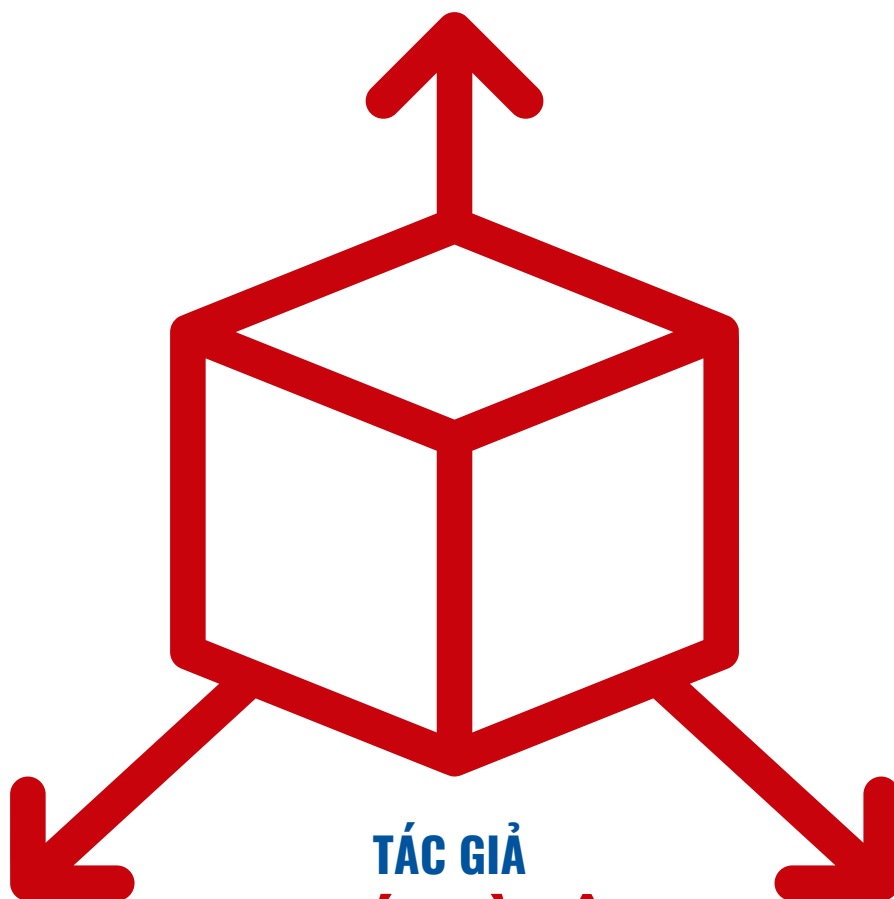




Bộ Đề Kiểm Tra

CUỐI KỲ 2 - KHỐI 12



TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 1

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

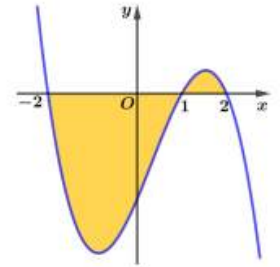
A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

» **Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - \frac{2}{x^2} + \sin x$ là

- A. $e^x - \frac{2}{x} + \cos x + C$. B. $e^x - 2\ln x^2 - \cos x + C$.
C. $e^x + \frac{2}{x} - \cos x + C$. D. $e^x + \frac{2}{x} + \cos x + C$.

» **Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$ và

$\int_1^2 f(x) dx = b$. Tính diện tích S của hình phẳng được tô đậm.



- A. $S = -a - b$.
B. $S = a + b$.
C. $S = b - a$.
D. $S = a - b$.

» **Câu 3.** Tính diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

- A. $S = \frac{2000}{3}$. B. $S = 2008$. C. $S = \frac{2008}{3}$. D. 2000.

» **Câu 4.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là

- A. $S = \frac{2}{9}$. B. $S = \frac{9}{4}$. C. $S = \frac{13}{6}$. D. $S = \frac{8}{9}$.

» **Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình vuông cạnh là $\sqrt{9 - x^2}$. Tính thể tích V của vật thể.

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 171$. C. $V = 171\pi$. D. $V = 18$.

» **Câu 6.** Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

» **Câu 7.** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 10x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay quanh trục hoành bằng:

- A. 100π . B. 20π . C. 20. D. 2π .

» **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$, $B(-1; 1; 2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:



A. $x + y - 3z - 5 = 0$.

B. $-x - y + 3z + 2 = 0$.

C. $x + y - 3z + 10 = 0$.

D. $-2x - 2y + 6z - 11 = 0$.

» **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(\beta): x + 5y - z - 9 = 0$ có vị trí tương đối là

B. song song.

B. cắt nhau.

C. chéo nhau.

D. trùng nhau.

» **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{v} = (-2; 1; 0)$.

B. $\vec{v} = (-2; 1; -2)$.

C. $\vec{v} = (1; 3; -2)$.

D. $\vec{v} = (1; 3; 0)$.

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(-3; 0; 5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 1 + 5t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 5t \end{cases}$.

» **Câu 12.** Thư viện của một trường THPT có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{22}$.

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$ và hàm số $g(x) = 2x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Họ nguyên hàm của hàm $g(x)$ là $G(x) = x^2 + c$		
(b)	$\int_0^2 f(x) dx = \frac{14}{5}$		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm $f(x)$, $g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ bằng 3		
(d)	Cho hình phẳng H giới hạn bởi hàm số $f(x) = x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình H xoay quanh trục Ox là $\frac{178\pi}{15}$		

» **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 3; -2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm A cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 5.		
(b)	Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z - 4 = 0$.		



(c)	Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$		
(d)	Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) . Khi đó giá trị của biểu thức $T = a - b + 9c = -4$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

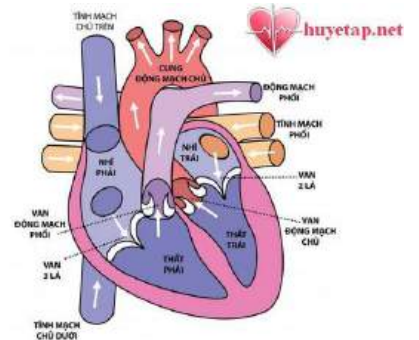
» **Câu 15.** Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1990 được ước tính theo một hàm số theo thời gian $f(t)$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng $f'(t) = \frac{34}{t^2 + 4t + 4}$ (nghìn người/năm) biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn. Số dân của thị trấn đó vào năm 2035 là bao nhiêu nghìn người? (kết quả lấy chính xác đến hàng phần chục) biết dân số của thị trấn đó năm 1990 là 3 nghìn người

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Tung một đồng xu cân đối đồng chất 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để cả hai lần đều xuất hiện mặt sấp biết rằng lần thứ nhất xuất hiện mặt sấp. Viết kết quả dưới dạng thập phân.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Hiệu suất của tim là lưu lượng máu được bơm bởi tim trên một đơn vị thời gian (lưu lượng máu chảy vào động mạch chủ). Để đo hiệu suất của tim, người ta bơm A (mg) chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, chảy qua tim rồi vào động mạch chủ và đo nồng độ chất chỉ thị màu còn lại ở tim đến thời điểm T (s) khi chất chỉ thị màu tan sạch. Gọi $c(t)$ là nồng độ (mg/l) chất chỉ thị màu tại thời điểm t (s) thì hiệu



suất của tim được xác định bởi
$$F = \frac{A}{T} \int_0^T c(t) dt \quad (1/s)$$
. Tính hiệu suất của tim khi bơm 8 mg

chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, biết $c(t) = \frac{1}{4}t(12-t)$ với $0 \leq t \leq 12$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

(Nguồn: James Stewart, Calculus, Cengage Learning).

» **Điền đáp số:**

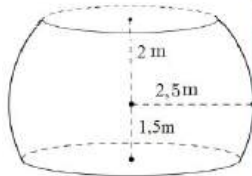
» **Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$ một cabin cáp treo được đặt xuất phát tại điểm $A(3;4;20)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;2)$ với tốc độ là $5m/s$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau 30 giây di chuyển cáp treo dừng lại tại điểm $M(a;b;c)$. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ là bao nhiêu?



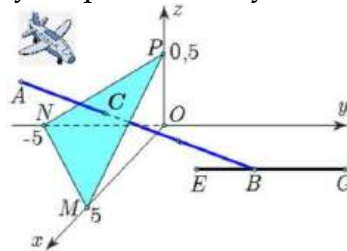
Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Mặt trong của một hầm biogas có hình dạng là một phần của mặt cầu đã cắt bỏ hai phần của nó bằng hai mặt phẳng song song với nhau (như hình vẽ). Bán kính của mặt cầu bằng $2,5m$. Mặt đáy phía dưới cách tâm một khoảng bằng $1,5m$. Mặt đáy phía trên cách tâm một khoảng bằng $2m$. Tính thể tích phần bên trong của hầm biogas đó (đơn vị là m^3)



» **Câu 20.** Một máy bay đang ở vị trí điểm $A(3,5;-2;0,4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí điểm $B(3,5;5,5;0)$ trên đường băng EG được mô hình hóa trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét). Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5;0;0)$ $N(0;-5;0)$ và $P(0;0;0,5)$. Tìm tọa độ của điểm C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh?



» **Câu 21.** Trong một lô bóng đèn có 20% số bóng do phân xưởng I sản xuất. Số bóng còn lại do phân xưởng II sản xuất. Người ta nhận thấy có 2% số bóng trong lô hàng không đạt chất lượng. Biết rằng trong các bóng do phân xưởng I sản xuất, tỉ lệ bóng không đạt chất lượng là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ lô hàng. Biết rằng bóng được chọn không đạt chất lượng, tính xác suất bóng đó do phân xưởng II sản xuất.

----- Hết -----



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 2

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

» **Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^a f(x) dx = 1$.

C. $\int_a^a f(x) dx = 0$.

D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

» **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 2 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

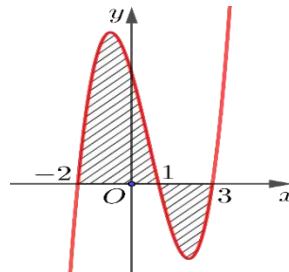
A. $I(1; 2; -1), R = 2\sqrt{2}$.

B. $I(-1; -2; 1), R = 2\sqrt{2}$.

C. $I(2; 4; -2), R = \sqrt{2}$.

D. $I(2; 4; 2), R = 8$.

» **Câu 3.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

» **Câu 4.** Cho 2 biến cố A và B . Tìm $P(A)$ biết $P(A|B) = 0,8; P(A|\bar{B}) = 0,3; P(B) = 0,4$.

A. 0,1.

B. 0,5.

C. 0,04.

D. 0,55.

» **Câu 5.** Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

» **Câu 6.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^3, y = x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.



» **Câu 7.** Cho phần vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể (T) .

A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = 4\sqrt{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

» **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 8$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$.

» **Câu 9.** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

A. $\frac{11}{32}$. B. $\frac{1}{17}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{7}{15}$.

» **Câu 10.** Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3x-x^2$, $y=0$ quanh trục Ox là:

A. $V = \frac{85}{10}\pi$. B. $V = \frac{41}{7}\pi$. C. $V = \frac{8}{7}\pi$. D. $V = \frac{81}{10}\pi$.

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2 \\ z=-2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=-2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$.

» **Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-1}$ và $\Delta: \begin{cases} x=2-2t \\ y=-2+t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho

A. Chéo nhau B. Trùng nhau C. Song song D. Cắt nhau

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x) = 2x + 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$.		
(b)	Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng 42.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và $x = -2$, $x = 1$ bằng 6.		



(d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = x^2 - 2x + 6$ quanh trục Ox bằng $\frac{1556\pi}{15}$.

» **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$ và điểm $A(2;1;2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm A đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$.		
(b)	Đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$		
(c)	Mặt phẳng (Q) qua 2 điểm $B(1;1;0)$, $C(-2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình $(Q): 2x + y + 6z - 3 = 0$.		
(d)	Đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị đo là mét, tác động vào cán mở lết tại vị trí $P(1;2;3)$ một lực $\vec{F}(1;1;-1)$ như hình vẽ.



Moment lực \vec{M} khi tác động lực \vec{F} vào mở lết tại vị trí P là $(a;b;c)$. Xác định $a+b+c$

» **Điền đáp số:**

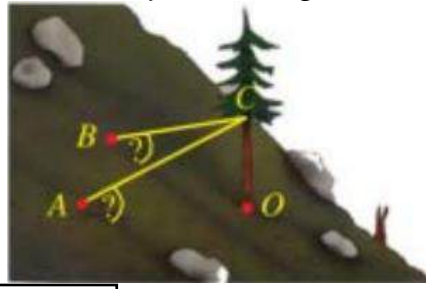
» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(2;1;3)$ với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc 9 (trên giây) là $\vec{v} = (2;1;5)$. Biết mục tiêu đặt ở vị trí có tọa độ $B(8;4;18)$, hỏi trong thời gian bao lâu (giây) viên đạn trên bay trúng vào mục tiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình vẽ. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm gốc O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0;0;0)$, $A(5;-3;1)$, $B(-3;-4;2)$, đơn vị trên mỗi trục



tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $C(0;0;5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Khi đó, góc tạo bởi dây neo CA và mặt phẳng sườn núi là bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ)?



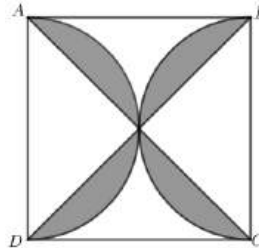
» Điền đáp số:

» **Câu 18.** Một trường trung học phổ thông có 500 học sinh, trong đó có 201 học sinh nam và 299 học sinh nữ. Tổng kết học kỳ I, có 160 học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi, trong đó có 72 học sinh nam và 88 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 500 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn có danh hiệu học sinh giỏi và là nam (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

» Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh 4cm vẽ hai đường chéo và hai nửa đường tròn đường kính là hai cạnh AD, BC cắt nhau tạo thành 4 hình cánh quạt như hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay 4 cánh quạt này quanh cạnh CD (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).



» **Câu 20.** Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 8 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{4}t + a$ (m/s), ($t \geq 8$) cho đến khi dừng hẳn. Biết rằng kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì chất điểm đi được quãng đường là 120m. Tìm vận tốc v_0 .

» **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ bắn một viên đạn từ vị trí $A(3;0;1)$ trong 2 giây. Đầu đạn đi với vận tốc không đổi theo vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (5;1;2)$. Hỏi xạ thủ có bắn trúng mục tiêu tại vị trí điểm $B(1;5;3)$ không?

----- Hết -----



TOÁN TỬ TÂM

ĐỀ SỐ 3

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

» **Câu 1.** Cho hai số thực a, b tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập \mathbb{R} . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

» **Câu 2.** Nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + \cos x + 1$ là

A. $x^3 + \sin x + c$. B. $x^3 + x + \sin x + c$. C. $x^3 + x + \cos x + c$. D. $x^3 + x - \sin x + c$.

» **Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (2; -1; -1)$. B. $\vec{n} = (-2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

» **Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

B. $\int_a^a f(x)dx = 0$.

C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$.

D. $\int_a^b f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$.

» **Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

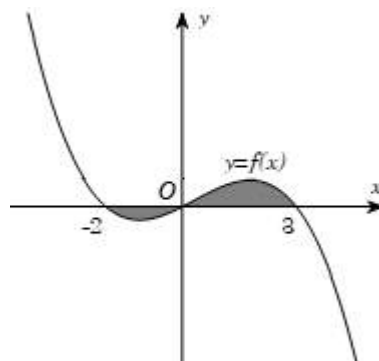
A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

» **Câu 6.** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:



A. $S = \int_{-2}^3 f(x)dx$.

B. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx$.



C. $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx$.

D. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_3^0 f(x)dx$.

» **Câu 7.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2; x = 3$ bằng

A. $\frac{27}{4}$.

B. $\frac{11}{4}$.

C. $\frac{75}{4}$.

D. 12.

» **Câu 8.** Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều có diện tích $\sqrt{3} \sin x$.

A. $V = 3$.

B. $V = 3\pi$.

C. $V = 2\pi\sqrt{3}$.

D. $V = 2\sqrt{3}$.

» **Câu 9.** Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$ thì xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là

A. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$.

B. $P(A|B) = P(A).P(B)$.

C. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

D. $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}$.

» **Câu 10.** Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{32}{5}$.

B. $V = \frac{32\pi}{5}$.

C. $V = \frac{32}{5\pi}$.

D. $V = 32\pi$.

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(1; 3; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $y - 2z + 2 = 0$.

B. $y - 3z + 4 = 0$.

C. $y - 2z - 6 = 0$.

D. $y - 3z - 8 = 0$.

» **Câu 12.** Một hộp có 10 viên bi trắng và 5 viên bi đỏ, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: "An lấy được viên bi trắng";

Và B là biến cố "Bình lấy được viên bi trắng".

Khi đó, $P(A|B)$ bằng

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{9}{14}$.

D. $\frac{2}{3}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Một hộp có 16 bi đỏ và 10 bi xanh, trong đó có 10 bi được đánh số gồm 6 bi đỏ và 4 bi xanh. Xét các biến cố sau:

A : "viên bi được lấy ra có màu đỏ"; B : "viên bi được lấy ra có đánh số";

\bar{A} : "viên bi được lấy ra có màu xanh"; \bar{B} : "viên bi được lấy ra không có đánh số".

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để lấy ra bi xanh là $\frac{5}{13}$.		



(b)	Xác suất để lấy ra bi không có đánh số là $\frac{5}{13}$.		
(c)	Xác suất để lấy được bi màu đỏ không có đánh số là $\frac{5}{8}$.		
(d)	Xác suất lấy được bi xanh không có đánh số là $\frac{8}{13}$.		

» **Lời giải**

(a) Xác suất để lấy ra bi xanh là $\frac{5}{13}$.

Xác suất lấy được bi đỏ là: $P(A) = \frac{16}{26}$

Xác suất lấy được bi xanh là: $P(\bar{A}) = 1 - \frac{16}{26} = \frac{5}{13}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất để lấy ra bi không có đánh số là $\frac{5}{13}$.

Xác suất lấy được bi có đánh số là: $P(B) = \frac{10}{26}$

Xác suất lấy được bi không có đánh số là: $P(\bar{B}) = 1 - \frac{10}{26} = \frac{8}{13}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Xác suất để lấy được bi màu đỏ không có đánh số là $\frac{5}{8}$.

Số bi đỏ không có đánh số là: $n(A \cap \bar{B}) = 16 - 6 = 10$

Số bi không có đánh số là: $n(\bar{B}) = 26 - 10 = 16$

Xác suất lấy được bi đỏ không có đánh số là: $P(A | \bar{B}) = \frac{n(A \cap \bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Xác suất lấy được bi xanh không có đánh số là $\frac{8}{13}$.

Số bi xanh không có đánh số là: $n(\bar{A} \cap \bar{B}) = 10 - 4 = 6$

Số bi không có đánh số là: $n(\bar{B}) = 26 - 10 = 16$

Xác suất lấy được bi xanh không có đánh số là: $P(\bar{A} | \bar{B}) = \frac{n(\bar{A} \cap \bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$, $B(1;1;0)$ và đường thẳng d có phương

trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Khi đó::

Mệnh đề

| Đúng | Sai



(a)	Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $x + y + 2z - 1 = 0$.		
(b)	Hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d là điểm $H(1;0;-1)$.		
(c)	Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và song song với đường thẳng d có phương trình tổng quát: $4x - 2y - z - 2 = 0$.		
(d)	Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có dạng: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.		

✎ **Lời giải**

(a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $x + y + 2z - 1 = 0$.

(P) đi qua điểm A và vuông góc với d có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;2)$.

Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $x + y + 2z - 5 = 0$.

» **Chọn SAI.**

(b) Hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d là điểm $H(1;0;-1)$.

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;2)$.

Gọi $H(t+1;t;2t-1)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d .

Ta có $\overrightarrow{AH} = (t;t;2t-3)$ và $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(2;1;1)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và song song với đường thẳng d có phương trình tổng quát: $4x - 2y - z - 2 = 0$.

Ta có: $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \Rightarrow d$ qua $M(1;0;-1)$ và nhận $\vec{u} = (1;1;2)$ làm một VTCP.

$\overrightarrow{AB} = (0;1;-2)$.

(P) đi qua A, B và song song với đường thẳng $\Rightarrow \vec{n}_p = [\vec{u}; \overrightarrow{AB}] = (-4;2;1)$

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) : $-4x + 2y + z + 2 = 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có dạng: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Gọi $d \cap \Delta = B \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$ và $\overrightarrow{AB} = (t;t;-3+2t)$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1;1;2)$

Vì $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t + t + 2(-3 + 2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$.

Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ là vectơ chỉ

phương có dạng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn (02 điểm)



» **Câu 15.** Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: *Global Positioning System*, viết tắt là *GPS*) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, toạ độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm toạ độ. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(0;4;5)$, $B(-3;-1;3)$, $C(-2;8;9)$, $D(-7;2;-3)$. Tính khoảng cách từ gốc toạ độ O đến điểm M biết rằng khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA=3$, $MB=5$, $MC=9$, $MD=10$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Biết góc quan sát ngang của một camera là 116° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 13 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



» **Điền đáp số:**

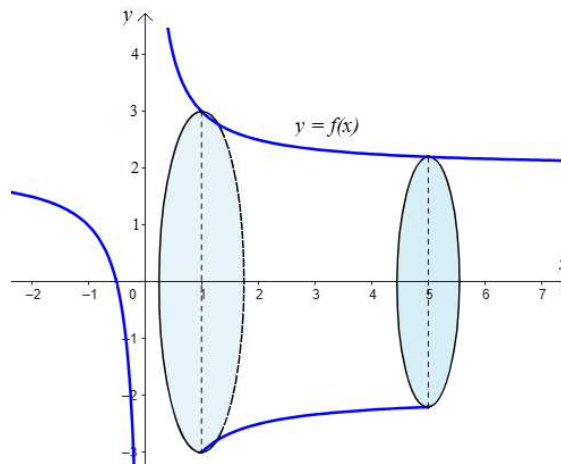
» **Câu 18.** Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), toạ độ của A và B lần lượt là $(3;2,5;15)$ và $(21;27,5;10)$. Khi du khách ở độ cao 12 mét thì toạ độ của du khách lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). Biết rằng sự trùng xuống của sợi dây là không đáng kể.



Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

- » **Câu 19.** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=5$. Lấy đơn vị trên các trục tọa độ là dm . Một chậu nước bằng nhựa có hình dạng và kích thước giống hệt như hình dạng và kích thước của khối tròn xoay (T) được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Ox , thể tích nhựa để làm chậu nước chiếm 5% thể tích của khối tròn xoay (T) khi đó chậu có thể chứa được tối đa bao nhiêu lít nước? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



- » **Câu 20.** Một người đứng ở mặt đất điều khiển flycam để phục vụ chương trình truyền hình. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Chiếc flycam đang ở vị trí điểm $B(3;1;2)$ và chuyển động trên đường thẳng trong 5 giây tới điểm M với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2;1;2)$. Xác định khoảng cách từ vị trí người điều khiển tới M .
- » **Câu 21.** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai.

----- Hết -----



TOÁN TỪ TÂM

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 4

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- » **Câu 1.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2024}$.
- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2023} \cdot x^{2023} + C$. B. $\int f(x)dx = 2024 \cdot x^{2023} + C$.
- C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2025} \cdot x^{2025} + C$. D. $\int f(x)dx = x^{2025} + C$.
- » **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng
- A. 8. B. 32. C. 16. D. 4.
- » **Câu 3.** Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố A là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là
- A. 3. B. 2 C. 4. D. 1.
- » **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng
- A. 6. B. $\frac{11}{6}$. C. 1. D. $\frac{6}{7}$.
- » **Câu 5.** Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
- A. -1. B. 1. C. -3. D. 3.
- » **Câu 6.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$ và $x = 3$.
- A. e^3 . B. $e^3 - 1$. C. $e^2 - 1$. D. $e(e^2 - 1)$.
- » **Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?
- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.
- C. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$. D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.
- » **Câu 8.** Cho hai biến độc lập A, B với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng
- A. 0,8. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,6.
- » **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): -4x - 8y - 6z + 2 = 0$. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng (P) và (Q) là



- A. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .
- B. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .
- C. Mặt phẳng (P) cắt và không vuông với mặt phẳng (Q) .
- D. Mặt phẳng (P) trùng với mặt phẳng (Q) .

» **Câu 10.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{5-x}, x \leq 5$, trục tung, trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

- A. $\frac{25\pi}{2}$.
- B. $\frac{25}{2}$.
- C. 25π .
- D. $\frac{25}{4}$.

» **Câu 11.** Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

- A. $\frac{1}{10}$
- B. $\frac{2}{9}$.
- C. $\frac{8}{9}$.
- D. $\frac{2}{5}$.

» **Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3), B(-1; 1; 2)$. Tập hợp $M(x; y; z)$ sao cho $MA = \sqrt{2}MB$ là một mặt cầu có bán kính bằng

- A. $\sqrt{7}$.
- B. $4\sqrt{7}$.
- C. $2\sqrt{7}$.
- D. $\sqrt{14}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 4 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{2}t + a$ (m/s), ($t \geq 4$) cho đến khi dừng hẳn. Quãng đường chất điểm đi được kể từ lúc chuyển động đến khi dừng hẳn là 80m. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 4 (giây) bằng : $S(4) = 4v_0$ (m).		
(b)	Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 5 (giây) bằng : $S(5) = \int_0^5 v(t) dt$ (m)		
(c)	$v_0 < 8$ (m/s)		
(d)	Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 giây đến 7 giây kể từ lúc bắt đầu thỏa mãn $v_{tb} < 8$ (m/s)		

» **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-2; 2; -3)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) có đường kính AB . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$I(0; 3; -1), R = 6$.		
(b)	Phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại A là $(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$.		
(c)	Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt cầu với $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$ là 5.		



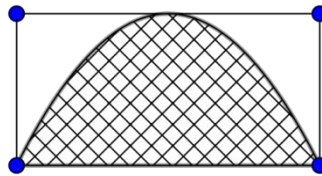
- (d) Gọi I' là tâm mặt cầu (S') sao cho diện tích mặt cầu (S) gấp 4 lần diện tích mặt cầu (S') . Khi đó, $II' = \frac{11}{2}$.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt. làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

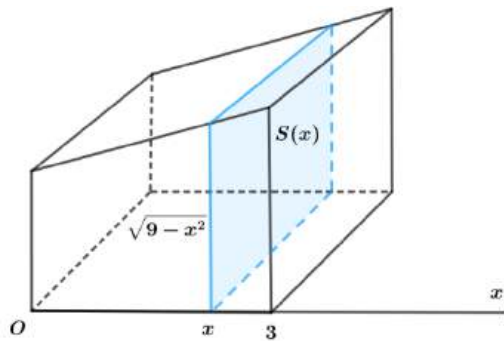
» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Bạn An có các tấm thẻ hình chữ nhật có kích thước khác nhau nhưng có cùng chu vi là 6cm. Trên mỗi tấm thẻ An vẽ một hình parabol sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một cạnh của tấm thẻ như hình vẽ. Hỏi diện tích của hình parabol lớn nhất mà An vẽ được bằng bao nhiêu xăng ti mét vuông?



» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (xem hình). Tính thể tích của vật thể đã cho.



» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 2; -2), B(3; -3; 3)$. M là điểm thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

» **Điền đáp số:**

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai.



- » **Câu 20.** Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2^x; y = \frac{2}{\sqrt{x}}; x = \frac{1}{2}; x = 4$
- » **Câu 21.** Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 10z + 2 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm M, N . Độ dài đoạn MN nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

----- Hết -----



TOÁN TỬ TÂM

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 5

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

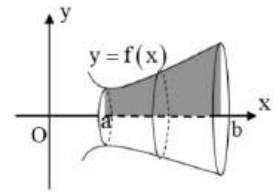
PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- » **Câu 1.** Cho hai biến cố A và B bất kì với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau là
- A. $P(A \cup B) = P(A|B).P(B)$. B. $P(A \cap B) = P(A|B).P(A)$.
C. $P(A|B).P(A) = P(B|A).P(B)$. D. $P(A|B).P(B) = P(B|A).P(A)$.
- » **Câu 2.** Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx$ bằng:
- A. 8. B. 10. C. 9. D. $\frac{26}{3}$.
- » **Câu 3.** Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2 \right] dx$ bằng
- A. 8. B. 9. C. 6. D. 5.
- » **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là
- A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 5; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 5)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 5)$.
- » **Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3), B(-1; 3; 2), C(5; 2; 1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC .
- A. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.
C. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 2$.
- » **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, số giá trị nguyên của $m \in [0; 10]$ để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình của mặt cầu.
- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.
- » **Câu 7.** Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,3; P(B) = 0,5; P(B|A) = 0,9$. Khi đó xác suất của biến cố $A \cap B$ là
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{27}{100}$. C. $\frac{9}{20}$. D. $\frac{3}{20}$.
- » **Câu 8.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng
- A. 8. B. 12. C. 10. D. 9.
- » **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 4x + (2-m)y + mz - 3 = 0, m$ là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .
- A. $m = -3$. B. $m = -2$. C. $m = 3$. D. $m = 2$.



» **Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ có đồ thị như hình vẽ. Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây:



A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b \pi^2 f^2(x) dx$.

» **Câu 11.** Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

A. $55m$. B. $25m$. C. $50m$. D. $16m$.

» **Câu 12.** Trong một hộp kín có 5 chiếc bút màu xanh và 3 chiếc bút màu đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Mai lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn Quỳnh lấy ngẫu nhiên một trong 7 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để bạn Mai lấy được bút màu đen và bạn Quỳnh lấy được bút màu xanh.

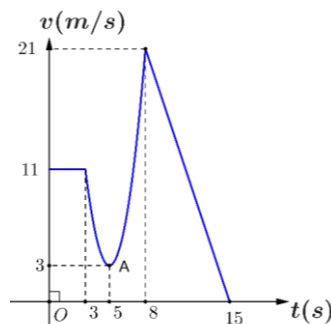
A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{15}{56}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bán kính nhỏ nhất của (S) là 1.		
(b)	Với $m = \pm\sqrt{2}$ thì mặt phẳng (Oxy) tiếp xúc với (S) .		
(c)	Với $m = 2\sqrt{6}$ thì (S) cắt $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.		
(d)	Có 5 giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ cắt (S) tại 2 điểm phân biệt.		

» **Câu 14.** Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ)



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 11(m/s)$.		



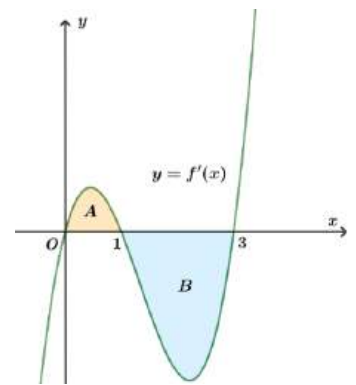
(b)	Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^3 11dt \text{ (m)}$		
(c)	Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5 \text{ (m)}$.		
(d)	Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7 \text{ (m/s)}$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Một nhóm học sinh thi Học sinh giỏi cấp trường, trong đó có 10 học sinh lớp 12C. Kết quả có 6 học sinh của lớp 12C đạt giải. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm học sinh trên. Tính xác suất chọn được học sinh đạt giải, biết rằng học sinh đó thuộc lớp 12C. *Viết kết quả dưới dạng thập phân.*

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình dưới. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_A = 4$ và $S_B = 10$. Tính giá trị của $f(3)$, biết giá trị của $f(0) = 2$.



» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Tổng các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $d: y = x + m$ cắt parabol $(P): y = x^2 - 5x + 4$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$ bằng bao nhiêu?

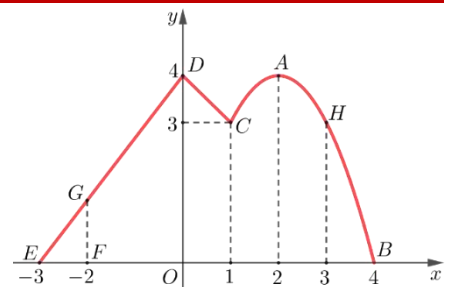
» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và hai điểm $A(1;3;4)$, $B(4;1;9)$; M là điểm thay đổi trên (S) . Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Xác định $m+n$.

» **Điền đáp số:**

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;5]$ như hình vẽ dưới đây (phần cong của đồ thị là một phần của Parabol $y = ax^2 + bx + c$). Tính $I = \int_{-2}^3 f(x)dx$.



» **Câu 20.** Trong một cộng đồng X có tỉ lệ mắc ung thư là 0,02. Biết rằng xác suất xét nghiệm dương tính là 0,95 nếu người đó mắc ung thư và 0,03 nếu người đó không mắc ung thư. Tính xác suất khi chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng X bị ung thư nếu người



này cho kết quả xét nghiệm dương tính. (Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm, làm tròn đến chữ số hàng chục sau dấu thập phân)

- » **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và hai điểm $M(-1; 2; -4)$, $N(3; -2; -2)$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc Δ đều cách đều hai điểm M, N .

----- Hết -----



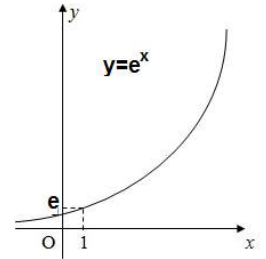
ĐỀ SỐ 6

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

» **Câu 1.** Gọi S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = e^x$, trục hoành, và đường thẳng $x = 1$ (như hình vẽ dưới).



Khi đó S được tính bằng công thức:

A. $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$. **B.** $S = \int_0^1 e^x dx$.

C. $S = \int_0^e (x - 1) dx$. **D.** $S = \int_0^1 (e^x - 1) dx$.

» **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(P): x + 3y - 2z + 4 = 0$ và $(Q): 6x + 18y - 12z = 0$?

A. $d((P);(Q)) = \frac{\sqrt{7}}{14}$. **B.** $d((P);(Q)) = \frac{2\sqrt{14}}{7}$

C. $d((P);(Q)) = \frac{2\sqrt{7}}{14}$. **D.** $d((P);(Q)) = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

» **Câu 3.** Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao $2m$. Trong 10 năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \frac{1}{x}$. Xác định chiều cao $h(x)$ của cây sau x năm ($1 \leq x \leq 11$).

A. $h(x) = \ln x - 2$ **B.** $h(x) = \ln x + 2$ **C.** $h(x) = \ln x + 1$ **D.** $h(x) = \ln x - 1$

» **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (1; -2; 1)$. **B.** $\vec{u} = (2; 1; -1)$. **C.** $\vec{u} = (1; 3; 5)$. **D.** $\vec{u} = (-1; 3; -5)$.

» **Câu 5.** Tìm $F(x) = \int \pi^2 dx$.

A. $F(x) = \pi^2 x + C$. **B.** $F(x) = \frac{\pi^2 x^2}{2} + C$. **C.** $F(x) = 2\pi x + C$. **D.** $F(x) = \frac{\pi^3}{3} + C$.

» **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)

A. $I(-2; 1; -1), R = 3$. **B.** $I(-2; 1; -1), R = 9$.

C. $I(2; -1; 1), R = 3$. **D.** $I(2; -1; 1), R = 9$.

» **Câu 7.** Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a, x = b$ ($a < b$), có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$.



A. $V = \pi^2 \int_a^b |S(x)| dx$. B. $V = \int_a^b S(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$.

» **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$. B. $x + y + 2z = 0$. C. $3x - y - z = 0$. D. $6x - 2y - 2z + 1 = 0$.

» **Câu 9.** Cho hai biến cố xung khắc A và B với $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,4$. Khi đó $P(A|B)$ bằng

A. $0,5$. B. $0,2$. C. $0,4$. D. 0 .

» **Câu 10.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$, $y = -x + 6$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ bằng

A. $10 + \frac{3}{\ln 2}$. B. $10 - \frac{3}{\ln 2}$. C. $10 - \frac{4}{\ln 2}$. D. $10 + \frac{4}{\ln 2}$.

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Diện tích của mặt cầu (S) là

A. π . B. 4π . C. 16π . D. $\frac{32}{3}\pi$.

» **Câu 12.** Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường trung học phổ thông có 200 học sinh tham gia, trong đó có 95 học sinh nam và 105 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 50 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 24 học sinh nam và 26 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số 200 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

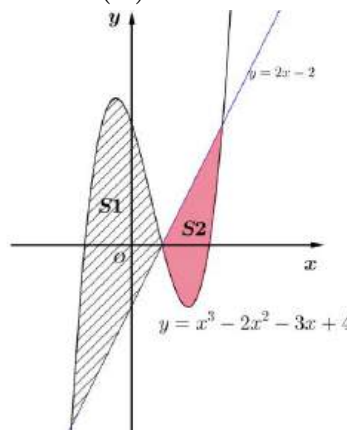
A. $0,25$. B. $0,24$. C. $0,22$. D. $0,23$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1); B(1;2;3); C(4;1;2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 6y - 3z + 4 = 0$.		
(b)	Điểm $D(1; -1; 0)$ cũng thuộc mặt phẳng (ABC) .		
(c)	$\vec{AB} = (0; 1; 2); \vec{AC} = (3; 0; 1)$		
(d)	Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (1; 6; -3)$.		

» **Câu 14.** Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 4$ (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 2$. Khi đó:



Mệnh đề

Đúng Sai



(a)	Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2;-6), B(1;0), C(3;4)$.		
(b)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành, đường thẳng $x = -1; x = 2$ bằng $\frac{21}{4}$.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d bằng $\frac{253}{12}$.		
(d)	Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) thành hai miền S_1 và S_2 . Tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{63}{16}$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Tìm giá trị của a để $F(x) = \frac{ax+3}{x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(x-4)^2}$

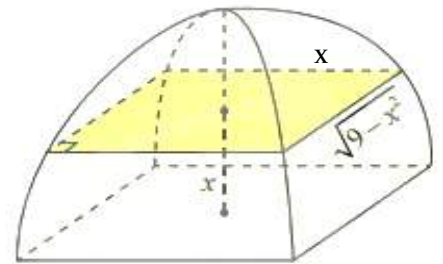
» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x-2y+5=0$ và $(Q): x-2y-3z+20=0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị)



» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Một chiếc lều mái vòm có hình dạng như hình bên. Nếu cắt lều bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x (mét) ($0 \leq x \leq 3$) thì được hình chữ nhật có các kích thước lần lượt là x và $\sqrt{9-x^2}$. Tính thể tích cái lều (đơn vị m^3).



» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên). Gọi $h(t)$ là mức nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mức nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Biết rằng tại thời điểm $t=0$ (giờ), mức nước trong hồ chứa là 6m. Tính mức nước trong hồ tại thời điểm $t=7$ (giờ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

» **Điền đáp số:**



D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Thống kê 2000 sinh viên một khóa của trường đại học theo giới tính và ngành học thu được các số liệu sau

	Nam	Nữ
Học tài chính ngân hàng	400	500
Học quản trị kinh doanh	800	300

Lấy ngẫu nhiên một sinh viên khóa đó. Nếu đã chọn được một sinh viên nam hãy tính xác suất để người đó học tài chính ngân hàng bằng bao nhiêu?

» **Câu 20.** Cho tam giác ABC với tọa độ các điểm $A(0;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;0)$. Thể tích hình tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

» **Câu 21.** Cho các đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2 . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng Δ .

----- Hết -----



TOAN TU TAM

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025

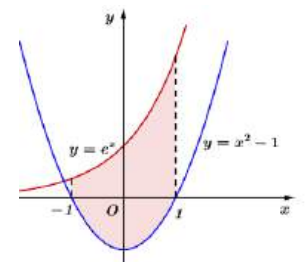
ĐỀ SỐ 7

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- » **Câu 1.** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 3$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:
- A. 5. B. 1. C. -5. D. -1.
- » **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y - z + 3 = 0$. Vec-tơ nào dưới đây là vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?
- A. $\vec{n} = (1; -1; 3)$. B. $\vec{n} = (0; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (0; 1; 1)$. D. $\vec{n} = (1; -1; 0)$.
- » **Câu 3.** Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = 7$. Tính $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$.
- A. 10. B. -4. C. -10. D. 4.
- » **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào đi qua gốc tọa độ
- A. $2x - 3y + 5z = 0$ B. $2x - 3z + 1 = 0$ C. $3x - 10 = 0$ D. $3x - z + 2 = 0$
- » **Câu 5.** Trong một nhóm 25 người, có 15 người thích uống trà, 17 người thích uống cà phê, 9 người thích uống cả cà phê và trà. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm. Biết rằng, người đó thích uống cà phê. Xác suất để người đó thích uống trà là
- A. $\frac{9}{17}$ B. $\frac{8}{17}$ C. $\frac{9}{19}$ D. $\frac{10}{19}$
- » **Câu 6.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0; x = 3$ bằng
- A. $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. B. $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. C. $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx$. D. $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx$.
- » **Câu 7.** Gieo hai con xúc sắc giống nhau. Tính xác suất để ta có tổng số chấm thu được bằng 6, biết rằng tổng đó là một số chẵn.
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{36}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{18}$
- » **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 4)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là:
- A. $x - 2 = 0$. B. $y + 1 = 0$. C. $z - 4 = 0$. D. $x - y - 1 = 0$.
- » **Câu 9.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = x^2 - 1, x = -1, x = 1$ (tham khảo hình vẽ) bằng





A. $\frac{3e^2 + 4e - 3}{3e}$. B. $\frac{3e^2 + 4e - 3}{e}$. C. $\frac{3e^2 + 4e + 3}{3e}$. D. $\frac{3e^2 - 4e + 3}{3e}$.

» **Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;1;5)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và có bán kính $R=3$.

A. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 9$. B. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 3$.
C. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 9$. D. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 3$.

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và

$d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$ là

A. $(8; -13; 23)$. B. $(0; -3; 2)$. C. $(-7; -8; -2)$. D. $(3; 7; 18)$.

» **Câu 12.** Rút từ bộ bài tú lơ khơ 52 con lần lượt ra hai con bài theo phương thức không hoàn lại. Tính xác suất để con thứ hai là Át, biết con thứ nhất đã là Át.

A. $\frac{1}{17}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{3}{52}$ D. $\frac{4}{51}$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, biết $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 27 = 0$ là phương trình mặt cầu và m là tham số. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 5 giá trị nguyên m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu		
(b)	Với $m=0$, bán kính của mặt cầu là $\sqrt{33}$		
(c)	Với $m < 0$, $I\left(-3; 1; \frac{3}{2}\right)$ thì khoảng cách của mặt cầu và $(P): -2x + 2y - z + 15 = 0$ là 1		
(d)	Gọi A và B là 2 tâm mặt cầu sao cho thể tích của hình cầu là 36π . Trung điểm của AB là $(4\sqrt{6}; 2\sqrt{6}; -2\sqrt{6})$		

» **Câu 14.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{khi } x \geq 1 \\ x + 1, & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_0^2 f(x) dx = \frac{29}{6}$		
(b)	$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $F(0) = 1$, khi đó $F(-2) = -\frac{11}{3}$		
(c)	Ta có $f'(2) = 1$.		



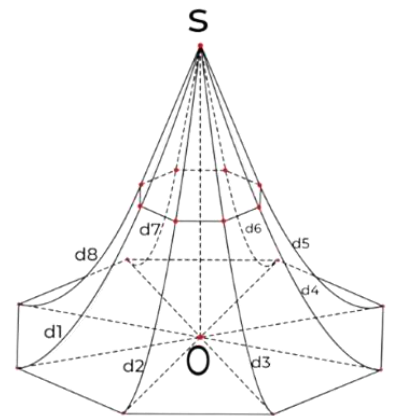
(d) $\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx + \int_1^4 (x + 1) dx$

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Gia đình ông Bình xây một cái chòi hình bát giác, trong đó mái chòi (H) có dạng hình “chóp bát giác cong đều” có trần bằng gồ như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình bát giác đều có

cạnh là $a = \frac{3\sqrt{2\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2} (m)$ Chiều cao $SO = 6m$ (SO vuông góc

với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $d_1; d_2; d_3; d_4; d_5; d_6; d_7; d_8$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO . Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một bát giác đều và



khi (α) khi qua trung điểm của SO thì bát giác đều có cạnh $b = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2} (m)$. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) đó. Đơn vị tính: m^3 , làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $(9; a; b)$. Biết $x = a$ và $x = b$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - mx + n = 0$. Tính $m^2 - n + 1$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về kiểm định chất lượng sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 9000, trong số đó có 1500 người đã nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 7500 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Khi thử bằng dụng cụ của công ty, trong 1500 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 76% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Mặt khác, trong 7500 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 7% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính khi kiểm tra. Chọn ngẫu nhiên một người trong số những người thử nghiệm. Tính xác suất để người được chọn ra bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, biết rằng người đó có kết quả thử nghiệm âm tính (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{-1}$, đồng thời tạo với đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$

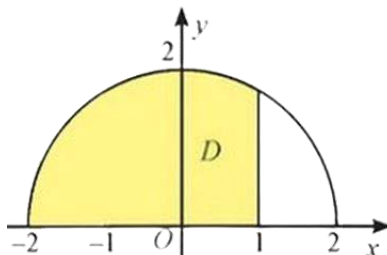


một góc lớn nhất. Biết phương trình đường thẳng Δ có dạng $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{a} = \frac{z-2}{b}$. Tính $a^2 + b^2$.

» Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ nửa đường tròn tâm O , bán kính $r=2$ nằm phía trên trục Ox . Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục Ox và đường thẳng $x=1$ (hình vẽ). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox .



» **Câu 20.** Khảo sát 100 người trong đó có 49 nam và 51 nữ về việc có nuôi thú cưng không thì được bảng sau

	Có thú cưng	Không có thú cưng
Nam	41	8
Nữ	45	6
Tổng	86	14

Chọn ngẫu nhiên một người trong số người được khảo sát. Biết người đó là nam, tính xác suất của biến cố người được chọn nuôi thú cưng?

» **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$, điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d .

----- Hết -----



KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025
ĐỀ SỐ 8

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- » **Câu 1.** Mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là
- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3.$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$
 C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3.$
- » **Câu 2.** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A. $S = \pi \int_0^2 2^x dx.$ B. $S = \int_0^2 2^x dx.$ C. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx.$ D. $S = \int_0^2 2^{2x} dx.$
- » **Câu 3.** Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases}$ là
- A. $\vec{u}_4 = (1; 3; 0).$ B. $\vec{u}_3 = (2; -1; 2).$ C. $\vec{u}_1 = (1; 3; 2).$ D. $\vec{u}_2 = (2; -1; 0).$
- » **Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .
- A. $d = \frac{5}{29}.$ B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}.$ C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}.$ D. $d = \frac{5}{9}.$
- » **Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và song song với mặt phẳng $5x - 3y + 2z - 3 = 0$ có phương trình là
- A. $5x - 3y + 2z + 5 = 0$ B. $5x - 3y + 2z = 0$ C. $10x + 6y + 4z = 0$ D. $4x + y + 5z = 0$
- » **Câu 6.** Cho hai biến cố độc lập A và B với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,25$. Khi đó $P(A|B)$ bằng
- A. $0,2.$ B. $0,8.$ C. $0,25.$ D. $0,75.$
- » **Câu 7.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 3^{2x+1}$ là:
- A. $\frac{3^{2x+1}}{2 \ln 3} + C.$ B. $3^{2x+1} \cdot \ln 3 + C.$ C. $\frac{3^{2x+1} \cdot \ln 3}{2} + C.$ D. $3^{2x+1} + C.$
- » **Câu 8.** Biết $\int_1^5 \frac{dx}{x} = \ln a$ với $a \in \mathbb{Q}$. Giá trị của a là
- A. $125.$ B. $25.$ C. $1.$ D. $5.$
- » **Câu 9.** Ở một trường đại học, 20% học sinh học toán, 30% học lịch sử và 5% học cả toán và lịch sử. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn ấy học môn lịch sử và bạn ấy học môn toán
- A. $\frac{1}{3}.$ B. $\frac{1}{4}.$ C. $\frac{1}{5}.$ D. $\frac{1}{6}.$



- » **Câu 10.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$ bằng
A. $3\ln 3 - 2$. **B.** $2 - 3\ln 3$. **C.** $3\ln 3$. **D.** $4\ln 3 - 3$.
- » **Câu 11.** Với giá trị nào của m thì đường thẳng $(D): \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{m} = \frac{z-1}{m-2}$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z = 2$.
A. 5. **B.** -7. **C.** 1. **D.** 6.
- » **Câu 12.** Trong nhà sách có hai kệ sách riêng biệt A và B. Xác suất chọn được một quyển sách Toán trên kệ A và trên kệ B lần lượt là 0,3 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách trên hai kệ sách. Giả sử quyển sách được chọn là sách Toán, xác suất quyển sách đó trên kệ B là:
A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

- » **Câu 13.** Một vật đang đứng yên bắt đầu chuyển động với gia tốc $a(t) = 6t + 4 (m/s^2)$ trong 2 giây đầu tiên. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Kể từ khi bắt đầu chuyển động quãng đường vật di chuyển trong 2 giây gấp 2 lần quãng đường vật di chuyển trong 1 giây cuối cùng.		
(b)	Vận tốc vật có phương trình $v(t) = 3t^2 + 4t (m/s)$.		
(c)	Kể từ khi bắt đầu chuyển động, quãng đường vật di chuyển sau 1 giây sau 3 mét.		
(d)	Vận tốc vật sau 2 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động là $16(m/s)$.		

- » **Câu 14.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Để theo dõi hành trình của hai khinh khí cầu, người ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét). Vào lúc 10 giờ, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3km về phía Đông và 2km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1km về phía Bắc và 1km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm xuất phát đến chiếc khinh khí cầu thứ nhất lúc 10h là $OA = \frac{\sqrt{53}}{2}$.		
(b)	Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu lúc 10h là $AB = \frac{\sqrt{626}}{5}$.		



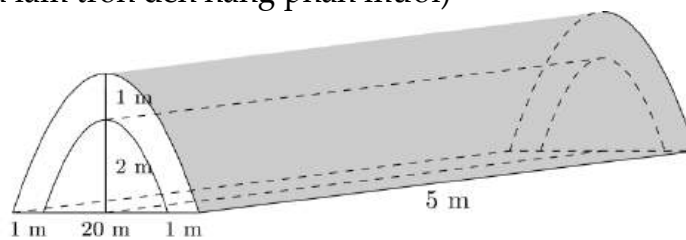
(c)	Tính từ lúc xuất phát đến 10h, chiếc kính khí cầu thứ nhất bay nhanh hơn kính khí cầu thứ hai.		
(d)	Tọa độ của người quan sát tại thời điểm 10h là $M\left(-\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right)$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Cho điểm $A(-4; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với d . Biết điểm $I(a; 0; b) \in \Delta$. Tính $a^3 + b^3$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Một nhóm từ thiện khởi công dự án xây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình là các đường parabol). Thể tích khối bê tông đủ để đổ cho cây cầu bằng bao nhiêu m^3 ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

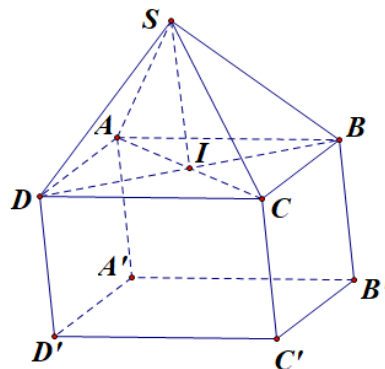


» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh C nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết người đó bị bệnh phổi. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0; 0; 0)$, $A(0; 0; 1)$, $B(0; 0; 5; 1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a; b; c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

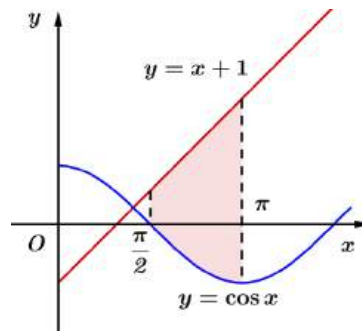


» **Điền đáp số:**



D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

» **Câu 19.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos x$, $y = x + 1$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$ (tham khảo hình vẽ) bằng bao nhiêu?



» **Câu 20.** Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

» **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox . Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng đó bằng bao nhiêu?

----- Hết -----



TOÁN TỬ TÂM

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025

ĐỀ SỐ 9

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- » **Câu 1.** Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là
A. $F(x) = x^3 + 5$. **B.** $F(x) = x^3 - 5$. **C.** $F(x) = 3x^3 + 5$. **D.** $F(x) = 6x + 5$.
- » **Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R = 2$?
A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. **B.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$. **D.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$.
- » **Câu 3.** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx$ bằng
A. 0. **B.** -4. **C.** 12. **D.** 2.
- » **Câu 4.** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?
A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.
C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. **D.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.
- » **Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?
A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. **B.** $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. **D.** $x - 2y - 3z - 6 = 0$.
- » **Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?
A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$.
- » **Câu 7.** Cho hai biến cố độc lập A, B với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,45$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng
A. 0,45. **B.** 0,6. **C.** 0,75. **D.** 0,15.
- » **Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-2; 6; 3)$, $B(1; 0; 6)$, $C(0; 2; -1)$, $D(1; 4; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD ?
A. $-x + z + 5 = 0$. **B.** $x - 2y + z + 11 = 0$.
C. $x - z + 5 = 0$. **D.** $x - 2y + z - 7 = 0$.



- » **Câu 9.** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 52% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có 41,6% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 45 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 45 tuổi.
A. 0,36. **B.** 0,75. **C.** 0,8. **D.** 0,48.
- » **Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$?
A. $f(2) = -4$. **B.** $f(2) = 4$. **C.** $f(2) = -2$. **D.** $f(2) = -3$
- » **Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(3;2;4)$ và tiếp xúc với trục Oy .
A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 1 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 2 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z - 4y - 8z + 3 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 4 = 0$.
- » **Câu 12.** Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích môn Tin học, 30 học sinh thích môn Tiếng Anh, 15 học sinh không thích môn nào trong hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là bao nhiêu?
A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{23}{40}$. **D.** $\frac{23}{30}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

- » **Câu 13.** Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -5, x = 5$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đạo hàm của hàm số $f(x)$ bằng $\frac{x}{\sqrt{25 - x^2}}$		
(b)	Diện tích hình phẳng (S) bằng 25π		
(c)	Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là $\frac{500}{3}\pi$		
(d)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ bằng $K = 2 \int_0^4 \sqrt{25 - x^2} dx - 12$		

- » **Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;0), B(-5;1;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{AB} = (6;-4;-2)$		
(b)	Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (12;-8;-4)$.		
(c)	Phương trình mặt phẳng (P) là: $-3x + 2y + z - 3 = 0$.		
(d)	Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $C(1;-3;9)$ và song song với (P) thì mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ.		



C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

» **Câu 15.** Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Bình phương bán kính R của (S) bằng bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 16.** Nhằm tri ân người dân địa phương đã luôn tin tưởng, đồng hành với doanh nghiệp, tập đoàn X đã tổ chức ngày hội cảm ơn vào ngày 10/07/2024. Gọi $B(t)$ là hàm số biểu thị số lượng khách tham quan sau t giờ mở cửa. Khi đó tốc độ thay đổi lượng khách tham quan trong ngày được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 4t^3 - 3t^2 + 200$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 8$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 1200 người có mặt. Hỏi sau 6 giờ lượng khách tham quan là bao nhiêu người?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 17.** Một lô sản phẩm có 15 sản phẩm, trong đó có 7 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm lấy được đều có chất lượng thấp.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 18.** Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ ($42 \times 42 \text{cm}$) bằng súng tiêu liên AK trong không gian $Oxyz$. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100m , trục d của nòng súng và

cọc đỡ bia d' lần lượt có phương trình $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t' \end{cases}$. Để bắn trúng hồng

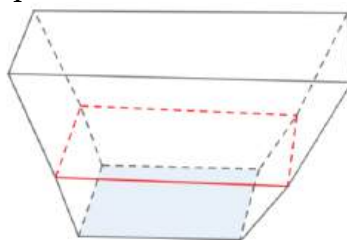
tâm (điểm 10) thì vận động viên phải ngắm bắn vào điểm $N(a;b;c) \in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng 6cm . Khi $c < 0$, tính giá trị biểu thức $a - b + c$.

» **Điền đáp số:**

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

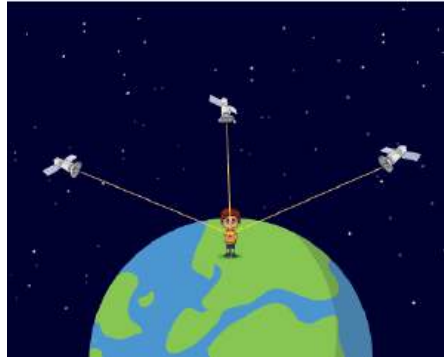
» **Câu 19.** Trong một ngày bất kì, xác suất để bạn Nam ăn bữa trưa (được chuẩn bị sẵn) là 0,5 và em gái của bạn Nam ăn bữa trưa là 0,6. Biết rằng xác suất em gái Nam ăn bữa trưa khi Nam ăn bữa trưa là 0,9. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người ăn bữa trưa. (Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phân trăm)

» **Câu 20.** Một dụng cụ đựng nước có dạng như hình bên. Nếu cắt dụng cụ bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x (cm) ($0 \leq x \leq 5$) thì được thiết diện là hình chữ nhật có chiều dài là $2x$ (cm) và chiều rộng là $\sqrt{x+3}$ (cm). Dung tích của dụng cụ trên là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần chục).





- » **Câu 21.** Giả sử Trái Đất có dạng hình cầu bán kính bằng $6,4 \cdot 10^6 m$. Bạn An đang đứng trên mặt đất. Có 3 vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách An $3 \cdot 10^6 m$, vệ tinh thứ hai đang cách An $4 \cdot 10^6 m$ và vệ tinh thứ ba đang cách An $5 \cdot 10^6 m$. Biết rằng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước với O là tâm Trái Đất (1 đơn vị $= 10^6 m$), tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì tọa độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1(4;4;6)$, $I_2(8;4;3)$ và $I_3(4;9;3)$. Hãy tìm tọa độ vị trí của bạn An.



----- Hết -----



TOÁN TỬ TÂM

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 - 2025

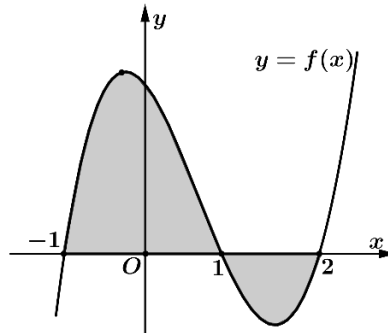
ĐỀ SỐ 10

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- » **Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là
- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.
- » **Câu 2.** Cho hai biến cố độc lập A và B với $0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau
- A. $P(A) = P(\bar{B} | A)$. B. $P(A) = P(B | A).P(A \cap B)$.
- C. $P(A) = P(A | \bar{B})$. D. $P(A) = P(A | B).P(B)$.
- » **Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.
- C. $\int_a^b f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) d(2x)$. D. $\int_a^a 2025 f(x) dx = 2025$.
- » **Câu 4.** Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.
- » **Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?
- A. $M(-1; -1; -1)$. B. $N(1; 1; 1)$. C. $P(-3; 0; 0)$. D. $Q(0; 0; -3)$.
- » **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

B. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.



C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.

D. $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

» **Câu 7.** Lớp 12A1 có 48 bạn đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Lý, trong đó có 36 bạn giỏi Toán, 24 bạn giỏi Lý. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Xác suất chọn được bạn giỏi Toán, biết bạn đó giỏi Lý là bao nhiêu?

A. $\frac{5}{8}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

» **Câu 8.** Một ô tô đang chạy với vận tốc $15 (m/s)$ thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a = t + 2 (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?

A. $85,3 (m/s)$.

B. $83,5 (m/s)$.

C. $73,5 (m/s)$.

D. $75,3 (m/s)$.

» **Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 5 + 6t \\ z = 7 + 8t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. d_1 và d_2 chéo nhau.

B. $d_1 \equiv d_2$.

C. $d_1 \perp d_2$.

D. $d_1 // d_2$.

» **Câu 10.** Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3-x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $4\pi\sqrt{3}$.

D. $\pi\sqrt{3}$.

» **Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = -3$.

D. $m = \pm 2$.

» **Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, hãy tính số đo góc α giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$.

A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 60^\circ$.

C. $\alpha = 150^\circ$.

D. $\alpha = 120^\circ$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

» **Câu 13.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(-1; 2; -3)$.		
(b)	Mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; 2; 3)$.		
(c)	Điểm $B(2; -1; 3)$ nằm bên ngoài mặt cầu (S) .		
(d)	Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.		



- » **Câu 14.** Rùa và thỏ tranh tài: Trong một cuộc thi chạy đua giữa rùa và thỏ xem ai chạy được quãng đường xa hơn, rùa chạy với tốc độ $v_R(t) = 3\sqrt{t}$, thỏ chạy với tốc độ $v_T(t) = 5 - 5\cos(2\pi t)$ (với t là thời gian (đơn vị: giờ), vận tốc đơn vị km/h). (Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị km)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trong khoảng thời gian từ 0,5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.		
(b)	Quãng đường rùa chạy được sau 0,5 giờ là 0,70 km .		
(c)	Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 3,15 km .		
(d)	Nếu cuộc đua kết thúc khi thỏ hoặc rùa chạy được 10 km đầu tiên thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 4,34 km .		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

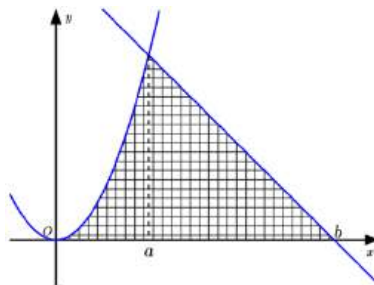
- » **Câu 15.** Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{10x^2 - 13x - 252}{\sqrt{2x - 4}}$ trên khoảng $(2; +\infty)$. Tính giá trị biểu thức $T = abc$.

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y = 0$. Đường thẳng đi qua $A(-1; 3; -4)$ cắt trục Ox và song song với mặt phẳng (P) có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u} = (a; b; 4)$. Tính giá trị $a^2 + b$.

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 17.** Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$ và đường thẳng $y = g(x) = mx + n$ như hình vẽ dưới đây:



Nếu $a = 3, b = 9$. Khi đó diện tích phần gạch như hình trên bằng

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 18.** Trường THPT X muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu (Đơn vị triệu đồng)? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

» **Điền đáp số:**



D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

- » **Câu 19.** Tỷ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỷ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a+b$.
- » **Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và song song với $mp(ABC)$, biết khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{12}{7}$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) .
- » **Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ . Viết phương trình của đường thẳng d .

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 1

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

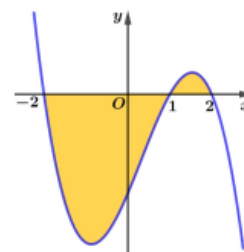
Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - \frac{2}{x^2} + \sin x$ là

- A. $e^x - \frac{2}{x} + \cos x + C$. B. $e^x - 2 \ln x^2 - \cos x + C$.
C. $e^x + \frac{2}{x} - \cos x + C$. D. $e^x + \frac{2}{x} + \cos x + C$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$ và

$\int_1^2 f(x) dx = b$. Tính diện tích S của hình phẳng được tô đậm:

- A. $S = -a - b$.
B. $S = a + b$.
C. $S = b - a$.
D. $S = a - b$.



Câu 3. Tính diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

- A. $S = \frac{2000}{3}$. B. $S = 2008$. C. $S = \frac{2008}{3}$. D. 2000 .

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là

- A. $S = \frac{2}{9}$. B. $S = \frac{9}{4}$. C. $S = \frac{13}{6}$. D. $S = \frac{8}{9}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình vuông cạnh là $\sqrt{9 - x^2}$. Tính thể tích V của vật thể.

- A. $V = 18\pi$. B. $V = 171$. C. $V = 171\pi$. D. $V = 18$.

Câu 6. Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 7. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 10x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay quanh trục hoành bằng:

- A. 100π . B. 20π . C. 20 . D. 2π .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$, $B(-1;1;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

- A. $x + y - 3z - 5 = 0$. B. $-x - y + 3z + 2 = 0$.
C. $x + y - 3z + 10 = 0$. D. $-2x - 2y + 6z - 11 = 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(\beta): x + 5y - z - 9 = 0$ có vị trí tương đối là

- A. song song. B. cắt nhau. C. chéo nhau. D. trùng nhau.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{v} = (-2; 1; 0)$. B. $\vec{v} = (-2; 1; -2)$. C. $\vec{v} = (1; 3; -2)$. D. $\vec{v} = (1; 3; 0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(-3; 0; 5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 1)$ là

- A. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 5t \end{cases}$.

Câu 12. Thư viện của một trường THPT có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{22}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$ và hàm số $g(x) = 2x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Họ nguyên hàm của hàm $g(x)$ là $G(x) = x^2 + c$		
(b)	$\int_0^2 f(x) dx = \frac{14}{5}$		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm $f(x)$, $g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ bằng 3		
(d)	Cho hình phẳng H giới hạn bởi hàm số $f(x) = x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình H xoay quanh trục Ox là $\frac{178\pi}{15}$		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 3; -2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm A cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 5.		
(b)	Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z - 4 = 0$.		
(c)	Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$		
(d)	Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) . Khi đó giá trị của biểu thức $T = a - b + 9c = -4$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

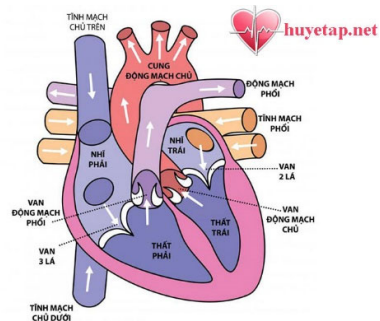
Câu 15. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1990 được ước tính theo một hàm số theo thời gian $f(t)$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng $f'(t) = \frac{34}{t^2 + 4t + 4}$ (nghìn người/năm) biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn. Số dân của thị trấn đó vào năm 2035 là bao nhiêu nghìn người? (kết quả lấy chính xác đến hàng phần chục) biết dân số của thị trấn đó năm 1990 là 3 nghìn người

Điền đáp số:

Câu 16. Tung một đồng xu cân đối đồng chất 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để cả hai lần đều xuất hiện mặt sấp biết rằng lần thứ nhất xuất hiện mặt sấp. Viết kết quả dưới dạng thập phân.

Điền đáp số:

Câu 17. Hiệu suất của tim là lưu lượng máu được bơm bởi tim trên một đơn vị thời gian (lưu lượng máu chảy vào động mạch chủ). Để đo hiệu suất của tim, người ta bơm A (mg) chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, chảy qua tim rồi vào động mạch chủ và đo nồng độ chất chỉ thị màu còn lại ở tim đến thời điểm T (s) khi chất chỉ thị màu tan sạch. Gọi $c(t)$ là nồng độ (mg/l) chất chỉ thị màu tại thời điểm t (s) thì hiệu suất của tim được xác định bởi $F = \frac{A}{T} \int_0^T c(t) dt$ (l/s).



Tính hiệu suất của tim khi bơm 8 mg chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, biết $c(t) = \frac{1}{4}t(12-t)$ với $0 \leq t \leq 12$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
(Nguồn: James Stewart, Calculus, Cengage Learning).

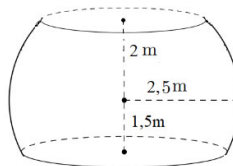
Điền đáp số:

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ một cabin cáp treo được đặt xuất phát tại điểm $A(3;4;20)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;2)$ với tốc độ là $5m/s$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau 30 giây di chuyển cáp treo dừng lại tại điểm $M(a;b;c)$. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ là bao nhiêu?

Điền đáp số:

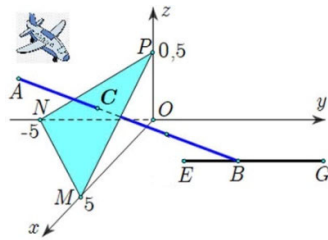
D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Mặt trong của một hầm biogas có hình dạng là một phần của mặt cầu đã cắt bỏ hai phần của nó bằng hai mặt phẳng song song với nhau (như hình vẽ). Bán kính của mặt cầu bằng $2,5m$. Mặt đáy phía dưới cách tâm một khoảng bằng $1,5m$. Mặt đáy phía trên cách tâm một khoảng bằng $2m$. Tính thể tích phần bên trong của hầm biogas đó (đơn vị là m^3)



Câu 20. Một máy bay đang ở vị trí điểm $A(3,5;-2;0,4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí điểm $B(3,5;5,5;0)$ trên đường băng EG được mô hình hóa trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới (đơn vị trên

mỗi trục tọa độ là kilômét). Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5;0;0)$ $N(0;-5;0)$ và $P(0;0;0,5)$. Tìm tọa độ của điểm C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh?



Câu 21. Trong một lô bóng đèn có 20% số bóng do phân xưởng I sản xuất. Số bóng còn lại do phân xưởng II sản xuất. Người ta nhận thấy có 2% số bóng trong lô hàng không đạt chất lượng. Biết rằng trong các bóng do phân xưởng I sản xuất, tỉ lệ bóng không đạt chất lượng là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ lô hàng. Biết rằng bóng được chọn không đạt chất lượng, tính xác suất bóng đó do phân xưởng II sản xuất.

----- Hết -----

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - \frac{2}{x^2} + \sin x$ là

A. $e^x - \frac{2}{x} + \cos x + C$.

B. $e^x - 2 \ln x^2 - \cos x + C$.

C. $e^x + \frac{2}{x} - \cos x + C$.

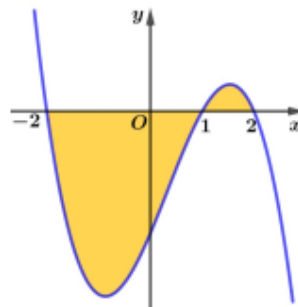
D. $e^x + \frac{2}{x} + \cos x + C$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có $\int \left(e^x - \frac{2}{x^2} + \sin x \right) dx = e^x - 2 \cdot \left(-\frac{1}{x} \right) - \cos x + C = e^x + \frac{2}{x} - \cos x + C$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$ và $\int_1^2 f(x) dx = b$. Tính diện tích S của hình phẳng được tô đậm:



A. $S = -a - b$.

B. $S = a + b$.

C. $S = b - a$.

D. $S = a - b$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có $S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = -a + b$.

Câu 3. Tính diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

A. $S = \frac{2000}{3}$. B. $S = 2008$. C. $S = \frac{2008}{3}$. D. 2000 .

☞ **Lời giải**

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = x^2 - 2x$ và $y = 0$ là $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Xét trên đoạn $[-10; 10]$ ta có $x^2 - 2x \geq 0, \forall x \in [-10; 0]$ và $[2; 10]$ và $x^2 - 2x \leq 0, \forall x \in [0; 2]$.

$$\text{Do đó } S = \int_{-10}^0 |x^2 - 2x| dx = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx = \frac{2008}{3}.$$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ là

A. $S = \frac{2}{9}$. B. $S = \frac{9}{4}$. C. $S = \frac{13}{6}$. D. $S = \frac{8}{9}$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Ta có } S = \int_0^1 |x^2 - x - 2| dx = \int_0^1 (-x^2 + x + 2) dx = \left. \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right|_0^1 = \frac{13}{6}.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình vuông cạnh là $\sqrt{9 - x^2}$. Tính thể tích V của vật thể.

A. $V = 18\pi$. B. $V = 171$. C. $V = 171\pi$. D. $V = 18$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Diện tích hình vuông tại điểm có hoành độ x là $S(x) = (\sqrt{9 - x^2})^2 = 9 - x^2$.

$$\text{Vậy } V = \int_0^3 (9 - x^2) dx = \left(9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = 18.$$

Câu 6. Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

$$\text{Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

Câu 7. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 10x^2, y = 0, x = 0, x = 1$ quay quanh trục hoành bằng:

A. 100π . B. 20π . C. 20 . D. 2π .

☞ **Lời giải**

Chọn B

$$\text{Thể tích khối tròn xoay là: } V = \pi \int_0^1 (10x^2)^2 dx = \pi \int_0^1 100x^4 dx = 20\pi.$$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$, $B(-1;1;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x + y - 3z - 5 = 0$.

B. $-x - y + 3z + 2 = 0$.

C. $x + y - 3z + 10 = 0$.

D. $-2x - 2y + 6z - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nhận VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{BA} = (2; 2; -6)$ và đi qua trung điểm $I(0; 2; -1)$ của đoạn thẳng AB là:

$$2(x-0) + 2(y-2) - 6(z+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - 6z - 10 = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z - 5 = 0.$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(\beta): x + 5y - z - 9 = 0$ có vị trí tương đối là

B. song song.

B. cắt nhau.

C. chéo nhau.

D. trùng nhau.

Lời giải

Chọn B

(α) và (β) có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$ và $\vec{n}_2 = (1; 5; -1)$

Ta thấy $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{5} \neq \frac{3}{-1} \Rightarrow \vec{n}_1 \neq k\vec{n}_2$. Do đó (α) cắt (β) .

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 \end{cases}$ có một vector chỉ phương là

A. $\vec{v} = (-2; 1; 0)$.

B. $\vec{v} = (-2; 1; -2)$.

C. $\vec{v} = (1; 3; -2)$.

D. $\vec{v} = (1; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình đường thẳng d , ta có $\vec{v} = (-2; 1; 0)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(-3; 0; 5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 1 + 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -2 \\ z = 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (a; b; c) \text{ là } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ nên ta chọn đáp án là } \begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = -2t \\ z = 5 + t \end{cases}$$

Câu 12. Thư viện của một trường THPT có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{22}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố “Sách được chọn là sách tiểu thuyết”,

B là biến cố “Sách được chọn là quyển sách về Văn học”.
 Khi đó: AB là biến cố “Sách được chọn là sách Văn học và là sách tiểu thuyết”
 Theo đề ta có $P(A) = 0,18$; $P(B) = 0,6$; $P(AB) = P(A) = 0,18$ nên

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,6} = \frac{3}{10}$$

Vậy xác suất cần tính là: $P(A|B) = \frac{3}{10}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$ và hàm số $g(x) = 2x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Họ nguyên hàm của hàm $g(x)$ là $G(x) = x^2 + c$		
(b)	$\int_0^2 f(x) dx = \frac{14}{5}$		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm $f(x)$, $g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ bằng 3		
(d)	Cho hình phẳng H giới hạn bởi hàm số $f(x) = x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình H xoay quanh trục Ox là $\frac{178\pi}{15}$		

» **Lời giải**

(a) Họ nguyên hàm của hàm $g(x)$ là $G(x) = x^2 + c$

Ta có: $G(x) = \int 2x dx = x^2 + c$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\int_0^2 f(x) dx = \frac{14}{5}$

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (x^2 + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^2 = \frac{14}{3}$$

» **Chọn SAI.**

(c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm $f(x)$, $g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ bằng 3

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm $f(x)$, $g(x)$, $x = 0, x = 3$ là

$$S = \int_0^3 |x^2 + 1 - 2x| dx = \int_0^3 |(x-1)^2| dx = \int_0^3 (x^2 - 2x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + x \right) \Big|_0^3 = 3$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Cho hình phẳng H giới hạn bởi hàm số $f(x) = x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình H xoay quanh trục ox là $\frac{178\pi}{15}$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình H xoay quanh trục ox là

$$V = \pi \int_1^2 (x^2 + 1)^2 dx = \pi \int_1^2 (x^4 + 2x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x \right) \Big|_1^2 = \frac{178\pi}{15}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 3; -2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm A cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 5.		
(b)	Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z - 4 = 0$.		
(c)	Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$		
(d)	Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) . Khi đó giá trị của biểu thức $T = a - b + 9c = -4$.		

» **Lời giải**

(a) Điểm A cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 5.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A; (P)) = \frac{|2 + 4 - 3 + 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2$.

» **Chọn SAI.**

(b) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $2x + 2y - z - 4 = 0$

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm B và song song với mặt phẳng (P) nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) là:

$$2x + 2(y + 1) - (z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 4 = 0.$$

» **Chọn SAI.**

(c) Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Suy ra d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 2; -1)$ và có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) . Khi đó giá trị của biểu thức $T = a - b + 9c = -4$.

Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (P) .

Khi đó $\overrightarrow{CH} = (a - 1; b - 3; c + 2)$ cùng phương với $\vec{n}_{(P)} = (2; 2; -1)$.

Ta có: $\begin{cases} 2a + 2b - c + 3 = 0 \\ \frac{a - 1}{2} = \frac{b - 3}{2} = \frac{c + 2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-17}{9} \\ b = \frac{1}{9} \\ c = \frac{-5}{9} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{-17}{9}; \frac{1}{9}; \frac{-5}{9}\right).$

Vậy $T = a - b + 9c = -7$.

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1990 được ước tính theo một hàm số theo thời gian $f(t)$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng $f'(t) = \frac{34}{t^2 + 4t + 4}$ (nghìn người/năm) biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn. Số dân của thị trấn đó vào năm 2035 là bao nhiêu nghìn người? (kết quả lấy chính xác đến hàng phần chục) biết dân số của thị trấn đó năm 1990 là 3 nghìn người

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 19,3**

Ta có: $f'(t) = \frac{34}{t^2 + 4t + 4} = \frac{34}{(t+2)^2} \Rightarrow f(t) = -\frac{34}{t+2} + C$

Chọn mốc thời gian là năm 1990. Dân số của thị trấn đó năm 1990 là 3 nghìn người nên ta có $f(0) = 3$

Khi đó $-\frac{34}{2} + C = 3 \Leftrightarrow C = 20$ nên $f(t) = -\frac{34}{t+2} + 20$

Từ năm 1990 đến năm 2035 là 45 năm nên dân số của thị trấn năm 2035 là

$f(45) = -\frac{34}{47} + 20 = \frac{906}{47} \approx 19,3$ (nghìn người).

Câu 16. Tung một đồng xu cân đối đồng chất 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để cả hai lần đều xuất hiện mặt sấp biết rằng lần thứ nhất xuất hiện mặt sấp. Viết kết quả dưới dạng thập phân.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,5**

Ta có: $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$.

Gọi A là biến cố: “Cả hai lần đều là mặt sấp”. $\Rightarrow A = \{SS\}$.

Gọi B là biến cố: “Lần thứ nhất xuất hiện mặt sấp” $\Rightarrow B = \{SN, SS\} \Rightarrow n(B) = 2$

$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

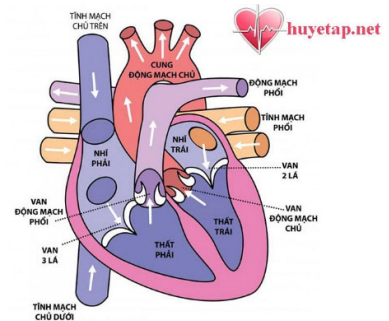
Khi đó: $A \cap B = \{SS\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$.

Vậy xác suất để cả hai lần đều xuất hiện mặt sấp biết rằng lần thứ nhất xuất hiện mặt sấp là:

$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$.

Câu 17. Hiệu suất của tim là lưu lượng máu được bơm bởi tim trên một đơn vị thời gian (lưu lượng máu chảy vào động mạch chủ). Để đo hiệu suất của tim, người ta bơm A (mg) chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, chảy qua tim rồi vào động mạch chủ và đo nồng độ chất chỉ thị màu còn lại ở tim đến thời điểm T (s) khi chất chỉ thị màu tan sạch. Gọi $c(t)$ là nồng độ (mg/l) chất chỉ thị màu tại thời điểm t (s) thì

hiệu suất của tim được xác định bởi $F = \frac{A}{T} \int_0^T c(t) dt$ (l/s).



Tính hiệu suất của tim khi bơm 8 mg chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, biết $c(t) = \frac{1}{4}t(12-t)$ với $0 \leq t \leq 12$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

(Nguồn: James Stewart, Calculus, Cengage Learning).

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,11**

Để tính hiệu suất của tim, chúng ta cần sử dụng công thức đã cho: $F = \frac{A}{\int_0^T c(t) dt} (1/s)$

Trong đó: $A = 8$ mg (lượng chất chỉ thị bơm vào); $c(t) = \frac{1}{4}t(12-t)$ nồng độ chất chỉ thị màu tại thời điểm t ; $T = 12$ giây là thời gian khi chất chỉ thị màu tan sạch.

Đầu tiên, ta thay thế $c(t)$ vào tích phân: $\int_0^{12} c(t) dt = \int_0^{12} \frac{1}{4}t(12-t) dt$

Ta có thể tính tích phân này bằng cách phân tích: $\int_0^{12} \frac{1}{4}t(12-t) dt = \frac{1}{4} \int_0^{12} (12t - t^2) dt$

Khi đó: $\int_0^{12} 12t dt = 12 \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^{12} = 12 \cdot \frac{12^2}{2} = 12 \cdot 72 = 864$ và $\int_0^{12} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^{12} = \frac{12^3}{3} = 576$.

Kết hợp lại ta có: $\int_0^{12} (12t - t^2) dt = 864 - 576 = 288$ nên $\int_0^{12} c(t) dt = \frac{1}{4} \cdot 288 = 72$

Khi đó hiệu suất của tim là: $F = \frac{A}{\int_0^{12} c(t) dt} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9} \approx 0,11 (1/s)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ một cabin cáp treo được đặt xuất phát tại điểm $A(3;4;20)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;2)$ với tốc độ là $5m/s$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau 30 giây di chuyển cáp treo dừng lại tại điểm $M(a;b;c)$. Khi đó giá trị biểu thức $a+b+c$ là bao nhiêu?

☞ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 277**

Gọi t (giây) là thời gian cabin cáp treo di chuyển

Do cabin cáp treo tốc độ là $5m/s$ nên độ dài $AM = 5t$ (mét) $\Rightarrow |\overline{AM}| = 5t$.

Do hai vec-tơ \overline{AM} và $\vec{u} = (3;2;2)$ cùng hướng nên $\overline{AM} = k \cdot \vec{u} (k > 0) \Rightarrow |\overline{AM}| = k|\vec{u}| = 3k$.

Suy ra:

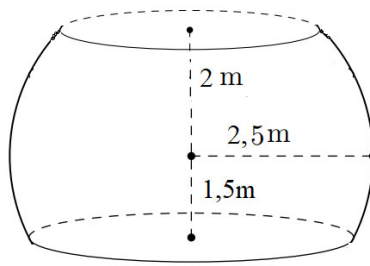
$5t = 3k \Rightarrow k = \frac{5}{3}t \Rightarrow \overline{AM} = \frac{5}{3}t \cdot \vec{u} \Rightarrow \overline{AM} = \left(\frac{5}{3}t; \frac{10}{3}t; \frac{10}{3}t \right) \Rightarrow (a-3; b-4; c-20) = \left(\frac{5}{3}t; \frac{10}{3}t; \frac{10}{3}t \right)$

Vậy: $\begin{cases} a = \frac{5}{3}t + 3 \\ b = \frac{10}{3}t + 4 \\ c = \frac{10}{3}t + 20 \end{cases}$. Sau 30 giây di chuyển cáp treo dừng lại tại điểm $M(53;104;120)$.

Vậy $a+b+c = 53+104+120 = 277$.

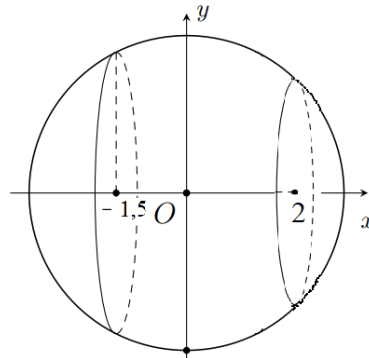
D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Mặt trong của một hầm biogas có hình dạng là một phần của mặt cầu đã cắt bỏ hai phần của nó bằng hai mặt phẳng song song với nhau (như hình vẽ). Bán kính của mặt cầu bằng $2,5m$. Mặt đáy phía dưới cách tâm một khoảng bằng $1,5m$. Mặt đáy phía trên cách tâm một khoảng bằng $2m$. Tính thể tích phần bên trong của hầm biogas đó (đơn vị là m^3)



Lời giải

Mặt trong của một hầm biogas có hình dạng là một phần của mặt cầu đã cắt bỏ hai phần của nó bằng hai mặt phẳng song song với nhau (như hình vẽ). Bán kính của mặt cầu bằng $2,5m$. Mặt đáy phía dưới cách tâm một khoảng bằng $1,5m$. Mặt đáy phía trên cách tâm một khoảng bằng $2m$. Tính thể tích phần bên trong của hầm biogas đó (đơn vị là m^3)

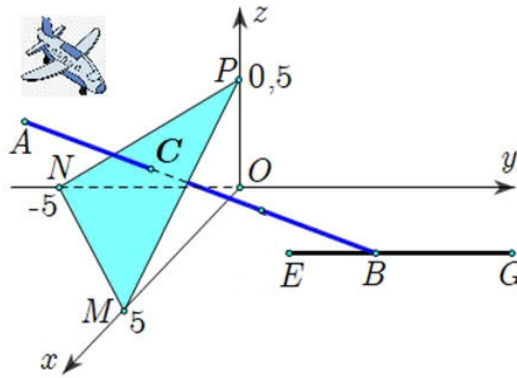


Trên hệ trục Oxy xét đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 = 2,5^2$. Khi đó nửa phần trên trục hoành của (C) có phương trình $y = \sqrt{2,5^2 - x^2}$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa phần trên trục hoành của (C) , trục Ox và các đường thẳng $x = -1,5, x = 2$. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành ta được khối tròn xoay có thể tích bằng thể tích phần không gian phía trong của hầm biogas.

Thể tích phần không gian bên trong hầm biogas được tính bởi công thức

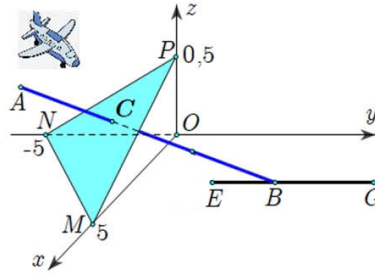
$$V = \pi \int_{-1,5}^2 (2,5^2 - x^2) dx = \frac{217}{12} \pi.$$

Câu 20. Một máy bay đang ở vị trí điểm $A(3,5;-2;0,4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí điểm $B(3,5;5,5;0)$ trên đường băng EG được mô hình hóa trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét). Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5;0;0)$ $N(0;-5;0)$ và $P(0;0;0,5)$. Tìm tọa độ của điểm C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh?



✎ **Lời giải**

Hình mô tả



Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 7,5; -0,4)$

Đường thẳng (AB) qua $A(3,5;-2;0,4)$, nhận $\overrightarrow{AB} = (0; 7,5; -0,4)$ là véc tơ chỉ phương có

$$\text{phương trình } (AB): \begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

Mặt phẳng (α) qua M, N, P là $(\alpha): \frac{x}{5} + \frac{y}{-5} + \frac{z}{0,5} = 1 \Leftrightarrow x - y + 10z - 5 = 0$

Điểm C là giao điểm của (α) và (AB) , tọa độ điểm C là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \\ z = 0,4 - 0,4t \\ x - y + 10z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{9}{23} \\ x = \frac{35}{10} \\ y = \frac{43}{46} \\ z = \frac{28}{115} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{35}{10}; \frac{43}{46}; \frac{28}{115}\right).$$

Câu 21. Trong một lô bóng đèn có 20% số bóng do phân xưởng I sản xuất. Số bóng còn lại do phân xưởng II sản xuất. Người ta nhận thấy có 2% số bóng trong lô hàng không đạt chất lượng. Biết rằng trong các bóng do phân xưởng I sản xuất, tỉ lệ bóng không đạt chất lượng là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ lô hàng. Biết rằng bóng được chọn không đạt chất lượng, tính xác suất bóng đó do phân xưởng II sản xuất.

✎ **Lời giải**

Gọi A là biến cố “Bóng đèn chọn ra do phân xưởng I sản xuất”.

Gọi B là biến cố “Bóng đèn chọn ra do phân xưởng II sản xuất”.

Gọi H là biến cố ” Bóng đèn chọn ra không đạt chất lượng”.

Ta có: $P(A) = 0,2; P(B) = 0,8; P(H) = 0,02$ và $P(H|A) = 0,01$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(H) = P(A) \cdot P(H|A) + P(B) \cdot P(H|B)$$

$$\Leftrightarrow 0,02 = 0,2 \cdot 0,01 + 0,8 \cdot P(H|B)$$

$$\Rightarrow P(H|B) = \frac{9}{400}.$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có: $P(B|H) = \frac{P(B) \cdot P(H|B)}{P(H)} = \frac{0,8 \cdot \frac{9}{400}}{0,02} = 0,9.$

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 2

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^a f(x) dx = 1$.

C. $\int_a^a f(x) dx = 0$.

D. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 2 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

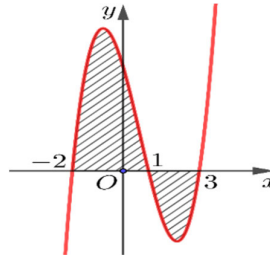
A. $I(1; 2; -1), R = 2\sqrt{2}$.

B. $I(-1; -2; 1), R = 2\sqrt{2}$.

C. $I(2; 4; -2), R = \sqrt{2}$.

D. $I(2; 4; 2), R = 8$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

Câu 4. Cho 2 biến cố A và B . Tìm $P(A)$ biết $P(A|B) = 0,8; P(A|\bar{B}) = 0,3; P(B) = 0,4$.

A. 0,1.

B. 0,5.

C. 0,04.

D. 0,55.

Câu 5. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 6. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^3, y = x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 7. Cho phần vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt phần vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể (T) .

A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = 4\sqrt{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 8$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$.

Câu 9. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

A. $\frac{11}{32}$. B. $\frac{1}{17}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{7}{15}$.

Câu 10. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x - x^2$, $y = 0$ quanh trục Ox là:

A. $V = \frac{85}{10}\pi$. B. $V = \frac{41}{7}\pi$. C. $V = \frac{8}{7}\pi$. D. $V = \frac{81}{10}\pi$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;-2;0), B(2;-1;3), C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 \\ z = -2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = -2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-1}$ và $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Xét vị

trí tương đối của hai đường thẳng đã cho

A. Chéo nhau B. Trùng nhau C. Song song D. Cắt nhau

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = 2x + 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$.		
(b)	Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng 42.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và $x = -2, x = 1$ bằng 6.		
(d)	Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = x^2 - 2x + 6$ quanh trục Ox bằng $\frac{1556\pi}{15}$.		

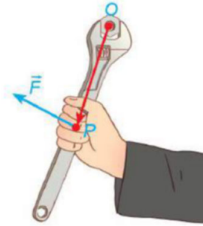
Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$ và điểm $A(2;1;2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm A đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$.		

	Đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có		
(b)	phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$		
(c)	Mặt phẳng (Q) qua 2 điểm $B(1;1;0)$, $C(-2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình $(Q): 2x + y + 6z - 3 = 0$.		
(d)	Đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị đo là mét, tác động vào cán mỏ lết tại vị trí $P(1;2;3)$ một lực $\vec{F}(1;1;-1)$ như hình vẽ.



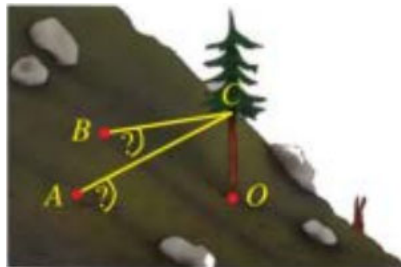
Moment lực \vec{M} khi tác động lực \vec{F} vào mỏ lết tại vị trí P là $(a;b;c)$. Xác định $a + b + c$

Điền đáp số:

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(2;1;3)$ với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc 9 (trên giây) là $\vec{v} = (2;1;5)$. Biết mục tiêu đặt ở vị trí có tọa độ $B(8;4;18)$, hỏi trong thời gian bao lâu (giây) viên đạn trên bay trúng vào mục tiêu?

Điền đáp số:

Câu 17. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình vẽ. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm gốc O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0;0;0)$, $A(5;-3;1)$, $B(-3;-4;2)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $C(0;0;5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Khi đó, góc tạo bởi dây neo CA và mặt phẳng sườn núi là bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ)?



Điền đáp số:

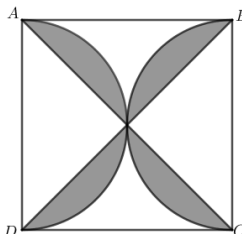
Câu 18. Một trường trung học phổ thông có 500 học sinh, trong đó có 201 học sinh nam và 299 học sinh nữ. Tổng kết học kỳ I, có 160 học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi, trong đó có 72 học sinh nam

và 88 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 500 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn có danh hiệu học sinh giỏi và là nam (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh 4cm vẽ hai đường chéo và hai nửa đường tròn đường kính là hai cạnh AD, BC cắt nhau tạo thành 4 hình cánh quạt như hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay 4 cánh quạt này quanh cạnh CD (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).



Câu 20. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 8 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{4}t + a$ (m/s), ($t \geq 8$) cho đến khi dừng hẳn. Biết rằng kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì chất điểm đi được quãng đường là 120m. Tìm vận tốc v_0 .

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ bắn một viên đạn từ vị trí $A(3;0;1)$ trong 2 giây. Đầu đạn đi với vận tốc không đổi theo vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (5;1;2)$. Hỏi xạ thủ có bắn trúng mục tiêu tại vị trí điểm $B(1;5;3)$ không?

----- Hết -----

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Chọn mệnh đề **sai**.

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^a f(x)dx = 1$.

C. $\int_a^a f(x)dx = 0$.

D. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có $\int_a^a f(x)dx = 0$ nên $\int_a^a f(x)dx = 1$ sai.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 2 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1;2;-1), R = 2\sqrt{2}$.

B. $I(-1;-2;1), R = 2\sqrt{2}$.

C. $I(2;4;-2), R = \sqrt{2}$.

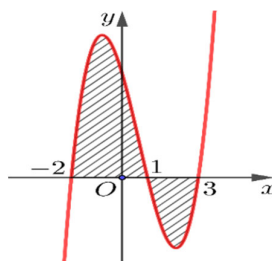
D. $I(2;4;2), R = 8$.

☞ **Lời giải**

Chọn a

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2 - (-2)} = 2\sqrt{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$

B. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$

D. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx.$

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có $S = \int_{-2}^3 |f(x)|dx = \int_{-2}^1 |f(x)|dx + \int_1^3 |f(x)|dx = \int_{-2}^1 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx.$

Câu 4. Cho 2 biến cố A và B . Tìm $P(A)$ biết $P(A|B) = 0,8$; $P(A|\bar{B}) = 0,3$; $P(B) = 0,4$.

A. 0,1.

B. 0,5.

C. 0,04.

D. 0,55.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có $P(B) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,4 = 0,6.$

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) \Leftrightarrow P(A) = 0,4.0,8 + 0,6.0,3 = 0,5.$$

Câu 5. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,6$; $P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. $\frac{2}{3}.$

D. $\frac{1}{6}.$

☞ **Lời giải**

Chọn B

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$

Câu 6. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^3$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ bằng

A. 2.

B. $\frac{5}{2}.$

C. $\frac{9}{4}.$

D. $\frac{1}{4}.$

☞ **Lời giải**

Chọn B

Diện tích cần tìm là $\int_0^2 |x^3 - x|dx = \int_0^1 |x^3 - x|dx + \int_1^2 |x^3 - x|dx = \int_0^1 (x - x^3)dx + \int_1^2 (x^3 - x)dx$

$$= \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = \frac{5}{2}.$$

Câu 7. Cho phần vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt phần vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể (T) .

A. $V = \frac{4}{3}$.

B. $V = 4\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \sqrt{3}$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Diện tích thiết diện: $S(x) = \frac{x^2(2-x)\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của vật thể (T): $V_{(T)} = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 \frac{x^2(2-x)\sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 x^2(2-x) dx$
 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right) \Big|_0^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 8$.

D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(2;1;1)$. Mặt cầu có bán kính $R = AI = \sqrt{2}$

Vậy mặt cầu có phương trình: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 9. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

A. $\frac{11}{32}$.

B. $\frac{1}{17}$.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{7}{15}$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Gọi A là biến cố “ lấy được một viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất “ và B là biến cố “ lấy được hai viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”

Khi đó ta có $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$.

Suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3}$; $P(B|\bar{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}$$

Câu 10. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x - x^2$, $y = 0$ quanh trục Ox là:

A. $V = \frac{85}{10}\pi$.

B. $V = \frac{41}{7}\pi$.

C. $V = \frac{8}{7}\pi$.

D. $V = \frac{81}{10}\pi$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Xét phương trình: $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Thể tích khối tròn xoay: $V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx$

$$= \pi \left(3x^3 - \frac{3x^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 = \frac{81\pi}{10}.$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -2; 0), B(2; -1; 3), C(0; -1; 1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 \\ z = -2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = -2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$

☞ **Lời giải**

Chọn A

$$A(1; -2; 0), M(1; -1; 2); \overrightarrow{AM} = (0; 1; 2)$$

Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-1}$ và $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Xét vị

trí tương đối của hai đường thẳng đã cho

A. Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

☞ **Lời giải**

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; 3; -1)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $N(2; -2; 1)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{b} = (-2; 1; 3)$.

Ta có: $[\vec{a}; \vec{b}] = (10; -1; 7) \neq \vec{0}$, $\overrightarrow{MN} = (1; -4; 4) \Rightarrow [\vec{a}; \vec{b}] \cdot \overrightarrow{MN} \neq 0 \Rightarrow d; \Delta$ chéo nhau.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = 2x + 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$.		
(b)	Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng 42.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và $x = -2, x = 1$ bằng 6.		
(d)	Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = x^2 - 2x + 6$ quanh trục Ox bằng $\frac{1556\pi}{15}$.		

☞ **Lời giải**

(a) Biết $F(1) = 2$ thì $F(x) = x^2 + 3x + 2$.

$$\text{Ta có } F(x) = \int f(x) dx = \int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C.$$

$$F(1) = 2 \Leftrightarrow 1^2 + 3 \cdot 1 + C = 2 \Rightarrow C = -2.$$

$$\text{Vậy, } F(x) = x^2 + 3x - 2.$$

» **Chọn SAI.**

(b) Giá trị của $\int_0^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx$ bằng 42.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & \int_0^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx + \int_{-1}^0 f(x)dx \\ &= \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx - \int_5^2 f(x)dx \\ &= \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = \int_{-1}^5 f(x)dx = 42 \end{aligned}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và $x = -2$, $x = 1$ bằng 6.

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là: } S = \int_{-2}^1 |2x+3| dx = \frac{13}{2}.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và

$$y = x^2 - 2x + 6 \text{ quanh trục } Ox \text{ bằng } \frac{1556\pi}{15}.$$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } 2x+3 = x^2 - 2x + 6 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích khối tròn xoay cần tìm là: } V = \pi \int_1^3 \left| (2x+3)^2 - (x^2 - 2x + 6)^2 \right| dx = \frac{1556\pi}{15}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$ và điểm $A(2;1;2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm A đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$.		
(b)	Đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$		
(c)	Mặt phẳng (Q) qua 2 điểm $B(1;1;0)$, $C(-2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình $(Q): 2x + y + 6z - 3 = 0$.		
(d)	Đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$		

» **Lời giải**

(a) Khoảng cách từ điểm A đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

$$\text{Ta có } d(A, (P)) = \frac{|2 - 2 \cdot 1 + 3|}{\sqrt{1 + (-2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;1;2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 0)$ nên có phương

$$\text{trình là } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$$

» **Chọn SAI.**

(c) Mặt phẳng (Q) qua 2 điểm $B(1;1;0)$, $C(-2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình $(Q): 2x + y + 6z - 3 = 0$.

Ta có (Q) chứa B, C nên $\overrightarrow{BC} = (-3; 0; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của (Q) .

Lại có (Q) vuông góc với (P) nên $\vec{n}_p = (1; -2; 0)$ là một véc tơ chỉ phương của (Q) .

Khi đó $[\overrightarrow{BC}; \vec{n}_p] = (2; 1; 6)$ là một véc tơ pháp tuyến của (Q) .

Vậy $(Q): 2x + y + 6z - 3 = 0$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$$

Ta có $(P) \cap (Q) = d'$ nên d' có dạng $\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ 2x + y + 6z - 3 = 0 \end{cases}$ đi qua điểm $M\left(-3; 0; \frac{3}{2}\right)$

Gọi \vec{u} là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' , ta có $\vec{u} = [\vec{n}_p, \vec{n}_Q]$ với

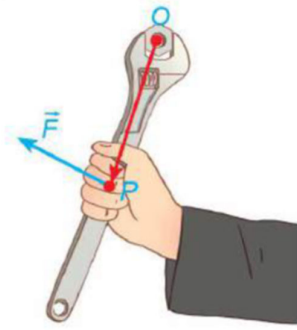
$\vec{n}_p = (1; -2; 0)$, $\vec{n}_Q = (2; 1; 6)$ nên $\vec{u} = (-12; -6; 3) = -3(4; 2; -1)$

Vậy : phương trình d' là $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2t \\ z = \frac{3}{2} - t \end{cases}$

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị đo là mét, tác động vào cán mở lết tại vị trí $P(1; 2; 3)$ một lực $\vec{F}(1; 1; -1)$ như hình vẽ.



Moment lực \vec{M} khi tác động lực \vec{F} vào mỏ lết tại vị trí P là $(a; b; c)$. Xác định $a + b + c$

Lời giải

✓ **Trả lời: -2**

Moment lực \vec{M} khi tác động lực \vec{F} vào mỏ lết tại vị trí P là

$$\vec{M} = [\overrightarrow{OP}; \vec{F}] = (-5; 4; -1) \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 4 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -2.$$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(2; 1; 3)$ với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc 9 (trên giây) là $\vec{v} = (2; 1; 5)$. Biết mục tiêu đặt ở vị trí có tọa độ $B(8; 4; 18)$, hỏi trong thời gian bao lâu (giây) viên đạn trên bay trúng vào mục tiêu?

Lời giải

✓ **Trả lời: 3**

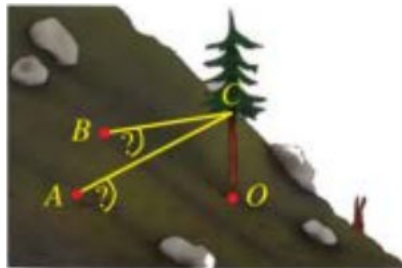
Viên đạn chuyển động trên đường thẳng đi qua điểm A , có vectơ chỉ phương \vec{v} nên phương

$$\text{trình quỹ đạo chuyển động của viên đạn là } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 5t \end{cases}.$$

$$\text{Thay tọa độ điểm } B \text{ vào phương trình chuyển động của viên đạn ta được } \begin{cases} 8 = 2 + 2t \\ 4 = 1 + t \\ 18 = 3 + 5t \end{cases} \Rightarrow t = 3.$$

Vậy viên đạn trên bay trúng vào mục tiêu trong 3 giây.

Câu 17. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình vẽ. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm gốc O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0; 0; 0)$, $A(5; -3; 1)$, $B(-3; -4; 2)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $C(0; 0; 5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Khi đó, góc tạo bởi dây neo CA và mặt phẳng sườn núi là bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ)?



Lời giải

✓ **Trả lời: 37**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} = (5; -3; 1), \overrightarrow{OB} = (-3; -4; 2)$$

$$\text{nên } [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = \left(\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} \middle| \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \middle| \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} \right) = (-2; -13; -11).$$

Suy ra vectơ $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-2; -13; -11)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (OAB) .

Mặt khác $\overrightarrow{CA} = (5; -3; -4)$ nên ta có

$$\sin(CA, (OAB)) = \left| \cos(\overrightarrow{CA}, \vec{n}) \right| = \frac{|\overrightarrow{CA} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{CA}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|5 \cdot (-2) + (-3) \cdot (-13) + (-4) \cdot (-11)|}{\sqrt{5^2 + (-3)^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-13)^2 + (-11)^2}} = \frac{73}{70\sqrt{3}}$$

Suy ra $(CA, (OAB)) \approx 37^\circ$.

Vậy góc tạo bởi dây neo CA và mặt phẳng sườn núi khoảng 37° .

Câu 18. Một trường trung học phổ thông có 500 học sinh, trong đó có 201 học sinh nam và 299 học sinh nữ. Tổng kết học kỳ I, có 160 học sinh đạt danh hiệu học sinh giỏi, trong đó có 72 học sinh nam và 88 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 500 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn có danh hiệu học sinh giỏi và là nam (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

✎ Lời giải

✓ **Trả lời: 0,35**

A: "Học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi";

B: "Học sinh được chọn ra là học sinh nam".

Khi đó, xác suất để học sinh được chọn ra đạt danh hiệu học sinh giỏi và là nam, chính là xác suất của A với điều kiện B .

$$P(A \cap B) = \frac{72}{500} = 0,14.$$

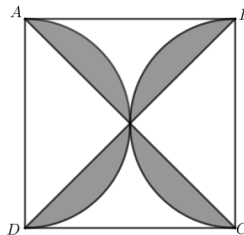
$$\text{Do có 201 học sinh nam nên } P(B) = \frac{201}{500} = 0,4.$$

$$\text{Vì thế, ta có; } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,14}{0,4} \approx 0,35.$$

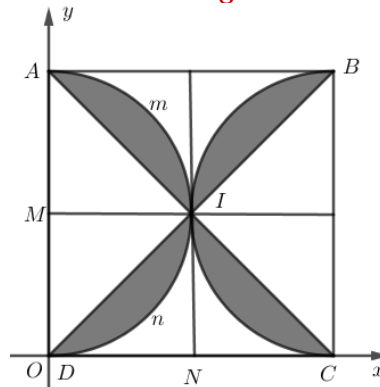
Vậy xác suất để học sinh được chọn ra đạt danh hiệu học sinh giỏi và là nam bằng 0,35.

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh 4cm vẽ hai đường chéo và hai nửa đường tròn đường kính là hai cạnh AD, BC cắt nhau tạo thành 4 hình cánh quạt như hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay 4 cánh quạt này quanh cạnh CD (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).



✎ Lời giải



Chọn hệ tọa độ Oxy như hình vẽ ($O \equiv D$), độ dài vectơ đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1cm .

Khi đó:

Nửa đường tròn (C) đường kính AD có tâm $M(0;2)$ là trung điểm AD , bán kính bằng 2 .

$$\text{Suy ra: } (C): x^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AmI}: y = 2 + \sqrt{4-x^2} \\ \widehat{InD}: y = 2 - \sqrt{4-x^2} \end{cases}$$

$$AC: x + y - 4 = 0; \quad BD: y = x$$

Suy ra thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay 4 cánh quạt đã cho quanh cạnh CD là:

$$V = 2\pi \left[\int_0^2 \left((2 + \sqrt{4-x^2})^2 - (4-x)^2 \right) dx + \int_0^2 \left(x^2 - (2 - \sqrt{4-x^2})^2 \right) dx \right] \approx 57,38\text{cm}^3.$$

Câu 20. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 8 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{4}t + a$ (m/s), ($t \geq 8$) cho đến khi dừng hẳn. Biết rằng kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì chất điểm đi được quãng đường là 120m . Tìm vận tốc v_0 .

➤ Lời giải

Tại thời điểm $t = 8$ vật đang chuyển động với vận tốc v_0 nên có

$$v(8) = v_0 \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 8 + a = v_0 \Leftrightarrow a = v_0 + 10 \text{ suy ra } v(t) = -\frac{5}{4}t + v_0 + 10.$$

Gọi t' là thời điểm vật dừng hẳn, ta có

$$v(t') = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{5}{4}t' + v_0 + 10 \Leftrightarrow t' = \frac{4}{5} \cdot (v_0 + 10) \Leftrightarrow t' = \frac{4v_0}{5} + 8.$$

Tổng quãng đường vật đi được là

$$120 = 8 \cdot v_0 + \int_8^{t'} \left(-\frac{5}{4}t + v_0 + 10 \right) dt \Leftrightarrow 120 = 8 \cdot v_0 + \left(-\frac{5}{8}t^2 + v_0 \cdot t + 10t \right) \Big|_8^{t'}$$

$$\Leftrightarrow 120 = 8 \cdot v_0 - \frac{5}{8}(t'^2 - 8^2) + v_0 \cdot (t' - 8) + 10(t' - 8)$$

$$\Leftrightarrow 120 = 8 \cdot v_0 - \frac{5}{8} \left[\left(\frac{4v_0}{5} + 8 \right)^2 - 8^2 \right] + v_0 \cdot \left(\frac{4v_0}{5} + 8 - 8 \right) + 10 \left(\frac{4v_0}{5} + 8 - 8 \right)$$

$$\Leftrightarrow 120 = 8 \cdot v_0 - \frac{5}{8} \left[\frac{16(v_0)^2}{25} + \frac{64v_0}{5} \right] + v_0 \cdot \frac{4v_0}{5} + 10 \cdot \frac{4v_0}{5}$$

$$\Leftrightarrow v_0^2 + 20 \cdot v_0 - 300 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v_0 = 10 \text{ (t/m)} \\ v_0 = -30 \text{ (l)} \end{cases}. \text{ Vậy } v_0 = 10 \text{ (m/s)}.$$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ bắn một viên đạn từ vị trí $A(3;0;1)$ trong 2 giây. Đầu đạn đi với vận tốc không đổi theo vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (5;1;2)$. Hỏi xạ thủ có bắn trúng mục tiêu tại vị trí điểm $B(1;5;3)$ không?

➤ Lời giải

$$\text{Phương trình đường thẳng mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là } \Delta: \begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Xạ thủ bắn trúng được mục tiêu tại điểm $B(1;5;3)$ khi điểm B thuộc Δ .

Thay tọa độ điểm $B(1;5;3)$ vào Δ . Ta có:
$$\begin{cases} 1 = 3 + 5t \\ 5 = t \\ 3 = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{2}{5} \\ t = 5 \\ t = 1 \end{cases}$$

Vì các giá trị t khác nhau nên điểm $B(1;5;3)$ không thuộc Δ .

Vậy xạ thủ không bắn trúng mục tiêu tại vị trí điểm $B(1;5;3)$

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 3

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Cho hai số thực a, b tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập \mathbb{R} . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$. **B.** $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$. **D.** $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$.

Câu 2. Nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + \cos x + 1$ là

- A.** $x^3 + \sin x + c$. **B.** $x^3 + x + \sin x + c$. **C.** $x^3 + x + \cos x + c$. **D.** $x^3 + x - \sin x + c$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n} = (2; -1; -1)$. **B.** $\vec{n} = (-2; 1; -1)$. **C.** $\vec{n} = (2; -1; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

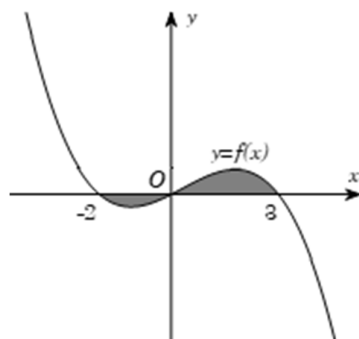
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào sau đây SAI?

- A.** $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. **B.** $\int_a^a f(x) dx = 0$.
C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$. **D.** $\int_a^b f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

- A.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:



- A.** $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$. **B.** $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$. **D.** $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2; x = 3$ bằng

- A. $\frac{27}{4}$. B. $\frac{11}{4}$. C. $\frac{75}{4}$. D. 12.

Câu 8. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều có diện tích $\sqrt{3} \sin x$.

- A. $V = 3$. B. $V = 3\pi$. C. $V = 2\pi\sqrt{3}$. D. $V = 2\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$ thì xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là

- A. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. B. $P(A|B) = P(A) \cdot P(B)$.
 C. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}$.

Câu 10. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{32}{5}$. B. $V = \frac{32\pi}{5}$. C. $V = \frac{32}{5\pi}$. D. $V = 32\pi$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(1; 3; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $y - 2z + 2 = 0$. B. $y - 3z + 4 = 0$. C. $y - 2z - 6 = 0$. D. $y - 3z - 8 = 0$.

Câu 12. Một hộp có 10 viên bi trắng và 5 viên bi đỏ, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”;
 Và B là biến cố “Bình lấy được viên bi trắng”.

Khi đó, $P(A|B)$ bằng

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{9}{14}$. D. $\frac{2}{3}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Một hộp có 16 bi đỏ và 10 bi xanh, trong đó có 10 bi được đánh số gồm 6 bi đỏ và 4 bi xanh. Xét các biến cố sau:

A : “viên bi được lấy ra có màu đỏ”; B : “viên bi được lấy ra có đánh số”;

\bar{A} : “viên bi được lấy ra có màu xanh”; \bar{B} : “viên bi được lấy ra không có đánh số”.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để lấy ra bi xanh là $\frac{5}{13}$.		
(b)	Xác suất để lấy ra bi không có đánh số là $\frac{5}{13}$.		
(c)	Xác suất để lấy được bi màu đỏ không có đánh số là $\frac{5}{8}$.		
(d)	Xác suất lấy được bi xanh không có đánh số là $\frac{8}{13}$.		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 1; 0)$ và đường thẳng d có phương trình:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}. \text{ Khi đó:}$$

Mệnh đề | Đúng | Sai

(a)	Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $x + y + 2z - 1 = 0$.		
(b)	Hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d là điểm $H(1;0;-1)$.		
(c)	Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và song song với đường thẳng d có phương trình tổng quát: $4x - 2y - z - 2 = 0$.		
(d)	Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có dạng: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

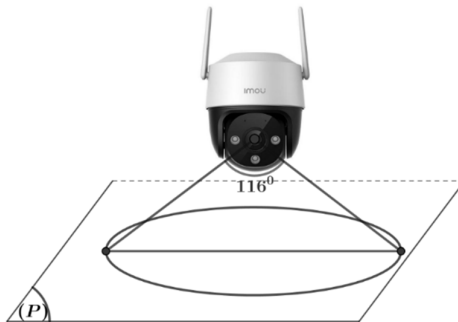
Câu 15. Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: *Global Positioning System*, viết tắt là *GPS*) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(0;4;5)$, $B(-3;-1;3)$, $C(-2;8;9)$, $D(-7;2;-3)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến điểm M biết rằng khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA = 3$, $MB = 5$, $MC = 9$, $MD = 10$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Điền đáp số:

Câu 16. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Điền đáp số:

Câu 17. Biết góc quan sát ngang của một camera là 116° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 13 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Điền đáp số:

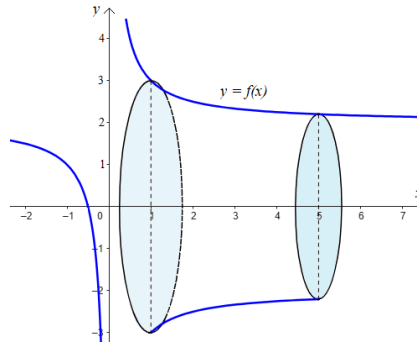
Câu 18. Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3;2,5;15)$ và $(21;27,5;10)$. Khi du khách ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). Biết rằng sự trùng xuống của sợi dây là không đáng kể.



Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 5$. Lấy đơn vị trên các trục tọa độ là dm . Một chậu nước bằng nhựa có hình dạng và kích thước giống hệt như hình dạng và kích thước của khối tròn xoay (T) được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Ox , thể tích nhựa để làm chậu nước chiếm 5% thể tích của khối tròn xoay (T) khi đó chậu có thể chứa được tối đa bao nhiêu lít nước? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



- Câu 20.** Một người đứng ở mặt đất điều khiển flycam để phục vụ chương trình truyền hình. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Chiếc flycam đang ở vị trí điểm $B(3;1;2)$ và chuyển động trên đường thẳng trong 5 giây tới điểm M với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2;1;2)$. Xác định khoảng cách từ vị trí người điều khiển tới M .
- Câu 21.** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai.

----- Hết -----

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Cho hai số thực a, b tùy ý, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập \mathbb{R} . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- | | |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| A. $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$. | B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. |
| C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$. | D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$. |

☞ **Lời giải**

Chọn B

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Câu 2. Nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + \cos x + 1$ là

- A.** $x^3 + \sin x + c$. **B.** $x^3 + x + \sin x + c$. **C.** $x^3 + x + \cos x + c$. **D.** $x^3 + x - \sin x + c$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

$$\int (3x^2 + \cos x + 1) dx = x^3 + \sin x + x + c$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n} = (2; -1; -1)$. **B.** $\vec{n} = (-2; 1; -1)$. **C.** $\vec{n} = (2; -1; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (-2; 1; -1)$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và $a, b, c \in K$. Mệnh đề nào sau đây SAI?

A. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.

B. $\int_a^a f(x) dx = 0$.

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

D. $\int_a^b f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Chú ý cận của các nguyên hàm.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là:

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

☞ **Lời giải**

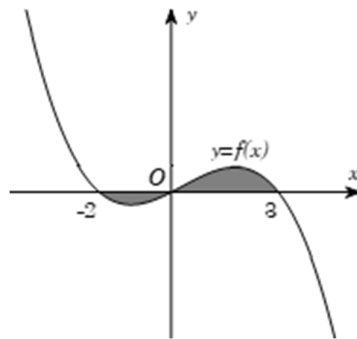
Chọn D

Tâm I của mặt cầu là trung điểm đoạn $MN \Rightarrow I(1; 2; 1)$.

Bán kính mặt cầu $R = \frac{MN}{2} = 6$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Câu 6. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là:



A. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.

☞ *Lời giải*

Chọn C

$$S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 -f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx.$$

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2; x = 3$ bằng

- A.** $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** $\frac{75}{4}$. **D.** 12.

☞ *Lời giải*

Chọn C

$$S = \int_{-2}^3 |x^3 - 3x^2| dx = \left| \int_{-2}^3 (x^3 - 3x^2) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - x^3 \right) \Big|_{-2}^3 \right| = \frac{75}{4}.$$

Câu 8. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều có diện tích $\sqrt{3} \sin x$.

- A.** $V = 3$. **B.** $V = 3\pi$. **C.** $V = 2\pi\sqrt{3}$. **D.** $V = 2\sqrt{3}$.

☞ *Lời giải*

Chọn D

Thể tích vật thể cần tìm là: $V = \int_0^{\pi} \sqrt{3} \sin x dx = 2\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$ thì xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là

- A.** $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. **B.** $P(A|B) = P(A) \cdot P(B)$.
C. $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. **D.** $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}$.

☞ *Lời giải*

Chọn C

Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$ thì xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,7} = \frac{4}{7}$.

Câu 10. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A.** $V = \frac{32}{5}$. **B.** $V = \frac{32\pi}{5}$. **C.** $V = \frac{32}{5\pi}$. **D.** $V = 32\pi$.

☞ *Lời giải*

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 - 4x + 4)^2 dx = \frac{32\pi}{5}.$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(1; 3; -5)$. Viết phương trình mặt phẳng

trung trực của đoạn AB .

- A.** $y - 2z + 2 = 0$. **B.** $y - 3z + 4 = 0$. **C.** $y - 2z - 6 = 0$. **D.** $y - 3z - 8 = 0$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là $M(1; 2; -2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M và vuông góc với đường thẳng AB nên vectơ pháp tuyến $\vec{AB} = (0; 2; -6)$ có phương trình $2y - 6z - 16 = 0$ hay $y - 3z - 8 = 0$.

Câu 12. Một hộp có 10 viên bi trắng và 5 viên bi đỏ, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đỏ.

Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”;

Và B là biến cố “Bình lấy được viên bi trắng”.

Khi đó, $P(A|B)$ bằng

- A.** $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{9}{14}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Bạn Bình có 15 cách chọn, bạn An có 14 cách chọn một viên bi trong hộp.

Do đó $n(\Omega) = 15 \cdot 14$

Bạn Bình có 10 cách chọn một viên bi trắng, bạn An có 14 cách chọn từ 14 viên bi còn lại.

Do đó $n(B) = 10 \cdot 14$ và $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{10 \cdot 14}{15 \cdot 14} = \frac{2}{3}$.

Bạn Bình có 10 cách chọn một viên bi trắng, bạn An có 9 cách chọn một viên bi trắng trong 9 viên bi trắng còn lại.

Khi đó $n(A \cap B) = 10 \cdot 9$ và $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{10 \cdot 9}{15 \cdot 14} = \frac{3}{7}$.

Vậy $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9}{14}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Một hộp có 16 bi đỏ và 10 bi xanh, trong đó có 10 bi được đánh số gồm 6 bi đỏ và 4 bi xanh. Xét các biến cố sau:

A : “viên bi được lấy ra có màu đỏ”; B : “viên bi được lấy ra có đánh số”;

\bar{A} : “viên bi được lấy ra có màu xanh”; \bar{B} : “viên bi được lấy ra không có đánh số”.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để lấy ra bi xanh là $\frac{5}{13}$.		
(b)	Xác suất để lấy ra bi không có đánh số là $\frac{5}{13}$.		
(c)	Xác suất để lấy được bi màu đỏ không có đánh số là $\frac{5}{8}$.		
(d)	Xác suất lấy được bi xanh không có đánh số là $\frac{8}{13}$.		

☞ **Lời giải**

(a) Xác suất để lấy ra bi xanh là $\frac{5}{13}$.

Xác suất lấy được bi đỏ là: $P(A) = \frac{16}{26}$

Xác suất lấy được bi xanh là: $P(\bar{A}) = 1 - \frac{16}{26} = \frac{5}{13}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất để lấy ra bi không có đánh số là $\frac{5}{13}$.

Xác suất lấy được bi có đánh số là: $P(B) = \frac{10}{26}$

Xác suất lấy được bi không có đánh số là: $P(\bar{B}) = 1 - \frac{10}{26} = \frac{8}{13}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Xác suất để lấy được bi màu đỏ không có đánh số là $\frac{5}{8}$.

Số bi đỏ không có đánh số là: $n(A \cap \bar{B}) = 16 - 6 = 10$

Số bi không có đánh số là: $n(\bar{B}) = 26 - 10 = 16$

Xác suất lấy được bi đỏ không có đánh số là: $P(A | \bar{B}) = \frac{n(A \cap \bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Xác suất lấy được bi xanh không có đánh số là $\frac{8}{13}$.

Số bi xanh không có đánh số là: $n(\bar{A} \cap \bar{B}) = 10 - 4 = 6$

Số bi không có đánh số là: $n(\bar{B}) = 26 - 10 = 16$

Xác suất lấy được bi xanh không có đánh số là: $P(\bar{A} | \bar{B}) = \frac{n(\bar{A} \cap \bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

» **Chọn SAI.**

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$, $B(1;1;0)$ và đường thẳng d có phương trình:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}. \text{ Khi đó:}$$

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $x + y + 2z - 1 = 0$.		
(b)	Hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d là điểm $H(1;0;-1)$.		
(c)	Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và song song với đường thẳng d có phương trình tổng quát: $4x - 2y - z - 2 = 0$.		
(d)	Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có dạng: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.		

» **Lời giải**

(a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $x + y + 2z - 1 = 0$.

(P) đi qua điểm A và vuông góc với d có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;2)$.

Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $x + y + 2z - 5 = 0$.

» **Chọn SAI.**

(b) Hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d là điểm $H(1;0;-1)$.

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;2)$.

Gọi $H(t+1;t;2t-1)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d .

Ta có $\overrightarrow{AH} = (t;t;2t-3)$ và $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 6t-6=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(2;1;1)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và song song với đường thẳng d có phương trình tổng quát: $4x - 2y - z - 2 = 0$.

Ta có: $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \Rightarrow d$ qua $M(1;0;-1)$ và nhận $\vec{u} = (1;1;2)$ làm một VTCP.

$\overrightarrow{AB} = (0;1;-2)$.

(P) đi qua A, B và song song với đường thẳng $\Rightarrow \vec{n}_p = [\vec{u}; \overrightarrow{AB}] = (-4; 2; 1)$

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) : $-4x + 2y + z + 2 = 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d có dạng: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Gọi $d \cap \Delta = B \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$ và $\overrightarrow{AB} = (t;t;-3+2t)$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1;1;2)$

Vì $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t+t+2(-3+2t) = 0 \Leftrightarrow t=1$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$.

Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương có

dạng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: *Global Positioning System*, viết tắt là *GPS*) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(0;4;5)$, $B(-3;-1;3)$, $C(-2;8;9)$, $D(-7;2;-3)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến điểm M biết rằng khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA=3$, $MB=5$, $MC=9$, $MD=10$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3,7**

$MA=3 \Rightarrow$ Điểm M thuộc mặt cầu tâm A , bán kính $R=3$ có phương trình

$$x^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 9.$$

$MB=5 \Rightarrow$ Điểm M thuộc mặt cầu tâm B , bán kính $R=5$ có phương trình

$$(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25.$$

$MC=9 \Rightarrow$ Điểm M thuộc mặt cầu tâm C , bán kính $R=9$ có phương trình

$$(x+2)^2 + (y-8)^2 + (z-9)^2 = 81.$$

$MD=10 \Rightarrow$ Điểm M thuộc mặt cầu tâm D , bán kính $R=10$ có phương trình $(x+7)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=100$.

Ta có M là giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh A, B, C, D .

$$\text{Toạ độ } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} x^2+(y-4)^2+(z-5)^2=9 \\ (x+3)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=25 \\ (x+2)^2+(y-8)^2+(z-9)^2=81 \\ (x+7)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=100 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x=1, y=2, z=3 \Rightarrow M(1;2;3)$.

Khoảng cách từ gốc toạ độ O đến điểm M là $OM=\sqrt{1^2+2^2+3^2}=\sqrt{14} \approx 3,7$.

Câu 16. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=7t(m/s)$. Đi được $5(s)$, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-70(m/s^2)$. Tính quãng đường $S(m)$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

✓ Trả lời: 96,3

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh:

$$S_1 = \int_0^5 v_1(t) dt = \int_0^5 7t dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5 \text{ (m)}.$$

Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thoả mãn

$$v_2(t) = \int (-70) dt = -70t + C, \quad v_2(5) = v_1(5) = 35 \Rightarrow C = 385.$$

Vậy $v_2(t) = -70t + 385$.

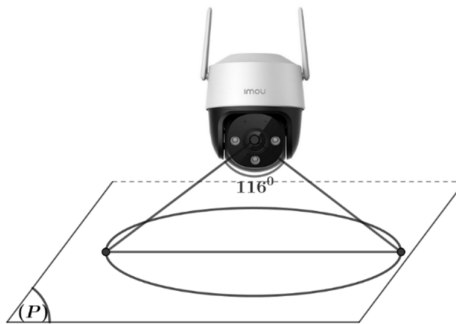
Thời điểm xe dừng hẳn tương ứng với t thoả mãn $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 5,5$ (s).

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe được phanh đến khi dừng hẳn:

$$S_2 = \int_5^{5,5} v_2(t) dt = \int_5^{5,5} (-70t + 385) dt = 8,75 \text{ (m)}.$$

Quãng đường cần tính $S = S_1 + S_2 \approx 96,3$ (m).

Câu 17. Biết góc quan sát ngang của một camera là 116° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 13 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

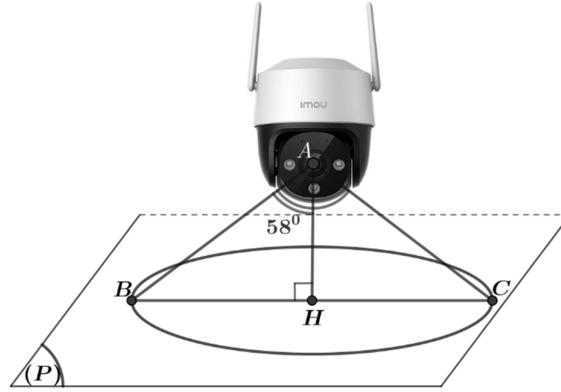


Lời giải

✓ Trả lời: 6,4

Gọi A, B, C là các điểm như hình vẽ bên dưới và H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P)

Hình vẽ minh họa



Theo đề $\widehat{BAC} = 116^\circ \Rightarrow \widehat{BAH} = 58^\circ$. Khi đó $AH = d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 - 2 \cdot 5 + 13|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2$ (đvdd).

Xét tam giác ABH vuông tại H : $\tan \widehat{BAH} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow BH = \tan 58^\circ \cdot 2 = 2 \tan 58^\circ$ (đvdd).

Suy ra $BC = 2BH = 2 \cdot 2 \tan 58^\circ \approx 6,4$ (đvdd)

Vậy vùng quan sát của camera trên mặt phẳng (P) là hình tròn có đường kính khoảng 6,4 (đvdd).

- Câu 18.** Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3; 2,5; 15)$ và $(21; 27,5; 10)$. Khi du khách ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). Biết rằng sự trùng xuống của sợi dây là không đáng kể.



Lời giải

✓ **Trả lời: 37**

Ta có: $A(3; 2,5; 15)$, $B(21; 27,5; 10) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (18; 15; -5)$

Phương trình tham số đường thẳng AB là:
$$\begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 15t \\ z = 15 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Vậy phương trình đường thẳng chứa đường trượt zipline là
$$\begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 15t \\ z = 15 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Xác định tọa độ của du khách khi ở độ cao 12 mét.

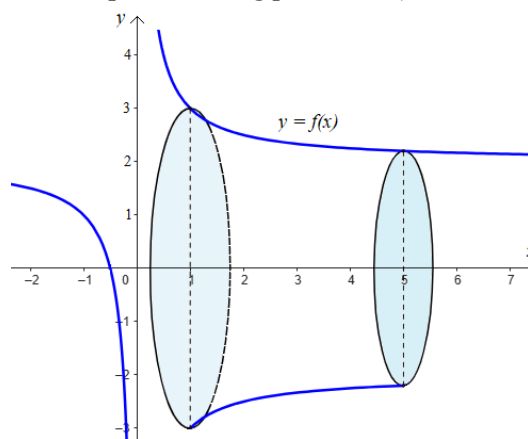
$$\text{Khi du khách khi ở độ cao 12 mét} \Rightarrow z = 12 \Rightarrow 15 - 5t = 12 \Rightarrow t = \frac{3}{5}$$

$$\text{Thay } t = \frac{3}{5} \text{ vào phương trình đường thẳng } AB \text{ ta được } \begin{cases} x = 13,8 \\ y = 11,5 \\ z = 12 \end{cases} \Rightarrow C(13,8;11,5;12)$$

$$\text{Vậy } T = a + b + c = 13,8 + 11,5 + 12 = 37,3 \approx 37$$

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 5$. Lấy đơn vị trên các trục tọa độ là dm . Một chậu nước bằng nhựa có hình dạng và kích thước giống hệt như hình dạng và kích thước của khối tròn xoay (T) được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Ox , thể tích nhựa để làm chậu nước chiếm 5% thể tích của khối tròn xoay (T) khi đó chậu có thể chứa được tối đa bao nhiêu lít nước? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



Lời giải

Thể tích khối tròn xoay (T) là:

$$V = \pi \int_1^5 \left(2 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \left(4 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx = \pi \left(4x + 4 \ln x - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^5 = \frac{\pi(84 + 20 \ln 5)}{5} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Thể tích nước tối đa mà chậu nhựa có thể chứa là:

$$\frac{\pi(84 + 20 \ln 5)}{5} - 5\% \cdot \frac{\pi(84 + 20 \ln 5)}{5} \approx 69,4 \text{ (lít)}$$

Câu 20. Một người đứng ở mặt đất điều khiển flycam để phục vụ chương trình truyền hình. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Chiếc flycam đang ở vị trí điểm $B(3;1;2)$ và chuyển động trên đường thẳng trong 5 giây tới điểm M với vận tốc không đổi; vector vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2;1;2)$. Xác định khoảng cách từ vị trí người điều khiển tới M .

Lời giải

Phương trình chuyển động của chiếc flycam từ vị trí điểm B đến vị trí điểm M là đường thẳng đi qua điểm $B(3;1;2)$ và có vector chỉ phương $\vec{v} = (2;1;2)$ có dạng:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}.$$

Sau 5 giây flycam đến vị trí điểm M , nên $M(13;6;12)$.

Khoảng cách từ vị trí người điều khiển tới M là $MO = \sqrt{13^2 + 6^2 + 12^2} = \sqrt{349}$ (đvdd)

Câu 21. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai.

➤ Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49

viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{245}$

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 4

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2024}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2023} \cdot x^{2023} + C$.

B. $\int f(x)dx = 2024 \cdot x^{2023} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2025} \cdot x^{2025} + C$.

D. $\int f(x)dx = x^{2025} + C$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng

A. 8.

B. 32.

C. 16.

D. 4.

Câu 3. Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố A là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là

A. 3.

B. 2

C. 4.

D. 1.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng

A. 6.

B. $\frac{11}{6}$.

C. 1.

D. $\frac{6}{7}$.

Câu 5. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. -3.

D. 3.

Câu 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$ và $x = 3$.

A. e^3 .

B. $e^3 - 1$.

C. $e^2 - 1$.

D. $e(e^2 - 1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$.

B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.

C. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Câu 8. Cho hai biến độc lập A, B với $P(A) = 0,8$; $P(B) = 0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

A. 0,8.

B. 0,3.

C. 0,4.

D. 0,6.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): -4x - 8y - 6z + 2 = 0$. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

B. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

C. Mặt phẳng (P) cắt và không vuông với mặt phẳng (Q) .

D. Mặt phẳng (P) trùng với mặt phẳng (Q) .

Câu 10. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{5-x}$, $x \leq 5$, trục tung, trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

- A. $\frac{25\pi}{2}$. B. $\frac{25}{2}$. C. 25π . D. $\frac{25}{4}$.

Câu 11. Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;1;2)$. Tập hợp $M(x;y;z)$ sao cho $MA = \sqrt{2}MB$ là một mặt cầu có bán kính bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. $4\sqrt{7}$. C. $2\sqrt{7}$. D. $\sqrt{14}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 4 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{2}t + a$ (m/s), ($t \geq 4$) cho đến khi dừng hẳn. Quãng đường chất điểm đi được kể từ lúc chuyển động đến khi dừng hẳn là: 80m. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 4 (giây) bằng : $S(4) = 4v_0$ (m).		
(b)	Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 5 (giây) bằng : $S(5) = \int_0^5 v(t)dt$ (m)		
(c)	$v_0 < 8$ (m/s)		
(d)	Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 giây đến 7 giây kể từ lúc bắt đầu thỏa mãn $v_{tb} < 8$ (m/s)		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-2;2;-3)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) có đường kính AB . Khi đó:

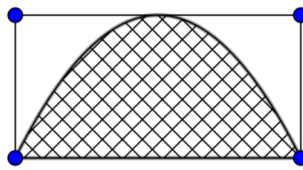
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$I(0;3;-1)$, $R = 6$.		
(b)	Phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại A là $(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$.		
(c)	Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt cầu với $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$ là 5.		
(d)	Gọi I' là tâm mặt cầu (S') sao cho diện tích mặt cầu (S) gấp 4 lần diện tích mặt cầu (S') . Khi đó, $II' = \frac{11}{2}$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt. làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

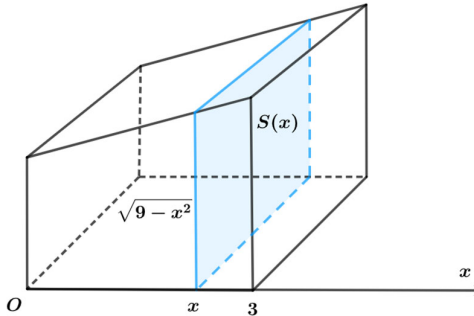
☞ **Điền đáp số:**

Câu 16. Bạn An có các tấm thẻ hình chữ nhật có kích thước khác nhau nhưng có cùng chu vi là 6cm. Trên mỗi tấm thẻ An vẽ một hình parabol sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một cạnh của tấm thẻ như hình vẽ. Hỏi diện tích của hình parabol lớn nhất mà An vẽ được bằng bao nhiêu xăng ti mét vuông?



Điền đáp số:

Câu 17. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (xem hình). Tính thể tích của vật thể đã cho.



Điền đáp số:

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 2; -2)$, $B(3; -3; 3)$. M là điểm thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng? *Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.*

Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai.

Câu 20. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2^x$; $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$; $x = \frac{1}{2}$; $x = 4$

Câu 21. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$, mặt phẳng (P): $2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 10z + 2 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm M, N . Độ dài đoạn MN nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Hết

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2024}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2023} \cdot x^{2023} + C$.

B. $\int f(x) dx = 2024 \cdot x^{2023} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2025} \cdot x^{2025} + C$.

D. $\int f(x) dx = x^{2025} + C$.

Đời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x) dx = \frac{1}{2025} \cdot x^{2025} + C$.

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng
- A.** 8. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 4.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Bán kính của (S) bằng: $R = \frac{MN}{2} = 6$.

- Câu 3.** Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố A là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là
- A.** 3. **B.** 2 **C.** 4. **D.** 1.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\{(3;1), (3;2), (3;4)\}$.

Vậy $n(A) = 3$.

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) bằng

- A.** 6. **B.** $\frac{11}{6}$. **C.** 1. **D.** $\frac{6}{7}$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Khoảng cách từ điểm O đến (P) là $d = \frac{\left| \frac{0}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0}{3} - 1 \right|}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \frac{6}{7}$.

- Câu 5.** Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A.** -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

☞ **Lời giải**

Chọn B

$\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 4 \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 2x dx = 4 \int_1^2 f(x) dx - 3 = 1 \Rightarrow \int_1^2 f(x) dx = 1$.

- Câu 6.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$ và $x = 3$.

- A.** e^3 . **B.** $e^3 - 1$. **C.** $e^2 - 1$. **D.** $e(e^2 - 1)$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$

và $x = 3$ là $S = \int_0^3 e^x dx = e^x \Big|_0^3 = e^3 - 1$.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$?

- A.** $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$. **B.** $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.
C. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$. **D.** $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu (S) có tâm $A(2;1;0)$, đi qua điểm $B(0;1;2)$ nên mặt cầu (S) có tâm $A(2;1;0)$ và nhận độ dài đoạn thẳng AB là bán kính.

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-2;0;2)$. Suy ra $R = |\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{2}$.

Vậy: $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.

Câu 8. Cho hai biến độc lập A, B với $P(A) = 0,8$; $P(B) = 0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

- A.** 0,8. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,6.

Lời giải

Chọn A

Do A, B là hai biến cố độc lập nên $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0,8$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): -4x - 8y - 6z + 2 = 0$. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng (P) và (Q) là

- A.** Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .
B. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .
C. Mặt phẳng (P) cắt và không vuông với mặt phẳng (Q) .
D. Mặt phẳng (P) trùng với mặt phẳng (Q) .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{2}{-4} = \frac{4}{-8} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{2} \Rightarrow (P) // (Q)$

Câu 10. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{5-x}, x \leq 5$, trục tung, trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

- A.** $\frac{25\pi}{2}$. **B.** $\frac{25}{2}$. **C.** 25π . **D.** $\frac{25}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm hai hàm số $y = \sqrt{5-x}, y = 0$.

$\sqrt{5-x} = 0 \Leftrightarrow 5-x = 0 \Leftrightarrow x = 5$

D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $\begin{cases} y = f(x) = \sqrt{5-x} \\ y = 0 \\ x = 0; x = 5 \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay khi quay D quanh Ox là

$$V = \pi \int_0^5 (\sqrt{5-x})^2 dx = \pi \int_0^5 (5-x) dx = \pi \left(5x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^5 = \frac{25\pi}{2}.$$

Câu 11. Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

- A.** $\frac{1}{10}$ **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố lần 1 bốc được bi xanh.

Gọi B là biến cố lần 2 bốc được bi đỏ.

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B/A)$

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}; P(AB) = \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{45}.$$

$$\text{Suy ra } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 1; 2)$. Tập hợp $M(x; y; z)$ sao cho

$MA = \sqrt{2}MB$ là một mặt cầu có bán kính bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. $4\sqrt{7}$.

C. $2\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{14}$.

» **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} = (1-x; -2-y; 3-z)$$

$$\Rightarrow MA^2 = (1-x)^2 + (-2-y)^2 + (3-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 14$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MB} = (-1-x; 1-y; 2-z)$$

$$\Rightarrow MB^2 = (-1-x)^2 + (1-y)^2 + (2-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z + 6$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } MA = \sqrt{2}MB \Leftrightarrow MA^2 = 2MB^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 14 = 2(x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z + 6)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 8y - 2z - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{Tập hợp } M \text{ một mặt cầu có tâm } I(-3; 4; 1) \text{ và bán kính } R = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 1^2 - (-2)} = 2\sqrt{7}.$$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 4 giây chuyển động thì gặp

chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{2}t + a$ (m/s), ($t \geq 4$)

cho đến khi dừng hẳn. Quãng đường chất điểm đi được kể từ lúc chuyển động đến khi dừng hẳn là 80m. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 4 (giây) bằng : $S(4) = 4v_0$ (m).		
(b)	Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 5 (giây) bằng : $S(5) = \int_0^5 v(t) dt$ (m)		
(c)	$v_0 < 8$ (m/s)		
(d)	Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 giây đến 7 giây kể từ lúc bắt đầu thỏa mãn $v_{tb} < 8$ (m/s)		

» **Lời giải**

(a) Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 4 (giây) bằng : $S(4) = 4v_0$ (m).

Trong 4 giây đầu chất điểm chuyển động đều với vận tốc v_0 nên quãng đường di chuyển được trong 4 giây đầu là : $S(4) = 4v_0$ (m).

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 5 (giây) bằng : $S(5) = \int_0^5 v(t) dt$ (m)

Trong 4 giây đầu chất điểm chuyển động với vận tốc v_0 , giây tiếp theo chất điểm chuyển động với vận tốc $v(t)$, do đó quãng đường đi được sau 5 giây : $S(5) = 4v_0 + \int_4^5 v(t) dt$.

» **Chọn SAI.**

(c) $v_0 < 8(m/s)$.

Tại thời điểm $t = 4$ vật đang chuyển động với vận tốc v_0 nên có $v(4) = v_0$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{2} \cdot 4 + a = v_0 \Leftrightarrow a = v_0 + 10, \text{ suy ra } v(t) = -\frac{5}{2}t + v_0 + 10.$$

Gọi k là thời điểm vật dừng hẳn, ta có:

$$v(k) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2}k + v_0 + 10 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5} \cdot (v_0 + 10) \Leftrightarrow k = \frac{2v_0}{5} + 4.$$

$$v(t) = -\frac{5}{2}t + v_0 + 10$$

Tổng quãng đường vật đi được là $80 = 4 \cdot v_0 + \int_4^k \left(-\frac{5}{2}t + v_0 + 10\right) dt$

$$\Leftrightarrow 80 = 4 \cdot v_0 + \left(-\frac{5}{4}t^2 + v_0 \cdot t + 10t\right) \Big|_4^k \Leftrightarrow 80 = 4 \cdot v_0 - \frac{5}{4}(k^2 - 4^2) + v_0 \cdot (k - 4) + 10(k - 4)$$

$$\Leftrightarrow 80 = 4 \cdot v_0 - \frac{5}{4} \left(\frac{2}{5}v_0\right) \left(\frac{2}{5}v_0 + 8\right) + v_0 \cdot \frac{2v_0}{5} + 10 \cdot \frac{2v_0}{5}$$

$$\Leftrightarrow 80 = 4v_0 - \frac{v_0^2}{5} - 4v_0 + \frac{2}{5}v_0^2 + 4v_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{5}v_0^2 + 4v_0 - 80 = 0$$

$$\Leftrightarrow v_0^2 + 10v_0 - 200 = 0 \Leftrightarrow v_0 = 10. \text{ Vậy } v_0 > 8.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 giây đến 7 giây kể từ lúc bắt đầu thỏa mãn $v_{tb} < 8(m/s)$

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 3 đến 7 giây :

$$S = 1 \cdot 10 + \int_4^7 \left(-\frac{5}{2}t + 20\right) dt = \frac{115}{4} \text{ (m)}.$$

Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 7 giây :

$$v_{tb} = \frac{S}{4} = 7,1875 \Rightarrow v_{tb} < 8.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-2;2;-3)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) có đường kính AB . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$I(0;3;-1)$, $R=6$.		
(b)	Phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại A là $(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$.		

(c)	Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt cầu với $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$ là 5.		
(d)	Gọi I' là tâm mặt cầu (S') sao cho diện tích mặt cầu (S) gấp 4 lần diện tích mặt cầu (S') . Khi đó, $II' = \frac{11}{2}$.		

» Lời giải

(a) $I(0;3;-1)$, $R=6$.

I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;3;-1)$.

Có: $\vec{IA} = (2;1;2) \Rightarrow IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.

» Chọn SAI.

(b) Phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại A là $(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$.

(P) có $\vec{n}_{(P)} = \vec{IA} = (2;1;2)$ và đi qua điểm $A(2;4;1)$ nên ta có phương trình:

$(P): 2x + y + 2z - 10 = 0$

» Chọn ĐÚNG.

(c) Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt cầu với $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$ là 5.

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến của mặt cầu với (Q) .

$$d(I; (Q)) = \frac{|-3-2-1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2.$$

$$r = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}.$$

» Chọn SAI.

(d) Gọi I' là tâm mặt cầu (S') sao cho diện tích mặt cầu (S) gấp 4 lần diện tích mặt cầu (S') . Khi đó,

$$II' = \frac{11}{2}.$$

Diện tích mặt cầu $(S) = 4 \cdot \pi \cdot 3^2 = 36\pi$

$$\Rightarrow \text{Diện tích mặt cầu } (S') = 9\pi \Rightarrow r' = \frac{3}{2}$$

Có (S') tiếp xúc (S) nên $II' = R + r' = 3 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2}$.

» Chọn ĐÚNG.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt. làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

» Lời giải

✓ Trả lời: 0,78

Gọi A là biến cố “Lấy được sản phẩm tốt”

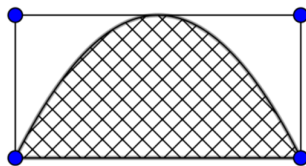
B_i là biến cố “Sản phẩm lấy ra từ nhà máy thứ i sản xuất”, với $i = 1; 2$

Ta có: $P(B_1) = \frac{3}{4}$; $P(B_2) = \frac{1}{4}$

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) = \frac{3}{4} \cdot 0,8 + \frac{1}{4} \cdot 0,7 = 0,78$$

Câu 16. Bạn An có các tấm thẻ hình chữ nhật có kích thước khác nhau nhưng có cùng chu vi là 6cm. Trên mỗi tấm thẻ An vẽ một hình parabol sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một

cạnh của tấm thẻ như hình vẽ. Hỏi diện tích của hình parabol lớn nhất mà An vẽ được bằng bao nhiêu xăng ti mét vuông?



Lời giải

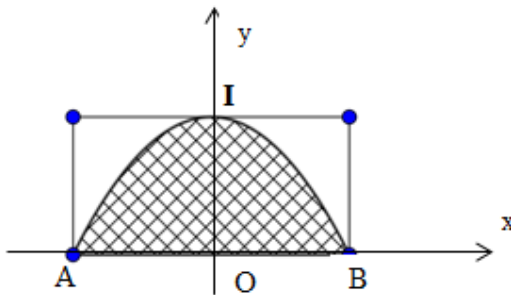
✓ **Trả lời: 1,5**

Gọi chiều dài của tấm thẻ là m , chiều rộng là n ($m > n > 0$).

Ta có chu vi của tấm thẻ là $2.(m+n) = 6 \Rightarrow m+n = 3$.

Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc Oxy sao cho đỉnh của parabol là $I(0;n)$ và Parabol đi

qua 2 điểm $A\left(\frac{-m}{2};0\right)$ và $B\left(\frac{m}{2};0\right)$.



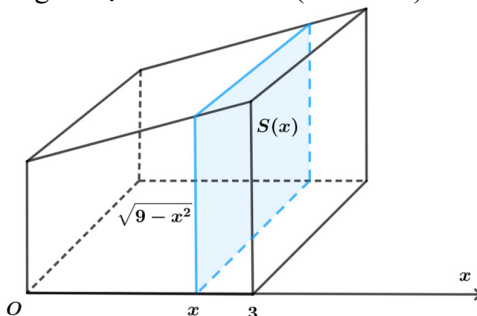
Do đó phương trình parabol có dạng $y = \frac{-4n}{m^2}x^2 + n$.

Vậy phần diện tích hình parabol là $S = 2 \int_0^{\frac{m}{2}} \left(\frac{-4n}{m^2}x^2 + n \right) dx = \frac{2mn}{3}$.

Ta có $\frac{2}{3}mn \leq \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{m+n}{2}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 1,5$.

Vậy diện tích của hình parabol lớn nhất mà An vẽ được bằng $1,5cm^2$.

Câu 17. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (xem hình). Tính thể tích của vật thể đã cho.



Lời giải

✓ **Trả lời: 18**

Ta có: mặt cắt của vật thể là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ nên diện tích mặt cắt là:

$$S(x) = \left(\sqrt{9-x^2}\right)^2 = 9-x^2, \text{ do } 9-x^2 \geq 0, \forall x \in [0;3].$$

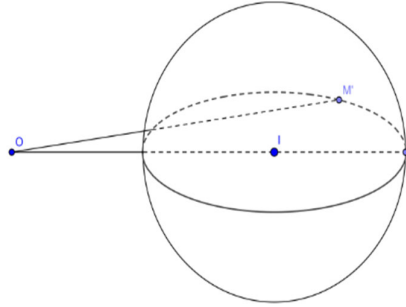
Thể tích của vật thể đã cho là:

$$V = \int_0^3 S(x) dx = \int_0^3 (9-x^2) dx = \left(9x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^3 = 18.$$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 2; -2), B(3; -3; 3)$. M là điểm thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng? *Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.*

✓ **Trả lời: 20,8**

✎ **Lời giải**



Gọi $M(x; y; z)$. Ta có:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 9MA^2 = 4MB^2$$

$$\Leftrightarrow 9[(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2] = 4[(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 12y + 12z = 0$$

$$\Rightarrow M \text{ thuộc mặt cầu } (S) \text{ tâm } I(-6; 6; -6) \text{ bán kính } R = 6\sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó } OM_{\max} = d(O; I) + R = OI + R = 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \approx 20,78.$$

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai.

✎ **Lời giải**

Gọi A: “Minh làm đúng bài thứ nhất”, theo đề bài ta có $P(A) = 0,7$.

và B: “Minh làm đúng bài thứ hai”,

Theo đề bài ta có $P(B|A) = 0,8; P(B|\bar{A}) = 0,2$.

Gọi C: “Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai”,

$$\text{Ta có } P(C) = P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(BA)}{P(B)} = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}.$$

Theo đề bài ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(B|A) \cdot P(A)$.

Mặt khác $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{AB}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 1 - 0,8 \cdot 0,3 = 0,76$.

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(B|A) \cdot P(A) = 0,76 - 0,7 + 0,8 \cdot 0,7 = 0,62.$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,62} = \frac{28}{31} \approx 0,9.$$

Câu 20. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2^x; y = \frac{2}{\sqrt{x}}; x = \frac{1}{2}; x = 4$

✎ **Lời giải**

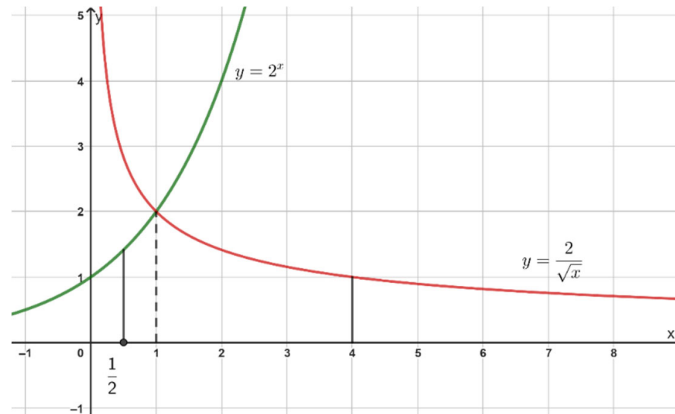
Xét phương trình hoành độ giao điểm chung của hai đồ thị hàm số $y = 2^x; y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ ta có :

$$2^x = \frac{2}{\sqrt{x}} \quad (1).$$

Ta thấy hàm số $y = 2^x$ là hàm đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$; hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ nghịch biến trên

khoảng $(0; +\infty)$ nên phương trình (1) nếu có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

Nhận thấy $x = 1$ là nghiệm của phương trình (1).

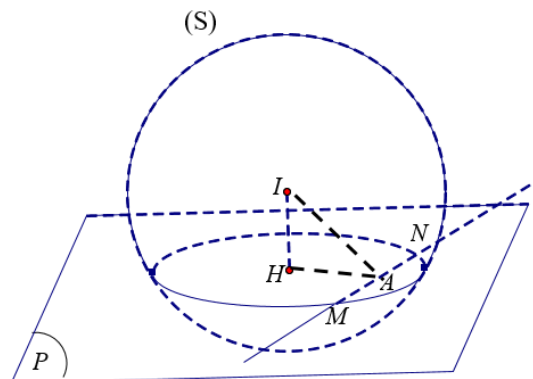


$$\text{Khi đó, } S_{(H)} = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx + \int_1^4 g(x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 2^x dx + \int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}} dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_{\frac{1}{2}}^1 + 4\sqrt{x} \Big|_1^4$$

$$S_{(H)} = \frac{2 - \sqrt{2}}{\ln 2} + 4 = \frac{2 + 4\ln 2 - \sqrt{2}}{\ln 2}$$

Câu 21. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 10z + 2 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm M, N . Độ dài đoạn MN nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải



Điểm A thỏa mãn $2.2 + 2.1 - 3 - 3 = 0$ nên $A \in (P)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$, $R = 6$ và $d(I, (P)) = \frac{2}{3}$ nên $(P) \cap (S) = (C)$.

Mặt khác $IA = \sqrt{6} < R$ nên điểm A nằm trong mặt cầu (S) và A thuộc đoạn MN .

Gọi H là hình chiếu của I trên (P) thì H là tâm của đường tròn (C) .

Bán kính đường tròn (C) là $r = \sqrt{36 - \frac{4}{9}} = \frac{8\sqrt{5}}{3}$.

Ta có $MN = 2\sqrt{r^2 - d^2}$ với $d = d(H, \Delta)$.

Do đó $MN_{\min} \Leftrightarrow d(H, \Delta)_{\max} \Leftrightarrow d(H, \Delta) = AH \Leftrightarrow AH \perp MN$

Khi đó $\begin{cases} MN \perp IH \\ MN \perp AH \end{cases} \Rightarrow MN \perp (AIH) \Rightarrow MN \perp AI$.

Suy ra $MN = 2AN = 2\sqrt{IN^2 - IA^2} = 2\sqrt{6^2 - (\sqrt{6})^2} = 2\sqrt{30}$.

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 5

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Cho hai biến cố A và B bất kì với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau là

- A.** $P(A \cup B) = P(A|B).P(B)$. **B.** $P(A \cap B) = P(A|B).P(A)$.
C. $P(A|B).P(A) = P(B|A).P(B)$. **D.** $P(A|B).P(B) = P(B|A).P(A)$.

Câu 2. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx$ bằng:

- A.** 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** $\frac{26}{3}$.

Câu 3. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A.** 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A.** $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. **B.** $\vec{n}_3 = (-3; 5; -1)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2; -3; 5)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2; 3; 5)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(5; 2; 1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 4$. **B.** $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.
C. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$. **D.** $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, số giá trị nguyên của $m \in [0; 10]$ để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình của mặt cầu.

- A.** 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$; $P(B|A) = 0,9$. Khi đó xác suất của biến cố $A \cap B$ là

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{27}{100}$. **C.** $\frac{9}{20}$ **D.** $\frac{3}{20}$.

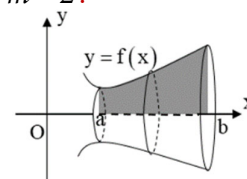
Câu 8. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng

- A.** 8. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A.** $m = -3$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ có đồ thị như hình vẽ. Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây:



A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b \pi^2 f^2(x) dx$.

Câu 11. Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

A. $55m$. B. $25m$. C. $50m$. D. $16m$.

Câu 12. Trong một hộp kín có 5 chiếc bút màu xanh và 3 chiếc bút màu đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Mai lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn Quỳnh lấy ngẫu nhiên một trong 7 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để bạn Mai lấy được bút màu đen và bạn Quỳnh lấy được bút màu xanh.

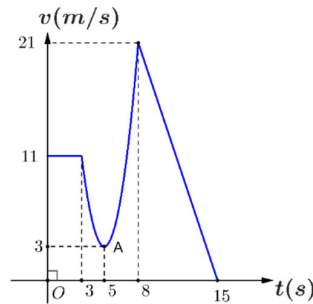
A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{15}{56}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bán kính nhỏ nhất của (S) là 1.		
(b)	Với $m = \pm\sqrt{2}$ thì mặt phẳng (Oxy) tiếp xúc với (S) .		
(c)	Với $m = 2\sqrt{6}$ thì (S) cắt $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.		
(d)	Có 5 giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ cắt (S) tại 2 điểm phân biệt.		

Câu 14. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ)



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 11(m/s)$.		
(b)	Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$		
(c)	Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5(m)$.		
(d)	Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7(m/s)$		

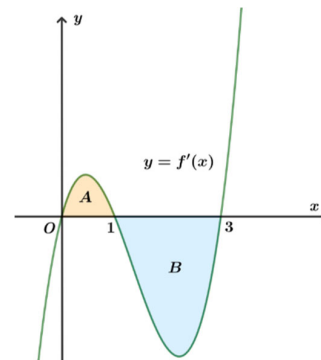
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Một nhóm học sinh thi Học sinh giỏi cấp trường, trong đó có 10 học sinh lớp 12C. Kết quả có 6 học sinh của lớp 12C đạt giải. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm học sinh trên. Tính xác

suất chọn được học sinh đạt giải, biết rằng học sinh đó thuộc lớp 12C. *Viết kết quả dưới dạng thập phân.*

☒ **Điền đáp số:**

- Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình dưới. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_A = 4$ và $S_B = 10$. Tính giá trị của $f(3)$, biết giá trị của $f(0) = 2$.



☒ **Điền đáp số:**

- Câu 17.** Tổng các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $d: y = x + m$ cắt parabol $(P): y = x^2 - 5x + 4$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$ bằng bao nhiêu?

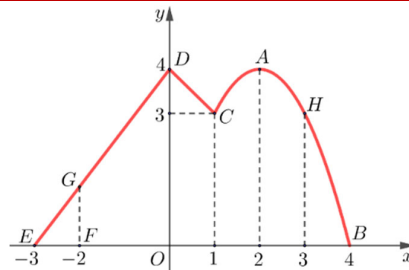
☒ **Điền đáp số:**

- Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và hai điểm $A(1;3;4)$, $B(4;1;9)$; M là điểm thay đổi trên (S) . Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Xác định $m+n$.

☒ **Điền đáp số:**

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

- Câu 19.** Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;5]$ như hình vẽ dưới đây (phần cong của đồ thị là một phần của Parabol $y = ax^2 + bx + c$). Tính $I = \int_{-2}^3 f(x) dx$.



- Câu 20.** Trong một cộng đồng X có tỉ lệ mắc ung thư là $0,02$. Biết rằng xác suất xét nghiệm dương tính là $0,95$ nếu người đó mắc ung thư và $0,03$ nếu người đó không mắc ung thư. Tính xác suất khi chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng X bị ung thư nếu người này cho kết quả xét nghiệm dương tính. (*Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm, làm tròn đến chữ số hàng chục sau dấu thập phân*)

- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và hai điểm $M(-1;2;-4)$, $N(3;-2;-2)$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc Δ đều cách đều hai điểm M, N .

Hết

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- Câu 1.** Cho hai biến cố A và B bất kì với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau là

A. $P(A \cup B) = P(A|B).P(B)$.

B. $P(A \cap B) = P(A|B).P(A)$.

C. $P(A|B).P(A) = P(B|A).P(B)$.

D. $P(A|B).P(B) = P(B|A).P(A)$.

☒ **Lời giải**

Chọn D

Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì $P(A \cap B) = P(A|B).P(B) = P(B|A).P(A)$.

- Câu 2.** Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 f(x) dx$ bằng:
- A.** 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** $\frac{26}{3}$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = F(x)|_1^3 = x^2|_1^3 = 9 - 1 = 8$.

- Câu 3.** Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A.** 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 5.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 2 dx = \frac{1}{3} \cdot 6 + 6 = 8$.

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A.** $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. **B.** $\vec{n}_3 = (-3; 5; -1)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2; -3; 5)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2; 3; 5)$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -3; 5)$.

- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(5; 2; 1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 4$. **B.** $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

- C.** $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 4$. **D.** $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 2$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Trọng tâm của tam giác ABC là $G(2; 2; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AG} = (0; 1; -1) \Rightarrow AG = \sqrt{2}$

Mặt cầu (S) có tâm A và đi qua trọng tâm G nên mặt cầu (S) có bán kính $R = AG = \sqrt{2}$

\Rightarrow Mặt cầu (S) có phương trình là: $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, số giá trị nguyên của $m \in [0; 10]$ để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình của mặt cầu.

- A.** 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình của mặt cầu khi

$$(m+2)^2 + (-2m)^2 - (19m-6) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}$$

Do m nguyên và $m \in [0; 10] \Rightarrow m \in \{0; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\} \Rightarrow$ có 9 giá trị nguyên của m .

- Câu 7.** Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$; $P(B|A) = 0,9$. Khi đó xác suất của biến cố $A \cap B$ là

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{27}{100}$. **C.** $\frac{9}{20}$. **D.** $\frac{3}{20}$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có $P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,9 \cdot 0,3 = \frac{27}{100}$

Câu 8. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng

- A.** 8. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 9.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $S = \int_0^2 |3x^2 + 1| dx = \int_0^2 (3x^2 + 1) dx = (x^3 + x) \Big|_0^2 = 10.$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A.** $m = -3$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 2$.

☞ **Lời giải**

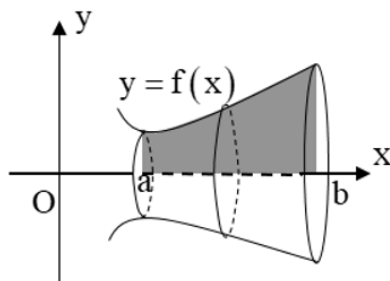
Chọn D

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1; 1; -2)$.

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_q = (4; 2 - m; m)$.

Ta có: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_p \perp \vec{n}_q \Leftrightarrow \vec{n}_p \cdot \vec{n}_q = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 1 + 2 - m - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 2.$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ có đồ thị như hình vẽ. Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây:



- A.** $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. **B.** $S = \int_a^b f^2(x) dx$. **C.** $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. **D.** $S = \int_a^b \pi^2 f^2(x) dx$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0,$

$x = a, x = b$ quanh trục Ox được tính theo công thức $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 11. Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

- A.** $55m$. **B.** $25m$. **C.** $50m$. **D.** $16m$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có $-2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow$ Thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây.

Vậy trong 8 giây cuối cùng thì có 3 giây ô tô chuyển động với vận tốc $10m/s$ và 5 giây chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$.

Khi đó quãng đường ô tô di chuyển là $S = 3.10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 30 + 25 = 55m$.

Câu 12. Trong một hộp kín có 5 chiếc bút màu xanh và 3 chiếc bút màu đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Mai lấy ngẫu nhiên một chiếc bút từ trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn Quỳnh lấy ngẫu nhiên một trong 7 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để bạn Mai lấy được bút màu đen và bạn Quỳnh lấy được bút màu xanh.

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{15}{56}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.

» **Lời giải**

Chọn B

Gọi A là biến cố: “Bạn Mai lấy được bút màu đen”.

Gọi B là biến cố: “Bạn Quỳnh lấy được bút màu xanh”.

Khi đó xác suất để bạn Mai lấy được bút màu đen và bạn Quỳnh lấy được bút màu xanh là $P(A \cap B)$.

Vì $n(A) = 3$ nên $P(A) = \frac{3}{8}$.

Nếu A xảy ra tức là bạn Mai lấy được bút màu đen thì trong hộp có 7 chiếc bút với 5 chiếc bút màu xanh.

Vậy $P(B|A) = \frac{5}{7}$.

Theo công thức nhân xác suất ta có: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bán kính nhỏ nhất của (S) là 1.		
(b)	Với $m = \pm\sqrt{2}$ thì mặt phẳng (Oxy) tiếp xúc với (S) .		
(c)	Với $m = 2\sqrt{6}$ thì (S) cắt $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.		
(d)	Có 5 giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ cắt (S) tại 2 điểm phân biệt.		

» **Lời giải**

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;0;2)$, bán kính $R = \sqrt{m^2 + 1}$.

(a) Bán kính nhỏ nhất của (S) là 1.

Với mọi giá trị m , ta có: $m^2 + 1 \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 1} \geq 1 \Leftrightarrow R \geq 1$. Vậy $R_{\min} = 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

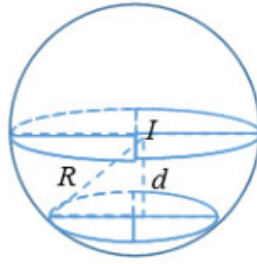
(b) Với $m = \pm\sqrt{2}$ thì mặt phẳng (Oxy) tiếp xúc với (S) .

(S) tiếp xúc với $(Oxy) \Leftrightarrow d(I, (Oxy)) = R \Leftrightarrow 2 = \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow m^2 = 3 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Với $m = 2\sqrt{6}$ thì (S) cắt $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

Với $m = 2\sqrt{6}$, mặt cầu (S) có tâm $I(3;0;2)$, bán kính $R = 5$.



Ta có: $d = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 3 - 0 + 2 \cdot 2 + 2|}{3} = 4 \Rightarrow d < R$.

Khi đó, (S) cắt (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Có 5 giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ cắt (S) tại 2 điểm phân biệt.

Phương trình tham số của $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Từ phương trình của Δ và (S) ta có phương trình

$$(2 - 3t - 3)^2 + (1 + t)^2 + (3 - t - 2)^2 = m^2 + 1 \Leftrightarrow 11t^2 + 6t + 2 - m^2 = 0 \quad (1)$$

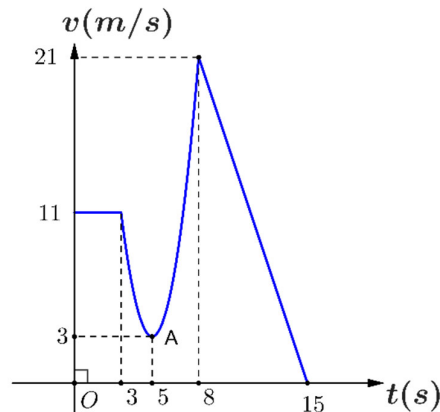
Để Δ cắt (S) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 11(2 - m^2) > 0 \Leftrightarrow 11m^2 - 13 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{\frac{13}{11}} \\ m < -\sqrt{\frac{13}{11}} \end{cases}$$

Vậy có vô số giá trị nguyên m thỏa mãn.

» **Chọn SAI.**

Câu 14. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$ (m/s) có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3$ (s) và $8 \leq t \leq 15$ (s) và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8$ (s) (như hình vẽ)



Mệnh đề		Đúng	Sai
(a)	Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 11$ (m/s).		

(b)	Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^3 11dt \text{ (m)}$		
(c)	Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5 \text{ (m)}$.		
(d)	Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7 \text{ (m/s)}$		

» Lời giải

(a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 11 \text{ (m/s)}$.

Dựa vào đồ thị $v(t)$

» Chọn ĐÚNG.

(b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^3 11dt \text{ (m)}$

Trong 3 giây đầu tiên, vận tốc của chuyển động là $v(t) = 11 \text{ (m/s)}$.

Do đó quãng đường chất điểm chuyển động trong 3 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^3 11dt \text{ (m)}$

» Chọn ĐÚNG.

(c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5 \text{ (m)}$.

Trong khoảng thời gian từ 8 đến 15 giây, đồ thị $v(t)$ là một đường thẳng đi qua hai điểm $(8; 21)$

và $(15; 0)$. Ta có: $v(t) = at + b$.

Từ giả thiết ta có hệ: $\begin{cases} 8a + b = 21 \\ 15a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 45 \end{cases}$.

Do đó $v(t) = -3t + 45 \text{ (} 8 \leq t \leq 15 \text{)}$.

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_2 = \int_8^{15} (-3t + 45) dt = -\frac{3t^2}{2} \Big|_8^{15} + 45t \Big|_8^{15} = \frac{147}{2} = 73,5 \text{ (m)}.$$

» Chọn ĐÚNG.

(d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7 \text{ (m/s)}$

Trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây đồ thị $v(t)$ là một Parabol đi qua $(3; 11), (5; 3), (8; 21)$

có phương trình dạng: $v(t) = at^2 + bt + c$.

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} 9a + 3b + c = 11 \\ 25a + 5b + c = 3 \\ 64a + 8b + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -20 \\ c = 53 \end{cases}$

Do đó: $v(t) = 2t^2 - 20t + 53 \text{ (} 3 \leq t \leq 8 \text{)}$.

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_3 = \int_3^8 v(t) dt = \int_3^8 (2t^2 - 20t + 53) dt = \left(\frac{2t^3}{3} - 10t^2 + 53t \right) \Big|_3^8 = \frac{115}{3} \text{ (m)}$$

Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian này là:

$$v_{tb} = \frac{S_3}{5} = \frac{23}{3} \approx 7,67 \text{ (m/s)}.$$

» Chọn SAI.

Câu 15. Một nhóm học sinh thi Học sinh giỏi cấp trường, trong đó có 10 học sinh lớp 12C. Kết quả có 6 học sinh của lớp 12C đạt giải. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong nhóm học sinh trên. Tính xác suất chọn được học sinh đạt giải, biết rằng học sinh đó thuộc lớp 12C. *Viết kết quả dưới dạng thập phân.*

Lời giải

✓ **Trả lời: 0,6**

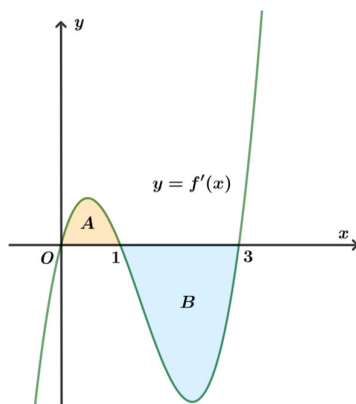
Gọi A: “Chọn được học sinh đạt giải”,

Và B: “Chọn được học sinh đó thuộc lớp 12C”

Khi đó, xác suất cần tìm là xác suất của A với điều kiện B.

$$\text{Ta có } n(A) = 10, n(A \cap B) = 6. \text{ Suy ra } P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{6}{10} = 0,6.$$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình dưới. Biết rằng diện tích của các phần hình phẳng A và B lần lượt là $S_A = 4$ và $S_B = 10$. Tính giá trị của $f(3)$, biết giá trị của $f(0) = 2$.



Lời giải

✓ **Trả lời: -4**

Hình phẳng A được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành $y = 0$, trục tung $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ nên diện tích hình phẳng A là:

$$S_A = \int_0^1 |f'(x)| dx = \int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = f(1) - f(0)$$

$$\Rightarrow f(1) = S_A + f(0) = 4 + 2 = 6.$$

Lại có:

Hình phẳng B được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành $y = 0$, đường thẳng $x = 1$ và đường thẳng $x = 3$ nên diện tích hình phẳng B là:

$$S_B = \int_1^3 |f'(x)| dx = -\int_1^3 f'(x) dx = -f(x) \Big|_1^3 = -[f(3) - f(1)] = -f(3) + f(1).$$

$$\text{Suy ra } f(3) = f(1) - S_B = 6 - 10 = -4.$$

$$\text{Vậy } f(3) = -4.$$

Câu 17. Tổng các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $d: y = x + m$ cắt parabol $(P): y = x^2 - 5x + 4$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

✓ **Trả lời: -4**

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là

$$x^2 - 5x + 4 = x + m \Leftrightarrow x^2 - 6x + 4 - m = 0, (1)$$

d và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 4 + m = m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -5$

Theo Viét: $x_1 + x_2 = 6; x_1 x_2 = 4 - m$

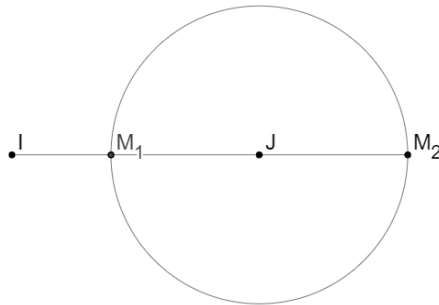
$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= \int_{x_1}^{x_2} (m - x^2 + 6x - 4) dx = \left((m-4)x + 3x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \\ &= \left((m-4) + 3(x_1 + x_2) - \frac{1}{3} \left[(x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 \right] \right) (x_2 - x_1) = \frac{4}{3} \sqrt{(m+5)^3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow m = -4 \end{aligned}$$

Vậy $S = -4$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và hai điểm $A(1;3;4)$, $B(4;1;9)$; M là điểm thay đổi trên (S) . Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Xác định $m + n$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 68**



Gọi I là điểm thỏa mãn $2\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow I(2x_A - x_B; 2y_A - y_B; 2z_A - z_B) \Rightarrow I(-2; 5; -1)$

Suy ra I là điểm cố định.

Suy ra P đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất, P đạt giá trị lớn nhất khi MI đạt giá trị lớn nhất.

$(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ có tâm $J(2; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$

Suy ra $IJ = 5$

Mà M là điểm thay đổi trên (S)

Do đó:

$$n = \min MI = IM_1 = IJ - R = 5 - 3 = 2$$

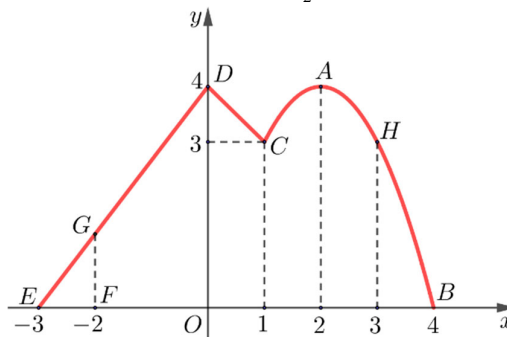
$$m = \max MI = IM_2 = IJ + R = 5 + 3 = 8$$

$$\text{Suy ra } m + n = 8^2 + 2^2 = 68$$

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 5]$ như hình vẽ dưới đây (phần cong của đồ thị là

một phần của Parabol $y = ax^2 + bx + c$). Tính $I = \int_{-2}^3 f(x) dx$.



Lời giải

Ta có $I = \int_{-2}^3 f(x) dx$ bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi Δ_1 , Δ_2 , Parabol (P) , $x = -2$, $x = 3$.

Với Δ_1 qua $E(-3;0)$, $D(0;4)$ nên có pt: $y = \frac{4}{3}x + 4$; Δ_2 qua $D(0;4)$, $C(1;3)$ nên có phương trình: $y = -x + 4$; $(P): y = ax^2 + bx + c$ qua $C(1;3)$ và có đỉnh $A(2;4)$ nên

$$\begin{cases} a+b+c=3 \\ \frac{-b}{2a}=2 \\ 4a+2b+c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow y = -x^2 + 4x.$$

$$\text{Vậy } I = \int_{-2}^3 f(x) dx = \int_{-2}^0 \left(\frac{4}{3}x + 4\right) dx + \int_0^1 (-x + 4) dx + \int_1^3 (-x^2 + 4x) dx = \frac{97}{6}.$$

Câu 20. Trong một cộng đồng X có tỉ lệ mắc ung thư là $0,02$. Biết rằng xác suất xét nghiệm dương tính là $0,95$ nếu người đó mắc ung thư và $0,03$ nếu người đó không mắc ung thư. Tính xác suất khi chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng X bị ung thư nếu người này cho kết quả xét nghiệm dương tính. (Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm, làm tròn đến chữ số hàng chục sau dấu thập phân)

Lời giải

Gọi A là biến cố người được chọn bị ung thư,
Và B là biến cố người được chọn cho kết quả dương tính.

Khi đó

+ $B \cap A$ là biến cố người được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính và bị ung thư,

+ $B \cap \bar{A}$ là biến cố người được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính và không bị ung thư.

Mặt khác

+ $P(B|A)$ là xác suất người được chọn có kết quả dương tính khi người được chọn bị ung thư,

+ $P(B|\bar{A})$ là xác suất người được chọn có kết quả dương tính khi người được chọn không bị ung thư.

Ta có $P(A) = 0,02$, $P(B|A) = 0,95$ và $P(B|\bar{A}) = 0,03$.

Lúc này ta có

$$P(B \cap A) = P(B|A)P(A) = 0,95 \cdot 0,02 = 0,019$$

và

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B|\bar{A})P(\bar{A}) = 0,03 \cdot 0,98 = 0,0294$$

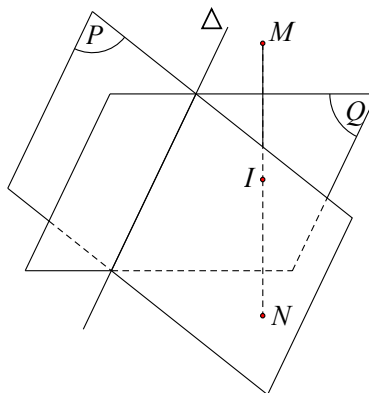
suy ra $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) = 0,0484 = 4,84\%$.

Do đó

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,019}{0,0484} \approx 0,393 = 39,3\%.$$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và hai điểm $M(-1; 2; -4)$, $N(3; -2; -2)$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc Δ đều cách đều hai điểm M, N .

Lời giải



Vì Δ chứa tất cả các điểm cách đều hai điểm M, N nên Δ nằm trong mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN .

Ta có (Q) đi qua trung điểm $I(1; 0; -3)$ và MN và nhận $\overrightarrow{MN} = (4; -4; 2) = 2(2; -2; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do đó, mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x - 2y + z + 1 = 0$.

Ta có $\Delta = (P) \cap (Q)$. Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y + 2z - 3 = 0 \\ 2x - 2y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

Cho $z = t$, ta được
$$\begin{cases} x - 2y + 2t - 3 = 0 \\ 2x - 2y + t + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = -2t + 3 \\ 2x - 2y = -t - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t - 4 \\ y = \frac{3}{2}t - \frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy phương tham số của đường thẳng Δ là:
$$\begin{cases} x = -4 + t \\ y = -\frac{7}{2} + \frac{3}{2}t \\ z = t \end{cases}$$

Cho $t = 1$ ta được tọa độ điểm $A(-3; -2; 1) \in \Delta$ và chọn $\vec{u} = (2; 3; 2)$ là vectơ chỉ phương của

Δ . Khi đó ta có phương trình chính tắc của Δ là: $\frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

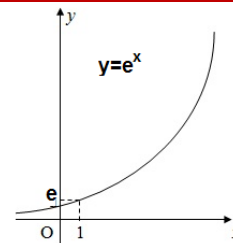
----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 6

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Gọi S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = e^x$, trục hoành, và đường thẳng $x = 1$ (như hình vẽ dưới). Khi đó S được tính bằng công thức:



- A.** $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$. **B.** $S = \int_0^1 e^x dx$.
C. $S = \int_0^e (x - 1) dx$. **D.** $S = \int_0^1 (e^x - 1) dx$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(P): x + 3y - 2z + 4 = 0$ và $(Q): 6x + 18y - 12z = 0$?

- A.** $d((P);(Q)) = \frac{\sqrt{7}}{14}$. **B.** $d((P);(Q)) = \frac{2\sqrt{14}}{7}$
C. $d((P);(Q)) = \frac{2\sqrt{7}}{14}$. **D.** $d((P);(Q)) = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

Câu 3. Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao $2m$. Trong 10 năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \frac{1}{x}$. Xác định chiều cao $h(x)$ của cây sau x năm ($1 \leq x \leq 11$).

- A.** $h(x) = \ln x - 2$ **B.** $h(x) = \ln x + 2$ **C.** $h(x) = \ln x + 1$ **D.** $h(x) = \ln x - 1$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là

- A.** $\vec{u} = (1; -2; 1)$. **B.** $\vec{u} = (2; 1; -1)$. **C.** $\vec{u} = (1; 3; 5)$. **D.** $\vec{u} = (-1; 3; -5)$.

Câu 5. Tìm $F(x) = \int \pi^2 dx$.

- A.** $F(x) = \pi^2 x + C$. **B.** $F(x) = \frac{\pi^2 x^2}{2} + C$. **C.** $F(x) = 2\pi x + C$. **D.** $F(x) = \frac{\pi^3}{3} + C$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)

- A.** $I(-2; 1; -1), R = 3$. **B.** $I(-2; 1; -1), R = 9$.
C. $I(2; -1; 1), R = 3$. **D.** $I(2; -1; 1), R = 9$.

Câu 7. Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a$, $x = b$ ($a < b$), có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$.

- A.** $V = \pi^2 \int_a^b |S(x)| dx$. **B.** $V = \int_a^b S(x) dx$. **C.** $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. **D.** $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$. B. $x + y + 2z = 0$. C. $3x - y - z = 0$. D. $6x - 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 9. Cho hai biến cố xung khắc A và B với $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,4$. Khi đó $P(A|B)$ bằng

A. $0,5$. B. $0,2$. C. $0,4$. D. 0 .

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$, $y = -x + 6$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ bằng

A. $10 + \frac{3}{\ln 2}$. B. $10 - \frac{3}{\ln 2}$. C. $10 - \frac{4}{\ln 2}$. D. $10 + \frac{4}{\ln 2}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Diện tích của mặt cầu (S) là

A. π . B. 4π . C. 16π . D. $\frac{32}{3}\pi$.

Câu 12. Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường trung học phổ thông có 200 học sinh tham gia, trong đó có 95 học sinh nam và 105 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 50 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 24 học sinh nam và 26 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số 200 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

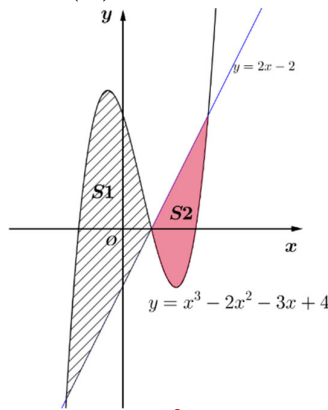
A. $0,25$. B. $0,24$. C. $0,22$. D. $0,23$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1); B(1;2;3); C(4;1;2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 6y - 3z + 4 = 0$.		
(b)	Điểm $D(1;-1;0)$ cũng thuộc mặt phẳng (ABC) .		
(c)	$\vec{AB} = (0;1;2); \vec{AC} = (3;0;1)$		
(d)	Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (1;6;-3)$.		

Câu 14. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 4$ (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 2$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2;-6), B(1;0), C(3;4)$.		
(b)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành, đường thẳng $x = -1; x = 2$ bằng $\frac{21}{4}$.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d bằng $\frac{253}{12}$.		
(d)	Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) thành hai miền S_1 và S_2 . Tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{63}{16}$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Tìm giá trị của a để $F(x) = \frac{ax+3}{x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(x-4)^2}$

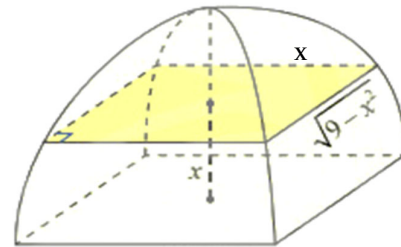
Điền đáp số:

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x-2y+5=0$ và $(Q): x-2y-3z+20=0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị)



Điền đáp số:

Câu 17. Một chiếc lều mái vòm có hình dạng như hình bên. Nếu cắt lều bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x (mét) ($0 \leq x \leq 3$) thì được hình chữ nhật có các kích thước lần lượt là x và $\sqrt{9-x^2}$. Tính thể tích cái lều (đơn vị m^3).



Điền đáp số:

Câu 18. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên). Gọi $h(t)$ là mức nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mức nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ (giờ), mức nước trong hồ chứa là 6m. Tính mức nước trong hồ tại thời điểm $t = 7$ (giờ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Thống kê 2000 sinh viên một khóa của trường đại học theo giới tính và ngành học thu được các số liệu sau

	Nam	Nữ
Học tài chính ngân hàng	400	500
Học quản trị kinh doanh	800	300

Lấy ngẫu nhiên một sinh viên khóa đó. Nếu đã chọn được một sinh viên nam hãy tính xác suất để người đó học tài chính ngân hàng bằng bao nhiêu?

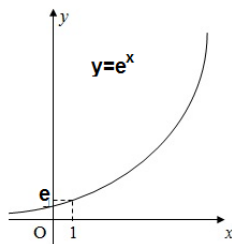
Câu 20. Cho tam giác ABC với tọa độ các điểm $A(0;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;0)$. Thể tích hình tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

Câu 21. Cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2 . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng Δ .

----- Hết -----

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT**A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)**

Câu 1. Gọi S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = e^x$, trục hoành, và đường thẳng $x = 1$ (như hình vẽ dưới).



Khi đó S được tính bằng công thức:

A. $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$. **B.** $S = \int_0^1 e^x dx$. **C.** $S = \int_0^1 (x-1) dx$. **D.** $S = \int_0^1 (e^x - 1) dx$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(P): x + 3y - 2z + 4 = 0$ và $(Q): 6x + 18y - 12z = 0$?

A. $d((P);(Q)) = \frac{\sqrt{7}}{14}$. **B.** $d((P);(Q)) = \frac{2\sqrt{14}}{7}$
C. $d((P);(Q)) = \frac{2\sqrt{7}}{14}$. **D.** $d((P);(Q)) = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $\frac{1}{6} = \frac{3}{18} = \frac{-2}{-12} \neq \frac{0}{4} \Rightarrow (P) // (Q)$. Khi đó $d((P);(Q)) = \frac{|0-4|}{|\sqrt{14}|} = \frac{2\sqrt{14}}{7}$

Câu 3. Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao $2m$. Trong 10 năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \frac{1}{x}$. Xác định chiều cao $h(x)$ của cây sau x năm ($1 \leq x \leq 11$).

A. $h(x) = \ln x - 2$ **B.** $h(x) = \ln x + 2$ **C.** $h(x) = \ln x + 1$ **D.** $h(x) = \ln x - 1$

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $h(x) = \int h'(x) dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$

Ta có $h(1) = 2 \Rightarrow C = 2$

Vậy $h(x) = \ln x + 2$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (1; -2; 1)$. **B.** $\vec{u} = (2; 1; -1)$. **C.** $\vec{u} = (1; 3; 5)$. **D.** $\vec{u} = (-1; 3; -5)$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Gọi $d = (P) \cap (Q)$. Khi đó một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (-1; -3; -5)$.

Vậy $\vec{u} = (1; 3; 5)$ cũng là một vectơ chỉ phương của d .

Câu 5. Tìm $F(x) = \int \pi^2 dx$.

A. $F(x) = \pi^2 x + C$. **B.** $F(x) = \frac{\pi^2 x^2}{2} + C$. **C.** $F(x) = 2\pi x + C$. **D.** $F(x) = \frac{\pi^3}{3} + C$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

$F(x) = \int \pi^2 dx = \pi^2 x + C$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)

A. $I(-2; 1; -1), R = 3$. **B.** $I(-2; 1; -1), R = 9$.
C. $I(2; -1; 1), R = 3$. **D.** $I(2; -1; 1), R = 9$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Tâm $I(2; -1; 1)$, bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 7. Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a$, $x = b$ ($a < b$), có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$.

A. $V = \pi^2 \int_a^b |S(x)| dx$. **B.** $V = \int_a^b S(x) dx$. **C.** $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. **D.** $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Công thức tính thể tích là $V = \int_a^b S(x) dx$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$. **B.** $x + y + 2z = 0$. **C.** $3x - y - z = 0$. **D.** $6x - 2y - 2z + 1 = 0$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi đó $I(1; 1; 2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua điểm $I(1; 1; 2)$ và có một vectơ pháp tuyến là

$\vec{AB} = (-6; 2; 2)$.

Phương trình tổng quát là

$$-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -6x+2y+2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0.$$

Câu 9. Cho hai biến cố xung khắc A và B với $P(A)=0,2$, $P(B)=0,4$. Khi đó $P(A|B)$ bằng

- A.** 0,5. **B.** 0,2. **C.** 0,4. **D.** 0.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A|B)=0$.

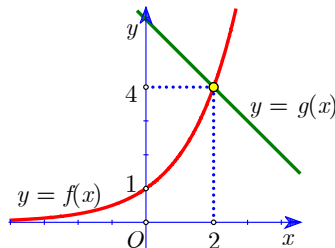
Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=2^x$, $y=-x+6$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ bằng

- A.** $10+\frac{3}{\ln 2}$. **B.** $10-\frac{3}{\ln 2}$. **C.** $10-\frac{4}{\ln 2}$. **D.** $10+\frac{4}{\ln 2}$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có đồ thị của các hàm số $f(x)=2^x$ và $g(x)=-x+6$ như hình vẽ sau



Dựa vào đồ thị, ta có diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 [g(x) - f(x)] dx \\ &= \int_0^2 (-x + 6 - 2^x) dx = \left(-\frac{x^2}{2} + 6x - \frac{2^x}{\ln 2} \right) \Big|_0^2 = -2 + 12 - \frac{4}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 2} = 10 - \frac{3}{\ln 2}. \end{aligned}$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Diện tích của mặt cầu (S) là

- A.** π . **B.** 4π . **C.** 16π . **D.** $\frac{32}{3}\pi$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ có bán kính $R=2$

\Rightarrow Diện tích mặt cầu (S) là $4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Câu 12. Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường trung học phổ thông có 200 học sinh tham gia, trong đó có 95 học sinh nam và 105 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 50 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 24 học sinh nam và 26 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số 200 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A.** 0,25. **B.** 0,24. **C.** 0,22. **D.** 0,23.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Gọi A là biến cố “học sinh đó là học sinh giỏi”.

B là biến cố “học sinh đó là nữ”.

$$\text{Khi đó } P(B) = \frac{105}{200} = \frac{21}{40}, P(AB) = \frac{26}{200} = \frac{13}{100}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \approx 0,25.$$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1); B(1;2;3); C(4;1;2)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 6y - 3z + 4 = 0$.		
(b)	Điểm $D(1;-1;0)$ cũng thuộc mặt phẳng (ABC) .		
(c)	$\overrightarrow{AB} = (0;1;2); \overrightarrow{AC} = (3;0;1)$		
(d)	Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (1;6;-3)$.		

☞ Lời giải

(a) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 6y - 3z + 4 = 0$.

Mặt phẳng (ABC) có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0;1;2), \overrightarrow{AC} = (3;0;1)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1;6;-3)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $A(1;1;1)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;6;-3)$ nên có phương trình $1.(x-1) + 6.(y-1) - 3.(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + 6y - 3z - 4 = 0$.

» **Chọn SAI.**

(b) Điểm $D(1;-1;0)$ cũng thuộc mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Do } 1 + 6.(-1) - 3.0 - 4 \neq 0$$

» **Chọn SAI.**

(c) $\overrightarrow{AB} = (0;1;2); \overrightarrow{AC} = (3;0;1)$.

$$\text{Ta có } A(1;1;1); B(1;2;3); C(4;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0;1;2); \overrightarrow{AC} = (3;0;1)$$

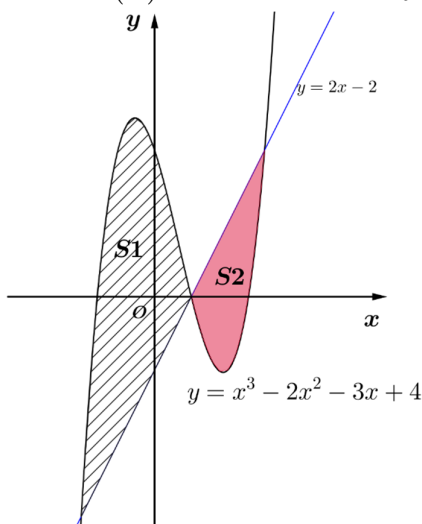
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (1;6;-3)$.

Mặt phẳng (ABC) có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0;1;2), \overrightarrow{AC} = (3;0;1)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1;6;-3)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 14. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 4$ (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 2$. Khi đó:



Mệnh đề

Đúng | Sai

(a)	Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2;-6), B(1;0), C(3;4)$.		
(b)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành, đường thẳng $x = -1; x = 2$ bằng $\frac{21}{4}$.		
(c)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d bằng $\frac{253}{12}$.		
(d)	Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) thành hai miền S_1 và S_2 . Tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{63}{16}$.		

➤ **Lời giải**

(a) Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2;-6), B(1;0), C(3;4)$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 & x = -2 \Rightarrow y = -6 \\ x = 1 & \text{Với: } x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 & x = 3 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

Vậy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2;-6), B(1;0), C(3;4)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành, đường thẳng $x = -1; x = 2$ bằng $\frac{21}{4}$.

$$\text{Diện tích cần tính là: } S = \int_{-1}^2 |x^3 - 2x^2 - 3x + 4| dx = \frac{97}{12}.$$

» **Chọn SAI.**

(c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d bằng $\frac{253}{12}$.

$$\text{Ta có (S): } \begin{cases} y = f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 4 \\ y = g(x) = 2x - 2 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{Ta có: } f(x) - g(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6.$$

$$\text{Diện tích: } S = S_1 + S_2 = \int_{-2}^1 |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| dx + \int_1^3 |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| dx = \frac{63}{4} + \frac{16}{3} = \frac{253}{12}.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) thành hai miền S_1 và S_2 . Tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{63}{16}$.

$$\text{Ta có: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{63}{4}}{\frac{16}{3}} = \frac{189}{64}.$$

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Tìm giá trị của a để $F(x) = \frac{ax+3}{x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(x-4)^2}$

➤ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

Để $F(x) = \frac{ax+3}{x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(x-4)^2}$ thì $F'(x) = f(x)$

$$\Rightarrow \frac{-4a-3}{(x-4)^2} = \frac{1}{(x-4)^2}, \forall x \neq 4 \Rightarrow -4a-3=1 \Rightarrow -4a=4 \Rightarrow a=-1.$$

- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x-2y+5=0$ và $(Q): x-2y-3z+20=0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị)



✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Những điểm thuộc đường nóc nhà có tọa độ thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x-2y+5=0 \\ x-2y-3z+20=0 \end{cases}$$

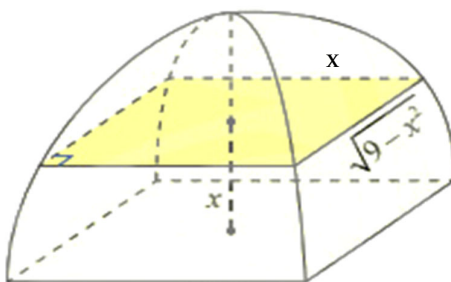
Từ phương trình thứ nhất chọn $x=-5 \Rightarrow y=0$.

Thay vào phương trình còn lại ta được $z=5$

Vậy điểm $A(-5;0;5)$ là một điểm thuộc đường nóc nhà.

Khi đó chiều cao cần tìm của ngôi nhà là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oxy) và bằng 5 mét.

- Câu 17.** Một chiếc lều mái vòm có hình dạng như hình bên. Nếu cắt lều bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x (mét) ($0 \leq x \leq 3$) thì được hình chữ nhật có các kích thước lần lượt là x và $\sqrt{9-x^2}$. Tính thể tích cái lều (đơn vị m^3).



✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 9**

Thể tích lều được tính bởi công thức $V = \int_0^3 (\sqrt{9-x^2}) dx = 9(m^3)$

- Câu 18.** Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên). Gọi $h(t)$ là mức nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mức nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Biết rằng tại thời điểm $t=0$ (giờ), mức nước trong hồ chứa là 6m. Tính mức nước trong hồ tại thời điểm $t=7$ (giờ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 10,6**

+ Tốc độ thay đổi của mức nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số:

$h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ nên mực nước trong hồ tại thời điểm t giờ là:

$$h(t) = \int h'(t) dt = \int \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480) dt = \frac{1}{216} \cdot \left(\frac{5t^3}{3} - 60t^2 + 480t \right) + C$$

+ Tại thời điểm $t = 0$ (giờ), mực nước trong hồ chứa là 6m nên:

$$h(0) = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{216} \cdot \left(\frac{5 \cdot 0^3}{3} - 60 \cdot 0^2 + 480 \cdot 0 \right) + C = 6 \Leftrightarrow C = 6$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{216} \cdot \left(\frac{5t^3}{3} - 60t^2 + 480t \right) + 6.$$

Mực nước trong hồ tại thời điểm $t = 7$ (giờ).

$$\Rightarrow h(7) = \frac{1}{216} \cdot \left(\frac{5 \cdot 7^3}{3} - 60 \cdot 7^2 + 480 \cdot 7 \right) + 6 = \frac{6863}{648} \approx 10,6 \text{ (m)}$$

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Thống kê 2000 sinh viên một khóa của trường đại học theo giới tính và ngành học thu được các số liệu sau

	Nam	Nữ
Học tài chính ngân hàng	400	500
Học quản trị kinh doanh	800	300

Lấy ngẫu nhiên một sinh viên khóa đó. Nếu đã chọn được một sinh viên nam hãy tính xác suất để người đó học tài chính ngân hàng bằng bao nhiêu?

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên một sinh viên, số cách chọn được một sinh viên nam: $C_{400+800}^1 = 1200$ cách.

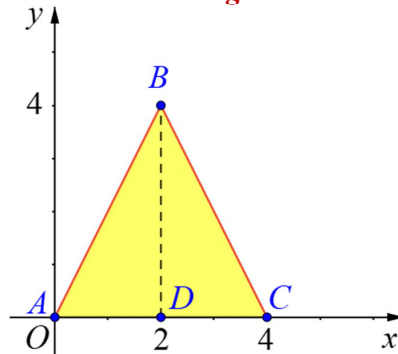
Số cách chọn được một học sinh nam để người đó học tài chính ngân hàng: $C_{400}^1 = 400$ cách.

Vậy xác suất để chọn một học sinh nam, biết rằng người đó học tài chính ngân hàng là

$$\frac{400}{1200} = \frac{1}{3}.$$

Câu 20. Cho tam giác ABC với tọa độ các điểm $A(0;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;0)$. Thể tích hình tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

Lời giải



Nhận xét: Với D là trung điểm AC , bằng hình ảnh trực quan, ta thấy rằng tam giác ABC cân tại B ; $DB \perp Ox$,

Do đó thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh trục Ox sẽ gấp 2 lần thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác ABD quanh trục Ox .

Ta lập phương trình đường thẳng d đi qua 2 điểm A và B .

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;4)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d , suy ra vecto pháp tuyến của d là $\vec{n} = (4;-2)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(0;0)$, nhận $\vec{n} = (4;-2)$ làm vector pháp tuyến là:

$$4(x-0)+(-2)(y-0)=0 \Leftrightarrow 4x-2y=0 \Leftrightarrow y=2x.$$

Khi đó, quay tam giác ABD quanh trục Ox ta được thể tích khối tròn xoay là

$$\pi \int_0^4 f^2(x) dx = \pi \int_0^4 (2x)^2 dx = 4\pi \int_0^4 x^2 dx = 4\pi \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^4 = \frac{256}{3} \pi.$$

Như vậy, khi quay tam giác ABC quanh trục Ox thì ta được thể tích khối tròn xoay là:

$$V = 2 \cdot \frac{256}{3} \pi = \frac{512}{3} \pi.$$

Cách 2. Nếu không nhận ra được tam giác đã cho cân, học sinh hoàn toàn có thể tính thể tích khối tròn xoay bằng cách lấy từng tam giác ABD và BDC quay quanh trục Ox . Khi đó, cần phải thiết lập phương trình đường thẳng BC

Riêng đối với trường hợp xoay tam giác ABD vuông quanh trục Ox , hoàn toàn có thể sử dụng công thức tính thể tích khối nón.

Câu 21. Cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2 . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới đường thẳng Δ .

Lời giải

Gọi $I = d_1 \cap \Delta$, $I(1+t, -1+2t, -t) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = (t; 2t-1; -t-2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ .

Do $\vec{u}_{d_2} = (1; 2; 2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2 và $\Delta \perp d_2$.

Suy ra $\overrightarrow{AI} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Leftrightarrow t + 2(2t-1) + 2(-t-2) = 0 \Leftrightarrow 3t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Vậy $\overrightarrow{AI} = (2; 3; -4)$. Phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.

Lấy $M_0(1;0;2) \in \Delta$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0;0)$ đến đường thẳng Δ là $d(M, \Delta) = \frac{\left| \left[\overrightarrow{OM}, \vec{u}_{\Delta} \right] \right|}{\left| \vec{u}_{\Delta} \right|} = \frac{\sqrt{3161}}{29}$

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 7

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:

- A. 5. B. 1. C. -5. D. -1.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y - z + 3 = 0$. Vec-tơ nào dưới đây là vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A. $\vec{n} = (1; -1; 3)$. B. $\vec{n} = (0; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (0; 1; 1)$. D. $\vec{n} = (1; -1; 0)$.

Câu 3. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^1 g(x)dx = 7$. Tính $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$.

- A. 10. B. -4. C. -10. D. 4.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào đi qua gốc tọa độ

- A. $2x - 3y + 5z = 0$ B. $2x - 3z + 1 = 0$ C. $3x - 10 = 0$ D. $3x - z + 2 = 0$

Câu 5. Trong một nhóm 25 người, có 15 người thích uống trà, 17 người thích uống cà phê, 9 người thích uống cả cà phê và trà. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm. Biết rằng, người đó thích uống cà phê. Xác suất để người đó thích uống trà là

- A. $\frac{9}{17}$ B. $\frac{8}{17}$ C. $\frac{9}{19}$ D. $\frac{10}{19}$

Câu 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 3$ bằng

- A. $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. B. $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. C. $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx$. D. $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx$.

Câu 7. Gieo hai con xúc sắc giống nhau. Tính xác suất để ta có tổng số chấm thu được bằng 6, biết rằng tổng đó là một số chẵn.

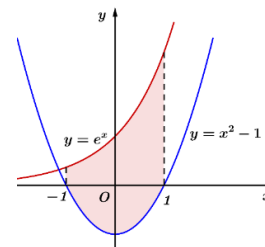
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{36}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{18}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 4)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là:

- A. $x - 2 = 0$. B. $y + 1 = 0$. C. $z - 4 = 0$. D. $x - y - 1 = 0$.

Câu 9. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = x^2 - 1$, $x = -1$, $x = 1$ (tham khảo hình vẽ) bằng

- A. $\frac{3e^2 + 4e - 3}{3e}$. B. $\frac{3e^2 + 4e - 3}{e}$. C. $\frac{3e^2 + 4e + 3}{3e}$.
D. $\frac{3e^2 - 4e + 3}{3e}$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3; 1; 5)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và có bán kính $R = 3$.

- A. $(S): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 9$. B. $(S): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z - 5)^2 = 3$.

C. (S): $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 9$.

D. (S): $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 3$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và

$$d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$$

A. $(8; -13; 23)$.

B. $(0; -3; 2)$.

C. $(-7; -8; -2)$.

D. $(3; 7; 18)$.

Câu 12. Rút từ bộ bài tú lơ khơ 52 con lần lượt ra hai con bài theo phương thức không hoàn lại. Tính xác suất để con thứ hai là Át, biết con thứ nhất đã là Át.

A. $\frac{1}{17}$

B. $\frac{1}{13}$

C. $\frac{3}{52}$

D. $\frac{4}{51}$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, biết $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 27 = 0$ là phương trình mặt cầu và m là tham số. Khi đó:

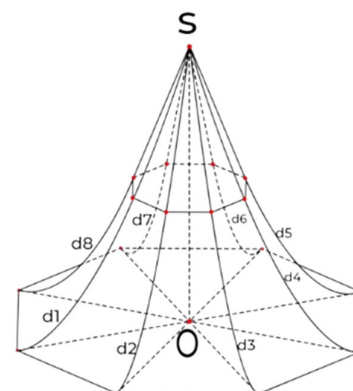
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 5 giá trị nguyên m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu		
(b)	Với $m = 0$, bán kính của mặt cầu là $\sqrt{33}$		
(c)	Với $m < 0$, $I\left(-3; 1; \frac{3}{2}\right)$ thì khoảng cách của mặt cầu và $(P): -2x + 2y - z + 15 = 0$ là 1		
(d)	Gọi A và B là 2 tâm mặt cầu sao cho thể tích của hình cầu là 36π . Trung điểm của AB là $(4\sqrt{6}; 2\sqrt{6}; -2\sqrt{6})$		

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{khi } x \geq 1 \\ x + 1, & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_0^2 f(x) dx = \frac{29}{6}$		
(b)	$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $F(0) = 1$, khi đó $F(-2) = -\frac{11}{3}$		
(c)	Ta có $f'(2) = 1$.		
(d)	$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx + \int_1^4 (x + 1) dx$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Gia đình ông Bình xây một cái chòi hình bát giác, trong đó mái chòi (H) có dạng hình “chóp bát giác cong đều” có trần bằng gỗ như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình bát giác đều có cạnh là $a = \frac{3\sqrt{2\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2}$ (m) Chiều cao $SO = 6m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $d_1; d_2; d_3; d_4; d_5; d_6; d_7; d_8$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO . Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với



mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một bát giác đều và khi (α) khi qua trung điểm của SO thì bát giác đều có cạnh $b = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2}(m)$. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) đó. Đơn vị tính: m^3 , làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

Điền đáp số:

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $(9; a; b)$. Biết $x = a$ và $x = b$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - mx + n = 0$. Tính $m^2 - n + 1$.

Điền đáp số:

Câu 17. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về kiểm định chất lượng sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 9000, trong số đó có 1500 người đã nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 7500 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Khi thử bằng dụng cụ của công ty, trong 1500 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 76% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Mặt khác, trong 7500 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 7% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính khi kiểm tra. Chọn ngẫu nhiên một người trong số những người thử nghiệm. Tính xác suất để người được chọn ra bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, biết rằng người đó có kết quả thử nghiệm âm tính (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

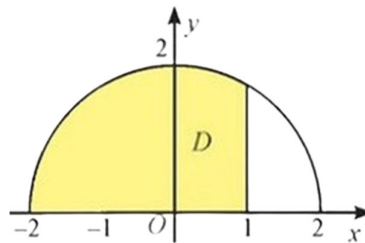
Điền đáp số:

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{-1}$, đồng thời tạo với đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Biết phương trình đường thẳng Δ có dạng $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{a} = \frac{z-2}{b}$. Tính $a^2 + b^2$.

Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ nửa đường tròn tâm O , bán kính $r = 2$ nằm phía trên trục Ox . Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục Ox và đường thẳng $x = 1$ (hình vẽ). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox .



Câu 20. Khảo sát 100 người trong đó có 49 nam và 51 nữ về việc có nuôi thú cưng không thì được bảng sau

	Có thú cưng	Không có thú cưng
Nam	41	8
Nữ	45	6
Tổng	86	14

Chọn ngẫu nhiên một người trong số người được khảo sát. Biết người đó là nam, tính xác suất của biến cố người được chọn nuôi thú cưng?

- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=-1 \end{cases}$, điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d .

Hết

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- Câu 1.** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1)=-2$ và $F(2)=3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:

A. 5. **B.** 1. **C.** -5. **D.** -1.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $\int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = 3 - (-2) = 5$.

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y-z+3=0$. Vec-tơ nào dưới đây là vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

A. $\vec{n} = (1; -1; 3)$. **B.** $\vec{n} = (0; 1; -1)$. **C.** $\vec{n} = (0; 1; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; -1; 0)$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

- Câu 3.** Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3$ và $\int_0^1 g(x)dx = 7$. Tính $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$.

A. 10. **B.** -4. **C.** -10. **D.** 4.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx - \int_0^1 g(x)dx = 3 - 7 = -4$.

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào đi qua gốc tọa độ
- A.** $2x - 3y + 5z = 0$ **B.** $2x - 3z + 1 = 0$ **C.** $3x - 10 = 0$ **D.** $3x - z + 2 = 0$

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $2.0 - 3.0 + 5.0 = 0 \Rightarrow O$ thuộc mặt phẳng.

- Câu 5.** Trong một nhóm 25 người, có 15 người thích uống trà, 17 người thích uống cà phê, 9 người thích uống cả cà phê và trà. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm. Biết rằng, người đó thích uống cà phê. Xác suất để người đó thích uống trà là

A. $\frac{9}{17}$ **B.** $\frac{8}{17}$ **C.** $\frac{9}{19}$ **D.** $\frac{10}{19}$

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có số cách chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm thích uống cà phê là $C_{17}^1 = 17$.

Số cách chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm thích uống cả cà phê và trà là $C_9^1 = 9$.

Vậy xác suất để chọn được một người thích uống trà, biết rằng người đó thích uống cà phê là $\frac{9}{17}$.

Câu 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 3$ bằng

- A.** $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. **B.** $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$. **C.** $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx$. **D.** $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = 0, x = 3 \text{ là } S = \int_0^3 |x^3 - 4x| dx.$$

Câu 7. Gieo hai con xúc sắc giống nhau. Tính xác suất để ta có tổng số chấm thu được bằng 6, biết rằng tổng đó là một số chẵn.

- A.** $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{5}{36}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{5}{18}$

☞ **Lời giải**

Chọn D

Gieo hai xúc sắc có tổng số chấm thu được là chẵn thỏa mãn 18 trường hợp là

$$\{1;1\}, \{1;3\}, \{1;5\}, \{2;2\}, \{2;4\}, \{2;6\}, \{3;1\}, \{3;3\}, \{3;5\}, \{4;2\}, \{4;4\}, \{4;6\}, \\ \{5;1\}, \{5;3\}, \{5;5\}, \{6;2\}, \{6;4\}, \{6;6\}.$$

Gieo hai xúc sắc có tổng số chấm thu được bằng 6 thỏa mãn 5 trường hợp là

$$\{1;5\}, \{2;4\}, \{3;3\}, \{4;2\}, \{5;1\}$$

Xác suất để ta có tổng số chấm thu được bằng 6, biết rằng tổng đó là một số chẵn là $\frac{5}{18}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 4)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là:

- A.** $x - 2 = 0$. **B.** $y + 1 = 0$. **C.** $z - 4 = 0$. **D.** $x - y - 1 = 0$.

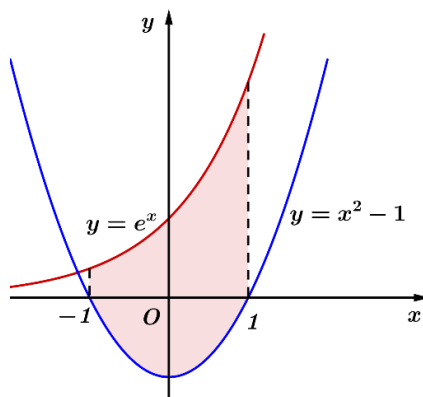
☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $\vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) cần tìm là: $z - 4 = 0$

Câu 9. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = x^2 - 1$, $x = -1$, $x = 1$ (tham khảo hình vẽ) bằng



- A.** $\frac{3e^2 + 4e - 3}{3e}$. **B.** $\frac{3e^2 + 4e - 3}{e}$. **C.** $\frac{3e^2 + 4e + 3}{3e}$. **D.** $\frac{3e^2 - 4e + 3}{3e}$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Xét $x \in [-1; 1]$, ta có: $\begin{cases} e^x > 0 \\ -(x^2 - 1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow e^x - (x^2 - 1) > 0 \Rightarrow |e^x - (x^2 - 1)| = e^x - x^2 + 1.$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{-1}^1 |e^x - (x^2 - 1)| dx = \int_{-1}^1 (e^x - x^2 + 1) dx = \left(e^x - \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{3e^2 + 4e - 3}{3e}.$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3; 1; 5)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và có bán kính $R = 3$.

A. $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 9.$ **B.** $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 3.$

C. $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 9.$ **D.** $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 3.$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 1; 5)$ bán kính $R = 3$ có phương trình là

$$(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 9.$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và

$$d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$$
 là

A. $(8; -13; 23).$ **B.** $(0; -3; 2).$ **C.** $(-7; -8; -2).$ **D.** $(3; 7; 18).$

Lời giải

Chọn D

Giao điểm của d và d' là nghiệm của hệ: $\begin{cases} -3 + 2t = 5 + t' \\ -2 + 3t = -1 - 4t' \\ 6 + 4t = 20 + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -2 \end{cases}.$

Do đó giao điểm d và d' là $M(3; 7; 18)$.

Câu 12. Rút từ bộ bài tú lơ khơ 52 con lần lượt ra hai con bài theo phương thức không hoàn lại. Tính xác suất để con thứ hai là Át, biết con thứ nhất đã là Át.

A. $\frac{1}{17}$ **B.** $\frac{1}{13}$ **C.** $\frac{3}{52}$ **D.** $\frac{4}{51}$

Lời giải

Chọn A

Giả sử lần đầu tiên rút được con Át, do đó bộ bài sẽ còn 51 lá bài trong đó có 3 lá Át còn lại.

Xác suất để lần thứ 2 rút được lá bài Át là $\frac{C_3^1}{C_{51}^1} = \frac{3}{51} = \frac{1}{17}.$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, biết $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 27 = 0$ là phương trình mặt cầu và m là tham số. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 5 giá trị nguyên m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu		
(b)	Với $m = 0$, bán kính của mặt cầu là $\sqrt{33}$		

(c)	Với $m < 0$, $I\left(-3; 1; \frac{3}{2}\right)$ thì khoảng cách của mặt cầu và (P): $-2x + 2y - z + 15 = 0$ là 1		
(d)	Gọi A và B là 2 tâm mặt cầu sao cho thể tích của hình cầu là 36π . Trung điểm của AB là $(4\sqrt{6}; 2\sqrt{6}; -2\sqrt{6})$		

» Lời giải

(a) Có 5 giá trị nguyên m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 27 = 0$

$$\Leftrightarrow (x + 2m)^2 + (y + m)^2 + (z - m)^2 = 27 - 3m^2 \quad (1).$$

(1) là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow 27 - 3m^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Do m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

» Chọn ĐÚNG.

(b) Với $m = 0$, bán kính của mặt cầu là $\sqrt{33}$.

Với $m = 0$, ta có: $a = 0, b = 0, c = 0, d = -27$.

$$R = \sqrt{-(-27)} = 3\sqrt{3}.$$

» Chọn SAI.

(c) Với $m < 0$, $I\left(-3; 1; \frac{3}{2}\right)$ thì khoảng cách của mặt cầu và (P): $-2x + 2y - z + 15 = 0$ là 1.

$$I = (-2m; -m; m) \text{ và } R = \sqrt{-3m^2 + 27}$$

$$d(I; (P)) = \frac{|(-2) \cdot (-2m) + 2 \cdot (-m) - m + 15|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{|m + 15|}{3}$$

Để khoảng cách của mặt cầu và (P): $-2x + 2y - z = 0$ là 1 thì

$$\sqrt{-3m^2 + 27} + 1 = \frac{|m + 15|}{3} \quad (*)$$

Với $-3 < m < 3 \Rightarrow |m + 15| = m + 15$

$$(*) \Leftrightarrow \sqrt{-3m^2 + 27} + 1 = \frac{m + 15}{3} \Leftrightarrow \sqrt{-3m^2 + 27} = \frac{m + 15}{3} - 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{-3m^2 + 27} = \frac{m + 12}{3}$$

$$\Leftrightarrow -3m^2 + 27 = \frac{m^2 + 24m + 144}{9} \Leftrightarrow \frac{28}{9}m^2 + \frac{24}{9}m - 11 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

Vậy: $I\left(-3; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$

» Chọn SAI.

(d) Gọi A và B là 2 tâm mặt cầu sao cho thể tích của hình cầu là 36π . Trung điểm của AB là $(4\sqrt{6}; 2\sqrt{6}; -2\sqrt{6})$.

Thể tích hình cầu là 36π

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \sqrt{-3m^2 + 27}^3 = 36\pi$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{-3m^2 + 27}^3 = 27$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{-3m^2 + 27} = 3$$

$$\Leftrightarrow -3m^2 + 27 = 9$$

$$\Leftrightarrow m = \pm\sqrt{6}$$

Vậy: $A(-2\sqrt{6}; -\sqrt{6}; \sqrt{6})$ và $B(2\sqrt{6}; \sqrt{6}; -\sqrt{6})$

Trung điểm của AB là O .

» **Chọn SAI.**

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{khi } x \geq 1 \\ x + 1, & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\int_0^2 f(x) dx = \frac{29}{6}$		
(b)	$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $F(0) = 1$, khi đó $F(-2) = -\frac{11}{3}$		
(c)	Ta có $f'(2) = 1$.		
(d)	$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx + \int_1^4 (x + 1) dx$		

» **Lời giải**

(a) $\int_0^2 f(x) dx = \frac{29}{6}$.

Ta có: $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

$$= \int_0^1 (x+1) dx + \int_1^2 (x^2+1) dx = \frac{3}{2} + \frac{10}{3} = \frac{29}{6}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} . Biết $F(0) = 1$, khi đó $F(-2) = -\frac{11}{3}$.

Ta có: $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ với $x \in [-2; 0]$

$$\Rightarrow \int_{-2}^0 f(x) dx = F(0) - F(-2) \Leftrightarrow \int_{-2}^0 (x+1) dx = 1 - F(-2) \Leftrightarrow F(-2) = 1$$

» **Chọn SAI.**

(c) Ta có $f'(2) = 1$.

Ta có: $f'(x) = \begin{cases} 2x, & \text{khi } x \geq 1 \\ 1, & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$.

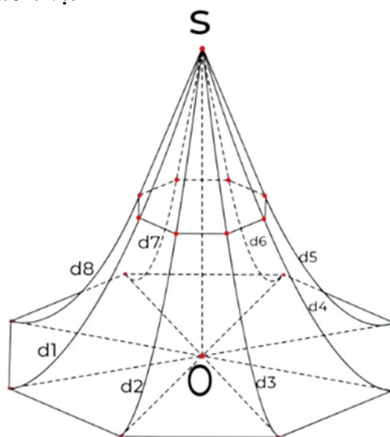
» **Chọn SAI.**

(d) $\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx + \int_1^4 (x + 1) dx$.

Ta có: $\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 (x+1) dx + \int_1^4 (x^2+1) dx$.

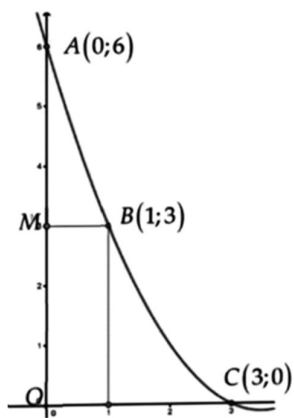
» **Chọn SAI.**

Câu 15. Gia đình ông Bình xây một cái chòi hình bát giác, trong đó mái chòi (H) có dạng hình “chóp bát giác cong đều” có trần bằng gỗ như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình bát giác đều có cạnh là $a = \frac{3\sqrt{2\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2}$ (m) Chiều cao $SO = 6m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $d_1; d_2; d_3; d_4; d_5; d_6; d_7; d_8$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO . Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một bát giác đều và khi (α) khi qua trung điểm của SO thì bát giác đều có cạnh $b = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2}$ (m). Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) đó. Đơn vị tính: m^3 , làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.



Lời giải

✓ Trả lời: 32



Đặt tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có $OC = a \cdot \frac{\sin 67,5}{\sin 45} = 3$; $MB = b \cdot \frac{\sin 67,5}{\sin 45} = 1$.

Khi đó ta có parabol cần tìm đi qua 3 điểm có tọa độ lần lượt là $A(0;6), B(1;3), C(3;0)$ nên

có phương trình là $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 6$

Theo hình vẽ ta có bán kính của bát giác là BM .

Suy ra: $2y = x^2 - 7x + 12 \Rightarrow \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = 2y + \frac{1}{4} \Rightarrow \left|x - \frac{7}{2}\right| = \sqrt{2y + \frac{1}{4}}$

Mà $x \in [0;3] \Rightarrow \frac{7}{2} - x = \sqrt{2y + \frac{1}{4}}$

Nếu ta đặt $t = OM$ thì $BM = \frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}}$

Khi đó diện tích của thiết diện thiết diện bát giác:

$$S(t) = 2\sqrt{2}R^2 = 2\sqrt{2}BM^2 = 2\sqrt{2}\left(\frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}}\right)^2 \text{ với } t \in [0; 6]$$

Vậy thể tích của mái chòi theo đề bài là: $V = \int_0^6 S(t)dt = \int_0^6 2\sqrt{2}\left(\frac{7}{2} - \sqrt{2t + \frac{1}{4}}\right)^2 dt = 31,8m^3$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $(9; a; b)$. Biết $x = a$ và $x = b$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - mx + n = 0$. Tính $m^2 - n + 1$.

Lời giải

Trả lời: 194

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$$\Delta \cap d_1 = A(t_1 + 1; -t_1 - 2; 2t_1 + 3), \Delta \cap d_2 = B(2t_2 - 1; -t_2 + 4; 4t_2 + 2).$$

$$\overrightarrow{MA} = (t_1 + 1; -t_1 - 1; 2t_1 + 1), \overrightarrow{MB} = (2t_2 - 1; -t_2 + 5; 4t_2).$$

$$\text{Ta có } M, A, B \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + 1 = k(2t_2 - 1) \\ -t_1 - 1 = k(-t_2 + 5) \\ 2t_1 + 1 = 4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \\ kt_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ t_2 = -4 \end{cases}.$$

Suy ra $\overrightarrow{MB} = (-9; 9; -16)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0; -1; 2)$, một VTCP $\vec{u} = (9; -9; 16)$ có phương trình là:

$$\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}.$$

Suy ra $a = -9; b = 16$.

Áp dụng định lý Vi-et, ta có: $\begin{cases} m = a + b = 7 \\ n = a \cdot b = -144 \end{cases}$. Suy ra $m^2 - n + 1 = 194$.

Câu 17. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về kiểm định chất lượng sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 9000, trong số đó có 1500 người đã nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 7500 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Khi thử bằng dụng cụ của công ty, trong 1500 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 76% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Mặt khác, trong 7500 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 7% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính khi kiểm tra. Chọn ngẫu nhiên một người trong số những người thử nghiệm. Tính xác suất để người được chọn ra bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, biết rằng người đó có kết quả thử nghiệm âm tính (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,05

Trong 1500 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có $(100 - 76)\% = 24\%$ số người đó cho kết quả âm tính.

Trong số 1500 người bệnh sốt xuất huyết có $24\% \cdot 1500 = 360$ người cho kết quả âm tính.

Trong 7500 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có $(100 - 7)\% = 93\%$ số người đó cho kết quả âm tính

Trong 7500 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có $93\% \cdot 7500 = 6975$ người cho kết quả âm tính.

Gọi A : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”.

B : “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả âm tính (khi kiểm tra)”.

$$\text{Ta có } P(AB) = \frac{1500}{9000} \cdot \frac{24}{100} = \frac{1}{25} \text{ và } P(B) = \frac{360 + 6975}{9000} = \frac{163}{200}$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{25} : \frac{163}{200} \approx 0,05.$$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, vuông góc với đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{-1}, \text{ đồng thời tạo với đường thẳng } d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2} \text{ một góc lớn nhất.}$$

Biết phương trình đường thẳng Δ có dạng $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{a} = \frac{z-2}{b}$. Tính $a^2 + b^2$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 34**

Đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_2} = (1; -2; 2)$.

Giả sử đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là \vec{u}_Δ .

Do $0^\circ \leq (\Delta, d_2) \leq 90^\circ$ mà theo giả thiết Δ tạo d_2 góc lớn nhất nên $(\Delta, d_2) = 90^\circ \Rightarrow \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_{d_2}$

Lại có $\Delta \perp d_1$ nên $\vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_{d_1}$. Do đó chọn $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (4; 5; 3)$.

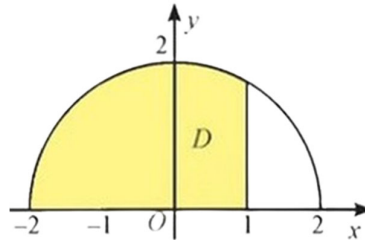
Ta có phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Vậy $a = 5; b = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 = 34$.

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ nửa đường tròn tâm O , bán kính $r = 2$ nằm phía trên trục Ox .

Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục Ox và đường thẳng $x = 1$ (hình vẽ). Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox .



Lời giải

Phương trình đường tròn tâm O , bán kính $r = 2$ là $x^2 + y^2 = 4$.

Do nửa đường tròn nằm phía trên trục Ox , nên ta có $y \geq 0$.

Suy ra phương trình nửa đường tròn là $y = \sqrt{4 - x^2}$.

Hình phẳng D (phần được tô đậm) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$.

Do đó, thể tích khối tròn xoay khi quay D quanh Ox là

$$V = \pi \int_{-2}^1 (\sqrt{4 - x^2})^2 dx = \pi \int_{-2}^1 (4 - x^2) dx = \pi \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^1 = 9\pi.$$

Câu 20. Khảo sát 100 người trong đó có 49 nam và 51 nữ về việc có nuôi thú cưng không thì được bảng sau

	Có thú cưng	Không có thú cưng
Nam	41	8
Nữ	45	6

Chọn ngẫu nhiên một người trong số người được khảo sát. Biết người đó là nam, tính xác suất của biến cố người được chọn nuôi thú cưng?

☞ **Lời giải**

Để lấy ngẫu nhiên một người, số cách chọn được một người là nam là $C_{49}^1 = 49$ cách.

Số cách chọn được một người nuôi thú cưng, biết người đó là nam là $C_{41}^1 = 41$ cách.

Vậy xác suất để chọn được một người nuôi thú cưng, biết người đó là nam là $\frac{41}{49}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$, điểm $M(1; 2; 1)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d .

☞ **Lời giải**

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; 1; -2)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 2; 0)$.

Đường thẳng Δ song song với (P) và vuông góc với d nên có VTCP

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (4; -2; 3).$$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 8

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3.$ **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$ **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3.$

Câu 2. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $S = \pi \int_0^2 2^x dx.$ **B.** $S = \int_0^2 2^x dx.$ **C.** $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx.$ **D.** $S = \int_0^2 2^{2x} dx.$

Câu 3. Một vector chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases}$ là

- A.** $\vec{u}_4 = (1; 3; 0).$ **B.** $\vec{u}_3 = (2; -1; 2).$ **C.** $\vec{u}_1 = (1; 3; 2).$ **D.** $\vec{u}_2 = (2; -1; 0).$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A.** $d = \frac{5}{29}.$ **B.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}.$ **C.** $d = \frac{\sqrt{5}}{3}.$ **D.** $d = \frac{5}{9}.$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và song song với mặt phẳng $5x - 3y + 2z - 3 = 0$ có phương trình là

- A.** $5x - 3y + 2z + 5 = 0$ **B.** $5x - 3y + 2z = 0$ **C.** $10x + 6y + 4z = 0$ **D.** $4x + y + 5z = 0$

Câu 6. Cho hai biến cố độc lập A và B với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,25$. Khi đó $P(A|B)$ bằng

- A.** $0,2.$ **B.** $0,8.$ **C.** $0,25.$ **D.** $0,75.$

Câu 7. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 3^{2x+1}$ là:

- A.** $\frac{3^{2x+1}}{2 \ln 3} + C.$ **B.** $3^{2x+1} \cdot \ln 3 + C.$ **C.** $\frac{3^{2x+1} \cdot \ln 3}{2} + C.$ **D.** $3^{2x+1} + C.$

Câu 8. Biết $\int_1^5 \frac{dx}{x} = \ln a$ với $a \in \mathbb{Q}$. Giá trị của a là

- A.** $125.$ **B.** $25.$ **C.** $1.$ **D.** $5.$

Câu 9. Ở một trường đại học, 20% học sinh học toán, 30% học lịch sử và 5% học cả toán và lịch sử. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn ấy học môn lịch sử và bạn ấy học môn toán

- A.** $\frac{1}{3}.$ **B.** $\frac{1}{4}.$ **C.** $\frac{1}{5}.$ **D.** $\frac{1}{6}.$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$ bằng

- A.** $3 \ln 3 - 2.$ **B.** $2 - 3 \ln 3.$ **C.** $3 \ln 3.$ **D.** $4 \ln 3 - 3.$

Câu 11. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $(D): \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{m} = \frac{z-1}{m-2}$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z = 2$.

- A.** $5.$ **B.** $-7.$ **C.** $1.$ **D.** $6.$

Câu 12. Trong nhà sách có hai kệ sách riêng biệt A và B. Xác suất chọn được một quyển sách Toán trên kệ A và trên kệ B lần lượt là 0,3 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách trên hai kệ sách. Giả sử quyển sách được chọn là sách Toán, xác suất quyển sách đó trên kệ B là:

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{8}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Một vật đang đứng yên bắt đầu chuyển động với gia tốc $a(t) = 6t + 4$ (m/s^2) trong 2 giây đầu tiên. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Kể từ khi bắt đầu chuyển động quãng đường vật di chuyển trong 2 giây gấp 2 lần quãng đường vật di chuyển trong 1 giây cuối cùng.		
(b)	Vận tốc vật có phương trình $v(t) = 3t^2 + 4t$ (m/s).		
(c)	Kể từ khi bắt đầu chuyển động, quãng đường vật di chuyển sau 1 giây sau 3 mét.		
(d)	Vận tốc vật sau 2 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 16 (m/s).		

Câu 14. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Để theo dõi hành trình của hai khinh khí cầu, người ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét). Vào lúc 10 giờ, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km ; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km . Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau.

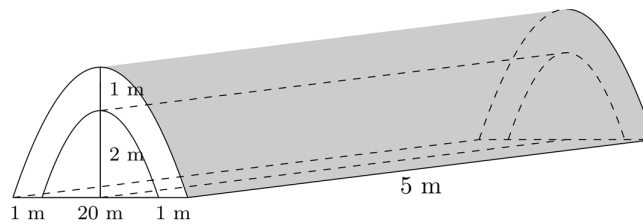
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm xuất phát đến chiếc khinh khí cầu thứ nhất lúc 10h là $OA = \frac{\sqrt{53}}{2}$.		
(b)	Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu lúc 10h là $AB = \frac{\sqrt{626}}{5}$.		
(c)	Tính từ lúc xuất phát đến 10h, chiếc khinh khí cầu thứ nhất bay nhanh hơn khinh khí cầu thứ hai.		
(d)	Tọa độ của người quan sát tại thời điểm 10h là $M\left(-\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right)$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Cho điểm $A(-4; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với d . Biết điểm $I(a; 0; b) \in \Delta$. Tính $a^3 + b^3$.

Điền đáp số:

Câu 16. Một nhóm từ thiện khởi công dự án xây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình là các đường parabol). Thể tích khối bê tông đủ để đổ cho cây cầu bằng bao nhiêu m^3 ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

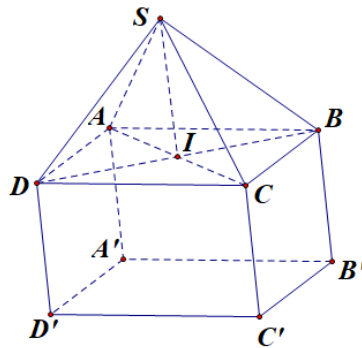


Điền đáp số:

- Câu 17.** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh C nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết người đó bị bệnh phổi. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Điền đáp số:

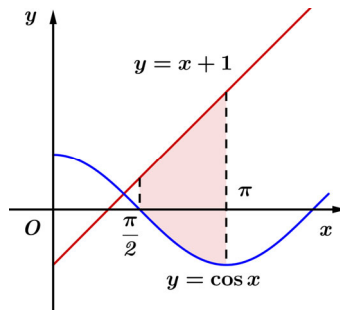
- Câu 18.** Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0;5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

- Câu 19.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos x$, $y = x + 1$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$ (tham khảo hình vẽ) bằng bao nhiêu?



- Câu 20.** Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox . Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng đó bằng bao nhiêu?

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
 C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Ta có } R = d(I, (P)) = \frac{|2 + 2 + 6 - 1|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 3$$

Suy ra phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 2. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$. B. $S = \int_0^2 2^x dx$. C. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$. D. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

$$S = \int_0^2 |2^x| dx = \int_0^2 2^x dx$$

Câu 3. Một vector chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases}$ là

- A. $\vec{u}_4 = (1; 3; 0)$. B. $\vec{u}_3 = (2; -1; 2)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 3; 2)$. D. $\vec{u}_2 = (2; -1; 0)$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 3; 2)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{29}$. B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $d = \frac{5}{9}$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và song song với mặt phẳng $5x - 3y + 2z - 3 = 0$ có phương trình là

- A. $5x - 3y + 2z + 5 = 0$ B. $5x - 3y + 2z = 0$ C. $10x + 6y + 4z = 0$ D. $4x + y + 5z = 0$

☞ **Lời giải**

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Vì (P) song song với mặt phẳng $5x - 3y + 2z - 3 = 0$ nên phương trình (P) có dạng $5x - 3y + 2z + c = 0$ ($c \neq -3$).

Mặt khác (P) đi qua gốc O nên $c = 0$ (tm).

Vậy phương trình (P) là $5x - 3y + 2z = 0$.

- Câu 6.** Cho hai biến cố độc lập A và B với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,25$. Khi đó $P(A|B)$ bằng
- A.** 0,2. **B.** 0,8. **C.** 0,25. **D.** 0,75.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Theo công thức xác suất có điều kiện ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.

Vậy $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0,8$.

- Câu 7.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = 3^{2x+1}$ là:

- A.** $\frac{3^{2x+1}}{2\ln 3} + C$. **B.** $3^{2x+1} \cdot \ln 3 + C$. **C.** $\frac{3^{2x+1} \cdot \ln 3}{2} + C$. **D.** $3^{2x+1} + C$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có $\int 3^{2x+1} dx = \int 3 \cdot 9^x dx = \frac{3 \cdot 9^x}{\ln 9} + C = \frac{3^{2x+1}}{2\ln 3} + C$.

- Câu 8.** Biết $\int_1^5 \frac{dx}{x} = \ln a$ với $a \in \mathbb{Q}$. Giá trị của a là

- A.** 125. **B.** 25. **C.** 1. **D.** 5.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Ta có: $\int_1^5 \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_1^5 = (\ln|5| - \ln|1|) = \ln 5$.

- Câu 9.** Ở một trường đại học, 20% học sinh học toán, 30% học lịch sử và 5% học cả toán và lịch sử. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn ấy học môn lịch sử và bạn ấy học môn toán

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Gọi A là biến cố: "học sinh được chọn học môn lịch sử".

Gọi B là biến cố: "học sinh được chọn học môn toán"

Gọi $A \cap B$ là biến cố: "học sinh học toán và học môn lịch sử".

Ta có $P(A \cap B) = 0,05$, $P(B) = 0,3$, $P(A) = 0,2$

Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,05}{0,3} = \frac{1}{6}$

- Câu 10.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = -1, x = 1$ bằng

- A.** $3\ln 3 - 2$. **B.** $2 - 3\ln 3$. **C.** $3\ln 3$. **D.** $4\ln 3 - 3$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

$$S = \int_{-1}^1 \left| \frac{x-1}{x+2} \right| dx$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$\text{Ta có: } \frac{x-1}{x+2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

(1;1)

Phương trình không có nghiệm thuộc nên ta có

$$S = \int_{-1}^1 \left| \frac{x-1}{x+2} \right| dx = \left| \int_{-1}^1 \left(\frac{x-1}{x+2} \right) dx \right| = \left| \int_{-1}^1 \left(1 - \frac{3}{x+2} \right) dx \right| = \left| (x-3\ln|x+2|) \Big|_{-1}^1 \right| = |2-3\ln 3| = 3\ln 3 - 2$$

Câu 11. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $(D): \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{m} = \frac{z-1}{m-2}$ vuông góc với mặt phẳng

$$(P): x+3y+2z=2.$$

A. 5.

B. -7.

C. 1.

D. 6.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Vectơ chỉ phương của $(D): \vec{a} = (2; m; m-2)$.

Vectơ pháp tuyến của $(P): \vec{n} = (1; 3; 2)$.

$$(D) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{a} \text{ và } \vec{n} \text{ cùng phương: } 2 = \frac{m}{3} = \frac{m-2}{2} \Leftrightarrow m=6.$$

Câu 12. Trong nhà sách có hai kệ sách riêng biệt A và B. Xác suất chọn được một quyển sách Toán trên kệ A và trên kệ B lần lượt là 0,3 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách trên hai kệ sách. Giả sử quyển sách được chọn là sách Toán, xác suất quyển sách đó trên kệ B là:

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{5}{8}$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Xét các biến cố:

A: "Quyển sách được chọn trên kệ B";

B: "Quyển sách được chọn là sách Toán";

C: "Quyển sách được chọn là sách Toán và trên kệ A";

D: "Quyển sách được chọn là sách Toán và trên kệ B".

Nhận thấy $B = C \cup D$ và C, D là hai biến cố xung khắc nên

$$P(B) = P(C) + P(D) = 0,3 + 0,5 = 0,8.$$

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,5}{0,8} = \frac{5}{8}.$$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Một vật đang đứng yên bắt đầu chuyển động với gia tốc $a(t) = 6t + 4$ (m/s^2) trong 2 giây đầu tiên. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Kể từ khi bắt đầu chuyển động quãng đường vật di chuyển trong 2 giây gấp 2 lần quãng đường vật di chuyển trong 1 giây cuối cùng.		
(b)	Vận tốc vật có phương trình $v(t) = 3t^2 + 4t$ (m/s).		
(c)	Kể từ khi bắt đầu chuyển động, quãng đường vật di chuyển sau 1 giây sau 3 mét.		
(d)	Vận tốc vật sau 2 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 16 (m/s).		

☞ **Lời giải**

(a) Kể từ khi bắt đầu chuyển động quãng đường vật di chuyển trong 2 giây gấp 2 lần quãng đường vật di chuyển trong 1 giây cuối cùng.

Vận tốc của vật là $v(t) = \int (6t + 4) dt = 3t^2 + 4t + C$.

Vì vật xuất phát từ trạng thái đứng yên nên $v(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow v(t) = 3t^2 + 4t$.

Quãng đường vật di chuyển là $s(t) = \int (3t^2 + 4t) dt = t^3 + 2t^2 + C$.

Ta có $s(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow s(t) = t^3 + 2t^2$.

$s(2) = 2^3 + 2.2^2 = 16$.

$s(1) = 1^3 + 2.1^2 = 3$.

Quãng đường vật di chuyển trong 2 là $s(2) = 2^3 + 2.2^2 = 16$.

Quãng đường vật di chuyển trong giây cuối là $s(2) - s(1) = 13$.

Vậy kể từ khi bắt đầu chuyển động quãng đường vật di chuyển trong 2 giây cuối gấp $\frac{16}{13}$ lần quãng đường vật di chuyển trong 1 giây cuối cùng.

» **Chọn SAI.**

(b) Vận tốc vật có phương trình $v(t) = 3t^2 + 4t$ (m/s).

$v(t) = 3t^2 + 4t$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Kể từ khi bắt đầu chuyển động, quãng đường vật di chuyển sau 1 giây sau 3 mét.

$s(1) = 1^3 + 2.1^2 = 3$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Vận tốc vật sau 2 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 16 (m/s).

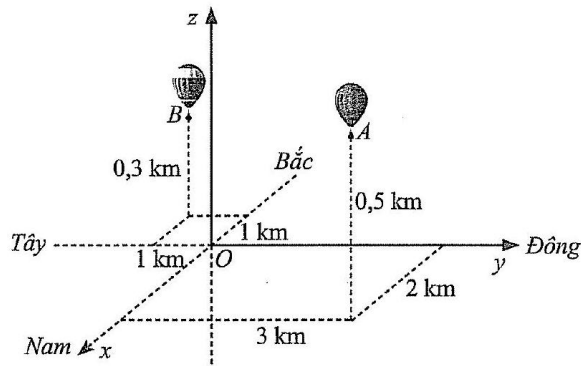
$v(2) = 3.2^2 + 4.2 = 20$.

» **Chọn SAI.**

Câu 14. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Để theo dõi hành trình của hai khinh khí cầu, người ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét). Vào lúc 10 giờ, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km ; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km . Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Khoảng cách từ điểm xuất phát đến chiếc khinh khí cầu thứ nhất lúc 10h là $OA = \frac{\sqrt{53}}{2}$.		
(b)	Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu lúc 10h là $AB = \frac{\sqrt{626}}{5}$.		
(c)	Tính từ lúc xuất phát đến 10h, chiếc khinh khí cầu thứ nhất bay nhanh hơn khinh khí cầu thứ hai.		
(d)	Tọa độ của người quan sát tại thời điểm 10h là $M\left(-\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right)$.		

» **Lời giải**



(a) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến chiếc khinh khí cầu thứ nhất lúc 10h là $OA = \frac{\sqrt{53}}{2}$.

Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ nhất lúc 10h là $A(3; 2; 0,5)$.

Khoảng cách từ điểm xuất phát đến chiếc khinh khí cầu thứ nhất lúc 10h là $OA = \frac{\sqrt{53}}{2}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu lúc 10h là $AB = \frac{\sqrt{626}}{5}$.

Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ hai lúc 10h là $B(-1; -1; 0,3)$.

Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu lúc 10h là $AB = \frac{\sqrt{626}}{5}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tính từ lúc xuất phát đến 10h, chiếc khinh khí cầu thứ nhất bay nhanh hơn khinh khí cầu thứ hai.

$OA = \frac{\sqrt{53}}{2} \approx 3,6$; $OB = \frac{\sqrt{209}}{10} \approx 1,45$ do đó chiếc khinh khí cầu thứ nhất bay nhanh hơn khinh khí cầu thứ hai.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tọa độ của người quan sát tại thời điểm 10h là $M\left(-\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Gọi M là vị trí đứng của người quan sát.

Gọi $B'(-1; -1; -0,3)$ là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) .

Ta có $MA + MB = MA + MB'$.

Suy ra $MA + MB$ nhỏ nhất khi $MA + MB'$ nhỏ nhất, nghĩa là khi và chỉ khi A, B', M thẳng hàng.

Gọi $M(x_M; y_M; 0)$, suy ra $\overrightarrow{MA} = (2 - x_M; 3 - y_M; 0,5)$, $\overrightarrow{MB'} = (-1 - x_M; -1 - y_M; -0,3)$.

A, B', M thẳng hàng nên \overrightarrow{MA} và $\overrightarrow{MB'}$ cùng phương

$$\Rightarrow \frac{-1 - x_M}{2 - x_M} = \frac{-1 - y_M}{3 - y_M} = \frac{-0,3}{0,5} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{8} \\ y_M = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}; 0\right).$$

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Cho điểm $A(-4; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua

A , cắt và vuông góc với d . Biết điểm $I(a; 0; b) \in \Delta$. Tính $a^3 + b^3$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 26**

d có VTCP $\vec{u} = (2; -1; 4)$.

Gọi $M = \Delta \cap d$. Ta có $M \in d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \Rightarrow M(-3 + 2t; 1 - t; -1 + 4t)$.

Có $\overrightarrow{AM}(1 + 2t; 3 - t; -5 + 4t)$.

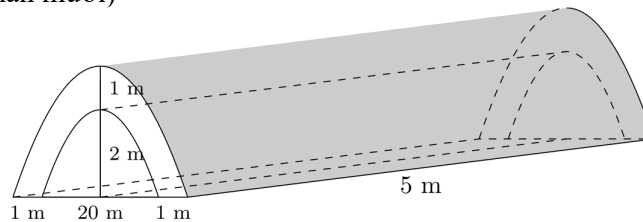
$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(1 + 2t) - (3 - t) + 4(-5 + 4t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$\overrightarrow{AM} = (3; 2; -1)$ nên phương trình đường thẳng Δ đi qua A và nhận \overrightarrow{AM} làm VTCP là:

$$\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

Suy ra $I(-1; 0; 3) \in \Delta \Rightarrow a = -1; b = 3 \Rightarrow a^3 + b^3 = 26$.

Câu 16. Một nhóm từ thiện khởi công dự án xây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình là các đường parabol). Thể tích khối bê tông đủ để đổ cho cây cầu bằng bao nhiêu m^3 ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

✓ **Trả lời: 53,3**

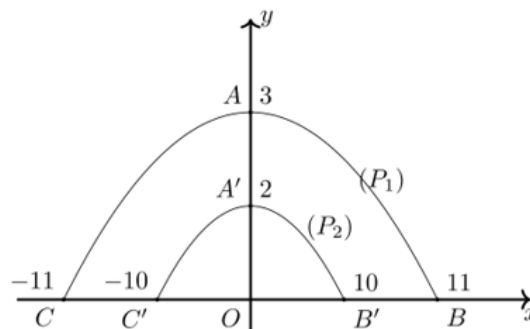
Chọn hệ trục tọa độ sao cho parabol (P_1) đi qua các điểm $A(0; 3)$; $B(11; 0)$ và $C(-11; 0)$. Khi

đó phương trình parabol $(P_1): y = -\frac{3}{121}x^2 + 3$.

Tương tự parabol (P_2) đi qua các điểm $A'(0; 2)$; $B'(10; 0)$ và $C'(-10; 0)$. Khi đó phương

trình parabol $(P_2): y = -\frac{1}{50}x^2 + 2$.

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và trục Ox .



Khi đó $S_1 = \int_{-11}^{11} \left(-\frac{3}{121}x^2 + 3 \right) dx = \left(-\frac{x^3}{121} + 3x \right) \Big|_{-11}^{11} = 44$

Tương tự gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục Ox . Khi đó

$$S_2 = \int_{-10}^{10} \left(-\frac{x^2}{50} + 2 \right) dx = \left(-\frac{x^3}{150} + 2x \right) \Big|_{-10}^{10} = \frac{80}{3}$$

Gọi V là thể tích khối bê-tông khi đó

$$V = h \cdot S_d = h \cdot (S_1 - S_2) = 5 \cdot \left(44 - \frac{80}{3} \right) = \frac{160}{3} \approx 53,3.$$

Câu 17. Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh C nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết người đó bị bệnh phổi. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,54**

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra \bar{A} là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Gọi B là biến cố “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Với $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,2; P(B|A) = 0,7; P(\bar{A}) = 0,8; P(B|\bar{A}) = 0,15$.

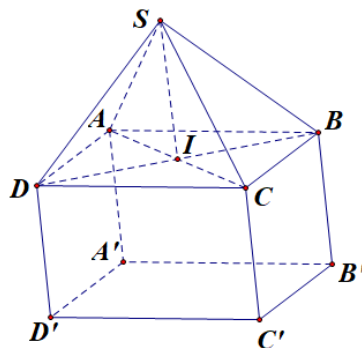
Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$.

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta có

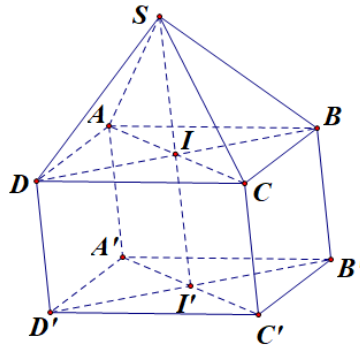
$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{(0,2) \cdot (0,7)}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54.$$

Câu 18. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0;5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,98**



Đổi $60 \text{ cm} = 0,6 \text{ (m)}$

Ta có $SA = 0,6 \text{ (m)}$

$$A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0,5;1) \Rightarrow AB = \frac{1}{2}, AA' = 1.$$

Gọi $I = AC \cap BD, I' = A'C' \cap B'D'$

Vì $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $SI \perp (ABCD)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $(ABCD) \parallel (A'B'C'D'), II' \perp (A'B'C'D')$.

Do đó $SI \perp (A'B'C'D')$. Suy ra S, I, I' thẳng hàng. Vì vậy $SI' \perp (A'B'C'D')$.

$$\text{Xét tam giác vuông } ABC \text{ có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AI = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SIA \text{ có } SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{0,6^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{94}}{20}.$$

$$\text{Gọi } I' \text{ là trung điểm của } A'C' \Rightarrow II' = AA' = 1 \Rightarrow SI' = II' + SI = 1 + \frac{\sqrt{94}}{20} = \frac{20 + \sqrt{94}}{20}.$$

Ta có $AA'B'B$ là hình chữ nhật và $A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0,5;1) \Rightarrow B'(0;0,5;0) \in Oy$

Mà $A'(0;0;0) \equiv O, A(0;0;1) \in Oz \Rightarrow D' \in Ox$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $A'B'C'D'$ là hình vuông cạnh $\frac{1}{2} \Rightarrow A'D' = \frac{1}{2} \Rightarrow D'(0,5;0;0)$

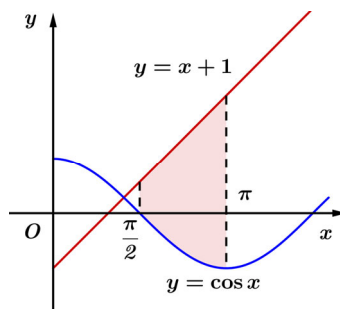
$\Rightarrow I'(0,25;0,25;0)$.

Vì $I'(0,25;0,25;0)$ là hình chiếu của S trên mặt phẳng Oxy và $SI' = \frac{20 + \sqrt{94}}{20}$

$$\Rightarrow S\left(0,25;0,25;\frac{20 + \sqrt{94}}{20}\right) \Rightarrow a + b + c = 0,25 + 0,25 + \frac{20 + \sqrt{94}}{20} \approx 1,98.$$

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos x, y = x + 1, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi$ (tham khảo hình vẽ) bằng bao nhiêu?



Lời giải

Xét $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, ta có: $\cos x \leq 1 < x+1 \Rightarrow \cos x - (x+1) < 0 \Rightarrow |\cos x - (x+1)| = x+1 - \cos x$.

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |\cos x - (x+1)| dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (x+1 - \cos x) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x - \sin x \right) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{3\pi^2 + 4\pi + 8}{8}.$$

Câu 20. Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lần 1 Hà lấy được kẹo màu cam”.

B là biến cố: “Lần 2 Hà lấy được kẹo màu cam”.

Khi đó AB là biến cố: “Cả hai lần Hà lấy được kẹo màu cam”.

$$\text{Ta có } P(AB) = \frac{1}{3}$$

Gọi x là số kẹo ban đầu trong túi ($x > 6$)

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{6}{x}, P(B|A) = \frac{5}{x-1}.$$

$$\text{Theo công thức nhân xác suất ta có: } P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{x} \cdot \frac{5}{x-1} = \frac{30}{x^2 - x}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{30}{x^2 - x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 - x - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -9 \end{cases}$$

So với điều kiện, ta có số cái kẹo ban đầu có trong túi là 10.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox . Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng đó bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Gọi $M = \Delta \cap Ox$. Suy ra $M(x; 0; 0)$.

$$\overrightarrow{AM} = (x-1; -2; -3). \text{ Mà } d \text{ có VTCP: } \vec{u}_d = (2; 1; -2).$$

$$\text{Vì } \Delta \perp d \text{ nên } \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 - 2 + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy Δ qua $M(-1; 0; 0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM} = (-2; -2; -3) = -(2; 2; 3)$ nên Δ có phương trình:

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}.$$

$$\text{Khoảng cách từ điểm } O \text{ gốc tọa độ đến } \Delta \text{ là } d(O, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{OA}, \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{\frac{13}{17}}.$$

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 9

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

- Câu 1.** Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là
A. $F(x) = x^3 + 5$. **B.** $F(x) = x^3 - 5$. **C.** $F(x) = 3x^3 + 5$. **D.** $F(x) = 6x + 5$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R = 2$?
A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. **B.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$. **D.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$.
- Câu 3.** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx$ bằng
A. 0. **B.** -4. **C.** 12. **D.** 2.
- Câu 4.** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?
A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.
C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. **D.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?
A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$. **B.** $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$. **D.** $x - 2y - 3z - 6 = 0$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?
A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$.
- Câu 7.** Cho hai biến cố độc lập A, B với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,45$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng
A. 0,45. **B.** 0,6. **C.** 0,75. **D.** 0,15.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-2; 6; 3)$, $B(1; 0; 6)$, $C(0; 2; -1)$, $D(1; 4; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD ?
A. $-x + z + 5 = 0$. **B.** $x - 2y + z + 11 = 0$.
C. $x - z + 5 = 0$. **D.** $x - 2y + z - 7 = 0$.
- Câu 9.** Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 52% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có 41,6% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 45 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 45 tuổi.
A. 0,36. **B.** 0,75. **C.** 0,8. **D.** 0,48.
- Câu 10.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$?
A. $f(2) = -4$. **B.** $f(2) = 4$. **C.** $f(2) = -2$. **D.** $f(2) = -3$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(3;2;4)$ và tiếp xúc với trục Oy .

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z - 4y - 8z + 3 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 4 = 0$.

Câu 12. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích môn Tin học, 30 học sinh thích môn Tiếng Anh, 15 học sinh không thích môn nào trong hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là bao nhiêu?

A. $\frac{5}{8}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{23}{40}$.

D. $\frac{23}{30}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -5, x = 5$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đạo hàm của hàm số $f(x)$ bằng $\frac{x}{\sqrt{25 - x^2}}$		
(b)	Diện tích hình phẳng (S) bằng 25π		
(c)	Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là $\frac{500}{3}\pi$		
(d)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ bằng $K = 2 \int_0^4 \sqrt{25 - x^2} dx - 12$		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 0), B(-5; 1; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AB} = (6; -4; -2)$		
(b)	Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (12; -8; -4)$.		
(c)	Phương trình mặt phẳng (P) là: $-3x + 2y + z - 3 = 0$.		
(d)	Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $C(1; -3; 9)$ và song song với (P) thì mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0), B(1; 3; 0), C(-1; 0; 3), D(1; 2; 3)$. Bình phương bán kính R của (S) bằng bao nhiêu?

☞ **Điền đáp số:**

Câu 16. Nhằm tri ân người dân địa phương đã luôn tin tưởng, đồng hành với doanh nghiệp, tập đoàn X đã tổ chức ngày hội cảm ơn vào ngày 10/07/2024. Gọi $B(t)$ là hàm số biểu thị số lượng khách tham quan sau t giờ mở cửa. Khi đó tốc độ thay đổi lượng khách tham quan trong ngày được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 4t^3 - 3t^2 + 200$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 8$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 1200 người có mặt. Hỏi sau 6 giờ lượng khách tham quan là bao nhiêu người?

☞ **Điền đáp số:**

Câu 17. Một lô sản phẩm có 15 sản phẩm, trong đó có 7 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm lấy được đều có chất lượng thấp.

Điền đáp số:

Câu 18. Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ ($42 \times 42 \text{ cm}$) bằng súng tiểu liên AK trong không gian $Oxyz$. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100 m , trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có

phương trình $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t' \end{cases}$. Để bắn trúng hồng tâm (điểm 10) thì vận động viên

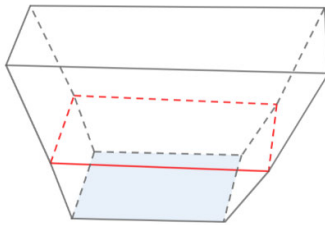
phải ngắm bắn vào điểm $N(a; b; c) \in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng 6 cm . Khi $c < 0$, tính giá trị biểu thức $a - b + c$.

Điền đáp số:

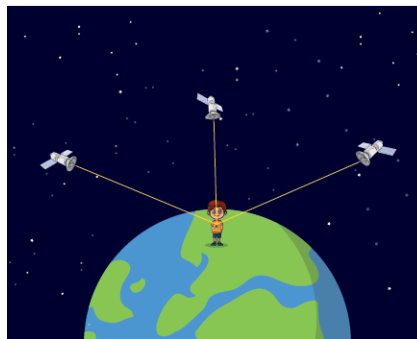
D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Trong một ngày bất kì, xác suất để bạn Nam ăn bữa trưa (được chuẩn bị sẵn) là $0,5$ và em gái của bạn Nam ăn bữa trưa là $0,6$. Biết rằng xác suất em gái Nam ăn bữa trưa khi Nam ăn bữa trưa là $0,9$. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người ăn bữa trưa. (Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm)

Câu 20. Một dụng cụ đựng nước có dạng như hình bên. Nếu cắt dụng cụ bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng $x \text{ (cm)}$ ($0 \leq x \leq 5$) thì được thiết diện là hình chữ nhật có chiều dài là $2x \text{ (cm)}$ và chiều rộng là $\sqrt{x+3} \text{ (cm)}$. Dung tích của dụng cụ trên là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần chục).



Câu 21. Giả sử Trái Đất có dạng hình cầu bán kính bằng $6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$. Bạn An đang đứng trên mặt đất. Có 3 vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách An $3 \cdot 10^6 \text{ m}$, vệ tinh thứ hai đang cách An $4 \cdot 10^6 \text{ m}$ và vệ tinh thứ ba đang cách An $5 \cdot 10^6 \text{ m}$. Biết rằng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước với O là tâm Trái Đất (1 đơn vị $= 10^6 \text{ m}$), tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì tọa độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1(4; 4; 6)$, $I_2(8; 4; 3)$ và $I_3(4; 9; 3)$. Hãy tìm tọa độ vị trí của bạn An.



Hết

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là

- A. $F(x) = x^3 + 5$. B. $F(x) = x^3 - 5$. C. $F(x) = 3x^3 + 5$. D. $F(x) = 6x + 5$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int 3x^2 dx = x^3 + C$.

Vì $F(0) = 5$ nên $C = 5$. Vậy $F(x) = x^3 + 5$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R = 2$?

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. **B.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$.

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$. **D.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có bán kính là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Trong đáp án C ta có: $a = 2; b = -1; c = -1; d = 2 \Rightarrow R = \sqrt{4} = 2$.

Câu 3. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx$ bằng

A. 0.

B. -4.

C. 12.

D. 2.

☞ **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $\int_0^2 [-4 + f(x)] dx = [-4x + F(x)] \Big|_0^2 = (-4x + x^3) \Big|_0^2 = 0$.

Câu 4. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$.

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ do $2x^2 + 1 > 0 \quad \forall x \in [0; 1]$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.

B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là

$(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$.

B. $\vec{u}_2 = (-2; -1; 3)$.

C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; -1)$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Ta có một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$.

Câu 7. Cho hai biến cố độc lập A, B với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,45$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

A. 0,45.

B. 0,6.

C. 0,75.

D. 0,15.

Lời giải

Chọn A

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên $P(B) = P(B|A) = 0,45$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-2;6;3)$, $B(1;0;6)$, $C(0;2;-1)$, $D(1;4;0)$.

Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD ?

A. $-x+z+5=0$.

B. $x-2y+z+11=0$.

C. $x-z+5=0$.

D. $x-2y+z-7=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (3; -6; 3) \\ \overrightarrow{CD} = (1; 2; 1) \end{array} \right\} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (-12; 0; 12).$$

Mặt phẳng (α) chứa AB và song song với CD , chọn $\vec{n}_\alpha = (1; 0; -1)$ là vectơ pháp tuyến của

(α) . PTTQ (α) : $1(x-1) - (z-6) = 0 \Leftrightarrow x - z + 5 = 0$.

Câu 9. Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 52% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có 41,6% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 45 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 45 tuổi.

A. 0,36.

B. 0,75.

C. 0,8.

D. 0,48.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông",

B là biến cố "Người mua bảo hiểm ô tô trên 45 tuổi".

Ta cần tính $P(B|A)$.

Do có 52% người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông nên $P(A) = 0,52$.

Do có 41,6% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 45 tuổi nên $P(AB) = 0,416$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,416}{0,52} = 0,8.$$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$?

?

A. $f(2) = -4$.

B. $f(2) = 4$.

C. $f(2) = -2$.

D. $f(2) = -3$

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0) = f(2) - 1 = -3 \Rightarrow f(2) = -2.$$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(3; 2; 4)$ và tiếp xúc với trục Oy .

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z - 4y - 8z + 3 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là hình chiếu của I lên trục Oy , $\Rightarrow M(0; 2; 0) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (-3; 0; -4)$.

Mặt cầu tâm $I(3;2;4)$ tiếp xúc với trục $Oy \Rightarrow IM = 5$ là bán kính mặt cầu.

Phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 4 = 0$.

Câu 12. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích môn Tin học, 30 học sinh thích môn Tiếng Anh, 15 học sinh không thích môn nào trong hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{8}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{23}{40}$. D. $\frac{23}{30}$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

Xét A: "Chọn được học sinh thích môn Tin học";

B: "Chọn được học sinh thích môn Tiếng Anh".

Khi đó, $P(A) = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$; $P(B) = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$; $P(A \cup B) = 1 - \frac{15}{40} = \frac{5}{8}$.

Suy ra $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{9}{20} + \frac{5}{8} - \frac{5}{8} = \frac{23}{40}$.

Vậy $P(A|B) = \frac{\frac{23}{40}}{\frac{5}{8}} = \frac{23}{30}$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -5, x = 5$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đạo hàm của hàm số $f(x)$ bằng $\frac{x}{\sqrt{25 - x^2}}$		
(b)	Diện tích hình phẳng (S) bằng 25π		
(c)	Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là $\frac{500}{3}\pi$		
(d)	Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ bằng $K = 2 \int_0^4 \sqrt{25 - x^2} dx - 12$		

☞ **Lời giải**

(a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ bằng $\frac{x}{\sqrt{25 - x^2}}$.

Ta có $f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{25 - x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{25 - x^2}}$.

» **Chọn SAI.**

(b) Diện tích hình phẳng (S) bằng 25π .

Diện tích hình phẳng (S) là $S = \int_{-5}^5 |f(x)| dx = \int_{-5}^5 \sqrt{25 - x^2} dx = \frac{25\pi}{2}$.

(Hoặc diện tích của nửa hình tròn tâm bán kính bằng 5)

» **Chọn SAI.**

(c) Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là $\frac{500}{3}\pi$.

Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ là $D = [-5; 5]$.

Thể tích khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là

$$V = \pi \int_{-5}^5 [f(x)]^2 dx = \pi \int_{-5}^5 [\sqrt{25-x^2}]^2 dx = \pi \left(25x - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-5}^5 = \frac{500}{3}\pi.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ bằng $K = 2 \int_0^4 \sqrt{25-x^2} dx - 12$.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ là nghiệm của phương

$$\text{trình: } \sqrt{25-x^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $y = 3$ và hai đường thẳng $x = -4, x = 4$ được tính theo công thức là

$$S = \int_{-4}^4 (\sqrt{25-x^2} - 3) dx = \int_{-4}^4 \sqrt{25-x^2} dx - \int_{-4}^4 3 dx = 2 \int_0^4 \sqrt{25-x^2} dx - 3x \Big|_{-4}^4 = 2 \int_0^4 \sqrt{25-x^2} dx - 24.$$

» **Chọn SAI.**

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 0), B(-5; 1; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AB} = (6; -4; -2)$		
(b)	Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (12; -8; -4)$.		
(c)	Phương trình mặt phẳng (P) là: $-3x + 2y + z - 3 = 0$.		
(d)	Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $C(1; -3; 9)$ và song song với (P) thì mặt phẳng (Q) đi qua gốc toạ độ.		

» **Lời giải**

(a) $\overrightarrow{AB} = (6; -4; -2)$.

$$\overrightarrow{AB} = (-6; 4; 2)$$

» **Chọn SAI.**

(b) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (12; -8; -4)$.

Vì (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nên ta có \overrightarrow{AB} là một VTPT của (P)

Suy ra một VTPT (P) là $\vec{n} = (12; -8; -4)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình mặt phẳng (P) là: $-3x + 2y + z - 3 = 0$.

Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm $I(-2; -1; 1)$ của đoạn thẳng AB và có VTPT $\vec{n} = (-3; 2; 1)$ có phương trình là $-3(x+2) + 2(y+1) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow -3x + 2y + z - 5 = 0$.

» **Chọn SAI.**

(d) Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $C(1; -3; 9)$ và song song với (P) thì mặt phẳng (Q) đi qua gốc toạ độ.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua $C(1; -3; 9)$ và song song với (P) .

Suy ra phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $-3x + 2y + z + d = 0$.

Thay toạ độ điểm $C(1; -3; 9)$ vào phương trình mặt phẳng (Q) , ta được $-3.1 - 3.2 + 9 + d = 0 \Leftrightarrow d = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $-3x + 2y + z = 0$ đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2;0;0), B(1;3;0), C(-1;0;3), D(1;2;3)$. Bình phương bán kính R của (S) bằng bao nhiêu?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D . Khi đó:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \\ AI^2 = DI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b-3)^2 + c^2 \\ (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a+1)^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-3b = -3 \\ a-c = -1 \\ a-2b-3c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0;1;1)$$

Bán kính: $R^2 = IA^2 = 2^2 + 1^2 + 1^2 = 6$.

Câu 16. Nhằm tri ân người dân địa phương đã luôn tin tưởng, đồng hành với doanh nghiệp, tập đoàn X đã tổ chức ngày hội cảm ơn vào ngày 10/07/2024. Gọi $B(t)$ là hàm số biểu thị số lượng khách tham quan sau t giờ mở cửa. Khi đó tốc độ thay đổi lượng khách tham quan trong ngày được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 4t^3 - 3t^2 + 200$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 8$), $B'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 1200 người có mặt. Hỏi sau 6 giờ lượng khách tham quan là bao nhiêu người?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3072**

Ta có $B(t) = \int B'(t) dt = t^4 - t^3 + 200t + C, C \in \mathbb{R}$. $B(2) = 1200 \Rightarrow C = 792$.

Suy ra $B(t) = t^4 - t^3 + 200t + 792$.

Sau 6 giờ lượng khách tham quan là $B(6) = 3072$ (người).

Câu 17. Một lô sản phẩm có 15 sản phẩm, trong đó có 7 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm lấy được đều có chất lượng thấp.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,2**

Xét các biến cố:

A: “Lần thứ nhất lấy ra được sản phẩm có chất lượng thấp”

B: “Lần thứ hai lấy ra được sản phẩm có chất lượng thấp”

C: “Cả hai lần đều lấy ra được sản phẩm có chất lượng thấp”

Khi đó, xác suất cần tìm là xác suất có điều kiện $P(B|A)$ và $P(C) = P(B \cap A)$

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{7}{15}; P(B|A) = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}.$$

$$\text{Suy ra } P(C) = P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{7} = 0,2.$$

Câu 18. Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ ($42 \times 42 \text{cm}$) bằng súng tiểu liên AK trong không gian $Oxyz$. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100m , trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có

phương trình $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t' \end{cases}$. Để bắn trúng hồng tâm (điểm 10) thì vận động viên

phải ngắm bắn vào điểm $N(a; b; c) \in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng 6cm . Khi $c < 0$, tính giá trị biểu thức $a - b + c$.

Lời giải

Trả lời: -3

Gọi $M = d \cap d' \Rightarrow M(1; 2; 4)$.

Ta có $N \in d' \Rightarrow N(1; 2; 1 + 3t') \Rightarrow \overline{MN} = (0; 0; 3t' - 3)$. Theo giả thiết $MN = 6$

Suy ra $|3t' - 3| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 3 \\ t' = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N(1; 2; 10) \\ N(1; 2; -2) \end{cases}$. Vì $c < 0 \Rightarrow$ nhận $N(1; 2; -2)$.

Vậy $a = 1, b = 2, c = -2 \Rightarrow a - b + c = -3$.

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Trong một ngày bất kì, xác suất để bạn Nam ăn bữa trưa (được chuẩn bị sẵn) là $0,5$ và em gái của bạn Nam ăn bữa trưa là $0,6$. Biết rằng xác suất em gái Nam ăn bữa trưa khi Nam ăn bữa trưa là $0,9$. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người ăn bữa trưa. (Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố Nam ăn bữa trưa, B là biến cố em gái Nam ăn bữa trưa.

Khi đó

+ $A \cap B$ là biến cố cả hai người đều ăn bữa trưa,

+ $A \cup B$ là biến cố có ít nhất một trong hai người ăn bữa trưa.

Mặt khác

+ $P(B|A)$ là xác suất em gái Nam ăn bữa trưa khi Nam ăn bữa trưa.

Ta có $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,6$ và $P(B|A) = 0,9$.

Lúc này ta có

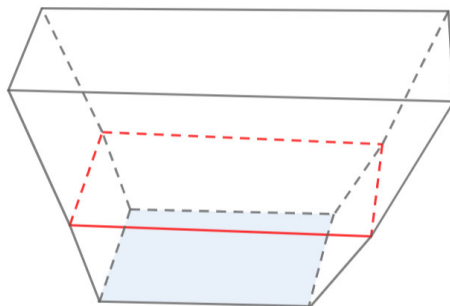
$$P(B \cap A) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,9 \times 0,5 = 0,45$$

suy ra

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,65 = 65\%$$

Vậy xác suất để ít nhất một trong hai người ăn bữa trưa là 65% .

Câu 20. Một dụng cụ đựng nước có dạng như hình bên. Nếu cắt dụng cụ bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng $x(\text{cm})$ ($0 \leq x \leq 5$) thì được thiết diện là hình chữ nhật có chiều dài là $2x$ (cm) và chiều rộng là $\sqrt{x+3}$ (cm). Dung tích của dụng cụ trên là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần chục).

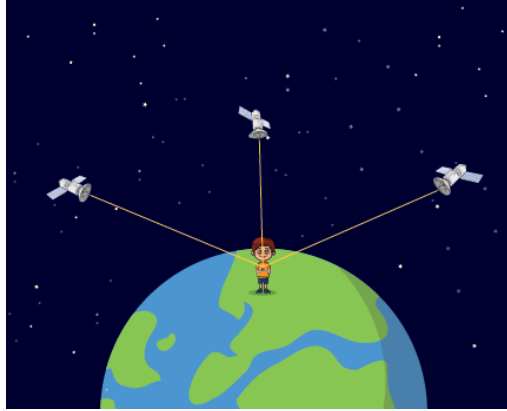


Lời giải

Diện tích của mặt cắt là: $S(x) = 2x \cdot \sqrt{x+3}$ (cm²)

Ta có: Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là: $V = \int_0^5 2x\sqrt{x+3}dx \approx 62,6(\text{cm}^3)$.

Câu 21. Giả sử Trái Đất có dạng hình cầu bán kính bằng $6,4 \cdot 10^6 m$. Bạn An đang đứng trên mặt đất. Có 3 vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách An $3 \cdot 10^6 m$, vệ tinh thứ hai đang cách An $4 \cdot 10^6 m$ và vệ tinh thứ ba đang cách An $5 \cdot 10^6 m$. Biết rằng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước với O là tâm Trái Đất (1 đơn vị $= 10^6 m$), tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì tọa độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1(4;4;6)$, $I_2(8;4;3)$ và $I_3(4;9;3)$. Hãy tìm tọa độ vị trí của bạn An.



Lời giải

Gọi vị trí bạn An là $A(x; y; z)$ thì An chính là giao điểm của bốn mặt cầu: Trái Đất và ba mặt cầu tâm lần lượt I_1, I_2, I_3 có bán kính lần lượt là khoảng cách từ các vệ tinh đến An

Phương trình mặt cầu của trái đất là $x^2 + y^2 + z^2 = 6,4^2 \approx 41$.

Phương trình mặt cầu của vệ tinh thứ nhất là $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 3^2 = 9$.

Phương trình mặt cầu của vệ tinh thứ hai là $(x-8)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 4^2 = 16$.

Phương trình mặt cầu của vệ tinh thứ ba là $(x-4)^2 + (y-9)^2 + (z-3)^2 = 5^2 = 25$.

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6,4^2 \approx 41 \\ (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 9 \\ (x-8)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16 \\ (x-4)^2 + (y-9)^2 + (z-3)^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6,4^2 \approx 41 \\ 8x + 8y + 12z = 100 \\ 16x + 8y + 6z = 114 \\ 8x + 18y + 6z = 122 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ bạn An là $A(4;4;3)$ với (1 đơn vị $= 10^6 m$).

----- Hết -----

KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II KHỐI 12
NĂM HỌC 2024 – 2025
ĐỀ SỐ 10

PHẦN ĐỀ

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A.** $4x^4 + C$. **B.** $3x^2 + C$. **C.** $x^4 + C$. **D.** $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 2. Cho hai biến cố độc lập A và B với $0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A.** $P(A) = P(\bar{B} | A)$. **B.** $P(A) = P(B | A) \cdot P(A \cap B)$.
C. $P(A) = P(A | \bar{B})$. **D.** $P(A) = P(A | B) \cdot P(B)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$. **B.** $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) d(2x)$. **D.** $\int_a^a 2025 f(x) dx = 2025$.

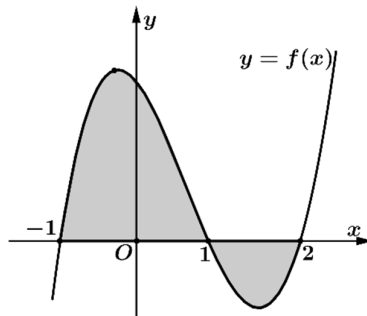
Câu 4. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M(-1; -1; -1)$. **B.** $N(1; 1; 1)$. **C.** $P(-3; 0; 0)$. **D.** $Q(0; 0; -3)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A.** $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x) dx$. **B.** $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. **D.** $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 7. Lớp 12A1 có 48 bạn đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Lý, trong đó có 36 bạn giỏi Toán, 24 bạn giỏi Lý. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Xác suất chọn được bạn giỏi Toán, biết bạn đó giỏi Lý là bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{8}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 8. Một ô tô đang chạy với vận tốc $15 (m/s)$ thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a = t + 2 (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?

- A. $85,3 (m/s)$. B. $83,5 (m/s)$. C. $73,5 (m/s)$. D. $75,3 (m/s)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 5 + 6t \\ z = 7 + 8t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. d_1 và d_2 chéo nhau. B. $d_1 \equiv d_2$. C. $d_1 \perp d_2$. D. $d_1 // d_2$.

Câu 10. Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3-x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $4\pi\sqrt{3}$. D. $\pi\sqrt{3}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = -3$. D. $m = \pm 2$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, hãy tính số đo góc α giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$.

- A. $\alpha = 30^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. C. $\alpha = 150^\circ$. D. $\alpha = 120^\circ$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(-1; 2; -3)$.		
(b)	Mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; 2; 3)$.		
(c)	Điểm $B(2; -1; 3)$ nằm bên ngoài mặt cầu (S) .		
(d)	Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.		

Câu 14. Rùa và thỏ tranh tài: Trong một cuộc thi chạy đua giữa rùa và thỏ xem ai chạy được quãng đường xa hơn, rùa chạy với tốc độ $v_R(t) = 3\sqrt{t}$, thỏ chạy với tốc độ $v_T(t) = 5 - 5\cos(2\pi t)$ (với t là thời gian (đơn vị: giờ), vận tốc đơn vị km/h). (Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị km)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trong khoảng thời gian từ 0,5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.		
(b)	Quãng đường rùa chạy được sau 0,5 giờ là 0,70 km .		
(c)	Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 3,15 km .		

- (d) Nếu cuộc đua kết thúc khi thở hoặc rùa chạy được 10 km đầu tiên thì thở giành chiến thắng và thắng cách biệt $4,34\text{ km}$.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

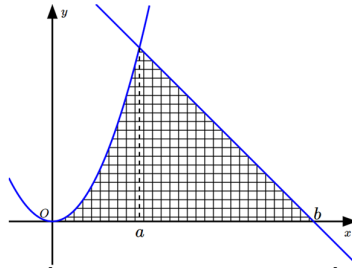
Câu 15. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{10x^2 - 13x - 252}{\sqrt{2x-4}}$ trên khoảng $(2; +\infty)$. Tính giá trị biểu thức $T = abc$.

Điền đáp số:

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y = 0$. Đường thẳng đi qua $A(-1; 3; -4)$ cắt trục Ox và song song với mặt phẳng (P) có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u} = (a; b; 4)$. Tính giá trị $a^2 + b$.

Điền đáp số:

Câu 17. Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$ và đường thẳng $y = g(x) = mx + n$ như hình vẽ dưới đây:



Nếu $a = 3, b = 9$. Khi đó diện tích phần gạch như hình trên bằng

Điền đáp số:

Câu 18. Trường THPT X muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu (Đơn vị triệu đồng)? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Điền đáp số:

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Tỷ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỷ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a+b$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và song song với $mp(ABC)$, biết khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{12}{7}$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) .

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ . Viết phương trình của đường thẳng d .

----- Hết -----

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm (03 điểm)

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. **D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.**

☞ **Lời giải**

Chọn D

Ta có: $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

Câu 2. Cho hai biến cố độc lập A và B với $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A. $P(A) = P(\bar{B} | A)$. B. $P(A) = P(B | A) \cdot P(A \cap B)$.
C. $P(A) = P(A | \bar{B})$. D. $P(A) = P(A | B) \cdot P(B)$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

Cho hai biến cố độc lập A và B với $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$ thì

$$P(A) = P(A | B) = P(A | \bar{B})$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$.
C. $\int_a^b f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) d(2x)$. D. $\int_a^a 2025 f(x) dx = 2025$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ nên A sai; B đúng

$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{2} \int_a^b f(x) d(2x)$ nên C sai

$\int_a^a 2025 f(x) dx = 2025 \cdot \int_a^a f(x) dx = 0$. nên D sai

Câu 4. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Tính được $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = -\cos \frac{\pi}{3} + \cos 0 = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1; -1; -1)$.

B. $N(1; 1; 1)$.

C. $P(-3; 0; 0)$.

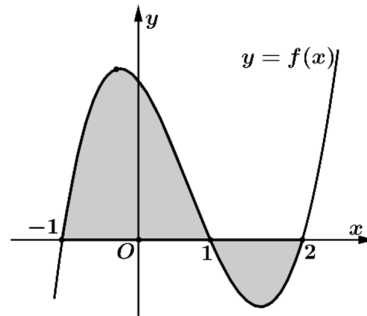
D. $Q(0; 0; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta có $1+1+1-3=0$. Do đó $N \in (P)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = -1, x = 2$, đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Khi đó khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $S_{(H)} = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

B. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S_{(H)} = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S_{(H)} = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ ta có $S_{(H)} = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. **Chọn C**

Câu 7. Lớp 12A1 có 48 bạn đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán và Lý, trong đó có 36 bạn giỏi Toán, 24 bạn giỏi Lý. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn. Xác suất chọn được bạn giỏi Toán, biết bạn đó giỏi Lý là bao nhiêu?

A. $\frac{5}{8}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Xét các biến cố: A : "Chọn được bạn giỏi Toán";

B : "Chọn được bạn giỏi Lý".

Khi đó, $P(A) = \frac{36}{48} = 0,75$; $P(B) = \frac{24}{48} = 0,5$; $P(A \cup B) = 1$.

Suy ra $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,75 + 0,5 - 1 = 0,25$.

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{0,25}{0,5} = \frac{1}{2}.$$

- Câu 8.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 15 (m/s) thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a = t + 2 \text{ (m/s}^2\text{)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc và $0 < t \leq 10$. Hỏi tại giây thứ 9 thì vận tốc của ô tô là bao nhiêu m/s ?
- A.** $85,3 \text{ (m/s)}$. **B.** $83,5 \text{ (m/s)}$. **C.** $73,5 \text{ (m/s)}$. **D.** $75,3 \text{ (m/s)}$.

☞ **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Ta có: } v(t) = \int a(t) dt = \int (t+2) dt = \frac{t^2}{2} + 2t + C.$$

$$\text{Vận tốc khi ô tô bắt đầu tăng tốc là } 15 \text{ m/s: } v(0) = 15 \Leftrightarrow C = 15.$$

$$\text{Vận tốc của ô tô là } v(t) = \frac{t^2}{2} + 2t + 15.$$

$$\text{Suy ra } v(9) = 73,5 \text{ (m/s)}.$$

- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 5 + 6t \\ z = 7 + 8t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

- A.** d_1 và d_2 chéo nhau. **B.** $d_1 \equiv d_2$. **C.** $d_1 \perp d_2$. **D.** $d_1 // d_2$.

☞ **Lời giải**

Chọn D

$$d_1 \text{ qua } M_1(1; -2; 3) \text{ có VTCP là } \vec{u}_1 = (2; 3; 4).$$

$$d_2 \text{ qua } M_2(3; 5; 7) \text{ có VTCP là } \vec{u}_2 = (4; 6; 8).$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1; \overline{M_1M_2}] \neq \vec{0} \end{cases} \Leftrightarrow d_1 // d_2.$$

- Câu 10.** Khi cắt một vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3})$, mặt cắt là hình vuông có độ dài các cạnh là $\sqrt{3-x^2}$. Thể tích của vật thể đã cho bằng
- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $4\pi\sqrt{3}$. **D.** $\pi\sqrt{3}$.

☞ **Lời giải**

Chọn B

$$\text{Diện tích của mặt cắt hình vuông là } S(x) = (\sqrt{3-x^2})^2 = 3-x^2.$$

Thể tích của vật thể đã cho là:

$$V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} S(x) dx = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (3-x^2) dx = \left(3x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = (2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}.$$

- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .
- A.** $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = \pm 2$.

☞ **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (2; 2; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3 \quad (1).$$

$$\text{Khoảng cách từ } A \text{ đến mặt phẳng } (P): d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 + m \cdot 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + m^2}} = \frac{|3m + 3|}{\sqrt{5 + m^2}} \quad (2).$$

$$\text{Đề } AB = d(A, (P)) \Rightarrow 3 = \frac{|3m + 3|}{\sqrt{5 + m^2}} \Leftrightarrow 9(5 + m^2) = 9(m + 1)^2 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, hãy tính số đo góc α giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$.

A. $\alpha = 30^\circ$.

B. $\alpha = 60^\circ$.

C. $\alpha = 150^\circ$.

D. $\alpha = 120^\circ$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; 2; -1)$; mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -1; 2)$.

$$\text{Áp dụng công thức } \sin \alpha = \sin(\vec{u}_\Delta, \vec{n}_P) = \frac{|\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_P|}{|\vec{u}_\Delta| \cdot |\vec{n}_P|}$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ$$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai (02 điểm)

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(-1; 2; -3)$.		
(b)	Mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; 2; 3)$.		
(c)	Điểm $B(2; -1; 3)$ nằm bên ngoài mặt cầu (S) .		
(d)	Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.		

Lời giải

(a) Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(-1; 2; -3)$.

Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(-1; 2; -3)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; 2; 3)$.

Thay tọa độ điểm $A(1; 2; 3)$ vào phương trình mặt cầu (S) ta có:

$$(1+1)^2 + (2-2)^2 + (3+3)^2 = 40 \neq 4. \text{ Suy ra, mặt cầu } (S) \text{ không đi qua điểm } A(1; 2; 3).$$

» **Chọn SAI.**

(c) Điểm $B(2; -1; 3)$ nằm bên ngoài mặt cầu (S) .

Ta có: Bán kính của mặt cầu (S) là $R = 2$.

$$IB = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (-1 - 2)^2 + (3 - (-3))^2} = 3\sqrt{6} > R. \text{ Suy ra điểm } B(2; -1; 3) \text{ nằm bên ngoài mặt cầu } (S).$$

» **Chọn ĐÚNG**

(d) Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(-1; 2; -3)$ trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Vì $H \in d \Rightarrow H(-t; 1 + 2t; 3 + t)$.

Suy ra, $\overrightarrow{IH} = (-t + 1; 2t - 1; t + 6)$.

Đường thẳng d có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (-1; 2; 1)$.

$\overrightarrow{IH} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow \overrightarrow{IH} \cdot \vec{u}_d = 0$

$\Leftrightarrow (-t + 1) \cdot (-1) + (2t - 1) \cdot 2 + (t + 6) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow 6t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Do đó, $\overrightarrow{IH} = \left(\frac{3}{2}; -2; \frac{11}{2} \right)$.

Suy ra, $IH = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (-2)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{146}}{2} > R$.

Vậy, đường thẳng d không cắt mặt cầu (S).

» **Chọn SAI.**

Câu 14. Rùa và thỏ tranh tài: Trong một cuộc thi chạy đua giữa rùa và thỏ xem ai chạy được quãng đường xa hơn, rùa chạy với tốc độ $v_R(t) = 3\sqrt{t}$, thỏ chạy với tốc độ $v_T(t) = 5 - 5\cos(2\pi t)$ (với t là thời gian (đơn vị: giờ), vận tốc đơn vị km/h). (Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị km)


	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trong khoảng thời gian từ 0,5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.		
(b)	Quãng đường rùa chạy được sau 0,5 giờ là 0,70 km .		
(c)	Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 3,15 km .		
(d)	Nếu cuộc đua kết thúc khi thỏ hoặc rùa chạy được 10 km đầu tiên thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 4,34 km .		

» **Lời giải**

(a) Trong khoảng thời gian từ 0,5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

$v_T'(t) = 10\pi \sin(2\pi t); v_R'(t) = 0 \Rightarrow t = \frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ mà $t \in [0, 5; 1]$ suy ra $t = 0,5$ hoặc $t = 1$.

Bảng biến thiên:

t	0,5	1
$v_T'(t)$		-
$v_T(t)$		

Từ bảng biến thiên, trong khoảng thời gian từ 0,5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

» **Chọn ĐÚNG**

(b) Quãng đường rùa chạy được sau 0,5 giờ là 0,70 km .

Quãng đường rùa chạy được sau 0,5 giờ là $\int_0^{0,5} 3\sqrt{t} dt \approx 0,71(km)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 3,15 km.

Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ chạy được $\int_0^1 (5 - 5\cos(2\pi t)) dt = 5(km)$, và rùa chạy được $\int_0^1 3\sqrt{t} dt = 2(km)$. Khi đó thỏ giành chiến thắng và cách biệt $5 - 2 = 3(km)$.

» **Chọn SAI.**

(d) Nếu cuộc đua kết thúc khi thỏ hoặc rùa chạy được 10 km đầu tiên thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 4,34 km.

$$\int_0^{x_1} (5 - 5\cos(2\pi t)) dt = 5x_1 - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x_1).$$

Ta cần giải phương trình $5x - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x) = 10$.

Xét hàm số $f(x) = 5x - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi x)$.

Ta có $f'(x) = 5 - 5\cos(2\pi x) \geq 0$ (do $\cos(2\pi x) \leq 1$ với mọi x) nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Do đó phương trình $f(x) = 10$ có tối đa 1 nghiệm.

Để thấy $f(2) = 10$ nên phương trình $f(x) = 10$ có nghiệm duy nhất là $x_1 = 2$.

$\int_0^{x_2} 3\sqrt{t} dt = 2\sqrt{x_2^3} = 10$ suy ra $x_2 = \sqrt[3]{25} > x_1$ do đó thỏ chạy được 10 km trước.

Khi thỏ chạy được 10 km thì rùa chạy được $\int_0^2 3\sqrt{t} dt = 4\sqrt{2}$.

Khi đó thỏ thắng cách biệt $10 - 4\sqrt{2} \approx 4,34(km)$.

» **Chọn ĐÚNG**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn (02 điểm)

Câu 15. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{10x^2 - 13x - 252}{\sqrt{2x-4}}$ trên khoảng $(2; +\infty)$. Tính giá trị biểu thức $T = abc$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: -496**

$$\text{Từ } F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-4} \Rightarrow F'(x) = \frac{5ax^2 - (8a-3b)x - 4b+c}{\sqrt{2x-4}}$$

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(2; +\infty)$ nên $F'(x) = f(x)$. Do đó:

$$\begin{cases} 5a = 10 \\ -(8a - 3b) = -13 \\ -4b + c = -252 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -496 \end{cases}$$

Vậy $T = abc = -496$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y = 0$. Đường thẳng đi qua $A(-1; 3; -4)$ cắt trục Ox và song song với mặt phẳng (P) có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u} = (a; b; 4)$. Tính giá trị $a^2 + b$.

Lời giải

Trả lời: 33

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_p = (1; 2; 0)$.

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Ta có $d \cap Ox = B(b; 0; 0)$.

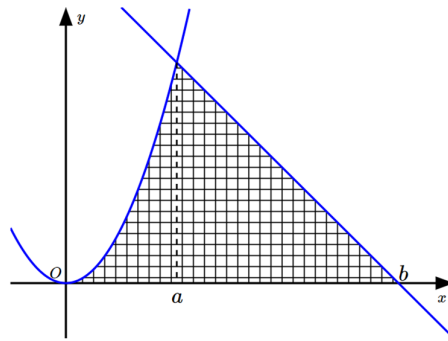
Suy ra d có VTCP $\vec{AB} = (b+1; -3; 4)$.

Do $d \parallel (P)$ nên $\vec{AB} \perp \vec{n}_p \Rightarrow (b+1) \cdot 1 + (-3) \cdot 2 + 4 \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow b = 5 \Rightarrow B(5; 0; 0)$.

Đường thẳng cần tìm đi qua hai điểm A, B nên nhận $\vec{AB} = (6; -3; 4)$ là một vector chỉ phương.

Vậy $a = 6; b = -3$. Giá trị $a^2 + b = 36 - 3 = 33$.

Câu 17. Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2$ và đường thẳng $y = g(x) = mx + n$ như hình vẽ dưới đây:



Nếu $a = 3, b = 9$. Khi đó diện tích phần gạch như hình trên bằng

Lời giải

Trả lời: 36

Với $a = 3, b = 9$ ta có đường thẳng $y = g(x) = mx + n$ đi qua các điểm $A(3; 9)$ và $B(9; 0)$ do đó

$$\text{ta có hệ } \begin{cases} 3m + n = 9 \\ 9m + n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-3}{2} \\ n = \frac{27}{2} \end{cases} \Rightarrow y = g(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{27}{2}$$

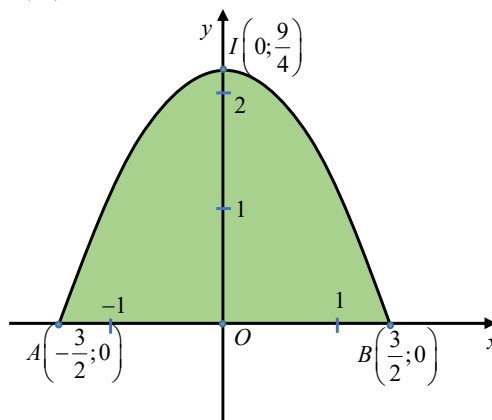
$$\text{Khi đó diện tích phần gạch như hình trên bằng } S = \int_0^3 x^2 dx + \int_3^9 \left(-\frac{3}{2}x + \frac{27}{2}\right) dx = 36$$

Câu 18. Trường THPT X muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu (Đơn vị triệu đồng)? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 6,75

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } (P): y = -x^2 + \frac{9}{4}.$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

$$\text{Vậy số tiền phải trả là: } \frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000 \text{ đồng.}$$

D. Câu hỏi – Trả lời tự luận (03 điểm)

Câu 19. Tỷ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỷ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a+b$.

➤ Lời giải

Gọi A : “Người nghiện thuốc lá”

B : “Người bị viêm họng”

Khi đó: AB : “Người nghiện thuốc và bị viêm họng”

\overline{AB} : “Người không nghiện thuốc và bị viêm họng”

Theo đề bài ta có $P(A) = 30\%$; $P(B|A) = a\%$ và $P(AB) = 0,21$ nên theo công thức xác suất

$$\text{có điều kiện ta được: } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow a\% = \frac{0,21}{30\%} = 70\%.$$

Tương tự: $P(\overline{A}) = 1 - 30\% = 70\%$; $P(B|\overline{A}) = 40\%$ và $P(\overline{AB}) = b\%$ nên theo công thức xác

$$\text{suất có điều kiện ta được: } P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} \Leftrightarrow 40\% = \frac{b\%}{70\%} \Leftrightarrow b\% = 28\%.$$

Vậy $a+b = 98$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và song song với $mp(ABC)$, biết khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{12}{7}$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) .

➤ Lời giải

$$(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 12 = 0.$$

$$(P) \parallel (ABC) \Rightarrow (P): 6x + 3y + 2z + m = 0 \quad (m \neq 0; m \neq -12).$$

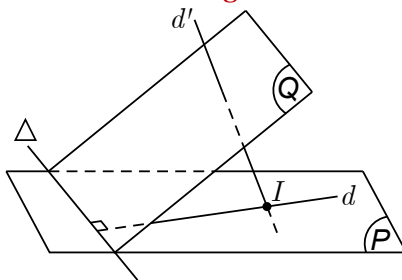
$$\text{Ta có } d((P), (ABC)) = \frac{12}{7} \Leftrightarrow d(A, (P)) = \frac{12}{7}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|6 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + m|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{12}{7} \Leftrightarrow |m + 12| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -24 \end{cases}$$

Vậy phương trình của (P) là $6x + 3y + 2z - 24 = 0$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ . Viết phương trình của đường thẳng d .

Lời giải



Đặt $\vec{n}_P = (0; 0; 1)$ và $\vec{n}_Q = (1; 1; 1)$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của (P) và (Q) .

Do $\Delta = (P) \cap (Q)$ nên Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-1; 1; 0)$.

Đường thẳng d nằm trong (P) và $d \perp \Delta$ nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}'_\Delta] = (-1; -1; 0)$.

Gọi $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và $A = d' \cap d \Rightarrow A = d' \cap (P)$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} z-1=0 \\ \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=0 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow A(3; 0; 1)$.

Do đó phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$.

----- Hết -----