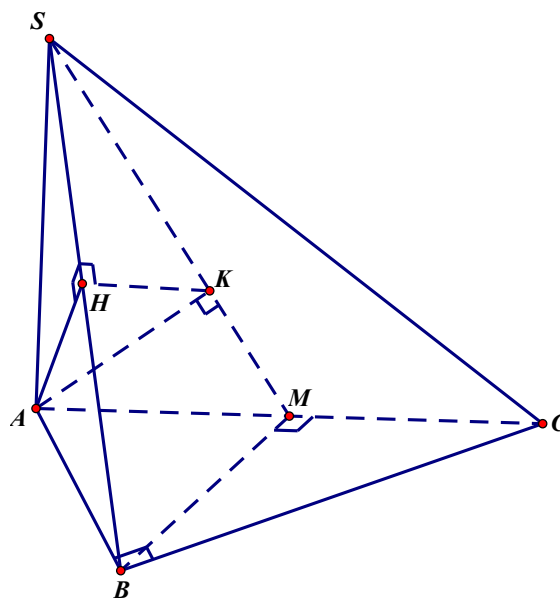
+ Suy ra số tiền lãi bác Nam thu được sau 10 năm là:

$$215,892 - 100 = 115,892 \approx 116 \text{ triệu đồng.}$$

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $BC = a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SBM)$  và  $(SAB)$ ?

**Lời giải**



Kẻ  $AH \perp SB$  và  $AK \perp SM$ .

Vì tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  và  $BC = a$  cùng với  $SA \perp (ABC)$  nên suy ra  $BM \perp (SAC)$  và

$$BM = AM = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Do đó } BM \perp AK.$$

Từ  $BM \perp AK$  và  $AK \perp SM$  suy ra  $AK \perp (SBM) \Rightarrow AK \perp SB$ .

Từ  $AH \perp SB$  và  $AK \perp SB$  ta có  $(AHK) \perp SB$ . Do đó, góc giữa hai mặt phẳng  $(SBM)$  và  $(SAB)$  bằng hoặc bù với góc  $\widehat{AHK}$ .

Ta có:

$$AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$AK = \frac{SA \cdot AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Từ  $(AHK) \perp SB$  ta có  $HK \perp SB$  nên  $\Delta SHK \sim \Delta SMB$ , do đó  $\frac{HK}{MB} = \frac{SK}{SB}$ .

Mặt khác

$$SK \cdot SM = SA^2 \Rightarrow SK = \frac{SA^2}{SM} = \frac{(a\sqrt{3})^2}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{3a\sqrt{14}}{7};$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a;$$

$$\text{Nên } \frac{HK}{MB} = \frac{SK}{SB} = \frac{3\sqrt{14}}{14} \Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{14}}{14} \cdot MB = \frac{3\sqrt{14}}{14} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}.$$

Trong tam giác  $AHK$  ta có:

$$\cos \widehat{AHK} = \frac{AH^2 + HK^2 - AK^2}{2 \cdot AH \cdot HK} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a\sqrt{7}}{14}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{21}}{7}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{7}}{14}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\Rightarrow \widehat{AHK} \approx 49^{\circ}6'.$$

Vậy  $((SBM), (SBC)) \approx 49^{\circ}6'$ .

**Câu 2.** Anh Tâm vay ngân hàng 50 triệu đồng, mỗi tháng trả góp cho ngân hàng 3 triệu đồng và phải chịu lãi suất của số tiền chưa trả là 0,7%/tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì anh Tâm trả hết tiền nợ ngân hàng?

#### Lời giải

Đặt  $A = 50$  triệu đồng;  $r = 0,7\%$ ,  $m = 3$  triệu đồng.

Số tiền anh Tâm còn nợ sau tháng thứ nhất là:  $T_1 = A(1+r) - m$ .

Số tiền anh Tâm còn nợ sau tháng thứ hai là:  $T_2 = T_1(1+r) - m = A(1+r)^2 - m \cdot (1+r) - m$ .

Số tiền anh Tâm còn nợ sau tháng thứ  $n$  là:

$$T_n = A(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - \dots - m(1+r) - m = A(1+r)^n - m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Để sau tháng thứ  $n$  anh Tâm trả hết tiền nợ ngân hàng thì  $T_n = 0$

$$\Rightarrow A(1+r)^n - m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow 50(1+0,7\%)^n = 3 \cdot \frac{(1+0,7\%)^n - 1}{0,7\%} \Leftrightarrow n \approx 17,78.$$

Vậy cần ít nhất 18 tháng thì anh Tâm trả hết tiền nợ ngân hàng.

**Câu 3.** Số ca nhiễm Covid – 19 trong cộng đồng ở một tỉnh vào ngày thứ  $x$  trong một giai đoạn được ước tính theo công thức  $f(x) = A \cdot e^{rx}$  trong đó  $A$  là số ca nhiễm ở ngày đầu của giai đoạn,  $r$  là tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày của giai đoạn đó và trong cùng một giai đoạn thì  $r$  không đổi. Giai đoạn thứ nhất tính từ ngày tính đó có 9 ca bệnh đầu tiên và không dùng biện pháp phòng chống lây nhiễm nào thì đến ngày thứ 6 số ca bệnh của tỉnh là 180 ca. Giai đoạn thứ hai (kể từ ngày thứ 7 trở đi) tỉnh đó áp dụng các biện pháp phòng chống lây nhiễm nên tỷ lệ gia tăng số ca nhiễm hàng ngày giảm đi 10 lần so với giai đoạn trước. Đến ngày thứ 6 của giai đoạn hai thì số ca mắc bệnh là bao nhiêu?

#### Lời giải

\* Giai đoạn 1:

$$\text{Ta có: } 180 = 9 \cdot e^{r \cdot 6} \Rightarrow r = \frac{1}{6} \ln 20$$

\* Giai đoạn 2:

Đến ngày thứ 6 của giai đoạn hai thì số ca mắc bệnh của tỉnh là  $f(x) = 180 \cdot e^{\frac{r}{10} \cdot 6} \approx 243$  (người)

**Câu 4.** Xác định các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - 2(m+2)6^x + (m^2 + 4m + 3)4^x = 0$  có hai nghiệm phân biệt?

**Lời giải**

$$\text{Xét phương trình: } 9^x - 2(m+2)6^x + (m^2 + 4m + 3)4^x = 0$$

$$\text{Chia cả hai vế của phương trình cho } 4^x \text{ ta được } \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2(m+2)\left(\frac{3}{2}\right)^x + m^2 + 4m + 3 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{3}{2}\right)^x, (t > 0) \text{ khi đó phương trình trở thành: } t^2 - 2(m+2)t + m^2 + 4m + 3 = 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - m^2 - 4m - 3 > 0 \\ 2(m+2) > 0 \\ m^2 + 4m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m > -2 \\ m \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m > -1.$$

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Tính  $I = \log_{\sqrt{a}} a$ .

A.  $I = \frac{1}{2}$

B.  $I = 2$

C.  $I = 0$

D.  $I = -2$ .

**Câu 2.** Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và  $c$  khi  $b$  song song với  $c$  hoặc  $b$  trùng với  $c$ .

B. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.

C. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và  $c$  thì  $b$  song song với  $c$ .

D. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian bằng góc giữa đường thẳng  $a'$  và  $b'$  tương ứng vuông góc với  $a$  và  $b$ .

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $3^{1-2x} = 27$  là

A.  $x = 3$ .

B.  $x = 1$

C.  $x = 2$ .

D.  $x = -1$ .

**Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong hai mặt phẳng, có một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

B. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Câu 5.** Điều kiện xác định của  $x^{-3}$  là:

A.  $x \in \mathbb{R}$ .

B.  $x \geq 0$ .

C.  $x \neq 0$ .

D.  $x > 0$ .

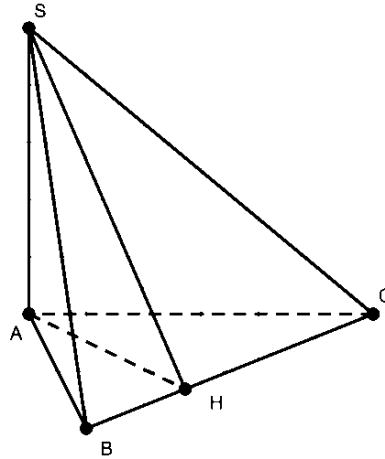
**Câu 6.** Với  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $\alpha, \beta$  là các số thực bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$ .      B.  $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$ .      C.  $\frac{a^\alpha}{b^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$ .      D.  $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$ .

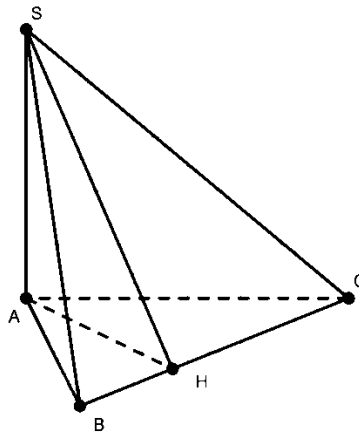
**Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(5x+3) = \log_3(7x+5)$ .

- A.  $x = 64$ .      B.  $x = 12$ .      C.  $x \in \emptyset$ .      D.  $x = 81$ .

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  như hình vẽ. Biết  $SA \perp (ABC)$ , H là điểm thuộc đoạn thẳng BC. Xác định góc nhị diện  $[H, SA, B]$ .



- A.  $\widehat{HAB}$ .      B.  $\widehat{CAH}$ .      C.  $\widehat{CHA}$ .      D.  $\widehat{HBA}$ .



**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$  với  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA = 3a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là:

- A.  $\widehat{SAD}$ .      B.  $\widehat{SDA}$ .      C.  $\widehat{BSD}$ .      D.  $\widehat{SBA}$ .

**Câu 10.** Một đường thẳng  $b$  vuông góc với một đường thẳng  $c$  nằm trong  $(Q)$  và  $b$  không vuông góc với  $(Q)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng  $b$  và vuông góc với  $(Q)$ ?

- A. 0.      B. 2.      C. Vô số.      D. 1.

**Câu 11.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hàm số  $y = a^x$  ( $a > 1$ ) nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
- B. Đồ thị hàm số  $y = a^x$  ( $0 < a \neq 1$ ) luôn đi qua điểm có tọa độ  $(a; 1)$ .
- C. Hàm số  $y = a^x$  ( $0 < a < 1$ ) đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- D. Hàm số  $y = a^x$  ( $0 < a \neq 1$ ) có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và tập giá trị là  $(0; +\infty)$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SC, SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $AH \perp (SCD)$ .
- B.  $BC \perp (SAC)$ .
- C.  $AK \perp (SCD)$ .**
- D.  $BD \perp (SAC)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $4^x - 2 \cdot 2^x - m = 0$  (1)

- a) Đặt  $t = 2^x$  ( $t > 0$ ) phương trình (1) trở thành phương trình:  $t^2 - 2t - m = 0$  (2)
- b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi  $-1 < m < 0$
- c) Phương trình (1) có nghiệm  $x > 1$  khi  $m > 0$
- d) Khi  $m = 15$  phương trình (1) có nghiệm  $x = 5$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{6}$ .

- a) Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$ , ta có  $\tan \alpha = \sqrt{7}$ .
- b) Gọi  $\beta$  là góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$ , ta có  $\tan \beta = \frac{\sqrt{13}}{13}$ .
- c) Góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ .
- d) Gọi  $\gamma$  là góc giữa  $AC$  và  $(SBC)$ , ta có  $\sin \gamma = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với đáy. Biết  $SA = SB = 3a, AB = 4a, BC = 5a$ . Góc nhị diện  $[A, CD, S]$  bằng  $\alpha^\circ$ . Khi đó

$$\tan \alpha = \frac{m\sqrt{5}}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \text{ và } \frac{m}{n} \text{ là phân số rút gọn. Tính } m + n$$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , các cạnh bên đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $AC$  (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{3}a$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAD)$ ? (làm tròn đến hàng phần chục)

**Câu 4.** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 8% trên năm. Giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi. Sau 10 năm người đó lãi được bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn triệu đồng).

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $AB = AC = a$ ,  $SO \perp (ABCD)$ ,

$$SA = \frac{\sqrt{13}a}{4}. \text{ Tính số đo của góc nhị diện } [A, BC, S]$$

**Câu 2.** Tìm tham số  $m$  để phương trình  $9^x - 2(m+3)3^x + m^2 + 2 = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 > 3$ .

**Câu 3.** Bác An gửi ngân hàng số tiền 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép với kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 3,5%/ kỳ. Số tiền cả vốn và lãi được ngân hàng tính theo công thức  $T = T_0(1+r)^n$ , trong đó  $T_0$  là số tiền gốc và  $n$  là số kỳ đã gửi. Hỏi sau 3 năm bác An mới rút tiền thì bác thu được số tiền lãi là bao nhiêu triệu đồng?

**Câu 4.** Gọi  $N(t)$  là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ  $t$  năm trước đây thì ta có công thức  $N(t) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}}$  (%) với  $A$  là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 79%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho  $a$  là số thực dương khác 1. Tính  $I = \log_{\sqrt{a}} a$ .

- A.  $I = \frac{1}{2}$                       B.  $I = 2$                       C.  $I = 0$                       D.  $I = -2$ .

**Lời giải**

Với  $a$  là số thực dương khác 1 ta được:  $I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{\frac{1}{a^2}} a = 2 \log_a a = 2$

**Câu 2.** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và  $c$  khi  $b$  song song với  $c$  hoặc  $b$  trùng với  $c$ .  
B. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.  
C. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa đường thẳng  $a$  và  $c$  thì  $b$  song song với  $c$ .  
D. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian bằng góc giữa đường thẳng  $a'$  và  $b'$  tương ứng vuông góc với  $a$  và  $b$ .

**Lời giải**

Lý thuyết 1

**Câu 3.** Nghiệm của phương trình  $3^{1-2x} = 27$  là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = 1$                       C.  $x = 2$ .                      D.  $x = -1$ .

**Lời giải**

$$3^{1-2x} = 27 \Leftrightarrow 1-2x = 3 \Leftrightarrow x = -1$$

**Câu 4.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Trong hai mặt phẳng, có một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng vuông góc với nhau.  
B. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.  
C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.  
D. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**Lời giải**

Theo định lý về điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc, ta có một mặt phẳng chứa một đường thẳng mà vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng vuông góc.

**Câu 5.** Điều kiện xác định của  $x^{-3}$  là:

- A.  $x \in \mathbb{R}$ .                      B.  $x \geq 0$ .                      C.  $x \neq 0$ .                      D.  $x > 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 6.** Với  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $\alpha, \beta$  là các số thực bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

A.  $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$ .

B.  $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$ .

C.  $\frac{a^\alpha}{b^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$ .

D.  $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$ .

**Lời giải**

Theo tính chất lũy thừa chọn A

**Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $\log_3(5x+3) = \log_3(7x+5)$ .

A.  $x = 64$ .

B.  $x = 12$ .

C.  $x \in \emptyset$ .

D.  $x = 81$ .

**Lời giải**

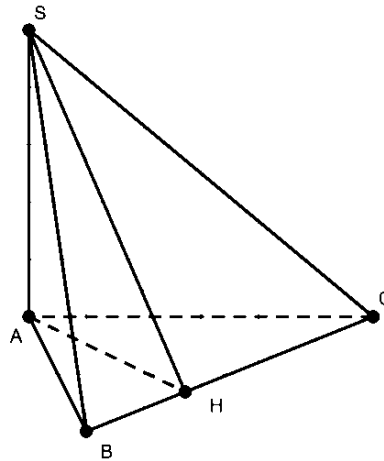
**Chọn C**

Điều kiện xác định: 
$$\begin{cases} 5x+3 > 0 \\ 7x+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{5} \\ x > -\frac{5}{7} \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{3}{5}.$$

Ta có:  $\log_3(5x+3) = \log_3(7x+5) \Leftrightarrow 5x+3 = 7x+5 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$  (không thỏa mãn).

Vậy phương trình vô nghiệm

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  như hình vẽ. Biết  $SA \perp (ABC)$ , H là điểm thuộc đoạn thẳng BC. Xác định góc nhị diện  $[H, SA, B]$ .

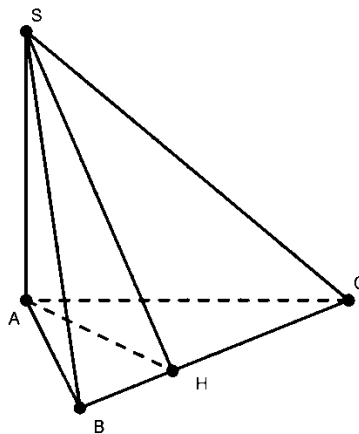


A.  $\widehat{HAB}$ .

B.  $\widehat{CAH}$ .

C.  $\widehat{CHA}$ .

D.  $\widehat{HBA}$ .



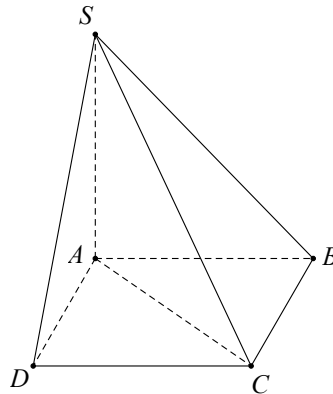
**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Vì } SA \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} AB \perp SA \\ AH \perp SA \end{cases} \Rightarrow (H, SA, B) = \widehat{HAB}$$

- Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$  với  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA = 3a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là:
- A.  $\widehat{SAD}$ .                      B.  $\widehat{SDA}$ .                      C.  $\widehat{BSD}$ .                      D.  $\widehat{SBA}$ .

**Lời giải**



Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $AB$   
 $\Rightarrow (SB; (ABCD)) = (SB; AB) = \widehat{SBA}$

- Câu 10.** Một đường thẳng  $b$  vuông góc với một đường thẳng  $c$  nằm trong  $(Q)$  và  $b$  không vuông góc với  $(Q)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng  $b$  và vuông góc với  $(Q)$ ?
- A. 0.                      B. 2.                      C. Vô số.                      D. 1.

**Lời giải**

Vì  $b$  không vuông góc với  $(Q)$  nên có duy nhất 1 mặt phẳng chứa  $b$  và vuông góc với  $(Q)$ .

- Câu 11.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
- A. Hàm số  $y = a^x$  ( $a > 1$ ) nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
- B. Đồ thị hàm số  $y = a^x$  ( $0 < a \neq 1$ ) luôn đi qua điểm có tọa độ  $(a; 1)$ .
- C. Hàm số  $y = a^x$  ( $0 < a < 1$ ) đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .
- D. Hàm số  $y = a^x$  ( $0 < a \neq 1$ ) có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và tập giá trị là  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

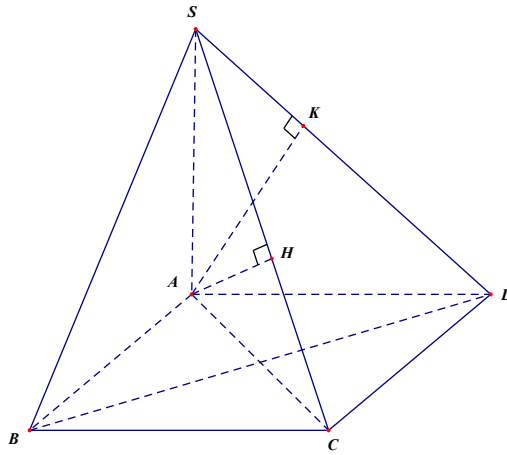
Nếu  $a > 1$  thì hàm số  $y = a^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Nếu  $0 < a < 1$  thì hàm số  $y = a^x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

Với  $x = a$  thì  $y = a^a \neq 1$  với mọi  $0 < a \neq 1$ .

- Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SC$ ,  $SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $AH \perp (SCD)$ .                      B.  $BC \perp (SAC)$ .                      C.  $AK \perp (SCD)$ .                      D.  $BD \perp (SAC)$ .

**Lời giải**



Ta có  $\begin{cases} SA \perp CD \\ AD \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$ .

Lại có  $SD \perp AK$ .

Suy ra  $AK \perp (SCD)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho phương trình  $4^x - 2 \cdot 2^x - m = 0$  (1)

a) Đặt  $t = 2^x$  ( $t > 0$ ) phương trình (1) trở thành phương trình:  $t^2 - 2t - m = 0$  (2)

b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi  $-1 < m < 0$

c) Phương trình (1) có nghiệm  $x > 1$  khi  $m > 0$

d) Khi  $m = 15$  phương trình (1) có nghiệm  $x = 5$

**Lời giải** Đúng.

Khi đặt  $t = 2^x$  ( $t > 0$ ) thì  $4^x = t^2$  nên phương trình (1) trở thành  $t^2 - 2t - m = 0$  (2) Sai.

Khi  $m = 15$ . Đặt  $t = 2^x$  ( $t > 0$ ) phương trình trở thành  $t^2 - 2t - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3(l) \\ t = 5(tm) \end{cases} \Leftrightarrow t = 5$

Với  $t = 5$  ta có  $2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5$ . Đúng.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m > 0 \\ 2 > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0 \text{ Đúng}$$

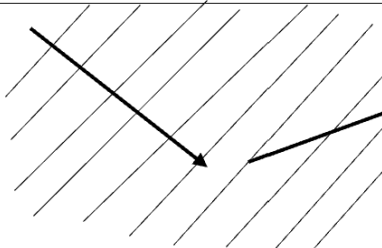
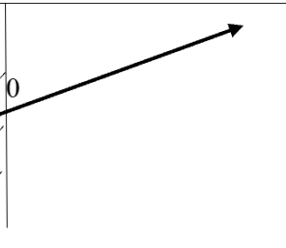
Để phương trình (1) có nghiệm lớn hơn 1 thì phương trình (2) có nghiệm lớn hơn 2

(vì  $x > 1 \Rightarrow 2^x > 2 \Rightarrow t > 2$ )

Ta cần tìm  $m$  sao cho phương trình  $t^2 - 2t - m = 0$  có nghiệm  $t > 2$

Tức là đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị  $f(t) = t^2 - 2t$  tại điểm có hoành độ lớn hơn 2

Bảng biến thiên  $f(t)$

$t$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(t)$				

Từ bảng biến thiên có  $m > 0$

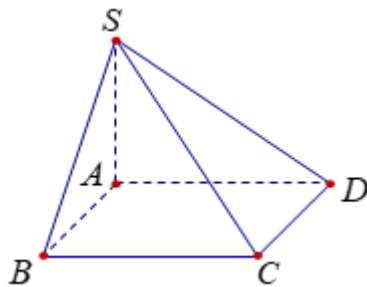
**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{6}$ .

**a)** Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$ , ta có  $\tan \alpha = \sqrt{7}$ . **b)** Gọi  $\beta$  là góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$ , ta có  $\tan \beta = \frac{\sqrt{13}}{13}$ .

**c)** Góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . **d)** Gọi  $\gamma$  là góc giữa  $AC$  và  $(SBC)$ , ta có  $\sin \gamma = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

### Lời giải

Ý a) Đ



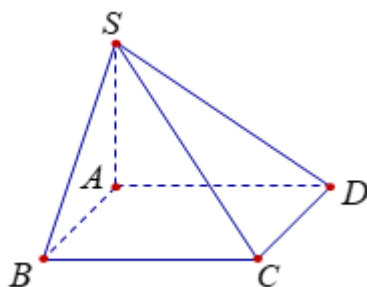
Ta có  $AC$  là hình chiếu của  $SC$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Vậy góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $AC$  và bằng góc  $\widehat{SCA}$ .

Tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$ , có  $SA = a\sqrt{6}$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ .

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}. \text{ Vậy } \widehat{SCA} = 60^\circ.$$

Ý b) s



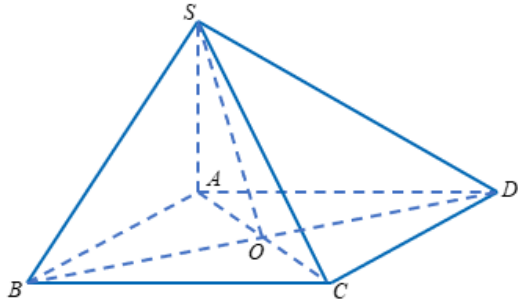
Ta có  $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB).$

$SB$  là hình chiếu của  $SC$  trên mặt phẳng  $(SAB)$ , do đó góc giữa  $SC$  và  $(SAB)$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $SB$  và bằng góc  $\widehat{BSC}$ .

Tam giác  $SBC$  vuông tại  $B$ , có  $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{7}$ ,  $BC = a$ .

$$\tan \alpha = \tan \widehat{BSC} = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}.$$

Ý c) Đ



Gọi  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ . Ta có  $AC \perp BD$  tại  $O$ .

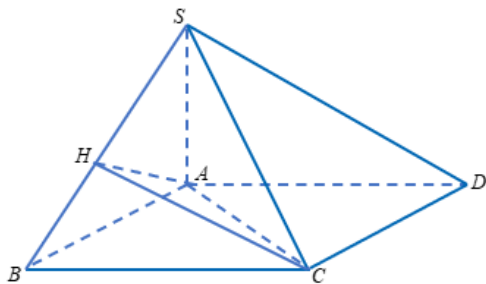
Ta có  $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC), O \in (SAC).$

Khi đó góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $SO$  và bằng góc  $\widehat{BSO}$ .

$$OB = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{7a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{26}}{2}.$$

Tam giác  $SBO$  vuông tại  $O$ , có  $\tan \beta = \tan \widehat{BSO} = \frac{BO}{SO} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{26}}{2}} = \frac{\sqrt{13}}{13}.$

Ý d) Đ



Trong tam giác  $SAB$ , kẻ  $AH \perp SB$  tại  $H$ ;  $BC \perp AH$  (do  $BC \perp (SAB)$ )

Suy ra  $AH \perp (SBC)$ .

Ta có  $HC$  là hình chiếu của  $AC$  trên  $(SBC)$  nên góc giữa  $AC$  và  $(SBC)$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $HC$  và bằng góc  $\widehat{ACH}$ .

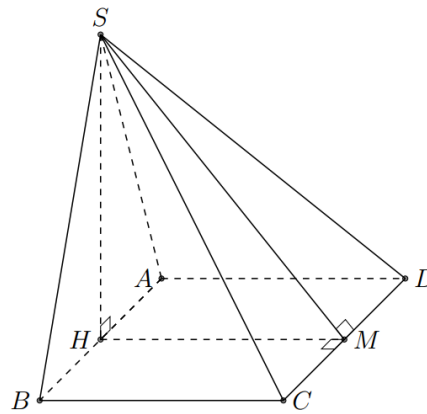
Tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ , có  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{7}{6a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{42}}{7}$ .

Tam giác  $ACH$  vuông tại  $H$ , có  $\sin \gamma = \sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC} = \frac{\frac{a\sqrt{42}}{7}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với đáy. Biết  $SA = SB = 3a, AB = 4a, BC = 5a$ . Góc nhị diện  $[A, CD, S]$  bằng  $\alpha^\circ$ . Khi đó  $\tan \alpha = \frac{m\sqrt{5}}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$  và  $\frac{m}{n}$  là phân số rút gọn. Tính  $m + n$

**Lời giải**



Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Vì mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với đáy và tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  nên  $SH$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CD$ . Khi đó  $CD \perp HM$  (1)

Mặt khác  $CD \perp SH$  ( $SH \perp (ABCD)$ ).

Suy ra  $CD$  vuông góc với mặt phẳng  $(SHM)$ . Suy ra  $CD \perp SM$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra góc nhị diện giữa hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(ABCD)$  là  $\widehat{SMH}$ .

Ta có:

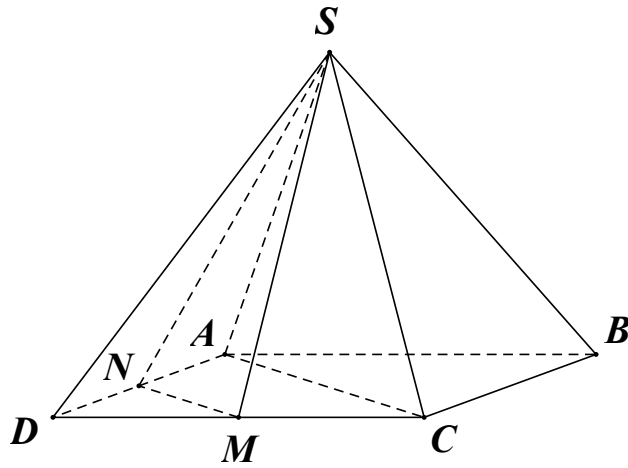
$$HM = 5a.$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{5}a.$$

$$\tan \widehat{SMH} = \frac{SH}{HM} = \frac{\sqrt{5}a}{5a} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , các cạnh bên đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $AC$  (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**



Gọi  $N$  là trung điểm của  $AD$ . Khi đó  $MN \parallel AC$  nên  $(SM, AC) = (SM, MN)$ .

$$ABCD \text{ là hình vuông cạnh } a \Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\triangle SCD \text{ là tam giác đều cạnh } a \Rightarrow SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\triangle SAD \text{ là tam giác đều cạnh } a \Rightarrow SN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$SM = SN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle SMN \text{ cân tại } S \Rightarrow \widehat{SMN} < 90^\circ.$$

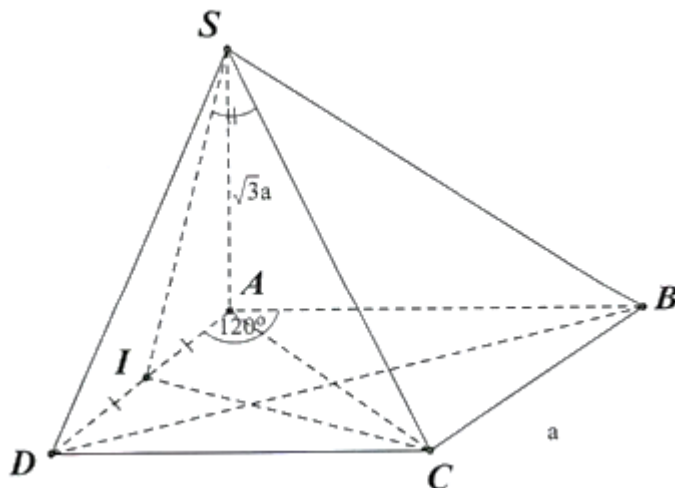
$$\text{Vậy: } (SM, AC) = (SM, MN) = \widehat{SMN}.$$

$$\text{Trong } \triangle SMN, \text{ ta có: } \cos \widehat{SMN} = \frac{SM^2 + MN^2 - SN^2}{2SM \cdot SN} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{2} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6} \approx 0,41.$$

$$\text{Vậy: } \cos(SM, AC) = \cos \widehat{SMN} \approx 0,41.$$

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{3}a$ . Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAD)$ ? (làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**



Xét  $\triangle ADC$  cân tại  $D$ , có  $\widehat{D} = 60^\circ$  nên  $\triangle ADC$  đều.

Kẻ  $CI \perp AD$

Ta có:  $CI \perp SA \Rightarrow CI \perp (SAD)$  tại  $I$  và  $SC$  cắt mp  $(SAD)$  tại  $S \Rightarrow SI$  là hình chiếu của  $SC$  trên mp  $(SAD)$

$$\Rightarrow (SC, (SAD)) = (SC, SI) = \widehat{CSI}$$

$$\text{Ta có: } SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}a$$

$$\text{Xét } \Delta SCI \text{ vuông tại } I: \tan \widehat{CSI} = \frac{SI}{IC} = \frac{\frac{a\sqrt{13}}{2}}{\frac{\sqrt{3}a}{2}} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow \widehat{CSI} \approx 64,3^\circ$$

**Câu 4.** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 8% trên năm. Giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi. Sau 10 năm người đó lãi được bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn triệu đồng).

**Lời giải**

Đặt  $A = 100$  (triệu đồng),  $r = 0,08$ .

Sau 1 năm số tiền cả gốc và lãi là:  $A_1 = A + A.r = A(1+r)$ .

Sau 2 năm số tiền cả gốc và lãi là:  $A_2 = A_1 + A_1.r = A_1(1+r) = A(1+r)^2$ .

Sau 3 năm số tiền cả gốc và lãi là:  $A_3 = A_2 + A_2.r = A_2(1+r) = A(1+r)^3$ .

.....

Sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi là:

$$A_{10} = A_9 + A_9.r = A_9(1+r) = A(1+r)^{10} = 100.(1+0,08)^{10} \text{ (triệu đồng)}$$

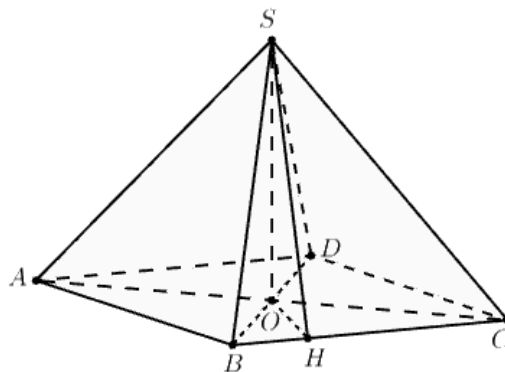
Số tiền lãi sau 10 năm là:  $100.(1+0,08)^{10} - 100 \approx 115,892 \approx 116$  (triệu đồng).

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $AB = AC = a$ ,  $SO \perp (ABCD)$ ,  $SA = \frac{\sqrt{13}a}{4}$ . Tính số đo của góc nhị diện  $[A, BC, S]$

**<TỰ LUẬN>**

**Lời giải**



+ Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên  $BC$ . Ta có  $SH \perp BC$  và  $OH \perp BC$  suy ra  $\widehat{SHO}$  là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện  $[A, BC, S]$ .

Ta có  $OC = \frac{a}{2}, OB = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, OS = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{3a}{4}$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Trong tam giác vuông  $SHO$  ta có  $\tan \widehat{SHO} = \frac{SO}{OH} = \sqrt{3}.$

Suy ra  $\widehat{SHO} = 60^\circ$ . Vậy số đo của góc nhị diện  $[A, BC, S]$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 2.** Tìm tham số  $m$  để phương trình  $9^x - 2(m+3)3^x + m^2 + 2 = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 > 3$ .

**Lời giải**

Đặt  $t = 3^x (t > 0)$ , phương trình đã cho trở thành:

$$t^2 - 2(m+3)t + m^2 + 2 = 0 (*)$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thì phương trình (\*) phải có hai nghiệm dương  $t_1; t_2$  phân biệt.

Ta có

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m+7 > 0 \\ 2(m+3) > 0 \\ m^2+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{-7}{6}. (1)$$

$$\text{Mà } x_1 + x_2 > 3 \Leftrightarrow 3^{x_1+x_2} > 3^3 \Leftrightarrow t_1 t_2 > 27 \Leftrightarrow m^2 + 2 > 27 \Leftrightarrow m^2 > 25 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < -5 \end{cases}. (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta được  $m > 5$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 3.** Bác An gửi ngân hàng số tiền 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép với kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 3,5%/ kỳ. Số tiền cả vốn và lãi được ngân hàng tính theo công thức  $T = T_0(1+r)^n$ , trong đó  $T_0$  là số tiền gốc và  $n$  là số kỳ đã gửi. Hỏi sau 3 năm bác An mới rút tiền thì bác thu được số tiền lãi là bao nhiêu triệu đồng?

**Lời giải**

Số tiền cả vốn và lãi sau 3 năm gửi là  $T = 200.(1+0,035)^6 \approx 245,85$  (triệu đồng).

Vậy số tiền lãi mà bác An thu được sau 3 năm gửi xấp xỉ là  $245,85 - 200 \approx 45,85$  (triệu đồng).

**Câu 4.** Gọi  $N(t)$  là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ  $t$  năm

trước đây thì ta có công thức  $N(t) = 100.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}}$  (%) với  $A$  là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi

khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 79%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

**Lời giải**

Theo bài ra ta có:

$$65 = 100.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow 0,65 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow \frac{3754}{A} = \log_{\frac{1}{2}} 0,65 \Leftrightarrow A = \frac{3754}{\log_{\frac{1}{2}} 0,65}$$

Do mẫu gỗ còn 79% lượng Cacbon 14 nên ta được:

$$79 = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow 0,79 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow \frac{t}{A} = \log_{\frac{1}{2}} 0,79 \Leftrightarrow t = A \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0,79 = \frac{3754}{\log_{\frac{1}{2}} 0,65} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 0,79 \approx 2054.$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

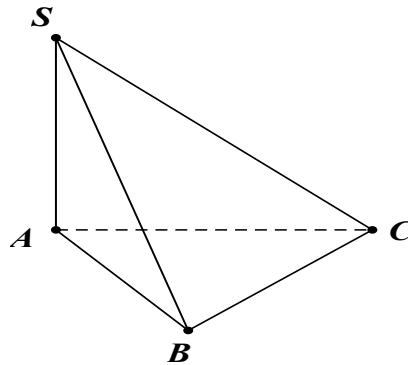
**Câu 1.** Phương trình  $2023^x = 1$  có nghiệm là

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 2023$ .                      C.  $x = 0$ .                      D.  $x = -1$ .

**Câu 2.** Cho  $0 < a \neq 1$ . Giá trị của  $\log_{a^5} a$  bằng

- A.  $\frac{1}{5}$ .                      B.  $-5$ .                      C.  $-\frac{1}{5}$ .                      D.  $5$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc nào trong các góc sau?

- A.  $\widehat{SCA}$ .                      B.  $\widehat{ASC}$ .                      C.  $\widehat{SCB}$ .                      D.  $\widehat{BSC}$ .

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'BC'D'$ . Tính góc giữa mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(ACC'A')$ .

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là

- A.  $(1; +\infty)$ .                      B.  $(-1; +\infty)$ .                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .                      D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 6.** Các đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì

- A. vuông góc với nhau.                      B. đồng phẳng.  
C. cùng nằm trong một mặt phẳng chứa  $\Delta$ .                      D. song song với nhau.

**Câu 7.** Giải phương trình  $\log_2(2x-1)=3$ .

A.  $x=2$ .

B.  $x=3$ .

C.  $x=\frac{9}{2}$ .

D.  $x=\frac{7}{2}$ .

**Câu 8.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hình lập phương có các mặt là các hình chữ nhật.

B. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và có các cạnh bên bằng nhau.

C. Hình lập phương có các mặt là các hình vuông.

D. Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

**Câu 9.** Tìm điều kiện của  $a$  để khẳng định  $\sqrt{(3-a)^2}=a-3$  là khẳng định **đúng**?

A.  $a \leq 3$ .

B.  $a > 3$ .

C.  $a \geq 3$ .

D.  $\forall a \in \mathbb{R}$ .

**Câu 10.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

A. Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

B. Hai đường thẳng được gọi là vuông góc với nhau, nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .

C. Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường này thì cũng vuông góc với đường kia.

D. Cho hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

**Câu 11.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3-x)$  là

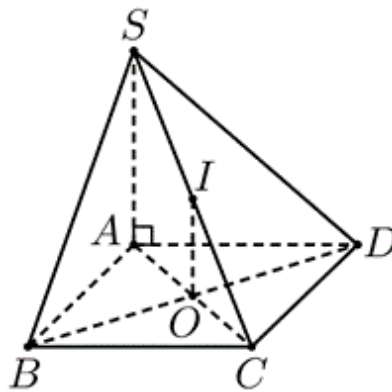
A.  $D = (-\infty; 3)$ .

B.  $D = (0; +\infty)$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = (3; +\infty)$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ , với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $I$  là trung điểm  $SC$  (tham khảo hình sau). Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?



A.  $SC \perp (ABCD)$ .

B.  $SB \perp (ABCD)$ .

C.  $SO \perp (ABCD)$ .

D.  $IO \perp (ABCD)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Biết  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SM$ .

a) Độ dài đoạn thẳng  $AH$  bằng  $\frac{6a}{11}$

b) Đường thẳng  $SH$  là hình chiếu của đường thẳng  $SA$  lên mặt phẳng  $(SBC)$

c) Đường thẳng  $AH$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ .

d) Cosin góc tạo bởi đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{\sqrt{11}}{33}$

**Câu 2.** Cho phương trình  $9^x - 3^{x+1} + 2m - 1 = 0$ . (1)

a) Khi  $m = \frac{1}{2}$ , đặt  $t = 3^x$  (điều kiện  $t > 0$ ), phương trình (1) trở thành  $t^2 - 3t = 0$ .

b) Tập xác định của hàm số  $y = (9^x - 3^{x+1})^{\frac{1}{3}}$  là  $D = (0; +\infty)$ .

c) Có hai giá trị  $m$  nguyên để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số  $y = 3^{x+1}$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Biết  $AD = 3a, CD = 2a, SA = 4a$ . Góc giữa hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng  $\alpha^\circ$ . Khi đó

$\cos \alpha = \frac{m}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$  và  $\frac{m}{n}$  là phân số rút gọn. Tính  $m + n$

**Câu 2.** Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

**Câu 3.** Cho hình tứ diện  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , các cạnh bên bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $DM$  (làm tròn đến độ)

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và tam giác  $SAB$  cân.  $M$  là trung điểm  $SD$ .

Khi đó góc giữa đường thẳng  $OM$  và mặt phẳng  $(SAC)$  là (đơn vị độ)

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

- Câu 1.** Áp suất không khí  $P$  (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) là một đại lượng được tính theo công thức  $P = P_0 e^{-ix}$  trong đó  $x$  là độ cao (đo bằng mét, so với mực nước biển),  $P_0 = 760$  mmHg là áp suất ở mực nước biển,  $i$  là hệ số suy giảm. Biết rằng, ở độ cao 1000 m thì áp suất của không khí là 672,72 mmHg. Hỏi áp suất của không khí ở độ cao 15 km là bao nhiêu ?
- Câu 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $B'C', C'D'$ . Tính tan góc giữa hai mặt phẳng  $(AEF)$  và  $(ABCD)$ .
- Câu 3.** Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên 1 tháng (chuyên vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2019 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% trên 1 tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2019 mẹ đi rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).
- Câu 4.** Tìm  $m$  để phương trình  $2024^{(m+1)x^2-2x+m-2} = 1$  có hai nghiệm trái dấu.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Phương trình  $2023^x = 1$  có nghiệm là

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 2023$ .                      C.  $x = 0$ .                      D.  $x = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$2023^x = 1 \Leftrightarrow 2023^x = 2023^0 \Leftrightarrow x = 0.$$

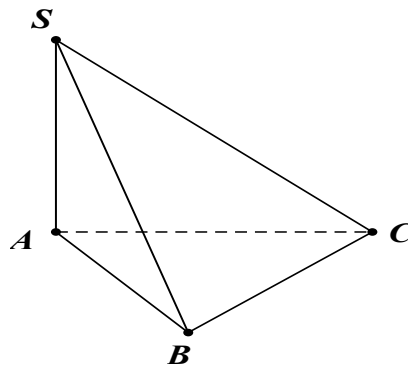
**Câu 2.** Cho  $0 < a \neq 1$ . Giá trị của  $\log_{a^5} a$  bằng

- A.  $\frac{1}{5}$ .                      B.  $-5$ .                      C.  $-\frac{1}{5}$ .                      D.  $5$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \log_{a^5} a = \frac{1}{5} \log_a a = \frac{1}{5}$$

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc nào trong các góc sau?

- A.  $\widehat{SCA}$ .                      B.  $\widehat{ASC}$ .                      C.  $\widehat{SCB}$ .                      D.  $\widehat{BSC}$ .

**Lời giải**

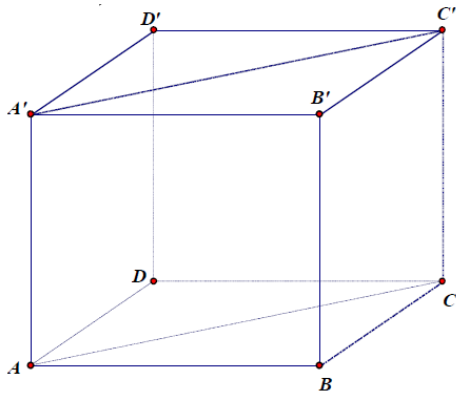
Ta có:  $AC$  là hình chiếu của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Nên góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc giữa  $SC$  và  $AC$ , tức là góc  $\widehat{SCA}$

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'BC'D'$ . Tính góc giữa mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(ACC'A')$ .

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**



Do  $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow (ACC'A') \perp (ABCD)$ .

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là

**A.**  $(1; +\infty)$ .

**B.**  $(-1; +\infty)$ .

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**D.**  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ . Vậy tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\sqrt{3}}$  là  $(1; +\infty)$ .

**Câu 6.** Các đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì

**A.** vuông góc với nhau.

**B.** đồng phẳng.

**C.** cùng nằm trong một mặt phẳng chứa  $\Delta$ .

**D.** song song với nhau.

**Lời giải**

Các đường thẳng qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  cùng nằm trong 1 mặt phẳng, mặt phẳng đó vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ .

**Câu 7.** Giải phương trình  $\log_2(2x-1) = 3$ .

**A.**  $x = 2$ .

**B.**  $x = 3$ .

**C.**  $x = \frac{9}{2}$ .

**D.**  $x = \frac{7}{2}$ .

**Lời giải.**

**Chọn C**

Phương trình tương đương  $2x-1 = 2^3 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$ .

**Câu 8.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hình lập phương có các mặt là các hình chữ nhật.

**B.** Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và có các cạnh bên bằng nhau.

**C.** Hình lập phương có các mặt là các hình vuông.

**D.** Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 9.** Tìm điều kiện của  $a$  để khẳng định  $\sqrt{(3-a)^2} = a-3$  là khẳng định **đúng**?

**A.**  $a \leq 3$ .

**B.**  $a > 3$ .

**C.**  $a \geq 3$ .

**D.**  $\forall a \in \mathbb{R}$ .

**Lời giải**

$\sqrt{(3-a)^2} = |3-a| = a-3 \Leftrightarrow 3-a \leq 0 \Leftrightarrow a \geq 3$ .

**Câu 10.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

**A.** Hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

**B.** Hai đường thẳng được gọi là vuông góc với nhau, nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .

**C.** Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường này thì cũng vuông góc với đường kia.

**D.** Cho hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

**Lời giải**

Chọn D sai, do trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song chỉ đúng khi ba đường thẳng đó đồng phẳng.

**Câu 11.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3-x)$  là

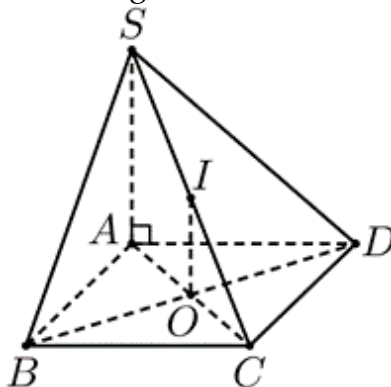
- A.  $D = (-\infty; 3)$ .      B.  $D = (0; +\infty)$ .      C.  $D = \mathbb{R}$ .      D.  $D = (3; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \log_2(3-x)$  xác định khi và chỉ khi  $3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3$ .

Vậy tập xác định cần tìm là  $D = (-\infty; 3)$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ , với  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $I$  là trung điểm  $SC$  (tham khảo hình sau). Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?



- A.  $SC \perp (ABCD)$ .      B.  $SB \perp (ABCD)$ .      C.  $SO \perp (ABCD)$ .      D.  $IO \perp (ABCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $IO$  là đường trung bình trong tam giác  $SAC$  nên  $IO \parallel SA$ .

Do  $\left. \begin{array}{l} IO \parallel SA \\ SA \perp (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow IO \perp (ABCD)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Biết  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SM$ .

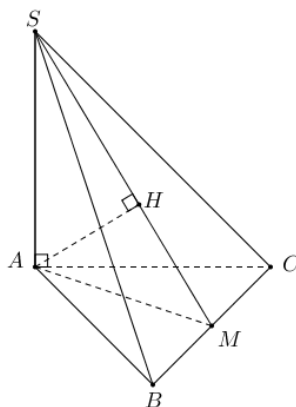
a) Độ dài đoạn thẳng  $AH$  bằng  $\frac{6a}{11}$

b) Đường thẳng  $SH$  là hình chiếu của đường thẳng  $SA$  lên mặt phẳng  $(SBC)$

c) Đường thẳng  $AH$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ .

d) Cosin góc tạo bởi đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{\sqrt{11}}{33}$

### Lời giải



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SM$ .

Ta có:  $AH \perp SM$ .

Mặt khác  $BC \perp (SAM)$  nên  $BC \perp AH$ . Ta suy ra  $AH \perp (SBC)$ .

Nên  $SH$  là hình chiếu của  $SA$  lên mặt phẳng  $(SBC)$ .

Ta suy ra góc giữa đường thẳng  $SA$  và mặt phẳng  $(SBC)$  là góc  $\alpha = \widehat{ASH}$ .

Xét tam giác  $SAM$  vuông tại  $A$  ta

$$\text{có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{6a^2}{11} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

Xét tam giác  $SAH$  vuông tại  $H$  ta có:  $\sin \widehat{ASH} = \frac{AH}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{66}}{11}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{33}}{11}$ . Đúng: Đường thẳng  $AH$

vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ . Đúng: Đường thẳng  $SH$  là hình chiếu của đường thẳng  $SA$  lên

mặt phẳng  $(SBC)$  Sai: Độ dài đoạn thẳng  $AH$  bằng  $\frac{6a}{11}$  Sai: Cosin góc tạo bởi đường thẳng  $SA$  và

mặt phẳng  $(SBC)$  bằng  $\frac{\sqrt{33}}{11}$ .

**Câu 2.** Cho phương trình  $9^x - 3^{x+1} + 2m - 1 = 0$ . (1)

**a)** Khi  $m = \frac{1}{2}$ , đặt  $t = 3^x$  (điều kiện  $t > 0$ ), phương trình (1) trở thành  $t^2 - 3t = 0$ .

**b)** Tập xác định của hàm số  $y = (9^x - 3^{x+1})^{\frac{1}{3}}$  là  $D = (0; +\infty)$ .

**c)** Có hai giá trị  $m$  nguyên để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

**d)** Hàm số  $y = 3^{x+1}$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

### Lời giải

**Ý a)** Sai: Vì  $3 > 1$  nên hàm số  $y = 3^{x+1} = 3 \cdot 3^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Ý b)** Đúng: Đặt  $t = 3^x$  (điều kiện  $t > 0$ ),  $m = \frac{1}{2}$ , phương trình (1) trở thành  $t^2 - 3t = 0$ .

**Ý c)** Sai: Điều kiện  $9^x - 3^{x+1} > 0 \Leftrightarrow 3^x(3^x - 3) > 0 \Leftrightarrow 3^x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (1; +\infty)$ .

**Ý d)** Sai: Đặt  $t = 3^x$  (điều kiện  $t > 0$ ), phương trình (1) trở thành  $t^2 - 3t + 2m - 1 = 0$ . (2)

(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13 - 8m > 0 \\ 2m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < \frac{13}{8} \Rightarrow m = 1.$$

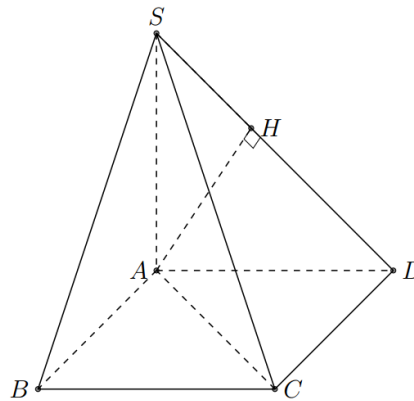
Vậy có một giá trị  $m$  nguyên thỏa mãn yêu cầu.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

**Câu 1.** Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình chữ nhật và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết  $AD = 3a, CD = 2a, SA = 4a$ . Góc giữa hai mặt bên  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng  $\alpha^\circ$ . Khi đó

$\cos \alpha = \frac{m}{n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$  và  $\frac{m}{n}$  là phân số rút gọn. Tính  $m + n$

**Lời giải**



Ta có  $AD \perp (SAB)$  (1)

Kẻ  $AH \perp SD$  tại H. Suy ra  $AH \perp (SCD)$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{((SAB), (SCD))} = \widehat{(AD, AH)}$ .

Ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{(4a)^2} + \frac{1}{(3a)^2} = \frac{25}{144a^2} \Rightarrow AH = \frac{12}{5}a$$

$$\cos \widehat{HAD} = \frac{AH}{AD} = \frac{\frac{12}{5}a}{3a} = \frac{4}{5}$$

**Câu 2.** Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao nhiêu tháng người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

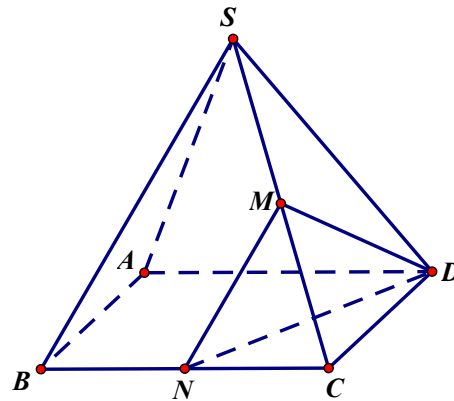
**Lời giải:**

Lãi suất năm là 8% nên lãi suất kì hạn 6 tháng sẽ là  $r = 4\% = 0,04$ . Thay  $P = 100; r = 0,04; A = 120$  vào công thức  $A = P(1+r)^t$ , ta được:  $120 = 100(1+0,04)^t \Rightarrow 1,2 = 1,04^t \Rightarrow t = \log_{1,04} 1,2 \approx 4,65$ .

Vậy sau 5 kì gửi tiết kiệm kì hạn 6 tháng, tức sau 30 tháng, người đó sẽ nhận được ít nhất 120 triệu đồng.

**Câu 3.** Cho hình tứ diện  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , các cạnh bên bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $DM$  (làm tròn đến độ)

**Lời giải**



Gọi  $N$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow SB \parallel MN$ . Do đó  $(SB, DM) = (MN, DM)$ .

Tam giác  $SCD$  có  $DM$  là đường cao  $\Rightarrow DM = \sqrt{SD^2 - SM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

$$MN = \frac{1}{2}SB = \frac{a}{2}.$$

Tam giác  $DCN$  vuông tại  $C \Rightarrow DN = \sqrt{DC^2 + CN^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ .

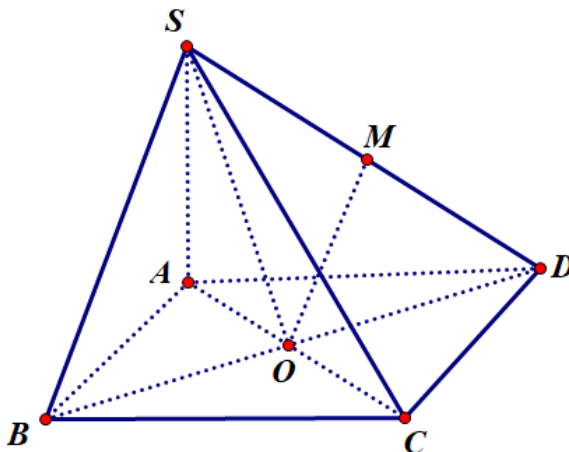
Xét tam giác  $MND$  có  $\cos \widehat{DMN} = \frac{DM^2 + MN^2 - DN^2}{2 \cdot DM \cdot MN} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{6}$ .

$$(SB, DM) = 180^\circ - \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}\right) \approx 73^\circ 13'.$$

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông tâm  $O$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và tam giác  $SAB$  cân.  $M$  là trung điểm  $SD$ .

Khi đó góc giữa đường thẳng  $OM$  và mặt phẳng  $(SAC)$  là (đơn vị độ)

**Lời giải**



Ta có:  $OM \parallel SB \Rightarrow (\widehat{OM}, (SAC)) = (\widehat{SB}, (SAC))$

Ta có:  $BO \perp (SAC) \Rightarrow SO$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên mặt phẳng  $(SAC)$

$$\Rightarrow (SB, \widehat{SAC}) = B\hat{S}O$$

Đặt  $AB = x \Rightarrow SA = x \Rightarrow \Delta SBD$  là tam giác đều nên  $B\hat{S}D = 60^\circ \Rightarrow B\hat{S}O = 30^\circ$

**PHẦN IV. Câu hỏi tự luận.** Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

**Câu 1.** Áp suất không khí  $P$  (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu mmHg) là một đại lượng được tính theo công thức  $P = P_0 e^{xi}$  trong đó  $x$  là độ cao (đo bằng mét, so với mực nước biển),  $P_0 = 760$  mmHg là áp suất ở mực nước biển,  $i$  là hệ số suy giảm. Biết rằng, ở độ cao 1000 m thì áp suất của không khí là 672,72 mmHg. Hỏi áp suất của không khí ở độ cao 15 km là bao nhiêu?

**Lời giải**

Do ở độ cao 1000 m, áp suất của không khí là 672,72 mmHg nên ta có:

$$672,72 = 760e^{1000i} \Leftrightarrow i = \frac{1}{1000} \ln \frac{672,72}{760}$$

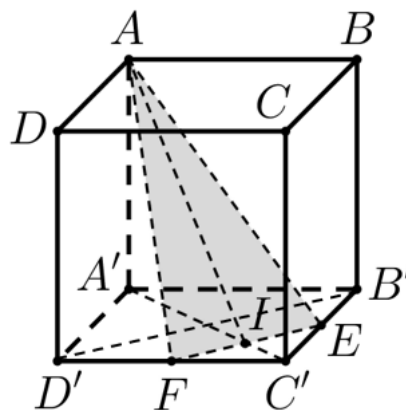
Khi ở độ cao 15 km tức là 15000 m thì áp suất của không khí:

$$P = 760e^{15000 \times \frac{1}{1000} \ln \frac{672,72}{760}} \approx 121,93399$$

Vậy, áp suất của không khí ở độ cao 15 km gần bằng 122 mmHg.

**Câu 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $B'C', C'D'$ . Tính tan góc giữa hai mặt phẳng  $(AEF)$  và  $(ABCD)$ .

**Lời giải**



Trong  $(A'B'C'D')$ , gọi  $I$  là giao điểm của  $A'C'$  và  $EF$ .

Ta có  $EF$  là đường trung bình của tam giác  $C'B'D'$  nên  $EF \parallel B'D'$ .

Mà  $B'D' \perp A'C'$  ( $A'B'C'D'$  là hình vuông)

Suy ra  $EF \perp A'C'$ .

Mặt khác  $EF \perp AA'$  (Vì  $AA' \perp (A'B'C'D')$ )

Nên  $EF \perp (AA'C')$ .

Mà  $AI \subset (AA'C')$

Suy ra  $EF \perp AI$ .

Ta có

$$\begin{cases} (AEF) \cap (A'B'C'D') = EF \\ A'I \perp EF, \quad A'I \subset (A'B'C'D') \\ AI \perp EF, \quad AI \subset (AEF) \end{cases}$$

Do đó góc giữa  $(AEF)$  và  $(A'B'C'D')$  là góc  $A\hat{I}A'$ .

Ta có  $A'I = \frac{3}{4}A'C' = \frac{3}{4}a\sqrt{2}$ ,  $AA' = a$ .

Tam giác vuông  $AA'I$ , có  $\tan \widehat{AIA'} = \frac{A'A}{AI} = \frac{a}{\frac{3}{4}a\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

Mà  $(ABCD) // (A'B'C'D')$  nên tan góc giữa hai mặt phẳng  $(AEF)$  và  $(A'B'C'D')$  cũng bằng  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 3.** Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên 1 tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2019 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% trên 1 tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2019 mẹ đi rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

#### Lời giải

Xét bài toán tổng quát:

Gọi số tiền mẹ gửi vào ngân hàng vào đầu tháng hàng tháng là  $A$  đồng.

Số tiền mẹ lĩnh vào đầu tháng 12 là  $T$  đồng.

Lãi suất hàng tháng mẹ gửi tại ngân hàng là  $r\%$ .

Vì mẹ rút tiền vào đầu tháng 12 năm 2019 nên thời gian được tính lãi suất là 11 tháng.

Cuối tháng 1 số tiền của mẹ là:  $A + Ar = A(1+r)$  đồng.

Cuối tháng 2 số tiền của mẹ là:  $[A + A(r+1)](1+r) = A(1+r) + A(1+r)^2$  đồng.

Cuối tháng 3 số tiền của mẹ là

$$[A + A(r+1) + A(1+r)^2](1+r) = A(1+r) + A(1+r)^2 + A(1+r)^3.$$

Cứ như vậy đến cuối tháng thứ 11 số tiền của mẹ là:

$$\begin{aligned} T &= A(1+r) + A(1+r)^2 + \dots + A(1+r)^{11} = A[(1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{11}] \\ &= A \cdot \frac{(1+r)[1 - (1+r)^{11}]}{1 - (1+r)} \end{aligned}$$

Mà  $A = 4000000$ ;  $r = 1\% = 0,01$  suy ra  $T = 46730000$  (đồng)

Vì mẹ rút tiền vào đầu tháng 12 năm 2019 nên số tiền mẹ nhận được là

$46730000 + 4000000 = 50730000$  đồng.

**Câu 4.** Tìm  $m$  để phương trình  $2024^{(m+1)x^2 - 2x + m - 2} = 1$  có hai nghiệm trái dấu.

#### Lời giải

$$2024^{(m+1)x^2 - 2x + m - 2} = 1 \Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2x + m - 2 = 0.$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi  $(m+1)(m-2) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$ .

----- HẾT -----