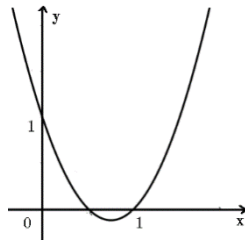


ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Từ ba điểm phân biệt A, B và C , có thể lập được bao nhiêu véc tơ khác véc tơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho.
A. 6. B. 9. C. 4. D. 3.
- Câu 2:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 40^\circ$. Hệ thức nào sau đây là sai?
A. $(\vec{AC}, \vec{CB}) = 50^\circ$ B. $(\vec{BC}, \vec{AC}) = 50^\circ$ C. $(\vec{AB}, \vec{CB}) = 40^\circ$ D. $(\vec{AB}, \vec{BC}) = 140^\circ$
- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy với vec tơ đơn vị \vec{i} của trục Ox và véc tơ đơn vị \vec{j} của trục Oy cho $\vec{u} + 2\vec{i} - 3\vec{j} = \vec{0}$. Tọa độ của \vec{u} là
A. $\vec{u} = (3; -2)$. B. $\vec{u} = (2; -3)$. C. $\vec{u} = (-3; 2)$. D. $\vec{u} = (-2; 3)$.
- Câu 4:** Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2(y - 1) > x + 4$ chứa điểm nào sau đây?
A. $Q(6; 0)$. B. $P(-5; 5)$. C. $M(-2; 1)$. D. $N(1; 3)$.
- Câu 5:** Cho tam giác đều ABC có cạnh a . Tính $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$.
A. a^2 . B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. $-a^2$.
- Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1; 2), N(-3; 1)$ và $P(0; 6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tìm tọa độ đỉnh C .
A. $C(-4; -7)$. B. $C(-2; -3)$. C. $C(4; 7)$. D. $C(-4; 5)$.
- Câu 7:** Một con thuyền di chuyển trên sông với vận tốc riêng được biểu diễn bởi vector \vec{v}_r , vận tốc của dòng nước được biểu diễn bởi vector \vec{v}_n và vận tốc thực tế của con thuyền được biểu diễn bởi vector \vec{v} . Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $|\vec{v}_r| + |\vec{v}_n| = |\vec{v}|$. B. $\vec{v}_n - \vec{v}_r = \vec{v}$. C. $\vec{v}_r + \vec{v}_n = \vec{v}$. D. $\vec{v}_r - \vec{v}_n = \vec{v}$.
- Câu 8:** Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 7, BC = 10$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính diện tích S của hình bình hành $ABCD$ là
A. $S = \frac{35}{2}$. B. $S = 35$. C. $S = 70$. D. $S = \frac{35\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 9:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R , biết $f(x) = \sqrt{x^2}$. Giá trị $f(0)$ bằng
A. 0. B. 2. C. 1. D. không tồn tại.
- Câu 10:** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình dưới đây



- A. $y = x^2 - 3x + 1$. B. $y = -x^2 + 3x - 1$.
 C. $y = -2x^2 + 3x - 1$. D. $y = 2x^2 - 3x + 1$.

Câu 11: Cho ΔABC có $AB = 5$, $AC = 8$, $\hat{A} = 60^\circ$. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

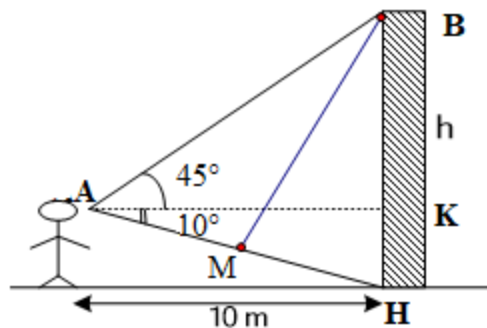
- A. $40\sqrt{3}$. B. $20\sqrt{3}$. C. 40. D. 20.

Câu 12: Cho hàm số: $y = x^2 - 2x - 1$, mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Đồ thị hàm số có trục đối xứng: $x = 1$. D. Đồ thị hàm số nhận $I(-2; 1)$ làm đỉnh.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

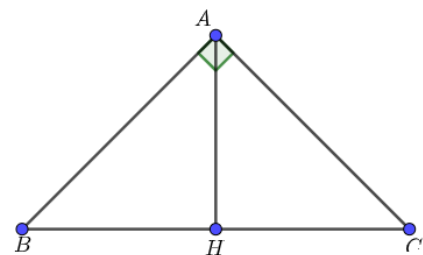
Câu 1: Một người quan sát đứng cách một cái tháp $10m$, nhìn thẳng cái tháp dưới một góc 55° và được phân tích như trong hình. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Độ dài cạnh $HK \approx 1,76m$.
 b) Chiều cao cái tháp $HB \approx 11,76m$.
 c) Diện tích tam giác ABH bằng $117,6m^2$.
 d) Người ta muốn bắt dây điện nháy từ đỉnh tháp B chạy thẳng đến 3 vị trí A, H, M với M là trung điểm cạnh AH . Độ dài dây điện cần chuẩn bị để đủ bắt là khoảng $38m$.

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$, đường cao AH .

- a) $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC}$.;
 b) $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.;
 c) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}| = \frac{a}{2}$;



d) Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}. \text{ Khi đó } |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Câu 3: Một gia đình cần ít nhất 900 gam chất protein và 400 gam chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 gam thịt bò, 1100 gam thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 45000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn.

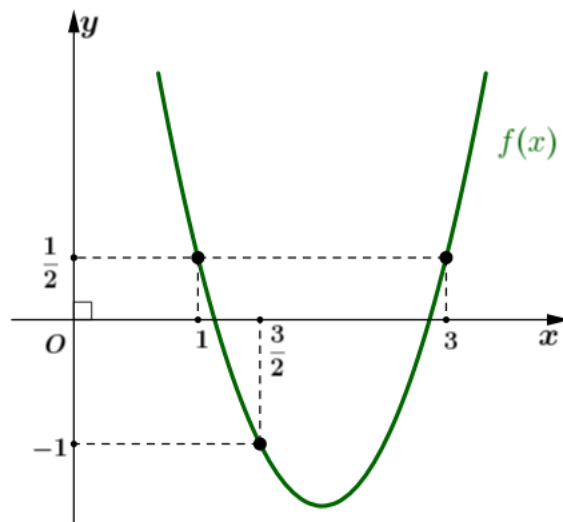
a)
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$
 là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác

c) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).

d) Gia đình đó mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



a) $f(1) = 1$.

b) $a > 0$.

c) $a + b + c > 1$

d) $a - b = 10$.

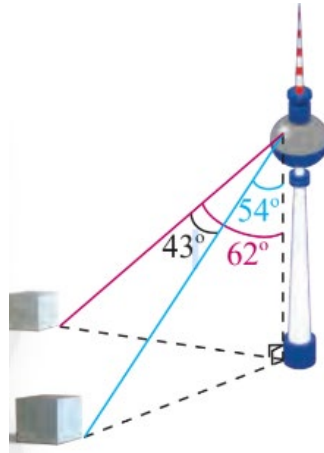
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Lớp 10A có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp 10A có 4 bạn không tham gia tiết mục nào.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3;0)$, $B(4;5)$ và $C(-2;1)$. Tọa độ điểm $M(x;y)$ trên đường thẳng BC sao cho $\overline{AM} \cdot \overline{BC} = -52$. Tính $x + y$

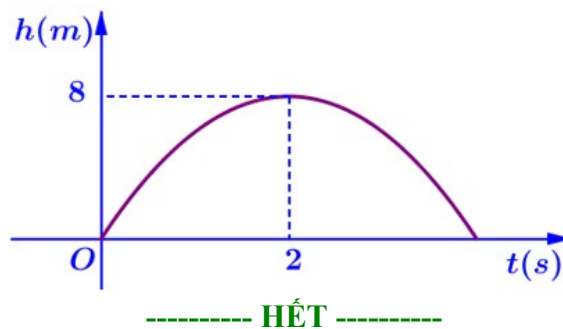
Câu 3: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và I là trung điểm của BG . Khi đó, vector \overline{AI} được biểu diễn qua hai vector \overline{AB} và \overline{AC} có dạng $\overline{AI} = x \cdot \overline{AB} + y \cdot \overline{AC}$. Tính $3x + 6y$

Câu 4: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (hình tham khảo bên dưới). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 5: Cho biết sự chuyển động của một chiếc thuyền được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Thuyền rời bến từ vị trí $A(2;3)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vectơ $\vec{v} = (a; b)$, sau khi khởi hành 2 giờ thì vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) là $B(8;9)$. Tính $a + b$.

Câu 6: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Hình vẽ bên dưới minh họa quỹ đạo của quả bóng là một phần của cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá từ mặt đất. Sau khoảng 2 (s), quả bóng đó lên đến vị trí cao nhất là 8 (m). Hỏi sau 3 (s) thì quả bóng cách mặt đất bao nhiêu mét.



Lời giải

Chọn C

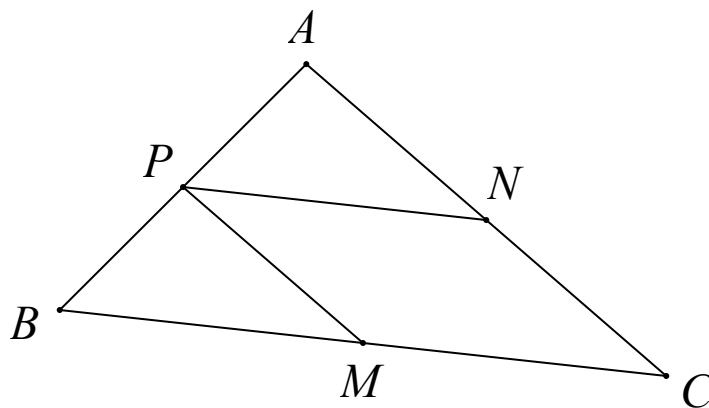
Tam giác đều ABC có $(\overline{CA}, \overline{CB}) = \widehat{ACB} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } \overline{CA} \cdot \overline{CB} = CA \cdot CB \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1;2), N(-3;1)$ và $P(0;6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tìm tọa độ đỉnh C .

- A. $C(-4; -7)$. B. $C(-2; -3)$. C. $C(4; 7)$. D. $C(-4; 5)$.

Lời giải



Vì P, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC của tam giác ABC nên PN là đường trung

$$\text{binh của tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} PN // BC \\ PN = \frac{1}{2} BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PN // MC \\ PN = MC \end{cases} \Rightarrow \overline{PN} = \overline{MC}.$$

Mà $\overline{PN} = (-3; -5), \overline{MC} = (x-1; y-2)$ với $C(x; y)$.

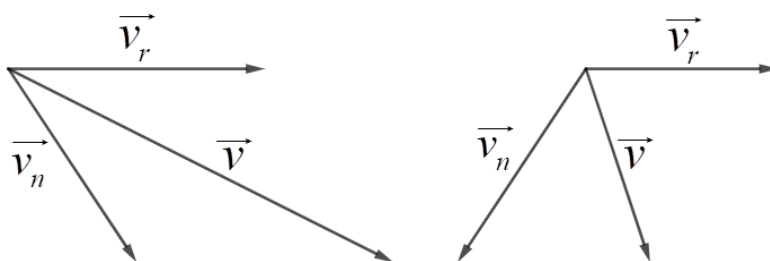
$$\text{Nên } \begin{cases} x-1 = -3 \\ y-2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow C(-2; -3).$$

Câu 7: Một con thuyền di chuyển trên sông với vận tốc riêng được biểu diễn bởi vector \vec{v}_r , vận tốc của dòng nước được biểu diễn bởi vector \vec{v}_n và vận tốc thực tế của con thuyền được biểu diễn bởi vector \vec{v} . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $|\vec{v}_r| + |\vec{v}_n| = |\vec{v}|$. B. $\vec{v}_n - \vec{v}_r = \vec{v}$. C. $\vec{v}_r + \vec{v}_n = \vec{v}$. D. $\vec{v}_r - \vec{v}_n = \vec{v}$.

Lời giải

Chọn C



Theo quy tắc hình bình hành ta có được $\vec{v}_r + \vec{v}_n = \vec{v}$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 7$, $BC = 10$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính diện tích S của hình bình hành $ABCD$ là

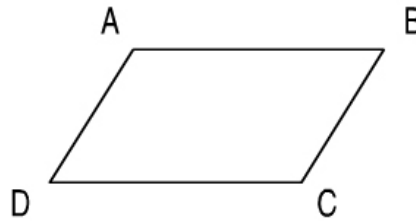
A. $S = \frac{35}{2}$.

B. $S = 35$.

C. $S = 70$.

D. $S = \frac{35\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



$$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \widehat{ABC} = 35$$

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R , biết $f(x) = \sqrt{x^2}$. Giá trị $f(0)$ bằng

A. 0.

B. 2.

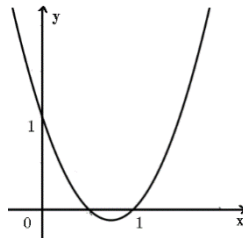
C. 1.

D. không tồn tại.

Lời giải

Ta có $f(0) = 0$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình dưới đây



A. $y = x^2 - 3x + 1$.

B. $y = -x^2 + 3x - 1$.

C. $y = -2x^2 + 3x - 1$.

D. $y = 2x^2 - 3x + 1$.

Lời giải

Bề lõm của parabol hướng lên trên suy ra $a > 0$, nên loại B, C và đồ thị đi qua điểm $(1; 0)$ nên

Chọn D

Câu 11: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5$, $AC = 8$, $\widehat{A} = 60^\circ$. Khi đó $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ bằng

A. $40\sqrt{3}$.

B. $20\sqrt{3}$.

C. 40.

D. 20.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 20$.

Câu 12: Cho hàm số: $y = x^2 - 2x - 1$, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

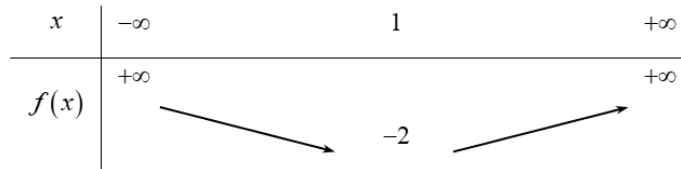
C. Đồ thị hàm số có trục đối xứng: $x = 1$.

D. Đồ thị hàm số nhận $I(-2; 1)$ làm đỉnh.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^2 - 2x - 1$

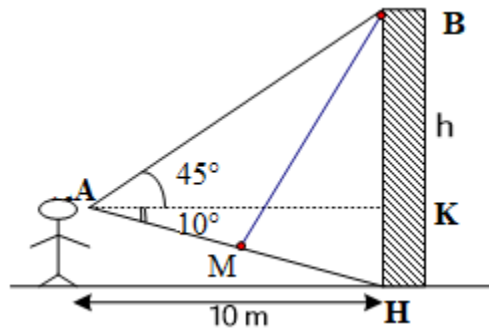
+ Bảng biến thiên:



- + Đồ thị có đỉnh parabol: $I(1; -2)$
- + Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- + Đồ thị hàm số có trục đối xứng: $x = 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một người quan sát đứng cách một cái tháp $10m$, nhìn thẳng cái tháp dưới một góc 55° và được phân tích như trong hình. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Độ dài cạnh $HK \approx 1,76m$.
- b) Chiều cao cái tháp $HB \approx 11,76m$.
- c) Diện tích tam giác ABH bằng $117,6m^2$.
- d) Người ta muốn bắt dây điện nhảy từ đỉnh tháp B chạy thẳng đến 3 vị trí A, H, M với M là trung điểm cạnh AH . Độ dài dây điện cần chuẩn bị để đủ bắt là khoảng $38m$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Trong tam giác vuông AHK có $HK = AK \cdot \tan 10^\circ = 10 \cdot \tan 10^\circ \approx 1,76$

b) Đúng.

Ta có tam giác ABK vuông cân nên $BK = 10m$

Nên chiều cao tháp $BH = BK + HK \approx 10 + 1,76 = 11,76m$

c) Sai.

Ta có diện tích tam giác ABH là $S = \frac{1}{2} AK \cdot BH \approx \frac{1}{2} 10 \cdot 11,76 = 58,8m^2$

d) Đúng.

+ Ta có tam giác ABK vuông cân nên $AB = AK \sqrt{2} = 10 \sqrt{2} \approx 14,14m$

+ Trong tam giác vuông AHK có $AH = \frac{AK}{\cos 10^\circ} = \frac{10}{\cos 10^\circ} \approx 10,15m$

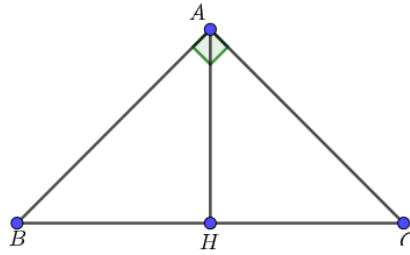
Suy ra $AM \approx 5,08m$

Trong tam giác ABM có $BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos 55^\circ \approx 143,34$

Suy ra $BM \approx 11,97m$

Vậy độ dài dây điện nhảy là $d = BA + BM + BH \approx 37,87m$

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$, đường cao AH .



a) $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC}$;

b) $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$;

c) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}| = \frac{a}{2}$;

d) Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

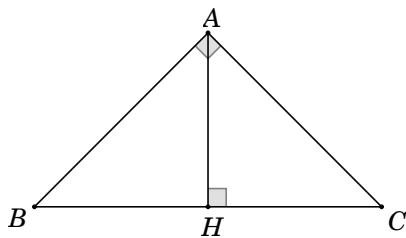
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A , có AH là đường cao nên H là trung điểm BC .

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BH} \\ \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH} = -\overrightarrow{BH} \end{cases}$.



b) Đúng.

Do $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $\begin{cases} AB^2 + AC^2 = BC^2 = 2a^2 \quad (\text{Pythagore}) \\ AB = AC \end{cases}$

$\Rightarrow AB = AC = a$

Ta có $\begin{cases} |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AB}| = a \\ |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{AC}| = a \end{cases}$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.

c) Sai.

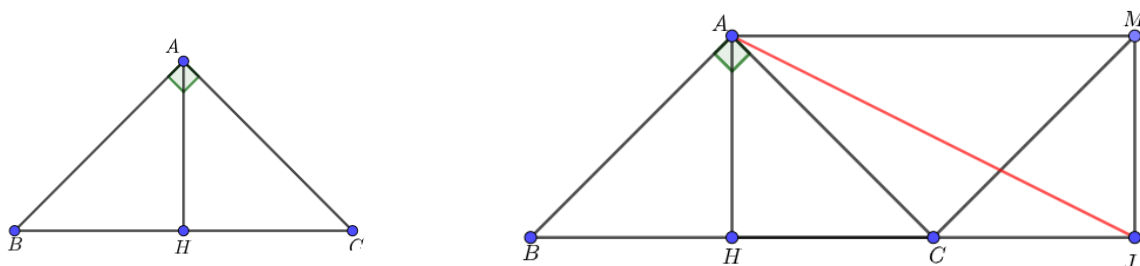
Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}| = |\overrightarrow{AH}|$

Mặt khác, AH là đường trung tuyến trong tam giác vuông ABC nên $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

d) Sai.

Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.



Ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$
 \Rightarrow Tứ giác $ABCM$ là hình bình hành.

Vậy M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$. Suy ra $AM = BC = a\sqrt{2}$

Xét $\triangle AHM$ vuông tại A ta có: $HM = \sqrt{AH^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Ta có $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AJ}| = AJ = HM = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 3: Một gia đình cần ít nhất 900 gam chất protein và 400 gam chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600 gam thịt bò, 1100 gam thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 45000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn.

a)
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$
 là hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán

b) Miền nghiệm của hệ trên là miền của tam giác

c) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Khi đó, chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $T = 35x + 45y$ (nghìn đồng).

d) Gia đình đó mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

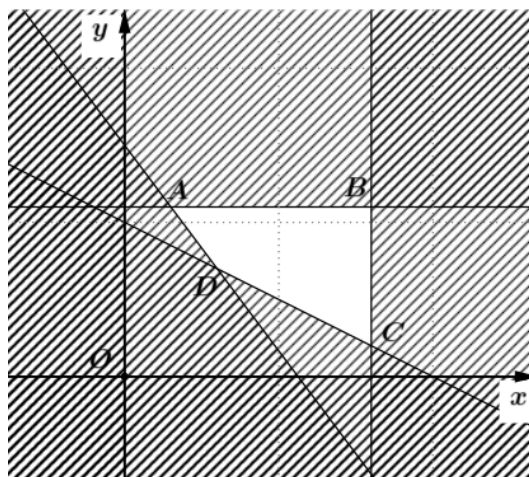
a) Đúng:

Giả sử gia đình đó mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn. Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$.

Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipid có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất 0,9 kg protein và 0,4 kg lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \geq 0,9$; $20\%x + 40\%y \geq 0,4$. Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$



b) Sai:

Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ (kể cả biên) được mô tả ở hình bên.

c) Sai:

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $T = 45x + 35y$ (nghìn đồng).

d) Đúng:

Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó:

$$A(0, 3/11); B(1, 6/11); C(1, 6/11); D(0, 6/7).$$

$$\text{Với } A(0, 3/11) \text{ ta có } T = 45 \cdot 0,3 + 35 \cdot 1,1 = 52$$

$$\text{Với } B(1, 6/11) \text{ ta có } T = 45 \cdot 1,6 + 35 \cdot 1,1 = 110,5$$

$$\text{Với } C(1, 6/11) \text{ ta có } T = 45 \cdot 1,6 + 35 \cdot 0,2 = 79$$

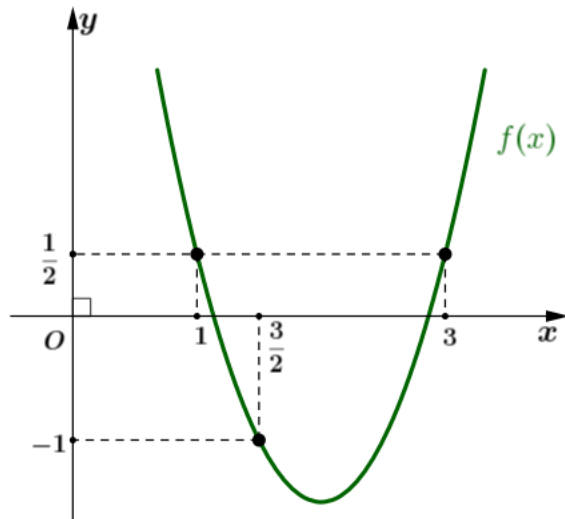
$$\text{Với } D(0, 6/7) \text{ ta có } T = 45 \cdot 0,6 + 35 \cdot 0,7 = 51,5$$

So sánh các giá trị trên ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 51,5 (nghìn đồng), khi đó

$$\begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,7 \end{cases}$$

(tức là gia đình đó mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất).

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



- a) $f(1) = 1$.
 b) $a > 0$.
 c) $a + b + c > 1$
 d) $a - b = 10$.

Lời giải

a) Sai.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(1) = \frac{1}{2}$.

b) Đúng

Từ đồ thị ta có $a > 0$.

c) Sai.

Ta có $a + b + c = f(1) = \frac{1}{2} < 1$.

d) Đúng.

Từ đồ thị ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} f(1) = \frac{1}{2} \\ f\left(\frac{3}{2}\right) = -1 \\ f(3) = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = \frac{1}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = -1 \\ 9a + 3b + c = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \\ c = \frac{13}{2} \end{cases}$$

Do đó $a - b = 10$.

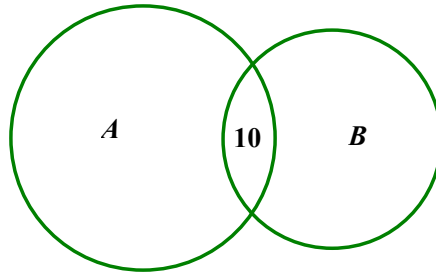
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Lớp 10A có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp 10A có 4 bạn không tham gia tiết mục nào.

Lời giải

Trả lời: 16

Gọi A là tập hợp học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, B là tập hợp học sinh tham gia tiết mục hát.



Số học sinh tham gia ít nhất một trong hai tiết mục là $45 - 4 = 41 \Rightarrow n(A \cup B) = 41$

Theo giả thiết ta có $n(A) = 35$, $n(A \cap B) = 10$.

Ta có $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 41 = 35 + n(B) - 10 \Rightarrow n(B) = 16$.

Vậy lớp 10A có 16 học sinh tham gia tiết mục hát.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3;0), B(4;5)$ và $C(-2;1)$. Tọa độ điểm $M(x;y)$ trên đường thẳng BC sao cho $\overline{AM} \cdot \overline{BC} = -52$. Tính $x + y$

Lời giải

Trả lời: 14

$$\begin{cases} \overline{MB} = (4-x; 5-y) \\ \overline{MC} = (-2-x; 1-y) \end{cases}$$

Do $M \in BC$ nên $\overline{MB}, \overline{MC}$ cùng phương.

$$\text{Khi đó: } \frac{4-x}{-2-x} = \frac{5-y}{1-y} \Rightarrow (4-x)(1-y) = (x+2)(y-5) \Leftrightarrow 4x-6y = -14 \Leftrightarrow x = \frac{3y-7}{2}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{3y-7}{2}; y\right) \Rightarrow \overline{AM} = \left(\frac{3y-13}{2}; y\right), \overline{BC} = (-6; -4). \text{ Theo giả thiết ta có:}$$

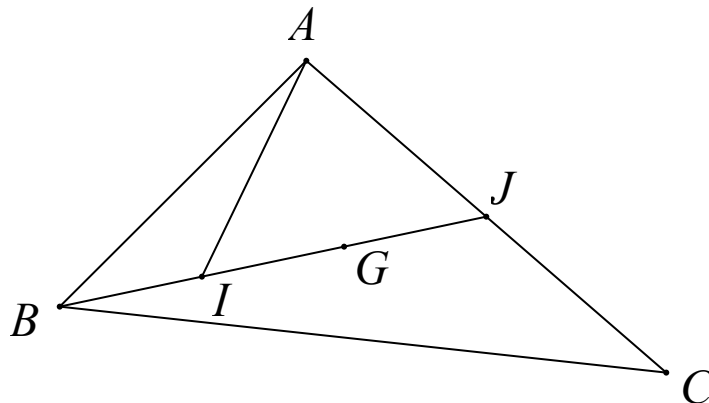
$$-3(3y-13) - 4y = -52 \Leftrightarrow -13y + 39 = -52 \Leftrightarrow y = 7$$

Vậy $M(7;7)$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và I là trung điểm của BG . Khi đó, vectơ \overline{AI} được biểu diễn qua hai vectơ \overline{AB} và \overline{AC} có dạng $\overline{AI} = x \cdot \overline{AB} + y \cdot \overline{AC}$. Tính $3x + 6y$

Lời giải

Trả lời: 3

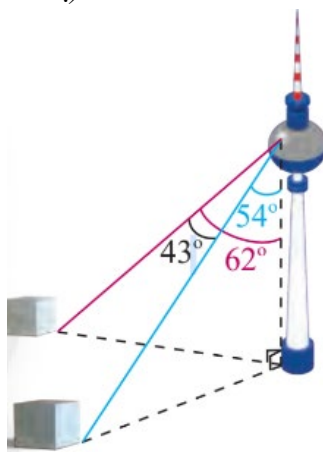


Gọi J là trung điểm của AC . Khi đó $BG = \frac{2}{3}BJ$.

Ta có

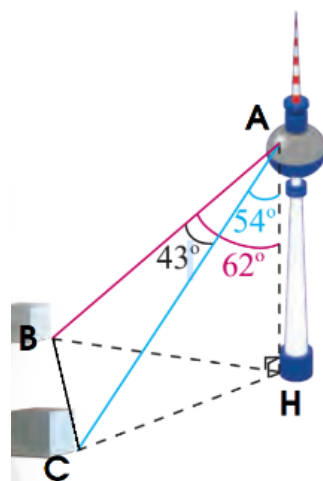
$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AI} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} \\
 &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BJ} \\
 &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \right) \\
 &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \\
 &= \overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} \\
 &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}.
 \end{aligned}$$

Câu 4: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.)kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 142



Gọi các điểm A, B, C, H như hình trên.

Xét tam giác ABH ta có:

$$AH = 352, \widehat{BAH} = 62^\circ$$

$$\text{Mà } \cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = 352 \cdot \cos 62^\circ \approx 165,25$$

Tương tự, ta có:

$$\cos \widehat{CAH} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AC = 352 \cdot \cos 54^\circ \approx 206,9$$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Leftrightarrow BC^2 = 165,25^2 + 206,9^2 - 2 \cdot 165,25 \cdot 206,9 \cdot \cos 43^\circ$$

$$BC \approx 142$$

Vậy khoảng cách giữa hai cột mốc này là 142 m.

- Câu 5:** Cho biết sự chuyển động của một chiếc thuyền được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Thuyền rời bến từ vị trí $A(2;3)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vectơ $\vec{v} = (a;b)$, sau khi khởi hành 2 giờ thì vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) là $B(8;9)$. Tính $a+b$.

Lời giải

Trả lời: 6

Gọi $\vec{v} = (a;b)$.

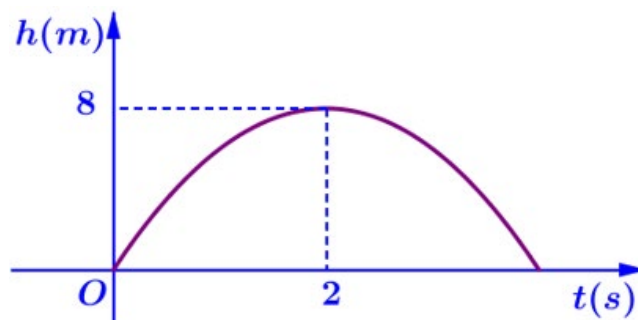
Do thuyền chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vectơ \vec{v} nên cứ sau mỗi giờ thuyền di chuyển được một quãng đường là $|\vec{v}|$.

Sau 2 giờ thuyền di chuyển tới $B(8;9)$ nên ta có:

$$\overline{AB} = 2\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} 8-2 = 2.a \\ 9-3 = 2.b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $a+b = 6$.

- Câu 6:** Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Hình vẽ bên dưới minh họa quỹ đạo của quả bóng là một phần của cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá từ mặt đất. Sau khoảng 2 (s), quả bóng đó lên đến vị trí cao nhất là 8 (m). Hỏi sau 3 (s) thì quả bóng cách mặt đất bao nhiêu mét.



Lời giải

Trả lời: 6

Gọi hàm số bậc hai biểu thị độ cao h (m) theo thời gian t (s) là: $h = f(t) = at^2 + bt + c$ ($a < 0$)

.

Theo giả thiết, quả bóng được đá lên từ mặt đất, nghĩa là $f(0) = c = 0$, do đó $f(t) = at^2 + bt$.

Sau 2 (s), quả bóng lên đến vị trí cao nhất là 8 (m) nên

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ f(2) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ -4a = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 8 \end{cases}.$$

Vậy $f(t) = -2t^2 + 8t$.

Sau 3s quả bóng cách mặt đất một khoảng là $h = f(3) = 6$

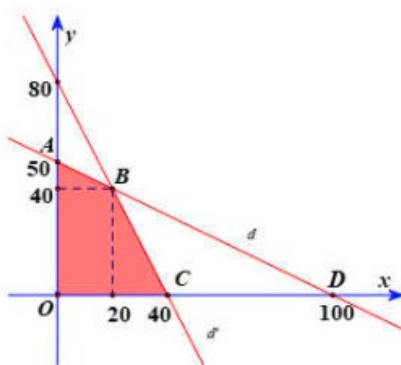
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 3 < 0\}$. Tập hợp A là tập nào sau đây?
A. $A = [-\infty; 3)$. **B.** $A = (3; +\infty)$. **C.** $A = (-\infty; 3)$. **D.** $A = (-\infty; 3]$

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 16$. Tính độ dài của vectơ $\overline{AB} + \overline{AC}$.
A. 4. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 3: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ là miền đa giác (phần tô đậm như hình)



Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = 4x + 3y$ với $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho.

A. 160. **B.** 150 **C.** 200. **D.** 220.

Câu 4: Cho $\vec{b} = 2\vec{a}$ và $|\vec{a}| = 4$. Tính độ dài của vectơ \vec{b} .
A. $|\vec{b}| = 4$. **B.** $|\vec{b}| = 6$. **C.** $|\vec{b}| = 2$. **D.** $|\vec{b}| = 8$.

Câu 5: Cho tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 4; 5; 6. Tính cosin của góc có số đo nhỏ nhất của tam giác.
A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{9}{16}$. **D.** $\frac{77}{60}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 1)$ và $B(-4; 3)$. Gọi M là điểm có tung độ gấp đôi hoành độ sao cho tam giác AMB vuông tại A . Giả sử m là hoành độ điểm M . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?
A. $m \in (-7; -3)$. **B.** $m \in (-11; -7)$. **C.** $m \in (2; 6)$. **D.** $m \in (-3; 2)$.

Câu 7: Cho hai mệnh đề P và Q . Tìm điều kiện để mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là sai.
A. P sai và Q sai. **B.** P sai và Q đúng. **C.** P đúng và Q đúng. **D.** P đúng và Q sai.

Câu 8: Cho năm điểm A, B, C, D, E bất kỳ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?
A. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} - \overline{ED} = \overline{AE}$. **B.** $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} - \overline{ED} = \overline{AB}$.
C. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} - \overline{ED} = \overline{CE}$. **D.** $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} - \overline{ED} = \overline{AC}$.

Câu 9: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$.

A. 16. B. -16. C. $8\sqrt{2}$. D. $-8\sqrt{2}$.

Câu 10: Giá trị của hàm số $f(x) = -x^2 + 4x + 4$ tại $x = 1$ bằng

A. -9. B. 7. C. 9. D. -8.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2 - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. \mathbb{R} .

Câu 12: Cho hàm số $y = -x^2 + 6x - 1$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

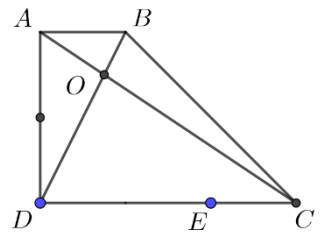
A. $(-\infty; 3)$ B. $(3; +\infty)$ C. $(-\infty; 6)$ D. $(6; +\infty)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$.

- a) $\overline{BC} = (0; -6), \overline{AC} = (6; -3)$
- b) Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là $D(8; 11)$
- c) Tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A, B, E thẳng hàng là $E(-6; 0)$
- d) Tọa độ F thỏa mãn $\overline{AF} = \overline{BC} - 2\overline{AC} + 2\overline{CF}$ là $F(20; 5)$

Câu 2: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = a, AD = 2a, DC = 3AB$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , E là điểm thuộc cạnh DC sao cho $DE = \frac{2}{3}DC$.



- a) $\overline{DC} = -3\overline{BA}$.
- b) $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AE}$.
- c) $|\overline{BA} + \overline{BD}| = 2a$.
- d) Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overline{MC} + 3\overline{MA}| = |\overline{MB} - \overline{MC}|$ là

đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3: Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp

- a) Hệ phương trình thỏa mãn yêu cầu đề bài là
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \geq 200 \end{cases}$$

- b) Nếu bác An chỉ đầu tư 300 triệu đồng mua trái phiếu ngân hàng thì lợi nhuận trong một năm mà bác An nhận được là 94 triệu đồng.
- c) Bác An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 trái phiếu chính phủ thì lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất.
- d) Lợi nhuận bác An thu được nhiều nhất sau một năm là 96,5 triệu đồng.

Câu 4: Cho parabol $(P): y = x^2 + 4x + 1$ và đường thẳng $(\Delta): y = 2x + 1$.

a) Parabol (P) có bề lõm quay lên.

b) Điểm $A(0; -3)$ thuộc parabol (P) .

c) Parabol (P) và đường thẳng (Δ) cắt nhau tại hai điểm $M(0; 1)$ và $N(-2; 3)$.

d) Diện tích tam giác AMN bằng 4

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

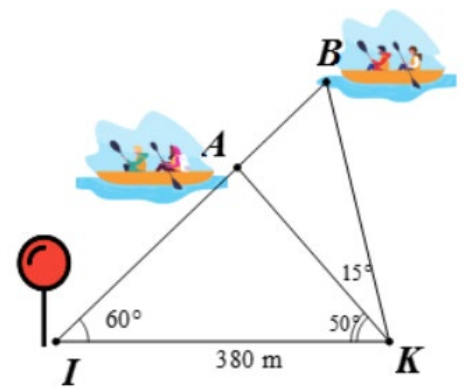
Câu 1: Cho tam giác ABC có $b = 8; c = 5; \hat{A} = 60^\circ$. Tính bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác ABC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 12$ và $AD = 4$. Khi điểm M thay đổi trên cạnh CD , hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |\overline{MA} + 2\overline{MB} + 3\overline{MC}|$.

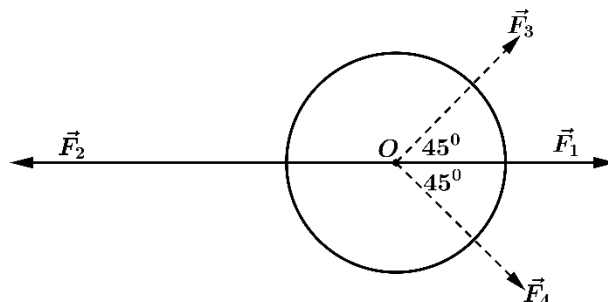
Câu 3: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Câu 4: Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A, đi theo hai hướng tạo với nhau một góc 45° . Xe thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, xe thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h. Hỏi sau 3 h, khoảng cách giữa 2 xe là? (đơn vị km, kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 5: Trong một cuộc đua thuyền ghe được tổ chức trên sông, có hai ghe A và B ở vị trí như hình vẽ. Điểm K là vị trí khán giả đứng xem và quan sát thấy ghe A và ghe B theo các góc tạo với bờ IK lần lượt là 50° và 65° . Điểm I là đích đến của cuộc đua. Lúc ghe A, ghe B và đích I thẳng hàng, từ điểm I quan sát thấy ghe A và ghe B tạo với bờ một góc bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai ghe thuyền (đơn vị: mét, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 6: Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp đôi độ lớn lực \vec{F}_1 . Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực \vec{F}_3, \vec{F}_4 có phương hợp với lực \vec{F}_1 các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N. Tìm độ lớn của lực \vec{F}_2 (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy).



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 3 < 0\}$. Tập hợp A là tập nào sau đây?

- A. $A = [-\infty; 3)$. B. $A = (3; +\infty)$. C. $A = (-\infty; 3)$. D. $A = (-\infty; 3]$

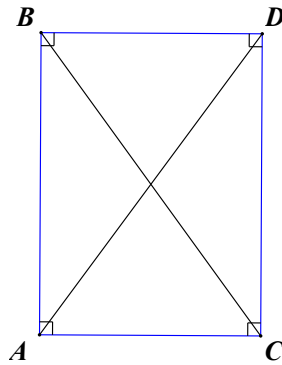
Lời giải

Ta có $x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < 3 \Rightarrow A = (-\infty; 3)$

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 16$. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

- A. 4. B. $4\sqrt{3}$. C. 16. D. 8.

Lời giải

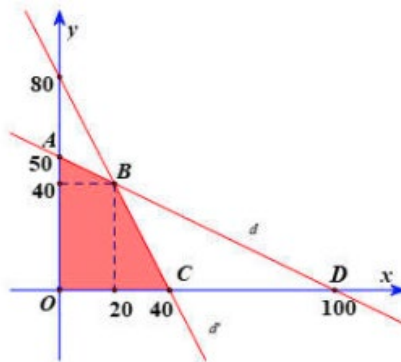


Dựng hình chữ nhật $ABDC$ như hình vẽ

Theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ từ đó $\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD$

Mà ta có $AD = BC \Rightarrow AD = 16 \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = 16$

Câu 3: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 là miền đa giác (phần tô đậm như hình)



Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = 4x + 3y$ với $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho.

- A. 160. B. 150 C. 200. D. 220.

Lời giải

Xét các điểm $A(0; 50); B(20; 40); C(40; 0); O(0; 0)$

Thay tọa độ các điểm $A; B; O; C$ vào $F(x; y) = 4x + 3y$

Ta có $F(0;50) = 150$ và $F(20;40) = 200$ và $F(40;0) = 160$ và $F(0;0) = 0$

Vậy $\max F(x; y) = 200$

Câu 4: Cho $\vec{b} = 2\vec{a}$ và $|\vec{a}| = 4$. Tính độ dài của vector \vec{b} .

- A. $|\vec{b}| = 4$. B. $|\vec{b}| = 6$. C. $|\vec{b}| = 2$. **D. $|\vec{b}| = 8$.**

Lời giải

$$\vec{b} = 2\vec{a} \Rightarrow |\vec{b}| = 2|\vec{a}| = 2 \cdot 4 = 8.$$

Câu 5: Cho tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 4;5;6. Tính cosin của góc có số đo nhỏ nhất của tam giác.

- A. $\frac{1}{8}$. **B. $\frac{3}{4}$.** C. $\frac{9}{16}$. D. $\frac{77}{60}$.

Lời giải

Tam giác có cạnh ngắn nhất là 4 nên góc đối diện với nó là góc có số đo nhỏ nhất.

Vậy cosin của góc cần tìm bằng $\frac{5^2 + 6^2 - 4^2}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{3}{4}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;1)$ và $B(-4;3)$. Gọi M là điểm có tung độ gấp đôi hoành độ sao cho tam giác AMB vuông tại A . Giả sử m là hoành độ điểm M . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $m \in (-7; -3)$. B. $m \in (-11; -7)$. **C. $m \in (2; 6)$.** D. $m \in (-3; 2)$.

Lời giải

Gọi $M(m; 2m)$. Khi đó $\vec{AB} = (-6; 2)$; $\vec{AM} = (m-2; 2m-1)$.

Vì tam giác AMB vuông tại A nên $\vec{AB} \perp \vec{AM} \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AM} = 0 \Leftrightarrow -6(m-2) + 2(2m-1) = 0$
 $\Leftrightarrow -6m + 12 + 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow -2m + 10 = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Câu 7: Cho hai mệnh đề P và Q . Tìm điều kiện để mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là **sai**.

- A. P sai và Q sai. B. P sai và Q đúng. C. P đúng và Q đúng. **D. P đúng và Q sai.**

Lời giải

Theo định nghĩa mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.

Câu 8: Cho năm điểm A, B, C, D, E bất kỳ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} - \vec{ED} = \vec{AE}$.** B. $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} - \vec{ED} = \vec{AB}$.
C. $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} - \vec{ED} = \vec{CE}$. D. $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} - \vec{ED} = \vec{AC}$.

Lời giải

Ta có $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} - \vec{ED} = (\vec{AB} + \vec{BC}) + (\vec{CD} + \vec{DE}) = \vec{AC} + \vec{CE} = \vec{AE}$.

Câu 9: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

- A. 16.** B. -16. C. $8\sqrt{2}$. D. $-8\sqrt{2}$.

Lời giải

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$ và $AC = 4\sqrt{2}$

Ta có: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = 4 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 16\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 16$.

Câu 10: Giá trị của hàm số $f(x) = -x^2 + 4x + 4$ tại $x = 1$ bằng

A. -9.

B. 7.

C. 9.

D. -8.

Lời giải

Ta có $f(1) = -1^2 + 4 \cdot 1 + 4 = 7$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2 - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. \mathbb{R} .

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = -x^2 + 6x - 1$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 3)$

B. $(3; +\infty)$

C. $(-\infty; 6)$

D. $(6; +\infty)$

Lời giải

Ta có $a = -1 < 0$, $\frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = 3$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$.

a) $\overline{BC} = (0; -6), \overline{AC} = (6; -3)$

b) Tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm tam giác ABD là $D(8; 11)$

c) Tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A, B, E thẳng hàng là $E(-6; 0)$

d) Tọa độ F thỏa mãn $\overline{AF} = \overline{BC} - 2\overline{AC} + 2\overline{CF}$ là $F(20; 5)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

$\overline{BC} = (0; -6), \overline{AC} = (6; -3)$

b) Sai

C là trọng tâm tam giác ABD

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B + x_D}{3} \\ y_C = \frac{y_A + y_B + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-4 + 2 + x_D}{3} \\ -2 = \frac{1 + 4 + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -11 \end{cases}$$

Vậy $D(8; -11)$.

c) Đúng

Gọi $E(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AE} = (x + 4; -1), \overline{AB} = (6; 3)$.

Ba điểm A, B, E thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AE}$ cùng phương $\overline{AB} \Leftrightarrow \frac{x+4}{6} = \frac{-1}{3} \Leftrightarrow x+4 = -2 \Leftrightarrow x = -6$.

Vậy $E(-6; 0)$.

d) Sai

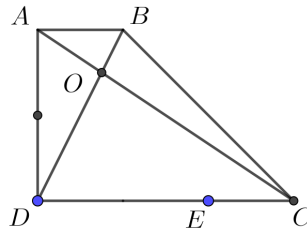
Gọi $F(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AF} = (x+4; y-1), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

$$\Rightarrow -2\overrightarrow{AC} = (-12; 6), \overrightarrow{CF} = (x-2; y+2), 2\overrightarrow{CF} = (2x-4; 2y+4).$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF} = (2x-16; 2y+4).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 = 2x-16 \\ y-1 = 2y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = -5 \end{cases}. \text{ Vậy } F(20; -5).$$

Câu 2: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = a, AD = 2a, DC = 3AB$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , E là điểm thuộc cạnh DC sao cho $DE = \frac{2}{3}DC$.



a) $\overrightarrow{DC} = -3\overrightarrow{BA}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$.

c) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}| = 2a$.

d) Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ là đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

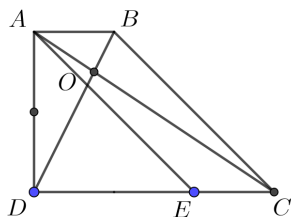
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng**

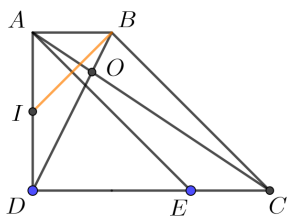
\overrightarrow{DC} và \overrightarrow{BA} ngược hướng, $DC = 3BA$ nên $\overrightarrow{DC} = -3\overrightarrow{BA}$

b) **Sai**



Từ giả thiết ta có $ABCE$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{AE}$.

c) **Sai**



Gọi I là trung điểm của AD .

$$|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}| = |2\overrightarrow{BI}| = 2BI = 2a\sqrt{2}$$

d) **Đúng**

$$\text{Vì } O = AC \cap BD \text{ nên } \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{OC} + 3\overrightarrow{OA} = \vec{0}.$$

$$|\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |4\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC} + 3\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow |4\overrightarrow{MO}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow 4MO = CB$$

$$\Leftrightarrow OM = \frac{1}{4}CB.$$

$$\Rightarrow OM = \frac{1}{4} \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3: Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp

a) Hệ phương trình thoả mãn yêu cầu đề bài là

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \geq 200 \end{cases}$$

b) Nếu bác An chỉ đầu tư 300 triệu đồng mua trái phiếu ngân hàng thì lợi nhuận trong một năm mà bác An nhận được là 94 triệu đồng.

c) Bác An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 trái phiếu chính phủ thì lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất.

d) Lợi nhuận bác An thu được nhiều nhất sau một năm là 96,5 triệu đồng.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai:

	Trái phiếu chính phủ	Trái phiếu ngân hàng	Trái phiếu doanh nghiệp
Lãi suất	7%/ năm	8%/ năm	12%/ năm

Đổi 1,2 tỉ đồng = 1200 (triệu đồng)

Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp.

Khi đó $x \geq 0, y \geq 0$.

Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ nên số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ là $1200 - x - y$ (triệu đồng)

Số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng nên ta có:
 $1200 - x - y \geq 3x \Leftrightarrow 4x + y \leq 1200$

Bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp nên $y \leq 200$

Từ điều kiện của bài toán ta có số tiền bác An đầu tư trái phiếu phải thoả mãn hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$

b) Sai:

Nếu bác An chỉ đầu tư 300 triệu đồng mua trái phiếu ngân hàng thì lợi nhuận trong một năm mà bác An nhận được là 87 triệu đồng.

c) Đúng:

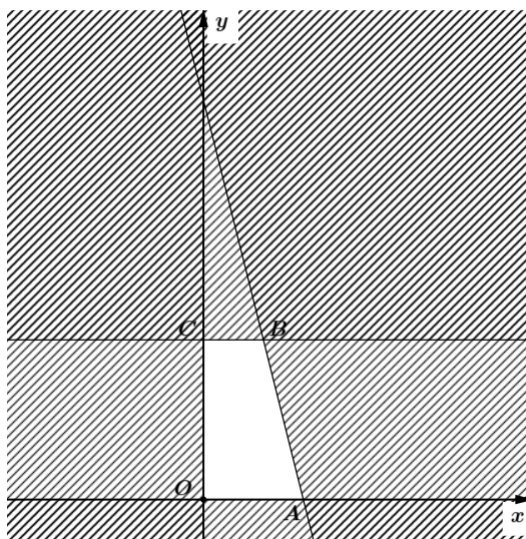
Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$
 là miền tứ giác $OABC$ với: $O(0;0)$,

$A(300;0)$, $B(250;200)$, $C(0;200)$.

Lợi nhuận thu được sau một năm là:

$$F(x; y) = (1200 - x - y) \cdot 7\% + x \cdot 8\% + y \cdot 12\% = 84 + 0,01x + 0,05y$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ khi $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$



Thay tọa độ các điểm O, A, B, C vào biểu thức $F(x; y)$ ta được: $F(0;0) = 80$

$$F(300;0) = 84 + 0,01 \cdot 300 + 0,05 \cdot 0 = 87;$$

$$F(250;200) = 84 + 0,01 \cdot 250 + 0,05 \cdot 200 = 96,5$$

$$F(0;200) = 84 + 0,01 \cdot 0 + 0,05 \cdot 200 = 94$$

Suy ra F đạt giá trị lớn nhất là 96,5 nếu $x = 250$ và $y = 200$.

d) Đúng:

Vậy bác An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 trái phiếu chính phủ.

Câu 4: Cho parabol $(P): y = x^2 + 4x + 1$ và đường thẳng $(\Delta): y = 2x + 1$.

a) Parabol (P) có bề lõm quay lên.

b) Điểm $A(0; -3)$ thuộc parabol (P) .

c) Parabol (P) và đường thẳng (Δ) cắt nhau tại hai điểm $M(0;1)$ và $N(-2;3)$.

d) Diện tích tam giác AMN bằng 4

Lời giải

a) Do hệ số $a = 1$ nên Parabol có bề lõm quay lên.

Chọn đúng

b) $-3 \neq 0^2 + 4 \cdot 0 + 1$ nên $A(0; -3)$ không thuộc Parabol (P) .

Chọn sai

c) Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 4x + 1 = 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

$x = 0 \Rightarrow y = 1, x = -2 \Rightarrow y = -3$.

Vậy Parabol (P) và đường thẳng (Δ) cắt nhau tại hai điểm $M(0;1)$ và $N(-2;3)$.

Chọn đúng

d) Dễ thấy tam giác AMN : $AM = 4, NH = 2$ (H là hình chiếu của N lên AM)

$$S_{AMN} = \frac{1}{2} NH \cdot AM = 4$$

Chọn đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $b = 8; c = 5; \hat{A} = 60^\circ$. Tính bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác ABC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải**Trả lời: 1,73**

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A = 49 \Rightarrow a = 7$$

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A = 10\sqrt{3}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} = 10$$

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \sqrt{3}$$

Câu 2: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 12$ và $AD = 4$. Khi điểm M thay đổi trên cạnh CD , hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$.

Lời giải**Trả lời: 12**

Chọn $A(-12; -4), B(0; -4)$ và $D(-12; 0) \Rightarrow C(0; 0)$

$$T = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = |6\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}|$$

Ta cần tìm điểm $I(x; y)$ sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{x_A + 2x_B + 3x_C}{6} = -2 \\ x = \frac{y_A + 2y_B + 3y_C}{6} = -2 \end{cases} \Rightarrow I(-2; -2)$

$$\text{Khi đó } T = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = |6\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}| = |6\overrightarrow{MI}| = 6MI$$

MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu của I trên CD , mà $CD \equiv Ox \Rightarrow M(-2; 0) \Rightarrow MI = 2$.

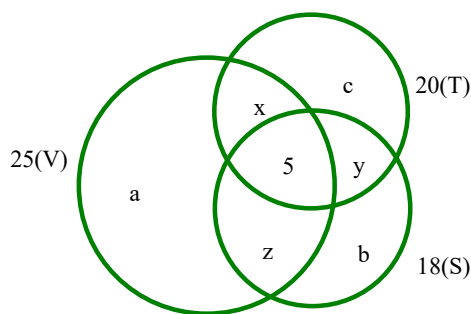
$$\Rightarrow T_{\min} = 6 \cdot 2 = 12.$$

Câu 3: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Lời giải

Trả lời: 20

Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán;



x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán

z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử

Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$

Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + y + z + 5 = 18 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c + x + y + 5 = 20 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z + a + b + c + 5 = 39 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta có $a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63$ (5)

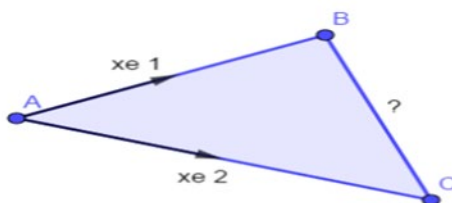
Từ (4) và (5) ta có $a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63 \Leftrightarrow a + b + c = 20$

Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Câu 4: Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A, đi theo hai hướng tạo với nhau một góc 45° . Xe thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, xe thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h. Hỏi sau 3 h, khoảng cách giữa 2 xe là? (đơn vị km, kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 85,0



Vị trí xe thứ nhất và xe thứ hai sau 3 giờ lần lượt ở vị trí B và C.

Do xe thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h nên $AB = 30 \cdot 3 = 90$ (km).

Do xe thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h nên $AC = 40 \cdot 3 = 120$ (km).

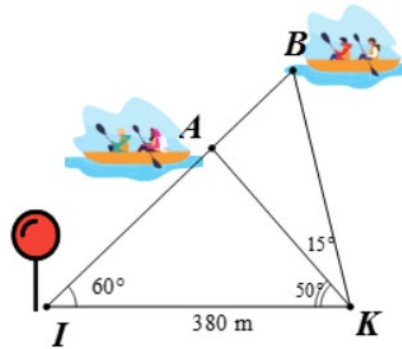
Áp dụng định lý côsin vào ΔABC , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$= 90^2 + 120^2 - 2 \cdot 90 \cdot 120 \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow BC \approx 85,0 \text{ (km)}. \text{ Vậy sau 3 giờ, hai xe cách nhau khoảng } 85,0 \text{ km.}$$

Câu 5: Trong một cuộc đua thuyền ghe được tổ chức trên sông, có hai ghe A và B ở vị trí như hình vẽ. Điểm K là vị trí khán giả đứng xem và quan sát thấy ghe A và ghe B theo các góc tạo với bờ IK lần lượt là 50° và 65° . Điểm I là đích đến của cuộc đua. Lúc ghe A , ghe B và đích I thẳng hàng, từ điểm I quan sát thấy ghe A và ghe B tạo với bờ một góc bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai ghe thuyền (đơn vị: mét, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 111

Trong tam giác AKI ta có: $\widehat{IAK} = 180^\circ - \widehat{AIK} - \widehat{AKI} = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác AKI ta có:

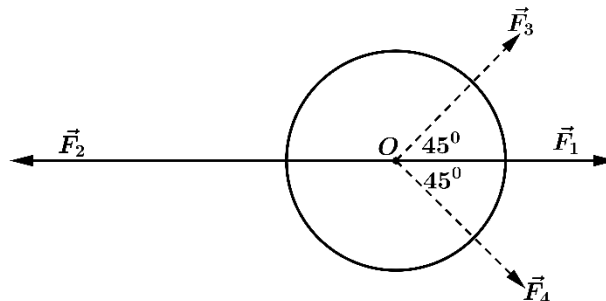
$$\frac{AK}{\sin \widehat{AIK}} = \frac{IK}{\sin \widehat{KAI}} \Rightarrow AK = \frac{IK \cdot \sin \widehat{AIK}}{\sin \widehat{KAI}} = \frac{380 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 70^\circ} \approx 350,21(m).$$

Lại có: $\widehat{KAB} = 180^\circ - \widehat{KAI} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác AKB ta có:

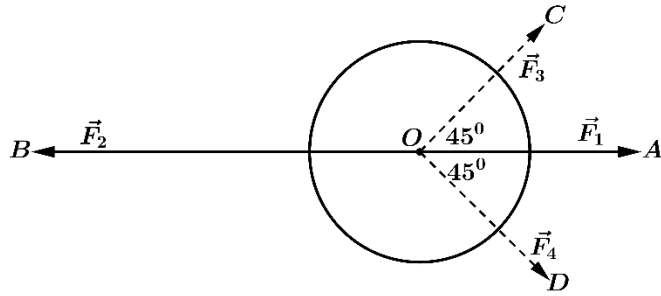
$$\frac{AB}{\sin \widehat{AKB}} = \frac{AK}{\sin \widehat{ABK}} \Rightarrow AB = \frac{AK \cdot \sin \widehat{AKB}}{\sin \widehat{ABK}} \approx \frac{350,21 \cdot \sin(65^\circ - 50^\circ)}{\sin(180^\circ - 110^\circ - 15^\circ)} \approx 111(m).$$

Câu 6: Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực \vec{F}_2 lớn gấp đôi độ lớn lực \vec{F}_1 . Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực \vec{F}_3, \vec{F}_4 có phương hợp với lực \vec{F}_1 các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng $20N$. Tìm độ lớn của lực \vec{F}_2 (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy).



Lời giải

Trả lời: 56,6



Ta có: $\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1$. Để vật trở về trạng thái cân bằng thì hợp lực bằng $\vec{0}$.

$$\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 - 2\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1.$$

Đặt $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$, $\vec{F}_3 = \vec{OC}$, $\vec{F}_4 = \vec{OD}$.

Ta có: $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 \Leftrightarrow \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OA}$ do đó $OCAD$ là hình bình hành.

Mặt khác: $OC = OD = 20$ và $\widehat{COD} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ nên $OCAD$ là hình vuông.

Khi đó: $|\vec{F}_1| = OA = 20\sqrt{2} \text{ N}$, $|\vec{F}_2| = 2|\vec{F}_1| = 40\sqrt{2} \text{ N} \approx 56,6 \text{ N}$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Miền biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq -2 \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ là một miền đa giác. Tính diện tích S của đa giác đó.

A. $S = \frac{9}{2}$. B. $S = 3$. C. $S = 9$. D. $S = 6$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho 2 vectơ \vec{a} và \vec{b} có $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 7$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

A. $\sqrt{79}$. B. 79. C. $\sqrt{37}$. D. 37.

Câu 3: Cho ΔABC . Gọi M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $2MB = 3MC$. Chọn khẳng định **ĐÚNG** trong các khẳng định sau:

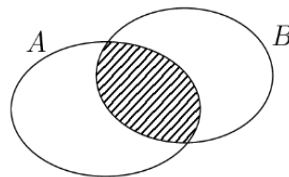
A. $\vec{AM} = \frac{8}{5}\vec{AB} - \frac{3}{5}\vec{AC}$. B. $\vec{AM} = \frac{2}{5}\vec{AB} + \frac{3}{5}\vec{AC}$.

C. $\vec{AM} = \frac{8}{5}\vec{AB} + \frac{3}{5}\vec{AC}$. D. $\vec{AM} = \frac{2}{5}\vec{AB} - \frac{3}{5}\vec{AC}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4)$, $B(-1;-4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $OABD$ là hình bình hành.

A. $D(3;-8)$ B. $D(-3;-8)$ C. $D(3;8)$ D. $D(-3;8)$

Câu 5: Cho A, B là hai tập hợp được minh họa như hình vẽ. Phần tô bằng các nét gạch trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây?



A. $B \setminus A$ B. $A \cup B$ C. $A \setminus B$ D. $A \cap B$

Câu 6: Cho ΔABC có $BC = 9$ và $\widehat{A} = 60^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

A. $R = 6\sqrt{3}$. B. $R = 9\sqrt{3}$. C. $R = \sqrt{3}$. D. $R = 3\sqrt{3}$.

Câu 7: Tìm cặp vectơ vuông góc trong các cặp vectơ sau đây?

A. $\vec{a} = (-1;3), \vec{b} = (6;-2)$. B. $\vec{a} = (1;3), \vec{b} = (-6;-2)$.

C. $\vec{a} = (-1;3), \vec{b} = (6;2)$. D. $\vec{a} = (-1;-3), \vec{b} = (6;2)$.

Câu 8: Cho ΔABC có cạnh $b = 8, c = 5$ và $\widehat{A} = 60^\circ$. Tính độ dài đường cao h_a của ΔABC .

A. $\frac{20\sqrt{3}}{7}$. B. $\frac{40\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{10\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{7}$.

Câu 9: Cho ΔABC có trọng tâm G . Để tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$, một học sinh làm như sau:

B1: $\overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MG} = 0$.

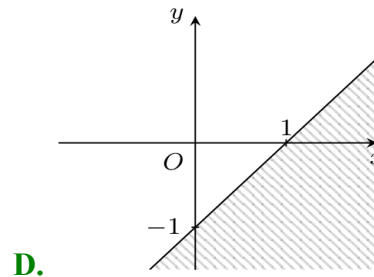
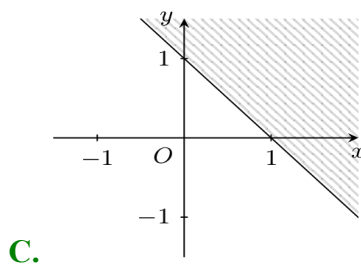
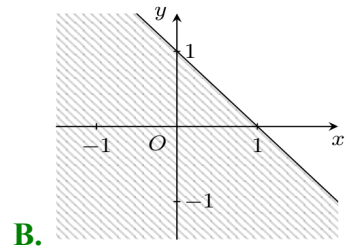
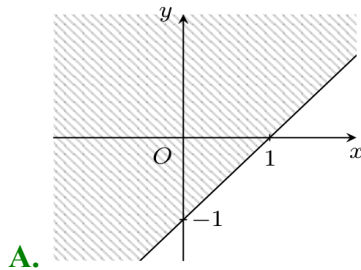
B2: $3\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MG}$.

B3: Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn có đường kính BG .

Hỏi học sinh lập luận **ĐÚNG** hay **SAI**. Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Bước 3. **B.** Lập luận trên **ĐÚNG**. **C.** Bước 1. **D.** Bước 2.

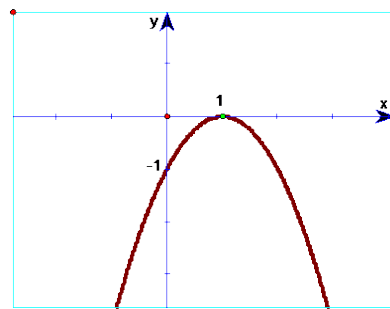
Câu 10: Hình nào sau đây (phần không bị gạch chéo) biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x - y \geq 1$?



Câu 11: Cho Parabol có phương trình $y = x^2 - 2x + 3$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

A. $x = 3$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \frac{3}{2}$.

Câu 12: Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^2 - 2x$. **B.** $y = x^2 - 2x + 1$. **C.** $y = -x^2 + 2x$. **D.** $y = -x^2 + 2x - 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhân ngày tết trung thu, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé bán ra có hai loại:

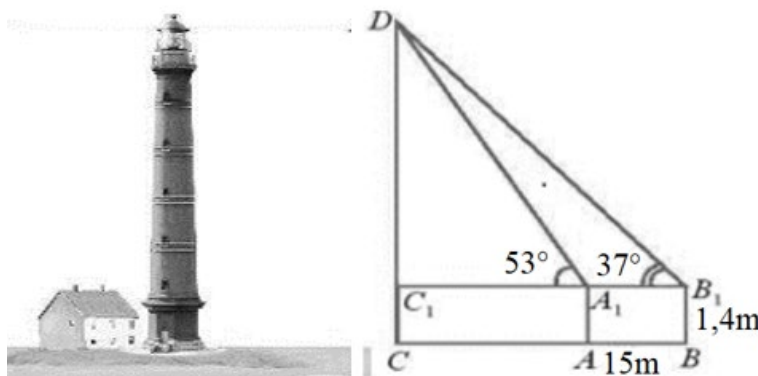
Loại 1 (dành cho trẻ từ 6-13 tuổi): 50000 đồng/ vé.

Loại 2 (dành cho người trên 13 tuổi): 100000 đồng/ vé.

Người ta tính toán rằng, nếu bán được x vé loại 1 và y vé loại 2, để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được phải đạt tối thiểu 20 triệu đồng.

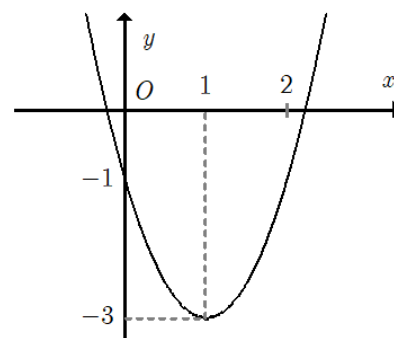
- a) Số tiền bán được của vé loại 1 là $100000x$, số tiền bán được của vé loại 2 là $50000y$ ($x, y \in \mathbb{N}$).
- b) Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y để rạp phim không bị lỗ là: $x + 2y \geq 400$.
- c) $(200; 100)$ là nghiệm của bất phương trình bậc nhất $x + 2y \geq 400$.
- d) Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y \geq 400$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $d: x + 2y = 400$, không chứa điểm $O(0; 0)$.

Câu 2: Muốn đo chiều cao của một ngọn tháp, người ta lấy hai điểm A, B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 15m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao $h = 1,4m$. Gọi D là đỉnh của tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp (như hình vẽ minh họa bên dưới). Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 53^\circ, \widehat{DB_1C_1} = 37^\circ$.



- a) $\widehat{B_1A_1D} = 127^\circ$.
- b) Độ dài cạnh DB_1 là $43,46(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- c) Độ dài cạnh DA_1 là $32,75(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- d) Chiều cao của tháp là $26,16(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3: Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ như hình vẽ:



- a) Parabol có đỉnh $O(0; 0)$.
- b) Parabol có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- d) Phương trình $f(f^2(x) - 3f(x) + 3) = -3$ có 4 nghiệm phân biệt

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 2. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AM = \frac{AC}{4}$.

Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng DC .

- a) $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
- b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4\sqrt{2}$.
- c) $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.
- d) $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề chứa biến?

- 1) " $2x+1$ là số lẻ" (với x là số tự nhiên).
- 2) " $x+1=0$ ".
- 3) " $x-2y \geq 0$ ".
- 4) " $(x+y)^2$ là số chính phương" (với x, y là số tự nhiên).
- 5) " $x^2-3x+2=0$ ".
- 6) " $2x-1 \leq 7$ ".

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB=25; AC=27; BC=32$. Gọi I là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AI=2CI$. Tính độ dài cạnh BI .

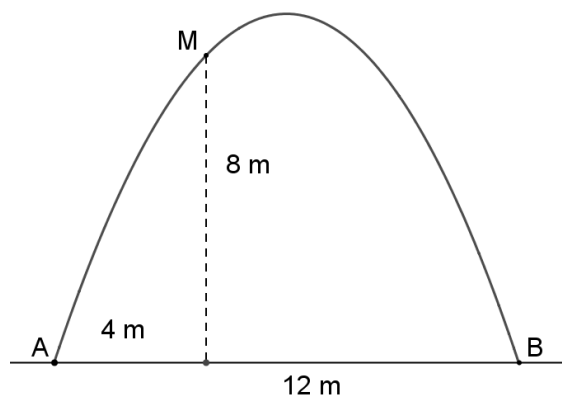
Câu 3: Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = 2x - 3y$ với $(x; y)$ thuộc

$$\text{miền nghiệm của hệ bất phương trình } \begin{cases} x \geq -1 \\ 2x + y \leq 5 \\ 3x - 2y \geq -2 \\ x - 3y \leq 4 \end{cases}$$

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết điểm $A(4;5), C(-2;-1)$. Gọi M là trung điểm của BC , N là giao điểm của BD và AM . Biết $N(4;1)$, tọa độ điểm D có dạng $D(a;b)$, $a, b \in Z$. Tính tổng $a+b$?

Câu 5: Cho tam giác ABC ($AB < AC$), AD là phân giác trong của góc A . Qua trung điểm M của cạnh BC , ta kẻ đường thẳng song song với AD , cắt cạnh AC tại E và cắt tia BA tại F . Biết rằng $AB=6$ và $4BD=3BM$. Tính: $|\overline{CM} - \overline{EM}|$?

Câu 6: Cổng chào tại huyện X có hình dạng là một parabol (như hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng $12m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $8m$ so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn $4m$. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng chào này theo đơn vị mét (tính khoảng cách từ điểm cao nhất của cổng đến mặt đất).



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Miền biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq -2 \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ là một miền đa giác. Tính diện tích

S của đa giác đó.

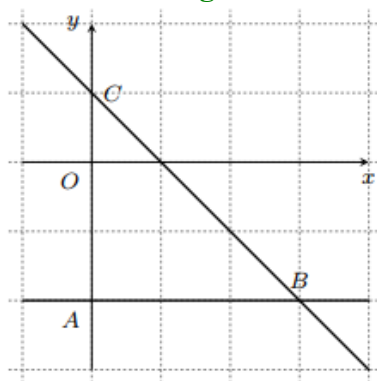
A. $S = \frac{9}{2}$.

B. $S = 3$.

C. $S = 9$.

D. $S = 6$.

Lời giải



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác ABC với $A(0; -2)$; $B(3; -2)$; $C(0; 1)$ (kể cả ba cạnh của tam giác).

Suy ra $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3$ và $AC = 3$.

Vậy diện tích của đa giác là $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{9}{2}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho 2 vectơ \vec{a} và \vec{b} có $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 7$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

A. $\sqrt{79}$.

B. 79.

C. $\sqrt{37}$.

D. 37.

Lời giải

Ta có $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 3^2 + 7^2 + 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \cos 120^\circ = 37$.

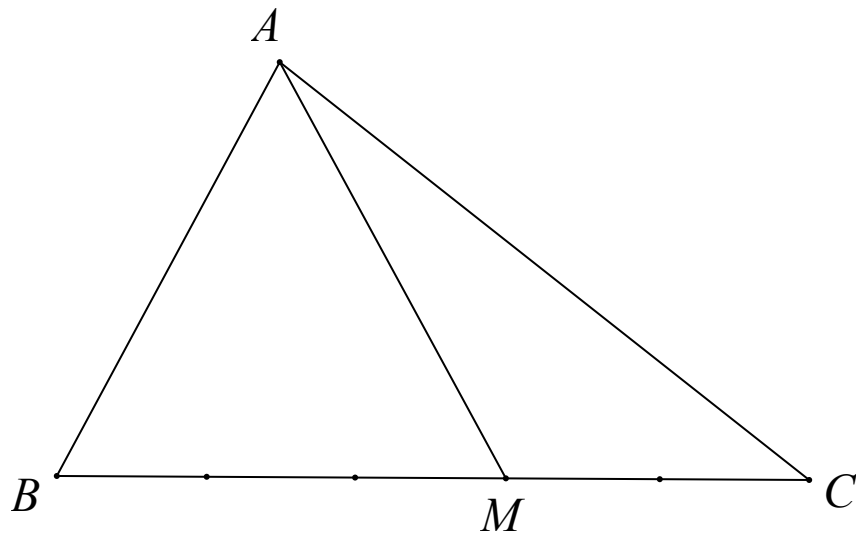
Suy ra $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{37}$.

Câu 3: Cho $\triangle ABC$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $2MB = 3MC$. Chọn khẳng định **ĐÚNG** trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{8}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{8}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4)$, $B(-1;-4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $OABD$ là hình bình hành.

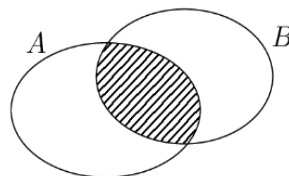
- A.** $D(3;-8)$ **B.** $D(-3;-8)$ **C.** $D(3;8)$ **D.** $D(-3;8)$

Lời giải

Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{OD}(x; y)$; $\overrightarrow{AB}(-3; -8)$

tứ giác $OABD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -8 \end{cases}$

Câu 5: Cho A, B là hai tập hợp được minh họa như hình vẽ. Phần tô bằng các nét gạch trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây?



- A.** $B \setminus A$ **B.** $A \cup B$ **C.** $A \setminus B$ **D.** $A \cap B$

Lời giải

Câu 6: Cho ΔABC có $BC = 9$ và $\widehat{A} = 60^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

- A.** $R = 6\sqrt{3}$. **B.** $R = 9\sqrt{3}$. **C.** $R = \sqrt{3}$. **D.** $R = 3\sqrt{3}$.

Lời giải

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{9}{2 \sin 60^\circ} = 3\sqrt{3}.$$

Câu 7: Tìm cặp vector vuông góc trong các cặp vector sau đây?

- A.** $\vec{a} = (-1; 3), \vec{b} = (6; -2)$. **B.** $\vec{a} = (1; 3), \vec{b} = (-6; -2)$.
C. $\vec{a} = (-1; 3), \vec{b} = (6; 2)$. **D.** $\vec{a} = (-1; -3), \vec{b} = (6; 2)$.

Lời giải

Nhận thấy cặp vector $\vec{a} = (-1; 3), \vec{b} = (6; 2)$ có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 6 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 8: Cho ΔABC có cạnh $b = 8, c = 5$ và $\widehat{A} = 60^\circ$. Tính độ dài đường cao h_a của ΔABC .

- A. $\frac{20\sqrt{3}}{7}$. B. $\frac{40\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{10\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải

Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A = 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow a = 7$.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}.$$

$$\text{Mà: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S_{\Delta ABC}}{a} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{3}}{7} = \frac{20\sqrt{3}}{7}.$$

Câu 9: Cho ΔABC có trọng tâm G . Để tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$, một học sinh làm như sau:

B1: $\overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MG} = 0$.

B2: $3\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MG} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \perp \overrightarrow{MG}$.

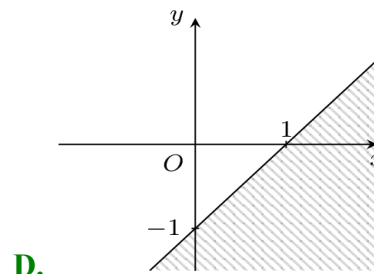
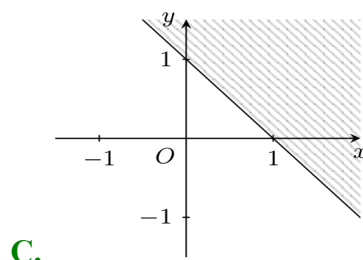
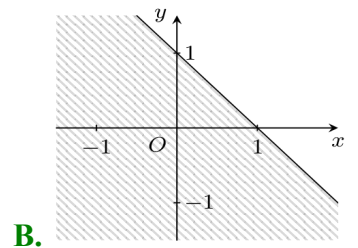
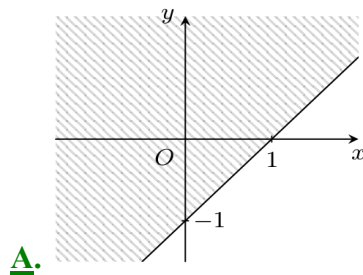
B3: Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn có đường kính BG .

Hỏi học sinh lập luận **ĐÚNG** hay **SAI**. Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Bước 3. B. Lập luận trên **ĐÚNG**.
C. Bước 1. D. Bước 2.

Lời giải

Câu 10: Hình nào sau đây (phần không bị gạch chéo) biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x - y \geq 1$?



Lời giải

Chọn A

Ta có $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình nên phương án C, D sai.

Ta có $(0; 1)$ không thuộc đường thẳng $x - y = 1$ nên B sai.

Ta có $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đồng thời đường thẳng $x - y = 1$ đi qua $(0; -1), (1; 0)$ nên A đúng.

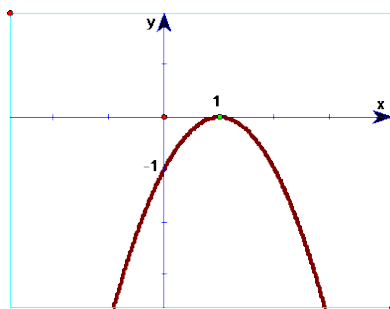
Câu 11: Cho Parabol có phương trình $y = x^2 - 2x + 3$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$$

Câu 12: Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^2 - 2x$.

B. $y = x^2 - 2x + 1$.

C. $y = -x^2 + 2x$.

D. $y = -x^2 + 2x - 1$.

Lời giải

Hình dạng đồ thị (bề lõm quay xuống dưới) nên $a < 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhân ngày tết trung thu, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé bán ra có hai loại:

Loại 1 (dành cho trẻ từ 6-13 tuổi): 50000 đồng/ vé.

Loại 2 (dành cho người trên 13 tuổi): 100000 đồng/ vé.

Người ta tính toán rằng, nếu bán được x vé loại 1 và y vé loại 2, để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được phải đạt tối thiểu 20 triệu đồng.

a) Số tiền bán được của vé loại 1 là $100000x$, số tiền bán được của vé loại 2 là $50000y$ ($x, y \in \mathbb{N}$).

b) Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y để rạp phim không bị lỗ là: $x + 2y \geq 400$.

c) $(200; 100)$ là nghiệm của bất phương trình bậc nhất $x + 2y \geq 400$.

d) Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y \geq 400$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $d: x + 2y = 400$, không chứa điểm $O(0; 0)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Sai

1 vé loại 1: 50000 đồng nên x vé loại 1 là $50000x$ đồng.

1 vé loại 2: 100000 đồng nên y vé loại 1 là $100000y$ đồng.

b) Đúng

Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y để rạp phim không bị lỗ là: $x + 2y \geq 400$.

c) Đúng

Thay $x = 200, y = 100$ vào bất phương trình ta có $50 \cdot 200 + 100 \cdot 100 = 20000$ nên $(200; 100)$ là nghiệm của bất phương trình $50x + 100y \geq 20000$.

d) Đúng

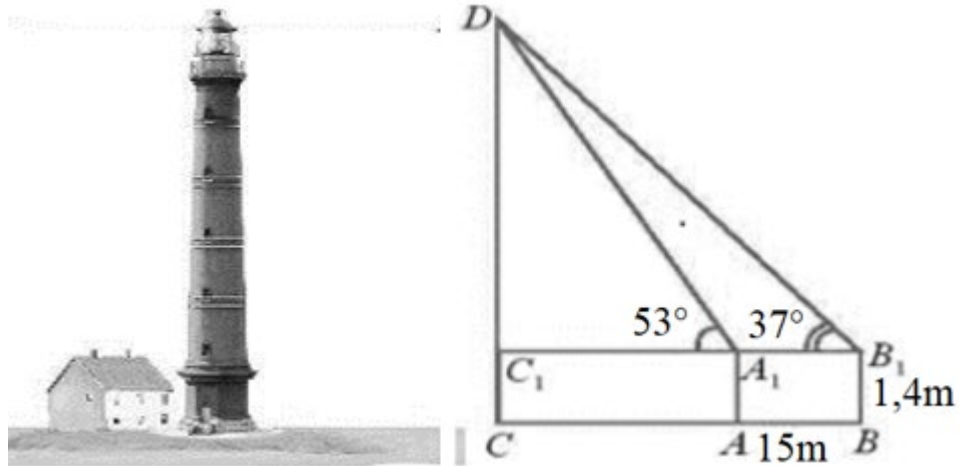
Biểu diễn miền nghiệm của $50x + 100y \geq 20000$ (*) trên mặt phẳng tọa độ:

Vẽ đường thẳng $d: 50x + 100y = 20000$

Ta thấy điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của (*) do thay tọa độ O vào (*): $0 \geq 20000$ (sai).

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $50x + 100y \geq 20000$ (*) là nửa mặt phẳng (kể cả d) có không chứa điểm O (phần không gạch chéo trên hình).

Câu 2: Muốn đo chiều cao của một ngọn tháp, người ta lấy hai điểm A, B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 15m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao $h = 1,4m$. Gọi D là đỉnh của tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp (như hình vẽ minh họa bên dưới). Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 53^\circ, \widehat{DB_1C_1} = 37^\circ$.



- a) $\widehat{B_1A_1D} = 127^\circ$.
 b) Độ dài cạnh DB_1 là $43,46(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
 c) Độ dài cạnh DA_1 là $32,75(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
 d) Chiều cao của tháp là $26,16(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $\widehat{B_1A_1D} = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$,

$\widehat{A_1DB_1} = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác A_1B_1D , ta có

$$\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{DA_1}{\sin \widehat{A_1B_1D}} = \frac{DB_1}{\sin \widehat{DA_1B_1}}$$

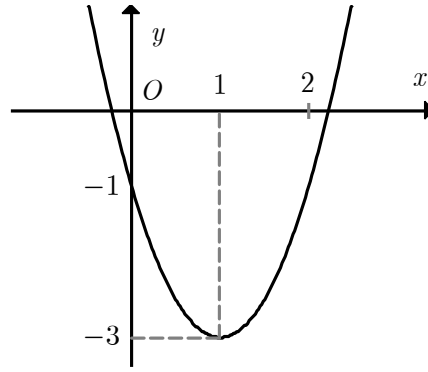
$$\Rightarrow DB_1 = \frac{A_1B_1 \cdot \sin \widehat{DA_1B_1}}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{15 \cdot \sin 127^\circ}{\sin 16^\circ} \approx 43,46(m).$$

$$\Rightarrow DA_1 = \frac{A_1B_1 \cdot \sin \widehat{A_1B_1D}}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{15 \cdot \sin 37^\circ}{\sin 16^\circ} \approx 32,75(m)$$

$$DC_1 = DA_1 \cdot \sin \widehat{DA_1C_1} = 32,75 \cdot \sin 53^\circ \approx 26,16(m).$$

Vậy $CD = CC_1 + C_1D \approx 27,57(m)$.

Câu 3: Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ như hình vẽ:



- a) Parabol có đỉnh $O(0;0)$.
 b) Parabol có trục đối xứng là đường thẳng $x=1$.
 c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
 d) Phương trình $f(f^2(x)-3f(x)+3)=-3$ có 4 nghiệm phân biệt

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

- a) Parabol có đỉnh $I(1;-3)$. Nên mệnh đề **Sai**.
 b) Parabol có trục đối xứng là đường thẳng $x=1$. Nên mệnh đề **đúng**.
 c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. Nên mệnh đề **đúng**.
 d) Từ đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ ta có:

$$f(f^2(x)-3f(x)+3)=-3 \Rightarrow f^2(x)-3f(x)+3=1 \Rightarrow \begin{cases} f(x)=1 \\ f(x)=2 \end{cases}$$

Phương trình $f(x)=1$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x)=2$ có hai nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(f^2(x)-3f(x)+3)=-3$ có bốn nghiệm. Nên mệnh đề **đúng**.

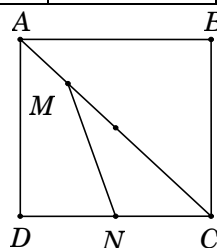
Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 2. Điểm M nằm trên đoạn thẳng AC sao cho $AM = \frac{AC}{4}$.

Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng DC .

- a) $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.
 b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4\sqrt{2}$.
 c) $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.
 d) $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MN} = 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



a) $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

$$b) \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 4.$$

$$c) \overline{MN} = \overline{AN} - \overline{AM} = \overline{AD} + \overline{DN} - \frac{1}{4} \overline{AC} = \overline{AD} + \frac{1}{2} \overline{DC} - \frac{1}{4} (\overline{AB} + \overline{AD})$$

$$= \overline{AD} + \frac{1}{2} \overline{AB} - \frac{1}{4} (\overline{AB} + \overline{AD}) = \frac{3}{4} \overline{AD} + \frac{1}{4} \overline{AB}.$$

$$d) \overline{MB} = \overline{AB} - \overline{AM} = \overline{AB} - \frac{1}{4} \overline{AC} = \overline{AB} - \frac{1}{4} (\overline{AB} + \overline{AD}) = \frac{3}{4} \overline{AB} - \frac{1}{4} \overline{AD}.$$

$$\overline{MB} \cdot \overline{MN} = \left(\frac{3}{4} \overline{AB} - \frac{1}{4} \overline{AD} \right) \left(\frac{3}{4} \overline{AD} + \frac{1}{4} \overline{AB} \right) = \frac{1}{16} (9 \overline{AB} \cdot \overline{AD} + 3 \overline{AB}^2 - 3 \overline{AD}^2 - \overline{AD} \cdot \overline{AB})$$

$$= \frac{1}{16} (0 + 3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2^2 - 0) = 0.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề chứa biến?

- 1) " $2x+1$ là số lẻ" (với x là số tự nhiên).
- 2) " $x+1=0$ ".
- 3) " $x-2y \geq 0$ ".
- 4) " $(x+y)^2$ là số chính phương" (với x, y là số tự nhiên).
- 5) " $x^2 - 3x + 2 = 0$ ".
- 6) " $2x - 1 \leq 7$ ".

Lời giải

Trả lời: 4

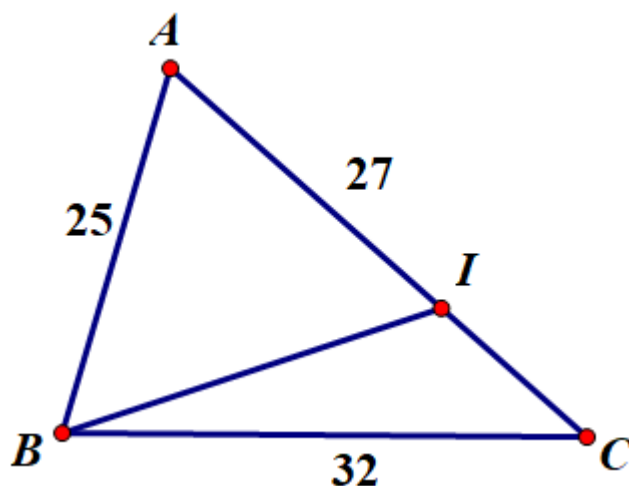
Câu 1) và 4) là các mệnh đề đúng.

Vậy có bốn mệnh đề chứa biến là câu 2), 3), 5) và 6).

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 25$; $AC = 27$; $BC = 32$. Gọi I là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AI = 2CI$. Tính độ dài cạnh BI .

Lời giải

Trả lời: 27



$$\text{Vì } AC = 27 \text{ và } AI = 2CI \Rightarrow AI = \frac{2}{3} AC = \frac{2}{3} \cdot 27 = 18.$$

Áp dụng định lí cô sin trong tam giác ABC ta có

$$\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2 \cdot AC \cdot AB} = \frac{25^2 + 27^2 - 32^2}{2 \cdot 25 \cdot 27} = \frac{11}{45}.$$

Áp dụng định lí cô sin trong tam giác BCI ta có

$$BI^2 = AB^2 + AI^2 - 2 \cdot AB \cdot AI \cdot \cos \widehat{BAI} = 25^2 + 18^2 - 2 \cdot 25 \cdot 18 \cdot \frac{11}{45} = 729 \Rightarrow BI = 27.$$

Câu 3: Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = 2x - 3y$ với $(x; y)$ thuộc

miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ 2x + y \leq 5 \\ 3x - 2y \geq -2 \\ x - 3y \leq 4 \end{cases}$$

Lời giải

Trả lời: 0

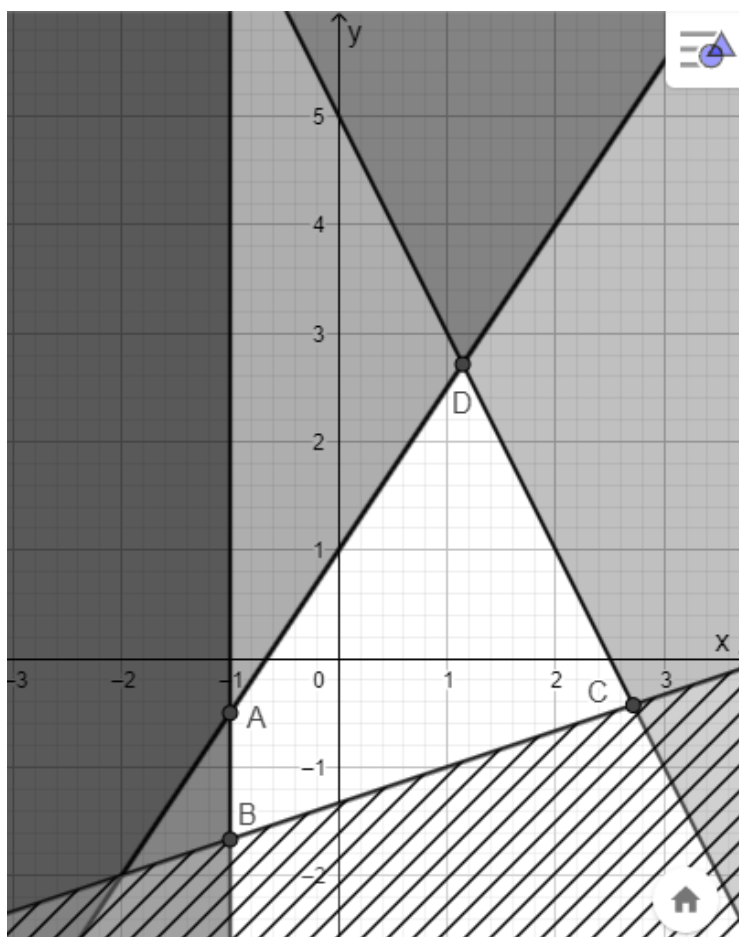
$$x = -1$$

$$2x + y = 5$$

Vẽ các đường thẳng:

$$3x - 2y = -2$$

$$x - 3y = 4$$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác ABCD với

$$A\left(-1; -\frac{1}{2}\right); B\left(-1; -\frac{5}{3}\right); C\left(\frac{19}{7}; -\frac{3}{7}\right); D\left(\frac{8}{7}; \frac{19}{7}\right)$$

Khi đó

$$F\left(-1; -\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$F\left(-1; -\frac{5}{3}\right) = 3$$

$$F\left(\frac{19}{7}; -\frac{3}{7}\right) = \frac{47}{7}$$

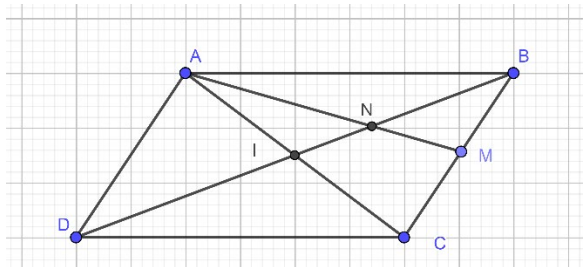
$$F\left(\frac{8}{7}; \frac{19}{7}\right) = -\frac{41}{7}$$

$$\text{Vậy } \min F = -\frac{41}{7}; \max F = \frac{47}{7}$$

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết điểm $A(4;5), C(-2;-1)$. Gọi M là trung điểm của BC, N là giao điểm của BD và AM . Biết $N(4;1)$, tọa độ điểm D có dạng $D(a;b), a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b$?

Lời giải

Đáp án: -3 .



Gọi I là giao điểm của AC và BD suy ra I là trung điểm của AC

Suy ra:

$$\begin{cases} x_I = \frac{4-2}{2} = 1 \\ y_I = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(1;2).$$

Xét tam giác ABC có AM, BI là hai trung tuyến cắt nhau tại N nên N là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $\overline{IN} = \frac{1}{3}\overline{IB} = \frac{1}{3}\overline{DI}$.

$$\text{Gọi } D(x; y) \Rightarrow \overline{DI} = (1-x; 2-y), \overline{IN} = (3; -1).$$

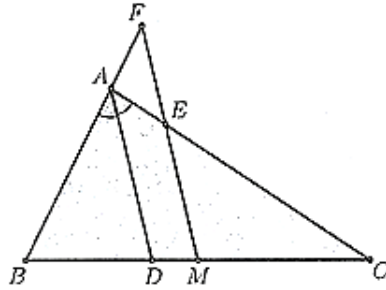
$$\text{Ta có: } \overline{IN} = \frac{1}{3}\overline{DI} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = \frac{1}{3}(1-x) \\ -1 = \frac{1}{3}(2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow D(-8; 5).$$

Vậy $a+b = -3$.

Câu 5: Cho tam giác $ABC (AB < AC)$, AD là phân giác trong của góc A . Qua trung điểm M của cạnh BC , ta kẻ đường thẳng song song với AD , cắt cạnh AC tại E và cắt tia BA tại F . Biết rằng $AB = 6$ và $4BD = 3BM$. Tính: $|\overline{CM} - \overline{EM}|$?

Lời giải

Trả lời: 8



Ta có: $\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{EM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{CE}$

Ta có: $ME \parallel AD \Rightarrow \frac{CE}{CA} = \frac{CM}{CD}$ (1); $AD \parallel MF \Rightarrow \frac{BA}{BF} = \frac{BD}{BM}$ (2)

Nhân theo vế (1), (2) với $BM = CM$, ta được: $\frac{CE}{BF} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ (3).

Theo giả thiết, AD là phân giác của góc A nên $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$ (4).

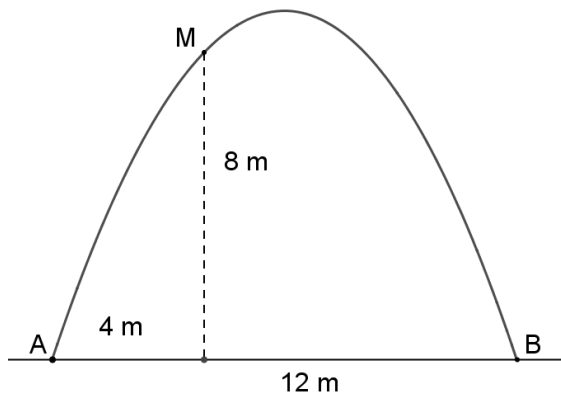
Từ (3) và (4) suy ra $\frac{CE}{BF} = 1 \Rightarrow CE = BF$ (5).

Từ (2): $\frac{BA}{BF} = \frac{BD}{BM} = \frac{3}{4} \Rightarrow BF = \frac{4}{3}BA = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8$ (6).

Từ (5) và (6) suy ra $CE = BF = 8$.

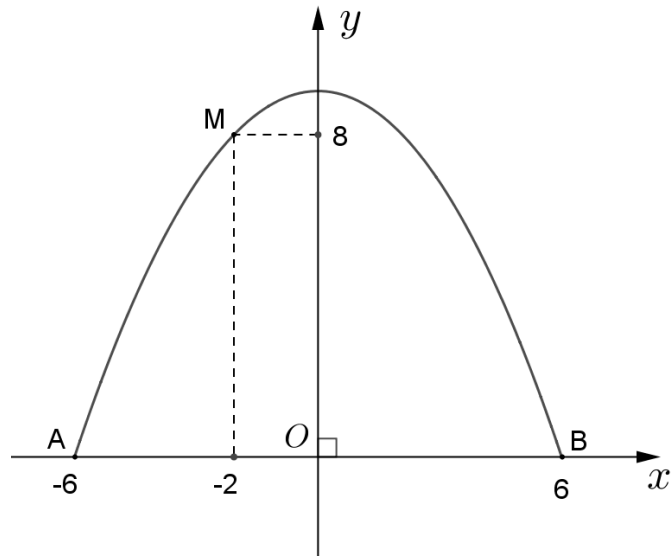
Vậy $|\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{EM}| = |\overrightarrow{CE}| = CE = 8$.

Câu 6: Cổng chào tại huyện X có hình dạng là một parabol (như hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 12 m . Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 8 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 4 m . Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng chào này theo đơn vị mét (tính khoảng cách từ điểm cao nhất của cổng đến mặt đất).



Lời giải

Trả lời: 9



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Ta có hàm số $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$.

Đồ thị (P) đi qua các điểm $B(6;0)$, $M(-2;8)$ và có trục đối xứng $x = 0$ nên ta có hệ phương

$$\text{trình: } \begin{cases} 36a + 6b + c = 0 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36a + c = 0 \\ 4a + c = 8 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 9 \\ a = -\frac{1}{4} \\ b = 0 \end{cases}$$

Suy ra $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 9$ có tọa độ đỉnh là $I(0;9)$. Vậy chiều cao công chào là 9 m .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết rằng $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của α là bao nhiêu

- A. $\alpha = 150^\circ$ B. $\alpha = 60^\circ$ C. $\alpha = 30^\circ$ D. $\alpha = 120^\circ$

Câu 2: Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA}$

Câu 3: Cho tam giác ABC là tam giác đều. Góc giữa hai véc-tơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} nhận giá trị nào sau đây?

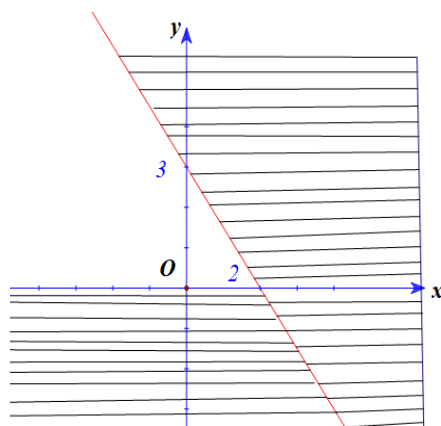
- A. 120° B. 45° C. 30° D. 60°

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ sau:



- A. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$ B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$ D. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{IA}$

Câu 5: Phần không gạch chéo (không kẻ bờ) ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



- A. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

Câu 6: Vector $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PQ}$ bằng vector nào trong các vector sau?

- A. \overrightarrow{MQ} B. \overrightarrow{PQ} C. $\vec{0}$ D. $2\overrightarrow{MQ}$

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2;1), B(4;5)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(0;4)$.

- A. $C(2;6)$ B. $C(-2;6)$ C. $C\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right)$ D. $C\left(\frac{-2}{3}; \frac{-10}{3}\right)$

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BC và AD . Tính $|\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}|$.

- A. $2a$ B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}a$ C. $a\sqrt{2}$ D. a

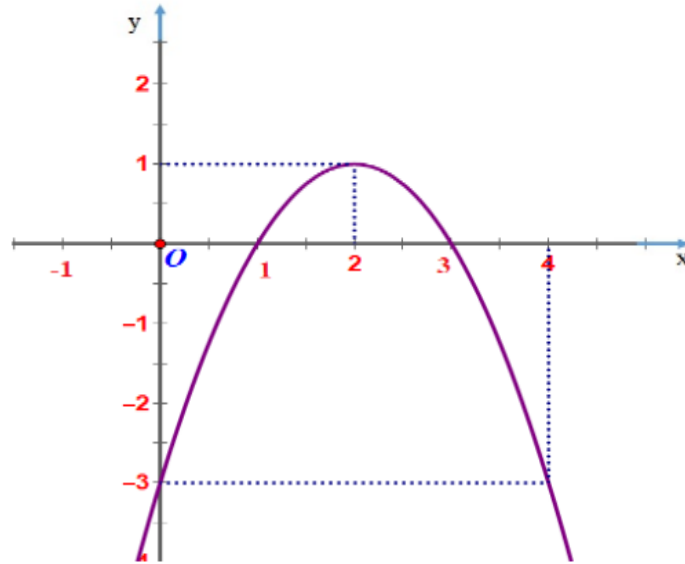
Câu 9: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 7, 9. Góc lớn nhất của tam giác có cosin bằng bao nhiêu ?

- A. $\frac{5}{6}$. B. $-\frac{1}{5}$. C. $-\frac{1}{10}$. D. $\frac{19}{30}$

Câu 10: Cho hai vecto \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi hai vecto \vec{a} và \vec{b} . Nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ thì α nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 180° . B. 45° . C. 0° . D. 90°

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $f(0)$ bằng



- A. -3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 12: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là một parabol (P). Tìm tọa độ đỉnh S của (P) là

- A. $S(-2;1)$. B. $S(-2;-1)$. C. $S(2;-1)$. D. $S(2;3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có ABC có $AB = 3, BC = 5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$.

a) $\frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{AM} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{AC}$.

b) Tam giác ABC có $BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$.

c) Tam giác ABC có $AC = 6$.

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC là $R = \frac{5}{6}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 2a, BC = 4a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$?

a) \vec{AB} và \vec{BC} cùng phương.

b) $\vec{CA} - \vec{CB} = \vec{BA}$.

c) $|\vec{AB} + \vec{BC}| = 2a\sqrt{3}$.

d) $|\vec{AC} - \vec{BA}| = 4a$.

Câu 3: Bác An dự định trồng hai loại cây là cà phê và tiêu trong nông trại rộng 300 hecta. Biết mỗi hecta trồng cà phê cần 20 công chăm sóc và thu lại lợi nhuận 200 triệu đồng, mỗi hecta trồng tiêu cần 40 công chăm sóc và thu lại lợi nhuận 180 triệu đồng. Biết rằng tổng số công cần dùng không được vượt quá 8000 công. Gọi x, y (hecta) lần lượt là diện tích đất dùng để trồng cà phê và tiêu. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $x + y < 300$
- b) $x + 2y \leq 400$
- c) Tổng lợi nhuận thu được là $T = 200x + 180y$ (triệu đồng).
- d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là một tam giác.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + 2$ với $a \neq 0$, có đồ thị là (P) .

- a) Biết (P) đi qua điểm $E(-1; 5)$. Khi đó $a - b = 4$;
- b) Biết (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$, khi đó $2a - b = 0$;
- c) Biết (P) đi qua hai điểm $M(1; 0)$ và $N(-1; 0)$, khi đó $a + 2024b = -2$;
- d) Biết (P) có đỉnh là điểm $S\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$. Khi đó $(2a + b) : 14$;

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α biết $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị biểu thức $A = 5 \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha$.

Câu 2: Cho ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng 70N và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 60^\circ$. Tìm cường độ của lực \vec{F}_3 . ((kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 3: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 6m. Tại vị trí cao 8m so với mặt đất, một người đứng quan sát có thể nhìn thấy đỉnh và chân của cột ăng-ten dưới một góc lần lượt là 50° và 40° so với phương ngang (như hình vẽ). Tính chiều cao của tòa nhà đó. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm A và B. Để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại A cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại B cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ. Xưởng hiện có 200 kg nguyên liệu và có thể hoạt động liên tục trong 50 ngày. Biết rằng lợi nhuận thu được của mỗi kg sản phẩm loại A là 400 000 đ, lợi nhuận của mỗi kg sản phẩm loại B là 300 000 đ. Hỏi lợi nhuận cao nhất mà xưởng sản xuất có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 5: Cho tam giác ABC có $AB = 2, BC = 3, CA = 4$, M là trung điểm của BC, đường phân giác trong góc C cắt AM tại điểm I. Gọi K thuộc đường thẳng AB sao cho KM vuông góc với BI. Tính tỉ số $\frac{AK}{AB}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh tủ lạnh các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh tủ lạnh Hitachi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng tủ lạnh mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng tủ lạnh đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc tủ lạnh thì số lượng tủ lạnh bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết rằng $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của α là bao nhiêu

A. $\alpha = 150^\circ$

B. $\alpha = 60^\circ$

C. $\alpha = 30^\circ$

D. $\alpha = 120^\circ$

Lời giải

Ta có $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên suy ra $\alpha = 120^\circ$.

Câu 2: Cho bốn điểm bất kỳ A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

A. $\overline{AB} = \overline{OB} + \overline{OA}$

B. $\overline{OA} = \overline{OB} + \overline{AB}$

C. $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC}$

D. $\overline{OA} = \overline{OC} + \overline{CA}$

Lời giải

Đẳng thức đúng là $\overline{OA} = \overline{OC} + \overline{CA}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC là tam giác đều. Góc giữa hai véc-tơ \overline{AB} và \overline{BC} nhận giá trị nào sau đây?

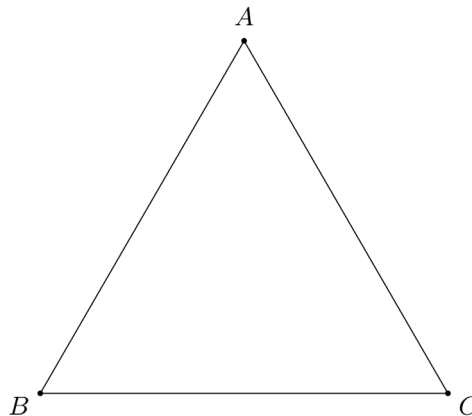
A. 120°

B. 45°

C. 30°

D. 60°

Lời giải



Ta có $(\overline{AB}; \overline{BC}) = (-\overline{BA}; \overline{BC}) = 180^\circ - \widehat{ABC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ sau:



A. $\overline{AB} = -3\overline{AI}$

B. $\overline{AI} = \frac{1}{3}\overline{AB}$

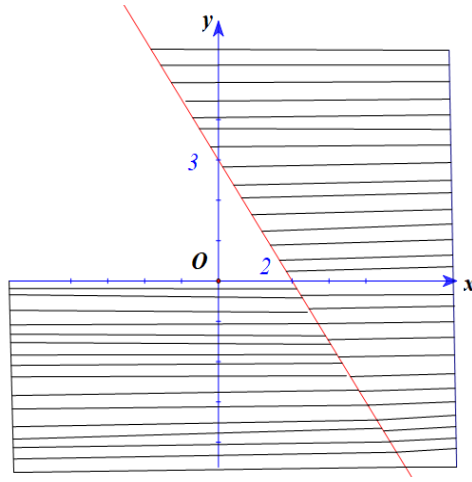
C. $\overline{AB} = 3\overline{AI}$

D. $\overline{AB} = -3\overline{IA}$

Lời giải

$\overline{AB}, \overline{AI}$ ngược hướng và $AB = 3 \cdot AI$.

Câu 5: Phần không gạch chéo (không kẻ bờ) ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Miền không bị gạch nằm trên trục hoành (không kể bờ là trục Ox nên các điểm nằm trong miền có tung độ $y > 0$

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;0); B(0;3)$ có phương trình: $3x + 2y - 6 = 0$

Phần không bị gạch chứa điểm gốc tọa độ $M(1;1)$ mà ta có: $3.1 + 2.1 - 6 = -1 < 0$

Nên miền không bị gạch chứa miền nghiệm của bpt: $3x + 2y - 6 < 0 \Leftrightarrow 3x + 2y < 6$

Do đó phần không gạch chéo (không kể bờ) ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

Câu 6: Vector $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PQ}$ bằng vector nào trong các vector sau?

A. \overrightarrow{MQ} .

B. \overrightarrow{PQ} .

C. $\vec{0}$.

D. $2\overrightarrow{MQ}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$$

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2;1), B(4;5)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(0;4)$.

A. $C(2;6)$.

B. $C(-2;6)$.

C. $C\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

D. $C\left(\frac{-2}{3}; \frac{-10}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $C(x; y)$.

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \frac{-2+4+x}{3} = 0 \\ \frac{1+5+y}{3} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow C(-2; 6)$$

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BC và AD .

Tính $|\vec{NC} + \vec{MC}|$.

A. $2a$.

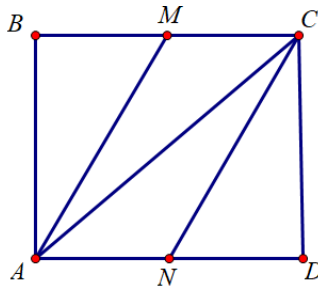
B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. a .

Lời giải

Chọn C



Do $\vec{NC} = \vec{AM}$ nên $|\vec{NC} + \vec{MC}| = |\vec{AM} + \vec{MC}| = |\vec{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.

Câu 9: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 7, 9. Góc lớn nhất của tam giác có cosin bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{1}{5}$.

C. $-\frac{1}{10}$.

D. $\frac{19}{30}$

Lời giải

Chọn C

Góc lớn nhất của tam giác có cosin là $\frac{5^2 + 7^2 - 9^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = -\frac{1}{10}$.

Câu 10: Cho hai vecto \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi hai vecto \vec{a} và \vec{b} . Nếu $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ thì α nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 180° .

B. 45° .

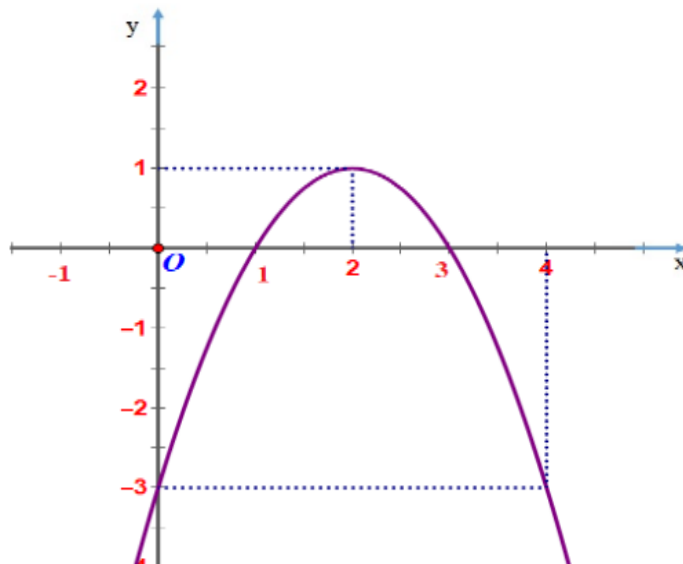
C. 0° .

D. 90°

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $f(0)$ bằng



A. -3 .

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $f(0) = -3$.

- Câu 12:** Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là một parabol (P) . Tìm tọa độ đỉnh S của (P) là
A. $S(-2;1)$. **B.** $S(-2;-1)$. **C.** $S(2;-1)$. **D.** $S(2;3)$.

Lời giải

$$(P): y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0) \text{ có đỉnh } S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right).$$

Vậy $(P): y = x^2 - 4x + 3$ có đỉnh $S(2;-1)$.

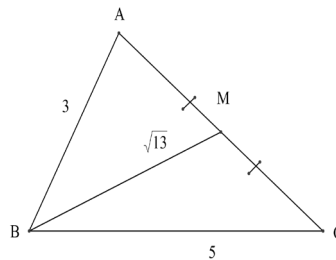
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 3, BC = 5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$.

- a) $\frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{AM} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{AC}$.
b) Tam giác ABC có $BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}$.
c) Tam giác ABC có $AC = 6$.
d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC là $R = \frac{5}{6}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------



a) Đúng

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABC có $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$.

Và trong tam giác ABM có $\cos A = \frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{2 \cdot AB \cdot AM}$.

Từ đó suy ra: $\frac{AB^2 + AM^2 - BM^2}{AM} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{AC}$.

b) Đúng

Mặt khác ta có

$$\begin{aligned} BM^2 &= AB^2 + AM^2 - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \cos A \\ &= AB^2 + \frac{AC^2}{4} - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} \\ &= \frac{AB^2}{2} - \frac{AC^2}{4} + \frac{BC^2}{2} = \frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}. \end{aligned}$$

c) Sai

$$BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow (\sqrt{13})^2 = \frac{3^2 + 5^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow AC = 4.$$

d) Sai

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABC có

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{3^2 + 4^2 - 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 0$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = 90^\circ.$$

Và trong tam giác ABC có $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{AB \cdot \sin A}{BC} = \frac{3}{5}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác ABM ta có

$$\frac{BM}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{BM}{2 \sin C} = \frac{\sqrt{13}}{2 \cdot \frac{3}{5}} = \frac{5\sqrt{13}}{6}.$$

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 2a, BC = 4a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$?

a) \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} cùng phương.

b) $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = 2a\sqrt{3}$.

d) $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}| = 4a$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------------	----------------	----------------	----------------

a) Sai

Ta có: \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} không cùng phương (Vì giá của hai vectơ này cắt nhau).

b) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$ (quy tắc ba điểm).

c) Đúng

$$\text{Ta có: } AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = 4a^2 + 16a^2 - 2 \cdot 2a \cdot 4a \cdot \frac{1}{2} = 12a^2.$$

$$\Rightarrow AC = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy: } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2a\sqrt{3}.$$

d) Đúng

Xét tam giác ABC có $AB = 2a, BC = 4a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Khi đó tam giác ABC là tam giác vuông tại A .

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ.$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$$

Gọi D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành.

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}.$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{AD}| = AD.$$

Hình bình hành $ABDC$ có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ nên là hình chữ nhật.

Do đó $AD = BC$ (hai đường chéo bằng nhau)

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}| = AD = BC = 4a.$$

Câu 3: Bác An dự định trồng hai loại cây là cà phê và tiêu trong nông trại rộng 300 hecta. Biết mỗi hecta trồng cà phê cần 20 công chăm sóc và thu lại lợi nhuận 200 triệu đồng, mỗi hecta trồng tiêu cần 40 công chăm sóc và thu lại lợi nhuận 180 triệu đồng. Biết rằng tổng số công cần dùng không được vượt quá 8000 công. Gọi x, y (hecta) lần lượt là diện tích đất dùng để trồng cà phê và tiêu. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $x + y < 300$
 b) $x + 2y \leq 400$
 c) Tổng lợi nhuận thu được là $T = 200x + 180y$ (triệu đồng).
 d) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là một tam giác.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Ta có: x, y là diện tích đất dùng để trồng cà phê và tiêu, mà diện tích nông trại rộng 300 hecta nên $x + y \leq 300$, suy ra **a) sai**.

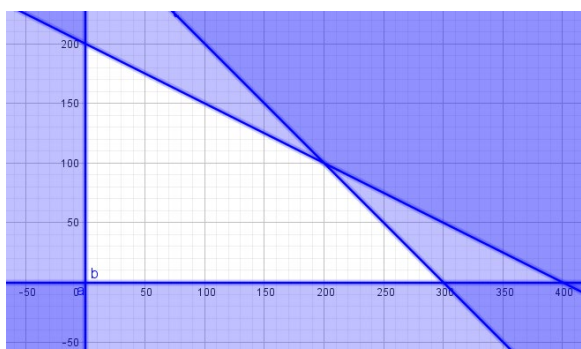
Vì 1 hecta cà phê cần 20 công, 1 hecta tiêu cần 40 công mà tổng số công không vượt quá 8000 nên $20x + 40y \leq 8000 \Rightarrow x + 2y \leq 400$, suy ra **b) đúng**.

Mỗi hecta cà phê thu lợi nhuận 200 triệu đồng, mỗi hecta tiêu thu lợi nhuận 180 triệu đồng nên số tiền thu được $T = 200x + 180y$, suy ra **c) đúng**.

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 300 \\ x + 2y \leq 400 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $ABCD$ với $A(0,0); B(0,200); C(200,100); D(300,0)$, suy ra **d) sai**.



Câu 4: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + 2$ với $a \neq 0$, có đồ thị là (P) .

- a) Biết (P) đi qua điểm $E(-1;5)$. Khi đó $a - b = 4$;
 b) Biết (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$, khi đó $2a - b = 0$;
 c) Biết (P) đi qua hai điểm $M(1;0)$ và $N(-1;0)$, khi đó $a + 2024b = -2$;
 d) Biết (P) có đỉnh là điểm $S\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$. Khi đó $(2a + b) : 14$;

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai

(P) đi qua điểm $E(-1;5)$ nên $a-b+2=5 \Leftrightarrow a-b=3$ (2)

Do đó $a-b=4$.

b) Sai

(P) có trục đối xứng là đường thẳng $x=1$, khi đó $-\frac{b}{2a}=1 \Leftrightarrow 2a+b=0$.

c) Đúng

(P) đi qua hai điểm $M(1;0)$ và $N(-1;0)$ nên ta được

$$\begin{cases} a+b+2=0 \\ a-b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow a+2024b=-2.$$

d) Đúng

Vì (P) có đỉnh là điểm $S\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$ nên hoành độ đỉnh $x=-1=-\frac{b}{2a} \Rightarrow 2a-b=0$ (5)

Lại có (P) đi qua $S\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$ nên $a-b+2=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow a-b=-\frac{7}{2}$ (6)

Từ (5), (6) ta được $a=\frac{7}{2}, b=7 \Rightarrow 2a+b=14$ nên chia hết cho 14.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α biết $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị biểu thức $A = 5 \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha$.

Lời giải

Trả lời: 0,52

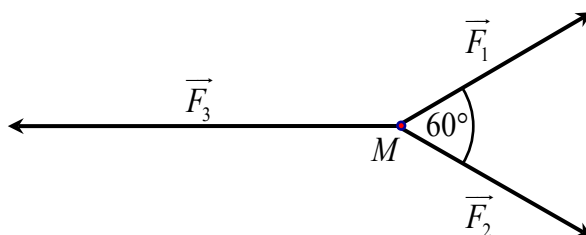
$$\text{Ta có: } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}.$$

$$A = 5 \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 2 \cdot \frac{16}{25} = \frac{13}{25} = 0,52.$$

Câu 2: Cho ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng 70N và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 60^\circ$. Tìm cường độ của lực \vec{F}_3 . ((kết quả làm tròn đến hàng đơn vị))

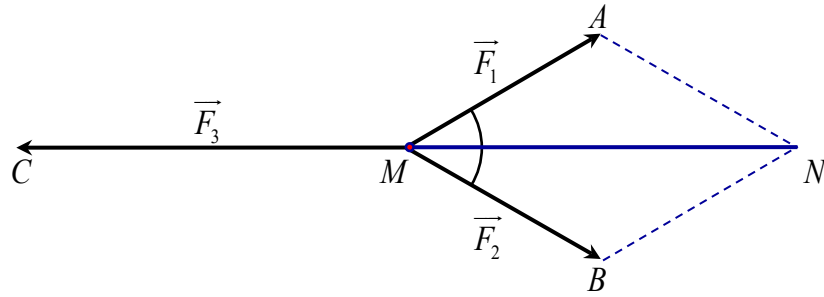
Lời giải

Trả lời: 121



Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.

Gọi $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$. Dựng hình bình hành $AMBN$.



Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$ (quy tắc hình bình hành).

Suy ra $|\vec{F}_3| = |-\vec{MN}| = MN$.

Vì tứ giác $AMBN$ là hình bình hành nên $AN = MB = 70\text{ N}$ và

$$\widehat{MAN} = 180^\circ - \widehat{AMB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

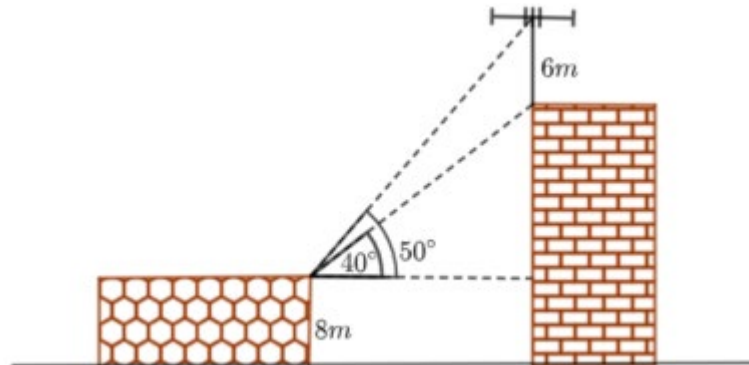
Xét $\triangle AMN$, theo định lý Côsin ta có:

$$MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cdot \cos \widehat{MAN} = 70^2 + 70^2 - 2 \cdot 70 \cdot 70 \cdot \cos 120^\circ = 14700$$

Nên $MN = \sqrt{14700} = 70\sqrt{3}$ (N).

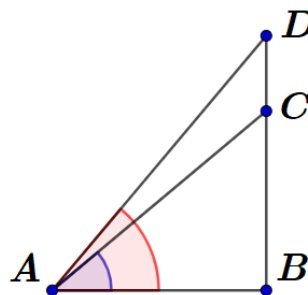
Vậy cường độ của lực \vec{F}_3 là $70\sqrt{3} \approx 121\text{ N}$.

Câu 3: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 6 m . Tại vị trí cao 8 m so với mặt đất, một người đứng quan sát có thể nhìn thấy đỉnh và chân của cột ăng-ten dưới một góc lần lượt là 50° và 40° so với phương ngang (như hình vẽ). Tính chiều cao của tòa nhà đó. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 25



Ta có $\widehat{DAC} = \widehat{DAB} - \widehat{CAB} = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = \frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{BC}{\sin 40^\circ}$.

Tam giác ABD vuông tại B nên $AD = \frac{BC}{\sin \widehat{BAD}} = \frac{BC}{\sin 50^\circ}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } DC^2 &= AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot AC \cos \widehat{DAC} = \frac{BC^2}{\sin^2 50^\circ} + \frac{BC^2}{\sin^2 40^\circ} - 2 \frac{BC}{\sin 50^\circ} \frac{BC}{\sin 40^\circ} \cos 10^\circ \\ \Leftrightarrow DC^2 &= BC^2 \left(\frac{1}{\sin^2 50^\circ} + \frac{1}{\sin^2 40^\circ} - 2 \frac{\cos 10^\circ}{\sin 50^\circ \sin 40^\circ} \right) \\ \Leftrightarrow BC &= \frac{6}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 50^\circ} + \frac{1}{\sin^2 40^\circ} - 2 \frac{\cos 10^\circ}{\sin 50^\circ \sin 40^\circ}}} \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó ta có được chiều cao của tòa nhà là } \frac{6}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 50^\circ} + \frac{1}{\sin^2 40^\circ} - 2 \frac{\cos 10^\circ}{\sin 50^\circ \sin 40^\circ}}} + 8 \approx 25.$$

Câu 4: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm A và B . Để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại A cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại B cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ. Xưởng hiện có 200 kg nguyên liệu và có thể hoạt động liên tục trong 50 ngày. Biết rằng lợi nhuận thu được của mỗi kg sản phẩm loại A là 400 000 đ, lợi nhuận của mỗi kg sản phẩm loại B là 300 000 đ. Hỏi lợi nhuận cao nhất mà xưởng sản xuất có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Trả lời: 20

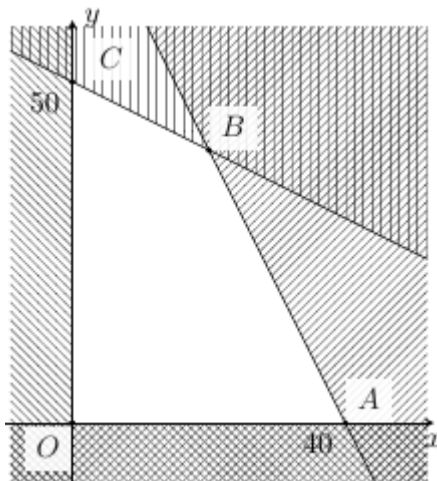
Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại A và loại B mà xưởng lên kế hoạch sản xuất ($x \geq 0, y \geq 0$).

Khối lượng nguyên liệu cần dùng để sản xuất x kg sản phẩm loại A và y kg sản phẩm loại B là $2x + 4y$ kg. Do đó, $2x + 4y \leq 200 \Leftrightarrow x + 2y \leq 100$.

Thời gian để sản xuất x kg sản phẩm loại A và y kg sản phẩm loại B là $30x + 15y$ giờ. Do đó, $30x + 15y \leq 50 \cdot 24 \Leftrightarrow 2x + y \leq 80$.

$$\text{Như thế ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \end{cases}$$

Biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình là tứ giác $OABC$ như hình vẽ dưới đây.



Trong đó $O(0;0)$, $A(40;0)$, $B(20;40)$, $C(0;50)$.

Lợi nhuận thu được là $T(x; y) = 400\,000 \cdot x + 300\,000 \cdot y$ đ.

Ta tính được $T(0;0) = 0$, $T(40;0) = 16\,000\,000$, $T(20;40) = 20\,000\,000$,

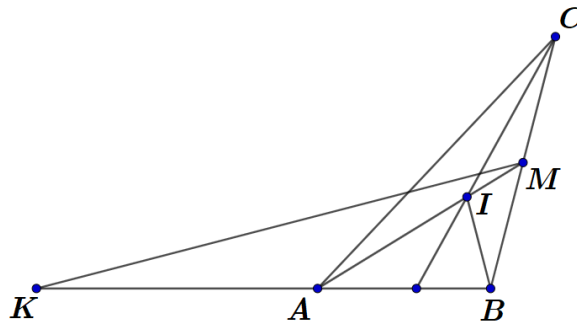
$T(0;50) = 15\,000\,000$.

Vậy sản xuất 20 kg sản phẩm loại A và 40 kg sản phẩm loại B thì thu được lợi nhuận lớn nhất là 20 triệu đồng.

Câu 5: Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 3$, $CA = 4$, M là trung điểm của BC , đường phân giác trong góc C cắt AM tại điểm I . Gọi K thuộc đường thẳng AB sao cho KM vuông góc với BI . Tính tỉ số $\frac{AK}{AB}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,63



$$\text{Ta có } AM = \sqrt{BA^2 + BM^2 - 2BAMB \cos \widehat{ABM}} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{31}}{2}$$

$$\text{Tam giác } ACM \text{ có đường phân giác } CI \text{ nên } \frac{AI}{AC} = \frac{IM}{CM} \Leftrightarrow \frac{AI}{4} = \frac{IM}{\frac{3}{2}} = \frac{AM}{\frac{2}{2}} \Rightarrow AI = \frac{8}{11} AM$$

Đặt $\overrightarrow{KB} = k\overrightarrow{AB}$ ($k > 0$), do BI vuông góc với KM nên $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{KM} = 0$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI}) \cdot (\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{BM}) = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI}) \cdot (k\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -kAB^2 + \overrightarrow{BAMB} + k\overrightarrow{AIBB} + \overrightarrow{AIBM} = 0$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BAMB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BABC} = \frac{1}{2} \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2} = \frac{-3}{4}$$

$$\text{Ta có } k\overrightarrow{AIBB} = \frac{8k}{11} \overrightarrow{AMAB} = \frac{8k}{11} \frac{AM^2 + AB^2 - BM^2}{2} = \frac{38k}{11}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AIBM} = \overrightarrow{IAMB} = \frac{8}{11} \overrightarrow{MAMB} = \frac{8}{11} \frac{MA^2 + MB^2 - AB^2}{2} = \frac{24}{11}$$

$$\text{Khi đó } \Leftrightarrow \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{KM} = -4k + \frac{-3}{2} + \frac{38k}{11} + \frac{24}{11} = 0 \Leftrightarrow k = \frac{21}{8} \Rightarrow KB = \frac{11}{2} \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{13}{8} \approx 1,63.$$

Câu 6: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh tủ lạnh các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh tủ lạnh Hitachi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng tủ lạnh mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng tủ lạnh đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc tủ lạnh thì số lượng tủ lạnh bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

Lời giải

Trả lời: 30,5

Gọi x triệu đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

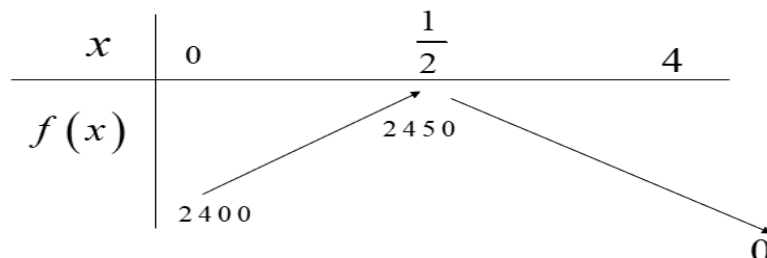
Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc tủ lạnh là $31 - x - 27 = 4 - x$.

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) \Leftrightarrow f(x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên



Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 2450 (triệu) khi $x = \frac{1}{2}$.

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các tập hợp $A = \left[-5; \frac{1}{2}\right], B = (-3; +\infty)$. Khi đó tập hợp $A \cap B =$

- A. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < \frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x \leq \frac{1}{2}\right\}$
C. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq \frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq \frac{1}{2}\right\}$

Câu 2: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$ B. $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$
C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$

Câu 3: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overline{AB} = \overline{CB} + \overline{AC}$. B. $\overline{AB} = \overline{BC} + \overline{AC}$. C. $\overline{AB} = \overline{BC} + \overline{CA}$. D. $\overline{AB} = \overline{CA} + \overline{BC}$.

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên?

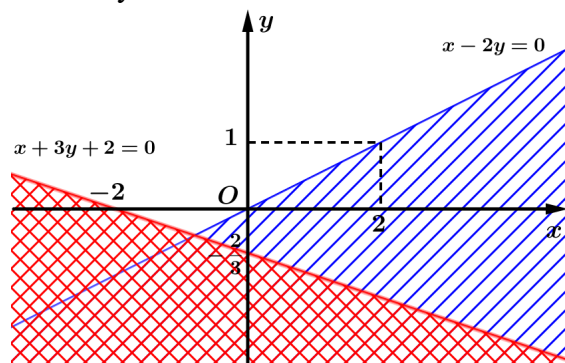


- A. $3\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$. B. $3\overline{AI} + \overline{AB} = \vec{0}$. C. $\overline{AI} + 3\overline{AB} = \vec{0}$. D. $\overline{BI} + 3\overline{BA} = \vec{0}$.

Câu 5: Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm G . Phát biểu nào là đúng?

- A. $\overline{GA} = \overline{GB} = \overline{GC}$. B. $\overline{AB} = \overline{AC}$.
C. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = \sqrt{3}|\overline{AB} - \overline{AC}|$. D. $|\overline{AB} + \overline{AC}| = 2a$.

Câu 6: Trong hình vẽ dưới đây, phần mặt phẳng không bị gạch (kể cả bờ) biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?



- A. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$

Câu 7: Cho ΔABC có D là trung điểm của AB , M là trung điểm của CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Câu 8: Mệnh đề phủ định của mệnh đề: " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ " là:

A. " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ".

B. " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".

C. " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".

D. " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ".

Câu 9: Cho bốn điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

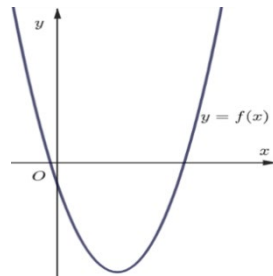
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

A. $y = x^3 - 2x^2 + 5x - 7$. B. $y = \frac{2022}{x^2 + 3x - 1}$. C. $y = x^2 - 4x + 3$. D. $y = \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} - 1$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ ?



A. $a > 0; \Delta > 0$.

B. $a < 0; \Delta > 0$.

C. $a < 0; \Delta = 0$.

D. $a > 0; \Delta < 0$.

Câu 12: Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P) ?

A. $I(0; 1)$.

B. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

C. $I\left(\frac{-1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{-2}{3}\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lớp 10C6 có 18 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và 15 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Biết rằng có 10 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên.

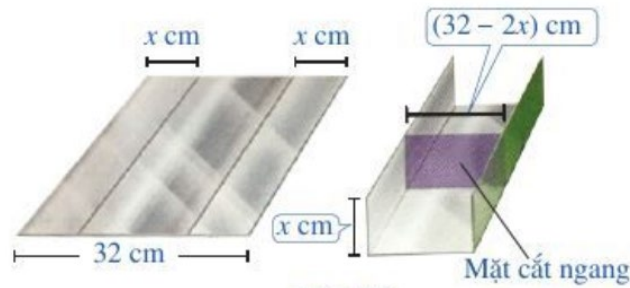
a) Có 8 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ

b) Có 23 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên

c) Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 25 học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá

d) Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 24 học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ

Câu 2: Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng cách chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Để đảm bảo kỹ thuật, diện tích mặt cắt ngang của máng dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 120 cm^2

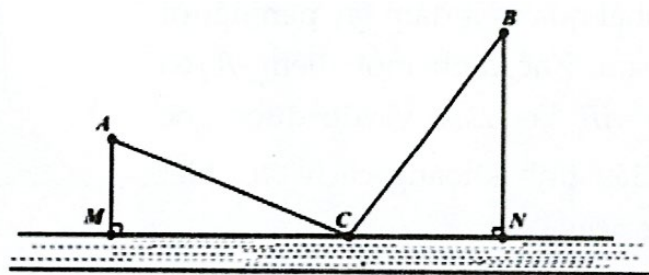


- Chiều ngang mặt cắt ngang của máng dẫn nước là $(32 - 2x)\text{ cm}$.
- Diện tích mặt cắt ngang của máng dẫn nước là $2x(32 - 2x)\text{ cm}^2$.
- Với $x = 5$ máng dẫn nước đảm bảo kỹ thuật.
- Diện tích mặt cắt ngang của máng dẫn nước lớn nhất bằng 128 cm^2 .

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 4, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Các điểm M, N, P, H thỏa mãn điều kiện:
 $\overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BH} = \frac{3}{13}\overrightarrow{BC}$.

- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 5$.
- $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}$.
- M, N, P thẳng hàng.
- $AH \perp BC$.

Câu 4: Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 3\sqrt{17}\text{ km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3\text{ km}, BN = 6\text{ km}$ (hình vẽ).



- Khoảng cách $MN = 18\text{ km}$.
- Nếu trạm nước sạch đặt tại vị trí C là trung điểm của MN thì khi đó $\widehat{ACB} = 90^\circ$.
- Nếu vị trí trạm nước sạch cách A một khoảng $4,5\text{ km}$ thì trạm cách B một khoảng lớn hơn 17 km .
- Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B . Giá trị nhỏ nhất của T lớn hơn 20.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Bác An dùng $40m$ lưới rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh của hình chữ nhật là tường nên chỉ cần rào ba cạnh còn lại của hình chữ nhật. Tính diện tích lớn nhất theo đơn vị m^2 mà bác An có thể rào được.
- Câu 2:** Cho các vectơ \vec{a}, \vec{b} có độ dài bằng 1 và góc tạo bởi hai vectơ bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} với $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)
- Câu 3:** Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(2; -1), C(6; 0)$. Biết tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC là $H(x; y)$. Tính giá trị biểu thức $T = 17x + 34y$
- Câu 4:** Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất thì bác Năm cần trồng m ha ngô và n ha đậu xanh, với $m; n$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + n$. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.
- Câu 5:** Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h (hình vẽ bên). Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị km/h).



- Câu 6:** Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 3, AC = 4$ và O là trung điểm BC , M là điểm di động trên đường thẳng AB . Biểu thức $T = \overline{MA} \cdot \overline{MO} + \overline{MB} \cdot \overline{MO} + \overline{MC} \cdot \overline{MO}$ có giá trị nhỏ nhất bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các tập hợp $A = \left[-5; \frac{1}{2}\right], B = (-3; +\infty)$. Khi đó tập hợp $A \cap B =$

- A.** $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < \frac{1}{2}\right\}$ **B.** $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x \leq \frac{1}{2}\right\}$
C. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq \frac{1}{2}\right\}$ **D.** $\left\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq \frac{1}{2}\right\}$

Lời giải

$$\text{Vì với } x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} -5 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq \frac{1}{2}.$$

Câu 2: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A.** $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$ **B.** $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$
C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ **D.** $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} = -\left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}\right).$$

Câu 3: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên?



- A.** $3\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **B.** $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{AI} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{BI} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Lời giải

Ta có \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AI} là hai véc-tơ ngược hướng và $|\overrightarrow{AB}| = 3|\overrightarrow{AI}|$ nên $3\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Câu 5: Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm G . Phát biểu nào là đúng?

- A.** $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$. **D.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.

Lời giải

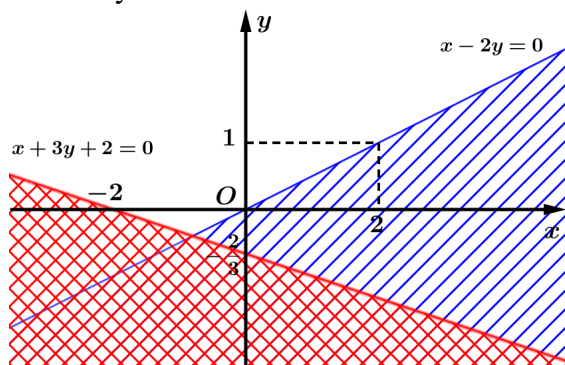
Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AI}| = 2AI$ với I là trung điểm của BC . Tam giác ABC đều cạnh a

$$\Rightarrow AI = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow 2AI = \sqrt{3}a \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác ta có } \sqrt{3}|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = \sqrt{3}|\overrightarrow{CB}| = \sqrt{3}a \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $|\overline{AB} + \overline{AC}| = \sqrt{3} |\overline{AB} - \overline{AC}|$.

Câu 6: Trong hình vẽ dưới đây, phần mặt phẳng không bị gạch (kể cả bờ) biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây?



- A.** $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$

Lời giải

Vì miền nghiệm của hệ bất phương trình bao gồm cả bờ nên loại đáp án **C**.

Chọn điểm $M(0;1)$ thuộc miền nghiệm.

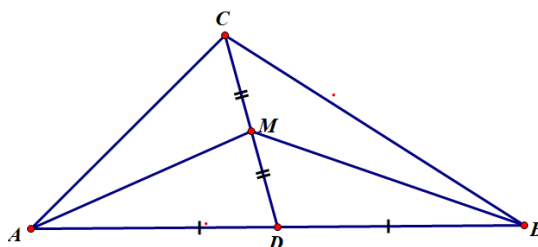
Thay tọa độ điểm vào $M(0;1)$ bất hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$ của đáp án B ta thấy không thoả mãn.

Thay tọa độ điểm vào $M(0;1)$ bất hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$ của đáp án D ta thấy không thoả mãn. Vậy **Chọn A**

Câu 7: Cho ΔABC có D là trung điểm của AB , M là trung điểm của CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overline{MC} + \overline{MA} + 2\overline{BM} = \vec{0}$. **B.** $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = \vec{0}$.
C. $\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = \vec{0}$. **D.** $\overline{MC} + \overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$.

Lời giải



Ta có: $\overline{MC} + \overline{MA} + 2\overline{BM} = \overline{BM} + \overline{MC} + \overline{BM} + \overline{MA} = \overline{BC} + \overline{BA} \neq \vec{0}$.

$\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = (\overline{MA} + \overline{MB}) + (\overline{MC} + \overline{MD}) = 2\overline{MD} \neq \vec{0}$.

$\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = 2\overline{MD} + 2\overline{MC} = 2(\overline{MD} + \overline{MC}) = 2\vec{0} = \vec{0}$.

$\overline{MC} + \overline{MA} + \overline{MB} = \overline{MC} + 2\overline{MD} = \overline{MD} \neq \vec{0}$.

Câu 8: Mệnh đề phủ định của mệnh đề: " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ " là:

- A.** " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ". **B.** " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".

C. " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ".

D. " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ".

Câu 9: Cho bốn điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{DA} + \overline{BC}$. B. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$.

C. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$.

D. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AC} + \overline{BD}$.

Lời giải

Ta có $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{CB} + \overline{BD} = \overline{AD} + \overline{CB} + (\overline{DB} + \overline{BD}) = \overline{AD} + \overline{CB}$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

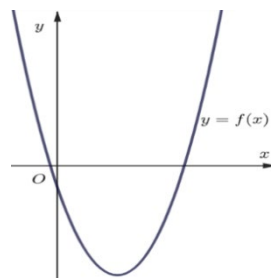
A. $y = x^3 - 2x^2 + 5x - 7$. B. $y = \frac{2022}{x^2 + 3x - 1}$.

C. $y = x^2 - 4x + 3$.

D. $y = \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} - 1$.

Lời giải

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ ?



A. $a > 0; \Delta > 0$.

B. $a < 0; \Delta > 0$.

C. $a < 0; \Delta = 0$.

D. $a > 0; \Delta < 0$.

Lời giải

+) Đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bề lõm quay lên trên nên $a > 0$.

+) Đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

Câu 12: Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P) ?

A. $I(0; 1)$.

B. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

C. $I\left(\frac{-1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{-2}{3}\right)$.

Lời giải

Ta có: $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3}$.

Khi $x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}$. Vậy đỉnh của (P) có tọa độ là $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lớp 10C6 có 18 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và 15 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Biết rằng có 10 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên.

a) Có 8 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ

b) Có 23 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên

c) Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 25 học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá

d) Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 24 học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

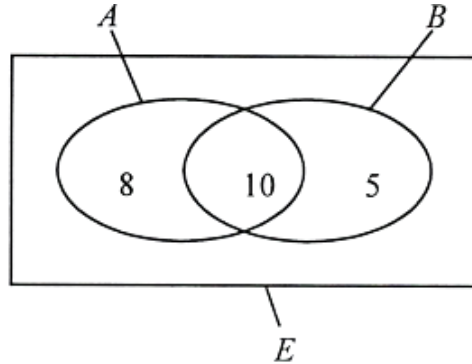
Kí hiệu:

A là tập hợp học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá.

B là tập hợp học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ.

E là tập hợp học sinh của lớp 10C6.

Ta có thể biểu diễn ba tập hợp trên bằng biểu đồ Ven như hình sau:



Khi đó, $A \cap B$ là tập hợp học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên. Số phần tử của A là 18, số phần tử của B là 15, số phần tử của tập hợp $A \cap B$ là 10.

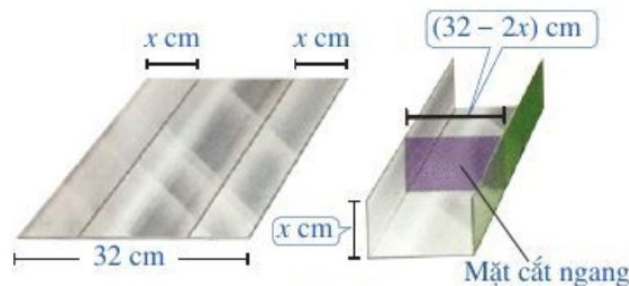
a) Tập hợp các học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ là tập hợp $A \setminus B$. Số phần tử của $A \setminus B$ chính là số phần tử của A trừ đi số phần tử của $A \cap B$. Vậy số học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ là $18 - 10 = 8$ (học sinh).

b) Tập hợp các học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên chính là tập hợp $A \cup B$. Do khi đếm số học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá là 18, số học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ là 15 thì số học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ là 10 được tính hai lần. Vậy số học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên là $18 + 15 - 10 = 23$ (học sinh).

c) Số phần tử của E là 45. Tập hợp các học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá là phần bù của A trong E . Vậy số học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá là $45 - 18 = 27$ (học sinh).

d) Tập hợp các học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ là phần bù của $A \cup B$ trong E . Vậy số học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ là $45 - 23 = 22$ (học sinh).

Câu 2: Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng cách chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Để đảm bảo kĩ thuật, diện tích mặt cắt ngang của máng dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 120 cm^2



a) Chiều ngang mặt cắt ngang của máng dẫn nước là $(32 - 2x)$ cm.

b) Diện tích mặt cắt ngang của máng dẫn nước là $2x(32 - 2x)$ cm².

c) Với $x = 5$ máng dẫn nước đảm bảo kĩ thuật.

d) Diện tích mặt cắt ngang của máng dẫn nước lớn nhất bằng 128 cm^2 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

+) Gọi $S(x)$ là diện tích mặt cắt ngang của máng dẫn. Mặt cắt ngang là hình chữ nhật có chiều dọc là $x \text{ cm}$, chiều ngang là $(32 - x) \text{ cm}$ nên $S(x) = x(32 - x) \text{ cm}^2$, với $0 < x < 16$.

+) Với $x = 5 \text{ cm} \Rightarrow S(5) = 5(32 - 2.5) = 110 < 120$ nên máng dẫn nước không đảm bảo kỹ thuật.

Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 16)$.

Ta có: $S(x) = -2x^2 + 32x = -2(x - 8)^2 + 128 \leq 128, \forall x \in (0; 16)$.

$\Rightarrow \underset{(0;16)}{\text{Max}} S(x) = S(8) = 128$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 3, AC = 4, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Các điểm M, N, P, H thỏa mãn điều kiện:

$$\overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BH} = \frac{3}{13}\overrightarrow{BC}.$$

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 5$.

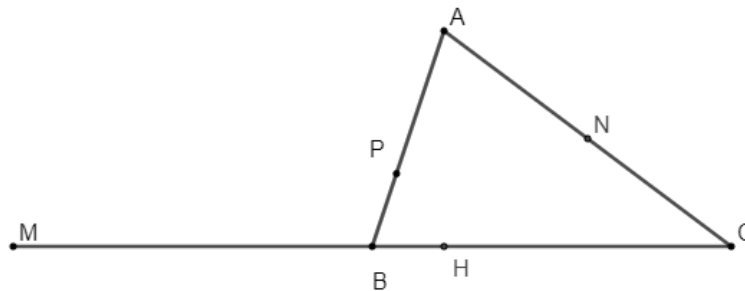
b) $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}$.

c) M, N, P thẳng hàng.

d) $AH \perp BC$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ = 6$. Vậy mệnh đề sai.

b) $2\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}$. Vậy mệnh đề sai.

c) $\overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{MN}$.

Suy ra hai vectơ \overrightarrow{PN} và \overrightarrow{MN} cùng phương. Suy ra ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Vậy mệnh đề đúng.

$$d) \overline{BH} = \frac{3}{13} \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AH} - \overline{AB} = \frac{3}{13} (\overline{AC} - \overline{AB}) \Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{10}{13} \overline{AB} + \frac{3}{13} \overline{AC}.$$

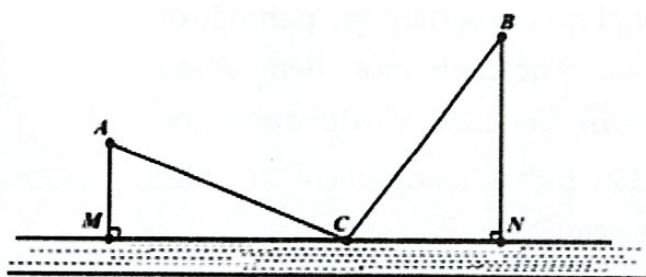
$$\overline{AH} \cdot \overline{BC} = \left(\frac{10}{13} \overline{AB} + \frac{3}{13} \overline{AC} \right) \cdot (\overline{AC} - \overline{AB}) = \frac{10}{13} \overline{AB} \cdot \overline{AC} - \frac{3}{13} \overline{AC} \cdot \overline{AB} - \frac{10}{13} \overline{AB}^2 + \frac{3}{13} \overline{AC}^2$$

$$= \frac{7}{13} \overline{AB} \cdot \overline{AC} - \frac{10}{13} \overline{AB}^2 + \frac{3}{13} \overline{AC}^2 = \frac{7}{13} \cdot 6 - \frac{10}{13} \cdot 3^2 + \frac{3}{13} \cdot 4^2 = 0.$$

Suy ra $\overline{AH} \perp \overline{BC}$. Suy ra $AH \perp BC$.

Vậy mệnh đề đúng.

Câu 4: Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 3\sqrt{17} \text{ km}$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3 \text{ km}$, $BN = 6 \text{ km}$ (hình vẽ).



a) Khoảng cách $MN = 18 \text{ km}$.

b) Nếu trạm nước đặt tại vị trí C là trung điểm của MN thì khi đó $\widehat{ACB} = 90^\circ$.

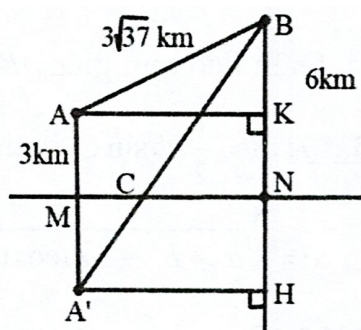
c) Nếu vị trí trạm nước sạch cách A một khoảng $4,5 \text{ km}$ thì trạm cách B một khoảng lớn hơn 17 km .

d) Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B . Giá trị nhỏ nhất của T lớn hơn 20.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Kẻ $AK \perp BN$; $A'H \perp BN$.



a) Đúng.

$$MN = AK = A'H = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{(3\sqrt{37})^2 - 3^2} = 18 \text{ km.} \text{ vậy a) đúng.}$$

b) Sai.

$MN = 18 \text{ km}$. Mà C là trung điểm của MN thì khi đó $MC = NC = 9 \text{ km}$.

$$AC = \sqrt{AM^2 + MC^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10} \text{ km.}$$

$$BC = \sqrt{BN^2 + NC^2} = \sqrt{6^2 + 9^2} = 3\sqrt{13} \text{ km.}$$

$BC^2 + AC^2 = 207 \Rightarrow BC^2 + AC^2 \neq AB^2$ nên tam giác ABC có $\widehat{ACB} \neq 90^\circ$. Do đó, b) sai.
 $AB^2 = 333$

c) Sai.

Khi $AC = 4,5\text{km}$ thì $MC = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{4,5^2 - 3^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $NC = 18 - \frac{3\sqrt{5}}{2}$ nên $BC = \sqrt{NC^2 + BN^2} = \sqrt{\left(18 - \frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 6^2} \approx 15,83\text{km}$. Nên c) sai

d) Đúng.

Gọi A' đối xứng với A qua MN , D là trung của NB .

$T = CA + CB = CA' + CB \geq A'B$ (không đổi). Đẳng thức xảy ra khi $\{C\} = MN \cap A'B$.

$MN = AK = A'H = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{(3\sqrt{37})^2 - 3^2} = 18\text{km}$.

Vậy $A'B = \sqrt{A'H^2 + HB^2} = \sqrt{18^2 + 9^2} = 9\sqrt{5} \approx 20,12\text{km}$. Do đó d) đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Bác An dùng 40m lưới rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh của hình chữ nhật là tường nên chỉ cần rào ba cạnh còn lại của hình chữ nhật. Tính diện tích lớn nhất theo đơn vị m^2 mà bác An có thể rào được.

Lời giải

Trả lời: 200

Gọi độ dài hai cạnh của hình chữ nhật là x, y ($0 < x, y < 40$).

Ta có $2x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - 2x$.

Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là $S = xy = x(40 - 2x) = -2x^2 + 40x$ ($0 < x < 40$).

Ta có $S = -2x^2 + 40x = -2(x - 10)^2 + 200 \leq 200$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 10 \in (0; 40)$.

Vậy diện tích lớn nhất của mảnh vườn là 200m^2 , đạt được khi $x = 10\text{m}, y = 20\text{m}$.

Câu 2: Cho các vectơ \vec{a}, \vec{b} có độ dài bằng 1 và góc tạo bởi hai vectơ bằng 60° . Tính cosin góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} với $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: -0,2

$\vec{u} \cdot \vec{v} = (\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = a^2 + |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) - 2b^2 = -\frac{1}{2}$

$\vec{u}^2 = (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ + 4 \cdot 1 = 7 \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{7}$

$\vec{v}^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ + 1 = 1 \Rightarrow |\vec{v}| = 1$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) \Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{7} \cdot 1} = -\frac{\sqrt{7}}{14} \approx -0,2$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(2; -1), C(6; 0)$. Biết tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC là $H(x; y)$. Tính giá trị biểu thức $T = 17x + 34y$

Lời giải

Trả lời: -24

Gọi $H(x; y)$ là tọa độ chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AH} = (x-1; y+1) \\ \overrightarrow{BH} = (x-2; y+1) \\ \overrightarrow{BC} = (4; 1) \end{cases}$$

Vì $H(x; y)$ là chân đường vuông góc hạ từ A nên:

$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x-1) + 1(y+1) = 0 \\ \frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 3 \\ x - 4y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{18}{17} \\ y = -\frac{21}{17} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{18}{17}; -\frac{21}{17}\right).$$

Câu 4: Bác Năm dự định trồng ngô và đậu xanh trên một mảnh đất có diện tích 8 hecta (ha). Nếu trồng 1 ha ngô thì cần 20 ngày công và thu được 40 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha đậu xanh thì cần 30 ngày công và thu được 50 triệu đồng. Để thu được nhiều tiền nhất thì bác Năm cần trồng m ha ngô và n ha đậu xanh, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $m + n$. Biết rằng, bác Năm chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho việc trồng ngô và đậu xanh.

Lời giải**Trả lời: 8**

Gọi x là số hecta (ha) đất trồng ngô và y là số hecta đất trồng đậu xanh.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau: Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$.

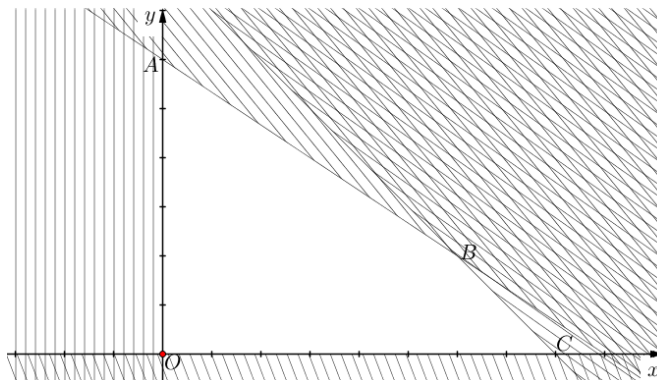
- Diện tích canh tác không vượt quá 8 ha nên $x + y \leq 8$.

- Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 nên $20x + 30y \leq 180$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:
$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy, ta được miền tứ giác $OABC$ (Hình).

Tọa độ các đỉnh của tứ giác đó là: $O(0;0); A(0;6); B(6;2); C(8;0)$.



Gọi F là số tiền (đơn vị: triệu đồng) bác Năm thu được, ta có: $F = 40x + 50y$.

Ta phải tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sao cho F đạt giá trị lớn nhất, nghĩa là tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 40x + 50y$ trên miền tứ giác $OABC$.

Tính các giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của đa giác, ta có:

Tại $O(0;0)$: $F = 40.0 + 50.0 = 0$.

Tại $A(0;6)$: $F = 40.0 + 50.6 = 300$.

Tại $B(6;2)$: $F = 40.6 + 50.2 = 340$.

Tại $C(8;0)$: $F = 40.8 + 50.0 = 320$.

F đạt giá trị lớn nhất bằng 340 tại $B(6;2)$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, bác Năm cần trồng 6 ha ngô và 2 ha đậu xanh.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m = 6 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m + n = 8.$$

Câu 5: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h (hình vẽ bên). Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị km/h).



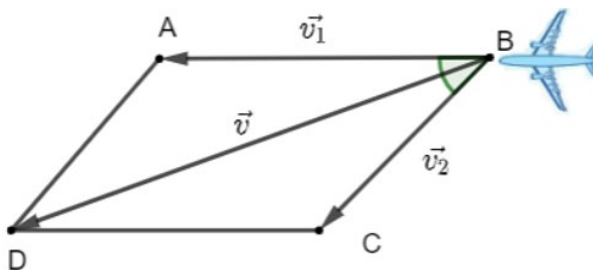
Lời giải

Trả lời: 729

$$\text{Ta có } \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{9}.$$

Gọi \vec{v}_1 là vận tốc của máy bay khi không có gió, $|\vec{v}_1| = 700$ (km/h);

\vec{v}_2 là vận tốc của gió, $|\vec{v}_2| = 40$ (km/h); \vec{v} là vận tốc của máy bay khi có gió.



Ta có: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, vì $(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 45^\circ$ nên

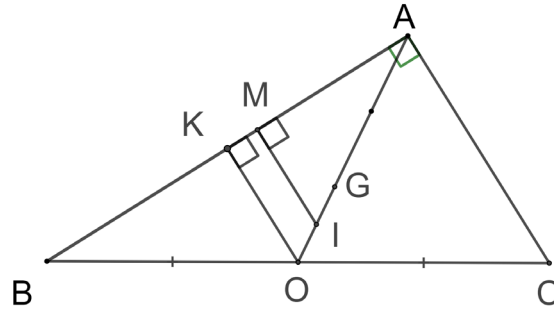
$$\begin{aligned} v^2 &= (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)^2 = v_1^2 + 2 \cdot \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + v_2^2 = |\vec{v}_1|^2 + 2 \cdot |\vec{v}_1| \cdot |\vec{v}_2| \cdot \cos 45^\circ + |\vec{v}_2|^2 \\ &= 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 700 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 700^2 \approx 531197,98 \end{aligned}$$

Suy ra $|\vec{v}| \approx 729$ (km/h).

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 3$, $AC = 4$ và O là trung điểm BC , M là điểm di động trên đường thẳng AB . Biểu thức $T = \overline{MA} \cdot \overline{MO} + \overline{MB} \cdot \overline{MO} + \overline{MC} \cdot \overline{MO}$ có giá trị nhỏ nhất bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 7,81



Gọi G là trọng tâm của tam giác ΔABC và I là trung điểm của OG , ta có:

$$T = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MO} (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 3\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MG}$$

$$= 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IO}) (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IG}) = 3[\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IO} + \overrightarrow{IG}) + \overrightarrow{IO} \cdot \overrightarrow{IG}] = 3\overrightarrow{MI}^2 - \frac{1}{12} \overrightarrow{AO}^2.$$

Mà A, O cố định nên $T_{\min} \Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên AB .

Xét tam giác ABC vuông tại A có AO là đường trung tuyến

$$\Rightarrow AO = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + AC^2} = \frac{5}{2}.$$

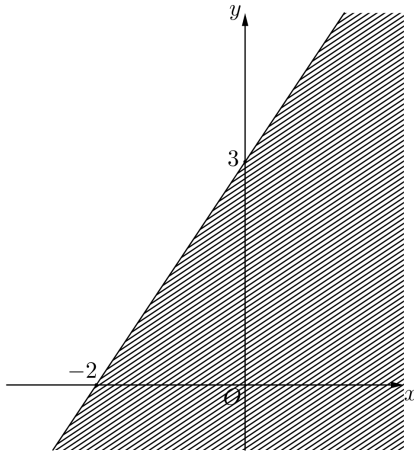
Mà $\Delta AKO \sim \Delta AMI$ (với K là hình chiếu vuông góc của O lên AB).

$$\Rightarrow \frac{MI}{KO} = \frac{5}{6} \Rightarrow MI = \frac{5}{3} \Rightarrow T_{\min} = \frac{125}{16} \approx 7,81.$$

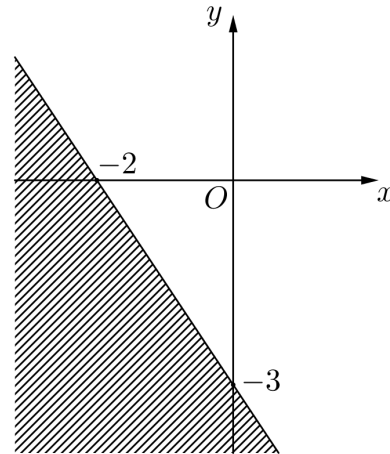
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

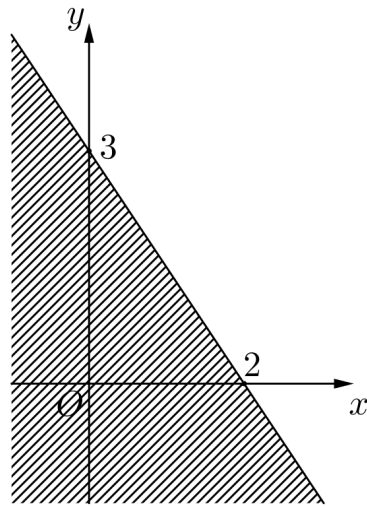
Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , nửa mặt phẳng không bị gạch chéo trong hình nào dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y + 6 \geq 0$?



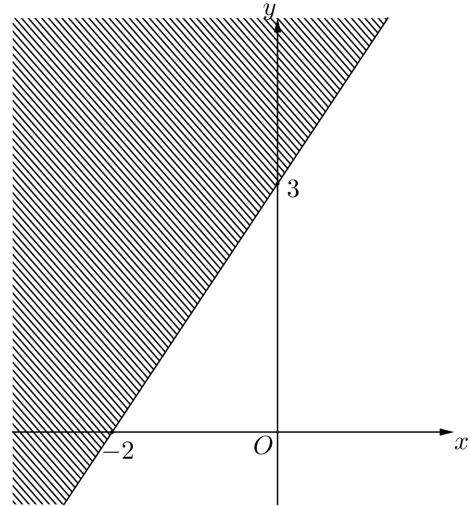
A.



B.



C.



D.

Câu 2: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vectơ bằng vectơ \overrightarrow{BA} là

- A.** $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$. **B.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$. **C.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

Câu 3: Trong các cặp số sau, tìm cặp số không là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$

- A.** $(0; 0)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-1; -1)$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AC = 8\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$. Tính độ dài cạnh BC của tam giác ABC .

- A.** $\sqrt{97}$. **B.** 7 . **C.** $\sqrt{61}$. **D.** 49 .

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

- A.** $2a\sqrt{2}$. **B.** $3a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

- Câu 6:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. $\forall x \in \mathbb{R} : (x-1)^2 \neq x-1$. B. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 + 1$ chia hết cho 4.
- C. $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 + 1$ không chia hết cho 3. D. $\forall x \in \mathbb{R} : |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.
- Câu 7:** Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy một điểm M sao cho $\overline{MB} = 3\overline{MC}$. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overline{AM} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{3}{2}\overline{AC}$. B. $\overline{AM} = 2\overline{AB} + \overline{AC}$.
- C. $\overline{AM} = \overline{AB} - \overline{AC}$. D. $\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$.
- Câu 8:** Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overline{CM} \cdot \overline{CB} = \overline{CM}^2$ là:
- A. Đường tròn đường kính BC . B. Đường tròn $(B; BC)$.
- C. Đường tròn $(C; CB)$. D. Một đường khác.
- Câu 9:** Cho $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$ và $C = (0; 4)$. Khi đó tập $(A \cup B) \cap C$ là
- A. $[3; 4]$. B. $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$.
- C. $[3; 4)$. D. $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
- Câu 10:** Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} nếu hai vectơ $\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$
- A. 90° B. 180° C. 60° D. 45°
- Câu 11:** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-2024}$ là
- A. $(2024; +\infty)$. B. $(-\infty; 2024]$. C. $[2024; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2024\}$.
- Câu 12:** Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + 2$ là một parabol có đỉnh $I(2; -2)$. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b$.
- A. $S = 1$. B. $S = -3$. C. $S = -1$. D. $S = 2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

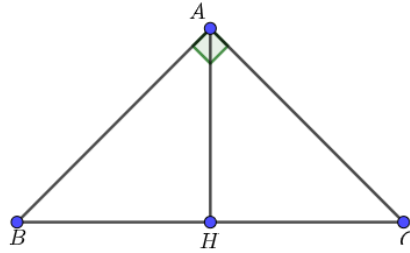
Câu 1: Cho tam giác ABC biết $BC = 8$ cm; $\hat{B} = 45^\circ$; $\hat{C} = 60^\circ$.

- a) $\hat{A} = 75^\circ$
- b) $\frac{AB}{\sin A} = \frac{BC}{\sin B} = \frac{CA}{\sin C}$
- c) $AC \approx 5,26$ (cm)
- d) Chu vi tam giác ABC là $C \approx 21,03$ (cm)

Câu 2: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt.

- a) $\overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AC}$.
- b) $\overline{BE} - \overline{CE} = \overline{BC}$.
- c) $\overline{AB} + \overline{DF} + \overline{BD} + \overline{FA} = \vec{0}$.
- d) $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CD}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$, đường cao AH .



- a) $\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AC}$.;
- b) $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|$.;
- c) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}| = \frac{a}{2}$;
- d) Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 4: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;8)$ và có đỉnh $I(2;-1)$.

- a) $a - b + c = 8$.
- b) $b = 4a$ và $4a + 2b + c = -1$.
- c) $y = x^2 - 4x + 3$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;0]$ bằng -1 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\cot \alpha = -\sqrt{2}$ và $P = \frac{2 \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha}{4 \sin \alpha + 3\sqrt{2} \cos \alpha}$. Tính giá trị biểu thức $A = m^2 + n^2$ biết $P = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản).

Câu 2: Cho tam giác ABC có cạnh $a = 2\sqrt{3}$, $b = 2$, $C = 30^\circ$. Tính diện tích và chiều cao h_a của tam giác.

Câu 3: Xét biểu thức $F = y - x$ với $(x; y)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức F là :

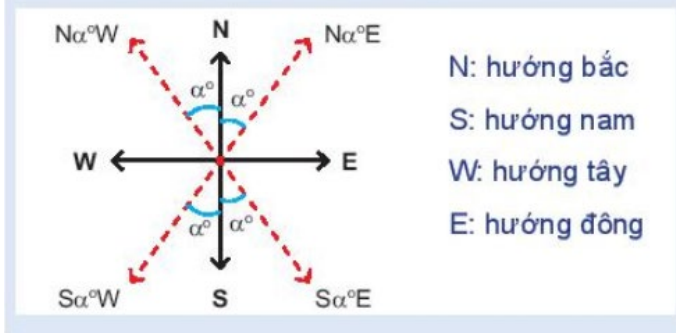
Câu 4: Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = \frac{1}{2}CD$ và hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại $I(5;5)$.

Điểm $G\left(\frac{11}{3}; 5\right), G'\left(\frac{17}{3}; 4\right)$ lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD và BCD . Khi đó, tọa độ điểm $A(x; y)$. Tính $x + y$.

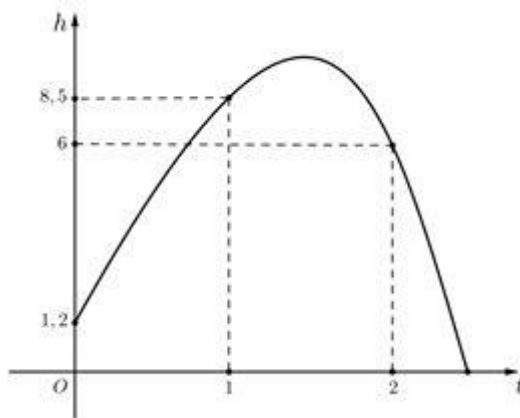
Câu 5: Trên sông, một ca nô chuyển động thẳng đều theo hướng $N30^\circ W$ với vận tốc \vec{v}_2 có độ lớn bằng 20 km/h . Tính độ lớn vận tốc riêng \vec{v}_3 (km/h) của ca nô và biểu diễn hướng của lực. Biết rằng $\vec{v}_2 = \vec{v}_3 + 2\vec{v}_1$, nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc \vec{v}_1 có độ lớn bằng 3 km/h . (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Giải thích thuật ngữ:

Hướng $S\alpha^\circ E$ là hướng tạo với hướng nam góc α° và tạo với hướng đông góc $90^\circ - \alpha^\circ$. Các hướng $S\alpha^\circ W$, $N\alpha^\circ E$, $N\alpha^\circ W$ cũng được định nghĩa một cách tương tự.



Câu 6: Khi một quả bóng được ném lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2 \text{ m}$. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao $8,5 \text{ m}$ và 2 giây sau khi đá nó lên, nó ở độ cao 6 m . Sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (Tính chính xác đến hàng phần trăm)?

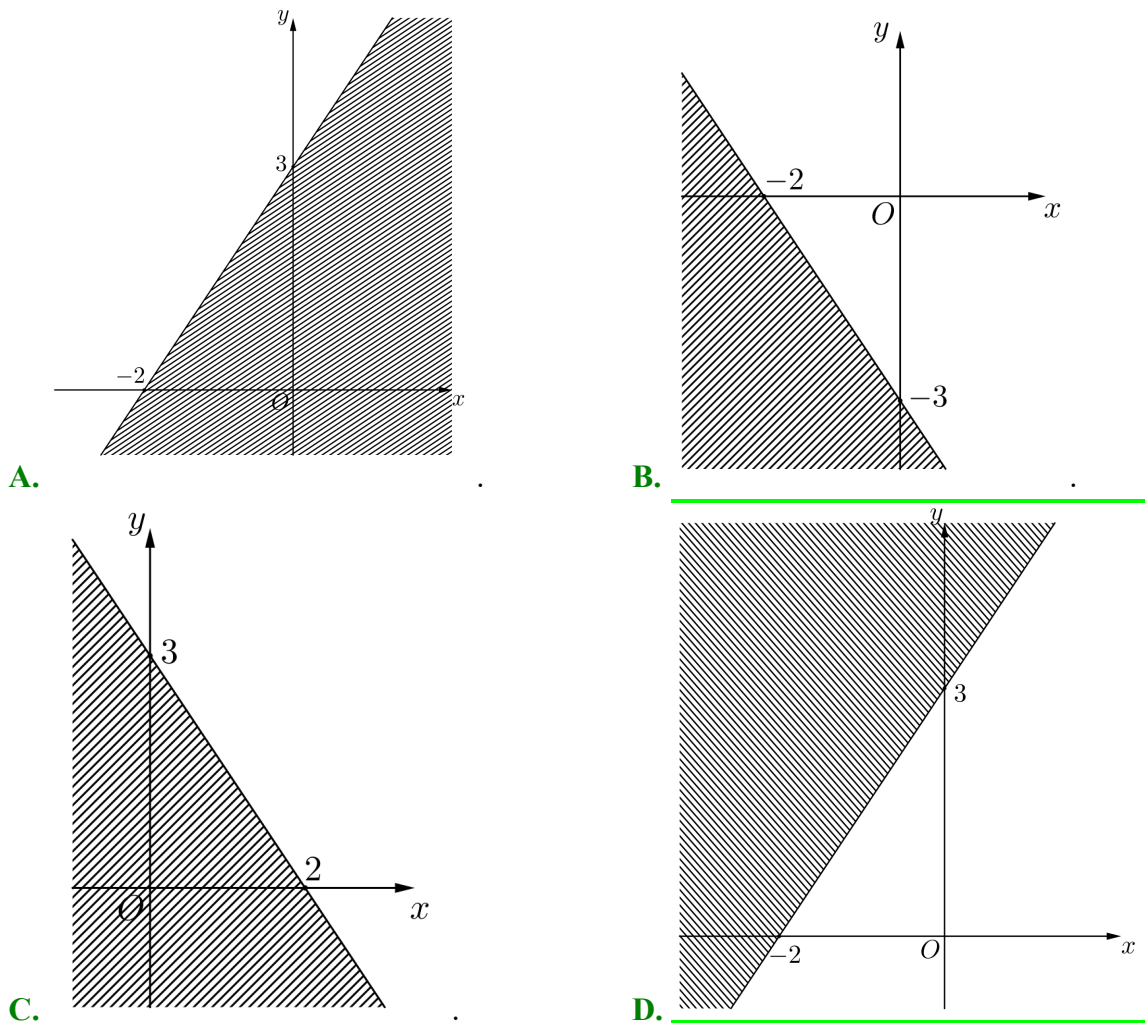


----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , nửa mặt phẳng không bị gạch chéo trong hình nào dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y + 6 \geq 0$?



Lời giải

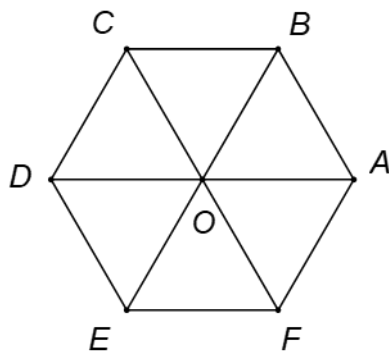
Đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$ đi qua hai điểm $(-2; 0)$ và $(0; 3)$ nên loại phương án B, C

Thay tọa độ $O(0; 0)$ vào bất phương trình $3x - 2y + 6 \geq 0$ ta thấy thỏa mãn vậy miền nghiệm phải chứa gốc tọa độ $O(0; 0)$.

Câu 2: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vectơ bằng vectơ \overrightarrow{BA} là

- A.** $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$. **B.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$. **C.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$.

Lời giải



Các vectơ bằng vectơ \overline{BA} là $\overline{OF}, \overline{DE}, \overline{CO}$.

Câu 3: Trong các cặp số sau, tìm cặp số không là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$

- A. (0;0). B. (1;1). **C. (-1;1).** D. (-1;-1).

Lời giải

Thay $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ vào hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} -1 + 1 - 2 = -2 \leq 0 \text{ (luôn đúng)} \\ 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 + 2 = -3 > 0 \text{ (vô lý)} \end{cases}$$

đã cho.

Câu 4: Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AC = 8\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$. Tính độ dài cạnh BC của tam giác ABC .

- A. $\sqrt{97}$. **B. 7.** C. $\sqrt{61}$. D. 49.

Lời giải

Áp dụng định lý côsin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 49.$$

$$\Rightarrow BC = 7.$$

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}|$.

- A. $2a\sqrt{2}$.** B. $3a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC} \Rightarrow |\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD}| = 2|\overline{AC}| = 2AC = 2\sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{2}.$$

Câu 6: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\forall x \in \mathbb{R} : (x-1)^2 \neq x-1$. B. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 + 1$ chia hết cho 4.
C. $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 + 1$ không chia hết cho 3. D. $\forall x \in \mathbb{R} : |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

Lời giải

$$\text{Mệnh đề A sai. Ta có } (x-1)^2 = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Mệnh đề B sai. Ta có $n = 2k \Rightarrow n^2 + 1 = 4k^2 + 1$ không chia hết cho 4.

$n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = 4(k^2 + k) + 2$ không chia hết cho 4.

Vậy $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 + 1$ không chia hết cho 4.

Mệnh đề C đúng. Ta có $n = 3k \Rightarrow n^2 + 1 = 9k^2 + 1$ không chia hết cho 3.

$n = 3k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 2$ không chia hết cho 3.

$n = 3k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 2$ không chia hết cho 3.

Vậy $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

Mệnh đề D sai. Ta có $x = -4$ thì mệnh đề đảo $x < 3 \Rightarrow |x| < 3$ là sai.

Câu 7: Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy một điểm M sao cho $\overline{MB} = 3\overline{MC}$. Khi đó đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AM} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{3}{2}\overline{AC}$.

B. $\overline{AM} = 2\overline{AB} + \overline{AC}$.

C. $\overline{AM} = \overline{AB} - \overline{AC}$. **D.** $\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$.

Lời giải

Ta có $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{BM} = \overline{AB} + 3\overline{CM} = \overline{AB} + 3(\overline{AM} - \overline{AC})$

$$\Leftrightarrow 2\overline{AM} = -\overline{AB} + 3\overline{AC}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AM} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{3}{2}\overline{AC}$$

Câu 8: Cho hai điểm B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\overline{CM} \cdot \overline{CB} = \overline{CM}^2$ là:

A. Đường tròn đường kính BC .

B. Đường tròn $(B; BC)$.

C. Đường tròn $(C; CB)$. **D.** Một đường khác.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn BC . Suy ra điểm I cố định.

Ta có $\overline{CM} \cdot \overline{CB} = \overline{CM}^2 \Leftrightarrow \overline{CM}(\overline{CB} - \overline{CM}) = 0 \Leftrightarrow \overline{CM} \cdot \overline{MB} = 0 \Leftrightarrow \overline{MC} \cdot \overline{MB} = 0$

$$\Leftrightarrow (\overline{MI} + \overline{IC}) \cdot (\overline{MI} + \overline{IB}) = 0 \Leftrightarrow (\overline{MI} - \overline{IB}) \cdot (\overline{MI} + \overline{IB}) = 0 \Leftrightarrow \overline{MI}^2 - \overline{IB}^2 = 0 \Leftrightarrow MI = IB$$

$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm I , bán kính IB .

Hay M thuộc đường tròn đường kính BC .

Câu 9: Cho $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$ và $C = (0; 4)$. Khi đó tập $(A \cup B) \cap C$ là

A. $[3; 4]$. **B.** $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$.

C. $[3; 4]$. **D.** $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $A \cup B = (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$, suy ra $(A \cup B) \cap C = [3; 4]$.

Câu 10: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} nếu hai vectơ $\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$ và

$\vec{a} + \vec{b}$ vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

A. 90°

B. 180°

C. 60°

D. 45°

Lời giải

$$\left(\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}\right) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5} + \frac{2}{5}\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{a}\vec{b} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-13}{5}\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{13}{5} \Leftrightarrow \vec{a}\vec{b} = -1 = 1 \cdot 1 \cdot \cos(\vec{a}; \vec{b})$$

$$\Leftrightarrow \cos(\vec{a}; \vec{b}) = -1 \Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 180^\circ$$

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-2024}$ là

- A. $(2024; +\infty)$. B. $(-\infty; 2024]$. C. $[2024; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2024\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \sqrt{x-2024}$ xác định $\Leftrightarrow x-2024 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2024$.

Vậy hàm số có tập xác định là $[2024; +\infty)$.

Câu 12: Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + 2$ là một parabol có đỉnh $I(2; -2)$. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = -3$. C. $S = -1$. D. $S = 2$.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + 2$ là một parabol có đỉnh $I(2; -2)$ nên ta có

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b = -4a \\ 4a + 2b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy $S = a + b = 1 - 4 = -3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC biết $BC = 8$ cm; $\widehat{B} = 45^\circ$; $\widehat{C} = 60^\circ$.

- a) $\widehat{A} = 75^\circ$
b) $\frac{AB}{\sin A} = \frac{BC}{\sin B} = \frac{CA}{\sin C}$
c) $AC \approx 5,26$ (cm)
d) Chu vi tam giác ABC là $C \approx 21,03$ (cm)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Trong ΔABC ta có: $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{8}{\sin 75^\circ} = \frac{AC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 60^\circ}$

Do đó, $AC = \frac{8 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 5,86$ (cm); $AB = \frac{8 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 75^\circ} \approx 7,17$ (cm).

Chu vi là $C \approx 8 + 5,86 + 7,17 = 21,03$ (cm)

Câu 2: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt.

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.
b) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$.
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

d) $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Quy tắc ba điểm: $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$ nên mệnh đề sai.

b) $\vec{BE} - \vec{CE} = \vec{BE} + \vec{EC} = \vec{BC}$ nên mệnh đề đúng.

c) Ta có: $\vec{AB} + \vec{DF} + \vec{BD} + \vec{FA} = \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DF} + \vec{FA} = \vec{AA} = \vec{0}$ nên mệnh đề đúng.

d) Ta có:

$$\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD}$$

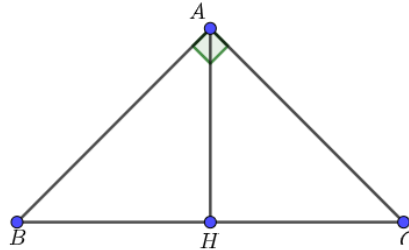
$$\Leftrightarrow \vec{AD} - \vec{CD} + \vec{CF} = \vec{AE} - \vec{BE} + \vec{BF}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AD} + \vec{DC} + \vec{CF} = \vec{AE} + \vec{EB} + \vec{BF}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AF} = \vec{AF}$$

Nên mệnh đề đúng.

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$, đường cao AH .



a) $\vec{AH} - \vec{AB} = \vec{AH} - \vec{AC}$;

b) $|\vec{AH} + \vec{HB}| = |\vec{AH} + \vec{HC}|$;

c) $|\vec{AB} - \vec{HB}| = \frac{a}{2}$;

d) Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$. Khi đó $|\vec{AH} + \vec{AM}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

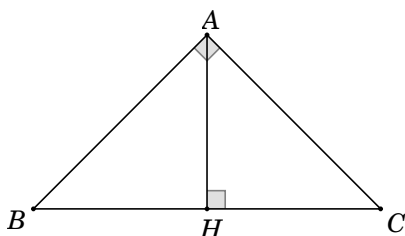
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A , có AH là đường cao nên H là trung điểm BC .

Ta có
$$\begin{cases} \vec{AH} - \vec{AB} = \vec{BH} \\ \vec{AH} - \vec{AC} = \vec{CH} = -\vec{BH} \end{cases}$$



b) Đúng.

Do ΔABC vuông cân tại A nên $\begin{cases} AB^2 + AC^2 = BC^2 = 2a^2 & (\text{Pythagore}) \\ AB = AC \end{cases}$

$$\Rightarrow AB = AC = a$$

Ta có $\begin{cases} |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AB}| = a \\ |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}| = |\overrightarrow{AC}| = a \end{cases}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC}|.$$

c) Sai.

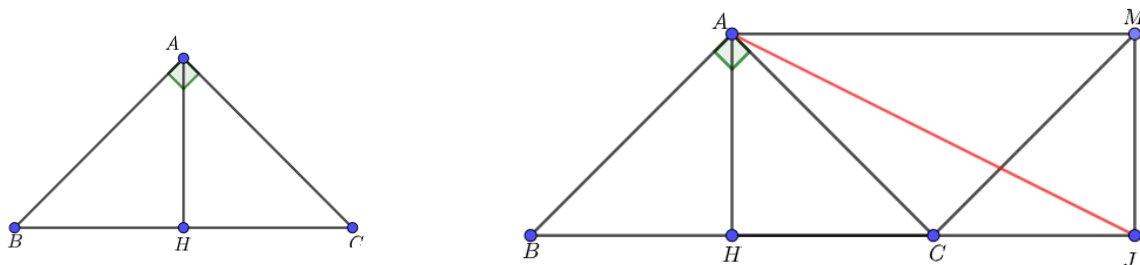
Ta có $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}| = |\overrightarrow{AH}|$

Mặt khác, AH là đường trung tuyến trong tam giác vuông ABC nên $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{HB}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

d) Sai.

Biết rằng điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Khi đó $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.



Ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$

\Rightarrow Tứ giác $ABCM$ là hình bình hành.

Vậy M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$. Suy ra $AM = BC = a\sqrt{2}$

Xét ΔAHM vuông tại A ta có: $HM = \sqrt{AH^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Ta có $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AJ}| = AJ = HM = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ (do tứ giác $AHJM$ là hình chữ nhật).

Câu 4: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;8)$ và có đỉnh $I(2;-1)$.

a) $a - b + c = 8$.

b) $b = 4a$ và $4a + 2b + c = -1$.

c) $y = x^2 - 4x + 3$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;0]$ bằng -1 .

Lời giải

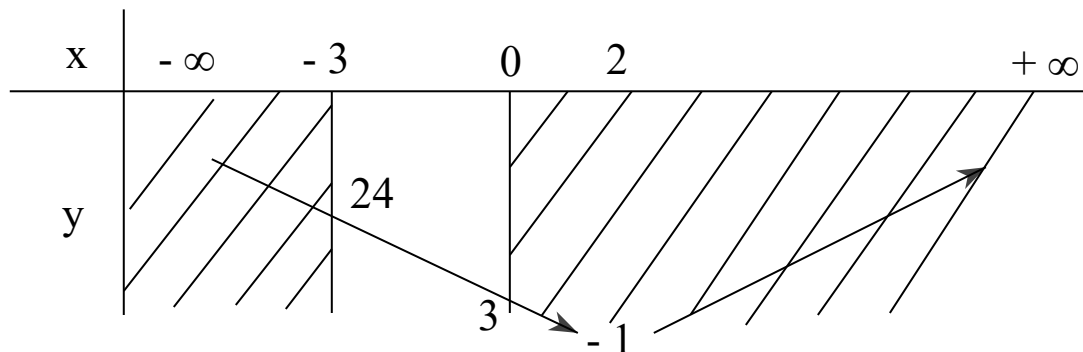
a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Thay tọa độ điểm $A(-1;8)$ vào hàm số ta được $a - b + c = 8$.

b) Ta có: $\frac{-b}{2a} = 2 \Leftrightarrow b = -4a$ và điểm $I(2;-1)$ thuộc đồ thị hàm số nên $4a + 2b + c = -1$.

c) Ta có hệ:
$$\begin{cases} a - b + c = 8 \\ 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow y = x^2 - 4x + 3 = 0.$$

d) Ta có BBT của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$



Từ đó ta suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-3;0]$ bằng 3.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\cot \alpha = -\sqrt{2}$ và $P = \frac{2 \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha}{4 \sin \alpha + 3\sqrt{2} \cos \alpha}$. Tính giá trị biểu thức $A = m^2 + n^2$ biết $P = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản).

Lời giải

Trả lời: 5

Vì $\cot \alpha = -\sqrt{2} \Rightarrow \sin \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của biểu thức P cho $\sin \alpha$ ta được:

$$P = \frac{2 \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha}{4 \sin \alpha + 3\sqrt{2} \cos \alpha} = \frac{2 - \sqrt{2} \cot \alpha}{4 + 3\sqrt{2} \cot \alpha} = \frac{2 - \sqrt{2}(-\sqrt{2})}{4 + 3\sqrt{2}(-\sqrt{2})} = -2 = \frac{m}{n} \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 1 \end{cases}.$$

Khi đó: $A = (-2)^2 + 1^2 = 5$

Câu 2: Cho tam giác ABC có cạnh $a = 2\sqrt{3}$, $b = 2$, $C = 30^\circ$. Tính diện tích và chiều cao h_a của tam giác.

Lời giải

Trả lời: 1

Theo định lý cosin ta có $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 12 + 4 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4$

Do đó $c = 2 = b$ nên tam giác ABC cân tại A có góc $B = C = 30^\circ$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}$, $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1$.

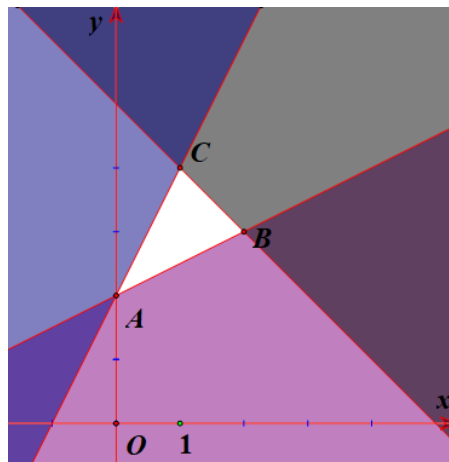
Câu 3: Xét biểu thức $F = y - x$ với $(x; y)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức F là :

Lời giải

Trả lời: 1

Vẽ các đường thẳng $d_1 : 2x - y + 2 = 0$; $d_2 : x - 2y + 4 = 0$; $d_3 : x + y - 5 = 0$ trên cùng hệ trục Oxy .

Chọn điểm $M(0;1)$ thay vào các bất phương trình, của hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2(1) \\ 2y - x \geq 4(2) \\ x + y \leq 5(3) \end{cases}$.



Ta được: $M(0;1)$ thuộc miền nghiệm của BPT, và không thuộc miền nghiệm của BPT.

Kết luận: Miền nghiệm của hệ bất phương trình là tam giác ABC với $A(0;2); B(2;3); C(1;4)$.

Tìm x, y để $F = y - x$ nhỏ nhất.

Ta có $F(0;2) = 2$; $F(2;3) = 1$; $F(1;4) = 3$.

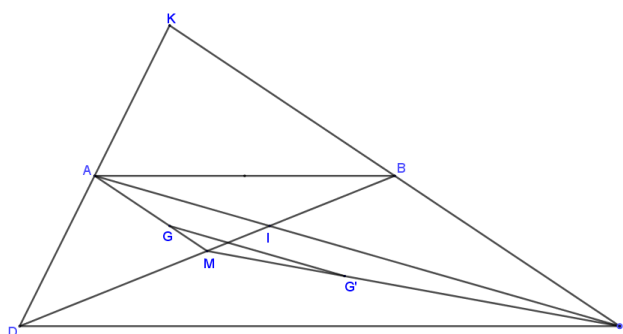
$\Rightarrow F_{\min} = T(2;3) = 1$

Câu 4: Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = \frac{1}{2}CD$ và hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại $I(5;5)$.

Điểm $G\left(\frac{11}{3}; 5\right), G'\left(\frac{17}{3}; 4\right)$ lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD và BCD . Khi đó, tọa độ điểm $A(x; y)$. Tính $x + y$.

Lời giải

Trả lời: 9



Gọi M là trung điểm của đoạn BD .

Gọi $K = AD \cap BC$; do $AB \parallel CD$; $AB = \frac{1}{2}CD \Rightarrow A, B$ lần lượt là trung điểm của đoạn KD và KC .

$\Rightarrow I$ là trọng tâm của tam giác KCD

$$\text{Xét } \overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{AI} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}(-3\overrightarrow{AI}) + 3\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AI}$$

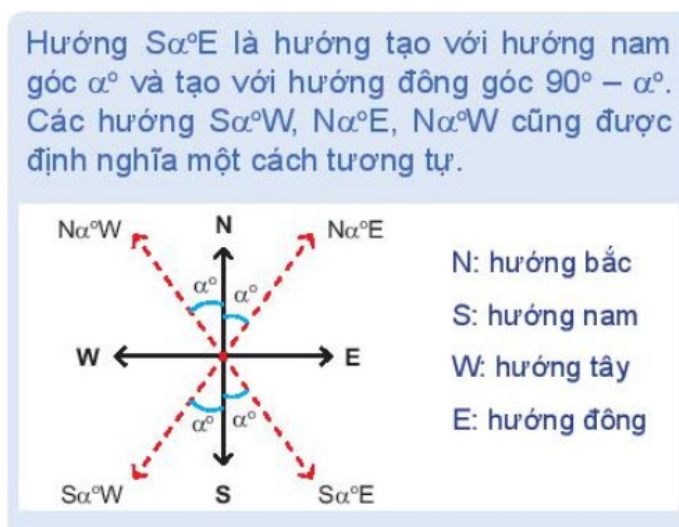
Ta có: $\overrightarrow{GG'} = (2; -1)$; gọi $A(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = (5-x; 5-y)$

$$\text{mà } \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{GG'} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x=2 \\ 5-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=6 \end{cases} \Rightarrow A(3;6)$$

Kết luận: $A(3;6)$

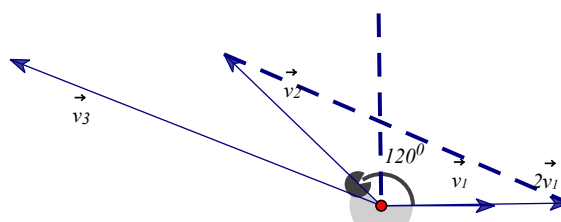
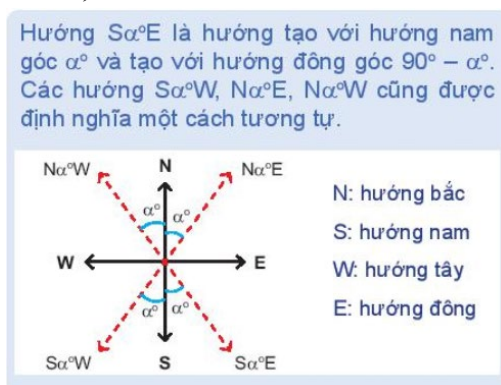
Câu 5: Trên sông, một ca nô chuyển động thẳng đều theo hướng $N30^\circ W$ với vận tốc \vec{v}_2 có độ lớn bằng 20 km/h . Tính độ lớn vận tốc riêng \vec{v}_3 (km/h) của ca nô và biểu diễn hướng của lực. Biết rằng $\vec{v}_2 = \vec{v}_3 + 2\vec{v}_1$, nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc \vec{v}_1 có độ lớn bằng 3 km/h . (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Giải thích thuật ngữ:



Lời giải

Trả lời: 23,6

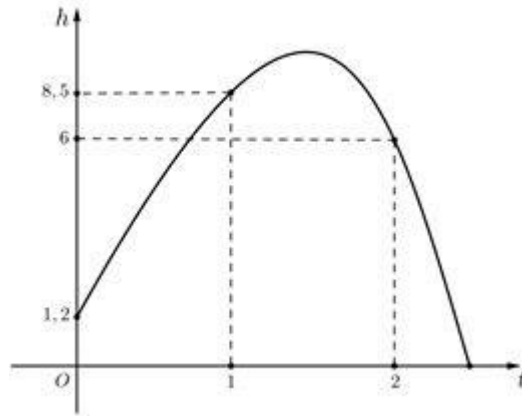


$$\vec{v}_3 = \vec{v}_2 - 2\vec{v}_1$$

$$\Rightarrow v_3^2 = v_2^2 + 4v_1^2 - 4v_1 \cdot v_2 \cdot \cos 120^\circ = 20^2 + 4 \cdot 3^2 - 4 \cdot 20 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ = 556$$

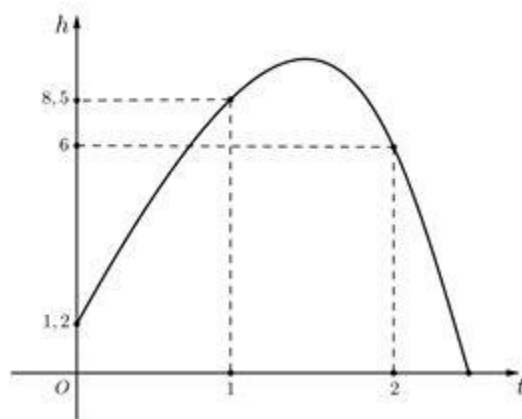
$$\text{Suy ra: } v_3 = \sqrt{556} = 2\sqrt{139} \approx 23,6 \text{ km/h}$$

Câu 6: Khi một quả bóng được ném lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2m$. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao $8,5m$ và 2 giây sau khi đá nó lên, nó ở độ cao $6m$. Sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (Tính chính xác đến hàng phần trăm)?



Trả lời: 2,58

Lời giải



Do bóng được đá từ độ cao $1,2m$ nên trong hệ trục tọa độ Oth ta có Parabol cắt trục Oh tại điểm có tung độ $h_0 = 1,2m$. Khi đó phương trình Parabol có dạng:

$h(t) = at^2 + bt + 1,2 (t \geq 0)$. Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} h(1) = a + b + 1,2 = 8,5 \\ h(2) = 4a + 2b + 1,2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 7,3 \\ 2a + b = 2,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}$$

Do đó khi quả bóng chạm đất thì độ cao của quả bóng so với mặt đất bằng 0

$$\Rightarrow 0 = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2 \Rightarrow t \approx 2,58.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 105^\circ$, $\hat{B} = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 2: Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ vector $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (7; -7)$. B. $\vec{u} = (-1; 5)$. C. $\vec{u} = (9; -11)$. D. $\vec{u} = (9; -5)$.

Câu 3: Mệnh đề phủ định \bar{P} của mệnh đề P : “Tất cả các học sinh khối 10 của trường em đều biết bơi” là

- A. \bar{P} : “Trong các học sinh khối 10 của trường em có bạn biết bơi”.
 B. \bar{P} : “Tất cả các học sinh khối 10 của trường em đều không biết bơi”.
 C. \bar{P} : “Tất cả các học sinh khối 10 của trường em đều biết bơi”.
 D. \bar{P} : “Trong các học sinh khối 10 của trường em có bạn không biết bơi”.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vector $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Xác định giá trị của m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

- A. $m = \frac{5}{2}, n = \frac{13}{10}$. B. $m = \frac{23}{5}, n = \frac{51}{10}$. C. $m = \frac{22}{5}, n = -\frac{3}{5}$. D. $m = \frac{17}{5}, n = \frac{1}{5}$.

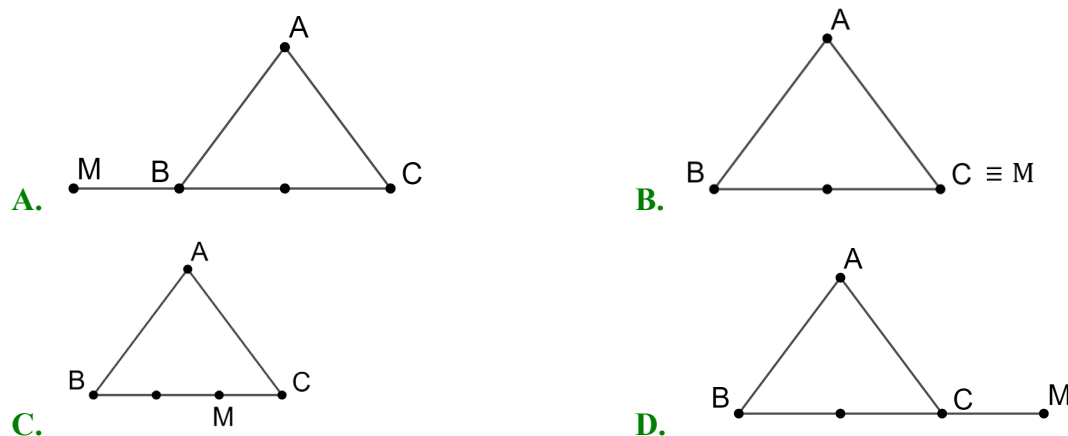
Câu 5: Cho hình thang $ABCD$ có đáy AB, CD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.
 C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$. D. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CB}$.

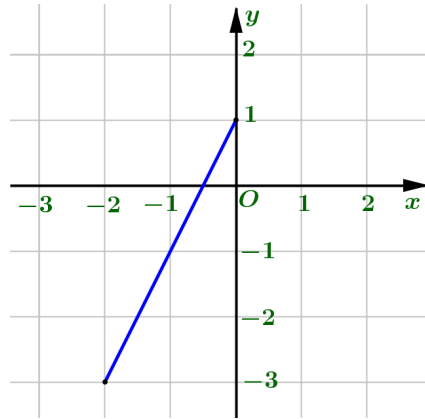
Câu 7: Cho tam giác ABC . Trên đường thẳng BC lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Điểm M thỏa mãn đề bài được biểu diễn trong hình nào dưới đây?



Câu 8: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Trên khoảng $(-\infty; 1)$ hàm số đồng biến.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- C. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-2; 0]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập giá trị của hàm số đã cho là



- A. $[-2; 0]$.
- B. $[-3; 1]$.
- C. $[-2; 1]$.
- D. $[-3; 3]$.

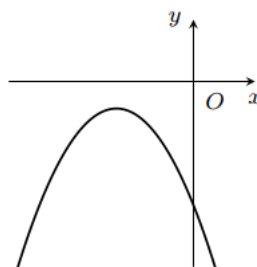
Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1; & \text{khi } x \leq 1 \\ -x + 2 & ; \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính $f(-2)$.

- A. 0.
- B. -7.
- C. 4.
- D. -1.

Câu 11: Cho $(P): y = x^2 + bx + c$. Tìm b, c biết (P) đi qua $M(-1; 8)$ và (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.

- A. $b = -4; c = -3$.
- B. $b = 4; c = -3$.
- C. $b = -4; c = 3$.
- D. $b = 4; c = 3$.

Câu 12: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là đường parabol như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



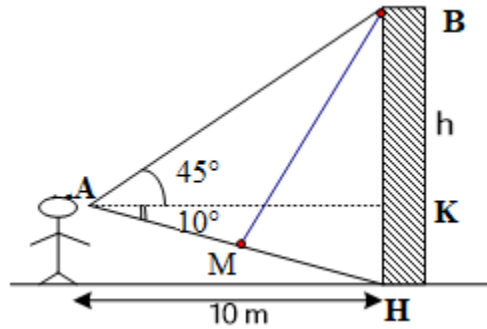
- A. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- B. $a < 0, b > 0, c > 0$.
- C. $a < 0, b < 0, c < 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình thoi $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 7 và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD .

- a) \overline{AO} và \overline{CO} là hai vectơ đối nhau.
- b) $\overline{OA} - \overline{OB} = \overline{OC} - \overline{OD}$.
- c) Với M là điểm bất kì, ta có: $\overline{MA} + \overline{MB} = \overline{MC} + \overline{MD}$.
- d) $|\overline{AB} + \overline{AD}| = 7\sqrt{3}$.

Câu 2: Một người quan sát đứng cách một cái tháp $10m$, nhìn thẳng cái tháp dưới một góc 55° và được phân tích như trong hình.



- Độ dài cạnh $HK \approx 1,76m$.
- Chiều cao cái tháp $HB \approx 11,76m$.
- Diện tích tam giác ABH bằng $117,6m^2$.
- Người ta muốn bắt dây điện nháy từ đỉnh tháp B chạy thẳng đến 3 vị trí A, H, M với M là trung điểm cạnh AH . Độ dài dây điện cần chuẩn bị để đủ bắt là khoảng $38m$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a .

- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 2a^2$;
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = a^2$;
- $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{OC} = -a^2$;
- $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = a^2$

Câu 4: Cho Parabol $y = x^2 - 4x + 3$.

- Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$.
- Tọa độ đỉnh của Parabol là $I(2; -3)$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -2 .
- Parabol cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Khi đó diện tích tam giác IAB bằng 1.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Câu lạc bộ âm nhạc của một trường có 10 học sinh biết chơi guitar, 7 học sinh biết chơi piano, và 4 học sinh biết chơi trống, 4 học sinh biết chơi cả guitar và piano, 2 học sinh biết chơi cả guitar và trống, 2 học sinh biết chơi cả piano và trống, 1 học sinh biết chơi cả ba loại nhạc cụ. Hỏi có bao nhiêu học sinh biết chơi ít nhất một loại nhạc cụ?

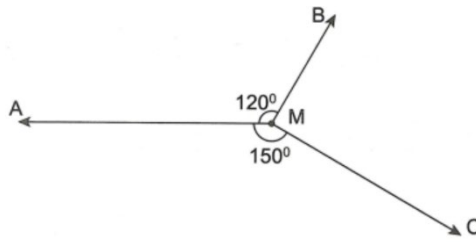
Câu 2: Cho biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị lớn nhất với điều kiện
$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 tại điểm có tọa độ

$(a; b)$. Tính giá trị $3a - 9b$.

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính giá trị của $M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

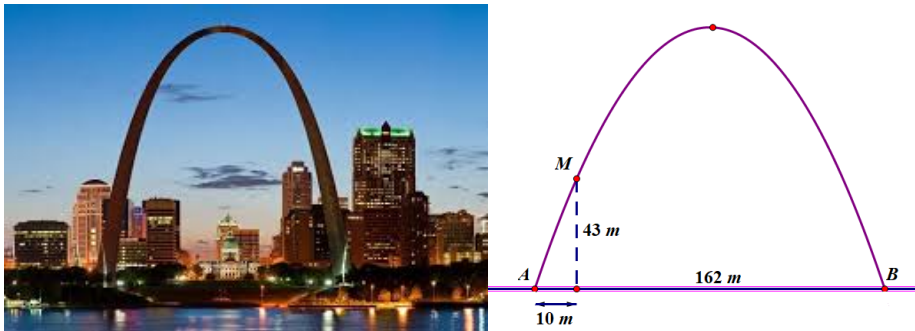
Câu 4: Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N chia cạnh BC thành ba phần bằng nhau $BM = MN = NC$. Biểu diễn \overrightarrow{AM} theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} có dạng $\overrightarrow{AM} = m \cdot \overrightarrow{AB} + n \cdot \overrightarrow{AC}$. Tính $3m + 9n$

Câu 5: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một điểm M và đạt trạng thái cân bằng như hình vẽ (tức là $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$).



Biết cường độ lực \vec{F}_1 bằng $50N$, $\widehat{AMB} = 120^\circ$, $\widehat{AMC} = 150^\circ$. Xác định cường độ của lực \vec{F}_3 .
(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 6: Cổng *Arch* tại thành phố *St Louis* của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m . Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m . Giả sử các số liệu trên chính xác. Hãy tính độ cao của cổng *Arch* (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng) kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 105^\circ$, $\widehat{B} = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{AB}{AC} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 2: Cho $\vec{a} = (2; -4)$, $\vec{b} = (-5; 3)$. Tìm tọa độ vector $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (7; -7)$. B. $\vec{u} = (-1; 5)$. C. $\vec{u} = (9; -11)$. D. $\vec{u} = (9; -5)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} = (9; -11).$$

Câu 3: Mệnh đề phủ định \bar{P} của mệnh đề P : “Tất cả các học sinh khối 10 của trường em đều biết bơi” là

- A. \bar{P} : “Trong các học sinh khối 10 của trường em có bạn biết bơi”.
B. \bar{P} : “Tất cả các học sinh khối 10 của trường em đều không biết bơi”.
C. \bar{P} : “Tất cả các học sinh khối 10 của trường em đều biết bơi”.
D. \bar{P} : “Trong các học sinh khối 10 của trường em có bạn không biết bơi”.

Lời giải

\bar{P} : “Trong các học sinh khối 10 của trường em có bạn không biết bơi”.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba vector $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Xác định giá trị của m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

- A. $m = \frac{5}{2}, n = \frac{13}{10}$. B. $m = \frac{23}{5}, n = \frac{51}{10}$. C. $m = \frac{22}{5}, n = -\frac{3}{5}$. D. $m = \frac{17}{5}, n = \frac{1}{5}$.

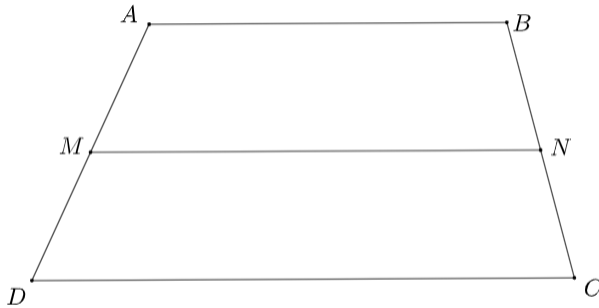
Lời giải

$$\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 3n = 7 \\ m + 4n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = -\frac{3}{5} \end{cases}.$$

Câu 5: Cho hình thang $ABCD$ có đáy AB, CD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

- A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$. D. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải



Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BN} \Rightarrow \mathbf{A} \text{ đúng}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \Rightarrow \mathbf{B} \text{ đúng}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \Rightarrow \mathbf{D} \text{ đúng}$$

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}) \Rightarrow \mathbf{C} \text{ sai}$$

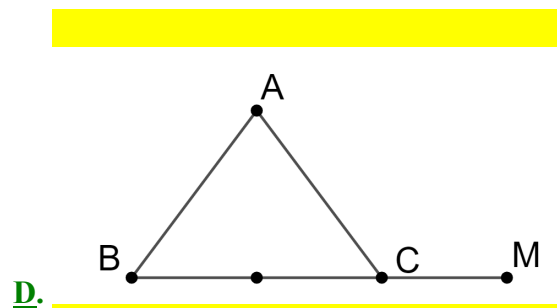
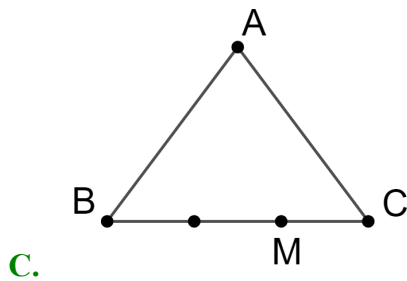
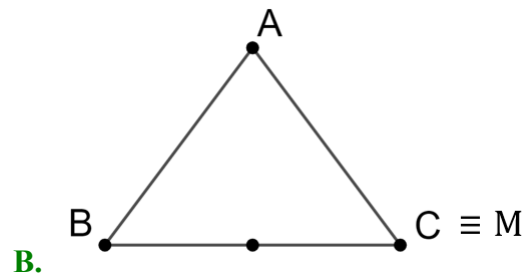
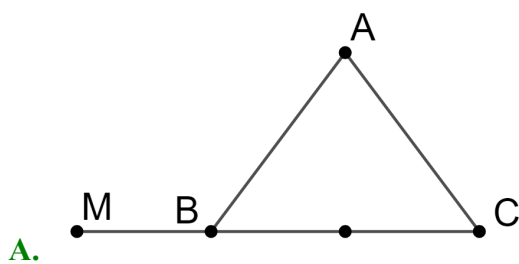
Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$. **B. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$.** C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow \mathbf{B}$ đúng.

Câu 7: Cho tam giác ABC . Trên đường thẳng BC lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$. Điểm M thỏa mãn đề bài được biểu diễn trong hình nào dưới đây?



Lời giải

Vì $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC} \Rightarrow$ hai vector $\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MC}$ cùng hướng và $MB = 3MC$ nên chọn đáp án **D**.

Câu 8: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Trên khoảng $(-\infty; 1)$ hàm số đồng biến.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 C. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

Lời giải

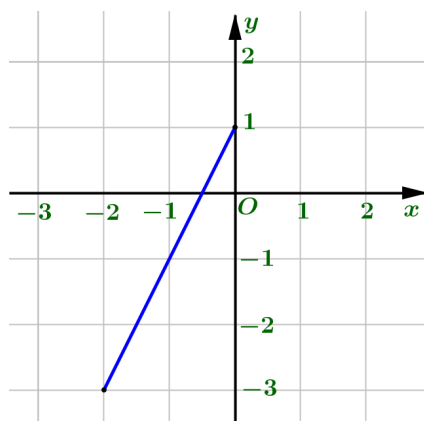
Đỉnh của parabol: $x_v = -\frac{b}{2a} = 2$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$		5		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra khẳng định D sai.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-2; 0]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập giá trị của hàm số đã cho là



A. $[-2; 0]$.

B. $[-3; 1]$.

C. $[-2; 1]$.

D. $[-3; 3]$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy tập giá trị của hàm số là đoạn $[-3; 1]$. **Chọn B**

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1; & \text{khi } x \leq 1 \\ -x + 2 & ; \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính $f(-2)$.

A. 0.

B. -7.

C. 4.

D. -1.

Lời giải

Vì $-2 < 1$ nên $f(-2) = (-2)^2 + 3(-2) + 1 = -1$

Câu 11: Cho $(P): y = x^2 + bx + c$. Tìm b, c biết (P) đi qua $M(-1; 8)$ và (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.

A. $b = -4; c = -3$.

B. $b = 4; c = -3$.

C. $b = -4; c = 3$.

D. $b = 4; c = 3$.

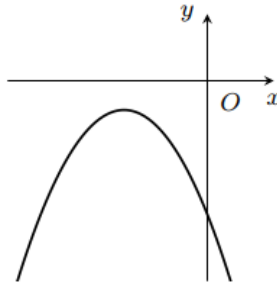
Lời giải

(P) đi qua $M(-1; 8) \Rightarrow 1 - b + c = 8 \Leftrightarrow b - c = -7$

(P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2 \Rightarrow \frac{-b}{2} = 2 \Leftrightarrow b = -4$.

Khi đó $c = b + 7 = 3$

Câu 12: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là đường parabol như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a > 0, b < 0, c > 0$. B. $a < 0, b > 0, c > 0$. **C. $a < 0, b < 0, c < 0$.** D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Parabol có bề lõm quay xuống nên $a < 0$.

Cho $x = 0 \Rightarrow y = c < 0$.

Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a < 0, b < 0, c < 0$.

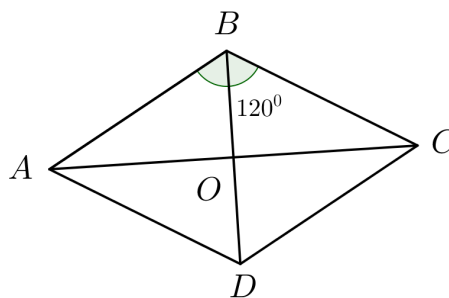
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình thoi $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 7 và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD .

- a) \overrightarrow{AO} và \overrightarrow{CO} là hai vector đối nhau.
 b) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$.
 c) Với M là điểm bất kì, ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.
 d) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 7\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Đúng. Vì:

Hai vector \overrightarrow{AO} và \overrightarrow{CO} có cùng độ dài nhưng ngược hướng nên chúng đối nhau.

b) Sai. Vì:

Ta có: $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$ (sai vì $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}$ đối nhau).

c) Sai. Vì:

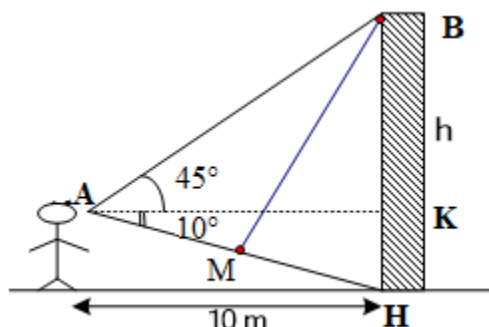
Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BC}$ (sai vì $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}$ đối nhau).

d) Đúng. Vì:

Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2AO = 7\sqrt{3}$.

(Vì tam giác ABD đều cạnh bằng 7 nên $AO = \frac{7\sqrt{3}}{2}$).

Câu 2: Một người quan sát đứng cách một cái tháp 10m, nhìn thẳng cái tháp dưới một góc 55° và được phân tích như trong hình.



- a) Độ dài cạnh $HK \approx 1,76m$.
 b) Chiều cao cái tháp $HB \approx 11,76m$.
 c) Diện tích tam giác ABH bằng $117,6m^2$.
 d) Người ta muốn bắt dây điện nhảy từ đỉnh tháp B chạy thẳng đến 3 vị trí A, H, M với M là trung điểm cạnh AH . Độ dài dây điện cần chuẩn bị để đủ bắt là khoảng $38m$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Trong tam giác vuông AHK có $HK = AK \cdot \tan 10^\circ = 10 \cdot \tan 10^\circ \approx 1,76$

b) Đúng.

Ta có tam giác ABK vuông cân nên $BK = 10m$

Nên chiều cao tháp $BH = BK + HK \approx 10 + 1,76 = 11,76m$

c) Sai.

Ta có diện tích tam giác ABH là $S = \frac{1}{2} AK \cdot BH \approx \frac{1}{2} 10 \cdot 11,76 = 58,8m^2$

d) Đúng.

+ Ta có tam giác ABK vuông cân nên $AB = AK\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \approx 14,14m$

+ Trong tam giác vuông AHK có $AH = \frac{AK}{\cos 10^\circ} = \frac{10}{\cos 10^\circ} \approx 10,15m$

Suy ra $AM \approx 5,08m$

Trong tam giác ABM có $BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos 55^\circ \approx 143,34$

Suy ra $BM \approx 11,97m$

Vậy độ dài dây điện nhảy là $d = BA + BM + BH \approx 37,87m$

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a .

- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 2a^2$;
 b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = a^2$;
 c) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{OC} = -a^2$;
 d) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = a^2$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Do $\overline{AB}, \overline{DC}$ cùng hướng nên $(\overline{AB}, \overline{DC}) = 0^\circ$.

Suy ra: $\overline{AB} \cdot \overline{DC} = AB \cdot DC \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{DC}) = a \cdot a \cdot \cos 0^\circ = a^2$.

b) Hai vectơ $\overline{AO}, \overline{OC}$ cùng hướng, do đó $(\overline{AB}, \overline{OC}) = (\overline{AB}, \overline{AO}) = \widehat{BAO} = 45^\circ$

Ta có: $\overline{AB} \cdot \overline{OC} = AB \cdot OC \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{OC}) = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{a^2}{2}$.

c) Hai vectơ $\overline{CA}, \overline{OC}$ ngược hướng, do đó $(\overline{CA}, \overline{OC}) = 180^\circ$.

Suy ra $\overline{CA} \cdot \overline{OC} = CA \cdot OC \cdot \cos(\overline{CA}, \overline{OC}) = a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 180^\circ = -a^2$.

d) Ta có: $(\overline{AB} + \overline{AD}) \cdot (\overline{BC} + \overline{BD}) = \overline{AC} \cdot (\overline{BC} + \overline{BD}) = \overline{AC} \cdot \overline{BC} + \overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{CA} \cdot \overline{CB}$ (trong đó $AC \perp BD \Rightarrow \overline{AC} \cdot \overline{BD} = 0$).

Ta có: $\overline{CA} \cdot \overline{CB} = |\overline{CA}| \cdot |\overline{CB}| \cdot \cos(\overline{CA}, \overline{CB}) = CA \cdot CB \cdot \cos \widehat{ACB} = a\sqrt{2} \cdot a \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

Vậy $(\overline{AB} + \overline{AD}) \cdot (\overline{BC} + \overline{BD}) = a^2$.

Câu 4: Cho Parabol $y = x^2 - 4x + 3$.

a) Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 2$.

b) Tọa độ đỉnh của Parabol là $I(2; -3)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -2 .

d) Parabol cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Khi đó diện tích tam giác IAB bằng 1.

Lời giải

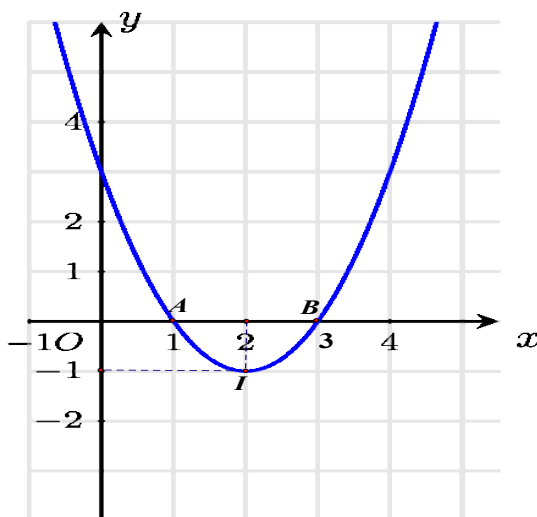
Đúng	Sai	Sai	Đúng
------	-----	-----	------

a) **Đúng.** Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$.

b) **Sai.** Ta có $x = 2 \Rightarrow y(2) = -1$. Do đó $I(2; -1)$.

c) **Sai.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y(2) = -1$.

d) **Đúng.** $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow A(1; 0) \\ x = 3 \Rightarrow B(3; 0) \end{cases}$



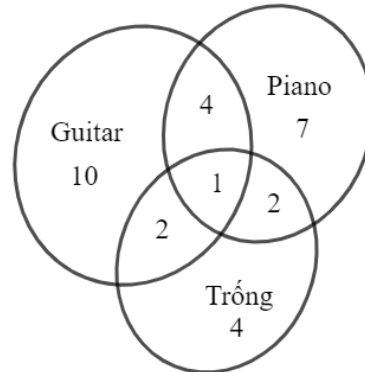
Ta có $S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2} d(I, AB) \cdot AB = \frac{1}{2} d(I, Ox) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Câu lạc bộ âm nhạc của một trường có 10 học sinh biết chơi guitar, 7 học sinh biết chơi piano, và 4 học sinh biết chơi trống, 4 học sinh biết chơi cả guitar và piano, 2 học sinh biết chơi cả guitar và trống, 2 học sinh biết chơi cả piano và trống, 1 học sinh biết chơi cả ba loại nhạc cụ. Hỏi có bao nhiêu học sinh biết chơi ít nhất một loại nhạc cụ?

Lời giải

Trả lời: 14



Số học sinh biết chơi guitar, piano mà không biết chơi trống là: $4 - 1 = 3$

Số học sinh biết chơi guitar, trống mà không biết chơi piano là: $2 - 1 = 1$

Số học sinh biết chơi piano, trống mà không biết chơi guitar là: $2 - 1 = 1$

Số học sinh biết chỉ biết chơi guitar là: $10 - 3 - 1 - 1 = 5$

Số học sinh biết chỉ biết chơi piano là: $7 - 3 - 1 - 1 = 2$

Số học sinh biết chỉ biết chơi trống là: $4 - 1 - 1 - 1 = 1$

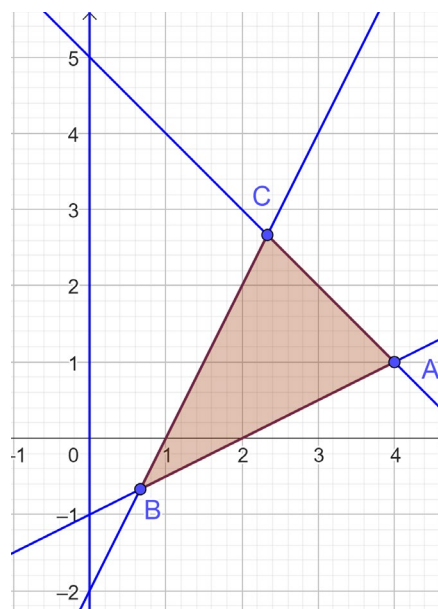
Số học sinh biết chơi ít nhất một trong ba loại nhạc cụ là: $3 + 1 + 1 + 5 + 2 + 1 + 1 = 14$

Câu 2: Cho biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị lớn nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm có tọa độ

$(a; b)$. Tính giá trị $3a - 9b$.

Lời giải

Trả lời: -17



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình là tam giác ABC kẻ cả miền trong của tam giác. Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của tam giác ABC .

Tại các đỉnh $A(4;1), B\left(\frac{2}{3}; \frac{-2}{3}\right), C\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$, ta thấy F đạt giá trị lớn nhất tại $\begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}$.

Suy ra $a = \frac{7}{3}, b = \frac{8}{3}$.

Vậy $3a - 9b = -17$

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính giá trị của $M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 6,48

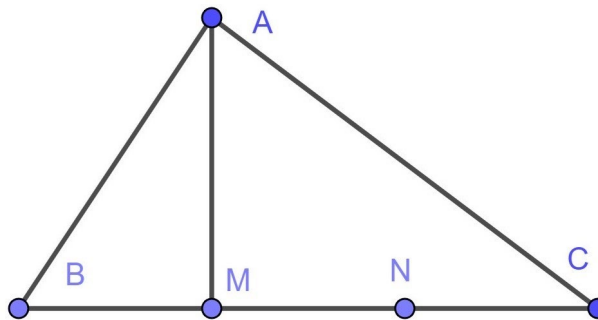
Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; 90^\circ < \alpha < 180^\circ; \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-3}{5}$.

$$M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha} = \frac{175}{27} \approx 6,48.$$

Câu 4: Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N chia cạnh BC thành ba phần bằng nhau $BM = MN = NC$. Biểu diễn \overrightarrow{AM} theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} có dạng $\overrightarrow{AM} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$. Tính $3m + 9n$

Lời giải

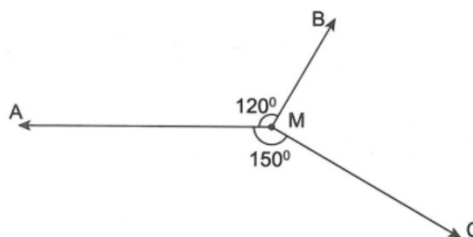
Trả lời: 5



Ta có:

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

Câu 5: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}, \vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một điểm M và đạt trạng thái cân bằng như hình vẽ (tức là $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$).

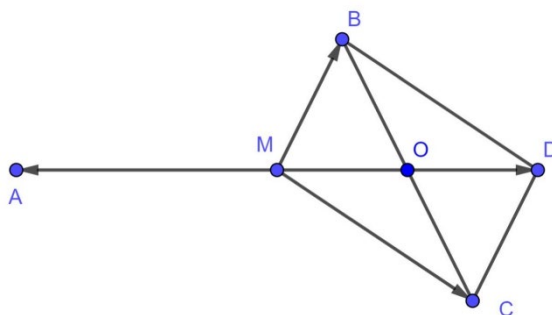


Biết cường độ lực \vec{F}_1 bằng $50N$, $\widehat{AMB} = 120^\circ$, $\widehat{AMC} = 150^\circ$. Xác định cường độ của lực \vec{F}_3 . (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 43,3

Dựng hình bình hành $BMCD$



$$\text{Ta có } \frac{MC}{\sin \widehat{MOC}} = \frac{MO}{\sin \widehat{COM}} \Leftrightarrow MC = \frac{MO \cdot \sin \widehat{MOC}}{\sin \widehat{COM}} = \frac{25 \cdot \sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} = 25\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \widehat{BMC} &= 360^\circ - \widehat{AMB} - \widehat{AMC} \\ &= 360^\circ - 120^\circ - 150^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

Nên $BMCD$ là hình chữ nhật

M đứng yên nên ta có:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1$$

$$\Rightarrow \vec{MB} + \vec{MC} = -\vec{MA}$$

$$\Leftrightarrow \vec{MD} = -\vec{MA}$$

$$\Rightarrow MD = MA = 50N$$

$$\Rightarrow BC = MD = 50N$$

Goi O là tâm của hình chữ nhật $BMCD$. Ta có

$$OM = \frac{1}{2}MD = 25N, \quad OC = \frac{1}{2}BC = 25N$$

Suy ra $\triangle OMC$ cân tại O có $\widehat{OCM} = \widehat{OMC} = 180^\circ - \widehat{CMA} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

Suy ra $\widehat{MOC} = 180^\circ - \widehat{CMO} - \widehat{OCM} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

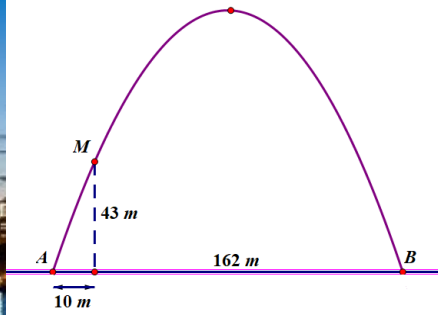
Áp dụng định lí sin trong $\triangle OMC$ ta có

$$\frac{CM}{\sin \widehat{COM}} = \frac{MO}{\sin \widehat{OCM}} \Rightarrow \frac{CM}{\sin 120^\circ} = \frac{MO}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow CM = \frac{MO \cdot \sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} = 25\sqrt{3}N$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_3| = MC = 25\sqrt{3}N$$

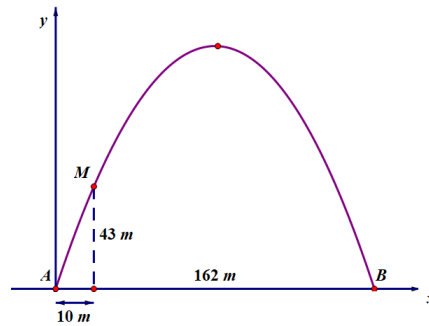
Vậy cường độ của lực \vec{F}_3 là $25\sqrt{3} \approx 43,3N$

Câu 6: Cổng *Arch* tại thành phố *St Louis* của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên chính xác. Hãy tính độ cao của cổng *Arch* (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng) kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Lời giải

Đáp án: 186



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ $\Rightarrow A(0;0); B(162;0); M(10;43)$.

Giả sử phương trình của parabol (P) là $y = ax^2 + bx + c$.

Do $A, B, M \in (P)$ nên tọa độ của chúng thỏa mãn phương trình (P) :

$$\begin{cases} c = 0 \\ a \cdot 162^2 + b \cdot 162 + c = 0 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \\ c = 0 \end{cases}.$$

Chiều cao của công *Arch* là: $h = -\frac{\Delta}{4a} \approx 186$ m.

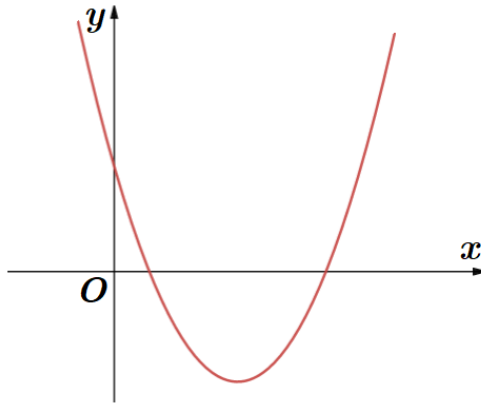
Câu 10: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = -x^2 - 4x - 3$.

- A. $M = 0$. B. $M = -1$. C. $M = 1$. D. $M = -3$.

Câu 11: Tìm tập giá trị T của hàm số $y = x^2 - x + 1$.

- A. $T = \left[\frac{3}{4}; +\infty \right)$. B. $T = \left(\frac{3}{4}; +\infty \right)$. C. $T = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$. D. $T = \left[-\frac{3}{4}; +\infty \right)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Biết $y = f(x)$ là một trong các hàm số dưới đây. Hãy cho biết đó là hàm số nào.

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = x^2 - 3x - 1$ C. $y = x^2 - 3x + 1$ D. $y = x^2 + 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lớp 10C6 có 18 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và 15 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Biết rằng có 10 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên. Khi đó:

- a) Có 8 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ
b) Có 23 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên
c) Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 25 học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá
d) Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 24 học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ

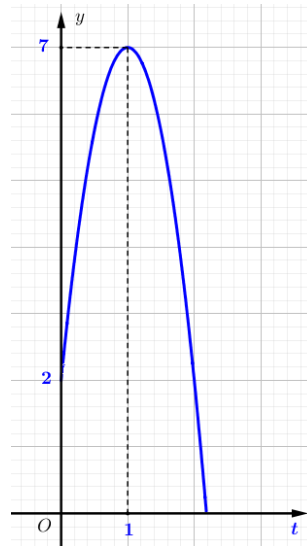
Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 3cm$, $AC = 4cm$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

- a) Độ dài cạnh $BC = \sqrt{13}cm$.
b) Diện tích tam giác ABC bằng $3\sqrt{3}cm^2$.
c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{13}}{3}$.
d) Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BC = 3BM$. Khi đó độ dài $AM = \frac{\sqrt{76}}{3}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm cạnh BC .

- a) $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$;
b) $|\overline{BI} + \overline{CI} + \overline{AI}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;
c) $|\overline{AI} + \overline{BC}| = 2a$;
d) Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overline{MB} - \overline{MC}| = |\overline{BM} - \overline{BA}|$ là đường thẳng đi qua A và song song với BC .

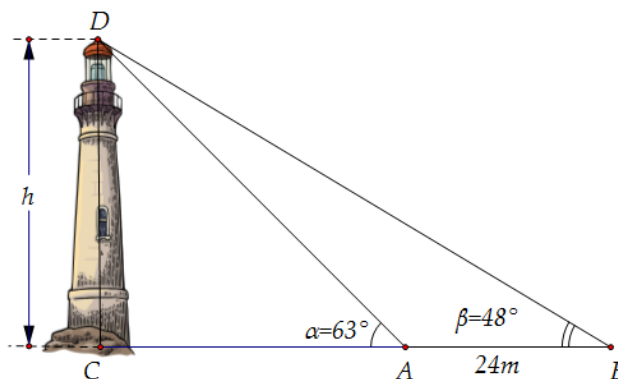
Câu 4: Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo là đồ thị của hàm số bậc hai $y = h(t) = at^2 + bt + c$ ($a \neq 0$) trong đó h là chiều cao của viên bi (tính bằng mét), t là thời gian (tính bằng giây) như hình vẽ dưới đây.



- Hệ số a là số âm.
- Viên bi đạt độ cao lớn nhất bằng $7m$.
- $a = 2b$.
- Viên bi rơi xuống mặt đất sau $2,18$ giây kể từ lúc được ném lên. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;3)$; $B(4;-1)$. Giao điểm của đường thẳng AB với trục tung tại M , đặt $\overline{MA} = k\overline{MB}$, giá trị của k là
- Câu 2:** Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(-1;2)$; $B(5;8)$. Điểm $M \in Ox$ sao cho tam giác MAB vuông tại A . Diện tích tam giác MAB bằng
- Câu 3:** Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (như hình vẽ bên dưới).



Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$; $\widehat{CBD} = 48^\circ$. Tính chiều cao h của khối tháp. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

- Câu 4:** Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa mãn $3\overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0}$. Trên các cạnh AC, BC lấy các điểm P, Q sao cho $CPMQ$ là hình bình hành. Lấy điểm N trên AQ sao cho $a\overline{NA} + b\overline{NQ} = \vec{0}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$ và a, b nguyên tố cùng nhau). Khi ba điểm B, N, P thẳng hàng hãy tính $a + b$.

Câu 5: Một tàu đang đánh cá tại vị trí A trên biển Đông. Lúc này bão số 6 đang dần đổ bộ vào biển khu vực đánh cá, gió bắt đầu thổi với vận tốc trung bình 30 km/h và đi theo hướng chính Tây. Để an toàn tàu phải cập bến B cách vị trí A 600 km để neo đậu. Biết vận tốc tối đa của tàu là 50 km/h. Tìm thời gian nhanh nhất tàu cập bến **B.** Biết rằng hướng từ A đến bến B là $W30^\circ N$ (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6: Cầu Cổng Vàng là một cây cầu treo bắc qua Cổng Vàng, eo biển rộng 1,6 km nối liền vịnh San Francisco và Thái Bình Dương. Cầu đã được Hiệp hội kỹ sư dân dụng Hoa Kỳ tuyên bố là một trong những kỳ quan thế giới hiện đại.

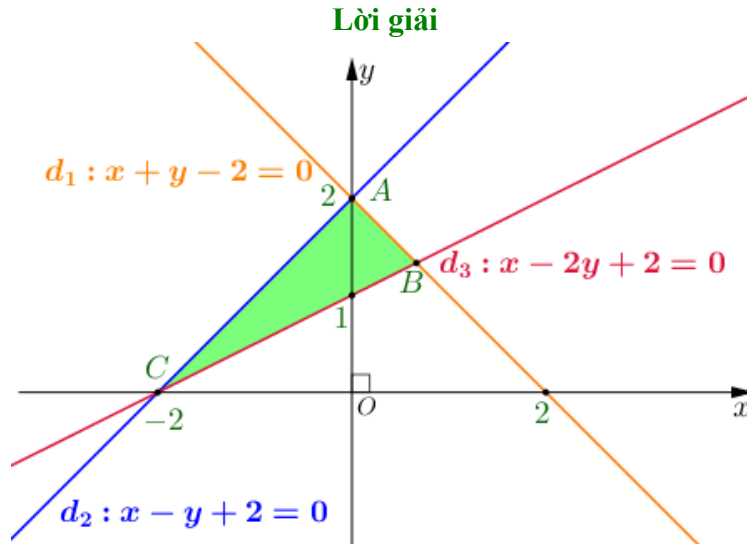


Chiều cao h tính từ mặt cầu của chiếc Cầu Cổng Vàng được xác định bởi công thức

$$h(x) = \frac{19}{51200}x^2 - \frac{19}{40}x + 152, \text{ trong đó } x \text{ là khoảng cách từ cột trụ cầu bên trái. Hãy xác định}$$

khoảng cách giữa hai trụ cầu, biết rằng hai trụ cầu này có độ cao bằng nhau.

----- HẾT -----



Cạnh AB nằm trên đường thẳng $d_1 : x + y - 2 = 0$

Cạnh AC nằm trên đường thẳng $d_2 : x - y + 2 = 0$

Cạnh BC nằm trên đường thẳng $d_3 : x - 2y + 2 = 0$

Đường thẳng $d_1 : x + y - 2 = 0$ chia mặt phẳng Oxy thành hai nửa mặt phẳng bờ d_1 , thay tọa độ $O(0;0)$ vào vế trái d_1 ta có $-2 < 0$. Vậy nửa mặt phẳng chứa điểm O là miền nghiệm của bất phương trình $x + y - 2 \leq 0$.

Tương tự nửa mặt phẳng chứa điểm O là miền nghiệm của bất phương trình $x - y + 2 \geq 0$.

Nửa mặt phẳng không chứa điểm O là miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

Từ (1),(2),(3) suy ra miền tam giác ABC kể cả ba cạnh AB, BC, CA là miền nghiệm của hệ bất

$$\text{phương trình } \begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x - 2y + 2 \leq 0 \end{cases} .$$

Câu 6: Tam giác ABC có $A = 120^\circ$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Lời giải

Áp dụng định lí hàm số \cos tại đỉnh A ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc .$$

Câu 7: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$; $AC = 9\text{cm}$; $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Diện tích tam giác ABC là

A. $S = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2$. **B.** $S = \frac{27}{2} \text{cm}^2$. **C.** $S = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{cm}^2$. **D.** $S = \frac{27}{4} \text{cm}^2$.

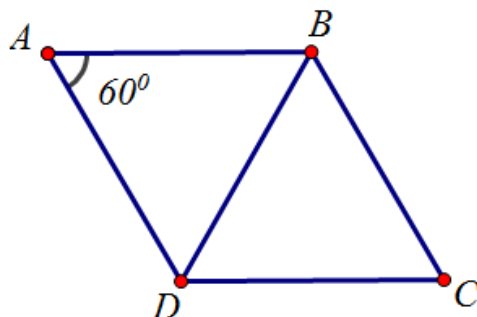
Lời giải

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{cm}^2 .$$

Câu 8: Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a và $\widehat{A} = 60^\circ$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a .

Lời giải



$ABCD$ là hình thoi nên $AB = AD = a \Rightarrow \triangle ABD$ cân tại A .

Mà $\hat{A} = 60^\circ$ nên $\triangle ABD$ đều cạnh a . Suy ra $AB = AD = BD = a$.

Ta có $|\overline{BA} + \overline{BC}| = |\overline{BD}| = a$.

Câu 9: Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 1)$, $B(-1; 7)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức $3\overline{AM} + \overline{AB} = \vec{0}$ là

- A. $M(1; -3)$ B. $M(5; -5)$ C. $M(1; -1)$ **D. $M(3; -1)$**

Lời giải

Gọi $M(a; b)$

Ta có $\overline{AM} = (a - 2; b - 1)$ và $\overline{AB} = (-3; 6)$

Lại có $3\overline{AM} + \overline{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a - 2) - 3 = 0 \\ 3(b - 1) + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$. Suy ra $M(3; -1)$.

Câu 10: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = -x^2 - 4x - 3$.

- A. $M = 0$. B. $M = -1$. **C. $M = 1$.** D. $M = -3$.

Lời giải

Vì hàm số $y = -x^2 - 4x - 3$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên nó đạt giá trị lớn nhất khi

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(-1)} = -2.$$

Khi đó $M = y(-2) = -(-2)^2 - 4(-2) - 3 = 1$.

Câu 11: Tìm tập giá trị T của hàm số $y = x^2 - x + 1$.

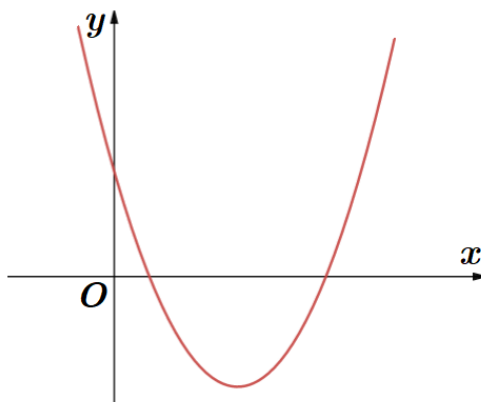
- A. $T = \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.** B. $T = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $T = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $T = \left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

Ta có: $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}; y = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{3}{4}$.

Tập giá trị của hàm số là: $T = \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Biết $y = f(x)$ là một trong các hàm số dưới đây. Hãy cho biết đó là hàm số nào.

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = x^2 - 3x - 1$ C. $y = x^2 - 3x + 1$ D. $y = x^2 + 1$

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy được đồ thị hàm số $y = f(x)$ là một parabol nên A sai.

Có $f(0) > 0$ nên phương án B sai.

Có hoành độ đỉnh dương nên D sai.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lớp 10C6 có 18 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và 15 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Biết rằng có 10 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên. Khi đó:

- Có 8 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ
- Có 23 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên
- Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 25 học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá
- Biết lớp 10C6 có 45 học sinh. Có 24 học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

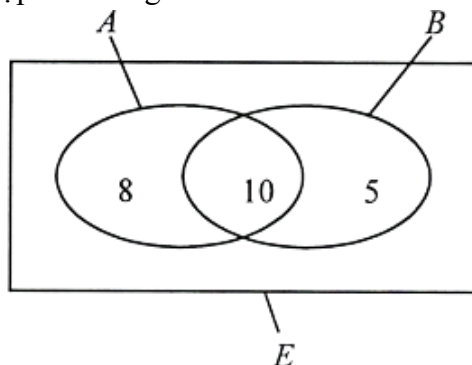
Kí hiệu:

A là tập hợp học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá.

B là tập hợp học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ.

E là tập hợp học sinh của lớp 10C6.

Ta có thể biểu diễn ba tập hợp trên bằng biểu đồ Ven như hình sau:



Khi đó, $A \cap B$ là tập hợp học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên. Số phần tử của A là 18, số phần tử của B là 15, số phần tử của tập hợp $A \cap B$ là 10.

a) Tập hợp các học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ là tập hợp $A \setminus B$. Số phần tử của $A \setminus B$ chính là số phần tử của A trừ đi số phần tử của $A \cap B$.

Vậy số học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ là $18 - 10 = 8$ (học sinh).

b) Tập hợp các học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên chính là tập hợp $A \cup B$. Do khi đếm số học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá là 18, số học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ là 15 thì số học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ là 10 được tính hai lần. Vậy số học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên là $18 + 15 - 10 = 23$ (học sinh).

c) Số phần tử của E là 45. Tập hợp các học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá là phần bù của A trong E . Vậy số học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá là $45 - 18 = 27$ (học sinh).

d) Tập hợp các học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ là phần bù của $A \cup B$ trong E . Vậy số học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ là $45 - 23 = 22$ (học sinh).

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

a) Độ dài cạnh $BC = \sqrt{13}\text{cm}$.

b) Diện tích tam giác ABC bằng $3\sqrt{3}\text{cm}^2$.

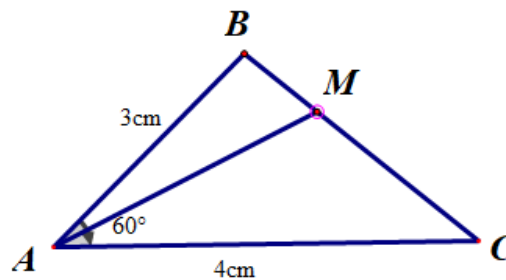
c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{13}}{3}$.

d) Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BC = 3BM$. Khi đó độ dài $AM = \frac{\sqrt{76}}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng



Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 3^2 + 4^2 - 2.3.4 \cos 60^\circ = 13$

Suy ra $BC = \sqrt{13}\text{cm}$

b) Đúng.

Ta có: Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}.3.4.\sin 60^\circ = 3\sqrt{3}\text{cm}^2$

c) Sai. R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Ta có: $2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{\sqrt{13}}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$. Suy ra $R = \sqrt{\frac{13}{3}} = \frac{\sqrt{39}}{3}\text{cm}$.

d) Đúng.

Ta có: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin B = \frac{AC.\sin A}{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$

Suy ra $\cos B = \sqrt{1 - \sin^2 B} = \frac{1}{\sqrt{13}}$

Trong tam giác ABM có

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos B = 3^2 + \left(\frac{\sqrt{13}}{3}\right)^2 - 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{76}{9}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{\sqrt{76}}{3}$$

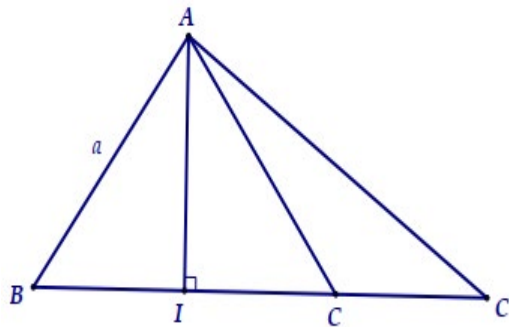
Câu 3: Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm cạnh BC .

a) $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$;

b) $|\overline{BI} + \overline{CI} + \overline{AI}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

c) $|\overline{AI} + \overline{BC}| = 2a$;

d) Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overline{MB} - \overline{MC}| = |\overline{BM} - \overline{BA}|$ là đường thẳng đi qua A và song song với BC .



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) **Đúng.** Ta có: $\begin{cases} |\overline{AB}| = AB \\ |\overline{AC}| = AC \end{cases}$

Vì tam giác ABC đều có cạnh bằng a nên $AB = AC = a$ suy ra $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$;

b) **Đúng.** Vì I là trung điểm cạnh BC nên $\overline{BI} = -\overline{CI}$.

Ta có: $|\overline{BI} + \overline{CI} + \overline{AI}| = |(\overline{BI} + \overline{CI}) + \overline{AI}| = |\overline{0} + \overline{AI}| = |\overline{AI}| = AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (chiều cao trong tam giác đều);

c) **Sai.** Gọi C' là điểm đối xứng với I qua C . Khi đó $\overline{BC} = \overline{IC}'$.

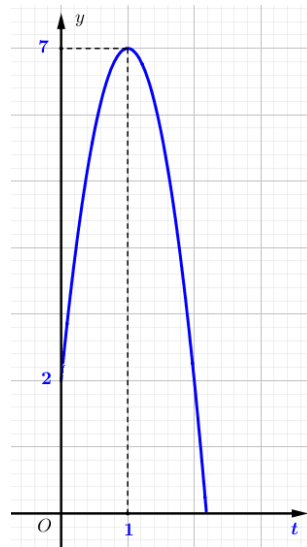
Ta có:

$$\overline{AI} + \overline{BC} = \overline{AI} + \overline{IC}' = \overline{AC}' \Rightarrow |\overline{AI} + \overline{BC}| = |\overline{AC}'| = AC' = \sqrt{AI^2 + C'I^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

d) **Sai.** Ta có $|\overline{MB} - \overline{MC}| = |\overline{BM} - \overline{BA}| \Leftrightarrow |\overline{CB}| = |\overline{AM}| \Rightarrow AM = BC$

Mà A, B, C cố định \Rightarrow Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A , bán kính BC .

Câu 4: Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo là đồ thị của hàm số bậc hai $y = h(t) = at^2 + bt + c$ ($a \neq 0$) trong đó h là chiều cao của viên bi (tính bằng mét), t là thời gian (tính bằng giây) như hình vẽ dưới đây.



- a) Hệ số a là số âm.
 b) Viên bi đạt độ cao lớn nhất bằng 7m.
 c) $a = 2b$.
 d) Viên bi rơi xuống mặt đất sau 2,18 giây kể từ lúc được ném lên. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

- a) Từ đồ thị hàm số ta có $a < 0$.
 b) Ta có $\max h(t) = 7$ nên viên bi đạt độ cao lớn nhất bằng 7m.
 c) Đồ thị hàm số có trục đối xứng là $x = 1$ nên $-\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow a = -\frac{b}{2}$.
 d) Theo hình vẽ ta có: đồ thị có đỉnh là $C(1; 7)$ và đi qua điểm $A(0; 2)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 7 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b + 2 = 7 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \\ c = 2. \end{cases}$$

Do đó $h(t) = -5t^2 + 10t + 2$.

Viên bi chạm đất khi $h(t) = 0$ suy ra $-5t^2 + 10t + 2 = 0$.

Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $t \geq 0$ ta được $t = \frac{5 + \sqrt{35}}{5} \approx 2,18$ (s).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 3)$; $B(4; -1)$. Giao điểm của đường thẳng AB với trục tung tại M , đặt $\overline{MA} = k\overline{MB}$, giá trị của k là

Lời giải

Trả lời: 0,5

Gọi $M(0; y)$.

$M \in AB$ nên \overline{MA} cùng phương \overline{MB} .

$$\overline{MA} = (2; 3 - y); \overline{MB} = (4; -1 - y)$$

$$\overline{MA} = k\overline{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \cdot 4 \\ 3 - y = k \cdot (-1 - y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ y = 7 \end{cases}$$

Vậy $M(0;7)$ và $k = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(-1;2); B(5;8)$. Điểm $M \in Ox$ sao cho tam giác MAB vuông tại A . Diện tích tam giác MAB bằng

Lời giải

Trả lời: 12

Vì $M \in Ox$ nên có tọa độ $M(a;0)$, ta có $\overline{AM} = (a+1; -2); \overline{AB} = (6;6)$.

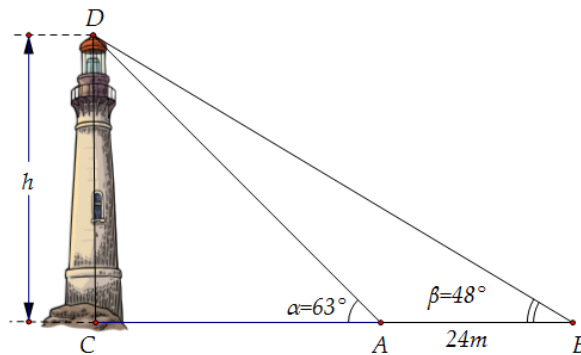
Tam giác MAB vuông tại $A \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AM} = 0 \Leftrightarrow 6(a+1) - 12 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow M(1;0)$.

Ta có $AM = \sqrt{(1+1)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2}$.

$AB = \sqrt{(5+1)^2 + (8-2)^2} = 6\sqrt{2}$.

Vậy $S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 12$.

Câu 3: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (như hình vẽ bên dưới).



Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD} = 63^\circ$; $\widehat{CBD} = 48^\circ$. Tính chiều cao h của khối tháp. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 61,4

Ta có $\widehat{CAD} = 63^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 117^\circ \Rightarrow \widehat{ADB} = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{BD}{\sin \widehat{BAD}} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAD}}{\sin \widehat{ADB}}$

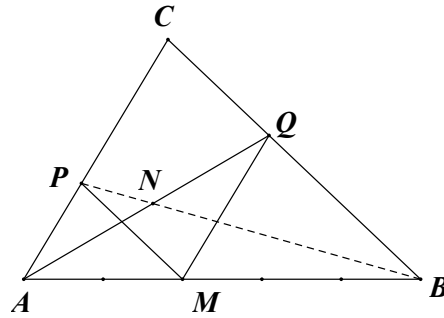
Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin \widehat{CBD} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin \widehat{CBD}$

Vậy $CD = \frac{AB \cdot \sin \widehat{BAD} \cdot \sin \widehat{CBD}}{\sin \widehat{ADB}} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 61,4(m)$.

Câu 4: Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa mãn $3\overline{MA} + 2\overline{MB} = \vec{0}$. Trên các cạnh AC, BC lấy các điểm P, Q sao cho $CPMQ$ là hình bình hành. Lấy điểm N trên AQ sao cho $a\overline{NA} + b\overline{NQ} = \vec{0}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$ và a, b nguyên tố cùng nhau). Khi ba điểm B, N, P thẳng hàng hãy tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 19



Vì $MP \parallel BC, MQ \parallel AC \Rightarrow \frac{AP}{AC} = \frac{CQ}{CB} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$.

Ta có: $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AP}$.

Đặt $\overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AQ}$. Suy ra: $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}x\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}x\overrightarrow{AP}$.

Do B, N, P thẳng hàng nên $\frac{2}{5}x + \frac{3}{2}x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{10}{19} \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \frac{10}{19}\overrightarrow{AQ}$

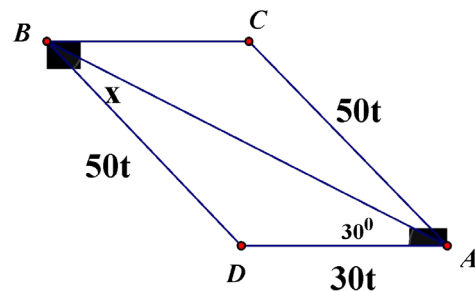
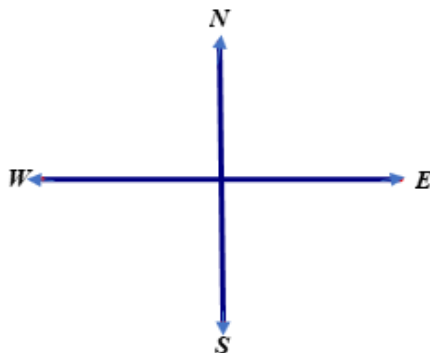
Hay $\overrightarrow{AN} = \frac{10}{9}\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{NA} + 10\overrightarrow{NQ} = \vec{0}$.

Vậy $a + b = 10 + 9 = 19$.

Câu 5: Một tàu đang đánh cá tại vị trí A trên biển Đông. Lúc này bão số 6 đang dần đổ bộ vào biển khu vực đánh cá, gió bắt đầu thổi với vận tốc trung bình 30 km/h và đi theo hướng chính Tây. Để an toàn tàu phải cập bến B cách vị trí A 600 km để neo đậu. Biết vận tốc tối đa của tàu là 50 km/h. Tìm thời gian nhanh nhất tàu cập bến **B**. Biết rằng hướng từ A đến bến B là $W30^\circ N$ (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 8,1



Để cập bến B nhanh nhất thì tàu xuất phát với vận tốc lớn nhất là 50 km/h . Giả sử gió thổi theo hướng \overrightarrow{AD} , hướng chuyển động của tàu là \overrightarrow{AC} , hướng thực tế chuyển động của tàu là \overrightarrow{AB} .

Áp dụng qui tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$ và $\widehat{DAB} = 30^\circ$.

Gọi t là thời gian tàu đi từ A đến B, đặt $\widehat{DBA} = x$, ta có:

$$\frac{50t}{\sin 30^\circ} = \frac{30t}{\sin x} \Leftrightarrow \sin x = \frac{3}{10} \Rightarrow x \approx 17,5^\circ \Rightarrow \widehat{CAB} = 17,5^\circ$$

$$\text{Ta có, } \widehat{BDA} = 180^\circ - 30^\circ - 17,5^\circ = 132,5^\circ \Rightarrow \frac{600}{\sin 132,5^\circ} = \frac{50t}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow t = \frac{6}{\sin 132,5^\circ} \approx 8,1(h)$$

Vậy sau khoảng thời gian 8,1(h) thì tàu cập bến **B**.

Câu 6: Cầu Cổng Vàng là một cây cầu treo bắc qua Cổng Vàng, eo biển rộng 1,6 km nối liền vịnh San Francisco và Thái Bình Dương. Cầu đã được Hiệp hội kỹ sư dân dụng Hoa Kỳ tuyên bố là một trong những kỳ quan thế giới hiện đại.



Chiều cao h tính từ mặt cầu của chiếc Cầu Cổng Vàng được xác định bởi công thức

$$h(x) = \frac{19}{51200}x^2 - \frac{19}{40}x + 152, \text{ trong đó } x \text{ là khoảng cách từ cột trụ cầu bên trái. Hãy xác định}$$

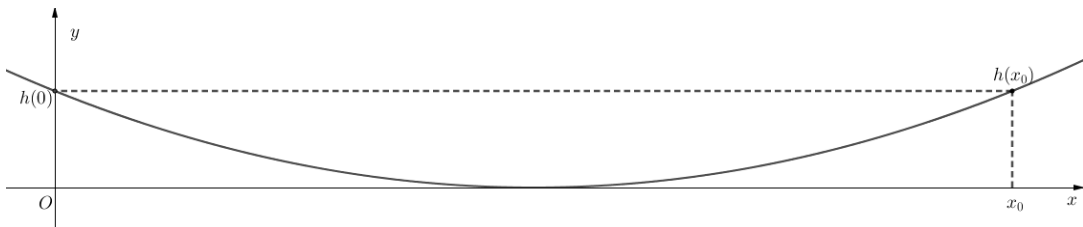
khoảng cách giữa hai trụ cầu, biết rằng hai trụ cầu này có độ cao bằng nhau.

Lời giải

Trả lời: 1280

Quan sát hình vẽ ta thấy độ cao của trụ cầu ứng với giá trị $x = 0$. Suy ra, độ cao của trụ cầu:

$$h(0) = 152 \text{ m.}$$



Vì hai trụ cầu này có độ cao bằng nhau nên suy ra $h(0) = h(x_0)$ với $x_0 > 0$ hay

$$152 = \frac{19}{51200}x_0^2 - \frac{19}{40}x_0 + 152 \Rightarrow \frac{19}{51200}x_0^2 - \frac{19}{40}x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1280 \text{ m.}$$

Vậy, khoảng cách giữa hai trụ cầu là 1280 m.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

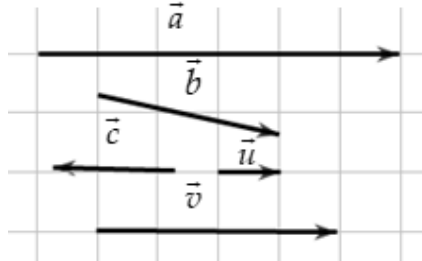
Câu 1: Điểm $O(0;0)$ **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x+3y < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+3y \geq 0 \\ 2x+y-4 < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 \geq 0 \end{cases}$

Câu 2: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 3: Cho các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{u}$ và \vec{v} như trong hình bên.



Hỏi có bao nhiêu vectơ cùng hướng với vectơ \vec{u} ?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 4: Cho tam giác ABC có trọng tâm G , gọi M là trung điểm BC . Phân tích vectơ \overrightarrow{AG} theo hai vectơ là hai cạnh của tam giác, khẳng định nào sau đây **đúng**?

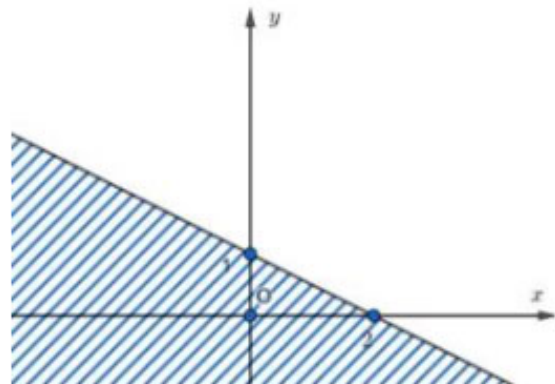
- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 5: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{-a^2}{2}$.

Câu 6: Miền để trống trong miền bên dưới là hình biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $2x - y + 1 \geq 0$.
B. $x + 2y - 2 \leq 0$.
C. $x + 2y + 1 \leq 0$.
D. $x + 2y - 2 \geq 0$.



Câu 7: Cho tam giác ABC có $\hat{B} + \hat{C} = 135^\circ$, $BC = 10\sqrt{2}$ (cm). Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. 10π (cm). B. 15π (cm). C. 20π (cm). D. 25π (cm).

Câu 8: Gọi AN, CM là các trung tuyến của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{AN} + \frac{2}{3}\overline{CM}$. **B.** $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} - \frac{2}{3}\overline{CM}$.

C. $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} + \frac{4}{3}\overline{CM}$. **D.** $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} + \frac{2}{3}\overline{CM}$.

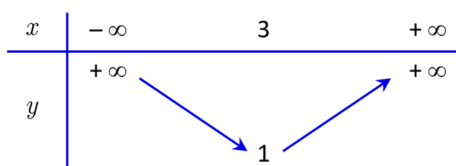
Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 1)$, $B(0; -3)$, $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $(5; 5)$. **B.** $(5; -2)$. **C.** $(5; -4)$. **D.** $(-1; -4)$.

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài đường chéo BD bằng

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5 . **D.** 3 .

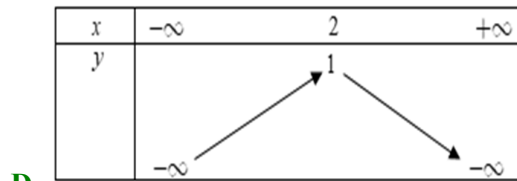
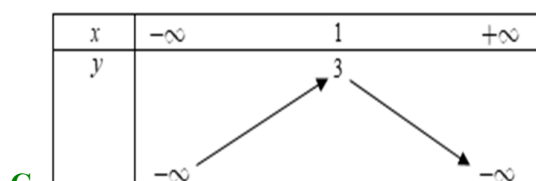
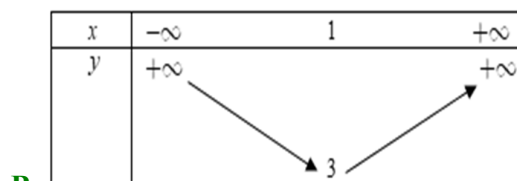
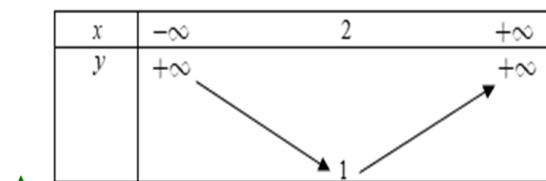
Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; 4)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(3; 5)$.

Câu 12: Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biết $\sin x = \frac{5}{13}$ và $90^\circ < x < 180^\circ$.

a) $\cos^2 x = \frac{144}{169}$.

b) $\cos x = \frac{12}{13}$.

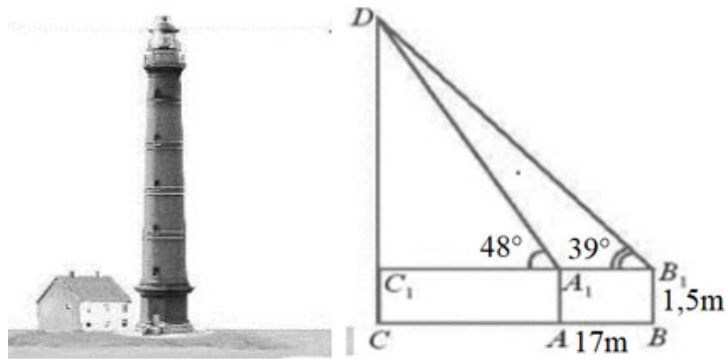
c) $\tan x = \frac{-5}{12}$.

d) $\frac{3 \tan x - 2 \cot x}{2 \tan x + \cot x} = \frac{-213}{194}$.

Câu 2: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x+3y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x-3y-1 \leq 0 \end{cases}.$$

- a) Điểm $(0;2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.
 b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là một tam giác.
 c) Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đạt giá trị nhỏ nhất là 2.
 d) Biểu thức $T = 2x - 3y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đạt giá trị lớn nhất là 1.

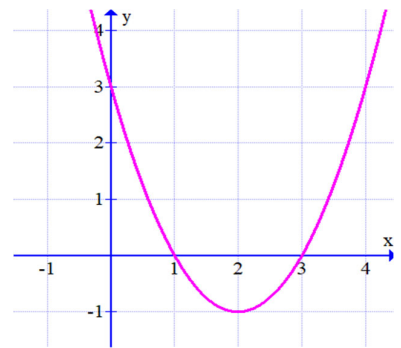
Câu 3: Muốn đo chiều cao của một ngọn tháp, người ta lấy hai điểm A, B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 17m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao $h = 1,5m$. Gọi D là đỉnh của tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp (như hình vẽ minh họa bên dưới). Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 48^\circ, \widehat{DB_1C_1} = 39^\circ$.



- a) $\widehat{A_1DB_1} = 9^\circ$.
 b) Độ dài cạnh DB_1 là $80,76(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
 c) Độ dài cạnh DA_1 là $68,39(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
 d) Chiều cao của tháp là $52,32(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đồ thị như sau:

- a) Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng.
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm duy nhất.
 d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 .



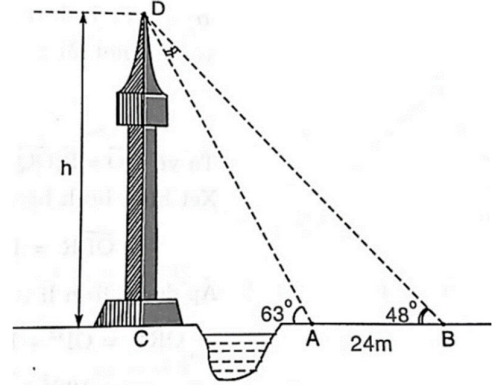
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một lớp 10 của trường THPT Z có 41 học sinh. GVCN khảo sát về sự yêu thích của học sinh đối với 2 môn học là Toán và Tiếng Anh. Biết rằng có 21 học sinh yêu thích môn Toán, 17 học sinh yêu thích môn Tiếng Anh và 9 học sinh yêu thích cả 2 môn Toán và Tiếng Anh và số còn lại không thích cả hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh không yêu thích cả 2 môn Toán và Tiếng Anh?

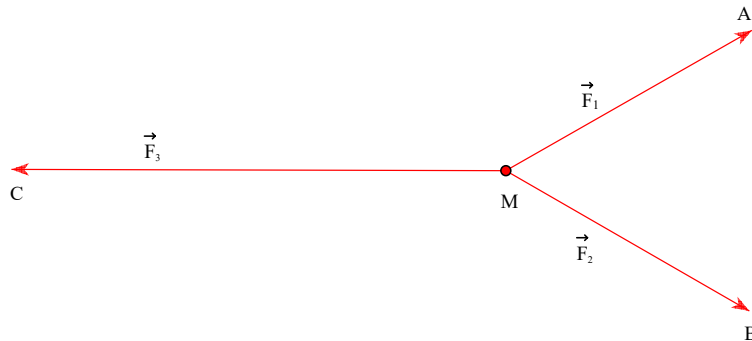
Câu 2: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D ; $AB = AD = 1, CD = 2$. Khi đó tích vô hướng $\overline{AC} \cdot \overline{BD}$ bằng

Câu 3: Trong một cuộc thi gói bánh vào dịp năm mới, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh để gói bánh chưng và bánh ống. Để gói một cái bánh chưng cần 0,4 kg gạo nếp, 0,05 kg thịt và 0,1 kg đậu xanh; để gói một cái bánh ống cần 0,6 kg gạo nếp, 0,075 kg thịt và 0,15 kg đậu xanh. Mỗi cái bánh chưng nhận được 5 điểm thưởng, mỗi cái bánh ống nhận được 7 điểm thưởng. Điểm thưởng cao nhất là bao nhiêu?

Câu 4: Muốn đo chiều cao CD của một cái tháp mà ta không thể đến được tâm C của chân tháp. Trong mặt phẳng đứng chứa chiều cao CD của tháp ta chọn hai điểm A và B sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Giả sử ta đo được khoảng cách $AB = 24m$ và các góc $\widehat{CAD} = 63^\circ, \widehat{CBD} = 48^\circ$. Hãy tính chiều cao $h = CD$ của tháp (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 5: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overline{MA}, \vec{F}_2 = \overline{MB}, \vec{F}_3 = \overline{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng 25 N và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính cường độ lực của \vec{F}_3 . (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 6: Cầu Nhật Tân bắc qua sông Hồng được xem là dây cầu văng dài nhất Việt nam năm 2022. Cầu có 5 trụ tháp chính nối các nhịp dây văng nâng đỡ toàn bộ phần chính của cây cầu, cũng là để tượng trưng cho 5 cửa ô cổ kính của Hà Nội. Mỗi trụ tháp được kiến trúc tạo dáng mỹ thuật phía trong bằng đường cong tựa như một parabol.



Giả sử rằng mặt trong của trụ cầu là một parabol. Biết độ rộng của mặt đường khoảng 43m. Một người đã dùng dây dọi gắn lên thành trụ cầu ở vị trí B và điều chỉnh độ dài dây dọi để quả nặng vừa chạm đất, sau đó đo được chiều dài đoạn dây dọi sử dụng là 1,87m và khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng là 20cm. Ước tính độ cao của đỉnh vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân tới mặt đường? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x+3y < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+3y \geq 0 \\ 2x+y-4 < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 \geq 0 \end{cases}$

Lời giải

Thay tọa độ O vào hệ ta được đáp án.

Câu 2: Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{AC}$. B. $\vec{AB} = \vec{CB} - \vec{CA}$. C. $\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{CA}$. D. $\vec{AB} = \vec{CA} - \vec{CB}$.

Lời giải

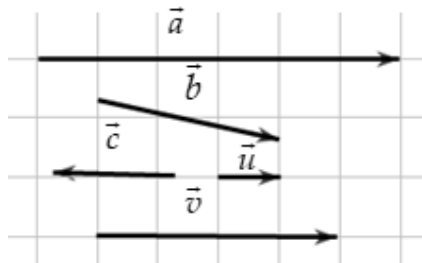
$$\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{BC} + \vec{CA} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{BA} \text{ (Sai)}$$

$$\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{CA} \Leftrightarrow \vec{CA} + \vec{AB} = \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{CB} = \vec{BC} \text{ (Sai)}$$

$$\vec{AB} = \vec{CA} - \vec{CB} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{BC} + \vec{CA} \Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{BA} \text{ (Sai)}$$

$$\vec{AB} = \vec{CB} - \vec{CA} \text{ (Đúng)}$$

Câu 3: Cho các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{u}$ và \vec{v} như trong hình bên.



Hỏi có bao nhiêu vectơ cùng hướng với vectơ \vec{u} ?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Các vectơ cùng hướng với vectơ \vec{u} là vectơ \vec{a} và \vec{v} .

Câu 4: Cho tam giác ABC có trọng tâm G , gọi M là trung điểm BC . Phân tích vectơ \vec{AG} theo hai vectơ là hai cạnh của tam giác, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$. B. $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$.

C. $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$. D. $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) \Rightarrow \vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}.$$

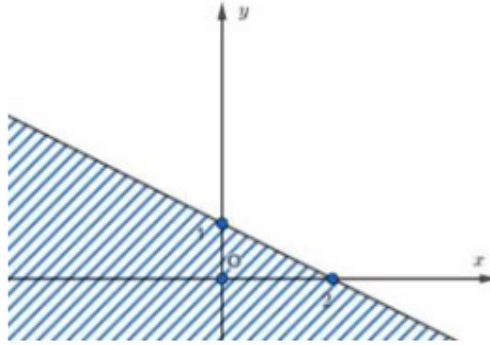
Câu 5: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$.

A. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{a^2}{2}$. D. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{-a^2}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overline{AB} \cdot \overline{BC} = |\overline{AB}| |\overline{BC}| \cos(\overline{AB}, \overline{BC}) = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

Câu 6: Miền để trống trong miền bên dưới là hình biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?



- A. $2x - y + 1 \geq 0$. B. $x + 2y - 2 \leq 0$. C. $x + 2y + 1 \leq 0$. D. $x + 2y - 2 \geq 0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;0), B(0;1)$ có dạng $y = ax + b$. Suy ra

$$\begin{cases} 2a + b = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow d: y = -\frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow x + 2y - 2 = 0. \text{ Ta loại được đáp án A, C.}$$

Nhận thấy điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình. Mà $0 + 2 \cdot 0 - 2 \leq 0$ nên loại đáp án B.

Vậy bất phương trình cần tìm là $x + 2y - 2 \geq 0$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có $\widehat{B} + \widehat{C} = 135^\circ, BC = 10\sqrt{2} (cm)$. Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

- A. $10\pi (cm)$. B. $15\pi (cm)$. C. $20\pi (cm)$. D. $25\pi (cm)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \widehat{B} + \widehat{C} = 135^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

$$\text{Theo định lý sin trong tam giác ta có: } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{10\sqrt{2}}{2 \cdot \sin 45^\circ} = 10 (cm).$$

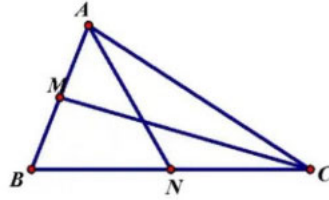
$$\text{Chu vi đường tròn ngoại tiếp bằng: } 2R\pi = 2 \cdot 10\pi = 20\pi (cm)$$

Câu 8: Gọi AN, CM là các trung tuyến của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{AN} + \frac{2}{3}\overline{CM}$. B. $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} - \frac{2}{3}\overline{CM}$.

C. $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} + \frac{4}{3}\overline{CM}$. D. $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} + \frac{2}{3}\overline{CM}$.

Lời giải



Ta có $2\overline{AN} = \overline{AB} + \overline{AC}$ (1)

Và $2\overline{CM} = \overline{CA} + \overline{CB} = \overline{CA} + \overline{CA} + \overline{AB} = 2\overline{CA} + \overline{AB}$

Suy ra $\overline{CM} = \overline{CA} + \frac{1}{2}\overline{AB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2\overline{AN} + \overline{CM} = \frac{3}{2}\overline{AB} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{AN} + \frac{2}{3}\overline{CM}$.

Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 1)$, $B(0; -3)$, $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. (5; 5).

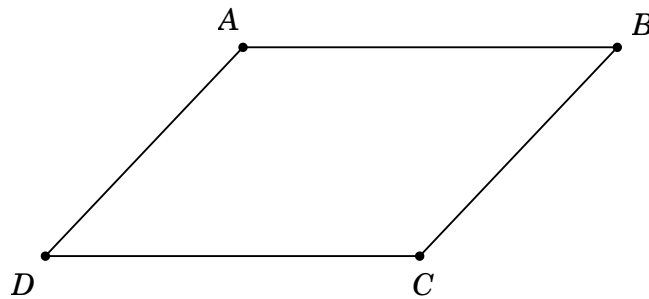
B. (5; -2).

C. (5; -4).

D. (-1; -4).

Lời giải

Chọn A



Gọi $D(x; y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AD} = \overline{BC} \Leftrightarrow (x-2; y-1) = (3; 4)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$

Vậy $D(5; 5)$.

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2$, $AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài đường chéo BD bằng

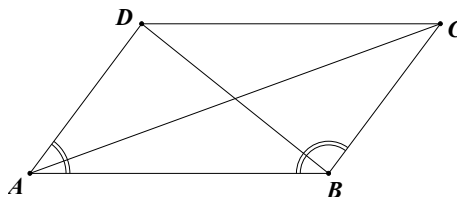
A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 5.

D. 3.

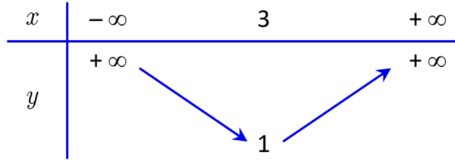
Lời giải



$\overline{BD} = \overline{BA} + \overline{BC} \Rightarrow \overline{BD}^2 = \overline{BA}^2 + \overline{BC}^2 + 2\overline{BA} \cdot \overline{BC} \Leftrightarrow BD^2 = 2^2 + 1^2 + 2 \cdot (-1)$

$\Rightarrow BD = \sqrt{3}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. (1;4). B. (0;3). C. (0;1). **D. (3;5).**

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng (3;5).

Câu 12: Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$		$+\infty$

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$		$+\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y		3	

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y		1	

Lời giải

Ta có $a = -1 < 0$ nên bề lõm quay xuống dưới.

Đỉnh $I(-1;3)$ nên chọn C.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biết $\sin x = \frac{5}{13}$ và $90^\circ < x < 180^\circ$.

- a) $\cos^2 x = \frac{144}{169}$.
- b) $\cos x = \frac{12}{13}$.
- c) $\tan x = \frac{-5}{12}$.
- d) $\frac{3 \tan x - 2 \cot x}{2 \tan x + \cot x} = \frac{-213}{194}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(-\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}.$$

b) Sai

$$\cos^2 x = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos x = -\frac{12}{13} \text{ do } 90^\circ < x < 180^\circ.$$

c) Đúng

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{-12}{13}} = -\frac{5}{12}.$$

d) Đúng

$$\tan x = -\frac{5}{12} \Rightarrow \cot x = -\frac{12}{5}$$

$$\frac{3 \tan x - 2 \cot x}{2 \tan x + \cot x} = \frac{3 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right) - 2 \cdot \left(-\frac{12}{5}\right)}{2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{12}{5}\right)} = \frac{-213}{194}.$$

Câu 2: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}.$$

a) Điểm $(0; 2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là một tam giác.

c) Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đạt giá trị nhỏ nhất là 2.

d) Biểu thức $T = 2x - 3y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đạt giá trị lớn nhất là 1.

Lời giải

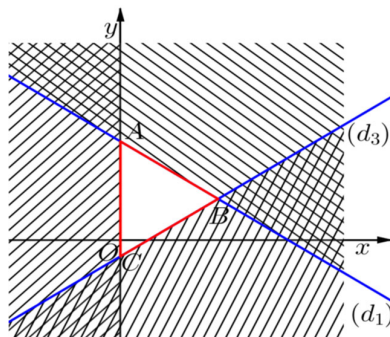
a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Thay điểm $(0; 2)$ vào hệ bất phương trình ta thấy thỏa mãn, nên $(0; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.

Chọn SAI.

b) Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0; (d_2): x = 0 \equiv Oy; (d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$



Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Chọn ĐÚNG.

c) Ta có

Điểm $(x; y)$	$A(0; 2),$	$B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right),$	$C\left(0; -\frac{1}{3}\right).$
$L = y - x$	2	$-\frac{11}{12}$	$-\frac{1}{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $L = y - x$ là $-\frac{11}{12}$

Chọn SAI.

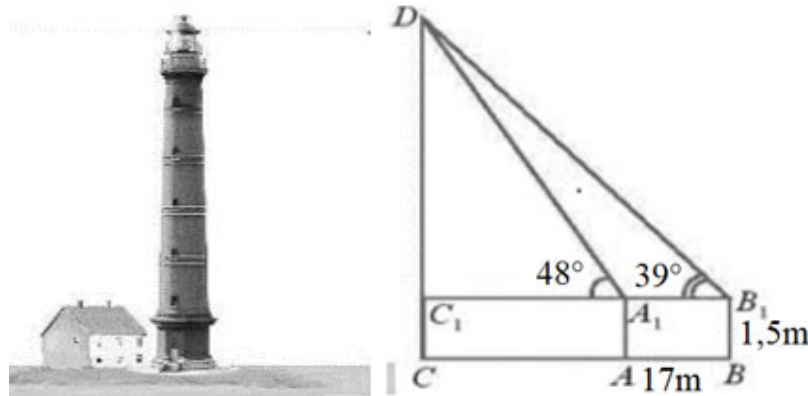
d) Ta có

Điểm $(x; y)$	$A(0; 2),$	$B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right),$	$C\left(0; -\frac{1}{3}\right).$
$L = 2x - 3y$	-6	1	1

Vậy giá trị lớn nhất của $T = 2x - 3y$ là 1

Chọn ĐÚNG.

Câu 3: Muốn đo chiều cao của một ngọn tháp, người ta lấy hai điểm A, B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 17m$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của hai giác kế có chiều cao $h = 1,5m$. Gọi D là đỉnh của tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp (như hình vẽ minh họa bên dưới). Người ta đo được $\widehat{DA_1C_1} = 48^\circ, \widehat{DB_1C_1} = 39^\circ$.



a) $\widehat{A_1DB_1} = 9^\circ$.

b) Độ dài cạnh DB_1 là $80,76(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Độ dài cạnh DA_1 là $68,39(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

d) Chiều cao của tháp là $52,32(m)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Ta có: $\widehat{B_1A_1D} = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$,

$\widehat{A_1DB_1} = 48^\circ - 39^\circ = 9^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác A_1B_1D , ta có

$$\frac{A_1B_1}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{DA_1}{\sin \widehat{A_1B_1D}} = \frac{DB_1}{\sin \widehat{DA_1B_1}}$$

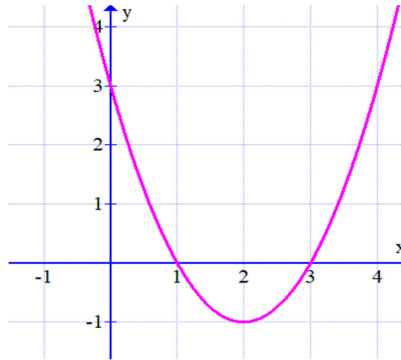
$$\Rightarrow DB_1 = \frac{A_1B_1 \cdot \sin \widehat{DA_1B_1}}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{17 \cdot \sin 132^\circ}{\sin 9^\circ} \approx 80,76(m).$$

$$\Rightarrow DA_1 = \frac{A_1B_1 \cdot \sin \widehat{A_1B_1D}}{\sin \widehat{A_1DB_1}} = \frac{17 \cdot \sin 39^\circ}{\sin 9^\circ} \approx 68,39(m)$$

$$DC_1 = DA_1 \cdot \sin \widehat{DA_1C_1} = 68,39 \cdot \sin 48^\circ \approx 50,82(m).$$

$$\text{Vậy } CD = CC_1 + C_1D \approx 52,32(m).$$

Câu 4: Cho hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như sau:



- Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm duy nhất.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 .

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy

a) Đúng

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng.

b) Sai

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

c) Đúng

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm duy nhất.

d) Đúng

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một lớp 10 của trường THPT Z có 41 học sinh. GVCN khảo sát về sự yêu thích của học sinh đối với 2 môn học là Toán và Tiếng Anh. Biết rằng có 21 học sinh yêu thích môn Toán, 17 học

sinh yêu thích môn Tiếng Anh và 9 học sinh yêu thích cả 2 môn Toán và Tiếng Anh và số còn lại không thích cả hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh không yêu thích cả 2 môn Toán và Tiếng Anh?

Lời giải

Trả lời: 12

Kí hiệu E và F lần lượt là tập hợp các học sinh yêu thích môn Toán và môn Tiếng Anh Theo giả thiết, ta có: $n(E) = 21, n(F) = 17, n(E \cap F) = 9$.

Khi đó $n(E \cup F)$ là số học sinh thích ít nhất 1 trong 2 môn Toán và Tiếng Anh, ta có:

$$n(E \cup F) = n(E) + n(F) - n(E \cap F) = 21 + 17 - 9 = 29.$$

Số học sinh không yêu thích cả 2 môn Toán và Tiếng Anh là

$$41 - n(E \cup F) = 41 - 29 = 12.$$

Câu 2: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D ; $AB = AD = 1, CD = 2$. Khi đó tích vô hướng $\overline{AC} \cdot \overline{BD}$ bằng

Lời giải

Trả lời: -1

Ta có: $\overline{AC} \cdot \overline{BD} = (\overline{AD} + \overline{DC})(\overline{AD} - \overline{AB}) = (\overline{AD} + 2\overline{AB})(\overline{AD} - \overline{AB}) = AD^2 - 2AB^2 - \overline{AD} \cdot \overline{AB} = AD^2 - 2AB^2 = -1$.

Câu 3: Trong một cuộc thi gói bánh vào dịp năm mới, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh để gói bánh chung và bánh ống. Để gói một cái bánh chung cần 0,4 kg gạo nếp, 0,05 kg thịt và 0,1 kg đậu xanh; để gói một cái bánh ống cần 0,6 kg gạo nếp, 0,075 kg thịt và 0,15 kg đậu xanh. Mỗi cái bánh chung nhận được 5 điểm thưởng, mỗi cái bánh ống nhận được 7 điểm thưởng. Điểm thưởng cao nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 200

Gọi số bánh chung gói được là x , số bánh ống gói được là y . Khi đó số điểm thưởng là:

$$f(x; y) = 5x + 7y.$$

Số kg gạo nếp cần dùng là $0,4x + 0,6y$

Số kg thịt ba chỉ cần dùng là $0,05x + 0,075y$

Số kg gạo đậu xanh cần dùng là $0,1x + 0,15y$

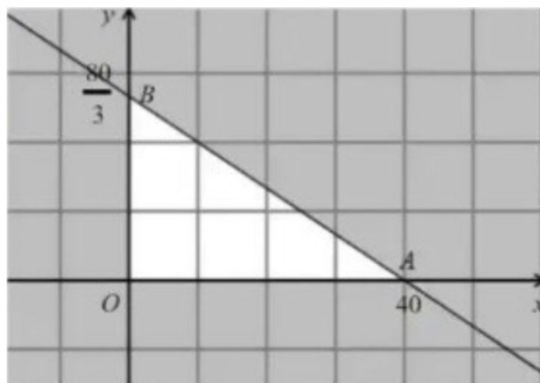
Vì trong cuộc thi này chỉ được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh nên ta có hệ bất phương trình :

$$\begin{cases} 0,4x + 0,6y \leq 20 \\ 0,05x + 0,075y \leq 2 \\ 0,1x + 0,15y \leq 5 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 100 \\ 2x + 3y \leq 80 \\ 2x + 3y \leq 100 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \leq 80 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tam giác OAB (kể cả biên)

Hàm số $f(x; y) = 5x + 7y$ sẽ đạt giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) khi $(x; y)$ là tọa độ một trong các đỉnh $O(0; 0)$, $A(40; 0)$, $B\left(0; \frac{80}{3}\right)$.

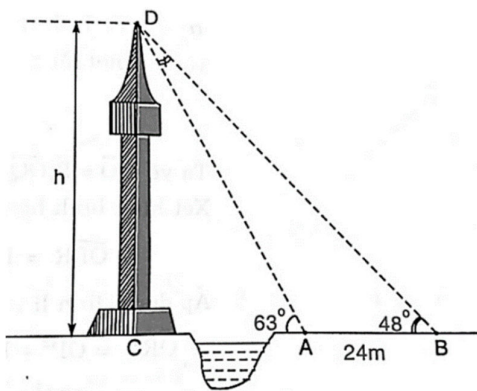


Mà $f(0; 0) = 0$, $f(40; 0) = 200$, $f\left(0; \frac{80}{3}\right) = \frac{560}{3}$. Suy ra $f(x; y)$ lớn nhất khi

$(x; y) = (40; 0)$.

Do đó cần phải gói 40 cái bánh chưng để nhận được số điểm thưởng là lớn nhất.

Câu 4: Muốn đo chiều cao CD của một cái tháp mà ta không thể đến được tâm C của chân tháp. Trong mặt phẳng đứng chứa chiều cao CD của tháp ta chọn hai điểm A và B sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Giả sử ta đo được khoảng cách $AB = 24\text{m}$ và các góc $\widehat{CAD} = 63^\circ$, $\widehat{CBD} = 48^\circ$. Hãy tính chiều cao $h = CD$ của tháp (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Trả lời: 61,4

Vì là hai góc \widehat{DAC} và \widehat{DAB} kề bù nên $\widehat{DAB} = 180^\circ - \widehat{DAC} = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$

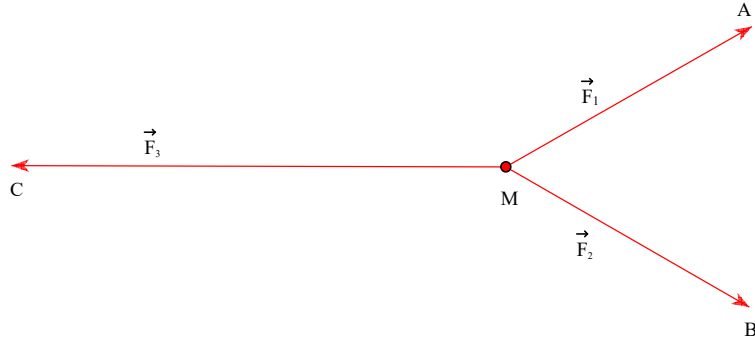
Xét tam giác ABD , ta có $\widehat{ADB} = 180^\circ - \widehat{DAB} - \widehat{DBA} = 15^\circ$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABD ta có

$$\frac{AB}{\sin D} = \frac{AD}{\sin B} \Leftrightarrow AD = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin D} \Leftrightarrow AD = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ}.$$

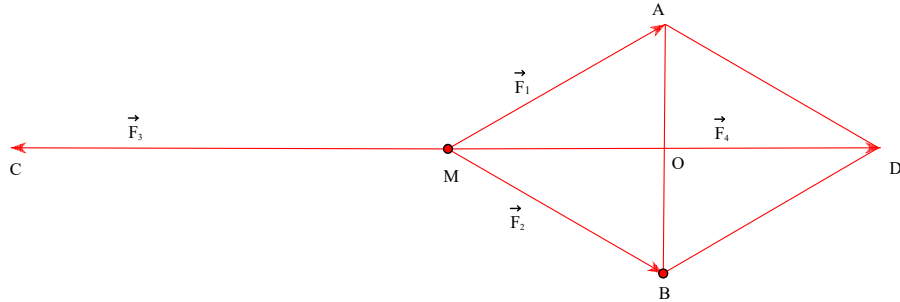
Ta có chiều cao của tháp là $h = CD = AD \cdot \sin \widehat{DAC} = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \cdot \sin 63^\circ \approx 61,4(m)$.

Câu 5: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1 , \vec{F}_2 đều bằng 25N và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính cường độ lực của \vec{F}_3 . (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 43,3



Vật đứng yên là do $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

Vẽ hình thoi $MADB$, ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MD}$ và lực $\vec{F}_4 = \vec{MD}$ có cường độ lực là $25\sqrt{3} N$.

Ta có $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$, do đó \vec{F}_3 là vec tơ đối của \vec{F}_4 .

Như vậy \vec{F}_3 có cường độ là $25\sqrt{3} \approx 43,3N$ và ngược hướng với \vec{F}_4 .

Câu 6: Cầu Nhật Tân bắc qua sông Hồng được xem là dây cầu văng dài nhất Việt nam năm 2022. Cầu có 5 trụ tháp chính nối các nhịp dây văng nâng đỡ toàn bộ phần chính của cây cầu, cũng là để tượng trưng cho 5 cửa ô cổ kính của Hà Nội. Mỗi trụ tháp được kiến trúc tạo dáng mỹ thuật phía trong bằng đường cong tựa như một parabol.



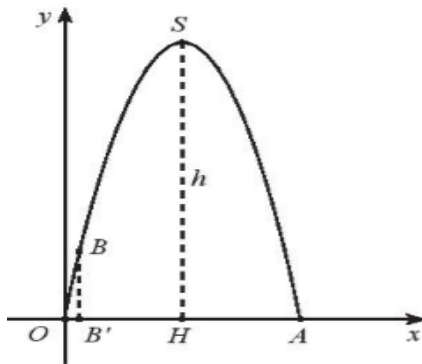
Giả sử rằng mặt trong của trụ cầu là một parabol. Biết độ rộng của mặt đường khoảng $43m$.

Một người đã dùng dây dọi gắn lên thành trụ cầu ở vị trí B và điều chỉnh độ dài dây dọi để quả nặng vừa chạm đất, sau đó đo được chiều dài đoạn dây dọi sử dụng là $1,87m$ và khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng là $20cm$. Ước tính độ cao của đỉnh vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân tới mặt đường? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 101

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho vị trí chân trụ cầu trùng với gốc tọa độ O , trục Ox nằm trên đường nối hai chân trụ, A là chân trụ thứ hai và H là trung điểm OA



Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ đi qua gốc tọa độ O nên $c = 0$

Từ giả thiết, ta có đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(43;0), B(0,2;1,87)$

Thay tọa độ các điểm trên vào hàm số, ta được và hệ phương trình

$$\begin{cases} 43^2 \cdot a + 43 \cdot b = 0 \\ 0,2^2 \cdot a + 0,2 \cdot b = 1,87 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{187}{856} \\ b = \frac{8041}{856} \end{cases} . \text{ Suy ra hàm số } y = -\frac{187}{856}x^2 + \frac{8041}{856}x .$$

Hình chiếu của đỉnh S trên trục hoành là H nên

$$y_S = f(x_S) = f(x_H) = f\left(\frac{x_A}{2}\right) = f\left(\frac{43}{2}\right) \approx 100,98 \approx 101$$

Từ đó, độ cao của đỉnh vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân tới mặt đường là khoảng $101m$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 10 – ĐỀ SỐ: 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu \forall hoặc \exists : “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”

- A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x = 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R}, x = x^2$. C. $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$. D. $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

Câu 2: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 3: Biết $\overline{AB} = \vec{a}$. Gọi C là điểm thỏa mãn $\overline{CA} = \overline{AB}$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $\overline{BC} = 2\vec{a}$. B. $\overline{CA} = 2\vec{a}$. C. $\overline{CB} = 2\vec{a}$. D. $\overline{AC} = \vec{0}$.

Câu 4: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi 2 vectơ \vec{a} và \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\alpha = 180^\circ$. B. $\alpha = 0^\circ$. C. $\alpha = 90^\circ$. D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 5: Cho tập hợp $A = (2; +\infty)$. Khi đó $C_R A$ là:

- A. $[2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 6: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. $266m$. B. $255m$. C. $166m$. D. $298m$.

Câu 7: Cho tam giác MNP , gọi K là điểm thuộc đoạn thẳng NP sao cho $NK = \frac{1}{4}NP$ và I trung điểm của đoạn thẳng MK . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3\overline{IM} + 4\overline{IN} + \overline{IP} = \vec{0}$. B. $\overline{IM} + 3\overline{IN} + 4\overline{IP} = \vec{0}$.
C. $4\overline{IM} + 3\overline{IN} + \overline{IP} = \vec{0}$. D. $4\overline{IM} + \overline{IN} + 3\overline{IP} = \vec{0}$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 1), B(2; -4), C(9; -3)$. Gọi N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AN = 3CN$. Tính độ dài của vec tơ \overline{BN} .

- A. $4\sqrt{29}$. B. $\sqrt{29}$. C. $2\sqrt{29}$. D. $3\sqrt{29}$.

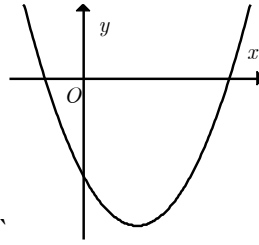
Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Tính tích vô hướng $\overline{AM} \cdot \overline{BC}$.

- A. $\frac{41}{3}$. B. $\frac{23}{3}$. C. 8 . D. -23 .

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x-2} - 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

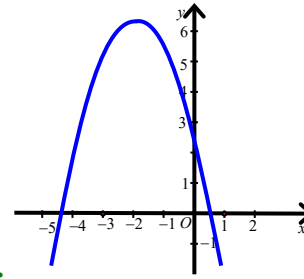
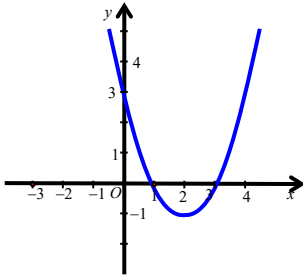
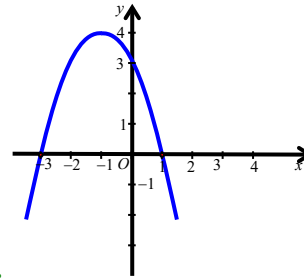
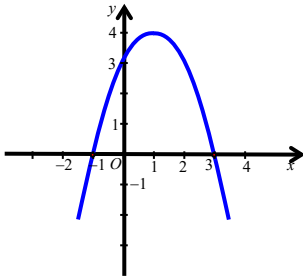
- A. $P = 3$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{7}{3}$. D. $P = 6$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

Câu 12: Hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là hình nào trong các hình sau?



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Lớp 10B₁ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 2 học sinh chỉ giỏi Toán và Lý, 3 học sinh chỉ giỏi Toán và Hóa, 1 học sinh chỉ giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa.

- a) Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là 1 học sinh
 b) Số học sinh chỉ giỏi môn Lý là 1 học sinh
 c) Số học sinh chỉ giỏi môn Hóa là 2 học sinh
 d) Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) là 10 học sinh.

Câu 2: Xét đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$.

- a) có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$
 b) trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.
 c) Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.
 d) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(3; 0)$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 4$.

- a) $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$;
- b) $\overline{BD} - \overline{BC} = \overline{CD}$;
- c) $\overline{AC} - \overline{DC} + \overline{BA} = \overline{DB}$;
- d) $|\overline{AB} - \overline{DC} - \overline{CA}| = 4\sqrt{2}$.

Câu 4: Hai con tàu xuất phát từ cùng một địa điểm A . Tàu thứ nhất đi theo hướng tạo với hướng Bắc một góc 45° với vận tốc $50(km/h)$. Tàu thứ hai đi theo hướng tạo với hướng đông một góc 20° với vận tốc $40(km/h)$. Sau khi đi được $2(h)$ thì tàu 2 bị hỏng máy và trôi tự do theo hướng nam với vận tốc $8(km/h)$. Khi đó tàu 1 nhận được tín hiệu cầu cứu của tàu 2 và bắt đầu di chuyển đến vị trí tàu 2. Biết rằng thời gian phát nhận tín hiệu không đáng kể. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

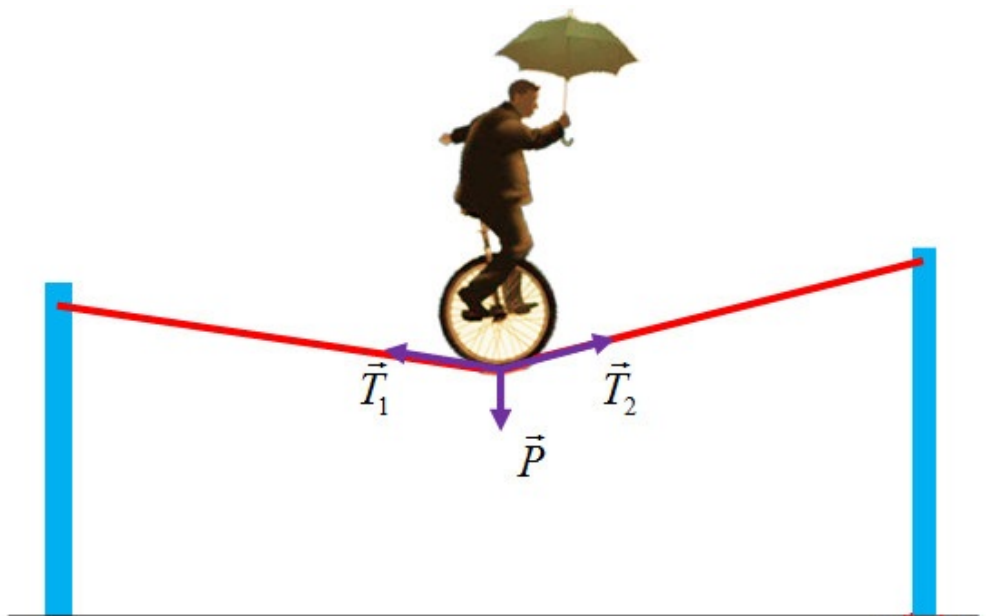
- a) Sau $2(h)$ tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát $100km$.
- b) Sau $1,5(h)$ hai tàu cách nhau $83km$ (làm tròn đến hàng đơn vị).
- c) Sau khi hỏng máy $1(h)$ tàu thứ hai cách vị trí xuất phát $82km$ (làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Sau $1,5h$ tàu thứ nhất cứu hộ được tàu thứ 2.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tam giác đều ABC và các điểm M, N, P thỏa mãn $\overline{BM} = k \overline{BC}$, $\overline{CN} = \frac{2}{3} \overline{CA}$, $\overline{AP} = \frac{4}{15} \overline{AB}$. Tìm k để AM vuông góc với PN . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Hai chiếc tàu thủy P và Q trên biển cách nhau $100m$ và thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển (Q nằm giữa hai điểm P và A). Từ P và Q người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $\widehat{BPA} = 15^\circ$ và $\widehat{BQA} = 55^\circ$. Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

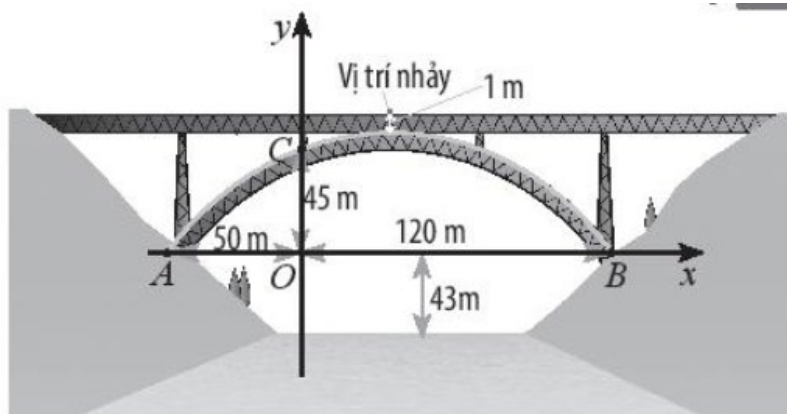
Câu 3: Một diễn viên xiếc (coi là một vật rắn) trọng lượng $700N$ đi trên dây làm dây võng xuống một góc 140° . Tính lực căng của dây treo khi diễn viên xiếc đứng cân bằng (hình minh họa) coi dây không giãn. Biết rằng khi ở vị trí cân bằng thì $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0}$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;-4)$, $B(4;5)$, $C(0;-7)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\overline{MA} + 2\overline{MB}| + 3|\overline{MB} + \overline{MC}|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 5: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, biết: (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔINQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3 với I là đỉnh của. Tính $a + b + c$.

Câu 6: Nhảy bungee là một trò chơi mạo hiểm. Trong trò chơi này, người chơi đứng ở vị trí trên cao, thắt dây an toàn và nhảy xuống. Sợi dây này có tính đàn hồi và được tính toán chiều dài để nó kéo người chơi lại khi gần chạm đất. Chiếc cầu trong Hình 1 có bộ phận chống đỡ dạng parabol. Một người muốn thực hiện một cú nhảy bungee từ giữa cầu xuống với dây an toàn. Người này cần trang bị sợi dây an toàn dài nhất là bao nhiêu? Biết rằng chiều dài của sợi dây đó bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Viết mệnh đề sau bằng kí hiệu \forall hoặc \exists : “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”
A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x = 0$. **B.** $\exists x \in \mathbb{R}, x = x^2$. **C.** $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$. **D.** $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$.

Lời giải

Dựa vào mệnh đề: “Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó”.

Câu 2: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$
A. $(0; 0)$. **B.** $(1; 0)$. **C.** $(0; -2)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Nhận xét: chỉ có điểm $(0; -2)$ thỏa mãn hệ.

Câu 3: Biết $\overline{AB} = \vec{a}$. Gọi C là điểm thỏa mãn $\overline{CA} = \overline{AB}$. Hãy chọn khẳng định đúng.
A. $\overline{BC} = 2\vec{a}$. **B.** $\overline{CA} = 2\vec{a}$. **C.** $\overline{CB} = 2\vec{a}$. **D.** $\overline{AC} = \vec{0}$.

Lời giải

Điểm C được xác định như hình vẽ sau



Dựa vào kết quả dựng điểm C , ta có $\overline{CB} = 2\vec{a}$.

Câu 4: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi 2 vectơ \vec{a} và \vec{b} khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Chọn khẳng định đúng.
A. $\alpha = 180^\circ$. **B.** $\alpha = 0^\circ$. **C.** $\alpha = 90^\circ$. **D.** $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Mà theo giả thiết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 5: Cho tập hợp $A = (2; +\infty)$. Khi đó $C_R A$ là:
A. $[2; +\infty)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2]$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Ta có: $C_R A = \mathbb{R} \setminus A = (-\infty; 2]$.

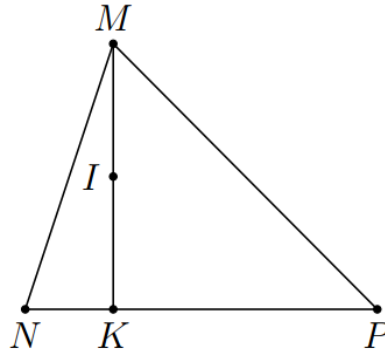
Câu 6: Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
A. $266m$. **B.** $255m$. **C.** $166m$. **D.** $298m$.

Lời giải

Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB \cdot CA \cdot \cos C = 250^2 + 120^2 - 2 \cdot 250 \cdot 120 \cdot \cos 78^\circ 24' \approx 64835 \Rightarrow AB \approx 255$.

- Câu 7:** Cho tam giác MNP , gọi K là điểm thuộc đoạn thẳng NP sao cho $NK = \frac{1}{4}NP$ và I trung điểm của đoạn thẳng MK . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $3\overrightarrow{IM} + 4\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + 4\overrightarrow{IP} = \vec{0}$.
C. $4\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$. **D.** $4\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} + 3\overrightarrow{IP} = \vec{0}$.

Lời giải



Ta có

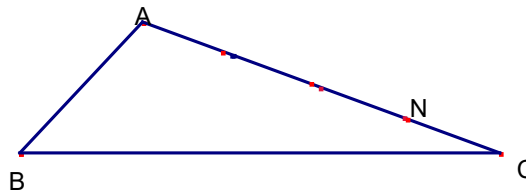
$$NK = \frac{1}{4}NP \Rightarrow 3\overrightarrow{KN} + \overrightarrow{KP} = \vec{0} \Rightarrow 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} + 4\overrightarrow{KI} = \vec{0} \quad (1)$$

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng MK nên $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IK} = \vec{0} \Rightarrow 4\overrightarrow{IM} + 4\overrightarrow{IK} = \vec{0} \quad (2)$

Cộng (1) và (2), ta được $4\overrightarrow{IM} + 3\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IP} = \vec{0}$.

- Câu 8:** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;1), B(2;-4), C(9;-3)$. Gọi N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AN = 3CN$. Tính độ dài của vectơ \overrightarrow{BN} .
A. $4\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $2\sqrt{29}$. **D.** $3\sqrt{29}$.

Lời giải



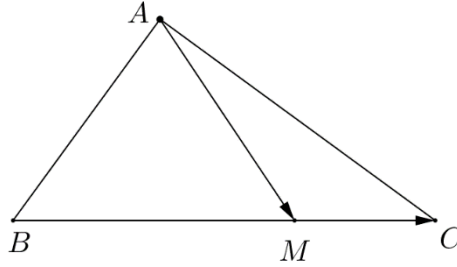
Gọi $N(a;b)$.

$$\text{Ta có: } AN = 3CN \Rightarrow \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_c - x_n) = x_n - x_a \\ 3(y_c - y_n) = y_n - y_a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow N(7; -2).$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{BN}| = \sqrt{29}.$$

- Câu 9:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$. Trên đoạn thẳng BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.
A. $\frac{41}{3}$. **B.** $\frac{23}{3}$. **C.** 8. **D.** -23.

Lời giải



Ta có:

$$\overline{AB} \perp \overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0.$$

$$\overline{MB} = -2\overline{MC} \Leftrightarrow \overline{AB} - \overline{AM} = -2(\overline{AC} - \overline{AM}) \Leftrightarrow \overline{AM} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } \overline{AM} \cdot \overline{BC} &= \left(\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}\right) \cdot (\overline{AC} - \overline{AB}) = -\frac{1}{3}\overline{AB}^2 - \frac{1}{3}\overline{AB} \cdot \overline{AC} + \frac{2}{3}\overline{AC}^2 \\ &= -\frac{1}{3}AB^2 + \frac{2}{3}AC^2 = -\frac{1}{3} \cdot 3^2 + \frac{2}{3} \cdot 4^2 = \frac{23}{3}. \end{aligned}$$

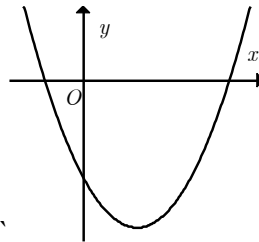
Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x-2}-3 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

- A.** $P = 3$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = \frac{7}{3}$. **D.** $P = 6$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(2) + f(-2) = \frac{2\sqrt{2-2}-3}{2-1} + (-2)^2 + 2 \Rightarrow P = 3.$$

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



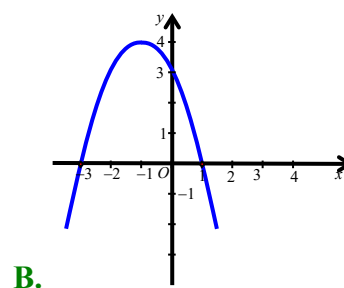
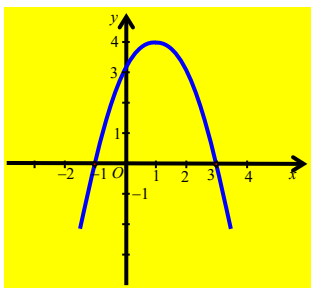
- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

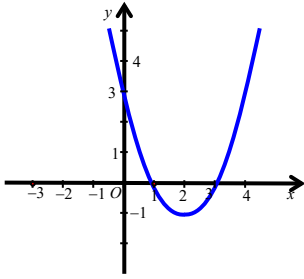
Lời giải

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại **D**.

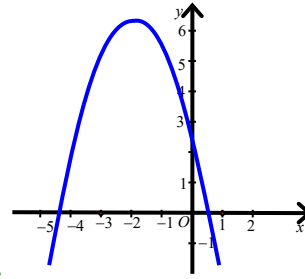
Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, **C. Chọn A**

Câu 12: Hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là hình nào trong các hình sau?





C.



D.

Lời giải:

Do $a = -1$ nên đồ thị lõm xuống dưới \Rightarrow Loại C.

Đồ thị có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(1; 4)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

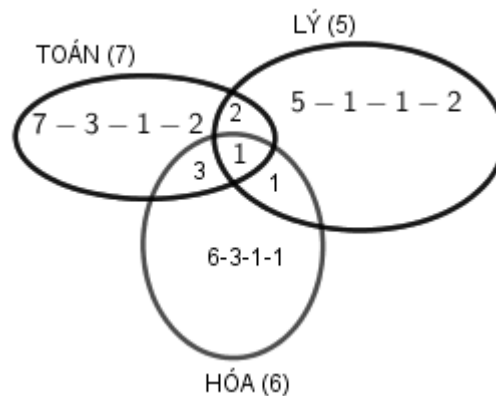
Câu 1: Lớp 10B₁ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 2 học sinh chỉ giỏi Toán và Lý, 3 học sinh chỉ giỏi Toán và Hóa, 1 học sinh chỉ giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Vậy:

- Số học sinh chỉ giỏi môn Toán là 1 học sinh
- Số học sinh chỉ giỏi môn Lý là 1 học sinh
- Số học sinh chỉ giỏi môn Hóa là 2 học sinh
- Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) là 10 học sinh.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta thực hiện biểu đồ Ven như hình bên.



- Số học sinh chỉ giỏi môn Toán: $7 - 3 - 1 - 2 = 1$.
- Số học sinh chỉ giỏi môn Lý: $5 - 1 - 1 - 2 = 1$.
- Số học sinh chỉ giỏi môn Hóa: $6 - 3 - 1 - 1 = 1$.
- Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) là: $1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 3 + 1 = 10$.

Câu 2: Xét đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$.

- có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$
- trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.
- Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.

d) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2;0)$ và $B(3;0)$.

Lời giải

a) **Đúng**

Ta có $a = -1 < 0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới, có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$

b) **Đúng**

Trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.

c) **Đúng**

Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.

d) **Sai**

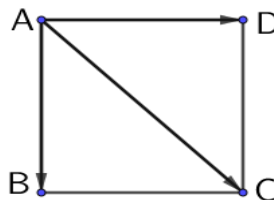
Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(1;0)$ và $B(4;0)$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 4$.

- a) $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$;
- b) $\overline{BD} - \overline{BC} = \overline{CD}$;
- c) $\overline{AC} - \overline{DC} + \overline{BA} = \overline{DB}$;
- d) $|\overline{AB} - \overline{DC} - \overline{CA}| = 4\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------



a) **Đúng**

Ta có: $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ (quy tắc ba điểm).

b) **Đúng**

Ta có: $\overline{BD} - \overline{BC} = \overline{CD}$ (quy tắc ba điểm).

c) **Sai**

Ta có: $\overline{AC} - \overline{DC} + \overline{BA} = (\overline{BA} + \overline{AC}) + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BD} \neq \overline{DB}$.

d) **Đúng**

Ta có: $|\overline{AB} - \overline{DC} - \overline{CA}| = |\overline{AB} - \overline{DA}| = |\overline{AB} + \overline{AD}| = |\overline{AC}| = AC = 4\sqrt{2}$.

Câu 4: Hai con tàu xuất phát từ cùng một địa điểm A . Tàu thứ nhất đi theo hướng tạo với hướng Bắc một góc 45° với vận tốc $50(km/h)$. Tàu thứ hai đi theo hướng tạo với hướng đông một góc 20° với vận tốc $40(km/h)$. Sau khi đi được $2(h)$ thì tàu 2 bị hỏng máy và trôi tự do theo hướng nam với vận tốc $8(km/h)$. Khi đó tàu 1 nhận được tín hiệu cầu cứu của tàu 2 và bắt đầu di chuyển đến vị trí tàu 2. Biết rằng thời gian phát nhận tín hiệu không đáng kể. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Sau $2(h)$ tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát $100km$.

b) Sau $1,5(h)$ hai tàu cách nhau $83km$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Sau khi hỏng máy 1(h) tàu thứ hai cách vị trí xuất phát 82km (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Sau 1,5h tàu thứ nhất cứu hộ được tàu thứ 2.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

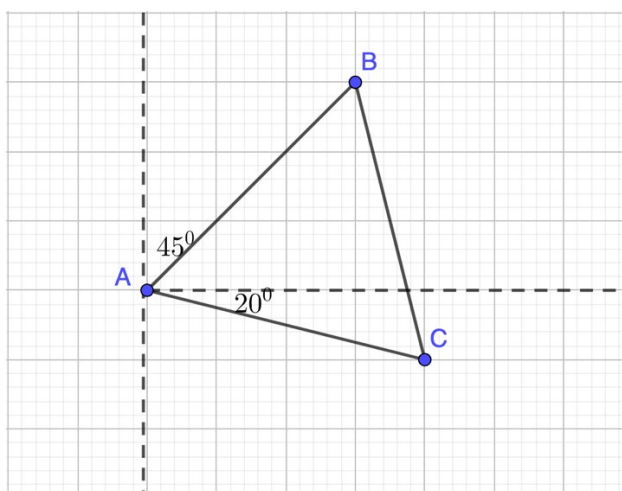
Sau 2(h) tàu thứ nhất đi được quãng đường $s = v.t = 50.2 = 100km$. Vậy a) đúng.

$$MN = AK = A'H = \sqrt{AB^2 - KB^2} = \sqrt{(3\sqrt{37})^2 - 3^2} = 18km. \text{ Vậy a) đúng.}$$

b) Đúng.

Sau 1,5h tàu thứ nhất đi đến B, khi đó $AB = 1,5.50 = 75km$.

Tàu thứ hai đi đến C, khi đó $AC = 1,5.40 = 60km$.

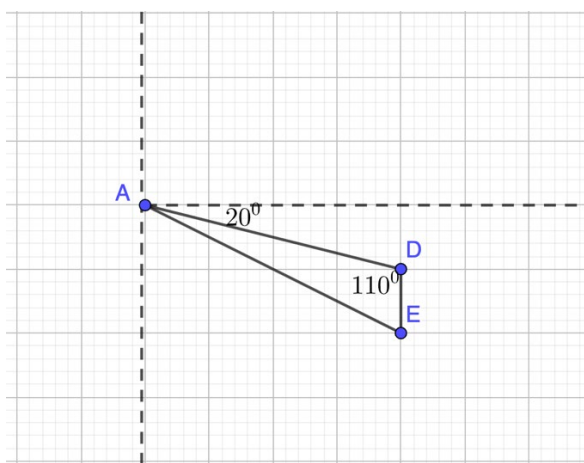


Vì tàu thứ nhất đi theo hướng tạo với hướng Bắc một góc 45° , tàu thứ hai đi theo hướng tạo với hướng đông một góc 20° . Nên $\widehat{CAB} = 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$. Khi đó khoảng cách hai tàu là khoảng cách BC và

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2.AC.AB.\cos\widehat{CAB} = 60^2 + 75^2 - 2.60.75.\cos 65^\circ \approx 6895,63 \Rightarrow BC \approx 83km$$

Vậy b) đúng.

c) Sai. Giả sử, khi hỏng máy tàu 2 đang ở vị trí D, khi đó $AD = 2.40 = 80km$. Sau khi hỏng máy 1(h) tàu 2 trôi theo hướng nam đến điểm E, khi đó $ED = 1.8 = 8km$.



Vì tàu 2 trôi theo hướng nam nên khi đó $\widehat{EDA} = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$.

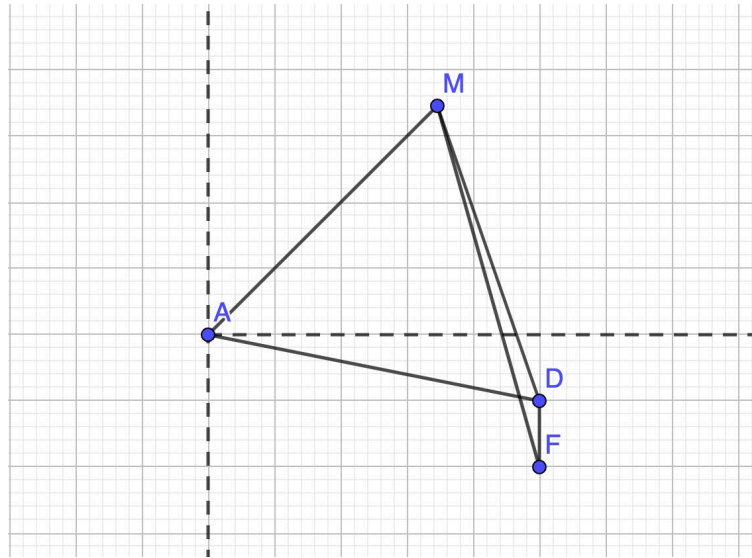
Khoảng cách của tàu 2 lúc này đến điểm xuất phát là

$$AE^2 = AD^2 + DE^2 - 2.AE.DE.\cos\widehat{AED} = 80^2 + 8^2 - 2.80.8.\cos 110^\circ \approx 6091,79 \Rightarrow AE \approx 83km$$

Vậy c) sai.

d) Sai.

Sau $1,5h$ tàu thứ 2 ở vị trí F , khi đó $DF = 1,5 \cdot 8 = 12km$.



Khi tàu 2 hỏng máy thì tàu thứ nhất đã đi được $2(h)$, khi đó tàu thứ nhất ở vị trí M và tàu thứ nhất cách điểm xuất phát $AM = 2 \cdot 50 = 100km$. Lúc đó khoảng cách hai tàu là

$$MD = \sqrt{MA^2 + AD^2 - 2MA \cdot DA \cdot \cos MAD} = \sqrt{100^2 + 80^2 - 2 \cdot 100 \cdot 80 \cdot \cos 65^\circ} \approx 98km.$$

Tàu thứ 2 đi xuôi xuống phía nam lúc này với vận tốc $58km/h$ vậy sau $1,5h$ tàu thứ 2 đi được quãng đường là $s = 1,5 \cdot 58 = 87km$

Ta có, $MF > DF = 98km$ (vì $\widehat{MDF} > 90^\circ \Rightarrow MF$ là cạnh lớn nhất trong ΔMDF)

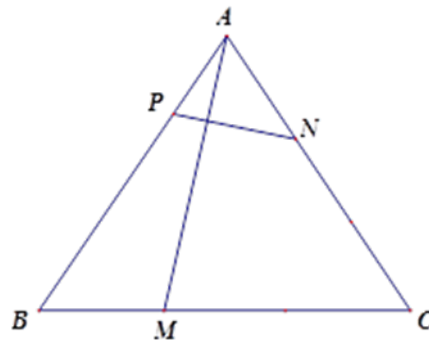
$\Rightarrow MF > 87km$. Tức là lúc này tàu thứ nhất chưa tiếp cận được tàu thứ 2. Do đó, tàu thứ nhất không cứu hộ được tàu thứ hai. vậy d) sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tam giác đều ABC và các điểm M, N, P thỏa mãn $\overline{BM} = k \overline{BC}$, $\overline{CN} = \frac{2}{3} \overline{CA}$, $\overline{AP} = \frac{4}{15} \overline{AB}$. Tìm k để AM vuông góc với PN . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,33



Ta có: $\overline{BM} = k \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AM} - \overline{AB} = k(\overline{AC} - \overline{AB}) \Leftrightarrow \overline{AM} = (1-k)\overline{AB} + k\overline{AC}$

Lại có: $\overline{PN} = \overline{AN} - \overline{AP} = -\frac{4}{15}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$.

Để AM vuông góc với PN thì $\overline{AM} \cdot \overline{PN} = 0$

$$\Leftrightarrow \left[(1-k)\overline{AB} + k\overline{AC} \right] \left(-\frac{4}{15}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15} AB^2 + \frac{k}{3} AC^2 + \left(\frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \overline{AB} \overline{AC} = 0$$

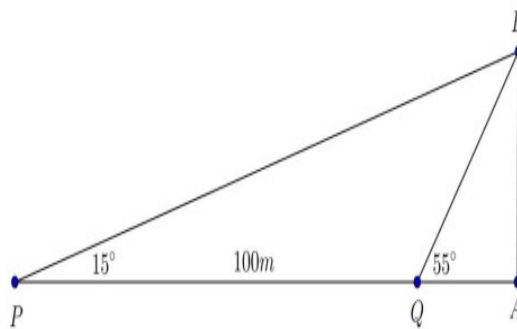
$$\Leftrightarrow \frac{-4(1-k)}{15} + \frac{k}{3} + \left(\frac{1-k}{3} - \frac{4k}{15} \right) \cos 60^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{3}$$

Câu 2: Hai chiếc tàu thủy P và Q trên biển cách nhau $100m$ và thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển (Q nằm giữa hai điểm P và A). Từ P và Q người ta nhìn chiều cao AB của tháp dưới các góc $\widehat{BPA} = 15^\circ$ và $\widehat{BQA} = 55^\circ$. Tính chiều cao của tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 33



Ta có $\widehat{PBQ} = 55^\circ - 15^\circ = 40^\circ$. Áp dụng định lí sin cho tam giác ΔPBQ ta có

$$\frac{BQ}{\sin 15^\circ} = \frac{100}{\sin 40^\circ} \Leftrightarrow BQ = \frac{100}{\sin 40^\circ} \cdot \sin 15^\circ$$

Chiều cao của tháp là $AB = \sin 55^\circ \cdot BQ = \sin 55^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot \frac{100}{\sin 40^\circ} \approx 33m$

Câu 3: Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II . Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi ba triệu đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm triệu đồng. Lãi suất cao nhất mà đơn vị thu được là

Lời giải

Trả lời: 17

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và số sản phẩm loại II được sản xuất (Điều kiện $x, y \geq 0$)

Số máy loại A cần để sản xuất không vượt quá 10 nên $2x + 2y \leq 10$ hay $x + y \leq 5$.

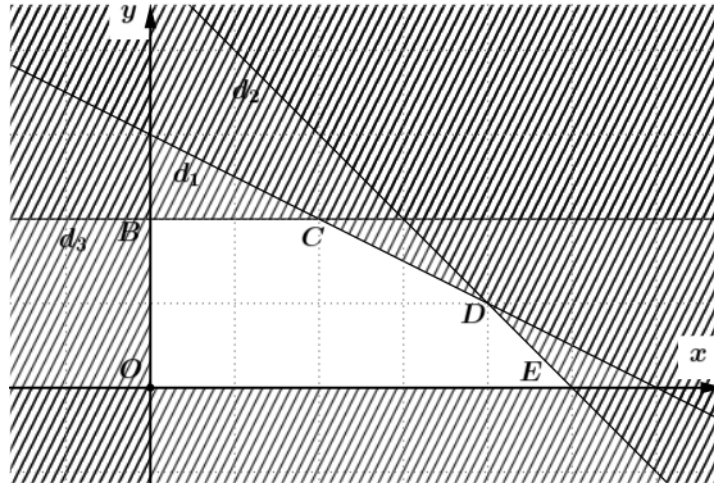
Số máy loại B cần để sản xuất không vượt quá 4 nên $0x + 2y \leq 4$ hay $y \leq 2$.

Số máy loại C cần để sản xuất không vượt quá 12 nên $2x + 4y \leq 12$ hay $x + 2y \leq 6$.

Vì số máy của mỗi nhóm được cho chi tiết trong bảng nên ta có hệ bất phương trình

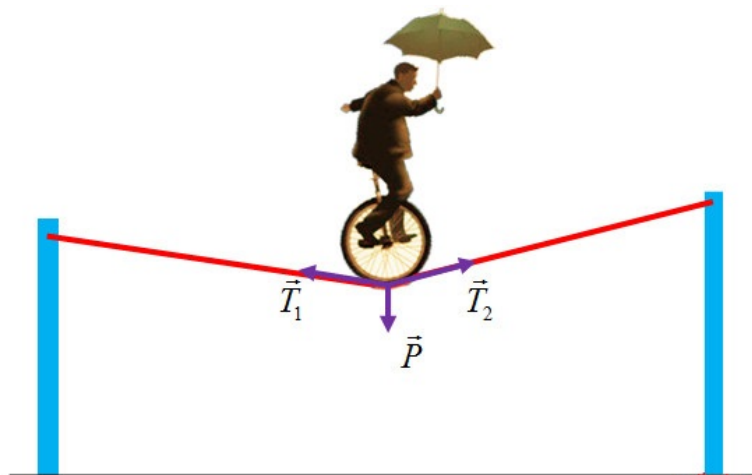
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \\ y \leq 2 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$$

Hệ bất phương trình có miền nghiệm là ngũ giác $OBCDE$ với $O(0;0)$, $B(0;2)$, $C(2;2)$, $D(4;1)$ và $E(5;0)$ (như hình vẽ bên dưới).



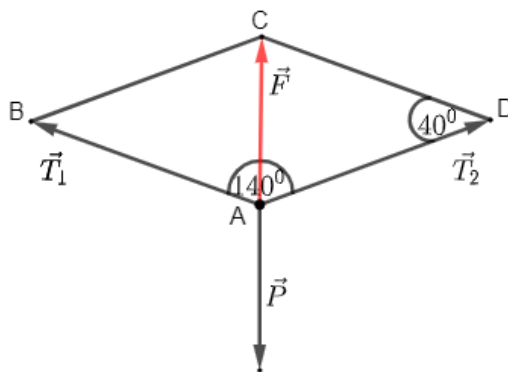
Lợi nhuận thu được khi sản xuất x sản phẩm loại I và y sản phẩm loại II là $F(x; y) = 3x + 5y$. Ta thấy $F(0;0) = 0$, $F(0;2) = 10$, $F(2;2) = 16$, $F(4;1) = 17$ và $F(5;0) = 15$ nên lợi nhuận thu được nhiều nhất là 17 triệu đồng khi sản xuất 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II.

Câu 4: Một diễn viên xiếc (coi là một vật rắn) trọng lượng 700N đi trên dây làm dây võng xuống một góc 140° . Tính lực căng của dây treo khi diễn viên xiếc đứng cân bằng (hình minh họa) coi dây không giãn. Biết rằng khi ở vị trí cân bằng thì $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0}$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 1023



Theo quy tắc hình bình hành, ta có: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{F}$.

Khi diễn viên xiếc đạt trạng thái cân bằng trên dây, ta có: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F} = -\vec{P}$ và độ lớn $|\vec{F}| = |-\vec{P}|$ hay $F = P = 700$ Niuton.

Ta có: Góc hợp bởi \vec{T}_1 và \vec{T}_2 bằng $140^\circ \Rightarrow \widehat{CDA} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

Dây không giãn nên $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$.

Xét tam giác ADC có: $F^2 = T_1^2 + T_2^2 - 2T_1T_2 \cdot \cos \widehat{CDA} \Leftrightarrow F^2 = 2T_1^2 \cdot (1 - \cos 40^\circ)$

$$\Rightarrow T_1 = \sqrt{\frac{F^2}{2 \cdot (1 - \cos 40^\circ)}} = \sqrt{\frac{700^2}{2 \cdot (1 - \cos 40^\circ)}} \approx 1023 \text{ Niuton.}$$

Câu 5: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; -4)$, $B(4; 5)$, $C(0; -7)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\vec{MA} + 2\vec{MB}| + 3|\vec{MB} + \vec{MC}|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 19

Do $M \in Ox$ nên $M(x; 0)$

Ta có $\vec{MA} = (1 - x; -4)$, $\vec{MB} = (4 - x; 5)$, $\vec{MC} = (-x; -7)$

Suy ra $\vec{MA} + 2\vec{MB} = (1 - x + 8 - 2x; -4 + 10) = (9 - 3x; 6)$ và

$\vec{MB} + \vec{MC} = (4 - x - x; 5 - 7) = (4 - 2x; -2)$

Ta có

$$\begin{aligned} Q &= 2|\vec{MA} + 2\vec{MB}| + 3|\vec{MB} + \vec{MC}| \\ &= 2\sqrt{(9 - 3x)^2 + 6^2} + 3\sqrt{(4 - 2x)^2 + (-2)^2} \\ &= 6\left(\sqrt{(3 - x)^2 + 2^2} + \sqrt{(2 - x)^2 + (-1)^2}\right) \\ &= 6(ME + MF) \end{aligned}$$

Trong đó $E(3; 2)$, $F(2; -1)$ nên $\vec{EF} = (-1; -3) \Rightarrow |\vec{EF}| = \sqrt{10}$

Mà $ME + MF \geq EF = \sqrt{10} \Rightarrow Q \geq 6\sqrt{10}$

Dấu "=" xảy ra M là giao điểm của đoạn EF và $Ox \Leftrightarrow M\left(\frac{7}{3}; 0\right)$

Vậy Q đạt giá trị nhỏ nhất là $6\sqrt{10} \approx 19$.

Câu 6: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$, biết: (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔINQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3 với I là đỉnh của. Tính $a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: 0

Vì (P) đi qua $M(4;3)$ nên $3 = 16a + 4b + c$

Mặt khác (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ suy ra $0 = 9a + 3b + c$, (P) cắt Ox tại Q nên $Q(t;0), t < 3$

Theo định lý Viét ta có
$$\begin{cases} t+3 = -\frac{b}{a} \\ 3t = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Ta có $S_{\Delta INQ} = \frac{1}{2} IH \cdot NQ$ với H là hình chiếu của $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ lên trục hoành

Do $IH = \left|-\frac{\Delta}{4a}\right|$, $NQ = 3-t$ nên $S_{\Delta INQ} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left|-\frac{\Delta}{4a}\right| \cdot (3-t) = 1$

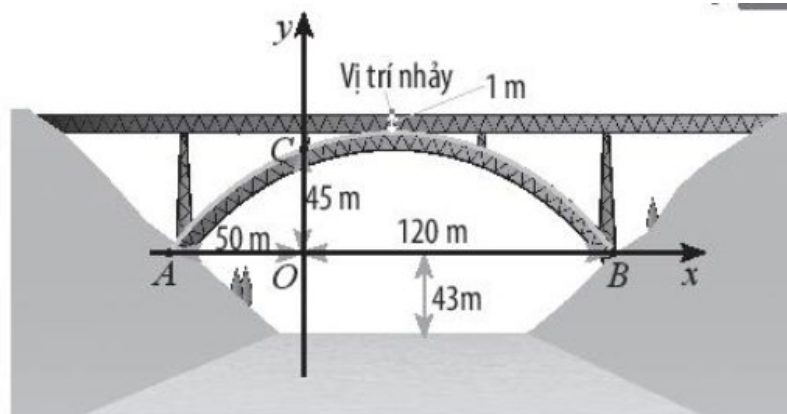
$$\Leftrightarrow (3-t) \left| \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \right| = \left| \frac{2}{a} \right| \Leftrightarrow (3-t) \left| \frac{(t+3)^2}{4} - 3t \right| = \left| \frac{2}{a} \right| \Leftrightarrow (3-t)^3 = \frac{8}{|a|}$$

Từ và ta có $7a + b = 3 \Leftrightarrow b = 3 - 7a$ suy ra $t+3 = -\frac{3-7a}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{4-t}{3}$

Thay vào ta có $(3-t)^3 = \frac{8(4-t)}{3} \Leftrightarrow 3t^3 - 27t^2 + 73t - 49 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Suy ra $a = 1 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow c = 3$. Vậy $a+b+c = 1-4+3 = 0$.

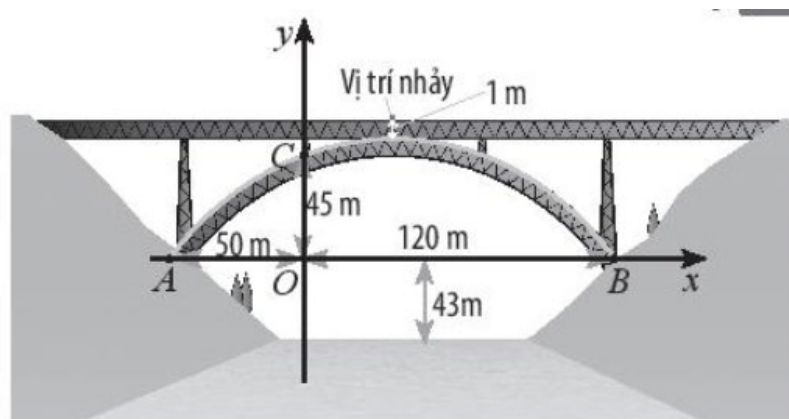
Câu 7: Nhảy bungee là một trò chơi mạo hiểm. Trong trò chơi này, người chơi đứng ở vị trí trên cao, thắt dây an toàn và nhảy xuống. Sợi dây này có tính đàn hồi và được tính toán chiều dài để nó kéo người chơi lại khi gần chạm đất. Chiếc cầu trong Hình 1 có bộ phận chống đỡ dạng parabol. Một người muốn thực hiện một cú nhảy bungee từ giữa cầu xuống với dây an toàn. Người này cần trang bị sợi dây an toàn dài nhất là bao nhiêu? Biết rằng chiều dài của sợi dây đó bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy đến mặt nước.



Lời giải

Trả lời: 33

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có bộ phận chống đỡ dạng parabol đi qua 3 điểm $A(-50;0), B(120;0), C(0;45)$.



Hàm số bậc hai tương ứng với parabol này có công thức $y = ax^2 + bx + c$ với a khác 0.

$$\text{Ta có } c = 45 \text{ và } \begin{cases} (-50)^2 a - 50b + 45 = 0 \\ 120^2 a + 120b + 45 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{400} \\ b = \frac{21}{40} \end{cases}. \text{ Suy ra}$$

$$y = f(x) = -\frac{3}{400}x^2 + \frac{21}{40}x + 45$$

$$\text{Đỉnh } S \text{ của parabol có } x_s = 35, y_s = \frac{867}{16}.$$

Chiều dài của sợi dây cần trang bị bằng một phần ba khoảng cách từ vị trí bắt đầu nhảy xuống đến mặt nước nên ta tính như sau: $L = \frac{1}{3}(y_s + 1 + 43) = \frac{1}{3}\left(\frac{867}{16} + 1 + 43\right) = \frac{1571}{48} \approx 32,73$.

Vậy người đó cần trang bị sợi dây bảo hiểm dài khoảng 33m.