

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 01**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{2023+x}{\cos x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .                      D.  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 2:** Cho hai dãy  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$  bằng

- A. 1.                      B. 6.                      C. 5.                      D. -1.

**Câu 3:** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. Nếu hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\beta)$ .  
B. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  thì  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau.  
C. Nếu hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  đều song song với mặt phẳng  $(\beta)$ .  
D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước, ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

**Câu 4:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $O$  và  $A'C'$  cắt  $B'D'$  tại  $O'$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACC'A')$  và  $(AB'D')$  là đường thẳng nào sau đây?

- A.  $OO'$ .                      B.  $AO'$ .                      C.  $A'O$ .                      D.  $A'C'$ .

**Câu 5:** Khảo sát thời gian xem điện thoại trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A.  $[60;80)$ .                      B.  $[0;20)$ .                      C.  $[20;40)$ .                      D.  $[40;60)$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Số hạng thứ ba của dãy số là số nào dưới đây?

- A. 5.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $O$ ;  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại  $K$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

- A.  $SD$ .                      B.  $SA$ .                      C.  $SK$ .                      D.  $SO$ .

**Câu 8:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{n^3 - n^2 + 1}$

- A.  $+\infty$ .                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.

**Câu 9:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^4 + 3n^2 + 2023)$

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SB, SC$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $MN \parallel (ABC)$ .                      B.  $MN \parallel (SAB)$ .                      C.  $MN \parallel (SAC)$ .                      D.  $MN \parallel (SBC)$ .

**Câu 11:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2}{3^n}$ . Tổng của cấp số nhân này bằng

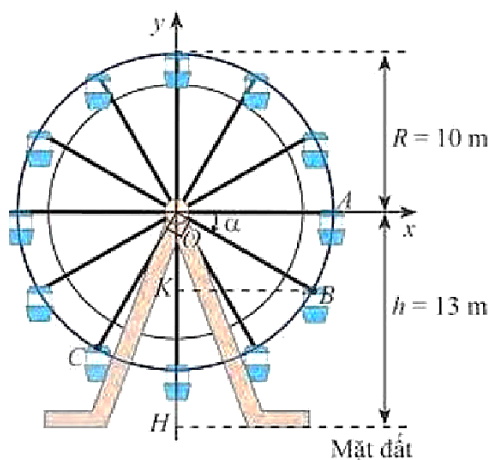
- A. 1.                      B. 6.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 12:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$  ta được kết quả bằng

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Trong hình bên dưới, vị trí cabin mà Bình và Cường ngồi trên vòng quay được đánh dấu với điểm  $B$  và  $C$ .



Với  $\alpha$  là số đo của một góc lượng giác tia đầu  $OA$ , tia cuối  $OB$ .

a) Chiều cao từ điểm  $B$  đến mặt đất được tính bởi công thức  $(13 + 10 \sin \alpha)$  mét.

b) Độ cao của điểm  $B$  so với mặt đất khi  $\alpha = -30^\circ$  là  $8$  m.

c) Chiều cao từ điểm  $B$  đến mặt đất bằng  $23$  m khi và chỉ khi  $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

d) Khi điểm  $B$  cách mặt đất  $4$  m thì điểm  $C$  cách mặt đất là  $12,96$  m. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 8$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ .

c) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  Không tồn tại.

- Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, E, F, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB, SC, SD$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?
- $(EFM) \parallel (ABC)$ .
  - $(EMN) \parallel (SCD)$ .
  - $(OMN) \parallel (SBC)$ .
  - Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, ON$ . Ta có  $PQ \parallel (SBC)$ .
- Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD$  là đáy lớn,  $BC$  là đáy nhỏ). Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$ .  $K$  là giao điểm của các đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .
- Giao điểm  $M$  của đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(CDE)$  là điểm thuộc đường thẳng  $KE$
  - Đường thẳng  $SC$  cắt mặt phẳng  $(EFM)$  tại  $N$ . Tứ giác  $EFNM$  là hình bình hành
  - Các đường thẳng  $AM, DN, SK$  cùng đi qua một điểm
  - Cho biết  $AD = 2BC$ . Tỉ số diện tích của hai tam giác  $KMN$  và  $KEF$  bằng  $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{2}{3}$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là 1, số hạng thứ tư là  $-27$  và số hạng cuối là 6561.

**Câu 2:** Thời gian đi từ nhà đến trường của 56 học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABD$  và  $M$  là một điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $MB = x.MC$ . Tìm  $x$  để đường thẳng  $MG$  song song với mặt phẳng  $(ACD)$

**Câu 4:** Kết quả giới hạn  $K = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 + 3x^2} \right) = \frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản ( $a; b > 0$ ).

Tổng  $a + b$  bằng

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm cạnh  $SC$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $SD$  với mặt phẳng  $(AGM)$ .

Tính tỷ số  $\frac{KS}{KD}$ .

**Câu 6:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $M, N, P$  lần lượt là các điểm nằm trên ba cạnh  $AA', BB', CC'$  sao cho  $AM = \frac{1}{2}AA', BN = \frac{1}{3}BB', CP = \frac{1}{4}CC'$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của mặt

phẳng  $(MNP)$  với đường thẳng  $DD'$ . Khi đó tỉ số  $\frac{D'Q}{DD'}$  bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - 7n + 2}{2n^2 + n - 1}$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang, có  $AD \parallel BC$  và  $AD = 2BC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAD$ .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .

b) Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Chứng minh  $OG \parallel (SAB)$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{2023+x}{\cos x}$ .

**A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R}$ .

**Lời giải**

Điều kiện  $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{2023+x}{\cos x}$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 2:** Cho hai dãy  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$  bằng

**A.** 1.

**B.** 6.

**C.** 5.

**D.** -1.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2 + 3 = 5$ .

**Câu 3:** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

**A.** Nếu hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\beta)$ .

**B.** Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  thì  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau.

**C.** Nếu hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  đều song song với mặt phẳng  $(\beta)$ .

**D.** Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước, ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

**Lời giải**

**Câu 4:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $AC$  cắt  $BD$  tại  $O$  và  $A'C'$  cắt  $B'D'$  tại  $O'$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ACC'A')$  và  $(AB'D')$  là đường thẳng nào sau đây?

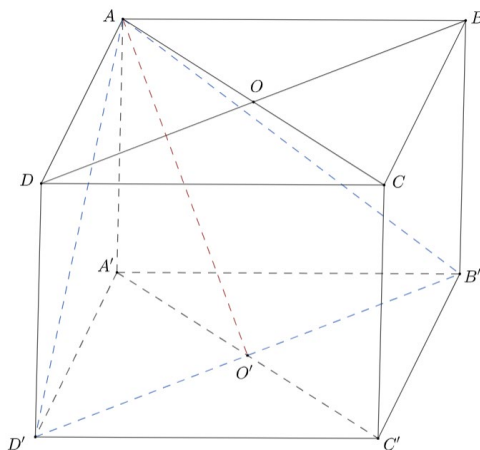
**A.**  $OO'$ .

**B.**  $AO'$ .

**C.**  $A'O$ .

**D.**  $A'C'$ .

**Lời giải**



Xét hai mặt phẳng  $(ACC'A')$  và  $(AB'D')$  có:

+  $A$  là điểm chung thứ nhất

+  $\begin{cases} O' \in A'C' \subset (ACC'A') \\ O' \in B'D' \subset (AB'D') \end{cases} \Rightarrow O'$  là điểm chung thứ hai.

Do đó :  $(ACC'A') \cap (AB'D') = AO'$ .

**Câu 5:** Khảo sát thời gian xem điện thoại trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

**A.** [60;80).                      **B.** [0;20).                      **C.** [20;40).                      **D.** [40;60).

**Lời giải**

Ta có cỡ mẫu là  $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{42}$  là thời gian xem điện thoại trong ngày của 42 học sinh khối 11 và giả sử dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là trung vị của dãy gồm 21 số liệu đầu nên  $Q_1 = x_{11}$ . Do  $x_{11}$  thuộc nhóm [20; 40) nên nhóm này chứa  $Q_1$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Số hạng thứ ba của dãy số là số nào dưới đây?

**A.** 5.                      **B.** 4.                      **C.** 3.                      **D.** 2.

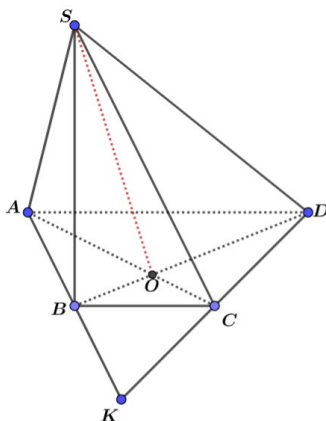
**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = 2, u_2 = u_1 + 1 = 3, u_3 = u_2 + 1 = 4$ .

**Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $O$ ;  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại  $K$ . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

**A.**  $SD$ .                      **B.**  $SA$ .                      **C.**  $SK$ .                      **D.**  $SO$ .

**Lời giải**



Ta có:

+)  $S$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

+)  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại  $O$  nên  $O$  là điểm chung của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  là đường thẳng  $SO$ .

**Câu 8:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{n^3 - n^2 + 1}$

**A.**  $+\infty$ .

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** 0.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{n^3 - n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3}} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right)}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3} \right)} = \frac{0}{1} = 0.$$

**Câu 9:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^4 + 3n^2 + 2023)$

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 1.

**D.** 2.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow +\infty} (n^4 + 3n^2 + 2023) = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^4 \left( 1 + \frac{3}{n^2} + \frac{2023}{n^4} \right).$$

$$\text{Vì } \lim_{n \rightarrow +\infty} n^4 = +\infty; \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{3}{n^2} + \frac{2023}{n^4} \right) = 1 > 0.$$

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow +\infty} (n^4 + 3n^2 + 2023) = +\infty.$$

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SB, SC$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

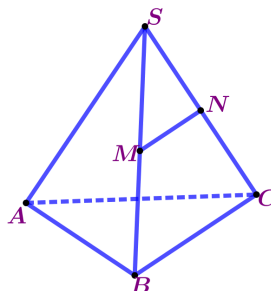
**A.**  $MN \parallel (ABC)$ .

**B.**  $MN \parallel (SAB)$ .

**C.**  $MN \parallel (SAC)$ .

**D.**  $MN \parallel (SBC)$ .

**Lời giải**



Ta có:  $MN \parallel BC \subset (ABC) \Rightarrow MN \parallel (ABC)$ .

**Câu 11:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2}{3^n}$ . Tổng của cấp số nhân này bằng

- A.** 1.                                      **B.** 6.                                      **C.** 3.                                      **D.** 2.

**Lời giải**

Ta có:  $u_n = \frac{2}{3^n} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow u_1 = \frac{2}{3}, q = \frac{1}{3}$ .

Tổng  $S = \frac{u_1}{1-q} = 1$ .

**Câu 12:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1}$  ta được kết quả bằng

- A.** 1.                                      **B.** 2.                                      **C.** 3.                                      **D.** 4.

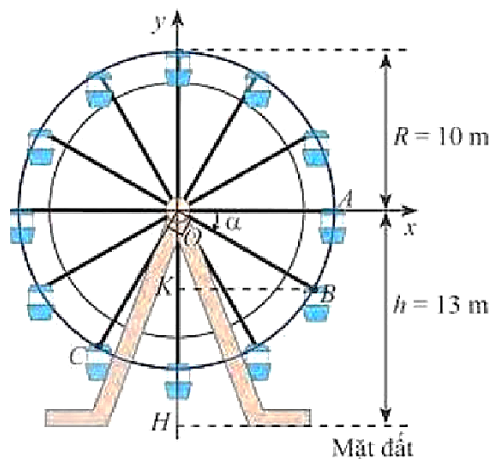
**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + 3x - 1}{x^2 + 1} = \frac{2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1 - 1}{1^2 + 1} = \frac{4}{2} = 2$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	----------------	----------------	----------------

**Câu 1:** Trong hình bên dưới, vị trí cabin mà Bình và Cường ngồi trên vòng quay được đánh dấu với điểm  $B$  và  $C$ .



Với  $\alpha$  là số đo của một góc lượng giác tia đầu  $OA$ , tia cuối  $OB$ .

- a) Chiều cao từ điểm  $B$  đến mặt đất được tính bởi công thức  $(13 + 10 \sin \alpha)$  mét.
- b) Độ cao của điểm  $B$  so với mặt đất khi  $\alpha = -30^\circ$  là  $8m$ .
- c) Chiều cao từ điểm  $B$  đến mặt đất bằng  $23m$  khi và chỉ khi  $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ .
- d) Khi điểm  $B$  cách mặt đất  $4m$  thì điểm  $C$  cách mặt đất là  $12,96m$ . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	----------------	----------------	----------------

a) Đúng: Chiều cao từ điểm  $B$  đến mặt đất bằng  $KH$

- Nếu điểm  $B$  nằm ở nửa đường tròn trên thì  $\alpha > 0, \sin \alpha > 0$  và  $OK = 10 \sin \alpha$

Ta có:  $KH = OH + OK = 13 + 10 \sin \alpha$

- Nếu điểm  $B$  nằm ở nửa đường tròn dưới thì  $\alpha < 0, \sin \alpha < 0$  và  $OK = 10 \cdot (-\sin \alpha)$ .

Ta có :  $KH = OH - OK = 13 - 10 \cdot (-\sin \alpha) = 13 + 10 \sin \alpha$

b) Đúng: Khi  $\alpha = -30^\circ$ ,  $KH = 13 + 10 \cdot \frac{-1}{2} = 8$

c) Đúng: Ta có  $13 + 10 \sin \alpha = 23 \Leftrightarrow \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

d) Đúng: Gọi  $(OA, OC) = \beta$ . Ta có:  $\beta = \alpha - 90^\circ$

Khi  $KH = 4$ . Suy ra  $\sin \alpha = \frac{-9}{10}, \alpha < 0$

$$\sin \beta = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{-9}{10}\right)^2} = \frac{-\sqrt{19}}{10}$$

Điểm  $C$  cách mặt đất là:  $13 + 10 \sin \beta \approx 12,96$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 8$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ .

c) Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  Không tồn tại.

**Lời giải**

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai. Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x+7}) = \sqrt{10}$ .

b) Sai.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - 1) = 2^2 - 1 = 3$ .

c) Đúng.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x+7}) = \sqrt{2+7} = 3$ .

d) Sai.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 - 1) = 2^2 - 1 = 3$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x+7}) = \sqrt{2+7} = 3$$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, E, F, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB, SC, SD$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a)  $(EFM) \parallel (ABC)$ .

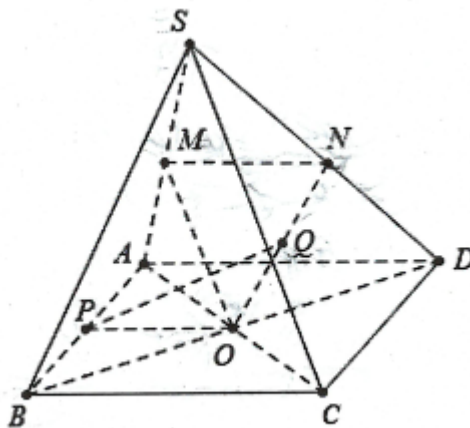
b)  $(EMN) \parallel (SCD)$ .

c)  $(OMN) \parallel (SBC)$ .

d) Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, ON$ . Ta có  $PQ \parallel (SBC)$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) **Đúng.** Ta có  $ME$  là đường trung bình trong tam giác  $SAB \Rightarrow ME \parallel AB \subset (ABC) \Rightarrow ME \parallel (ABC)$

Ta có  $EF$  là đường trung bình trong tam giác  $SBC \Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow EF \parallel (ABC)$

Mặt phẳng  $(EFM)$  chứa hai đường thẳng cắt nhau  $ME$  và  $EF$  cùng song song với mặt phẳng  $(ABC)$  nên  $(EFM) \parallel (ABC)$

b) **Sai.** Ta có  $N \in SD \Rightarrow N \in (SCD)$

Nên  $(EMN)$  không song song với  $(SCD)$

c) **Đúng.** Ta có  $MO$  là đường trung bình trong tam giác  $SAC \Rightarrow MO \parallel AC$ .

Mặt khác  $N$  và  $O$  lần lượt là trung điểm của  $SD$  và  $BD$  nên  $NO$  là đường trung bình trong  $\Delta SBD \Rightarrow NO \parallel SB$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MO \parallel SC \\ NO \parallel SB \\ MO \cap NO = O \\ SC \cap SB = S \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$$

d) **Đúng.** Do  $P$  và  $O$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$  nên  $OP \parallel AD \parallel BC \Rightarrow OP \parallel (SBC)$ .

Lại có  $ON \parallel SB \Rightarrow OQ \parallel (SBC)$ .

Mặt phẳng  $(OPQ)$  chứa hai đường thẳng cắt nhau  $OP$  và  $OQ$  cùng song song với mặt phẳng  $(SBC)$  nên  $(OPQ) \parallel (SBC) \Rightarrow PQ \parallel (SBC)$ .

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD$  là đáy lớn,  $BC$  là đáy nhỏ). Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$ .  $K$  là giao điểm của các đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .

a) Giao điểm  $M$  của đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(CDE)$  là điểm thuộc đường thẳng  $KE$

b) Đường thẳng  $SC$  cắt mặt phẳng  $(EFM)$  tại  $N$ . Tứ giác  $EFNM$  là hình bình hành

c) Các đường thẳng  $AM, DN, SK$  cùng đi qua một điểm

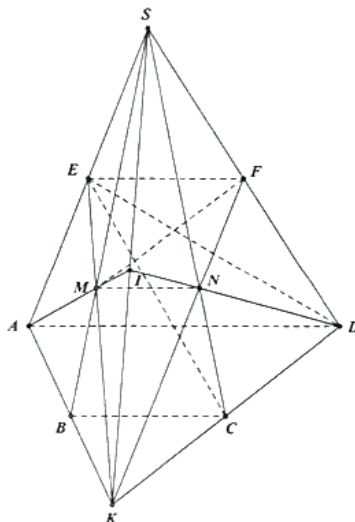
d) Cho biết  $AD = 2BC$ . Tỉ số diện tích của hai tam giác  $KMN$  và  $KEF$  bằng  $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{2}{3}$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Có  $SK = (SAB) \cap (SCD)$ .

Trong mp  $(SAB)$ , gọi  $M = KE \cap SB$ , có  $KE \subset (CDE)$ . Do đó  $SB \cap (CDE) = M$ .



b) Trong mp  $(SCD)$ , gọi  $N = KF \cap SC$ , có  $KF \subset (EFM)$ .

Do đó  $SC \cap (EFM) = N$ .

$$\text{Có } \Rightarrow \begin{cases} MN = (EFK) \cap (SBC) \\ EF \parallel BC; EF \subset (EFK), BC \subset (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow MN \parallel EF \parallel BC.$$

Suy ra tứ giác  $EFNM$  là hình thang.

c) Trong mp  $(ADNM)$ , gọi  $I = AM \cap DN$ .

$$\text{Mà } \begin{cases} I \in AM, AM \subset (SAB) \\ I \in DN, DN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD),$$

Hay  $I \in SK$ . Kết luận 3 đường thẳng  $AM, DN, SK$  đồng quy tại điểm  $I$ .

d) Khi  $AD = 2BC$  dễ dàng chứng minh được  $B, C$  lần lượt là trung điểm của  $KA$  và  $KD$ . Suy ra  $M, N$  lần lượt là trọng tâm của hai tam giác  $SAK$  và  $SDK$ .

Do đó  $MN = \frac{2}{3}EF$ , gọi  $h_1, h_2$  lần lượt là độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh  $K$  xuống hai đáy

$$MN \text{ và } EF, \text{ dễ thấy } h_1 = \frac{2}{3}h_2.$$

$$\text{Vậy } \frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{\frac{1}{2}MN \cdot h_1}{\frac{1}{2}EF \cdot h_2} = \frac{\frac{2}{3}EF \cdot \frac{2}{3}h_2}{EF \cdot h_2} = \frac{4}{9}.$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là 1, số hạng thứ tư là  $-27$  và số hạng cuối là 6561.

**Lời giải**

**Trả lời: 4921**

$$\text{Ta có } u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} = -27 \Leftrightarrow q = -3.$$

Ta có  $S_n = u_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{u_1 q^{n-1} \cdot q - u_1}{q - 1} = \frac{u_n q - u_1}{q - 1} = \frac{6561 \cdot (-3) - 1}{(-3) - 1} = 4921$ .

**Câu 2:** Thời gian đi từ nhà đến trường của 56 học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

**Lời giải**

**Trả lời: 18,1**

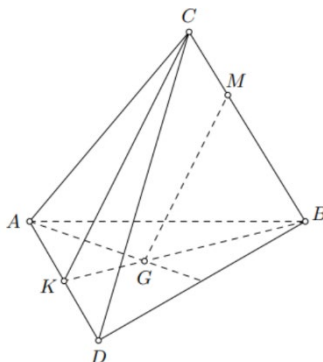
Nhóm chứa trung vị là nhóm [15,5;18,5).

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  $M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1$ .

**Câu 3:** Cho tứ diện ABCD có G là trọng tâm của ΔABD và M là một điểm trên cạnh BC sao cho MB = x.MC. Tìm x để đường thẳng MG song song với mặt phẳng (ACD)

**Lời giải**

**Trả lời: 2**



Gọi K là trung điểm đoạn AD, suy ra  $\frac{BG}{BK} = \frac{2}{3}$  (G là trọng tâm của tam giác ABD).

Ta có  $MG \subset (BCK)$  và  $(BCK) \cap (ADC) = KC$ .

Do đó  $MG \parallel (ACD) \Leftrightarrow MG \parallel KC$ .

Suy ra  $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BK} = \frac{2}{3} \Rightarrow MB = 2MC$ .

Vậy  $x = 2$ .

**Câu 4:** Kết quả giới hạn  $K = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 + 3x^2}) = \frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản ( $a; b > 0$ ).

Tổng  $a + b$  bằng

**Lời giải**

**Trả lời: 3**

Ta có  $K = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 + 3x^2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[ (\sqrt{x^2 + 2x} - x - 1) + (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 3x^2}) \right]$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 2x} + (x + 1)} + \frac{3x^2 + x}{(x + 1)^2 + (x + 1)\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} + \sqrt[3]{(x^3 + 3x^2)^2}} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{-1}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2}} + \frac{3 + \frac{1}{x}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 \sqrt{1 + \frac{3}{x^2}} + \sqrt{\left(1 + \frac{3}{x^2}\right)^2}} \right]$$

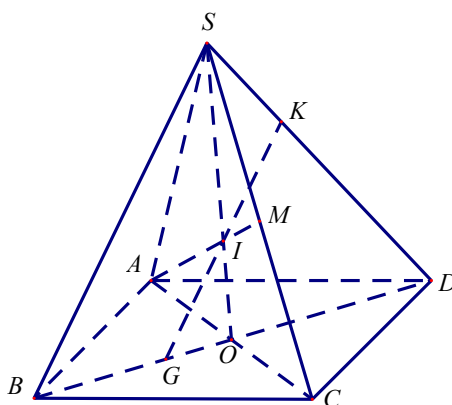
$$= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } a + b = 3.$$

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm cạnh  $SC$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $SD$  với mặt phẳng  $(AGM)$ .

Tính tỷ số  $\frac{KS}{KD}$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 0,5**



Gọi  $O = AC \cap BD$ ,  $I = AM \cap SO$ .

Trong mặt phẳng  $(SBD)$ , kéo dài  $GI$  cắt  $SD$  tại  $K \Rightarrow K = SD \cap (AMG)$ .

Tam giác  $SAC$  có  $SO$  và  $AM$  là hai đường trung tuyến.

Suy ra  $I$  là trọng tâm của tam giác  $SAC$  nên ta có  $\frac{OI}{OS} = \frac{1}{3}$ . (1)

Mặt khác,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên có  $\frac{OG}{OB} = \frac{1}{3}$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{OI}{OS} = \frac{OG}{OB} \Rightarrow GI \parallel SB \Rightarrow GK \parallel SB \Rightarrow \frac{KD}{KS} = \frac{GD}{GB}$ .

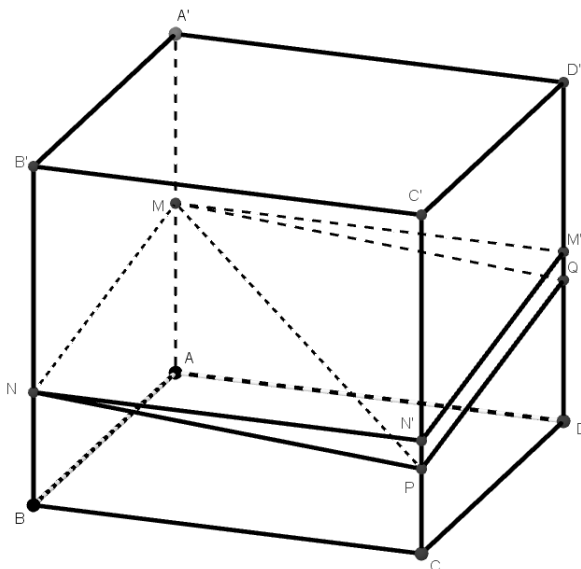
Ta có  $DO = BO = 3GO \Rightarrow GD = 4GO$ ,  $GB = 2GO$ .

Vậy  $\frac{KD}{KS} = \frac{GD}{GB} = \frac{4GO}{2GO} = 2 \Rightarrow \frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 6:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $M, N, P$  lần lượt là các điểm nằm trên ba cạnh  $AA', BB', CC'$  sao cho  $AM = \frac{1}{2}AA'$ ,  $BN = \frac{1}{3}BB'$ ,  $CP = \frac{1}{4}CC'$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của mặt phẳng  $(MNP)$  với đường thẳng  $DD'$ . Khi đó tỉ số  $\frac{D'Q}{DD'}$  bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Trả lời: 0,42**



Lấy  $M', N'$  lần lượt là các cạnh trên  $DD'$  và  $CC'$  sao cho  $MA = M'D$  và  $NB = N'C$ .

Vì  $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$  nên 2 giao tuyến giữa mặt phẳng  $(MNP)$  lần lượt với các mặt phẳng  $(ABB'A')$  và  $(CDD'C')$  sẽ song song với nhau.

Do đó, ta sẽ lấy  $Q$  nằm trên cạnh  $DD'$  sao cho  $MN \parallel PQ$ .

$$\text{Ta có: } D'Q = D'M' - QM' = \frac{DD'}{2} - (N'C - PC) = \frac{DD'}{2} - \left( \frac{DD'}{3} - \frac{DD'}{4} \right) = \frac{5DD'}{12}.$$

$$\text{Khi đó, } \frac{D'Q}{DD'} = \frac{5}{12}.$$

### PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)

**Câu 1:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - 7n + 2}{2n^2 + n - 1}$ .

**Lời giải**

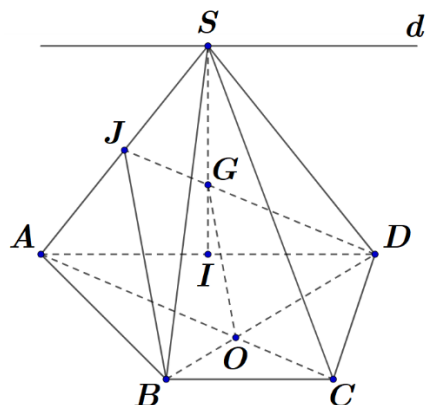
$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - 7n + 2}{2n^2 + n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \left( 3 - \frac{7}{n} + \frac{2}{n^2} \right)}{n^2 \left( 2 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{7}{n} + \frac{2}{n^2}}{2 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}} = \frac{3 - 0 + 0}{2 + 0 - 0} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang, có  $AD \parallel BC$  và  $AD = 2BC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SAD$ .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .

b) Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Chứng minh  $OG \parallel (SAB)$ .

**Lời giải**



a) Ta có: 
$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} .$$

Nên  $(SAD) \cap (SBC) = d$  với  $d$  là đường thẳng qua điểm  $S$  và  $d \parallel AD \parallel BC$ .

b) Trong tam giác  $SAD$ , gọi  $J$  là trung điểm  $SA$ , mà  $G$  là trọng tâm tam giác  $SAD$  nên

$$\frac{DG}{DJ} = \frac{2}{3}. \text{ Mặt khác } \Delta AOD \sim \Delta COB \text{ nên } \frac{DO}{BO} = \frac{AD}{BC} = 2 \Rightarrow \frac{DO}{BD} = \frac{2}{3}.$$

Nên  $\frac{DO}{BD} = \frac{DG}{DJ} = \frac{2}{3}$  suy ra  $OG \parallel JB$ .

Mà  $JB \subset (SAB)$  nên  $OG \parallel (SAB)$ .

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 02

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

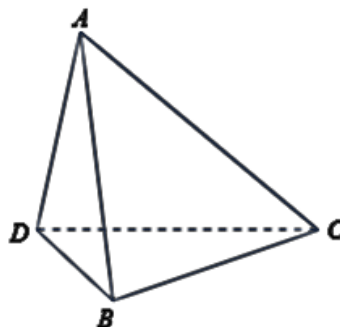
**Câu 1:** Cho một góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo  $30^\circ$  và một góc lượng giác  $(Ov, Ow)$  có số đo  $160^\circ$ . Số đo của các góc lượng giác  $(Ou, Ow)$  là

- A.  $135^\circ + k360^\circ$       B.  $190^\circ + k360^\circ$       C.  $225^\circ + k360^\circ$       D.  $150^\circ + k360^\circ$

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng

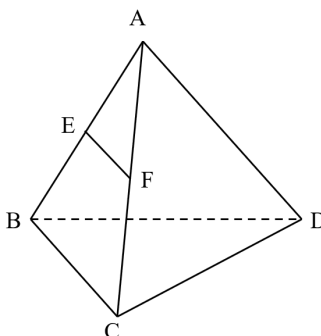
- A. 3      B. 2      C. 0      D. -2

**Câu 3:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A.  $AB$  và  $CD$  cắt nhau.  
 B.  $AB$  và  $CD$  chéo nhau.  
 C.  $AB$  và  $CD$  song song.  
 D. Tồn tại một mặt phẳng chứa  $AB$  và  $CD$ .

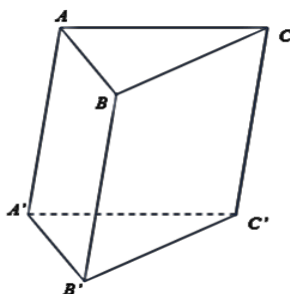
**Câu 4:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $AC$  (Hình vẽ sau)



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $EF \parallel (BCD)$ .      B.  $EF$  cắt  $(BCD)$ .      C.  $EF \parallel (ABD)$ .      D.  $EF \parallel (ABC)$ .

**Câu 5:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ .



Xác định hình chiếu của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  theo phương  $CC'$ .

- A.  $M'$ .      B.  $A'$ .      C.  $C'$ .      D.  $A$ .

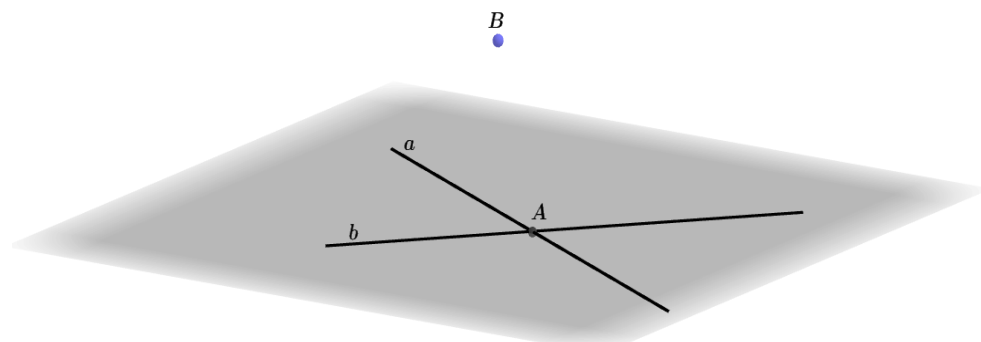
**Câu 6:** Cho  $\sin x = \frac{3}{5}$  với  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  khi đó  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  bằng

- A.  $\frac{1}{7}$ .                      B.  $-\frac{1}{7}$ .                      C.  $-\frac{2}{7}$ .                      D.  $\frac{2}{7}$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  với:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ . Năm số hạng đầu tiên của dãy số là

- A. 1, 3, 5, 7, 9.                      B. 1, -1, -3, -5, -7.                      C. 1, -2, 3, 5, 7.                      D. -2, -1, 0, 1, 2

**Câu 8:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  cắt nhau tại điểm  $A$  và điểm  $B$  không thuộc mặt phẳng  $(a, b)$ . Từ  $a, b$  và  $B$  có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng?

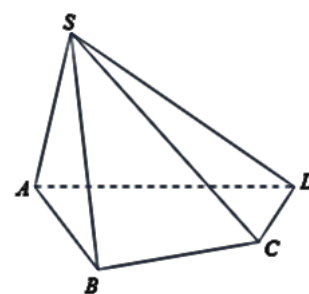


- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 5.

**Câu 9:** Tính giới hạn của dãy số  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{14n^2 - 5n + 3}{8n^2 + 9n - 1}$

- A. -3.                      B.  $\frac{7}{4}$ .                      C.  $-\frac{7}{4}$ .                      D. 3.

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  có các cặp cạnh đối không song song (như hình vẽ) Gọi  $M$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $N$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hỏi giao tuyến của mặt phẳng  $(SAC)$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là đường thẳng nào?



- A.  $SC$ .                      B.  $SB$ .  
C.  $SM$ .                      D.  $SN$ .

**Câu 11:** Điểm thi môn Toán của 60 học sinh lớp 11 cho trong bảng sau:

<u>Điểm</u>	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
<u>Số học sinh</u>	9	16	13	10	12

Xác định số trung bình của các mẫu số liệu trên.

- A. 8.                      B. 6.                      C. 5.                      D. 12.

**Câu 12:** Một hội trường  $A$  của một trường đại học có 600 chỗ ngồi và các hàng ghế được xếp theo dạng bậc thang, hàng ghế đầu tiên có 15 chỗ ngồi và cao  $0,3m$  so với mặt nền. Mỗi hàng ghế sau có thêm 3 chỗ ngồi và cao hơn  $0,2m$  so với hàng ghế ngay trước nó. Hỏi hàng ghế cuối cùng của hội trường đó sẽ cao bao nhiêu mét ( $m$ ) so với mặt nền.

- A.  $9,3m$ .                      B.  $4,3m$ .                      C.  $3,5m$ .                      D.  $3,3m$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

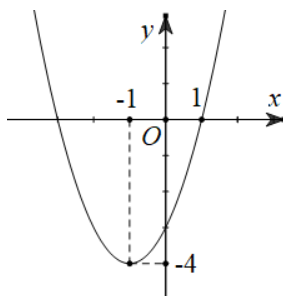
**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2}$ .

- a) Hàm số đã cho xác định trên  $\mathbb{R}$  và là hàm số chẵn.
- b) Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$  đồng thời có tập giá trị là  $T = [0; 1]$ .
- c) Tập nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  là  $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .
- d) Tổng các nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  trong đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{3\pi}{2}$ .

**Câu 2:** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 50 triệu đồng. Gọi  $u_n$  (triệu đồng) là giá của chiếc ô tô trong năm thứ  $n$  sử dụng.

- a)  $u_2 = 630$ .
- b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = 50$ .
- c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 500 triệu đồng.
- d) Sau ít nhất 8 năm sử dụng thì giá của chiếc ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

**Câu 3:** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



- a) Hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .
- c)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10$ .
- d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - \sqrt{2x - 1}}{f(x) - 4x + 4} = 2$ .

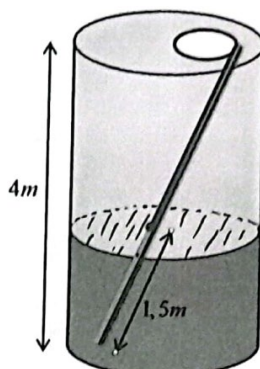
**Câu 4:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $G_1, G_2$  là trọng tâm của các tam giác  $A'BD$ ,  $B'D'C$ .

- a)  $A'D'CB$  là hình bình hành.
- b)  $(A'BD) \parallel (B'D'C)$ .
- c)  $G_1, G_2$  cùng thuộc  $AC'$ .
- d)  $G_1G_2 = \frac{2}{3} AC'$ .

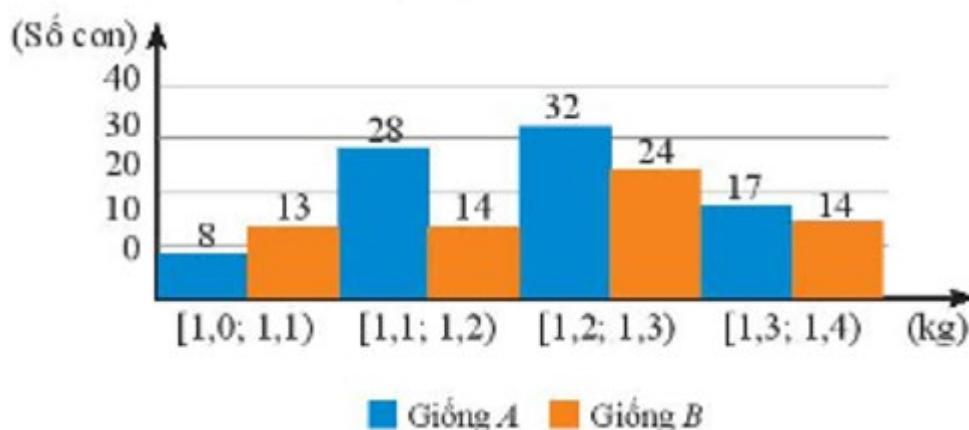
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Người ta trồng 15050 cây theo dạng một hình tam giác bậc thang như sau: hàng thứ nhất trồng 2 cây, hàng thứ hai trồng 5 cây, hàng thứ ba trồng 8 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tính số hàng cây được trồng.

**Câu 2:** Một bồn chứa nước hình trụ bằng bê tông cao 4 mét, đặt vuông góc với mặt đất, chỉ chứa một nắp nhỏ bên ngoài để bơm nước vào bồn, trong bồn có sẵn một lượng nước. Để đo chiều cao mực nước trong bồn người ta có cách đo như sau: Lấy một cây sào tre có chiều cao 5 mét nhúng vào thùng nước sao cho có một đầu chạm đáy và một đầu chạm với mặt trên của bồn nước (như hình vẽ) sau khi rút sào tre thì đo được phần sào tre bị ướt là 1,5 mét. Hỏi mực nước trong bồn cao bao nhiêu mét.

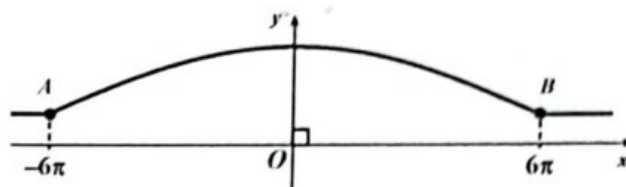


**Câu 3:** Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở biểu đồ dưới đây (đơn vị: kg)



Tổng của tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của cân nặng lợn con mới sinh giống A và cân nặng của lợn con mới sinh giống B gần nhất với số nào sau (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 4:** Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng hình cung  $AB$  biểu thị bởi hàm số  $y = \frac{8}{\sqrt{3}} \cos \frac{x}{12} + 2$  với  $x \in [-6\pi; 6\pi]$  như hình minh họa sau:



Biết qui định chiều cao tối đa của phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt nước gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5,2 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Tính bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng qui định (lấy số  $\pi \approx 3,14$ ). (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

**Câu 5:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G_1$  và  $G_2$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $BCD$  và  $ACD$ . Tìm tỉ số  $\frac{G_1G_2}{AB}$  (làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 6:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Trên các cạnh  $AA'$ ;  $BB'$ ;  $CC'$  lần lượt lấy ba điểm  $M, N, P$  sao cho  $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}$ ;  $\frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}$ ;  $\frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$ . Biết mặt phẳng  $(MNP)$  cắt cạnh  $DD'$  tại  $Q$ . Tính tỉ số  $\frac{D'Q}{DD'}$ . (làm tròn đến hàng phần trăm)

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Tính giới hạn sau:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 2n} - 3n}{4n + 3}$ .

**Câu 2:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMN)$ .

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho một góc lượng giác  $(Ou, Ov)$  có số đo  $30^\circ$  và một góc lượng giác  $(Ov, Ow)$  có số đo  $160^\circ$ . Số đo của các góc lượng giác  $(Ou, Ow)$  là

- A.  $135^\circ + k360^\circ$       B.  $190^\circ + k360^\circ$       C.  $225^\circ + k360^\circ$       D.  $150^\circ + k360^\circ$

Lời giải

Theo hệ thức Chasles ta có:

$$(Ou, Ow) = 30^\circ + 160^\circ + k360^\circ = 190^\circ + k360^\circ$$

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 2) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng

- A. 3      B. 2      C. 0      D. -2

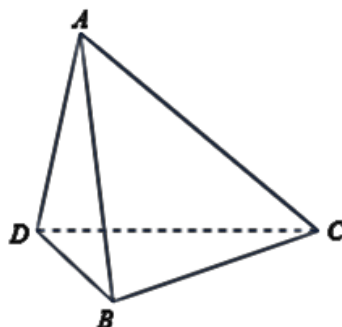
Lời giải

Ta có

$$\lim(u_n - 2) = 0 \Leftrightarrow \lim u_n - \lim 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \lim u_n = \lim 2 \Leftrightarrow \lim u_n = 2$$

**Câu 3:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

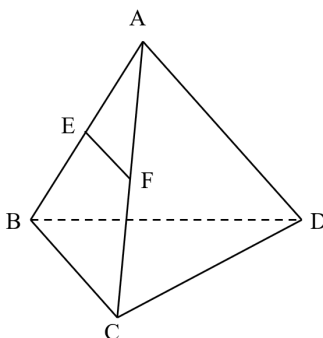


- A.  $AB$  và  $CD$  cắt nhau.  
 B.  $AB$  và  $CD$  chéo nhau.  
 C.  $AB$  và  $CD$  song song.  
 D. Tồn tại một mặt phẳng chứa  $AB$  và  $CD$ .

Lời giải

Do  $ABCD$  là hình tứ diện nên bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng.

**Câu 4:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $AC$  (Hình vẽ sau)



Khẳng định nào sau đây đúng?

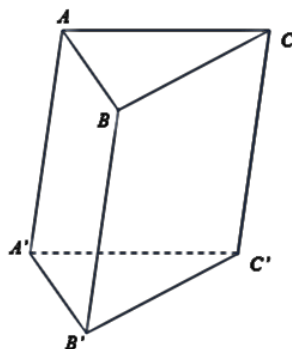
- A.  $EF \parallel (BCD)$ .      B.  $EF$  cắt  $(BCD)$ .      C.  $EF \parallel (ABD)$ .      D.  $EF \parallel (ABC)$ .

Lời giải

Do  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $AC$  nên  $EF \parallel BC$ .

Mà  $BC \subset (BCD), EF \not\subset (BCD)$  nên  $EF \parallel (BCD)$ .

**Câu 5:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ .



Xác định hình chiếu của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  theo phương  $CC'$ .

- A.**  $M'$ .                      **B.**  $A'$ .                      **C.**  $C'$ .                      **D.**  $A$ .

**Lời giải**

Vì  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ nên  $AA' \parallel BB' \parallel CC'$ . Vì  $A'$  thuộc mặt phẳng  $(A'B'C')$  nên  $A'$  là hình chiếu của  $A$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  theo phương  $CC'$ .

**Câu 6:** Cho  $\sin x = \frac{3}{5}$  với  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  khi đó  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  bằng

- A.**  $\frac{1}{7}$ .                      **B.**  $-\frac{1}{7}$ .                      **C.**  $-\frac{2}{7}$ .                      **D.**  $\frac{2}{7}$ .

**Lời giải**

Từ  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \frac{4}{5}$ .

Vì  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  nên  $\cos x = -\frac{4}{5}$  do đó  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}$ .

Ta có:  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{-\frac{3}{4} + 1}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{7}$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  với:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ . Năm số hạng đầu tiên của dãy số là

- A.** 1, 3, 5, 7, 9.                      **B.** 1, -1, -3, -5, -7.                      **C.** 1, -2, 3, 5, 7.                      **D.** -2, -1, 0, 1, 2

**Lời giải**

Ta có:

$$u_1 = 1,$$

$$u_2 = u_1 - 2 = 1 - 2 = -1,$$

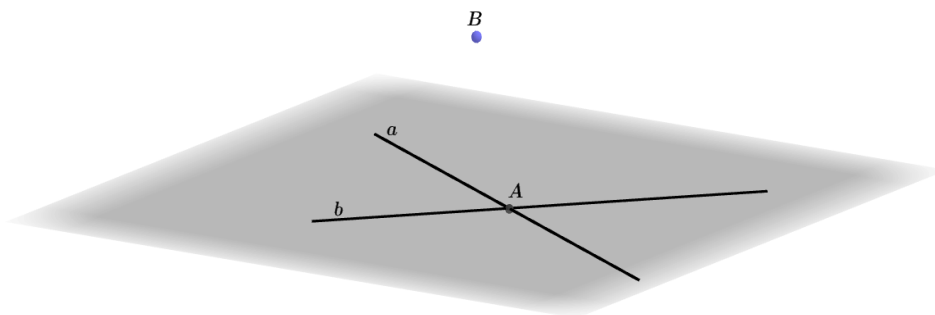
$$u_3 = u_2 - 2 = -1 - 2 = -3,$$

$$u_4 = u_3 - 2 = -3 - 2 = -5,$$

$$u_5 = u_4 - 2 = -5 - 2 = -7.$$

Vậy năm số hạng đầu tiên của dãy số là 1, -1, -3, -5, -7

**Câu 8:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  cắt nhau tại điểm  $A$  và điểm  $B$  không thuộc mặt phẳng  $(a, b)$ . Từ  $a, b$  và  $B$  có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng?



- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 5.

**Lời giải**

Các mặt phẳng có thể được tạo thành:  $(a, b)$ ,  $(a, B)$ ,  $(b, B)$ .

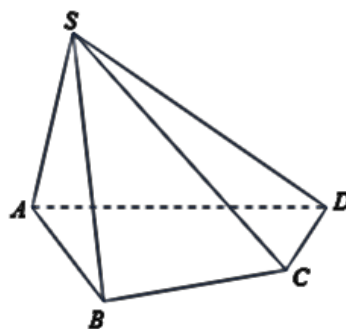
**Câu 9:** Tính giới hạn của dãy số  $\lim \frac{14n^2 - 5n + 3}{8n^2 + 9n - 1}$

- A. -3.                      B.  $\frac{7}{4}$ .                      C.  $-\frac{7}{4}$ .                      D. 3.

**Lời giải**

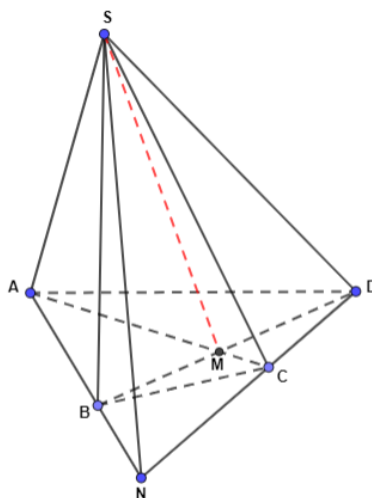
$$\text{Ta có } \lim \frac{14n^2 - 5n + 3}{8n^2 + 9n - 1} = \lim \frac{14 - \frac{5}{n} + \frac{3}{n^2}}{8 + \frac{9}{n} - \frac{1}{n^2}} = \frac{\lim 14 - \lim \frac{5}{n} + \lim \frac{3}{n^2}}{\lim 8 + \lim \frac{9}{n} - \lim \frac{1}{n^2}} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}.$$

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  có các cặp cạnh đối không song song ( như hình vẽ) Gọi  $M$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $N$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ . Hỏi giao tuyến của mặt phẳng  $(SAC)$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là đường thẳng nào?



- A.  $SC$ .                      B.  $SB$ .                      C.  $SM$ .                      D.  $SN$ .

**Lời giải**



Xét hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$ .

Ta có  $S$  là điểm chung thứ nhất

$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in AC \Rightarrow M \in (SAC) \\ M \in BD \Rightarrow M \in (SBD) \end{cases}$$

Suy ra  $M$  là điểm chung thứ hai

Vậy giao tuyến của hai mặt  $(SAC)$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là đường thẳng  $SM$ .

**Câu 11:** Điểm thi môn Toán của 60 học sinh lớp 11 cho trong bảng sau:

<u>Điểm</u>	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
<u>Số học sinh</u>	9	16	13	10	12

Xác định số trung bình của các mẫu số liệu trên.

**A.** 8.                      **B.** 6.                      **C.** 5.                      **D.** 12.

**Lời giải**

Trong mỗi khoảng điểm, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

<u>Điểm</u>	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10]$
<u>Giá trị đại diện</u>	1	3	5	7	9
<u>Số học sinh</u>	9	16	13	10	12

Ta

$$\text{có } \bar{x} = \frac{9.1 + 16.3 + 13.5 + 10.7 + 12.9}{60} = 5$$

**Câu 12:** Một hội trường  $A$  của một trường đại học có 600 chỗ ngồi và các hàng ghế được xếp theo dạng bậc thang, hàng ghế đầu tiên có 15 chỗ ngồi và cao  $0,3m$  so với mặt nền. Mỗi hàng ghế sau có thêm 3 chỗ ngồi và cao hơn  $0,2m$  so với hàng ghế ngay trước nó. Hỏi hàng ghế cuối cùng của hội trường đó sẽ cao bao nhiêu mét ( $m$ ) so với mặt nền.

**A.**  $9,3m$ .                      **B.**  $4,3m$ .                      **C.**  $3,5m$ .                      **D.**  $3,3m$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 15; u_2 = 18; d = 18 - 15 = 3$

$$\text{áp dụng công thức } S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = 600$$

$$\Leftrightarrow \frac{n}{2}[2 \cdot 15 + (n-1)3] = 600 \Leftrightarrow 3n^2 + 27n - 1200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -25 \end{cases}$$

suy ra hội trường có 16 hàng ghế.

Chiều cao hàng ghế thứ 1 đến hàng ghế thứ 16 là  $15,0,2 + 0,3 = 3,3m$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2}$ .

- a) Hàm số đã cho xác định trên  $\mathbb{R}$  và là hàm số chẵn.  
 b) Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$  đồng thời có tập giá trị là  $T = [0; 1]$ .  
 c) Tập nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  là  $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 d) Tổng các nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  trong đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{3\pi}{2}$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

b) Đúng: vì hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$

và  $\forall x \in \mathbb{R}$  ta có:  $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \cos 2x \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 1$  nên

tập giá trị của hàm số là  $T = [0; 1]$

c) Đúng:  $f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

d) Sai  $0 \leq x \leq \pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2}$ .

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k = 0; 1$ .

Vì  $x \in [0; \pi]$  nên  $x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3\pi}{4}$ .

Do đó tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn  $[0; \pi]$  bằng  $\pi$ .

**Câu 2:** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 50 triệu đồng. Gọi  $u_n$  (triệu đồng) là giá của chiếc ô tô trong năm thứ  $n$  sử dụng.

- a)  $u_2 = 630$ .  
 b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = 50$ .  
 c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 500 triệu đồng.  
 d) Sau ít nhất 8 năm sử dụng thì giá của chiếc ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Giá của chiếc ô tô trong năm thứ 2 là:  $u_2 = 680 - 50 = 630$  triệu đồng.

b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = -50$ .

c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng:  $u_4 = u_1 + 3d = 680 - 3 \cdot 50 = 530$  triệu đồng.

d) Ta có:  $u_n < 340 \Leftrightarrow u_1 + (n-1)d < 340$

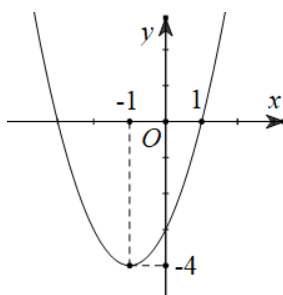
$$\Leftrightarrow 680 + (n-1) \cdot (-50) < 340$$

$$\Leftrightarrow -50n + 730 < 340$$

$$\Leftrightarrow n > 7,8$$

Suy ra đến năm thứ 8 thì giá trị của chiếc xe nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

**Câu 3:** Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



a) Hàm số đã cho liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - \sqrt{2x-1}}{f(x) - 4x + 4} = 2$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Hàm số đã cho làm hàm đa thức bậc hai nên hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

b) Từ đồ thị, ta có  $f(1) = 0$ , mà hàm số liên tục tại  $x = 1$ . Suy ra  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 0$ .

c) Đặt  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Đồ thị hàm số đã cho có đỉnh  $I(-1; -4)$  và đi qua  $M(1; 0)$  nên 
$$\begin{cases} a - b + c = -4 \\ -\frac{b}{2a} = -1 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}.$$

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2x - 3) = 12$ .

d) 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - \sqrt{2x-1}}{f(x) - 4x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1 + x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( 1 + \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 2x + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left( 1 + \frac{1}{x + \sqrt{2x-1}} \right) = \frac{3}{2}.$$

**Câu 4:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $G_1, G_2$  là trọng tâm của các tam giác  $A'BD$ ,  $B'D'C$ .

a)  $A'D'CB$  là hình bình hành.

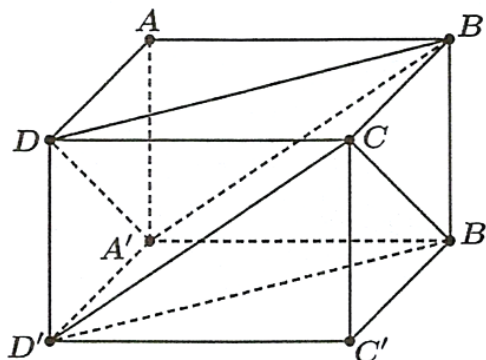
b)  $(A'BD) \parallel (B'D'C)$ .

c)  $G_1, G_2$  cùng thuộc  $AC'$ .

d)  $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) **Đúng** Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $\begin{cases} A'D' \parallel BC \\ A'D' = BC \end{cases} \Rightarrow A'D'CB$  là hình bình hành. Suy

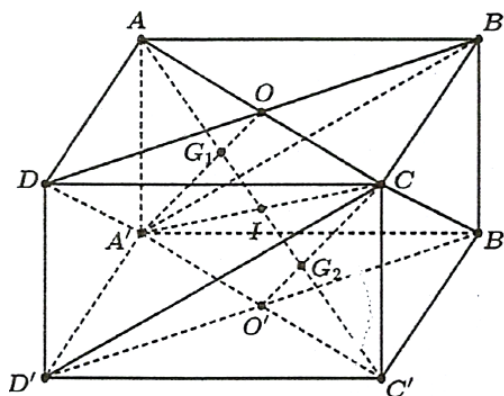
ra a) Đúng.

b) **Đúng**  $A'D'CB$  là hình bình hành suy ra  $A'B \parallel CD' \Rightarrow A'B \parallel (B'D'C)$ . (1)

Tương tự, ta có:  $\begin{cases} A'B' \parallel CD \\ A'B' = CD \end{cases} \Rightarrow A'B'CD$  là hình bình hành.

Suy ra  $A'D \parallel B'C \Rightarrow A'D \parallel (B'D'C)$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $(A'BD) \parallel (B'D'C)$ . Suy ra b) Đúng



c) **Đúng** Vì  $G_1$  là trọng tâm tam giác  $AB'D$  nên  $\frac{A'G_1}{A'O} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1$  là trọng tâm tam giác  $A'AC$ ,

suy ra  $G_1 = AI \cap A'O$ . (3)

Tương tự,  $G_2$  là trọng tâm tam giác  $B'D'C$  nên  $\frac{CG_2}{C'O} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow G_2$  là trọng tâm tam giác  $A'C'C$ , suy ra  $G_2 = C'I \cap C'O$ . (4)

Từ (3) và (4) suy ra  $G_1, G_2$  cùng thuộc  $AC'$ . Suy ra c) Đúng.

d) **Sai** Ta có:  $\frac{AG_1}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AG_1}{AC'} = \frac{1}{3}; \frac{C'G_2}{C'I} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{C'G_2}{AC'} = \frac{1}{3}$ .

Do vậy  $AG_1 \neq G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$ .

Vậy  $G_1, G_2$  cùng thuộc  $AC'$ , đồng thời chia  $AC'$  thành ba phần bằng nhau. Suy ra d) Sai

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Người ta trồng 15050 cây theo dạng một hình tam giác bậc thang như sau: hàng thứ nhất trồng 2 cây, hàng thứ hai trồng 5 cây, hàng thứ ba trồng 8 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tính số hàng cây được trồng.

**Lời giải**

**Trả lời: 100**

Gọi  $u_n$  là số cây của hàng thứ  $n$ .

Với  $u_1 = 2, u_2 = 5, u_3 = 8, \dots$  và  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 15050$ .

Khi đó  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 2$ , công sai  $d = 3$ .

Ta có:  $S_n = 15050$

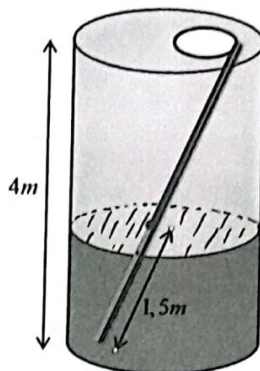
$$\Leftrightarrow \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 15050$$

$$\Rightarrow \frac{n[2 \cdot 2 + (n-1)3]}{2} = 15050 \Leftrightarrow n(3n+1) = 30100$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 + n - 30100 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 100 \\ n = -\frac{301}{3} \end{cases} \Leftrightarrow n = 100 \text{ (vì } n \in \mathbb{N}^* \text{)}.$$

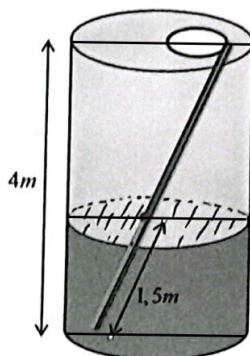
Vậy số hàng cây được trồng là 100.

**Câu 2:** Một bồn chứa nước hình trụ bằng bê tông cao 4 mét, đặt vuông góc với mặt đất, chỉ chứa một nắp nhỏ bên ngoài để bơm nước vào bồn, trong bồn có sẵn một lượng nước. Để đo chiều cao mực nước trong bồn người ta có cách đo như sau: Lấy một cây sào tre có chiều cao 5 mét nhúng vào thùng nước sao cho có một đầu chạm đáy và một đầu chạm với mặt trên của bồn nước (như hình vẽ) sau khi rút sào tre thì đo được phần sào tre bị ước là 1,5 mét. Hỏi mực nước trong bồn cao bao nhiêu mét.



**Lời giải**

**Trả lời: 1,2**



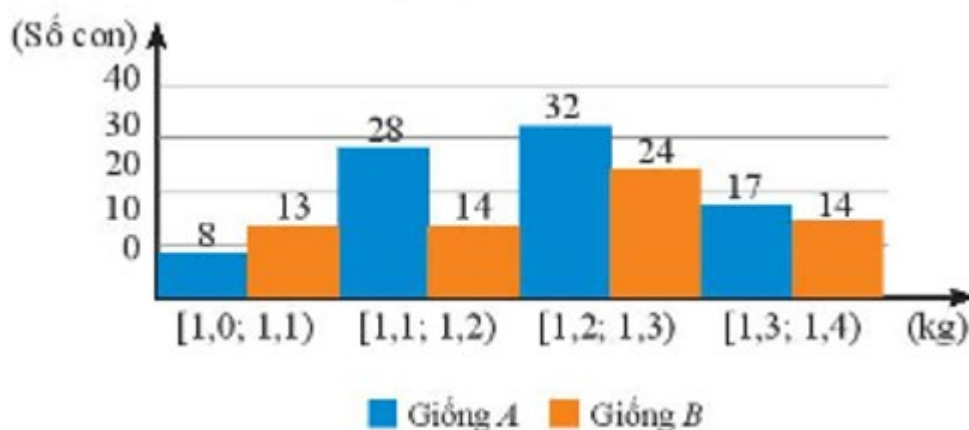
Gọi chiều cao mặt nước trong bồn là  $x(m)$ . ĐK  $x > 0$

Vì mặt nước trong bồn và 2 mặt đáy tạo thành 3 mặt phẳng song song

Áp dụng định lý talét,

$$\text{ta có } \frac{x}{4} = \frac{1,5}{5} \Rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 4}{5} = 1,2m.$$

**Câu 3:** Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở biểu đồ dưới đây (đơn vị: kg)



Tổng của tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của cân nặng lợn con mới sinh giống A và cân nặng của lợn con mới sinh giống B gần nhất với số nào sau (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Trả lời: 4,85**

Cân nặng (kg)	[1,0; 1,1)	[1,1; 1,2)	[1,2; 1,3)	[1,3; 1,4)
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	13	14	24	14

**\* Con giống A:**

Cỡ mẫu là  $8 + 28 + 32 + 17 = 85$  nên tứ phân vị thứ nhất là  $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$ . Do  $x_{21}; x_{22} \in [1,1; 1,2)$

nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:  $Q_{1A} = 1,1 + \frac{\frac{85}{4} - 8}{28} \cdot 0,1 \approx 1,15$ .

Tứ phân vị thứ ba là  $\frac{x_{64} + x_{65}}{2}$ . Do  $x_{64}; x_{65}$  thuộc  $[1,2; 1,3)$

nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:  $Q_{3A} = 1,2 + \frac{3 \cdot \frac{85}{4} - 36}{32} \cdot 0,1 \approx 1,29$ .

**\* Con giống B:**

Cỡ mẫu là  $13 + 14 + 24 + 14 = 65$  nên tứ phân vị thứ nhất là  $\frac{y_{16} + y_{17}}{2}$ . Do  $y_{16}; y_{17} \in [1,1; 1,2)$

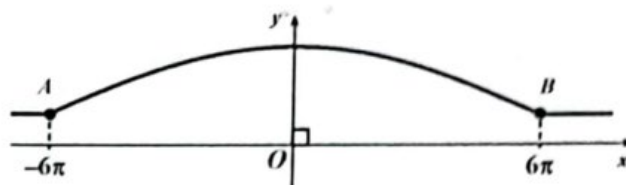
nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:  $Q_{1B} = 1,1 + \frac{\frac{65}{4} - 13}{14} \cdot 0,1 \approx 1,12$ .

Tứ phân vị thứ ba là  $\frac{y_{49} + y_{50}}{2}$ . Do  $y_{49}; y_{50}$  thuộc  $[1,2; 1,3)$

nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:  $Q_{3B} = 1,2 + \frac{3 \cdot \frac{65}{4} - 27}{24} \cdot 0,1 \approx 1,29$ .

Vậy  $Q_{1A} + Q_{3A} + Q_{1B} + Q_{3B} \approx 1,15 + 1,29 + 1,12 + 1,29 = 4,85$ .

**Câu 4:** Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng hình cung  $AB$  biểu thị bởi hàm số  $y = \frac{8}{\sqrt{3}} \cos \frac{x}{12} + 2$  với  $x \in [-6\pi; 6\pi]$  như hình minh họa sau:

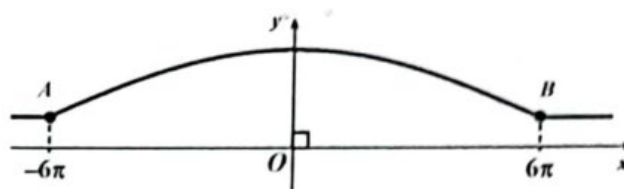


Biết qui định chiều cao tối đa của phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt nước gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5,2 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Tính bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng qui định (lấy số  $\pi \approx 3,14$ ). (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

**Lời giải**

**Trả lời: 12,6**

Chọn hệ trục tọa độ trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  như sau



Trong đó trục  $Ox$  mô tả là mặt nước thủy triều của sông; trục  $Oy$  là khoảng cách giữa đỉnh cầu và mặt nước thủy triều của sông.

Xét điểm  $M(x; y)$  nằm trên cung  $AB$ , khoảng cách từ điểm  $M(x; y)$  đến mặt nước tương ứng với giá trị tung độ  $y$  của điểm  $M$ .

$$\text{Xét phương trình } \frac{8}{\sqrt{3}} \cos \frac{x}{12} + 2 = 5,2 + 0,8 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vì } x \in [-6\pi; 6\pi] \Rightarrow \frac{x}{12} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{Nên } \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{12} = \pm \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm 2\pi \text{ hay } |x| = 2\pi$$

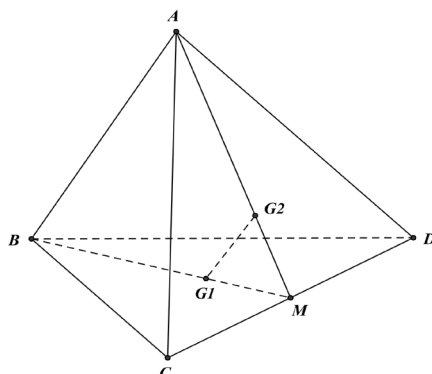
Để sà lan có thể đi qua được gầm cầu đúng qui định thì bề rộng khối hàng là

$$2|x| = 4\pi = 4 \times 3,14 = 12,56 \approx 12,6$$

**Câu 5:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G_1$  và  $G_2$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $BCD$  và  $ACD$ . Tìm tỉ số  $\frac{G_1G_2}{AB}$  (làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Trả lời: 0,33**



$G_1$  và  $G_2$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $BCD$  và  $ACD$  nên  $BG_1$ ,  $AG_2$  và  $CD$  đồng qui tại  $M$  (là trung điểm của  $CD$ ).

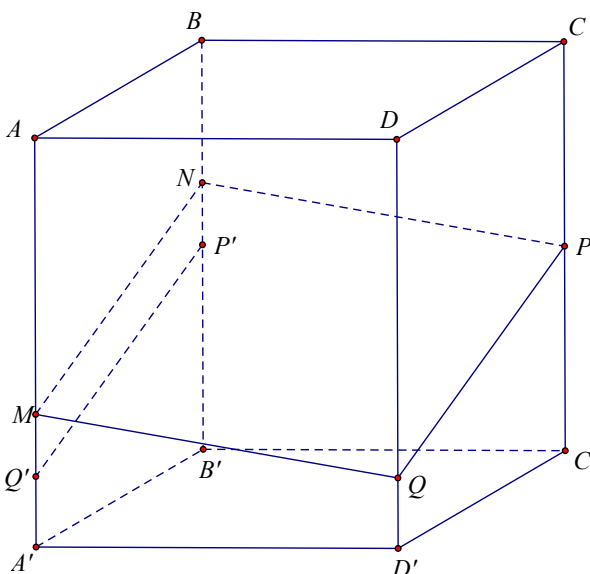
Vì  $G_1G_2 \parallel AB$  nên  $G_1G_2 \parallel (ABD)$  và  $G_1G_2 \parallel (ABC)$ .

Lại có  $\frac{G_1G_2}{AB} = \frac{MG_1}{MB} = \frac{1}{3} = 0,33$

**Câu 6:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Trên các cạnh  $AA'$ ;  $BB'$ ;  $CC'$  lần lượt lấy ba điểm  $M, N, P$  sao cho  $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}$ ;  $\frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}$ ;  $\frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$ . Biết mặt phẳng  $(MNP)$  cắt cạnh  $DD'$  tại  $Q$ . Tính tỉ số  $\frac{D'Q}{DD'}$ . (làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Trả lời: 0,17**



Gọi độ dài cạnh bên của hình hộp là  $a$ .

Giao tuyến của mặt phẳng  $(MNP)$  với  $(CDD'C')$  là đường thẳng đi qua  $P$  và song song với  $MN$

Gọi  $P'$  là trung điểm  $BB'$  và  $Q' \in AA': MN // P'Q'$ . Khi đó tứ giác  $MNP'Q'$  là hình bình hành và  $NP' = \frac{2}{3}a - \frac{1}{2}a = \frac{1}{6}a \Rightarrow MQ' = \frac{1}{6}a \Rightarrow Q'A' = MA' - MQ' = \frac{1}{6}a$ .

$$\text{Vậy } \frac{A'Q'}{AA'} = \frac{D'Q'}{DD'} = \frac{1}{6}.$$

### PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)

**Câu 1:** Tính giới hạn sau:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 2n} - 3n}{4n + 3}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 2n} - 3n}{4n + 3} &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \left( \sqrt{9 + \frac{2}{n}} - 3 \right)}{n \left( 4 + \frac{3}{n} \right)} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9 + \frac{2}{n}} - 3}{4 + \frac{3}{n}} = \frac{\sqrt{\lim_{n \rightarrow +\infty} 9 + \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n}} - \lim_{n \rightarrow +\infty} 3}{\lim_{n \rightarrow +\infty} 4 + \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n}} \\ &= \frac{\sqrt{9 + 0} - 3}{4 + 0} = 0 \end{aligned}$$

**Câu 2:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$ .

**Lời giải**

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3} - \frac{\sqrt[3]{x+5} - 2}{x-3} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x+1-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} - \frac{x+5-8}{(x-3)\left(\sqrt[3]{(x+5)^2} + 2\sqrt[3]{x+5} + 4\right)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} - \frac{1}{\sqrt[3]{(x+5)^2} + 2\sqrt[3]{x+5} + 4} \right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

**Câu 3:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ ,  $M$  là một điểm trên cạnh  $SC$ ,  $N$  là trên cạnh  $BC$ . Tìm giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(AMN)$ .

**Lời giải.**

Trong mặt phẳng  $(ABCD)$  gọi

$$O = AC \cap BD, J = AN \cap BD.$$

Trong  $(SAC)$  gọi  $I = SO \cap AM$  và

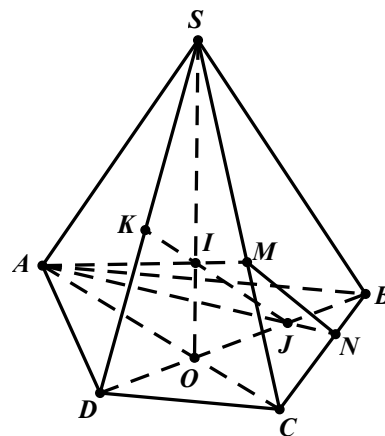
$$K = IJ \cap SD.$$

Ta có  $I \in AM \subset (AMN), J \in AN \subset (AMN)$

$$\Rightarrow IJ \subset (AMN).$$

Do đó  $K \in IJ \subset (AMN) \Rightarrow K \in (AMN).$

Vậy  $K = SD \cap (AMN)$



----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 03

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho ba mặt phẳng  $(\alpha), (\beta), (\gamma)$  đôi một song song với nhau. Đường thẳng  $\Delta$  cắt các mặt phẳng  $(\alpha), (\beta), (\gamma)$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$ . Đường thẳng  $\Delta'$  cắt các mặt phẳng  $(\alpha), (\beta), (\gamma)$  lần lượt tại  $A', B', C'$ . Tỷ số  $\frac{A'B'}{B'C'}$  bằng

- A.  $\frac{3}{7}$ .                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD A' B' C' D'$ . Mặt phẳng  $(ADD' A')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây

- A.  $(ADC' B')$ .                      B.  $(BCC' B')$ .                      C.  $(ABCD)$ .                      D.  $(A' B' C' D')$ .

**Câu 3:** Xét dãy các số tự nhiên lẻ  $1; 3; 5; 7; \dots; 2n-1; \dots$  số 2023 là số hạng thứ mấy?

- A. 2023.                      B. 1012.                      C. 1011.                      D. 2020.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD // BC$ ). Vị trí tương đối của hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  là

- A. Cắt nhau.                      B. Song song.                      C. Trùng nhau.                      D. Chéo nhau.

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SAD)$  là

- A. Đường thẳng  $SO$ .  
 B. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AD$ .  
 C. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AB$ .  
 D. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $CD$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Lấy  $M, N$  lần lượt là các điểm thuộc các cạnh  $SA, SB$  ( $M, N$  khác  $S$ ). Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $SC$  nằm trong mặt phẳng  $(CMN)$ .                      B.  $CM$  nằm trong mặt phẳng  $(SAC)$ .  
 C.  $MN$  nằm trong mặt phẳng  $(SAB)$ .                      D.  $CN$  nằm trong mặt phẳng  $(SBC)$ .

**Câu 7:** Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao ( $cm$ ) của 40 học sinh lớp 11 A.

Khoảng chiều cao ( $cm$ )	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	5	11	5	10	9

Trong lớp 11A, học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng  $160cm$  chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 22,5%.                      B. 47,5%.                      C. 25%.                      D. 60%.

**Câu 8:** Tập giá trị của hàm số  $y = 2 \sin x$  là

- A.  $[-2; 2]$ .                      B.  $[-1; 1]$ .                      C.  $[0; 2]$ .                      D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 9:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A' B' C'$ . Hình chiếu của điểm  $C$  trên mặt phẳng  $(A' B' C')$  theo phương  $AA'$  là

- A.  $C'$ .                      B.  $A'$ .                      C.  $B'$ .                      D.  $C$ .

**Câu 10:** Trên đường tròn lượng giác, cho điểm  $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$  là điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo  $\alpha$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.  $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      C.  $\cot \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 11:** Cho các giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ . Tính giá trị của  $\lim_{x \rightarrow x_0} [2f(x) - 3g(x)]$ .

- A.  $-7$ .      B.  $3$ .      C.  $11$ .      D.  $-1$ .

**Câu 12:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là **sai**?

- A.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = +\infty$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{3x} = -\infty$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{x}} = +\infty$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x^3} = +\infty$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

a) Hàm số đã cho xác định trên  $\mathbb{R}$ ; là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$  và có tập giá trị là  $T = [-1; 1]$ .

b) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  trên đường tròn lượng giác là 4.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$ .

d) Phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  có tất cả 16 nghiệm phân biệt trên khoảng  $[0; 10\pi]$ .

**Câu 2:** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau: **Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu. **Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

a) Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là  $u_1 = 120$ , công sai  $d_1 = 18$ .

b) Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.

c) Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.

d) Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $I, J$  lần lượt là trọng tâm của hai tam giác  $SAB$  và  $SCD$ ;  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Khi đó:

a)  $\frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$ .

b)  $IJ // (ABCD)$ .

c)  $BC$  song song với mặt phẳng  $(SAD), (SEF)$ .

d)  $BC$  cắt mặt phẳng  $(AIJ)$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ .

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ .
- c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ .
- d) Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x_0 = 1$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{9-x^2}{x-3} & \text{khi } x < 3 \\ 1-x & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$ . Biết  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = b$ .

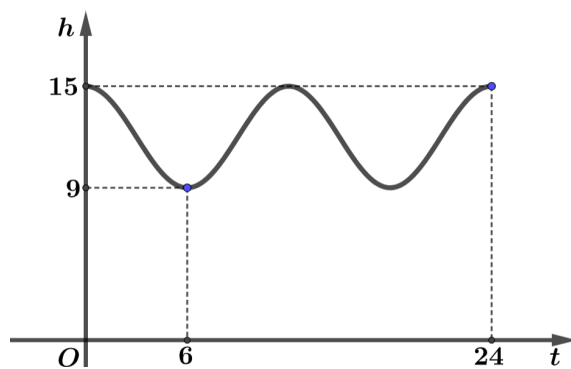
Tính  $a^2 + b^2$ .

**Câu 2:** Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  (giờ) trong một ngày ( $0 \leq t \leq 24$ ) cho bởi hàm số

$$h(t) = a \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + b$$

có đồ thị như hình bên dưới ( $a, b$  là các số thực dương). Gọi  $S$  là tập hợp

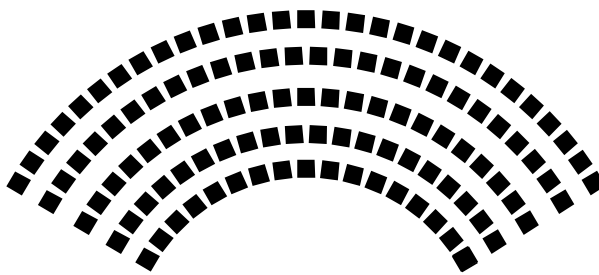
tất cả các thời điểm  $t$  trong ngày để chiều cao của mực nước biển là 15 mét. Tổng tất cả phần tử của  $S$  bằng



**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ ,  $P$  là điểm trên cạnh  $AB$  sao cho  $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của  $SC$  với mặt phẳng  $(MNP)$ . Tính  $\frac{SQ}{SC}$  (làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 4:** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 2} = 5$ . Tính giá trị biểu thức  $S = a + 2b$ .

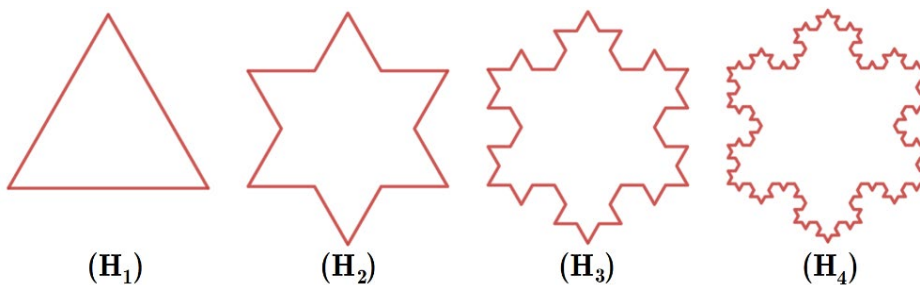
**Câu 5:** Một nhà hát có khu vực khán đài gồm 20 hàng ghế được xếp theo hình quạt (xem hình minh họa cho 5 hàng ghế đầu).



SÂN KHÁU

Hàng thứ nhất có 17 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 23 ghế, và cứ thế tiếp tục cho đến hàng cuối (hàng sau nhiều hơn hàng liền trước 3 ghế). Nhà hát bán vé cho một chương trình diễn ra tại đó theo các mức giá như sau: giá vé mỗi ghế ở hàng đầu tiên là 500 nghìn đồng, giá vé mỗi ghế ở hàng thứ hai thấp hơn giá vé mỗi ghế ở hàng đầu là 50 nghìn đồng và cứ thế, giá vé mỗi ghế ở hàng sau thấp hơn giá vé mỗi ghế ở hàng liền trước là 50 nghìn đồng. Biết giá vé giảm đến mức thấp nhất là 300 nghìn đồng mỗi ghế thì không giảm nữa. Hỏi Nhà hát có thể thu được số tiền bán vé tối đa là bao nhiêu triệu đồng?

**Câu 6:** Cho hình  $H_1$  là một tam giác đều có diện tích bằng 1. Tiếp đó, ta chia mỗi cạnh của tam giác ban đầu thành ba đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó sao cho chúng cùng với đoạn bỏ đi, tạo thành một tam giác đều về phía ngoài, ta được hình  $H_2$ . Cứ tiếp tục như vậy theo nguyên tắc: Từ hình  $H_n$ , để có hình  $H_{n+1}$ , ta chia mỗi cạnh của  $H_n$  thành ba đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó, sao cho chúng cùng với đoạn bỏ đi, tạo thành một tam giác đều về phía ngoài. Quá trình trên lặp đi, lặp lại cho ta một dãy các hình  $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n \dots$ . Gọi  $S_n$  là diện tích của hình  $H_n$ . Tính giá trị của  $S = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .



**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Tính các giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x - 2}$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$ ,  $N$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $NS = 2NB$ .

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(CMN)$  và  $(SBD)$ .
- b) Xác định giao điểm  $I$  của mặt phẳng  $(CMN)$  với đường thẳng  $SD$ .
- c) Gọi  $K$  là giao điểm của hai đường thẳng  $MN$  và  $AB$ . Chứng minh rằng  $CK$  song song với  $NI$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho ba mặt phẳng  $(\alpha), (\beta), (\gamma)$  đôi một song song với nhau. Đường thẳng  $\Delta$  cắt các mặt phẳng  $(\alpha), (\beta), (\gamma)$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$ . Đường thẳng  $\Delta'$  cắt các mặt phẳng  $(\alpha), (\beta), (\gamma)$  lần lượt tại  $A', B', C'$ . Tỷ số  $\frac{A'B'}{B'C'}$  bằng

A.  $\frac{3}{7}$ .                      B.  $\frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

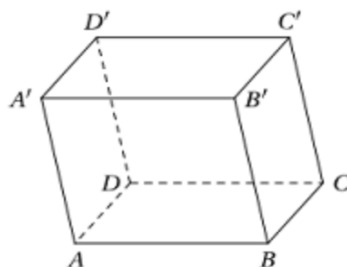
**Lời giải**

Áp dụng định lý Talet trong không gian ta được  $\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{3}{4}$

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD A' B' C' D'$ . Mặt phẳng  $(ADD' A')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây

A.  $(ADC' B')$ .                      B.  $(BCC' B')$ .                      C.  $(ABCD)$ .                      D.  $(A' B' C' D')$ .

**Lời giải**



**Câu 3:** Xét dãy các số tự nhiên lẻ  $1; 3; 5; 7; \dots; 2n - 1; \dots$  số 2023 là số hạng thứ mấy?

A. 2023.                      B. 1012.                      C. 1011.                      D. 2020.

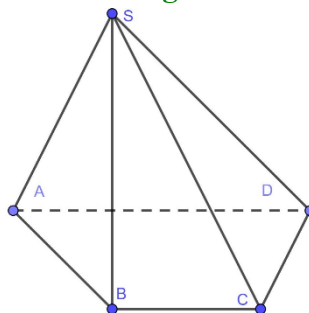
**Lời giải**

Số hạng tổng quát  $u_n = 2n - 1 = 2023 \Rightarrow n = 1012$

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD // BC$ ). Vị trí tương đối của hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  là

A. Cắt nhau.                      B. Song song.                      C. Trùng nhau.                      D. Chéo nhau.

**Lời giải**



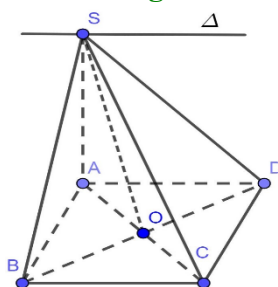
Ta có  $BC // AD \subset (SAD) \Rightarrow BC // (SAD)$

Mà  $AD \cap SA = A$  suy ra  $BC$  và  $SA$  chéo nhau.

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SAD)$  là

- A. Đường thẳng  $SO$ .
- B. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AD$ .**
- C. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AB$ .
- D. Đường thẳng qua  $S$  và song song với  $CD$ .

Lời giải



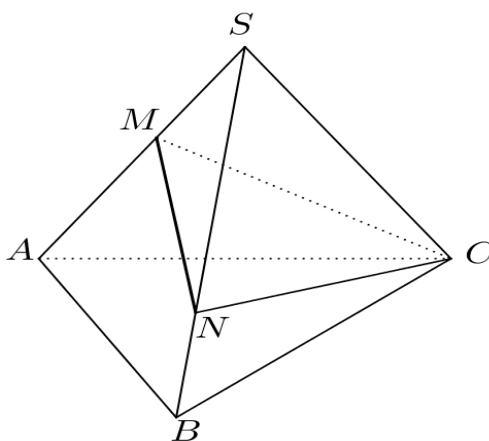
$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SBC) \cap (SAD) \\ AD // BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$$

Gọi  $\Delta = (SBC) \cap (SAD)$  suy ra  $\Delta$  là đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AD$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Lấy  $M, N$  lần lượt là các điểm thuộc các cạnh  $SA, SB$  ( $M, N$  khác  $S$ ). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $SC$  nằm trong mặt phẳng  $(CMN)$ .**
- B.  $CM$  nằm trong mặt phẳng  $(SAC)$ .
- C.  $MN$  nằm trong mặt phẳng  $(SAB)$ .
- D.  $CN$  nằm trong mặt phẳng  $(SBC)$ .

Lời giải



**Câu 7:** Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 40 học sinh lớp 11 **A.**

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	5	11	5	10	9

Trong lớp 11A, học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng  $160\text{cm}$  chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 22,5% .
- B. 47,5% .**
- C. 25% .
- D. 60% .

Lời giải

Tổng số học sinh cả lớp là 40 học sinh.

Số học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng  $160\text{cm}$  là 19 học sinh.

Do đó trong lớp 11A, học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng 160cm chiếm:

$$\frac{19}{40} \cdot 100\% = 47,5\%.$$

**Câu 8:** Tập giá trị của hàm số  $y = 2 \sin x$  là

- A.**  $[-2; 2]$ .                      **B.**  $[-1; 1]$ .                      **C.**  $[0; 2]$ .                      **D.**  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

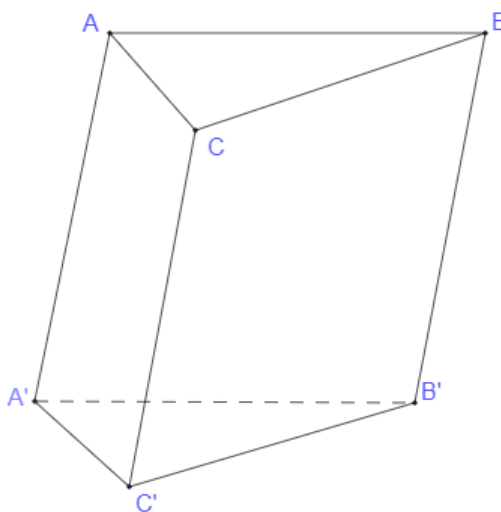
Ta có  $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin x \leq 2$ .

Do đó tập giá trị của hàm số  $y = 2 \sin x$  là  $[-2; 2]$ .

**Câu 9:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Hình chiếu của điểm  $C$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  theo phương  $AA'$  là

- A.**  $C'$ .                      **B.**  $A'$ .                      **C.**  $B'$ .                      **D.**  $C$ .

**Lời giải**



Vì  $\begin{cases} AA' // CC' \\ C' \in (A'B'C') \end{cases}$  nên hình chiếu của điểm  $C$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  theo phương  $AA'$  là  $C'$ .

**Câu 10:** Trên đường tròn lượng giác, cho điểm  $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$  là điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo  $\alpha$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.**  $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .                      **B.**  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .                      **C.**  $\cot \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .                      **D.**  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Lời giải**

Vì  $M(x; y)$  là điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo  $\alpha$  thì  $\sin \alpha = y$ .

**Câu 11:** Cho các giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ . Tính giá trị của  $\lim_{x \rightarrow x_0} [2f(x) - 3g(x)]$ .

- A.**  $-7$ .                      **B.**  $3$ .                      **C.**  $11$ .                      **D.**  $-1$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$  nên giá trị của

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [2f(x) - 3g(x)] = 2 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 3 = -7.$$

**Câu 12:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là sai?

A.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = +\infty$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{3x} = -\infty$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{x}} = +\infty$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x^3} = +\infty$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{3x} = +\infty$  vì  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} 2 = 2 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} 3x = 0 \\ x \rightarrow 0^+ \Rightarrow 3x > 0 \end{cases}$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

a) Hàm số đã cho xác định trên  $\mathbb{R}$ ; là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$  và có tập giá trị là  $T = [-1; 1]$ .

b) Số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  trên đường tròn lượng giác là 4.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$ .

d) Phương trình  $f(x) = \frac{1}{2}$  có tất cả 16 nghiệm phân biệt trên khoảng  $[0; 10\pi]$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

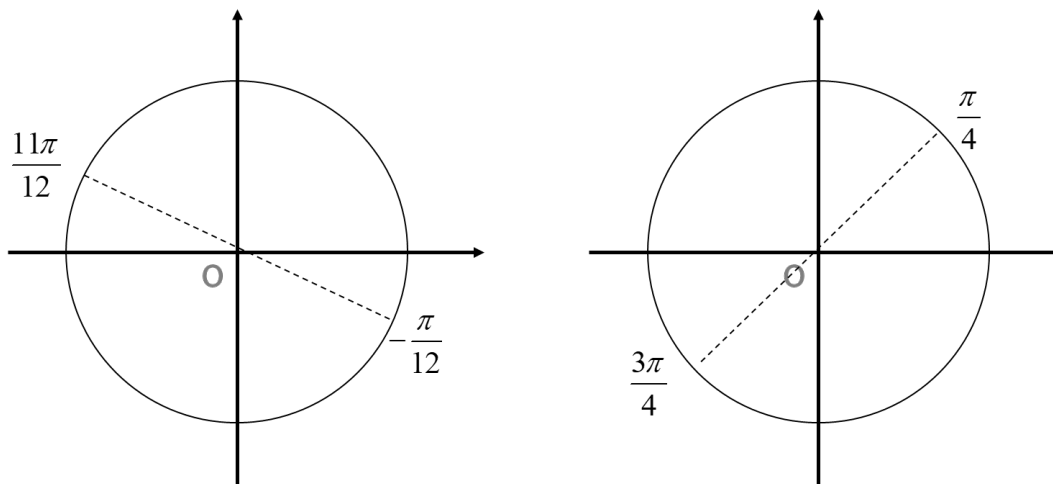
a) Đúng: Hàm số đã cho xác định trên  $\mathbb{R}$ ; là hàm số chẵn; là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$  và có tập giá trị là  $T = [-1; 1]$ .

b) Đúng: Phương trình  $f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Biểu diễn nghiệm  $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$  trên đường tròn lượng giác ta được 2 vị trí (hình 1).

Biểu diễn nghiệm  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  trên đường tròn lượng giác ta được 2 vị trí (hình 2).



Vậy số vị trí biểu diễn các nghiệm của phương trình  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$  trên đường tròn lượng giác là 4.

c) Đúng: Phương trình đã cho có 2 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$  là  $\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}$ .

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{7\pi}{6}$ .

d) Sai: Phương trình đã cho có 4 nghiệm trên  $[0; 2\pi]$  là  $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}$ , suy ra trên khoảng  $[0; 10\pi]$  phương trình đã cho có 20 nghiệm phân biệt.

**Câu 2:** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau: **Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu. **Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

a) Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là  $u_1 = 120$ , công sai  $d_1 = 18$ .

b) Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.

c) Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.

d) Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là  $u_1 = 120$ , công sai  $d_1 = 18$  là mệnh đề đúng.

b) Trong phương án 1:  $u_3 = 120 + 2.18 = 156$  triệu. Do đó **mệnh đề b) sai**.

c) Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là

$$S_3 = \frac{(u_1 + u_3).3}{2} = \frac{(120 + 156).3}{2} = 414 \text{ triệu. Do đó mệnh đề c) đúng.}$$

d) Trong phương án 2: Dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là  $v_1 = 24$ , công sai  $d_2 = 1,8$ , lương tăng theo quý. Ba năm tương ứng với 12 quý.

Ta có  $v_{12} = 24 + 11.1,8 = 43,8$  triệu.

Tổng số tiền lương nhận được sau 3 năm tương ứng với 12 quý là:

$$S_{12} = \frac{(v_1 + v_{12}) \cdot 12}{2} = (24 + 43,8) \cdot 6 = 406,8 \text{ triệu.}$$

Ta nhận thấy  $406,8 < 414$ .

Vậy nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

Do đó **mệnh đề d) đúng**.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $I, J$  lần lượt là trọng tâm của hai tam giác  $SAB$  và  $SCD$ ;  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Khi đó:

a)  $\frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$ .

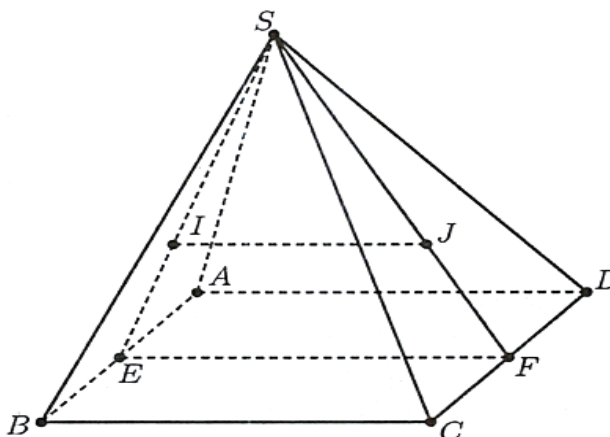
b)  $IJ \parallel (ABCD)$ .

c)  $BC$  song song với mặt phẳng  $(SAD), (SEF)$ .

d)  $BC$  cắt mặt phẳng  $(AIJ)$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) **Đúng**.

Do  $I, J$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $SAB$  và  $SCD$  nên  $\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$ .

b) **Đúng**.

Do  $I, J$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $SAB$  và  $SCD$  nên

$$\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel EF \text{ mà } EF \subset (ABCD) \Rightarrow IJ \parallel (ABCD).$$

c) **Đúng**.

Vì  $BC \parallel AD, AD \subset (SAD) \Rightarrow BC \parallel (SAD)$ .

Vì  $EF$  là đường trung bình của hình bình hành  $ABCD$  nên

$BC \parallel EF, EF \subset (SEF) \Rightarrow BC \parallel (SEF)$ .

d) **Sai**.

Ta có:  $IJ \parallel EF, EF \parallel BC \Rightarrow BC \parallel IJ$  mà  $IJ \subset (AIJ) \Rightarrow BC \parallel (AIJ)$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ .

d) Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x_0 = 1$ .

**Lời giải**

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( -\frac{x}{2} \right) = 0.$$

b) Sai

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \right) = \frac{1}{4}.$$

c) Đúng

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x - 2}{x + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{3}{x + 1} \right) = 1.$$

d) Đúng

Ta có:

$$f(1) = -\frac{1}{2} \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left( -\frac{x}{2} \right) = -\frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{x - 2}{x + 1} \right) = -\frac{1}{2}.$$

Vậy  $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  nên hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x_0 = 1$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{9 - x^2}{x - 3} & \text{khi } x < 3 \\ 1 - x & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$ . Biết  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = b$ .

Tính  $a^2 + b^2$ .

**Lời giải**

**Trả lời:** 40

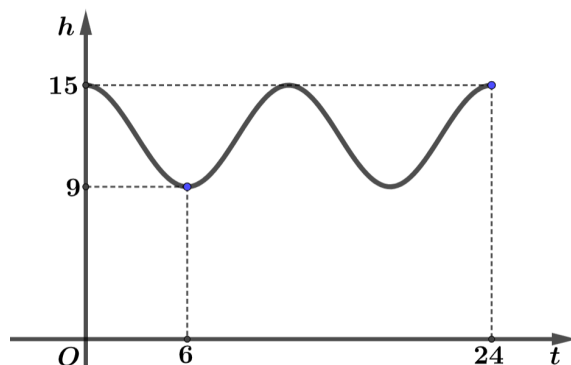
Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{9 - x^2}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} (-(x + 3)) = -6 = a.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (1 - x) = -2 = b.$$

$$\text{Khi đó: } a^2 + b^2 = (-6)^2 + (-2)^2 = 40.$$

**Câu 2:** Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian  $t$  (giờ) trong một ngày ( $0 \leq t \leq 24$ ) cho bởi hàm số  $h(t) = a \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + b$  có đồ thị như hình bên dưới ( $a, b$  là các số thực dương). Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các thời điểm  $t$  trong ngày để chiều cao của mực nước biển là 15 mét. Tổng tất cả phần tử của  $S$  bằng



**Lời giải**

**Trả lời: 36**

Theo đồ thị ta có: 
$$\begin{cases} h(6) = 9 \\ h(24) = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 9 \\ a + b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 12 \end{cases}$$

Suy ra:  $h(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 12$ .

Theo đề bài yêu cầu:

$$h(t) = 15 \Leftrightarrow 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 12 = 15 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6}t = k2\pi \Leftrightarrow t = 12k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì:  $0 \leq t \leq 24$  nên  $t = 0, t = 12, t = 24$

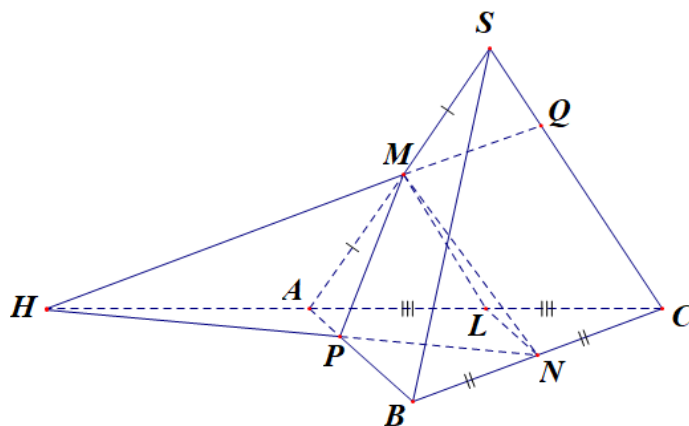
Suy ra:  $S = \{0; 12; 24\}$

Tổng các phần tử của  $S$  bằng:  $0 + 12 + 24 = 36$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ ,  $P$  là điểm trên cạnh  $AB$  sao cho  $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của  $SC$  với mặt phẳng  $(MNP)$ . Tính  $\frac{SQ}{SC}$  (làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Trả lời: 0,33**



Tìm giao điểm  $Q$  của  $SC$  với mặt phẳng  $(MNP)$

Chọn mặt phẳng phụ  $(SAC)$  chứa  $SC$

Trong  $(ABC)$  gọi  $H = AC \cap NP$

Suy ra  $(MNP) \cap (SAC) = HM$ . Khi đó  $Q$  là giao điểm của  $HM$  và  $SC$ .

Gọi  $L$  là trung điểm  $AC$

$$\text{Ta có } \frac{HA}{HL} = \frac{AP}{LN} = \frac{\frac{1}{3}AB}{\frac{1}{2}AB} = \frac{2}{3} \text{ (vì } M, N \text{ là trung điểm của } AC \text{ và } BC \text{ nên } LN = \frac{1}{2}AB)$$

$$\Rightarrow HA = \frac{2}{3}HL$$

$$\text{Mà } LC = AL = HL - HA = HL - \frac{2}{3}HL = \frac{1}{3}HL \text{ nên } HL = \frac{3}{4}HC$$

$$\text{Mặt khác ta có } \frac{HC}{HL} = \frac{QC}{ML} = \frac{4}{3} \text{ (vì } ML // SC)$$

$$\text{Mà } 2ML = SC \text{ nên } \frac{QC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 4:** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 2} = 5$ . Tính giá trị biểu thức  $S = a + 2b$ .

**Lời giải**

**Trả lời: -4**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 2} = 5$  là 1 số hữu hạn và  $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) = 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2} (ax^2 + bx - 2) = 0$  hay

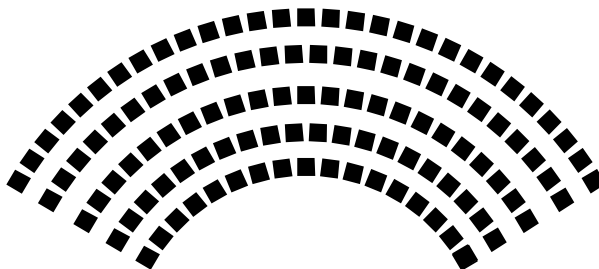
$$4a + 2b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 1 - 2a.$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + (1 - 2a)x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + x - 2ax - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(ax^2 - 2ax) + (x - 2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(ax + 1)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (ax + 1) = 2a + 1 = 5 \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

Suy ra  $b = -3$ . Vậy  $S = -4$ .

**Câu 5:** Một nhà hát có khu vực khán đài gồm 20 hàng ghế được xếp theo hình quạt (xem hình minh họa cho 5 hàng ghế đầu).



SÂN KHÁU

Hàng thứ nhất có 17 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 23 ghế, và cứ thế tiếp tục cho đến hàng cuối (hàng sau nhiều hơn hàng liền trước 3 ghế). Nhà hát bán vé cho một chương trình diễn ra tại đó theo các mức giá như sau: giá vé mỗi ghế ở hàng đầu tiên là 500 nghìn đồng, giá vé mỗi ghế ở hàng thứ hai thấp hơn giá vé mỗi ghế ở hàng đầu là 50 nghìn đồng và cứ thế, giá vé mỗi ghế ở hàng sau thấp hơn giá vé mỗi ghế ở hàng liền trước là 50 nghìn đồng. Biết giá vé giảm đến mức thấp nhất là 300 nghìn đồng mỗi ghế thì không giảm nữa. Hỏi Nhà hát có thể thu được số tiền bán vé tối đa là bao nhiêu triệu đồng?

**Lời giải**

**Trả lời: 283**

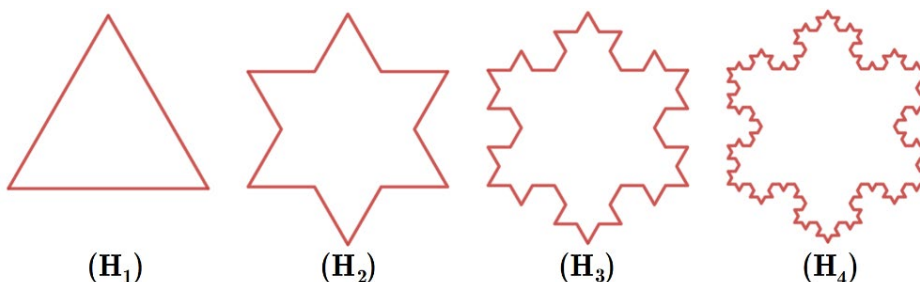
Số ghế mỗi hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 17$  và công sai  $d = 3$ .

Khi đó tổng số tiền tối đa mà nhà hát thu được là:

$$\begin{aligned} S &= 500u_1 + 450u_2 + 400u_3 + 350u_4 + 300u_5 + \dots + 300u_{20} \\ &= (200u_1 + 150u_2 + 100u_3 + 50u_4) + 300(u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{20}) \\ &= (200 \cdot 17 + 150 \cdot 20 + 100 \cdot 23 + 50 \cdot 26) + 300 \left( 20u_1 + \frac{20 \cdot 19}{2} d \right) \\ &= 10\,000 + 273\,000 = 283\,000 \text{ (nghìn đồng)}. \end{aligned}$$

Vậy nhà hát thu được nhiều nhất 283 triệu đồng.

**Câu 6:** Cho hình  $H_1$  là một tam giác đều có diện tích bằng 1. Tiếp đó, ta chia mỗi cạnh của tam giác ban đầu thành ba đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó sao cho chúng cùng với đoạn bỏ đi, tạo thành một tam giác đều về phía ngoài, ta được hình  $H_2$ . Cứ tiếp tục như vậy theo nguyên tắc: Từ hình  $H_n$ , để có hình  $H_{n+1}$ , ta chia mỗi cạnh của  $H_n$  thành ba đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bởi hai đoạn bằng nó, sao cho chúng cùng với đoạn bỏ đi, tạo thành một tam giác đều về phía ngoài. Quá trình trên lặp đi, lặp lại cho ta một dãy các hình  $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n, \dots$ . Gọi  $S_n$  là diện tích của hình  $H_n$ . Tính giá trị của  $S = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .



**Lời giải**

**Trả lời: 1,6**

Ta có tam giác đều mới xuất hiện đồng dạng với tam giác đều trước với tỉ số  $\frac{1}{3}$  nên diện tích của mỗi tam giác đều xuất hiện mới lần lượt là  $S_1, \frac{S_1}{9}, \frac{S_1}{9^2}, \frac{S_1}{9^3}, \dots$

$$\text{Ta có: } S_2 - S_1 = 3 \cdot \frac{S_1}{9} = \frac{S_1}{3}$$

$$S_3 - S_2 = 4 \cdot 3 \cdot \frac{S_1}{9^2} = \frac{4}{9} \cdot \frac{S_1}{3}$$

$$S_4 - S_3 = 4^2 \cdot 3 \cdot \frac{S_1}{9^3} = \left(\frac{4}{9}\right)^2 \cdot \frac{S_1}{3}$$

$$\text{Cứ như vậy (bằng quy nạp), ta được } S_n - S_{n-1} = \left(\frac{4}{9}\right)^{n-2} \cdot \frac{S_1}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S_n &= (S_n - S_{n-1}) + (S_{n-1} - S_{n-2}) + \dots + (S_3 - S_2) + (S_2 - S_1) + S_1 \\ &= \left(\frac{4}{9}\right)^{n-2} \cdot \frac{S_1}{3} + \left(\frac{4}{9}\right)^{n-3} \cdot \frac{S_1}{3} + \dots + \frac{4}{9} \cdot \frac{S_1}{3} + \frac{S_1}{3} + S_1 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } S_n = \frac{S_1}{3} \left[ \left(\frac{4}{9}\right)^{n-2} + \left(\frac{4}{9}\right)^{n-3} + \dots + \frac{4}{9} + 1 \right] + S_1$$

Khi  $n \rightarrow +\infty$  thì  $\left(\frac{4}{9}\right)^{n-2} + \left(\frac{4}{9}\right)^{n-3} + \dots + \frac{4}{9} + 1$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu

$$u_1 = 1 \text{ và công bội } q = \frac{4}{9} \text{ nên } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \left(\frac{4}{9}\right)^{n-2} + \left(\frac{4}{9}\right)^{n-3} + \dots + \frac{4}{9} + 1 \right] = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{4}{9}} = \frac{9}{5}$$

$$\text{Do đó } S = \lim_{x \rightarrow +\infty} S_n = \frac{S_1}{3} \cdot \frac{9}{5} + S_1 = \frac{8}{5} S_1 = \frac{8}{5} \cdot 1 = \frac{8}{5}$$

### PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)

**Câu 1:** Tính các giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x - 2}$ .

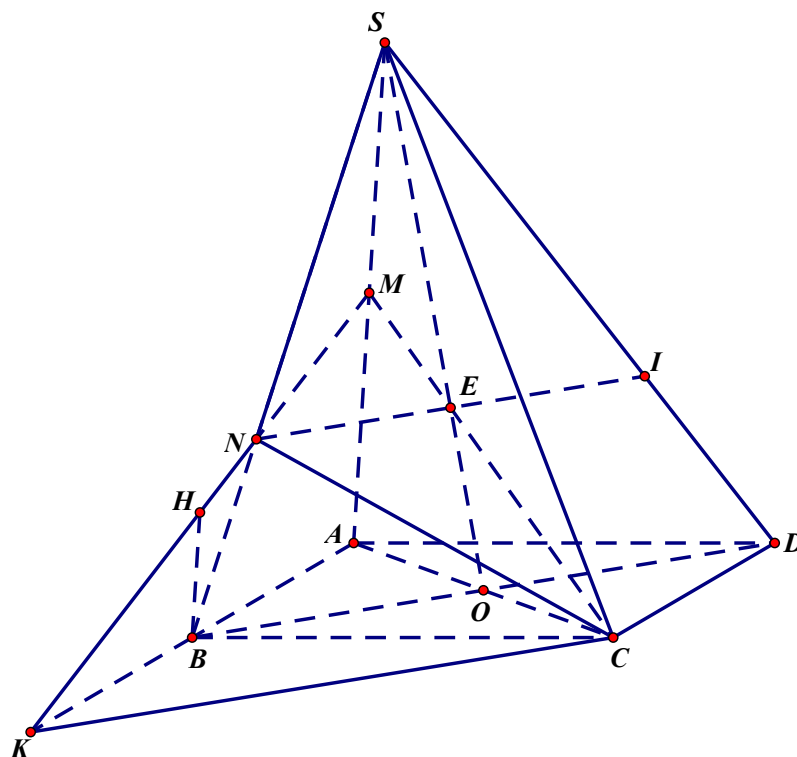
**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{2} = \frac{3}{2}$$

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$ ,  $N$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $NS = 2NB$ .

- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(CMN)$  và  $(SBD)$ .
- Xác định giao điểm  $I$  của mặt phẳng  $(CMN)$  với đường thẳng  $SD$ .
- Gọi  $K$  là giao điểm của hai đường thẳng  $MN$  và  $AB$ . Chứng minh rằng  $CK$  song song với  $NI$ .

**Lời giải**



a) Trong  $(SAC)$ , gọi  $E = MC \cap SO$ . Khi đó  $\begin{cases} E \in SO \subset (SBD) \\ E \in MC \subset (CMN) \end{cases} \Rightarrow E \in (CMN) \cap (SBD)..$

Ta có  $\begin{cases} N \in (CMN) \\ N \in SB \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow N \in (CMN) \cap (SBD).$

Suy ra  $NE = (CMN) \cap (SBD).$

b) Trong  $(SBD)$ , gọi  $I = NE \cap SD$ , suy ra  $\begin{cases} I \in SD \\ I \in NE \subset (CMN) \end{cases} \Rightarrow I = SD \cap (CMN).$

c) Gọi  $H$  là điểm thuộc  $MK$  sao cho  $HB // SA$ .

Khi đó  $\frac{KB}{KA} = \frac{HB}{MA} = \frac{HB}{SM} = \frac{NB}{NS} = \frac{1}{2}$ . Suy ra  $B$  là trung điểm  $KA$ .

Khi đó  $N$  là trọng tâm tam giác  $SAK$  nên  $\frac{MN}{MK} = \frac{1}{3}$ .

Mặt khác  $E$  cũng là trọng tâm tam giác  $SAC$  nên  $\frac{ME}{MC} = \frac{1}{3}$ .

Khi đó  $\frac{MN}{MA} = \frac{ME}{MC} = \frac{1}{3}$ . Vậy  $CK // NE$  hay  $CK // NI$ .

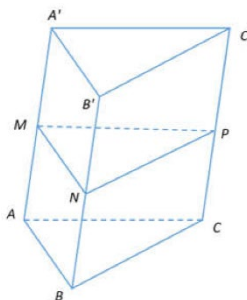
----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 04

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N, P$  theo thứ tự là trung điểm của các cạnh  $AA', BB', CC'$  (Hình vẽ sau).



Mặt phẳng  $(MNP)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(ABC)$ .                      B.  $(BMN)$ .                      C.  $(A'C'C)$ .                      D.  $(BCA')$ .

**Câu 2:** Tổng  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị là:

- A.  $-\frac{3}{2}$ .                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $-\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 3:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x - 1}$

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$     B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$   
 C.  $D = \mathbb{R}$                       D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $G, H$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $\Delta ABC$  và  $\Delta SAB$ ,  $M$  là trung điểm  $AB$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $GH \parallel (SAC)$  và  $(SMC)$                       B.  $GH \parallel (SAC)$  và  $(SBC)$   
 C.  $GH \parallel (SBC)$  và  $(SMC)$                       D.  $GH \parallel (SAC)$  và  $(SAB)$

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$  và  $d = 3$ . Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đã cho?

- A. Thứ 15.                      B. Thứ 35.                      C. Thứ 20.                      D. Thứ 36.

**Câu 6:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G_1, G_2, G_3$  theo thứ tự là trọng tâm các tam giác  $ABC, ACD, ABD$ . Mặt phẳng  $(G_1G_2G_3)$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A.  $(ACD)$ .                      B.  $(BCG_2)$ .                      C.  $(BCD)$ .                      D.  $(ABC)$ .

**Câu 7:** Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2}{x-2}$  là:

- A.  $+\infty$ .                      B. 1.                      C.  $-\infty$ .                      D. 0.

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow -2} [13 - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?

- A. 1.                      B. -7.                      C. -17.                      D. 9.

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .                      B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .  
 C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .                      D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\sqrt{9x^2+1}}{x+1} \right)$  bằng

- A.  $-9$ .                      B.  $9$ .                      C.  $-3$ .                      D.  $3$ .

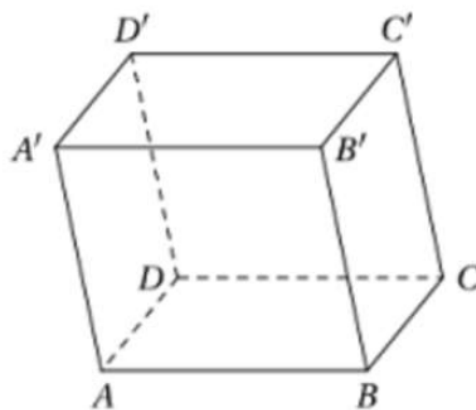
**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = -\infty$ . Giá trị của  $\lim \frac{1}{2u_n + 5}$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  $-\frac{1}{5}$ .                      C.  $0$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 12:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (Hình vẽ sau).

Phép chiếu song song có phương chiếu  $AA'$ , mặt phẳng chiếu  $(ABCD)$  biến điểm  $B'$  thành điểm nào?

- A.  $B$ .                      B.  $C$ .  
 C.  $A$ .                      D.  $D$ .



**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình  $(2 \sin x - 1)(\cos x + 1) = 0$ .

- a)  $x = \frac{\pi}{6}$  là một nghiệm của phương trình.  
 b) Phương trình có tập nghiệm là:  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là  $x = -\pi$   
 d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc nửa khoảng  $[-2\pi; 3\pi)$  bằng  $3\pi$ .

**Câu 2:** Khi đo mắt cho học sinh khối 11 ở một trường THPT Hưng Yên nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	$[0, 25; 0, 75)$	$[0, 75; 1, 25)$	$[1, 25; 1, 75)$	$[1, 75; 2, 25)$	$[2, 25; 2, 75)$
Số lần	25	32	14	12	4

- a) Giá trị đại diện của nhóm  $[1, 25; 1, 75)$  là  $1, 25$   
 b) Nhóm chứa một của số liệu là  $[0, 75; 1, 25)$ .  
 c) Một của mẫu số liệu là  $M_o = 0, 89$ .  
 d) Trung vị của mẫu số liệu là  $M_e = 1, 039$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -8$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, P$  theo thứ tự là trung điểm của các cạnh  $SB, BC$  và  $SD$ . Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng  $SA$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$ .

b) Hai đường thẳng  $MP$  và  $SC$  cắt nhau.

c) Giao tuyến của mặt phẳng  $(MNP)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là đường thẳng đi qua  $N$  và song song với đường thẳng  $BD$ .

d) Biết rằng đường thẳng  $SA$  cắt mặt phẳng  $(MNP)$  tại điểm  $K$ , khi đó  $\frac{SK}{SA} = \frac{1}{4}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (Triệu đồng/ $m^2$ )	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)

**Câu 2:** Một ruộng bậc thang có thửa thấp nhất (bậc thứ nhất) nằm ở độ cao  $950m$  so với mực nước biển, độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới trung bình là  $1,4m$ . Hỏi thửa ruộng ở bậc thứ 16 có độ cao là bao nhiêu mét so với mực nước biển?



**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ ,  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $A, M$  và song song với  $SD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $SB$  tại  $N$ , tính tỉ số  $\frac{SN}{SB}$  (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

**Câu 4:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$ . Tính  $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$ . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 5:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} = 5$ . ( $b, c \in \mathbb{R}$ ). Tìm giá trị của biểu thức  $T = b + c$ .

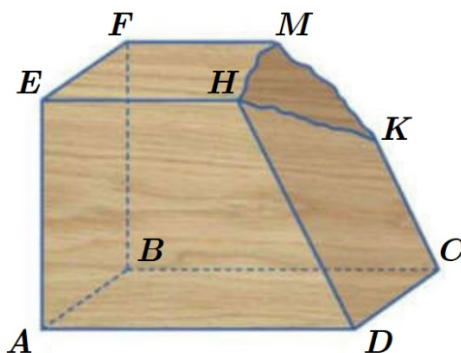
**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $AC$  sao cho  $AM = 3.MC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M$ ,  $(\alpha)$  song song với  $BD, SC$ . Giao điểm của  $(\alpha)$  và các cạnh của hình chóp tạo thành đa giác có bao nhiêu cạnh?

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$ .

**Câu 2:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABD$ ,  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $MB = 2MC$ . Chứng minh rằng  $MG \parallel (ACD)$ .

**Câu 3:** Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với  $(ABCD) \parallel (EFMH), CK \parallel DH$ . Khối gỗ bị hỏng một góc (hình tham khảo bên dưới). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng  $(R)$  đi qua  $K$  và song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ .



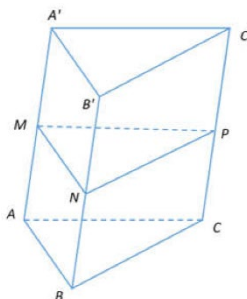
Hãy giúp bác thợ mộc xác định giao tuyến của mặt phẳng  $(R)$  với các mặt của khối gỗ để cắt được chính xác.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N, P$  theo thứ tự là trung điểm của các cạnh  $AA', BB', CC'$  (Hình vẽ sau).



Mặt phẳng  $(MNP)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.**  $(ABC)$ .                      **B.**  $(BMN)$ .                      **C.**  $(A'C'C)$ .                      **D.**  $(BCA')$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN // AB \\ NP // BC \\ MN \cap NP = N \\ AB \cap BC = B \end{cases} \Rightarrow (MNP) // (ABC)$$

**Câu 2:** Tổng  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị là:

- A.**  $-\frac{3}{2}$ .                      **B.**  $\frac{2}{3}$ .                      **C.**  $-\frac{2}{3}$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1$  và  $q = \frac{1}{3}$ .

$$\text{Vậy } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 3:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x - 1}$

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$     **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$   
**C.**  $D = \mathbb{R}$                       **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Lời giải**

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định của hàm số là:  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $G, H$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $\Delta ABC$  và  $\Delta SAB$ ,  $M$  là trung điểm  $AB$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

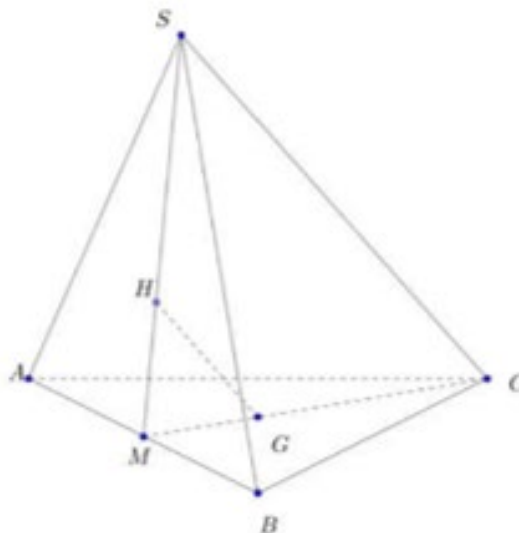
A.  $GH \parallel (SAC)$  và  $(SMC)$

B.  $GH \parallel (SAC)$  và  $(SBC)$

C.  $GH \parallel (SBC)$  và  $(SMC)$

D.  $GH \parallel (SAC)$  và  $(SAB)$

Lời giải



$G$  là trọng tâm tam giác  $\Delta ABC$ , ta có:  $\frac{MH}{MS} = \frac{1}{3}$

$H$  là trọng tâm tam giác  $\Delta SAB$ , ta có:  $\frac{MG}{MC} = \frac{1}{3}$

Xét tam giác  $\Delta MSC$ , có  $\frac{MH}{MS} = \frac{MG}{MC} = \frac{1}{3}$  nên  $HG \parallel SC$ .

Vì  $\begin{cases} HG \parallel SC \\ HG \not\subset (SAC) \\ SC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow HG \parallel (SAC).$

Vì  $\begin{cases} HG \parallel SC \\ HG \not\subset (SBC) \\ SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow HG \parallel (SBC).$

Vậy  $GH \parallel (SAC)$  và  $(SBC)$

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$  và  $d = 3$ . Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đã cho?

A. Thứ 15.

B. Thứ 35.

C. Thứ 20.

D. Thứ 36.

Lời giải

Ta có:  $100 = -5 + (n-1)3 \Leftrightarrow 3n = 108 \Leftrightarrow n = 36$

**Câu 6:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G_1, G_2, G_3$  theo thứ tự là trọng tâm các tam giác  $ABC, ACD, ABD$ . Mặt phẳng  $(G_1G_2G_3)$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

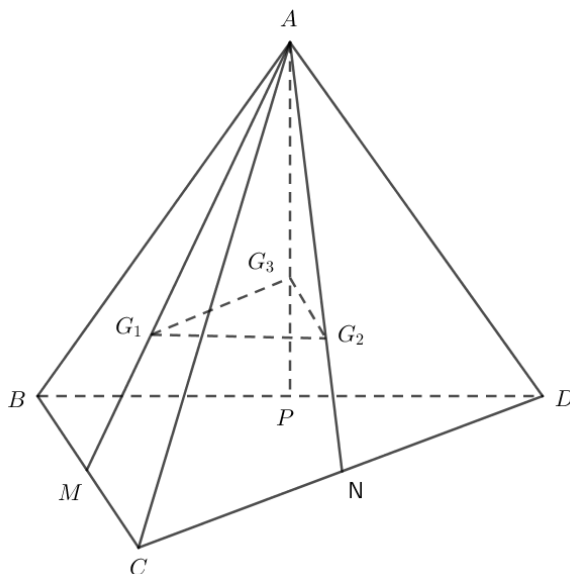
A.  $(ACD)$ .

B.  $(BCG_2)$ .

C.  $(BCD)$ .

D.  $(ABC)$ .

Lời giải



Dễ dàng nhận thấy mặt phẳng  $(G_1G_2G_3)$  song song với mặt phẳng  $(BCD)$ .

**Câu 7:** Kết quả của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2}{x-2}$  là:

- A.  $+\infty$ .                      B. 1.                      **C.  $-\infty$ .**                      D. 0.

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (-2) = -2 < 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0$  và  $x-2 > 0$  khi  $x > 2$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2}{x-2} = -\infty$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow -2} [13 - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?

- A. 1.                      **B. -7.**                      C. -17.                      D. 9.

**Lời giải**

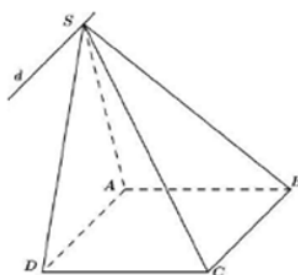
Vì  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5$  nên  $\lim_{x \rightarrow -2} [13 - 4f(x)] = \lim_{x \rightarrow -2} 13 - 4 \cdot \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 13 - 4 \cdot 5 = -7$ .

Vậy  $\lim_{x \rightarrow -2} [13 - 4f(x)] = -7$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .                      B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .  
**C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .**                      D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Lời giải**



Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AD // BC$

Điểm  $S$  thuộc cả hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ .

Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$  là đường thẳng  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$  và  $AD$ .

**Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{x+1} \right)$  bằng

A. -9.

B. 9.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{-x \sqrt{9 + \frac{1}{x^2}}}{x \left( 1 + \frac{1}{x} \right)} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{-\sqrt{9 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} \right) = -3.$$

**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = -\infty$ . Giá trị của  $\lim \frac{1}{2u_n + 5}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B.  $-\frac{1}{5}$ .

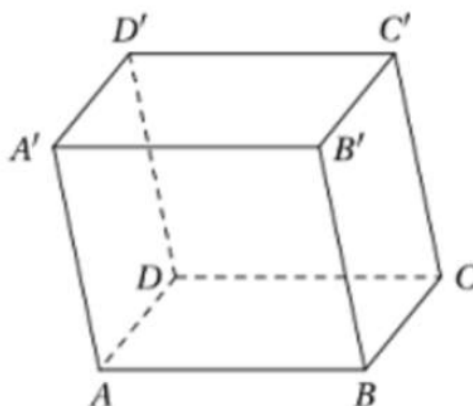
C. 0.

D.  $+\infty$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim u_n = -\infty \text{ nên giá trị của } \lim \frac{1}{2u_n + 5} = \frac{1}{2 \lim u_n + 5} = 0.$$

**Câu 12:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (Hình vẽ sau).



Phép chiếu song song có phương chiếu  $AA'$ , mặt phẳng chiếu  $(ABCD)$  biến điểm  $B'$  thành điểm nào?

A. B.

B. C.

C. A.

D. D.

Lời giải

Phép chiếu song song có phương chiếu  $AA'$ , mặt phẳng chiếu  $(ABCD)$  biến điểm  $B'$  thành điểm B.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình  $(2 \sin x - 1)(\cos x + 1) = 0$ .

a)  $x = \frac{\pi}{6}$  là một nghiệm của phương trình.

b) Phương trình có tập nghiệm là:  $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là  $x = -\pi$

d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc nửa khoảng  $[-2\pi; 3\pi)$  bằng  $3\pi$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng: Thay  $x = \frac{\pi}{6}$  thỏa mãn phương trình.

$$b) \text{ Sai: } (2 \sin x - 1)(\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

c) Đúng : Với  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$ . Nghiệm âm lớn nhất là  $x = \frac{-11\pi}{6}$

Với  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$ . Nghiệm âm lớn nhất là  $x = \frac{-7\pi}{6}$

Với  $x = \pi + k2\pi < 0 \Rightarrow k \leq -1$ . Nghiệm âm lớn nhất là  $x = -\pi$

$$d) \text{ Đúng : Theo ý trên ta thấy phương trình có nghiệm: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

TH 1: Với  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$

TH 2:  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k \leq 1 \Rightarrow T = \frac{5\pi}{2}$

TH 3:  $x = \pi + k2\pi \in [-2\pi; 3\pi) \Rightarrow -2\pi \leq \pi + k2\pi < 3\pi \Rightarrow -1 \leq k < 1 \Rightarrow T = 0$

**Câu 2:** Khi đo mắt cho học sinh khối 11 ở một trường THPT Hưng Yên nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Số lần	25	32	14	12	4

a) Giá trị đại diện của nhóm [1, 25; 1, 75) là 1,25

b) Nhóm chứa một của số liệu là [0, 75; 1, 25).

c) Một của mẫu số liệu là  $M_0 = 0,89$ .

d) Trung vị của mẫu số liệu là  $M_e = 1,039$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Giá trị đại diện	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
Số lần	25	32	14	12	4

a) Giá trị đại diện của nhóm [1, 25; 1, 75) là  $c = \frac{1,25 + 1,75}{2} = 1,50$ .

b) Nhóm  $[0,75;1,25)$  có số lần là 32 lớn nhất nên nhóm  $[0,75;1,25)$  chứa một của số liệu.

c) Một của mẫu số liệu là  $M_e = 0,75 + \frac{32-25}{(32-25)+(32-14)}(1,25-0,75) = 0,89$ .

d) Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{87}$  lần lượt là chỉ số mắt cận của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có  $x_1, \dots, x_{25} \in [0,25;0,75); x_{26}, \dots, x_{57} \in [0,75;1,25)$ ; nên trung vị của mẫu là

$x_{44} \in [0,75;1,25)$ .

Ta xác định được  $n = 87, n_m = 32, C = 25, u_m = 0,75; u_{m+1} = 1,25$ .

Nên:  $M_e = 0,75 + \frac{\frac{87}{2} - 25}{32}(1,25 - 0,75) = 1,039$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -8$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	----------------	---------------

a) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x+2}) = \sqrt{5}$ . Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (1-x^2) = 1-2^2 = -3$ . Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x+2}) = \sqrt{2+2} = 2$ . Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Vì  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  nên không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ . Suy ra mệnh đề **sai**.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, P$  theo thứ tự là trung điểm của các cạnh  $SB, BC$  và  $SD$ . Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng  $SA$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$ .

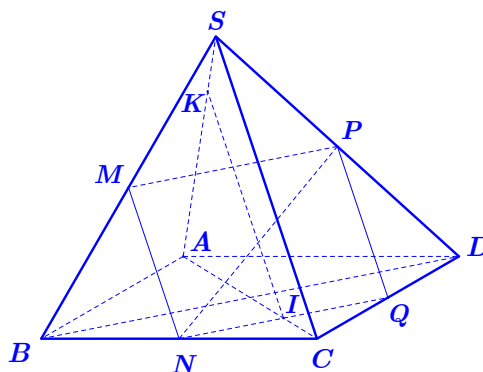
b) Hai đường thẳng  $MP$  và  $SC$  cắt nhau.

c) Giao tuyến của mặt phẳng  $(MNP)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là đường thẳng đi qua  $N$  và song song với đường thẳng  $BD$ .

d) Biết rằng đường thẳng  $SA$  cắt mặt phẳng  $(MNP)$  tại điểm  $K$ , khi đó  $\frac{SK}{SA} = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Sai</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Đúng</b>
----------------	---------------	----------------	----------------



a) Ta có  $S$  và  $A$  là hai điểm chung của  $(SAB)$  và  $(SAC)$  nên đường thẳng  $SA$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAC)$ .

b) Ta có  $C \notin (SMP)$  nên hai đường thẳng  $SC$  và  $MP$  không cùng nằm trong một mặt phẳng, suy ra hai đường thẳng  $SC$  và  $MP$  chéo nhau.

c) Ta có  $N$  là một điểm chung của  $(MNP)$  và  $(ABCD)$ . (1)

Mặt khác ta có  $MP \subset (MNP)$ ,  $BD \subset (ABCD)$  và  $MP \parallel BD$  (do  $MP$  là đường trung bình của tam giác  $SBD$ ). (2)

Từ (1) và (2) suy ra giao tuyến của  $(MNP)$  và  $(ABCD)$  là đường thẳng đi qua  $N$  đồng thời song song với  $BD$ ,  $MP$  và cắt  $CD$  tại  $Q$ .

d) Gọi  $I$  là giao điểm  $AC$  và  $NQ$ .

Từ giả thiết ta có ba mặt phẳng  $(MNP)$ ,  $(SBC)$  và  $(SAC)$  cắt nhau theo ba giao tuyến là  $MN$ ,  $SC$  và  $IK$ ; trong đó có  $MN \parallel SC$  (do  $MN$  là đường trung bình của  $\Delta SBC$ ).

Suy ra  $MN$ ,  $SC$  và  $IK$  đôi một song song.

Xét tam giác  $SAC$  có  $IK \parallel SC$  nên  $\frac{SK}{SA} = \frac{CI}{CA} = \frac{1}{4}$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (Triệu đồng/ $m^2$ )	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Trả lời: 19,4**

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm [18;22).

Do đó  $j = 3, a_3 = 18, m_3 = 120, m_2 = 78, m_4 = 45, h = 4$ .

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_o = 18 + \frac{120 - 78}{(120 - 78) + (120 - 45)} \cdot 4 = \frac{758}{39} \approx 19,4.$$

**Câu 2:** Một ruộng bậc thang có thửa thấp nhất (bậc thứ nhất) nằm ở độ cao  $950m$  so với mực nước biển, độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới trung bình là  $1,4m$ . Hỏi thửa ruộng ở bậc thứ 16 có độ cao là bao nhiêu mét so với mực nước biển?



**Lời giải**

**Trả lời: 971**

Kí hiệu  $u_n$  là chiều cao so với mực nước biển của thửa ruộng ở bậc thứ  $n$ . Khi đó, dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 950$  và  $d = 1,4$ .

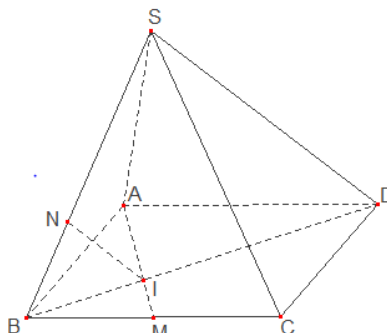
Ta có  $u_{16} = u_1 + 15d = 950 + 15 \cdot 1,4 = 971$ .

Vậy thửa ruộng ở bậc thứ 16 có độ cao  $971m$  so với mực nước biển.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ ,  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $A, M$  và song song với  $SD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt  $SB$  tại  $N$ , tính tỉ số  $\frac{SN}{SB}$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Trả lời: 0,67**



Gọi  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $BD$ . Ta có  $I$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

Suy ra:  $\frac{BI}{BD} = \frac{1}{3}; \frac{ID}{BD} = \frac{2}{3}$ .

Ta có:  $(\alpha)$  và mặt phẳng  $(SBD)$  có chung điểm  $I$ ,  $(\alpha) \parallel SD$ ,  $SD \subset (SBD)$  nên giao tuyến của  $(\alpha)$  và mặt phẳng  $(SBD)$  là đường thẳng qua  $I$  song song với  $SD$  cắt  $SB$  tại  $N$ .

Vậy  $\frac{SN}{SB} = \frac{ID}{BD} = \frac{2}{3} = 0,67$ .

**Câu 4:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$ . Tính  $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$ . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Trả lời: 0,16**

Theo giả thiết có  $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 20) = 0$  hay  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 20$  (\*)

$$\text{Khi đó } T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5} - 5}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6f(x) + 5 - 125}{(x^2 + x - 6) \left[ (\sqrt[3]{6f(x)+5})^2 + 5(\sqrt[3]{6f(x)+5}) + 25 \right]}$$

$$T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6[f(x) - 20]}{(x-2)(x+3) \left[ (\sqrt[3]{6f(x)+5})^2 + 5(\sqrt[3]{6f(x)+5}) + 25 \right]}$$

$$T = \frac{10.6}{5.75} = 0,16.$$

**Câu 5:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} = 5$ . ( $b, c \in \mathbb{R}$ ). Tìm giá trị của biểu thức  $T = b + c$ .

**Lời giải**

**Trả lời: -5**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} = 5$  là hữu hạn nên tam thức  $x^2 + bx + c$  có nghiệm  $x = 2$  do đó

$$4 + 2b + c = 0 \Leftrightarrow c = -4 - 2b.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx - 4 - 2b}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2 + b)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2 + b) \\ &= 4 + b. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} = 5 \Leftrightarrow 4 + b = 5 \Leftrightarrow b = 1.$$

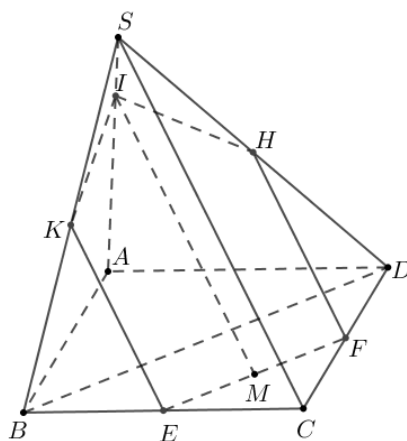
$$\text{Suy ra } c = -4 - 2b = -4 - 2.1 = -6.$$

$$\text{Vậy } T = b + c = -5.$$

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $AC$  sao cho  $AM = 3.MC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M$ ,  $(\alpha)$  song song với  $BD, SC$ . Giao điểm của  $(\alpha)$  và các cạnh của hình chóp tạo thành đa giác có bao nhiêu cạnh?

**Lời giải**

**Trả lời: 5**



Ta có  $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \\ BD \parallel (\alpha) \end{cases}$  nên giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(ABCD)$  là đường thẳng đi qua  $M$ ,

song song với  $BD$ , cắt  $BC, CD$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ .

Chứng minh tương tự, ta được

+ Giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(SBC)$  là đường thẳng qua  $E$ , song song với  $SC$ , cắt  $SB$  tại  $K$ .

+ Giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng qua  $F$ , song song với  $SC$ , cắt  $SD$  tại  $H$ .

+ Giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(SAC)$  là đường thẳng qua  $M$ , song song với  $SC$ , cắt  $SA$  tại  $I$ .

Đa giác tạo bởi các giao điểm của  $(\alpha)$  và các cạnh là ngũ giác  $EFHIK$ .

### PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)

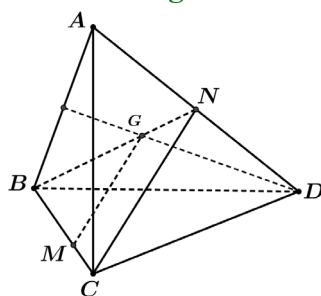
**Câu 1:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x^2 + 5} - 3)(\sqrt{x^2 + 5} + 3)}{(x - 2)(\sqrt{x^2 + 5} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)(\sqrt{x^2 + 5} + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 5} + 3} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

**Câu 2:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABD$ ,  $M$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $MB = 2MC$ . Chứng minh rằng  $MG \parallel (ACD)$ .

**Lời giải**

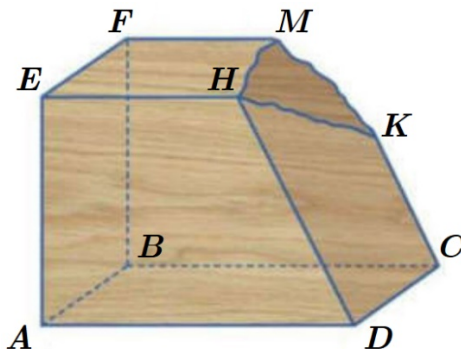


Gọi  $N$  là trung điểm của  $AD$ .

$$\left. \begin{aligned} \text{Xét tam giác } BCN \text{ có: } & \frac{BM}{MC} = 2 \text{ (gt)} \\ & \frac{BG}{GN} = 2 \text{ (G là trọng tâm } \triangle ABD) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{BM}{MC} = \frac{BG}{GN} \Rightarrow MG \parallel CN.$$

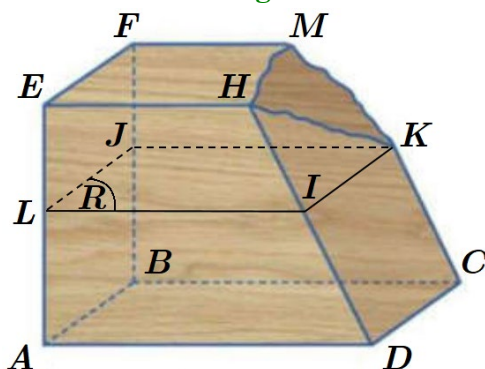
$$\left. \begin{aligned} & MG \parallel CN \\ \text{Ta có } & CN \subset (ACD) \\ & MG \not\subset (ACD) \end{aligned} \right\} \Rightarrow MG \parallel (ACD).$$

**Câu 3:** Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với  $(ABCD) \parallel (EFMH), CK \parallel DH$ . Khối gỗ bị hỏng một góc (hình tham khảo bên dưới). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng  $(R)$  đi qua  $K$  và song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ .



Hãy giúp bác thợ mộc xác định giao tuyến của mặt phẳng  $(R)$  với các mặt của khối gỗ để cắt được chính xác.

**Lời giải**



$$\text{Ta có: } \begin{cases} (R) \parallel (ABCD) \\ (HKCD) \cap (ABCD) = CD \\ K \in (R) \cap (HKCD) \end{cases}$$

Nên  $(R) \cap (HKCD) = d$  với  $d$  là đường thẳng qua  $K$  và song song với  $CD$ .

Gọi  $I = d \cap HD$  và  $d \subset (R)$  nên  $I = HD \cap (R)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (R) \parallel (ABCD) \\ (FBC) \cap (ABCD) = BC \\ K \in (R) \cap (BCF) \end{cases}$$

Nên  $(R) \cap (BCF) = d'$  với  $d'$  là đường thẳng qua  $K$  và song song với  $BC$ .

Gọi  $J = d' \cap BF$  và  $d' \subset (R)$  nên  $J = BF \cap (R)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (R) \parallel (ABCD) \\ (AEHD) \cap (ABCD) = AD \\ I \in (R) \cap (AEHD) \end{cases}$$

Nên  $(R) \cap (AEHD) = d''$  với  $d''$  là đường thẳng qua  $I$  và song song với  $AD$ .

Gọi  $L = d'' \cap AE$  và  $d'' \subset (R)$  nên  $L = AE \cap (R)$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} (R) \cap (ABFE) = LJ \\ (R) \cap (BCMF) = JK \\ (R) \cap (CDHM) = KI \\ (R) \cap (ADHE) = IL \end{cases}$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 05

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = -5n + 3$ . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. Dãy số tăng  
B. Dãy số bị chặn trên.  
C. Dãy số không bị chặn.  
D. Dãy số giảm

**Câu 2:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 \cdot 2^{n+2} - 2 \cdot 3^{n+2}}{7 + 3^{n+1}}$  bằng

- A.  $-\frac{2}{7}$ .  
B.  $\frac{5}{7}$ .  
C. 6.  
D. -6.

**Câu 3:** Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập ( đơn vị : phút) của một học sinh thu được kết quả sau :

Tính thời gian trung bình (phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh bằng

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

- A. 7  
B. 12,5  
C. 10,4 .  
D. 11,3.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $SA // (SBC)$   
B.  $SB // (ACD)$ .  
C.  $AB // (SCD)$ .  
D.  $CD // (SAD)$ .

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ . Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$  bằng

- A.  $\frac{5}{9}$ .  
B.  $-\frac{1}{5}$ .  
C.  $\frac{3}{2}$ .  
D.  $+\infty$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy không là hình thang. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  là

- A.  $SO$  ( $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ).  
B.  $SI$  ( $I$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ ).  
C.  $SK$  ( $K$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$ ).  
D.  $SA$ .

**Câu 7:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng  $MN$ ?

- A.  $(BCD)$ .  
B.  $(ACD)$ .  
C.  $(ABC)$ .  
D.  $(ABD)$ .

**Câu 8:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $E$  là điểm thuộc cạnh  $AD$  sao cho  $DE = 2AE, M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Mệnh đề nào **đúng**?

- A.  $EG$  cắt  $AC$ .  
B.  $EG$  cắt  $AM$ .  
C.  $EG$  cắt  $AB$ .  
D.  $EG // AM$ .

**Câu 9:** Phương trình lượng giác  $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$  có nghiệm là

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ .  
B.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ .  
C.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ .  
D.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d = 2$  và tổng của 8 số hạng đầu là  $S_8 = 72$ . Số hạng đầu tiên  $u_1$  của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 32.  
B. -16.  
C. 16.  
D. -32.

- Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào sau đây?  
**A.**  $(BCA')$ .                      **B.**  $(A'C'C)$ .                      **C.**  $(BC'D)$ .                      **D.**  $(BDA')$ .
- Câu 12:** Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc  $50mg$ , sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn  $50\%$ . Lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 10 bằng  
**A.**  $99,951mg$ .                      **B.**  $99,976mg$ .                      **C.**  $99,805mg$ .                      **D.**  $99,902mg$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = 5$ ,  $d = 2$ .  
**a)**  $u_6 = 15$ .  
**b)** Số hạng tổng quát thứ  $n$  của cấp số cộng là  $u_n = 2n + 3$ .  
**c)** Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng là  $S_n = n^2 + 4n$ .  
**d)** Tổng  $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = 310$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x - 1$  và  $g(x) = x^3$ .

- a)**  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ .  
**b)**  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 1$ .  
**c)**  $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = -1$   
**d)**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = 1$ .

**Câu 3:** Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$
Số trường	4	19	6	2	3	1

- a)** Số liệu đã cho cho có 35 mẫu số liệu.  
**b)** Số trung vị của mẫu số liệu là  $M_e = 12$ .  
**c)** Số trung bình của mẫu số liệu đã cho là 28.  
**d)** Ngưỡng điểm đề đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là trên 35,42.
- Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $SC$ . Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ ,  $OM$  cắt  $AD$  tại  $K$ . Gọi giao điểm  $G$  của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:  
**a)**  $MD // AC$ .  
**b)** Đường  $ON$  và  $SA$  cắt nhau.  
**c)**  $GK // ON$ .  
**d)** Tỉ số  $\frac{GM}{GN} = 3$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 12 cây dừa giống như sau

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Một của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CD$  và  $M$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$ . Gọi  $N$  là giao điểm của  $MD$  và mặt phẳng

$(SIK)$ . Tính tỉ số  $\frac{ND}{NM}$ .

**Câu 3:** Một cái hồ chứa 600 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 15 lít/phút. Nồng độ muối trong hồ dần về bao nhiêu gam/lít khi  $t$  dần về dương vô cùng?

**Câu 4:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Qua  $A, B, C, D$  lần lượt vẽ các nửa đường thẳng  $Ax, By, Cz, Dt$  ở cùng phía so với mặt phẳng  $(ABCD)$ , song song với nhau và không nằm trong  $(ABCD)$ . Một mặt phẳng  $(P)$  cắt  $Ax, By, Cz, Dt$  tương ứng tại  $A', B', C', D'$  sao cho  $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$ . Tính  $DD'$ .

**Câu 5:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $4a + c > 8 + 2b$  và  $a + b + c < -1$ . Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  bằng

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(SBC)$ ,  $M$  là giao điểm của  $(\alpha)$  với  $SA$ . Tỉ số  $\frac{SM}{SA}$  bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Bảng thống kê doanh số bán hàng của các nhân viên một cửa hàng điện máy trong một dịp Blackfriday:

Doanh số (triệu đồng)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số nhân viên	4	8	12	7	5

- Hãy ước lượng số trung bình của mẫu số liệu trên.
- Cửa hàng dự định sẽ thưởng 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất. Theo mẫu số liệu trên, cửa hàng nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng từ bao nhiêu trở lên?

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SC, AB$ .

- Chứng minh  $(OMN)$  song song với  $(SAD)$ .
- Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $N$ , song song với  $BD, SA$ . Xác định đa giác tạo bởi các đoạn giao tuyến của các mặt hình chóp và  $(\alpha)$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = -5n + 3$ . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số bị chặn trên.  
**C.** Dãy số không bị chặn. **D.** Dãy số giảm

**Lời giải**

$$u_{n+1} - u_n = -5(n+1) + 3 - (-5n + 3) = -5 < 0 \Rightarrow (u_n) \text{ là dãy giảm.}$$

**Câu 2:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 \cdot 2^{n+2} - 2 \cdot 3^{n+2}}{7 + 3^{n+1}}$  bằng

- A.**  $-\frac{2}{7}$ . **B.**  $\frac{5}{7}$ . **C.** 6. **D.** -6.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 \cdot 2^{n+2} - 2 \cdot 3^{n+2}}{7 + 3^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{20 \cdot 2^n - 18 \cdot 3^n}{7 + 3 \cdot 3^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{20 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - 18}{7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3} = -6.$$

**Câu 3:** Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập ( đơn vị : phút) của một học sinh thu được kết quả sau :

Tính thời gian trung bình (phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh bằng

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

- A.** 7 **B.** 12,5 **C.** 10,4 . **D.** 11,3.

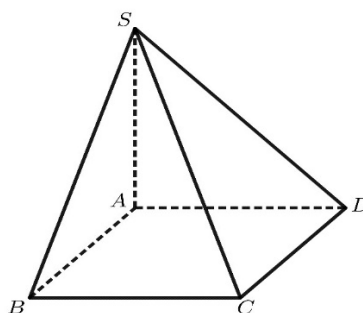
**Lời giải**

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2 + 6 \cdot 4 + 10 \cdot 7 + 14 \cdot 4 + 18 \cdot 3}{20} = 10,4$$

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.**  $SA // (SBC)$  **B.**  $SB // (ACD)$ . **C.**  $AB // (SCD)$ . **D.**  $CD // (SAD)$ .

**Lời giải**



Ta có  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AB // CD$ .

Mà  $CD \subset (SCD) \Rightarrow AB // (SCD)$ .

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ . Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$  bằng

A.  $\frac{5}{9}$ .

B.  $-\frac{1}{5}$ .

C.  $\frac{3}{2}$ .

D.  $+\infty$ .

Lời giải

Ta có  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} (3u_n - 1)}{\lim_{n \rightarrow +\infty} (2u_n + 5)} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2 \cdot 2 + 5} = \frac{5}{9}$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy không là hình thang. Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  là

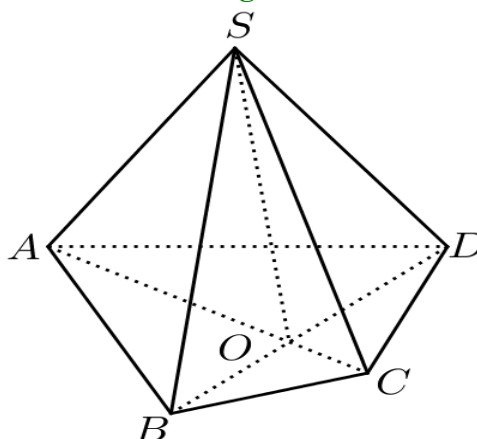
A.  $SO$  ( $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ).

B.  $SI$  ( $I$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ ).

C.  $SK$  ( $K$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$ ).

D.  $SA$ .

Lời giải



Gọi  $O = AC \cap BD \Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO$

**Câu 7:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với đường thẳng  $MN$ ?

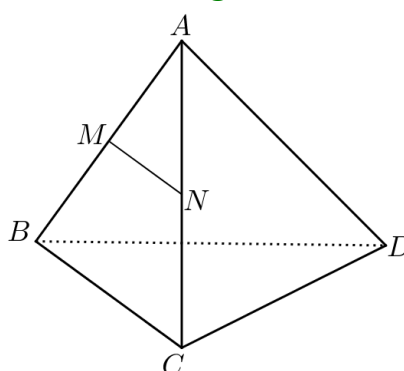
A.  $(BCD)$ .

B.  $(ACD)$ .

C.  $(ABC)$ .

D.  $(ABD)$ .

Lời giải



Ta có  $MN \parallel BC \subset (BCD) \Rightarrow MN \parallel (BCD)$ .

**Câu 8:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $E$  là điểm thuộc cạnh  $AD$  sao cho  $DE = 2AE$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Mệnh đề nào đúng?

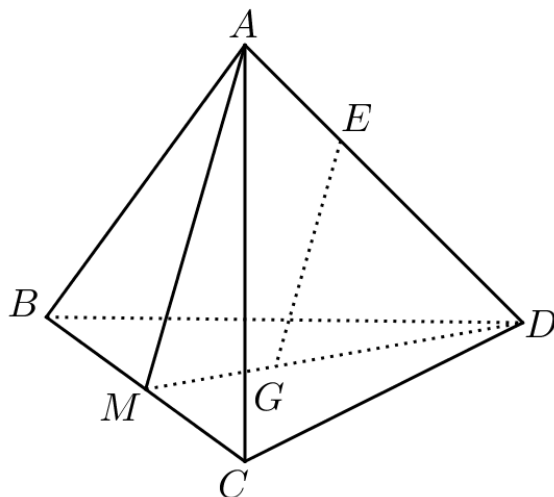
A.  $EG$  cắt  $AC$ .

B.  $EG$  cắt  $AM$ .

C.  $EG$  cắt  $AB$ .

D.  $EG \parallel AM$ .

Lời giải



Ta có  $G \in DM : GD = 2GM$   
 Do  $DE = 2AE$ . Khi đó  $EG \parallel AM$ .

**Câu 9:** Phương trình lượng giác  $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$  có nghiệm là

- A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$  .      B.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$  .      C.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$  .      **D.**  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$  .

**Lời giải**

Ta có:  $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0 \Leftrightarrow \cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d = 2$  và tổng của 8 số hạng đầu là  $S_8 = 72$ . Số hạng đầu tiên  $u_1$  của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 32.      B. -16.      **C.** 16.      D. -32.

**Lời giải**

Áp dụng công thức  $S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d)$

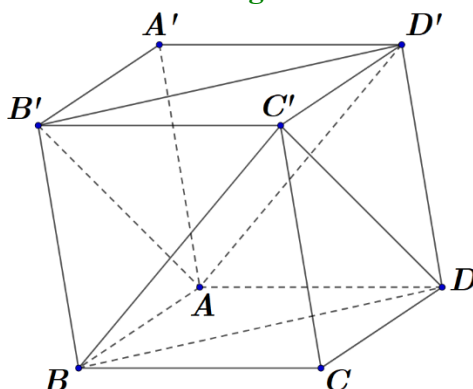
$\Rightarrow S_8 = \frac{8}{2}(2u_1 + 7d) \Leftrightarrow 72 = 4(2u_1 + 7 \cdot (-2)) \Leftrightarrow u_1 = 16$

Vậy  $u_1 = 16$

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(BCA')$ .      B.  $(A'C'C)$ .      **C.**  $(BC'D)$ .      D.  $(BDA')$ .

**Lời giải**



Ta có  $BD \parallel B'D'$  (Tính chất hình hộp)

Mà  $BD \subset (BC'D)$  nên  $B'D' \parallel (BC'D)$ .

Ta có  $AB' \parallel C'D$  (Tính chất hình hộp)

Mà  $C'D \subset (BC'D)$  nên  $AB' \parallel (BC'D)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} B'D' \parallel (BC'D) \\ AB' \parallel (BC'D) \\ B'D', AB' \subset (BC'D) \\ B'D' \cap AB' = B' \end{cases} \Rightarrow (AB'D') \parallel (BC'D).$$

**Câu 12:** Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc  $50\text{mg}$ , sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn  $50\%$ . Lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 10 bằng

- A.**  $99,951\text{mg}$ .      **B.**  $99,976\text{mg}$ .      **C.**  $99,805\text{mg}$ .      **D.**  $99,902\text{mg}$ .

**Lời giải**

Theo đề bài, lượng thuốc cũ còn lại trong cơ thể sau  $n$  ngày uống là  $u_n = 50 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ .

Khi đó lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống thuốc của ngày thứ 10 là:

$$S_{10} = u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = 50 + 50 \left(\frac{1}{2}\right) + 50 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + 50 \left(\frac{1}{2}\right)^9 = 50 \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{10} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 99,902\text{mg}.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = 5$ ,  $d = 2$ .

**a)**  $u_6 = 15$ .

**b)** Số hạng tổng quát thứ  $n$  của cấp số cộng là  $u_n = 2n + 3$ .

**c)** Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng là  $S_n = n^2 + 4n$ .

**d)** Tổng  $S = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = 310$ .

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Đúng</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	----------------	---------------

**a)** Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát thứ  $n$  của cấp số cộng ta có:

$$u_6 = u_1 + 5d = 5 + 5.2 = 15.$$

**b)** Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát thứ  $n$  của cấp số cộng ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1).2 = 2n + 3.$$

**c)** Áp dụng công thức tính tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng ta có:

$$S_n = nu_1 + \frac{(n-1)n}{2}d = 5n + \frac{(n-1)n}{2}.2 = n^2 + 4n.$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \text{ Ta viết lại } S &= u_{10} + u_{11} + \dots + u_{20} = (u_1 + u_2 + \dots + u_{20}) - (u_1 + u_2 + \dots + u_9) \\ &= S_{20} - S_9 = 480 - 117 = 363. \end{aligned}$$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x - 1$  và  $g(x) = x^3$ .

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ .  
 b)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 1$ .  
 c)  $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = -1$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = 1$ .

**Lời giải**

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = 1 - 1 = 0$ .  
 b)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1^3 = 1$ .  
 c)  $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = 3 \cdot 0 - 1 = -1$ .  
 d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{0}{1} = 0$ .

**Câu 3:** Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Số trường	4	19	6	2	3	1

- a) Số liệu đã cho cho có 35 mẫu số liệu.  
 b) Số trung vị của mẫu số liệu là  $M_e = 12$ .  
 c) Số trung bình của mẫu số liệu đã cho là 28.  
 d) Ngưỡng điểm đề đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là trên 35,42.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

- a) Ta có cỡ mẫu  $n = 4 + 19 + 6 + 2 + 3 + 1 = 35$ . Vậy đáp án a) đúng.  
 b) Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{35}$  được sắp xếp theo thứ tự không giảm.  
 Khi đó, trung vị là  $x_{18}$ . Do  $x_{18}$  thuộc nhóm  $[20; 30)$  nên nhóm này chứa trung vị.  
 Suy ra  $p = 2$ ,  $a_2 = 20$ ,  $a_3 = 30$ ,  $m_2 = 19$ ,  $m_1 = 4$ ,  $a_3 - a_2 = 10$ .

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$$

$$= 20 + \frac{\frac{35}{2} - 4}{19} \cdot 10 = \frac{515}{19} \approx 27,1.$$

Vậy đáp án b) sai.

c) Số trung bình của mẫu số liệu là  $\bar{x} = \frac{15 \times 4 + 25 \times 19 + 35 \times 6 + 45 \times 2 + 55 \times 3 + 65}{35} = \frac{213}{7} \approx 30,4$

Vậy đáp án c) sai.

d) Điểm ngưỡng để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là tứ phân vị thứ ba.

Cỡ mẫu  $n = 35$

Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $x_{27}$  mà  $x_{27}$  thuộc nhóm  $[30;40)$  nên nhóm này chứa  $Q_3$ . Do đó,

$p = 3, a_3 = 30, m_3 = 6, m_1 + m_2 = 4 + 19 = 23, a_4 - a_3 = 10$  và ta có:

$$Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \times 35}{6} - 23}{6} \times 10 = 35,42.$$

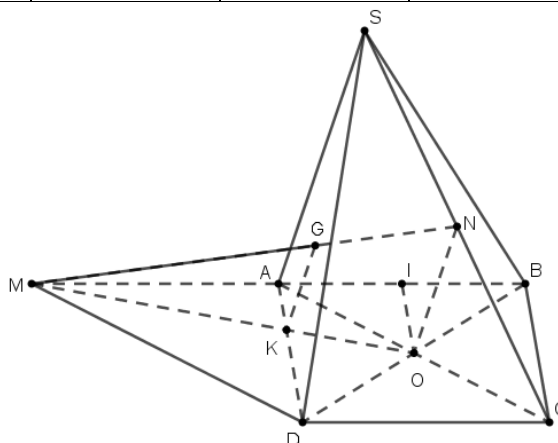
Vậy để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam ta lấy các trường có điểm chuẩn hóa trên 35.42.

Vậy đáp án d) đúng.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $SC$ . Lấy điểm  $M$  đối xứng với  $B$  qua  $A$ ,  $OM$  cắt  $AD$  tại  $K$ . Gọi giao điểm  $G$  của đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(SAD)$ . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

- a)  $MD // AC$ .
- b) Đường  $ON$  và  $SA$  cắt nhau.
- c)  $GK // ON$ .
- d) Tỉ số  $\frac{GM}{GN} = 3$ .

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



a) Xét tứ giác  $AMDC$  có  $\begin{cases} AM // DC \\ AM = DC (= AB) \end{cases}$ . Suy ra tứ giác  $AMDC$  là hình bình hành

Nên  $MD // AC$ . Vậy khẳng định a đúng

b) Vì  $O$  là trung điểm  $AC$ ,  $N$  là trung điểm  $SC$  nên  $ON // SA$  (tính chất đường trung bình).  
 Vậy khẳng định b sai.

$$c) \begin{cases} ON // SA \\ ON \subset (OMN) \\ SA \subset (SAD) \\ (OMN) \cap (SAD) = GK \end{cases} \Rightarrow GK // ON // SA$$

Vậy khẳng định c đúng.

d) Áp dụng định lí Talet cho  $GK // ON$ , ta có:

$$\frac{GM}{GN} = \frac{KM}{KO} \quad (1)$$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ , vì  $O$  là trung điểm của  $BD$  nên theo tính chất đường trung bình,  $OI // AD$ , vậy theo định lí Talet:

$$\frac{KM}{KO} = \frac{AM}{AI} = \frac{AB}{AI} = 2. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có  $\frac{GM}{GN} = 2$ .

Vậy khẳng định d sai.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 12 cây dừa giống như sau

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Một của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)

**Lời giải**

**Trả lời: 23,3**

Tần số lớn nhất là 7 nên nhóm chứa một là nhóm  $[20;30)$ , ta có  $j = 3; a_3 = 20; m_3 = 7; m_2 = 6; m_4 = 5; h = 10$ .

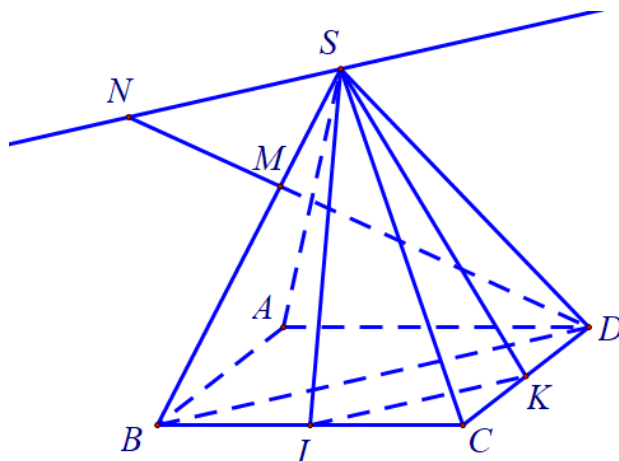
$$\text{Ta có } M_o = 20 + \frac{7-6}{(7-6)+(7-5)} \cdot 10 = \frac{70}{3}.$$

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CD$  và  $M$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$ . Gọi  $N$  là giao điểm của  $MD$  và mặt phẳng

$(SIK)$ . Tính tỉ số  $\frac{ND}{NM}$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 3**



Ta có  $M$  là điểm trên cạnh  $SB$ ,  $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$  nên  $\frac{MB}{MS} = 2$ .

$IK \parallel BD$  nên  $IK \parallel (SBD)$  suy ra  $(SBD) \cap (SIK) = Sx$ ,  $Sx \parallel IK \parallel BD$ .

Trong  $(SBD)$ ,  $DM \cap Sx = N$ .  $N$  chính là giao điểm của  $DM$  và  $(SIK)$ .

Trong  $(SBD)$ , có  $Sx \parallel BD$  nên hai tam giác  $\triangle SMN$  và  $\triangle BMD$  đồng dạng.

Do đó  $\frac{MD}{MN} = 2 \Rightarrow \frac{ND}{NM} = 3$ .

**Câu 3:** Một cái hồ chứa 600 lít nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 15 lít/phút. Nồng độ muối trong hồ dần về bao nhiêu gam/lít khi  $t$  dần về dương vô cùng?

**Lời giải**

**Trả lời: 30**

Sau  $t$  phút bơm nước vào hồ thì lượng nước là  $600 + 15t$  (lít) và lượng muối có được là  $30 \cdot 15t$  (gam).

Nồng độ muối của nước là  $C(t) = \frac{30 \cdot 15t}{600 + 15t} = \frac{30t}{40 + t}$  (gam/lít).

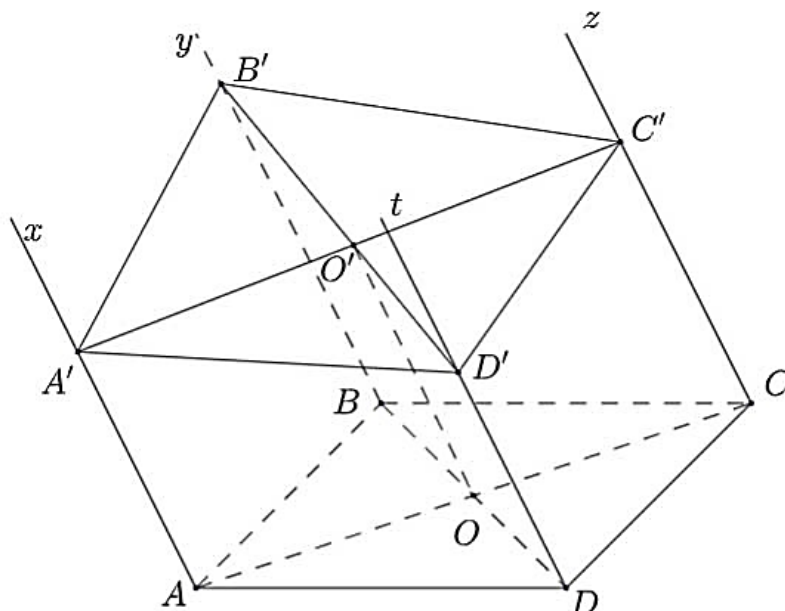
Khi  $t$  dần về dương vô cùng, ta có

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{40 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{t \left( \frac{40}{t} + 1 \right)} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{\frac{40}{t} + 1} = 30 \text{ (gam/lít)}.$$

**Câu 4:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Qua  $A, B, C, D$  lần lượt vẽ các nửa đường thẳng  $Ax, By, Cz, Dt$  ở cùng phía so với mặt phẳng  $(ABCD)$ , song song với nhau và không nằm trong  $(ABCD)$ . Một mặt phẳng  $(P)$  cắt  $Ax, By, Cz, Dt$  tương ứng tại  $A', B', C', D'$  sao cho  $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$ . Tính  $DD'$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 2**



Do  $(P)$  cắt mặt phẳng  $(Ax, By)$  theo giao tuyến  $A'B'$ ; cắt mặt phẳng  $(Cz, Dt)$  theo giao tuyến  $C'D'$ , mà hai mặt phẳng  $(Ax, By)$  và  $(Cz, Dt)$  song song nên  $A'B' // C'D'$ .

Tương tự có  $A'D' // B'C'$  nên  $A'B'C'D'$  là hình bình hành.

Gọi  $O, O'$  lần lượt là tâm  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$ . Dễ dàng có  $OO'$  là đường trung bình của hai hình thang  $AA'C'C$  và  $BB'D'D$  nên  $OO' = \frac{AA' + CC'}{2} = \frac{BB' + DD'}{2}$ .

Từ đó ta có  $DD' = 2$ .

**Câu 5:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $4a + c > 8 + 2b$  và  $a + b + c < -1$ . Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  bằng

**Lời giải**

**Trả lời: 3**

Xét hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

Theo giả thiết  $4a + c > 2b + 8 \Leftrightarrow -8 + 4a - 2b + c > 0 \Rightarrow f(-2) > 0$

$a + b + c < -1 \Leftrightarrow 1 + a + b + c < 0 \Rightarrow f(1) < 0$

Ta có  $f(x)$  là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$

$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \\ f(-2) > 0 \end{array} \right.$  suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên  $(-\infty; -2)$  (1)

$f(-2)f(1) < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(-2; 1)$  (2)

$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ f(1) < 0 \end{array} \right.$  suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(1; +\infty)$  (3)

Từ (1); (2) và (3) ta có phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 3 nghiệm.

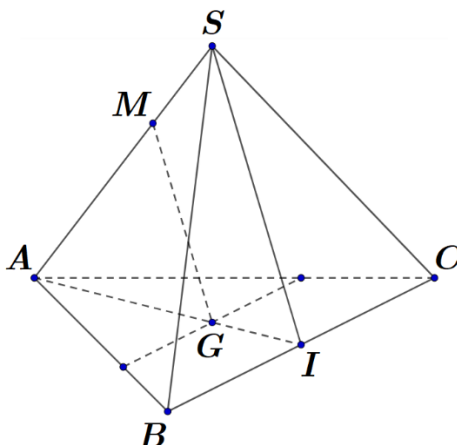
Mặt khác  $f(x) = 0$  là phương trình bậc ba nên có tối đa 3 nghiệm.

Vậy phương trình  $f(x) = 0$  có đúng 3 nghiệm.

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(SBC)$ ,  $M$  là giao điểm của  $(\alpha)$  với  $SA$ . Tỉ số  $\frac{SM}{SA}$  bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Trả lời: 0,33**



Gọi  $I$  là trung điểm  $BC$ , khi đó  $SI = (SBC) \cap (SAI)$

Gọi  $d = (\alpha) \cap (SAI)$  với  $d$  là đường thẳng qua điểm  $G$  do  $G = (\alpha) \cap (SAI)$ .

Mặt khác  $(\alpha) \parallel (SBC)$  nên  $d$  là đường thẳng qua  $G$  và song song  $SI$ .

Trong  $(SAI)$ , điểm  $M$  cần tìm là giao điểm của  $d$  và  $SA$ .

$$\text{Khi đó } \frac{SM}{SA} = \frac{IG}{IA} = \frac{1}{3}.$$

**PHÂN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Bảng thống kê doanh số bán hàng của các nhân viên một cửa hàng điện máy trong một dịp Blackfriday:

Doanh số (triệu đồng)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Số nhân viên	4	8	12	7	5

a) Hãy ước lượng số trung bình của mẫu số liệu trên.

b) Cửa hàng dự định sẽ thưởng 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất. Theo mẫu số liệu trên, cửa hàng nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng từ bao nhiêu trở lên?

**Lời giải**

a) Bảng tần số ghép nhóm bao gồm giá trị đại diện của các nhóm như sau:

Doanh số (triệu đồng)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)
Giá trị đại diện	25	35	45	55	65
Số nhân viên	4	8	12	7	5

Cỡ mẫu  $n = 36$ .

• Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{25.4 + 35.8 + 45.12 + 55.7 + 65.5}{36} = \frac{815}{18} \approx 45,28$$

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu  $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{36}$  là  $\frac{1}{2}(x_{27} + x_{28})$ . Do  $x_{27}$  và  $x_{28}$  thuộc nhóm  $[50; 60)$  nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 50 + \frac{\frac{3.36}{4} - (4 + 8 + 12)}{7} \cdot (60 - 50) = \frac{380}{7} \approx 54,29$$

Do đó, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng một ngày ít nhất là 54,29 triệu đồng.

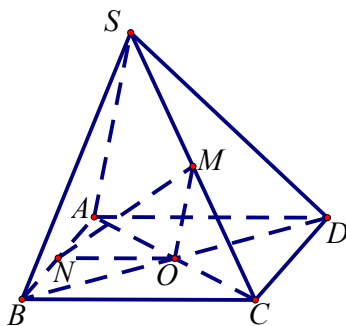
**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SC, AB$ .

a) Chứng minh  $(OMN)$  song song với  $(SAD)$ .

b) Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $N$ , song song với  $BD, SA$ . Xác định đa giác tạo bởi các đoạn giao tuyến của các mặt hình chóp và  $(\alpha)$ .

**Lời giải**

a)

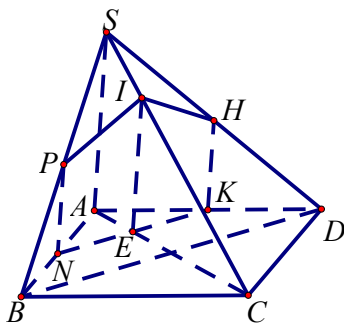


Ta có  $OM \parallel SA$  ( vì  $OM$  là đường trung bình của tam giác  $SAC$ ).  
mà  $OM \not\subset (SAD); SA \subset (SAD)$  nên  $OM \parallel (SAD)$ .

Ta có  $ON \parallel AD$  ( vì  $ON$  là đường trung bình của tam giác  $ABD$ ).  
mà  $ON \not\subset (SAD); AD \subset (SAD)$  nên  $ON \parallel (SAD)$ .

Trong  $(OMN)$  có  $OM$  cắt  $ON$  tại  $O$  nên  $(OMN)$  song song với  $(SAD)$ .

b)



•  $(\alpha) \parallel BD; BD \subset (ABCD)$  đồng thời  $N$  là 1 điểm chung của  $(\alpha)$  và  $(ABCD)$ .

Do đó  $(\alpha) \cap (ABCD) = NK \parallel BD$  với  $K \in AD$ .

- $(\alpha) // SA; SA \subset (SAB)$  đồng thời  $N$  là 1 điểm chung của  $(\alpha)$  và  $(SAB)$ .

Do đó  $(\alpha) \cap (SAB) = NP // SA$  với  $P \in SB$ .

- $(\alpha) // SA; SA \subset (SAD)$  đồng thời  $K$  là 1 điểm chung của  $(\alpha)$  và  $(SAD)$ .

Do đó  $(\alpha) \cap (SAD) = KH // SA$  với  $H \in SD$ .

- Trong  $(ABCD)$  có  $NK$  cắt  $AC$  tại  $E$ .

$(\alpha) // SA; SA \subset (SAC)$  đồng thời  $E$  là 1 điểm chung của  $(\alpha)$  và  $(SAC)$ .

Do đó  $(\alpha) \cap (SAC) = EI // SA$  với  $I \in SC$ .

Do đó đa giác tạo bởi các đoạn giao tuyến của các mặt hình chóp và  $(\alpha)$  là ngũ giác  $NPIHK$ .

----- HẾT -----

**ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI**  
**MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 06**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt, thẳng hàng và mặt phẳng  $(P)$  sao cho hai điểm  $A, B$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.**  $BC \not\subset (P)$ .      **B.**  $AC \subset (P)$ .      **C.**  $C \in (P)$ .      **D.**  $AB \subset (P)$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp tam giác  $SABC$ . Lấy điểm  $M$  thuộc miền trong tam giác  $SBC$ . Gọi  $N$  là giao điểm của mặt phẳng  $(SAM)$  và đường thẳng  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $AB, SM$ .    **B.**  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $BC, SM$ .  
**C.**  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $BC, AM$ .    **D.**  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $BC, SA$ .

**Câu 3:** Khảo sát doanh thu bán hàng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 ngày đầu tháng 12 của một cửa hàng, thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Doanh thu	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$	$[14; 16)$	$[16; 18)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là.

- A.**  $[10; 12)$ .      **B.**  $[12; 14)$ .      **C.**  $[14; 16)$ .      **D.**  $[8; 10)$ .

**Câu 4:** Rút gọn biểu thức  $P = 2 \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha$ .

- A.**  $P = \sin \alpha$ .      **B.**  $P = \cos \alpha$ .      **C.**  $P = \cos 2\alpha$ .      **D.**  $P = \sin 2\alpha$ .

**Câu 5:** Tính giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 3\sqrt{2} + \frac{n\sqrt{3}}{n+1} \right)$ .

- A.**  $L = 3\sqrt{2}$ .      **B.**  $L = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$ .      **C.**  $L = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .      **D.**  $L = \sqrt{3}$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  là cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = -5$  và  $u_3 = 1$ . Xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$ .

- A.**  $u_n = 3n + 8$ .      **B.**  $u_n = 3n + 2$ .      **C.**  $u_n = 3n - 8$ .      **D.**  $u_n = -3n - 2$ .

**Câu 7:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 1}{2n + 1}$ .

- A.** 1.      **B.**  $\frac{1}{2}$ .      **C.** 0.      **D.**  $+\infty$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ . Đường thẳng  $MN$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.**  $(CMN)$ .      **B.**  $(ABC)$ .      **C.**  $(SAB)$ .      **D.**  $(SAC)$ .

**Câu 9:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Trên các cạnh  $AB, AC$  lần lượt lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $MB = 2MA, NC = 2NA$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(DMN)$  và  $(DBC)$  là đường thẳng nào sau đây?

- A.** Đường thẳng qua  $D$  và song song với  $AB$ .    **B.** Đường thẳng qua  $D$  và song song với  $BC$ .  
**C.** Đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BC$ .    **D.** Đường thẳng qua  $A$  và song song với  $MN$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình bình hành. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ . Gọi  $a$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ . Gọi  $b$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Mặt phẳng  $(CMN)$  song song với đường thẳng nào sau đây?

- A.  $b$ .                      B.  $a$ .                      C.  $CD$ .                      D.  $SD$ .

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, BD$ . Điểm  $M$  nằm trên cạnh  $AB$  sao cho mặt phẳng  $(MNP)$  song song với đường thẳng  $ID$ . Tính tỉ số  $\frac{MA}{MB}$ .

- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B.  $2$ .                      C.  $3$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} = \frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{N}$ . Tính  $a + b$ .

- A.  $5$ .                      B.  $7$ .                      C.  $6$ .                      D.  $0$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \cos x$  và  $g(x) = \sin x$ .

- a) Hàm số  $g(x)$  là hàm số chẵn.  
 b) Trong khoảng  $(0; 2\pi)$  đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại hai điểm.  
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x) + g(x)$  bằng  $2$ .  
 d) Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Câu 2:** Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó 2 ghế. Gọi  $u_n$  (ghế) là tổng số ghế ở hàng thứ  $n$ .

- a)  $u_2 = 18$   
 b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có công sai  $d = 2$ .  
 c) Số ghế ở hàng thứ 20 nhỏ hơn 54.  
 d) Tổng số ghế trong nhà hát nhiều hơn 1000.

**Câu 3:** Nhà anh Bình có một hồ hình chữ nhật rộng 10 hecta và có độ sâu trung bình  $1,5m$ . Trong hồ có chứa  $5000 m^3$  nước ngọt. Để nuôi tôm, anh Bình bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ  $10 m^3$ /phút. Theo nghiên cứu, đánh giá, độ mặn đo bằng các máy kiểm tra nước thích hợp trong ao nuôi tôm thẻ chân trắng nằm trong khoảng từ 2 - 40‰. Tôm sống và phát triển tốt nhất với chỉ số từ 10 - 25‰.

- a) Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là  $300t$  (kg)  
 b) Sau  $t$  phút, lượng nước trong hồ là  $5000 + 10t$  ( $m^3$ ).  
 c) Nồng độ muối của nước trong hồ tại thời điểm  $t$  phút kể từ khi bơm là  $C(t) = \frac{500+t}{30t}$  (g/l).  
 d) Khi  $t$  đủ lớn thì nước trong hồ sẽ thích hợp để tôm phát triển.

- Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G, K$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $SAD, SCD$ .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$  là đường thẳng  $AB$ .
  - Đường thẳng  $GK$  và  $AC$  có một điểm chung.
  - Đường thẳng  $GK$  song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ .
  - Mặt phẳng chứa đường thẳng  $GK$  và song song với mặt phẳng  $(ABCD)$  cắt các cạnh  $SA, SB, SC, SD$  lần lượt tại  $M, N, E, F$ . Khi đó, tứ giác  $MNEF$  là hình bình hành.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là  $192cm$ , bánh xe trước có đường kính là  $96cm$ , giả sử rằng xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết vận tốc của bánh xe trước là  $100$  vòng/phút. Hỏi bánh xe sau quay được bao nhiêu vòng trong  $1$  phút.

- Câu 2:** Khảo sát doanh thu bán hàng ( đơn vị: triệu đồng) trong 20 ngày đầu tháng 12 của một cửa hàng, thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Doanh thu	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Tính trung vị của mẫu số liệu trên. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

- Câu 3:** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $BC = 18$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBC$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$ , cắt các cạnh  $SB, SC$  lần lượt tại  $M, N$ .

Tính  $MN$ .

- Câu 4:** Nếu anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là  $35000 USD$  mỗi năm và được tăng thêm  $1400 USD$  lương mỗi năm sau đó, thì sẽ mất bao nhiêu năm làm việc để tổng lương mà anh Nam nhận được là  $319200 USD$ ?

- Câu 5:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2} = \frac{a}{b}$  ( $\frac{a}{b}$  phân số tối giản  $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$ ). Tính giá trị của biểu thức

$$S = a^2 + b$$

- Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $10$ .  $N$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $3SN = 2SB$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $N$ , song song với  $AB$  và  $AD$ , cắt hình chóp theo một tứ giác. Gọi  $S$  là diện tích tứ giác thiết diện và  $S = \frac{4a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản,  $a; b \in \mathbb{N}$ . Tính  $P = a + b + 1$

### PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)

- Câu 1:** Giải phương trình  $4 \sin x \cos x - \sqrt{3} = 0$ .

- Câu 2:** Tính giới hạn sau  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ .

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD = BC = BD = CD$ . Gọi  $M, I$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AC$  và  $BC$ .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABD)$  và  $(MID)$ .

b) Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M$  và song song với hai đường thẳng  $CD, AI$ . Tìm các điểm  $N, P, Q$  lần lượt là giao điểm của mặt phẳng  $(\alpha)$  với các cạnh  $AD, BD, BC$ , chứng minh tứ giác  $MNPQ$  là một hình thang cân.

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt, thẳng hàng và mặt phẳng  $(P)$  sao cho hai điểm  $A, B$  nằm trên mặt phẳng  $(P)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.**  $BC \not\subset (P)$ .      **B.**  $AC \subset (P)$ .      **C.**  $C \in (P)$ .      **D.**  $AB \subset (P)$ .

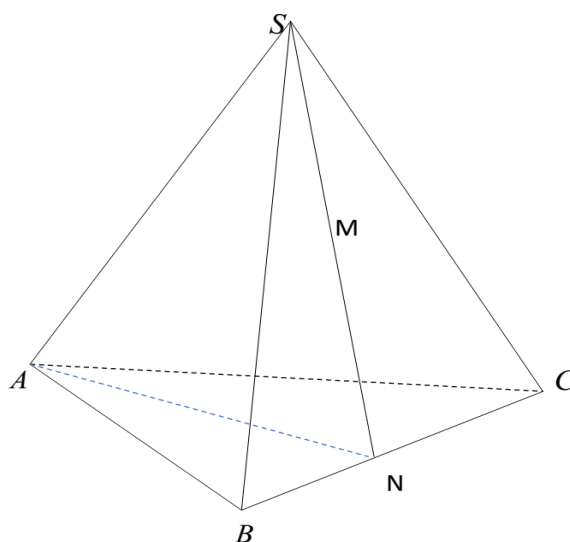
**Lời giải**

$A, B, C$  phân biệt, thẳng hàng và hai điểm  $A, B$  nằm trên mặt phẳng  $(P) \Rightarrow C \in (P)$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp tam giác  $SABC$ . Lấy điểm  $M$  thuộc miền trong tam giác  $SBC$ . Gọi  $N$  là giao điểm của mặt phẳng  $(SAM)$  và đường thẳng  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $AB, SM$ .      **B.**  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $BC, SM$ .  
**C.**  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $BC, AM$ .      **D.**  $N$  là giao điểm của đường thẳng  $BC, SA$ .

**Lời giải**



**Câu 3:** Khảo sát doanh thu bán hàng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 ngày đầu tháng 12 của một cửa hàng, thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Doanh thu	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là.

- A.**  $[10;12)$ .      **B.**  $[12;14)$ .      **C.**  $[14;16)$ .      **D.**  $[8;10)$ .

**Lời giải**

Kích thước mẫu là 20 nên nửa đầu của mẫu số liệu có 10 giá trị. Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là  $[10;12)$ .

**Câu 4:** Rút gọn biểu thức  $P = 2 \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha$ .

- A.**  $P = \sin \alpha$ .      **B.**  $P = \cos \alpha$ .      **C.**  $P = \cos 2\alpha$ .      **D.**  $P = \sin 2\alpha$ .

**Lời giải**

Ta có  $P = 2 \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin 2\alpha$ .

**Câu 5:** Tính giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 3\sqrt{2} + \frac{n\sqrt{3}}{n+1} \right)$ .

- A.  $L = 3\sqrt{2}$ .      B.  $L = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$ .      C.  $L = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .      D.  $L = \sqrt{3}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 3\sqrt{2} + \frac{n\sqrt{3}}{n+1} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3\sqrt{2} + \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n\sqrt{3}}{n+1} = 3\sqrt{2} + \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3}}{1 + \frac{1}{n}} = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}.$$

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  là cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = -5$  và  $u_3 = 1$ . Xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$ .

- A.  $u_n = 3n + 8$ .      B.  $u_n = 3n + 2$ .      C.  $u_n = 3n - 8$ .      D.  $u_n = -3n - 2$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 + 2d = -5 + 2d = 1 \Leftrightarrow d = 3.$$

$$\text{Số hạng tổng quát là } u_n = u_1 + (n-1)d = -5 + (n-1)3 = 3n - 8.$$

**Câu 7:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 1}{2n + 1}$ .

- A. 1.      B.  $\frac{1}{2}$ .      C. 0.      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

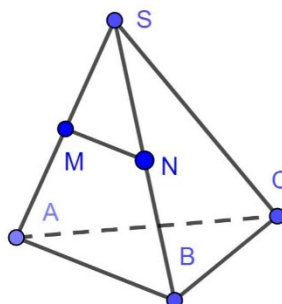
$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 1}{2n + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 \cdot \left( 1 + \frac{1}{n^3} \right)}{n \cdot \left( 2 + \frac{1}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( n^2 \cdot \frac{1 + \frac{1}{n^3}}{2 + \frac{1}{n}} \right) = +\infty$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n^3}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{1}{2} > 0 \end{cases}$$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ . Đường thẳng  $MN$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(CMN)$ .      B.  $(ABC)$ .      C.  $(SAB)$ .      D.  $(SAC)$ .

**Lời giải**

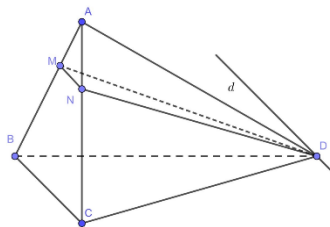


$$\text{Ta có } \begin{cases} MN // AB \\ AB \subset (ABC) \Rightarrow MN // (ABC) \\ MN \not\subset (ABC) \end{cases}$$

**Câu 9:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Trên các cạnh  $AB, AC$  lần lượt lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $MB = 2MA, NC = 2NA$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(DMN)$  và  $(DBC)$  là đường thẳng nào sau đây?

- A.** Đường thẳng qua  $D$  và song song với  $AB$ . **B.** Đường thẳng qua  $D$  và song song với  $BC$ .  
**C.** Đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BC$ . **D.** Đường thẳng qua  $A$  và song song với  $MN$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN // BC$$

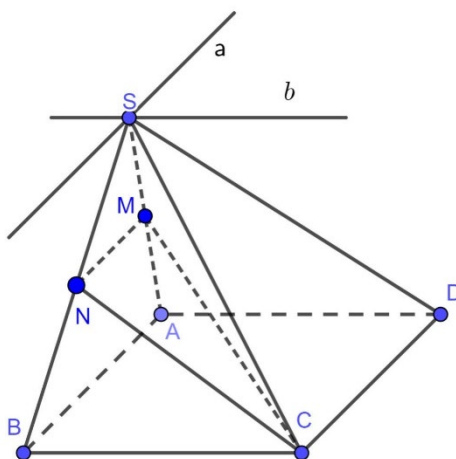
$$\text{Mà } \begin{cases} D \in (DMN) \cap (DBC) \\ MN \subset (DMN) \\ BC \subset (DBC) \end{cases}$$

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng  $(DMN)$  và  $(DBC)$  là đường thẳng qua  $D$  và song song với  $BC$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình bình hành. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB$ . Gọi  $a$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ . Gọi  $b$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Mặt phẳng  $(CMN)$  song song với đường thẳng nào sau đây?

- A.**  $b$ . **B.**  $a$ . **C.**  $CD$ . **D.**  $SD$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} a = (SAB) \cap (SCD) \\ AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow a // AB$$

$$\text{Mà } MN // AB \Rightarrow \begin{cases} MN // a \\ MN \subset (CMN) \end{cases} \Rightarrow a // (CMN)$$

**Câu 11:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, BD$ . Điểm  $M$  nằm trên cạnh  $AB$  sao cho mặt phẳng  $(MNP)$  song song với đường thẳng  $ID$ . Tính tỉ số  $\frac{MA}{MB}$ .

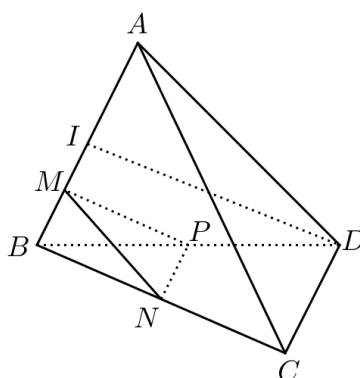
A.  $\frac{1}{3}$ .

B. 2.

**C. 3.**

D.  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**



Ta có  $ID \subset (ABD); ID // (MNP); (MNP) \cap (ABD) = MP \Rightarrow MP // ID$ .

Khi đó  $M$  là trung điểm của  $IB$ . Vậy  $\frac{MA}{MB} = 3$ .

**Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} = \frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{N}$ . Tính  $a + b$ .

A. 5.

**B. 7**

C. 6.

D. 0.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{6} = \frac{a}{b} \Rightarrow a = 1, b = 6.$$

Vậy:  $a + b = 7$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \cos x$  và  $g(x) = \sin x$ .

a) Hàm số  $g(x)$  là hàm số chẵn.

b) Trong khoảng  $(0; 2\pi)$  đồ thị hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại hai điểm.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x) + g(x)$  bằng 2.

d) Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**Lời giải**

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

**a) Sai**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Do đó  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

Ta có  $\forall x \in D: g(-x) = \sin(-x) = -\sin(x) = -g(x) \Rightarrow g(x)$  là hàm số lẻ.

**b) Đúng**

Phương trình  $\sin x = \cos x$  trong khoảng  $(0; 2\pi)$  có hai nghiệm  $x = \frac{\pi}{4}$  và  $x = \frac{5\pi}{4}$

**c) Sai**

Ta có:  $y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ,

mà  $\forall x: -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$ .

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  bằng  $\sqrt{2}$ , khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ .

**d) Đúng**

Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  bằng  $-\sqrt{2}$ , khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**Câu 2:** Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó 2 ghế. Gọi  $u_n$  (ghế) là tổng số ghế ở hàng thứ  $n$ .

**a)  $u_2 = 18$**

**b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có công sai  $d = 2$ .**

**c) Số ghế ở hàng thứ 20 nhỏ hơn 54.**

**d) Tổng số ghế trong nhà hát nhiều hơn 1000.**

**Lời giải**

<b>a) Đúng</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
----------------	----------------	---------------	---------------

Số ghế trong các dãy ghế liên tiếp lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = 16$  và công sai  $d = 2$ .

$u_2 = u_1 + d = 16 + 2 = 18$ . Vậy **a)** và **b)** đúng.

Ta có  $u_{20} = u_1 + 19d = 16 + 19 \cdot 2 = 54$ . Suy ra **c)** sai.

Số ghế ở mỗi hàng của nhà hát lập thành một cấp số cộng, gồm 25 số hạng, với số hạng đầu  $u_1 = 16$  và công sai  $d = 2$ . Tổng các số hạng này là

$S_{25} = u_1 + u_2 + \dots + u_{25} = \frac{25}{2} [2u_1 + (25-1)d] = \frac{25}{2} (2 \cdot 16 + 24 \cdot 2) = 1000$ . Suy ra **d)** sai.

**Câu 3:** Nhà anh Bình có một hồ hình chữ nhật rộng 10 hecta và có độ sâu trung bình 1,5 m. Trong hồ có chứa 5000 m<sup>3</sup> nước ngọt. Để nuôi tôm, anh Bình bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 10 m<sup>3</sup>/phút. Theo nghiên cứu, đánh giá, độ mặn đo bằng các máy kiểm tra nước thích hợp trong ao nuôi tôm thẻ chân trắng nằm trong khoảng từ 2 - 40‰. Tôm sống và phát triển tốt nhất với chỉ số từ 10 - 25‰.

**a) Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là 300t (kg)**

- b) Sau  $t$  phút, lượng nước trong hồ là  $5000 + 10t$  ( $m^3$ ).
- c) Nồng độ muối của nước trong hồ tại thời điểm  $t$  phút kể từ khi bơm là  $C(t) = \frac{500+t}{30t}$  ( $g/l$ ).
- d) Khi  $t$  đủ lớn thì nước trong hồ sẽ thích hợp để tôm phát triển.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

**a) Đúng.**

Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là  $30.10000.t = 300000t$  ( $g$ ) =  $300t$  ( $kg$ )

**b) Đúng.**

Thể tích nước trong hồ là  $5000 + 10t$  ( $m^3$ ).

**c) Sai.**

Nồng độ muối của nước trong hồ sau  $t$  phút là  $C(t) = \frac{300000t}{5000000 + 10000t} = \frac{30t}{500+t}$  ( $g/l$ ).

**d) Đúng.**

Ta có:  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{500+t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{\frac{500}{t} + 1} = \frac{30}{1} = 30$ .

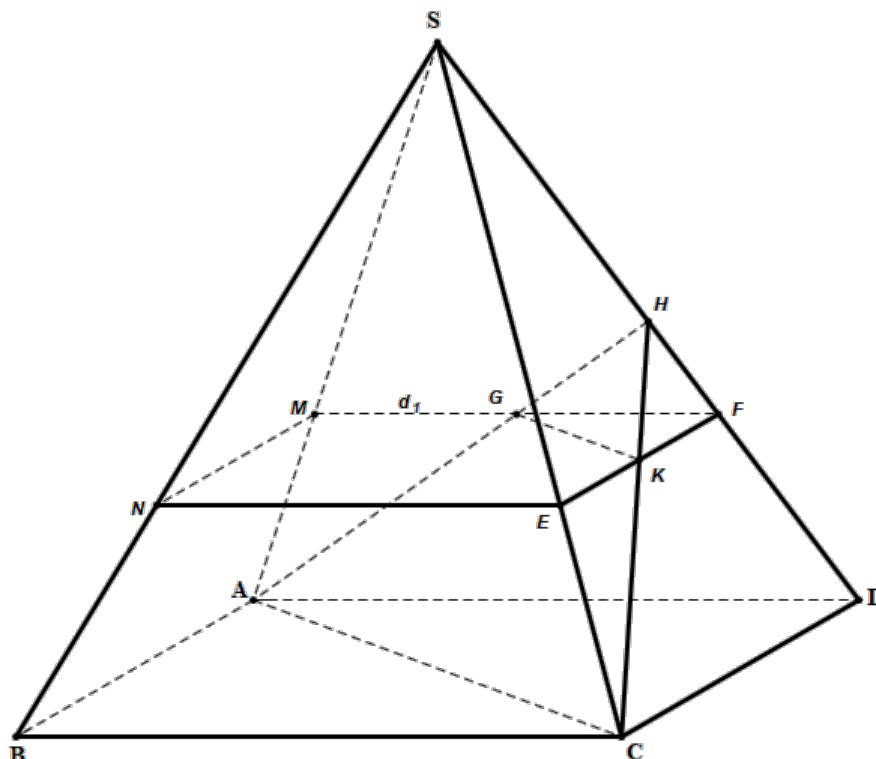
Ta thấy khi lượng nước trong hồ tăng theo thời gian đến đến một lượng đủ lớn thì thì nồng độ muối của nước sẽ tăng dần đến giá trị  $30(g/l)$ , tức là độ mặn của nước trong hồ không vượt quá 30‰.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G, K$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $SAD, SCD$ .

- a) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$  là đường thẳng  $AB$ .
- b) Đường thẳng  $GK$  và  $AC$  có một điểm chung.
- c) Đường thẳng  $GK$  song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- d) Mặt phẳng chứa đường thẳng  $GK$  và song song với mặt phẳng  $(ABCD)$  cắt các cạnh  $SA, SB, SC, SD$  lần lượt tại  $M, N, E, F$ . Khi đó, tứ giác  $MNEF$  là hình bình hành.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



**a) Đúng.**

Hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$  có hai điểm chung là  $A$  và  $B$  nên giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(ABCD)$  là đường thẳng  $AB$ .

**b) Sai.**

Gọi  $H$  là trung điểm của  $SD$ . Ta có:

Trong tam giác  $SAD$ , có  $AH$  là đường trung tuyến và  $G$  là trọng tâm, nên  $\frac{HG}{HA} = \frac{1}{3}$  (1).

Trong tam giác  $SCD$ , có  $CH$  là đường trung tuyến và  $K$  là trọng tâm, nên  $\frac{HK}{HC} = \frac{1}{3}$  (2).

Trong tam giác  $HAC$  và từ (1), (2) ta có  $\frac{HG}{HA} = \frac{HK}{HC} = \frac{1}{3}$ , suy ra  $GK // AC$ .

**c) Đúng.**

Mặt phẳng  $(ABCD)$  không chứa đường thẳng  $GK$  và theo kết quả câu **b)** ta có  $GK // AC$ . Mà  $AC$  nằm trong mặt phẳng  $(ABCD)$ . Nên đường thẳng  $GK$  song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**d) Đúng.**

Gọi mặt phẳng  $(P)$  chứa đường thẳng  $GK$  và song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Nên mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt phẳng  $(SAD)$  theo một giao tuyến  $d_1$  song song với  $AD$ .

Mà mặt phẳng  $(P)$  và mặt phẳng  $(SAD)$  có một điểm chung là  $G$ , nên đường thẳng  $d_1$  đi qua  $G$  và song song với  $AD$ .

Theo giả thiết, mặt phẳng  $(P)$  cắt  $SA, SD$  lần lượt tại  $M, F$  nên đường thẳng  $d_1$  cắt  $SA, SD$  lần lượt tại  $M, F$ . Hay  $MF // AD$ .

Tương tự, ta có  $FE // CD$ ,  $EN // BC$ ,  $NM // AB$ .

Do đó, tứ giác  $MNEF$  có  $FE // MN$  (vì cùng song song với  $AB, CD$ ) và  $EN // MF$  (vì cùng song song với  $AD, BC$ ).

Vậy tứ giác  $MNEF$  là hình bình hành.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là  $192\text{cm}$ , bánh xe trước có đường kính là  $96\text{cm}$ , giả sử rằng xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết vận tốc của bánh xe trước là  $100$  vòng/phút. Hỏi bánh xe sau quay được bao nhiêu vòng trong 1 phút.

**Lời giải**

**Trả lời: 50**

Trong vòng 1 phút bánh xe trước quay một góc  $100 \cdot 2\pi = 200\pi$  rad.

Trong vòng 1 phút máy kéo đi được quãng đường là  $S = 200\pi \cdot 96 = 19200\pi$  cm.

Suy ra trong vòng 1 phút bánh xe sau quay một góc  $100\pi$ .

Vậy số vòng của bánh xe sau trong 1 phút là  $\frac{100\pi}{2\pi} = 50$  vòng/phút.

**Câu 2:** Khảo sát doanh thu bán hàng ( đơn vị: triệu đồng) trong 20 ngày đầu tháng 12 của một cửa hàng, thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Doanh thu	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số ngày	3	6	5	4	2

Tính trung vị của mẫu số liệu trên. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Trả lời: 12,4**

Cỡ mẫu là  $n = 3 + 6 + 5 + 4 + 2 = 20$ .

Khi đó, trung vị là  $x = \frac{x_{10} + x_{11}}{2}$ . Do  $x_{10}, x_{11}$  thuộc nhóm [12;14) nên nhóm này chứa trung.

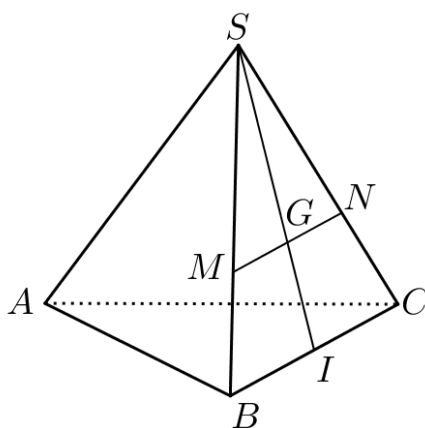
Do đó, ta có  $p = 3; a_3 = 12; m_3 = 5; m_1 + m_2 = 3 + 6 = 9; a_4 - a_3 = 2$ .

Ta có  $M_e = 12 + \frac{\frac{20}{2} - 9}{5} \cdot 2 = 12,4$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $BC = 18$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SBC$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $G$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$ , cắt các cạnh  $SB, SC$  lần lượt tại  $M, N$ . Tính  $MN$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 12**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ , khi đó  $G \in SI : SG = 2GI$ .

Do  $BC // (P); G \in (P) \cap (SBC) \Rightarrow (P) \cap (SBC) = Gx // BC$ .

Khi đó  $M = Gx \cap SB, N = Gx \cap SC \Rightarrow MN = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3} \cdot 18 = 12$ .

**Câu 4:** Nếu anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35000 USD mỗi năm và được tăng thêm 1400 USD lương mỗi năm sau đó, thì sẽ mất bao nhiêu năm làm việc để tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 USD?

**Lời giải**

**Trả lời: 8**

Gọi  $u_n$  là tiền lương anh Nam nhận được vào năm thứ  $n$ .

Tại năm đầu tiên, lương anh Nam nhận được là  $u_1 = 35000$ .

Vì mỗi năm, anh Nam được tăng lương thêm 1400 USD, nên ta có  $u_n = u_{n-1} + 1400$

Do đó  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 35000, d = 1400$ .

Tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô, áp dụng công thức tính tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số cộng:

$$S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d] \cdot n}{2} \Leftrightarrow 319200 = \frac{[2 \cdot 35000 + (n-1) \cdot 1400] \cdot n}{2} \Rightarrow n = 8.$$

Vậy anh Nam mất 8 năm làm việc để được tổng lương là 319200.

**Câu 5:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2} = \frac{a}{b}$  ( $\frac{a}{b}$  phân số tối giản  $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$ ). Tính giá trị của biểu thức  $S = a^2 + b$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 10**

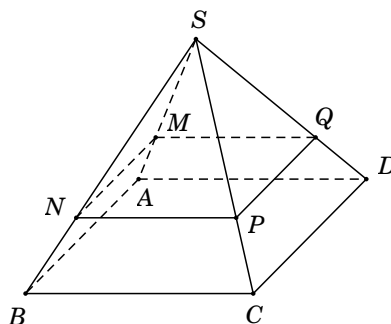
$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x^2-1^3}{\left(\sqrt[3]{(1+x^2)^2} + \sqrt[3]{1+x^2} + 1\right)x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{(1+x^2)^2} + \sqrt[3]{1+x^2} + 1} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra  $a = 1$  và  $b = 3 \Rightarrow S = 1^2 + 3^2 = 10$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng 10.  $N$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $3SN = 2SB$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $N$ , song song với  $AB$  và  $AD$ , cắt hình chóp theo một tứ giác. Gọi  $S$  là diện tích tứ giác thiết diện và  $S = \frac{4a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản,  $a; b \in \mathbb{N}$ . Tính  $P = a + b + 1$

**Lời giải**

**Trả lời: 110**



Ta kẻ  $MN \parallel AB$  ( $M \in SA$ ),  $NP \parallel BC$  ( $P \in SC$ ),  $MQ \parallel BC \parallel AD$  ( $Q \in SD$ ). Vì mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $N$ , song song với  $AB$  và  $AD$  nên  $M, P, Q$  đều thuộc  $(\alpha)$  và thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là tứ giác  $MNPQ$ .

$$\text{Khi đó } MN \parallel AB \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Tương tự, ta có được } \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{DA} = \frac{2}{3}.$$

Suy ra  $MN = NP = PQ = QM = \frac{2}{3}AB = \frac{20}{3}$  và  $MNPQ$  là hình vuông.

$$\text{Suy ra } S_{MNPQ} = \left(\frac{20}{3}\right)^2 = \frac{400}{9}.$$

Khi đó  $a = 100, b = 9$

### PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)

**Câu 1:** Giải phương trình  $4 \sin x \cos x - \sqrt{3} = 0$ .

**Lời giải**

Ta có

$$4 \sin x \cos x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow 2 \sin 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 2:** Tính giới hạn sau  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ .

**Lời giải**

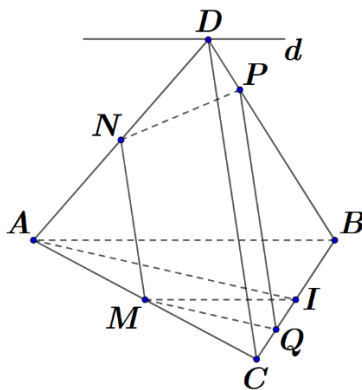
$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 3) = 2 - 3 = -1.$$

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD = BC = BD = CD$ . Gọi  $M, I$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AC$  và  $BC$ .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(ABD)$  và  $(MID)$ .

b) Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M$  và song song với hai đường thẳng  $CD, AI$ . Tìm các điểm  $N, P, Q$  lần lượt là giao điểm của mặt phẳng  $(\alpha)$  với các cạnh  $AD, BD, BC$ , chứng minh tứ giác  $MNPQ$  là một hình thang cân.

**Lời giải**



a) Ta có  $M, I$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AC$  và  $BC$  nên  $MI \parallel AB$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} D \in (ABD) \cap (MID) \\ MI \parallel AB \\ MI \subset (MID) \\ AB \subset (ABD) \end{cases}$$

Nên  $(ABD) \cap (MID) = d$  với  $d$  là đường thẳng qua  $D$  và  $d \parallel MI \parallel AB$ .

b) Trong  $(ACD)$ , gọi  $N$  là trung điểm  $AD$ , khi đó  $MN \parallel CD$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ACD) \\ CD \parallel (\alpha) \end{cases}$$

Nên  $(\alpha) \cap (ACD) = d$  với  $d$  là đường thẳng qua  $M$  và  $d \parallel CD$ . Khi đó  $N = d \cap AD$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABC) \\ AI \parallel (\alpha) \end{cases}$$

Nên  $(\alpha) \cap (ABC) = d'$  với  $d'$  là đường thẳng qua  $M$  và  $d' \parallel AI$ . Khi đó  $Q = d' \cap CD$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (BCD) \\ MN \parallel CD \\ MN \subset (\alpha) \\ CD \subset (SBD) \end{cases}$$

Nên  $(ABD) \cap (MID) = q$  với  $q$  là đường thẳng qua  $Q$  và  $q \parallel MN \parallel CD$ .

Khi đó  $P = q \cap BD$  nên  $MN \parallel PQ$  nên tứ giác  $MNPQ$  là hình thang.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{ND}{AD} = \frac{MC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow ND = MC. \\ AD = AC = a \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{PD}{BD} = \frac{QC}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow PD = QC. \\ BD = BC = a \end{cases}$$

Mặt khác do hai tam giác  $ABD$  và  $ABC$  đều nên  $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 60^\circ$ .

Suy ra  $\triangle DNP = \triangle CMQ$  nên  $NP = MQ$ .

Suy ra tứ giác  $MNPQ$  là hình thang cân.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 07

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

- A.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .                      B.  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .  
C.  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .                      D.  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Câu 2:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^n + 6^n}{5^n + 8^n}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{4}{5}$ .                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ , điểm  $I$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BI = 2IC$ . Khi đó:

- A.  $IG \parallel (ACD)$ .                      B.  $IG \parallel (ABD)$ .                      C.  $IG \parallel (ABC)$ .                      D.  $IG \parallel (BCD)$ .

**Câu 4:** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình  $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

- A.  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      B.  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
C.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      D.  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 5:** Cho ba mặt phẳng  $(P), (Q), (R)$  đôi một song song. Hai đường thẳng  $d, d'$  cắt ba mặt phẳng lần lượt tại  $A, B, C$  và  $A', B', C'$ . Biết  $AB = 3cm, BC = 6cm, A'B' = 2cm$ . Tính  $B'C'$

- A. 1cm.                      B. 3cm.                      C. 4cm.                      D. 9cm.

**Câu 6:** Bánh xe đạp của người đang đạp xe đạp quay được 2 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được một góc bao nhiêu độ?

- A.  $300^\circ$                       B.  $288^\circ$                       C.  $108^\circ$                       D.  $450^\circ$ .

**Câu 7:** Biết  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 + 2n - 1}{an^2 + 2} = 2$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a$  bằng:

- A. 2.                      B. 1.                      C. 0.                      D. 4.

**Câu 8:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 1})$  bằng:

- A. 2.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D. 4.

**Câu 9:** Hình chóp ngũ giác có số mặt và số cạnh lần lượt là:

- A. 6 mặt, 5 cạnh.                      B. 6 mặt, 10 cạnh.                      C. 5 mặt, 10 cạnh.                      D. 5 mặt, 5 cạnh.

**Câu 10:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hình chiếu của điểm  $B$  trên mặt phẳng  $(CDD'C')$  theo phương  $AD'$  là:

- A.  $D'$ .                      B.  $C$ .                      C.  $C'$ .                      D.  $D$ .

**Câu 11:** Cho một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$ . Qua điểm  $A$  vẽ được bao nhiêu đường thẳng song song với mặt phẳng  $(P)$ ?

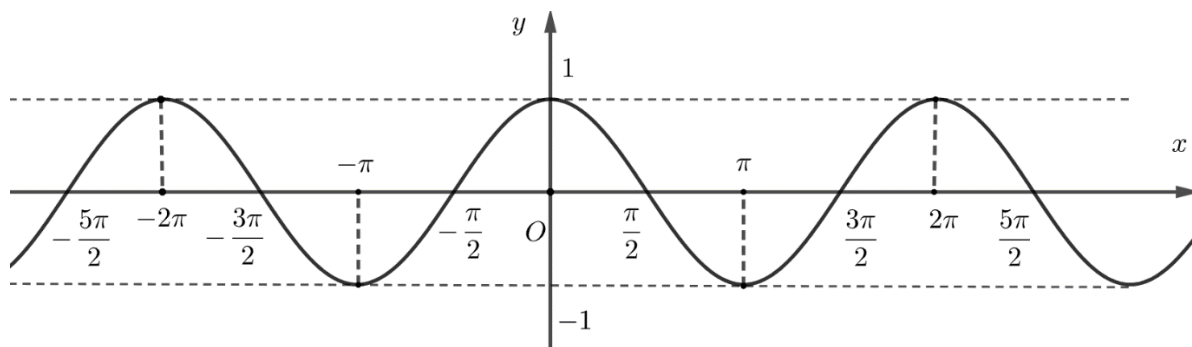
- A. 3.                                      B. Vô số.                                      C. 1.                                      D. 2.

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Điểm  $M$  thuộc đoạn  $SA (M \neq S; A)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $M$  song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  và các mặt bên của hình chóp là:

- A. Hình chữ nhật.                                      B. Hình vuông.                                      C. Hình tam giác.                                      D. Hình bình hành.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \cos x$  có đồ thị như hình vẽ.



- a) Hàm số trên là hàm số chẵn.  
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ .  
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là 0.  
 d) Phương trình  $3 \cos x - 2 = 0$  có 4 nghiệm phân biệt trên khoảng  $(-2\pi; 2\pi)$ .

**Câu 2:** Cho bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Tần số	3	15	24	12	3	3

- a) Trung vị của mẫu số liệu là  $Q_2 = 56$ .  
 b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất và thứ ba lần lượt là [40,50); [60,70).  
 c) Tứ phân vị thứ nhất:  $Q_1 = 48$   
 d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 61,5$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -1$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2-1} = \frac{1}{4}$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^3-x^2+x-1} > 0$ .

d) Để  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{ax+b} = 2$  thì  $a+3b=1$ .

**Câu 4:** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $I, K, G$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC, A'B'C', ACC'$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $BB' // (ACC'A')$ .

b)  $(ABC) // (A'B'C')$ .

c)  $IG$  cắt  $(BCC'B')$ .

d)  $(IKG) // (BCC'B')$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - ax + 3}{x^2 - 5x + 4} = b$ . Tính  $6ab$

**Câu 2:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3+3^2+3^3+\dots+3^n}{4+4^2+4^3+\dots+4^n}$ .

**Câu 3:** Một đơn vị sản xuất ước tính rằng chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất  $x$  đơn vị sản phẩm là  $C(x) = 100x(\sqrt{9x^2 + 18x + 12} - 3x)$ . Tìm hàm số  $f(x)$  biểu thị chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm. Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

**Câu 4:** Một cầu thang đường lên công trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh Lâm Đồng được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là  $35cm$  và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi  $7cm$ . Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài  $196cm$  và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài  $56cm$ . Hỏi giá thành làm cầu thang là bao nhiêu? Biết rằng giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là  $1250000$  đồng trên một mét vuông. (Kết quả làm tròn đến hàng triệu đồng).

**Câu 5:** Tiền lãi (nghìn đồng) trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy báo là

81	37	74	65	31	63	58	82	67	77	63	46	30	53	73
51	44	52	92	93	53	85	77	47	42	57	57	85	55	64

Tính số phương sai (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $E$  là trung điểm  $SC$ . Gọi  $F$  là điểm trên đoạn  $BD$  sao cho  $3BF = 2BD$  và  $M$  là giao điểm của  $SB$  và  $(AEF)$ . Khi đó tỉ số  $\frac{SM}{SB}$  là  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $3a+b$ .

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - ax + b}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 5, & x = 2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 2$ . Tính  $a + 2b$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$ , đáy lớn là  $AD$  và  $AD = 2BC$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $H$  là trung điểm của  $SC$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SCD$ . Chứng minh  $OG$  song song với mặt phẳng  $(SCB)$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

- A.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .
- B.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .
- C.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .
- D.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} d = (SAD) \cap (SBC) \\ S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD // BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$$

Suy ra  $d$  qua  $S$  và song song với  $AD$  và  $BC$ .

**Câu 2:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^n + 6^n}{5^n + 8^n}$  bằng

- A.**  $\frac{1}{2}$ .
- B.**  $0$ .
- C.**  $\frac{4}{5}$ .
- D.**  $\frac{3}{4}$ .

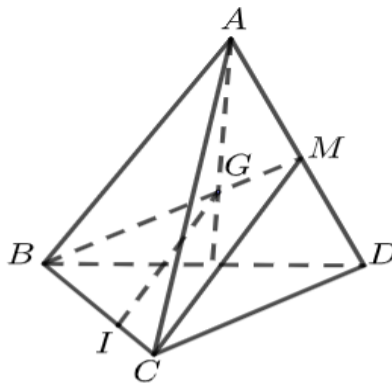
**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^n + 6^n}{5^n + 8^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\left(\frac{5}{8}\right)^n + 1} = 0.$$

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ , điểm  $I$  nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $BI = 2IC$ . Khi đó:

- A.**  $IG // (ACD)$ .
- B.**  $IG // (ABD)$ .
- C.**  $IG // (ABC)$ .
- D.**  $IG // (BCD)$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ .

$$\text{Khi đó: } \frac{BG}{BM} = \frac{BI}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow IG // CM \subset (ACD) \Rightarrow IG // (ACD).$$

**Câu 4:** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình  $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

**A.**  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .    **B.**  $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**C.**  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .    **D.**  $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 5:** Cho ba mặt phẳng  $(P), (Q), (R)$  đôi một song song. Hai đường thẳng  $d, d'$  cắt ba mặt phẳng lần lượt tại  $A, B, C$  và  $A', B', C'$ . Biết  $AB = 3cm, BC = 6cm, A'B' = 2cm$ . Tính  $B'C'$

**A.**  $1cm$ .                      **B.**  $3cm$ .                      **C.**  $4cm$ .                      **D.**  $9cm$ .

**Lời giải**

Theo định lí Ta-lét trong không gian, ta có:  $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \Leftrightarrow \frac{3}{6} = \frac{2}{B'C'} \Rightarrow B'C' = 4cm$

**Câu 6:** Bánh xe đạp của người đang đạp xe đạp quay được 2 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được một góc bao nhiêu độ?

**A.**  $300^\circ$                       **B.**  $288^\circ$                       **C.**  $108^\circ$                       **D.**  $450^\circ$ .

**Lời giải**

Trong 2 giây bánh xe đạp quay được:  $\frac{2.2}{5} = 0.8$  vòng.

Khi đó góc  $\alpha$  mà bánh xe đã quay là  $\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{0.8}{1} \Leftrightarrow \alpha = 288^\circ$ .

**Câu 7:** Biết  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 + 2n - 1}{an^2 + 2} = 2$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a$  bằng:

**A.**  $2$ .                      **B.**  $1$ .                      **C.**  $0$ .                      **D.**  $4$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 + 2n - 1}{an^2 + 2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{a + \frac{2}{n^2}} = \frac{4}{a}$

Để  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2 + 2n - 1}{an^2 + 2} = 2$  thì  $\frac{4}{a} = 2 \Leftrightarrow a = 2$ .

**Câu 8:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 1})$  bằng:

**A.**  $2$ .                      **B.**  $+\infty$ .                      **C.**  $-\infty$ .                      **D.**  $4$ .

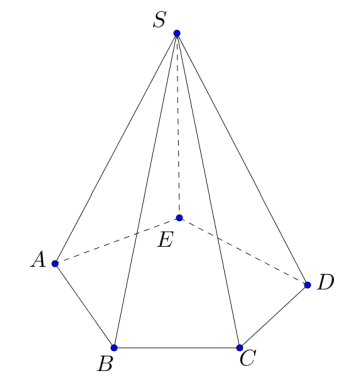
**Lời giải**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 1}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 - 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = 2$ .

**Câu 9:** Hình chóp ngũ giác có số mặt và số cạnh lần lượt là:

**A.** 6 mặt, 5 cạnh.                      **B.** 6 mặt, 10 cạnh.                      **C.** 5 mặt, 10 cạnh.                      **D.** 5 mặt, 5 cạnh.

**Lời giải.**

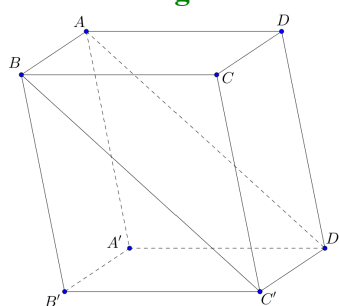


Số mặt 6. Số cạnh 10.

**Câu 10:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hình chiếu của điểm  $B$  trên mặt phẳng  $(CDD'C')$  theo phương  $AD'$  là:

- A.  $D'$ .                      B.  $C$ .                      **C.  $C'$ .**                      D.  $D$ .

**Lời giải.**

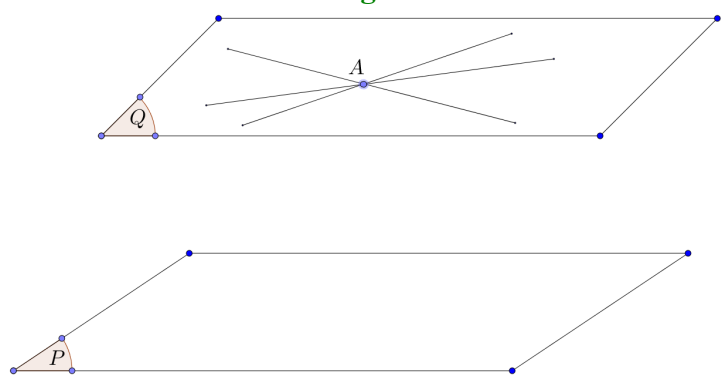


Ta có  $ABC'D'$  là hình bình hành, suy ra  $BC' // AD'$  và  $C' \in (CDD'C')$ , nên hình chiếu của điểm  $B$  trên mặt phẳng  $(CDD'C')$  theo phương  $AD'$  là điểm  $C'$ .

**Câu 11:** Cho một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$ . Qua điểm  $A$  vẽ được bao nhiêu đường thẳng song song với mặt phẳng  $(P)$ ?

- A. 3.                      **B. Vô số.**                      C. 1.                      D. 2.

**Lời giải.**

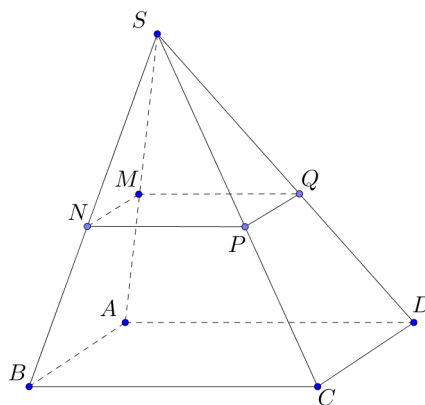


Qua  $A$  có duy nhất mặt phẳng  $(Q) // (P)$ , trong  $mp(Q)$  mọi đường thẳng đi qua  $A$  đều song song với  $(P)$ . Vậy qua điểm  $A$  vẽ được vô số đường thẳng song song với mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Điểm  $M$  thuộc đoạn  $SA (M \neq S; A)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $M$  song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  và các mặt bên của hình chóp là:

- A. Hình chữ nhật.                      B. Hình vuông.                      C. Hình tam giác.                      **D. Hình bình hành.**

**Lời giải.**



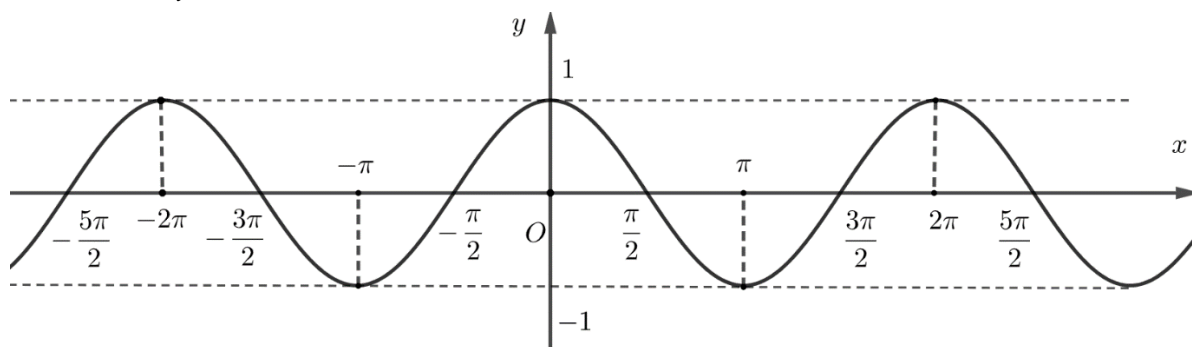
$$(\alpha) // (ABCD) \Rightarrow (\alpha) // AB \Rightarrow (\alpha) \cap (SAB) = MN // AB$$

$$\text{Tương tự } (\alpha) \cap (SBC) = NP // BC; (\alpha) \cap (SCD) = PQ // CD; (\alpha) \cap (SDA) = MQ // AD$$

Suy ra  $MNPQ$  là hình bình hành.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \cos x$  có đồ thị như hình vẽ.



a) Hàm số trên là hàm số chẵn.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ .

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là 0.

d) Phương trình  $3 \cos x - 2 = 0$  có 4 nghiệm phân biệt trên khoảng  $(-2\pi; 2\pi)$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

**a) Đúng.**

Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

**b) Sai.**

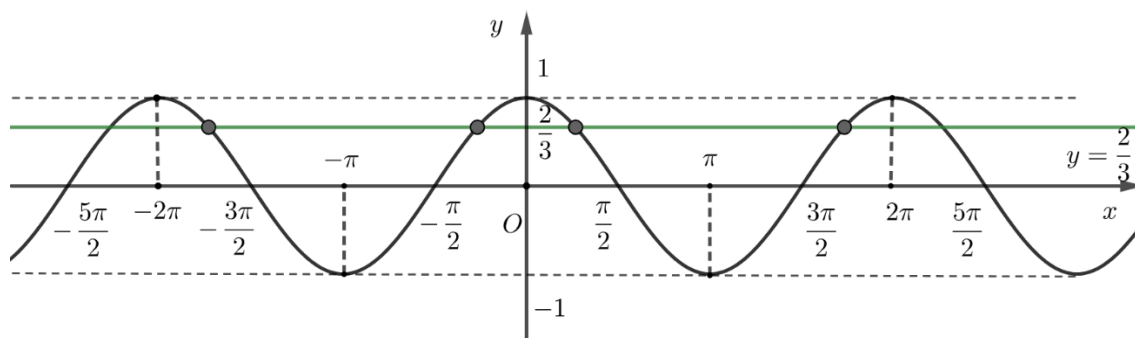
Hàm số  $y = \cos x$  nghịch biến trên khoảng  $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ .

**c) Sai.**

Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  bằng 1.

d) Đúng.

$$3 \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{2}{3}.$$



Từ đồ thị ta thấy đường thẳng  $y = \frac{2}{3}$  cắt đồ thị hàm số  $y = \cos x$  tại 4 điểm phân biệt trên khoảng  $(-2\pi; 2\pi)$  nên phương trình  $3 \cos x - 2 = 0$  có 4 nghiệm phân biệt trên khoảng  $(-2\pi; 2\pi)$ .

**Câu 2:** Cho bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	3	15	24	12	3	3

- a) Trung vị của mẫu số liệu là  $Q_2 = 56$ .
- b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất và thứ ba lần lượt là [40; 50); [60; 70).
- c) Tứ phân vị thứ nhất:  $Q_1 = 48$
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 61,5$

**Lời giải**

<b>a) Sai</b>	<b>b) Đúng</b>	<b>c) Sai</b>	<b>d) Sai</b>
---------------	----------------	---------------	---------------

Gọi  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{50}$  là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu:  $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in [50; 60)$ .

Ta có:  $n_m = 24; C_2 = 3 + 15 = 18; u_m = 50; u_{m+1} = 60$ .

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm cũng là trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{60}{2} - 18}{24} (60 - 50) = 55$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{30}$  có trung vị  $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [40; 50)$ .

Ta có:  $n_i = 15; C_1 = 3; u_i = 40; u_{i+1} = 50$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{60}{4} - 3}{15} (50 - 40) = 48$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải  $x_{31}, x_{32}, x_{33}, \dots, x_{60}$  có trung vị  $\frac{x_{45} + x_{46}}{2} \in [60; 70)$ .

Ta có:  $n_j = 12; C_3 = 3 + 15 + 24 = 42; u_j = 60; u_{j+1} = 70$ .

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \cdot 60}{12} - 42}{12} (70 - 60) = 62,5$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$Q_1 = 48, Q_2 = 55, Q_3 = 62,5.$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -1$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \frac{1}{4}$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^3 - x^2 + x - 1} > 0$ .

d) Để  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{ax + b} = 2$  thì  $a + 3b = 1$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$ . Vậy ý a) đúng.

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$ . Vậy ý b) sai.

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^3 - x^2 + x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x^2 + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x^2 + 1} = -\frac{1}{2} < 0$ . Vậy ý c) sai.

d) Để  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{ax + b} = 2$  thì

+  $ax + b$  có nghiệm bằng 1  $\Leftrightarrow a + b = 0 \Leftrightarrow b = -a$ .

+ Khi đó:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{ax + b} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{a(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{a} = -\frac{1}{a} = 2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$ .

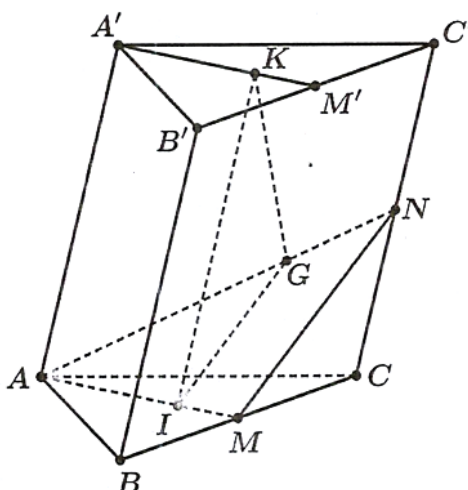
Vậy  $a + 3b = -\frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} = 1$ , ý **d** đúng.

**Câu 4:** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $I, K, G$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC, A'B'C', ACC'$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)  $BB' // (ACC'A')$ .
- b)  $(ABC) // (A'B'C')$ .
- c)  $IG$  cắt  $(BCC'B')$ .
- d)  $(IKG) // (BCC'B')$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



**a) Đúng**

Ta có:  $\begin{cases} BB' // AA' \\ AA' \subset (ACC'A') \\ BB' \not\subset (ACC'A') \end{cases} \Rightarrow BB' // (ACC'A')$ .

**b) Đúng**

Ta có:  $(ABC) // (A'B'C')$  (do  $(ABC), (A'B'C')$  là hai mặt phẳng chứa hai đáy của lăng trụ nên song song với nhau).

**c) Sai**

Gọi  $M, M'$  lần lượt là trung điểm của  $BC, B'C'$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $CC'$ , tam giác  $AMN$  có

$$\frac{AI}{AM} = \frac{AG}{AN} = \frac{2}{3} \quad (\text{tính chất trọng tâm})$$

Suy ra  $IG // MN$  mà  $MN \subset (BCC'B')$ ;  $IG \not\subset (BCC'B')$  nên  $IG // (BCC'B')$  (1)

**d) Đúng**

$MM'$  là đường trung bình của hình bình hành  $BCC'B'$  nên

$$\begin{cases} MM' // BB' \\ MM' = BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MM' // AA' \\ MM' = AA' \end{cases} \Rightarrow AMM'A' \text{ là hình bình hành.}$$

Vì  $I, K$  theo thứ tự là trọng tâm các tam giác  $ABC, A'B'C'$  nên

$IM = KM' = \frac{1}{3} A'M' = \frac{1}{3} AM$ , mà  $IM // KM'$  nên  $IKM'M$  là hình bình hành.

Suy ra  $IK // MM'$ ,  $MM' \subset (BCC'B')$ ,  $IK \not\subset (BCC'B') \Rightarrow IK // (BCC'B')$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $(IKG) // (BCC'B')$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - ax + 3}{x^2 - 5x + 4} = b$ . Tính  $6ab$

**Lời giải**

**Trả lời: 10**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - ax + 3}{x^2 - 5x + 4} = b$  suy ra  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - ax + 3) = 0 \Leftrightarrow 2 - a + 3 = 0 \Leftrightarrow a = 5$ .

Khi đó với  $a = 5$  ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 5x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x-3)}{(x-1)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-3)}{(x-4)} = \frac{1}{3}$

Vậy  $b = \frac{1}{3}$ , suy ra  $ab = \frac{5}{3}$ .

**Câu 2:** Tính  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n}{4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^n}$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 0**

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n}{4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 \cdot (1 - 3^n)}{4 \cdot (1 - 4^n)}$$

$$= \frac{9}{8} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - 3^n}{1 - 4^n}$$

$$= \frac{9}{8} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^n - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\left(\frac{1}{4}\right)^n - 1}$$

$= 0$ .

**Câu 3:** Một đơn vị sản xuất ước tính rằng chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất  $x$  đơn vị sản phẩm là  $C(x) = 100x \left( \sqrt{9x^2 + 18x + 12} - 3x \right)$ . Tìm hàm số  $f(x)$  biểu thị chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm. Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 300**

$$f(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{100x \left( \sqrt{9x^2 + 18x + 12} - 3x \right)}{x} = 100 \left( \sqrt{9x^2 + 18x + 12} - 3x \right)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} 100 \left( \sqrt{9x^2 + 18x + 12} - 3x \right) \\ &= 100 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left( \sqrt{9x^2 + 18x + 12} - 3x \right) \cdot \left( \sqrt{9x^2 + 18x + 12} + 3x \right)}{\left( \sqrt{9x^2 + 18x + 12} + 3x \right)} \\ &= 100 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{18x + 12}{\sqrt{9x^2 + 18x + 12} + 3x} \\ &= 100 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( 18 + \frac{12}{x} \right)}{x \left( \sqrt{9 + \frac{18}{x} + \frac{12}{x^2}} + 3 \right)} \\ &= 100 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{18 + \frac{12}{x}}{\sqrt{9 + \frac{18}{x} + \frac{12}{x^2}} + 3} = 300 \end{aligned}$$

**Câu 4:** Một cầu thang đường lên công trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh Lâm Đồng được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là  $35cm$  và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi  $7cm$ . Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài  $196cm$  và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài  $56cm$ . Hỏi giá thành làm cầu thang là bao nhiêu? Biết rằng giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là  $1250000$  đồng trên một mét vuông. (Kết quả làm tròn đến hàng triệu đồng).

**Lời giải**

**Trả lời: 12**

Ta có chiều dài của mỗi mặt cầu thang theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu tiên là  $u_1 = 196$ , công sai  $d = -7$  và số hạng cuối cùng là  $u_n = 56$ .

Khi đó áp dụng công thức tính số hạng tổng quát ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 56 = 196 - 7(n-1) \Leftrightarrow n = 21$$

Tổng chiều dài của 21 hình chữ nhật đó là:  $S_{21} = \frac{u_1 + u_{21}}{2} \cdot 21 = 2646$ .

Diện tích của 21 bậc thang là:  $S = 35 \cdot 2646 = 92610 (cm^2) = 9,261 (m^2)$

Tổng số tiền để làm cầu thang đó là:  $T = 9,261 \cdot 1,25 = 11,57625$  triệu đồng.

**Câu 5:** Tiền lãi (nghìn đồng) trong 30 ngày được khảo sát ở một quầy báo là

81	37	74	65	31	63	58	82	67	77	63	46	30	53	73
51	44	52	92	93	53	85	77	47	42	57	57	85	55	64

Tính số phương sai (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Lời giải**

**Trả lời: 280**

Lập bảng thống kê như sau

Lớp tiền lãi	Tần số $n_i$	Tần suất $f_i$ (%)	Đại diện $c_i$	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$
[29,5; 40,5)	3	10	35	105	3675
[40,5; 51,5)	5	17	46	230	10580
[51,5; 62,5)	7	23	57	399	22743
[62,5; 73,5)	6	20	68	408	27744
[73,5; 84,5)	5	17	79	395	31205
[84,5; 95,5)	4	13	90	1360	32400
$N$	30			1897	128347

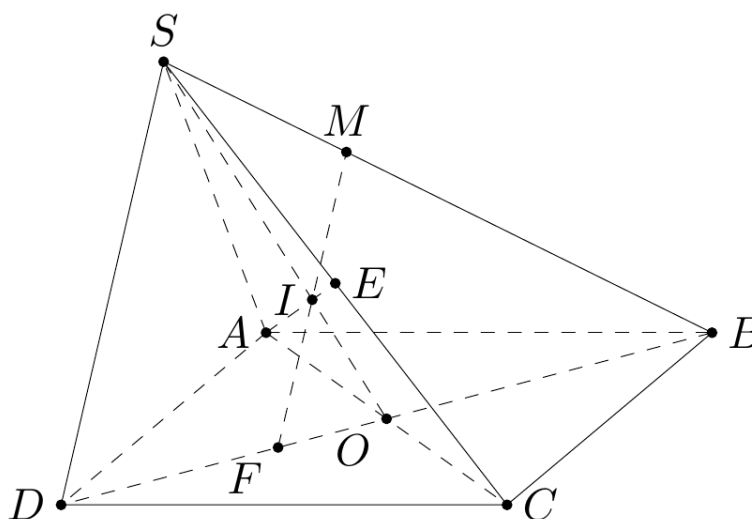
Khi đó số phương sai là

$$S_x^2 = x^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{N} \sum n_i x_i^2 - \left( \frac{1}{N} \sum n_i x_i \right)^2 = \frac{128347}{30} - \left( \frac{1897}{30} \right)^2 \approx 280.$$

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $E$  là trung điểm  $SC$ . Gọi  $F$  là điểm trên đoạn  $BD$  sao cho  $3BF = 2BD$  và  $M$  là giao điểm của  $SB$  và  $(AEF)$ . Khi đó tỉ số  $\frac{SM}{SB}$  là  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $3a + b$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 6**



Gọi  $I = SO \cap AE \Rightarrow I$  là trong tâm  $\Delta SAC$ ; kéo dài  $FI$  cắt  $SB$  tại  $M$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in SB \\ M \in FI \subset (AEF) \end{cases} \Rightarrow M = SB \cap (AEF).$$

Ta có  $BF = \frac{2}{3}BD \Rightarrow DF = \frac{1}{3}BD = \frac{2}{3}DO \Rightarrow F$  là trọng tâm  $\Delta ACD$ .

$$\Rightarrow \frac{OI}{OS} = \frac{OF}{OD} = \frac{1}{3} \Rightarrow IF \parallel SD$$

Do đó  $FM \parallel SD \Rightarrow \frac{BM}{BS} = \frac{BF}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{3}$ . Suy ra  $3a + b = 6$ .

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + b, & x \neq 2 \\ 5, & x = 2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 2$ . Tính  $a + 2b$ .

**Lời giải**

Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x=2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{x - 2} = 5$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) = 0$  nên để tồn tại giới hạn hữu hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{x - 2}$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - ax + b) = 0$

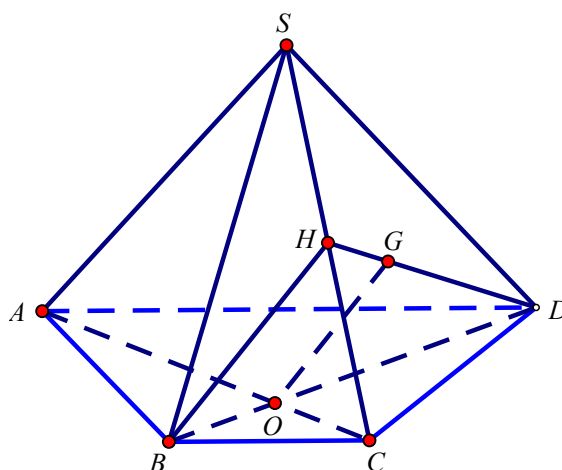
$$\Leftrightarrow 4 - 2a + b = 0 \Leftrightarrow b = 2a - 4.$$

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + b}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + 2a - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2 - a) = 4 - a = 5 \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow b = -6$ .

Vậy  $a + 2b = -13$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$ , đáy lớn là  $AD$  và  $AD = 2BC$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $H$  là trung điểm của  $SC$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SCD$ . Chứng minh  $OG$  song song với mặt phẳng  $(SCB)$ .

**Lời giải**



Ta có:  $\frac{DG}{DH} = \frac{2}{3}$  (1).

Vì  $BC \parallel AD$  nên  $\frac{OD}{OB} = \frac{OA}{OC} = \frac{AD}{BC} = 2 \Rightarrow OD = 2OB \Rightarrow \frac{DO}{DB} = \frac{2}{3}$  (2).

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow OG \parallel BH$  (3).

$$\begin{cases} OG \not\subset (SBC) \\ BH \subset (SBC) \end{cases} \text{ (4)}$$

Từ (3) và (4)  $\Rightarrow OG$  song song với mặt phẳng  $(SCB)$ .

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

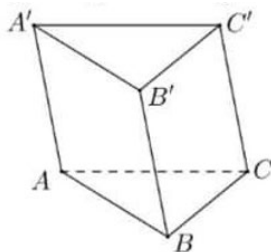
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 08

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

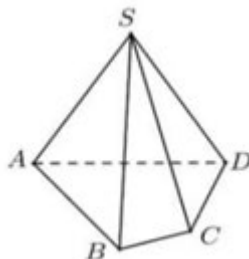
- A.  $y = \frac{1}{x^2 - 4}$ .      B.  $y = \sqrt{x + 2023}$ .      C.  $y = x^2 - 3x + 2$ .      D.  $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ .

**Câu 2:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ). Đường thẳng  $AB$  song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A.  $(ABC)$ .      B.  $(A'B'C')$ .      C.  $(BCC'B')$ .      D.  $(ABB'A')$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  (tham khảo hình vẽ). Cặp đường thẳng nào sau đây chéo nhau?



- A.  $SA$  và  $CD$ .      B.  $SA$  và  $SC$ .      C.  $SA$  và  $SD$ .      D.  $SA$  và  $AB$ .

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 + 1)$  bằng

- A. 5.      B. 9.      C. 7.      D.  $+\infty$ .

**Câu 5:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn ?

- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cot x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cos x$ .

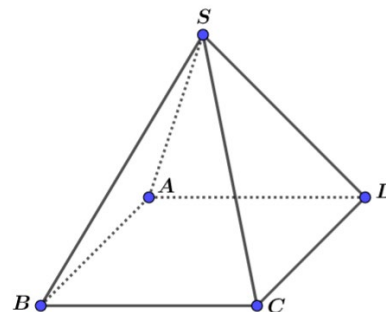
**Câu 6:** Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$  bằng

- A. 12.      B. 8.      C. 3.      D. 4.

**Câu 7:**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 5}{x - 1}$  bằng

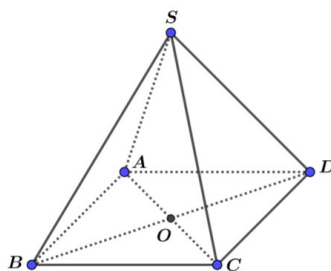
- A.  $-\infty$ .      B. 0.      C. 2.      D.  $+\infty$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành (tham khảo hình vẽ). Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SB$  và  $SD$ . Đường thẳng  $MN$  song song với mặt phẳng nào sau đây?



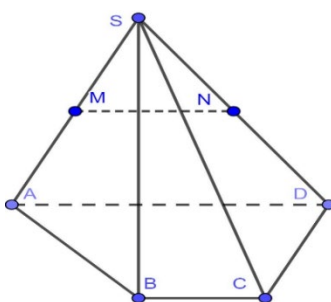
- A.  $(SCD)$ .      B.  $(SAC)$ .  
C.  $(ABCD)$ .      D.  $(SBD)$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  (tham khảo hình vẽ). Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SC$  và  $SD$ . Mặt phẳng  $(OMN)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A.  $(SCD)$ .                      B.  $(SAB)$ .                      C.  $(SBC)$ .                      D.  $(ABCD)$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD // BC$ ); gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SD$  (tham khảo hình vẽ). Đường thẳng  $MN$  song song với đường thẳng nào sau đây?



- A.  $CD$ .                                  B.  $SB$ .                                  C.  $AB$ .                                  D.  $BC$ .

**Câu 11:** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha = 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}$ .

- A.  $\frac{4}{19}$ .                                  B.  $-\frac{1}{17}$ .                                  C.  $\frac{1}{17}$ .                                  D.  $-\frac{4}{19}$ .

**Câu 12:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố  $A$  ở vĩ độ  $40^\circ$  bắc trong ngày thứ  $t$  ở một năm không nhuận được cho bởi hàm số  $d(t) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) + 12$ , với  $0 < t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố  $A$  có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất? (Tham khảo bảng sau cho biết số ngày của mỗi tháng trong năm không nhuận).

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số ngày	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

- A. Ngày 18 tháng 12.                      B. Ngày 19 tháng 12.                      C. Ngày 20 tháng 12.                      D. Ngày 17 tháng 12.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình lượng giác  $3 - \sqrt{3} \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$  (1).

a) Phương trình (1) tương đương  $\tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3}$ .

b) Phương trình (1) có nghiệm là:  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

c) Với  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{2\pi}{3}$  thì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

d) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{2\pi}{3}$ .

**Câu 2:** Nhà anh Bình có một hồ hình chữ nhật rộng 10 hecta và có độ sâu trung bình 1,5 m. Trong hồ có chứa 5000 m<sup>3</sup> nước ngọt. Để nuôi tôm, anh Bình bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 10 m<sup>3</sup>/phút. Theo nghiên cứu, đánh giá, độ mặn đo bằng các [máy kiểm tra nước](#) thích hợp trong ao nuôi tôm thẻ chân trắng nằm trong khoảng từ 2 - 40‰. Tôm sống và phát triển tốt nhất với chỉ số từ 10 - 25‰.

a) Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là  $300t$  (kg)

b) Sau  $t$  phút, lượng nước trong hồ là  $5000 + 10t$  (m<sup>3</sup>).

c) Nồng độ muối của nước trong hồ tại thời điểm  $t$  phút kể từ khi bơm là

$$C(t) = \frac{500 + t}{30t} \text{ (g/l)}.$$

d) Khi  $t$  đủ lớn thì nước trong hồ sẽ thích hợp để tôm phát triển.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$ .

a)  $MN // (SBC)$

b)  $(OMN) // (SBC)$

c) Gọi  $E$  là trung điểm đoạn  $AB$  và  $F$  là một điểm thuộc đoạn  $ON$ . Khi đó  $EF$  cắt với mặt phẳng  $(SBC)$ .

d) Gọi  $G$  là một điểm trên mặt phẳng  $(ABCD)$  cách đều  $AB$  và  $CD$ . Khi đó  $GN$  cắt  $(SAB)$ .

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang với  $AB$  là đáy lớn và  $AB = 2CD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SB$ .

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng đi qua  $S$  và song song  $AB$ .

b)  $MN$  song song  $DC$ .

c)  $MD$  song song  $CN$ .

d) Gọi  $P$  là giao điểm của mặt phẳng  $(OMN)$  và đường thẳng  $AD$ . Khi đó  $\frac{AP}{AD} = \frac{1}{2}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

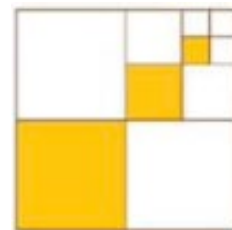
**Câu 1:** Cho biết  $\tan a = 5$ . Tính giá trị của biểu thức  $H = \frac{\sin a + \cos a}{\cos a - \sin a}$ .

**Câu 2:** Biết rằng khi nung nóng một vật với nhiệt độ tăng từ  $20^{\circ}\text{C}$ , mỗi phút tăng  $4^{\circ}\text{C}$  trong 70 phút, sau đó giảm mỗi phút  $2^{\circ}\text{C}$  trong 50 phút. Hàm số biểu thị nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ ) trong tủ theo thời gian  $t$  (phút) có dạng:

$$T(t) = \begin{cases} 20 + 4t & \text{khi } 0 \leq t \leq 70 \\ a - 2t & \text{khi } 70 < t \leq 120 \end{cases} \quad (a \text{ là hằng số}).$$

Tìm giá trị của  $a$  để  $T(t)$  là hàm số liên tục trên tập xác định.

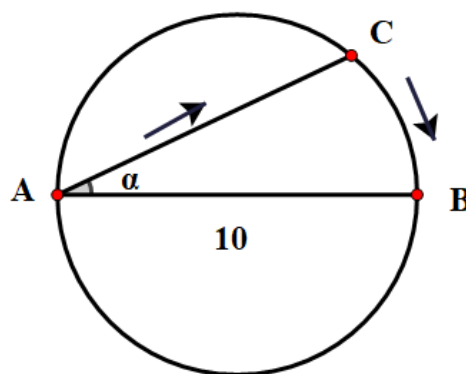
**Câu 3:** Cho hình vuông cạnh 1024 cm. Chia hình vuông đó thành 4 hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô hình vuông nhỏ ở góc dưới bên trái (tham khảo hình vẽ). Lặp lại thao tác này với hình vuông nhỏ ở góc trên bên phải. Giữ sự quá trình trên lặp lại vô hạn lần. Gọi  $u_1, u_2, u_3, \dots$  lần lượt là độ dài cạnh của các hình vuông được tô màu. Tính  $u_8$



**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 2}{x + 1} = 405$ . Giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f^2(x) + f(x) - 6}{x + 1} \text{ bằng}$$

**Câu 5:** Tại một bể bơi có dạng hình tròn có đường kính  $AB = 10\text{m}$ , một người xuất phát từ  $A$  bơi thẳng theo dây cung  $AC$  tạo với đường kính  $AB$  một góc  $\alpha \left( 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$ , rồi chạy bộ theo cung nhỏ  $CB$  đến điểm  $B$ . Gọi  $S(\alpha)$  là quãng đường người đó đã di chuyển. Tính giới hạn  $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} S(\alpha)$ .



**Câu 6:** Cho tứ diện  $ABCD$ ; gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $BC$ ; điểm  $P$  nằm trên cạnh  $AD$  sao cho  $PA = 3PD$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của mặt phẳng  $(MNP)$  và đường thẳng  $CD$ . Tỉ số  $\frac{QC}{QD}$  bằng

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Xét tính liên tục của hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} & , x \neq -1 \\ -3 & , x = -1 \end{cases}$  tại điểm  $x_0 = -1$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SB$ .

a) Chứng minh rằng đường thẳng  $OM$  song song với mặt phẳng  $(SCD)$ .

b) Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SCD$  và  $H$  là giao điểm của đường thẳng  $OG$  với mặt phẳng  $(SAD)$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $SH$  song song với đường thẳng  $AD$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

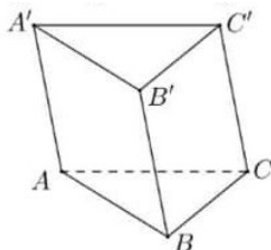
**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = \frac{1}{x^2 - 4}$ .      B.  $y = \sqrt{x + 2023}$ .      C.  $y = x^2 - 3x + 2$ .      D.  $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ .

Lời giải

**Câu 2:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ). Đường thẳng  $AB$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

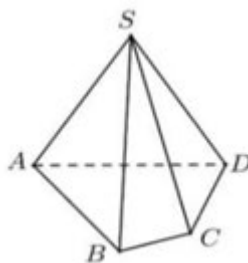


- A.  $(ABC)$ .      B.  $(A'B'C')$ .      C.  $(BCC'B')$ .      D.  $(ABB'A')$ .

Lời giải

Ta có  $AB \parallel A'B'$  nên  $AB \parallel (A'B'C')$ .

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  (tham khảo hình vẽ). Cặp đường thẳng nào sau đây chéo nhau?



- A.  $SA$  và  $CD$ .      B.  $SA$  và  $SC$ .      C.  $SA$  và  $SD$ .      D.  $SA$  và  $AB$ .

Lời giải

Cặp đường thẳng  $SA$  và  $CD$  chéo nhau.

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 + 1)$  bằng

- A. 5.      B. 9.      C. 7.      D.  $+\infty$ .

Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 + 1) = 9$ .

**Câu 5:** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn ?

- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cot x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cos x$ .

Lời giải

$\forall x \in \mathbb{R}, \cos(-x) = \cos x$ . Do đó hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

**Câu 6:** Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$  bằng

- A. 12.      B. 8.      C. 3.      D. 4.

Lời giải

Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = 6 + 2 = 8$ .

**Câu 7:**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-5}{x-1}$  bằng

**A.**  $-\infty$ .

**B.** 0.

**C.** 2.

**D.**  $+\infty$ .

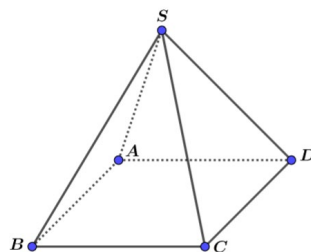
**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x-5) = 2 \cdot 1 - 5 = -3 < 0$ .

$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$ , mặt khác  $x-1 > 0$  khi  $x \rightarrow 1^+$ .

Nên  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-5}{x-1} = -\infty$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành (tham khảo hình vẽ). Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SB$  và  $SD$ . Đường thẳng  $MN$  song song với mặt phẳng nào sau đây?



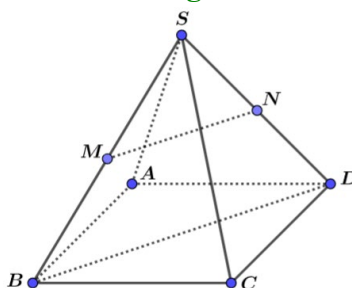
**A.**  $(SCD)$ .

**B.**  $(SAC)$ .

**C.**  $(ABCD)$ .

**D.**  $(SBD)$ .

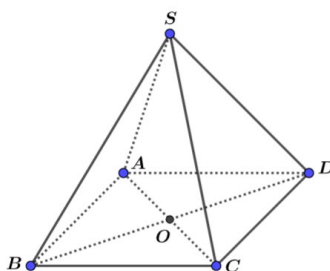
**Lời giải**



$MN$  là đường trung bình của tam giác  $SBD \Rightarrow MN \parallel BD$ .

Khi đó  $\begin{cases} MN \not\subset (ABCD) \\ MN \parallel BD \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (ABCD)$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  (tham khảo hình vẽ). Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SC$  và  $SD$ . Mặt phẳng  $(OMN)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?



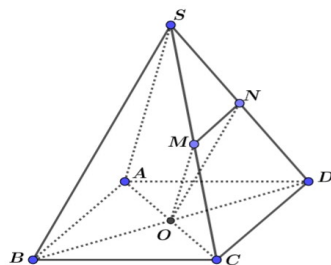
**A.**  $(SCD)$ .

**B.**  $(SAB)$ .

**C.**  $(SBC)$ .

**D.**  $(ABCD)$ .

**Lời giải**



$OM$  là đường trung bình của tam giác  $SAC \Rightarrow OM // SA$ .

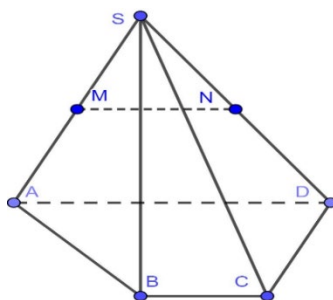
Mà  $SA \subset (SAB) \Rightarrow OM // (SAB)$  (1).

$ON$  là đường trung bình của tam giác  $SBD \Rightarrow ON // SB$ .

Mà  $SB \subset (SAB) \Rightarrow ON // (SAB)$  (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra  $(OMN) // (SAB)$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD // BC$ ); gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SD$  (tham khảo hình vẽ). Đường thẳng  $MN$  song song với đường thẳng nào sau đây?



A.  $CD$ .

B.  $SB$ .

C.  $AB$ .

D.  $BC$ .

**Lời giải**

Ta có  $MN // AD // BC$ .

**Câu 11:** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\tan \alpha = 2$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}$ .

A.  $\frac{4}{19}$ .

B.  $-\frac{1}{17}$ .

C.  $\frac{1}{17}$ .

D.  $-\frac{4}{19}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } P = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 7 \sin \alpha} = \frac{\frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{5 \cos \alpha + 7 \sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{3 \tan \alpha - 2}{5 + 7 \tan \alpha} = \frac{3 \cdot 2 - 2}{5 + 7 \cdot 2} = \frac{4}{19}.$$

**Câu 12:** Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố  $A$  ở vĩ độ  $40^\circ$  bắc trong ngày thứ  $t$  ở một năm không nhuận được cho bởi hàm số  $d(t) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) + 12$ , với  $0 < t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố  $A$  có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất? (Tham khảo bảng sau cho biết số ngày của mỗi tháng trong năm không nhuận).

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số ngày	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

A. Ngày 18 tháng 12. B. Ngày 19 tháng 12. C. Ngày 20 tháng 12. D. Ngày 17 tháng 12.

**Lời giải**

Số giờ có ánh sáng mặt trời được cho bởi hàm số  $d(t) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) + 12$ , với  $0 < t \leq 365$

Số giờ có ít ánh sáng mặt trời nhất khi

$$\sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow t = \left(\frac{3}{2} + 2k\right) \cdot 182 + 80, k \in \mathbb{Z}.$$

Mà  $0 < t \leq 365$  nên

$$0 < \left(\frac{3}{2} + 2k\right) \cdot 182 + 80 \leq 365, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{80}{182} - \frac{3}{2} < 2k \leq \frac{365-80}{182} - \frac{3}{2}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow -\frac{353}{182} < 2k \leq \frac{12}{182}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{353}{364} < k \leq \frac{6}{182}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow t = \left(\frac{3}{2} + 2 \cdot 0\right) \cdot 182 + 80 = 353.$$

Số ngày sau ngày thứ 353 trong năm đó là  $365 - 353 = 12 (< 31)$  nên ngày này thuộc tháng 12.

Ngày có ít ánh sáng mặt trời nhất là ngày  $31 - 12 = 19$ .

Vậy ngày cần tìm là 19 tháng 12.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình lượng giác  $3 - \sqrt{3} \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$  (1).

a) Phương trình (1) tương đương  $\tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3}$ .

b) Phương trình (1) có nghiệm là:  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

c) Với  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{2\pi}{3}$  thì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

d) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng  $-\frac{2\pi}{3}$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) **Đúng.** Ta có  $3 - \sqrt{3} \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3}$ .

b) **Sai.** Ta có  $3 - \sqrt{3} \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

c) **Sai.**

$$\text{Vì } x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right) \text{ nên } -\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} + k\pi < \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{7\pi}{6} < k\pi < 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{6} < k < 0$$

Do  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k = 1$ . Do đó  $x = \frac{5\pi}{3}$ .

d) Sai. Ta có  $\frac{2\pi}{3} + k\pi < 0 \Leftrightarrow k\pi < -\frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow k < -\frac{2}{3}$

Vậy nghiệm âm lớn nhất ứng với  $k = -1$  là  $x = -\frac{\pi}{3}$ .

**Câu 2:** Nhà anh Bình có một hồ hình chữ nhật rộng 10 hecta và có độ sâu trung bình 1,5 m. Trong hồ có chứa 5000 m<sup>3</sup> nước ngọt. Để nuôi tôm, anh Bình bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 10 m<sup>3</sup>/phút. Theo nghiên cứu, đánh giá, độ mặn đo bằng các [máy kiểm tra nước](#) thích hợp trong ao nuôi tôm thẻ chân trắng nằm trong khoảng từ 2 - 40‰. Tôm sống và phát triển tốt nhất với chỉ số từ 10 - 25‰.

a) Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là 300t (kg)

b) Sau  $t$  phút, lượng nước trong hồ là  $5000 + 10t$  (m<sup>3</sup>).

c) Nồng độ muối của nước trong hồ tại thời điểm  $t$  phút kể từ khi bơm là

$$C(t) = \frac{500+t}{30t} \text{ (g/l)}.$$

d) Khi  $t$  đủ lớn thì nước trong hồ sẽ thích hợp để tôm phát triển.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là  $30 \cdot 10000 \cdot t = 300000t$  (g) = 300t (kg)

b) Đúng.

Thể tích nước trong hồ là  $5000 + 10t$  (m<sup>3</sup>).

c) Sai.

Nồng độ muối của nước trong hồ sau  $t$  phút là  $C(t) = \frac{300000t}{5000000 + 10000t} = \frac{30t}{500+t}$  (g/l).

d) Đúng.

Ta có:  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{500+t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{\frac{500}{t} + 1} = \frac{30}{1} = 30$ .

Ta thấy khi lượng nước trong hồ tăng theo thời gian đến đến một lượng đủ lớn thì nồng độ muối của nước sẽ tăng dần đến giá trị 30(g/l), tức là độ mặn của nước trong hồ không vượt quá 30‰.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$ .

a)  $MN // (SBC)$

b)  $(OMN) // (SBC)$

c) Gọi  $E$  là trung điểm đoạn  $AB$  và  $F$  là một điểm thuộc đoạn  $ON$ . Khi đó  $EF$  cắt với mặt phẳng  $(SBC)$ .

d) Gọi  $G$  là một điểm trên mặt phẳng  $(ABCD)$  cách đều  $AB$  và  $CD$ . Khi đó  $GN$  cắt  $(SAB)$ .

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

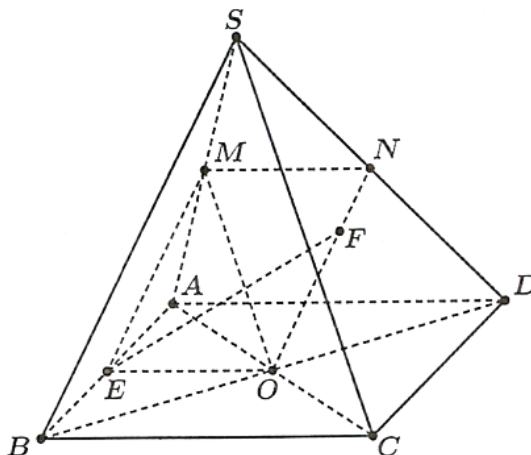
$MN$  là đường trung bình của tam giác  $SAD$  nên  $MN // AD \Rightarrow MN // BC \Rightarrow MN // (SBC)$ .

**b) Đúng.**

Vì  $MN$  là đường trung bình của tam giác  $SAD$  nên  $MN // AD \Rightarrow MN // BC \Rightarrow MN // (SBC)$   
(1)

Tương tự, ta có  $O, N$  theo thứ tự là trung điểm của  $BD, SD$  nên  $ON$  là đường trung bình của tam giác  $SBD \Rightarrow ON // SB \Rightarrow ON // (SBC)$ . (2)

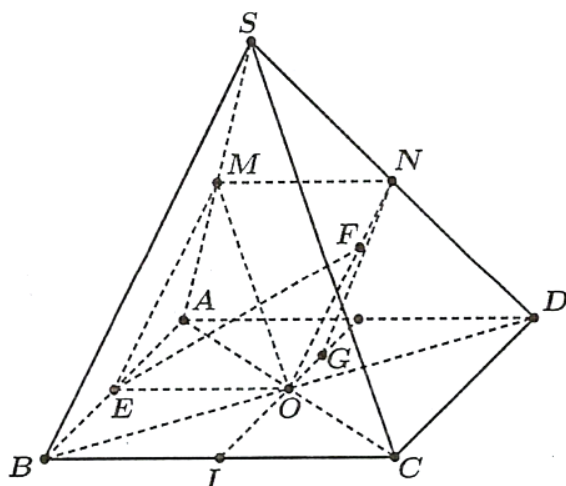
Từ (1) và (2) suy ra  $(OMN) // (SBC)$ .



**c) Sai.** Ta có  $OE$  là đường trung bình của tam giác  $ABD$  nên  $OE // AD \Rightarrow OE // MN$ .  
Do đó  $E \in (OMN)$ . Mặt khác  $F \in ON, ON \subset (OMN) \Rightarrow F \in (OMN)$ .

Ta có:  $\begin{cases} EF \subset (OMN) \\ (OMN) // (SBC) \end{cases} \Rightarrow EF // (SBC)$ .

**d) Sai.**



Vì  $G$  thuộc mặt phẳng  $(ABCD)$  và cách đều  $AB, CD$  nên  $G$  thuộc đường trung bình của hình bình hành  $ABCD$  (ứng với hai cạnh  $AB, CD$ ).

Gọi  $I$  là trung điểm  $BC$  thì  $I, O, G$  thẳng hàng.

Ta có  $OI$  là đường trung bình của  $\Delta ABC$  nên  $OI // AB \Rightarrow OI // (SAB)$ . (3)

Tương tự, ta có  $ON // SB \Rightarrow ON // (SAB)$ . (4)

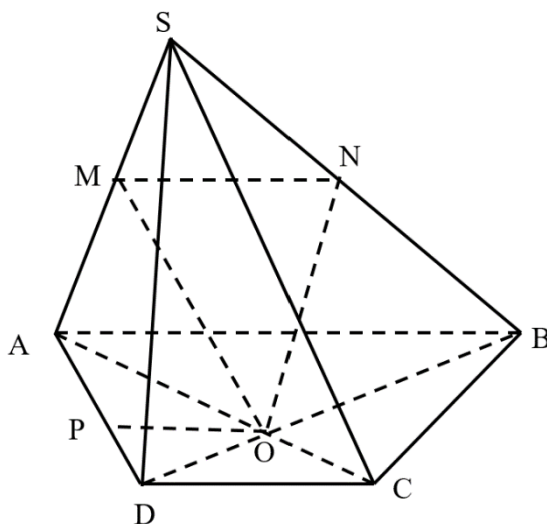
Từ (3), (4) suy ra  $(OIN) // (SAB)$  mà  $NG \subset (OIN)$  nên  $NG // (SAB)$ .

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang với  $AB$  là đáy lớn và  $AB = 2CD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA$  và  $SB$ .

- a) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng đi qua  $S$  và song song  $AB$ .
- b)  $MN$  song song  $DC$ .
- c)  $MD$  song song  $CN$ .
- d) Gọi  $P$  là giao điểm của mặt phẳng  $(OMN)$  và đường thẳng  $AD$ . Khi đó  $\frac{AP}{AD} = \frac{1}{2}$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



a) Đúng

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \\ AB // CD \end{cases}$$

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng đi qua  $S$  và song song với  $AB$  và  $CD$ .

b) Đúng

Ta có:  $MN // AB$ .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} MN // AB \\ CD // AB \end{cases} \Rightarrow MN // CD.$$

c) Đúng

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MN = \frac{1}{2} AB \\ CD = \frac{1}{2} AB \end{cases} \Rightarrow MN = CD.$$

Mà  $MN // CD$  nên  $DCNM$  là hình bình hành.

Do đó  $DM // CN$ .

d) Sai

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OP = (MNO) \cap (ABCD) \\ AB \subset (ABCD); MN \subset (OMN) \Rightarrow MN // AB // CD. \\ AB // MN \end{cases}$$

Ta có  $\frac{AP}{PD} = \frac{AO}{OC} = \frac{AB}{DC} = 2 \Rightarrow \frac{AP}{AD} = \frac{2}{3}$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho biết  $\tan a = 5$ . Tính giá trị của biểu thức  $H = \frac{\sin a + \cos a}{\cos a - \sin a}$ .

**Lời giải**

**Trả lời: -1,5**

Chia tử và mẫu của biểu thức  $H$  cho  $\cos a$  ta được:

$$H = \frac{\tan a + 1}{1 - \tan a}. \text{ Thay } \tan a = 5 \text{ vào ta được } H = \frac{5+1}{1-5} = -\frac{3}{2}.$$

Vậy  $H = -\frac{3}{2} = -1,5$ .

**Câu 2:** Biết rằng khi nung nóng một vật với nhiệt độ tăng từ 20°C, mỗi phút tăng 4°C trong 70 phút, sau đó giảm mỗi phút 2°C trong 50 phút. Hàm số biểu thị nhiệt độ (°C) trong tủ theo thời gian  $t$  (phút) có dạng:

$$T(t) = \begin{cases} 20 + 4t & \text{khi } 0 \leq t \leq 70 \\ a - 2t & \text{khi } 70 < t \leq 120 \end{cases} \quad (a \text{ là hằng số}).$$

Tìm giá trị của  $a$  để  $T(t)$  là hàm số liên tục trên tập xác định.

**Lời giải**

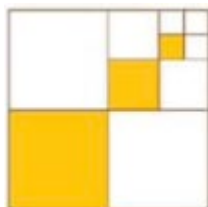
**Trả lời: 440**

Tại  $t_0 = 70$  ta có:  $T(70) = 300$

$$\lim_{x \rightarrow 70^-} T(x) = \lim_{x \rightarrow 70^-} (20 + 4t) = 300; \quad \lim_{x \rightarrow 70^+} T(x) = \lim_{x \rightarrow 70^+} (a - 2t) = a - 140$$

Hàm số liên tục trên tập xác định khi:  $\lim_{x \rightarrow 70^-} T(x) = \lim_{x \rightarrow 70^+} T(x) = T(70) \Leftrightarrow a - 140 = 300$   
 $\Leftrightarrow a = 440$ .

**Câu 3:** Cho hình vuông cạnh 1024 cm. Chia hình vuông đó thành 4 hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô hình vuông nhỏ ở góc dưới bên trái (tham khảo hình vẽ). Lặp lại thao tác này với hình vuông nhỏ ở góc trên bên phải. Giữ sử quá trình trên lặp lại vô hạn lần. Gọi  $u_1, u_2, u_3, \dots$  lần lượt là độ dài cạnh của các hình vuông được tô màu. Tính  $u_8$



**Lời giải**

**Trả lời: 8**

Theo bài ra,  $u_1, u_2, u_3, \dots$  lần lượt là độ dài cạnh của các hình vuông được tô màu, lập thành cấp số nhân với  $u_1 = 1024$ , công bội  $q = \frac{1}{2}$  nên

$$u_8 = u_1 \cdot q^7 = 1024 \cdot \frac{1}{2^7} = 2^{10} \cdot \frac{1}{2^7} = 2^3 = 8 \text{ (cm)}.$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)-2}{x+1} = 405$ . Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f^2(x)+f(x)-6}{x+1}$  bằng

**Lời giải**

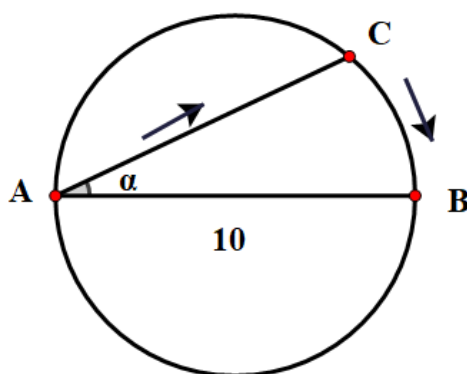
**Trả lời: 2025**

Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)-2}{x+1} = 405$  hữu hạn nên  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ .

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f^2(x)+f(x)-6}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(f(x)-2)(f(x)+3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \left[ \frac{f(x)-2}{x+1} (f(x)+3) \right]$$

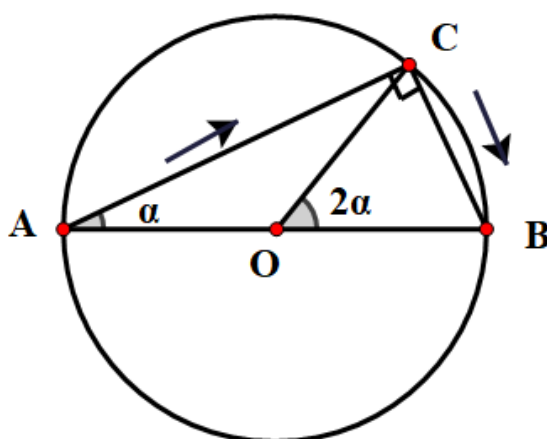
$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)-2}{x+1} \cdot \left( \lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1} 3 \right) = 405 \cdot (2+3) = 2025.$$

**Câu 5:** Tại một bể bơi có dạng hình tròn có đường kính  $AB = 10$  m, một người xuất phát từ  $A$  bơi thẳng theo dây cung  $AC$  tạo với đường kính  $AB$  một góc  $\alpha \left( 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$ , rồi chạy bộ theo cung nhỏ  $CB$  đến điểm  $B$ . Gọi  $S(\alpha)$  là quãng đường người đó đã di chuyển. Tính giới hạn  $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} S(\alpha)$ .



**Lời giải**

**Trả lời: 10**



Kí hiệu  $O$  là tâm hình tròn.

Do tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  nên  $AC = AB \cos \alpha = 10 \cos \alpha$  (m).

Ta có  $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 2\alpha$ . Suy ra độ dài cung  $CB$  là  $l = OB \cdot \widehat{BOC} = 5 \cdot 2\alpha = 10\alpha$  (m).

Quãng đường di chuyển (tính theo m) của người đó là

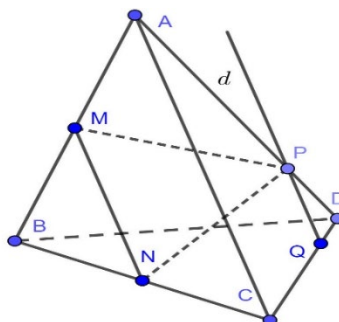
$$S(\alpha) = AC + l = 10 \cos \alpha + 10\alpha = 10(\alpha + \cos \alpha) \left( 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right).$$

$$\text{Suy ra } \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} S(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} 10(\alpha + \cos \alpha) = 10 \left( \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \alpha + \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \cos \alpha \right) = 10(0 + 1) = 10.$$

**Câu 6:** Cho tứ diện  $ABCD$ ; gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $BC$ ; điểm  $P$  nằm trên cạnh  $AD$  sao cho  $PA = 3PD$ . Gọi  $Q$  là giao điểm của mặt phẳng  $(MNP)$  và đường thẳng  $CD$ . Tỉ số  $\frac{QC}{QD}$  bằng

**Lời giải**

**Trả lời: 3**



$$\text{Ta có } \begin{cases} P \in (MNP) \cap (ACD) \\ MN // AC \\ MN \subset (MNP) \\ AC \subset (ACD) \end{cases} .$$

Suy ra giao tuyến của  $(MNP)$  và  $(ACD)$  là đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $P$  và song song với  $AC$ .

$$\text{Do } Q = CD \cap (MNP) \Rightarrow Q \in (ACD) \cap (MNP) \Rightarrow Q \in d \Rightarrow Q = d \cap CD.$$

$$\text{Trong } \triangle ACD \text{ ta có } PQ // CA \Rightarrow \frac{QC}{QD} = \frac{PA}{PD} = 3.$$

### PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)

**Câu 1:** Xét tính liên tục của hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} & , x \neq -1 \\ -3 & , x = -1 \end{cases}$  tại điểm  $x_0 = -1$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 2)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 2) = -3.$$

$$\text{Ta có } f(-1) = -3.$$

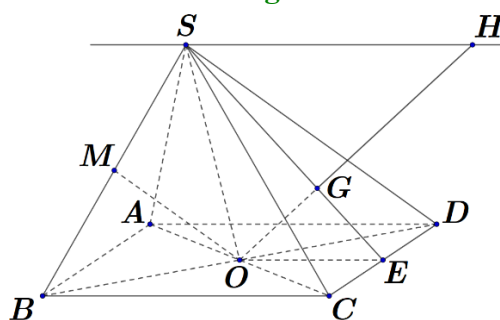
Do  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) = -3$  nên hàm số liên tục tại  $x_0 = -1$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SB$ .

a) Chứng minh rằng đường thẳng  $OM$  song song với mặt phẳng  $(SCD)$ .

b) Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $SCD$  và  $H$  là giao điểm của đường thẳng  $OG$  với mặt phẳng  $(SAD)$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $SH$  song song với đường thẳng  $AD$ .

Lời giải



a) Do  $M, O$  lần lượt là trung điểm  $SB, BD$  nên  $MO$  là đường trung bình tam giác  $SBD$ .  
 Khi đó  $OM \parallel SD$  mà  $SD \subset (SCD)$  nên  $OM \parallel (SCD)$ .

b) Gọi  $E$  là trung điểm  $CD$ , khi đó  $OG \subset (SEO)$  và  $OE$  là đường trung bình tam giác  $ACD$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SEO) \cap (SAD) \\ OE \parallel AD \\ OE \subset (SEO) \\ AD \subset (SAD) \end{cases}$$

Khi đó  $(SEO) \cap (SAD) = d$  trong đó  $d$  qua  $S$  và  $d \parallel AD \parallel BC$ .

Trong  $(SEO)$ ,  $H = OG \cap d$  hay  $H = OG \cap (SAD)$ .

Ta có  $H$  và  $S$  thuộc trên  $d$ , mà  $d \parallel AD$  nên  $SH \parallel AD$ .

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI

MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 09

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{1 + \sin x}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
- C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$                       D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 2:** Thống kê thời gian chạy (phút) của 40 vận động viên trong một cuộc thi được kết quả như sau:

<b>Thời gian</b>	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
<b>Số VĐV</b>	3	8	7	12	10

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [60; 65).                      B. [50; 55).                      C. [55; 60).                      D. [45; 50).

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $I$  là trung điểm  $AD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(BGI)$  và mặt phẳng  $(ACD)$  là

- A. Đường thẳng  $IN$  với  $N$  là giao điểm của  $BI$  và  $AC$ .  
 B. Đường thẳng  $IK$  với  $K$  là giao điểm của  $AC$  và  $BG$ .  
 C. Đường thẳng  $IG$ .  
 D. Đường thẳng  $IM$  với  $M$  là trung điểm của  $CD$ .

**Câu 4:** Chọn khẳng định đúng về hàm số  $g(x) = \frac{\cos x}{x}$ .

- A.  $g(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .  
 B.  $g(x)$  liên tục trên  $[-1; 1]$ .  
 C.  $g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 D.  $g(x)$  liên tục tại  $x = 0$

**Câu 5:** Một cuộc điều tra chiều cao của các học sinh trong một lớp 11 được kết quả cho như sau:

Chiều cao (cm)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh	5	12	10	8	5

Số trung bình của mẫu số liệu trên bằng

- A. 165.                      B. 162.                      C. 163.                      D. 164.

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $N$  là điểm thuộc cạnh  $SA$  sao cho  $SN = 2NA$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $NC$  và song song với  $AB$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $(\alpha)$  và  $SB$ . Tính tỉ số  $\frac{SE}{SB}$

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B. 2.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{5 - 2n}{4n + 7}$ . Tìm  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

- A.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\frac{1}{2}$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{3}{11}$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{5}{4}$ .

- Câu 8:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ảnh của điểm  $A$  qua phép chiếu song song lên mặt phẳng  $(DCC'D')$  theo phương  $B'C'$  là  
**A.** Điểm  $D'$ .      **B.** Điểm  $A'$ .      **C.** Điểm  $D$ .      **D.** Điểm  $C'$ .
- Câu 9:** Cho góc lượng giác  $\alpha$  bất kì. Biến đổi biểu thức  $T = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{5}\right)$  được kết quả là:  
**A.**  $T = 2 \cos \alpha \cdot \cos \frac{2\pi}{5}$     **B.**  $T = 2 \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{5}$     **C.**  $T = 2 \cos 2\alpha \cdot \cos \frac{2\pi}{5}$     **D.**  $T = -2 \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{5}$
- Câu 10:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AA', BB', CC'$ . Mặt phẳng  $(APB)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?  
**A.**  $(ABB'A')$ .      **B.**  $(MNC')$ .      **C.**  $(MNC)$ .      **D.**  $(A'B'C')$ .
- Câu 11:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Cặp đường thẳng nào sau đây cắt nhau?  
**A.**  $AB$  và  $MB'$ .      **B.**  $AC$  và  $MC'$ .      **C.**  $CB'$  và  $MC'$ .      **D.**  $AM$  và  $CB'$ .
- Câu 12:** Cho hàm số  $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3x}}{2023x + 1}$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .  
**A.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\frac{1}{2023}$ .    **B.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{1}{2023}$ .    **C.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$ .      **D.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

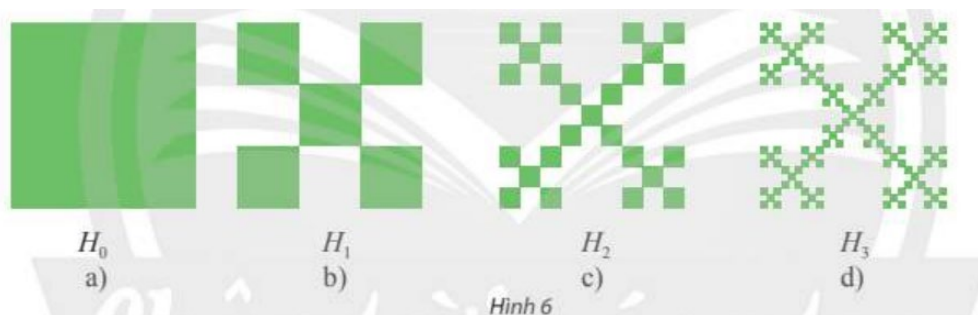
- Câu 1:** Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình  $x = 3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$ . Ở đây, thời gian  $t$  tính bằng giây.  
**a)** Tại thời điểm  $t = 0$  là vật có li độ  $x = \frac{3}{2}$   
**b)** Vật đạt biên độ cực đại lần đầu tiên tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$   
**c)** Vật bắt đầu chuyển động đến khi đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên trong khoảng thời gian là  $\frac{5\pi}{12}$  giây.  
**d)** Trong thời gian từ 0 đến 30 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 18 lần.
- Câu 2:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Lấy các điểm  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt  $SD$  tại  $Q$ .  
**a)**  $NP // (SAD)$ .  
**b)**  $MN // (ABCD)$ .  
**c)**  $(MNP) // (ABCD)$ .  
**d)**  $SQ = 2QD$ .

**Câu 3:** Số dân của một thị trấn sau  $t$  năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số  $f(t) = \frac{27t+10}{t+5}, t > 0$ , trong đó  $f(t)$  được tính bằng nghìn người. Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm thứ  $t_0$  kể từ năm 2000 là  $v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$  (tính bằng nghìn người/năm).

- $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 27$ .
- Khi thời gian  $t$  càng lớn thì số dân của thị trấn sẽ tiến gần đến 27 nghìn người.
- Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm 2024 là 0,135 nghìn người/năm.
- Từ sau năm 2000, có 6 năm tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1000 người/năm.

**Câu 4:** Xét quá trình tạo ra hình vuông như sau:

Bắt đầu bằng một hình vuông  $H_0$  cạnh bằng 1 đơn vị độ dài (xem Hình 6a). Chia hình vuông  $H_0$  thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_1$  (xem Hình 6b). Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của  $H_1$  thành chín hình vuông rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_2$  (xem Hình 6c). Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình  $H_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).



Xét  $u_n$  là cạnh của mỗi hình vuông tương ứng với hình  $H_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

- $u_1 = \frac{1}{3}$
- $u_2 = \frac{1}{2}$
- $u_n$  lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với công bội  $q = \frac{1}{3}$
- Gọi  $S_n$  là tổng diện tích tất cả các hình vuông ở hình  $H_n$ . Khi đó  $\lim S_n = 0$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{5x-5}$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , xét phép chiếu song song theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $A'BD'$ ,  $G'$  là ảnh của  $G$  qua phép chiếu song song trên. Tính tỉ số  $\frac{AC}{AG'}$ ?

- Câu 3:** Trong một buổi biểu diễn ánh sáng bằng drone (một loại phương tiện bay kích thước nhỏ), một chiếc drone được lập trình sao cho tại thời điểm  $t$  giây sau khi bắt đầu phần trình diễn thì độ cao ( $m$ ) của nó là  $h(t) = 135 + 15 \cdot \sin \frac{(t-5)\pi}{20}$ . Giả sử phần trình diễn bắt đầu từ thời điểm  $t = 0$ . Trong vòng 30 giây đầu tiên của phần trình diễn, vào những thời điểm nào thì chiếc drone đạt độ cao  $150m$ ? (đơn vị giây)
- Câu 4:** Năm 2023, một công ti thải ra 125 tấn rác. Với quyết tâm góp phần giảm thiểu sự ô nhiễm môi trường, công ti quyết định kể từ năm 2024, mỗi năm phải giảm 5% lượng rác so với năm trước đó. Nếu điều này được thực hiện thành công, thì khối lượng rác thải của công ti trên trong năm 2030 là bao nhiêu tấn? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)
- Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang với  $AB$  là đáy lớn. Biết  $AB = 5a, CD = 2a$ . Gọi  $E$  là điểm thuộc cạnh  $SB$  thỏa mãn  $\frac{ES}{EB} = \frac{m}{n}$  với  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Biết rằng  $CE$  song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Giá trị của  $2m + 3n$  bằng
- Câu 6:** Tại một xưởng sản xuất bột đá thạch anh, giá bán (tính theo nghìn đồng) của  $x$  (kg) bột đá thạch anh được tính theo công thức sau:  $P(x) = \begin{cases} 4,5x & \text{khi } 0 < x \leq 400 \\ 4x + k & \text{khi } x > 400 \end{cases}$  ( $k$  là một hằng số). Với giá trị nào của  $k$  thì hàm số  $P(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$ ?

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

- Câu 1:** Tính các giới hạn sau:
- a.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-6n + 2}{8n + 7}$                       b.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n)$ .
- Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $SD$ . Trên cạnh  $CD$  lấy điểm  $M$  không trùng điểm  $D$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $SB$  song song với mặt phẳng  $(OMN)$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{1 + \sin x}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$   
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$                       D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Lời giải**

Ta có hàm số xác định khi  $1 + \sin x \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 2:** Thống kê thời gian chạy (phút) của 40 vận động viên trong một cuộc thi được kết quả như sau:

Thời gian	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số VĐV	3	8	7	12	10

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [60; 65).                      B. [50; 55).                      C. [55; 60).                      D. [45; 50).

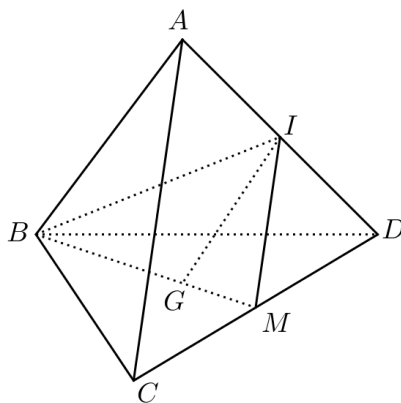
**Lời giải**

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là: [55; 60).

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $I$  là trung điểm  $AD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(BGI)$  và mặt phẳng  $(ACD)$  là

- A. Đường thẳng  $IN$  với  $N$  là giao điểm của  $BI$  và  $AC$ .  
 B. Đường thẳng  $IK$  với  $K$  là giao điểm của  $AC$  và  $BG$ .  
 C. Đường thẳng  $IG$ .  
 D. Đường thẳng  $IM$  với  $M$  là trung điểm của  $CD$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ .

Khi đó  $G \in BM : BG = 2GM$ , hay  $M \in (BGI) \cap (ACD)$ .

Mặt khác  $I \in (BGI) \cap (ACD)$ . Vậy  $IM = (BGI) \cap (ACD)$

**Câu 4:** Chọn khẳng định đúng về hàm số  $g(x) = \frac{\cos x}{x}$ .

- A.  $g(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

- B.  $g(x)$  liên tục trên  $[-1;1]$ .
- C.  $g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- D.  $g(x)$  liên tục tại  $x = 0$

**Lời giải**

$g(x)$  xác định khi  $x \neq 0$  nên  $g(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty;0)$  và  $(0;+\infty)$ .

**Câu 5:** Một cuộc điều tra chiều cao của các học sinh trong một lớp 11 được kết quả cho như sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	5	12	10	8	5

Số trung bình của mẫu số liệu trên bằng

- A. 165.
- B. 162.
- C. 163.
- D. 164.

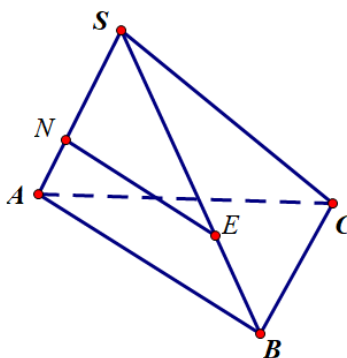
**Lời giải**

$$\bar{x} = \frac{5.152,5 + 12.157,5 + 10.162,5 + 8.167,5 + 5.172,5}{40} = 162.$$

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABC$ . Gọi  $N$  là điểm thuộc cạnh  $SA$  sao cho  $SN = 2NA$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa  $NC$  và song song với  $AB$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $(\alpha)$  và  $SB$ . Tính tỉ số  $\frac{SE}{SB}$

- A.  $\frac{2}{3}$ .
- B. 2.
- C.  $\frac{1}{2}$ .
- D.  $\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**



Ta có  $NE // AB \Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{SN}{SA} = 2.$

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{5-2n}{4n+7}$ . Tìm  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

- A.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\frac{1}{2}$ .
- B.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{3}{11}$ .
- C.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$ .
- D.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{5}{4}$ .

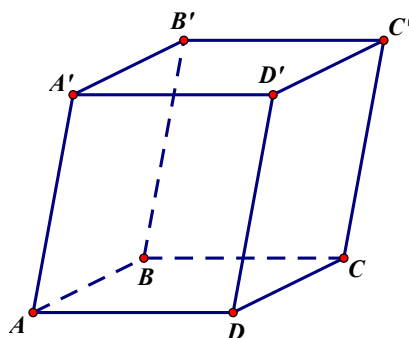
**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5-2n}{4n+7} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{n}-2}{4+\frac{7}{n}} = -\frac{1}{2}.$

**Câu 8:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Ảnh của điểm  $A$  qua phép chiếu song song lên mặt phẳng  $(DCC'D')$  theo phương  $B'C'$  là

- A. Điểm  $D'$ .
- B. Điểm  $A'$ .
- C. Điểm  $D$ .
- D. Điểm  $C'$ .

**Lời giải**



**Câu 9:** Cho góc lượng giác  $\alpha$  bất kì. Biến đổi biểu thức  $T = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{5}\right)$  được kết quả là:

- A.  $T = 2 \cos \alpha \cdot \cos \frac{2\pi}{5}$     **B.  $T = 2 \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{5}$**     C.  $T = 2 \cos 2\alpha \cdot \cos \frac{2\pi}{5}$     D.  $T = -2 \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{5}$

**Lời giải**

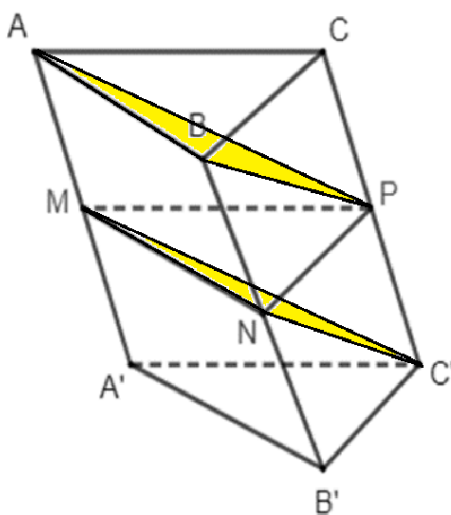
Sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích:  $\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$ .

$$T = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{5}\right) = 2 \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{5}.$$

**Câu 10:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AA', BB', CC'$ . Mặt phẳng  $(APB)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(ABB'A')$ .    B.  $(MNC')$ .    **C.  $(MNC)$ .**    D.  $(A'B'C')$ .

**Lời giải**



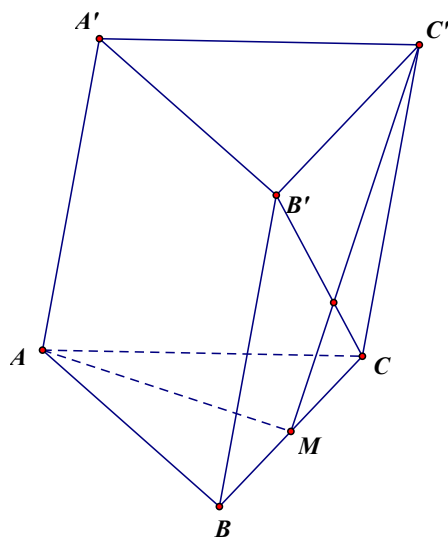
Ta có:  $MN \parallel AB \Rightarrow MN \parallel (ABP), MC' \parallel AP \Rightarrow MC' \parallel (ABP)$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} MN, MC' \subset (MNC') \\ MN \cap MC' = \{M\} \\ MN \parallel (ABP), MC' \parallel (ABP) \end{cases} \Rightarrow (APB) \parallel (MNC').$$

**Câu 11:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Cặp đường thẳng nào sau đây cắt nhau?

- A.  $AB$  và  $MB'$ .    **B.  $AC$  và  $MC'$ .**    C.  $CB'$  và  $MC'$ .    D.  $AM$  và  $CB'$ .

**Lời giải**



Trong mặt phẳng  $(BCC'B')$  ta có  $MC'$  cắt  $CB'$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3x}}{2023x + 1}$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

- A.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\frac{1}{2023}$ . **B.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{1}{2023}$ . **C.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$ . **D.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x}}{2023x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{3}{x}}}{2023 + \frac{1}{x}} = \frac{-1}{2023}$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình  $x = 3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$

. Ở đây, thời gian  $t$  tính bằng giây.

a) Tại thời điểm  $t = 0$  là vật có li độ  $x = \frac{3}{2}$

b) Vật đạt biên độ cực đại lần đầu tiên tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$

c) Vật bắt đầu chuyển động đến khi đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên trong khoảng thời gian là  $\frac{5\pi}{12}$  giây.

d) Trong thời gian từ 0 đến 30 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 18 lần.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

b) Sai. Vật đạt biên độ cực đại lần đầu tiên tại thời điểm  $t$  sao cho  $2t - \frac{\pi}{3} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{6}$ .

c) Đúng. Vật đi qua vị trí cân bằng lần đầu tiên tại thời điểm  $2t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow t = \frac{5\pi}{12}$

d) Sai.

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên, khi đó  $x = 0$ .

Xét phương trình  $3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0$  ta có:

$$3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Trong thời gian từ 0 đến 30 giây, tức là  $0 \leq t \leq 30$  hay  $0 \leq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \leq 30$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{6} \leq k \leq \frac{360 - 5\pi}{6\pi}.$$

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 17; 18\}$ .

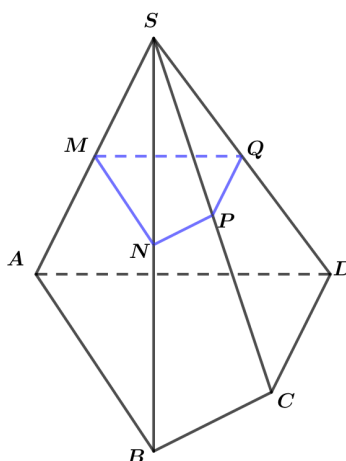
Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 30 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 19 lần.

**Câu 2:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Lấy các điểm  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt  $SD$  tại  $Q$ .

- $NP \parallel (SAD)$ .
- $MN \parallel (ABCD)$ .
- $(MNP) \parallel (ABCD)$ .
- $SQ = 2QD$ .

**Lời giải**

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



**a) Sai:**  $NP \parallel (SAD)$

Vì  $NP$  là đường trung bình của  $\Delta SBC$  nên  $\begin{cases} NP \parallel BC \\ BC \subset (ABCD) \Rightarrow NP \parallel (ABCD). \\ NP \not\subset (ABCD) \end{cases}$

Mà  $(SAD) \cap (ABCD) = AD; AD \not\parallel BC$  (do  $ABCD$  là tứ giác)

Do đó  $NP \not\parallel (SAD)$ .

**b) Đúng:**  $MN \parallel (ABCD)$

Ta có  $MN$  là đường trung bình của  $\Delta SAB$  nên  $MN \parallel AB$ .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} MN // AB \\ AB \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD). \\ MN \not\subset (ABCD) \end{cases}$$

c) **Đúng:**  $(MNP) // (ABCD)$ .

$$\text{Vì } NP \text{ là đường trung bình của } \Delta SBC \text{ nên } \begin{cases} NP // BC \\ BC \subset (ABCD) \Rightarrow NP // (ABCD). \\ NP \not\subset (ABCD) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} MN // (ABCD) \\ NP // (ABCD) \\ MN, NP \subset (MNP) \\ MN \cap NP = N \end{cases} \Rightarrow (MNP) // (ABCD)$$

d) **Sai:**  $SQ = 2QD$

$$\text{Ta có } \begin{cases} PQ \subset (MNP) \\ (MNP) // (ABCD) \\ PQ = (MNP) \cap (SCD) \\ CD = (ABCD) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow PQ // CD$$

Mà  $P$  trung điểm  $SC$  nên  $PQ$  là đường trung bình của tam giác  $SCD$   
 $\Rightarrow Q$  là trung điểm của  $SD \Rightarrow SQ = QD$ .

**Câu 3:** Số dân của một thị trấn sau  $t$  năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số  $f(t) = \frac{27t+10}{t+5}, t > 0$ , trong đó  $f(t)$  được tính bằng nghìn người. Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm thứ  $t_0$  kể từ năm 2000 là  $v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$  (tính bằng nghìn người/năm).

a)  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 27$ .

b) Khi thời gian  $t$  càng lớn thì số dân của thị trấn sẽ tiến gần đến 27 nghìn người.

c) Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm 2024 là 0,135 nghìn người/năm.

d) Từ sau năm 2000, có 6 năm tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1000 người/năm.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{27 + \frac{10}{t}}{1 + \frac{5}{t}} = 27$$

b) Đúng

Vì  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 27$  nên khi thời gian  $t$  càng lớn thì số dân của thị trấn sẽ tiến gần đến 27 nghìn người.

c) Sai

Ta có:  $f(t) = \frac{27t+10}{t+5} = 27 - \frac{125}{t+5}$ ;  $\frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0} = \frac{\frac{125}{t_0+5} - \frac{125}{t+5}}{t-t_0} = \frac{125}{(t_0+5)(t+5)}$

$v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0} = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{125}{(t_0+5)(t+5)} = \frac{125}{(t_0+5)^2}$

Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm thứ  $t_0$  kể từ năm 2000 là  $v(t_0) = \frac{125}{(t_0+5)^2}$  (nghìn người/năm)

Do đó tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm 2024 là  $v(24) = \frac{125}{(24+5)^2} \approx 0,149$  nghìn

người/năm.

d) Đúng

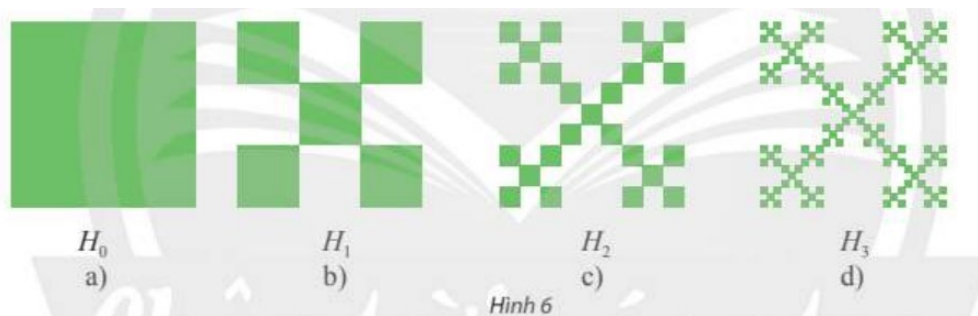
Để tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1000 người/năm thì:

$v(t_0) = \frac{125}{(t_0+5)^2} > 1 \Leftrightarrow (t_0+5)^2 < 125.$

Do đó  $0 < t_0 < \sqrt{125} - 5$ . Vậy từ sau năm 2000, có 6 năm: 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006 tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1000 người/năm.

**Câu 4:** Xét quá trình tạo ra hình vuông như sau:

Bắt đầu bằng một hình vuông  $H_0$  cạnh bằng 1 đơn vị độ dài (xem Hình 6a). Chia hình vuông  $H_0$  thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_1$  (xem Hình 6b). Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của  $H_1$  thành chín hình vuông rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình  $H_2$  (xem Hình 6c). Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình  $H_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).



Xét  $u_n$  là cạnh của mỗi hình vuông tương ứng với hình  $H_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

a)  $u_1 = \frac{1}{3}$

b)  $u_2 = \frac{1}{2}$

c)  $u_n$  lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với công bội  $q = \frac{1}{3}$

d) Gọi  $S_n$  là tổng diện tích tất cả các hình vuông ở hình  $H_n$ . Khi đó  $\lim S_n = 0$

**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

- a)  $H_1$  có 5 hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3}$ . Do đó  $u_1 = \frac{1}{3}$ . Vậy mệnh đề đúng.
- b)  $H_2$  có  $5 \cdot 5 = 5^2$  hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3^2}$ . Do đó  $u_2 = \frac{1}{9}$ . Vậy mệnh đề sai.
- c)  $H_n$  có  $5^n$  hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $\frac{1}{3^n}$ . Do đó  $u_n = \frac{1}{3^n}$  là cấp số nhân lùi vô hạn với  $q = \frac{1}{3}$ . Vậy mệnh đề đúng
- d) Diện tích  $S_n$  của  $H_n$  là:  $S_n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2n} = \left(\frac{5}{9}\right)^n$

Khi đó  $\lim S_n = \lim \left(\frac{5}{9}\right)^n = 0$ . Vậy mệnh đề đúng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{5x-5}$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

**Lời giải**

**Trả lời: 0,05**

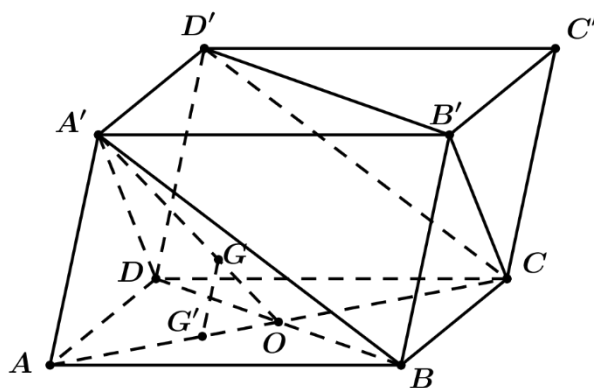
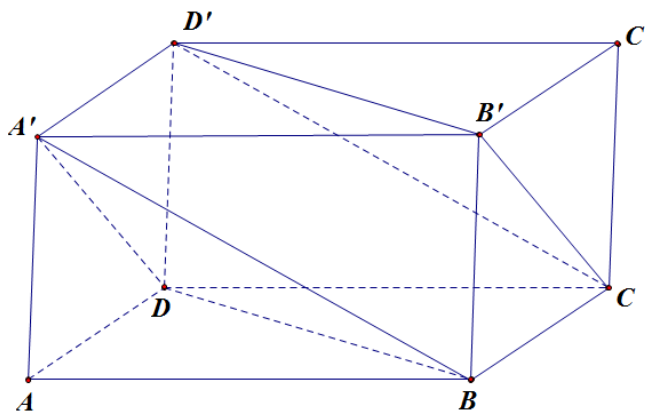
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{5x-5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}{5(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{5(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{5(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{5(\sqrt{1+3}+2)} = \frac{1}{20}. \end{aligned}$$

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , xét phép chiếu song song theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $A'BD$ ,  $G'$  là ảnh của  $G$  qua phép chiếu song song trên.

Tính tỉ số  $\frac{AC}{AG'}$ ?

**Lời giải**

**Trả lời: 3**



Qua phép chiếu song song phương  $AA'$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Ta có:

Ảnh của của tam giác  $A'BD$  qua phép chiếu song song trên là tam giác  $ABD$ .

Mà  $G$  là trọng tâm tam giác  $A'BD$ , nên  $G'$  là trọng tâm tam giác  $ABD$

$$\text{Suy ra } AC = 2AO = 2 \cdot \frac{3}{2} AG' = 3AG' \Rightarrow \frac{AC}{AG'} = 3.$$

**Câu 3:** Trong một buổi biểu diễn ánh sáng bằng drone (một loại phương tiện bay kích thước nhỏ), một chiếc drone được lập trình sao cho tại thời điểm  $t$  giây sau khi bắt đầu phần trình diễn thì độ cao ( $m$ ) của nó là  $h(t) = 135 + 15 \cdot \sin \frac{(t-5)\pi}{20}$ . Giả sử phần trình diễn bắt đầu từ thời điểm  $t = 0$ .

Trong vòng 30 giây đầu tiên của phần trình diễn, vào những thời điểm nào thì chiếc drone đạt độ cao  $150m$ ? (đơn vị giây)

**Lời giải**

**Trả lời: 15**

$$\text{Ta có } h(t) = 150 \Leftrightarrow \sin \frac{(t-5)\pi}{20} = 1 \Leftrightarrow \frac{(t-5)\pi}{20} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t-5 = 10 + 40k \Leftrightarrow t = 15 + 40k$$

$$(k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Theo giả thiết } 0 \leq t \leq 30 \Leftrightarrow 0 \leq 15 + 40k \leq 30 \Leftrightarrow -15 \leq 40k \leq 15 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq k \leq \frac{3}{8}.$$

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k = 0 \Rightarrow t = 15$ .

Vậy vào thời điểm  $t = 15$  giây thì chiếc drone đạt độ cao  $150m$ .

**Câu 4:** Năm 2023, một công ty thải ra 125 tấn rác. Với quyết tâm góp phần giảm thiểu sự ô nhiễm môi trường, công ty quyết định kể từ năm 2024, mỗi năm phải giảm 5% lượng rác so với năm trước đó. Nếu điều này được thực hiện thành công, thì khối lượng rác thải của công ty trên trong năm 2030 là bao nhiêu tấn? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Trả lời: 87,3**

Gọi  $T_n$  là số tấn rác thải trong năm thứ  $n$  (coi mốc thời gian năm 2023),  $T_0 = 125$ ,  $r = 5\%$  là tỉ lệ giảm giá trị.

$T_1$  là số tấn rác thải trong năm 2024, khi đó:  $T_1 = T_0(1 - r)$

$T_2$  là số tấn rác thải trong năm 2025, khi đó:  $T_2 = T_0(1 - r) - T_0(1 - r).r = T_0(1 - r)^2$

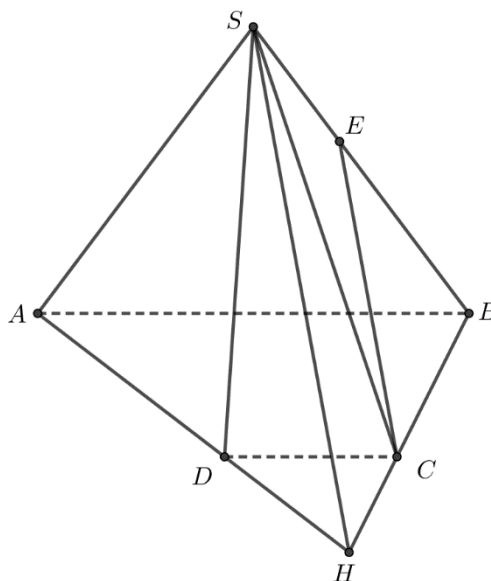
$T_7$  là số tấn rác thải trong năm 2030, khi đó:  $T_7 = T_0(1 - r)^7$

Khối lượng rác thải của công ti trong năm 2030 là:  $T_7 = 125 \left(1 - \frac{5}{100}\right)^7 \approx 87,3$  (tấn).

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang với  $AB$  là đáy lớn. Biết  $AB = 5a, CD = 2a$ . Gọi  $E$  là điểm thuộc cạnh  $SB$  thỏa mãn  $\frac{ES}{EB} = \frac{m}{n}$  với  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Biết rằng  $CE$  song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Giá trị của  $2m + 3n$  bằng

**Lời giải**

**Trả lời: 13**



Gọi  $H$  là giao điểm của  $AD$  và  $BC$  trong mặt phẳng  $(ABCD)$ .

Theo hệ quả Talet, ta có:  $\frac{HC}{HB} = \frac{CD}{AB} = \frac{2}{5}$

Ta có:

$$\begin{cases} CE \subset (SBH) \\ CE \parallel (SAD) \\ (SBH) \cap (SAD) = SH \end{cases} \Rightarrow CE \parallel SH$$

$$\Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{HC}{HB} = \frac{2}{5} \Rightarrow SE = \frac{2}{5} SB$$

$$\Rightarrow \frac{ES}{EB} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2m + 3n = 13.$$

**Câu 6:** Tại một xưởng sản xuất bột đá thạch anh, giá bán (tính theo nghìn đồng) của  $x$  (kg) bột đá thạch anh được tính theo công thức sau:  $P(x) = \begin{cases} 4,5x & \text{khi } 0 < x \leq 400 \\ 4x + k & \text{khi } x > 400 \end{cases}$  ( $k$  là một hằng số). Với giá trị nào của  $k$  thì hàm số  $P(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$ ?

**Lời giải**

**Trả lời: 200**

Để hàm số  $P(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$  thì hàm số phải liên tục tại  $x_0 = 400$  hay

$$\lim_{x \rightarrow 400^-} P(x) = P(400)$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 400^-} P(x) = \lim_{x \rightarrow 400^-} 4,5x = 4,5 \cdot 400 = 1800$$

$$\lim_{x \rightarrow 400^+} P(x) = \lim_{x \rightarrow 400^+} (4x + k) = 4 \cdot 400 + k = 1600 + k$$

Để tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 400} P(x)$  thì  $1800 = 1600 + k$ . Suy ra  $k = 200$

### PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)

**Câu 1:** Tính các giới hạn sau:

a.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-6n + 2}{8n + 7}$

b.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n)$ .

**Lời giải**

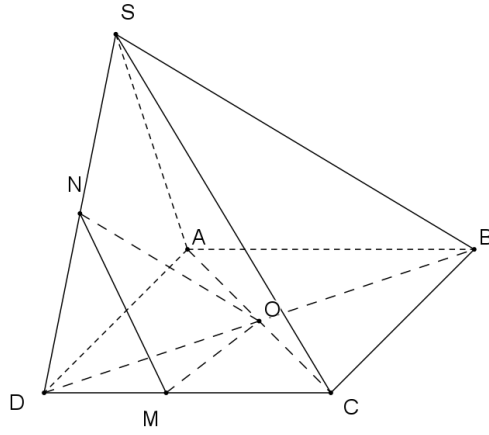
a. Ta có  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-6n + 2}{8n + 7} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-6 + \frac{2}{n}}{8 + \frac{7}{n}} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} (-6 + \frac{2}{n})}{\lim_{n \rightarrow +\infty} (8 + \frac{7}{n})} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} (-6) + \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{n}}{\lim_{n \rightarrow +\infty} 8 + \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n}} = \frac{-6 + 0}{8 + 0} = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4}$ .

b. Ta có  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{3n + 1}{\sqrt{n^2 + 3n + 1} + n} \right)$

$$= \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 3 + \frac{1}{n} \right)}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{1 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} + 1 \right)} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 + \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n}}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{1 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} \right) + \lim_{n \rightarrow +\infty} 1} = \frac{3}{2}$$

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $SD$ . Trên cạnh  $CD$  lấy điểm  $M$  không trùng điểm  $D$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $SB$  song song với mặt phẳng  $(OMN)$ .

**Lời giải**

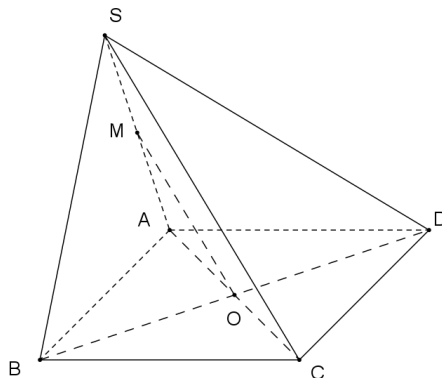


$$\text{Ta có } \begin{cases} ON // SB \\ ON \subset (OMN) \Rightarrow SB // (OMN). \\ SB \not\subset (OMN) \end{cases}$$

----- HẾT -----



**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $M$  là trung điểm  $SA$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.  $OM \parallel (SBD)$ .      B.  $OM \parallel (SCD)$ .      C.  $OM \parallel (SAD)$ .      D.  $OM \parallel (SAB)$ .

**Câu 9:** Phép chiếu song song biến  $\Delta ABC$  thành  $\Delta A'B'C'$  theo thứ tự đó. Vậy phép chiếu song song nói trên, sẽ biến trung điểm  $M$  của cạnh  $BC$  thành

- A. trung điểm  $M'$  của cạnh  $BC$ .      B. trung điểm  $M'$  của cạnh  $A'C'$ .  
C. trung điểm  $M'$  của cạnh  $A'B'$ .      D. trung điểm  $M'$  của cạnh  $B'C'$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N$  lần lượt thuộc đoạn  $AB, SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Giao điểm của  $MN$  và  $(SBD)$  là giao điểm của  $MN$  và  $SB$ .  
B. Đường thẳng  $MN$  không cắt mặt phẳng  $(SBD)$ .  
C. Giao điểm của  $MN$  và  $(SBD)$  là giao điểm của  $MN$  và  $SI$ , với  $I = CM \cap BD$ .  
D. Giao điểm của  $MN$  và  $(SBD)$  là giao điểm của  $MN$  và  $BD$ .

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(BDA')$       B.  $(BA'C')$       C.  $(C'BD)$ .      D.  $(ACD')$

**Câu 12:** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$

- A.  $y = \sqrt{x+2}$       B.  $y = \sin x$ .      C.  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .      D.  $y = x^2 - 3x + 2$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình lượng giác  $(\sqrt{3}-1)\sin x + (\sqrt{3}+1)\cos x = 2\sqrt{2}\sin 2x$ ,

a) Phương trình đã cho tương đương với  $\sin(x + \frac{7\pi}{12}) = \sin 2x$

b) Trên khoảng  $(0; 2\pi)$  phương trình có 4 nghiệm

c) Trên khoảng  $(0; 2\pi)$  thì  $x = \frac{5\pi}{36}$  là nghiệm nhỏ nhất

d) Tổng các nghiệm nằm trong khoảng  $(0; 2\pi)$  của phương trình bằng  $3\pi$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16}$ .

- a) Hàm số đã cho có giới hạn bằng  $\frac{2}{7}$  khi  $x$  tiến tới 3.
- b) Hàm số đã cho có giới hạn bằng  $\frac{3}{8}$  khi  $x$  tiến tới 4.
- c) Hàm số đã cho có giới hạn bằng 1 khi  $x$  tiến tới  $+\infty$  hoặc  $-\infty$ .
- d) Hàm số đã cho có giới hạn bằng  $-\infty$  khi  $x$  tiến tới  $4^-$ .

**Câu 3:** Nhà anh Bình có một hồ hình chữ nhật rộng 10 hecta và có độ sâu trung bình 1,5 m. Trong hồ có chứa 5000 m<sup>3</sup> nước ngọt. Để nuôi tôm, anh Bình bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 10 m<sup>3</sup>/phút. Theo nghiên cứu, đánh giá, độ mặn đo bằng các máy kiểm tra nước thích hợp trong ao nuôi tôm thẻ chân trắng nằm trong khoảng từ 2 - 40‰. Tôm sống và phát triển tốt nhất với chỉ số từ 10 - 25‰.

- a) Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là  $300t$  (kg)
- b) Sau  $t$  phút, lượng nước trong hồ là  $5000 + 10t$  (m<sup>3</sup>).
- c) Nồng độ muối của nước trong hồ tại thời điểm  $t$  phút kể từ khi bơm là

$$C(t) = \frac{500+t}{30t} \text{ (g/l)}.$$

- d) Khi  $t$  đủ lớn thì nước trong hồ sẽ thích hợp để tôm phát triển.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Điểm  $M$  thuộc cạnh  $SA$ , điểm  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ . Khi đó:

- a)  $EF // AC$
- b) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AC$ .
- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBC)$  và  $(SAD)$  đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BC$ .
- d) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MEF)$  và  $(SAC)$  là đường thẳng qua  $M$  và song song với  $AC$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1} - x}{5x} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $b \in \mathbb{N}^*$  và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .

**Câu 2:** Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

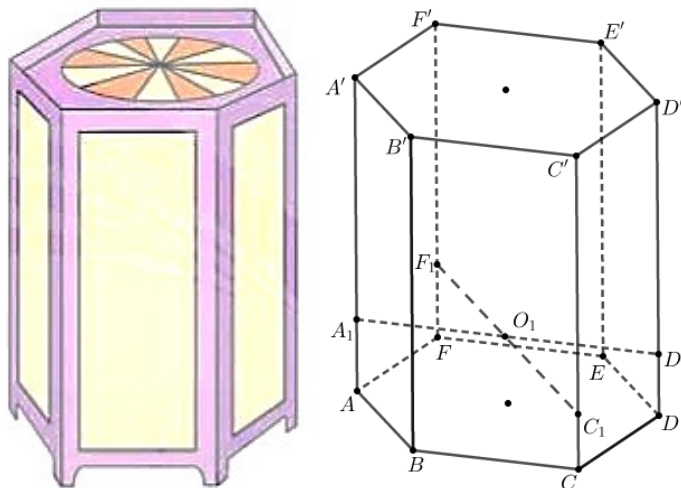
Mức giá (triệu đồng/m <sup>2</sup> )	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

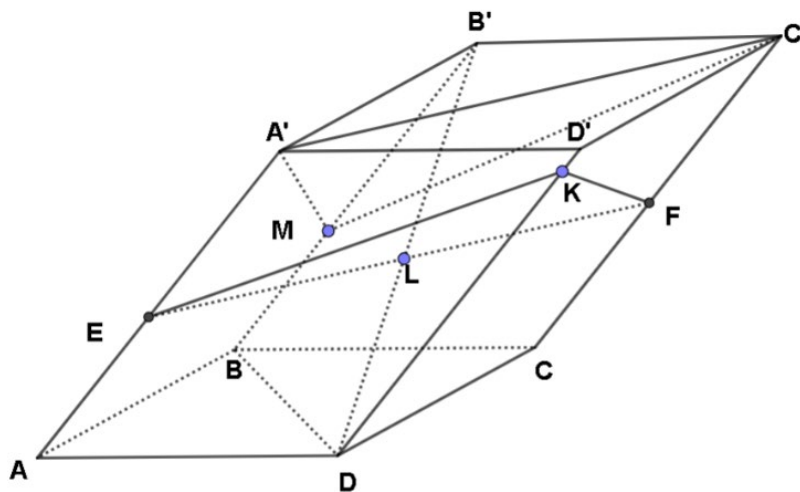
**Câu 3:** Cho  $\tan x = 2$ . Tính  $M = \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{3 \sin x - \cos x}$

**Câu 4:** Số điểm gián đoạn của hàm số  $f(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x(x+1)}{x^2-1} & \text{khi } x \neq -1, x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  là:

**Câu 5:** Để làm một khung lồng đèn kéo quân hình lăng trụ lục giác  $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ , Bình gắn hai thanh tre  $A_1D_1, F_1C_1$  song song với mặt phẳng đáy và cắt nhau tại  $O_1$ . Cho biết  $A'A_1 = 6AA_1$  và  $AA' = 70\text{cm}$ . Tính  $C'C_1$  theo đơn vị centimet.



**Câu 6:** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $AB = 1; AA' = 2$ . Gọi  $L$  là trung điểm  $B'D$ , mặt phẳng  $(P)$  qua  $L$  và song song  $AC$  lần lượt cắt  $AA'; CC'; DD'$  tại  $E; F; K$ . Đặt  $\frac{DK}{DD'} = x$ . Tìm  $x$  để  $(EFK) \parallel (MA'C')$ .



**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2}, & \text{khi } x \neq 3 \\ 2m-1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Xác định  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = 3$ .

- Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh bằng 6. Trên các cạnh  $SA, SB$  lần lượt lấy  $M, N$  sao cho  $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}, \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$ .
- Chứng minh rằng  $MN \parallel (ABCD)$ .
  - Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M, N$  song song với  $AB$  và  $BC$ . Tính diện tích của hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  với tất cả các mặt (nếu có) của hình chóp.

----- **HẾT** -----

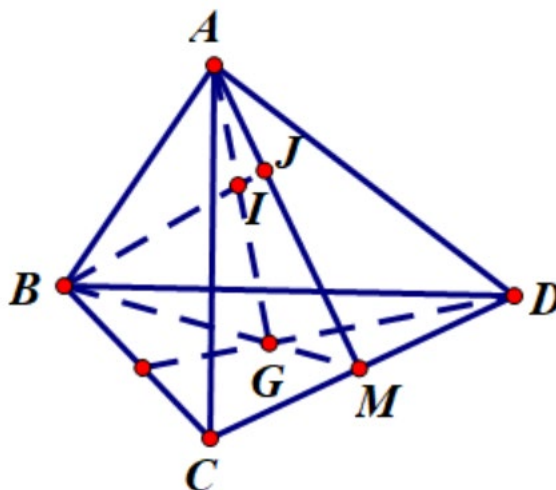
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ ,  $M$  là trung điểm  $CD$ ,  $I$  là điểm trên đoạn thẳng  $AG$ ,  $BI$  cắt mặt phẳng  $(ACD)$  tại  $J$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.**  $J$  là trung điểm  $AM$ . **B.**  $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$   
**C.**  $A, J, M$  thẳng hàng. **D.**  $AM = (ACD) \cap (ABG)$

Lời giải



**Câu 2:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sin x}{1 - 2 \cos x}$ .

- A.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ . **B.**  $\mathbb{R}$ .  
**C.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . **D.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Lời giải

Hàm số  $y = \frac{\sin x}{1 - 2 \cos x}$  xác định  $\Leftrightarrow 1 - 2 \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 3:** Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng  $-\infty$ ?

- A.**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x + 4}{x - 2}$ . **B.**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-3x + 4}{x - 2}$ . **C.**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x - 4}{x - 2}$ . **D.**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x + 4}{x - 2}$ .

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x - 2} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -2} (-3x + 4) = 10; \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) = -4;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (-3x + 4) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-3x + 4) = -2 < 0; \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x - 4) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x - 4) = 2 > 0$$

$$\text{Do đó: } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x + 4}{x - 2} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-3x + 4}{x - 2} = \frac{-5}{2}; \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x - 4}{x - 2} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x + 4}{x - 2} = -\infty.$$

**Câu 4:** Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 18,3.                      B. 18.                      C. 18,1                      D. 18,2.

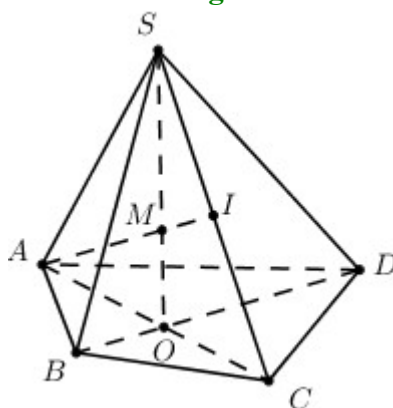
Lời giải

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - (3+12)}{15} \cdot 3 = 18,1$$

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $I$  là trung điểm của  $SC$ , giao điểm của  $AI$  và  $(SBD)$  là

- A. Điểm  $K$  (với  $O$  là trung điểm của  $BD$  và  $K = SO \cap AI$ ).  
 B. Điểm  $I$ .  
 C. Điểm  $N$  (với  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $N$  là trung điểm của  $SO$ ).  
 D. Điểm  $M$  (với  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ,  $M$  là giao điểm  $SO$  và  $AI$ ).

Lời giải



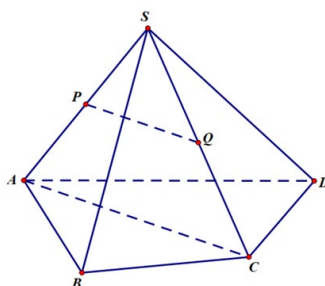
Trong mặt phẳng  $(ABCD)$  gọi  $O = AC \cap BD$

Trong mặt phẳng  $(SAC)$  gọi  $M = SO \cap AI$

Khi đó  $M \in SO \subset (SBD) \Rightarrow M \in (SBD) \Rightarrow M = AI \cap (SBD)$

Với  $O = AC \cap BD; M = SO \cap AI$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ . Gọi  $P$  và  $Q$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

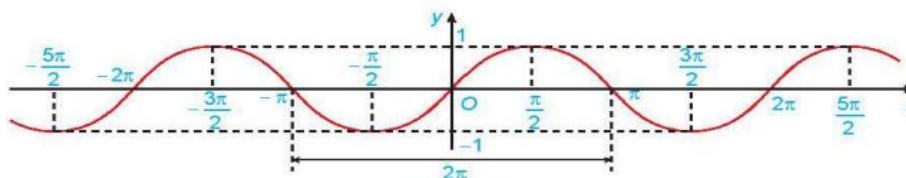


- A.  $PQ \parallel (SAB)$                       B.  $PQ \parallel (SBC)$                       C.  $PQ \parallel (ABCD)$                       D.  $PQ \parallel (SCD)$

Lời giải

$$\text{Vì } \begin{cases} PQ \parallel AC \\ AC \subset (ABCD) \Rightarrow PQ \parallel (ABCD). \\ PQ \not\subset (ABCD) \end{cases}$$

**Câu 7:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D**?

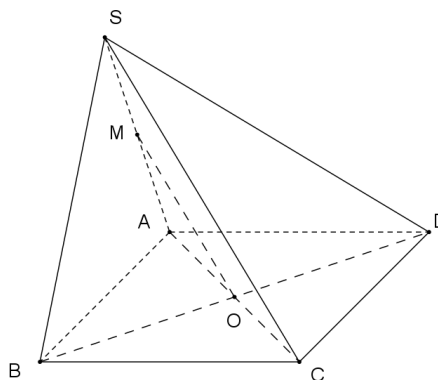


- A.**  $y = \sin x$ .      **B.**  $y = \cos x$ .      **C.**  $y = 1 + \sin 2x$ .      **D.**  $y = -\cos x$ .

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta được đồ thị hàm số trên là hàm số  $y = \sin x$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $M$  là trung điểm  $SA$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.**  $OM // (SBD)$ .      **B.**  $OM // (SCD)$ .      **C.**  $OM // (SAD)$ .      **D.**  $OM // (SAB)$ .

**Lời giải**

$$\text{Vì } \begin{cases} OM // SC \\ SC \subset (SCD) \Rightarrow OM // (SCD). \\ OM \not\subset (SCD) \end{cases}$$

**Câu 9:** Phép chiếu song song biến  $\Delta ABC$  thành  $\Delta A'B'C'$  theo thứ tự đó. Vậy phép chiếu song song nói trên, sẽ biến trung điểm  $M$  của cạnh  $BC$  thành

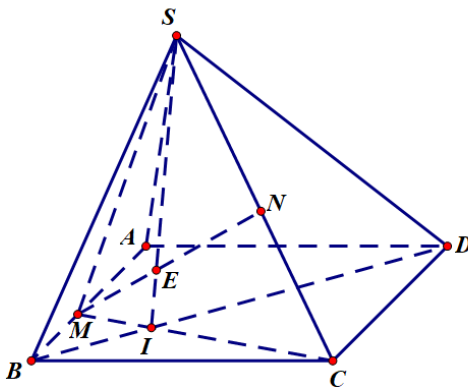
- A.** trung điểm  $M'$  của cạnh  $BC$ .      **B.** trung điểm  $M'$  của cạnh  $A'C'$ .  
**C.** trung điểm  $M'$  của cạnh  $A'B'$ .      **D.** trung điểm  $M'$  của cạnh  $B'C'$ .

**Lời giải**

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N$  lần lượt thuộc đoạn  $AB, SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Giao điểm của  $MN$  và  $(SBD)$  là giao điểm của  $MN$  và  $SB$ .  
**B.** Đường thẳng  $MN$  không cắt mặt phẳng  $(SBD)$ .  
**C.** Giao điểm của  $MN$  và  $(SBD)$  là giao điểm của  $MN$  và  $SI$ , với  $I = CM \cap BD$ .  
**D.** Giao điểm của  $MN$  và  $(SBD)$  là giao điểm của  $MN$  và  $BD$ .

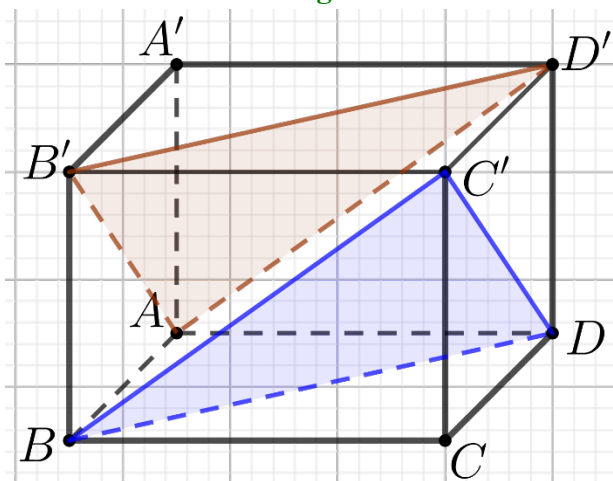
**Lời giải**



**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(BDA')$       B.  $(BA'C')$       C.  $(C'BD)$       D.  $(ACD')$

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} BD // (AB'D') \\ BC' // (AB'D') \\ BD \cap BC' = B \\ BD, BC' \subset (C'BD) \end{cases} \Rightarrow (C'BD) // (AB'D')$$

**Câu 12:** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$

- A.  $y = \sqrt{x+2}$       B.  $y = \sin x$       C.  $y = \frac{x^2}{x-2}$       D.  $y = x^2 - 3x + 2$

Lời giải

Hàm số  $y = \frac{x^2}{x-2}$  có tập xác định là:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$  nên hàm số không liên tục tại  $x = 2$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho phương trình lượng giác  $(\sqrt{3}-1)\sin x + (\sqrt{3}+1)\cos x = 2\sqrt{2}\sin 2x$ ,

- a) Phương trình đã cho tương đương với  $\sin(x + \frac{7\pi}{12}) = \sin 2x$   
 b) Trên khoảng  $(0; 2\pi)$  phương trình có 4 nghiệm  
 c) Trên khoảng  $(0; 2\pi)$  thì  $x = \frac{5\pi}{36}$  là nghiệm nhỏ nhất  
 d) Tổng các nghiệm nằm trong khoảng  $(0; 2\pi)$  của phương trình bằng  $3\pi$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Phương trình  $\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x + \cos x + \sqrt{3} \cos x - \sin x = 2\sqrt{2} \sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{6}) = \sqrt{2} \sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin(x + \frac{7\pi}{12}) = \sin 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ 2x = \pi - x - \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}$

Do  $x \in (0; 2\pi)$  nên phương trình có các nghiệm là:  $\frac{7\pi}{12}; \frac{5\pi}{36}; \frac{29\pi}{36}; \frac{53\pi}{36}$ .

Vậy tổng các nghiệm cần tính là:  $3\pi$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16}$ .

- a) Hàm số đã cho có giới hạn bằng  $\frac{2}{7}$  khi  $x$  tiến tới 3.
- b) Hàm số đã cho có giới hạn bằng  $\frac{3}{8}$  khi  $x$  tiến tới 4.
- c) Hàm số đã cho có giới hạn bằng 1 khi  $x$  tiến tới  $+\infty$  hoặc  $-\infty$ .
- d) Hàm số đã cho có giới hạn bằng  $-\infty$  khi  $x$  tiến tới  $4^-$ .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) **Đúng**, vì ta có  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} = \frac{3^2 - 5 \cdot 3 + 4}{3^2 - 16} = \frac{2}{7}$

b) **Đúng**, vì ta có  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-1)(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-1}{x+4} = \frac{3}{8}$

c) **Đúng**, vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{16}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{16}{x^2}} = 1$

d) **Sai**, vì ta có  $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{(x-1)(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{x-1}{x+4}$

Khi  $x \rightarrow (-4)^-$  thì hàm số  $(x-1) \rightarrow -5$

Khi  $x \rightarrow (-4)^-$  thì hàm số  $\frac{1}{x-4} \rightarrow -\infty$

Do đó  $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} \frac{x-1}{x+4} = +\infty$ .

**Câu 3:** Nhà anh Bình có một hồ hình chữ nhật rộng 10 hecta và có độ sâu trung bình 1,5 m. Trong hồ có chứa 5000 m<sup>3</sup> nước ngọt. Để nuôi tôm, anh Bình bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 10 m<sup>3</sup>/phút. Theo nghiên cứu, đánh giá, độ mặn đo bằng các máy kiểm tra nước thích hợp trong ao nuôi tôm thẻ chân trắng nằm trong khoảng từ 2 - 40‰. Tôm sống và phát triển tốt nhất với chỉ số từ 10 - 25‰.

- a) Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là  $300t$  (kg)  
 b) Sau  $t$  phút, lượng nước trong hồ là  $5000 + 10t$  ( $m^3$ ).  
 c) Nồng độ muối của nước trong hồ tại thời điểm  $t$  phút kể từ khi bơm là  

$$C(t) = \frac{500+t}{30t} \text{ (g/l)}.$$
  
 d) Khi  $t$  đủ lớn thì nước trong hồ sẽ thích hợp để tôm phát triển.

**Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Sau  $t$  phút thì lượng muối trong hồ là  $30 \cdot 10000 \cdot t = 300000t$  (g) =  $300t$  (kg)

b) Đúng.

Thể tích nước trong hồ là  $5000 + 10t$  ( $m^3$ ).

c) Sai.

Nồng độ muối của nước trong hồ sau  $t$  phút là  $C(t) = \frac{300000t}{5000000 + 10000t} = \frac{30t}{500+t}$  (g/l).

d) Đúng.

Ta có:  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{500+t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{\frac{500}{t} + 1} = \frac{30}{1} = 30.$

Ta thấy khi lượng nước trong hồ tăng theo thời gian đến đến một lượng đủ lớn thì nồng độ muối của nước sẽ tăng dần đến giá trị  $30$  (g/l), tức là độ mặn của nước trong hồ không vượt quá 30‰.

**Câu 4:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Điểm  $M$  thuộc cạnh  $SA$ , điểm  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ . Khi đó:

- a)  $EF // AC$   
 b) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng qua  $S$  và song song với  $AC$ .  
 c) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBC)$  và  $(SAD)$  đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BC$ .  
 d) Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MEF)$  và  $(SAC)$  là đường thẳng qua  $M$  và song song với  $AC$ .

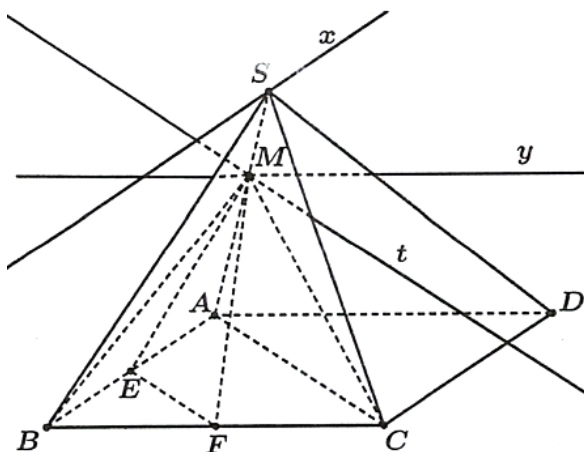
**Lời giải**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ :

Ta có: 
$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD). \\ AB // CD \end{cases}$$

Suy ra  $Sx = (SAB) \cap (SCD)$ , với  $Sx$  là đường thẳng qua  $S$  và  $Sx // AB // CD$ .



c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBC)$  và  $(SAD)$ :

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAD) \\ M \in (MBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (MBC) \cap (SAD).$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (MBC); AD \subset (SAD). \\ BC // AD \end{cases}$$

Suy ra  $My = (MBC) \cap (SAD)$ ,  $My$  là đường thẳng qua  $M$  và  $My // BC // AD$ .

d) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MEF)$  và  $(SAC)$ :

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAC) \\ M \in (MEF) \end{cases} \Rightarrow M \in (MEF) \cap (SAC).$$

Xét tam giác  $ABC$ , ta có  $EF$  là đường trung bình  $\Rightarrow EF // AC$ .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} M \in (MEF) \cap (SAC) \\ EF \subset (MEF); AC \subset (SAC). \\ EF // AC \end{cases}$$

Suy ra  $Mt = (MEF) \cap (SAC)$ ,  $Mt$  là đường thẳng qua  $M$  và  $Mt // EF // AC$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}-x}{5x} = \frac{a}{b}$ , trong đó  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $b \in \mathbb{N}^*$  và phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .

#### Lời giải

**Trả lời: 2**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}-x}{5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-x}{5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-1}{5} = \frac{-3}{5} \Rightarrow P = -3 + 5 = 2.$$

**Câu 2:** Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/m <sup>2</sup> )	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Trả lời: 19,4**

Ta có một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$M_o = 18 + \frac{120 - 78}{(120 - 78) + (120 - 45)} \cdot (22 - 18) = \frac{758}{39}.$$

**Câu 3:** Cho  $\tan x = 2$ . Tính  $M = \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{3 \sin x - \cos x}$

**Lời giải**

**Trả lời: 1,4**

Ta có:  $M = \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{3 \sin x - \cos x} = \frac{2 \tan x + 3}{3 \tan x - 1} = \frac{2 \cdot 2 + 3}{3 \cdot 2 - 1} = \frac{7}{5}.$

**Câu 4:** Số điểm gián đoạn của hàm số  $f(x) = \begin{cases} 0,5 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x(x+1)}{x^2-1} & \text{khi } x \neq -1, x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  là:

**Lời giải**

**Trả lời: 1**

Hàm số  $y = f(x)$  có TXĐ  $D = \mathbb{R}$ .

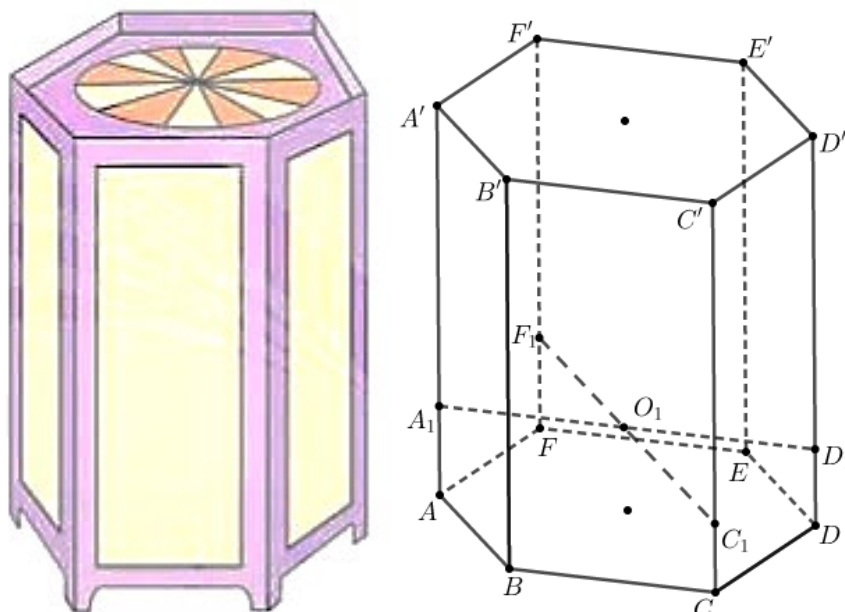
Hàm số  $f(x) = \frac{x(x+1)}{x^2-1}$  liên tục trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

(i) Xét tại  $x = -1$ , ta có  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x-1} = \frac{1}{2} = f(-1) \longrightarrow$  Hàm số liên tục tại  $x = -1$ .

(ii) Xét tại  $x = 1$ , ta có  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x(x+1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x-1} = -\infty \end{cases} \longrightarrow$

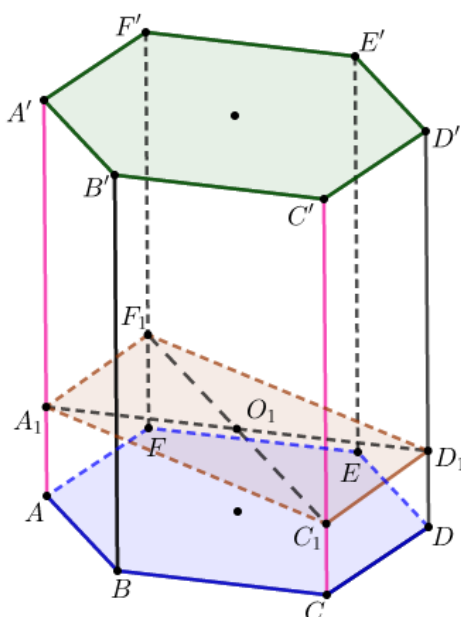
Hàm số  $y = f(x)$  gián đoạn tại  $x = 1$ .

**Câu 5:** Để làm một khung lồng đèn kéo quân hình lăng trụ lục giác  $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ , Bình gắn hai thanh tre  $A_1D_1, F_1C_1$  song song với mặt phẳng đáy và cắt nhau tại  $O_1$ . Cho biết  $A'A_1 = 6AA_1$  và  $AA' = 70cm$ . Tính  $C'C_1$  theo đơn vị centimet.



Lời giải

Trả lời: 60



Ta có  $A_1D_1 \parallel (ABCDEF)$ ,  $F_1C_1 \parallel (ABCDEF)$ ,  $A_1D_1 \cap F_1C_1 = O$  nên  $(A_1C_1D_1F_1) \parallel (ABCDEF)$

Tương tự ta chứng minh được  $(A_1C_1D_1F_1) \parallel (A'B'C'D'E'F')$

Từ đó suy ra ba mặt phẳng  $(ABCDEF)$ ,  $(A_1C_1D_1F_1)$ ,  $(A'B'C'D'E'F')$  đôi một song song

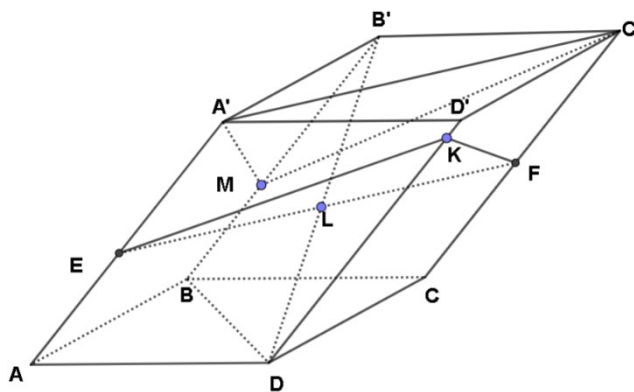
$$\Rightarrow \frac{A'A_1}{C'C_1} = \frac{AA_1}{CC_1} = \frac{AA'}{CC'} = 1 \text{ (Định lý Thalès)}$$

Mặt khác  $A'A_1 = 6AA_1$  và  $AA' = 70 \text{ cm}$  nên  $A'A_1 = 60 \text{ cm}$

Vậy  $C'C_1 = 60 \text{ cm}$

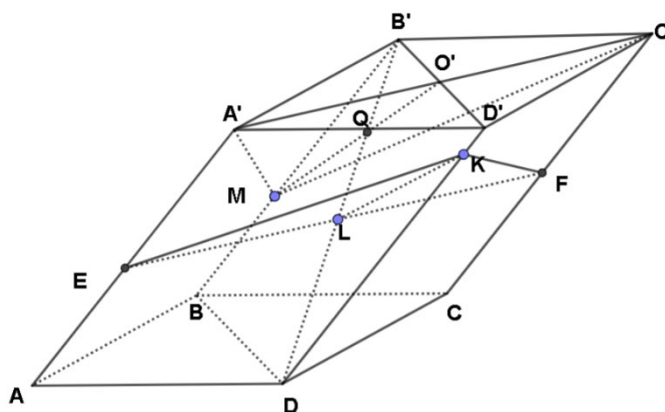
**Câu 6:** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $AB = 1$ ;  $AA' = 2$ . Gọi  $L$  là trung điểm  $B'D$ , mặt phẳng  $(P)$  qua  $L$  và song song  $AC$  lần lượt cắt  $AA'$ ;  $CC'$ ;  $DD'$  tại  $E$ ;  $F$ ;  $K$ . Đặt

$$\frac{DK}{DD'} = x. \text{ Tìm } x \text{ để } (EFK) \parallel (MA'C').$$



**Lời giải**

**Trả lời: 1**



Trong mặt phẳng  $(A'B'C'D')$ ,  $O' = A'C' \cap B'D'$ .

Trong mặt phẳng  $(B'D'DB)$ ,  $Q = B'D \cap MO'$ .

$ML$  là đường trung bình của tam giác  $B'BD$  nên  $ML \parallel BD \parallel B'D'$  (1).

$O'L$  là đường trung bình của tam giác  $B'D'D$  nên  $LO' \parallel D'D \parallel B'B$  (2).

Từ (1), (2) suy ra tứ giác  $MLO'B'$  là hình bình hành nên  $Q$  là trung điểm  $B'L \Rightarrow QO' \parallel LD'$  (3).

Ta có  $EF \parallel A'C'$  nên để  $(EFK) \parallel (MA'C')$  thì  $\Rightarrow QO' \parallel LK$  (4).

Từ (1), (2) suy ra  $K \equiv D' \Rightarrow \frac{DK}{DD'} = 1 \Rightarrow x = 1$ .

**PHẦN TỰ LUẬN (Dành cho học sinh kiểm tra có tự luận)**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2}, & \text{khi } x \neq 3 \\ 2m-1 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Xác định  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = 3$ .

**Lời giải**

$$f(3) = 2m - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3-x)(\sqrt{x+1}+2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (-\sqrt{x+1}-2) = -4$$

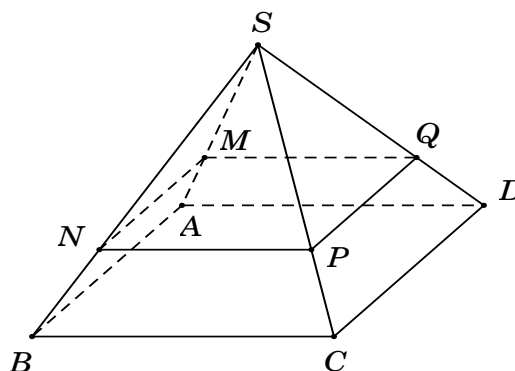
Để hàm số liên tục tại  $x = 3$  thì  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 2m - 1 = -4 \Leftrightarrow m = \frac{-3}{2}$ .

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh bằng 6. Trên các cạnh  $SA, SB$  lần lượt lấy  $M, N$  sao cho  $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}, \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$ .

a. Chứng minh rằng  $MN \parallel (ABCD)$ .

b. Một mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M, N$  song song với  $AB$  và  $BC$ . Tính diện tích của hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  với tất cả các mặt (nếu có) của hình chóp.

**Lời giải**



a) Ta có  $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}, \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$ .

$\Rightarrow MN \parallel AB; AB \subset (ABCD)$

$\Rightarrow MN \parallel (ABCD)$ .

b) Ta có  $(\alpha) \parallel AB$  và  $BC$  suy ra  $(\alpha) \parallel (ABCD)$ .

Giả sử  $(\alpha)$  cắt các mặt bên  $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$  lần lượt tại các điểm  $M, N, P, Q$  với  $N \in SB, P \in SC, Q \in SD$  suy ra  $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ .

Khi đó  $MN \parallel AB \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$ .

Tương tự, ta có được  $\frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{DA} = \frac{2}{3}$  và  $MNPQ$  là hình vuông.

Suy ra  $S_{MNPQ} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{ABCD} = \frac{4}{9} S_{ABCD} = \frac{4}{9} \cdot 6 \cdot 6 = 16$ .

----- **HẾT** -----