

LÊ BÁ BẢO

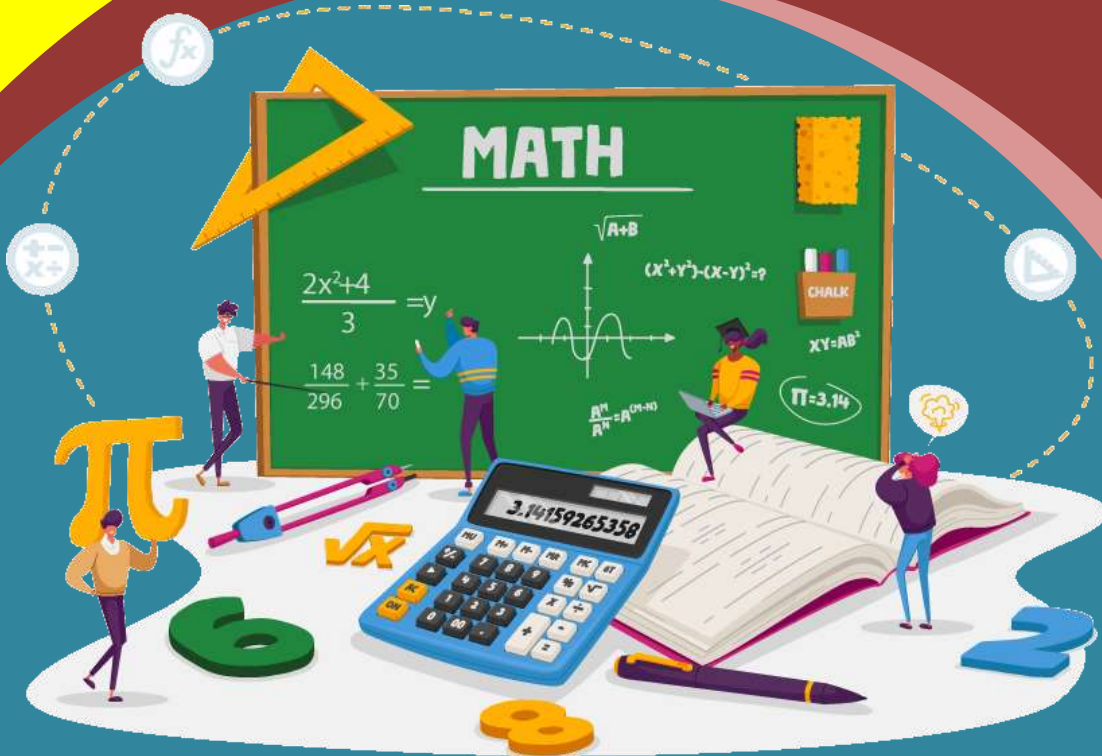
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

Chủ đề

TÍCH PHÂN

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



Chủ đề 2:

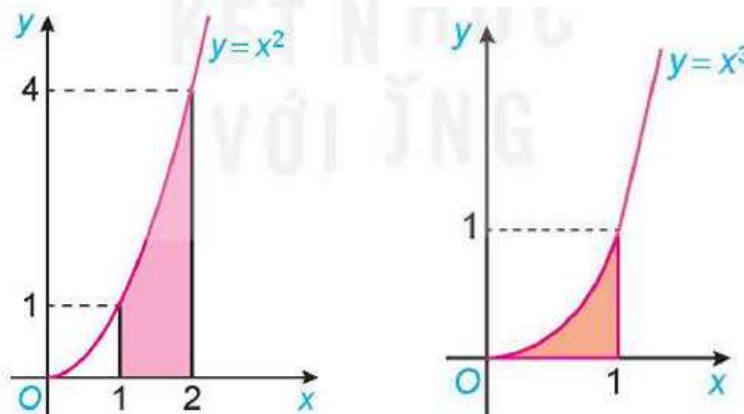
TÍCH PHÂN

I. LÝ THUYẾT

1. Khái niệm tích phân

a. Diện tích hình thang cong

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, trong đó $f(x)$ là hàm liên tục không âm trên đoạn $[a; b]$, gọi là một hình thang cong.



Định lí 1

Nếu hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = F(b) - F(a)$, trong đó $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

b. Định nghĩa tích phân

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là **tích phân** từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu là $\int_a^b f(x) dx$.

Chú ý

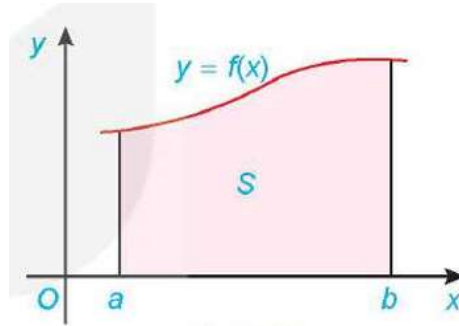
a) Hiệu $F(b) - F(a)$ thường được kí hiệu là $F(x)|_a^b$.

Như vậy: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

b) Ta gọi \int_a^b là dấu tích phân, a là cận dưới, b là cận trên, $f(x) dx$ là biểu thức dưới dấu tích phân và $f(x)$ là hàm số dưới dấu tích phân.

c) Trong trường hợp $a = b$ hoặc $a > b$, ta quy ước: $\int_a^a f(x) dx = 0$; $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Ý nghĩa hình học của tích phân



Nếu hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, thì tích phân $\int_a^b f(x)dx$ là diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Vậy
$$S = \int_a^b f(x)dx$$
.

2. Tính chất của tích phân

Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, ta có:

$$1) \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx, (k \in \mathbb{R})$$

$$2) \int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$3) \int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

$$4) \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, (a < c < b)$$

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$

B. $\int_a^b kf(x)dx = k + \int_a^b f(x)dx.$

C. $\int_a^b kf(x)dx = \int_a^b kdx \cdot \int_a^b f(x)dx.$

D. $\int_a^b kf(x)dx = \int_a^b f(kx)dx.$

Câu 2: Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b).$

D. $\int_a^b f(x)dx = -F(a) - F(b).$

Câu 3: Gọi $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hai hàm số $f(x), g(x)$ trên đoạn $[a; b]$, k là hằng số khác 0. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

B. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx.$

C. $\int_a^b k.f(x)dx = k[F(b) - F(a)].$

D. $\int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx.$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$

B. $\int_a^a f(x)dx = 0.$

C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

D. $\int_a^b f^2(x)dx = \left(\int_a^b f(x)dx \right)^2.$

Câu 5: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Khi đó, $\int_1^2 2f(x)dx$ bằng

A. 2.

B. -4.

C. 4.

D. -2.

Câu 6: Biết $\int_1^8 f(x)dx = -2$; $\int_1^4 f(x)dx = 3$; $\int_1^4 g(x)dx = 7$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)]dx = -2.$

B. $\int_4^8 f(x)dx = 1.$

C. $\int_4^8 f(x)dx = -5.$

D. $\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = 10.$

Câu 7: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 6$. Khi đó, $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -4.

B. 8.

C. 4.

D. -8.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Giá trị $\int_1^2 f'(x)dx$ bằng

A. $I = 1.$

B. $I = -1.$

C. $I = 3.$

D. $I = \frac{7}{2}.$

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $\int_1^2 f'(x)dx = 5$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 7.

Câu 10: Giả sử f là hàm số liên tục trên khoảng K và a, b, c là các số bất kỳ trên khoảng K . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt.$

B. $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx.$

C. $\int_a^a f(x)dx = 1.$

D. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

Câu 11: Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$.

A. $I = \frac{5}{2}.$

B. $I = \frac{7}{2}.$

C. $I = \frac{17}{2}.$

D. $I = \frac{11}{2}.$

Câu 12: Cho $\int_1^2 f(x)dx = \frac{1}{2}$, $\int_3^4 f(x)dx = \frac{3}{4}$. Kết quả $\int_1^4 f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{4}$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(2) - F(0) = 10$. Khi đó $\int_0^2 3f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 9. C. 5. D. 30.

Câu 14: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 3. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 15: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng

- A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.

Câu 16: Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_{-1}^2 (6x + f(x)) dx$ bằng

- A. $\frac{78}{5}$. B. 24. C. $\frac{123}{5}$. D. 33.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$; $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Giá trị

$$P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$$
 bằng

- A. 4. B. 10. C. 7. D. -4.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;9]$ thỏa mãn $\int_0^9 f(x)dx = 8$, $\int_4^7 f(x)dx = 3$. Khi đó giá

$$\text{trị của } P = \int_0^4 f(x)dx + \int_7^9 f(x)dx$$
 là

- A. $P = 20$. B. $P = 9$. C. $P = 5$. D. $P = 11$.

Câu 19: Cho $\int_0^2 f(x)dx = 5$ và $\int_0^5 f(x)dx = -3$, khi đó $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

- A. 8. B. 15. C. -8. D. -15.

Câu 20: Cho $\int_{-2}^2 f(x)dx = -1$, $\int_{-2}^{2022} f(t)dt = -4$. Tính $\int_2^{2022} f(y)dy$.

- A. -5. B. 15. C. -3. D. 5.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;3]$. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^3 [x - 3f(x)]dx$ bằng

- A. -3 . B. 3 . C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 22: Cho $\int_1^2 f(x)dx = \frac{1}{2}$, $\int_3^4 f(x)dx = \frac{3}{4}$. Khi đó $\int_1^4 f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết $F(1) = 8$, giá trị $F(9)$ được tính bằng công thức nào dưới đây?

- A. $F(9) = f'(9)$. B. $F(9) = 8 + f'(1)$.
 C. $F(9) = \int_1^9 [8 + f(x)]dx$. D. $F(9) = 8 + \int_1^9 f(x)dx$.

Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = \frac{1}{e^x} \Big|_1^2$. B. $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = e^x \Big|_1^2$. C. $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = e^x \Big|_1^2$. D. $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = \frac{1}{e^x} \Big|_1^2$.

Câu 25: Cho tích phân $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $I = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$. B. $I = \left(x + \sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$.
 C. $I = \left(x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$. D. $I = \left(x + \sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$.

Câu 26: Biết $\int_1^3 \left(x + \frac{2}{x}\right) dx = a + 2 \ln b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tổng $a + b$ bằng

- A. 3 . B. 5 . C. 7 . D. 6 .

Câu 27: Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$. B. $\log \frac{5}{3}$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 28: Tính $I = \int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$.

- A. $I = \frac{1}{2} \ln 5$. B. $I = \ln 5$. C. $I = 4 \ln 5$. D. $I = 2 \ln 5$.

Câu 29: Giá trị của $\int_0^1 x^{2019} dx$ bằng

- A. 2019 . B. $\frac{1}{2020}$. C. $\frac{1}{2019}$. D. 2020 .

Câu 30: Cho $\int f(x)dx = x^2 + x + C$; $\int g(x)dx = x^4 + x^3 + C$. Khi đó, $\int_0^1 f(x)g(x)dx$ bằng

- A. $\frac{51}{10}$. B. $\frac{71}{105}$. C. 4. D. $\frac{77}{60}$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = 2|x - 1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2) + F(0) = 5$. Giá trị của biểu thức $P = F(3) + F(-2)$ bằng

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$. Nếu $\int_0^1 f(2x)dx = 6$ thì giá trị $F(0) - F(2)$ bằng

- A. -12. B. 3. C. 12. D. -3.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) = 3f(2x), \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(4) = 3$ và $F(2) + 4F(8) = 0$. Khi đó $\int_2^8 f(x)dx$ bằng

- A. -15. B. 15. C. 75. D. -75.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) = \left(\int_0^1 f(x)dx \right) \cdot x + \left(\int_0^2 f(x)dx \right) + 1$.

Giá trị của $\int_{2022}^{2023} f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{2023}{5}$. B. $-\frac{2023}{5}$. C. $\frac{4046}{5}$. D. $-\frac{4046}{5}$.

Câu 35: Có bao nhiêu số thực b thuộc khoảng $(\pi; 3\pi)$ sao cho $\int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1$?

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 2.

Câu 36: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{6}} 4 \sin^2 x dx = a\pi + b\sqrt{3}, (a; b \in \mathbb{Q})$. Tính ab .

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 37: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 2x dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$, với $a, b, c \in \mathbb{N}^*, \frac{b}{c}$ tối giản. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 23$. B. $P = 24$. C. $P = 25$. D. $P = 15$.

Câu 38: Gọi là các số nguyên sao cho $\int_0^2 \sqrt{e^{x+2}} dx = 2ae^2 + be, (a; b \in \mathbb{Z})$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

- A. 3. B. 8. C. 4. D. 5.

Câu 39: Biết $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$, giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 40: Nếu các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $\int_0^1 (ae^x + b) dx = e + 2$ thì giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. $I = -\frac{4}{3}\pi$. B. $I = \frac{64}{27}\pi$. C. $I = \frac{16}{3}\pi$. D. $I = 0$.

Câu 73: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^2 [f(x) + xf'(x) - 1] dx = 2$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. -2. B. 0. C. 2. D. 4.

Câu 74: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0; +\infty)$. Biết x^2 là một nguyên hàm của $x^2 f'(x)$ trên $(0; +\infty)$ và $f(1) = 1$. Tính $f(e)$.

A. 2. B. 3. C. $2e + 1$. D. e .

Câu 75: Nếu $\int_0^1 [f^2(x) - f(x)] dx = 5$ và $\int_0^1 [f(x) + 1]^2 dx = 36$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng:

A. 10. B. 31. C. 5. D. 30.

Câu 76: Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x} + \int_0^1 xf(x) dx$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = \frac{528}{35}$. B. $I = \frac{438}{35}$. C. $I = \frac{408}{35}$. D. $I = \frac{368}{35}$.

Câu 77: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên \mathbb{R} và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $F(0) + F(2)$

A. 3. B. 2. C. 7. D. 5.

Câu 78: Biết $\int_0^{x^2} f(t) dt = x \cos \pi x$. Tính $f(4)$.

A. 2. B. 4. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 79: Cho hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm, liên tục và đồng biến trên $[1; 4]$ thỏa mãn $x + 2xf(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1; 4], f(1) = \frac{3}{2}$. Giá trị $f(4)$ bằng

A. $\frac{391}{18}$. B. $\frac{361}{18}$. C. $\frac{381}{18}$. D. $\frac{371}{18}$.

Câu 80: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f(1) = -2, f(x) \neq -\frac{1}{x}$ và $x^2 f^2(x) + (2x-1)f(x) = xf'(x) - 1 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tính $I = \int_1^4 f(x) dx$.

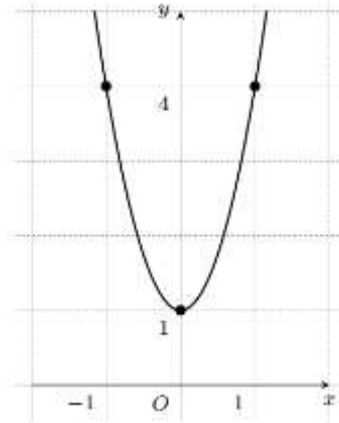
A. $I = -2\ln 2 - \frac{3}{4}$. B. $I = -2\ln 2 - \frac{1}{4}$. C. $I = -\ln 2 - \frac{3}{4}$. D. $I = -\ln 2 - \frac{1}{4}$.

Câu 81: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \geq 0$ và

$(x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}, \forall x \geq 0$. Tính $\sqrt{f(2)} - \sqrt{f(1)}$.

A. $\ln \frac{9}{8}$. B. $\frac{1}{2} \ln \frac{9}{8}$. C. $\ln \frac{4}{3}$. D. $\frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$.

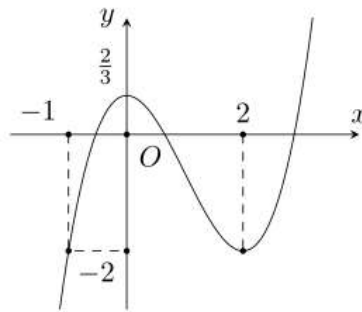
Câu 90: Cho hàm đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ sau:



Giá trị biểu thức $f(3) - f(2)$ bằng

- A. 20. B. 51. C. 64. D. 45.

Câu 91: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có hai điểm cực trị $x = 0, x = 2$ và đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị $a \int_{-1}^0 (f(x) + 2)(x^2 - 2x) dx$ bằng

- A. $\frac{32}{9}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{32}{27}$. D. $\frac{16}{9}$.

III. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$ B. $\int_a^b kf(x) dx = k + \int_a^b f(x) dx.$
 C. $\int_a^b kf(x) dx = \int_a^b k dx \cdot \int_a^b f(x) dx.$ D. $\int_a^b kf(x) dx = \int_a^b f(kx) dx.$

Câu 2: Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$ B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$
 C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b).$ D. $\int_a^b f(x) dx = -F(a) - F(b).$

Câu 3: Gọi $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hai hàm số $f(x), g(x)$ trên đoạn $[a; b]$, k là hằng số khác 0. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

B. $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)dx.$

C. $\int_a^b k.f(x)dx = k[F(b) - F(a)].$

D. $\int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx.$

Lời giải:

Ta có: $\int_a^b k.f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx = k[F(b) - F(a)].$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và số thực k tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$

B. $\int_a^a f(x)dx = 0.$

C. $\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx.$

D. $\int_a^b f^2(x)dx = \left(\int_a^b f(x)dx \right)^2.$

Câu 5: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Khi đó, $\int_1^2 2f(x)dx$ bằng

A. 2.

B. -4.

C. 4.

D. -2.

Lời giải:

Ta có: $\int_1^2 2f(x)dx = 2 \int_1^2 f(x)dx = 4.$

Câu 6: Biết $\int_1^8 f(x)dx = -2; \int_1^4 f(x)dx = 3; \int_1^4 g(x)dx = 7$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)]dx = -2.$

B. $\int_4^8 f(x)dx = 1.$

C. $\int_4^8 f(x)dx = -5.$

D. $\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = 10.$

Lời giải:

Ta có $\int_4^8 f(x)dx = \int_1^8 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx = -2 - 3 = -5.$

Mặt khác: $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)]dx = 4 \int_1^4 f(x)dx - 2 \int_1^4 g(x)dx = 4.3 - 2.7 = -2.$

$\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx + \int_1^4 g(x)dx = 3 + 7 = 10.$

Câu 7: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 6$. Khi đó, $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -4.

B. 8.

C. 4.

D. -8.

- A. $P = 20$. B. $P = 9$. **C. $P = 5$.** D. $P = 11$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_0^9 f(x) dx &= 8 \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx + \int_4^7 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx = 8 \\ \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx &= 8 - \int_4^7 f(x) dx \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx = 8 - 3 = 5. \end{aligned}$$

Câu 19: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 5$ và $\int_0^5 f(x) dx = -3$, khi đó $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A. 8. B. 15. **C. -8.** D. -15.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^5 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx \Leftrightarrow \int_2^5 f(x) dx = \int_0^5 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx = -3 - 5 = -8.$$

Câu 20: Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = -1$, $\int_{-2}^{2022} f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^{2022} f(y) dy$.

- A. -5. B. 15. **C. -3.** D. 5.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_{-2}^{2022} f(y) dy &= \int_{-2}^2 f(y) dy + \int_2^{2022} f(y) dy = \int_{-2}^2 f(x) dx + \int_2^{2022} f(y) dy \\ \Leftrightarrow \int_2^{2022} f(y) dy &= \int_{-2}^{2022} f(y) dy - \int_{-2}^2 f(x) dx = -4 + 1 = -3. \end{aligned}$$

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 3]$. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^3 [x - 3f(x)] dx$ bằng

- A. -3. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. **D. $-\frac{3}{2}$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^3 [x - 3f(x)] dx = \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^3 - 3 \int_0^3 f(x) dx = \frac{9}{2} - 3 \cdot 2 = \frac{-3}{2}.$$

Câu 22: Cho $\int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{2}$, $\int_3^4 f(x) dx = \frac{3}{4}$. Khi đó $\int_1^4 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{3}{8}$. **B. $\frac{5}{4}$.** C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có} \\ \int_1^4 f(x) dx &= \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx \Rightarrow \int_1^4 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết $F(1) = 8$, giá trị $F(9)$ được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $F(9) = f'(9)$.

B. $F(9) = 8 + f'(1)$.

C. $F(9) = \int_1^9 [8 + f(x)] dx$.

D. $F(9) = 8 + \int_1^9 f(x) dx$.

Lời giải:

Ta có $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ (với $a < b$).

$\Rightarrow \int_1^9 f(x) dx = F(x)|_1^9 = F(9) - F(1) = F(9) - 8 \Rightarrow F(9) = 8 + \int_1^9 f(x) dx$.

Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = \frac{1}{e^x} \Big|_1^2$.

B. $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = e^x \Big|_1^2$.

C. $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = e^x \Big|_1^2$.

D. $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = \frac{1}{e^x} \Big|_1^2$.

Lời giải:

Ta có: $\int_1^2 \frac{1}{e^x} dx = \int_1^2 e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_1^2 = \frac{1}{e^x} \Big|_1^2$.

Câu 25: Cho tích phân $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

B. $I = \left(x + \sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

C. $I = \left(x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

D. $I = \left(x + \sqrt{x} - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

Lời giải:

$I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx = \int_1^4 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx = I = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^4$.

Câu 26: Biết $\int_1^3 \left(x + \frac{2}{x} \right) dx = a + 2 \ln b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tổng $a + b$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 6.

Lời giải:

Ta có $\int_1^3 \left(x + \frac{2}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} + 2 \ln|x| \Big|_1^3 = \frac{9}{2} + 2 \ln 3 - \frac{1}{2} = 4 + 2 \ln 3 \Rightarrow a = 4; b = 3 \Rightarrow a + b = 7$.

Câu 27: Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$.

B. $\log \frac{5}{3}$.

C. $\ln \frac{5}{3}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải:

Ta có: $\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_0^2 = \ln \frac{5}{3}$.

Câu 28: Tính $I = \int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx$.

- A. $I = \frac{1}{2} \ln 5$. **B. $I = \ln 5$.** C. $I = 4 \ln 5$. D. $I = 2 \ln 5$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } I = \int_0^2 \frac{2}{2x+1} dx = \int_0^2 \frac{d(2x+1)}{2x+1} = \ln|2x+1|_0^2 = \ln 5.$$

Câu 29: Giá trị của $\int_0^1 x^{2019} dx$ bằng

- A. 2019. **B. $\frac{1}{2020}$.** C. $\frac{1}{2019}$. D. 2020.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^1 x^{2019} dx = \frac{x^{2020}}{2020} \Big|_0^1 = \frac{1}{2020}.$$

Câu 30: Cho $\int f(x) dx = x^2 + x + C$; $\int g(x) dx = x^4 + x^3 + C$. Khi đó, $\int_0^1 f(x)g(x) dx$ bằng

- A. $\frac{51}{10}$.** B. $\frac{71}{105}$. C. 4. D. $\frac{77}{60}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f(x) = \left(\int f(x) dx\right)' = 2x+1; g(x) = \left(\int g(x) dx\right)' = 4x^3 + 3x^2$$

$$\text{Do đó } \int_0^1 f(x)g(x) dx = \int_0^1 (2x+1)(4x^3 + 3x^2) dx = \frac{51}{10}.$$

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = 2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2) + F(0) = 5$. Giá trị của biểu thức $P = F(3) + F(-2)$ bằng

- A. 4. **B. 0.** C. 2. D. 1.

Lời giải:

$$\text{Ta có } P = F(3) + F(-2) = F(2) + \int_2^3 f(x) dx + F(0) + \int_0^{-2} f(x) dx = 0.$$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có một nguyên hàm là $F(x)$. Nếu $\int_0^1 f(2x) dx = 6$ thì giá trị $F(0) - F(2)$ bằng

- A. -12.** B. 3. C. 12. D. -3.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^1 f(2x) dx = 6 \Rightarrow \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) d2x = 6 \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 12 \Rightarrow F(0) - F(2) = -12$$

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) = 3f(2x), \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(4) = 3$ và $F(2) + 4F(8) = 0$. Khi đó $\int_2^8 f(x)dx$ bằng

- A. -15. B. 15. C. 75. D. -75.

Lời giải:

$$\text{Có: } f(x) = 3f(2x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \int_2^4 f(x)dx = 3 \int_4^8 f(2x)dx \Leftrightarrow \int_2^4 f(x)dx = \frac{3}{2} \int_2^4 f(2x)d(2x)$$

$$\Leftrightarrow F(x)\Big|_2^4 = \frac{3}{2} F(x)\Big|_4^8 \Leftrightarrow F(4) - F(2) = \frac{3}{2}[F(8) - F(4)]$$

$$\text{Mà } F(4) = 3 \text{ và } F(2) = -4F(8) \text{ nên } 3 + 4F(8) = \frac{3}{2}[F(8) - 3] \Rightarrow F(8) = -3 \text{ và } F(2) = 12$$

$$\text{Vậy } \int_2^8 f(x)dx = F(8) - F(2) = -15.$$

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) = \left(\int_0^1 f(x)dx\right).x + \left(\int_0^2 f(x)dx\right) + 1$.

Giá trị của $\int_{2022}^{2023} f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{2023}{5}$. B. $-\frac{2023}{5}$. C. $\frac{4046}{5}$. D. $-\frac{4046}{5}$.

Lời giải:

$$f(x) = \left(\int_0^1 f(x)dx\right).x + \left(\int_0^2 f(x)dx\right) + 1 \Rightarrow f(x) = ax + b,$$

$$\text{với } a = \int_0^1 f(x)dx, b = \int_0^2 f(x)dx + 1$$

Do đó:

$$f(x) = \left(\int_0^1 f(x)dx\right).x + \left(\int_0^2 f(x)dx\right) + 1 \Leftrightarrow ax + b = \left(\int_0^1 (ax + b)dx\right).x + \int_0^2 (ax + b)dx + 1$$

$$\Leftrightarrow ax + b = \left(a \cdot \frac{x^2}{2} + bx\Big|_0^1\right).x + \left(a \cdot \frac{x^2}{2} + bx\Big|_0^2\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow ax + b = \left(\frac{a}{2} + b\right)x + 2a + 2b + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{a}{2} + b \\ b = 2a + 2b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{5} \\ b = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{5} \Rightarrow \int_{2022}^{2023} f(x)dx = -\frac{4046}{5}.$$

Câu 35: Có bao nhiêu số thực b thuộc khoảng $(\pi; 3\pi)$ sao cho $\int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1$?

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 2.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1 \Leftrightarrow 2 \sin 2x \Big|_{\pi}^b = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2b = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ b = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

• Với $b = \frac{\pi}{12} + k\pi$:

$$\text{Mà } b \in (\pi; 3\pi) \Rightarrow 1 < \frac{1}{12} + k < 3, (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k = 1; 2 \Rightarrow b = \frac{13\pi}{12}; \frac{25\pi}{12}.$$

• Với $b = \frac{5\pi}{12} + k\pi$:

$$\text{Mà } b \in (\pi; 3\pi) \Rightarrow 1 < \frac{5}{12} + k < 3, (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k = 1; 2 \Rightarrow b = \frac{17\pi}{12}; \frac{29\pi}{12}.$$

Vậy có 4 số thực b thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 36: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{6}} 4 \sin^2 x dx = a\pi + b\sqrt{3}, (a; b \in \mathbb{Q})$. Tính ab .

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^{\frac{\pi}{6}} 4 \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 4 \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (2 - 2 \cos 2x) dx = (2x - \sin 2x) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } a = \frac{1}{3}; b = -\frac{1}{2} \Rightarrow ab = -\frac{1}{6}.$$

Câu 37: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 2x dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$, với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, $\frac{b}{c}$ tối giản. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 23$.

B. $P = 24$.

C. $P = 25$.

D. $P = 15$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 2x dx = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \left(\frac{1 + \cos 4x}{2} \right) dx = \left(\frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{4} \sin 4x \right) \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{8}} = \frac{\pi}{16} + \frac{1}{8}.$$

Vậy $a = 16, b = 1, c = 8 \Rightarrow P = a + b + c = 25$.

Câu 38: Gọi là các số nguyên sao cho $\int_0^2 \sqrt{e^{x+2}} dx = 2ae^2 + be, (a; b \in \mathbb{Z})$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

A. 3.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

$$\int_0^2 \sqrt{e^{x+2}} dx = \int_0^2 e^{\frac{1}{2}x+1} dx = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x+1} \Big|_0^2 = 4e^2 - 2e \quad a, b$$

Vậy $a = 2; b = 2$ và $a^2 + b^2 = 8$

Câu 39: Biết $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$, giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. **C. $(0; 4)$.** D. $(-3; 1)$.

Lời giải:

Ta có: $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6 \Leftrightarrow (x^3 - x^2 + x) \Big|_0^m = 6 \Leftrightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Vậy $m \in (0; 4)$.

Câu 40: Nếu các số hữu tỉ a, b thỏa mãn $\int_0^1 (ae^x + b) dx = e + 2$ thì giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- A. 4.** B. 6. C. 5. D. 3.

Lời giải:

Ta có $\int_0^1 (ae^x + b) dx = (ae^x + bx) \Big|_0^1 = ae + b - a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b - a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$.

Câu 41: Có bao nhiêu số thực a để $\int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = 0$?

- A. 2.** B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải:

Ta có:

$$\int_0^1 (4ax^3 - 3a^2x^2 + 2x + 1) dx = (ax^4 - a^2x^3 + x^2 + x) \Big|_0^1 = -a^2 + a + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai số thực a thỏa mãn.

Câu 42: Biết có hai giá trị của số thực a là a_1, a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn $\int_1^a (2x - 3) dx = 0$. Tính

$$T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right).$$

- A. $T = 26$. B. $T = 12$. **C. $T = 13$.** D. $T = 28$.

Lời giải:

Ta có: $\int_1^a (2x - 3) dx = (x^2 - 3x) \Big|_1^a = a^2 - 3a + 2$.

Vì $\int_1^a (2x - 3) dx = 0$ nên $a^2 - 3a + 2 = 0$, suy ra $\begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$.

Lại có $0 < a_1 < a_2$ nên $a_1 = 1; a_2 = 2$.

Như vậy $T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right) = 3^1 + 3^2 + \log_2 \left(\frac{2}{1} \right) = 13$.

Câu 43: Cho $\int_{-1}^1 \left(\frac{4}{\sqrt{8x+17}} + \frac{3}{\sqrt{6x+m}} \right) dx = 4$ với hằng số $m > 6$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $12 \leq m \leq 20$. B. $9 < m < 12$. C. $m > 20$. D. $6 < m \leq 9$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_{-1}^1 \left(\frac{4}{\sqrt{8x+17}} + \frac{3}{\sqrt{6x+m}} \right) dx &= \left(4 \cdot \frac{1}{8} \cdot 2\sqrt{8x+17} + 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{6x+m} \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= (\sqrt{8x+17} + \sqrt{6x+m}) \Big|_{-1}^1 = (5 + \sqrt{6+m}) - (3 + \sqrt{m-6}) = 2 + \sqrt{6+m} - \sqrt{m-6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } \int_{-1}^1 \left(\frac{4}{\sqrt{8x+17}} + \frac{3}{\sqrt{6x+m}} \right) dx = 4 &\Leftrightarrow 2 + \sqrt{6+m} - \sqrt{m-6} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ \sqrt{6+m} = 2 + \sqrt{m-6} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ 6+m = 4 + 4\sqrt{m-6} + m-6 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ \sqrt{m-6} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ m-6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ m = 10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 10. \end{aligned}$$

Vậy $m = 10$.

Câu 44: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} dx$ bằng

- A. $\frac{8}{3}(4 - 3\sqrt{3} + \sqrt{2})$. B. $\frac{4}{3}(4 - 3\sqrt{3} + \sqrt{2})$. C. $\frac{8}{3}(4 + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$. D. $\frac{4}{3}(4 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} dx = \int_0^1 \frac{2(\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3})}{-1} dx = -2 \int_0^1 (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}) dx$$

$$\begin{aligned} I &= 2 \int_0^1 \sqrt{x+3} dx - 2 \int_0^1 \sqrt{x+2} dx = 2 \cdot \frac{2}{3} (x+3)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 - 2 \cdot \frac{2}{3} (x+2)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{4}{3} \left(4^{\frac{3}{2}} - 2 \cdot 3^{\frac{3}{2}} + 2^{\frac{3}{2}} \right) \\ &= \frac{4}{3} (8 - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) = \frac{8}{3} (4 - 3\sqrt{3} + \sqrt{2}). \end{aligned}$$

Câu 45: Biết $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 5$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{13}{2}$. D. $P = \frac{16}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} = \int_1^3 (\sqrt{x+1} + \sqrt{x}) dx = \left[\frac{2}{3} (x+1)\sqrt{x+1} + \frac{2}{3} x\sqrt{x} \right] \Big|_1^3$$

$$= \left(\frac{16}{3} + 2\sqrt{3} \right) - \left(\frac{4}{3}\sqrt{2} + \frac{2}{3} \right) = 2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\sqrt{2} + \frac{14}{3}.$$

$$\text{Vậy } a = 2; b = -\frac{4}{3}; c = \frac{14}{3}. \text{ Suy ra } P = 2 - \frac{4}{3} + \frac{14}{3} = \frac{16}{3}.$$

Câu 46: Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$. Tính $P = \frac{a-b}{c}$.

- A. $P = 10$. B. $P = 46$. C. $P = 18$. D. $P = 12$.

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=1 \\ A-B=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=\frac{3}{2} \\ B=-\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Lúc đó: $\int_2^4 \frac{x+2}{x^2-1} dx = \left(\frac{3}{2} \ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln|x+1| \right) \Big|_2^4 = 2\ln 3 - \frac{1}{2} \ln 5.$

Suy ra: $a=0; b=2; c=1 \Rightarrow a+b+c=3.$

Câu 51: Biết $\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2-4} dx = a \ln 2 + b \ln 3, (a; b \in \mathbb{Q}).$ Tính $ab.$

A. $\frac{3}{5}.$

B. $\frac{3}{8}.$

C. $\frac{3}{7}.$

D. $-\frac{3}{2}.$

Lời giải:

Ta có: $\frac{2x+1}{x^2-4} = \frac{2x+1}{(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} \Rightarrow 2x+1 = A(x+2) + B(x-2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=2 \\ 2A-2B=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=\frac{5}{4} \\ B=\frac{3}{4} \end{cases}.$$

Lúc đó: $\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2-4} dx = \left(\frac{5}{4} \ln|x-2| + \frac{3}{4} \ln|x+2| \right) \Big|_0^1 = -2\ln 2 + \frac{3}{4} \ln 3.$

Suy ra: $a=-2; b=\frac{3}{4} \Rightarrow ab=-\frac{3}{2}.$

Câu 52: Biết $\int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+3x+2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3, (a; b; c \in \mathbb{Q}).$ Tính $a+b+c.$

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải:

Ta có: $\frac{2x+1}{x^2+3x+2} = \frac{2x+1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} \Rightarrow 2x+1 = A(x+2) + B(x+1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=2 \\ 2A+B=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=-1 \\ B=3 \end{cases}.$$

Lúc đó: $\int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+3x+2} dx = \left(-\ln|x+1| + 3\ln|x+2| \right) \Big|_1^2 = 7\ln 2 - 4\ln 3.$

Suy ra: $a=0; b=7; c=-4 \Rightarrow a+b+c=3.$

Câu 53: Cho $\int_2^3 \frac{x+8}{x^2+x-2} dx = a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}.$ Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a+b=3.$

B. $a-b=5.$

C. $a-2b=11.$

D. $a+2b=11.$

Lời giải:

Ta có: $\int_2^3 \frac{x+8}{x^2+x-2} dx = \int_2^3 \left(\frac{3}{x-1} + \frac{-2}{x+2} \right) dx = \left(3\ln|x-1| - 2\ln|x+2| \right) \Big|_2^3 = 7\ln 2 - 2\ln 5.$

Suy ra giá trị là: $a=7, b=-2.$

Câu 54: Biết $\int_0^3 \frac{3x+2}{x^2+4x+4} dx = a + b \ln 2 + c \ln 5$, ($a; b; c \in \mathbb{Q}$). Tính $5a + b + c$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{3}{4}$. **D. -6.**

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_0^3 \frac{3x+2}{x^2+4x+4} dx &= \int_0^3 \frac{3(x+2)-4}{(x+2)^2} dx = \int_0^3 \left[\frac{3}{x+2} - \frac{4}{(x+2)^2} \right] dx = \left(3 \ln|x+2| + \frac{4}{x+2} \right) \Big|_0^3 \\ &= -\frac{6}{5} - 3 \ln 2 + 3 \ln 5. \end{aligned}$$

Suy ra: $a = -\frac{6}{5}; b = -3; c = 3 \Rightarrow 5a + b + c = -6$.

Câu 55: Cho tích phân $\int_1^5 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $P = abc$.

- A. $P = -36$.** B. $P = 0$. C. $P = 18$. D. $P = -18$.

Lời giải:

Ta có

$$\begin{aligned} \int_1^5 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| dx &= -\int_1^2 \frac{x-2}{x+1} dx + \int_2^5 \frac{x-2}{x+1} dx \\ &= -\int_1^2 \left(1 - \frac{3}{x+1} \right) dx + \int_2^5 \left(1 - \frac{3}{x+1} \right) dx \\ &= -\left(x - 3 \ln|x+1| \right) \Big|_1^2 + \left(x - 3 \ln|x+1| \right) \Big|_2^5 \\ &= -(2 - 3 \ln 3) + 1 - 3 \ln 2 + 5 - 3 \ln 6 - 2 + 3 \ln 3 \\ &= 2 - 6 \ln 2 + 3 \ln 3 \end{aligned}$$

Vậy $a = 2, b = -6, c = 3 \Rightarrow P = abc = -36$.

Câu 56: Tính $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx$

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\frac{5}{2}$. **D. 1.**

Lời giải:

$$\begin{aligned} \int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx &= \int_0^2 |x-1| dx = \int_0^1 (1-x) dx + \int_1^2 (x-1) dx \\ &= \left(x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^2 = 1 \end{aligned}$$

Câu 57: Cho $I = \int_0^5 \frac{|x^2 - x|}{x+3} dx = \frac{-1}{a} + b \ln \frac{c}{a}$, ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$). Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 17.** B. 15. C. 13. D. 16.

Lời giải:

Ta có:

$$\text{Ta có } |x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2-x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } I = \int_1^2 \frac{2|x-2|+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx.$$

$$= \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx = \int_1^2 \left(\frac{5}{x} - 2\right) dx + \int_2^5 \left(2 - \frac{3}{x}\right) dx$$

$$= (5 \ln|x| - 2x) \Big|_1^2 + (2x - 3 \ln|x|) \Big|_2^5 = 4 + 8 \ln 2 - 3 \ln 5.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 5.$$

Câu 61: Tính tích các giá trị của số thực m để tích phân $I = \int_0^1 |2x - m| dx = 2$.

A. 6.

B. -3.

C. 2.

D. -4.

Lời giải:

Th1. $m < 0 \Rightarrow 2x - m > 0 \forall x \in [0; 1]$

$$\Rightarrow I = \int_0^1 (2x - m) dx = (x^2 - mx) \Big|_0^1 = 1 - m$$

$$\Rightarrow 1 - m = 2 \Leftrightarrow m = -1.$$

Th2. $m > 2 \Rightarrow 2x - m < 0 \forall x \in [0; 1]$

$$\Rightarrow I = \int_0^1 (m - 2x) dx = (mx - x^2) \Big|_0^1 = m - 1.$$

$$\Rightarrow m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 3$$

Th3. $0 \leq m \leq 2$

$$I = \int_0^{\frac{m}{2}} (m - 2x) dx + \int_{\frac{m}{2}}^1 (2x - m) dx = (mx - x^2) \Big|_0^{\frac{m}{2}} + (x^2 - mx) \Big|_{\frac{m}{2}}^1 = \frac{m^2}{4} + (1 - m) + \frac{m^2}{4} = \frac{m^2}{2} - m + 1$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{2} - m + 1 = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + \sqrt{3} \\ m = 1 - \sqrt{3} \end{cases} \text{ (loại)}$$

Tích các giá trị của m là $-1.3 = -3$.

Câu 62: Biết $\int_0^2 \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của abc bằng

A. -8.

B. -10.

C. -12.

D. 16.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^2 \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} dx = \int_0^2 \left(1 + \frac{x-1}{(x+1)(x+3)}\right) dx = \int_0^2 \left(1 - \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3}\right) dx$$

$$= (x - \ln|x+1| + 2 \ln|x+3|) \Big|_0^2 = 2 - 3 \ln 3 + 2 \ln 5.$$

Vậy $a = 2, b = -3, c = 2$, do đó $abc = -12$.

Câu 63: Cho $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx = \frac{a}{4} - 4 \ln \frac{4}{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải:

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx = \int_0^1 \frac{(x^2 + 6x + 9) - 4(x+3) - 9 + 12}{(x+3)^2} dx = \int_0^1 \left[1 - \frac{4}{x+3} + \frac{3}{(x+3)^2} \right] dx$$

$$= 1 - 4 \ln|x+3| \Big|_0^1 - \frac{3}{x+3} \Big|_0^1 = 1 - 4 \ln \frac{4}{3} - \frac{3}{4} + 1 = \frac{5}{4} - 4 \ln \frac{4}{3}$$

Theo giả thiết $\Rightarrow a = 5, b = 3$ nên $a + b = 8$.

Câu 64: Cho $\int_4^5 \frac{x}{(x-1)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của abc bằng

A. $-\frac{1}{6}$.

B. 3.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 2.

Lời giải:

Ta có: $\int_4^5 \frac{x}{(x-1)^2} dx = \int_4^5 \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \right) dx = \ln|x-1| \Big|_4^5 - \frac{1}{x-1} \Big|_4^5 = \ln 4 - \ln 3 + \frac{1}{12} = \frac{1}{12} + 2 \ln 2 - \ln 3$.

Ta tìm được $a = \frac{1}{12}; b = 2; c = -1$. Vậy $abc = -\frac{1}{6}$.

Câu 65: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 1 \\ 2x, & x < 1 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. 3.

D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải:

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^1 2x dx + \int_1^2 (x^2 + 1) dx = \frac{13}{3}$$

Câu 66: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x) dx$.

A. $6 + \ln 4$.

B. $4 + \ln 4$.

C. $6 + \ln 2$.

D. $2 + 2 \ln 2$.

Lời giải:

Ta có: $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = \int_0^1 \frac{2}{x+1} dx + \int_1^3 (2x-1) dx$

$$= 2 \ln|x+1| \Big|_0^1 + (x^2 - x) \Big|_1^3 = \ln 4 + 6$$

Câu 67: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là $f'(x) = \sin x \cos x$ và $f(0) = 1$. Tính tích phân

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$$

A. $I = \frac{\pi - 4}{2}$. B. $I = \frac{3\pi - 4}{8}$. C. $I = \frac{3\pi + 2}{16}$. **D. $I = \frac{5\pi - 2}{16}$.**

Lời giải:

Ta có: $f(x) = \int f'(x)dx = \int \sin x \cos x dx = \int \sin x d \sin x = \frac{\sin^2 x}{2} + C$.

$f(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin^2 0}{2} + C = 1 \Leftrightarrow C = 1$, $f(x) = \frac{\sin^2 x}{2} + 1$.

Khi đó: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin^2 x}{2} + 1 \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1 - \cos 2x}{4} + 1 \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{5}{4} - \frac{\cos 2x}{4} \right) dx$
 $= \frac{5}{4} x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{8} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{5\pi - 2}{16}$.

Câu 68: Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$ và $f'(x) = \frac{2}{\sin^2 x} + 1, \forall x \in (0; \pi)$. Khi đó, $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} + \pi$. B. $\ln 2 - \frac{\pi^2}{32} + \pi$. C. $-\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} - \pi$. D. $\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} - \pi$.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = \frac{2}{\sin^2 x} + 1$ suy ra $f(x) = \int \left[\frac{2}{\sin^2 x} + 1 \right] dx = -2 \cot x + x + C$.

Mà $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$ suy ra $C = 4 - \frac{\pi}{2}$.

Khi đó $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x)dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \left[-2 \cot x + x + 4 - \frac{\pi}{2} \right] dx = \left[-2 \ln |\sin x| + \frac{x^2}{2} + \left(4 - \frac{\pi}{2} \right) x \right] \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = \ln 2 + \frac{\pi^2}{32} + \pi$.

Câu 69: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 + 2}{8}$. B. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 8}{8}$. **C. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$.** D. $\frac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$.

Lời giải:

Cách 1: Tự luận

Ta có $\int f'(x)dx = \int (2 \cos^2 x + 3)dx = \int (4 + \cos 2x)dx = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C$

$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C_1$.

Ta có $f(0) = 4 \Rightarrow C_1 = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4$.

Vậy $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4 \right) dx = \left(-\frac{1}{4} \cos 2x + 2x^2 + 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$.

Cách 2: Tư duy trắc nghiệm

$$\text{Ta có: } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x) dx = f\left(\frac{\pi}{4}\right) - f(0) \Leftrightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = f(0) + \int_0^{\frac{\pi}{4}} f'(x) dx.$$

$$\text{Mặt khác: } \int_0^{\frac{\pi}{4}} xf'(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} xdf(x) = xf(x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{\pi}{4} f\left(\frac{\pi}{4}\right) - \int_0^{\frac{\pi}{4}} xf'(x) dx.$$

Câu 70: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$. B. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$. **C. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.** D. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$.

Lời giải:

$$f'(x) = 2\sin^2 x + 1 = 1 - \cos 2x + 1 = 2 - \cos 2x$$

$$\text{Suy ra } f(x) = 2x - \frac{\sin 2x}{2} + C. \text{ Vì } f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$$

$$\text{Suy ra } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \left(x^2 + \frac{\cos 2x}{4} + 4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}.$$

Câu 71: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = -2$ và đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}, \forall x > -1$. Tích phân $\int_0^3 f(x) dx$

bằng

- A. $\frac{64}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $-\frac{13}{3}$. **D. $-\frac{8}{3}$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx = 2\sqrt{x+1} + C.$$

$$\text{Do } f(0) = -2 \text{ nên } C = -4. \text{ Suy ra: } f(x) = 2\sqrt{x+1} - 4.$$

$$\text{Khi đó: } \int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 (2\sqrt{x+1} - 4) dx = \left(\frac{4}{3}(x+1)\sqrt{x+1} - 4x\right)\Big|_0^3 = -\frac{8}{3}.$$

Câu 72: Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{8}{3}$ và $f'(x) = 16\cos 4x \cdot \sin^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^{\pi} f(x) dx$.

- A. $I = -\frac{4}{3}\pi$.** B. $I = \frac{64}{27}\pi$. C. $I = \frac{16}{3}\pi$. D. $I = 0$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } f'(x) = 16\cos 4x \cdot \sin^2 x = 8\cos 4x(1 - \cos 2x) = 8\cos 4x - 4\cos 6x - 4\cos 2x.$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (8\cos 4x - 4\cos 6x - 4\cos 2x) dx = 2\sin 4x - \frac{2}{3}\sin 6x - 2\sin 2x + C$$

$$\text{Mà } f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{8}{3} \text{ nên } 2\sin \pi - \frac{2}{3}\sin \frac{3\pi}{2} - 2\sin \frac{\pi}{2} + C = -\frac{8}{3} \Rightarrow C = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{Khi đó } \int_0^{\pi} f(x) dx = \int_0^{\pi} \left(2 \sin 4x - \frac{2}{3} \sin 6x - 2 \sin 2x - \frac{4}{3} \right) dx = -\frac{4\pi}{3}.$$

Câu 73: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $\int_0^2 [f(x) + xf'(x) - 1] dx = 2$. Giá trị $f(2)$ bằng

- A. -2. B. 0. **C. 2.** D. 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^2 [f(x) + xf'(x) - 1] dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^2 [(xf(x))' - 1] dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^2 (xf(x))' dx - \int_0^2 1 dx = 2$$

$$\Leftrightarrow xf(x)\Big|_0^2 - 2 = 2 \Leftrightarrow 2f(2) = 4 \Leftrightarrow f(2) = 2.$$

Câu 74: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0; +\infty)$. Biết x^2 là một nguyên hàm của $x^2 f'(x)$ trên $(0; +\infty)$ và $f(1) = 1$. Tính $f(e)$.

- A. 2. **B. 3.** C. $2e + 1$. D. e .

Lời giải:

Vì x^2 là một nguyên hàm của $x^2 f'(x)$ trên $(0; +\infty)$ nên ta có

$$x^2 f'(x) = (x^2)' = 2x \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{x}.$$

$$\text{Ta có } \int_1^e f'(x) dx = \int_1^e \frac{2}{x} dx = 2 \ln x \Big|_1^e = 2 \ln e - 2 \ln 1 = 2 = f(e) - f(1).$$

$$\Rightarrow 2 = f(e) - 1 \Rightarrow f(e) = 2 + 1 = 3.$$

Câu 75: Nếu $\int_0^1 [f^2(x) - f(x)] dx = 5$ và $\int_0^1 [f(x) + 1]^2 dx = 36$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng:

- A. 10.** B. 31. C. 5. D. 30.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^1 [f^2(x) - f(x)] dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f^2(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f^2(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + 5 \quad (1).$$

$$\text{Lại có } \int_0^1 [f(x) + 1]^2 dx = 36 \Leftrightarrow \int_0^1 [f^2(x) + 2f(x) + 1] dx = 36.$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f^2(x) dx + 2 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 dx = 36 \quad (2). \text{ Thay (1) vào (2) ta được:}$$

$$\int_0^1 f(x) dx + 5 + 2 \int_0^1 f(x) dx + 1 = 36 \Leftrightarrow 3 \int_0^1 f(x) dx = 30 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 10. \text{ Vậy } \int_0^1 f(x) dx = 10.$$

Câu 76: Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x} + \int_0^1 xf(x) dx$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{528}{35}$.** B. $I = \frac{438}{35}$. C. $I = \frac{408}{35}$. D. $I = \frac{368}{35}$.

Lời giải:

Câu 80: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f(1) = -2$, $f(x) \neq -\frac{1}{x}$ và

$$x^2 f^2(x) + (2x-1)f(x) = xf'(x) - 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}. \text{ Tính } I = \int_1^4 f(x) dx.$$

- A.** $I = -2\ln 2 - \frac{3}{4}$. **B.** $I = -2\ln 2 - \frac{1}{4}$. **C.** $I = -\ln 2 - \frac{3}{4}$. **D.** $I = -\ln 2 - \frac{1}{4}$.

Lời giải:

$$x^2 f^2(x) + (2x-1)f(x) = xf'(x) - 1 \Leftrightarrow x^2 f^2(x) + 2xf(x) - f(x) = xf'(x) - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 f^2(x) + 2xf(x) + 1 = xf'(x) + f(x) \Leftrightarrow [xf(x) + 1]^2 = (xf(x))' \Leftrightarrow [xf(x) + 1]^2 = (xf(x) + 1)'$$

$$\text{Do đó } \frac{(xf(x) + 1)'}{[xf(x) + 1]^2} = 1 \Rightarrow \int \frac{(xf(x) + 1)'}{[xf(x) + 1]^2} dx = \int dx \Rightarrow -\frac{1}{xf(x) + 1} = x + C.$$

$$\text{Mà } f(1) = -2 \Rightarrow -\frac{1}{f(1) + 1} = 1 + C \Rightarrow -\frac{1}{-2 + 1} = 1 + C \Rightarrow C = 0.$$

$$\text{Nên } -\frac{1}{xf(x) + 1} = x \Rightarrow xf(x) + 1 = -\frac{1}{x} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}.$$

$$\text{Suy ra } \int_1^4 f(x) dx = \int_1^4 \left(-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right) dx = \left(\frac{1}{x} - \ln x\right) \Big|_1^4 = \frac{1}{4} - \ln 4 - 1 + \ln 1 = -2\ln 2 - \frac{3}{4}.$$

Câu 81: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \geq 0$ và

$$(x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}, \forall x \geq 0. \text{ Tính } \sqrt{f(2)} - \sqrt{f(1)}.$$

- A.** $\ln \frac{9}{8}$. **B.** $\frac{1}{2} \ln \frac{9}{8}$. **C.** $\ln \frac{4}{3}$. **D.** $\frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } (x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2} \Rightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} \Rightarrow (\sqrt{f(x)})' = \frac{1}{2(x+1)(x+2)}.$$

Suy ra

$$\int_1^2 (\sqrt{f(x)})' dx = \int_1^2 \frac{1}{2(x+1)(x+2)} dx \Rightarrow \sqrt{f(2)} - \sqrt{f(1)} = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{8}.$$

Câu 82: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $f(x) > 1, f(0) = 0$ và thỏa mãn

$$f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}. \text{ Khi đó } \int_0^{2\sqrt{2}} f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A.** 3. **B.** 8. **C.** -1. **D.** 6.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{f(x)+1} = \sqrt{x^2+1} + C$$

Mà $f(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $f(x) = x^2$.

Khi đó $\int_0^{2\sqrt{2}} f'(x) dx = f(x) \Big|_0^{2\sqrt{2}} = x^2 \Big|_0^{2\sqrt{2}} = 8$.

Câu 83: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thoả mãn $2f'(x^2) = 9x\sqrt{f(x^2)}$ với mọi $x \in (0; +\infty)$. Biết $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$, tính $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. **C. $\frac{1}{12}$.** D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } 2f'(x^2) = 9x\sqrt{f(x^2)} \Leftrightarrow \frac{2xf'(x)}{2\sqrt{f(x^2)}} = \frac{9}{2}x^2 \Leftrightarrow \frac{[f(x^2)]'}{2\sqrt{f(x^2)}} = \frac{9}{2}x^2 \Leftrightarrow \left[\sqrt{f(x^2)}\right]' = \frac{9}{2}x^2$$

$$\text{Do đó } \sqrt{f(x^2)} = \int \frac{9}{2}x^2 dx = \frac{3}{2}x^3 + C. \text{ Mà } f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} + C \Leftrightarrow C = 0.$$

$$\text{Suy ra } f(x^2) = \frac{9}{4}x^6 \Leftrightarrow f(x) = \frac{9}{4}x^3 \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{12}.$$

Câu 84: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thoả mãn $2f(x) + f'(x) = 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $1 + \frac{1}{2e^2}$. **B. $1 - \frac{1}{2e^2}$.** C. $\frac{1}{2e^2}$. D. $-\frac{1}{2e^2}$.

Lời giải:

$$2f(x) + f'(x) = 2x + 1 \Leftrightarrow 2f(x) \cdot e^{2x} + f'(x) \cdot e^{2x} = (2x + 1) \cdot e^{2x} \Leftrightarrow (f(x) \cdot e^{2x})' = (2x + 1) \cdot e^{2x}$$

$$\Rightarrow f(x) \cdot e^{2x} = \int (2x + 1) \cdot e^{2x} dx = \frac{1}{2}(2x + 1) \cdot e^{2x} - \frac{1}{2} \cdot e^{2x} + C.$$

Do $f(0) = 1$ nên $c = 1$. Suy ra $f(x) = x + \frac{1}{e^{2x}}$.

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(x + \frac{1}{e^{2x}}\right) dx = 1 - \frac{1}{2e^2}.$$

Câu 85: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thoả mãn $f(x) = 4x^3 + k$ với $k = \int_0^1 x^2 f(x^2) dx$. Khi đó

$\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. **B. $\frac{5}{3}$.** C. 2. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } k = \int_0^1 x^2 f(x^2) dx = \int_0^1 x^2 (4x^6 + k) dx = \left(\frac{4x^9}{9} + \frac{kx^3}{3}\right) \Big|_0^1 = \frac{4}{9} + \frac{k}{3} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

$$\text{Do đó } \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(4x^3 + \frac{2}{3}\right)dx = \frac{5}{3}.$$

Câu 86: Cho hàm số $y = f(x)$, $f(x) > e^x, \forall x \in (0; +\infty)$ thỏa mãn $(x+1)f(x) - xf'(x) = e^x, f(1) = 3e$. Giá trị $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

- A. $3e^2 - 3e$. B. $3e^2 - e$. C. $3e^2$. D. $3e^2 + e$

Lời giải:

$$+) \text{Ta có } (x+1)f(x) - xf'(x) = e^x \Leftrightarrow \frac{(x+1).e^{-x}}{x^2} f(x) - \frac{e^{-x}}{x} f'(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{e^{-x} f(x)}{x} \right]' = \frac{-1}{x^2} \Leftrightarrow \frac{e^{-x}}{x} f(x) = \frac{1}{x} + C$$

$$\text{Mà } f(1) = 3e \Rightarrow e^{-1} f(1) = 1 + C \Rightarrow C = 2 \Rightarrow \frac{e^{-x}}{x} f(x) = \frac{1}{x} + 2$$

$$\Rightarrow f(x) = (2x+1)e^x$$

$$\text{Vậy } \int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (2x+1)e^x dx = 3e^2 - e.$$

Câu 87: Cho hàm số $y = f(x)$, $f(x) > e^x, \forall x \in (0; +\infty)$ thỏa mãn $(x+1)f(x) - xf'(x) = e^x, f(1) = 3e$. Giá trị $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

- A. $3e^2 - 3e$. B. $3e^2 - e$. C. $3e^2$. D. $3e^2 + e$

Lời giải:

$$+) \text{Ta có } (x+1)f(x) - xf'(x) = e^x \Leftrightarrow \frac{(x+1).e^{-x}}{x^2} f(x) - \frac{e^{-x}}{x} f'(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{e^{-x} f(x)}{x} \right]' = \frac{-1}{x^2} \Leftrightarrow \frac{e^{-x}}{x} f(x) = \frac{1}{x} + C$$

$$\text{Mà } f(1) = 3e \Rightarrow e^{-1} f(1) = 1 + C \Rightarrow C = 2 \Rightarrow \frac{e^{-x}}{x} f(x) = \frac{1}{x} + 2$$

$$\Rightarrow f(x) = (2x+1)e^x$$

$$\text{Vậy } \int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (2x+1)e^x dx = 3e^2 - e.$$

Câu 88: Cho hàm số thỏa mãn $f(1) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) - \frac{f(x)}{x^2+x} = \frac{x}{x+1}, \forall x \in (0; +\infty)$. Giá trị của $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (1;2). B. (2;3). C. (3;4). D. (0;1).

Lời giải:

Ta có:

$$f'(x) - \frac{f(x)}{x^2+x} = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} f'(x) - \frac{f(x)}{x^2} = 1 \Leftrightarrow \left[\frac{x+1}{x} f(x) \right]' = 1 \Rightarrow \frac{x+1}{x} f(x) = x + C$$

Cho $x=1 \Rightarrow C+1=1 \Rightarrow C=0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{x+1} \Rightarrow f(2) = \frac{4}{3}$.

Câu 89: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $f(1) = \frac{1}{2}$ và $3xf'(x) - x^2 f''(x) = 2[f(x)]^2$, $f(x) \neq 0$ với $x \in (0; +\infty)$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$. Tổng $M + m$ bằng

A. $\frac{21}{10}$.

B. $\frac{7}{5}$.

C. $\frac{9}{10}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải:

+) Xét hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ ta có: $3xf'(x) - x^2 f''(x) = 2f^2(x)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 f'(x) - x^3 f''(x) = 2xf^2(x) \Leftrightarrow \frac{(x^3)'}{f^2(x)} f(x) - x^3 f''(x) = 2x \Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{f(x)} \right)' = 2x \quad (1).$$

Lấy nguyên hàm hai vế của (1) ta được: $\int \left(\frac{x^3}{f(x)} \right)' dx = \int 2x dx \Leftrightarrow \frac{x^3}{f(x)} = x^2 + C$.

Mà $f(1) = \frac{1}{2}$ nên $\frac{1^3}{f(1)} = 1^2 + C \Leftrightarrow C = 1$. Suy ra $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$.

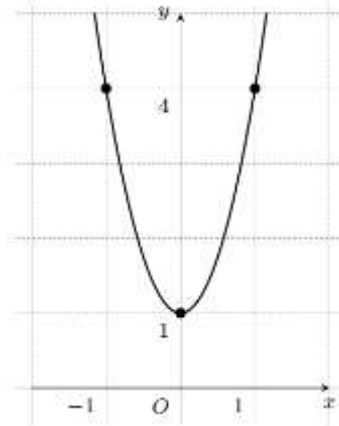
+) Xét hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ trên $[1; 2]$.

Xét hàm số $f'(x) = \frac{3x^2(x^2 + 1) - 2x \cdot x^3}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^4 + 3x^2}{(x^2 + 1)^2} > 0$ với $\forall x \in [1; 2]$.

Suy ra $M = \max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{8}{5}; m = \min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{1}{2}$.

Vậy $M + m = \frac{1}{2} + \frac{8}{5} = \frac{21}{10}$.

Câu 90: Cho hàm đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ sau:



Giá trị biểu thức $f(3) - f(2)$ bằng

A. 20.

B. 51.

C. 64.

D. 45.

Lời giải:

Giả sử $f'(x) = ax^2 + bx + c$ trong đó $a \neq 0$ có đồ thị (C) .

Hàm số $y = f'(x)$ đạt cực trị tại $x = -\frac{b}{2a} = 0$ suy ra $b = 0$.

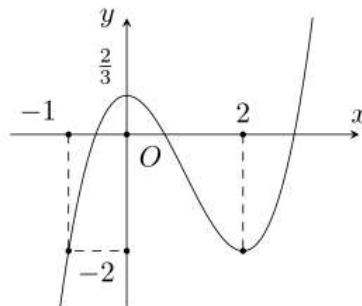
$(0; 1) \in (C)$ suy ra $c = 1$.

$(1; 4) \in (C)$ suy ra $a = 3$.

Do đó $f'(x) = 3x^2 + 1$.

Vậy $f(3) - f(2) = \int_2^3 (3x^2 + 1) dx = 20$.

Câu 91: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có hai điểm cực trị $x = 0, x = 2$ và đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị $a \int_{-1}^0 (f(x) + 2)(x^2 - 2x) dx$ bằng

A. $\frac{32}{9}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{32}{27}$.

D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(-1; -2)$ và $B\left(0; \frac{2}{3}\right)$ nên ta có:

$$\begin{cases} -a+b-c+d = -2 \\ d = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b-c = \frac{-8}{3} \\ d = \frac{2}{3} \end{cases} \quad (I)$$

Mặt khác ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b = 0 \end{cases} \quad (II)$

Từ (I) và (II) ta có: $\begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -2 \\ c = 0 \\ d = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{2}{3}$

Suy ra: $a \int_{-1}^0 (f(x) + 2)(x^2 - 2x) dx = \frac{2}{3} \int_{-1}^0 \left(\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{2}{3} + 2 \right) (x^2 - 2x) dx$

$$= \frac{2}{3} \int_{-1}^0 \left(\frac{2}{3}x^5 - \frac{10}{3}x^4 + 4x^3 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{16}{3}x \right) dx = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3} \frac{x^6}{6} - \frac{10}{3} \frac{x^5}{5} + 4 \frac{x^4}{4} + \frac{8}{3} \frac{x^3}{3} - \frac{16}{3} \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{2}{3} \left(0 - \left(-\frac{16}{9} \right) \right) = \frac{32}{27}.$$



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = -1, f(3) = 5$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó,

$$\int_2^3 f'(x) dx \text{ bằng}$$

- A. 4. B. 7. C. 9. D. 6.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, (a < c < b).$

B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$

C. $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

Câu 3: Cho $\int_2^4 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 -13f(t) dt$

- A. -18. B. -65. C. 65. D. 18.

Câu 4: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 10. D. 12.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0;5]$. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6, \int_3^5 f(x) dx = -10$ thì $\int_0^5 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. -4. C. -60. D. 16.

Câu 6: Xét tích phân $I = \int_0^2 2x dx$. Khẳng định nào sau đây đúng?

b)	$\int_0^1 f(x)dx = 7.$		
c)	$\int_0^3 3f(x)dx = 42.$		
d)	$\int_0^1 xf(x)dx = \frac{31}{12}.$		

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 2 \\ x - 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (x-2)dx.$		
b)	$\int_2^3 f(x)dx = \int_2^3 (x^2 - 2x)dx.$		
c)	$\int_1^3 f(x)dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big _1^2 + \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big _2^3.$		
d)	$\int_1^3 f(x)dx = \frac{5}{6}.$		

Câu 4: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -8$ (m/s²) cho đến khi dừng hẳn.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.		
b)	Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.		
c)	Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.		
d)	Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c, (a; b; c \in \mathbb{Z})$. Tính $a + b + c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{\pi^2 + a\pi + b}{16}; (a; b \in \mathbb{Z}), \text{ tính } a + b.$$

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

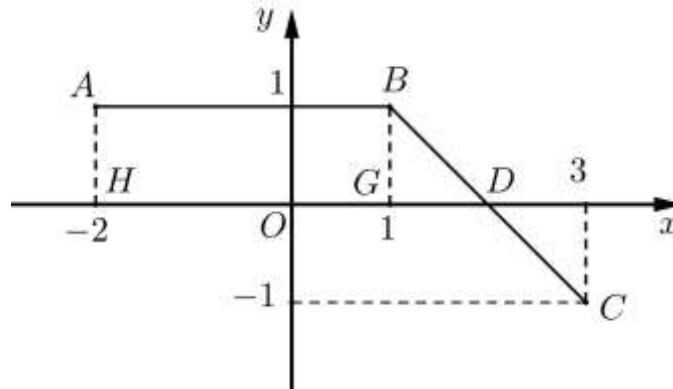
.....

.....

.....

.....

Câu 3: Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$.



Tính $\int_{-2}^3 f(x) dx$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Biết $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $3a + b + c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

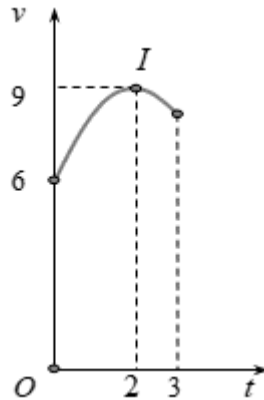
.....

.....

.....

.....

Câu 5: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên dưới:



Tính gần đúng đến hàng phần chục quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Tính vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 07 tháng 9 năm 2024

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0;5]$. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6, \int_3^5 f(x)dx = -10$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

- A. 4. **B. -4.** C. -60. D. 16.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^5 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx = -4.$$

Câu 6: Xét tích phân $I = \int_0^2 2x dx$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $I = \int_0^2 2x dx = 4x^2 \Big|_0^2$ B. $I = \int_0^2 2x dx = x^2 \Big|_0^2$ C. $I = \int_0^2 2x dx = 2 \Big|_0^2$ **D. $I = \int_0^2 2x dx = x^2 \Big|_0^2$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có } I = \int_0^2 2x dx = x^2 \Big|_0^2.$$

Câu 7: Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. $\frac{61}{3}$.** B. 61. C. 4. D. $\frac{61}{9}$.

Lời giải:

$$\int_1^2 (x+3)^2 dx = \left(\frac{(x+3)^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{61}{3}.$$

Câu 8: Tích phân $\int_0^2 \frac{1}{x+3} dx$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$. **B. $\ln \frac{5}{3}$.** C. $\log \frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^2 \frac{1}{x+3} dx = \ln|x+3| \Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln \frac{5}{3}.$$

Câu 9: Biết $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} |\sin x| dx = a - \sqrt{b}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó, $a + 4b$ bằng

- A. 5.** B. 8. C. 10. D. 7.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} |\sin x| dx = - \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x dx = (\cos x) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - (\cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{\frac{3}{4}}$$

Suy ra: $a = 2, b = \frac{3}{4}$ nên $a + 4b = 5$.

Ta có $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ nên câu a) SAI.

b) $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$

Ta có $\int_a^b f(x) dx = G(x)|_a^b = G(b) - G(a)$ nên câu b) ĐÚNG.

c) $\int_a^a f(x) dx = 0$, câu c) ĐÚNG

d) $G(b) - F(b) = G(a) - F(a)$

Ta có $\int_a^b f(x) dx = G(x)|_a^b = G(b) - G(a)$ và $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$.

Suy ra: $G(b) - G(a) = F(b) - F(a) \Leftrightarrow G(b) - F(b) = G(a) - F(a)$ nên câu d) ĐÚNG

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ có đạo hàm $f'(x)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int_{-1}^2 f'(x) dx = 3.$		
b)	$\int_0^1 f(x) dx = 7.$		
c)	$\int_0^3 3f(x) dx = 42.$		
d)	$\int_0^1 xf(x) dx = \frac{31}{12}.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng

Ta có: $\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(x)|_{-1}^2 = (3x^2 - 2x - 1)|_{-1}^2 = 7 - 4 = 3.$

b) Sai

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (3x^2 - 2x - 1) dx = (x^3 - x^2 - x)|_0^1 = -1 - 0 = -1.$

c) Sai

Ta có: $\int_0^3 3f(x) dx = 3 \int_0^3 f(x) dx = 3 \int_0^3 (3x^2 - 2x - 1) dx = 3.(x^3 - x^2 - x)|_0^3 = 3.(15 - 0) = 45.$

d) Sai

Ta có: $\int_0^1 xf(x) dx = \int_0^1 x(3x^2 - 2x - 1) dx = \int_0^1 (3x^3 - 2x^2 - x) dx = -\frac{5}{12}.$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 2 \\ x - 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (x - 2) dx.$		

b)	$\int_2^3 f(x)dx = \int_2^3 (x^2 - 2x)dx.$		
c)	$\int_1^3 f(x)dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big _1^2 + \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big _2^3.$		
d)	$\int_1^3 f(x)dx = \frac{5}{6}.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Ta có: $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (x-2)dx$

b) Đúng

Ta có $\int_2^3 f(x)dx = \int_2^3 (x^2 - 2x)dx$

c) Sai

Ta có $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 (x-2)dx + \int_2^3 (x^2 - 2x)dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_1^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)\Big|_2^3.$

d) Đúng

$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 (x-2)dx + \int_2^3 (x^2 - 2x)dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_1^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)\Big|_2^3 = \left(-2 - \frac{-3}{2}\right) + \left(0 - \frac{-4}{3}\right) = \frac{5}{6}$

Câu 4: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -8$ (m/s²) cho đến khi dừng hẳn.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.		
b)	Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.		
c)	Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.		
d)	Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

$$\int_0^{12} v_1(t)dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144$$

b) Đúng.

$$v_1(12) = 2.12 = 24 \text{ (m/s)}$$

c) Đúng.

$$v_2(t) = 24 - 8(t - 12) = 120 - 8t; v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$$

Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là $15 - 12 = 3$ (giây).

d) Sai.

$$S = \int_0^{15} |v(t)| dt = \int_0^{12} v_1(t) dt + \int_{12}^{15} v_2(t) dt;$$

$$S_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144$$

$$S_2 = \int_{12}^{15} v_2(t) dt = \int_{12}^{15} (120 - 8t) dt = (120t - 4t^2) \Big|_{12}^{15} = 36$$

$$\text{Vậy } S = S_1 + S_2 = 144 + 36 = 180 \text{ (m)}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c, (a; b; c \in \mathbb{Z})$. Tính $a + b + c$.

Kết quả:

1

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = [\ln|x+1| - \ln|x+2|] \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - \ln 3.$$

$$\text{Suy ra: } a = 2; b = -1; c = 0.$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \frac{\pi^2 + a\pi + b}{16}; (a; b \in \mathbb{Z}), \text{ tính } a + b.$$

Kết quả:

12

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có } f(x) = \int (2 \sin^2 x + 1) dx = \int (2 - \cos 2x) dx = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

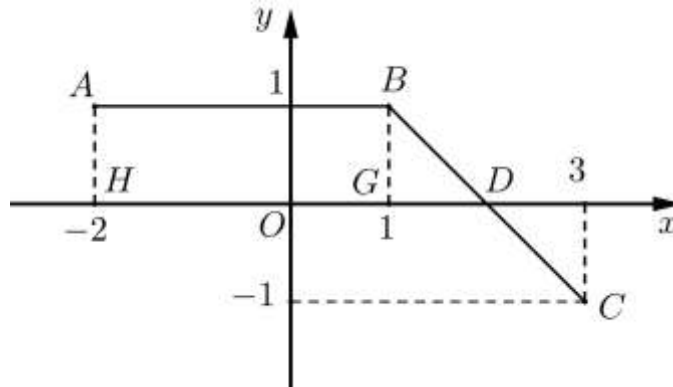
$$\text{Vì } f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$$

Hay $f(x) = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4$.

Suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \right) dx$

$= x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{16} + \pi - \frac{1}{4} = \frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16} \rightarrow a = 16; b = -4$.

Câu 3: Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$.



Tính $\int_{-2}^3 f(x) dx$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $\int_{-2}^3 f(x) dx = S_{ABGH} + S_{BGD} - S_{CDE} = 3 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 3$.

Câu 4: Biết $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $3a + b + c$.

Kết quả:

-1

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

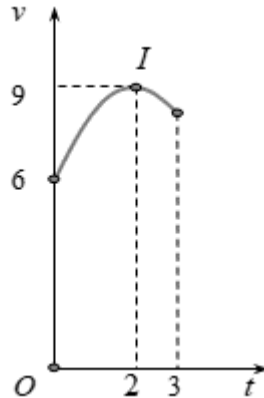
.....

Lời giải:

Ta có: $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = \int_0^1 \frac{(x+2)-2}{(x+2)^2} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+2} - \frac{2}{(x+2)^2} \right) dx = \left(\ln|x+2| + \frac{2}{x+2} \right) \Big|_0^1$
 $= \ln 3 + \frac{2}{3} - (\ln 2 + 1) = -\frac{1}{3} - \ln 2 + \ln 3.$

Suy ra $a = -\frac{1}{3}; b = -1; c = 1.$ Vậy $3a + b + c = -1 - 1 + 1 = -1.$

Câu 5: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên dưới:



Tính gần đúng đến hàng phần chục quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

Kết quả:

24,8

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi $v(t) = at^2 + bt + c.$

Đồ thị $v(t)$ là một phần parabol có đỉnh $I(2;9)$ và đi qua điểm $A(0;6)$ nên

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 9 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases} . \text{ Tìm được } v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$$

Vậy $S = \int_0^3 \left(-\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \right) dt = 24,75$ (km).

Câu 6: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động

thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Tính vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A .

Kết quả:

30

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a dt = at + C$ mà $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

Do từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm B đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{18} \left(\frac{1}{120} t^2 + \frac{58}{45} t \right) dt = \int_0^{15} at dt \Leftrightarrow 225 = a \cdot \frac{225}{2} \Leftrightarrow a = 2$$

Vậy, vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(t) = 2 \cdot 15 = 30(m/s)$.

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 07 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các số thực a, b ($a < b$) và hàm số $y = f(x)$ có $f(x), f'(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = f'(a) - f'(b)$.

B. $\int_a^b f'(x)dx = f(a) - f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = f'(b) - f'(a)$.

D. $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 5$ và $f(-1) = 4$. Tìm $f(1)$.

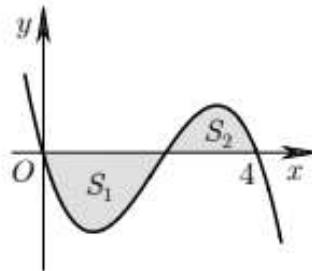
A. $f(1) = -9$.

B. $f(1) = 9$.

C. $f(1) = -1$.

D. $f(1) = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = 2S_2 = 3$. Tính $\int_0^4 f(x)dx$.

A. 3.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Câu 4: Cho $\int_0^1 [x^2 - 2x - 3f(x)]dx = 1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{5}{3}$.

C. $-\frac{1}{9}$.

D. $-\frac{5}{9}$.

Câu 5: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -1$ và $\int_2^5 f(x)dx = 3$ thì $\int_1^5 -2f(x)dx$ bằng

A. -2.

B. -4.

C. 4.

D. 2.

Câu 6: Nếu $\int_1^6 f(x) dx = 2$ và $\int_1^6 g(x) dx = -4$ thì $\int_1^6 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. -6. B. -2. C. 6. D. 2.

Câu 7: Giá trị của $\int_0^1 5 dx$ bằng

- A. 5. B. 10. C. 15. D. 20.

Câu 8: Tích phân $\int_e^{2021} (e^x + 2021) dx$ bằng

- A. $e^{2021} - e^e + 2021e + 2021^2$. B. $e^{2021} + e^e + 2021e + 2021^2$.
 C. $e^{2021} - e^e - 2021e + 2021^2$. D. $e^{2021} - e^e + 2021$.

Câu 9: Tích phân $\int_a^{a+1} x^2 dx$ với $a \in \mathbb{R}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{a^3 - (a+1)^3}{3}$. B. $\frac{(a+1)^2 - a^2}{3}$. C. $\frac{(a+1)^3 - a^3}{3}$. D. $\frac{(a+1)^3 - a^3}{2}$.

Câu 10: Biết $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $T = a^2 + b^3$.

- A. $T = \frac{1}{8}$. B. $T = \frac{8}{3}$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = \frac{3}{8}$.

Câu 11: Cho $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a; b; c \in \mathbb{Z}$. Tổng $3a + 2b + 5c$ bằng

- A. 3. B. 2. C. -2. D. -1.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & \text{khi } x < 0 \\ \sin x & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$.

- A. $\frac{13}{6}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $\frac{19}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ và $G(x)$ lần lượt là các nguyên hàm của $f(x)$ và $g(x)$ trên đoạn $[a; b]$ và $k \in \mathbb{R}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int_a^b kf(x) dx = k[F(b) - F(a)]$.		
b)	$\int_a^b [f(x) + kg(x)] dx = k \int_a^b f(x) dx + k \int_a^b g(x) dx$.		
c)	$F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$.		
d)	$\int_a^a f(x) dx = \int_b^b g(x) dx$.		

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = (3x - 1)^2$ có đạo hàm $f'(x)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
------------	--	------	-----

a)	$\int_{-1}^2 f'(x) dx = 5.$		
b)	$\int_0^1 f(x) dx = 3.$		
c)	$\int_0^1 [3f(x) - 1] dx = 8.$		
d)	$\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf(x)] dx = \frac{-51}{2}.$		

Câu 3: Xét tính đúng – sai của các phép tính tích phân sau:

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx = \ln \frac{e}{2}.$		
b)	$I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{e}.$		
c)	Nếu $\int_1^5 \frac{3}{x^2 + 3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thì $a + b = 0.$		
d)	Nếu $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên thì $a + 2b = 1.$		

Câu 4: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$ ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s , thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01t - 0,05t^2$ ($0 \leq t \leq 10$)		
b)	Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là 8,82m.		
c)	Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ 15,277m.		
d)	Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51 (m/s^2).$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{f(x)} t^2 dt = \frac{9x}{4} \cos(\pi x)$. Tính $f(4)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

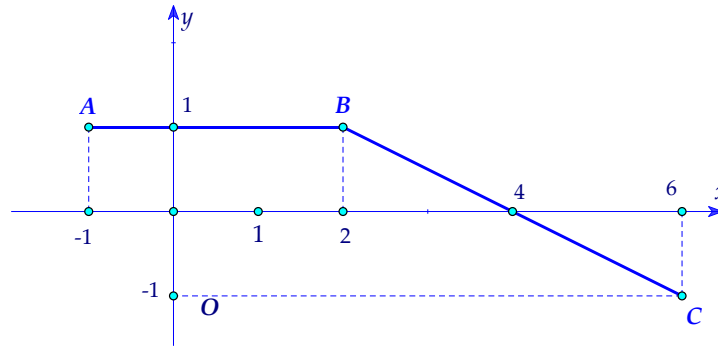
.....

.....

.....

.....

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên dưới:



Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -1$. Tính $F(4) + F(6)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Biết $\int_0^2 \min(1; x^2) dx = \frac{a}{b}; (a; b \in \mathbb{N}); \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

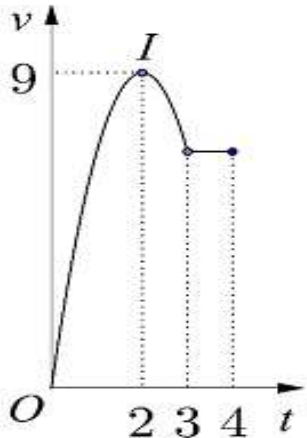
Câu 5: Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên dưới:



Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó (đơn vị km).

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 07 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các số thực a, b ($a < b$) và hàm số $y = f(x)$ có $f(x), f'(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = f'(a) - f'(b)$.

B. $\int_a^b f'(x)dx = f(a) - f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = f'(b) - f'(a)$.

D. $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$.

Lời giải:

Ta có: $\int_a^b f'(x)dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 5$ và $f(-1) = 4$. Tìm $f(1)$.

A. $f(1) = -9$.

B. $f(1) = 9$.

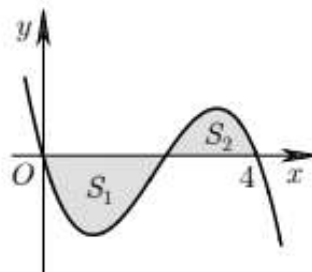
C. $f(1) = -1$.

D. $f(1) = 1$.

Lời giải:

Ta có: $\int_{-1}^1 f'(x)dx = f(x)\Big|_{-1}^1 = f(1) - f(-1) = 5 \Leftrightarrow f(1) - 4 = 5 \Leftrightarrow f(1) = 9$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = 2S_2 = 3$. Tính $\int_0^4 f(x)dx$.

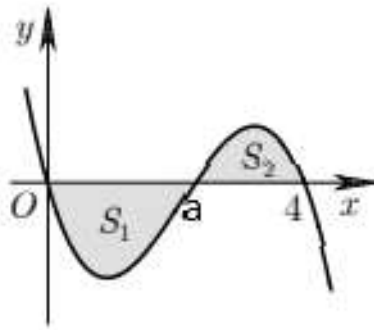
A. 3.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải:



Ta có: $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^a f(x)dx + \int_a^4 f(x)dx = -S_1 + S_2 = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$.

Câu 4: Cho $\int_0^1 [x^2 - 2x - 3f(x)]dx = 1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

- A. $\frac{-1}{3}$. B. $\frac{-5}{3}$. C. $\frac{-1}{9}$. **D. $\frac{-5}{9}$.**

Lời giải:

Ta có $\int_0^1 (x^2 - 2x - 3f(x))dx = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 - 3 \int_0^1 f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \frac{-2}{3} - 3 \int_0^1 f(x)dx = 1$
 $\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = \frac{-5}{9}$.

Câu 5: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -1$ và $\int_2^5 f(x)dx = 3$ thì $\int_1^5 -2f(x)dx$ bằng

- A. -2. **B. -4.** C. 4. D. 2.

Lời giải:

Ta có: $\int_1^5 -2f(x)dx = -2 \int_1^5 f(x)dx = -2 \left(\int_1^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx \right) = -2(-1+3) = -4$.

Câu 6: Nếu $\int_1^6 f(x)dx = 2$ và $\int_1^6 g(x)dx = -4$ thì $\int_1^6 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. -6. **B. -2.** C. 6. D. 2.

Lời giải:

Ta có $\int_1^6 [f(x) + g(x)]dx = \int_1^6 f(x)dx + \int_1^6 g(x)dx = 2 + (-4) = -2$.

Câu 7: Giá trị của $\int_0^1 5dx$ bằng

- A. 5.** B. 10. C. 15. D. 20.

Lời giải:

Ta có $\int_0^1 5dx = 5x \Big|_0^1 = 5$.

Câu 8: Tích phân $\int_e^{2021} (e^x + 2021)dx$ bằng

- A. $e^{2021} - e^e + 2021e + 2021^2$. B. $e^{2021} + e^e + 2021e + 2021^2$.

C. $e^{2021} - e^e - 2021e + 2021^2$.

D. $e^{2021} - e^e + 2021$.

Lời giải:

Ta có $\int_e^{2021} (e^x + 2021) dx = (e^x + 2021x) \Big|_e^{2021} = e^{2021} + 2021^2 - e^e - 2021e$.

Câu 9: Tích phân $\int_a^{a+1} x^2 dx$ với $a \in \mathbb{R}$ có giá trị bằng

A. $\frac{a^3 - (a+1)^3}{3}$.

B. $\frac{(a+1)^2 - a^2}{3}$.

C. $\frac{(a+1)^3 - a^3}{3}$.

D. $\frac{(a+1)^3 - a^3}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\int_a^{a+1} x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_a^{a+1} = \frac{(a+1)^3 - a^3}{3}$.

Câu 10: Biết $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $T = a^2 + b^3$.

A. $T = \frac{1}{8}$.

B. $T = \frac{8}{3}$.

C. $T = \frac{1}{2}$.

D. $T = \frac{3}{8}$.

Lời giải:

Ta có: $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \frac{1}{2} (\ln|x| - \ln|x+2|) \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 3$.

Từ đó: $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow T = a^2 + b^3 = \frac{3}{8}$.

Câu 11: Cho $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a; b; c \in \mathbb{Z}$. Tổng $3a + 2b + 5c$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. -1.

Lời giải:

Ta có: $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = \int_0^1 \left(2 - \frac{3x+4}{x^2 + 3x + 2} \right) dx$
 $= \int_0^1 \left(2 - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} \right) dx = (2x - \ln|x+1| - 2 \ln|x+2|) \Big|_0^1 = 2 + \ln 2 - 2 \ln 3$.

Suy ra $a = 2; b = 1; c = -2$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & \text{khi } x < 0 \\ \sin x & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$.

A. $\frac{13}{6}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $\frac{19}{6}$.

Lời giải:

Ta có: $I = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^{\pi} f(x) dx = \int_{-1}^0 (2x^2 - x) dx + \int_0^{\pi} \sin x dx = \frac{7}{6} + 2 = \frac{19}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ và $G(x)$ lần lượt là các nguyên hàm của $f(x)$ và $g(x)$ trên đoạn $[a; b]$ và $k \in \mathbb{R}$.

Khẳng định	Đúng	Sai
------------	------	-----

a)	$\int_a^b kf(x)dx = k[F(b) - F(a)].$		
b)	$\int_a^b [f(x) + kg(x)]dx = k\int_a^b f(x)dx + k\int_a^b g(x)dx.$		
c)	$F(a) - F(b) = G(a) - G(b).$		
d)	$\int_a^b f(x)dx = \int_b^a g(x)dx.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$a) \int_a^b kf(x)dx = k[F(b) - F(a)]$$

Ta có $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx = kF(x)\Big|_a^b = k[F(b) - F(a)]$ nên câu a) ĐÚNG.

$$b) \int_a^b (f(x) + kg(x))dx = k\int_a^b f(x)dx + k\int_a^b g(x)dx$$

Ta có $\int_a^b (f(x) + kg(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b kg(x)dx = \int_a^b f(x)dx + k\int_a^b g(x)dx$ nên câu b) SAI.

$$c) F(a) - F(b) = G(a) - G(b)$$

Ta có $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ và $\int_a^b g(x)dx = G(b) - G(a)$ nên câu c) SAI

d) Ta có $\int_a^a f(x)dx = 0$ và $\int_b^b g(x)dx = 0$, suy ra câu d) ĐÚNG

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = (3x - 1)^2$ có đạo hàm $f'(x)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int_{-1}^2 f'(x)dx = 5.$		
b)	$\int_0^1 f(x)dx = 3.$		
c)	$\int_0^1 [3f(x) - 1]dx = 8.$		
d)	$\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf'(x)]dx = \frac{-51}{2}.$		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai

Ta có: $\int_{-1}^2 f'(x)dx = f(x)\Big|_{-1}^2 = (3x - 1)^2\Big|_{-1}^2 = 25 - 16 = 9.$

b) Đúng

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (3x-1)^2 dx = \frac{(3x-1)^3}{9} \Big|_0^1 = \frac{8}{9} - \left(-\frac{1}{9}\right) = 1.$

c) Sai

Ta có: $\int_0^1 [3f(x)-1] dx = 3 \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 1 dx = 3 \cdot 1 - 1 = 2$

d) Đúng

$\int_{-1}^2 [f'(x) - 2xf(x)] dx = \int_{-1}^2 f'(x) dx - \int_{-1}^2 2x(3x-1)^2 dx = 9 - \frac{69}{2} = -\frac{51}{2}.$

Câu 3: Xét tính đúng - sai của các phép tính tích phân sau:

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx = \ln \frac{e}{2}.$		
b)	$I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{e}.$		
c)	Nếu $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thì $a + b = 0.$		
d)	Nếu $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên thì $a + 2b = 1.$		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai

$I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx = \int_1^e \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_1^e = \ln \left(\frac{3+e}{4} \right).$

b) Đúng

$I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(\ln|x| + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = \frac{1}{e}.$

c) Đúng

$\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x} dx = \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) dx = (\ln|x| - \ln|x+3|) \Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 2 \Rightarrow a = 1$ và $b = -1.$

Ta có: $a + b = 0.$

d) Sai

Ta có: $\int_0^1 \frac{dx}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_0^1 = \ln 2$ và $\int_0^1 \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2| \Big|_0^1 = \ln 3 - \ln 2$

Do đó $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \ln 2 - (\ln 3 - \ln 2) = 2 \ln 2 - \ln 3 \Rightarrow a = 2, b = -1.$

Vậy $a + 2b = 0.$

Câu 4: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$ ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s , thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

Khẳng định	Đúng	Sai
------------	------	-----

a)	Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01 - 0,05t$ ($0 \leq t \leq 10$)		
b)	Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là 8,82m.		
c)	Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ 15,277m.		
d)	Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51$ (m/s^2).		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai

Quãng đường xe di chuyển được phải là nguyên hàm của $v(t)$,
 $v'(t) = 2,01 - 0,05t$ ($0 \leq t \leq 10$) là công thức tính gia tốc của vật.

b) Đúng

Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là $\int_0^3 (2,01t - 0,025t^2) dt = 8,82m$.

c) Đúng

Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9:

$$s(9) - s(8) = \int_8^9 (2,01t - 0,025t^2) dt \approx 15,277m$$

d) Đúng

$$v(t) = 2,01t - 0,025t^2 \quad (0 \leq t \leq 10) \Rightarrow \max_{[0;10]} v(t) = 17,6m/s \text{ khi } t = 10s$$

$$\text{Gia tốc vật khi đó là } a(10) = v'(10) = 2,01 - 0,05 \cdot 10 = 1,51m/s^2$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{f(x)} t^2 dt = \frac{9x}{4} \cos(\pi x)$. Tính $f(4)$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_0^{f(x)} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^{f(x)} = \frac{1}{3} [f(x)]^3 \longrightarrow \frac{1}{3} [f(x)]^3 = \frac{9x}{4} \cos(\pi x) (*)$$

$$\text{Thay } x = 4 \text{ vào } (*), \text{ ta được: } \frac{1}{3} [f(4)]^3 = 9 \cos 4\pi \longrightarrow f(4) = 3.$$

Câu 2: Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

Kết quả:

2

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

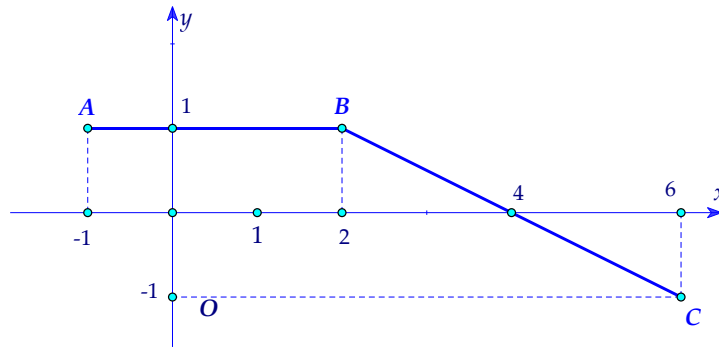
Lời giải:

Ta có: $\frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Khi đó: $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = \int_3^4 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \ln x \Big|_3^4 - \ln(x+1) \Big|_3^4 = 4\ln 2 - \ln 3 - \ln 5$.

Suy ra $a = 4, b = -1, c = -1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên dưới:



Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -1$. Tính $F(4) + F(6)$.

Kết quả:

5

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Từ đồ thị của hàm số ta xác định được $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi } -1 \leq x < 2 \\ -\frac{1}{2}x + 2 & \text{khi } 2 \leq x \leq 6 \end{cases}$.

Do F là nguyên hàm của f nên $F(x) = \begin{cases} x + C_1 & \text{khi } -1 \leq x < 2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + 2x + C_2 & \text{khi } 2 \leq x \leq 6 \end{cases}$.

Ta có $F(-1) = -1 \Leftrightarrow -1 + C_1 = -1 \Leftrightarrow C_1 = 0$.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$ $\Rightarrow F(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$

$\Rightarrow F(x)$ liên tục tại $x = 2$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} F(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} F(x) \Leftrightarrow 2 + C_1 = 3 + C_2 \Leftrightarrow C_2 = -1.$$

$$\text{Suy ra } F(x) = \begin{cases} x & \text{khi } -1 \leq x < 2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1 & \text{khi } 2 \leq x \leq 6 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } F(4) + F(6) = 5.$$

Câu 4: Biết $\int_0^2 \min(1; x^2) dx = \frac{a}{b}; (a; b \in \mathbb{N}); \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Kết quả:

7

Trình bày:

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} x \in [0; 1] \longrightarrow \min(1, x^2) = x^2 \\ x \in [1; 2] \longrightarrow \min(1, x^2) = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } I = \int_0^1 \min(1, x^2) dx + \int_1^2 \min(1, x^2) dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 1 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + x \Big|_1^2 = \frac{4}{3} \longrightarrow a = 4; b = 3.$$

Câu 5: Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

Kết quả:

10

Trình bày:

.....

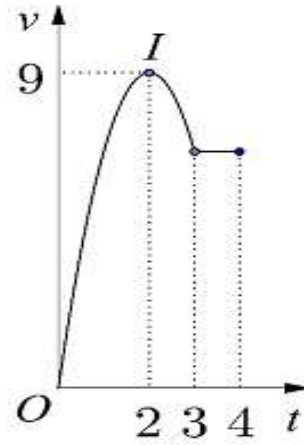
Lời giải:

Xét phương trình $-5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Do vậy, kể từ lúc người lái đạp phanh thì sau 2s ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10m.$$

Câu 6: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên dưới:



Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó (đơn vị km).

Kết quả:

27

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Vì (P) qua $O(0;0)$ và có đỉnh $I(2;9)$ nên dễ tìm được phương trình là $y = \frac{-9}{4}x^2 + 9x$.

Ngoài ra tại $x = 3$ ta có $y = \frac{27}{4}$

Vậy quãng đường cần tìm là: $S = \int_0^3 \left(\frac{-9}{4}x^2 + 9x \right) dx + \int_3^4 \frac{27}{4} dx = 27 \text{ (km)}$.

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 07 tháng 9 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó, hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng

- A. $\int_0^1 f(x) dx$. B. $\int_0^1 -F(x) dx$. C. $\int_0^1 -f(x) dx$. D. $\int_0^1 -f(x) dx$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[1; 4]$, $f(1) = 12$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 29. B. 5. C. 19. D. 9.

Câu 3: Cho các số thực $a, b, (a \neq b)$ và các mệnh đề:

1. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. 2. $\int_a^b 2f(x) dx = 2\int_b^a f(x) dx$.
3. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$. 4. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du$.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 4: Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

- A. $I = -11$. B. $I = 13$. C. $I = 27$. D. $I = 3$.

Câu 5: Tính tích phân $\int_1^2 (2ax + b) dx$.

- A. $a + b$. B. $3a + 2b$. C. $a + 2b$. D. $3a + b$.

Câu 6: Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{3-2x}$.

- A. $-\frac{1}{2} \ln 3$. B. $-\ln 3$. C. $\frac{1}{2} \ln 3$. D. $\frac{1}{2} \log 3$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x) dx$.

c)	$\int_0^3 f(x) dx = (2 \ln x+1) _0^1 + (x^2 - x) _1^3.$		
d)	$\int_0^3 f(x) dx = a \ln 2 + b, (a; b \in \mathbb{Z})$ và $a + b = 8.$		

Câu 3: Cho tích phân $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx.$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$ x-2 = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2-x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$		
b)	$I = \int_1^5 \frac{2 x-2 +1}{x} dx = \int_1^2 \frac{2 x-2 +1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2 x-2 +1}{x} dx.$		
c)	$I = (5 \ln x -2x) _1^2 + (2x-3 \ln x) _2^5.$		
d)	$I = 4 + a \ln 2 + b \ln 5, (a, b \in \mathbb{Z})$ và $a + b = 5.$		

Câu 4: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$ ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s , thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường xe di chuyển được trong 3s là 8,82m.		
b)	Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01t - 0,05t^2$ ($0 \leq t \leq 10$).		
c)	Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ 15,277m.		
d)	Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51m/s^2$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1-\sin x) dx = \pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1, a, b \in \mathbb{Z}.$ Tính $a+b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Biết $\int_2^3 \frac{x+8}{x^2+x-2} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $a+b+c$.

Kết quả:

Trình bày:

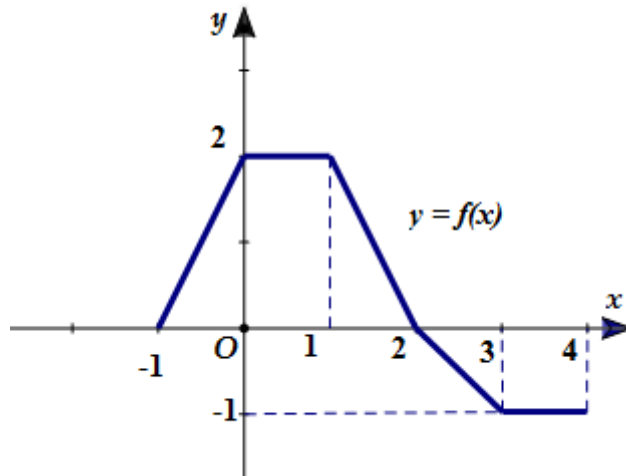
.....

.....

.....

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1; 4]$ như hình vẽ dưới. Tính tích phân

$$I = \int_{-1}^4 f(x) dx \text{ (kết quả dưới dạng số thập phân).}$$



Kết quả:

Trình bày:

.....

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $f(0) = 2$ và $f(4x) - f(x) = 4x^3 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính

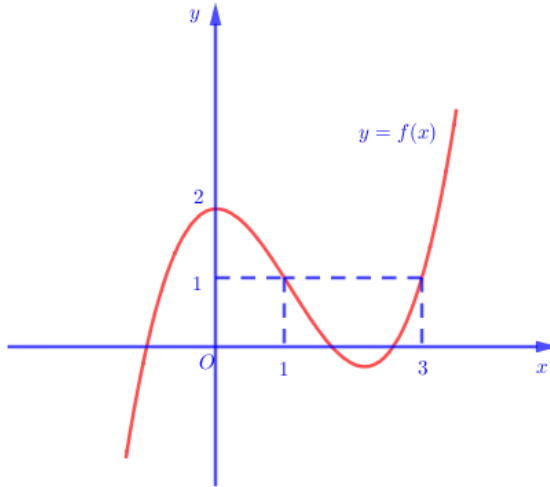
$$\text{gần đúng đến hàng phần trăm kết quả } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

Kết quả:

Trình bày:

.....

Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tính gần đúng đến hàng phần trăm kết quả $\int_0^1 xf(x)f'(x)dx$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x \int_0^1 |f(x)| dx$ và $f(1) > 0$. Tính $f(4)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 21 tháng 9 năm 2024



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CHƯƠNG 4: TÍCH PHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó hiệu số $F(0) - F(1)$ bằng

- A. $\int_0^1 f(x) dx$. B. $\int_0^1 -F(x) dx$. C. $\int_0^1 -f(x) dx$. **D. $\int_0^1 -f(x) dx$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^1 -f(x) dx = -F(x) \Big|_0^1 = -[F(1) - F(0)] = F(0) - F(1).$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[1; 4]$, $f(1) = 12$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 29.** B. 5. C. 19. D. 9.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_1^4 f'(x) dx = 17 \Leftrightarrow f(x) \Big|_1^4 = 17 \Leftrightarrow f(4) - f(1) = 17 \Leftrightarrow f(4) = 29.$$

Câu 3: Cho các số thực $a, b, (a \neq b)$ và các mệnh đề:

1. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. 2. $\int_a^b 2f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$.
 3. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$. 4. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du$.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

- A. 3. B. 4. **C. 2.** D. 1.

Lời giải:

Theo định nghĩa và tính chất của tích phân ta có 1 và 4 đúng.

Câu 4: Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

- A. $I = -11$. **B. $I = 13$.** C. $I = 27$. D. $I = 3$.

Lời giải:

Ta có:

$$I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx + 4 \int_5^{-2} g(x) dx - x \Big|_{-2}^5 = 8 + 4 \cdot 3 - (5 + 2) = 13.$$

Câu 5: Tính tích phân $\int_1^2 (2ax+b) dx$.

A. $a+b$.

B. $3a+2b$.

C. $a+2b$.

D. $3a+b$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \int_1^2 (2ax+b) dx = (ax^2+bx) \Big|_1^2 = 4a+2b-(a+b) = 3a+b.$$

Câu 6: Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{3-2x}$.

A. $-\frac{1}{2} \ln 3$.

B. $-\ln 3$.

C. $\frac{1}{2} \ln 3$.

D. $\frac{1}{2} \log 3$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 \frac{dx}{3-2x} = -\frac{1}{2} \ln |3-2x| \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \ln 3.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x) dx$.

A. $\frac{7}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Ta có

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^1 (3x^2) dx + \int_1^2 (4-x) dx = \frac{3x^3}{3} \Big|_0^1 + \left(4x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{7}{2}.$$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

A. $I = 8$.

B. $I = 12$.

C. $I = 36$.

D. $I = -4$.

Lời giải:

$$I = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 - 6 = -4.$$

Câu 9: Biết $I = \int_1^2 \frac{x+1}{x} dx = a + b \ln 2$, ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $a+b$.

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

$$\text{Ta có } I = \int_1^2 \frac{x+1}{x} dx = \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx = (x + \ln x) \Big|_1^2 = 1 + \ln 2 \longrightarrow a = 1; b = 1.$$

Câu 10: Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x} dx = a \ln 5 + b \ln 2$, ($a, b \in \mathbb{Z}$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=0$.

B. $2a-b=0$.

C. $a-b=0$.

D. $a+b=0$.

Lời giải:

$$\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x} dx = \int_1^5 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) dx = (\ln|x| - \ln|x+3|) \Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 2 \Rightarrow a = 1 \text{ và } b = -1.$$

Ta có: $a+b=0$.

Câu 11: Cho $I = \int_0^2 (2x^2 - x - m) dx$ và $J = \int_0^1 (x^2 - 2mx) dx$. Tìm điều kiện của m để $I \leq J$.

A. $m \geq 3$.

B. $m \geq 2$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } I = \int_0^2 (2x^2 - x - m) dx = \left(\frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - mx \right) \Big|_0^2 = \frac{10}{3} - 2m.$$

$$J = \int_0^1 (x^2 - 2mx) dx = \left(\frac{x^3}{3} - mx^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - m.$$

$$\text{Do đó } I \leq J \Leftrightarrow \frac{10}{3} - 2m \leq \frac{1}{3} - m \Leftrightarrow m \geq 3$$

Câu 12: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào chắn ngang đường ở phía trước cách xe 45 m (tính từ đầu xe tới hàng rào) nên người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian được tính từ lúc người lái đạp phanh. Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là bao nhiêu?

A. 4 m.

B. 5 m.

C. 3 m.

D. 6 m.

Lời giải:

* Xe dừng lại khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ (s).

* Quãng đường xe đi được kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng lại là:

$$\int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (-5t + 20) dt = \left(20t - \frac{5t^2}{2} \right) \Big|_0^4 = 40 \text{ m}$$

* Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là: $45 - 40 = 5$ m.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R , $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int_0^9 f(x) dx = F(9) - F(0)$.		
b)	Nếu $F(0) = 3$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$ thì $F(9) = -12$.		
c)	$\int_0^9 3f(u) du = 27$		
d)	$\int_0^6 f(x) dx + \int_6^9 f(x) dx = 18$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Theo định nghĩa tích phân thì $\int_0^9 f(x) dx = F(x) \Big|_0^9 = F(9) - F(0)$.

b) Vì $\int_0^9 f(x) dx = 9 \Leftrightarrow F(9) - F(0) = 9 \Leftrightarrow F(9) - 3 = 9 \Leftrightarrow F(9) = 12$.

c) Theo tính chất $\int_0^9 3f(u) du = \int_0^9 3f(x) dx = 3 \int_0^9 f(x) dx = 27$.

d) Theo tính chất $\int_0^6 f(x) dx + \int_6^9 f(x) dx = \int_0^9 f(x) dx = 9$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{2}{x+1} dx$.		
b)	$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 (2x-1) dx$.		
c)	$\int_0^3 f(x) dx = (2 \ln x+1) _0^1 + (x^2 - x) _1^3$.		
d)	$\int_0^3 f(x) dx = a \ln 2 + b, (a, b \in \mathbb{Z})$ và $a + b = 8$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Ta có: $\int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = \int_0^1 \frac{2}{x+1} dx + \int_1^3 (2x-1) dx$
 $= 2 \ln|x+1|_0^1 + (x^2 - x)|_1^3 = \ln 4 + 6 = 2 \ln 2 + 6$.

Câu 3: Cho tích phân $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$ x-2 = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2-x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$.		
b)	$I = \int_1^5 \frac{2 x-2 +1}{x} dx = \int_1^2 \frac{2 x-2 +1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2 x-2 +1}{x} dx$.		
c)	$I = (5 \ln x - 2x) _1^2 + (2x - 3 \ln x) _2^5$.		
d)	$I = 4 + a \ln 2 + b \ln 5, (a, b \in \mathbb{Z})$ và $a + b = 5$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Ta có $|x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2-x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$.

Do đó $I = \int_1^2 \frac{2|x-2|+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx$.

$$= \int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x} dx + \int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x} dx = \int_1^2 \left(\frac{5}{x} - 2\right) dx + \int_2^5 \left(2 - \frac{3}{x}\right) dx$$

$$= (5 \ln|x| - 2x) \Big|_1^2 + (2x - 3 \ln|x|) \Big|_2^5 = 4 + 8 \ln 2 - 3 \ln 5.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 5.$$

Câu 4: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$ ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s , thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Quãng đường xe di chuyển được trong 3s là $8,82m$.		
b)	Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01t - 0,05t^2$ ($0 \leq t \leq 10$).		
c)	Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ $15,277m$.		
d)	Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51m/s^2$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là $\int_0^3 (2,01t - 0,025t^2) dt = 8,82m$.

b) Sai

Quãng đường xe di chuyển được phải là nguyên hàm của $v(t)$,
 $v'(t) = 2,01 - 0,05t$ ($0 \leq t \leq 10$) là công thức tính gia tốc của vật.

c) Đúng

Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 :

$$s(9) - s(8) = \int_8^9 (2,01t - 0,025t^2) dt \approx 15,277m$$

d) Đúng

$$v(t) = 2,01t - 0,025t^2 \quad (0 \leq t \leq 10) \Rightarrow \max_{[0;10]} v(t) = 17,6m/s \text{ khi } t = 10s$$

$$\text{Gia tốc vật khi đó là } a(10) = v'(10) = 2,01 - 0,05 \cdot 10 = 1,51m/s^2$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = \pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

Kết quả:

6

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
Lời giải:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = \left(x^2 - x + \cos x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} - 1 = \pi \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) - 1.$$

Vậy $a = 4$, $b = 2$. Suy ra $a + b = 6$.

Câu 2: Biết $\int_2^3 \frac{x+8}{x^2+x-2} dx = a \ln 2 + b \ln 5 + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $a + b + c$.

Kết quả:

5

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....

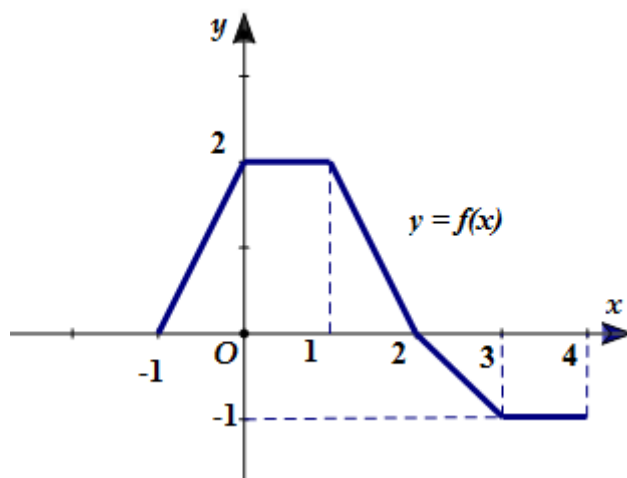
Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_2^3 \frac{x+8}{x^2+x-2} dx = \int_2^3 \left(\frac{3}{x-1} + \frac{-2}{x+2} \right) dx = \left(3 \ln|x-1| - 2 \ln|x+2| \right) \Big|_2^3 = 7 \ln 2 - 2 \ln 5.$$

Suy ra giá trị là: $a = 7, b = -2, c = 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1; 4]$ như hình vẽ dưới. Tính tích phân

$$I = \int_{-1}^4 f(x) dx \text{ (kết quả dưới dạng số thập phân).}$$



Kết quả:

2,5

Trình bày:
.....
.....
.....
.....
.....

.....
Lời giải:

Gọi $A(-1;0)$, $B(0;2)$, $C(1;2)$, $D(2;0)$,
 $E(3;-1)$, $F(4;-1)$, $H(1;0)$, $K(3;0)$, $L(4;0)$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } I &= \int_{-1}^4 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx \\ &= \int_{-1}^0 |f(x)|dx + \int_0^1 |f(x)|dx + \int_1^2 |f(x)|dx - \int_2^3 |f(x)|dx - \int_3^4 |f(x)|dx \\ & \text{(do } f(x) \geq 0, \forall x \in [-1;2] \text{ và } f(x) \leq 0, \forall x \in [2;4] \text{)} \\ &= S_{ABO} + S_{OBCH} + S_{HCD} - S_{DKE} - S_{EFLK} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $f(0) = 2$ và $f(4x) - f(x) = 4x^3 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính gần đúng đến hàng phần trăm kết quả $I = \int_0^1 f(x)dx$.

Kết quả:

2,35

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

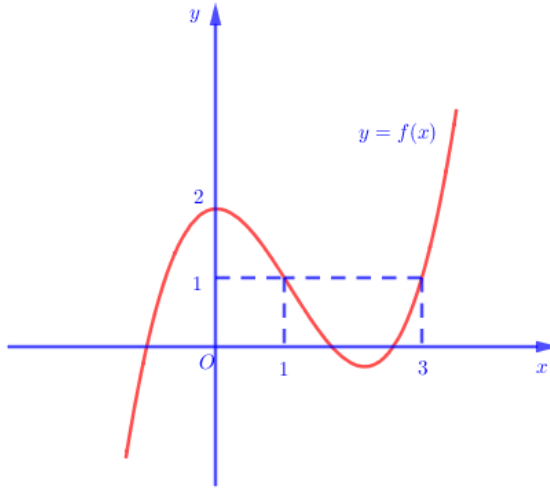
Lời giải:

Ta có: $f(4x) - f(x) = [a(4x)^3 + b(4x)^2 + c(4x) + d] - (ax^3 + bx^2 + cx + d) = 63ax^3 + 15bx^2 + 3cx$.

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} f(4x) - f(x) = 4x^3 + 2x, \forall x \in \mathbb{R} \\ f(0) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 63a = 4 \\ 15b = 0 \\ 3c = 2 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4}{63} \\ b = 0 \\ c = \frac{2}{3} \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{4}{63}x^3 + \frac{2}{3}x + 2$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(\frac{4}{63}x^3 + \frac{2}{3}x + 2 \right) dx = \frac{148}{63} \approx 2,35.$$

Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tính gần đúng đến hàng phần trăm kết quả $\int_0^1 xf(x)f'(x)dx$.

Kết quả:

-0,88

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$; $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do đồ thị hàm số đi qua các điểm có tọa độ $(0; 2), (1; 1); (3; 1)$ và hàm số đạt cực trị tại $x = 0$

$$\text{nên ta có hệ: } \begin{cases} f(0) = 2 \\ f(1) = 1 \\ f(3) = 1 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ a + b + c + d = 1 \\ 27a + 9b + 3c + d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4}{9} \\ b = -\frac{13}{9} \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = \frac{4}{9}x^3 - \frac{13}{9}x^2 + 2$.

$$\text{Khi đó } \int_0^1 xf(x)f'(x)dx = \int_0^1 x \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{13}{9}x^2 + 2 \right) \left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{26}{9}x \right) dx = -\frac{7442}{8505} \approx -0,88.$$

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x \int_0^1 |f(x)| dx$ và $f(1) > 0$. Tính $f(4)$.

Kết quả:

62

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....
.....
Lời giải:

$$\text{Đặt } m = \int_0^1 |f(x)| dx, (m \geq 0) \Rightarrow f(x) = x^3 - 4mx.$$

$$\text{Do } f(1) > 0 \Rightarrow 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4} \Rightarrow m \in \left[0; \frac{1}{4}\right).$$

$$\text{Khi đó } m = \int_0^1 |f(x)| dx = \int_0^1 |x^3 - 4mx| dx = \int_0^{2\sqrt{m}} |x^3 - 4mx| dx + \int_{2\sqrt{m}}^1 |x^3 - 4mx| dx$$

$$\Leftrightarrow m = - \int_0^{2\sqrt{m}} (x^3 - 4mx) dx + \int_{2\sqrt{m}}^1 (x^3 - 4mx) dx \Leftrightarrow m = - \left(\frac{1}{4} x^4 - 2mx^2 \right) \Big|_0^{2\sqrt{m}} + \left(\frac{1}{4} x^4 - 2mx^2 \right) \Big|_{2\sqrt{m}}^1$$

$$\Leftrightarrow m = - \left(\frac{1}{4} x^4 - 2mx^2 \right) \Big|_0^{2\sqrt{m}} + \left(\frac{1}{4} x^4 - 2mx^2 \right) \Big|_{2\sqrt{m}}^1 \Leftrightarrow 8m^2 - 3m + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\text{Vì } m \in \left[0; \frac{1}{4}\right) \text{ nên } m = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Khi đó } f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x \Rightarrow f(4) = 62.$$

HẾT

Huế, 17h20' Ngày 21 tháng 9 năm 2024