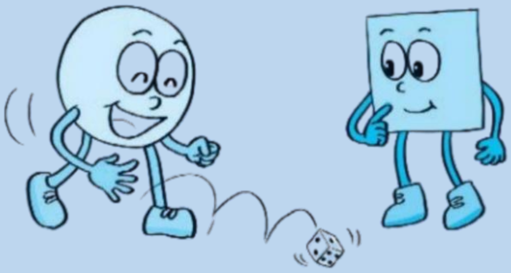
VUI CÙNG TOÁN

VÕ CÔNG TRƯỜNG
0983 900 570

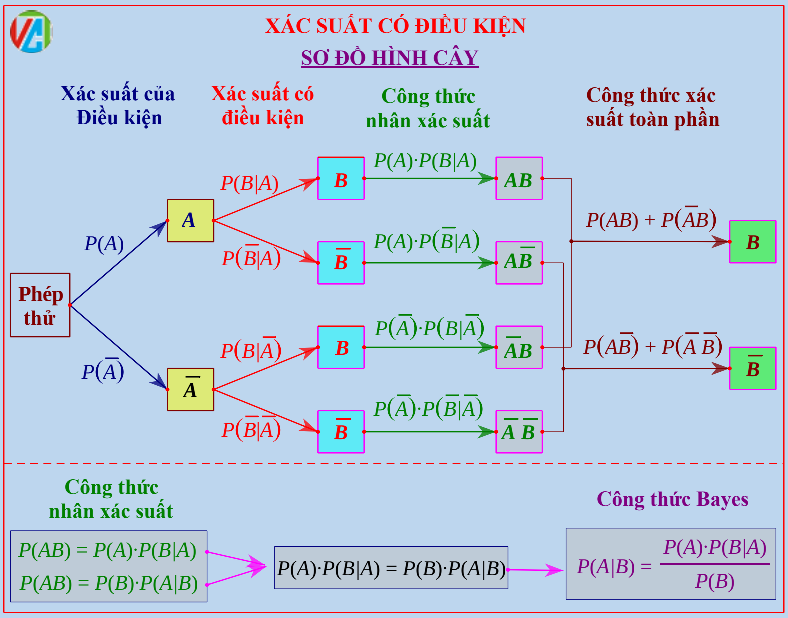
TOÁN 12

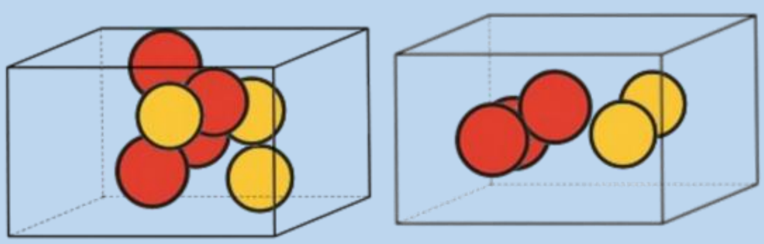
XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI TOÁN THỰC TẾ



- Tóm tắt kiến thức
- Phương pháp giải các dạng toán cơ bản và Bài toán thực tế
- Ví dụ minh họa có lời giải chi tiết
- Bài tập tham khảo





2025-2026

MỤC LỤC

CHƯƠNG ☞ XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Bài 1. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

1. Định nghĩa xác suất có điều kiện

Cho hai biến cố A và B. Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B. Kí hiệu $P(A|B)$.

2. Công thức tính xác suất có điều kiện

Cho hai biến cố A và B trong đó $P(B)>0$. Khi đó: $\boxed{P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}}$

Chú ý

(1) Giao của hai biến cố A và B còn được kí hiệu AB *hay* $A\cap B=AB$

(2) ***Công thức nhân xác suất***:

Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì : $\boxed{P(AB)=P(A)\cdot P(B|A)}$ ***hay*** $\boxed{P(AB)=P(B)\cdot P(A|B)}$.

(3) Cho A và B là hai biến cố với $P(B)>0$. Khi đó, ta có: $\boxed{P(A|B)=\dfrac{n(AB)}{n(B)}}$

Trong đó: $n(AB)$ là số các trường hợp thuận lợi của AB;

$n(B)$ là số các trường hợp thuận lợi của B.

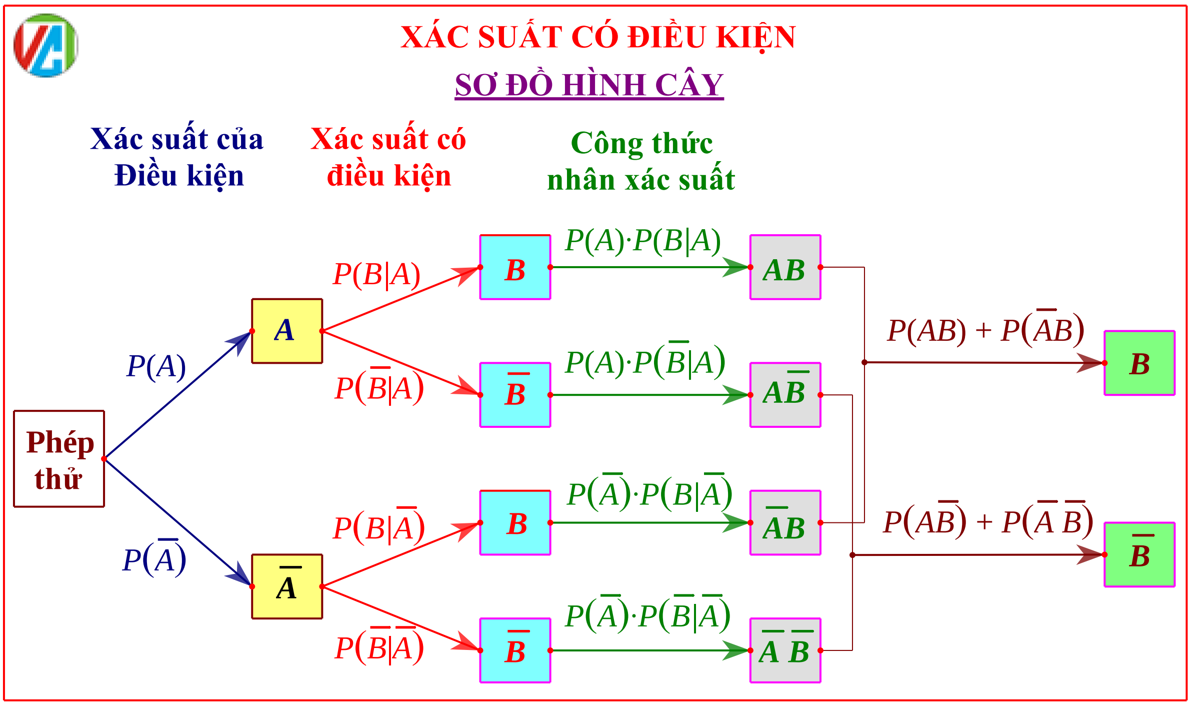
(4) Nếu A và B là hai biến cố bất kì, với $P(B)>0$ thì $P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)$

(5) Cho A và B là hai biến cố với $0<P(A)<1;\ 0<P(B)<1$. Khi đó:

A và B là hai biến cố độc lập *khi và chỉ khi* $P(A)=P(A|B)=P(A|\overline{B})$ và $P(B)=P(B|A)=P(B|\overline{A})$

(6) Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

3. Sơ đồ hình cây



(1) Xác suất xảy ra của mỗi kết quả bằng tích các xác suất trên các nhánh của cây đi đến kết quả đó.

Chẳng hạn: $P\left(A\overline{B}\right)=P\left(A\right).P\left(\overline{B}|A\right)$

(2) Vì $\overline{A}B\cap AB=\varnothing$ (hai biến cố xung khắc) và $\overline{A}B\cup AB=B$ nên theo ***công thức cộng xác suất*** ta có

$$\boxed{P\left(B\right)=P\left(\overline{A}B\right)+P\left(AB\right)}$$

Ví dụ 1: Một trường học có 70% học sinh thường xuyên chơi thể thao và có 63% học sinh nam thường xuyên chơi thể thao. Trong số học sinh thường xuyên chơi thể thao, tính xác suất để học sinh đó là nam giới.

Lời giải

1. Tóm tắt các giả thiết

Gọi:

- A là biến cố: "Học sinh được chọn thường xuyên chơi thể thao."
- B là biến cố: "Học sinh được chọn là nam giới."

Theo đề bài, chúng ta có:

- Xác suất học sinh chơi thể thao: $P(A)=70\%=0,7$.
- Xác suất học sinh vừa là nam, vừa chơi thể thao: $P(A\cap B)=63\%=0,63$.

2. Yêu cầu bài toán

Chúng ta cần tính xác suất để học sinh đó là nam, **với điều kiện** học sinh đó thuộc nhóm chơi thể thao. Ký hiệu là $P(B|A)$.

3. Công thức và tính toán

Sử dụng công thức xác suất có điều kiện: $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0,63}{0,7}=0,9$

Kết luận: Xác suất để một học sinh thường xuyên chơi thể thao là nam giới là **0,9 (hay 90%)**.

Giải thích thêm: Bạn có thể tưởng tượng nếu trường có 100 người, thì có 70 người chơi thể thao. Trong 70 người này, có 63 người là nam. Vậy tỉ lệ nam trong nhóm chơi thể thao là $63/70=90\%$.

Ví dụ 2: Cho hai biến cố A và B có $P\left(A\right)=0,3;\ P\left(B\right)=0,6$ và $P\left(A|B\right)=0,4$. Tính $P\left(\overline{A}|B\right),\ P\left(\overline{A}B\right)$.

Lời giải

1. Tóm tắt các giả thiết

- $P(A)=0,3$; $P(B)=0,6$; $P(A|B)=0,4$

2. Giải chi tiết

- Tính $P(\overline{A}|B)$

Đây là xác suất của biến cố đối của A trong điều kiện B đã xảy ra. Theo tính chất của xác suất có điều kiện, ta có: $P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)$

Thay số vào: $P(\overline{A}|B)=1-0,4=\mathbf{0,6}$

- Tính $P(\overline{A}B)$ (Xác suất để B xảy ra nhưng A không xảy ra)

Theo công thức nhân xác suất: $P(\overline{A}B)=P(B)\cdot P(\overline{A}|B)$

Sử dụng kết quả vừa tính được ở trên: $P(\overline{A}B)=0,6\times 0,6=\mathbf{0,36}$

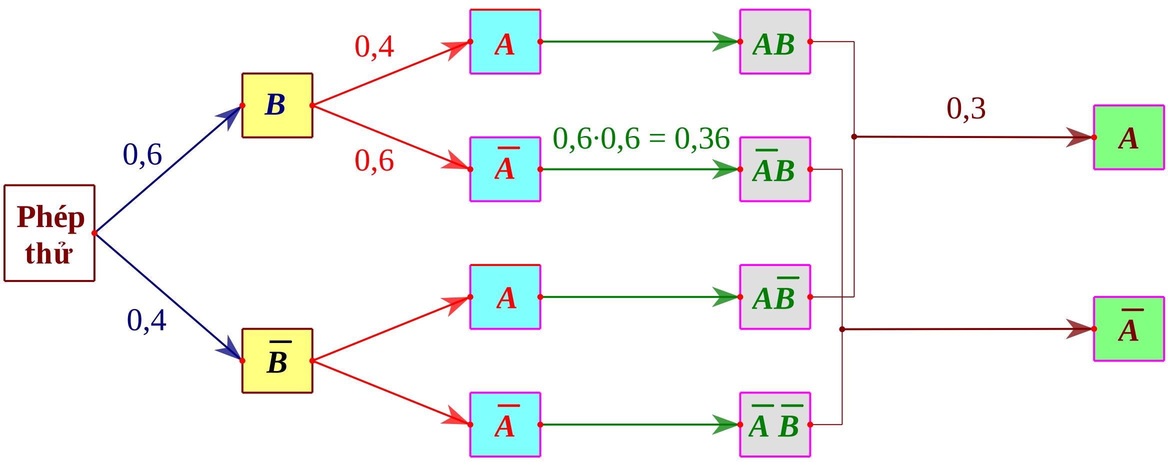
Kết quả cuối cùng: $P(\overline{A}|B)=0,6$; $P(\overline{A}B)=0,36$

Mẹo nhỏ: Bạn có thể hiểu $P(\overline{A}B)$ theo một cách khác là $P(B\setminus A)$ (phần thuộc B nhưng không thuộc A).

Công thức sẽ là: $P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)$.

- Với $P(AB)=P(B)\cdot P(A|B)=0,6\times 0,4=0,24$.
- Vậy $P(\overline{A}B)=0,6-0,24=0,36$. (Kết quả hoàn toàn trùng khớp!)

Cách dùng sơ đồ hình cây



Ví dụ 3: Cho hai biến cố A và B có $P(A)=0,4$; $P(B)=0,8$ và $P\left(A|\overline{B}\right)=0,5$. Tính $P\left(A\overline{B}\right)$, $P(A|B)$.

Lời giải

1. Tính $P(A\overline{B})$

Đầu tiên, ta tính xác suất của biến cố đối của B: $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,8=0,2$

Sử dụng công thức xác suất có điều kiện: $P(A|\overline{B})=\dfrac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})}$

Từ đó suy ra: $P(A\overline{B})=P(A|\overline{B})\cdot P(\overline{B})=0,5\cdot 0,2=\mathbf{0,1}$

2. Tính $P(A|B)$

Để tính $P(A|B)$, ta dùng công thức xác suất có điều kiện: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$, trước hết ta cần tìm $P(AB)$

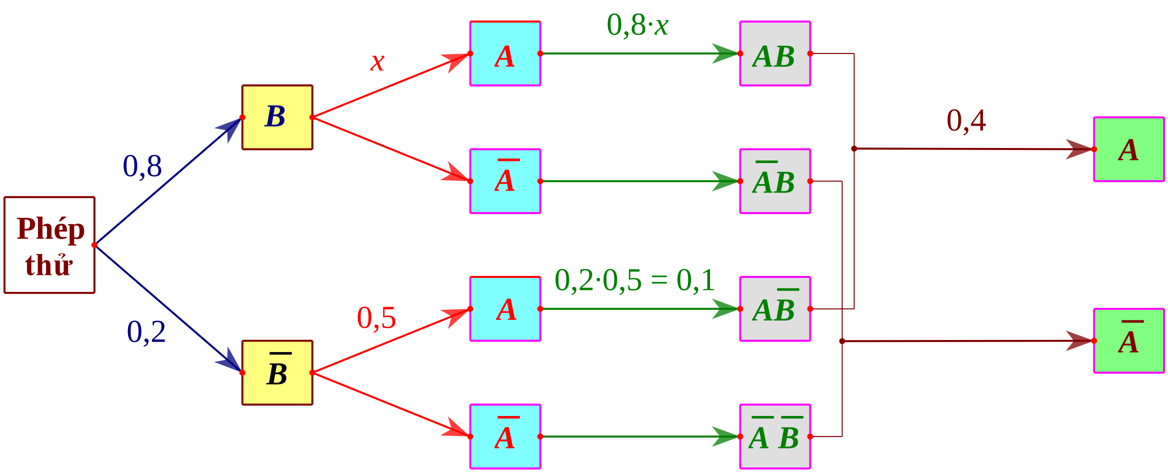
Ta có công thức: $P(A)=P(AB)+P(A\overline{B})$ (biến cố A là hợp của hai biến cố xung khắc: A xảy ra cùng B và A xảy ra khi không có B).

Suy ra: $P(AB)=P(A)-P(A\overline{B})=0,4-0,1=0,3$

Bây giờ ta tính xác suất có điều kiện $P(A|B)$: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{0,3}{0,8}=\mathbf{0,375}$

Kết quả cuối cùng: $P(A\overline{B})=0,1$; $P(A|B)=0,375$

Dùng sơ đồ hình cây



1. Tính $P(A\overline{B})$

Theo nhánh từ $\overline{B}$ đến A: $P\left(A\overline{B}\right)=0,2\cdot 0,5=0,1$

2. Tính $P(A|B)$

Gọi $x=P\left(A|B\right)$.

Do giả thiết cho $P\left(A\right)=0,4$, nên cộng các nhánh dẫn đến A, ta có: $0,8x+0,1=0,4\Rightarrow x=0,375$

Vậy $P\left(A|B\right)=0,375$

Ví dụ 4: Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Lời giải

Bài toán này yêu cầu chúng ta tìm xác suất có điều kiện. Điểm mấu chốt là xác định đúng tập hợp các khả năng có thể xảy ra sau khi đã biết thông tin "có ít nhất một bạn nam được chọn".

1. Phân tích dữ kiện

- **Tổng số học sinh:** 5 nam + 4 nữ = 9 học sinh.
- **Số bạn được chọn:** 2 bạn.
- **Không gian mẫu ban đầu $n(\Omega)$:** $C_9^2=\dfrac{9\times 8}{2}=36$ cách chọn.

2. Xác định các biến cố

- Gọi ***A*** là biến cố: "Hai bạn được chọn có cùng giới tính".
- Gọi ***B*** là biến cố: "Có ít nhất một bạn nam được chọn".

Đề bài yêu cầu tính $P(A|B)$.

3. Tính toán cụ thể

Bước 1: Tính số phần tử của biến cố *B* ($n(B)$)

Cách dễ nhất là dùng biến cố đối của B (không có bạn nam nào được chọn, tức là cả 2 đều là nữ):

- Số cách chọn 2 bạn nữ: $C_4^2=\dfrac{4\times 3}{2}=6$ cách.
- Vậy, số cách chọn có ít nhất một nam là: $n(B)=36-6=30$ cách.

Bước 2: Tính số phần tử của biến cố $A\cap B$

$A\cap B$ là biến cố "Hai bạn cùng giới tính **và** có ít nhất một nam".

Điều này chỉ xảy ra khi **cả hai bạn đều là nam** (vì nếu cả hai là nữ thì sẽ vi phạm điều kiện có ít nhất một nam).

- Số cách chọn 2 bạn nam: $n(A\cap B)=C_5^2=\dfrac{5\times 4}{2}=10$ cách.

Bước 3: Tính xác suất có điều kiện

$$P(A|B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$$

4. Kết quả: Làm tròn đến hai chữ số thập phân: $P(A|B)\approx 0,33$

Cách khác

Gọi A là biến cố "Hai bạn được chọn có cùng giới tính"

Gọi B là biến cố "Có ít nhất một bạn nam được chọn"

Suy ra AB: "Hai bạn được chọn là nam"

Xác suất để chọn được hai bạn nam là $P(AB)=\dfrac{C_5^2}{C_9^2}=\dfrac{5}{18}$

Xác suất để chọn được ít nhất 1 bạn nam $P(B)=\dfrac{C_5^1.C_4^1}{C_9^2}+\dfrac{C_5^2}{C_9^2}=\dfrac{5}{6}$.

$P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{1}{3}$.

Ví dụ 5: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:
A: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ"
B: "Hai viên bi lấy ra cùng màu".

Lời giải

Phân tích ban đầu:

- **Hộp 1:** 4 xanh, 6 đỏ (Tổng 10 viên).
- **Hộp 2:** 5 xanh, 4 đỏ (Tổng 9 viên).

Gọi biến cố:

- X_1: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh", X_2: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu xanh"
- D_1: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu đỏ", D_2: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ"

Sơ đồ hình cây

Chúng ta có 2 giai đoạn:

Giai đoạn 1: Lấy 1 viên từ Hộp 1 bỏ vào Hộp 2.

Ta có: $P(X_1)=\dfrac{4}{10}=0,4$; $P(D_1)=\dfrac{6}{10}=0,6$

Giai đoạn 2: Lấy 1 viên từ Hộp 2 (lúc này đã có 10 viên).

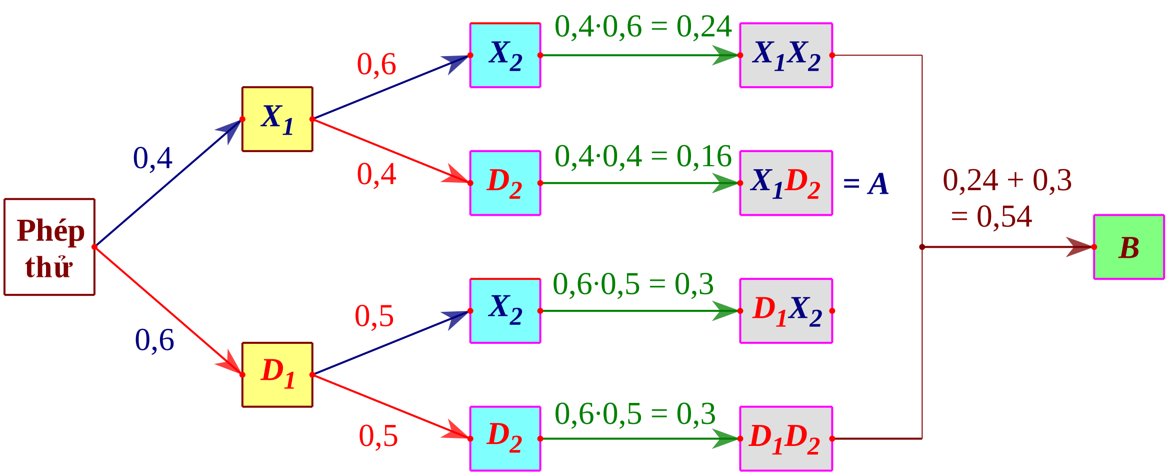
- ***Trường hợp 1:*** Giai đoạn 1 lấy được viên bi xanh, khi đó Hộp 2 có 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ.

Ta có: $P(X_2|X_1)=\dfrac{6}{10}=0,6$; $P(D_2|X_1)=\dfrac{4}{10}=0,4$

- ***Trường hợp 2:*** Giai đoạn 1 lấy được viên bi đỏ, khi đó Hộp 2 có 5 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ.

Ta có: $P(X_2|D_1)=\dfrac{5}{10}=0,5$; $P(D_2|D_1)=\dfrac{5}{10}=0,5$

Ta có sơ đồ hình cây:



Giải các biến cố:

Biến cố A: "Viên 1 xanh và viên 2 đỏ"

Nhìn vào sơ đồ, đây chính là nhánh: $X_1 \to D_2$.

Xác suất biến cố A là: $P(A) = P(X_1) \cdot P(D_2 \mid X_1) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$

Biến cố B: "Hai viên lấy ra cùng màu"

Biến cố này xảy ra trong 2 trường hợp: (Xanh, Xanh) hoặc (Đỏ, Đỏ).

- ***Trường hợp 1 (Xanh, Xanh):*** $P(X_1 \cap X_2) = 0,4 \cdot 0,6 = 0,24$
- ***Trường hợp 2 (Đỏ, Đỏ):*** $P(D_1 \cap D_2) = 0,6 \cdot 0,5 = 0,3$

Xác suất biến cố B là: $P(B) = 0,24 + 0,3 = 0,54$

Kết quả: $P(A) = 16\%$; $P(B) = 54\%$

Bài 2. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES

1. Công thức xác suất toàn phần

Cho hai biến cố A và B với $0<P(B)<1$, ta có:

$$\boxed{P(A)=P(AB)+P(A\bar{B})} \text{ hay } \boxed{P(A)=P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$$

gọi là ***công thức xác suất toàn phần***

Chú ý

Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với mọi biến cố B bất kì

2. Công thức Bayes

Cho hai biến cố A và B với $P(A)>0, P(B)>0$, ta có:

$$\boxed{P(B|A)=\frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}}$$

Chú ý

(1) Công thức xác suất toàn phần cũng đúng với mọi biến cố B bất kì

(2) Cho hai biến cố A và B với $P(A)>0, P(B)>0$, do $P(A)=P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Nên ***công thức Bayes*** còn có dạng: $\boxed{P(B|A)=\frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}}$

(3) ***Các công thức cần nhớ***

» $P(A)+P(\bar{A})=1$ hay $P(\bar{A})=1-P(A)$ (Biến cố đối)

» $P(A|B)+P(\bar{A}|B)=1$ hay $P(\bar{A}|B)=1-P(A|B)$

» $P(AB)+P(A\bar{B})=P(A)$

» $P(AB)+P(\bar{A}B)=P(B)$

(4) Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm ***nhiều giai đoạn*** có sự ***liên quan nhân quả*** trong quá trình xảy ra.

CÁC KIẾN THỨC CẦN NẮM CỦA CHƯƠNG

(1) ***Công thức xác suất có điều kiện:*** $\boxed{P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}}$ $(P(B)>0)$; $\boxed{P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}}$ $(P(A)>0)$

(2) Từ (1) suy ra ***Công thức nhân xác suất***: $\boxed{P(AB)=P(A)\cdot P(B|A)}$ ***hay*** $\boxed{P(AB)=P(B)\cdot P(A|B)}$

Suy ra: $\boxed{P(A)\cdot P(B|A)=P(B)\cdot P(A|B)}$

(3) Vì $\bar{A}B\cap AB=\varnothing$ (hai biến cố xung khắc) và $\bar{A}B\cup AB=B$ nên theo ***công thức cộng xác suất*** ta có:

$$\boxed{P(B)=P(\bar{A}B)+P(AB)}$$

Tương tự ta có: $\boxed{P(A)=P(A\bar{B})+P(AB)}$

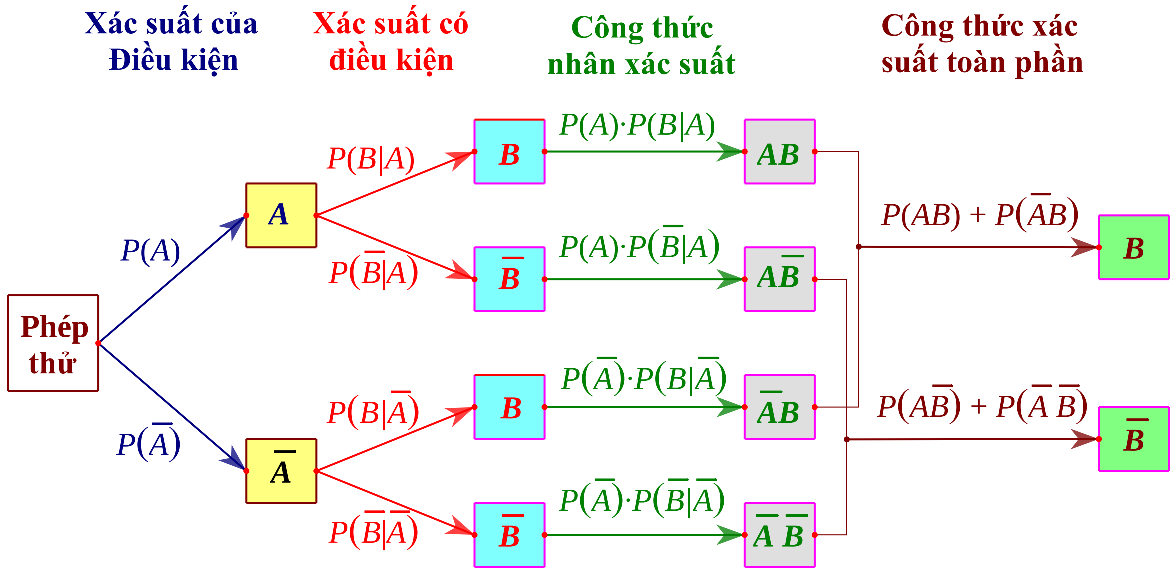
(4) Từ (2), (3) suy ra ***Công thức xác suất toàn phần***: $\boxed{P(A)=P(B).P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$

(5) Từ (2) suy ra ***Công thức Bayes***: $\boxed{P(B|A)=\frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}, (P(A)>0)}$

(6) Từ (4), (5) suy ra ***Công thức Bayes (dạng đầy đủ)***: $\boxed{P(B|A)=\dfrac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})}}$

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

SƠ ĐỒ HÌNH CÂY



Công thức nhân xác suất

$P(AB) = P(A)\cdot P(B|A)$

$P(AB) = P(B)\cdot P(A|B)$

$\rightarrow P(A)\cdot P(B|A) = P(B)\cdot P(A|B) \rightarrow$

Công thức Bayes

$P(A|B) = \dfrac{P(A)\cdot P(B|A)}{P(B)}$

Quy tắc áp dụng công thức Bayes theo sơ đồ hình cây

$$P(A|B)=\frac{\text{Tích dọc theo nhánh từ } A \text{ đến } B}{\text{Tổng tất cả các nhánh dẫn đến } B}$$

Ví dụ 6: Cho hai biến cố A và B.

a) Với $P(A)=0,1;\ P(B|A)=0,3;\ P\left(B|\overline{A}\right)=0,6$. Tính $P(B)$.

b) $P(B)=0,2;\ P(A|B)=0,5;\ P\left(A|\overline{B}\right)=0,4$. Tính $P(B|A)$

Lời giải

Câu a) Tính $P(B)$

Phân tích đề bài:

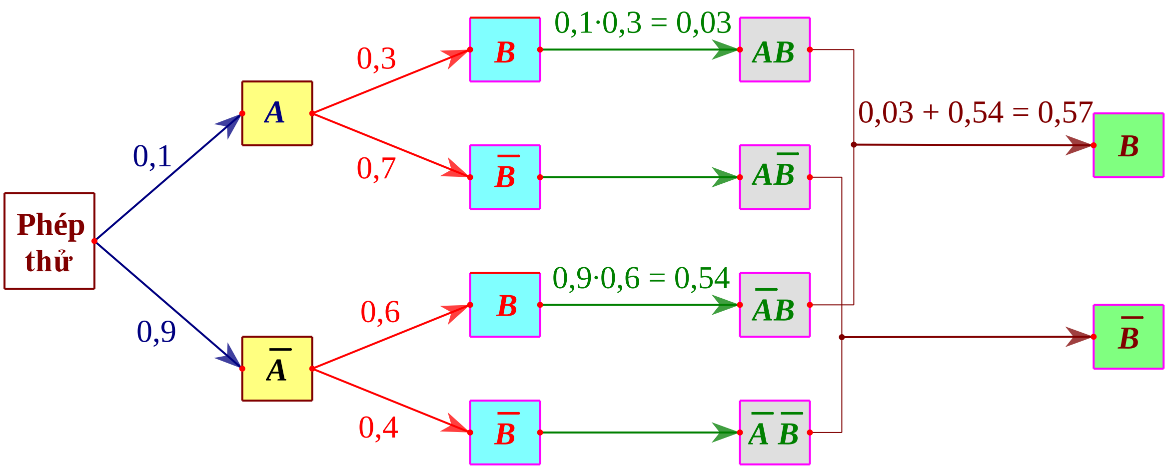
Đây là bài toán tính **xác suất toàn phần** của biến cố B, chúng ta cần xét hai trường hợp: khi A xảy ra và khi A không xảy ra ($\overline{A}$).

- ***Áp dụng công thức xác suất toàn phần:*** $P(B)=P(A)\cdot P(B|A)+P(\overline{A})\cdot P(B|\overline{A})$
- ***Giả thiết:*** $P(A)=0,1$; $P(B|A)=0,3$; $P(B|\overline{A})=0,6$

Các bước giải:

- ***Tính xác suất của biến cố đối*** $P(\overline{A})$: $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,1=0,9$
- ***Thay vào công thức xác suất toàn phần:*** $P(B)=(0,1\cdot 0,3)+(0,9\cdot 0,6)=0,57$

Dùng sơ đồ hình cây



Câu b) Tính $P(B\,|\,A)$

Phân tích đề bài:

Đây là bài toán sử dụng **Công thức Bayes** để tính xác suất hậu nghiệm: $P(B\,|\,A)=\dfrac{P(B)\cdot P(A\,|\,B)}{P(A)}$

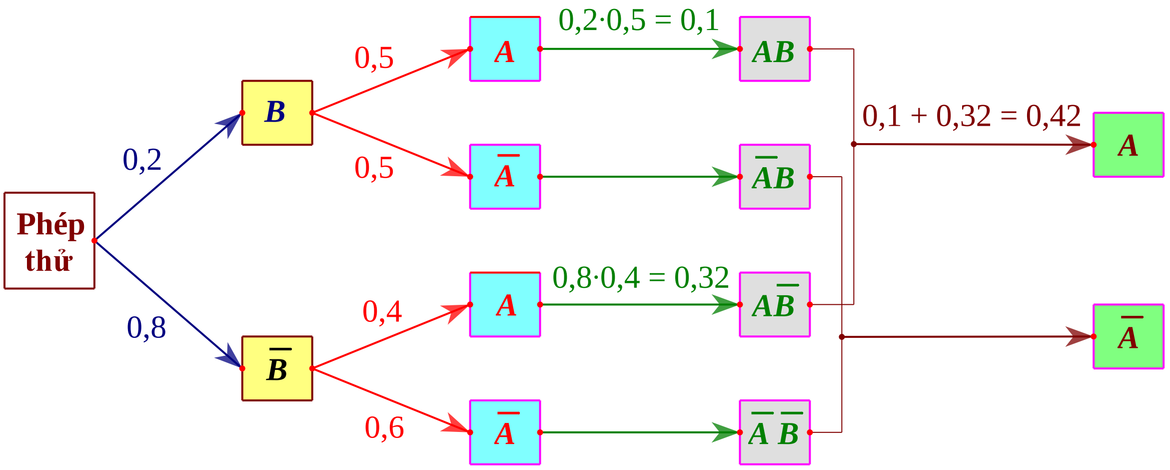
- ***Giả thiết:*** $P(B)=0,2$; $P(A\,|\,B)=0,5$; $P(A\,|\,\overline{B})=0,4$

Các bước giải:

- ***Tính các giá trị bổ trợ:***
  - $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,2=0,8$
  - ***Tính xác suất toàn phần*** $P(A)$**:**

    $P(A)=P(B)\cdot P(A\,|\,B)+P(\overline{B})\cdot P(A\,|\,\overline{B})=(0,2\cdot 0,5)+(0,8\cdot 0,4)=0,42$
- ***Áp dụng công thức Bayes:*** $P(B\,|\,A)=\dfrac{P(B)\cdot P(A\,|\,B)}{P(A)}=\dfrac{0,2\cdot 0,5}{0,42}=\dfrac{5}{21}\approx 0,238$

Dùng sơ đồ hình cây



đe

Ghi nhớ nhanh:

- **Câu a:** Dùng khi bạn muốn biết xác suất chung của một sự việc dựa trên các điều kiện khác nhau.
- **Câu b:** Dùng khi bạn đã biết kết quả (A đã xảy ra) và muốn "đoán ngược" lại xem nguyên nhân (B) chiếm bao nhiêu phần trăm khả năng.

Ví dụ 7: Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 53%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X lần lượt là 21% và 17%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Tính xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X.

Lời giải

Bài toán này sử dụng công thức **xác suất toàn phần**. Để tính xác suất một học sinh bất kỳ tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X, chúng ta sẽ chia thành hai trường hợp: học sinh đó là nữ hoặc học sinh đó là nam.

1. Phân tích dữ liệu bài toán

Gọi X là biến cố "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X".

- **Nhóm nữ (G):** Tỉ lệ là 53%, nên $P(G)=0,53$.
- **Nhóm nam (B):** Tỉ lệ là $100\%-53\%=47\%$, nên $P(B)=0,47$.

Xác suất tham gia câu lạc bộ X theo giới tính (xác suất có điều kiện):

- Nữ tham gia X: $P(X\mid G)=21\%=0,21$.
- Nam tham gia X: $P(X\mid B)=17\%=0,17$.

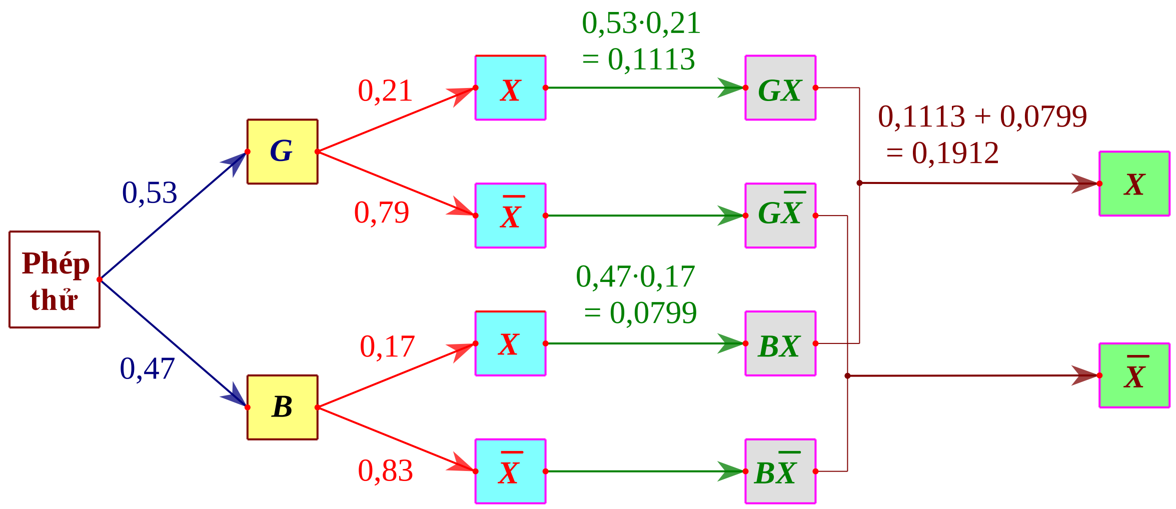
2. Cách tính

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$P(X)=P(G)\cdot P(X\mid G)+P(B)\cdot P(X\mid B)=0,53\cdot 0,21+0,47\cdot 0,17=0,1912$

Kết luận: Xác suất để học sinh được chọn ngẫu nhiên có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật X là **0,1912** (hay **19,12%**).

Mẹo: Có thể sử dụng sơ đồ hình cây để tính toán nhanh hơn



Ví dụ 8: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

a) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

b) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

Lời giải

Bài toán này là một ví dụ rất điển hình để áp dụng công thức xác suất toaàn phần (câu a) và công thức Bayes (câu b). Hãy cùng mình "bóc tách" nó theo sơ đồ hình cây để dễ hình dung nhất nhé.

Bước 1: Gọi tên các biến cố

- Gọi B là biến cố: "Người được chọn bị bệnh phổi".
- Gọi N là biến cố: "Người được chọn nghiện thuốc lá".

Bước 2: Tóm tắt dữ kiện đề bài

- $P(N)=20\%=0,2$
- $P(\overline{N})=1-0,2=0,8$ (Vì một người chỉ có thể nghiện hoặc không)

- $P(B\,|\,N) = 70\% = 0,7$ (Tỉ lệ bệnh phổi trong nhóm nghiện thuốc)
- $P(B\,|\,\overline{N}) = 15\% = 0,15$ (Tỉ lệ bệnh phổi trong nhóm không nghiện thuốc)

Bước 3: Giải chi tiết

a) Tính khả năng một người dân bị bệnh phổi $P(B)$

Để một người bị bệnh phổi, họ có thể rơi vào 2 trường hợp: (Nghiện thuốc + Bị bệnh) hoặc (Không nghiện + Bị bệnh). Ta dùng **công thức xác suất toàn phần**:

$$P(B) = P(N)\cdot P(B\,|\,N) + P(\overline{N})\cdot P(B\,|\,\overline{N}) = (0,2\times 0,7) + (0,8\times 0,15) = 0,26$$

Kết luận: Khả năng một người dân của tỉnh X bị bệnh phổi là **26%**.

b) Tính xác suất người đó nghiện thuốc khi biết đã bị bệnh phổi $P(N\,|\,B)$

Đây là bài toán tính ngược lại (biết kết quả, tìm nguyên nhân), ta dùng **công thức Bayes**:

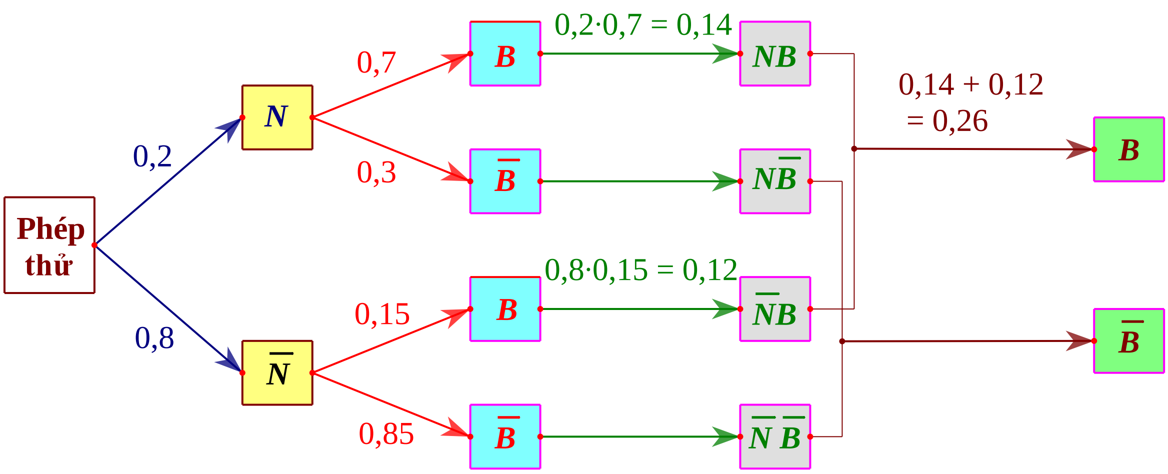
$$P(N\,|\,B) = \frac{P(N\cap B)}{P(B)} = \frac{P(N)\cdot P(B\,|\,N)}{P(B)} = \frac{0,2\times 0,7}{0,26} = \frac{0,14}{0,26} \approx 0,5385$$

Kết luận: Nếu một người bị bệnh phổi, xác suất người đó nghiện thuốc lá là khoảng **53,85%**.

💡 ***Mẹo nhỏ để nhớ:***

- **Câu a (Xuôi):** Bạn đi từ gốc cây đến ngọn, nhân các nhánh lại rồi cộng các đường đi lại với nhau.
- **Câu b (Ngược):** Bạn lấy giá trị của **nhánh cụ thể** mà đề bài hỏi (nhánh nghiện thuốc & bệnh) chia cho **tổng xác suất** đã tính ở câu a.

Dùng sơ đồ hình cây



Áp dụng quy tắc tính công thức Bayes theo sơ đồ hình cây

$$\boxed{P(N\,|\,B) = \frac{\text{Tích dọc theo nhánh từ } N \text{ đến } B}{\text{Tổng tất cả các nhánh dẫn đến } B}}$$

Ta tính được: $P(N\,|\,B) = \dfrac{0,2\cdot 0,7}{0,2\cdot 0,7 + 0,8\cdot 0,15} \approx 0,5385$

BÀI TOÁN THỰC TẾ

QUY TẮC GIẢI BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT CẦU

Giải quyết các bài toán thực tế về **xác suất có điều kiện** thường khiến chúng ta dễ bị "rối" bởi câu chữ. Tuy nhiên, nếu nắm vững quy trình 4 bước dưới đây, bạn sẽ thấy mọi thứ trở nên logic và dễ dàng hơn nhiều.

Bước 1: Đọc hiểu và phân tích đề bài

Hiểu bản chất

Tính xác suất của một biến cố phụ thuộc vào một biến cố khác đã xãy ra

💡 ***Mẹo nhận diện "Dấu hiệu" trong đề bài***

Bạn có thể nhận ra bài toán xác suất có điều kiện qua các "**cụm từ khóa**" như sau:

- "Biết rằng..."
- "Trong điều kiện..."
- "Nếu..."
- "Tính xác suất để... với điều kiện..."
- "Chọn ngẫu nhiên một người **trong số những người đã...**" (Đây là dấu hiệu thu hẹp không gian mẫu).

Công thức gốc

Xác suất có điều kiện của biến cố A khi biết biến cố B đã xảy ra được ký hiệu là $P(A|B)$.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Trong đó:

- $P(A\cap B)$: Xác suất cả hai biến cố cùng xảy ra.
- $P(B)$: Xác suất của điều kiện (biến cố đã xảy ra).

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học

Để không bị nhầm lẫn giữa "cái nào là điều kiện" và "cái nào là biến cố cần tính", hãy áp dụng quy trình sau:

1. Gọi tên các biến cố

Đọc kỹ đề bài và xác định hai đối tượng chính.

- Gọi B là biến cố **đã biết** (điều kiện).
- Gọi A là biến cố **cần tính** xác suất.

2. Xác định các dữ kiện đã cho

Liệt kê các thông số đề bài cung cấp: $P(A)$, $P(B)$, hoặc các xác suất thành phần. Đối với các bài toán phức tạp (như xét nghiệm y tế, sản xuất máy móc), thường đề bài sẽ cho sẵn các xác suất có điều kiện ngược lại (ví dụ cho $P(B|A)$).

3. Lựa chọn công thức phù hợp

Tùy vào dữ kiện, bạn sẽ chọn một trong các "vũ khí" sau:

- **Công thức định nghĩa:** Nếu đã biết $P(A\cap B)$ và $P(B)$.
- **Công thức nhân xác suất:** $P(A\cap B)=P(B)\cdot P(A|B)$.
- **Công thức xác suất toàn phần:** $P(A)=P\left(A\overline{B}\right)+P\left(AB\right)$
- **Công thức Bayes:** $P(B|A)=\dfrac{P(B)\cdot P(A|B)}{P(A)}$. ***Bài toán tính ngược: Biết kết quả, tìm nguyên nhân***.

Dùng khi biến cố B xảy ra phụ thuộc vào nhiều trường hợp của A .

💡 ***Mẹo:*** Trong nhiều bài toán, ta có thể vẽ sơ đồ hình cây và giải quyết được bài toán

Bước 3: Giải mô hình toán học

Thay số và tính toán kết quả

☑ **Bước 4: Trả lời đáp án và diễn giải kết quả**

Kiểm tra xem kết quả có nằm trong đoạn $[0;1]$ hay không? Trả lời đáp án và diễn giải kết quả.

CÁC DẠNG BÀI TOÁN THỰC TẾ THƯỜNG GẶP

Dạng toán ☞ LỰA CHỌN NỐI TIẾP (Rút thăm / Lấy đồ vật)

Phân tích sự thay đổi của khả năng xảy ra biến cố sau khi một hành động trước đó đã hoàn thành.

- **Ngữ cảnh:** Rút thăm trúng thưởng, lấy bi từ hộp, hoặc chia bài Tây.
- **Dấu hiệu:** Hành động thực hiện theo nhiều bước **không hoàn lại**. Kết quả bước 1 sẽ làm thay đổi "không gian mẫu" của bước 2.
- **Câu hỏi thực tế:** "Người thứ nhất đã rút được thăm trúng thưởng, tính xác suất để người thứ hai cũng rút được thăm trúng thưởng?"

Ví dụ 9: Một lô sản phẩm có 15 sản phẩm, trong đó có 7 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm lấy được đều có chất lượng thấp.

Lời giải

1. Phân tích bài toán

- **Tổng số sản phẩm:** 15 sản phẩm.
- **Số sản phẩm chất lượng thấp:** 7 sản phẩm.

Gọi các biến cố:

- A: "Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất có chất lượng thấp".
- B: "Sản phẩm lấy ra lần thứ hai có chất lượng thấp".
- Biến cố cần tìm là $A\cap B$ (cả hai lần đều lấy được sản phẩm chất lượng thấp).

2. Tính xác suất từng giai đoạn

- **Lần lấy thứ nhất:** Xác suất lấy được sản phẩm thấp ở lần đầu là: $P(A)=\dfrac{7}{15}$
- **Lần lấy thứ hai (sau khi đã lấy 1 sản phẩm thấp ở lần một):**
  Vì không bỏ lại vào lô, nên lúc này trong lô chỉ còn $15-1=14$ sản phẩm, và số sản phẩm thấp còn lại là $7-1=6$ sản phẩm.
  Xác suất lấy được sản phẩm thấp ở lần hai với điều kiện lần một đã lấy được sản phẩm thấp là:
  $P(B|A)=\dfrac{6}{14}=\dfrac{3}{7}$

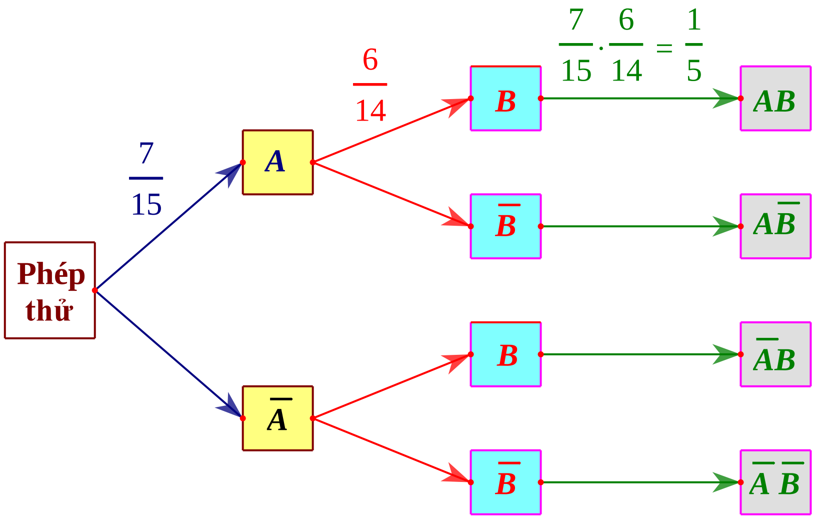
3. Tính xác suất tổng hợp

Xác suất để cả hai sản phẩm lấy được đều có chất lượng thấp là:

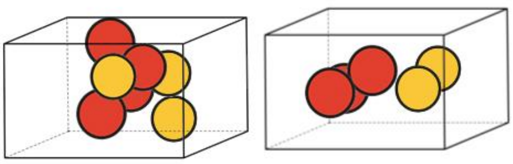
$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B|A)=\frac{7}{15}\cdot\frac{3}{7}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}=0,2$$

Kết quả: $P(A\cap B)=0,2$

Dùng sơ đồ hình cây



Ví dụ 10: Có hai hộp viên bi (I) và hộp viên bi (II). Hộp (I) có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Hộp (II) có 6 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên một hộp và từ đó lấy ngẫu nhiên một viên bi. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ. *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*



Lời giải

1. Phân tích các biến cố

- Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi màu đỏ".
- Gọi B_1 là biến cố: "Chọn được hộp (I)".
- Gọi B_2 là biến cố: "Chọn được hộp (II)".

Vì chọn ngẫu nhiên một trong hai hộp nên: $P(B_1)=P(B_2)=\frac{1}{2}=0,5$

2. Tính xác suất có điều kiện

- **Ở hộp (I):** Có 4 bi đỏ và 5 bi vàng (tổng 9 viên).

  Xác suất lấy được bi đỏ nếu chọn hộp (I) là: $P(A\,|\,B_1)=\frac{4}{9}$

- **Ở hộp (II):** Có 6 bi đỏ và 4 bi vàng (tổng 10 viên).

  Xác suất lấy được bi đỏ nếu chọn hộp (II) là: $P(A\,|\,B_2)=\frac{6}{10}=0,6$

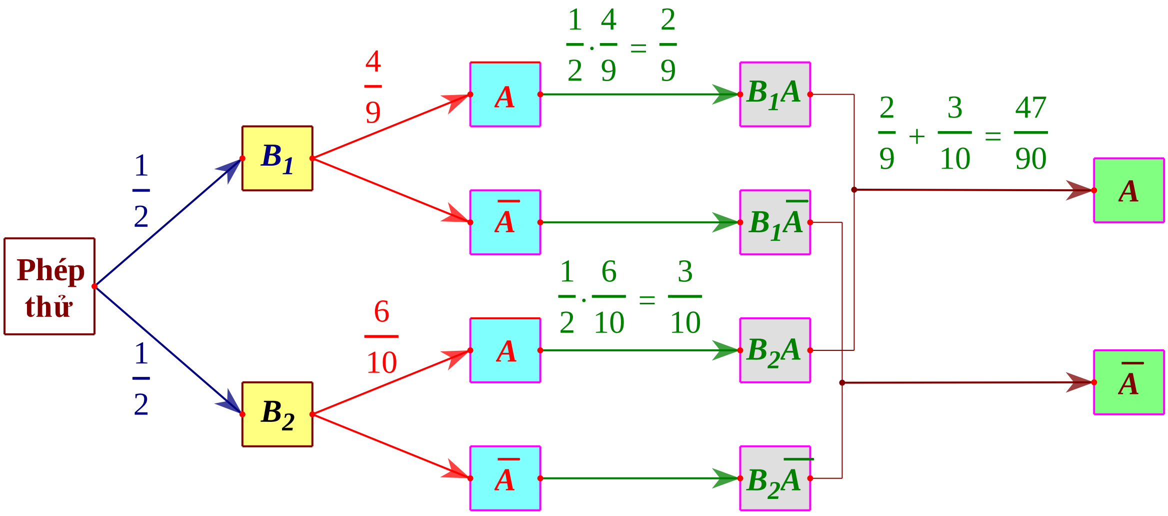
3. Tính xác suất tổng hợp

Xác suất để lấy được viên bi đỏ là:

$$P(A)=P(B_1)\cdot P(A\,|\,B_1)+P(B_2)\cdot P(A\,|\,B_2)=0,5\cdot\frac{4}{9}+0,5\cdot 0,6=\frac{47}{90}\approx 0,52222...$$

Kết luận: Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, ta được: $P(A)\approx 0,52$

Dùng sơ đồ hình cây



Dạng toán ☞ *KIỂM TRA VÀ CHẨN ĐOÁN (Kỹ thuật / Y tế,..)*

Đây là dạng phổ biến nhất, liên quan đến độ chính xác của các công cụ đo lường hoặc xét nghiệm.

- **Ngữ cảnh:** Một người đi xét nghiệm bệnh, hoặc một máy quét kiểm tra sản phẩm lỗi.
- **Dấu hiệu:** Bài toán cho biết "độ nhạy" (xác suất dương tính khi có bệnh) và "độ đặc hiệu" (xác suất âm tính khi không có bệnh).
- **Câu hỏi thực tế:** "Nếu kết quả xét nghiệm là dương tính, khả năng thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?" (Thường sử dụng công thức Bayes).

Ví dụ 11: **(ĐỀ THI TỐT NGHIỆP 2025)** Một phầm mềm nhận dạng tin nhắn quãng cáo trên điện thoại bằng cách dựa theo từ khóa để đánh dấu một số tin nhắn được gửi đến. Qua một thời gian dài sử dụng, người ta thấy rằng trong số tất cả tin nhắn gửi đến, có 20% số tin nhắn bị đánh dấu. Trong số các tin nhắn bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn không phải quảng cáo. Trong các tin nhắn không bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn là quảng cáo.

Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại.

a) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu là $0,8$.

b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng $0,95$.

c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $0,76$.

d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, nhỏ hơn $0,95$

Lời giải

Đây là một bài toán xác suất khá thú vị về hệ thống lọc tin nhắn quảng cáo. Để giải quyết các câu hỏi này, chúng ta cần xác định rõ các biến cố và các thông số đã cho.

1. Phân tích dữ liệu đề bài

Gọi các biến cố:

- M : Tin nhắn bị đánh dấu (Marked); $\overline{M}$: Tin nhắn không bị đánh dấu.
- A : Tin nhắn là quảng cáo (Advertisement); $\overline{A}$: Tin nhắn không phải là quảng cáo.

Dựa vào đề bài, ta có các xác suất sau:

- $P(M)=20\%=0,2$
- $P(\overline{M})=1-0,2=0,8$
- $P(\overline{A}|M)=10\%=0,1$ (Trong số tin bị đánh dấu, có 10% là tin thường)
- $P(A|\overline{M})=10\%=0,1$ (Trong số tin không bị đánh dấu, có 10% là quảng cáo)

2. Giải đáp từng câu hỏi

a) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu là 0,8.

- Theo phân tích trên, $P(\overline{M})=1-P(M)=1-0,2=0,8$.
- **Kết luận: Đúng.**

b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng 0,95.

- Xác suất tin đó **không phải** quảng cáo khi biết nó không bị đánh dấu là:

$P(\overline{A}|\overline{M})=1-P(A|\overline{M})=1-0,1=0,9$

- **Kết luận: Sai.**

c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng 0,76.

- Để tính $P(\overline{A})$, ta dùng công thức xác suất toàn phần:

$$P(\overline{A})=P(\overline{A}|M)\cdot P(M)+P(\overline{A}|\overline{M})\cdot P(\overline{M})=(0,1\cdot 0,2)+(0,9\cdot 0,8)=0,02+0,72=0,74$$

- **Kết luận: Sai**

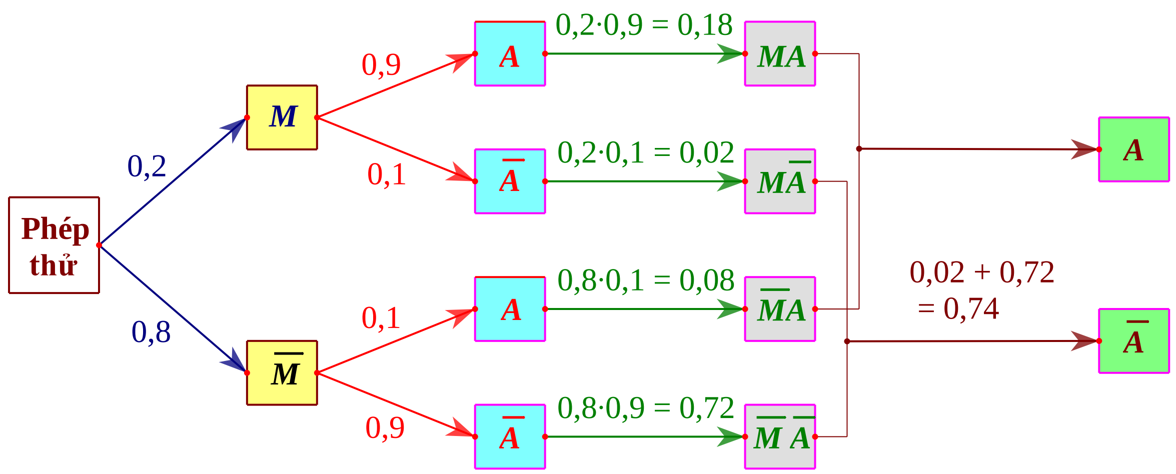
d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, nhỏ hơn 0,95.

- Ta cần tính xác suất có điều kiện $P(\overline{M}\mid\overline{A})$. Sử dụng công thức Bayes:

$$P(\overline{M}\mid\overline{A})=\frac{P(\overline{A}|\overline{M})\cdot P(\overline{M})}{P(\overline{A})}=\frac{0,9\cdot 0,8}{0,74}=\frac{0,72}{0,74}\approx 0,973$$

- **Kết luận: Sai.**

Dùng sơ đồ hình cây



Áp dụng quy tắc tính công thức Bayes theo sơ đồ hình cây

$$\boxed{P\left(\overline{M}\mid\overline{A}\right)=\frac{\text{Tích dọc theo nhánh từ } \overline{M} \text{ đến } \overline{A}}{\text{Tổng tất cả các nhánh dẫn đến } \overline{A}}}$$

Ta tính được: $P\left(\overline{M}\mid\overline{A}\right)=\dfrac{0,8\cdot 0,9}{0,2\cdot 0,1+0,8\cdot 0,9}=\dfrac{36}{37}\approx 0,973$

Ví dụ 12: Một xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus và cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus. Biết rằng tỉ lệ người nhiễm Covid – 19 trong một cộng đồng nào đó là 1%. Một người trong cộng đồng đó cho kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó thực sự bị nhiễm virus có dạng $\dfrac{a}{b}$ (Phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đây là một bài toán xác suất có điều kiện rất thú vị, thường được giải bằng **Định lý Bayes**.

1. Phân tích các biến cố

- Gọi F là biến cố: "Người đó thực sự nhiễm virus". Suy ra $\overline{F}$ là: "Người đó không nhiễm virus".
- Gọi D là biến cố: "Kết quả xét nghiệm dương tính".

Dựa vào đề bài, ta có các xác suất sau:

- Tỉ lệ nhiễm bệnh trong cộng đồng: $P(F)=1\%=0,01$.
- Tỉ lệ không nhiễm bệnh: $P(\overline{F})=1-0,01=0,99$.
- Xác suất dương tính nếu thực sự nhiễm (Độ nhạy): $P(D\,|\,F)=90\%=0,9$.
- Xác suất âm tính nếu thực sự không nhiễm: 0,8. Suy ra, xác suất **dương tính giả** (Dương tính dù không nhiễm): $P(D\,|\,\overline{F})=1-0,8=0,2$.

2. Tính xác suất người đó thực sự nhiễm khi có kết quả dương tính

Chúng ta cần tìm $P(F\,|\,D)$. Theo công thức Bayes:

$$P(F\,|\,D)=\frac{P(F)\cdot P(D\,|\,F)}{P(D)}$$

Trước hết, tính xác suất để một người có kết quả dương tính $P(D)$ (xác suất toàn phần):

$$P(D)=P(F)\cdot P(D\,|\,F)+P(\overline{F})\cdot P(D\,|\,\overline{F})=0,01\cdot 0,9+0,99\cdot 0,2=0,207$$

Bây giờ, tính $P(F\,|\,D)$: $P(F\,|\,D)=\dfrac{0,01\cdot 0,9}{0,207}=\dfrac{1}{23}$

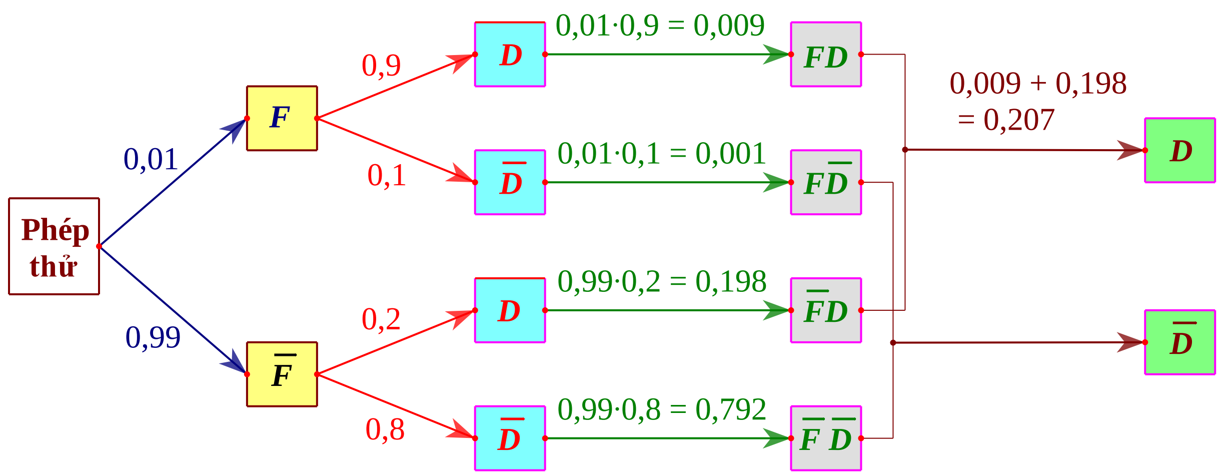
3. Kết quả cuối cùng

Theo đề bài, xác suất có dạng $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản: $a=1$; $b=23$

Giá trị của biểu thức là: $a+b=1+23=24$

Đáp số: 24 ☑

Dùng sơ đồ hình cây



Ví dụ 13: Trong cộng đồng, tỉ lệ tự nhiên của các nhóm máu O, A, B, AB lần lượt là $33,7\%$, $37,5\%$, $20,9\%$ và $7,9\%$. Lấy ngẫu nhiên một người cần máu và 1 người hiến máu. Hỏi xác suất có thể thực hiện truyền máu là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Quy tắc truyền máu cơ bản

- **Nhóm *O*:** Truyền được cho tất cả các nhóm (*O*, *A*, *B*, *AB*).
- **Nhóm *A*:** Truyền được cho *A* và *AB*.
- **Nhóm *B*:** Truyền được cho *B* và *AB*.
- **Nhóm *AB*:** Chỉ truyền được cho chính nó (*AB*).

Các số liệu đề bài cho

Gọi $P(O), P(A), P(B), P(AB)$ lần lượt là xác suất chọn được một người có nhóm máu tương ứng:

- $P(O) = 0,337$
- $P(A) = 0,375$
- $P(B) = 0,209$
- $P(AB) = 0,079$

Để giải quyết bài toán này, chúng ta cần tính tổng xác suất của tất cả các trường hợp mà người hiến máu có nhóm máu tương thích với người nhận máu.

Dưới đây là bảng phân tích chi tiết các cặp truyền máu thành công:

Nhóm máu người nhận	Các nhóm máu người hiến có thể cho	Xác suất cặp này xảy ra
O (33,7%)	O	$0,337 \times 0,337$
A (37,5%)	O, A	$0,375 \times (0,337 + 0,375)$
B (20,9%)	O, B	$0,209 \times (0,337 + 0,209)$
AB (7,9%)	O, A, B, AB	$0,079 \times (0,337 + 0,375 + 0,209 + 0,079)$

Các bước tính toán cụ thể

Gọi P là xác suất để thực hiện truyền máu thành công:

1. **Người nhận nhóm O:** $0,337 \times 0,337 = 0,113569$
2. **Người nhận nhóm A:** $0,375 \times 0,712 = 0,267$
3. **Người nhận nhóm B:** $0,209 \times 0,546 = 0,114114$
4. **Người nhận nhóm AB:** $0,079 \times 1 = 0,079$ (Vì AB nhận được từ tất cả các nhóm)

Tổng xác suất:

$P = 0,113569 + 0,267 + 0,114114 + 0,079$

$P = 0,573683$

Kết quả

Theo yêu cầu làm tròn đến hàng phần trăm (tương ứng với 2 chữ số sau dấu phẩy ở dạng số thập phân hoặc số nguyên ở dạng %):

- Dạng thập phân: **0,57**
- Dạng phần trăm: **57%**

Trả lời: 0,57

Cách dùng xác suất có điều kiện

Gọi H là biến cố có thể thực hiện truyền máu.

Gọi O là biến cố người nhận có nhóm máu O. Khi đó, người hiến chỉ có thể có nhóm máu O.

$\Rightarrow P(H|O) = 0,337$

Gọi A là biến cố người nhận có nhóm máu A. Khi đó, người hiến có thể có nhóm máu O và A.

$\Rightarrow P(H|A) = 0,337 + 0,375$

Gọi B là biến cố người nhận có nhóm máu B. Khi đó, người hiến có thể có nhóm máu O và B.

$\Rightarrow P(H|B) = 0,337 + 0,209$

Gọi C là biến cố người nhận có nhóm máu *AB*. Khi đó, người hiến có thể có nhóm máu *O*, *A*, *B* và *AB*.

$\Rightarrow P(H|C) = 0,337 + 0,375 + 0,209 + 0,079 = 1$.

Xác suất có thể thực hiện truyền máu là

$P(H) = P(O).P(H|O) + P(A).P(H|A) + P(B).P(H|B) + P(C).P(H|C)$

$=0,337\cdot 0,337+0,375\cdot(0,337+0,375)+0,209\cdot(0,337+0,209)+0,079\cdot 1=0,573683$

Dạng toán ☞ SẢN XUẤT VÀ KIỂM SOÁT CHẤT LƯỢNG

Dạng này giúp doanh nghiệp xác định nguồn gốc của các sản phẩm lỗi trong dây chuyền.

- **Ngữ cảnh:** Một kho hàng chứa sản phẩm từ nhiều nhà máy (Lô A, Lô B, Lô C) với tỷ lệ phế phẩm khác nhau.
- **Dấu hiệu:** Cho biết tỷ lệ sản lượng của từng nguồn và tỷ lệ lỗi tương ứng của nguồn đó.
- **Câu hỏi thực tế:** "Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm thấy nó bị hỏng. Tính xác suất sản phẩm đó đến từ nhà máy A?" (Sử dụng công thức xác suất toàn phần và Bayes).

Ví dụ 14: Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 60% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 40% chi tiết. Khoảng 90% chi tiết do máy thứ nhất sản suất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản suất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Phân tích bài toán

Gọi các biến cố như sau:

- A_1: Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất.
- A_2: Chi tiết do máy thứ hai sản xuất.
- B: Chi tiết lấy ra đạt tiêu chuẩn.

Dựa vào đề bài, ta có các xác suất thành phần:

- $P(A_1)=60\%=0,6$
- $P(A_2)=40\%=0,4$
- Xác suất đạt chuẩn của máy 1: $P(B\mid A_1)=90\%=0,9$
- Xác suất đạt chuẩn của máy 2: $P(B\mid A_2)=85\%=0,85$

Các bước giải

Bước 1: Tính xác suất để một chi tiết lấy ra bất kỳ đạt tiêu chuẩn $P(B)$

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(B)=P(A_1)\cdot P(B\mid A_1)+P(A_2)\cdot P(B\mid A_2)=0,6\cdot 0,9+0,4\cdot 0,85=0,88$$

Bước 2: Tính xác suất sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất khi biết nó đạt chuẩn $P(A_1\mid B)$

Theo công thức Bayes: $P(A_1\mid B)=\dfrac{P(A_1)\cdot P(B\mid A_1)}{P(B)}=\dfrac{0,6\cdot 0,9}{0,88}\approx 0,6136...$

Kết luận

Làm tròn đến hàng phần trăm theo yêu cầu của đề bài:

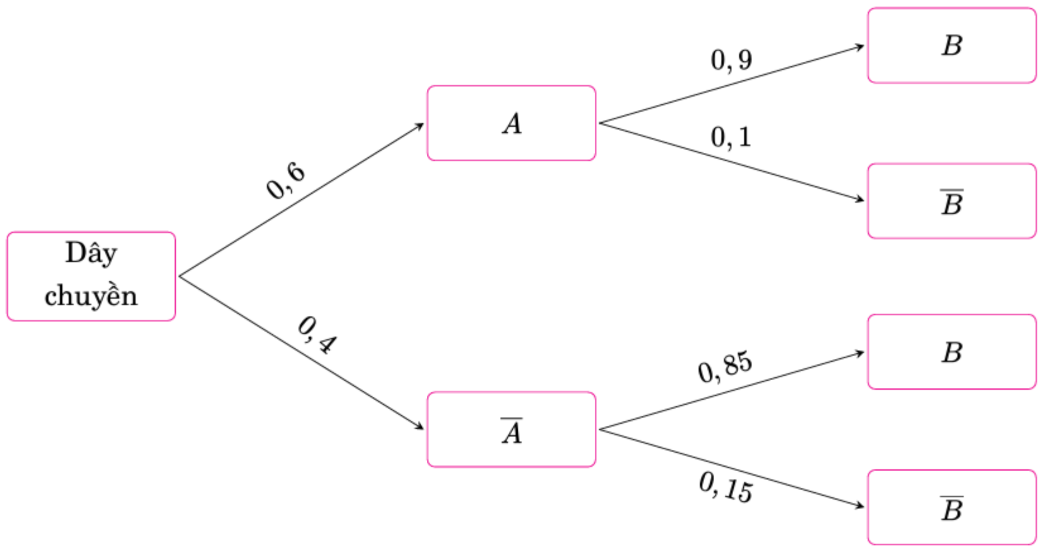
Xác suất cần tìm là: 0,61.

Cách khác: Dùng sơ đồ hình cây

Gọi A là biến cố: “Chọn được sản phẩm từ máy I”.

Gọi B là biến cố: “Chọn được sản phẩm đạt chuẩn”.

Lập sơ đồ hình cây:



Xác suất sản phẩm được chọn do máy thứ I sản xuất biết nó đạt chuẩn là:

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,6.0,9}{0,6.0,9+0,4.0,85}=\frac{27}{44}\approx 0,61$$

Ví dụ 15: Một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử có ba dây chuyền sản xuất A, B và C. Dây chuyền A sản xuất 50% số linh kiện, dây chuyền B sản xuất 30% và dây chuyền C sản xuất 20% số linh kiện. Tỷ lệ phế phẩm của từng dây chuyền lần lượt là 2%, 3% và 1%. Chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là bao nhiêu?

Lời giải

Đây là một bài toán kinh điển về **xác suất có điều kiện** sử dụng công thức Bayes. Chúng ta sẽ giải quyết bài toán này qua các bước cụ thể như sau:

1. Phân tích các biến cố

- Gọi A,B,C lần lượt là các biến cố linh kiện được sản xuất từ dây chuyền A, B và C.
- Gọi M là biến cố linh kiện chọn ra là phế phẩm.

Theo đề bài, ta có xác suất chọn linh kiện từ mỗi dây chuyền:

- $P(A)=50\%=0,5$
- $P(B)=30\%=0,3$
- $P(C)=20\%=0,2$

Tỷ lệ phế phẩm tương ứng của từng dây chuyền (xác suất có điều kiện):

- $P(M\mid A)=2\%=0,02$
- $P(M\mid B)=3\%=0,03$
- $P(M\mid C)=1\%=0,01$

2. Tính xác suất để linh kiện chọn ra là phế phẩm $P(M)$

Sử dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(M)=P(A)\cdot P(M\mid A)+P(B)\cdot P(M\mid B)+P(C)\cdot P(M\mid C)=0,5\cdot 0,02+0,3\cdot 0,03+0,2\cdot 0,01=0,021$$

3. Tính xác suất linh kiện thuộc dây chuyền A khi biết nó là phế phẩm

Chúng ta cần tìm $P(A|M)$. Theo công thức Bayes:

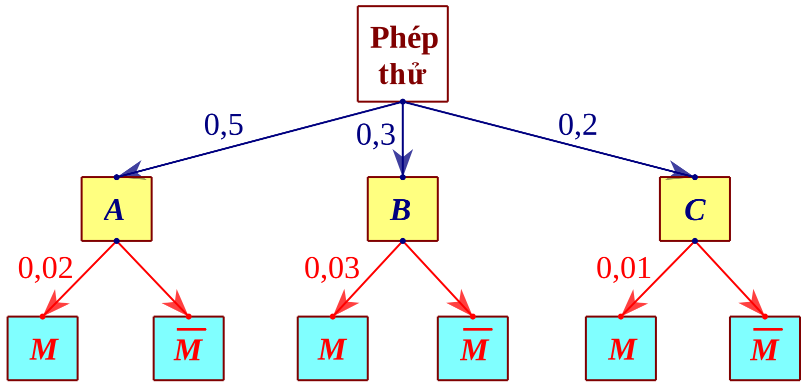
$$P(A|M)=\frac{P(A)\cdot P(M\mid A)}{P(M)}=\frac{0,5\cdot 0,02}{0,021}=\frac{0,01}{0,021}=\frac{10}{21}$$

Kết luận

Xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là $\frac{10}{21}$ (xấp xỉ $47,62\%$).

Cách dùng sơ đồ hình cây: Dưới đây là sơ đồ và tóm tắt các bước dựa trên ví dụ về 3 dây chuyền sản xuất linh kiện:

1. Sơ đồ hình cây cho bài toán



Áp dụng công thức Bayes từ sơ đồ

Khi đề bài yêu cầu: *"Biết rằng là phế phẩm, tính xác suất thuộc dây chuyền A"*, bạn chỉ cần lấy **nhánh cụ thể đó** chia cho **tổng các nhánh có hậu quả tương tự**:

$$\boxed{P(A|M) = \frac{\text{Tích dọc theo nhánh từ } A \text{ đến } M}{\text{Tổng tất cả các nhánh dẫn đến } M}}$$

Vậy $P(A|M) = \dfrac{0,5\cdot 0,02}{0,5\cdot 0,02 + 0,3\cdot 0,03 + 0,2\cdot 0,01} = \dfrac{10}{21}$

Cách tiếp cận này giúp bạn giải quyết được cả những bài toán phức tạp hơn với nhiều tầng dữ liệu mà không sợ sót biến cố.

Dạng toán ☞ DỰ BÁO VÀ QUYẾT ĐỊNH (Thời tiết / Kinh tế,..)

Sử dụng dữ liệu lịch sử để dự đoán sự kiện tiếp theo khi điều kiện môi trường thay đổi.

- **Ngữ cảnh:** Dự báo thị trường chứng khoán tăng/giảm dựa trên tin tức kinh tế, hoặc dự báo mưa dựa trên độ ẩm.
- **Dấu hiệu:** Cho biết xác suất sự kiện xảy ra trong các điều kiện môi trường khác nhau.
- **Câu hỏi thực tế:** "Biết rằng hôm nay độ ẩm cao, tính xác suất chiều nay sẽ có mưa."

Ví dụ 16: Một nhà đầu tư xem xét đầu tư vào hai loại tài sản: cổ phiếu và trái phiếu. Qua nghiên cứu thị trường có hai kịch bản sau có thể xảy ra:

Kinh bản kinh tế tăng trưởng: xác suất xảy ra kinh tế tăng trưởng trong năm tới là 60%. Trong kịch bản này, xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 80% và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 30%.

Kinh bản kinh tế suy thoái: xác suất xảy ra kịch bản kinh tế suy thoái trong năm tới là 40%. Trong kịch bản này, xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 10% và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 70%.

Vào cuối năm, nhà đầu tư nhận thấy rằng trái phiếu đã mang lại lợi nhuận cao. Tính xác suất để kịch bản kinh tế trong năm đó là suy thoái (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đây là một bài toán xác suất có điều kiện điển hình, sử dụng **Công thức Bayes**. Chúng ta sẽ giải quyết từng bước dựa trên các dữ kiện đã cho.

1. Tóm tắt các biến cố và dữ kiện

Gọi các biến cố:

- T : Kinh tế tăng trưởng ($P(T)=0,6$)
- S : Kinh tế suy thoái ($P(S)=0,4$)
- L : Trái phiếu mang lại lợi nhuận cao

Dựa vào đề bài, ta có các xác suất điều kiện của trái phiếu:

- Xác suất trái phiếu lãi cao khi kinh tế tăng trưởng: $P(L\,|\,T)=0,3$
- Xác suất trái phiếu lãi cao khi kinh tế suy thoái: $P(L\,|\,S)=0,7$

2. Tính xác suất để trái phiếu mang lại lợi nhuận cao $P(L)$

Sử dụng công thức xác suất toàn phần:

$P(L)=P(T)\cdot P(L\,|\,T)+P(S)\cdot P(L\,|\,S)=0,6\cdot 0,3+0,4\cdot 0,7=0,46$

3. Tính xác suất kinh tế suy thoái khi biết trái phiếu lãi cao

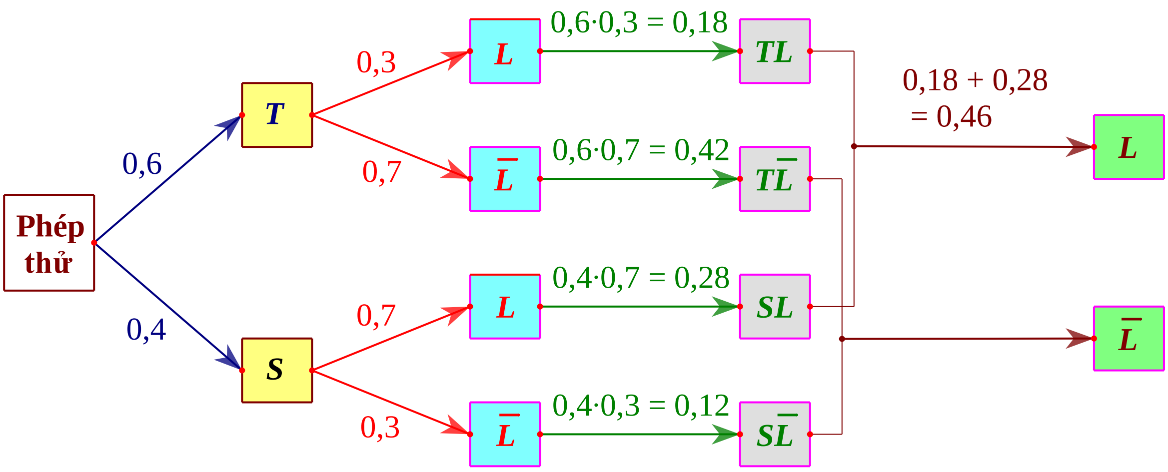
Yêu cầu của đề bài là tính $P(S\,|\,L)$. Áp dụng công thức Bayes:

$$P(S\,|\,L)=\frac{P(S)\cdot P(L\,|\,S)}{P(L)}=\frac{0,4\cdot 0,7}{0,46}\approx 0,608695...$$

4. Kết quả

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm: **Đáp án:** 0,61.

Dùng sơ đồ hình cây



BÀI TẬP THAM KHẢO

☑XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Câu 1. Một trường trung học phổ thông có 500 học sinh, trong đó có 201 học sinh nam và 299 học sinh nữ. Tổng kết học kỳ I, có 160 học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi, trong đó có 72 học sinh nam và 88 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 500 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn có danh hiệu học sinh giỏi và là nam (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,35

Lời giải

Xét hai biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi";

B: "Học sinh được chọn ra là học sinh nam".

Khi đó, xác suất để học sinh được chọn ra đạt danh hiệu học sinh giỏi và là nam, chính là xác suất của A với điều kiện B.

$\mathrm{P}(A \cap B)=\dfrac{72}{500}=0,14.$

Do có 201 học sinh nam nên $\mathrm{P}(B)=\dfrac{201}{500}=0,4$. Vì thế, ta có;

$\mathrm{P}(A| B)=\dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\dfrac{0,14}{0,4} \approx 0,35.$

Vậy xác suất để học sinh được chọn ra đạt danh hiệu học sinh giỏi và là nam bằng $0,35$.

Câu 2. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để lần đầu gieo được mặt 1 chấm, biết rằng tổng số chấm trong hai lần gieo không vượt quá 3 (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Đáp án: 0,67

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega=\{(i;j): 1 \leq i, j \leq 6\} \Rightarrow n(\Omega)=36$.

Trong đó cặp số $(i;j)$ thể hiện việc lần đầu gieo xuất hiện mặt i chấm, lần sau gieo xuất hiện mặt j chấm.

Gọi $\mathbb{R} \backslash\{\pm 1\}$ là biến cố "Lần đầu gieo được mặt 1 chấm"

3 là biến cố "Tổng số chấm trong hai lần gieo không vượt quá 3"

Ta có thể liệt kê, cụ thể:

$A=\{(1;1),(1;2),(1;3),(1;4),(1;5),(1;6)\}$

$B=\{(1;1),(1;2),(2;1)\}$

$A \cap B=\{(1;1),(1;2)\}$

Suy ra: $P(B)=\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$; $P(A \cap B)=\dfrac{2}{36}=\dfrac{1}{18}$.

Vậy xác suất để lần đầu gieo được mặt 1 chấm, biết rằng tổng số chấm trong hai lần gieo không vượt quá 3 là $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{1}{18}:\dfrac{1}{12}=\dfrac{2}{3}\approx 0,67$.

Câu 3. Một gia đình có 2 đứa con. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Tính xác suất để cả 2 đứa trẻ đều là con gái (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Đáp án: 0,33

Lời giải

Vì gia đình có 2 đứa con nên sẽ có thể có 4 khả năng xảy ra: (trai; trai), (trai; gái), (gái; trai), (gái; gái).

Gọi A là biến cố "Cả 2 đứa con đều là con gái".

Gọi B là biến cố "Có ít nhất 1 đứa con là con gái".

Ta có: $P(A)=\dfrac{1}{4}$, $P(B)=\dfrac{3}{4}$.

Khi biến cố A xảy ra thì đương nhiên sẽ xảy ra biến cố B nên ta có: $P(A\cap B)=P(A)=\dfrac{1}{4}$.

Vậy xác suất để cả 2 đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất 1 đứa trẻ là con gái:

$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{1}{4}:\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{3}\approx 0,33$.

Câu 4. Một nhóm học sinh thi Học sinh giỏi cấp trường, trong đó có 10 học sinh lớp 12C. Kết quả có 6 học sinh của lớp 12C đạt giải. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm học sinh trên. Tính xác suất chọn được học sinh đạt giải, biết rằng học sinh đó thuộc lớp 12C.

Đáp án: 0,6

Lời giải

Xét các biến cố: A: ''Chọn được học sinh đạt giải'', B: ''Chọn được học sinh đó thuộc lớp 12C''

Khi đó, xác suất cần tìm là xác suất của A với điều kiện B.

Ta có $n(A)=10, n(A\cap B)=6.$ Suy ra $P(A|B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(B)}=\dfrac{6}{10}=0,6.$

Câu 5. Trong một ngày bất kì, xác suất để bạn Nam ăn bữa trưa (được chuẩn bị sẵn) là $0,5$ và em gái của bạn Nam ăn bữa trưa là $0,6$. Biết rằng xác suất em gái Nam ăn bữa trưa khi Nam ăn bữa trưa là $0,9$. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người ăn bữa trưa. *(Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm)*

Đáp án: 65%

Lời giải

Gọi A là biến cố Nam ăn bữa trưa, B là biến cố em gái Nam ăn bữa trưa.

Khi đó

+ $A\cap B$ là biến cố cả hai người đều ăn bữa trưa,

+ $A\cup B$ là biến cố có ít nhất một trong hai người ăn bữa trưa.

Mặt khác

+ $P(B|A)$ là xác suất em gái Nam ăn bữa trưa khi Nam ăn bữa trưa.

Ta có $P(A)=0,5$, $P(B)=0,6$ và $P(B|A)=0,9$.

Lúc này ta có $P(B\cap A)=P(B|A).P(A)=0,9\times 0,5=0,45$

suy ra $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,65=65\%$

Vậy xác suất để ít một trong hai người ăn bữa trưa là 65%.

Câu 6. Trong một cộng đồng X có tỉ lệ mắc ung thư là $0,02$. Biết rằng xác suất xét nghiệm dương tính là $0,95$ nếu người đó mắc ung thư và $0,03$ nếu người đó không mắc ung thư. Tính xác suất khi chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng X bị ung thư nếu người này cho kết quả xét nghiệm dương tính. *(Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm, làm tròn đến chữ số hàng chục sau dấu thập phân)*

Đáp án: 39,3%

Lời giải

Gọi A là biến cố người được chọn bị ung thư, B là biến cố người được chọn cho kết quả dương tính.

Khi đó

+ $B \cap A$ là biến cố người được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính và bị ung thư,

+ $B \cap \overline{A}$ là biến cố người được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính và không bị ung thư.

Mặt khác

+ $P(B \mid A)$ là xác suất người được chọn có kết quả dương tính khi người được chọn bị ung thư,

+ $P(B \mid \overline{A})$ là xác suất người được chọn có kết quả dương tính khi người được chọn không bị ung thư.

Ta có $P(A) = 0,02$, $P(B \mid A) = 0,95$ và $P(B \mid \overline{A}) = 0,03$.

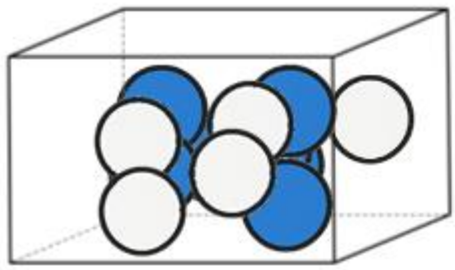
Lúc này ta có $P(B \cap A) = P(B \mid A)P(A) = 0,95.0,02 = 0,019$

Và $P(B \cap \overline{A}) = P(B \mid \overline{A})P(\overline{A}) = 0,03.0,98 = 0,0294$

suy ra $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A}) = 0,0484 = 4,84\%$.

Do đó $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,019}{0,0484} \approx 0,393 = 39,3\%$.

Câu 7. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*.



Đáp án: 0,41

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất",

Gọi B là biến cố: "Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai".

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A).P(B \mid A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \dfrac{30}{50} = \dfrac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B \mid A) = \dfrac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A).P(B \mid A) = \dfrac{3}{5}.\dfrac{20}{49} = \dfrac{12}{29}$

Câu 8. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

Đáp án: 0,27

Lời giải

Gọi A là biến cố: "ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm"

Gọi B là biến cố: "tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10"

Ta có: $P(A)=1-P(\bar{A})=1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^2=\dfrac{11}{36}$

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6),(6;4),(5;5),(5;6),(6;5),(6;6)\}$

Biến cố $A\cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5;5),(5;6),(6;5)\}$ có xác suất là: $P(A\cap B)=\dfrac{3}{36}$

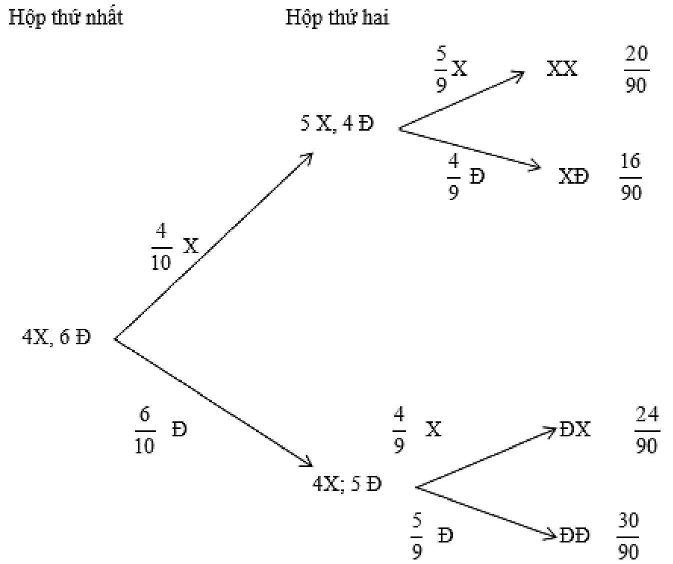
Vậy $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}}=\dfrac{3}{11}$.

Câu 9. Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, Sau đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất các biến cố A: " Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ" là $\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a+b$.

Đáp án: 53

Lời giải

Ta có sơ đồ hình cây



Vậy ta có: $P(A)=\dfrac{16}{90}=\dfrac{8}{45}\Rightarrow a=8;b=45\Rightarrow a+b=53$.

Câu 10. Tỉ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỉ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng $0,21$; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a+b$.

Đáp án: 98

Lời giải

Gọi biến cố A: " Người nghiện thuốc lá" và B: " Người bị viêm họng"

Khi đó: AB: "Người nghiện thuốc và bị viêm họng"

$\overline{A}B$: "Người không nghiện thuốc và bị viêm họng"

Theo đề bài ta có $P(A)=30\%$; $P(B|A)=a\%$ và $P(AB)=0,21$ nên theo công thức xác suất có điều kiện ta được: $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow a\%=\dfrac{0,21}{30\%}=70\%$.

Tương tự: $P(\overline{A})=1-30\%=70\%$; $P(B|\overline{A})=40\%$ và $P(\overline{A}B)=b\%$ nên theo công thức xác suất có điều kiện ta được: $P(B|\overline{A})=\dfrac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})} \Leftrightarrow 40\%=\dfrac{b\%}{70\%} \Leftrightarrow b\%=28\%$.

Vậy $a+b=98$.

Câu 11. Hai người A và B mỗi người bắn một viên đạn vào cùng mục tiêu độc lập. Giả sử xác suất bắn trúng đích của A và B lần lượt là $0,7$ và $0,4$. Giả sử có một viên đạn trúng đích, tính xác suất để đó là của B (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Đáp án: 0,22

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là biến cố " A bắn trúng", " B bắn trúng", "có một người bắn trúng"

Ta có $P(B|C)=\dfrac{P(B\overline{A})}{P(C)}=\dfrac{P(B\overline{A})}{P(B\overline{A})+P(A\overline{B})}=\dfrac{0,4.0,3}{0,4.0,3+0,7.0,4}=0,22$.

Câu 12. Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án: 0,9

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Minh làm đúng bài thứ nhất", theo đề bài ta có $P(A)=0,7$.

Gọi B là biến cố: "Minh làm đúng bài thứ hai", theo đề bài ta có $P(B|A)=0,8;\ P(B|\overline{A})=0,2$.

Gọi C là biến cố "Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai", ta có

$P(C)=P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{P(BA)}{P(B)}=\dfrac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B)}$.

Theo đề bài ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=P(A)+P(B)-P(B/A).P(A)$.

Mặt khác $P(A\cup B)=1-P(\overline{A}\overline{B})=1-P(\overline{B}|\overline{A})\cdot P(\overline{A})=1-0,8\cdot 0,3=0,76$.

$P(B)=P(A\cup B)-P(A)+P(B|A)\cdot P(A)=0,76-0,7+0,8.0,7=0,62$.

Vậy $P(C)=\dfrac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B)}=\dfrac{0,8.0,7}{0,62}=\dfrac{28}{31}\approx 0,9$.

Câu 13. Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\dfrac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Đáp án: 32

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Lần thứ nhất chọn được bạn nữ"
Gọi B là biến cố: "Lần thứ hai chọn được bạn nữ"
Gọi C là biến cố: "Chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ"

Theo đề bài ta có $C = AB \Rightarrow P(C) = P(AB) = \dfrac{15}{62}$.

Gọi số học sinh của lớp là $x, x \in \mathbb{N}, x > 16$.

Theo đề bài ta có: $P(A) = \dfrac{16}{x}, P(B/A) = \dfrac{15}{x-1}$.

Do $P(AB) = P(BA) = P(B/A).P(A) \Leftrightarrow \dfrac{15}{62} = \dfrac{16}{x}.\dfrac{15}{x-1} \Leftrightarrow x^2 - x - 992 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 32 \\ x = -31 \end{array}\right.$.

Vậy số học sinh của lớp là 32 học sinh.

Câu 14. Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là 0,8. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng 2 là 0,7. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (Làm tròn tới hàng phần trăm)

Đáp án: 0,55

Lời giải

Ta có gọi A là biến cố: "An qua được vòng 1"; $P(A) = 0,8$.

B là biến cố: "An qua được vòng 2"; $P(B|A) = 0,7$.

C là biến cố: "An đỗ kỳ thi";

D là biến cố: "An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2";

Ta có $D = A\overline{B}$.

$P(D|\overline{C}) = \dfrac{P(D\overline{C})}{P(\overline{C})}$.

Mặt khác, nếu An qua được vòng 1 nhưng không qua vòng 2 thì An không đỗ kỳ thi, nên $P(\overline{C}|D) = 1$ hay

$P(D\overline{C}) = P(D).P(\overline{C}|D) = P(D)$.

Vì $P(D) = P(A\overline{B}) = P(A).P(\overline{B}|A)$ nên $P(D) = 0,8.0,3 = 0,24$.

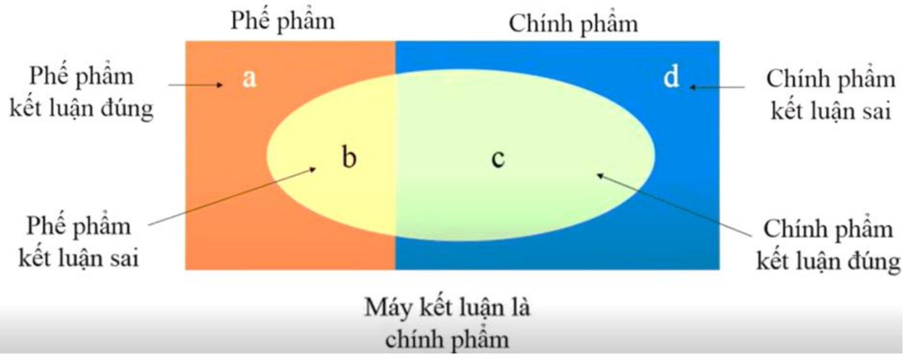
$P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - P(AB) = 1 - P(A).P(B|A) = 1 - 0,8.0,7 = 0,44$.

Vậy $P(D|\overline{C}) = \dfrac{P(D\overline{C})}{P(\overline{C})} = \dfrac{0,24}{0,44} = \dfrac{6}{11} \approx 0,55$

Câu 15. Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10%. Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95%, nhận biết đúng phế phẩm là 90%. Khi đó tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường bằng $\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a+b$

Đáp án: 253

Lời giải



Gọi a là phế phẩm kết luận đúng

b là phế phẩm kết luận sai

c là chính phẩm kết luận đúng

d là chính phẩm kết luận sai

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a+b+c+d=1 \\ a+b=0,1 \\ \dfrac{a}{a+b}=0,9 \\ \dfrac{c}{c+d}=0,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d=1 \\ a+b=0,1 \\ 0,1a-0,9b=0 \\ 0,05c-0,95d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0,09 \\ b=0,01 \\ c=0,855 \\ d=0,045 \end{cases}$$

Vậy tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường là $P_b=\dfrac{b}{b+c}=\dfrac{0,01}{0,01+0,855}=\dfrac{3}{250}$.

Câu 16. Ba cầu thủ sút phạt đền $11m$, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là a; b và $0,7$ (với $0<b<a<1$). Biết xác suất ghi bàn để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,982$ và xác suất để ba cầu thủ ghi bàn là $0,392$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Đáp án: 0,43

Lời giải

Gọi A_i là biến cố "người thứ i ghi bàn" với $i=\overline{1,3}$.

Ta có các biến cố A_1, A_2, A_3 là các biến cố độc lập và $P(A_1)=a,\ P(A_2)=b,\ P(A_3)=0,7$

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn"

B là biến cố: "Cả ba cầu thủ đều ghi bàn"

C là biến cố: "Có đúng hai cầu thủ ghi bàn"

Ta có

$\overline{A}=\overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}\Rightarrow P(\overline{A})=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})=0,3.(1-a)(1-b)$.

$\Rightarrow P(A)=1-0,3.(1-a)(1-b)$.

Lại có $B=A_1.A_2.A_3\Rightarrow P(B)=P(A_1.A_2.A_3)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)=0,7.ab$.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1-0,3.(1-a).(1-b)=0,982 \\ 0,7ab=0,392 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+ab-(a+b)=0,06 \\ ab=0,56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=1,5 \\ ab=0,56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0,8 \\ b=0,7 \end{cases}\ (do\ a>b)$$

Mặt khác ta có $C=\overline{A_1}.A_2.A_3+A_1.\overline{A_2}.A_3+A_1.A_2.\overline{A_3}$ nên

$P(C)=(1-a).b.0,7+a.(1-b).0,7+a.b.0,3=0,2.0,7.0,7+0,8.0,3.0,7+0,8.0,7.0,3=0,434$.

Câu 17. Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết, biết rằng đó là câu hỏi khó. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: 0,29

Lời giải

Đây là một bài toán xác suất có điều kiện. Để giải bài này một cách nhanh nhất, chúng ta có thể tóm tắt các dữ kiện vào một bảng để dễ quan sát.

1. Phân loại các phiếu câu hỏi

Loại câu hỏi	**Khó**	**Dễ**	**Tổng**
Lý thuyết	5	8	13
Bài tập	12	15	27
Tổng	17	23	40

2. Xác định các biến cố

- Gọi A là biến cố: "Rút được câu hỏi lý thuyết".
- Gọi B là biến cố: "Rút được câu hỏi khó".

Đề bài yêu cầu tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết **với điều kiện** đó là câu hỏi khó, ký hiệu là $P(A|B)$.

3. Tính toán

Theo công thức xác suất có điều kiện:

$$P(A|B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$$

Trong đó:

- $n(B)$: Tổng số câu hỏi khó có trong 40 phiếu. Từ bảng trên, ta thấy $n(B)=5+12=17$.
- $n(A\cap B)$: Số câu hỏi vừa là lý thuyết vừa là câu khó. Từ bảng trên, ta có $n(A\cap B)=5$.

Thay số vào công thức:

$$P(A|B)=\frac{5}{17}\approx 0,294117...$$

4. Kết quả

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm:

- Giá trị thập phân: **0,29**
- Giá trị phần trăm: **29%**

Cách khác

Gọi A là biến cố: “Rút ra được câu hỏi lý thuyết”

Gọi B là biến cố : “Rút ra được câu hỏi khó”.

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có:

$$P(A)=\frac{13}{40},\ P(B)=\frac{17}{40},\ P(A\cap B)=\frac{5}{40}$$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{5}{40}:\frac{17}{40}=\frac{5}{17}$$

Câu 18. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Minh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn được gọi tên Minh, nhưng với điều kiện bạn đó là nam bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $T=a+b$.

Đáp án: 15

Lời giải

Gọi A là biến cố "Bạn được gọi tên Minh".

Gọi B là biến cố "Bạn được gọi là nam".

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Minh, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|B)$

Ta có: $P(B)=\dfrac{13}{30}$; $P(A\cap B)=\dfrac{2}{30}$. Do đó: $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}}=\dfrac{2}{13}$

Câu 19. Trong một cuộc thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là $0,9$. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là $0,7$. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần ba là $0,3$. Tính xác suất để thí sinh thi đậu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: 0,98

Lời giải

Gọi A_i là biến cố: "Thí sinh thi đậu lần thứ i" $(i=1,2,3)$

Gọi B là biến cố: "Thí sinh thi đậu"

Ta có: $B=A_1\cup\overline{A_1}A_2\cup\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3$

Suy ra $P(B)=P(A_1)+P(\overline{A_1}A_2)+P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)$

Trong đó:

$$\begin{cases}P(A_1)=0,9\\ P(\overline{A_1}A_2)=P(\overline{A_1}).P(A_2|\overline{A_1})=(1-P(A_1)).P(A_2|\overline{A_1})=0,1.0,7=0,07\\ P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}|\overline{A_1}).P(A_3|\overline{A_1}\,\overline{A_2})=(1-P(A_1)).(1-P(A_2|\overline{A_1})).P(A_3|\overline{A_1}\,\overline{A_2})=0,1.0,3.0,3\end{cases}$$

Vậy $P(B)=P(A_1)+P(\overline{A_1}A_2)+P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}A_3)=0,9+0,1.0,7+0,1.0,3.0,3=0,979\approx 0,98$

Câu 20. Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường THPT có 400 học sinh tham gia, trong đó có 190 học sinh nam và 210 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 100 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 48 học sinh nam và 52 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 400 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,25

Lời giải

Xét hai biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi";

B: "Học sinh được chọn ra là học sinh nữ".

Khi đó, xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là xác suất của A với điều kiện B.

Có 52 học sinh nữ đạt điểm giỏi nên: $P(A\cap B)=\dfrac{52}{400}=0,13$.

Có 210 học sinh nữ nên: $P(B)=\dfrac{210}{400}=0,525$.

Do đó, $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,13}{0,525}\approx 0,25$.

Vậy xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là $0,25$.

Câu 21. Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 51% số người mua bảo hiểm ô tô là nam, và có 33% số người mua bảo hiểm ô tô là nam trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là nam, tính xác suất người đó trên 50 tuổi (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,65

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô là nam, B là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô trên 50 tuổi". Ta cần tính $P(B|A)$.

Do có 51% người mua bảo hiểm ô tô là nam nên $P(A)=0,51$.

Do có 33% số người mua bảo hiểm ô tô là nam trên 50 tuổi nên $P(AB)=0,33$.

Vậy $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0,33}{0,51}=\dfrac{11}{17}\approx 0,65$.

Câu 22. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,08

Lời giải

Công việc được hoàn thành bởi 2 hành động liên tiếp, lấy 1 quả ở hộp I bỏ vào hộp II, sau đó lấy 1 quả ở hộp II. Nên $n(\Omega)=110$.

Gọi A: "Lấy quả màu đỏ ở hộp II" $n(A)=6.8+4.7=76\Rightarrow P(A)=\dfrac{76}{110}$.

B: "Lấy 1 quả ở hộp II được quả ở hộp I chuyển sang" $n(A\cap B)=6\Rightarrow P(A\cap B)=\dfrac{6}{110}$.

Ta có: $P(B|A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{6}{76}\approx 0,08$.

Câu 23. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng màu trắng và 7 quả bóng màu đỏ, hộp II có 10 quả bóng màu trắng và 15 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu trắng là $\dfrac{a}{b}$ *(là phân số tối giản)*. Tính $a+b$?

Đáp án: 14

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Quả bóng lấy ra từ hộp thứ II có màu trắng". Gọi B là biến cố: "Quả bóng lấy ra từ hộp thứ II là quả từ hộp I".

Ta cần tính $P(B/A)$

Ta có $P(B/A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}$

+ Tính $n(A)$

- Trường hợp 1: Hai quả bóng lấy từ hộp I chuyển sang hộp II đều màu trắng. Khi đó hộp II có 12 quả bóng trắng, 15 quả bóng đỏ. Vậy trường hợp này có số cách lấy là: $C_5^2.12=120$.

- Trường hợp 2: Hai quả bóng lấy từ hộp I chuyển sang hộp II có quả trắng, một quả đỏ. Khi đó hộp II có 11 quả bóng trắng, 16 quả bóng đỏ. Vậy trường hợp này có số cách lấy là: $C_5^1.C_7^1.11=385$.

- Trường hợp 3: Hai quả bóng lấy từ hộp I chuyển sang hộp II đều màu đỏ. Khi đó hộp II có 10 quả bóng trắng, 17 quả bóng đỏ. Vậy trường hợp này có số cách lấy là: $C_7^2.10=210$.

Từ đó suy ra: $n(A)=120+385+210=715$.

+ Tính $n(A\cap B)$

Ta có $n(A\cap B)=C_5^2.2+C_5^1.C_7^1.1=55$.

Vậy $P(B|A)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{55}{715}=\dfrac{1}{13}\Rightarrow a+b=14$.

Câu 24. Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất chứa 7 viên bi màu trắng, 5 viên bi màu đỏ, hộp thứ hai chứa 4 viên bi màu trắng, 6 viên bi màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất lấy được cả 2 viên bi thuộc hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, biết rằng 3 viên bi đó màu trắng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Đáp án: 0,5

Lời giải

Gọi A là biến cố “Trong 3 viên bi lấy ra từ hộp hai có 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang”.

Gọi B là biến cố “Ba viên bi lấy ra từ hộp hai là màu trắng”

Trường hợp 1: 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang là 2 viên bi trắng. Khi đó:

$$P(B)=\frac{C_7^2}{C_{12}^2}.\frac{C_6^3}{C_{12}^3}=\frac{7}{242}$$

Trường hợp 2: 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang là 2 viên bi đỏ. Khi đó:

$$P(B)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}.\frac{C_4^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{363}$$

Trường hợp 3: 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang là 1 viên bi trắng và 1 viên bi đỏ. Khi đó:

$$P(B)=\frac{C_7^1.C_5^1}{C_{12}^2}.\frac{C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{35}{1452}$$

Do đó, $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{\frac{7}{242}}{\frac{27}{484}}=\dfrac{14}{27}\approx 0,5$.

Câu 25. Có hai hộp đựng các viên bi: Hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi xanh, hộp II có 5 bi đỏ và 5 bi xanh (các viên bi có cùng kích thước và khối lượng). Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I, bạn Như lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Biết rằng có viên bi đỏ được lấy ra, khi đó xác suất để bạn Như lấy được viên bi đỏ là $\dfrac{a}{b}$ $(a,b\in\mathbb{N}^*,\dfrac{a}{b}$ tối giản). Tính $a-b$.

Đáp án: –3

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Bạn Như lấy được viên bi đỏ”.

Gọi B là biến cố: “Có viên bi đỏ trong hai viên được lấy ra”.

Ta cần tìm xác suất $P(A|B)$.

Theo công thức xác suất có điều kiện: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{n(AB)}{n(B)}$

Ta có $n(B)=C_{10}^1.C_{10}^1-C_4^1.C_5^1=80$ (số cách lấy hai viên bi trong đó có ít nhất 1 bi đỏ) và $n(AB)=C_5^1.C_{10}^1=50$ (số cách lấy hai viên bi trong đó viên bi của bạn Như là bi đỏ).

Thay số, ta được $P(A|B)=\dfrac{50}{80}=\dfrac{5}{8}$.

Vậy $a=5,b=8\Rightarrow a-b=-3$.

Câu 26. Một thành phố có ba loại phương tiện giao thông công cộng: xe buýt, tàu điện ngầm và taxi. Tỉ lệ sử dụng mỗi loại phương tiện đối với xe buýt 40%, tàu điện ngầm 35%, taxi 25%. Tỉ lệ trễ giờ của xe buýt, tàu điện ngầm và taxi trong một tháng lần lượt là: 20%, 10%, 5%. Anh Lộc là một người dân trong thành phố. Trong tháng đầu tiên, anh Lộc chọn một trong ba loại phương tiện trên để đi làm, sao cho xác suất chọn mỗi loại phương tiện đúng bằng tỉ lệ sử dụng phương tiện đó của người dân trong thành phố. Từ tháng thứ hai trở đi, cách anh Lộc chọn phương tiện đi làm phụ thuộc vào việc anh có bị trễ giờ trong tháng trước hay không: Nếu tháng trước anh Lộc không bị trễ giờ: Anh ấy tiếp tục sử dụng loại phương tiện mà anh đã đi trong tháng đó. Nếu tháng trước anh Lộc bị trễ giờ: Anh ấy sẽ chọn ngẫu nhiên một trong hai loại phương tiện còn lại để đi làm trong tháng tiếp theo, với xác suất chọn mỗi loại là 50%. Xác suất để anh Lộc sử dụng taxi trong tháng thứ ba có dạng $\dfrac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $b-2a$?

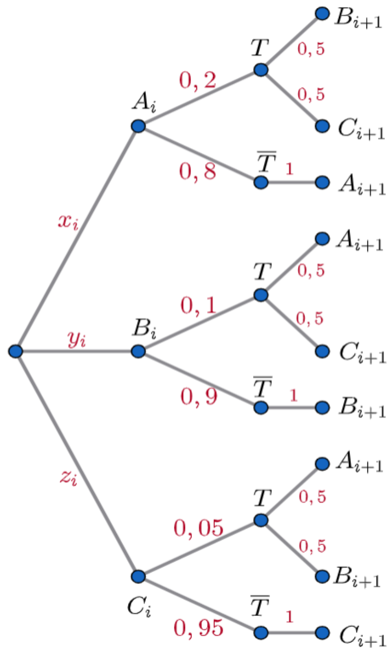
Đáp án: 5354

Lời giải

Gọi A_i, B_i, C_i lần lượt là các biến cố anh Lộc chọn xe buýt, tàu điện ngầm và taxi ở tháng thứ i với $i=1,2,3$. T là biến cố anh Lộc bị trễ.

Ta có $P(T|A_i)=0,2$, $P(T|B_i)=0,1$, $P(T|C_i)=0,05$.

Đặt $P(A_i)=x_i$, $P(B_i)=y_i$, $P(C_i)=z_i$. Ta có sơ đồ cây như hình vẽ



Từ sơ đồ cây ta có

$x_{i+1}=P(A_{i+1})=1.0,8.x_i+0,5.0,1.y_i+0,5.0,05.z_i$

$y_{i+1}=P(B_{i+1})=0,5.0,2.x_i+1.0,9.y_i+0,5.0,05.z_i$

$z_{i+1}=P(C_{i+1})=0,5.0,2.x_i+0,5.0,1.y_i+1.0,95.z_i$

Mà $x_1=0,4$, $y_1=0,35$ và $z_1=0,25$.

Suy ra $x_2=0,34375$, $y_2=0,36125$, $z_2=0,295$.

Vậy $z_3=\dfrac{5323}{16000}\Rightarrow a=5323,b=16000\Rightarrow b-2a=5354$.

Câu 27. Điều tra tình hình mắc bệch ung thư phổi của một vùng thấy tỉ lệ người hút thuốc lá và mắc bệnh là 15%. Tỉ lệ người hút thuốc lá và không mắc bệnh là 25%, tỉ lệ người không hút thuốc lá và không mắc bệnh là 50% và 10% là người không hút thuốc nhưng mắc bệnh. Tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và không hút thuốc lá là bao nhiêu?

Đáp án: 1,5

Lời giải

Gọi biến cố A: “ Người hút thuốc”
B: “Bị mắc bệnh ung thư phổi”
Theo đề bài ta có:

$P(A\cap B)=0,15$; $P(A\cap\overline{B})=0,25$; $P(\overline{A}\cap\overline{B})=0,5$; $P(\overline{A}\cap B)=0,1$.

Suy ra: $P(B)=P(A\cap B)+P(A\cap\overline{B})=0,15+0,1=0,25$.

Xác suất người đó hút thuốc lá biết họ mắc bệnh ung thư phổi là:

$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,15}{0,25}=0,6$.

Xác suất người đó không hút thuốc lá biết họ mắc bệnh ung thư phổi là:

$P(\overline{A}|B)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,1}{0,25}=0,4$.

Vậy tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và người không hút thuốc lá là $\dfrac{0,6}{0,4}=1,5$

Câu 28. Gieo con xúc xắc cân đối và đồng chất một lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 1 chấm, B là biến cố xuất hiện mặt lẻ chấm. Tính xác suất có điều kiện $\mathrm{P}(A|\ B)$? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,33

Lời giải

$P(B)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2},\ P(AB)=\dfrac{1}{6},\ P(A|\ B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{1}{3}\approx 0,33$.

Câu 29. Bạn A có hai quân xúc xắc 6 mặt. Một xúc xắc cân đối có xác suất ra các mặt đều như nhau. Xúc xắc còn lại có xác suất ra mặt 6 là $\dfrac{2}{3}$ và xác suất ra các mặt còn lại bằng nhau. Bạn A chọn ngẫu nhiên một trong hai xúc sắc và tung nó ba lần. Xác suất để lần thứ ba ra mặt 1 khi biết cả hai lần trước đó đều ra mặt 6 là $\dfrac{p}{q}$ với p,q là các số nguyên dương và số nguyên tố cùng nhau. Tính $p+q$.

Đáp án: 547

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn được con xúc xắc cân đối

$\overline{A}$ là biến cố chọn được con xúc xắc còn lại

Gọi B là biến cố lần trước đều ra mặt 6

C là biến cố lần thứ ba ra mặt 1

$P(A)=P(\overline{A})=\dfrac{1}{2}$

$P(B)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{6}.\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{17}{72}$

$P(C|B)=\dfrac{P(CB)}{P(B)}=\dfrac{\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{6}.\dfrac{1}{6}.\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{15}}{\dfrac{17}{72}}=\dfrac{37}{510}$

Suy ra $p=37$; $q=510$

Suy ra $p+q=547$

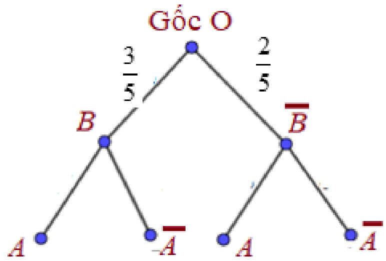
Câu 30. Một bình đựng 50 viên bi có kích thước, chất liệu như nhau; trong đó có 30 viên bi màu đen và 20 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi không hoàn lại, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,24

Lời giải

Gọi B là biến cố lấy được viên bi đen lần thứ nhất

Gọi A là biến cố lấy được viên bi trắng lần thứ hai



Ta có $P(B)=\dfrac{3}{5}$ và $P(\overline{B})=\dfrac{2}{5}$

$P(A|B)=\dfrac{20}{49}$, $P(\overline{A}|B)=\dfrac{29}{49}$, $P(A|\overline{B})=\dfrac{19}{49}$, $P(\overline{A}|\overline{B})=\dfrac{30}{49}$

Ta có biến cố $A.B$: lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai: $P(A.B)=P(B).P(A|B)=\dfrac{3}{5}.\dfrac{20}{49}=\dfrac{12}{49}\approx 0,24$.

Câu 31. Có hai chuồng thỏ. Chuồng thứ nhất có 6 con thỏ đực và 4 con thỏ cái. Chuồng thứ hai có 4 con thỏ đực và 5 con thỏ cái. Từ chuồng thứ nhất lấy ngẫu nhiên ra 1 con thỏ bỏ vào chuồng thứ hai, rồi từ chuồng thứ hai lấy ngẫu nhiên ra 3 con thỏ. Biết trong 3 con thỏ lấy ra ở chuồng thứ hai thì số thỏ đực nhiều hơn số thỏ cái. Tính xác suất con thỏ lấy ra ở chuồng thứ nhất là thỏ đực (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Đáp án: 0,73

Lời giải

Gọi A là biến cố: "con thỏ lấy ra ở chuồng thứ nhất là thỏ đực".

B là biến cố: "3 con thỏ lấy ra ở chuồng thứ hai thì số thỏ đực nhiều hơn số thỏ cái".

□ Trường hợp 1: Con thỏ lấy ra từ chuồng thứ nhất là thỏ đực. Khi đó, chuồng thứ hai có 5 thỏ đực và 5 thỏ cái.

$$P(AB)=\frac{6}{10}.\frac{C_5^2.C_5^1+C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}.$$

□ Trường hợp 2: Con thỏ lấy ra từ chuồng thứ nhất là thỏ cái. Khi đó, chuồng thứ hai có 4 thỏ đực và 6 thỏ cái.

$$P(\overline{A}B)=\frac{4}{10}.\frac{C_4^2.C_6^1+C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{17}{150}.$$

Do đó, $P(B)=P(AB)+P(\overline{A}B)=\dfrac{3}{10}+\dfrac{17}{150}=\dfrac{31}{75}$.

Vậy $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{3}{10}.\dfrac{75}{31}=\dfrac{45}{62}\approx 0,73$.

Câu 32. Một nhà máy sản xuất pin điện thoại có 2 dây chuyền sản xuất. Dây chuyền I tạo ra 65% sản phẩm của toàn nhà máy; dây chuyền II tạo ra 35% sản phẩm của toàn nhà máy. Trong số các sản phẩm được sản xuất từ dây chuyền I có 3% sản phẩm bị lỗi, trong số các sản phẩm được sản xuất từ dây chuyền II có 2% sản phẩm bị lỗi. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy, gọi xác suất để sản phẩm đó là sản phẩm bị lỗi và được sản xuất từ dây chuyền I bằng P. Tính $1000P$.

Đáp án: 195

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Sản phẩm đó được sản xuất từ dây chuyền I ";

B là biến cố: "Sản phẩm đó bị lỗi".

$P(A)=0,65$

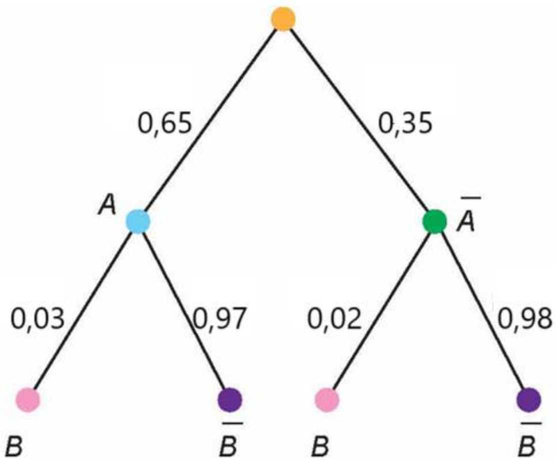
$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,65=0,35$.

$P(B|\ A)$ là xác suất để sản phẩm bị lỗi biết rằng đó là sản phẩm của dây chuyền I

$\Rightarrow P(B|\ A)=0,03$.

Ta cần tính $P=P(AB)$. Theo công thức nhân xác suất ta có: $P=P(AB)=P(A)\cdot P(B|\ A)$ =0,65.0,3 = 0,195 .

$1000P=195$.



Câu 33. Nhân dịp nghỉ hè, Đoàn trường A có tổ chức hai đội thanh niên tình nguyện đến hỗ trợ hai xã vùng sâu. Đội thứ nhất có 8 nam 4 nữ, đội thứ hai có 7 nam 3 nữ. Để phù hợp với công việc tại hai xã, Đoàn trường đã chọn ngẫu nhiên 2 thành viên của đội thứ nhất điều sang đội thứ hai. Sau khi xếp lại nhân sự, đội thứ hai chọn ngẫu nhiên 2 đoàn viên của đội mình tham gia hướng dẫn người dân phòng chống bệnh sốt xuất huyết. Gọi xác suất để trong 2 đoàn viên được chọn ở đội thứ hai có 1 thành viên từ đội thứ nhất điều sang, biết rằng 2 đoàn viên được chọn gồm 1 nam và 1 nữ, là $\frac{a}{b}$ (với a,b là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tìm a.

Đáp án: 9218

Lời giải

Gọi A là biến cố: “2 người được chọn (1 nam, 1 nữ) có 1 người là chuyển sang, 1 người gốc của đội 2”.

Gọi B là biến cố: “đội 2 chọn được 2 người gồm 1 nam và 1 nữ”.

Ta cần tính $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

Bước 1: Ta xét các trường hợp điều chuyển từ đội 1 sang đội 2 để tìm $P(A\cap B)$

Ta cần liệt kê các trường hợp chọn 2 người từ đội 1 sang đội 2:

Trường hợp 1: 2 nam

Xác suất: $\dfrac{C_8^2}{C_{12}^2}=\dfrac{28}{66}$

Đội 2 sau khi thêm 2 nam sẽ có: 9 nam, 3 nữ.

Tổng số cách chọn (1 nam, 1 nữ): 9×3=27

Trong đó, số cặp có 1 người mới và 1 người cũ:

Nam mới điều chuyển: 2 người

Nam gốc: 7 người

Nữ gốc: 3 người

Nên có thể chọn:

2 nam điều chuyển × 3 nữ gốc = 6 (nam mới, nữ cũ)

Vậy xác suất trong trường hợp này để chọn được 1 người mới và 1 người cũ là: $\dfrac{6}{27}$

$\Rightarrow P_1=\dfrac{28}{66}.\dfrac{6}{27}=\dfrac{28}{297}$

Trường hợp 2: 1 nam, 1 nữ

Xác suất: $\frac{C_8^1.C_4^1}{C_{12}^2}=\frac{32}{66}$

Đội 2 sau khi thêm 1 nam, 1 nữ có: 8 nam, 4 nữ.

Tổng cặp (1 nam, 1 nữ): 8×4=32

Số cặp gồm 1 người mới, 1 người cũ:

Nam mới (1) × nữ gốc (3) = 3 hoặc Nữ mới (1) × nam gốc (7) = 7

Nên tổng số cặp gồm 1 người mới, 1 người cũ là: 10 cặp

Vậy xác suất trong trường hợp này để chọn được 1 người mới và 1 người cũ là: $\frac{10}{32}$

$\Rightarrow P_2=\frac{32}{66}.\frac{10}{32}=\frac{5}{33}$

Trường hợp 3: 2 nữ

Xác suất: $\frac{C_4^2}{C_{12}^2}=\frac{6}{66}$

Đội 2 sau khi thêm 2 nữ có: 7 nam, 5 nữ.

Tổng số cách chọn cặp (1 nam và 1 nữ): 7×5=35

Trong đó, số cặp có 1 người mới và 1 người cũ:

Nữ mới điều chuyển: 2 người

Nam gốc: 7 người

Nữ gốc: 3 người

Nên có thể chọn:

2 nữ mới điều chuyển × 7 nam gốc = 14 (nam mới, nữ cũ)

Vậy xác suất trong trường hợp này để chọn được 1 người mới và 1 người cũ là: $\frac{14}{35}$

$\Rightarrow P_3=\frac{6}{66}.\frac{14}{35}=\frac{2}{55}$

Tính $P\left(A\cap B\right)=P_1+P_2+P_3=\frac{28}{297}+\frac{5}{33}+\frac{2}{55}=\frac{419}{1485}$

Bước 2 Tính P(B) (Tổng xác suất chọn 1 nam 1 nữ sau khi điều chuyển)

Ta tính từng trường hợp điều chuyển rồi nhân với xác suất chọn 1 nam 1 nữ trong đội 2.

Trường hợp 1: 2 nam

Xác suất: $\frac{C_8^2}{C_{12}^2}=\frac{28}{66}$

Đội 2 sau khi thêm 2 nam có: 9 nam, 3 nữ.

Tổng cặp (1 nam và 1 nữ): 9×3=27 có xác suất là: $\frac{27}{66}$

$\Rightarrow P_{B_1}=\frac{28}{66}.\frac{27}{66}=\frac{21}{121}$

Trường hợp 2: 1 nam, 1 nữ

Xác suất: $\frac{C_8^1.C_4^1}{C_{12}^2}=\frac{32}{66}$

Đội 2 sau khi thêm 1 nam, 1 nữ có: 8 nam, 4 nữ.

Tổng cặp (1 nam và 1 nữ): 8×4=32 có xác suất là: $\frac{32}{66}$

$\Rightarrow P_{B_2} = \frac{32}{66}.\frac{32}{66} = \frac{256}{1089}$

Trường hợp 3: 2 nữ

Xác suất: $\frac{C_4^2}{C_{12}^2} = \frac{6}{66}$

Đội 2 sau khi thêm 2 nữ có: 7 nam, 5 nữ.

Tổng cặp (1 nam và 1 nữ): 7×5=35 có xác suất là: $\frac{35}{66}$

$\Rightarrow P_{B_3} = \frac{6}{66}.\frac{35}{66} = \frac{35}{727}$

Vậy $P_B = P_{B_1} + P_{B_2} + P_{B_3} = \frac{21}{121} + \frac{256}{1089} + \frac{35}{727} = \frac{995}{2178}$

Kết luận:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{419}{1485}}{\frac{995}{2178}} = \frac{9218}{14925}$$

Vậy $a = 9218$

Câu 34. Hiện nay, nước ta đang trong quá trình tinh gọn bộ máy và thực hiện nghị quyết không tổ chức công an cấp huyện. Do vậy, trong đợt điều động cán bộ công an từ huyện về công tác tại cở sở hoặc công tác tại công an tỉnh, phòng tổ chức cán bộ nhận thấy rằng: có 60% cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa, số còn lại nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở thì 70% có trình độ đại học và 30% có trình độ trung cấp.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công an tỉnh thì 80% có trình độ đại học và 20% có trình độ trung cấp.

Tuy nhiên, năng lực công tác cũng là một yếu tố quan trọng. Dựa trên hồ sơ đánh giá năng lực:

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về cơ sở thì tỷ lệ cán bộ được đánh giá có năng lực "Tốt" trở lên với trình độ đại học là 60% và có trình độ trung cấp là 30%.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh thì tỷ lệ cán bộ được đánh giá có năng lực "Tốt" trở lên với trình độ đại học là 85% và với trình độ trung cấp là 25%.

Chọn ngẫu nhiên một cán bộ công an. Tính xác suất để cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá có năng lực "Tốt" và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

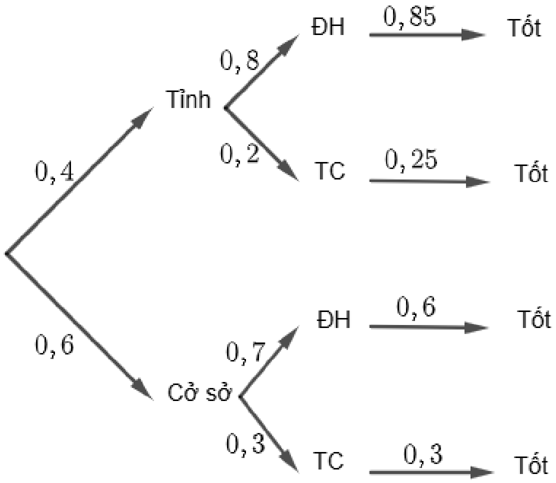
Đáp án: 0,25

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở";

B là biến cố: "Cán bộ vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá năng lực Tốt"

Theo giả thiết, ta có sơ đồ cây sau



Vậy $P(A\cap B)=0,6\cdot 0,7\cdot 0,6=0,252\approx 0,25$.

Câu 35. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,47

Lời giải

Gọi A là biến cố viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ,

B là biến cố hai viên bi lấy ra từ hộp thứ 2 màu đỏ.

$$P(B)=P(AB)+P(\overline{A}B)=P(A).P(B/A)+P(\overline{A}).P(B/\overline{A})=\frac{6}{9}.\frac{C_8^2}{C_{11}^2}+\frac{3}{9}.\frac{C_7^2}{C_{11}^2}\approx 0,47.$$

Câu 36. Hộp 1 chứa 3 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và 5 viên bi vàng. Hộp 2 chứa 4 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh và 6 viên bi vàng (các viên bi chỉ khác nhau về màu sắc). An lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp 1 rồi bỏ vào hộp 2, sau đó Bình lấy ngẫu nhiên 3 bi từ hộp 2. Tính xác suất để 3 viên bi An chuyển từ hộp 1 sang có đúng 2 màu, biết 3 viên bi Bình lấy ra có đủ 3 màu (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

Đáp án: 0,65

Lời giải

Gọi A là biến cố: 3 viên bi An chuyển từ hộp 1 sang có đúng 2 màu;

B là biến cố: 3 viên bi Bình lấy ra có đủ 3 màu, khi đó ta cần tính $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$. Gọi x, y, z là số bi màu đỏ, xanh, vàng lần lượt mà An lấy, thì xác suất An lấy số bi tương ứng là $\dfrac{C_3^x.C_4^y.C_5^z}{C_{12}^3}$.

Gọi m, n, p lần lượt là số bi đỏ, xanh, vàng ở hộp 2 sau khi An chuyển, thì xác suất Bình lấy được 3 bi đủ 3 màu là $\dfrac{m.n.p}{C_{18}^3}$

TH	Số bi An lấy			Xác suất An lấy số bi tương ứng	Số bi ở hộp 2 sau khi An lấy			Xác suất Bình lấy được đủ 3 màu
	Đỏ (3)	Xanh (4)	Vàng (5)		Đỏ (4)	Xanh (5)	Vàng (6)	
	1	1	1	$\dfrac{C_3^1.C_4^1.C_5^1}{C_{12}^3}=\dfrac{3}{11}$	5	6	7	$\dfrac{5.6.7}{C_{18}^3}=\dfrac{35}{136}$

	0	1	2	$\frac{C_3^0.C_4^1.C_5^2}{C_{12}^3}=\frac{2}{11}$	4	6	8	$\frac{4.6.8}{C_{18}^3}=\frac{4}{17}$
	0	2	1	$\frac{C_3^0.C_4^2.C_5^1}{C_{12}^3}=\frac{3}{22}$	4	7	7	$\frac{4.7.7}{C_{18}^3}=\frac{49}{204}$
	1	0	2	$\frac{C_3^1.C_4^0.C_5^2}{C_{12}^3}=\frac{3}{22}$	5	5	8	$\frac{5.5.8}{C_{18}^3}=\frac{25}{102}$
	1	2	0	$\frac{C_3^1.C_4^2.C_5^0}{C_{12}^3}=\frac{9}{110}$	5	7	6	$\frac{5.6.7}{C_{18}^3}=\frac{35}{136}$
	2	0	1	$\frac{C_3^2.C_4^0.C_5^1}{C_{12}^3}=\frac{3}{44}$	6	5	7	$\frac{5.6.7}{C_{18}^3}=\frac{35}{136}$
	2	1	0	$\frac{C_3^2.C_4^1.C_5^0}{C_{12}^3}=\frac{3}{55}$	6	6	6	$\frac{6.6.6}{C_{18}^3}=\frac{9}{34}$
	3	0	0	$\frac{C_3^3.C_4^0.C_5^0}{C_{12}^3}=\frac{1}{220}$	7	5	6	$\frac{5.6.7}{C_{18}^3}=\frac{35}{136}$
	0	3	0	$\frac{C_3^0.C_4^3.C_5^0}{C_{12}^3}=\frac{1}{55}$	4	8	6	$\frac{4.6.8}{C_{18}^3}=\frac{4}{17}$
	0	0	3	$\frac{C_3^0.C_4^0.C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{22}$	4	5	9	$\frac{4.5.9}{C_{18}^3}=\frac{15}{68}$

Xác suất cần tính bằng:

$$\frac{\frac{2}{11}.\frac{4}{17}+\frac{3}{22}.\frac{49}{204}+\frac{3}{22}.\frac{25}{102}+\frac{9}{110}.\frac{35}{136}+\frac{3}{44}.\frac{35}{136}+\frac{3}{55}.\frac{9}{34}}{\frac{3}{11}.\frac{35}{136}+\frac{2}{11}.\frac{4}{17}+\frac{3}{22}.\frac{49}{204}+\frac{3}{22}.\frac{25}{102}+\frac{9}{110}.\frac{35}{136}+\frac{3}{44}.\frac{35}{136}+\frac{3}{55}.\frac{9}{34}+\frac{1}{220}.\frac{35}{136}+\frac{1}{55}.\frac{4}{17}+\frac{1}{22}.\frac{15}{68}}$$

$$=\frac{4847}{7410}\approx 0,65$$

Câu 37. Một cuộc thi được tổ chức theo ba vòng. Vòng I lấy 80% thí sinh vào thi vòng II. Vòng II lấy 60% thí sinh vào thi vòng III. Vòng III lấy 40% thí sinh để trao giải. Chọn ngẫu nhiên một thí sinh thi cuộc thi đó. Xác suất để chọn được thí sinh không đạt giải là $a\%$. Giá trị a bằng bao nhiêu?

Đáp án: 80,8

Lời giải

Gọi A là biến cố thí sinh qua vòng I.

Gọi B là biến cố thí sinh qua vòng II.

Gọi C là biến cố thí sinh đạt giải.

Theo bài ra ta có

$P(A)=0,8; P(B\mid A)=0,6; P(C\mid AB)=0,4.$

Xác suất để chọn được thí sinh không đạt giải là

$$P(\overline{C})=1-P(C)=1-P(AB).P(C\mid AB)$$
$$=1-P(A).P(B\mid A).P(C\mid AB)$$
$$=1-0,8.0,6.0,4=0,808=80,8\%$$

Câu 38. Ông Hùng hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe bus. Tỉ lệ trễ giờ nếu ông đi làm bằng xe máy là 5%, xe bus là 10%. Xét trong tháng 6, ông Hùng ngày nào cũng đi làm đều đặn và trong ngày đầu tiên của tháng, khả năng ông chọn đi làm bằng xe máy là 60%. Từ ngày thứ hai trở đi, cách ông Hùng chọn phương tiện đi làm phụ thuộc vào việc ông có bị trễ giờ trong ngày hôm trước hay không.

• Nếu ngày hôm trước ông Hùng **không** bị trễ giờ thì ông ấy tiếp tục sử dụng loại phương tiện mà ông đã đi trong ngày hôm trước.

• Nếu ngày hôm trước ông Hùng bị trễ giờ, ông sẽ sử dụng loại phương tiện còn lại để đi làm.

Xác suất để ngày cuối cùng của tháng 6, ông Hùng đi làm bằng xe máy là p thì giá trị của $10^4 p$ là? (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

Đáp án: 6661

Lời giải

Gọi M là biến cố: ông Hùng đi xe máy, B là biến cố: ông Hùng đi xe bus.

T là biến cố: ông Hùng bị trễ, $\overline{\text{T}}$: là biến cố: ông Hùng không bị trễ

Ta có: $P\left(T|M\right)=0,05; P\left(\overline{T}|M\right)=0,95; P\left(T|B\right)=0,1; P\left(\overline{T}|B\right)=0,9$

Gọi $P_n\left(M\right)$ là xác suất ông Hùng đi xe máy vào ngày thứ *n*,

$P_n\left(B\right)$ là xác suất ông Hùng đi xe bus vào ngày thứ *n*

Ngày đầu tiên: $P_1\left(M\right)=0,6; P_1\left(B\right)=0,4$

$P_{n+1}\left(M\right)=P\left(\overline{T}|M\right).P_n\left(M\right)+P\left(T|B\right)P_n\left(B\right)=0,95.P_n\left(M\right)+0,1.\left(1-P_n\left(M\right)\right)$

$P_{n+1}\left(M\right)=0,85.P_n\left(M\right)+0,1$ (1)

Ấn casio: nhập 0,6 ấn dấu bằng

Nhập 0,85.Ans + 0,1 $\rightarrow$ ấn liên tiếp 29 dấu bằng ta có kq sau khi quy tròn là 6661.

CHÚ Ý: Có thể biến đổi (1) như sau $P_{n+1}\left(M\right)-\dfrac{2}{3}=0,85.\left(P_n\left(M\right)-\dfrac{2}{3}\right)$ sau đó tính bằng công thức cấp số nhân.

☑ CÔNG THỨC TÍNH XÁC SUẤT TOÀN PHẦN. CÔNG THỨC BAYES

Câu 39. Cho hai biến cố A,B sao cho $P(A)=0,8$, $P(B)=0,4$ và $P(A|B)=0,9$. Tính $P(B|A)$.

Đáp án: 0,45

Lời giải

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(B|A)=\frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\frac{0,4.0,9}{0,8}=0,45.$$

Câu 40. Cho hai biến cố M và N, biết rằng $P(N)=0,7$, $P(M\mid N)=0,8$, $P(M\mid \overline{N})=0,4$. Tính $P(N\mid M)$ *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

Đáp án: 0,82

Lời giải

Ta có $P(\overline{N})=1-P(N)=1-0,7=0,3$

Theo công thức xác suất toàn phần thì $P(M)=P(N).P(M\mid N)+P(\overline{N}).P(M\mid \overline{N})=0,7.0,8+0,3.0,4=0,68$

Theo công thức Bayes thì

$$P(N\mid M)=\frac{P(N).P(M\mid N)}{P(M)}=\frac{0,7.0,8}{0,68}=\frac{14}{17}\approx 0,82.$$

Câu 41. Trong hội thảo, xác suất chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh là $0,6$. Xác suất để chọn một người trình bày là nữ là $0,4$. Xác xuất để chọn được một nhười trình bày báo cáo bằng tiếng anh biết người đó là nữ là $0,3$. Tính xác suất để chọn được một người là nữ sao cho người đó có thể trình bày báo cáo bằng tiếng anh.

Đáp án: 0,2

Lời giải

Gọi A là biến cố "Chọn được người trình bày báo cáo bằng tiếng anh", $\Rightarrow P(A)=0,6$

Gọi B là biến cố "Chọn được người trình bày nữ" $\Rightarrow P(B)=0,4$.

Theo đề bài ta có $P(A|B)=0,3$. Áp dụng công thức Bayes ta có:

Do đó: $P(B|A)=\dfrac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,4.0,3}{0,6}=0,2$

Câu 42. Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Đáp án: 0,56

Lời giải

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\%.150=90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\%.100=50$ (học sinh).

Xét biến cố:

A là biến cố "Chọn được học sinh là đoàn viên".

B là biến cố " Chọn được học sinh nam". Khi đó:

$$P(B)=\frac{100}{250}=\frac{2}{5};\ P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}.$$

$$P(A|B)=\frac{50}{100}=0,5;\ P(A|\overline{B})=\frac{90}{150}=0,6.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{2}{5}.0,5+\frac{3}{5}.0,6=0,56.$$

Câu 43. Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lẫn mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lẫn mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lẫn mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).

Đáp án: 0,3

Lời giải

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i. ($i=I,II,III$)

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x>0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x;\ 3x$.

Từ đó, ta có $P(A_1)=\frac{6}{10};P(A_2)=\frac{3}{10};P(A_3)=\frac{1}{10}$

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$P(B)=P(A_1).P(B|A_1)+P(A_2).P(B|A_2)+P(A_3).P(B|A_3)$$

$$=\frac{6}{10}\times\frac{C_3^2C_{21}^8}{C_{24}^{10}}+\frac{3}{10}\times\frac{C_4^2C_{20}^8}{C_{24}^{10}}+\frac{1}{10}\times\frac{C_2^2C_{22}^8}{C_{24}^{10}}\approx 0,3$$

Câu 44. Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời "sẽ mua", 90 người trả lời "có thể sẽ mua" và 60 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T=\frac{1}{2}a+b$.

Đáp án: 14,5

Lời giải

Gọi biến cố A: "Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm".

Biến cố H_1: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời sẽ mua".

Biến cố H_2: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua".

Biến cố H_3: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời không mua".

Ta có $P(H_1)=\frac{50}{200}=0,25$ $\quad P(H_2)=\frac{90}{200}=0,45$ $\quad P(H_3)=\frac{60}{200}=0,3$

$P(A|H_1)=0,6$ $\quad P(A|H_2)=0,4$ $\quad P(A|H_3)=0,1$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có tiềm năng của sản phẩm đó trên thị trường là

$$P(A)=P(H_1).P(A|H_1)+P(H_2).P(A|H_2)+P(H_3).P(A|H_3)$$

$$=0,25.0,6+0,45.0,4+0,3.0,1=0,36.$$

Theo công thức Bayes, ta có xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là

$$P(H_1|A)=\frac{P(H_1).P(A|H_1)}{P(A)}=\frac{0,25.0,6}{0,36}=\frac{5}{12}.$$

Suy ra $a=5,b=12$.

Vậy $T=\frac{1}{2}a+b=\frac{1}{2}.5+12=14,5$.

Câu 45. Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là $20\%;\ 45\%$ và 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là $5\%;\ 20\%$ và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

Đáp án: 0,58

Lời giải

Gọi A là biến cố dự án gặp rủi ro trong kỳ đầu tư.

$H_i\ (i=1,2,3)$ lần lượt là các biến cố dự án thuộc loại ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao

$P\left(H_1\right)=0,2;\ P\left(H_2\right)=0,45;\ P\left(H_3\right)=0,35$.

$P\left(A|H_1\right)=0,05;\ P\left(A|H_2\right)=0,2;\ P\left(A|H_2\right)=0,4$.

$P\left(A\right)=P\left(H_1\right).P\left(A|H_1\right)+P\left(H_2\right).P\left(A|H_2\right)+P\left(H_3\right).P\left(A|H_3\right)=0,24$.

$$P\left(H_1|A\right)=\frac{P\left(H_1\right).P\left(A|H_1\right)}{P(A)}\approx 0,04$$

$$P\left(H_2|A\right)=\frac{P\left(H_2\right).P\left(A|H_2\right)}{P(A)}\approx 0,38.$$

$$P\left(H_3|A\right)=\frac{P\left(H_3\right).P\left(A|H_3\right)}{P(A)}\approx 0,58$$

Vậy khả năng dự án gặp rủi ro là cao nhất là $0,58$.

Câu 46. Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (*Làm tròn đến hàng phần mười.*)

Đáp án: 0,3

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Lấy được đồng xu cân đối đồng chất" và B là biến cố: "Tung đồng xu ba lần đều xuất hiện mặt ngửa". Khi đó ta cần tính $P\left(A|B\right)$.

Ta có $P\left(A\right)=\frac{1}{2}$, $P\left(\overline{A}\right)=\frac{1}{2}$ và $P\left(B|A\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$, $P\left(B|\overline{A}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$.

Theo công thức Bayes và công thức xác suất toàn phần ta có

$$P\left(A|B\right)=\frac{P\left(A\right)P\left(B|A\right)}{P\left(A\right)P\left(B|A\right)+P\left(\overline{A}\right)P\left(B|\overline{A}\right)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{27}}\approx 0.3.$$

Câu 47. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B. Biết rằng $P\left(A|B\right)=2P\left(B|A\right)$ và $P\left(AB\right)\neq 0$.

Tính tỉ số $\frac{P\left(A\right)}{P\left(B\right)}$

Đáp án: 2

Lời giải

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}\Rightarrow\dfrac{P(A)}{P(B)}=\dfrac{P(A|B)}{P(B|A)}=2$

Câu 48. Ông An hàng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là $0,4$. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là $0,7$. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó ông An đi làm bằng xe máy.

Đáp án: 0,36

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Thứ ba, ông An đi làm bằng xe máy"; B là biến cố: "Thứ tư, ông An đi làm bằng xe máy".

Ta cần tính $P(B)$. Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(B)=P(A)\cdot P(B|\ A)+P(\overline{A})\cdot P(B|\ \overline{A})$.

Tính $P(A)$: Vì thứ Hai, ông An đi làm bằng xe buýt nên xác suất để thứ Ba (hôm sau), ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Vậy $P(A)=0,4$.

Tính $P(\overline{A})$: Ta có $P(\overline{A})=1-0,4=0,6$.

Tính $P(B|\ A)$: Đây là xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy.

Câu 49. Trong một chiến dịch chống không kích của đơn vị A, được thông báo máy bay đối phương có xác suất $0,65$ xuất hiện ở khu vực A. Nếu máy bay không ở A, thì chắc chắn nó sẽ ở B. Để đối phó, quân đội quyết định nếu máy bay xuất hiện ở A thì sẽ bắn 1 quả tên lửa, còn ở B thì bắn 2 quả tên lửa. Mỗi quả tên lửa có xác suất trúng mục tiêu là $0,8$. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất thành công trong việc bắn hạ máy bay đối phương (kết quả được tính theo %)?

Đáp án: 85,6

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Máy bay xuất hiện tại khu vực A”,

B là biến cố: “Máy bay bị bắn hạ”.

Ta có xác suất bắn trúng máy bay ở B *(ít nhất 1 trong 2 quả tên lửa bắn trúng)* là

$1-(0,2)^2=0,96$.

Vậy $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,65.0,8+0,35.0,96=0,856=85,6\%$.

Câu 50. Trường X có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi môn bóng bàn. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi môn bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi môn bóng bàn. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $\dfrac{a}{b}$. Tính $a-b$?

Đáp án: –8

Lời giải

Xét các biến cố: A: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao";

B: “Chọn được học sinh biết chơi bóng bàn”.

Khi đó, $P(A)=0,2;\ P(\overline{A})=0,8;\ P(B|A)=0,85;\ P(B|\overline{A})=0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,2.0,85+0,8.0,1=0,25$.

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao, biết học sinh đó chơi được môn bóng bàn là:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{0,2.0,85}{0,25}=\frac{17}{25}.$$

Nên $a=17, b=25 \Rightarrow a-b=-8$.

Câu 51. Một lớp học có tỉ lệ học sinh nữ là 60%, trong đó tỉ lệ học sinh nam và học sinh nữ tham gia câu lạc bộ Hip hop của trường lần lượt là 25% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp có tham gia câu lạc bộ Hip hop, tính xác suất để học sinh đó là nam.

Đáp án: 0,77

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ Hip hop " và B là biến cố: "Chọn được học sinh nam". Khi đó ta cần tính $P(B|A)$.

Ta có $P(\overline{B})=0,6$, $P(B)=0,4$ và $P(A|B)=0,25$, $P(A|\overline{B})=0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})=0,4.0,25+0,6.0,05=0,13$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(B|A)=\frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\frac{0,4\cdot 0,25}{0,13}\approx 0.77.$$

Câu 52. Một hộp đựng 50 bút bi xanh và 50 bút bi đỏ, các bút bi có cùng kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, người ta thấy: có 80% số bút bi xanh có dán tem T/L và 70% số bút bi đỏ có dán tem T/L, những bút bi còn lại không dán tem T/L. Lấy ngẫu nhiên một bút bi trong hộp. Tính xác suất để bút bi được lấy ra có dán tem T/L

Đáp án: 0,75

Lời giải

Gọi A là biến cố: " bút bi được chọn có dán tem T/L".

B là biến cố: " bút bi được chọn có màu xanh".

Khi đó $\overline{B}$ là biến cố: "bút bi được chọn có màu đỏ".

Ta có: $P(B)=0,5$; $P(\overline{B})=0,5$; $P(A|B)=0,8$; $P(A|\overline{B})=0,7$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có xác suất lấy được bút bi có dán tem T/L là:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$$

$$P(A)=0,5.0,8+0,5.0,7=0,75.$$

Câu 53. Một kho hàng do hai nhà máy sản xuất. Biết tỉ lệ sản phẩm đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai và tỉ lệ phế phẩm do nhà máy một, nhà máy hai sản xuất lần lượt là $0,1\%$ và $0,2\%$. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm thì thấy nó là phế phẩm. Biết xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T=a+2b$.

Đáp án: 20

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Sản phẩm được chọn là phế phẩm".

B là biến cố: "Sản phẩm được chọn thuộc nhà máy một".

Khi đó $\overline{B}$ là biến cố: "Sản phẩm được chọn thuộc nhà máy hai".

Vì tỉ lệ đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai nên ta có: $P(B)=25\%=0,25$; $P(\overline{B})=75\%=0,75$; $P(A|B)=0,1\%=0,001$; $P(A|\overline{B})=0,2\%=0,002$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có xác suất chọn được phế phẩm là

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$$

$$P(A)=0,25.0,001+0,75.0,002=\frac{7}{4000}.$$

Áp dụng công thức Bayes ta có: $P(\overline{B}|A)=\dfrac{P(\overline{B}).P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,75.0,002}{\frac{7}{4000}}=\dfrac{6}{7}$.

Khi đó xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{6}{7}\Rightarrow\begin{cases}a=6\\b=7\end{cases}\Rightarrow T=6+2.7=20$.

Câu 54. Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (***kết quả làm tròn đến hàng phần trăm***).

Đáp án: 0,64

Lời giải

Gọi: "A" là biến cố: "Chi tiết lấy từ dây chuyền đạt tiêu chuẩn"

"B_1" là biến cố: "Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất"

"B_2" là biến cố: "Chi tiết do máy thứ hai sản xuất"

Ta cần tính xác suất: $P(B_1|A)$.

Theo công thức Bayes: $P(B_1|A)=\dfrac{P(B_1).P(A|B_1)}{P(B_1).P(A|B_1)+P(B_2).P(A|B_2)}$

Theo điều kiện bài toán: $P(B_1)=0,65$; $P(B_2)=0,35$; $P(A|B_1)=0,8$; $P(A|B_2)=0,85$

Vậy: $P(B_1|A)=\dfrac{(0,65).(0,8)}{(0,65).(0,8)+(0,35).(0,85)}\approx 0,64$

Câu 55. Có hai lô sản phẩm gồm các loại sản phẩm tốt và xấu. Lô 1 có 50 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm xấu, lô 2 có 40 sản phẩm trong đó có 15 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên một lô và từ đó lấy ra một sản phẩm. Tìm xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,61

Lời giải

Gọi B_1 là biến cố "chọn lô sản phẩm 1"; B_2 là biến cố "chọn lô sản phẩm 2", A là biến cố "sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt".

Ta có $P(B_1)=P(B_2)=\frac{1}{2}$, $P(A|B_1)=\frac{30}{50}$, $P(A|B_2)=\frac{25}{45}$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B_1).P(A|B_1)+P(B_2).P(A|B_2)=\frac{1}{2}.\frac{30}{50}+\frac{1}{2}.\frac{25}{40}=0,6125.$$

Vậy xác suất lấy ra sản phẩm tốt là $0,61$.

Câu 56. Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus (*nguồn:* https:// tapchiyhocvietnam.vn/index.php/vmj/article/ view/2124/1921). Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Hãy tính xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,02

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính" và B là biến cố "Người làm xét nghiệm thực sự nhiễm virus".

Do xét nghiệm cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus nên $P\left(A|B\right)=0,762$.

Do xét nghiệm cho kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus nên $P\left(\overline{A}|\overline{B}\right)=0,991$. Suy ra $P\left(A|\overline{B}\right)=1-0,991=0,009$.

Do tỉ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là 1% nên $P\left(B\right)=0,01$ và $P\left(\overline{B}\right)=0,99$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là

$P\left(A\right)=P\left(B\right)P\left(A|B\right)+P\left(\overline{B}\right)P\left(A|\overline{B}\right)=0,01.0,762+0,99.0,009=0,01653\approx 0,02$.

Câu 57. Giả sử tỷ lệ người dân của tỉnh ***M*** nghiện thuốc lá là 20%, tỷ lệ người dân bị bệnh phổi là 26%, trong số người bị bệnh phổi thì tỷ lệ nghiện thuốc lá là 70%. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Đáp án: 0,54

Lời giải

Gọi A là biến cố " người nghiện thuốc lá" $\Rightarrow P\left(A\right)=0,2$

B là biến cố " người bị bệnh phổi" $\Rightarrow P\left(B\right)=0,26$

Trong số người bị bệnh phổi thì tỷ lệ nghiện thuốc lá là 70% $\Rightarrow P\left(B\,|\,A\right)=0,7$

Xác suất người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

$$P\left(A\,|\,B\right)=\frac{P\left(A\right)P\left(B\,|\,A\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,2.0,7}{0,26}=\frac{7}{13}\approx 0,54$$

Câu 58. Một cặp trẻ sinh đôi có thể do cùng một trứng (sinh đôi thật) hay do hai trứng khác nhau sinh ra (sinh đôi giả). Các cặp sinh đôi thật luôn luôn có cùng giới tính. Các cặp sinh đôi giả thì giới tính của mỗi đứa độc lập với nhau và có xác suất là 0.5. Thống kê cho thấy 34% cặp sinh đôi là trai, 30% cặp sinh đôi là gái và 36% cặp sinh đôi có giới tính khác nhau. Tính tỷ lệ cặp sinh đôi thật trong số các cặp sinh đôi có cùng giới tính. (*Làm tròn đến hàng phần trăm*)

Đáp án: 0,44

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Nhận được cặp sinh đôi thật";

B là biến cố: "Nhận được cặp sinh đôi có cùng giới tính".

Do các cặp sinh đôi thật luôn có cùng giới tính nên $P\left(B|A\right)=1$.

Vì các cặp sinh đôi giả thì giới tính của mỗi đứa độc lập với nhau và có xác suất là 0.5 nên $P\left(B|\overline{A}\right)=P\left(\overline{B}|\overline{A}\right)=0.5$.

Do thống kê trên các cặp sinh đôi nhận được thì $P\left(B\right)=0.3+0.34=0.64$, $P\left(\overline{B}\right)=0.36$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B)=P(B|A)P(A)+P(B|\overline{A})P(\overline{A})$$
$$=P(B|A)P(A)+P(B|\overline{A})(1-P(A)).$$

Suy ra $0.64=P(A)+0.5[1-P(A)]\Rightarrow P(A)=0.28$.

Áp dụng công thức Bayes ta có $P(A|B)=\dfrac{P(B|A)P(A)}{P(B)}=\dfrac{0.28}{0.64}\approx 0.44$.

Câu 59. Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 60% chi tiết, còn lại là của máy thứ hai. Khoảng 90% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ 2 sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tính xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,61

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chi tiết lấy từ dây chuyền đạt tiêu chuẩn"

B là biến cố: "Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất".

Ta cần tính $P(B|A)$.

Theo công thức Bayes ta có

$$P(B|A)=\frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})}=\frac{0,6.0,9}{0,6.0,9+0,4.0,85}=\frac{27}{44}\approx 0,61$$

Câu 60. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,75

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Viên bi được lấy ra có đánh số"

Gọi B là biến cố: " Viên bi được lấy ra có màu đỏ", suy ra $\overline{B}$ là biến cố: " Viên bi được lấy ra có màu vàng".

Khi đó, ta có:

$$P(B)=\frac{50}{80}=\frac{5}{8};\ P(\overline{B})=\frac{30}{80}=\frac{3}{8};$$

$$P(A|B)=90\%=\frac{9}{10};\ P(A|\overline{B})=50\%=\frac{1}{2}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{5}{8}.\frac{9}{10}+\frac{3}{8}.\frac{1}{2}=\frac{3}{4}=0,75.$$

Câu 61. Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,96

Lời giải

Gọi A là biến cố: " linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt"

Gọi B là biến cố: " linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất ", suy ra $\overline{B}$ là biến cố: " linh kiện được lấy ra do nhà máy II sản xuất".

Khi đó, ta có:

$P(B)=40\%=\frac{2}{5}$; $P(\overline{B})=60\%=\frac{3}{5}$;

$P(A|B)=100\%-3\%=97\%=\frac{97}{100}$; $P(A|\overline{B})=100\%-4\%=96\%=\frac{96}{100}=\frac{24}{25}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{2}{5}.\frac{97}{100}+\frac{3}{5}.\frac{24}{25}=\frac{241}{250}\approx 0,96.$$

Câu 62. Tỷ lệ người nghiện thuốc lá tại một vùng là 30%. Biết rằng tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người nghiện thuốc là 60%, còn tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người không nghiện là 40%. Lấy ngẫu nhiên một người thấy người ấy không bị viêm họng. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá. *(Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)*

Đáp án: 0,22

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người này bị nghiện thuốc lá"

B là biến cố "Người này không bị viêm họng"

Ta có $P(A)=0,3\Rightarrow P(\overline{A})=0,7$.

Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người bị nghiện thuốc là $P(\overline{B}|A)=0,6$

Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người không bị nghiện thuốc là $P(\overline{B}|\overline{A})=0,4$

Do đó $P(\overline{B})=P(A).P(\overline{B}|A)+P(\overline{A}).P(\overline{B}|\overline{A})=0,3.0,6+0,7.0,4=0,46$.

Suy ra $P(B)=1-P(\overline{B})=0,54$.

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{0,3.0,4}{0,54}=\frac{2}{9}\approx 0,22.$$

Câu 63. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: 0,53

Lời giải

Xét các biến cố:

A: "Chọn được người không bị bệnh tiểu đường";

B: "Chọn được người cao tuổi là nam";

$\overline{B}$: "Chọn được người cao tuổi là nữ".

Từ giả thiết, ta có: $\mathrm{P}(B)=\frac{260}{500}=0,52$; $\mathrm{P}(A|B)=1-0,4=0,6$;

$\mathrm{P}(\overline{B})=\frac{240}{500}=0,48$; $\mathrm{P}(A|\overline{B})=1-0,55=0,45$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A|B)+\mathrm{P}(\overline{B})\cdot\mathrm{P}(A|\overline{B})=0,52\cdot 0,6+0,48\cdot 0,45=0,528\approx 0,53.$$

Vậy xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là $0,53$.

Câu 64. Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.

Đáp án: 0,4

Lời giải

Vì hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng nên khi lấy 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất thì có hai khả năng: khả năng thứ nhất là lấy được 3 quả bóng bàn màu trắng và 1 quả bóng bàn màu vàng; khả năng thứ hai là lấy được 2 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng.

Xét các biến cố:

A: "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai";

B: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 1 quả bóng bàn màu vàng";

$\bar{B}$: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 2 quả bóng bàn màu vàng".

Trường hợp 1: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4, có 1 cách lấy 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 cách lấy 1 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(B)=\frac{1\cdot 2}{C_5^4}=\frac{2}{5}$.

Vì khi đó hộp thứ hai có 9 quả bóng bàn màu trắng và 5 quả bóng bàn màu vàng nên $P(A|B)=\frac{5}{14}$.

Trường hợp 2: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4, có C_3^2 cách lấy 2 quả bóng bàn màu trắng và 1 cách lấy 2 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(\bar{B})=\frac{C_3^2\cdot 1}{C_5^4}=\frac{3}{5}$.

Vì khi đó hộp thứ hai có 8 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng nên $P(A|\bar{B})=\frac{6}{14}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B)\cdot P(A|B)+P(\bar{B}).P(A|\bar{B})=\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{14}+\frac{3}{5}\cdot\frac{6}{14}=0,4.$$

Vậy xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai là $0,4$.

Câu 65. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

Đáp án: 0,22

Lời giải

Gọi A là biến cố "Xạ thủ được chọn là nữ", suy ra $\bar{A}$ là biến cố "xạ thủ được chọn là nam"

Gọi B là biến cố "xạ thủ được chọn bắn trúng"

Theo giả thiết ta có:

$$P(A)=\frac{2}{2+8}=\frac{1}{5}\Rightarrow P(\bar{A})=\frac{4}{5}$$

$$P(B|A)=0,9$$

$$P(B|\bar{A})=0,8$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\bar{A}).P(B|\bar{A})=\frac{1}{5}.0,9+\frac{4}{5}.0,8=0,82$$

Xác suất để xạ thủ được chọn ra bắn trúng đó là nữ là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{5}.0,9}{0,82}=\frac{9}{41}\approx 0,22.$$

Vậy xác suất để xạ thủ bắn trúng đó là nữ là $0,22$.

Câu 66. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Đáp án: 0,73

Lời giải

Gọi A là biến cố "bóng đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng"

B là biến cố "sản phẩm đạt tiêu chuẩn".

Theo bài ra ta có: $P(B)=0,8$; $P(\overline{B})=1-0,8=0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A|B)=0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P(A|\overline{B})=1-0,95=0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=0,8.0,9+0,2.0,05=0,73.$$

Câu 67. Có hai hộp bi, hộp I có 5 bi trắng và 7 bi đỏ, hộp II có 10 bi trắng và 15 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp I chuyển sang hộp II. Sau đó, từ hộp II lấy ngẫu nhiên 1 viên bi thì được bi trắng. Xác suất để 2 bi chuyển từ hộp I sang hộp II không cùng màu là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a+b$.

Đáp án: 20

Lời giải

Gọi H_1 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II là bi trắng,

H_2 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II là bi đỏ,

H_3 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II có 1 bi trắng và 1 bi đỏ.

Ba biến cố H_1,H_2,H_3 tạo thành một hệ đầy đủ

Ta có: $P(H_1)=\frac{C_5^2}{C_{12}^2}=\frac{5}{33}$; $P(H_2)=\frac{C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{7}{22}$; $P(H_3)=\frac{C_5^1C_7^1}{C_{12}^2}=\frac{35}{66}$.

Gọi A là biến cố: Viên bi lấy ra từ hộp II là bi trắng

Ta có: $P(A|H_1)=\frac{12}{27}$; $P(A|H_2)=\frac{10}{27}$; $P(A|H_3)=\frac{11}{27}$

Cần tính xác suất $P(H_3|A)$. Theo công thức xác suất Bayes

$$P(H_3|A)=\frac{P(H_3).P(A|H_3)}{P(H_1).P(A|H_1)+P(H_2).P(A|H_2)+P(H_3).P(A|H_3)}$$

Thay số: $P(H_3|A)=\frac{7}{13}$ $\Rightarrow a+b=20$.

Câu 68. Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, trường THPT A có 60 % học sinh lựa chọn khối D để xét tuyển đại học. Biết rằng, nếu một học sinh lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,7$ còn nếu học sinh không lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,8$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT A đã tốt nghiệp trong kì thi trên. Giả sử xác suất để học sinh đó chọn khối D biết học sinh này đã đỗ đại học là $\frac{m}{n}$ với n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $m+n$.

Đáp án: 58

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Học sinh đó chọn khối D"

B là biến cố: "Học sinh đó đỗ đại học"

Ta có: $P(A)=0,6$; $P(\overline{A})=1-0,6=0,4$; $P(B|A)=0,7$ và $P(B|\overline{A})=0,8$

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,6.0,7}{0,6.0,7+0,4.0,8}=\frac{21}{37}.$$

Câu 69. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi An lấy ra có màu xanh, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi An lấy ra có màu đỏ, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu.

Đáp án: 0,55

Lời giải

Gọi A là biến cố: An lấy ra viên bi màu xanh

Khi đó $\{A,\overline{A}\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố với $P(A)=\frac{2}{3}$; $P(\overline{A})=\frac{1}{3}$

Gọi B là biến cố: Tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu

Ta có $P(B|A)=$Xác suất 2 viên bi Bình lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ, do đó

$$P(B|A)=\frac{C_{14}^2-C_9^2}{C_{14}^2}=\frac{55}{91}$$

Tương tự $P(B|\overline{A})=$Xác suất 3 viên bi Bình lấy ra có ít nhất một viên bi màu xanh, do đó

$$P(B|\overline{A})=\frac{C_{14}^3-C_4^3}{C_{14}^3}=\frac{90}{91}$$

Áp dụng công thức xác suất Bayes, ta có

$$P\left(A|B\right)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{55}{91}}{\frac{2}{3}\cdot\frac{55}{91}+\frac{1}{3}\cdot\frac{90}{91}}=\frac{11}{20}=0,55.$$

Câu 70. Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Đáp án: 0,25

Lời giải

Gọi A là biến cố "sản phẩm lấy ra là phế phẩm".

Gọi B là biến cố "sản phẩm lấy ra thuộc phân xưởng I".

Theo dữ kiện bài toán, xác suất để sản phẩm lấy ra thuộc phân xưởng I biết rằng sản phẩm đó la phế phẩm, ta cần tính $P\left(B\setminus A\right)$.

Theo công thức Bayes: $P\left(B\setminus A\right)=\dfrac{P\left(B\right).P\left(A\setminus B\right)}{P\left(A\right)}$.

Ta có: $P\left(B\right)=40\%=0,4$. $P\left(A\setminus B\right)=1\%=0,01$.

$P(A)=P(B).P(A\setminus B)+P(\overline{B}).P(A\setminus\overline{B})=0,4.0,01+0,6.0,02=0,016$.

Vậy $P(B\setminus A)=\dfrac{P(B).P(A\setminus B)}{P(A)}=\dfrac{0,4.0,01}{0,016}=\dfrac{1}{4}=0,25$.

Câu 71. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng màu trắng và 7 quả bóng màu đỏ, hộp II có 10 quả bóng màu trắng và 15 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu trắng là $\dfrac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a+b$.

Đáp án: 14

Lời giải

Gọi biến cố A: "Hai quả bóng lấy ra từ hộp I khác màu"

B: "Quả bóng màu trắng lấy ra từ hộp II"

Khi đó: $P(A)=\dfrac{5.7}{C_{12}^2}=\dfrac{35}{66}$; $P(\overline{A})=\dfrac{C_5^2}{C_{12}^2}+\dfrac{C_7^2}{C_{12}^2}=\dfrac{5}{33}+\dfrac{7}{22}=\dfrac{31}{66}$

$P(B)=P(B|A).P(A)+P(B|\overline{A}).P(\overline{A})=\dfrac{35}{66}.\dfrac{11}{27}+\dfrac{5}{33}.\dfrac{12}{27}+\dfrac{7}{22}.\dfrac{10}{27}=\dfrac{65}{162}$

* Xác suất để quả bóng màu trắng lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I là

$$P(A|B)=\frac{P(B|A).P(A)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{27}.\frac{35}{66}+\frac{2}{27}.\frac{5}{33}}{P(B)}=\frac{1}{13}$$

Vậy: $a=1;b=13$ và $a+b=14$.

Câu 72. Quan sát hai mã cổ phiếu X và Y. Người ta nhận thấy trong mỗi phiên giao dịch, nếu cổ phiếu Y không giảm thì cổ phiếu X giảm giá với xác suất $\dfrac{3}{5}$. Ngược lại, nếu cổ phiếu X không giảm thì cổ phiếu Y giảm giá với xác suất $\dfrac{2}{3}\cdot$ Hơn nữa, xác suất để cả hai cổ phiếu X và Y giảm giá trong cùng một ngày là $\dfrac{1}{10}$. Hỏi xác suất để có ít nhất một trong hai cổ phiếu giảm giá trong một phiên giao dịch là bao nhiêu?

Đáp án: 0,8

Lời giải

Gọi X là biến cố: "Cổ phiếu X giảm giá trong phiên giao dịch".

Gọi Y là biến cố: "Cổ phiếu Y giảm giá trong phiên giao dịch".

Đặt $P(X)=x,\ P(Y)=y$. Theo bài ra $P(X|\overline{Y})=\dfrac{3}{5},\ P(Y|\overline{X})=\dfrac{2}{3},\ P(X\cap Y)=\dfrac{1}{10}$.

Ta có $\dfrac{1}{10}=P(X\cap Y)=P(X)\cdot P(Y|X)=P(Y)\cdot P(X|Y)$.

Lại có $P(X)=P(Y)\cdot P(X|Y)+P(\overline{Y})\cdot P(X|\overline{Y})\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{10}+(1-y)\cdot\dfrac{3}{5}(1)$

và $P(Y)=P(X)\cdot P(Y|X)+P(\overline{X})\cdot P(Y|\overline{X})\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{10}+(1-x)\cdot\dfrac{2}{3}(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}10x+6y=7\\20x+30y=23\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{5}\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}.$

Xác suất có ít nhất một trong hai cổ phiếu giảm giá trong phiên giao dịch là

Câu 1: $$P(X\cup Y)=P(X)+P(Y)-P(X\cap Y)=\frac{2}{5}+\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=\frac{8}{10}=0,8.$$

Câu 73. Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu xanh và 20 viên bi màu đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 70% số viên bi màu xanh được đánh số và 60% số viên bi màu đỏ được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Biết rằng, viên bi lấy ra được đánh số, xác suất để viên bi đó có màu xanh bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?

Đáp án: 0,64

Lời giải

Gọi A là biến cố "Viên bi lấy ra có màu xanh"

B là biến cố "Viên bi lấy ra được đánh số".

Theo bài ra ta có $P(A)=\frac{30}{50}=\frac{3}{5}$, $P(\overline{A})=\frac{2}{5}$, $P(B|A)=0,7$, $P(B|\overline{A})=0,6$.

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{\frac{3}{5}.0,7}{\frac{3}{5}.0,7+\frac{2}{5}.0,6}=\frac{7}{11}\approx 0,64.$$

Câu 74. Chạy Marathon là môn thể thao chạy bộ đường dài mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. "FM sub 4" là một thuật ngữ phổ biến trong cộng đồng những người tham gia chạy Marathon, nó dùng để chỉ thành tích hoàn thành quãng đường 42,195 km dưới 4 giờ. Trong một câu lạc bộ Marathon, tỉ lệ thành viên nam là 72%, tỉ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 32%; đối với nữ, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên một người từ câu lạc bộ đó. Xác suất để người được chọn là nam bằng bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng người được chọn đã hoàn thành FM sub 4?

Đáp án: 0,96

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn được thành viên nam

Gọi B là biến cố chọn được thành viên đã hoàn thành FM sub 4

Ta có $P(A)=0,72$; $P(\overline{A})=0,28$; $P(B/A)=0,32$; $P(B/\overline{A})=0,03$

Xác suất để chọn được người nam trong câu lạc bộ biết người đó đã hoàn thành FM 4 là:

$$P(A/B)=\frac{P(A).P(B/A)}{P(A).P(B/A)+P(\overline{A}).P(B/\overline{A})}=\frac{0,32.0,72}{0,32.0,72+0,28.0,03}=\frac{192}{199}\approx 0,96$$

Câu 75. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiêm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Đáp án: 0,92

Lời giải

Gọi N là xác suất bị nhiễm và D là dương tính

$P\left(N\right)=\dfrac{80}{200}\Rightarrow P\left(\overline{N}\right)=1-\dfrac{80}{200}=\dfrac{120}{200}$,

$P\left(D/N\right)=0,9;\ P\left(D/\overline{N}\right)=0,05$

$P\left(D\right)=\dfrac{80}{200}.0,9+\dfrac{120}{200}.0,05=0,39$

$$P\left(N/D\right)=\frac{P\left(N\right).P\left(D/N\right)}{P\left(D\right)}=\frac{\frac{80}{200}.0,9}{0,39}=0,92$$

Câu 76. Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\dfrac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua cho đồ chơi là $\dfrac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?

Đáp án: 0,3

Lời giải

Gọi A: "Bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm".

B: "Bé An được mẹ mua đồ chơi".

Ta cần tính $P(B\,|\,\overline{A})$.

Theo đề bài, ta có:

$P(A)=\dfrac{2}{5};P(\overline{A})=\dfrac{3}{5};P(B\,|\,A)=70\%=\dfrac{7}{10};P(A\,|\,B)=\dfrac{14}{23}$.

Ta có: $P(B).P(A\,|\,B)=P(A).P(B\,|\,A)\Rightarrow P(B)=\dfrac{2}{5}.\dfrac{7}{10}.\dfrac{23}{14}=\dfrac{23}{50}$.

Mặt khác, theo công thức xác suất toàn phần:

$P(B)=P(A).P(B\,|\,A)+P(\overline{A}).P(B\,|\,\overline{A})\Leftrightarrow\dfrac{23}{50}=\dfrac{2}{5}.\dfrac{7}{10}+\dfrac{3}{5}.P(B\,|\,\overline{A})$

$\Leftrightarrow P(B\,|\,\overline{A})=\dfrac{3}{10}=0,3$.

Câu 77. Một cơ sở sản xuất sữa giả mua các thùng sữa thật giống nhau (48 hộp / thùng), rồi thay thế một số hộp sữa thật thành các hộp sữa giả nhằm thu lợi bất chính. Trong quá trình sản xuất, cơ sở phân ra làm hai loại: Loại I để lẫn mỗi thùng 5 hộp sữa giả và loại II để lẫn mỗi thùng 3 hộp sữa giả. Biết rằng số thùng sữa loại I gấp $1,5$ lần số thùng sữa loại II. Chọn ngẫu nhiên một thùng sữa từ cơ sở sản xuất và từ thùng đó lấy ngẫu nhiên 10 hộp. Tính xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa là giả (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,17

Lời giải

Gọi biến cố A là biến cố chọn được "Thùng sữa loại I".

Biến cố $\overline{A}$ là biến cố chọn được "Thùng sữa loại II".

Nếu số thùng sữa loại II là x thùng $\left(x\in N\right)$ thì số thùng sữa loại I là $1,5x$ thùng.

Khi đó: $P\left(A\right)=\dfrac{1,5x}{1,5x+x}=\dfrac{3}{5};\ P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=\dfrac{2}{5}$.

Gọi biến cố B là biến cố chọn được "10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa giả".

$P(B|A)=\frac{C_5^2.C_{43}^8}{C_{48}^{10}}$; $P(B|\overline{A})=\frac{C_3^2.C_{45}^8}{C_{48}^{10}}$.

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=\frac{3}{5}.\frac{C_5^2.C_{43}^8}{C_{48}^{10}}+\frac{2}{5}.\frac{C_3^2.C_{45}^8}{C_{48}^{10}}=\frac{2052}{11891}\approx 0,17.$$

Câu 78. Một cơ quan hành chính nhà nước thực hiện việc tinh giản biên chế thông qua phỏng vấn. Tỷ lệ nhân viên của cơ quan thuộc hai nhóm trình độ: Đại học, Cao đẳng lần lượt là 65% và 35%. Qua phỏng vấn thì tỷ lệ nhân viên bị tinh giản của nhóm đại học là 10%, nhóm cao đẳng là 15%. Chọn một nhân viên bất kỳ đã bị tinh giản thì hãy tính xác suất để người này có trình độ đại học (*kết quả là một số thập phân nhỏ hơn 1 đã làm tròn đến hàng phần trăm*).

Đáp án: 0,55

Lời giải

Gọi A là biến cố: "nhân viên được chọn thuộc nhóm trình độ đại học";

B là biến cố: "nhân viên được chọn thuộc nhóm trình độ cao đẳng";

E là biến cố: "nhân viên được chọn bị tinh giản".

Ta có $B=\overline{A}$.

Ta cần tính $P(E)$. Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(E)=P(A).P(E|A)+P(\overline{A}).P(E|\overline{A}).$$

Theo bài ra ta có: $P(A)=0,65, P(\overline{A})=P(B)=0,35$.

$P(E|A)$ là xác suất để nhân viên bị tinh giản, thuộc nhóm trình độ đại học.

Theo bài ra ta có $P(E|A)=0,1$.

$P(E|\overline{A})$ là xác suất để nhân viên bị tinh giản, thuộc nhóm trình độ cao đẳng.

Theo bài ra ta có $P(E|\overline{A})=0,15$.

Thay vào ta được $P(E)=P(A).P(E|A)+P(\overline{A}).P(E|\overline{A})=0,65\cdot 0,1+0,35\cdot 0,15=0,1175.$

Ta có xác suất để nhân viên được chọn có trình độ đại học, biết rằng nhân viên này đã bị tinh giản, chính là xác suất $P(A|E)$

Theo công thức Bayes và kết quả ở trên, ta có

$$P(A|E)=\frac{P(A).P(E|A)}{P(E)}=\frac{0,65\cdot 0,1}{0,1175}\approx 0,55.$$

Câu 79. Một loại linh kiện do hai nhà máy I và II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 2% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một nhân viên kiểm tra lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Biết rằng linh kiện được lấy ra không là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?*

Đáp án: 0,60

Lời giải

Gọi B_1 là biến cố: Linh kiện lấy ra do nhà máy I sản xuất,

B_2 là biến cố: Linh kiện lấy ra do nhà máy II sản xuất,

A là biến cố: Linh kiện được lấy ra không phải là phế phẩm.

Theo bài ra, ta có $P(B_1)=\dfrac{100}{250}=0,4;\ P(B_2)=\dfrac{150}{250}=0,6; P(A\,|\,B_1)=0,98;\ P(A\,|\,B_2)=0,97.$

Áp dụng công thức xác suất Bayes,

$$P(B_2\,|\,A)=\frac{P(B_2).P(A\,|\,B_2)}{P(B_1).P(A\,|\,B_1)+P(B_2).P(A\,|\,B_2)}=\frac{0,6.0,97}{0,4.0,98+0,6.0,97}=0,598\simeq 0,60.$$

Câu 80. Tại địa phương A, người ta tiến hành một đợt kiểm tra diện rộng các con bò để phát hiện một loại bệnh X, không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100% . Có một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm Z cho kết quả như sau: Xét nghiệm có độ nhạy 84% (Độ nhạy là xác suất chọn được một mẫu dương tính biết rằng mẫu bị nhiễm bệnh); xác suất dương tính giả là 8% (Dương tính giả là xét nghiệm dương tính nhưng thực tế không bị nhiễm bệnh). Biết rằng tỉ lệ bò ở địa phương A bị mắc bệnh X là 25% . Chọn ngẫu nhiên một con bò địa phương A để xét nghiệm, tính xác suất để chọn được con bò bị nhiễm bệnh, biết rằng con bò dương tính với xét nghiệm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,78

Lời giải

Gọi M là biến cố "Chọn được một con bò bị nhiễm bệnh";

N là biến cố "Chọn được một con bò dương tính với xét nghiệm"

Theo giả thiết bài toán, ta có $P(M)=0,25;\ P(N|M)=0,84;\ P(N|\overline{M})=0,08$.

Vậy $P(M|N)=\dfrac{P(M).P(N|M)}{P(M).P(N|M)+P(\overline{M}).P(N|\overline{M})}=\dfrac{0,25.0,84}{0,25.0,84+0,75.0,08}=\dfrac{7}{9}$.

Câu 81. Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:

Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.

Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Đáp án: 84

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố: Hộp được chọn màu vàng.

A_2 là biến cố: Hộp được chọn màu bạc.

A_3 là biến cố: Hộp được chọn màu đồng.

B là biến cố: Người chơi lấy được hai điện thoại iPhone.

Ta có: $P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=\dfrac{1}{3}$.

Ta cần tính: $P(A_2\,|\,B)$. Ta có: $P(A_2\,|\,B)=\dfrac{P(A_2B)}{P(B)}$.

Ta có: $P(A_2B)=P(B\,|\,A_2)\cdot P(A_2)=\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{5}$.

Ta có:

$$P(B)=P(B\,|\,A_1)\cdot P(A_1)+P(B\,|\,A_2)\cdot P(A_2)+P(B\,|\,A_3)\cdot P(A_3)=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{3}.$$

Vậy: $P(A_2 | B) = \frac{P(A_2B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$.

Câu 82. Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một thẻ nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,24

Lời giải

Gọi A là biến cố "lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất ".

Gọi B là biến cố "lấy được một thẻ trắng ở lần thứ hai".

Vậy AB là biến cố "lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai".

Ta có: $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$,

Sau khi lấy thẻ xanh ở lần thứ nhất số thẻ còn lại là 49 thẻ nên $P(B|A) = \frac{20}{49}$.

Ta có $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A).P(B|A) = \frac{3}{5}.\frac{20}{49} = \frac{12}{49} = 0,24$

Câu 83. Có ba đồng xu được đựng trong một hộp kín. Đồng xu thứ nhất là một đồng xu cân đối với tỷ lệ mặt ngửa và mặt sấp bằng nhau. Đồng xu thứ hai là một đồng xu bị lỗi có khả năng mặt ngửa xuất hiện là 70%. Đồng xu thứ ba là một đồng xu hai mặt ngửa (khi tung luôn ra mặt ngửa). Bạn An lấy ngẫu nhiên một đồng xu từ hộp và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung cho thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn đã chọn là đồng xu thứ hai (đồng xu bị lỗi) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: 0,46

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn đồng xu thứ n $(n = 1;2;3)$

B là biến cố tung hai lần thì thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa

Vì chọn ngẫu nhiên nên $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$

Lấy ngẫu nhiên một đồng xu tung hai lần được một mặt sấp và một mặt ngửa thì ta có ba trường hợp như sau:

Trường hợp 1: Chọn được đồng xu thứ nhất là S-N và N-S nên $P(B | A_1) = 2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

Trường hợp 2: Chọn được đồng xu thứ hai là S-N và N-S nên ta có:

$P(B | A_2) = 0,7.0,3 + 0,3.0,7 = 0,42$

Trường hợp 3: Chọn được đồng xu thứ ba là N-N nên $P(B | A_3) = 0$

Áp dụng công thức Bayes ta tính được xác suất chọn được đồng xu thứ hai là:

$$P(A_2 | B) = \frac{P(B | A_2).P(A_2)}{P(A_1).P(B | A_1) + P(A_2).P(B | A_2) + P(A_3).P(B | A_3)} = \frac{0,42.\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}.\frac{1}{2} + 0,42.\frac{1}{3} + 0.\frac{1}{3}} \approx 0,46$$

Vậy xác suất chọn được đồng xu thứ hai là $0,46$.

Câu 84. An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Đáp án: 0,32

Lời giải

Biết số trận thắng trước là 3 sẽ giành chiến thắng chung cuộc nên An phải chơi tối đa 5 trận.

Gọi H là biến cố: "An thắng chung cuộc",

A là biến cố: "An thắng trận sau 3 séc",

B là biến cố: "An thắng trận sau 4 séc",

C là biến cố: "An thắng trận sau 5 séc".

Khi đó, $H = A \cup B \cup C$ và A, B, C đôi một xung khắc.

Áp dụng quy tắc cộng xác suất, ta có

$P(H) = P(A) + P(B) + P(C)$.

Xác suất An thắng trận sau 3 séc là $P(A) = (0,4)^3 = 0,064$.

Để An thắng trận sau 4 séc thì An phải thua 1 trong 3 séc đầu và séc cuối thắng.

Suy ra xác suất An thắng trận sau 4 séc là

$P(B) = C_3^1 (0,4)^3 .0,6 = 0,1152$.

Để An thắng trận sau 5 séc thì An phải thua 2 trong 4 séc đầu và séc cuối thắng.

Suy ra xác suất An thắng trận sau 5 séc là

$P(C) = C_4^2 (0,4)^3 .(0,6)^2 = 0,13824$.

Vậy xác suất An thắng chung cuộc là $P(H) = 0,31744 \approx 0,32$.

Câu 85. Bạn An đi học mỗi ngày bằng một trong hai phương tiện: xe buýt hoặc xe đạp. Vì vội, An chọn ngẫu nhiên một trong hai phương tiện này với xác suất như nhau (tức là 50% đi xe buýt, 50% đi xe đạp). Nếu An đi xe buýt thì xác suất bị muộn học là 6%; nếu An đi xe đạp thì xác suất bị muộn học là 4%. Hỏi vào một ngày bất kỳ, xác suất An bị muộn học là bao nhiêu?

Đáp án: 0,05

Lời giải

Gọi biến cố B: "An đi xe buýt"; $\overline{B}$: "An đi xe đạp"; M: "An đi học muộn".

Xác suất An đi xe buýt $P(B) = 0,5$.

Xác suất An đi xe đạp $P(\overline{B}) = 0,5$.

Do xác suất An đi học muộn khi đi xe buýt là 6% nên $P(M \mid B) = 0,06$.

Do xác suất An đi học muộn khi đi xe đạp là 4% nên $P(M \mid \overline{B}) = 0,04$.

Xác suất An bị muộn học là

$P(M) = P(B).P(M \mid B) + P(\overline{B}).P(M \mid \overline{B}) = 0,5.0,06 + 0,5.0,04 = 0,05$.

Câu 86. Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp $1,5$ lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên một trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Đáp án: 0,7

Lời giải

Gọi T: "trẻ em được chọn là nam" và H: "trẻ em được chọn bị hen phế quản".

Theo đề bài ta có $P(T) = \dfrac{3}{5}$; $P(\overline{T}) = \dfrac{2}{5}$; $P(H|T) = 0,08$; $P(H|\overline{T}) = 0,05$.

Theo công thức Bayes, ta có $P(T|H)=\dfrac{P(H|T)\cdot P(T)}{P(H|T)\cdot P(T)+P(H|\overline{T})\cdot P(\overline{T})}=\dfrac{0,08\cdot\frac{3}{5}}{0,08\cdot\frac{3}{5}+0,05\cdot\frac{2}{5}}=\dfrac{12}{17}\approx 0,7$.

Câu 87. Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi. Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$ (ví dụ nếu kết quả là $0,024$ thì $a=2,\ b=4$). Tính giá trị của $a+b$.

Đáp án: 10

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn được sản phẩm lỗi.

Gọi M, N lần lượt là biến cố hệ thống 1 kết luận sản phẩm lỗi, hệ thống 2 kết luận sản phẩm lỗi.

Ta cần tính xác suất điều kiện: $P(\overline{A}\,|\,MN)=\dfrac{P(\overline{A}MN)}{P(MN)}$.

Ta có $P(A)=2\%=0,02\Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)=0,98$ và

$P(M\,|\,A)=95\%=0,95;\ P(M\,|\,\overline{A})=1\%=0,01.$

$P(N\,|\,AM)=90\%=0,9;\ P(N\,|\,\overline{A}M)=5\%=0,05.$

Ta có: $P(MN)=P(AMN\cup\overline{A}MN)=P(AMN)+P(\overline{A}MN)$.

Mặt khác: $P(\overline{A}MN)=P(\overline{A}).P(M\,|\,\overline{A}).P(N\,|\,\overline{A}M)=0,98.0,01.0,05$ và

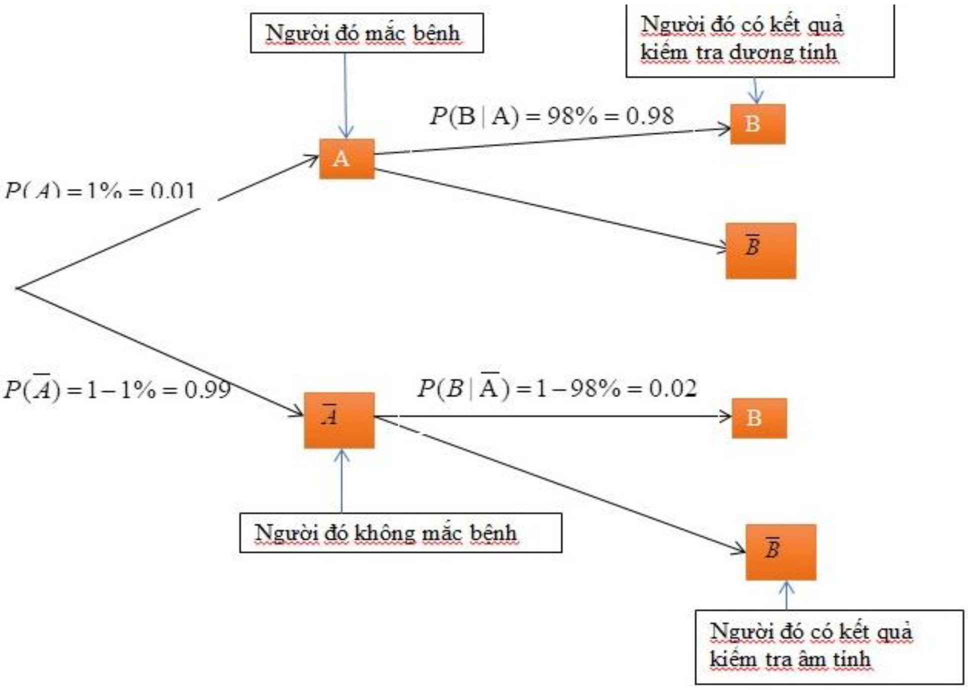
$P(AMN)=P(A).P(M\,|\,A).P(N\,|\,AM)=0,02.0,95.0,9.$

Vậy $P(\overline{A}\,|\,MN)=\dfrac{0,98.0,01.0,05}{0,98.0,01.0,05+0,02.0,95.0,9}=\dfrac{49}{1759}\approx 0,028\Rightarrow a+b=10.$

Câu 88. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\dfrac{y}{148}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?

Đáp án: 49

Lời giải



$$P(A\,|\,B)=\frac{P(A).P(B\,|\,A)}{P(A).P(B\,|\,A)+P(\overline{A}).P(B\,|\,\overline{A})}$$
$$=\frac{0,01.0,98}{0,01.0,98+0,99.0,02}=\frac{49}{148}$$

Suy ra $y=49$.

Câu 89. Tổng kết năm học 2024-2025, đội HSG toán của CLB chuyên Gia Lai có 7 bạn được khen thưởng: Phát, Phong, Đức, Kiên,Dương, Khoa và Hải.

Phần thưởng cho tất cả các bạn gồm có 4 quyển sách Đa Thức, 5 quyển sách Tổ Hợp, 5 quyển sách Hình Học(các quyển sách cùng chủ đề là giống nhau) sao cho mỗi học sinh được 2 quyển sách khác chủ đề. Tính xác suất để bạn Khoa và Dương có phần thưởng giống nhau(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,24

Lời giải

Gọi *x* là số học sinh nhận sách Đa Thức và Tổ Hợp,

Gọi *y* là số học sinh nhận sách Đa Thức và Hình Học,

Gọi *z* là số học sinh nhận sách Hình Học và Tổ Hợp,

Ta có hệ $\begin{cases} x+y=4 \\ x+z=5 \\ y+z=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$

Không gian mẫu là: $n_\Omega = C_7^2.C_5^2.C_3^3 = 210$

Gọi A là biến cố " Khoa và Dương có phần thưởng giống nhau"

Số phần tử của A là: $n_A = 1.C_5^2.C_3^3 + 1.C_5^2.C_3^3 + C_1^1.C_5^2.C_3^2 = 50$

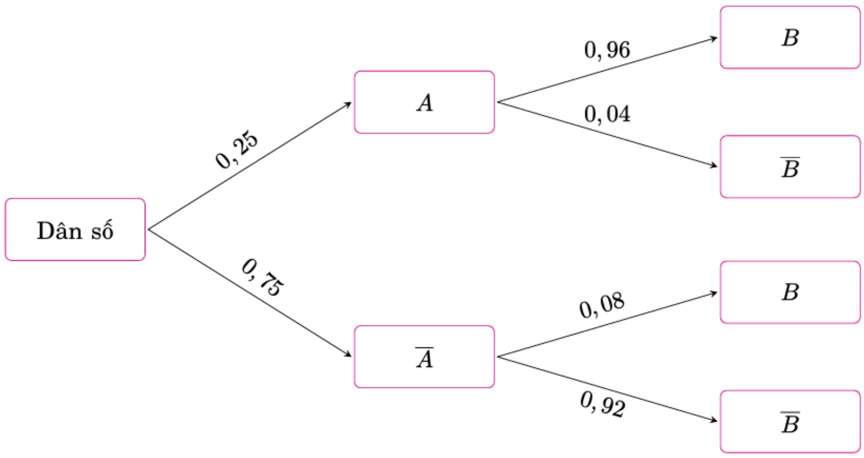
Xác suất để Khoa và Dương có phần thưởng giống nhau là $P_A = \dfrac{n_A}{n_\Omega} \approx 0.24$

Câu 90. Tỉ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng $0,25$. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Đáp án: 0,3

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người được chọn bị cúm".
Gọi B là biến cố: "Người được chọn bị dương tính".
Lập sơ đồ hình cây:



Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính:
$P(B) = 0,25.0,96 + 0,75.0,08 = 0,3$.

Câu 91. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Đáp án: 0,45

Lời giải

Gọi A là biến cố 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu
Gọi B là biến cố 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất có cùng màu.
Ta có

$P(B) = \dfrac{C_5^3}{C_6^3} = \dfrac{1}{2}$, $P(\overline{B}) = \dfrac{1}{2}$ (vì hộp thứ nhất chỉ có 5 bi xanh và 1 bi đỏ).

Xác suất để 2 viên bi được chọn từ hộp thứ hai có cùng màu, biết 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất có cùng màu là

$P(A|B) = \dfrac{C_3^2 + C_4^2}{C_7^2} = \dfrac{3}{7}$ (vì sau khi lấy 3 viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất sang thì hộp thứ hai có 3 bi xanh và 4 bi đỏ).

Xác suất để 2 viên bi được chọn từ hộp thứ hai có cùng màu, biết 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất khác màu là

$P(A|\overline{B}) = \dfrac{C_2^2 + C_5^2}{C_7^2} = \dfrac{11}{21}$ (vì sau khi lấy 2 viên bi màu xanh và 1 viên bi đỏ từ hộp thứ nhất sang thì hộp thứ hai có 2 bi xanh và 5 bi đỏ).

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B}) = \dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{7} + \dfrac{1}{2}.\dfrac{11}{21} = \dfrac{10}{21}$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \dfrac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{2}.\frac{3}{7}}{\frac{10}{21}} = \dfrac{9}{20} = 0,45$.

Câu 92. Nhân dịp kỷ niệm 10 năm thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A1 có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% tham gia diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 12A1. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu? (Nếu kết quả là số thập phân thì làm tròn đến hàng phần trăm).

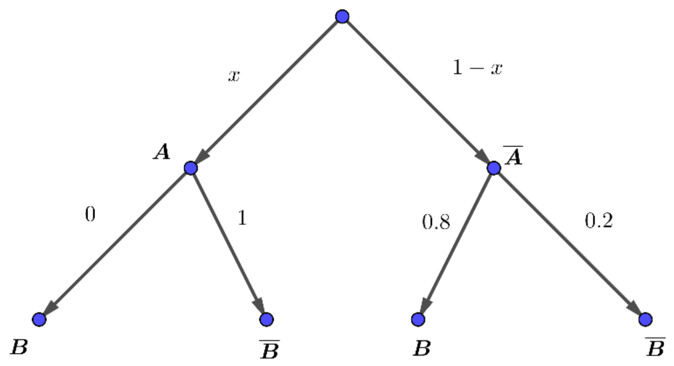
Đáp án: 0,63

Lời giải

Gọi A: "Học sinh nữ" và B: "Học sinh tham gia biểu diễn thể thao"

Giả sử $P(A)=x,\ 0\le x\le 1$.

Sơ đồ hình cây:



Ta có $P(B)=P(A).P(B\,|\,A)+P(\overline{A}).P(B\,|\,\overline{A})\Rightarrow 0x+0,8(1-x)=0.6\Rightarrow x=0,25$.

Vậy xác suất để học sinh được chọn là nữ, biết học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ là $P(A\,|\,\overline{B})=\dfrac{P(A).P(\overline{B}\,|\,A)}{P(\overline{B})}=\dfrac{0,25.1}{0,4}=\dfrac{5}{8}\approx 0,63$.

Câu 93. Có 6 viên bi đôi một khác nhau, gồm 2 viên bi màu xanh, 2 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Xếp ngẫu nhiên 6 viên bi đó thành một hàng ngang. Tính xác suất để 2 viên bi màu vàng đứng cạnh nhau khi biết 2 viên bi màu xanh không đứng cạnh nhau.

Đáp án: 0,3

Lời giải

1. Tính số cách sao cho 2 viên bi xanh không đứng cạnh nhau và 2 viên bi vàng cạnh nhau:

+ Ta coi 2 bi vàng là 1 nhóm

+ Xếp 2 viên bi xanh: Có 4 vị trí có thể xếp 2 viên bi xanh sao cho chúng không cạnh nhau. Số cách xếp là: $A_4^2=12$ (cách). Sau đó ta xếp nhóm 2 bi vàng và 2 bi đỏ vào 3 vị trí còn lại có: $3!.2!=12$ (cách)

Vậy có: $12.12=144$ (cách)

+ Số cách xếp sao cho 2 viên bi xanh không đứng cạnh nhau là: $6!-5!.2!=480$ (cách)

2. Tính xác suất:

Yêu cầu đề bài có thể hiểu là: Trong số 480 cách xếp 2 viên bi xanh không đứng cạnh nhau thì có bao nhiêu cánh mà 2 bi vàng đứng cạnh nhau.

Từ đó: Xác suất cần tìm là: $\dfrac{144}{480}=\dfrac{3}{10}=0,3$.

Câu 94. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường, có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?.

Đáp án: 0,92

Lời giải

Xét các biến cố *A*:"Chọn được học sinh thật sự bị niễm vius".

B: "Có kết quả xét nghiệm dương tính ".

Ta có: $P(A)=\dfrac{80}{200}=0,4$, $P(\overline{A})=0,6 \Rightarrow P(B|A)=0,9, P(B|\overline{A})=0,05$.

Xác suất chọn được học sinh có xét nghiệm dương tính:

$P(B)=P(A).P(B|A)+B(B|\overline{A})=0,39$.

Xác suất đề bạn đó thật sự bị nhiễm virus $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=0,92$

Câu 95. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Đáp án: 0,45

Lời giải

Gọi biến cố A: "Lấy 3 viên bi cùng màu từ hộp thứ nhất"

B: " Lấy 2 viên bi cùng màu từ hộp thứ hai"

$A \setminus B$: "Lấy 3 viên bi cùng màu từ hộp thứ nhất biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu"

$P(A)=\dfrac{C_5^3}{C_6^3}=\dfrac{1}{2}$, $P(\overline{A})=1-P(A)=\dfrac{1}{2}$, $P(B\setminus A)=\dfrac{C_4^2+C_3^2}{C_7^2}=\dfrac{3}{7}$, $P(B\setminus\overline{A})=\dfrac{C_5^2+C_2^2}{C_7^2}=\dfrac{11}{21}$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có $P(B)=P(A).P(B\setminus A)+P(\overline{A}).P(B\setminus\overline{A})=\dfrac{10}{21}$

Áp dụng công thức xác suất Bayes $P(A\setminus B)=\dfrac{P(A).P(B\setminus A)}{P(B)}=0,45$.

Câu 96. Một hộp chứa 10 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Bạn An lấy ngẫu nhiên một lượt 2 viên bi từ hộp, xem màu, rồi đặt lại vào hộp. Nếu trong 2 viên bi An lấy ra có ít nhất một bi màu đỏ thì bạn Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu trong 2 viên bi An lấy ra không có viên bi nào màu đỏ thì Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được ít nhất 1 viên bi màu đỏ, biết rằng tất cả viên bi hai bạn lấy ra đều có đủ hai màu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,89

Lời giải

Gọi A: "An lấy ra có ít nhất một bi màu đỏ"

B: "Tất cả viên bi An và Bình lấy ra có đủ hai màu".

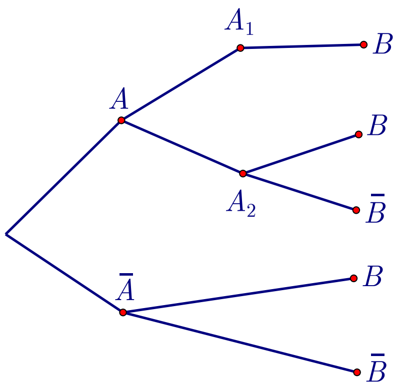
Yêu cầu bài toán ta cần tính: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$

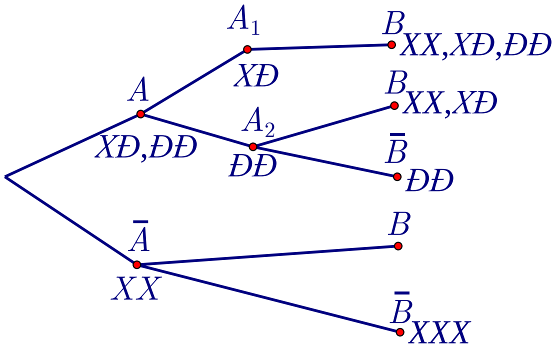
Tính $P(B|A)$:

Gọi A_1: "An lấy được 1 bi đỏ và 1 bi xanh";

A_2: "An lấy được hai bi đỏ".

Khi đó: $A=A_1\cup A_2$.





$P(A)=\dfrac{C_{15}^2-C_5^2}{C_{15}^2}=\dfrac{19}{21}$; $\quad P(A_1)=\dfrac{10.5}{C_{15}^2}=\dfrac{10}{21}$; $\quad P(A_2)=\dfrac{C_{10}^2}{C_{15}^2}=\dfrac{3}{7}$; $\quad P(B\,|\,A_1)=\dfrac{C_{15}^2}{C_{15}^2}=1$;

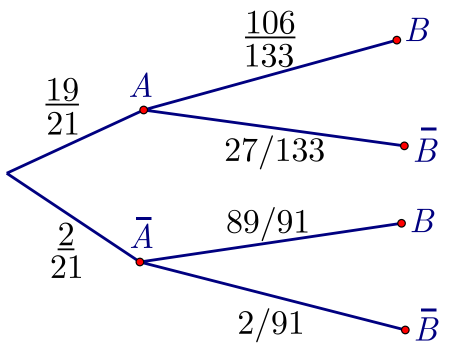
$P(B\,|\,A_2)=\dfrac{C_{15}^2-C_{10}^2}{C_{15}^2}=\dfrac{4}{7}$.

Dễ thấy $A_1\cap A_2=\varnothing$ nên

$$P(B\,|\,A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(A_1\cap B)+P(A_2\cap B)}{P(A)}=\frac{P(A_1).P(B\,|\,A_1)+P(A_2).P(B\,|\,A_2)}{P(A)}$$

$$=\frac{\frac{10}{21}.1+\frac{3}{7}.\frac{4}{7}}{\frac{19}{21}}=\frac{106}{133}$$

Ta có sơ đồ hình cây



Như vậy

$$P(A\,|\,B)=\frac{P(A).P(B\,|\,A)}{P(A).P(B\,|\,A)+P(\bar{A}).P(B\,|\,\bar{A})}=\frac{\frac{19}{21}.\frac{106}{133}}{\frac{19}{21}.\frac{106}{133}+\frac{2}{21}.\frac{89}{91}}=\frac{689}{778}\approx 0,89.$$

Câu 97. Một trường đại học kĩ thuật có 80% sinh viên nam và 20% sinh viên nữ. Trong số sinh viên nam có 85% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Trong số sinh viên nữ có 90% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên nam và một sinh viên nữ. Biết rằng trong hai sinh viên được chọn ra có một sinh viên là người bản địa và một là sinh viên quốc tế, tính xác suất để sinh viên quốc tế được chọn ra là nữ. *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*

Đáp án: 0,39

Lời giải

Để chọn được một sinh viên nam và một sinh viên nữ trong đó một là người bản địa, một là sinh viên quốc tế thì có hai trường hợp xảy ra

+ Sinh viên người bản địa là nam và sinh viên quốc tế là nữ

+ Sinh viên người bản địa là nữ và sinh viên quốc tế là nam

Do đó xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{80\%.85\%.20\%.10\%}{80\%.85\%.20\%.10\%+80\%.15\%.20\%.90\%}\approx 0,39$

Câu 98. Một địa phương có 2% dân số mắc căn bệnh X. Một phương pháp chẩn đoán có tỉ lệ chính xác là 99%. Nghĩa là, với những người thực sự mắc bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính là 99% số trường hợp mắc bệnh. Tuy nhiên, phương pháp này không hoàn hảo, tức là với những người không mắc bệnh, xác suất để vẫn cho kết quả dương tính (dương tính giả) là 1%. Chọn ngẫu nhiên một người dân của địa phương đó đi xét nghiệm. Nếu người được kiểm tra cho kết quả là dương tính thì xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

Đáp án: 0,67

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó thực sự mắc bệnh".

$\overline{A}$ là biến cố: "Người đó không mắc bệnh".

B là biến cố: "Kết quả dương tính".

Theo đề bài, ta có: $P(A)=0,02;\ P(\overline{A})=0,98;\ P(B|A)=0,99;\ P(B|\overline{A})=0,01$.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh biết kết quả nhận được là dương tính là:

$$P(A|B)=\frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A)+P(B|\overline{A}).P(\overline{A})}=\frac{0,99.0,02}{0,99.0,02+0,01.0,98}\approx 0,67.$$

Câu 99. Các nhà nghiên cứu về tâm lý học giáo dục quan sát một nhóm các học sinh lớp 10 ở một số trường học THPT trong 3 năm. Ở thời điểm bắt đầu quan sát, có 69% số học sinh được quan sát thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh. Sau 3 năm, các nhà nghiên cứu này nhận thấy tỉ lệ học sinh có kết quả học tập sa sút trong số những học sinh thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh cao gấp 3 lần tỉ lệ này trong số những học sinh còn lại. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm và thấy học sinh này có kết quả học tập sa sút trong 3 năm quan sát, tính xác suất để học sinh này thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,87

Lời giải

Đáp án: 0,87.

Xét các biến cố A: "Học sinh thường xuyên sử dụng điện thoại".

B: "Học sinh có kết quả học tập sa sút".

Ta có $P(A)=0,69\Rightarrow P(\overline{A})=0,31$.

Đặt $P(B|\overline{A})=x\Rightarrow P(B|A)=3x$.

$\Rightarrow P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=2,38x$.

Chọn một học sinh có kết quả học tập sa sút, xác suất để học sinh này thường xuyên sử dụng điện thoại $P(A|B)=\dfrac{P(A)P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,69.3x}{2,38x}=0,87$.

Câu 100. Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là: $0,05$; $0,04$. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy I (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).

Đáp án: 0,45

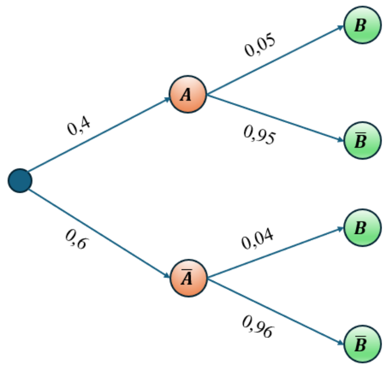
Lời giải

Gọi A là biến cố "Linh kiện được chọn thuộc nhà máy I";

B là biến cố “Linh kiện được chọn là phế phẩm”;

Có tổng cộng $100+150=250$ linh kiện, trong đó có 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II nên $P(A)=\dfrac{100}{250}=0,4$; $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,4=0,6$.

Theo bài ra thì $P(B\mid A)=0,05$ và $P(B\mid \overline{A})=0,04$ nên ta có sơ đồ sau:



Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,4.0,05+0,6.0,04=0,044$.

Áp dụng công thức Bayes ta có

$P(A\mid B)=\dfrac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\dfrac{0,4.0,05}{0,044}=\dfrac{5}{11}\approx 0,45$.

Vậy xác suất để linh kiện thuộc nhà máy I, biết linh kiện là phế phẩm xấp xỉ bằng $0,45$.

Câu 101. Nhân dịp kỷ niệm 60 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A có 56% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 44% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, tính xác suất để học sinh này là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,68

Lời giải

Đáp án: 0,68.

Gọi A là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ“ và $P(A)=x$.

Gọi B là biến cố ”học sinh được chọn tham gia biểu diễn văn nghệ”.

Theo đề ta có: $P(B)=0,44$; $P(\overline{B})=0,56$

$P(B|A)=1$; $P(\overline{B}|A)=0$ và $P(B|\overline{A})=0,2$; $P(\overline{B}|\overline{A})=0,8$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$P(\overline{B})=P(\overline{B}|A).P(A)+P(\overline{B}|\overline{A}).P(\overline{A})\Leftrightarrow$

$P(\overline{B})=P(\overline{B}|\overline{A}).P(\overline{A})=0,8.(1-x)=0,56\Rightarrow 1-x=0,7\Rightarrow x=0,3$.

$P(A|B)=\dfrac{P(B|A).P(A)}{P(B)}=\dfrac{1.0,3}{0,44}=\dfrac{15}{22}\approx 0,68$.

Câu 102. Một công ty tiến hành dồn hàng hóa, lúc đầu có 2 lô sản phẩm loại I và sản phẩm loại II. Lô thứ nhất có 10 sản phẩm loại I và 3 sản phẩm loại II. Lô thứ hai có 9 sản phẩm loại I và 2 sản phẩm loại II. Từ mỗi lô lấy ngẫu nhiên một sản phẩm, các sản phẩm còn lại được dồn vào lô thứ 3. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm từ lô thứ 3, xác suất để lấy được một sản phẩm là sản phẩm loại I từ lô thứ 3 là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Đáp án: 0,8

Lời giải

Lô một có 13 sản phẩm (10 loại I, 3 loại II)

Lô hai có 11 sản phẩm (9 loại I, 2 loại II).

Gọi $A_i\left(i=1,2\right)$ lần lượt là biến cố lấy được sản phẩm loại 1 từ lô I và II.

Gọi B là biến cố lấy được sản phẩm loại I từ lô thứ 3.

Xác suất lấy được một sản phẩm loại I ở lô một là: $P\left(A_1\right)=\frac{10}{13}$, $P\left(\overline{A_1}\right)=\frac{3}{13}$.

Xác suất lấy được một sản phẩm loại I ở lô hai là: $P\left(A_2\right)=\frac{9}{11}$, $P\left(\overline{A_2}\right)=\frac{2}{11}$.

TH1.

Lô một và hai đều lấy được sản phẩm loại 1.

Khi đó lô ba có 22 sản phẩm (17 loại I và 5 loại II).

Xác suất lấy được sản phẩm loại I ở lô thứ 3 với điều kiện lấy được loại I ở hai lô một và hai là:

$P\left(B\,|\,A_1A_2\right)=\frac{17}{22}$.

TH2: Lô một và hai đều lấy được sản phẩm loại 2.

Khi đó lô ba có 22 sản phẩm (19 loại I và 3 loại II).

Xác suất lấy được sản phẩm loại I ở lô thứ 3 với điều kiện lô một và hai đều lấy được sản phẩm loại 2 là $P\left(B\,|\,\overline{A_1}\,\overline{A_2}\right)=\frac{19}{22}$.

TH3: Lô một lấy được sản phẩm loại I và lô hai lấy được sản phẩm loại II.

Khi đó lô ba có 22 sản phẩm (18 loại I và 4 loại II).

Xác suất lấy được sản phẩm loại I ở lô thứ 3 với điều kiện lô một lấy được sản phẩm loại I và lô hai lấy được sản phẩm loại II là $P\left(B\,|\,A_1\overline{A_2}\right)=\frac{18}{22}$.

TH4: Lô một lấy được sản phẩm loại II và lô hai lấy được sản phẩm loại I.

Khi đó lô ba có 22 sản phẩm (18 loại I và 4 loại II).

Xác suất lấy được sản phẩm loại I ở lô thứ 3 với điều kiện lô một lấy được sản phẩm loại II và lô hai lấy được sản phẩm loại I.

$P\left(B\,|\,A_1\overline{A_2}\right)=\frac{18}{22}$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P\left(B\right)=P\left(A_1\right)P\left(A_2\right).P\left(B\,|\,A_1A_2\right)+P\left(\overline{A_1}\right)P\left(\overline{A_2}\right).P\left(B\,|\,\overline{A_1}\,\overline{A_2}\right)+P\left(\overline{A_1}\right)P\left(A_2\right).P\left(B\,|\,\overline{A_1}A_2\right)$$

$$+P\left(A_1\right)P\left(\overline{A_2}\right).P\left(B\,|\,A_1\overline{A_2}\right)$$

$$=\frac{1245}{1573}\approx 0,8$$

Câu 103. Có hai xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là $0,9$ và loại II là $0,7$. Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Tính xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích (*kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm*)

Đáp án: 0,55

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố chọn được hai xạ thủ loại I

A_2 là biến cố chọn được hai xạ thủ loại II.

A_3 là biến cố chọn được một xạ thủ loại I và một xạ thủ loại II.

B là biến cố hai viên đạn trúng đích.

Ta có $P(A_1)=\dfrac{C_2^2}{C_{10}^2}$, $P(A_2)=\dfrac{C_8^2}{C_{10}^2}$, $P(A_3)=\dfrac{C_2^1\cdot C_8^1}{C_{10}^2}$.

$$P(B)=P(A_1)\cdot P(B|A_1)+P(A_2)\cdot P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)$$

$$=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}\cdot 0,9^2+\frac{C_8^2}{C_{10}^2}\cdot(0,7)^2+\frac{C_2^1C_8^1}{C_{10}^2}\cdot 0,9\cdot 0,7=0,55.$$

Câu 104. Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai đều là bi xanh. Tính xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu khác nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,29

Lời giải

Gọi A là biến cố: " 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh".

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{C_4^2}{C_5^2}=\dfrac{3}{5}$.

Gọi B là biến cố: " 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có 1 bi màu xanh, 1 bi màu đỏ". Xác suất của biến cố B là: $P(B)=\dfrac{C_4^1.C_1^1}{C_5^2}=\dfrac{2}{5}$.

Gọi C là biến cố: " 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai đều là bi màu xanh".

- Trường hợp 1: Nếu lấy 2 bi xanh từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, thì hộp hai có 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Xác suất để lấy 2 bi xanh từ hộp thứ hai là: $P(C|A)=\dfrac{C_5^2}{C_{11}^2}=\dfrac{2}{11}$.

- Trường hợp 2: Nếu lấy 1 bi xanh và 1 bi đỏ từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, thì hộp hai có 4 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Xác suất để lấy 2 bi xanh từ hộp thứ hai là: $P(C|B)=\dfrac{C_4^2}{C_{11}^2}=\dfrac{6}{55}$.

Vậy xác suất để lấy 1 bi xanh và 1 bi đỏ từ hộp thứ nhất, biết rằng 2 viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai đều là bi xanh là:

$$P(B|C)=\frac{P(C|B).P(B)}{P(C|A).P(A)+P(C|B).P(B)}=\frac{\frac{6}{55}.\frac{2}{5}}{\frac{2}{11}.\frac{3}{5}+\frac{6}{55}.\frac{2}{5}}=\frac{2}{7}\approx 0,29.$$

Câu 105. Lớp $10T$ trong một trường THPT có 22 nam và 23 nữ. Qua thống kê hàng năm tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam của khối 10 tham gia câu lạc bộ Toán học trong nhà trường lần lượt là 10% và 13%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp $10T$. Tính xác suất học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Toán học của trường (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 43,5

Lời giải

Gọi A: "Học sinh được chọn là học sinh nam";

B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán học".

Khi đó $P(A)=\dfrac{22}{45}$; $P(B\mid A)=0{,}13$; $P(\overline{A})=\dfrac{23}{45}$; $P(B\mid \overline{A})=0{,}1$.

Do đó $P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=\dfrac{22}{45}.0{,}13+\dfrac{23}{45}.0{,}1=\dfrac{43}{375}$.

Vậy $P(A\mid B)=\dfrac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\dfrac{143}{258}\approx 0{,}55$.

Câu 106. Một công ty công nghệ có hai chi nhánh M và N sản xuất linh kiện điện tử. Biết rằng chi nhánh M sản xuất 60% số linh kiện. Tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của chi nhánh M là 3% và tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của chi nhánh N là 4%. Một linh kiện được chọn ngẫu nhiên từ kho của công ty và phát hiện là bị lỗi. Xác suất để linh kiện này được sản xuất bởi chi nhánh N là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,47

Lời giải

Gọi B: "Linh kiện được chọn bị lỗi". A: "Linh kiện được chọn sản xuất bởi chi nhánh N".

Yêu cầu bài toán là tính xác suất của A trong điều kiện B.

Ta có:

$P(\overline{A})=60\%$; $P(A)=40\%$; $P(B|A)=4\%$; $P(B|\overline{A})=3\%$.

$$\Rightarrow P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{40\%.4\%}{40\%.4\%+60\%.3\%}=0{,}47.$$

Câu 107. Trong một trường THPT X có tỉ lệ học sinh nữ là 48%. Tỉ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia tư vấn tuyển sinh do Báo Thanh niên phối hợp với Sở GDĐT tổ chức lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh đó có tham gia tư vấn tuyển sinh. Tính xác suất học sinh đó là nam (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,47

Lời giải

Gọi B: "Học sinh được gặp có tham gia tư vấn".

A: "Học sinh được gặp là học sinh nam".

Yêu cầu bài toán là tính xác suất của A trong điều kiện B.

Ta có:

$P(\overline{A})=48\%,\ P(A)=52\%,\ P(B\mid A)=15\%,\ P(B\mid \overline{A})=18\%$

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})}=\frac{52\%.15\%}{52\%.15\%+48\%.18\%}=0{,}47.$$

Câu 108. Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0{,}5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố "chú lùn đó luôn nói thật" và B là biến cố "chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật". Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: 0,7

Lời giải

Ta có: $P(A)=\dfrac{4}{7}$; $P(\overline{A})=\dfrac{3}{7}$; $P(B|A)=1$; $P(B|\overline{A})=0{,}5$

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=\frac{4}{7}.1+\frac{3}{7}.0{,}5=\frac{11}{14}$$

Xác suất để chú lùn mà bạn Tuyết gặp luôn nói thật biết chú lùn đó tự nhận mình là người luôn nói thật là:

$$P\left(A\middle|B\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(B\middle|A\right)}{P\left(B\right)}=\frac{\frac{4}{7}.1}{\frac{11}{14}}=\frac{56}{77}\approx 0,7$$

Câu 109. Một công ty có hai chi nhánh: Chi nhánh A có 45 nhân viên, trong đó có 30 người làm ở bộ phận kỹ thuật và 15 người làm ở bộ phận hành chính. Chi nhánh B có 40 nhân viên, trong đó số lượng nhân viên kỹ thuật và hành chính là bằng nhau. Do cần tăng cường nhân sự, công ty chọn ngẫu nhiên một nhân viên từ chi nhánh A chuyển sang chi nhánh B. Sau đó, công ty chọn ngẫu nhiên 2 nhân viên từ chi nhánh B để tham dự một khóa đào tạo. Tính xác suất để 2 nhân viên được chọn đều thuộc bộ phận hành chính (*làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân*)

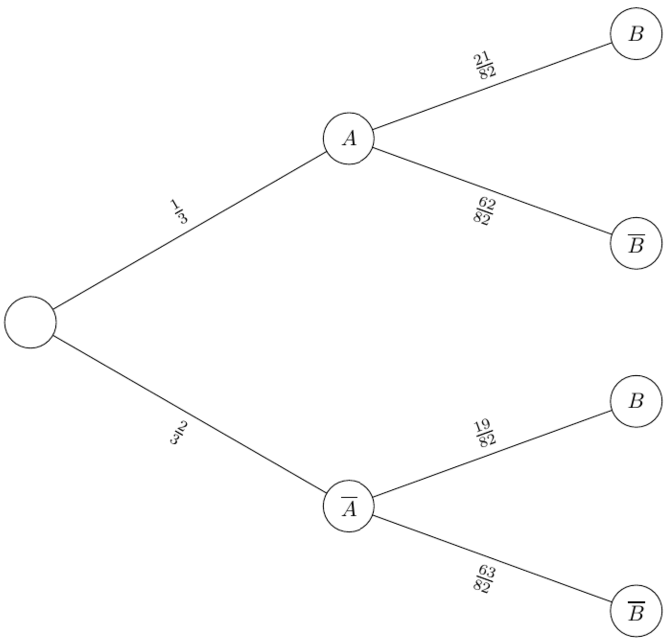
Đáp án: 0,24

Lời giải

Gọi A là biến cố một nhân viên được chọn từ chi nhánh A thuộc bộ phận hành chính.

B là biến cố hai nhân viên được chọn từ chi nhánh B thuộc bộ phận hành chính.

Ta có sơ đồ cây



Suy ra

$$P\left(B\right)=P\left(A\right)\cdot P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right)\cdot P\left(B\mid\overline{A}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{21}{82}+\frac{2}{3}\cdot\frac{19}{82}=\frac{59}{246}\approx 0,24.$$

Câu 110. Trong một dự án nghiên cứu, số cây được mang về hai vườn để trồng. Khu vườn 1 được giao 70% số cây, tỷ lệ cây sống được là 94%, còn với khu vườn 2, tỷ lệ sống được là 92%. Các cây đều được mã hoá và có thể theo dõi khả năng sinh tồn từ xa. Nhóm nghiên cứu chuẩn bị chọn 1 cây để theo dõi quá trình phát triển của nó. Nếu thời tiết xấu thì chỉ chọn được cây trong vườn số 1. Nếu thời tiết đẹp có thể chọn một cây bất kì ở cả hai vườn, xác suất chọn các cây là như nhau. Biết 80% là thời tiết đẹp, 20% là thời tiết xấu. Tính xác suất để chọn được cây trong vườn 1 biết cây còn sống (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,76

Lời giải

Gọi các biến cố

A: "Chọn được cây trong vườn 1"

B: "Chọn được cây còn sống"

C: " Thời tiết đẹp"

Khi đó

$P(C)=0,8$;

$P(A)=P(C).P(A|C)+P(\bar{C}).P(A|\bar{C})=0,8.0,7+0,2.1=0,76$.

+ Xác suất để chọn được cây trong vườn 1 biết cây còn sống là

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}=\frac{0,76.0,94}{0,76.0,94+0,24.0,92}=0,76$$

Câu 111. Để nghiên cứu mối liên hệ giữa bệnh viêm họng và thói quen hút thuốc lá, người ta tiến hành khảo sát tại một số địa phương và được kết quả như sau: Số người nghiện thuốc lá chiếm 40% trong số người được khảo sát; Trong số người nghiện thuốc lá có 65% người bị viêm họng; Trong số người không nghiện thuốc lá có 30% người bị viêm họng. Chọn ngẫu nhiên một người từ các địa phương trên. Biết người đó bị viêm họng, hãy tính xác suất để người đó nghiện thuốc lá (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Đáp án: 0,59

Lời giải

Gọi các biến cố:

A: "Người được chọn nghiện thuốc lá";

B: "Người được chọn bị viêm họng".

Ta có $P(A)=40\%=0,4\Rightarrow P(\bar{A})=1-P(A)=0,6$;

$P(B|A)=65\%=0,65$;

$P(B|\bar{A})=30\%=0,3$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}=\frac{0,4\times 0,65}{0,4\times 0,65+0,6\times 0,3}=\frac{13}{22}\approx 0,59.$$

Câu 112. Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị đột quỵ của một bệnh viện cho thấy tỉ lệ bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ là 35%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 40%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ và hồi phục là 30%. Hỏi với một bệnh nhân ngẫu nhiên bị đột quỵ, việc đưa vào bệnh viện điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ làm tăng tỉ lệ hồi phục lên bao nhiêu lần so với việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện điều trị sau 6 giờ?

Đáp án: 9

Lời giải

Gọi biến cố A: "Bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ".

Biến cố B: "Bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ".

Ta có: $P(A)=0,35\Rightarrow P(\bar{A})=0,65$

$P(B)=0,4\Rightarrow P(\bar{B})=0,6$

$P(A\cap B)=0,3$.

Xác suất bệnh nhân bị đột quỵ hồi phục khi được đưa vào bệnh viện điều trị trong 6 giờ đầu là:

$$P(A\setminus B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,3}{0,4}=\frac{3}{4}$$

Xác suất bệnh nhân bị đột quỵ hồi phục khi được đưa vào bệnh viện điều trị sau 6 giờ là:

$$P(A\setminus\bar{B})=\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{P(\bar{B})}=\frac{1}{12}$$

Tỉ lệ tăng khả năng hồi phục là: $\frac{P(A|B)}{P(A|\overline{B})}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{12}}=\frac{3}{4}.12=9$

Vậy một bệnh nhân ngẫu nhiên bị đột quỵ, việc đưa vào bệnh viện điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ có tỉ lệ hồi phục gấp 9 lần so với việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện điều trị sau 6 giờ.

Câu 113. Trong một trường THPT A, tỷ lệ học sinh nữ là 45%. Tỷ lệ học sinh nữ và tỷ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh lần lượt là 10% và 8%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường, biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, tính xác suất học sinh đó là nam (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Đáp án: 0,49

Lời giải

Gọi các biến cố:

A: "Học sinh được chọn là nữ";

B: "Học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh".

Ta có $P(A)=45\%=0,45\Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)=0,55$;

$P(B|A)=10\%=0,1$;

$P(B|\overline{A})=8\%=0,08$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(\overline{A}|B)=\frac{P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,55\times 0,08}{0,45\times 0,1+0,55\times 0,08}=\frac{44}{89}\approx 0,49.$$

Câu 114. Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khoẻ cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,5 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,69

Lời giải

Gọi biến cố *A*: " Người được chọn là nam giới ".

B: " Người này bị cao huyết áp ".

Theo đề bài ra, ta có

$P(A)=0,6$; $P(B\backslash A)=1,5x$; $P(B\backslash \overline{A})=x$ (với $0<x<\frac{2}{3}$)

Xác suất để người được chọn là nam giới biết rằng người này bị cao huyết áp là $P(A|B)$.

Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B\backslash A)}{P(A).P(B\backslash A)+P(\overline{A}).P(B\backslash \overline{A})}=\frac{0,6.1,5x}{0,6.1,5x+0,4.x}=\frac{9}{13}\approx 0,69.$$

Câu 115. Trường THPT chuyên X có bốn lớp chuyên bao gồm: Toán, Tin, Lý và Hóa. Theo thống kê, tỷ lệ học sinh lớp chuyên Toán trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu là 65%, lớp chuyên Tin là 35%, lớp chuyên Lý là 55% và chuyên Hóa là 45%. Biết rằng số học sinh lớp chuyên Toán gấp rưỡi số học sinh lớp chuyên Lý, số học sinh lớp chuyên Lý bằng số học sinh lớp chuyên Hóa, và số học sinh lớp chuyên Tin bằng 80% số học sinh lớp chuyên Lý. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường và biết rằng học sinh đó đã trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu. Tính xác suất để học sinh đó không phải là học sinh lớp chuyên Toán hoặc lớp chuyên Lý.(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,32

Lời giải

Gọi T là biến cố "Học sinh được chọn là học sinh lớp chuyên Toán"

I là biến cố "Học sinh được chọn là học sinh lớp chuyên Tin"

L là biến cố "Học sinh được chọn là học sinh lớp chuyên Lý"

H là biến cố "Học sinh được chọn là học sinh lớp chuyên Hóa"

X là biến cố "là học sinh trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu"

Khi đó: $P(X|T)=0,65; P(X|I)=0,35; P(X|L)=0,55; P(X|H)=0,45$

Gọi số học sinh của lớp chuyên Lý là x thì số học sinh lớp chuyên Tin, Hóa và Toán lần lượt là $0,8x$; x; $1,5x$ (học sinh)

Tổng số học sinh bốn lớp chuyên là $x+0,8x+x+1,5x=4,3x$.

Khi đó: $P(T)=\dfrac{1,5x}{4,3x}=\dfrac{15}{43}; P(I)=\dfrac{0,8x}{4,3x}=\dfrac{8}{43}; P(L)=\dfrac{x}{4,3x}=\dfrac{10}{43}=P(H)$

Xác suất học sinh được trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu là:

$$P(X)=P(X|T).P(T)+P(X|I).P(I)+P(X|L).P(L)+P(X|H).P(H)$$

$$P(X)=\left(0,65.\frac{15}{43}\right)+\left(0,35.\frac{8}{43}\right)+\left(0,55.\frac{10}{43}\right)+\left(0,45.\frac{10}{43}\right)=\frac{451}{860}$$

Xác suất học sinh trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu từ lớp chuyên Hóa hoặc chuyên Tin là:

$$P(X\cap(I\cup H))=P(X|H)P(H)+P(X|I)P(I)=0,45.\frac{10}{43}+0,35.\frac{8}{43}=\frac{73}{430}$$

Vậy xác suất để học sinh này không phải là học sinh lớp chuyên Toán hoặc lớp chuyên Tin là:

$$P(I\cup H|X)=\frac{P(X\cap(I\cup H))}{P(X)}=\frac{\frac{73}{430}}{\frac{451}{860}}=\frac{146}{451}\approx 0,32$$

Câu 116. Ở một viện dưỡng lão, tỉ lệ người mắc bệnh tim mạch là 25%. Tỉ lệ người hút thuốc trong số những người mắc bệnh tim mạch là một số dương và bằng 2 lần tỉ lệ người hút thuốc trong số những người không mắc bệnh tim mạch. Hỏi xác suất để một người ở viện dưỡng lão này mắc bệnh tim mạch, biết rằng người đó hút thuốc, là bao nhiêu phần trăm?

Đáp án: 40

Lời giải

Gọi các biến cố:

A: "Người ở viện dưỡng lão mắc bệnh tim mạch";

B: "Người ở viện dưỡng lão hút thuốc".

Khi đó xác suất để một người ở viện dưỡng lão mắc bệnh tim mạch, biết rằng người đó hút thuốc là $P(A|B)$.

Ta có $P(A)=25\%=0,25\Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)=0,75$.

Và $P(B|A)=2P(B|\overline{A})=2p$, với $P(B|\overline{A})=p,(p>0)$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,25\times 2p}{0,25\times 2p+0,75\times p}=\frac{0,25\times 2}{0,25\times 2+0,75}=\frac{2}{5}=40\%$$

Câu 117. Công ty X giao cho hai xí nghiệp I và II sản xuất 10000 sản phẩm. Xí nghiệp I sản xuất 4000 sản phẩm và có tỷ lệ phế phẩm là 6%, xí nghiệp II có tỉ lệ phế phẩm là 4%. Công ty có một hệ thống dùng để phát hiện phế phẩm cho các sản phẩm của hai xí nghiệp trên. Biết rằng nếu một phế phẩm đi qua hệ thống thì nó chỉ phát hiện được 95% và hệ thống dự đoán đúng được 92%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm rồi cho đi qua hệ thống. Tính xác suất để sản phẩm được chọn của xí nghiệp I biết rằng sản phẩm đó bị hệ thống báo là phế phẩm *(làm tròn kết quả đến hàng phầm trăm)*.

Đáp án: 0,43

Lời giải

Số phế phẩm của xí nghiệp I là: $4000\times 6\% = 240$.

Số phế phẩm của xí nghiệp II là: $6000\times 4\% = 240$.

$\Rightarrow$ Số phế phẩm của của công ty X là: $240+240=480$.

Gọi các biến cố:

A: "Sản phẩm của công ty được chọn là phế phẩm";

B: "Sản phẩm của công ty bị hệ thống báo là phế phẩm".

Ta có $P(A)=\dfrac{480}{10000}=0,048 \Rightarrow P(\bar{A})=1-P(A)=0,952$.

$P(B\,|\,A)=95\%=0,95$;

$P(\bar{B}\,|\,\bar{A})=92\%=0,92 \Rightarrow P(B\,|\,\bar{A})=1-P(\bar{B}\,|\,\bar{A})=0,08$.

ÁP dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(B)=P(A).P(B\,|\,A)+P(\bar{A}).P(B\,|\,\bar{A})=0,048\times 0,95+0,952\times 0,08=0,12176$

$\Rightarrow$ Số sản phẩm của công ty bị báo là phế phẩm là $0,12176\times 10000=1217,6$

Gọi các biến cố:

C: "Sản phẩm được chọn của xí nghiệp I là phế phẩm";

D: "Sản phẩm được chọn của xí nghiệp I bị báo là phế phẩm".

Ta có $P(C)=6\%=0,06 \Rightarrow P(\bar{C})=1-P(C)=0,94$.

$P(D\,|\,C)=95\%=0,95$;

$P(\bar{D}\,|\,\bar{C})=92\%=0,92 \Rightarrow P(D\,|\,\bar{C})=1-P(\bar{D}\,|\,\bar{C})=0,08$.

ÁP dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(D)=P(C).P(D\,|\,C)+P(\bar{C}).P(D\,|\,\bar{C})=0,06\times 0,95+0,94\times 0,08=0,1322$

$\Rightarrow$ Số sản phẩm của xí nghiệp I bị báo là phế phẩm là $0,1322\times 4000=528,8$.

Xác suất để sản phẩm được chọn là của xí nghiệp I biết rằng sản phẩm đó bị hệ thống báo là phế phẩm là

$P=\dfrac{528,8}{1217,6}\approx 0,43$.

Câu 118. Có hai hộp. Hộp I có 7 quả cầu mầu xanh và còn lại là quả cầu mầu vàng. Hộp II có 8 quả cầu mầu xanh và 5 quả cầu mầu vàng.Trước tiên lấy ra ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp I rồi thả vào hộp II. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp II. Xác suất để quả cầu lấy ra là quả cầu màu vàng là $\dfrac{95}{238}$. Tính số quả cầu trong hộp I.

Đáp án: 10

Lời giải

Gọi x là số quả cầu mầu vàng có trong hộp I $(x\in\mathbb{N})$

Gọi biến cố *A*: " Lấy được một quả cầu mầu xanh từ hộp I "

B: " Lấy được một quả cầu mầu vàng từ hộp II "

Khi đó $\bar{A}$: " Lấy được một quả cầu mầu vàng từ hộp I "

$P(A)=\dfrac{7}{7+x}$, $P(\bar{A})=\dfrac{x}{7+x}$.

$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=\frac{7}{7+x}.\frac{5}{14}+\frac{x}{7+x}.\frac{6}{14}=\frac{6x+35}{14(7+x)}$.

Theo đề bài $P(B)=\frac{95}{238}\Leftrightarrow\frac{6x+35}{14(7+x)}=\frac{95}{238}\Leftrightarrow 102x+595=95x+665\Leftrightarrow x=10$.

Câu 119. Một siêu thị có hai quầy thanh toán. Quầy 1 phục vụ 60% lượng khách hàng với tỷ lệ khách hàng có thẻ thành viên là 30%. Quầy 2 phục vụ 40% lượng khách hàng với tỷ lệ khách hàng có thẻ thành viên là 50%. Chọn ngẫu nhiên một người rời khỏi quầy thanh toán. Biết rằng khách hàng này có thẻ thành viên, tính xác suất khách hàng đã thanh toán ở quầy 1. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Đáp án: 0,47

Lời giải

Gọi A là biến cố "Khách hàng thanh toán ở quầy 1"

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "Khách hàng thanh toán ở quầy 2".

Gọi B là biến cố "Khách hàng thanh toán có thẻ thành viên"

Theo bài ra ta có $P(A)=0,6$ $P(B|A)=0,3$ $P(\overline{A})=0,4$ $P(B|\overline{A})=0,5$

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,6.0,3}{0,6.0,3+0,4.0,5}=\frac{9}{19}\approx 0,47$$

Câu 120. Một hộp chứa 12 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Chiến lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp, xem màu của nó rồi bỏ ra ngoài. Đến lượt bạn Thắng lấy bi với số lượng phụ thuộc vào màu của viên bi mà bạn Chiến đã lấy. Cụ thể: Nếu viên bi bạn Chiến lấy ra có màu xanh thì bạn Thắng sẽ lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi từ hộp; còn nếu viên bi bạn Chiến lấy ra có màu đỏ thì bạn Thắng sẽ lấy ngẫu nhiên ra bốn viên bi từ hộp. Tính xác suất để bạn Chiến lấy được viên bi màu đỏ, biết rằng trong các viên bi được bạn Thắng lấy ra có ít nhất một viên bi khác màu với viên bi của bạn Chiến (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,46

Lời giải

Gọi A là biến cố "bạn Chiến lấy được viên bi màu đỏ"

và B là biến cố "bạn Thắng lấy ra có ít nhất một viên bi khác màu với viên bi của bạn Chiến"

Theo bài ra ta cần tính $P(A|B)$.

+) Ta có $P(A)=\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$, $P(\overline{A})=\frac{2}{3}$.

+) Khi A xảy ra thì trong hộp còn lại 12 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Khi đó bạn Thắng sẽ chọn ngẫu nhiên 4 viên bi và biến cố $\overline{B}$ xảy ra tức là chọn được cả 4 viên bi đỏ.

Ta có $P(\overline{B}|A)=\frac{C_5^4}{C_{17}^4}=\frac{1}{476}\Rightarrow P(B|A)=1-\frac{1}{476}=\frac{475}{476}$.

+) Khi $\overline{A}$ xảy ra thì trong hộp còn lại 11 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Khi đó bạn Thắng sẽ chọn ngẫu nhiên 2 viên bi và biến cố $\overline{B}$ xảy ra tức là chọn được cả 2 viên bi xanh.

Ta có $P(\overline{B}|\overline{A})=\frac{C_{11}^2}{C_{17}^2}=\frac{55}{136}\Rightarrow P(B|\overline{A})=1-\frac{55}{136}=\frac{81}{136}$.

+) $P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{\frac{1}{3}.\frac{475}{476}}{\frac{1}{3}.\frac{475}{476}+\frac{2}{3}.\frac{81}{136}}=\frac{475}{1042}\approx 0,46$.

PHỤ LỤC ☞ CHƯƠNG TRÌNH TOÁN LỚP 10 VÀ 11

☞ ĐẠI SỐ TỔ HỢP

1. Quy tắc đếm

a) Qui tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động: Hành động thứ nhất có n cách thực hiện, hành động thứ hai có m cách thực hiện (không trùng với bất cứ cách nào của cảu hành động thứ nhất). Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n+m$ cách.

b) Qui tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp: Hành động thứ nhất có n cách thực hiện, với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất có m cách thực hiện hành động thứ hai. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n.m$ cách.

2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp

Loại	*Định nghĩa*	*Công thức tính số lượng*	*Dấu hiệu nhận biết*
Hoán vị	Mỗi vị trí sắp xếp thứ tự của n phần tử $\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ gọi là một hoán vị của n phần tử.	$P_n = n.(n-1).(n-2).....2.1=n!$	Lấy hết ***n*** phần tử để ***sắp xếp*** thứ tự
Chỉnh hợp	Mỗi vị trí sắp xếp thứ tự k phần tử được lấy trong n phần tử $\left(n\ge k\right)$ gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử.	$A_n^k = n(n-1).....(n-k+1)=\dfrac{n!}{\left(n-k\right)!}$	Lấy ***k*** phần tử trong ***n*** phần tử để ***sắp xếp*** thứ tự
Tổ hợp	Mỗi tập hợp k phần tử được lấy trong n phần tử $\left(n\ge k\right)$ gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử.	$C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$	Lấy ***k*** phần tử trong ***n*** phần tử và ***không sắp xếp*** thứ tự

Công thức tổ hợp mở rộng

Loại	*Công việc thực hiện*	*Công thức đếm*
Hoán vị vòng quanh	Sắp xếp n phần tử theo một vòng tròn	$\left(n-1\right)!$
Chỉnh tổ hợp	Chọn k phần tử trong n phần tử và sắp xếp vào m vị trí $\left(k\le n,\ k\le m\right)$	$C_n^k.A_m^k$

Công thức đặc biệt

$0!=1$	Nếu $k=n$ thì $A_n^n=\dfrac{n!}{0!}=\dfrac{n!}{1}=n!=P_n$.
$C_n^0=C_n^n=1$	$C_n^1=n$
$C_n^k=C_n^{n-k}\quad\left(0\le k\le n\right)$	$C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}\quad\left(0\le k<n\right)$
$\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k=C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=2^n\ \left(0\le k\le n\right)$	$C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}=\dfrac{A_n^k}{k!}$

3. Nhị thức Newton

a) Công thức nhị thức Newton

$$\boxed{\left(a+b\right)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}b^k},\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$$

b) Tính chất của nhị thức Newton

Số các số hạng của công thức là $n+1$

Số mũ của *a* giảm dần từ *n* đến 0, số mũ của *b* tăng từ 0 đến *n*; đồng thời tổng các số mũ của *a* và *b* trong mỗi hạng tử đều bằng *n*

Số hạng tổng quát thứ $k+1$ có dạng $T_{k+1}=C_n^k a^{n-k} b^k \quad (k=0,1,...,n)$

Các hệ số của nhị thức cách đều hai số hạng đầu và cuối bằng nhau: $C_n^k=C_n^{n-k}; 0\le k\le n$

CÁC DẠNG BÀI TOÁN ĐẾM

Quy tắc: ***Hành động nào có điều kiện mạnh nhất thì thực hiện đếm trước nhất,...***

Dạng 1. Đếm số lượng số tự nhiên

B1: Gọi số tự nhiên có dạng: $\overline{a_1a_2...a_n}$ và a_i thuộc tập chứa các chữ số theo đề.

B2: Chọn chữ số thỏa điều kiện bài toán đặt vào các hàng số theo thứ tự ưu tiên: ***Hàng nào có điều kiện "mạnh" nhất thì thực hiện trước nhất.*** *(Chú ý phân ra nhiều trường hợp nếu bị trùng điều kiện)*

B3: Dùng Quy tắc nhân để tính kết quả từng trường hợp và Dùng Quy tắc cộng để tính Kết quả cả bài.

Tính chất chia hết	***Dấu hiệu chia hết***
Số lẻ	Chữ số tận cùng là chữ số lẻ
Số chẵn (Số chia hết cho 2)	Chữ số tận cùng là chữ số chẵn
Chia hết cho 3	Tổng các chữ số chia hết cho 3
Chia hết cho 4	Số gồm 2 chữ số cuối là số chia hết cho 4
Chia hết cho 5	Chữ số tận cùng là 0 hoặc 5
Chia hết cho 6	Chia hết cho 2 và 3
Chia hết cho 7	Nhân đôi chữ số cuối cùng rồi lấy số gồm các chữ số còn lại trừ cho phép nhân đó nếu kết quả chia hết cho 7 thì số đã cho sẽ chia hết cho 7
Chia hết cho 8	Số gồm 3 chữ số cuối là số chia hết cho 8
Chia hết cho 9	Tổng các chữ số chia hết cho 9
Chia hết cho 10	Chữ số tận cùng là 0
Chia hết cho 11	Tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số chia hết cho 11.
Chia hết cho 25	Hai chữ số tận cùng là 00, 25, 50 hoặc 75.

Dạng 2. Đếm số cách sắp xếp

① ***Sắp xếp xen kẽ 2 nhóm A, B:***

TH1. Số phần tử 2 nhóm bằng nhau: $n(A)=n(B)=m$ → Số cách sắp xếp là $2.m!.m!$.

TH2. Số phần tử 2 nhóm hơn kém 1 đơn vị: $n(A)=m,\ n(B)=m+1$ → Số cách sắp xếp là $m!.(m+1)!$

② ***Sắp xếp theo nhóm A, B, C:*** *cho* $n(A)=a,\ n(B)=b,\ n(C)=c$

TH1. Chỉ có các phần tử nhóm *A* kề nhau → Số cách sắp xếp là $a!.(b+c+1)!$

TH2. Các phần tử 2 nhóm *A*, *B* kề nhau → Số cách sắp xếp là $a!.b!.(c+2)!$

TH3. Các phần tử 3 nhóm *A*, *B*, *C* kề nhau → Số cách sắp xếp là $a!.b!.c!.3!$

☺ Tương tự cho sắp xếp n nhóm.

③ ***Sắp xếp nhóm A có n phần tử sao cho có k phần tử $a_1, a_2,...,a_k$ không kề nhau*** $\left(k\le\frac{n+1}{2}\right)$***:***

B1. Xem số vị trí cần sắp xếp là $2\left(n-k\right)+1$ → Sắp xếp $n-k$ phần tử $a_{k+1},\ a_{k+2},...,a_n$ vào các vị trí chẵn → Có $\left(n-k\right)!$ cách

B2. Sắp xếp k phần tử $a_1,\ a_2,...,a_k$ vào $n-k+1$ vị trí còn lại → Có A_{n-k+1}^k cách

Vậy Số cách sắp xếp là $\left(n-k\right)!.A_{n-k+1}^k$

Dạng 3. Đếm số cách chọn

① ***Chọn không sắp xếp:***

→ Chọn *k* phần tử loại *I* từ các nhóm *A, B, C,...*

→ Phân nhiều Trường hợp, chọn mỗi nhóm 1 số lượng phần tử loại *I*, sao cho tổng số lượng phần tử loại *I* ở mỗi trường hợp phải bằng *k* phần tử.

② ***Chọn có sắp xếp (Chỉnh tổ hợp):*** Chọn k phần tử trong n phần tử và sắp xếp vào m vị trí $\left(k\le n,\ k\le m\right)$ có: $C_n^k.A_m^k$ cách

☞ XÁC SUẤT

1. Không gian mẫu

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của một phép thử gọi là không gian mẫu. Kí hiệu: Ω

2. Biến cố

Biến cố là tập con của không gian mẫu

Biến cố không thể xảy ra gọi là biến cố không. Kí hiệu là $\varnothing$

Không gian mẫu là biến cố luôn xảy ra gọi là biến cố chắc chắn.

3. Xác suất của biến cố

a) Định nghĩa cổ điển của xác suất:

Xác suất của biến cố A là

$$\boxed{P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}}$$

Trong đó:

$n(A)=|\Omega_A|$ là số phần tử (hay kết quả thuận lợi) của biến cố A;

$n(\Omega)=|\Omega|$ là số phần tử của không gian mẫu (hay tất cả kết quả có thể xảy ra của phép thử).

b) Tính chất

- $P(\varnothing)=0$;
- $P(\Omega)=1$;
- $0\le P(A)\le 1$;
- $P(\overline{A})=1-P(A)$

QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

Bước 1. Mô tả không gian mẫu Ω (Nếu được). Kiểm tra tính hữu hạn của Ω, tính đồng khả năng của các kết quả. Đếm số kết quả có thể xảy ra của phép thử: Tính $n(\Omega)$

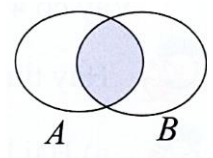
Bước 2. Xác định biến cố A và Đếm số kết quả có thể xảy ra của biến cố A: Tính $n(A)$

Bước 3. Tính xác suất của biến cố A: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$

4. Biến cố giao và quy tắc nhân xác suất

a) Biến cố giao

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu AB hoặc $A\cap B$ được gọi là biến cố giao của A và B.

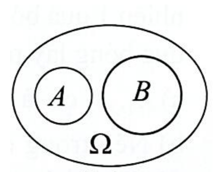


Chú ý:

Tập hợp mô tả biến cố AB là giao của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B. Biến cố AB xảy ra khi và chỉ khi cả hai biến cố A và B xảy ra.

b) Hai biến cố xung khắc

Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra. (Hay $A\cap B=\varnothing$)



c) Biến cố độc lập

Hai biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

d) Quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập

Để tính xác suất của giao các biến cố độc lập, ta sử dụng quy tắc nhân xác suất sau:
Nếu hai biến cố A và B độc lập thì $P(AB)=P(A)P(B)$.

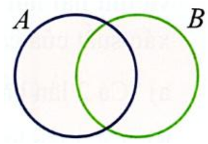
Chú ý:

Từ quy tắc nhân xác suất ta thấy, nếu $P(AB)\ne P(A)P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập.

5. Biến cố hợp và quy tắc cộng xác suất

a) Biến cố hợp

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là biến cố hợp của A và B.



Chú ý:

Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B.

b) Quy tắc cộng xác suất

Cho hai biến cố xung khắc A và B. Khi đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Cho hai biến cố A và B bất kì. Khi đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$