

DỰ ÁN 13



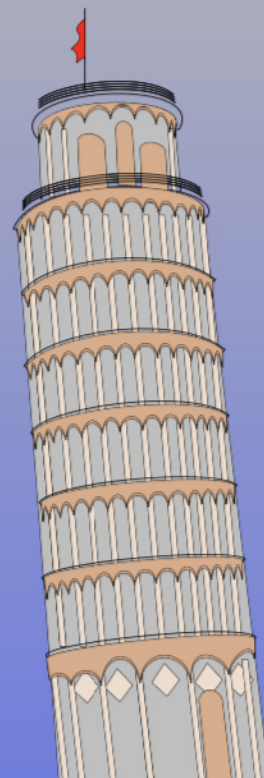
VIET NAM - MATHS & L^AT_EX

Đề kiểm tra theo bài học

TOÁN 11



$$S = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{u_1}{1 - q}$$



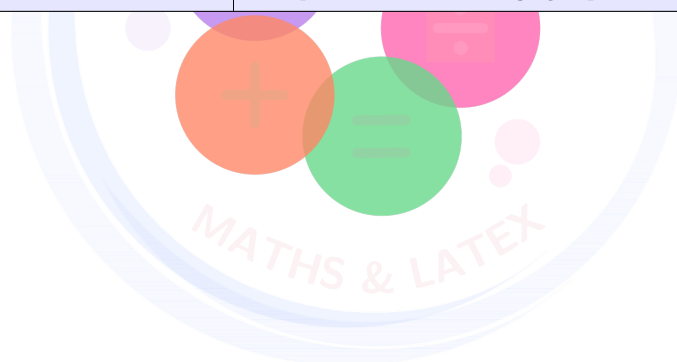
VN-MT-13



NĂM HỌC 2025 - 2026

NHÓM VIETNAM MATHS & LATEX

STT	Họ và tên	Nơi công tác	Chức năng
1	Thầy. Phạm Đức Thiệu	Hà Nội	Trưởng Dự án
2	Thầy. Trần Ngọc Quốc	Quảng Nam	Phó trưởng Dự án
3	Thầy. Lâm Vũ Công Chính	Hồ Chí Minh	Phó trưởng Dự án
4	Thầy. Nguyễn Trung Kiên	Thái Bình	Phó trưởng Dự án
5	Thầy. Dương Xuân Lợi	Ninh Bình	Trưởng nhóm CNTT
6	Thầy. Đoàn Văn Mùi	Hồ Chí Minh	Trưởng nhóm CTST
7	Thầy. Nguyễn Đức Lợi	Bắc Ninh	Trưởng nhóm CD
8	Thầy. Nguyễn Giang	Hà Nội	Phó nhóm CNTT
9	Thầy. Nguyễn Văn Nay	Bình Định	Phó nhóm CNTT
10	Thầy. Nguyễn Cao Cường	Đồng Nai	Phó nhóm CTST
11	Thầy. Trần Văn Hùng	Hà Nam	Phó nhóm CD
12	Thầy. Hứa Đức Sinh	Quảng Nam	Hỗ trợ phần mềm
Cùng tập thể giáo viên nhóm Vietnam Maths & L^AT_EX			
Link Facebook:		https://fb.com/groups/vnmathslatex	
Link Zalo:		https://zalo.me/g/jdqmxf046	



Mục lục

PHẦN I KẾT NỐI TRI THỨC

1

Chương I. Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác	3
Đề 1. Bài 1. Góc lượng giác. Giá trị lượng giác của góc lượng giác	3
Đề 2. Bài 2. Công thức lượng giác	7
Đề 3. Bài 3. Hàm số lượng giác và đồ thị	11
Đề 4. Bài 4. Phương trình lượng giác cơ bản	16
Đề 5. Bài tập cuối chương I	20
Chương II. Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân	24
Đề 6. Bài 1. Dãy số	24
Đề 7. Bài 2. Cấp số cộng	28
Đề 8. Bài 3. Cấp số nhân	32
Đề 9. Bài tập cuối chương II	36
Chương III. Giới hạn. Hàm số liên tục	40
Đề 10. Bài 1. Giới hạn của dãy số	40
Đề 11. Bài 2. Giới hạn của hàm số	44
Đề 12. Bài 3. Hàm số liên tục	48
Đề 13. Bài tập cuối chương III	52
Chương IV. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song	56
Đề 14. Bài 1. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	56
Đề 15. Bài 2. Hai đường thẳng song song	60
Đề 16. Bài 3. Đường thẳng và mặt phẳng song song	64
Đề 17. Bài 4. Hai mặt phẳng song song	68
Đề 18. Bài 5. Phép chiếu song song	72
Đề 19. Bài tập cuối chương IV	77
Chương V. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm	81
Đề 20. Bài tập cuối chương V	81

PHẦN II CÁNH DIỀU

87

Chương I. Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác	89
Đề 1. Bài 1. Góc lượng giác. Giá trị lượng giác của góc lượng giác	89
Đề 2. Bài 2. Các phép biến đổi lượng giác	93
Đề 3. Bài 3. Hàm số lượng giác và đồ thị	97
Đề 4. Bài 4. Phương trình lượng giác cơ bản	101
Đề 5. Bài tập cuối chương I	105

Chương II. Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân	110
Đề 6. Bài 1. Dãy số	110
Đề 7. Bài 2. Cấp số cộng	114
Đề 8. Bài 3. Cấp số nhân	118
Đề 9. Bài tập cuối chương II	122
Chương III. Giới hạn. Hàm số liên tục	126
Đề 10. Bài 1. Giới hạn của dãy số	126
Đề 11. Bài 2. Giới hạn của hàm số	130
Đề 12. Bài 3. Hàm số liên tục	134
Đề 13. Bài tập cuối chương III	138
Chương IV. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song	142
Đề 14. Bài 1. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	142
Đề 15. Bài 2: Hai đường thẳng song song	146
Đề 16. Bài 3. Đường thẳng song song với mặt phẳng	150
Đề 17. Bài 4. Hai mặt phẳng song song	154
Đề 18. Bài 5: Phép chiếu song song	159
Đề 19. Bài tập cuối chương IV	163
Chương V. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu ghép nhóm	168
Đề 20. Bài tập cuối chương V	168
PHẦN III CHÂN TRỜI SÁNG TẠO	
175	
Chương I. Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác	177
Đề 1. Bài 1. Góc lượng giác. Giá trị lượng giác của góc lượng giác	177
Đề 2. Công thức lượng giác	181
Đề 3. Bài 3. Hàm số lượng giác và đồ thị	185
Đề 4. Bài 4. Phương trình lượng giác cơ bản	189
Đề 5. Bài tập cuối chương I	193
Chương II. Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân	197
Đề 6. Bài 1. Dãy số	197
Đề 7. Bài 2. Cấp số cộng	201
Đề 8. Bài 3. Cấp số nhân	205
Đề 9. Bài tập cuối chương II	209
Chương III. Giới hạn. Hàm số liên tục	213
Đề 10. Bài 1. Giới hạn của dãy số	213
Đề 11. Bài 2. Giới hạn của hàm số	217
Đề 12. Bài 3. Hàm số liên tục	221
Đề 13. Bài tập cuối chương III	226
Chương IV. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song	230
Đề 14. Bài 1. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	230
Đề 15. Bài 2. Hai đường thẳng song song	234
Đề 16. Bài 3. Đường thẳng song song với mặt phẳng	238
Đề 17. Bài 4. Hai mặt phẳng song song	242
Đề 18. Bài 5. Phép chiếu song song	247
Đề 19. Bài tập cuối chương IV	252
Chương V. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu ghép nhóm	256
Đề 20. Bài tập cuối chương V	256

BỘ SÁCH

KẾT NỐI TRI THỨC



PHIẾU BÀI TẬP, MÔN TOÁN 11



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho một góc lượng giác (OA, OB) có số đo là 135° và một góc lượng giác (OC, OB) có số đo là 45° . Số đo của các góc lượng giác (OC, OA) bằng

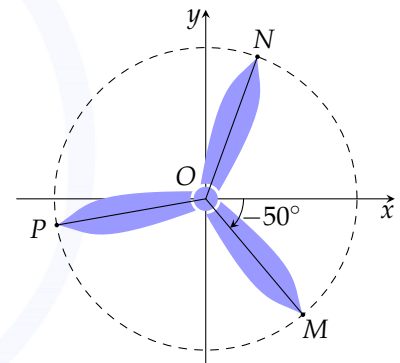
- A. $-90^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$. B. $-90^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $90^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. D. $150^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho một góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{7\pi}{4}$ và một góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{5\pi}{4}$. Số đo của các góc lượng giác (Ov, Ow) bằng

- A. $\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. C. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong hình vẽ bên, chiếc quạt có ba cánh được phân bố đều nhau. Số đo của các góc lượng giác (ON, Ox) bằng

- A. $50^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. B. $120^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $70^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. D. $-70^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.



Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Góc có số đo 72° đổi sang radian là

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{2\pi}{5}$. C. $\frac{\pi}{10}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường tròn bán kính 3 cm. Tính độ dài cung tròn có số đo $\frac{5\pi}{3}$ trên đường tròn đó.

- A. 10π cm. B. 5π cm. C. 10 cm. D. 1 cm.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường tròn đường kính 24 cm. Số đo của cung có độ dài 4 cm là

- A. $\frac{1}{2}$ rad. B. $\frac{1}{4}$ rad. C. $\frac{1}{3}$ rad. D. $\frac{1}{6}$ rad.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc lượng giác α có điểm cuối $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. B. $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$. C. $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\sin(-\alpha) = \sin \alpha$. B. $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$. C. $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$. D. $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 1$. B. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$. C. $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$. D. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giả sử $\left(1 + \tan x + \frac{1}{\cos x}\right) \left(1 + \tan x - \frac{1}{\cos x}\right) = 2 \tan^n x$, với mọi giá trị $x \in \mathbb{R}$ sao cho $\cos x \neq 0$. Khi đó, n có giá trị bằng

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $3 \cos \alpha + 2 \sin \alpha = 2$ và $\sin \alpha < 0$. Tính $\sin \alpha$.

A. $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$. B. $\sin \alpha = -\frac{7}{13}$. C. $\sin \alpha = -\frac{9}{13}$. D. $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- a) $\sin \alpha < 0$.
- b) $\cos(\pi - \alpha) > 0$.
- c) Biết $(\sin \alpha + 2 \cos \alpha)^2 = \frac{a + b\sqrt{15}}{16}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó, $a + b = 57$.
- d) Giá trị của biểu thức $B = 2 \cos \alpha - 3 \cos(\pi - \alpha) + 5 \sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ bằng $-\sqrt{15}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A, vệ tinh bắt đầu chuyển động đều quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất, bán kính 9 000 km. Biết rằng vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong 2 giờ.

- a) Sau 1 giờ, vệ tinh chuyển động hết $\frac{1}{2}$ vòng của quỹ đạo.
- b) Sau 1 giờ, quãng đường vệ tinh đã chuyển động được khoảng 28 247,3 km.
- c) Quãng đường vệ tinh đã chuyển động được sau 3 giờ là 83 200 km.
- d) Vệ tinh chuyển động được quãng đường 200 000 km sau 1 ngày.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\sin(\pi - \alpha) = -\frac{3}{7}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(-\alpha)$ (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân).

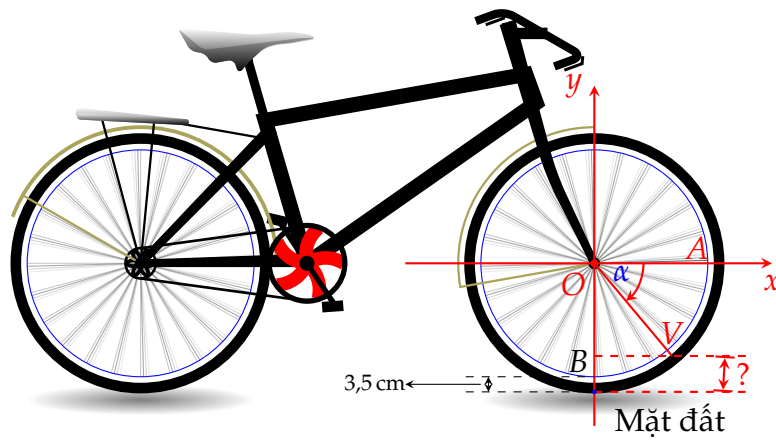
☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\cot \alpha = -2$. Tính giá trị biểu thức

$$A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi) + \tan(\pi + \alpha).$$

☞

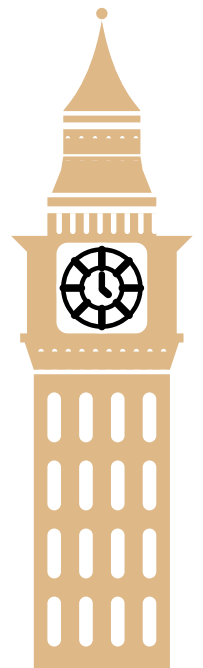
Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa bánh xe tại O theo chiều cùng chiều kim đồng hồ với tốc độ không đổi là 11 rad/giây (tham khảo hình vẽ).



Biết bán kính $OA = 58$ cm. Ban đầu van V nằm ở vị trí A , khi đến vị trí B thì van V cách mặt đất $3,5$ cm. Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van V đến mặt đất là bao nhiêu centimet (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Q.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tháp đồng hồ của cung điện Westminster hay thường gọi là Big Ben là một cấu trúc tháp đồng hồ ở mặt Đông-Bắc của công trình Nhà quốc hội ở Westminster, thủ đô London, nước Anh. Mỗi mặt của chiếc đồng hồ được đặt vào trong một khối đá hình vuông có cạnh là 7 m. Kim phút của đồng hồ dài $4,3$ m, được chế tạo bằng đồng, trong khi chiếc kim giờ dài $2,74$ m và được chế tạo bằng hợp kim chuyên dùng để đúc súng. Hỏi trong thời gian 40 phút, tổng độ dài của hai cung tròn được vạch nên bởi đầu kim giờ và kim phút bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Q.

PHIẾU BÀI TẬP, MÔN TOÁN 11

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Tính $\sin \alpha$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $A = \frac{\tan \alpha + 10 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vệ tinh Starlink được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A , vệ tinh Starlink bắt đầu chuyển động quanh Trái đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái đất, bán kính 7000 km. Biết vệ tinh Starlink chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong 90 phút. Vệ tinh Starlink chuyển động được quãng đường $200\,000$ km sau bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. C 3. D 4. B 5. B 6. C 7. C 8. D 9. B 10. D 11. D 12. A

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c Đ d S

Câu 2. a Đ b Đ c S d S

PHẦN III.

Câu 1. - 1 , 3

Câu 2. - 0 , 5

Câu 3. 4 6 , 3

Câu 4. 1 9



Biên soạn: Trần Đức Thắng
Phản biện: Bùi Lương Phúc

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Rút gọn biểu thức

$$P = \sin(\alpha - 19^\circ) \cdot \cos(\alpha + 11^\circ) - \sin(\alpha + 11^\circ) \cdot \cos(\alpha - 19^\circ),$$

ta được kết quả là

- A. $P = \sin 2\alpha$. B. $P = \cos 2\alpha$. C. $P = -\frac{1}{2}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nếu biết $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$ với $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ thì giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$ là

- A. $\frac{16}{65}$. B. $-\frac{16}{65}$. C. $\frac{18}{65}$. D. $-\frac{18}{65}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nếu biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b đều là các góc nhọn và dương thì $\sin(a - b)$ là

- A. $\frac{1}{11}$. B. $-\frac{1}{11}$. C. $\frac{22}{221}$. D. $\frac{21}{221}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với góc α tùy ý, khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. $2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$. B. $\cos 2\alpha = 2\cos \alpha - 1$.
C. $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$. D. $\sin(\alpha + b) = \sin \alpha \cos b + \sin b \cos \alpha$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Công thức nào sau đây đúng với mọi giá trị của x ?

- A. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. B. $\sin 2x = \sin x \cos x$.
C. $\sin 2x = 2\cos x$. D. $\sin 2x = 2\sin x$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in (0; \frac{\pi}{2})$. Giá trị của $\sin 2x$ là

- A. $\frac{24}{25}$. B. $-\frac{24}{25}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với hai góc a, b tùy ý, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$. B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) - \cos(a + b)]$.
C. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$. D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$ là

- A. $P = \frac{2}{9}$. B. $P = \frac{7}{9}$. C. $P = \frac{5}{9}$. D. $P = -\frac{2}{9}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết góc a, b thỏa mãn $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{5}$. Giá trị $\cos(a + b) \cdot \cos(a - b)$ bằng

- A. $-\frac{113}{225}$. B. $-\frac{111}{225}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{191}{225}$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với hai góc u, v tùy ý, công thức nào sau đây là đúng?

- A. $\sin u + \sin v = \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$. B. $\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$.
 C. $\sin u - \sin v = \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$. D. $\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Rút gọn biểu thức $B = \cos \left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cos \left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$, ta được kết quả là

- A. $\sin 2\alpha$. B. $\cos 2\alpha$. C. $3 \sin \alpha$. D. $-\sin 2\alpha$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc x thỏa mãn $\tan x = \frac{1}{2}$. Tính $\tan \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. -2 . B. $\frac{3}{2}$. C. -3 . D. $-\frac{1}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ và $\tan \alpha = -3$.

- a) $\sin \alpha > 0$.
 b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.
 c) $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha} = \frac{10}{21}$.
 d) $\left[\tan \frac{17\pi}{4} + \tan \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)\right]^2 + \left[\cot \frac{13\pi}{4} + \cot (7\pi - \alpha)\right]^2 = \frac{20}{9}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong vật lí, phương trình tổng quát của một dao động điều hòa cho bởi công thức

$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t , A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hòa có phương trình là $x_1(t) = 3 \cos \left(\frac{\pi}{4}t + \frac{5\pi}{6}\right)$ cm; $x_2(t) = 3 \cos \left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm.

- a) Biên độ của dao động thứ nhất bằng 3 cm.
 b) Pha ban đầu của dao động thứ hai bằng $-\frac{\pi}{3}$.
 c) Với $a, b \in \mathbb{R}$ ta có $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.
 d) Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ lần lượt bằng $3\sqrt{2}$ cm và $\frac{7\pi}{12}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tam giác ABC có $\cos A = \frac{4}{5}$ và $\cos B = \frac{5}{13}$. Tính giá trị của biểu thức $A = 130 \cos C - 1$.

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tam giác ABC , biết

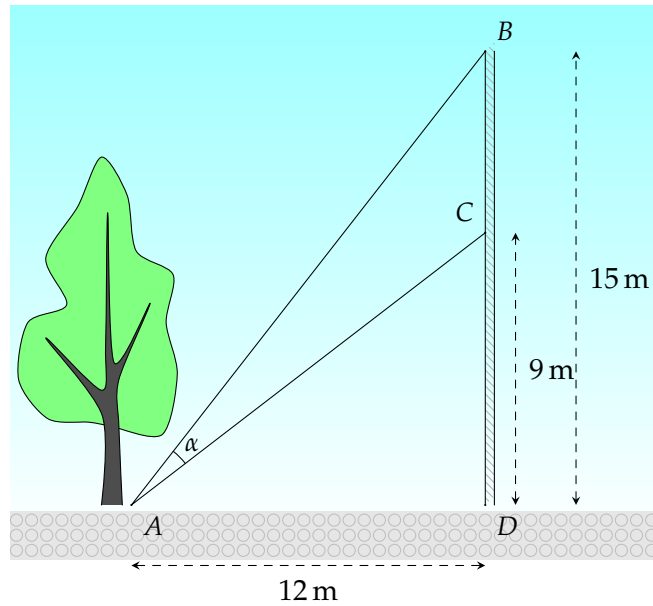
$$\sin A + \sin B + \sin C = k \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}.$$

Hỏi giá trị của k bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao 15 m, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9$ m và $AD = 12$ m.

Gọi $\alpha = \widehat{BAC}$ là góc tạo bởi hai sợi dây cáp đó. Số đo của góc α bằng bao nhiêu độ (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?



☞

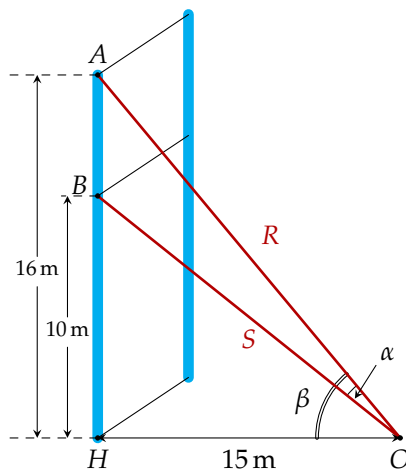
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$, bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu chùm sáng phân kì sang phía góc C . Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia AM và AN mà ở đó $M \in BC$ và $N \in DC$ sao cho $BM = \frac{2}{3}BC$, $DN = \frac{1}{2}DC$. Góc chiếu sáng của đèn pin bằng bao nhiêu độ (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị)?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right)$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí A cách mặt đất 16 m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí B cách mặt đất 10 m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí O cách chân cột 15 m (hình vẽ). Số đo góc $\widehat{BOA} = \alpha$. Tìm giá trị α khi kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ.



Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nếu a, b là hai góc nhọn và $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$ thì $\cos 2(a + b)$ có giá trị bằng $\frac{7 - m\sqrt{6}}{n}$, $n \neq 0$. Hãy tính giá trị của $m + 2n$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. B 3. D 4. B 5. A 6. A 7. B 8. D 9. D 10. B 11. B 12. D

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 3 1

Câu 2. 4

Câu 3. 1 4 , 5

Câu 4. 3 0



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là $\mathcal{D} = [-1; 1]$.
- B. Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là $\mathcal{D} = [-1; 1]$.
- C. Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là $\mathcal{D} = [-2; 2]$.
- D. Tập xác định của hàm số $y = \sin x$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.
- B. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.
- C. Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.
- D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi; \pi + k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin x$.
- B. $y = \cos x$.
- C. $y = \tan x$.
- D. $y = \cot x$.

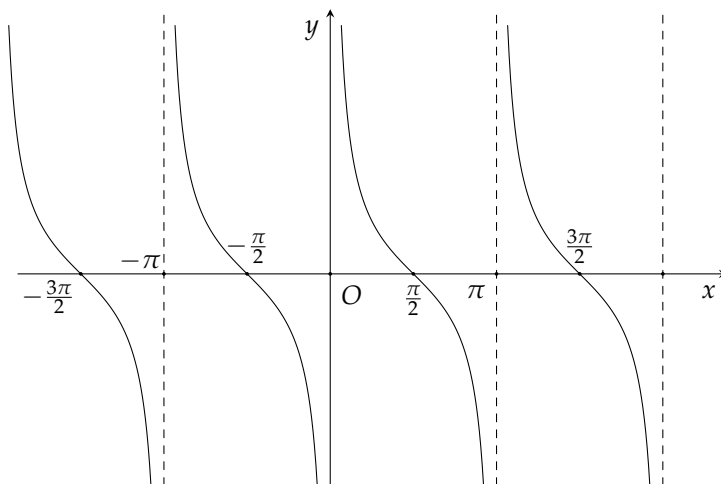
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \sin x$ là

- A. $T = \mathbb{R}$.
- B. $T = [-1; 1]$.
- C. $T = \pi$.
- D. $T = 2\pi$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là

- A. $T = \mathbb{R}$.
- B. $T = [-1; 1]$.
- C. $T = [0; 1]$.
- D. $T = 2\pi$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Đồ thị hàm số như hình vẽ sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = \sin x$.
- B. $y = \cos x$.
- C. $y = \tan x$.
- D. $y = \cot x$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. $y = \sin x$.
 B. $y = \cos x$.
 C. $y = \tan x$.
 D. $y = -\cot x$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phát biểu nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = \sin^2 x + x$ là hàm số lẻ.
 B. Hàm số $y = \sin x \cdot \cos x$ là hàm số lẻ.
 C. Hàm số $y = \cos x + \sin x$ là hàm số chẵn.
 D. Hàm số $y = \sin x + 1$ là hàm số lẻ.

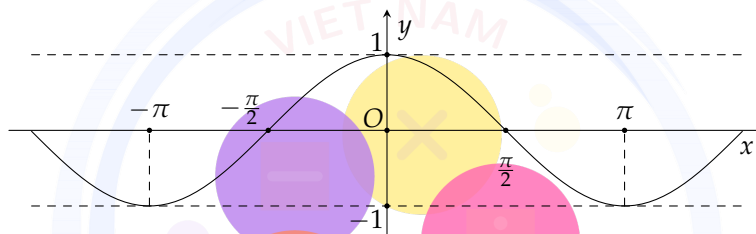
Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chu kỳ T của hàm số $y = \cos\left(\frac{x}{2} - 2024\right)$ là

- A. $T = \pi$.
 B. $T = -2\pi$.
 C. $T = 4\pi$.
 D. $T = 2\pi$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin x$ là

- A. $T = \mathbb{R}$.
 B. $T = [-2; 2]$.
 C. $T = [0; 1]$.
 D. $T = [-1; 1]$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D**. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = 1 - \sin x$.
 B. $y = \cos x$.
 C. $y = \sin x$.
 D. $y = 1 + \sin x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \cos x$.

- a) Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathcal{D} = [-1; 1]$.
 b) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0; 1)$.
 c) Đồ thị hàm số đã cho nhận trục tung làm trục đối xứng.
 d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô phỏng bởi công thức $h(t) = 31 + 3 \sin\left[\frac{\pi}{12}(t - 9)\right]$, với h tính bằng $^{\circ}\text{C}$ và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ ($0 < t \leq 24$).

- a) Nhiệt độ ngoài trời ở thành phố đó vào lúc 9 giờ sáng là 31°C .
 b) Nhiệt độ ngoài trời ở thành phố đó vào lúc 7 giờ tối là $32,5^{\circ}\text{C}$.
 c) Nhiệt độ thấp nhất trong ngày là 30°C .
 d) Vào lúc 15 giờ trong ngày thì nhiệt độ ngoài trời ở thành phố đó là cao nhất.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -4 \cos^2 x + 2 + \pi$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

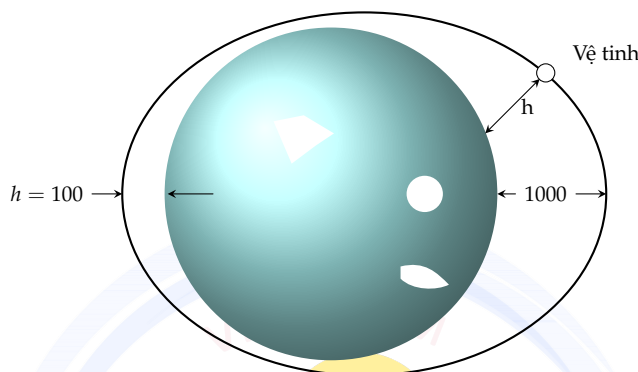
🔍

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ

tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu lần lượt gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t) = 100 + 20 \sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right)$, ở đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo giây. Có bao nhiêu lần huyết áp đạt 100 mmHg trong khoảng từ 0 đến 1 giây?

🔍

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vệ tinh bay quanh trái đất theo một quỹ đạo hình elip như hình vẽ sau:



Độ cao h (tính bằng kilômét) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cos\left(\frac{\pi t}{50}\right)$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo.

Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km. Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó (thời gian tính bằng phút và làm tròn đến hàng phần mười).

🔍

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chiều cao so với mực nước biển trung bình tại thời điểm t (giây) của mỗi cơn sóng được cho bởi hàm số $h(t) = 75 \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$, trong đó $h(t)$ được tính bằng centimét. Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t = 0$ giây), có bao nhiêu thời điểm mà sóng đạt chiều cao lớn nhất?

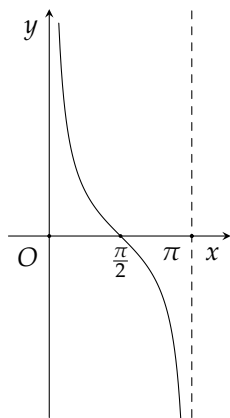
🔍

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = f(x) = 2 \cos x + 5$.

- Chứng minh rằng hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn.
- Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$.
- Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục tung.

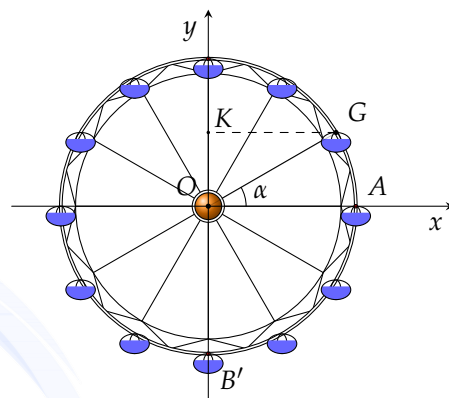
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). a) Cho hàm số $y = \cot x$ có đồ thị trên $(0; \pi)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = \cot x$ nhận giá trị dương khi nào? Hàm số $y = \cot x$ nhận giá trị âm khi nào?



b) Tìm chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \cot(-3x)$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Xét khoảng cách từ tâm của một guồng nước Pù Luông đến mặt nước và bán kính của guồng đều bằng 2,5 m. Xét gàu G của guồng, ban đầu gàu của guồng ở vị trí A như hình vẽ.

- Tìm hàm số h biểu diễn chiều cao tính bằng mét của gàu G so với mặt nước theo góc $\alpha = (\overline{OA}, \overline{OG})$.
- Guồng nước quay hết mỗi vòng trong 30 giây. Biểu diễn góc quay của gàu G theo thời gian t (giây).
- Tìm các thời điểm mà khoảng cách giữa gàu và mặt nước đạt giá trị lớn nhất trong 1 phút đầu tiên.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. C 3. B 4. D 5. B 6. D 7. D 8. B 9. B 10. C 11. B 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c Đ d S

Câu 2. a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 5 , 1 4

Câu 2. 2

Câu 3. 3 6 , 6

Câu 4. 2



C. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Số nghiệm trên đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình $\sin x = 0$ là

A. 10.

B. 12.

C. 5.

D. 11.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\sin 3x - \cos x = 0$ là

A. $\left\{ k\pi; k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $3 \sin x + m - 2 = 0$ có nghiệm?

A. 7.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

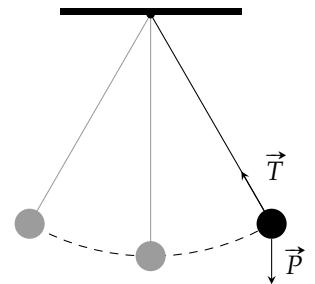
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho phương trình $\frac{\sin 2x - \sin x}{\cos x + 1} = 0$.

- a) Điều kiện xác định của phương trình là $x \neq \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- b) Phương trình có nghiệm $x = \pi$.
- c) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{3}$.
- d) Số nghiệm của phương trình trên đoạn $[0; 2\pi]$ là 5.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 3 \cos \left(2t - \frac{\pi}{3} \right)$. Trong đó, $h = |x|$ (đơn vị: centimet) là khoảng cách từ vật tới vị trí cân bằng tính theo phương ngang được biểu diễn qua thời gian t (đơn vị: giây).

- a) Tại thời điểm bắt đầu dao động vật cách vị trí cân bằng 3 (cm).
- b) Trong 5 giây đầu tiên có 3 thời điểm mà $x = \frac{3}{2}$.
- c) Trong khoảng thời gian từ 0 đến 10 giây vật đi qua vị trí cân bằng 5 lần.
- d) Gọi t_0 là thời điểm đầu tiên để vật cách xa vị trí cân bằng nhất. Khi đó, ta có $t_0 \in (0; 1)$.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phương trình $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết tổng các nghiệm phương trình $\tan \left(2x - \frac{\pi}{12} \right) = 1$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$ bằng $-\frac{\pi}{m}$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

☞

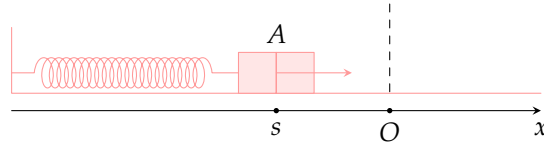
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tại một cảng biển, mực nước biển được cho bởi công thức $h = 15 + 3 \cos \left(\frac{\pi}{12} t \right)$ với chiều cao của mực nước h (m) theo thời gian t (h) ($0 \leq t < 24$). Vào lúc mấy giờ chiều cao của mực nước biển là 12 (m)?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giải phương trình $2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) - \sqrt{3} = 0$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O như hình vẽ sau:

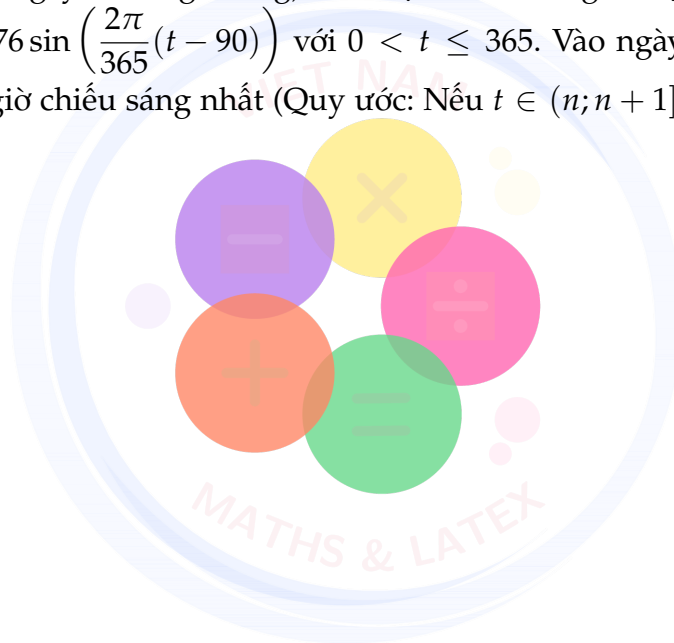


Toạ độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10 \sin \left(10t + \frac{\pi}{2} \right)$.

(Theo <https://www.britannica.com/science/simple-harmonic-motion>)

Vào các thời điểm nào thì $s = -5\sqrt{3}$ (cm) ?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t (ở đây t là số ngày tính từ ngày 1 tháng Giêng) của một năm không nhuận được mô hình hóa bởi hàm số $L(t) = 12 + 2,76 \sin \left(\frac{2\pi}{365}(t - 90) \right)$ với $0 < t \leq 365$. Vào ngày thứ mấy trong năm thì thành phố A có nhiều giờ chiếu sáng nhất (Quy ước: Nếu $t \in (n; n + 1]$, $n \in \mathbb{N}$ thì t là ngày thứ $n + 1$)?



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. C 3. B 4. B 5. B 6. D 7. B 8. D 9. D 10. D 11. B 12. D

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d S

Câu 2. a S b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 2

Câu 2. 3

Câu 3. 6

Câu 4. 1 2



Biên soạn: Lâm Tú

Phản biện: Ngô Chương Toàn Phúc

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc lượng giác α . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin(-\alpha) = \sin \alpha$.

B. $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$.

C. $\tan(-\alpha) = \tan \alpha$, với $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$ với $\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\cos 75^\circ$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ bằng

A. $\frac{12}{13}$.

B. $\frac{8}{13}$.

C. $-\frac{8}{13}$.

D. $-\frac{12}{13}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho các góc α, β thỏa mãn $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Giá trị của $\sin(\alpha + \beta)$ bằng

A. $-\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$.

B. $\frac{2\sqrt{10} - 2}{9}$.

C. $\frac{\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}{9}$.

D. $\frac{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{9}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 2m$.

B. $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{m}{2}$.

C. $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{m}{\sqrt{2}}$.

D. $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = m\sqrt{2}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = x$ và $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin 2\alpha = 2x\sqrt{1+x^2}$.

B. $\sin 2\alpha = \frac{1-x^2}{1+x^2}$.

C. $\sin 2\alpha = \frac{2x}{1-x^2}$.

D. $\sin 2\alpha = \frac{2x}{1+x^2}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

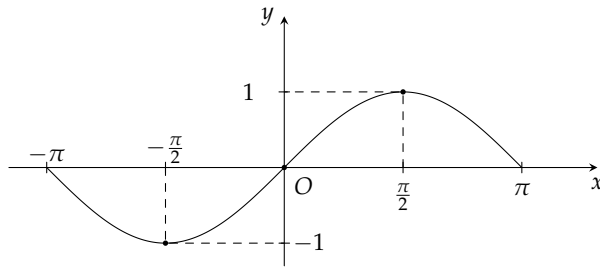
A. \mathbb{R} .

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\pi + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị trên khoảng $(-\pi; \pi)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\pi; 0)$. B. $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. C. $(0; \pi)$. D. $(\frac{\pi}{2}; \pi)$.

Câu 9 (VN-MATHS & ITEX). Hàm số $y = \sin^2 2x - \cos^2 2x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng

- A. 2π . B. π . C. $\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 10 (VN-MATHS & ITEX). Tập nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

- A. $\{\pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\{\frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 C. $\{\frac{7\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 11 (VN-MATHS & ITEX). Phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

- A. $\cos x = \frac{1}{2}$. B. $\sin x - \cos x = 2$.
 C. $\sin(5x + 1) = 1$. D. $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$.

Câu 12 (VN-MATHS & ITEX). Phương trình $\sin 2x = -1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & ITEX). Cho góc x thỏa mãn $\cos x = \frac{1}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < 0$.

- a) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) > 0$. b) $\sin 2x = \frac{4\sqrt{2}}{9}$.
 c) $\cos(x + \frac{4\pi}{3}) = -\frac{1 + 3\sqrt{6}}{6}$. d) $\sin x + \sin 3x = -\frac{8\sqrt{2}}{27}$.

Câu 2 (VN-MATHS & ITEX). Cho hàm số $f(x) = -2 \sin(2x - \frac{\pi}{2}) + 2025$.

- a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là \mathbb{R} .
 b) Hàm số $f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
 c) Hàm số $f(x)$ không chẵn, không lẻ.
 d) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & ITEX). Biết nghiệm phương trình lượng giác $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$ có dạng $x = \frac{\pi}{a} + k \cdot b\pi$ ($a, b, k \in \mathbb{Z}, a \neq 0$). Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

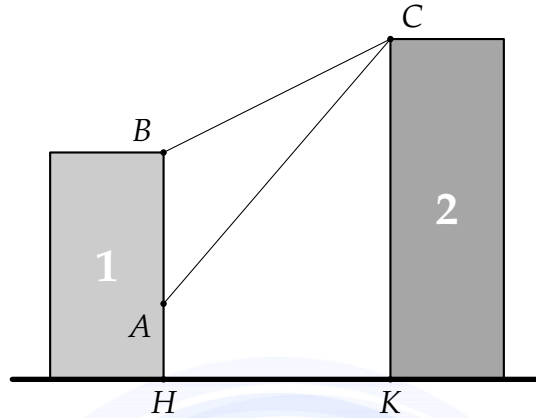
Câu 2 (VN-MATHS & ITEX). Tổng số giờ ban ngày của ngày thứ x trong năm ở thành phố A được tính bởi công thức $g(x) = 3 \sin(0,0172x - 1,376) + 12$, với $1 \leq x \leq 365$. Hỏi ngày thứ mấy trong năm có số giờ ban ngày dài nhất (Quy ước: Nếu $x \in (n; n + 1], n \in \mathbb{N}$ thì x là ngày thứ $n + 1$)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hai thành phố A và B có cùng kinh độ. Vĩ tuyến của thành phố A là 10° Bắc và vĩ tuyến của thành phố B là 40° Bắc. Giả sử bán kính trái đất là 3 960 dặm. Khoảng cách giữa hai thành phố này bằng bao nhiêu dặm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20$ m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được như hình vẽ sau:



Biết rằng $CK = 32$ m, $AH = 6$ m và $BH = 24$ m. Tính số đo góc \widehat{ACB} (đơn vị: độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

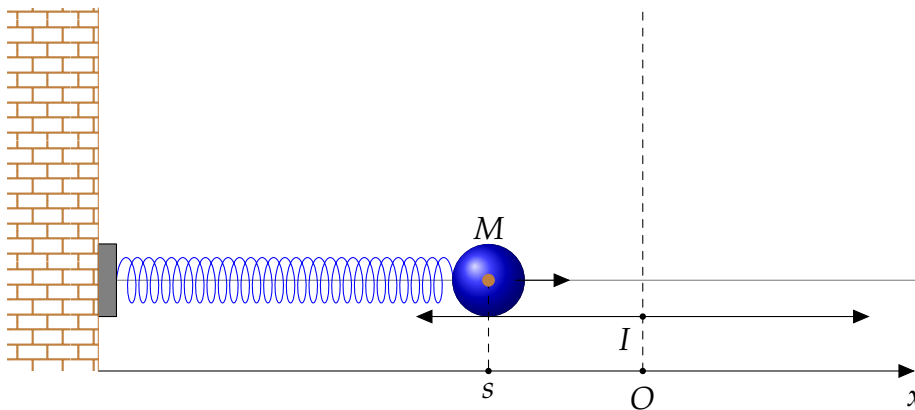
☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giả sử vận tốc v (tính bằng lít/giây) của luồng khí trong một chu kì hô hấp (tức là thời gian từ lúc bắt đầu của một nhịp thở đến khi bắt đầu của nhịp thở tiếp theo) của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi được cho bởi công thức $v = 0,85 \sin \frac{\pi t}{3}$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây). Biết rằng quá trình hít vào xảy ra khi $v > 0$ và quá trình thở ra xảy ra khi $v < 0$. Trong khoảng thời gian từ 5 đến 10 giây, khoảng thời điểm sau a giây đến trước b giây thì người đó hít vào. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I như hình vẽ sau:



Biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox, tọa độ điểm M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại lượng s (đơn vị: cm) được tính bởi công thức $s = 8,6 \sin \left(8t + \frac{\pi}{2} \right)$. Có bao nhiêu thời điểm trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3$ cm?

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. C 3. D 4. A 5. C 6. D 7. D 8. D 9. C 10. D 11. B 12. A

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d Đ

Câu 2.

a Đ b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

7

Câu 2.

1 7 2

Câu 3.

2 0 7 3

Câu 4.

3 0 , 6



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

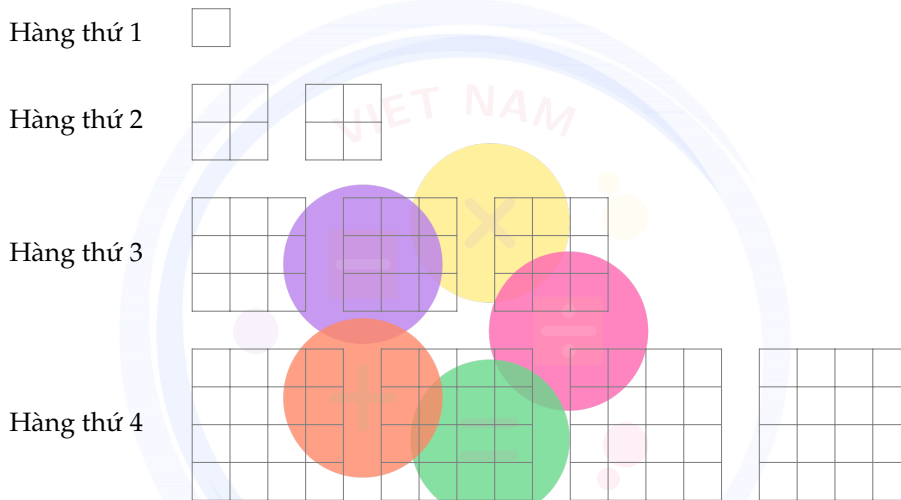
Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số hữu hạn 1; 3; 5; 7; 9; 11. Công thức xác định dãy số trên là

- A. $u_n = n + 1$ với $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. B. $u_n = 2n + 1$ với $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
 C. $u_n = 2n - 1$ với $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. D. $u_n = n + 1$ với $n \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Gọi u_n là tổng diện tích của các hình vuông có ở hàng thứ n trong hình dưới (mỗi ô vuông nhỏ là 1 đơn vị diện tích). Giá trị của u_5 là



- A. 25. B. 125. C. 625. D. 1 250.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n + 1}{n + 2}$. Giá trị của u_1 bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Giá trị của u_5 bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{17}{12}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{71}{39}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) cho bởi hệ thức truy hồi: $u_1 = 2, u_{n+1} = 3u_n - 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Năm số hạng đầu của dãy số là

- A. $u_1 = 2, u_2 = 5, u_3 = 14, u_4 = 51, u_5 = 182$. B. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 18, u_5 = 82$.
 C. $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 10, u_4 = 28, u_5 = 72$. D. $u_1 = 2, u_2 = 5, u_3 = 14, u_4 = 41, u_5 = 122$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 5, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. (u_n) là dãy số tăng. B. (u_n) là dãy số giảm.
 C. (u_n) là dãy số không tăng, không giảm. D. $u_3 = 13$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. Dãy số (a_n) với $a_n = \frac{n+2}{n+1}$.

B. Dãy số (b_n) với $b_n = \frac{2n+1}{n+2}$.

C. Dãy số (c_n) với $c_n = (-1)^n$.

D. Dãy số (d_n) với $d_n = \frac{1}{2} \cdot 10^{n-1}$.

Câu 8 (VN-MATHS & LaTeX). Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn?

A. Dãy số (a_n) với $a_n = 2^{-n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy số (b_n) với $b_n = \tan n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy số (c_n) với $c_n = 3n+2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy số (d_n) với $d_n = \pi^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 9 (VN-MATHS & LaTeX). Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn trên?

A. Dãy số (u_n) với $u_n = n-1$.

B. Dãy số (v_n) với $v_n = n$.

C. Dãy số (x_n) với $x_n = 2n$.

D. Dãy số (y_n) với $y_n = 1-n$.

Câu 10 (VN-MATHS & LaTeX). Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn?

A. Dãy số (u_n) với $u_n = 1-n$.

B. Dãy số (v_n) với $v_n = \frac{2n-1}{n}$.

C. Dãy số (x_n) với $x_n = -3n+5$.

D. Dãy số (y_n) với $y_n = 2n+1$.

Câu 11 (VN-MATHS & LaTeX). Cho dãy số (u_n) với
$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_2 = 1 \\ u_{n+2} = u_n + u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$
. Số hạng thứ

tư của dãy số (u_n) là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Câu 12 (VN-MATHS & LaTeX). Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 100.

B. 150.

C. 200.

D. 250.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & LaTeX). Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n+1}{n+2}$.

a) $u_{10} = \frac{11}{12}$.

b) $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{(n+2)(n+3)}$.

c) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.

d) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

Câu 2 (VN-MATHS & LaTeX). Cho dãy số (u_n) có
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 4, \forall n \geq 1 \end{cases}$$
.

a) $u_2 = 7$.

b) Dãy số trên là một dãy số tăng.

c) Dãy số (u_n) bị chặn dưới.

d) Số hạng tổng quát của dãy số trên là $u_n = 4n + 7$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & LaTeX). Cho dãy số (u_n) có dạng khai triển $\frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{4}{7}; \frac{5}{9}; \dots$. Số hạng thứ 999 của dãy số (u_n) có dạng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, $a+b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & LaTeX). Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức tính lãi kép. Số tiền (triệu đồng) của ông An thu được sau n tháng được cho bởi công thức $A_n = A_0 \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^n$, với A_0 là số tiền ban đầu (triệu đồng). Sau 2 năm, ông An muốn rút ra 50 triệu đồng để làm vốn kinh doanh. Số tiền còn lại ông vẫn gửi ngân hàng với

lãi suất 6% một năm. Vậy sau 2 năm nữa, số tiền trong tài khoản của ông An là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) xác định bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$

Số hạng thứ 1 000 của dãy số (u_n) có dạng $2^a - b$. Tính $a + b$.

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Lớp 11A lập ra kế hoạch quyên góp tiền để chuẩn bị 52 phần quà cho các bệnh nhân ở bệnh viện, mỗi phần trị giá 50 000 đồng với kế hoạch thực hiện như sau: Ngày đầu tiên, tất cả học sinh đều thống nhất mỗi bạn bỏ 2 000 đồng vào heo đất, từ ngày thứ hai trở đi mỗi bạn bỏ vào heo đất hơn ngày liền trước là 1 000 đồng. Do đó, tổng số tiền mà mỗi bạn bỏ vào heo đất ở ngày thứ n được biểu thị theo công thức là $S_n = \frac{n [4 000 + (n - 1) \cdot 1 000]}{2}$. Biết rằng lớp 11A có số 40 học sinh, các thành viên trong lớp đều bỏ heo đất đều đặn theo kế hoạch đã thống nhất. Hỏi sau mấy ngày thì tập thể lớp 11A có vừa đủ số tiền (không góp dư) để thực hiện kế hoạch từ thiện của mình?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{5n + 2}{n + 4}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Vi khuẩn E. Coli sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E. Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 12 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E. Coli trong cơ thể? Giả sử có một nguồn dinh dưỡng vô hạn để vi khuẩn E. Coli duy trì tốc độ phân chia như cũ trong 48 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 48 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E. Coli trong cơ thể?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2(n + 1), \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. B 3. B 4. C 5. D 6. A 7. A 8. A 9. D 10. B 11. D 12. D

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c S d Đ

Câu 2.

a Đ b Đ c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1.

2 9 9 9

Câu 2.

7 1

Câu 3.

1 0 0 1

Câu 4.

1 0



Biên soạn: Phạm Quốc Toàn

Phản biện: Trần Hưng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. 1; 4; 9; 16; 25. B. -4; -2; 0; 2; 4. C. $-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{7}{2}; \frac{13}{2}; \frac{15}{2}$. D. $-1; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}; \frac{2}{5}; 1$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng $-3; -\frac{11}{4}; -\frac{5}{2}; -\frac{9}{4}; -2$. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số cộng đó.

- A. $u_1 = -3$. B. $u_1 = 7$. C. $u_1 = 3$. D. $u_1 = -7$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = -2n + 1$, $(n \in \mathbb{N}^*)$. Số hạng đầu của cấp số cộng đó là

- A. -1. B. 3. C. -4. D. -3.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng với số hạng thứ hai trong cấp số cộng là 7 và số hạng thứ bảy trong cấp số cộng là -8. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

- A. -5. B. -2. C. -1. D. -3.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết số hạng đầu $u_1 = -3$ và công sai $d = 5$. Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng là

- A. $u_n = (-3) \cdot 5^{n-1}$. B. $u_n = 5n + 8$. C. $u_n = 5n + 2$. D. $u_n = 5n - 8$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết số hạng đầu $u_1 = \sqrt{2}$ và công sai $d = 3\sqrt{2}$. Số hạng thứ năm của cấp số cộng bằng

- A. $u_5 = 11\sqrt{2}$. B. $u_5 = 4\sqrt{2}$. C. $u_5 = 13\sqrt{2}$. D. $u_5 = 324\sqrt{2}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d là

- A. $S_n = \frac{(u_1 + nu_n) \cdot n}{2}$. B. $S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d] \cdot n}{2}$.
C. $S_n = \frac{[u_1 + (n-1)d] \cdot n}{2}$. D. $S_n = \frac{[2u_1 + nd] \cdot n}{2}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$ là

- A. $S_{20} = 550$. B. $S_{20} = 650$. C. $S_{20} = 530$. D. $S_{20} = 570$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_n = -1$, $u_{n+1} = 8$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A. $d = -9$. B. $d = 7$. C. $d = 9$. D. $d = -7$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_{21} = -19$, $S_{22} = 0$. Khi đó, công sai d của cấp số cộng đó bằng

- A. $d = -2$. B. $d = 4$. C. $d = 6$. D. $d = 8$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một người nông dân trồng bắp trên 10 luống đất với 11 cây ở luống thứ nhất, 14 cây ở luống thứ hai, 17 cây ở luống thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức

là luống sau nhiều hơn luống liền trước nó 3 cây. Giả sử gọi u_1 là số cây ở luống thứ nhất, u_2 là số cây ở luống thứ hai, ..., u_{10} là số cây ở luống thứ mười thì khi đó dãy số $u_1; u_2; \dots; u_{10}$ là

- A. Một cấp số nhân. B. Một cấp số cộng. C. Một dãy số giảm. D. Một dãy số vô hạn.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bạn Nam cần tiết kiệm một số tiền để có thể mua xe máy có giá 47 triệu đồng. Bạn Nam quyết định bỏ ông tiết kiệm với hình thức như sau: tháng thứ nhất bỏ ông 5 triệu đồng, tháng thứ hai nhiều hơn tháng thứ nhất n triệu đồng, tháng thứ ba nhiều hơn tháng thứ hai n triệu đồng và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là tháng sau nhiều hơn tháng liền trước nó n triệu đồng. Biết rằng đến tháng thứ 15 bạn Nam đã đủ tiền để mua xe. Tính n .

- A. $n = 5$ triệu đồng. B. $n = 3$ triệu đồng. C. $n = 4$ triệu đồng. D. $n = 6$ triệu đồng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 4$. Khi đó

- a) Công thức cho số hạng tổng quát là $u_n = 4n - 6$.
b) Số 394 là số hạng thứ 100 của cấp số cộng đã cho.
c) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 19 600.
d) Tổng $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{100}$ là 5 000.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3, u_5 = 9$.

- a) Số hạng đầu tiên của cấp số cộng trên là 1.
b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng trên là $u_n = 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
c) Tổng của 100 số hạng đầu tiên của dãy trên là $S_{100} = 10\,000$.
d) Gọi B là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng trên. Khi đó $10B + 8$ là một số chính phương.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết số hạng đầu $u_1 = 4$, công sai $d = -3$. Hỏi -437 là tổng bao nhiêu số hạng đầu tiên của cấp số cộng?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = -3$ và $u_8 = -23$. Tính tổng 16 số hạng đầu của cấp số cộng.

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một đội khoan giếng đưa ra giá khoan tính như sau: Mét đầu tiên có giá 200 nghìn đồng, mỗi mét tiếp theo có giá cao hơn 40 nghìn đồng so với mét trước đó. Máy khoan tối đa được chiều sâu 50 m. Giá khoan ở mét thứ mười là bao nhiêu (đơn vị nghìn đồng)?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$ và $u_{20} = 60$. Tổng của 24 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

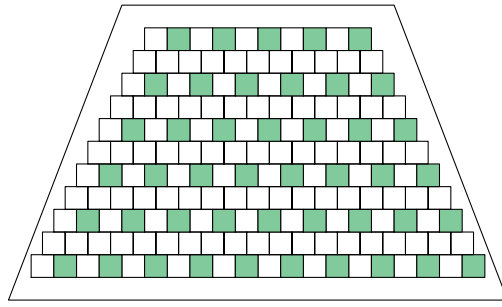
☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một người lên kế hoạch tập chạy bộ như sau: Ngày thứ nhất, người đó chạy 2 km, cứ mỗi ngày kế tiếp, người đó chạy nhiều hơn 200 m so với ngày trước đó cho đến khi đạt được mức ổn định 10 km một ngày. Tính tổng quãng đường người đó chạy được sau 60 ngày.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có bao nhiêu hàng ghế trong một góc khán đài của một sân vận động, biết rằng góc khán đài đó có 2 040 chỗ ngồi, hàng ghế đầu tiên có 10 chỗ ngồi và mỗi hàng ghế sau có thêm 4 chỗ ngồi so với hàng ghế ngay trước nó?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng 2,4 m ở đáy lớn và rộng 1,2 m ở đáy bé (hình vẽ bên dưới). Các viên gạch hình vuông có kích thước 10 cm \times 10 cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. A 3. A 4. D 5. D 6. C 7. B 8. C 9. C 10. A 11. B 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b Đ c Đ d S

Câu 2. a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. 1 9

Câu 2. - 4 0 0

Câu 3. 5 6 0

Câu 4. 5 4 0



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cấp số nhân (u_n) với công bội q được cho bởi hệ thức truy hồi nào sau đây?

A. $u_n = u_{n-1} + (n-1)q, \forall n \geq 2.$

B. $u_n = u_{n-1} \cdot q, \forall n \geq 2.$

C. $u_n = u_{n-1} + q, \forall n \geq 2.$

D. $u_n = \frac{u_{n-1}}{q}, \forall n \geq 2.$

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 4$ và công bội $q = -3$. Số hạng thứ năm của (u_n) là

A. $u_5 = -324.$

B. $u_5 = 324.$

C. $u_5 = -972.$

D. $u_5 = 972.$

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_n = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân trên là

A. $u_1 = 3, q = -3.$

B. $u_1 = -3, q = 3.$

C. $u_1 = 1, q = 3.$

D. $u_1 = 3, q = 3.$

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ ba của cấp số nhân đã cho bằng

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 5u_n \end{cases}$. Số hạng thứ năm của (u_n) là

A. $u_5 = 1250.$

B. $u_5 = -1250.$

C. $u_5 = 6250.$

D. $u_5 = -6250.$

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một tam giác có số đo các góc lập thành cấp số nhân có công bội $q = 2$. Số đo các góc của tam giác đã cho lần lượt là

A. $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}.$

B. $\frac{\pi}{7}, \frac{2\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}.$

C. $\frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}.$

D. $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{6}, \frac{4\pi}{6}.$

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân có số hạng đầu bằng 2 và công bội bằng -3 . Số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho bằng

A. 162.

B. $-486.$

C. $-48.$

D. $-96.$

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Số hạng thứ tám của cấp số nhân vô hạn $81, -27, 9, \dots$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{27}.$

B. $-\frac{1}{27}.$

C. $-177147.$

D. 531411.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho một cấp số nhân gồm các số hạng dương. Biết số hạng thứ 8 bằng 4374 và số hạng thứ 12 bằng 354294. Số hạng thứ 15 của cấp số nhân đó bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{27}.$

B. $-\frac{1}{27}.$

C. $-177147.$

D. 9565938.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội là $q = 2$. Tổng của năm số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng

A. 243.

B. 90.

C. 91.

D. 93.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân có số hạng đầu là u_1 , công bội là q ($q \neq 1$). Công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số nhân trên là

A. $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$.

B. $S_n = n \cdot u_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$.

C. $S_n = \frac{u_1(q^n + 1)}{1 - q}$.

D. $S_n = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2 048 bằng

A. $\frac{1365}{2}$.

B. $\frac{5416}{2}$.

C. $\frac{5461}{2}$.

D. $\frac{21845}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8. \end{cases}$

a) Số hạng $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}$.

b) $u_5 - u_3 = -\frac{16}{81}$.

c) Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ tám của cấp số nhân.

d) Tổng chín số hạng đầu của cấp số nhân bằng 3.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: “Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay”. Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau.

a) Ngày thứ hai Aladin ước 6 điều.

b) Số điều ước của Aladin trong ngày thứ n được mô tả theo công thức $u_n = 3 \cdot 2^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

c) Tổng số điều ước ở ngày thứ 4 và ngày 10 của Aladin là 1 560 điều ước.

d) Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Thần đèn đã giúp Aladin thực hiện được nhiều hơn 3 069 điều ước.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho năm số a, b, c, d, e tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0, biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 12$ và tổng của chúng bằng 48. Tính giá trị $|S|$ với $S = abcde$.

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một kỹ sư mới ra trường làm việc với mức lương khởi điểm là 5 000 000 đồng/tháng. Cứ sau 9 tháng làm việc, mức lương của kỹ sư đó lại được tăng thêm 10%. Hỏi sau 4 năm làm việc tổng số tiền lương kỹ sư đó nhận được là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến đơn vị triệu đồng)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong một hồ sen, số lá sen của ngày hôm sau gấp 3 lần số lá sen của ngày hôm trước. Biết rằng ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 10 thì hồ đầy lá sen. Hỏi nếu ngày đầu có 27 lá sen thì đến ngày thứ mấy hồ sẽ đầy lá sen?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Anh Hoàng kí hợp đồng lao động với một công ti trong 15 năm với phương án trả lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Hoàng là 144 triệu đồng. Kể

từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh được tăng thêm 5% so với năm trước đó. Tính tổng số tiền lương anh Hoàng nhận được trong 15 năm đầu đi làm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị triệu đồng).

🔍

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Tìm số hạng tổng quát của (u_n) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Các số $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x - 1, y + 2, x - 3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $x^2 - 2y$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Do ảnh hưởng của dịch Covid-19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng?



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. B 3. D 4. B 5. B 6. B 7. A 8. B 9. D 10. D 11. D 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c S d S

Câu 2.

a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1.

3 2

Câu 2.

2 9 9

Câu 3.

7

Câu 4.

3 1 0 7



Biên soạn: Trần Tiến Đức
Phản biện: Phan Văn Thành

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu của dãy số đã cho là

- A. $u_1 = -\frac{1}{3}$. B. $u_1 = \frac{1}{4}$. C. $u_1 = \frac{2}{3}$. D. $u_1 = \frac{1}{3}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Ba số hạng đầu của dãy số (u_n) là

- A. 1; 4; 7. B. -1; 2; 5. C. 4; 7; 10. D. -1; 3; 7.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{n^2 + n}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = 0$. B. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{2}$.
C. Dãy số bị chặn dưới bởi số $M = \frac{1}{2}$. D. Dãy số bị chặn dưới bởi số $M = 2$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 5$. Số hạng thứ tư của cấp số cộng đã cho là

- A. $u_4 = 23$. B. $u_4 = 18$. C. $u_4 = 8$. D. $u_4 = 14$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 26 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A. $S = 429$. B. $S = 24$. C. $S = 42$. D. $S = 29$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 28$ và công sai $d = -6$. Số -32 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_{27} = -76$ và $u_{83} = -244$. Khi đó số hạng đầu u_1 của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng có $u_1 = -1$ và $S_{23} = 483$. Công sai của cấp số cộng là

- A. $d = 3$. B. $d = 2$. C. $d = 4$. D. $d = -2$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của cấp số nhân là

- A. $u_6 = -320$. B. $u_6 = 320$. C. $u_6 = 160$. D. $u_6 = -160$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_n = 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân trên là

- A. $u_1 = 2; q = -2$. B. $u_1 = -2; q = 2$. C. $u_1 = 1; q = 2$. D. $u_1 = 2; q = 2$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Tổng của 6 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho là

- A. $S_6 = -\frac{155}{3}$. B. $S_6 = -\frac{315}{3}$. C. $S_6 = -315$. D. $S_6 = 315$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một cấp số nhân có công bội $q > 0$. Biết số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64. Số hạng tổng quát của cấp số nhân đó là

- A. $u_n = 2^{n-1}$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = 2^{n-1}$. D. $u_n = 2n$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng thoả mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108. \end{cases}$

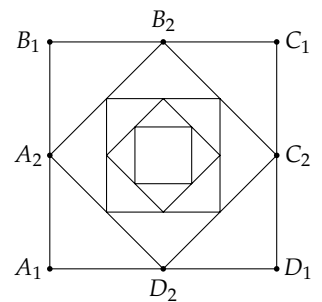
- a) Số hạng đầu của cấp số nhân trên bằng 9.
 b) Công bội của cấp số nhân trên là $q = 3$.
 c) Tổng 9 số hạng đầu tiên của cấp số nhân trên bằng 4 599.
 d) Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân đã cho.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 40 cm và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi 8 cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 300 cm và bậc cuối cùng của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 68 cm. Phần bề mặt bậc cầu thang sử dụng vật liệu gỗ có giá thành 2 000 000 đồng trên một mét vuông.

- a) Chiều dài các bậc cầu thang từ dưới lên trên theo thứ tự là một cấp số cộng với công sai $d = 8$.
 b) Chiều dài của bậc thang thứ 5 (tính theo đơn vị cm) là một số chia hết cho 3.
 c) Cầu thang có tất cả 30 bậc.
 d) Số tiền phần vật liệu gỗ dùng để làm bề mặt bậc cầu thang lớn hơn 40 triệu đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 6 m. Ta lấy trung điểm các cạnh hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ để tạo thành hình vuông mới $A_2B_2C_2D_2$. Từ hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ lại làm tiếp tục như trên ta được hình vuông $A_3B_3C_3D_3$. Cứ tiếp tục quá trình như trên ta được dãy các hình vuông $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, A_3B_3C_3D_3, \dots, A_kB_kC_kD_k$ có diện tích tương ứng là $S_1, S_2, S_3, \dots, S_k$. Đặt $T = S_1 + S_2 + \dots + S_k$. Biết $T = 69,75 \text{ m}^2$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?



☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Ở một công viên người ta trồng một số loài hoa hai bên đường từ cổng vào công viên sao cho các cây được trồng thẳng 2 hàng dọc và khoảng cách giữa các cây ở mỗi hàng bằng 1 m. Họ trồng tất cả 10 loài hoa trong đó có 100 cây hoa cúc và 100 cây hoa huệ. Những cây hoa cúc được trồng ở hàng bên phải, cây hoa cúc đầu tiên được trồng ở vị trí thứ tư của hàng và cứ cách 3 cây hoa khác lại trồng 1 cây hoa cúc. Những cây hoa huệ được trồng ở hàng bên trái, cây hoa huệ đầu tiên được trồng ở vị trí thứ nhất và cứ cách 5 cây hoa khác lại trồng 1 cây hoa huệ. Hỏi có bao nhiêu cặp cây hoa cúc và cây hoa huệ được trồng thẳng hàng ngang?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho một cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 0$. Biết $u_2 = 6$ và $u_4 = 24$. Giá trị $u_1 + 1011q$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Biết số tiền (triệu đồng) của anh Nam nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau n kì hạn được cho bởi công thức $T = A(1 + r)^n$ trong đó A là số tiền gửi vào ngân hàng, r là lãi suất của mỗi kì hạn. Hỏi sau một năm số tiền (cả vốn lẫn lãi) anh Nam nhận được là bao nhiêu triệu đồng (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

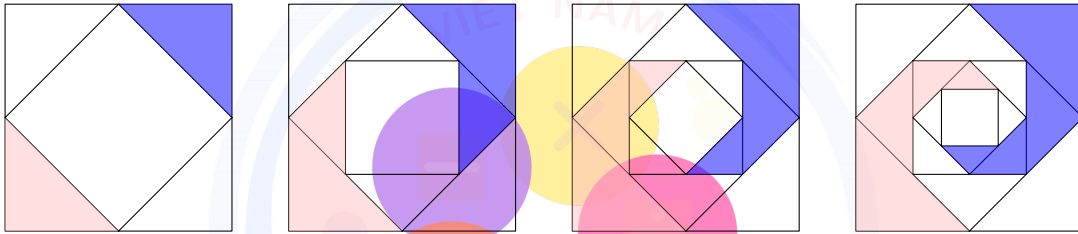
🔍

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n^2 + 5n - 59}{n + 1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số đã cho có bao nhiêu số hạng nhỏ hơn 1.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) . Biết $S_{5n+1} + S_n = \frac{26n^2 + 22n + 3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một hình vuông kích thước $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, và tô kín màu lên hai tam giác đối diện (tham khảo hình vẽ). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 6 lần. Tính số tiền sơn người thợ thủ công đó phải mua để hoàn thành công việc trang trí hình vuông như trên. Biết tiền nước sơn để sơn 1 m^2 là 60 000 đồng.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. B 3. B 4. B 5. A 6. C 7. D 8. B 9. D 10. D 11. B 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d S

Câu 2. a S b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 5

Câu 2. 2 0

Câu 3. 2 0 2 5

Câu 4. 2 1 9



Biên soạn: Nguyễn Trần Dương Quang
 Phân biệt: Trần Công Hưng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{9}{1945n}\right)$ là

- A. $-\infty$. B. 1. C. 2. D. $+\infty$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -1$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = 2$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = 2$.
 C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = -3$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = -3$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n^2 + 5n + 1954}{n^2 + 1}$ là

- A. $+\infty$. B. 5. C. 1954. D. 7.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $u_n \geq 0$, $v_n < 0$ với mọi n . Biết $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = a$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{v_n} = b$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{v_n} = \sqrt{b}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = 2$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 7v_n} = 5$.
 C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 7v_n} = 2 + \sqrt{21}$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{v_n} = \sqrt{3}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{30n + 4n^2 + 1975}}{n + 1}$ là

- A. 2. B. $\sqrt{30}$. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và tổng của cấp số nhân là $S = -6$. Công bội của (u_n) bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tổng $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \frac{3}{4^n}$. Tổng của cấp số nhân này bằng

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 6.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^4 + 2n^2 + 1)$ là

- A. 0. B. 3. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-n^4 - 5n + 11)$ là

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 1. D. -1.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2^n - 5^n)$ là

- A. $+\infty$. B. 2. C. -2. D. $-\infty$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai dãy số u_n và v_n với $u_n = n^2 + n + 1$ và $v_n = 1 - n$.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$. b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.
 c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = -\infty$. d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{v_n}{u_n} = 0$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 - 8n - n}) + a^2$.

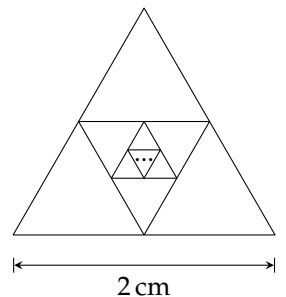
- a) Biến đổi $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 8n - n^2}{\sqrt{n^2 - 8n} + n} + a^2$. b) Biến đổi $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-8}{\sqrt{1 - \frac{8}{n} + \frac{1}{n}} + \frac{1}{n}} + a^2$.
 c) Với $a = 0$ thì $L = 0$. d) Có hai giá trị a thỏa mãn $L = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho số $a = 3,13131313\dots$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kỳ là 13, số a được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản dạng $a = \frac{x}{y}$, trong đó x và y là các số nguyên dương. Tổng $x + y$ bằng bao nhiêu?

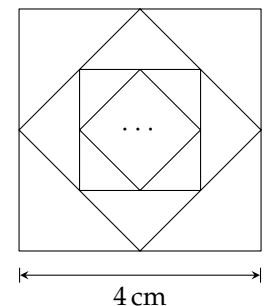
☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tam giác đều có cạnh bằng 2 cm, gọi là tam giác H_1 . Nối các trung điểm của các cạnh tam giác H_1 để tạo thành tam giác H_2 . Tiếp theo, nối các trung điểm của các cạnh tam giác H_2 để tạo thành tam giác H_3 (hình vẽ bên). Cứ tiếp tục như vậy, ta nhận được dãy các tam giác H_1, H_2, H_3, \dots Tổng chu vi của tất cả các tam giác trong dãy này bằng bao nhiêu?



☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Từ hình vuông có độ dài cạnh bằng 4 cm, người ta nối các trung điểm của cạnh hình vuông để tạo ra hình vuông mới như hình bên. Tiếp tục quá trình này đến vô hạn, ta nhận được dãy các hình vuông. Tổng diện tích của tất cả các hình vuông được tạo thành bằng bao nhiêu?



☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\lim_{n \rightarrow +\infty} [\sqrt{4n^2 - 3n + 1} - (an + b)] = 0$. Giá trị của $S = a + 8b$ bằng bao nhiêu?

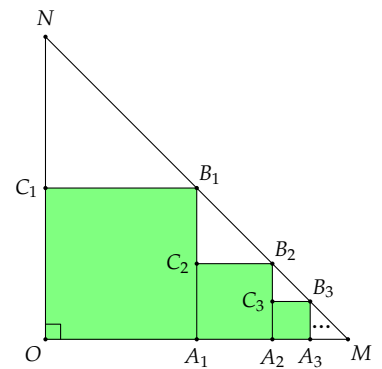
☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm tất cả các giá trị của a để $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2n + 1 - \sqrt{an^2 + 3n + 4}) = +\infty$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong một nhà máy, người ta đo được rằng 90% lượng nước sau khi sử dụng được xử lí và tái sử dụng. Khi quá trình xử lí và tái sử dụng lặp lại mãi mãi, để nhà máy sử dụng được tổng lượng nước là 1 000 m³ thì cần có bao nhiêu mét khối nước ban đầu được sử dụng?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tam giác OMN vuông cân tại O , $OM = ON = 5$. Trong tam giác OMN , vẽ hình vuông $OA_1B_1C_1$ sao cho các đỉnh A_1, B_1, C_1 lần lượt nằm trên các cạnh OM, MN, ON . Trong tam giác A_1MB_1 , vẽ hình vuông $A_1A_2B_2C_2$ sao cho các đỉnh A_2, B_2, C_2 lần lượt nằm trên các cạnh A_1M, MB_1, A_1B_1 . Tiếp tục quá trình đó mãi mãi, ta được một dãy các hình vuông (hình vẽ bên). Tính tổng diện tích các hình vuông này.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. A 3. D 4. B 5. C 6. A 7. A 8. C 9. C 10. D 11. A 12. D

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d Đ

Câu 2.

a Đ b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

4 0 9

Câu 2.

1 2

Câu 3.

3 2

Câu 4.

- 4



Biên soạn: Nguyễn Thị Thịnh
Phản biện: Nguyễn Hữu Duy

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho các giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. -6. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 6. D. $+\infty$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 1}{-x + 1}$ bằng

- A. -4. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + 2x}{-x + 7}$ bằng

- A. -2. B. 3. C. $\frac{3}{7}$. D. $-\frac{2}{7}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ bằng

- A. -1. B. -5. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^5 - 3x^2 + 1)$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 2.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 15}{x - 2}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $-\frac{15}{2}$. D. 1.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3 + 2x}{x + 2}$ bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $\frac{7}{4}$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x - 3)$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. -3. C. 0. D. $-\frac{7}{2}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn nào sau đây bằng $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 4}{x - 2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x + 4}{x - 2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x + 4}{x - 2}$. D. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x + 4}{x - 2}$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt[3]{2x^3 + x - 1})$ bằng

A. $+\infty$.B. $\frac{4}{3}$.C. $-\infty$.

D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & ITEX). Cho hai hàm số $f(x) = x^2 - 6x + 5$ và $g(x) = 10 - 2x$.

a) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$.

b) $\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = 12$.

c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{g(x)} = 3$.

d) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{f(x)}{[g(x)]^2} = +\infty$.

Câu 2 (VN-MATHS & ITEX). Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số $f(t) = \frac{27t + 10}{t + 5}$, trong đó $t > 0$ và $f(t)$ được tính bằng nghìn người. Tốc độ tăng dân số

của thị trấn vào năm thứ t_0 kể từ năm 2000 là $v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$ (nghìn người/năm).

a) Đến năm 2025 thì dân số của thị trấn là 14,5 nghìn người.

b) Khi thời gian t càng lớn thì số dân của thị trấn sẽ tiến đến gần 27 nghìn người.

c) Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm 2024 là 0,135 nghìn người/năm.

d) Từ sau năm 2000, có 6 năm tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1 000 người/năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & ITEX). Cho $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, a và b là các số nguyên dương. Giá trị $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & ITEX). Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 7x^2 + 11}{3x^6 + 2x^5 - 5}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & ITEX). Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x+x^2}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & ITEX). Giả sử khoảng cách từ đỉnh của vách đá đến mặt đất là 30 m. Một hòn đá rơi từ đỉnh của vách đá xuống đất, sau khoảng thời gian t giây, khoảng cách của nó so với đỉnh của vách đá là $s(t) = 5t^2$ (m). Giả sử vận tốc tại thời điểm t_0 được tính theo công thức

$v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$. Vận tốc của hòn đá tại thời điểm hòn đá chạm xuống đất là bao nhiêu

(đơn vị: m/s, làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

☞

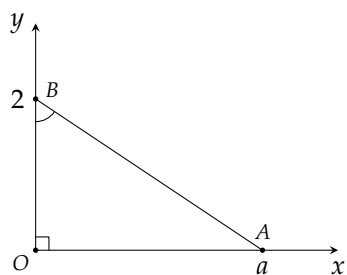
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & ITEX). Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 - x + 2} + 2x - 1)$.

Câu 2 (VN-MATHS & ITEX). Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 15000 + 200x$.

a) Tìm chi phí trung bình $\bar{C}(x)$ để sản xuất một sản phẩm.b) Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x)$ và cho biết ý nghĩa của kết quả.

Câu 3 (VN-MATHS & ITEX). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , lấy điểm A thuộc tia Ox và điểm $B(0;2)$ thuộc tia Oy . Giả sử hoành độ điểm A là $a > 0$ như hình vẽ sau:



- a) Khi điểm A dịch chuyển ra vô cực theo chiều dương trục Ox thì độ dài OH dần về bao nhiêu?
- b) Gọi H_1 là hình chiếu vuông góc H lên OA , H_2 là hình chiếu vuông góc của H_1 lên AB , H_3 là hình chiếu vuông góc H_2 lên OA , ... quá trình cứ lặp lại ta được dãy (H_n) . Bạn Quý cho rằng ta có thể sử dụng 1 đoạn dây đủ dài với chiều dài cho trước để nối các điểm $B, O, H, H_1, H_2, H_3, \dots$ dù A ở vị trí nào trên tia Ox . Theo em khẳng định của bạn Quý đúng hay sai, vì sao?



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. C 3. C 4. A 5. A 6. D 7. B 8. B 9. B 10. A 11. D 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c S d Đ

Câu 2.

a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

7

Câu 2.

0

Câu 3.

0

Câu 4.

2 4 , 5



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

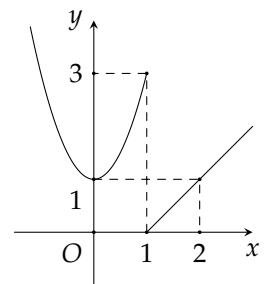
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

- A. $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$. B. $y = \frac{5x - 3}{2x - 1}$. C. $y = x^2 + 2x - 1$. D. $y = \frac{3x + 1}{x^2 + 1}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm nào sau đây?

- A. 0. B. 2.
C. 3. D. 1.



Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \frac{3x - 5}{x^3 - x}$. Hàm số liên tục tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Để hàm số liên tục tại điểm $x = 3$ thì giá trị thực của m bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $f(x) = \frac{2025}{x-1}$ không liên tục tại điểm nào sau đây?

- A. $x_0 = 1$. B. $x_0 = 2$. C. $x_0 = 3$. D. $x_0 = 4$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $y = f(x)$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq f(a); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) \neq f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq f(a); \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) \neq f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a); \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào sau đây liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \frac{2024}{\sin 2025x}$. C. $y = \frac{1}{2x^2 - 3}$. D. $y = \sqrt{x^2 - 2025}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 3]$. B. Hàm số $f(x)$ không liên tục trên $(1; 3)$.
C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$. D. Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $f(x) = \frac{x + 2025}{x^2 - 4x + 3}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 3)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (6-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-5;3]$ sao cho $f(-5) = 4$, $f(3) = -10$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây về số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trong khoảng $(-5;3)$.

- A. Phương trình vô nghiệm. B. Phương trình có ít nhất một nghiệm.
C. Phương trình có đúng một nghiệm. D. Phương trình có đúng hai nghiệm.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $f(-1) = 1$, $f(0) = -1$, $f(1) = 2$. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x + 3}{1 - x} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx - 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ (m là tham số).

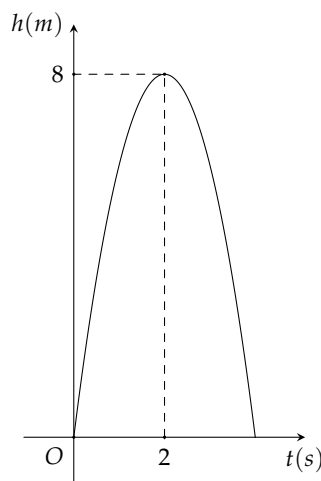
- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
b) Hàm số liên tục tại $x = 3$ với mọi giá trị tham số m .
c) Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
d) Hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} khi $m = 3$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai hàm số $f(x) = x^2 - 8x - 9$ và $g(x) = x^2 - 1$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
b) Hàm số $y = f(x) - g(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .
c) Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục trên \mathbb{R} .
d) Phương trình $f(x) \cdot g(x) = 9$ có ít nhất 1 nghiệm trên khoảng $(0; 1)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hình bên dưới biểu thị độ cao $h(t)$ (m) của một quả bóng được đá lên theo thời gian t (s).



Quả bóng đạt được độ cao 6 (m) bao nhiêu lần?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi nung nóng một vật với nhiệt độ tăng từ 20°C, mỗi phút tăng 5°C trong 60 phút, sau đó mỗi phút giảm 2°C trong 50 phút. Hàm số biểu thị nhiệt độ (°C) trong tủ theo thời gian t (phút) có dạng

$$T(t) = \begin{cases} 20 + 5t & \text{khi } 20 \leq t \leq 60 \\ a - 2t & \text{khi } 60 < t \leq 110. \end{cases}$$

Biết rằng quá trình tăng giảm nhiệt độ diễn ra liên tục. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 =$

1 thì giá trị của tham số m bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}$ với $a, b, c \in$

\mathbb{R} . Biết hàm số liên tục tại $x = \frac{1}{2}$. Tính $S = abc$.

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một hãng taxi đưa ra giá cước dựa trên số quãng đường di chuyển cho bởi hàm $T(x)$ (đồng) khi đi quãng đường x km cho loại xe 4 chỗ như sau:

$$T(x) = \begin{cases} 15000 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ a + (x-1) \cdot 14000 & \text{khi } 1 < x \leq 20 \\ b + (x-20) \cdot 12000 & \text{khi } x > 20. \end{cases}$$

Biết rằng tiền cước được cho bởi hàm số liên tục trên $[0; +\infty)$. Khi đó, $\frac{a}{b}$ bằng bao nhiêu?

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x-2} & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x - 3m & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm tham số m để hàm số liên tục tại $x = 2$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x-2} + 2x - 1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m - 4 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

liên tục trên \mathbb{R} .

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. D 3. D 4. A 5. A 6. B 7. A 8. A 9. A 10. B 11. B 12. A

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b Đ c Đ d S

Câu 2. a S b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 2

Câu 2. 4 4 0

Câu 3. 0 , 5

Câu 4. - 3 6



Biên soạn: Không Xuân Thạnh

Phản biện: Phúc

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $\left(\frac{1}{2}\right)^n$. B. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$. C. $\left(\frac{2018}{2017}\right)^n$. D. $\left(\frac{5}{2}\right)^n$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Dãy số có số hạng tổng quát sau đây có giới hạn khác 0?

- A. $\frac{1}{2n+1}$. B. $\left(-\frac{3}{4}\right)^n$. C. 1^n . D. $\frac{2025}{n^2}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 5$. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) - 3g(x)]$ bằng

- A. 0. B. -9. C. 8. D. -2.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ và $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) \cdot g(x)]$ bằng

- A. 0. B. 4. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + x - 3)$ bằng

- A. 1. B. -3. C. -4. D. -5.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x^2 + x}{x + 1}$ bằng

- A. 0. B. 2. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $a \neq 0$, giới hạn $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a}$ bằng

- A. $2a$. B. a . C. $4a$. D. $-a$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào trong các hàm số sau liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = \frac{2x}{x+1}$. C. $y = x + 1$. D. $y = \sqrt{x}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các hàm số sau hàm số nào liên tục trên $(-\infty; 1)$?

- A. $y = \frac{x+2}{x+3}$. B. $y = \frac{x}{x-2}$. C. $y = \frac{x}{x^2-1}$. D. $y = \sqrt{x+1}$.

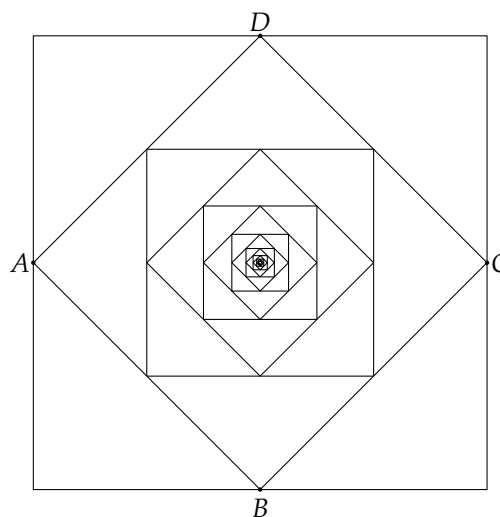
Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $y = \frac{2024-x}{x+2}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng

- A. 2024. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

- A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. B. $y = \frac{5x-3}{2x-1}$. C. $y = x^2 + 2x - 1$. D. $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho một hình vuông có diện tích là 1 m^2 . Gọi A, B, C, D lần lượt là trung điểm bốn cạnh của hình vuông, nối các trung điểm trên tạo thành hình vuông thứ hai. Lặp lại thao tác này, vẽ theo bốn trung điểm các cạnh của hình vuông $ABCD$ để được hình vuông thứ ba. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Tính tổng diện tích tất cả các hình vuông.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. C 3. B 4. C 5. B 6. C 7. A 8. C 9. A 10. D 11. A 12. B

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c Đ d S

Câu 2.

a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

0

Câu 2.

- 0 , 5

Câu 3.

4 4 0

Câu 4.

0 , 1 7



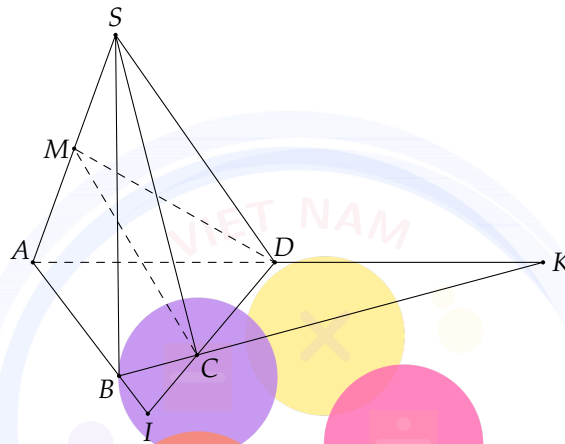
Biên soạn: Lâm Tú
Phản biện: Trần Hưng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, có $ABCD$ là tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song, M là trung điểm của SA . Gọi I là giao điểm của AB và CD , K là giao điểm của AD và CB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MCD) là



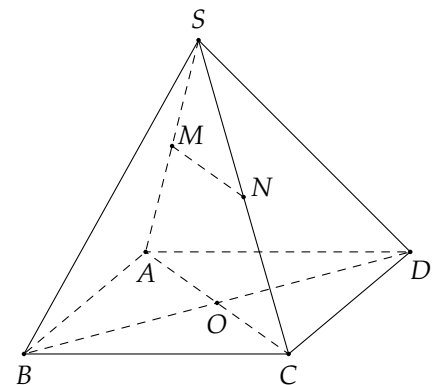
- A. MI . B. MK . C. IK . D. SI .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
B. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.
C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.
D. Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SC . Đường thẳng nào sau đây **không** thuộc mặt phẳng (SAC) ?

- A. SA . B. MN .
C. AC . D. BO .



Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

- A. 3. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Khi đó MN là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

- A. (MBC) và (NBD) . B. (MBC) và (NCD) . C. (MBC) và (NAD) . D. (ABN) và (NBD) .

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . K là giao điểm của MD và NB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (NBC) và (MCD) là

- A. CN . B. CM . C. AC . D. CK .

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Qua ba điểm xác định một và chỉ một mặt phẳng.
 B. Qua ba điểm phân biệt xác định một và chỉ một mặt phẳng.
 C. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định hai mặt phẳng.
 D. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt AB tại M . Diện tích tam giác MCD là

- A. $2a^2\sqrt{3}$. B. $a^2\sqrt{2}$. C. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

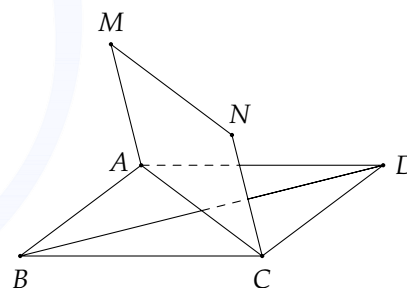
- A. AM, M là trung điểm AB . B. AN, N là trung điểm CD .
 C. AH, H là hình chiếu của B trên CD . D. AK, K là hình chiếu của C trên BD .

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, AB không song song với CD . Gọi điểm G là trung điểm của SD . Mặt phẳng (ABG) cắt cạnh SC tại E . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Ba cạnh AG, BE, CD đồng quy. B. Ba cạnh AD, BC, EG đồng quy.
 C. Ba cạnh AB, CD, EG đồng quy. D. Ba cạnh AE, BG, AD đồng quy.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $ABCD$ và $ACNM$ là hai hình bình hành không nằm trong cùng một mặt phẳng (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. B, M, D, N là 4 đỉnh của một hình bình hành.
 B. B, M, D, N là 4 đỉnh của một tứ diện.
 C. Đường thẳng MN và BD cắt nhau.
 D. B, M, D, N thẳng hàng.



Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là một điểm trên đoạn SA và $O = AC \cap BD$. Giao điểm của đường thẳng CM với mặt phẳng (SBD) là

- A. Điểm I với $I = CM \cap BD$. B. Điểm J với $J = CM \cap SO$.
 C. Điểm H với $H = CM \cap SB$. D. Điểm N với $N = CM \cap SD$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F, EF cắt AD tại G trong mặt phẳng $(ABCD)$.

- a) Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.
 b) AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.
 c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
 d) SG là giao tuyến của hai mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$, gọi $E = CD \cap NP$.

- a) MN là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABC) .
 b) Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E .

- c) Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP .
- d) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) . Khi đó $AQ = 3QD$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có AB và CD không song song. Điểm C' nằm trên cạnh SC (C' khác S). Giao tuyến của mặt phẳng (ABC') với các mặt của hình chóp tạo thành một đa giác có bao nhiêu cạnh?

Q.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên cạnh BD lấy điểm P sao cho $BP = 2DP$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (MNP) . Tỉ số $\frac{FA}{FD}$ bằng bao nhiêu?

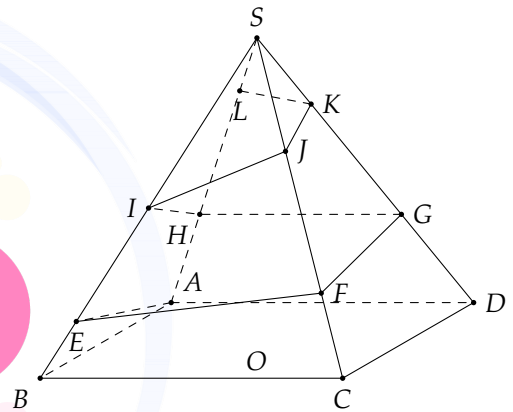
Q.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SD . Gọi M là giao điểm của BJ và CI . Tỉ số $\frac{MI}{MC}$ bằng bao nhiêu?

Q.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Người ta cần trang trí một mô hình kim tự tháp hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên đều bằng 200 cm, đáy là hình vuông, các góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSD} = \widehat{DSA} = 15^\circ$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $A E F G H I J K L S$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40$ cm. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu centimét dây đèn led để trang trí (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Q.



PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa hình thang $ABCD$ có đáy lớn AB . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC và I, J lần lượt là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD) . Tính $k = \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. B 3. D 4. D 5. C 6. D 7. D 8. B 9. B 10. C 11. B 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ

Câu 2. a Đ b Đ c S d S

PHẦN III.

Câu 1. 4

Câu 2. 2

Câu 3. 0, 5

Câu 4. 2 6 3



Biên soạn: Nguyễn Thái Hoàng

Phản biện: Phan Văn Thành

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

- A. SK (K là trung điểm của AB). B. SO .
C. SF (F là trung điểm của CD). D. SD .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AC và AD , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là

- A. Đường thẳng qua G và song song với BC . B. Đường thẳng BG .
C. Điểm G . D. Đường thẳng qua G và song song với CD .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. AC . B. BC . C. SO . D. BD .

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I là trung điểm của SB . Đường thẳng OI song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. SC . B. SD . C. SA . D. BD .

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với đáy lớn CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. MN và SD cắt nhau. B. MN và CD chéo nhau.
C. MN và SC cắt nhau. D. $MN \parallel CD$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. GE và CD chéo nhau. B. $GE \parallel CD$.
C. GE cắt AD . D. GE cắt CD .

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD . Đường thẳng MN song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AB . B. AC . C. BD . D. BC .

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B phân biệt thuộc a và C, D phân biệt thuộc b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Có thể song song hoặc cắt nhau. B. Cắt nhau.
C. Song song với nhau. D. Chéo nhau.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm của AC, BD, BC, CD, SA, SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

- A. MP và RT . B. MQ và RT . C. MN và RT . D. PQ và RT .

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của BD, AD . Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm tam giác BCD, ACD . Đường thẳng HG song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. MN . B. CD . C. CN . D. AB .

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ với M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

- A. $AB = BC$. B. $BC = AD$. C. $AC = BD$. D. $AB = CD$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chọn mệnh đề đúng.

- A. Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
 C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
 D. Hai đường thẳng song song thì chúng có thể chéo nhau.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Gọi M, N, E, F lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA . Gọi M', N', E', F' lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .

- a) Hai đường thẳng MN và $M'N'$ song song với nhau.
 b) Hai đường thẳng MN và EF chéo nhau.
 c) Hai đường thẳng MF và NE chéo nhau.
 d) Tứ giác $MNEF$ là hình bình hành.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD .

- a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 b) Giao điểm J của SA với mặt phẳng (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC .
 c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD .
 d) $CD \parallel IJ$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Tính tỉ số $\frac{EG}{CD}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Hai điểm M, N lần lượt nằm trên các đoạn SO, SD sao cho $\frac{SM}{SO} = \frac{SN}{SD} = \frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*, (m, n) = 1$. Điểm E là trung điểm của BC . Biết mặt phẳng (MNE) cắt SA tại trung điểm G của đoạn thẳng SA . Giá trị $m + n$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và N là trung điểm SA , cạnh $BC = 4$. Mặt phẳng (NBC) cắt các mặt của hình chóp theo các giao tuyến, nối chúng lại được một hình thang. Tích độ dài hai cạnh đáy của hình thang bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$ có E, F lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC và điểm G nằm trên cạnh SC sao cho $SG = \frac{1}{2}SC, SB = 4, AC = 6$. Đa giác tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (EFG) với các mặt của hình chóp là một tứ giác. Tính chu vi của tứ giác đó?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (MBC) ?

- A. AB . B. AC . C. BD . D. BC .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC . Gọi I là giao điểm của AN và (SBD) , J là giao điểm của MN với (SBD) , O là giao điểm của AC và BD . Tính tỉ số $\frac{IB}{IJ}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}$, tất cả các mặt bên là tam giác đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SD . Mặt phẳng (CMN) cắt SA tại P . Tính chu vi tứ giác $CMPN$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. D 3. A 4. B 5. D 6. B 7. D 8. D 9. B 10. A 11. D 12. A

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 0 , 3 3

Câu 2. 7

Câu 3. 8

Câu 4. 1 0



Biên soạn: Nguyễn Thị Thịnh

Phản biện: Trần Thị Hồng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng a và cắt (P) theo giao tuyến b . Vị trí tương đối giữa a và b là

- A. cắt nhau. B. trùng nhau. C. song song. D. chéo nhau.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của SC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $OM \parallel (SAD)$. B. $OM \parallel (SBD)$. C. $OM \parallel (SAC)$. D. $OM \parallel (ABCD)$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMQ) và (SNP) là

- A. đường thẳng đi qua S và song song với MQ .
B. đường thẳng đi qua S và song song với NQ .
C. đường thẳng đi qua S và song song với MP .
D. đường thẳng đi qua S và song song với MN .

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I và K lần lượt thuộc SA và SC sao cho $SI = 2IA$ và $SK = 2KC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $IK \parallel (ABCD)$. B. $IK \parallel (SAB)$. C. $IK \parallel (SCD)$. D. $IK \parallel (SBC)$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.GHIK$ có đáy $GHIK$ là hình bình hành, M và N lần lượt là hai điểm trên cạnh SG, SH sao cho $\frac{SM}{SG} = \frac{SN}{SH} = \frac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(GHIK)$ là

- A. MN nằm trong $(GHIK)$. B. MN cắt $(GHIK)$.
C. MN song song $(GHIK)$. D. MN và $(GHIK)$ chéo nhau.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.
B. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.
C. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.
D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu a và (P) có điểm chung thì a không song song với (P) .
B. Nếu a và (P) có điểm chung thì a và (P) cắt nhau.

C. Nếu a song song với b và b nằm trong (P) thì a song song với (P) .

D. Nếu a và b song song với (P) thì a song song với b .

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN \parallel (ABCD)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SCD)$. D. $MN \parallel (SBC)$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng d . Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Nếu $d \parallel (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng a sao cho $a \parallel d$.

B. Nếu $d \parallel (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\alpha)$ thì $b \parallel d$.

C. Nếu $d \not\subset (\alpha)$, $d \parallel c$ và $c \subset (\alpha)$ thì $d \parallel (\alpha)$.

D. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và đường thẳng $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Đường thẳng SB song song với mặt phẳng

A. (CDM) . B. (ACM) . C. (AMD) . D. (ACD) .

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 3AM$. Mặt phẳng (P) đi qua M song song với hai đường thẳng AD và BC . Gọi K là giao điểm của mặt phẳng (P) với đường thẳng CD . Tính tỉ số $\frac{KC}{CD}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD , P là trung điểm của cạnh SA .

a) $MN \parallel (SBC)$.

b) MN cắt mặt phẳng (SAD) .

c) $SC \parallel (MNP)$.

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (MNP) là SO .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M và N lần lượt là trung điểm của SA và SB .

a) $BC \parallel (SAD)$.

b) $MN \parallel (ABCD)$.

c) $MN \parallel (SBD)$.

d) Gọi E là trung điểm của SC , F là giao điểm của (MNE) và đường thẳng SD . Khi đó

$$\frac{S_{MNEF}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{2}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O . Gọi P là trung điểm của OD , I là một điểm nằm trên cạnh SD sao cho $SD = x \cdot ID$. Tìm x để đường thẳng PI song song với mặt phẳng (SBC) .

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm tam giác SAB . Mặt phẳng (GIJ) cắt các mặt của hình chóp theo các đoạn giao tuyến tạo nên một hình bình hành. Tính $\frac{AB}{CD}$.

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên AE và BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$ và $BN = \frac{1}{x}BD$, với $x > 0$. Để đường thẳng MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$ thì giá trị của x là bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB , I là trung điểm của AB và M là điểm trên cạnh AD . Biết rằng đường thẳng MG song song với một mặt phẳng (SCD) . Tỉ số giữa hai đoạn thẳng AM và AD là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

☞

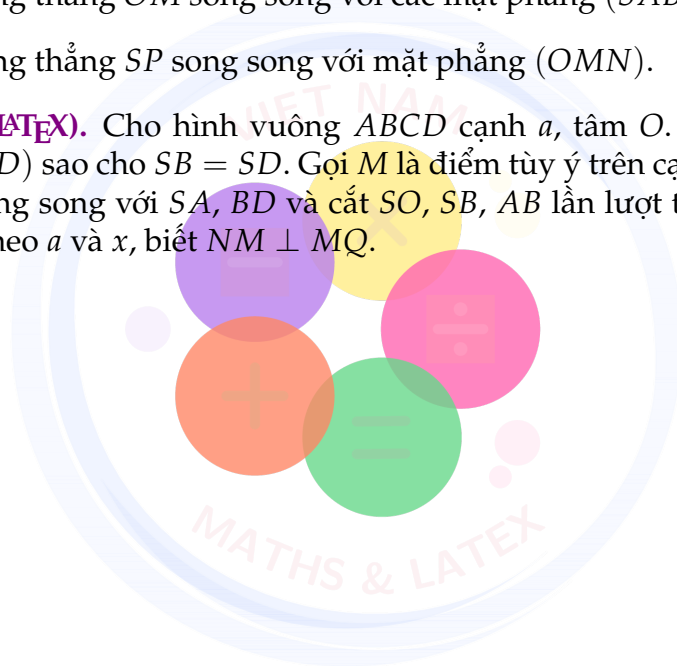
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ với tất cả các mặt là tam giác đều, G là trọng tâm của $\triangle ABD$ và M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Biết độ dài $MG = 2$ cm và $AD = 3$ cm, tính diện tích tam giác ACD .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SD, CD, BC .

- Chứng minh đường thẳng OM song song với các mặt phẳng $(SAB), (SBC)$.
- Chứng minh đường thẳng SP song song với mặt phẳng (OMN) .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Gọi S là một điểm nằm ngoài mặt phẳng $(ABCD)$ sao cho $SB = SD$. Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh AO với $AM = x$. Mặt phẳng (α) đi qua M song song với SA, BD và cắt SO, SB, AB lần lượt tại N, P, Q . Cho $SA = a$, tính diện tích $MNPQ$ theo a và x , biết $NM \perp MQ$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. B 3. A 4. A 5. A 6. C 7. D 8. A 9. A 10. B 11. B 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d S

Câu 2. a Đ b Đ c S d S

PHẦN III.

Câu 1. 4

Câu 2. 3

Câu 3. 3

Câu 4. 0 , 3 3



Biên soạn: Tiên Dũng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Phần II: Câu trả lời nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là song song với nhau nếu chúng

- A. có một điểm chung.
- B. có hai điểm chung.
- C. không có điểm chung.
- D. có vô số điểm chung.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P). Số điểm chung của đường thẳng d và mặt phẳng (Q) là

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. vô số.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho mặt phẳng (P) và điểm M không nằm trong mặt phẳng (P). Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P)?

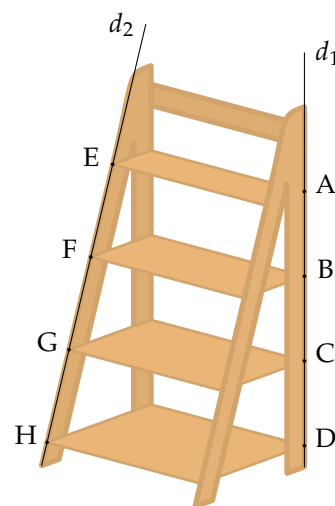
- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. Vô số.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β), a là đường thẳng bất kì. Mệnh đề nào sau đây sai?

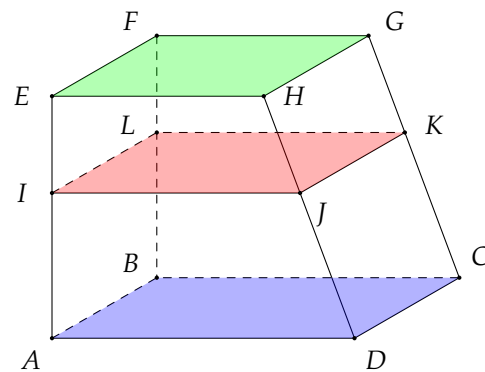
- A. Nếu a cắt mặt phẳng (α) thì a cắt mặt phẳng (β).
- B. Nếu $a \subset (\alpha)$ thì a song song với mặt phẳng (β).
- C. Nếu $a \subset (\beta)$ thì a song song với mặt phẳng (α).
- D. Nếu a song song với mặt phẳng (α) thì a song song với mặt phẳng (β).

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hình ảnh bên là kệ sách gỗ có 4 mặt kệ với thanh gỗ đứng (xem như đường thẳng d_1) và thanh gỗ xiên (xem như đường thẳng d_2). Giả sử các mặt kệ xuất hiện ở các vị trí A, B, C, D và E, F, G, H . Biết $EF = 35$ cm và A, B, C, D cách đều nhau và các mặt kệ song song với mặt đất. Độ dài đoạn thẳng HE bằng

- A. 140 cm.
- B. 105 cm.
- C. 90 cm.
- D. 120 cm.



Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới ($ABCD$) và mâm tầng trên ($EFGH$) song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 100$ cm, $CG = 120$ cm và muốn đóng thêm mâm tầng giữa ($IJKL$) song song với hai mâm tầng trên, tầng dưới và $EI = 42$ cm. Độ dài đoạn thẳng KG bằng



- A. 50,2 cm.
- B. 50,4 cm.
- C. 50 cm.
- D. 50,6 cm.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) , đường thẳng $a \subset (P)$, đường thẳng $b \subset (Q)$. Khẳng định nào sau đây **không** đúng?

- A. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $a \parallel b$.
- B. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $b \parallel (P)$.
- C. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
- D. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $a \parallel (Q)$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(A'BC) \parallel (AB'C')$.
- B. $(BA'C') \parallel (B'AC)$.
- C. $(ABC') \parallel (A'B'C)$.
- D. $(ABC) \parallel (A'B'C')$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'B'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. (BCA') .
- B. (BCD) .
- C. $(A'C'C)$.
- D. (BDA') .

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

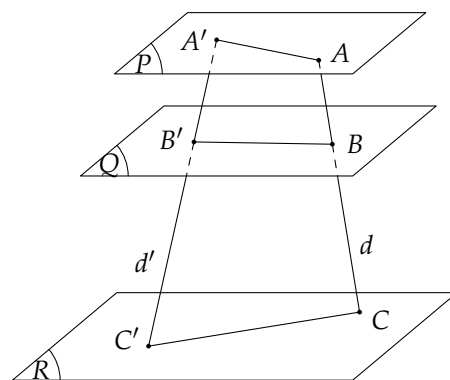
- A. (BCA') .
- B. $(BC'D)$.
- C. $(A'C'C)$.
- D. (BDA') .

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) .
- B. (SCD) .
- C. $(ABCD)$.
- D. (SAB) .

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho ba mặt phẳng phân biệt $(P), (Q), (R)$ đôi một song song. Hai đường thẳng phân biệt d và d' cắt ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C và A', B', C' (giao điểm của d, d' với ba mặt phẳng không trùng nhau). Cho $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm, $A'B' = 3$ cm. Khi đó độ dài $B'C'$ bằng

- A. 2 cm.
- B. 8 cm.
- C. 6 cm.
- D. 12 cm.

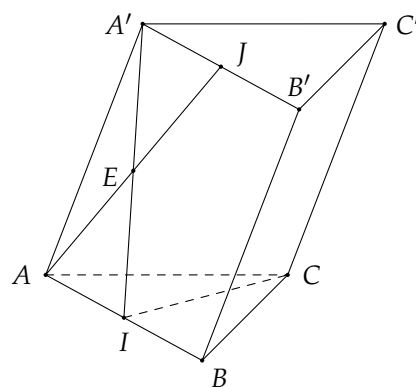


PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

- a) Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng (SBC) .
- b) Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng (SAD) .
- c) Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng (SCD) .
- d) Gọi P, E, F lần lượt thuộc AB, CD, SB sao cho $PA = 2PB, CD = 3CE, SB = 3BF$. Khi đó hai mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (PEF) song song.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm $AB, A'B'$; E là giao điểm của AJ và $A'I$.



- $IC \parallel (A'B'C')$.
- $(A'IC) \parallel (BC'B')$.
- Gọi M, N lần lượt là trung điểm BB', CC' . Khi đó $(EB'C') \parallel (IMN)$.
- Giao tuyến của hai mặt phẳng $(A'IC)$ và (AJC') song song với mặt phẳng $(BCC'B')$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I là trung điểm AB . Gọi S, S' lần lượt là diện tích của tam giác ABC và hình chiếu của tam giác $AA'C'$ lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương IB' . Tỉ số $\frac{S'}{S}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trên các cạnh SB, SD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (AMN) cắt SC tại J . Tỉ số $k = \frac{SJ}{SC}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AD là đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi (α) là mặt phẳng qua điểm B và song song với mặt phẳng (SCD) . Khi đó thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và khối chóp là đa giác có bao nhiêu cạnh?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác $B'D'A$ và BDC' . Khi đó $GG' = \frac{a}{b}A'C$ (trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC, CC' . Chứng minh mặt phẳng (MNP) không song song với mặt phẳng $(B'C'D')$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, cạnh bên $BC = \sqrt{5}$, hai đáy $AB = 11, CD = 7$. Mặt phẳng (α) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SO tại I sao cho $2SO = 5SI$. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình chóp.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi (α) là mặt phẳng qua G và song song với mặt phẳng (SBC) . Biết thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tam giác MNP với $M \in SA, N \in AB, P \in AC$. Tính tỉ số $k = \frac{SM}{SA}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. A 3. B 4. D 5. B 6. B 7. A 8. D 9. B 10. B 11. A 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c S d S

PHẦN III.

Câu 1. 0 , 5

Câu 2. 0 , 7 5

Câu 3. 3

Câu 4. 4



Biên soạn: Công Hưng

Phân biệt: Chương Ngô Toàn Phúc

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là

- A. điểm S . B. trung điểm của BC . C. điểm B . D. điểm C .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là

- A. O' . B. A' . C. B' . D. C' .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau.
 B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau.
 C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.
 D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng song song.
 B. Hình chiếu song song của một hình bình hành là một hình bình hành.
 C. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng.
 D. Phép chiếu song song biến một tam giác thành một tam giác nếu mặt phẳng chứa tam giác không song song hoặc chứa phương chiếu.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho phép chiếu song song, biết rằng các đường thẳng dưới đây có phương không trùng hoặc song song với phương chiếu. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
 B. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
 C. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng chéo nhau.
 D. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu của một đường thẳng bất kì là một đường thẳng.
 B. Hình chiếu của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song.
 C. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.
 D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì chéo nhau.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hình biểu diễn của một đoạn thẳng là một đoạn thẳng hoặc một điểm.
- B. Hình biểu diễn của một hình tròn là một hình tròn.
- C. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật hoặc một đoạn thẳng.
- D. Hình biểu diễn của một góc là một góc bằng nó.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Xét hình chiếu song song của các đường thẳng, đoạn thẳng, tia không song song và không trùng với phương chiếu. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hình chiếu song song của hình vuông **không thể** là

- A. hình vuông.
- B. hình bình hành.
- C. hình thang.
- D. hình thoi.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.
- B. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.
- C. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.
- D. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi N là trung điểm SD . Hình chiếu của N qua phép chiếu song song lên mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ theo phương SO là Q . Tỉ số $\frac{DQ}{DO}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$.
- B. $\frac{1}{2}$.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC và (H) là ảnh của $\triangle MNP$ qua phép chiếu song song trên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương SA . Diện tích của hình (H) là

- A. $\frac{a^2}{2}$.
- B. $\frac{a^2}{6}$.
- C. $\frac{a^2}{3}$.
- D. $\frac{a^2}{8}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng $A'C'$ và BC , P là giao điểm của AB' và $A'B$.

- a) Ảnh của điểm A qua phép chiếu song song theo phương $A'B'$ lên mặt phẳng $(BB'C'C)$ là điểm B .
- b) Ảnh của điểm M qua phép chiếu song song theo phương $A'B'$ lên mặt phẳng $(BB'C'C)$ là trung điểm của đoạn thẳng $B'C'$.
- c) Ảnh của điểm P qua phép chiếu song song theo phương $A'B'$ lên mặt phẳng $(BB'C'C)$ là trung điểm của đoạn thẳng CC' .
- d) Ảnh của điểm N qua phép chiếu song song theo phương AA' lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của đoạn thẳng $B'C'$.

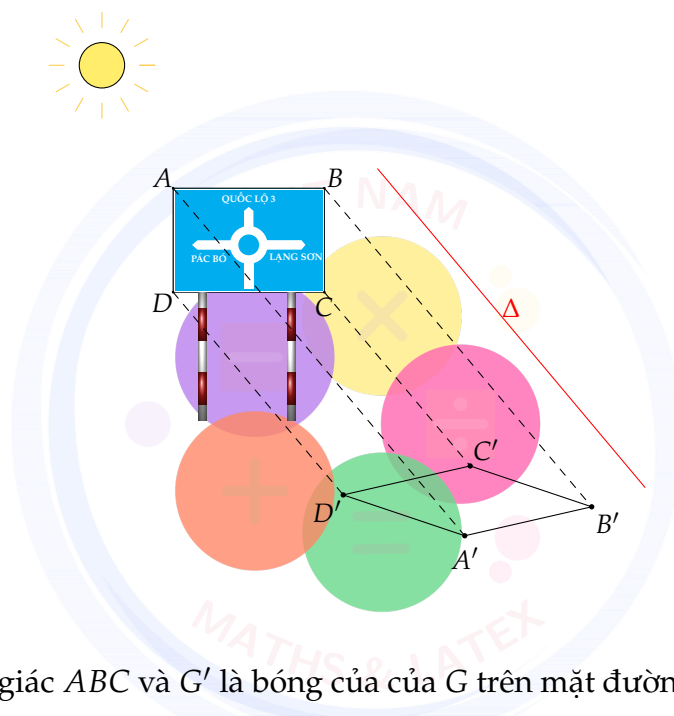
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, cho mặt phẳng (P) chứa hình bình hành $ABCD$ có cạnh $AD = 2a, CD = a$. Gọi S là một điểm nằm ngoài mặt phẳng (P) . Trên cạnh SA lấy điểm

M sao cho $SM = \frac{1}{3}SA$. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$ và P, Q, I lần lượt là trung điểm của SB, SC, CD . Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương SD .

- Điểm N thuộc cạnh AD với $DN = \frac{1}{3}AD$ là hình chiếu song song của điểm M .
- Tam giác NOC là hình chiếu song song của tam giác MPQ .
- Cho $\widehat{ADC} = 30^\circ$ khi đó diện tích tam giác NOI bằng $\frac{a^2}{4}$.
- Cho E là trung điểm của PB, F là hình chiếu song song của điểm E . Khi đó tỉ số $\frac{BF}{BD} = \frac{1}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Các tia nắng song song theo phương Δ khi chiếu tới biển báo giao thông hình chữ nhật $ABCD$ tạo thành cái bóng trên mặt đường là tứ giác $A'B'C'D'$ tương ứng các đỉnh như hình vẽ sau:



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và G' là bóng của của G trên mặt đường. Biết tỉ số $\frac{B'G'}{B'D'} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Tính giá trị biểu thức $a - b$.

☞

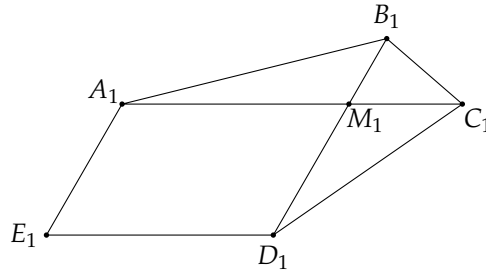
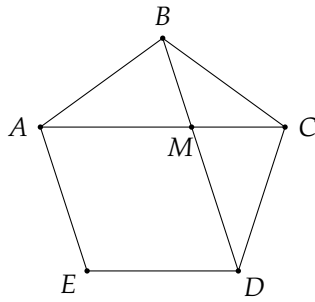
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Trên cạnh SA , lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N . Khi đó, tỉ số $\frac{CN}{CA}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi Δ là đường thẳng cắt AC' và BA' đồng thời song song với $B'D'$. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AC' và BA' . Khi đó $\frac{AI}{AC'} = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $b > 0$). Tính $a + b$.

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho ngũ giác đều $ABCDE$ có các đường chéo AC và BD cắt nhau tại điểm M . Ngũ giác $A_1B_1C_1D_1E_1$ là hình biểu diễn của ngũ giác đều $ABCDE$ qua phép chiếu song song (xem hình vẽ).



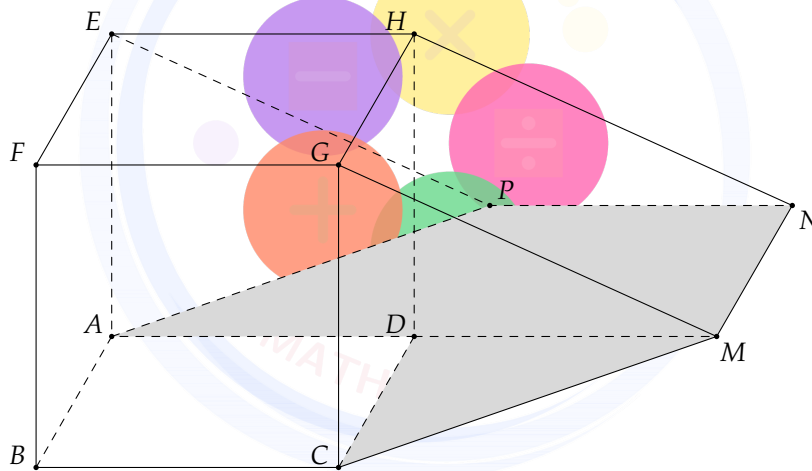
Tính $\frac{M_1C_1}{M_1A_1}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, với O' là tâm của mặt đáy $A'B'C'D'$. Gọi M, P lần lượt là hình chiếu song song của A, D theo phương chiếu là đường thẳng BO' lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính tỉ số $\frac{A'M^2}{MP^2}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Vào một thời điểm trong ngày, người ta quan sát thấy bóng râm của một thùng hàng dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ là hình chiếu của thùng hàng đó lên mặt đất với phương chiếu GM song song với các tia sáng mặt trời (các tia sáng mặt trời được xem là các đường thẳng song song với nhau), M trùng với điểm đối xứng với A qua D . Tính diện tích phần bóng râm được tô màu trong hình vẽ dưới, biết rằng $BC = 8\text{ m}$, $CD = 2\text{ m}$ và $CG = 4\text{ m}$.



Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Lấy các điểm M, N tương ứng trên các đoạn AC' và $B'D'$ sao cho MN song song với BA' . Tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. A 3. C 4. D 5. D 6. C 7. A 8. B 9. C 10. B 11. B 12. D

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c S d Đ

Câu 2.

a Đ b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

- 2

Câu 2.

0 , 2 5

Câu 3.

4

Câu 4.

0 , 6 2



Biên soạn: Trần Tiến Đức
Phản biện: Nguyễn Võ Diễm Thy

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

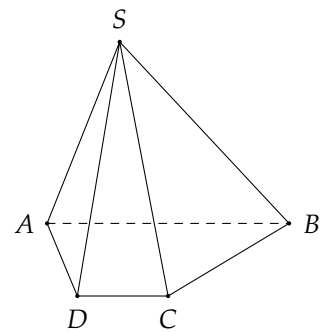
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

- A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. B. Ba điểm mà nó đi qua.
C. Ba điểm không thẳng hàng. D. Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

- A. SA. B. SB. C. SC. D. AC.



Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là

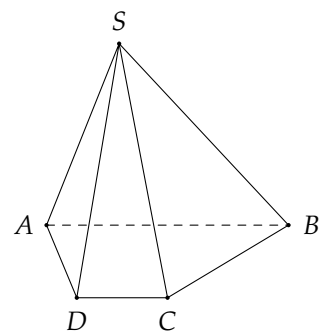
- A. S. B. Trung điểm của SD .
C. A. D. D.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

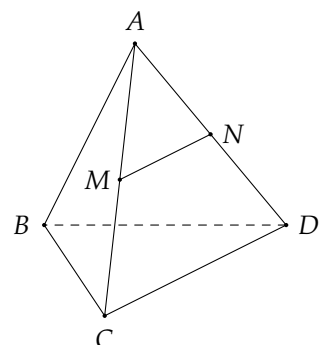
Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là $ABCD$ hình thang, với $AB \parallel CD$ (tham khảo hình vẽ). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng qua S và song song với AB và CD .
B. Đường thẳng qua S và song song với AD và BC .
C. Đường thẳng qua S và giao điểm của AD và BC .
D. Đường thẳng qua S và giao điểm của AC và BD .



Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và AD (tham khảo hình vẽ). Đường thẳng MN song song với đường nào?

- A. AB. B. BC. C. AD. D. CD.



Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P) ?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. p và q cắt nhau. B. p và q chéo nhau.
C. p và q song song. D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử đường thẳng b không nằm trong mặt phẳng (α) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) , mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q) .
B. Nếu một đường thẳng cắt mặt phẳng (P) thì nó cắt mặt phẳng (Q) .
C. Nếu một đường thẳng nằm trên (P) thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trên (Q) .
D. Mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q) .

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'DC')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCB') . B. $(D'AC)$. C. $(B'CD')$. D. $(CB'A)$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I là trung điểm của AB , M là trung điểm của AI , mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (SIC) , Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (SAB) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Δ song song SA . B. Δ song song SB .
C. Δ cắt SI . D. Δ đi qua trung điểm của SA .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$, $AB > CD$).

- a) Hai đường thẳng AD và BC cắt nhau.
b) Hai đường thẳng SD và AB chéo nhau.
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) song song với đường thẳng AD .
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng CD .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, BC, SD .

- a) $(OMN) \parallel (SCD)$.
b) $CP \parallel (OMN)$.
c) Mặt phẳng (OMP) và (SBC) cắt nhau.
d) Gọi $(SAB) \cap (SCD) = a$; $(SBC) \cap (SAD) = b$, ta có mặt phẳng $(a;b) \parallel (ABCD)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ có đáy là đa giác 12 cạnh. Hình lăng trụ đó có bao nhiêu cạnh?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AD \parallel BC$). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G, G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SCD . Có bao nhiêu mặt phẳng trong hình chóp $S.ABCD$ song song với GG' ?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trên các cạnh SB, SD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (AMN) cắt SC tại J . Tỉ số $\frac{SJ}{SC}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai điểm M, N lần lượt thuộc hai đoạn thẳng $AD, A'C$ sao cho MN song song với mặt phẳng $(BC'D)$, biết $AM = \frac{1}{4}AD$. Biết $\frac{CN}{CA'} = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản). Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi N là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng chứa MN và song song với SD cắt SA tại I . Tính tỉ số $\frac{SI}{SA}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M là trung điểm CD . E là giao điểm của AM và BD . Điểm F là điểm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AF$. Chứng minh EF song song mặt phẳng (SAD) .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N, P lần lượt là các điểm trên cạnh AB, CD, AC sao cho $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = \frac{CP}{PA} = k$. Gọi Q là giao điểm của BD với (MNP) và K là giao điểm của MN và PQ . Tính tỉ số $\frac{PK}{PQ}$ theo k .

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. B 3. B 4. D 5. A 6. D 7. B 8. D 9. C 10. C 11. D 12. D

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c S d Đ

Câu 2.

a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

3 6

Câu 2.

3

Câu 3.

0 , 7 5

Câu 4.

1 9



Biên soạn: Phạm Quốc Toàn
Phản biện: Nguyễn Trường Vinh

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng như sau:

Số tiền	[0; 50)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

Số sinh viên chi từ 150 nghìn đồng đến dưới 200 nghìn đồng cho việc thanh toán cước điện thoại trong tháng là

- A. 5. B. 23. C. 12. D. 17.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng (đơn vị: kg) của học sinh lớp 12A:

Cân nặng	Dưới 55	Từ 55 đến 65	Trên 65
Số học sinh	20	15	2

Số học sinh của lớp 12A là

- A. 37. B. 35. C. 33. D. 31.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho bảng khảo sát về tiền điện trong tháng (đơn vị: nghìn đồng) của một số hộ gia đình như sau:

Số tiền	[350; 400)	[400; 450)	[450; 500)	[500; 550)	[550; 600)
Số hộ gia đình	6	14	21	17	2

Các nhóm số liệu ở bảng trên đều có độ dài là

- A. 45. B. 48. C. 50. D. 54.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Đo chiều cao (đơn vị: cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150; 154)	[154; 158)	[158; 162)	[162; 166)	[166; 170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

Giá trị đại diện của nhóm [162; 166) là

- A. 162. B. 164. C. 163. D. 165.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (đơn vị: cm) của 50 học sinh lớp 11A:

Chiều cao	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

- A. [150; 155). B. [155; 160). C. [160; 165). D. [165; 170).

Câu 6 (VN-MATHS & LaTeX). Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (đơn vị: cm) của 50 học sinh lớp 11A:

Chiều cao	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- A. 153,18. B. 155,8. C. 154,23. D. 156,7.

Câu 7 (VN-MATHS & LaTeX). Cô Minh Thy rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày (đơn vị: phút) trong thời gian gần đây của cô Minh Thy được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 23,75. B. 27,5. C. 31,88. D. 8,125.

Câu 8 (VN-MATHS & LaTeX). Cho mẫu số liệu ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 40 ô tô khi đi qua trạm đo tốc độ như sau:

Tốc độ	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Tần số	4	11	7	8	8	2

Trung vị của mẫu số liệu nhận được bằng $\frac{a}{b}$ (km/h) (phân số tối giản). Khi đó $a + b$ bằng

- A. 377. B. 382. C. 385. D. 370.

Câu 9 (VN-MATHS & LaTeX). Một nhóm học sinh tiến hành điều tra về thời gian sử dụng mạng xã hội (đơn vị: giờ) trong tuần trước của 200 học sinh khối lớp 11 của trường, thu được kết quả sau:

Thời gian	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số học sinh	25	40	64	37	20	14

Số giờ sử dụng mạng xã hội trung bình trong tuần trước của 200 học sinh này (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) là

- A. 12. B. 11. C. 13. D. 14.

Câu 10 (VN-MATHS & LaTeX). Cân nặng (đơn vị: kg) của 28 học sinh nam lớp 11B được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45; 49)	[49; 53)	[53; 57)	[57; 61)	[61; 65)
Số học sinh	4	5	7	7	5

Cân nặng trung bình (kg) của 28 học sinh trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) bằng

- A. 56. B. 55. C. 57. D. 58.

Câu 11 (VN-MATHS & LaTeX). Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình (đơn vị: mét khối) trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Khối nước tiêu thụ	[3; 6)	[6; 9)	[9; 12)	[12; 15)	[15; 18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

- A. 6,89. B. 6,78. C. 8,85. D. 8,95.

Câu 12 (VN-MATHS & LaTeX). Bảng sau thống kê khối lượng một số quả măng cụt (đơn vị: gam) được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng:

Khối lượng	[80; 82)	[82; 84)	[84; 86)	[86; 88)	[88; 90)
Số quả	18	20	24	15	13

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

- A. 86,73. B. 84,58. C. 84,67. D. 82,45.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

- a) Độ dài mỗi nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 10.
- b) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n = 40$.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 50,6.
- d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_1 = 45$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bảng số liệu dưới đây cho biết chiều cao (đơn vị: cm) của 50 học sinh lớp 11A:

Chiều cao	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)
Số lượng	6	15	11	10	8

- a) Giá trị đại diện của nhóm [165; 170) là 167.
- b) Chiều cao trung bình của 50 học sinh lớp 11A là 157,4 cm.
- c) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng (157; 158).
- d) Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng (153; 154).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bảng số liệu ghép nhóm cho biết chiều cao (đơn vị: cm) của 100 học sinh khối 11:

Khoảng chiều cao	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh	13	25	22	24	14	2

Chiều cao trung bình của học sinh khối 11 bằng bao nhiêu centimét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bảng số liệu ghép nhóm cho biết chiều cao (đơn vị: cm) của 100 học sinh khối 11.

Chiều cao	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh	13	25	22	24	14	2

Trung vị của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phòng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (đơn vị: giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Số lượng	6	12	13	10	3

Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất bao nhiêu giờ?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Thời gian sử dụng điện thoại (đơn vị: phút) trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

☞

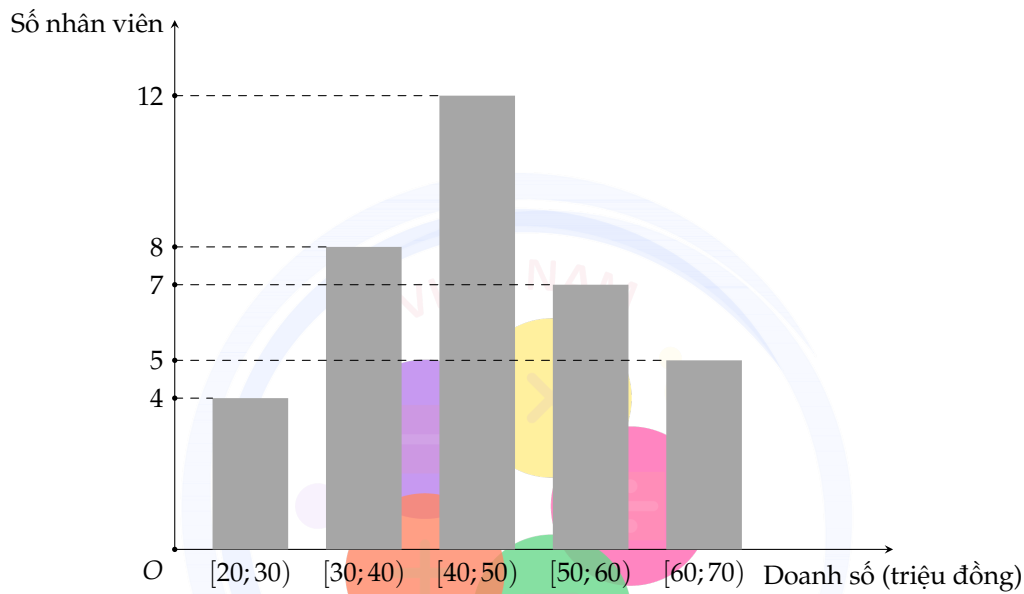
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ:

48,5	43	50	55	45	60	53	55,5	44	65
51	62,5	41	44,5	57	57	68	49	46,5	53,5
61	49,5	54	62	59	56	47	50	60	61
49,5	52,5	57	47	60	55	45	47,5	48	61,5

Hãy chia mẫu số liệu trên thành 6 nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[40; 45)$. Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biểu đồ sau thống kê doanh số bán hàng (đơn vị: triệu đồng) của các nhân viên công ty A trong một ngày:



Công ty A dự định sẽ thưởng cho 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất. Theo mẫu số liệu trên, công ty A nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu (đơn vị: nghìn mAh) do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng	$[0,9; 0,95)$	$[0,95; 1)$	$[1; 1,05)$	$[1,05; 1,1)$	$[1,1; 1,15)$
Số pin	10	20	35	15	5

Tính giá trị trung bình và một của mẫu số liệu trên.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. A 3. C 4. B 5. A 6. A 7. A 8. B 9. C 10. A 11. D 12. B

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c S d S

Câu 2.

a S b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

1 5 8

Câu 2.

1 5 8

Câu 3.

7 , 2

Câu 4.

1 0 7





BỘ SÁCH

CÁNH DIỀU



PHIẾU BÀI TẬP, MÔN TOÁN 11

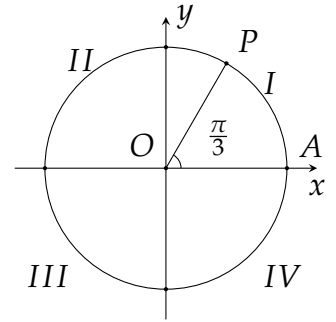


Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Điểm P trên đường tròn lượng giác (tham khảo hình vẽ) biểu diễn các góc lượng giác có số đo là

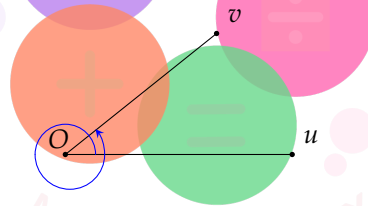
- A. $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ B. $-\frac{\pi}{3} + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$
C. $\frac{\pi}{3} + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$ D. $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$



Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Góc có số đo 135° đổi sang số đo bằng radian là

- A. $\frac{3}{4}.$ B. $\frac{3\pi}{4}.$ C. $\frac{3}{8}.$ D. $\frac{3\pi}{8}.$

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc hình học $\widehat{uOv} = 40^\circ$. Xác định số đo của góc lượng giác sau:



- A. $400^\circ.$ B. $40^\circ.$ C. $-400^\circ.$ D. $4000^\circ.$

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho 3 tia Ou, Ov, Ow bất kì. Ta có

- A. $\text{sđ}(Ou, Ov) + \text{sđ}(Ow, Ov) = \text{sđ}(Ow, Ou) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z}).$
B. $\text{sđ}(Ou, Ov) + \text{sđ}(Ov, Ow) = \text{sđ}(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}).$
C. $\text{sđ}(Ou, Ov) + \text{sđ}(Ow, Ov) = \text{sđ}(Ou, Ow) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z}).$
D. $\text{sđ}(Ou, Ov) - \text{sđ}(Ov, Ow) = \text{sđ}(Ou, Ow) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trên đường tròn lượng giác cho điểm $M \left(\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$. Giá trị sin của góc lượng giác (OA, OM) bằng

- A. $\frac{3}{4}.$ B. $\frac{\sqrt{7}}{4}.$ C. $\frac{3}{\sqrt{7}}.$ D. $\frac{\sqrt{7}}{3}.$

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$ B. $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$ C. $\cot \frac{5\pi}{6} = -\sqrt{3}.$ D. $\tan \frac{\pi}{2} = 0.$

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xét biểu thức $M = \cos \left(-\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M = 0.$ B. $M > 0.$ C. $M \leq 0.$ D. $M < 0.$

Câu 8 (VN-MATHS & ITEX). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin(-x) = -\sin x$. B. $\cos(-x) = -\cos x$. C. $\cot(-x) = \cot x$. D. $\tan(-x) = \tan x$.

Câu 9 (VN-MATHS & ITEX). Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$. B. $\cos(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.
C. $\tan(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$. D. $\cot(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$.

Câu 10 (VN-MATHS & ITEX). Cho góc lượng giác có số đo bằng α với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ và thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$. Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

- A. $-\frac{12}{13}$. B. $\frac{144}{169}$. C. $\frac{8}{13}$. D. $\frac{12}{13}$.

Câu 11 (VN-MATHS & ITEX). Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $A + B + C = \pi$. B. $\cos(A + B) = \cos C$.
C. $\sin(A + B) = \sin C$. D. $\cos(A + B) = -\cos C$.

Câu 12 (VN-MATHS & ITEX). Biết $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{15}$. B. $-\frac{2\sqrt{5}}{15}$. C. $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{3\sqrt{5}}{7}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & ITEX). Cho góc lượng giác có số đo bằng α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

- a) $\sin \alpha < 0$.
b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$.
c) Biết $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{a + \sqrt{15}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị $a + b = 15$.
d) Giá trị của biểu thức $\frac{\tan \alpha + 10 \cot \alpha}{2 \tan \alpha + \cot \alpha}$ bằng $\frac{26}{15}$.

Câu 2 (VN-MATHS & ITEX). Giả sử các biểu thức trong các đẳng thức sau đây đều xác định.

- a) $\tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cot x$. b) $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y$.
c) $\frac{\sin x + \sin y}{\cos x \cos y} = \tan x + \cot y$. d) $\frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \cos^2 x} = \tan^6 x$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & ITEX). Cho góc lượng giác có số đo bằng x thỏa mãn $\sin x = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = 2 \sin(-x) + 7 \sin(x + \pi)$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & ITEX). Cho góc lượng giác có số đo bằng x thỏa mãn $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ và $-\pi < x < -\frac{\pi}{2}$. Giá trị của biểu thức $T = 9 \sin(x + 5\pi) + \sqrt{3} \tan(2024\pi - x)$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & ITEX). Một đường tròn có bán kính bằng 20 cm. Độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo 35° bằng bao nhiêu cm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 184 cm, xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết rằng vận tốc của bánh xe sau trong chuyển động này là 80 vòng/phút. Quãng đường đi được của máy kéo trong 10 phút (theo đơn vị: mét, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính giá trị của biểu thức $A = \tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \tan 60^\circ + \dots + \tan 180^\circ$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính giá trị của biểu thức $B = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chứng minh rằng góc lượng giác có số đo bằng α bất kì, giá trị của biểu thức sau luôn không đổi

$$P = \left[\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \sin(\pi - \alpha) \right]^2 + \left[\cos \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) + \cos(2\pi - \alpha) \right]^2.$$



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. B 3. A 4. B 5. B 6. D 7. B 8. A 9. A 10. D 11. B 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d S

Câu 2. a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. - 3

Câu 2. 4 , 9

Câu 3. 1 2 , 2

Câu 4. 4 6 2 4



Biên soạn: Bùi Lương Phúc
Phản biện: Phan Hoàng Anh

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Rút gọn biểu thức $P = \sin 32^\circ \cdot \cos 18^\circ + \cos 32^\circ \cdot \sin 18^\circ$ ta được

- A. $P = \sin 14^\circ$. B. $P = \cos 14^\circ$. C. $P = \cos 50^\circ$. D. $P = \sin 50^\circ$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của biểu thức $Q = \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với góc lượng giác x tùy ý, biểu thức $1 - \cos 2x$ bằng

- A. $2 \cos^2 x$. B. $\sin 2x$. C. $2 \sin^2 x$. D. $1 - 2 \cos x$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\cos x = \frac{4}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. Giá trị của $\sin 2x$ là

- A. $\frac{24}{25}$. B. $-\frac{24}{25}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với hai góc lượng giác u và v tùy ý, ta có $\cos u + \cos v$ bằng

- A. $2 \cos\left(\frac{u+v}{2}\right) \cos\left(\frac{u-v}{2}\right)$. B. $\cos\left(\frac{u+v}{2}\right) \cos\left(\frac{u-v}{2}\right)$.
C. $-2 \cos\left(\frac{u+v}{2}\right) \cos\left(\frac{u-v}{2}\right)$. D. $2 \sin\left(\frac{u+v}{2}\right) \sin\left(\frac{u-v}{2}\right)$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biểu thức $\sin 65^\circ + \sin 5^\circ$ bằng

- A. $\cos 35^\circ$. B. $\sqrt{3} \sin 35^\circ$. C. $\sqrt{3} \cos 35^\circ$. D. $-\sin 35^\circ$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với góc lượng giác a tùy ý, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$. B. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.
C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với góc lượng giác a sao cho biểu thức $\tan 2a$ có nghĩa, ta có $\tan 2a$ bằng

- A. $\frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$. B. $\frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$. C. $\frac{2 \tan a}{1 - \tan a}$. D. $\frac{2 \tan a}{1 + \tan a}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với góc lượng giác a tùy ý, ta có $1 + \cos^2 a$ bằng

- A. $\frac{3 + \cos a}{2}$. B. $\frac{3 + \cos 2a}{2}$. C. $\frac{3 - \cos 2a}{2}$. D. $3 - \sin^2 a$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc x thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ và $\sin x = \frac{3}{5}$. Giá trị của $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$. B. $\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$. C. $\frac{\sqrt{3}-12}{10}$. D. $\frac{\sqrt{3}+12}{10}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với góc lượng giác a tùy ý, biểu thức $P = \sin a \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \cos a \cdot \sin \frac{\pi}{3}$ bằng

A. $\sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right)$. B. $\sin\left(a - \frac{\pi}{3}\right)$. C. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right)$. D. $\cos\left(a - \frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$. B. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$.
 C. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a + b) + \sin(a - b)]$. D. $\cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a + b) - \sin(a - b)]$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ và $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

- a) $\cos \alpha > 0$.
- b) $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$.
- c) $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{6}$.
- d) Biết rằng $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = a + b\sqrt{5}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a + b = -5$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tam giác ABC.

- a) $A + B = 180^\circ - C$.
- b) $\cos(A + B) = \cos C$.
- c) $\cos 2A + \cos 2B = 2 \cos C \cdot \cos(A - B)$.
- d) $\sin A \sin B = \cos A \cos B - \cos C$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc x thỏa mãn $0 < x < \frac{\pi}{2}$ và $\cot x = \sqrt{2}$. Biết rằng $2 \tan x - 3 \cos 2x = a\sqrt{2} + b$ trong đó a và b là những số nguyên. Khi đó giá trị của biểu thức $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

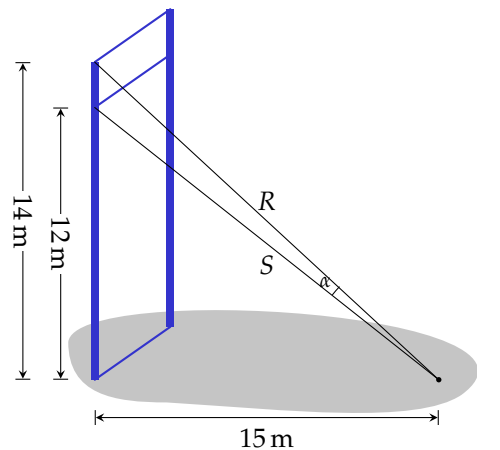
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biểu thức $B = \sin(x + \alpha) \cos(x - \alpha) - \frac{\sin 2x}{2}$ sau khi rút gọn ta được kết quả là $b \sin \alpha \cos \alpha$. Giá trị của b bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết rằng với mọi giá trị của x , ta luôn có $\cos 4x - 4 \cos 2x + 3 = m \sin^n x + p$ trong đó $m, n, p \in \mathbb{N}$. Giá trị của $m + n + p$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14 m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào vị trí cách mặt đất 12 m. Biết rằng hai sợi cáp này cùng được gắn vào mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15 m như hình vẽ bên. Gọi α là góc giữa hai sợi cáp. Biết rằng $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ trong đó a, b là những số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?



☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ và $\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị của $\sin \alpha$.

b) Chứng minh rằng với góc x tùy ý, $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). a) Cho góc a tùy ý. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin 6a \cot 3a - \cos 6a$.

b) Chứng minh rằng với góc α tùy ý, $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4\alpha$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho biểu thức $M = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$ (giả thiết rằng biểu thức có nghĩa).

a) Tính giá trị của biểu thức M khi $x = \frac{\pi}{3}$.

b) Chứng tỏ rằng $M = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. D 3. C 4. B 5. A 6. B 7. B 8. B 9. B 10. A 11. B 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ

Câu 2. a Đ b S c S d S

PHẦN III.

Câu 1. 0

Câu 2. 1

Câu 3. 1 2

Câu 4. 1 4 1



Biên soạn: Tăng Xuân Phú
Phản biện: Phạm Như Ý

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số $y = \cos 2x$ là hàm số lẻ. B. Hàm số $y = \cot 2x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ. D. Hàm số $y = \tan 2x$ là hàm số lẻ.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{2 \sin^2 x + 3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn. B. Hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $f(x)$ không chẵn không lẻ. D. Hàm số $f(x)$ vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A. $y = \cos x + \sin x$. B. $y = \sin x - \cos x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \sin x$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập xác định của hàm số $y = \frac{2024}{\sin x}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; \pi\}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ T bằng

- A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = 3\pi$. D. $T = 4\pi$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ T bằng

- A. $T = \pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = 3\pi$. D. $T = 4\pi$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập xác định của hàm số $y = \frac{2 + \sin x}{\cos x + 1}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = 7 \cos^2 x + 5 \sin^2 x + 3$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$. Giá trị của biểu thức $P = M + m$ là

- A. 15. B. 16. C. 17. D. 18.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $y = \cos 2x$ có tập giá trị là

- A. $[0; 1]$. B. $[-2; 2]$. C. $[0; 2]$. D. $[-1; 1]$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$. B. $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.
C. $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$. D. $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(\frac{3\pi}{4}; \pi)$?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \sin^2 x$.

- a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 b) Tập giá trị của hàm số đã cho là $T = [-1; 1]$.
 c) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
 d) Đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $(\frac{\pi}{3}; \frac{3}{2})$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai hàm số $f(x) = \tan x$ và $g(x) = \cot x$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 b) Đồ thị hàm số $y = f(x) + g(x)$ đi qua điểm $(\frac{\pi}{4}; 1)$.
 c) Tập xác định của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 d) Đồ thị hàm số $y = f(x) + g(x)$ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

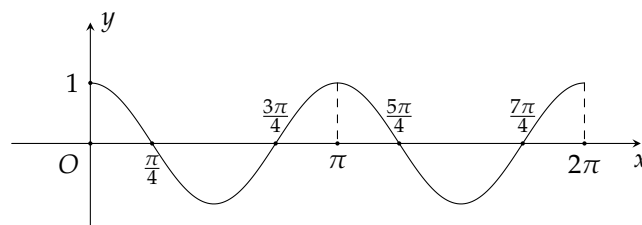
Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Guồng nước (hay còn gọi là cọn nước) không chỉ là công cụ phục vụ sản xuất nông nghiệp, mà đã trở thành hình ảnh quen thuộc của bản làng và là một nét văn hoá đặc trưng của đồng bào dân tộc miền núi phía Bắc. Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m. Khi guồng quay đều, khoảng cách h (m) từ một ống đựng nước gắn tại một điểm của guồng đến mặt nước được tính theo công thức $h = |y|$, trong đó $y = 2,5 \sin(2\pi x - \frac{\pi}{2}) + 2$ với x (phút) là thời gian quay của guồng ($x \geq 0$). Giá trị lớn nhất của h bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 2$.

☞

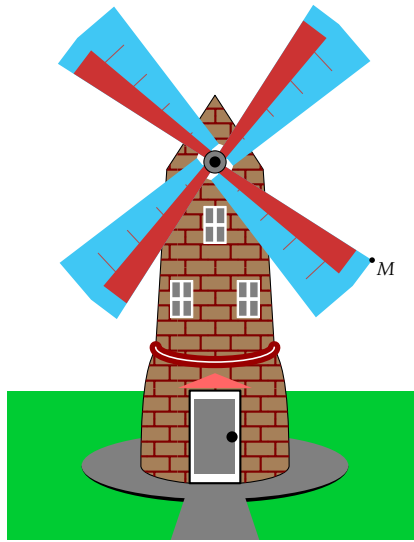
Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Xét hàm số $f(x) = \cos 2x$ trên $[0; 2\pi]$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của $x \in [0; 2\pi]$ để $\cos 2x = 0$. Tính tổng tất cả các phần tử của T (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cối xay gió là một loại máy chạy bằng sức gió. Máy này được thiết kế để biến năng lượng gió thành các dạng năng lượng khác hữu dụng hơn. Một điểm M nằm trên cánh của cối xay gió như hình vẽ.



Khi cánh quạt quay, vị trí thấp nhất và cao nhất của M so với mặt đất lần lượt là 8 mét và 22 mét. Xét một vòng quay của M bắt đầu từ vị trí thấp nhất. Khi cánh quạt quay đều, khoảng cách h (m) từ M đến mặt đất được tính theo công thức $h = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{5}x\right) + C$, với x (giây) là thời gian quay của điểm M ($x \geq 0$). Hỏi sau 4 giây, điểm M cách mặt đất bao nhiêu mét (kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

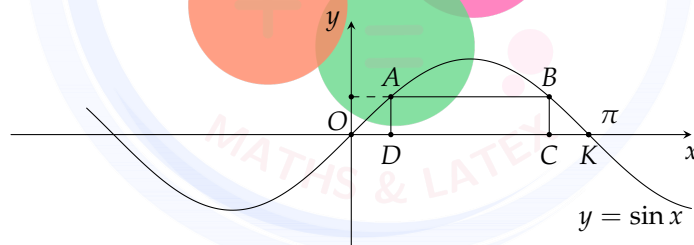
☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm tập giá trị của hàm số $y = 3 \cos 2x + 5$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \sin x \cdot \cos x$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$ như hình vẽ sau:



Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Tính độ dài đoạn thẳng BC .

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. A 3. D 4. C 5. B 6. A 7. D 8. D 9. D 10. D 11. B 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d S

Câu 2.

a S b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

4 , 5

Câu 2.

3

Câu 3.

1 2 , 6

Câu 4.

1 7 , 2



Biên soạn: Trần Thị Hồng
Phản biện: Dương Công Tạo

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $\left\{-\frac{2\pi}{3} + k2\pi; \pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 B. $\left\{-\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $\{k2\pi; \pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 D. $\left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{5\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ là

- A. $\left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 B. $\left\{\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $\left\{\frac{3\pi}{8} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 D. $\left\{\frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\tan 3x = \sqrt{3}$ là

- A. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 B. $\left\{\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $\left\{\frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 D. $\left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Số nghiệm của phương trình $\sin x + 3 = 0$ là

- A. vô số. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

- A. $-\frac{5\pi}{6}$. B. $-\frac{\pi}{3}$. C. $-\frac{2\pi}{3}$. D. $-\frac{\pi}{6}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left[-\pi; \frac{2\pi}{3}\right]$ của phương trình $\cot(x - 1) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ bằng

- A. $2 - \frac{\pi}{3}$. B. 2. C. $2 + \frac{2\pi}{3}$. D. $2 - \frac{\pi}{6}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 B. $\left\{\pm\frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 D. $\left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\cos 3x = \cos \frac{\pi}{15}$ là

- A. $\left\{\pm\frac{\pi}{15} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 B. $\left\{\pm\frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

$$C. \left\{ -\frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$D. \left\{ \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 9 (VN-MATHS & LaTeX). Tập nghiệm của phương trình $\tan x = \cot x$ là

$$A. \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$B. \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$C. \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$D. \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 10 (VN-MATHS & LaTeX). Trong các phương trình lượng giác sau, phương trình nào có nghiệm?

$$A. \cos x = \sqrt{2}.$$

$$B. \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = 1.$$

$$C. \sin x = -2.$$

$$D. \sin 2x = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 11 (VN-MATHS & LaTeX). Tập nghiệm của phương trình $2 \sin x - 1 = 0$ là

$$A. \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$B. \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$C. \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$D. \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 12 (VN-MATHS & LaTeX). Tập nghiệm của phương trình $\cot(3x + 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là

$$A. \{30^\circ + k60^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$B. \{60^\circ + k180^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$C. \{k60^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$D. \{k180^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & LaTeX). Cho phương trình lượng giác $\sin^2 2x = \sin^2 x$ (1).

a) Phương trình (1) tương đương $\sin 2x = \sin x$.

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (1) có 2 nghiệm.

c) Tổng các nghiệm của phương trình (1) trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.

d) Trong khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình (1) có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$.

Câu 2 (VN-MATHS & LaTeX). Cho phương trình $\cos^2 \left(\frac{3\pi}{2} - 2x \right) = \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$.

a) Hạ bậc hai về ta được phương trình $\frac{1 + \cos(3\pi - 4x)}{2} = \frac{1 - \cos(\pi - 2x)}{2}$.

b) Ta có $\cos(3\pi - 4x) = \cos 4x$ và $\cos(\pi - 2x) = -\cos 2x$.

c) Phương trình đã cho đưa được về dạng $\cos 4x = \cos 2x$.

d) Phương trình đã cho có nghiệm là $x = k\frac{\pi}{3}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & LaTeX). Phương trình $\sin 2x = -\sin \frac{\pi}{6}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$? ☞

Câu 2 (VN-MATHS & LaTeX). Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$? ☞

Câu 3 (VN-MATHS & LaTeX). Phương trình $\cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = -\cos 2x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$? ☞

Câu 4 (VN-MATHS & LaTeX). Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (h) được cho bởi công thức $h =$

$3 \cos \left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3} \right) + 12$, ($0 \leq t \leq 24$). Vào lúc mấy giờ trong ngày thì chiều cao của mực nước trong kênh là 15 m?

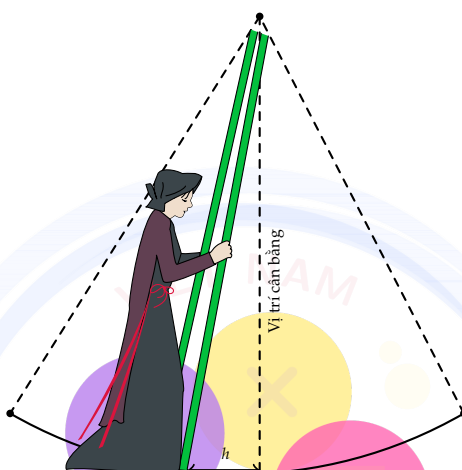
🔍

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giải các phương trình sau:

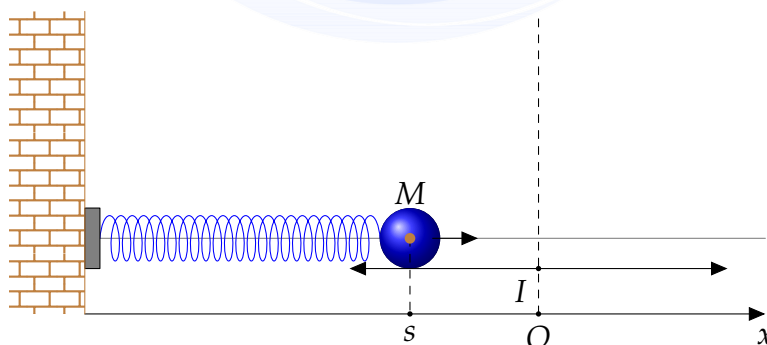
- a) $\sin 2x - 2 \cos^2 x + 2 = 0$;
 b) $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng như hình vẽ sau:



Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (m) từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian t (s) (với $t \geq 0$) bởi hệ thức $h = |x|$ với $x = 2 \cos \left(\frac{\pi}{6}t \right)$. Trong khoảng thời gian từ 0 đến 30 giây thì người chơi đu đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I như hình vẽ sau:



Biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox , tọa độ điểm của vật M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại lượng s (đơn vị: cm) được tính bởi công thức $s = 8,6 \sin \left(8t + \frac{\pi}{2} \right)$. Hỏi trong 2 giây đầu tiên của dao động thì vật M đi qua vị trí $s = 4,3$ bao nhiêu lần?

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. D 3. C 4. D 5. B 6. A 7. D 8. B 9. D 10. B 11. B 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a S b Đ c S d S

Câu 2.

a S b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

2

Câu 2.

3

Câu 3.

4

Câu 4.

2 0



Biên soạn: Chương Ngô Toàn Phúc
Phân biệt: Cảnh Trịnh

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc lượng giác (OA, OB) có số đo là $\frac{2\pi}{3}$, góc lượng giác (OA, OC) có số đo là $\frac{5\pi}{3}$. Số đo của góc lượng giác (OB, OC) bằng

- A. $\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $\frac{7\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $-\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- A. $-\frac{4}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\pm \frac{4}{5}$. D. $\frac{16}{25}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho biểu thức $A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\alpha - \frac{2\pi}{3} \right)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $A = -\sin \alpha$. B. $A = \sin \alpha$. C. $A = \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\sin x = \frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \cos 2x + 1$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{10}{9}$. B. $\frac{26}{9}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

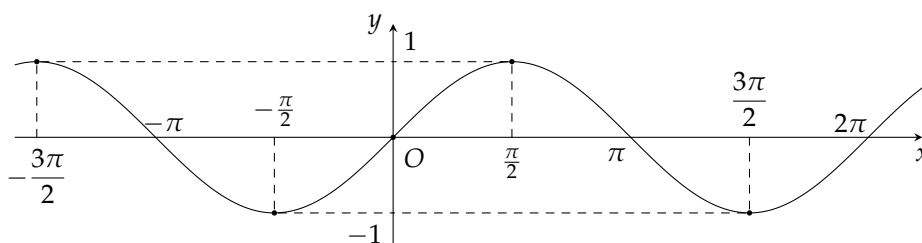
Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai góc nhọn a và b thỏa mãn $\cos a = \frac{1}{3}$ và $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng bao nhiêu?

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho biểu thức $A = \frac{2 \cos^2 2a + \sqrt{3} \sin 4a - 1}{2 \sin^2 2a + \sqrt{3} \sin 4a - 1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $A = \frac{\cos \left(4a + \frac{\pi}{5} \right)}{\cos \left(4a - \frac{\pi}{6} \right)}$. B. $A = \frac{\cos \left(4a - \frac{\pi}{6} \right)}{\cos \left(4a + \frac{\pi}{6} \right)}$. C. $A = \frac{\sin \left(4a + \frac{\pi}{5} \right)}{\sin \left(4a - \frac{\pi}{6} \right)}$. D. $A = \frac{\sin \left(4a - \frac{\pi}{6} \right)}{\sin \left(4a + \frac{\pi}{6} \right)}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng các giá trị của x trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng 0 là bao nhiêu?

- A. 0. B. π . C. 2π . D. 3π .

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \tan 2x$ là tập hợp nào trong các tập hợp sau?

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{5 \cos 2x + 1}{2}$ lần lượt là các giá trị nào sau đây?

- A. 1 và 2. B. 3 và 2. C. 3 và -2 . D. -3 và 1.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$?

- A. 7. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phương trình $\sin x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\tan x = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

- a) $\cot x = 3$. b) $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.
 c) $\frac{3 \sin x - 5 \cos x}{4 \sin x + \cos x} = \frac{-12}{5}$. d) $\frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x \cos x} = 4$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2 \cos x}{\cos x + 3}$.

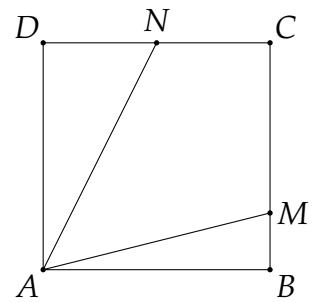
- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 b) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.
 c) Hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ.
 d) Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-\frac{1}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi xe đạp di chuyển với vận tốc không đổi, chọn chiều dương là chiều quay của bánh xe. Van của bánh xe quay được cung tròn có số đo 450π sau mỗi phút. Biết bán kính của bánh xe là 30 cm. Độ dài quãng đường mà xe đạp đã đi được trong 1 phút bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$, bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A và chiếu chùm sáng phân kì sang phía góc C . Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin bị giới hạn bởi hai tia AM và AN , ở đó các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh BC, CD sao cho $BM = \frac{1}{4}BC, DN = \frac{1}{2}DC$ (hình minh hoạ). Góc chiếu sáng của đèn pin bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

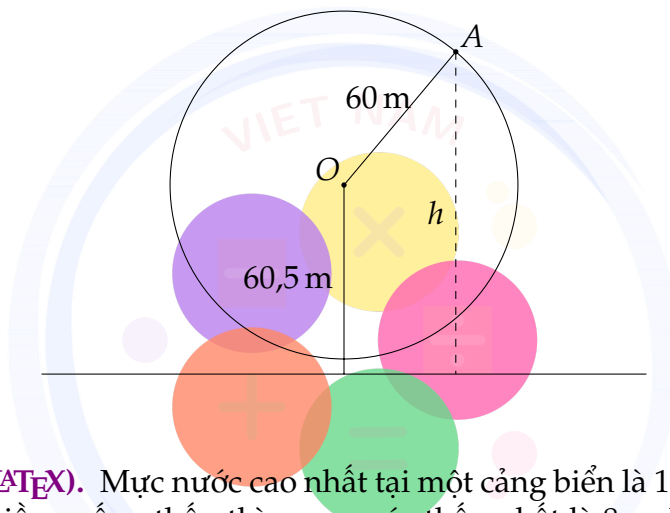


☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vòng quay trò chơi có bán kính 60 m, trục quay cách mặt đất 60,5 m, quay đều mỗi vòng hết 15 phút. Khi vòng quay quay đều, khoảng cách h (m) từ một cabin gắn tại điểm A của vòng quay đến mặt đất được tính bởi công thức:

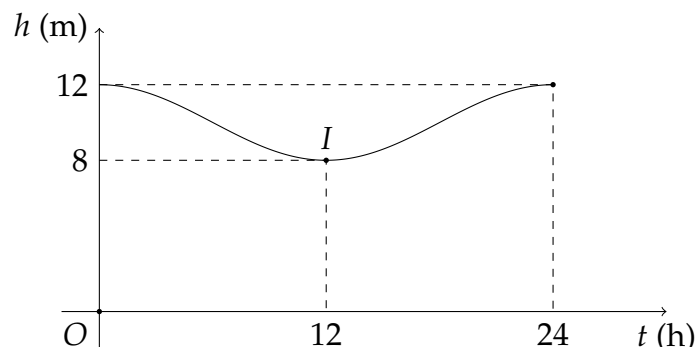
$$h(t) = 60 \sin\left(\frac{2\pi}{15}t - \frac{\pi}{2}\right) + 60,5.$$

Trong đó, t là thời gian quay tính bằng phút ($t \geq 0$). Sau khi quay một vòng lần thứ nhất tính từ thời điểm $t = 0$, tại thời điểm nào tiếp theo của t thì cabin ở vị trí cao nhất?



☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mực nước cao nhất tại một cảng biển là 12 m khi thủy triều lên cao và sau 12 giờ khi thủy triều xuống thấp thì mực nước thấp nhất là 8 m. Đồ thị dưới đây mô tả sự thay đổi chiều cao của mực nước tại cảng trong vòng 24 giờ tính từ lúc nửa đêm. Biết chiều cao của mực nước h (m) theo thời gian t (h) ($0 \leq t \leq 24$) được cho bởi công thức $h = m + a \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với m, a là các số thực dương cho trước. Giá trị của $T = m \cdot a$ là bao nhiêu?



☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Rút gọn biểu thức $A = \sin^4 x - \cos^4 x - 2 \sin^2 x$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}, \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Tính giá trị biểu thức $A = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giả sử huyết áp của một người A được xác định bởi công thức $p(t) = 115 + 25 \sin(160\pi t)$, trong đó $p(t)$ (đơn vị: mmHg) là huyết áp của người đó tại thời điểm t (đơn vị: phút). Xác định tất cả các thời điểm người này có huyết áp thấp nhất theo công thức trên.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. A 3. D 4. A 5. D 6. C 7. A 8. D 9. C 10. D 11. B 12. A

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d S

Câu 2. a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 4 2 4

Câu 2. 4 9

Câu 3. 2 2 , 5

Câu 4. 2 0



Biên soạn: Lương Pho

Phân biệt: Huỳnh Phạm Minh Nguyên

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 3n + 5, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 20. B. 14. C. 11. D. 17.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3, u_{n+1} = u_n + n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 4. B. 6. C. 9. D. 3.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có dạng khai triển là $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{4^2}, \frac{1}{4^3}, \frac{1}{4^4}, \dots$. Số hạng tổng quát u_n của dãy có thể cho bởi công thức nào sau đây?

- A. $u_n = \frac{1}{4^n}$. B. $u_n = \frac{1}{4^{n+1}}$. C. $u_n = \frac{1}{4^{n-1}}$. D. $u_n = \frac{1}{4^n - 1}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số cho bởi số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = \frac{1}{2^n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = \frac{2}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n = 2n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = (-2)^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.
B. Nếu $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng.
C. Nếu $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.
D. Nếu $u_{n+1} \geq u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{3n+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = 0$. B. Dãy số bị chặn dưới bởi số $m = 5$.
C. Dãy số bị chặn trên bởi số $M = \frac{1}{5}$. D. Dãy số bị chặn dưới bởi số $m = \frac{1}{5}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 10 của dãy số (u_n) bằng

- A. 51,1. B. 51,2. C. 51,3. D. 102,3.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 5 của dãy số đã cho bằng

- A. 16. B. 12. C. 15. D. 14.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có $u_1 = u_2 = 1$ và $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_4 bằng

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$.

B. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$.

C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$.

D. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy số (u_n) ?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 4.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Dãy số (u_n) là dãy tăng.

B. Dãy số (u_n) là dãy giảm.

C. Dãy số (u_n) là dãy không tăng, không giảm.

D. $u_{n+1} = \frac{10}{3^{n-1}}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Bốn số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) lần lượt là $-1; 2; 5; 8$.

b) Số hạng thứ năm của dãy (u_n) là 13.

c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là $u_n = 2n - 3$.

d) Số 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong năm 2024, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $P = 900$ ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng $r = 6\%$ so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Gọi P_n (đơn vị ha) là diện tích rừng trồng mới sau n năm kể từ năm 2024.

a) Diện tích rừng năm 2025 là 954 ha.

b) Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A năm 2026 hơn năm 2025 là 57,24 ha.

c) Diện tích rừng sau hai năm kể từ năm 2025 là 1 071,8 ha (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

d) Diện tích rừng trồng mới sau n năm kể từ năm 2024 là $P_n = P(1+r)^n$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2u_{n-1} \end{cases}$ với $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$.

2. Số hạng thứ 5 của dãy số đã cho bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Anh Thanh vừa được tuyển dụng vào một công ty công nghệ, được cam kết lương năm đầu sẽ là 200 triệu đồng và lương mỗi năm tiếp theo sẽ được tăng thêm 25 triệu đồng. Hỏi lương của anh Thanh vào năm thứ 5 làm việc cho công ty bằng bao nhiêu triệu đồng?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Năm 2020, một hãng xe máy niêm yết giá bán xe X là 42 triệu đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo mỗi năm giảm 2% giá bán so với năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe máy niêm yết giá bán xe X là bao nhiêu triệu đồng (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)?

Q.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = u_{n-1} + 6n^2 - 2n \end{cases}$, với $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$. Giá trị của $\frac{u_{2025}}{10^{10}}$ bằng bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)?

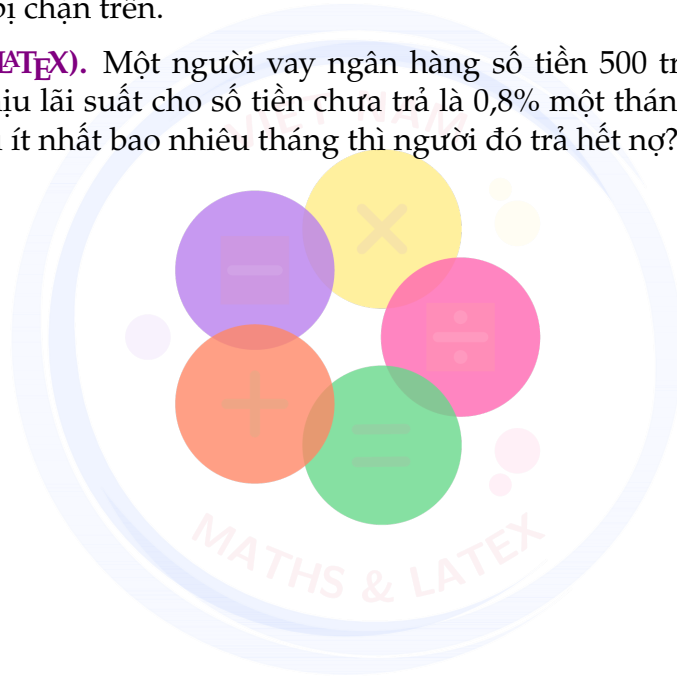
Q.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 2u_{n-1} - 9 \end{cases}$ với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Chứng minh rằng dãy số (u_n) bị chặn trên.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một người vay ngân hàng số tiền 500 triệu đồng, mỗi tháng trả góp 10 triệu đồng và chịu lãi suất cho số tiền chưa trả là 0,8% một tháng. Kỳ trả đầu tiên là cuối tháng thứ nhất. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó trả hết nợ?



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. B 3. C 4. C 5. C 6. C 7. C 8. D 9. B 10. D 11. A 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c S d Đ

Câu 2. a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 9

Câu 2. 3 0 0

Câu 3. 3 8

Câu 4. 1 , 6 6



Biên soạn: Trần Hưng

Phản biện: Nguyễn Ngọc Huy Trường

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. 1; -2; -5; -9; -11.

B. 1; -3; -6; -9; -12.

C. 2; -3; -8; -13; -18.

D. 1; -3; -5; -7; -9.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 4$. Giá trị u_{2024} bằng

A. 8 074.

B. 4 074.

C. 8 094.

D. 4 078.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 7 - 3n$. Tìm công sai của cấp số cộng.

A. $d = -3$.

B. $d = -10$.

C. $d = 3$.

D. $d = 2$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 47$, công sai $d = 5$. Số 10 117 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đó?

A. 2 023.

B. 2 024.

C. 2 025.

D. 2 022.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 40 số hạng đầu là 3 320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

A. -4.

B. 8.

C. -8.

D. 4.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết bốn số 3; x ; 15; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $5x + 2y$ bằng

A. 85.

B. 87.

C. 83.

D. 80.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 2$ và số hạng thứ ba là $u_3 = 8$. Tìm số hạng thứ sáu của cấp số cộng trên.

A. $u_6 = 22$.

B. $u_6 = 14$.

C. $u_6 = 10$.

D. $u_6 = 18$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ nhất là $u_1 = -1$ và số hạng thứ hai là $u_2 = -2$. Số -6 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ tư là $u_4 = 10$ và số hạng thứ tám là $u_8 = 22$. Tìm công sai của cấp số cộng trên.

A. $d = 1$.

B. $d = 3$.

C. $d = 4$.

D. $d = 2$.

công sai $d = 3$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 2 \\ u_6 = 12 \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng trên.

A. $u_n = n + 6$.

B. $u_n = n + 7$.

C. $u_n = -n + 6$.

D. $u_n = n + 5$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_4 + u_3 = 9 \\ u_1 = 2 \end{cases}$. Tính tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng trên.

- A. $S_{20} = 230$. B. $S_{20} = 320$. C. $S_{20} = 200$. D. $S_{20} = 300$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 8, u_9 = 16$. Tìm số hạng thứ 8 của cấp số cộng trên.

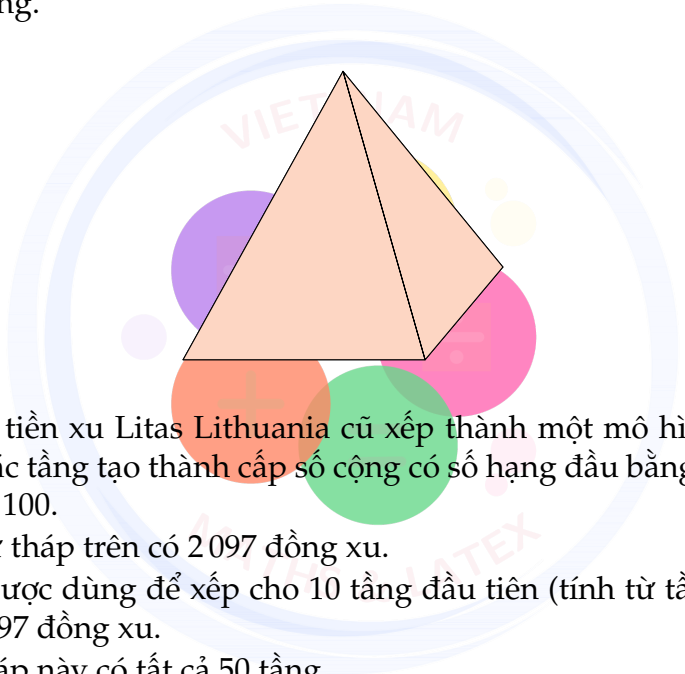
- A. $u_8 = 14$. B. $u_8 = 12$. C. $u_8 = 18$. D. $u_8 = 20$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$, công sai $d = 5$.

- a) Công thức của số hạng tổng quát là $u_n = 5n + 8$.
 b) $u_1 + u_2 + u_3 = 6$.
 c) Số 200 là một số hạng của cấp số cộng trên.
 d) Số 392 là số hạng thứ 80 của cấp số cộng trên.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Litva sẽ tham gia vào cộng đồng chung châu Âu sử dụng đồng Euro là đồng tiền chung vào ngày 01 tháng 01 năm 2015. Để kỷ niệm thời khắc lịch sử này, chính quyền đất nước này quyết định dùng 122 550 đồng tiền xu Litas Lithuania cũ của đất nước để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 4 901 đồng và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 100 đồng.



- a) Theo đề bài, đồng tiền xu Litas Lithuania cũ xếp thành một mô hình kim tự tháp, gồm n tầng, số đồng xu các tầng tạo thành cấp số cộng có số hạng đầu bằng 4 901 (tầng dưới cùng) và công sai bằng -100 .
 b) Tầng 40 của kim tự tháp trên có 2 097 đồng xu.
 c) Tổng số đồng xu được dùng để xếp cho 10 tầng đầu tiên (tính từ tầng dưới cùng) của kim tự tháp trên là 90 097 đồng xu.
 d) Mô hình kim tự tháp này có tất cả 50 tầng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = 15$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có các số hạng đầu tiên là 1; 4; 10; 19; 31; ... Biết rằng hiệu của hai số hạng liên tiếp trong dãy số (u_n) lập thành một cấp số cộng là 3; 6; 9; 12; ... Hỏi số 2 341 là số hạng thứ mấy của dãy số (u_n) ?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1; 3; 5; ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình vẽ).



Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?

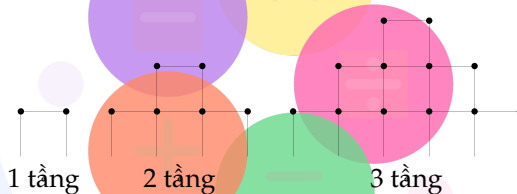
☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn
$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34. \end{cases}$$

- Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.
- Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một em học sinh dùng các que diêm để xếp thành hình tháp có quy luật được thể hiện như trong hình vẽ



Hỏi cần bao nhiêu que diêm để xếp thành hình tháp có 10 tầng?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tính số hàng cây được trồng.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. C 3. A 4. A 5. D 6. B 7. B 8. B 9. B 10. A 11. A 12. A

PHẦN II.

Câu 1.

a S b Đ c S d Đ

Câu 2.

a Đ b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

6

Câu 2.

4 0

Câu 3.

2 1 9 0

Câu 4.

5 9



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. 1; 0,2; 0,04; 0,0008; ... B. 1; $-x^2$; x^4 ; $-x^6$; ... với $x \neq 0$.
C. 2; 22; 222; 2222; ... D. x ; $2x$; $3x$; $4x$; ... với $x \neq 0$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (u_n) không phải là cấp số nhân.
B. (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.
C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.
D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_n = 3 \cdot 2^n$. Năm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

- A. 6; 12; 24; 48; 96. B. 3; 6; 12; 24; 48. C. 2; 4; 8; 16; 32. D. 1; 2; 4; 8; 16.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 21$, $q = 3$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân u_n là

- A. $u_n = 7 - 3n$. B. $u_n = 7 \cdot 3^n$. C. $u_n = 7 - 3^n$. D. $u_n = \frac{7}{3n}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. Số hạng thứ 5. B. Số hạng thứ 6.
C. Số hạng thứ 7. D. Không là số hạng của cấp số nhân đã cho.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, $q = -2$. Số -96 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n) ?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -3$, $q = 4$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) là

- A. $S_{10} = 1\,048\,575$. B. $S_{10} = 1\,048\,525$. C. $S_{10} = -1\,048\,575$. D. $S_{10} = -1\,048\,525$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$, $u_4 = -54$. Tính u_7 .

- A. $u_7 = 1\,458$. B. $u_7 = -1\,548$. C. $u_7 = 1\,548$. D. $u_7 = -1\,458$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$, $S_3 = -26$. Tính S_6 .

- A. $S_6 = 728$. B. $S_6 = -1\,638$. C. $\begin{cases} S_6 = 1\,638 \\ S_6 = -728 \end{cases}$ D. $S_6 = 1\,638$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vi khuẩn cứ sau 2 phút lại nhân đôi một lần. Hỏi sau 2 giờ số lượng vi khuẩn có được là bao nhiêu?

- A. 2^{119} vi khuẩn. B. 2^{59} vi khuẩn. C. 2^{60} vi khuẩn. D. 2^{120} vi khuẩn.

Câu 11 (VN-MATHS & \LaTeX). Anh Dũng dự định mua một chiếc ô tô. Giá khởi điểm của chiếc ô tô là 900 triệu đồng. Cứ sau 1 năm, giá trị của nó giảm 4%. Hỏi sau 6 năm thì anh Dũng sẽ mua chiếc ô tô đó với giá bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).

- A. 804 triệu đồng. B. 710 triệu đồng. C. 704 triệu đồng. D. 810 triệu đồng.

Câu 12 (VN-MATHS & \LaTeX). Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20 000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

- A. Hòa vốn. B. Thua 20 000 đồng. C. Thắng 20 000 đồng. D. Thua 40 000 đồng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2 048.

- a) Công bội $q = 4$.
 b) $u_5 = \frac{1}{2} \cdot 4^5$.
 c) Cấp số nhân (u_n) có 7 số hạng.
 d) Tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân (u_n) bằng $\frac{5461}{2}$.

Câu 2 (VN-MATHS & \LaTeX). Một quả bóng siêu nảy được thả rơi từ độ cao 30 mét so với mặt đất, khi chạm đất nó nảy lên cao với độ cao bằng $\frac{2}{3}$ lần so với độ cao của lần rơi ngay trước đó.

- a) Dãy các độ cao của quả bóng ở mỗi lần nảy lên là một cấp số nhân.
 b) Dãy các độ cao của quả bóng ở mỗi lần nảy lên là một dãy số tăng.
 c) Ở lần nảy lên thứ 11, quả bóng đạt độ cao tối đa là 1,35 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
 d) Tổng quãng đường mà quả bóng di chuyển từ khi thả rơi đến khi chạm đất ở sau lần nảy thứ 10 là 117,92 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Giá trị của u_4 bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và $S_4 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 45$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & \LaTeX). Trong buổi phát động trồng cây, trường X trồng được 12 hàng cây, hàng đầu tiên có 2 cây, các hàng liên sau mỗi hàng có số cây gấp đôi hàng trước đó. Hỏi trường X trồng được bao nhiêu cây?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 2024. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ theo thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k = 1, 2, \dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2025}B_{2025}C_{2025}D_{2025}$ có dạng $m \cdot 2^{-1007}$. Tìm m .

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 12, \frac{u_3}{u_8} = 243$.

- a) Tính công bội q và viết số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) .

b) Tìm số hạng thứ 9 và tổng của 5 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính đến ngày 31/12/2018 diện tích rừng nước ta là 3 886 337 ha. Giả sử cứ sau một năm diện tích trồng rừng nước ta tăng 6,1%. Hỏi sau ba năm diện tích trồng rừng nước ta là bao nhiêu ha? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Anh A dự định mua được ô tô giá 500 triệu và anh A được hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền mua ô tô?



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. C 3. A 4. B 5. C 6. D 7. C 8. D 9. C 10. C 11. C 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d Đ

Câu 2.

a Đ b S c S d S

PHẦN III.

Câu 1.

- 2 4

Câu 2.

3 0 6 9

Câu 3.

8 1 9 0

Câu 4.

2 5 3



Biên soạn: Phan Văn Thành
Phản biện: Dương Phước Sang

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu với mọi số tự nhiên $n \geq 1$ ta luôn có

- A. $u_{n+1} = u_n$. B. $u_{n+1} \leq u_n$. C. $u_{n+1} < u_n$. D. $u_{n+1} > u_n$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 2 - \frac{1}{n}$. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn.
B. Dãy số (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới.
C. Dãy số (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.
D. Dãy số (u_n) không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng có 6 số hạng là $-\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$. Công sai d của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 1$. B. $d = -\frac{1}{3}$. C. $d = 0$. D. $d = \frac{1}{3}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

- A. $u_n = 3n + 5$. B. $u_n = 3n - 5$. C. $u_n = 3n - 1$. D. $u_n = 3n + 1$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Tổng 18 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này bằng

- A. $S_{18} = -81$. B. $S_{18} = 96$. C. $S_{18} = -96$. D. $S_{18} = 81$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số sau, dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; -1; 1; -1; 1. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Khi đó, số hạng tổng quát của cấp số nhân là

- A. $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$. B. $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. C. $u_n = 2 \cdot 3^n$. D. $u_n = 3 \cdot 2^n$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân, công bội $q > 0$. Biết $u_1 = 1, u_3 = 4$. Số hạng u_4 của cấp số nhân đã cho là

- A. $\frac{11}{2}$. B. 2. C. 16. D. 8.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là 5 150. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là

- A. 860. B. 900. C. 1 080. D. 1 030.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây, ..., cứ tiếp tục như thế, số cây hàng sau hơn số cây hàng trước đó 1 cây. Số hàng cây trong khu vườn là

A. 31.

B. 30.

C. 29.

D. 28.

Câu 11 (VN-MATHS & \LaTeX). Giả sử anh Tuấn kí hợp đồng lao động trong 5 năm với điều khoản về tiền lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Tuấn là 96 triệu được trả đều hàng tháng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Tuấn được tăng lên 10%. Tổng số tiền lương anh Tuấn lĩnh được trong 5 năm đi làm là (Đơn vị: triệu đồng, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. 446 triệu đồng.

B. 480 triệu đồng.

C. 528 triệu đồng.

D. 586 triệu đồng.

Câu 12 (VN-MATHS & \LaTeX). Một khay nước có nhiệt độ 25 độ C được đặt vào ngăn đá của tủ lạnh. Biết sau mỗi giờ, nhiệt độ của nước giảm 15%. Nhiệt độ của khay nước đó sau 7 giờ là (Đơn vị độ C, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. 9 độ C.

B. 7 độ C.

C. 8 độ C.

D. 6 độ C.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -4$.

a) Số hạng thứ 4 của cấp số cộng là $u_4 = -13$.b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng trên là $u_n = -4n + 7$.c) Tổng của 6 số hạng đầu tiên của cấp số cộng trên là $S_6 = -42$.d) Số -32 là một số hạng của cấp số cộng trên.

Câu 2 (VN-MATHS & \LaTeX). Tục truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: "Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ 2 thần xin nhận 2 hạt thóc, ô thứ 3 thần xin nhận 4 hạt thóc, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô". Giả sử 100 hạt thóc nặng 20 gam.

a) Ô thứ 4 có 9 hạt thóc.

b) Ô thứ 10 chứa 102,4 (gam) thóc.

c) Ô thứ 20 chứa 1 048,576 (kg) thóc.

d) Tổng số hạt thóc trên bàn cờ nặng khoảng 423 (triệu tấn) thóc.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_4 = -16$. Số hạng u_6 bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & \LaTeX). Người ta trồng 3 003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế, số cây hàng sau hơn hàng trước đó 1 cây cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & \LaTeX). Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn bằng bao nhiêu mét?

☞

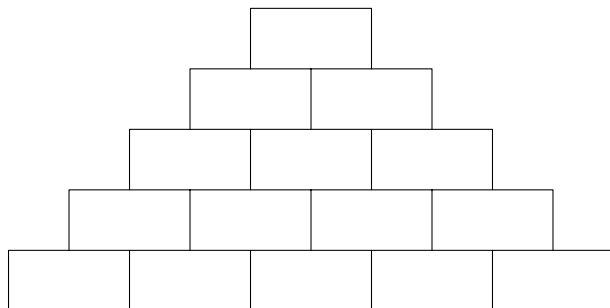
Câu 4 (VN-MATHS & \LaTeX). Bốn góc của một tứ giác có số đo tạo thành cấp số nhân và số đo góc lớn nhất gấp 27 lần số đo góc nhỏ nhất. Tổng số đo của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng bao nhiêu độ?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

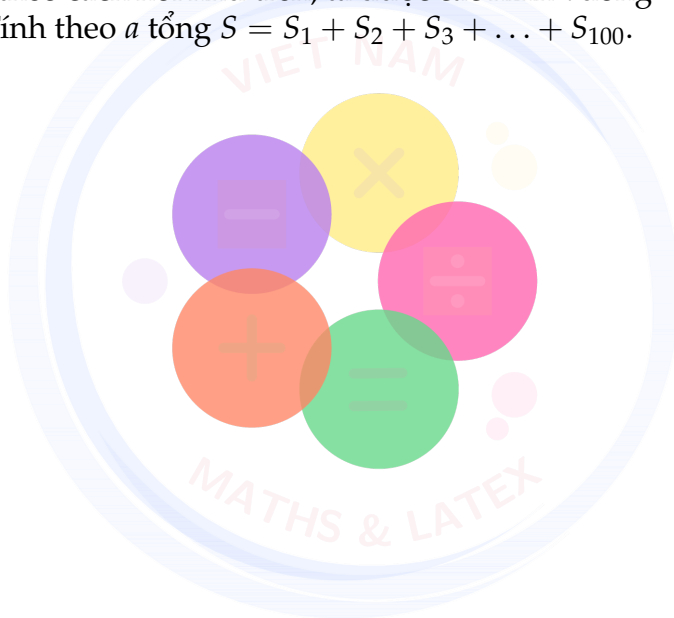
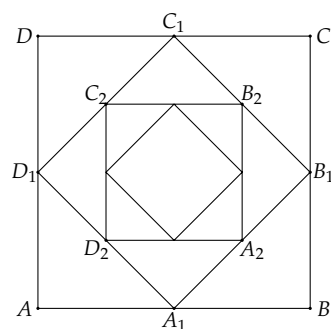
Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -3$ và công bội $q = 2$. Tính giá trị của biểu thức $A = u_3 + u_5 + S_4$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường bằng gạch với xi măng (như hình vẽ bên dưới), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên.



Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a$, có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2 . Tiếp tục nối 4 trung điểm A_2, B_2, C_2, D_2 theo thứ tự của 4 cạnh $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục thực hiện theo cách nối như trên, ta được các hình vuông có diện tích S_4, S_5, \dots . Tính theo a tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. A 3. D 4. B 5. D 6. A 7. B 8. D 9. A 10. B 11. D 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c Đ d S

Câu 2. a S b Đ c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. - 6 4

Câu 2. 7 7

Câu 3. 7 0

Câu 4. 2 5 2



Biên soạn: Trần Công Hưng

Phản biện: Tư Đô Nguyễn

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho (u_n) và (v_n) là các dãy số thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$

($a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b$.

B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2u_n - 3v_n) = 2a - 3b$.

C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.

D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n) = ab$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho c là hằng số và k là số nguyên dương cho trước. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{c}{n^k} = 0$.

C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = +\infty$.

D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} c = c$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các khẳng định dưới đây, có bao nhiêu khẳng định đúng?

(I) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$ với k nguyên dương.

(II) $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$.

(III) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$ với k nguyên dương.

(IV) $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ nếu $|q| > 1$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-4n^2 + n + 2}{2n^2 + n + 1}$ bằng

A. -2.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 2n} - 3n}{4n + 3}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. 1.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^4 + 1} + n - 1)$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $+\infty$.D. $-\infty$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n + 2^n}{5^n}$ có kết quả là

A. 0.

B. $\frac{3}{5}$.C. $\frac{2}{5}$.D. $+\infty$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{\sqrt{9n^2 + 3} + \sqrt{9n^2 + 2}} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, giá trị $a^2 + b$ bằng

A. 31.

B. 7.

C. 84.

D. 76.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-1}{4n+2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,1555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng số hữu tỉ là

- A. $\frac{63}{20}$. B. $\frac{142}{45}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ bằng

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các khẳng định sau đây, có bao nhiêu khẳng định đúng?

(I) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{2})^n = -\infty$.

(II) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \pi^n = 0$.

(III) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2n^3 + 2n^2 - 4) = +\infty$.

(IV) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-5n^4 + n^3 - 4n) = -\infty$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{2-3n} = a$.

- a) Giá trị a lớn hơn 0.
 b) $x = a$ là trục đối xứng của parabol $(P): y = 3x^2 + 4x - 7$.
 c) Gọi (u_n) là cấp số nhân với $u_1 = a$ và công bội $q = 3$ thì $u_3 = 6$.
 d) Bộ ba số $2, m, -u_3$ lập thành một cấp số cộng thì $m = 4$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho các dãy số $u_n = n + 2$ và $v_n = n^2 + n + 3$.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$. b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{v_n} = \sqrt{3}$.
 c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{v_n}{u_n^2} = +\infty$. d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - \sqrt{v_n}) = \frac{3}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,212121\dots = \frac{a}{b}$ (với a, b là các số dương có ước chung lớn nhất là 1). Giá trị $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+3+5+\dots+2n-1}{5n^2-n+1}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{(3^n+2)(2^n+1)}{3^n+2} - 2^n + 2 \right]$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^{24} + 6n^{12} + 1} - \sqrt[3]{n^{36} + 3n^{24} + 2})$ bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). So sánh hai tổng S và T sau đây:

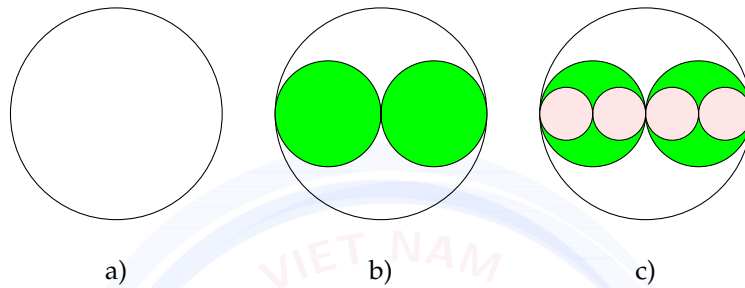
- $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$
- $T = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \dots + (-1)^n \frac{1}{3^n} + \dots$

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Từ một tờ giấy ban đầu, cắt một hình tròn bán kính $R = 2$ cm như Hình a.

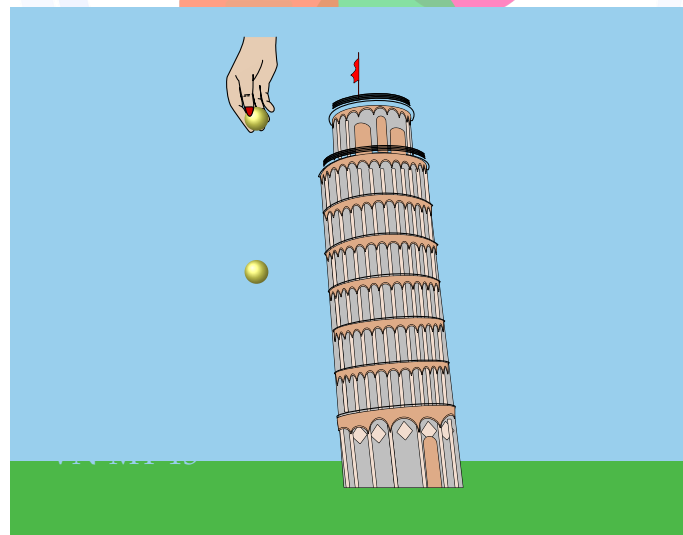
Tiếp theo, cắt hai hình tròn bán kính $\frac{R}{2}$ chồng lên hình tròn đầu tiên như Hình b.

Tiếp theo, cắt bốn hình tròn bán kính $\frac{R}{4}$ rồi chồng lên các hình trước như Hình c.

Cứ thế tiếp tục mãi. Tính tổng diện tích của các hình tròn.



Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Từ độ cao 55,8 m của tháp nghiêng Pisa ở Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tính tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. C 3. C 4. A 5. C 6. C 7. A 8. B 9. A 10. B 11. D 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 4 0

Câu 2. 0 , 2

Câu 3. 3

Câu 4. 2



Biên soạn: Nguyễn Hữu Duy

Phản biện: Nguyễn Đức Tuấn Anh

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 10x + 5} - x)$ bằng

- A. 5. B. -5. C. 10. D. -10.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{2(x + 5)}$ bằng

- A. 10. B. 0. C. -10. D. -5.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. -3. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho các giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -3$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow x_0} [2f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5. B. 2. C. 16. D. 3.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + 3}{x - 1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\infty$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{4x + 2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x - 4}{x - 1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 3. D. 0.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{2x^2 - 2}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x + 10}{\sqrt{x^2 + 3}}$ bằng

- A. $+\infty$. B. -3. C. 3. D. 0.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3}$ bằng

- A. $-\infty$. B. 1. C. $+\infty$. D. -1.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 8x + 5}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\infty$.

D. 0.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{x^2 + a} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Để tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ thì giá trị của tham số a bằng

A. 5.

B. -8 .

C. 2.

D. 8.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 5x + 6}$.

a) $f(x) = \frac{(x-3)\left(x-\frac{1}{3}\right)}{(x-3)(x-2)}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 8$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$.

d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2 + 1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$.

a) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \sqrt{5}$.

b) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -3$.

c) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \sqrt{2}$.

d) Hàm số tồn tại giới hạn khi $x \rightarrow -1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ ax - 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của a thì tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1000x^4 + x^3 - 2x^2 - 3}{x - 4x^4}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $-106a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất x (m^3) nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau:

- 3 triệu đồng chi phí cố định.
- 0,12 triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc cho mỗi mét khối sản phẩm.

Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất x (m^3) sản phẩm mỗi ngày và $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x)$ bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + \sqrt{x}}{5x - 4\sqrt{x}}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x+1} - 2}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{8-x} - \sqrt[3]{8+x}}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. D 3. C 4. C 5. C 6. A 7. B 8. C 9. C 10. D 11. A 12. D

PHẦN II.

Câu 1.

a S b Đ c S d S

Câu 2.

a S b Đ c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1.

2

Câu 2.

- 2 5 0

Câu 3.

- 1 0 0

Câu 4.

0 , 1 2



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào sau đây **không** liên tục tại $x = 3$?

- A. $y = \sqrt{x+2}$. B. $y = \sin x$. C. $y = \frac{x^2}{x-3}$. D. $y = x^2 + 1$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , liên tục tại $x = 1$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$. Khi đó giá trị của $f(1)$ bằng

- A. -5 . B. -1 . C. 1 . D. 5 .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$

liên tục tại $x = 2$ là

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chọn khẳng định đúng về số nghiệm của phương trình $x^3 + x - 1 = 0$.

- A. Phương trình có ít nhất một nghiệm.
 B. Phương trình vô nghiệm.
 C. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$.
 D. Phương trình có nhiều hơn ba nghiệm.

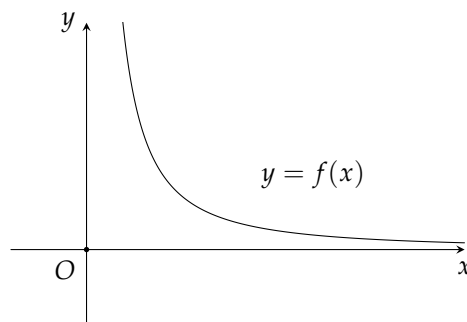
Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = \frac{1-x}{x+1}$. C. $y = \sqrt{x}$. D. $y = \sin x$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.



Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ 2023x + 2024 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$. Mệnh đề nào

sau đây sai?

- A. Hàm số liên tục tại $x = -5$. B. Hàm số liên tục tại $x = -1$.
 C. Hàm số gián đoạn tại $x = 0$. D. Hàm số liên tục tại $x = 1$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{2-x}-1} & \text{khi } x < 1 \\ -2x & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x)$ không liên tục trên \mathbb{R} .
 B. $f(x)$ không liên tục trên $(0; 2)$.
 C. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.
 D. $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f(-1) = -10$, $f(0) = 1$. Chọn khẳng định đúng

- A. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm.
 B. Phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm.
 C. Phương trình $f(x) = 0$ có nhiều hơn 1 nghiệm.
 D. Phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm âm.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -6 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$. Hàm số gián đoạn

tại điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $x = -2$.
 B. $x = 2$.
 C. $x = -3$.
 D. $x = 3$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào dưới đây liên tục trên tập \mathbb{R} ?

- A. $f(x) = x^2 + 1$.
 B. $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$.
 C. $f(x) = \frac{2-x}{x+2}$.
 D. $f(x) = \sqrt{x-1}$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \begin{cases} 3x+1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x+m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$, m là tham số. Giá trị của m để hàm số liên tục trên \mathbb{R} là

- A. $m = 5$.
 B. $m = -1$.
 C. $m = 3$.
 D. $m = -3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2+x-1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

- a) $f(1) = 4$.
 b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$.
 c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a+3$.
 d) Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi $a = -2$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ (a, b, c là các số thực).

- a) Với $a = -3, b = 0, c = 2$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-2; 0)$.
 b) Với $a = -3, b = 0, c = 2$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-2; 3)$.
 c) Với các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8+4a-2b+c > 0 \\ 8+4a+2b+c < 0 \end{cases}$. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là 2.
 d) Với các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} a+c > b+1 \\ a+b+c+1 < 0 \end{cases}$. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là 3.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 4 & \text{khi } x \geq 1 \\ m & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 1$ bằng bao nhiêu?

🔑

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một chất điểm chuyển động với tốc độ được cho bởi hàm số

$$v(t) = \begin{cases} 10 + a & \text{khi } 0 \leq t \leq 5 \\ t^2 - 5t + 10 & \text{khi } t > 5 \end{cases}$$

trong đó $v(t)$ được tính theo đơn vị m/s và t được tính theo giây. Giá trị của a để hàm số $v(t)$ liên tục tại điểm $t = 5$ bằng bao nhiêu?

🔑

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một hãng taxi đưa ra giá cước $T(x)$ (đồng) khi đi quãng đường x (km) cho loại xe 4 chỗ như sau:

$$T(x) = \begin{cases} 10\,000 + a & \text{khi } 0 < x \leq 0,7 \\ 11\,000 + 15\,100(x - 0,7) & \text{khi } 0,7 < x \leq 30 \\ 453\,430 + 12\,000(x - 30) & \text{khi } x > 30. \end{cases}$$

Giá trị của a để hàm số $T(x)$ liên tục tại $x = 0,7$ bằng bao nhiêu?

🔑

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x - 3} - x} & \text{khi } x > 3 \\ 1 - m^2x & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$$

liên tục tại $x = 3$ được viết dưới dạng $m = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ với $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Hiệu $a - b$ bằng bao nhiêu?

🔑

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$. Chứng minh rằng phương trình có ít nhất 2 nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm giá trị lớn nhất của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ a^2x - \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$

liên tục tại $x_0 = 2$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một điểm dịch vụ trông giữ xe ô tô thu phí 30 nghìn đồng trong giờ đầu tiên và thu thêm 20 nghìn đồng cho mỗi giờ tiếp theo.

- Viết hàm số $f(x)$ mô tả số tiền phí theo thời gian trông giữ, với x (giờ) là thời gian giữ xe.
- Xét tính liên tục của hàm số này.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. D 3. D 4. A 5. D 6. C 7. C 8. D 9. A 10. A 11. A 12. B

PHẦN II.

Câu 1.

a S b Đ c Đ d Đ

Câu 2.

a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

- 6

Câu 2.

0

Câu 3.

1 0 0 0

Câu 4.

1



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2 \cdot 3^n)$ bằng

- A. 6. B. 0. C. $+\infty$. D. 2.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -4$. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n + 1}{2u_n - 1}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} [xf(x) - x^2]$ bằng

- A. $-\infty$. B. 5. C. 6. D. $+\infty$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x-3}{x+3}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 0. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{2x+5}$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x^2 + 10)$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 2. D. 10.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 3x - 14}{x^2 - 4}$ bằng

- A. $\frac{11}{4}$. B. $\frac{11}{8}$. C. $\frac{7}{2}$. D. 2.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

- A. $f(1) = 3$. B. $f(1) = -1$. C. $f(1) = 1$. D. $f(1) = -3$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào dưới đây liên tục trên tập \mathbb{R} ?

- A. $f(x) = \tan x$. B. $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$. C. $f(x) = \sqrt{x+2}$. D. $f(x) = 3x^2 - 5x$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = 1$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^n = 0$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = +\infty$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{3})^n = 0$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết rằng $S = 1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots + \frac{2^n}{3^n} + \dots$ là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn. Giá trị của S bằng

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ mx^2 + 2m + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 0. \end{cases}$

a) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \frac{3}{5}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2m + \frac{1}{4}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$.

d) Nếu giới hạn của hàm số $f(x)$ khi x dần đến 0 tồn tại thì $m = \frac{1}{4}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } x \leq 1 \\ (2-m)x & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$ với m là tham số.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là \mathbb{R} .

b) Hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 - m$.

d) Hàm số liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $m = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n - 5 \cdot 7^{n+1}}{3 \cdot 2^n + 2 \cdot 7^n} = -\frac{a}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương và cùng nguyên tố cùng nhau. Giá trị của $P = a^2 - b^2$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + ax + b}{x+1}$ có giới hạn bằng 3 khi x dần đến -1 . Khi đó giá trị của tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một dự án phục hồi sinh thái đang nỗ lực tái tạo đa dạng loài thực vật tại một khu rừng bị suy thoái. Ban đầu, sau giai đoạn trồng thử nghiệm, các nhà khoa học đã thành công trong việc tái du nhập 40 loài thực vật bản địa vào khu vực. Dựa trên kinh nghiệm và các yếu tố môi trường, họ ước tính rằng vào mỗi giai đoạn phục hồi tiếp theo, số lượng loài thực vật mới có khả năng tự nhiên phát triển và ổn định thành công trong hệ sinh thái chỉ bằng $\frac{1}{5}$ số lượng loài mới phát triển ở giai đoạn trước đó. Giả sử quá trình phục hồi này diễn ra liên tục qua các giai đoạn không giới hạn. Tổng số loài thực vật tối đa mà khu rừng có thể đạt được thông qua quá trình phục hồi này bao gồm cả 40 loài ban đầu và các loài mới phát triển thêm bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{n+2}}{2n-3}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{7-3x} - \sqrt{3x+1}}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ a^2 + ax - \frac{8}{3} & \text{nếu } x = 1. \end{cases}$

Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một hồ chứa ban đầu có 6000 lít nước ngọt (nồng độ muối được coi là bằng 0 gam/lít). Nước biển có nồng độ muối không đổi là 30 gam/lít được bơm liên tục vào hồ với tốc độ 15 lít mỗi phút. Giả sử hồ có dung tích rất lớn so với thể tích nước ban đầu, nên có thể xem quá trình bơm nước biển vào không làm hồ bị tràn và thể tích nước trong hồ tăng đều theo thời gian. Tại thời điểm t (phút), gọi $m(t)$ là tổng lượng muối có trong hồ (đơn vị: gam), $V(t)$ là thể tích nước trong hồ (đơn vị: lít), khi đó nồng độ muối trong hồ được tính theo công thức:

$$C(t) = \frac{m(t)}{V(t)} \text{ (đơn vị: gam/lít).}$$

Áp dụng kiến thức về giới hạn, hãy giải thích vì sao phát biểu sau là chính xác: “Theo thời gian, nồng độ muối trong hồ sẽ tăng dần nhưng không vượt quá 30 gam/lít”.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. C 3. B 4. C 5. A 6. A 7. B 8. A 9. D 10. D 11. B 12. A

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c S d S

Câu 2. a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 1 2 2 1

Câu 2. 0 , 2 5

Câu 3. 1 2

Câu 4. 5 0



Biên soạn: Trần Hưng
Phân biên: Phan Anh

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Số đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi đi qua

- A. Hai điểm phân biệt. B. Ba điểm phân biệt.
C. Ba điểm phân biệt không thẳng hàng. D. Bốn điểm phân biệt.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
B. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
C. Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.
D. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

- A. SO . B. SD . C. SA . D. SB .

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là giao điểm của AB và CD , N là giao điểm của AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng

- A. SM . B. SO . C. SN . D. MN .

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SB . Giao điểm của DM và (SAC) là

- A. Giao điểm của DM và SA . B. Giao điểm của DM và SC .
C. Giao điểm của DM và SO . D. Giao điểm của DM và AC .

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho bốn điểm không đồng phẳng S, A, B, C . Gọi H, K lần lượt là hai điểm trên hai cạnh SA, SC ($H \neq A, H \neq S$ và $K \neq S, K \neq C$) sao cho HK không song song với AC . Gọi I là trung điểm của BC . Giao điểm của đường thẳng BK và mặt phẳng (SAI) là điểm

- A. J với $J = SI \cap BK$. B. J với $J = SI \cap BH$. C. J với $J = SI \cap HK$. D. J với $J = SI \cap HK$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó

- A. AB, MN, CD đồng quy. B. SO, BD, AM đồng quy.
C. SO, AM, BN đồng quy. D. SO, AC, BN đồng quy.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng trên các cạnh SA, SB, SC sao cho AB cắt MN tại D, BC cắt NP tại E, CA cắt MP tại F . Khi đó

- A. D, E, F thẳng hàng. B. D, E, F là ba đỉnh của một tam giác.

- C. E là trung điểm của đoạn thẳng DF . D. D, E, F không cùng thuộc một mặt phẳng.

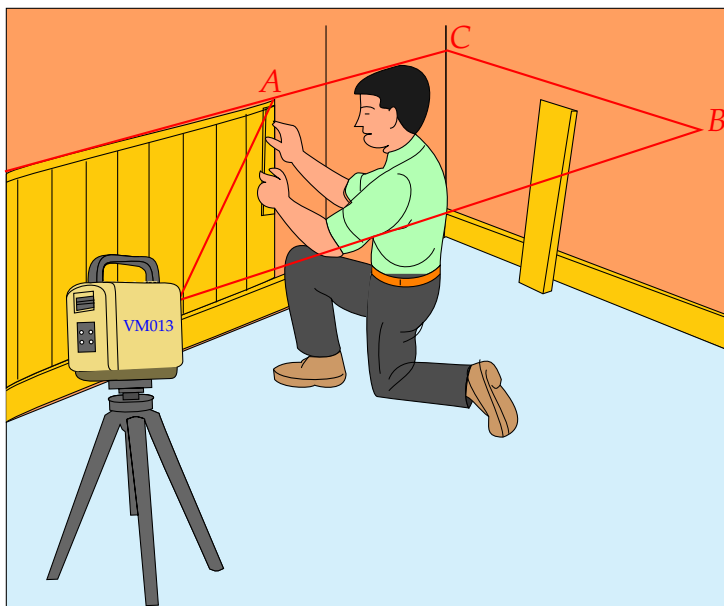
Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của

- A. CD và NP . B. CD và MN . C. CD và MP . D. CD và AP .

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- A. Giao điểm của đường thẳng EG với AD . B. Giao điểm của đường thẳng EG và AC .
C. Giao điểm của đường thẳng EG và AF . D. Giao điểm của đường thẳng EG và CD .

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong xây dựng, người ta thường dùng máy quét tia laser để kẻ các đường thẳng trên tường hoặc trên sàn nhà như hình vẽ sau:



Đoạn thẳng nào sau đây nằm trên giao tuyến giữa mặt phẳng chứa hai tia laser OA và OB với một trong các mặt tường trong hình vẽ?

- A. OA, OB . B. AC, BC . C. AB, AC . D. AB, AC .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$.

- a) $A \notin (BCD)$.
b) Có vô số mặt phẳng chứa 4 điểm A, B, C, D .
c) $(ACD) \cap (BCD) = CD$.
d) Tứ diện $ABCD$ có 4 cạnh.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC ; M là một điểm trên cạnh AB ; N là một điểm trên cạnh AC .

- a) ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.
b) Gọi K là giao điểm của AJ và MN , khi đó K là giao điểm của AJ với (DMN) .
c) IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của AD , J là điểm đối xứng với D qua C , K là điểm đối xứng với D qua B . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (IJK) và (ABC) . Gọi E, F lần lượt là giao điểm của đường thẳng d với AB, AC . Tính tỉ số $\frac{AE}{BE}$.

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = 2$. Lấy điểm M là trung điểm SB , lấy điểm E đối xứng với B qua C , N là giao điểm của SC và BE . Lấy điểm F đối xứng với C qua A , đường thẳng NF cắt SA tại P . Trong mặt phẳng (SAB) đường thẳng MP cắt AB tại G . Tính tổng $EG + GF$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD) . Tính tỉ số $\frac{IA}{IM}$.

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 3. Gọi I là trung điểm của AD , J là điểm đối xứng của D qua C và K là điểm đối xứng với D qua B . Gọi P, E lần lượt là giao điểm của AC, AB với (IJK) . Tính diện tích tam giác EIP .

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và OB . Gọi E giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) . Tính $\frac{SE}{SD}$.



NHÓM VN - MATHS & L^AT_EX

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. C 3. D 4. C 5. B 6. C 7. A 8. C 9. A 10. A 11. C 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d S

Câu 2. a Đ b Đ c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. 2

Câu 2. 6, 3 2

Câu 3. 2

Câu 4. 1, 5



- B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng SO .
- C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AD .
- D. Hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) không có giao tuyến.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d đi qua D và song song với AC .
- B. d đi qua B và song song với AC .
- C. d đi qua hai điểm A và C .
- D. d qua hai điểm B và D .

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 , biết d_1 song song với d_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1 và d_3 chéo nhau.
- B. d_1 và d_3 cắt nhau.
- C. d_1 và d_3 song song với nhau.
- D. d_1 và d_3 trùng nhau.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. AB và CD song song với nhau.
- B. AB và CD chéo nhau.
- C. AB và CD cắt nhau.
- D. Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD . Gọi J là giao điểm của đường thẳng SA và mặt phẳng (CKB) .

- a) SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD) .
- b) Điểm J thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC .
- c) Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD .
- d) $CD \parallel IJ$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

- a) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .
- b) Giao tuyến (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB .
- c) Gọi $M \in SC$, giao tuyến của (ABM) và (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song AB .
- d) Gọi $N \in SB$, giao tuyến của (SAB) và (NCD) là đường thẳng đi qua N và song song AB .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt lấy trên 3 cạnh AB, CD, BC sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{CQ}{BC} = \frac{1}{3}, CR = RD$. Gọi S là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) . Tỷ số $\frac{AS}{AD}$ bằng bao nhiêu?

☞

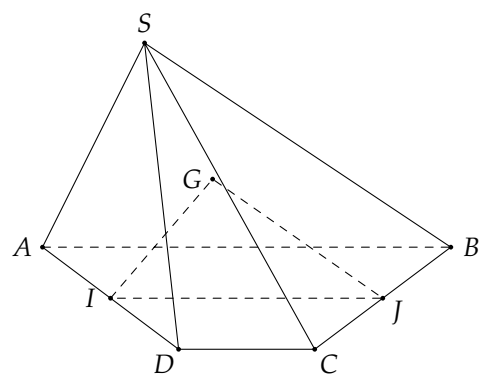
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Tỷ số $\frac{AB}{CD}$ trong tứ diện $ABCD$ để $MNPQ$ là hình thoi bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện đều $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC . Gọi K là điểm nằm trên cạnh BD sao cho $KB = 3KD$. Mặt phẳng (IJK) cắt AD tại H . Giá trị của $\frac{AH}{AD}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn AB . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB (tham khảo hình vẽ bên). Mặt phẳng (GIJ) cắt cạnh SA, SB lần lượt tại M, N . Biết $AB = kCD$, tìm giá trị của k để $MNJI$ là hình bình hành.

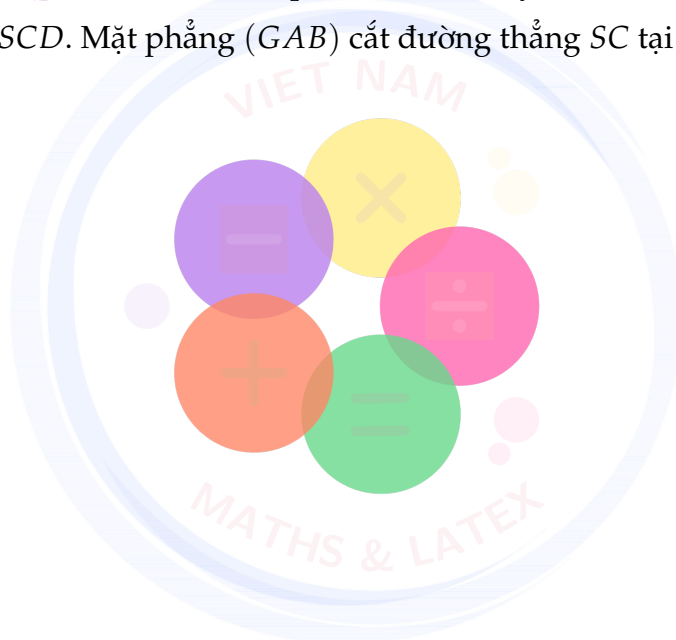


PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt thuộc cạnh AB, BC sao cho $BM = 2MA, BC = 3CN$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SMN) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD , M trên cạnh SA sao cho $2SM = 5MA$. Tìm giao điểm I của đường thẳng SD và mặt phẳng (MNP) .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD . Mặt phẳng (GAB) cắt đường thẳng SC tại I . Tính giá trị của $\frac{IS}{IC}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. B 3. B 4. A 5. A 6. B 7. B 8. C 9. C 10. B 11. C 12. B

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d Đ

Câu 2.

a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

0 , 5

Câu 2.

1

Câu 3.

0 , 7 5

Câu 4.

3



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P) ?

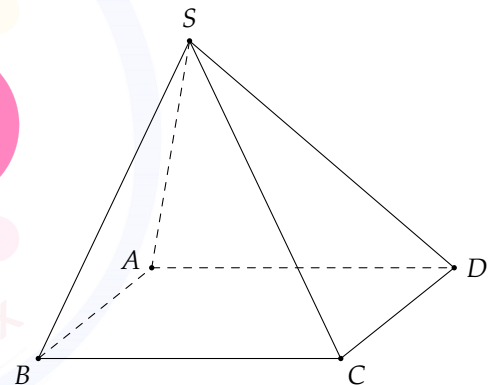
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 B. Nếu $a \parallel (P)$ thì tồn tại đường thẳng b trong (P) để $b \parallel a$.
 C. Nếu $\begin{cases} a \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a \parallel b$.
 D. Nếu $a \parallel (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $DC \parallel (SAB)$. B. $AB \parallel (ABCD)$.
 C. $DC \parallel (SAD)$. D. $BC \parallel (SAC)$.



Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Điểm N thuộc BC sao cho $NB = 2NC$. Khi đó, đường thẳng GN song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (BCD) . B. (ACD) . C. (ABD) . D. (ABC) .

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c . Gọi (P) là mặt phẳng qua a , (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

- A. Vô số mặt phẳng (P) và (Q) . B. Một mặt phẳng (P) , vô số mặt phẳng (Q) .
 C. Một mặt phẳng (Q) , vô số mặt phẳng (P) . D. Một mặt phẳng (P) , một mặt phẳng (Q) .

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $OM \parallel (SCD)$. B. $OM \parallel (SBD)$. C. $OM \parallel (SAB)$. D. $OM \parallel (SAD)$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Gọi M, N lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh SC và SD sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$, $DN = 2SN$. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau.

- A. $MN \parallel (ABCD)$. B. $DC \parallel (AMN)$. C. $AB \parallel (OMN)$. D. $DC \parallel (SMN)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi M là điểm nằm trên cạnh SC thỏa $SC = xSM$. Tìm x để đường thẳng OM song song với (SAD) .

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $DA = 6DM$ và trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $ND = xNC, x > 0$. Giá trị x bằng bao nhiêu để $MN \parallel (SAC)$?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E là một điểm bất kì trên cạnh AD ; điểm M, N lần lượt là các điểm thuộc đoạn BE và cạnh BC sao cho $\frac{BM}{ME} = x$ và $\frac{BN}{NC} = y (0 < x, y \neq 1)$. Tìm tỉ số $\frac{x}{y}$ để $MN \parallel (ACD)$.

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2AC = 4AD$. Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp của các tam giác ABC và ABD . Tính tỉ số $k = \frac{BC}{BD}$ biết $OO' \parallel (BCD)$.

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

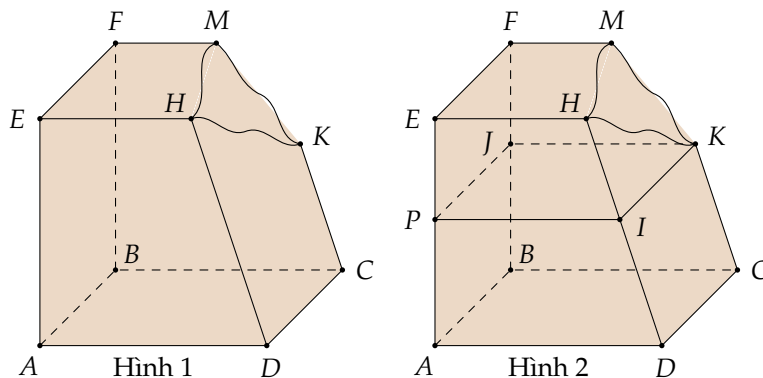
Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng BC sao cho $BM = \frac{1}{2}MC$. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD đồng thời cắt BD tại N và cắt AC tại P .

- Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt phẳng (ABD) và (ACD) .
- Tính tỉ số $\frac{MN}{MP}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Đáy $ABCD$ có diện tích bằng 18, G là trọng tâm tam giác SAB , mặt phẳng (α) đi qua G song song với AB và AC . Gọi M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh SA, SB, SC, SD .

- Chứng minh $MN \parallel AB, MQ \parallel AD$.
- Tính diện tích của tứ giác $MNPQ$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một khối gỗ có mặt bên $ABFE$ và mặt đáy $ABCD$ là các hình bình hành. Các cạnh $EH \parallel AD, EF \parallel AB, FM \parallel BC, CK \parallel DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc (Hình 1). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng (α) đi qua K và song song với BC và CD (Hình 2). Gọi I, J lần lượt là giao điểm DH và BF với mặt phẳng (α) . Biết $DH = 75$ cm, $CK = 40$ cm và $BJ - JF = 4$ cm. Tính FJ .



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. B 3. A 4. B 5. D 6. A 7. D 8. C 9. B 10. D 11. B 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b Đ c Đ d S

Câu 2. a S b Đ c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. 2

Câu 2. 0 , 2

Câu 3. 1

Câu 4. 1 , 2



Biên soạn: Tăng Xuân Phú

Phản biện: Huỳnh Phạm Minh Nguyên

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.
 Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Mã đề: 0101

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các giả thiết được cho sau đây, giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) ?

- A. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$.
- B. $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.
- C. $a \cap (\alpha) = \emptyset$.
- D. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào sau đây là đúng?

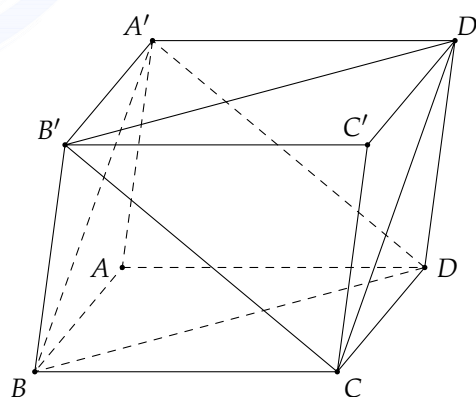
- A. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song (Q) .
- B. Nếu hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng lần lượt song song với hai đường thẳng của một mặt phẳng khác thì hai mặt phẳng đó song song.
- C. Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau song song với mặt phẳng (Q) thì hai mặt phẳng (P) và (Q) song song.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$.
- B. $(AA'B)$.
- C. $(BB'C)$.
- D. $(CC'A)$.

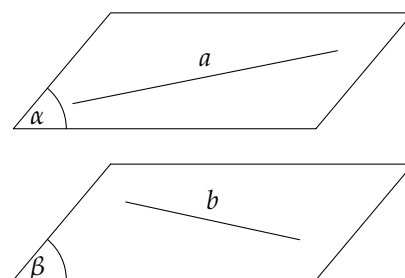
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(A'C'CA)$.
- B. $(CB'D')$.
- C. $(AB'D')$.
- D. $(BDD'B')$.



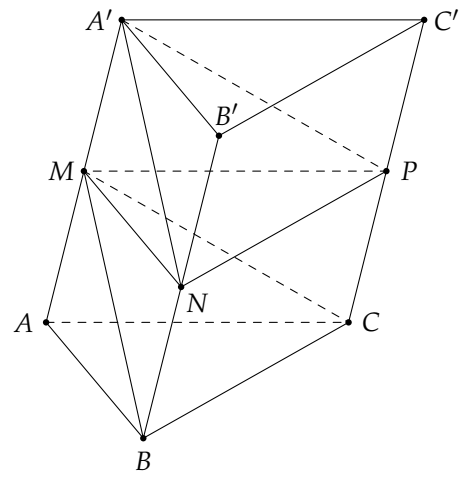
Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường thẳng a nằm trên (α) và đường thẳng b nằm trên (β) . Biết $(\alpha) \parallel (\beta)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $a \parallel (\beta)$.
- B. $b \parallel (\alpha)$.
- C. $a \parallel b$.
- D. Nếu có (γ) chứa a và b thì $a \parallel b$.



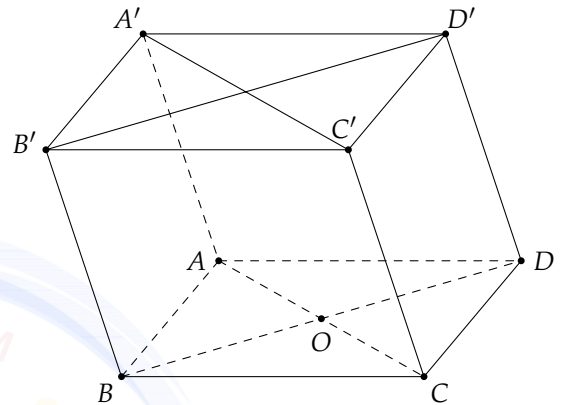
Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của đoạn AA', BB', CC' . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(ABC) \parallel (A'NP)$.
- B. $(MBC) \parallel (A'NP)$.
- C. $(MNP) \parallel (ABC)$.
- D. $(ABC) \parallel (A'B'C')$.



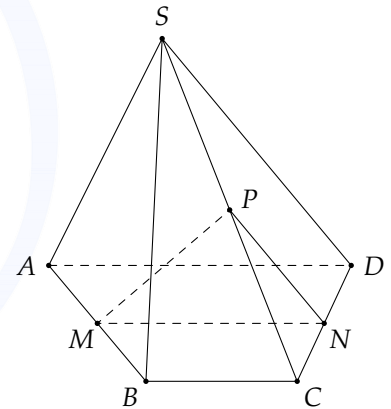
Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.
- B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.
- C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.
- D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

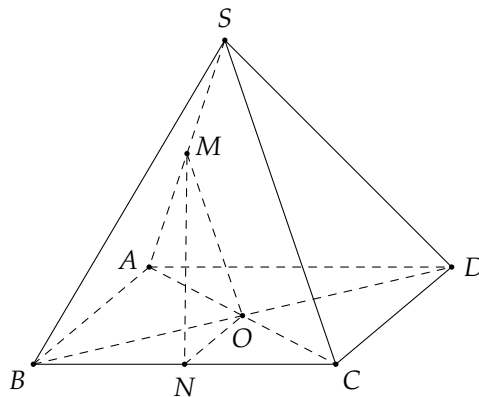


Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB, CD sao cho $MA = MB, CD = 2ND$ và P là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) .
- B. (SAD) .
- C. (SBC) .
- D. (SAC) .



Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N là trung điểm SA và BC . Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào dưới đây?



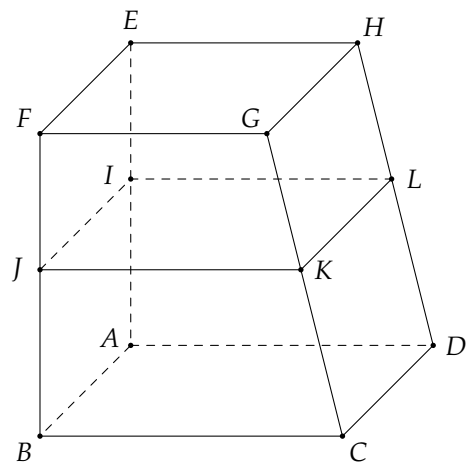
- A. $(ABCD)$.
- B. (SDC) .
- C. (SBD) .
- D. (SAC) .

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $BC' \parallel (ACD)$.
- B. $BC' \parallel (AB'A')$.
- C. $BC' \parallel (CDD')$.
- D. $BC' \parallel (ACD')$.

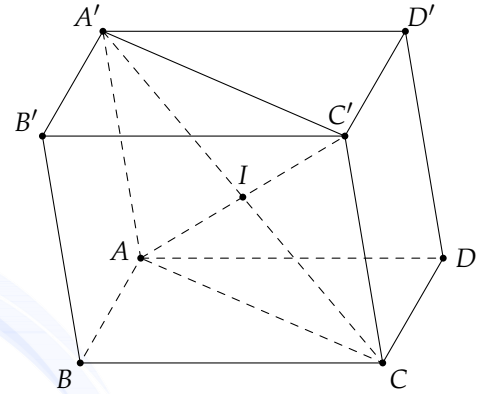
Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới ($ABCD$) và mâm tầng trên ($EFGH$) song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 80$ cm, $CG = 90$ cm và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa ($IJKL$) song song với hai mâm tầng trên và dưới sao cho khoảng cách $EI = 36$ cm. Độ dài GK bằng

- A. 90 cm. B. 80 cm.
C. 40,5 cm. D. 50,4 cm.



Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai đoạn thẳng AC' và $A'C$ cắt nhau tại I . Khi đó, tỉ số $\frac{AI}{AC'}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2.
C. 1. D. $\frac{3}{2}$.



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F, K là tâm các hình bình hành $ACC'A', BCC'B', ABB'A'$.

- a) $EK \parallel (BCC'B')$ và $FK \parallel (ACC'A')$.
b) Ba đường thẳng AF, CK, BE đồng quy tại một điểm.
c) Mặt phẳng (EFK) cắt hai mặt đáy của hình lăng trụ.
d) Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$, I là giao điểm của AF và BE thì ba điểm G, I, G' thẳng hàng.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trung điểm của AC .

Trên đường thẳng BA lấy điểm M sao cho A nằm giữa B và M , $MA = \frac{1}{2}AB$, $D = ME \cap BC$.

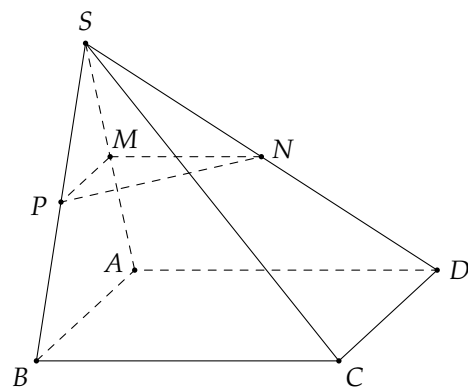
- a) $(MB'E) \cap (B'C'CB) = B'D$. b) Gọi $K = B'M \cap AA'$ thì $\frac{MK}{MB'} = \frac{1}{3}$.
c) $\frac{BD}{CD} = 3$. d) $\frac{S_{MEK}}{S_{DEKB'}} = \frac{1}{7}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là các điểm nằm trên ba cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = \frac{1}{2}AA', BN = \frac{1}{3}BB', CP = \frac{1}{4}CC'$. Gọi Q là giao điểm của mặt phẳng (MNP) và đường thẳng DD' . Tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$ bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD và P là điểm thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SP}{SB} = x$ ($0 < x < 1$). Giá trị của x bằng bao nhiêu để mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng $(ABCD)$?



☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Gọi S_1 là diện tích tam giác $B'MN$ và S_2 là diện tích tứ giác $MNCA$. Khi đó, tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi K là giao điểm của AC' và mặt phẳng $(A'BD)$. Tỉ số $\frac{AC'}{AK}$ bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Tính tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta SBC}}{S_{\Delta OMN}}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Lấy M là trung điểm của SC .

a) Xác định điểm I là giao điểm của đường thẳng AM với (SBD) .

b) Tính tỉ số $\frac{IA}{IM}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một ngôi nhà có hình dạng lăng trụ tam giác như hình vẽ. Biết chiều cao căn nhà là 8,9 m, chiều rộng căn nhà là 8 m và chiều dài là 10 m. Cách mặt đất 2,5 m người ta đổ một sàn bê tông dọc theo vừa đúng chiều dài của căn nhà. Biết sàn bê tông dày 24 cm, tính diện tích mặt trên của sàn bê tông đó. (Kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. D 3. C 4. B 5. C 6. A 7. C 8. B 9. B 10. D 11. C 12. A

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c S d Đ

Câu 2.

a Đ b Đ c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1.

0 , 5 8

Câu 2.

0 , 5

Câu 3.

0 , 3

Câu 4.

3



Biên soạn: Chương Ngô Toàn Phúc
Phản biện: Đỗ Nam

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi nói về phép chiếu song song, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
- B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu song song của nó.
- C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.
- D. Một tam giác bất kì có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
- D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hình chiếu song song của hình vuông không thể là

- A. hình chữ nhật. B. đoạn thẳng. C. hình tam giác. D. hình thoi.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi nói về phép chiếu song song, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.
- B. Một tam giác bất kì có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.
- C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.
- D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tam giác ABC đều có hình chiếu song song lên mặt phẳng (P) là tam giác DEF . Hình chiếu song song của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A. giao điểm ba đường cao của tam giác DEF .
- B. giao điểm ba đường trung trực của tam giác DEF .
- C. giao điểm ba đường trung tuyến của tam giác DEF .
- D. giao điểm ba đường phân giác của tam giác DEF .

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của tam giác BDC' lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu AA' là

- A. $\triangle A'B'C'$. B. $\triangle A'B'D'$. C. $\triangle A'C'D'$. D. $\triangle B'D'C'$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi nói về phép chiếu song song, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường tròn.
- B. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành một điểm.
- C. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đường elip.
- D. Phép chiếu song song có thể biến đường tròn thành đoạn thẳng.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi E là trung điểm SD . Hình chiếu của E qua phép chiếu song song lên mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ theo phương của đường thẳng SO là F . Tỉ số $\frac{OF}{BD}$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi nói về phép chiếu song song, mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Phép chiếu song song có thể biến trọng tâm tam giác thành một điểm không phải là trọng tâm tam giác hình chiếu.
 B. Phép chiếu song song biến tâm của hình bình hành thành tâm của hình bình hành.
 C. Phép chiếu song song biến trọng tâm tam giác thành trọng tâm tam giác hình chiếu.
 D. Phép chiếu song song biến trung điểm của đoạn thẳng thành trung điểm của đoạn thẳng hình chiếu.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có M là trung điểm của BC . Qua phép chiếu song song theo phương CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M' là trung điểm của $A'B'$. B. M' là trung điểm của $B'C'$.
 C. M' là trung điểm của $A'C'$. D. M' là trung điểm của CC' .

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phép chiếu song song theo phương Δ không song song với a hoặc b , mặt phẳng chiếu là (P) ; hai đường thẳng a và b biến thành a' và b' . Quan hệ nào giữa a và b được bảo toàn trong phép chiếu song song trên?

- A. Cắt nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Chéo nhau.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng

- A. song song. B. trùng nhau.
 C. song song hoặc trùng nhau. D. cắt nhau.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Xét phép chiếu song song theo phương chiếu AA' lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$.

- a) Hình chiếu song song của B' là B' .
 b) Hình chiếu song song của A là A' .
 c) Hình chiếu song song của O là O' .
 d) Hình chiếu song song của $\triangle OAB'$ là $\triangle O'A'B$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $MA = 2MS$. Phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$ biến điểm S thành điểm N .

- a) M là ảnh của O qua phép chiếu song song theo phương MO lên mặt phẳng $(ABCD)$.
 b) N thuộc cạnh AC .
 c) $\frac{AO}{AN} = \frac{1}{3}$.
 d) $\frac{CN}{CA} = \frac{1}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

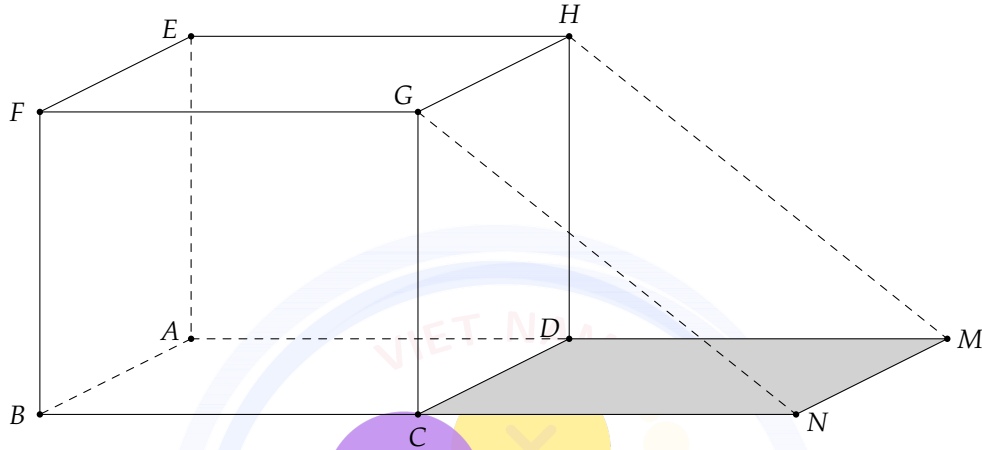
Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AC . Gọi N là hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB . Giá trị của $\frac{AB}{NB}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$, có bao nhiêu phương chiếu Δ sao cho phép chiếu song song theo phương chiếu Δ lên một mặt phẳng (α) cắt Δ có ảnh A', B', C', D' của A, B, C, D tương ứng là bốn đỉnh của một hình bình hành?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Vào một thời điểm trong ngày, người ta quan sát thấy bóng râm của một chiếc container ở cảng (có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$) là hình chiếu của container đó lên mặt đất với phương chiếu GN song song với các tia sáng mặt trời (các tia sáng mặt trời được xem là các đường thẳng song song với nhau), N trùng với điểm đối xứng của B qua C . Diện tích phần bóng râm được tô màu trong hình vẽ bên dưới là bao nhiêu m^2 , biết rằng $BC = 12\text{ m}$, $CD = 2,4\text{ m}$ và $CG = 2,6\text{ m}$?



☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có diện tích bằng 2024 (đơn vị diện tích). Gọi M là trung điểm EA , điểm N là trung điểm CG . Diện tích hình chiếu song song của tam giác MNH trên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương chiếu là đường FC bằng bao nhiêu đơn vị diện tích?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm điểm $I \in B'D, J \in AC$ sao cho $IJ \parallel BC'$. Tính tỉ số $\frac{ID}{IB'}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, xác định hai điểm M, N lần lượt là các điểm trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' . Tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AD, BC . Lấy P, Q lần lượt là hai điểm trên cạnh SB, SA sao cho $\frac{SP}{SB} = \frac{SQ}{SA} = \frac{2}{3}$.

- Tìm ảnh của các đoạn thẳng MN, PQ và tam giác MNP qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (SCD) theo phương AD .
- Hãy nhận xét về vị trí tương đối của ảnh hai đường thẳng MN, PQ qua phép chiếu trên.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. B 3. C 4. A 5. C 6. D 7. B 8. A 9. A 10. B 11. B 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c Đ d S

Câu 2.

a S b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

2

Câu 2.

3

Câu 3.

2 8 , 8

Câu 4.

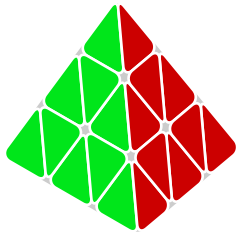
1 5 1 8



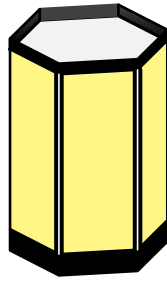
Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(DA'C')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (ABC) . B. (BDA') . C. $(D'AC)$. D. $(B'AC)$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các hình sau, hình nào là đồ vật có dạng hình lăng trụ?



Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.



Hình 4.

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Các mặt của hình hộp là hình bình hành.
 B. Các cạnh bên của hình lăng trụ song song với nhau.
 C. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau.
 D. Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình tam giác.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AC \parallel B'D'$. B. $AB \parallel B'C'$. C. $AB \parallel A'C'$. D. $AB' \parallel DC'$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$. B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
 C. Nếu b cắt (α) thì $b \parallel a$. D. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn AB với $AB = 2CD$, AC và BD cắt nhau tại O . Gọi M, N lần lượt là điểm trên cạnh SC, SB sao cho $SM = 2MC$, $SN = \frac{2}{3}SB$.

- a) Đường thẳng AB chéo với đường thẳng SC .
 b) $MN \parallel BC$.
 c) Nếu $BC = 6$ thì $MN = 3$.
 d) Đường thẳng OM song song với đường thẳng SA .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng và có tâm lần lượt là O và O' . Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE$, $BN = \frac{1}{3}BD$.

- a) $OO' \parallel DF$. b) OO' cắt mặt phẳng (ADF) .
 c) OO' cắt mặt phẳng (BCE) . d) MN song song với mặt phẳng $(CDFE)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

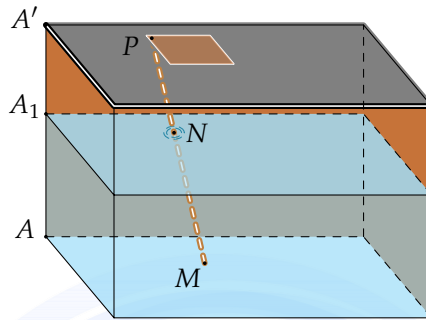
Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, BC . Giao điểm của mặt phẳng (MND) và SB là I . Giá trị của tỉ số $\frac{SI}{SB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AD và G là trung điểm của SO . Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Biết $HC = k \cdot HS, k \in \mathbb{N}$. Giá trị của k bằng bao nhiêu?

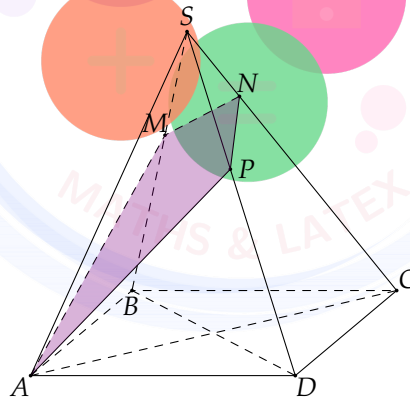
🔑

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phần trong của một bể đựng nước được xây có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao 2 m như hình. Bạn Minh lấy một thanh thước thẳng đủ dài cắm vào bể sao cho một đầu chạm đáy bể và để thước tựa vào mép dưới của thành miệng bể, đánh dấu điểm tựa. Sau đó rút thước lên, bạn Minh đo được độ dài của phần thước chìm trong nước là 1,55 m và độ dài của phần thước từ điểm được đánh dấu đến điểm đầu chạm đáy bể là 2,5 m. Mực nước còn lại trong bể bằng bao nhiêu mét?



🔑

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một khối gỗ có dạng hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA = SB = SC = SD = 12$ cm. Bác An cần cắt khối gỗ đó theo mặt phẳng $(AMNP)$ như hình vẽ, biết $SN = 3$ cm và $(AMNP) \parallel BD$. Độ dài đoạn SP bằng bao nhiêu cm?



🔑

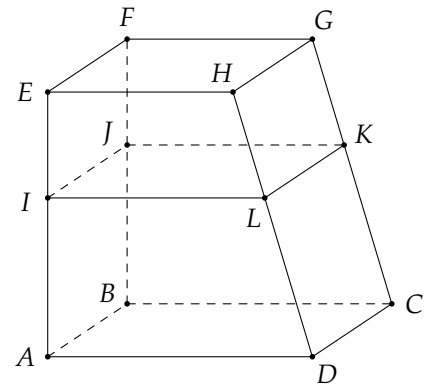
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi với M là một điểm trên cạnh SC .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
- Tìm giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và CD . Gọi M là trung điểm của SB . Gọi F là giao điểm của DM và (SIK) . Tính tỉ số $\frac{MF}{DF}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới ($ABCD$) và mâm tầng trên ($EFGH$) song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 80$ cm, $CG = 90$ cm và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa ($IJKL$) song song với hai mâm tầng trên và tầng dưới sao cho khoảng cách $EI = 36$ cm. Hãy giúp bác thợ mộc tính độ dài GK để đặt mâm tầng giữa cho kệ để đồ đúng vị trí.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. A 3. D 4. B 5. C 6. D 7. B 8. D 9. B 10. D 11. D 12. D

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c S d Đ

Câu 2.

a Đ b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

0 , 6 7

Câu 2.

3

Câu 3.

1 , 2 4

Câu 4.

4 , 8



Biên soạn: Nguyễn Trường Vinh
 Phân biệt: Nguyễn Đức Tuấn Anh

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mẫu số liệu ghép nhóm là mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm. Mỗi nhóm số liệu là tập hợp gồm các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định và được cho dưới dạng $[a; b)$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải. Độ dài của nhóm $[a; b)$ là

- A. $a - b$. B. $b - a$. C. a . D. b .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi khảo sát về cân nặng (đơn vị: kilôgam) của các học sinh nam khối lớp 11A, người ta thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[45; 55)	[55; 65)	[65; 75)	[75; 85)	[85; 95)	[95; 105)	
Tần số	245	74	112	49	23	7	$n = 510$

Nhóm có tần số cao nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [95; 105). B. [65; 75). C. [55; 65). D. [45; 55).

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học, người ta chia mẫu số liệu đó thành năm nhóm căn cứ vào số lượng học sinh của mỗi lớp và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như bảng sau:

Nhóm	[36; 38)	[38; 40)	[40; 42)	[42; 44)	[44; 46)
Tần số	9	15	25	30	21
Tần số tích lũy	9	24	49	79	100

Tần số tích lũy của nhóm [38; 40) là

- A. 9. B. 24. C. 49. D. 79.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho bảng tần số ghép nhóm về cân nặng (đơn vị: kilôgam) của 40 học sinh lớp 11A như sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Giá trị đại diện	35	45	55	65	75	85
Tần số	2	10	16	8	2	2

Cân nặng trung bình (kg) của 40 học sinh lớp 11A bằng

- A. 56. B. 55. C. 60. D. 66.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm không nhất thiết là một số trong mẫu số liệu.
 B. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm chính là trung vị của mẫu số liệu không ghép nhóm ban đầu.
 C. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là trung bình cộng của trung vị của một nửa mẫu số liệu trên và trung vị của một nửa mẫu số liệu dưới.
 D. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ với số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Tần số	4	11	7	8
Tần số tích lũy	4	15	22	30

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 50. B. 45. C. 55. D. 40.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bảng số liệu ghép nhóm về tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2005 đến năm 2024 tại một trạm quan trắc đặt ở Hà Nội như sau:

Lượng mưa	[150; 225)	[225; 300)	[300; 375)	[375; 450)	[450; 525)
Số năm	3	5	3	6	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 375. B. 175. C. 225. D. 425.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào **sai** về ý nghĩa của tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm?

- A. Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị.
- B. Các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia mẫu số liệu đó thành bốn phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị.
- C. Ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm có thể đại diện cho mẫu số liệu.
- D. Để tính được các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta phải xác định tần số của các nhóm.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua hàng ở một siêu thị mini trong một ngày:

Nhóm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	3	6	19	23	9

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 (nghìn đồng) của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 63,16. B. 48,26. C. 77,4. D. 14,23.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Vườn bách thú Thủ Lệ ở Hà Nội ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như bảng sau:

Nhóm	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Tần số	1	3	8	6	2
Tần số tích lũy	1	4	12	18	20

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [14; 15). B. [15; 16). C. [16; 17). D. [17; 18).

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của học sinh khối lớp 12 trong một trường trung học, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	[150; 156)	[156; 162)	[162; 168)	[168; 174)	[174; 180)	[180; 186)
Tần số	5	18	40	26	8	3

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [180; 186). B. 40. C. [162; 168). D. [168; 174).

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Thời gian (đơn vị: phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho trong bảng sau:

Nhóm	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Tần số	2	10	6	4	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 10. B. 10,5. C. $\frac{103}{6}$. D. $\frac{67}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bạn An thống kê thời gian chơi thể thao trong một tuần (đơn vị: giờ) của các bạn lớp 11A như sau:

0 5 0 5 6 2 10 8 5 1 4 3 4 14 7 4 9 8 9 14
5 14 5 0 14 7 5 7 12 2 14 6 2 6 8 8 7 9 7 14.

- a) Lập bảng số liệu ghép nhóm có 5 nhóm với các nhóm [0;3); [3;6); [6;9); [9;12); [12;15) ta được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)
Tần số	7	10	12	4	7

- b) Lập bảng số liệu ghép nhóm có 5 nhóm với các nhóm [0;3); [3;6); [6;9); [9;12); [12;15) bao gồm cả tần số tích lũy ta được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)
Tần số	7	10	12	4	7
Tần số tích lũy	7	10	12	4	7

- c) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 40
d) Tần số của nhóm [6;9) là lớn nhất trong tất cả các nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bạn Thúy thống kê thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày (đơn vị: phút) của các bạn lớp 11A₁ và 11A₂ như sau:

Lớp 11A₁

Nhóm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Tần số	10	18	12	4	2

Lớp 11A₂

Nhóm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Tần số	12	16	10	4	3

- a) Giá trị đại diện của các nhóm của mẫu số liệu của lớp 11A₁ trên được xác định trong bảng sau:

Nhóm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Giá trị đại diện	10	30	50	70	90
Tần số	10	18	12	4	2

- b) Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của các bạn lớp 11A₁ là 36,96 phút (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
c) Giá trị đại diện của các nhóm của mẫu số liệu của lớp 11A₂ trên được xác định trong bảng sau:

Nhóm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Giá trị đại diện	20	60	100	140	180
Tần số	12	16	10	4	3

- d) Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của các bạn lớp 11A₁ cao hơn các bạn lớp 11A₂.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Đo chiều cao (đơn vị: cm) của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	4	12	11	6	5	2
Tần số tích lũy	4	16	27	33	38	40

Chiều cao trung bình của 40 mẫu cây trong bảng trên bằng bao nhiêu centimét (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & \LaTeX). Thống kê về thời gian tự học ở nhà (đơn vị: giờ) của 42 học sinh lớp 12A, kết quả được cho trong bảng sau:

Nhóm	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)	[5; 6)
Tần số	7	11	12	9	3
Tần số tích lũy	7	18	30	39	42

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu giờ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & \LaTeX). Một công ty viễn thông muốn khảo sát thời gian sử dụng dịch vụ Internet hàng tháng (đơn vị: giờ) của các hộ gia đình trong một khu vực. Họ thu thập dữ liệu từ 1 000 hộ gia đình và thống kê được như sau:

Thời gian sử dụng	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)	[100; 120)
Số hộ gia đình	50	120	380	250	150	50

Dựa vào trung vị, có thể kết luận rằng 50% số hộ gia đình sử dụng dịch vụ Internet ít nhất bao nhiêu giờ mỗi tháng (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần mười)?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & \LaTeX). Một cửa hàng bán máy tính khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua máy tính ở mức giá (đơn vị: triệu đồng/m²) nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
Số khách hàng	56	75	125	40	12

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Một cửa hàng bán điện thoại khảo sát khách hàng xem họ dự định mua điện thoại với mức giá nào (đơn vị: triệu đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)	[20; 24)
Số khách hàng	36	62	60	18	12

Khả năng khách hàng mua điện thoại với giá bao nhiêu tiền là nhiều nhất?

Câu 2 (VN-MATHS & \LaTeX). Trong một cuộc khảo sát về thời gian sử dụng điện thoại di động mỗi ngày (đơn vị: giờ) của học sinh lớp 11, người ta thu thập được dữ liệu của 100 học sinh và lập bảng phân bố tần số như sau:

Thời gian sử dụng	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số học sinh	5	m	30	40	p

Biết $M_e = \frac{88}{15}$. Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Lớp 11A có 50 học sinh, mỗi học sinh làm một bài thi trắc nghiệm môn Toán có 50 câu. Biết số câu trả lời đúng một bài thi trắc nghiệm môn Toán của một học sinh lớp 11A cho bởi bảng số liệu như sau:

Số câu đúng	[14; 21)	[21; 28)	[28; 35)	[35; 42)	[42; 49)
Số học sinh	4	x	25	y	7

Biết số trung bình của mẫu số liệu trên bằng 32,06. Tìm x, y .



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. D 3. B 4. A 5. A 6. A 7. D 8. B 9. A 10. D 11. C 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c S d Đ Câu 2. a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 5 5 , 5 Câu 2. 3 , 2 5 Câu 3. 5 7 , 4 Câu 4. 1 9 , 5





BỘ SÁCH

CHÂN TRỜI SÁNG TẠO



PHIẾU BÀI TẬP, MÔN TOÁN 11



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai tia Oa và Ob , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Không tồn tại góc lượng giác tia đầu Oa và tia cuối Ob .
- B. Có một và chỉ một góc lượng giác tia đầu Oa và tia cuối Ob .
- C. Chỉ có hai góc lượng giác tia đầu Oa và tia cuối Ob .
- D. Có vô số góc lượng giác tia đầu Oa và tia cuối Ob .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Số đo của các góc lượng giác có cùng tia đầu Oa và tia cuối Ob sai khác nhau

- A. một bội nguyên của 30° .
- B. một bội nguyên của 60° .
- C. một bội nguyên của 90° .
- D. một bội nguyên của 360° .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với ba tia Oa, Ob và Oc bất kì, hệ thức nào dưới đây đúng?

- A. $(Oa, Ob) + (Ob, Oc) = (Oa, Oc) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
- B. $(Oa, Ob) + (Ob, Oc) = (Oa, Oc) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $(Oa, Ob) + (Ob, Oc) = (Oc, Oa) + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
- D. $(Oa, Ob) + (Ob, Oc) = (Oc, Oa) + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Đổi số đo của góc $\alpha = 2025^\circ$ sang radian.

- A. $\alpha = \frac{45}{4}\pi$.
- B. $\alpha = \frac{45}{2}\pi$.
- C. $\alpha = \frac{54}{4}\pi$.
- D. $\alpha = \frac{54}{2}\pi$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Đổi số đo của góc $\beta = \frac{\pi}{3}$ sang độ.

- A. $\beta = 60^\circ$.
- B. $\beta = 30^\circ$.
- C. $\beta = 90^\circ$.
- D. $\beta = 45^\circ$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$), khi đó $\sin \alpha$ bằng

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- C. $-\frac{1}{2}$.
- D. $\frac{1}{2}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức $M = 10 \sin \alpha - 5 \cos \alpha$.

- A. 5.
- B. 2.
- C. 10.
- D. 6.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trên đường tròn lượng giác, điểm $M \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{4} \right)$ biểu diễn góc lượng giác có số đo α . Giá trị của $\cos(\pi - \alpha)$ là

- A. $-\frac{1}{3}$.
- B. $\frac{1}{4}$.
- C. $-\frac{1}{4}$.
- D. $\frac{1}{3}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với mọi góc lượng giác α và số nguyên k . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$.
- B. $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$.

C. $\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$.

D. $\cos(2\alpha + k\pi) = \cos \alpha$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị $\sin \frac{\pi}{3}$ bằng giá trị lượng giác nào dưới đây?

A. $\cos \frac{\pi}{3}$.

B. $-\cos \frac{\pi}{3}$.

C. $\cos \frac{\pi}{6}$.

D. $\sin 30^\circ$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với một góc lượng giác α bất kì. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$. B. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. C. $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = 1$. D. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Tính $\cos(-\alpha)$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $-\frac{5}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho một số đo của các góc lượng giác $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OP)$ lần lượt bằng $90^\circ, 210^\circ, -30^\circ$.

a) $(OA, OM) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

b) $\widehat{MON} = 120^\circ$.

c) $(OP, OM) = 60^\circ + k360^\circ$.

d) Tam giác MNP là tam giác đều.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ với $0 < \alpha < \pi$ và biểu thức $P = \frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{\sin \alpha + \cos \alpha} < 0$.

a) $P = \cos \alpha - \sin \alpha$.

b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

c) $\tan \frac{\alpha}{2} > 0$.

d) $\tan(2024\pi - \alpha) \cdot \cot\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{4}{5}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

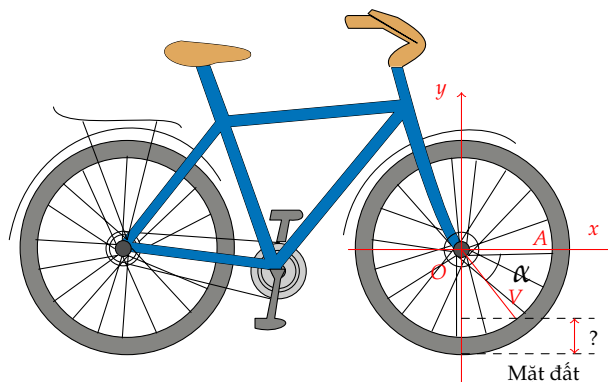
Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho biểu thức $M = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 60^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$. Tính giá trị của M .

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một bánh xe có 72 răng. Tính số đo góc (theo đơn vị độ) mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng.

☞

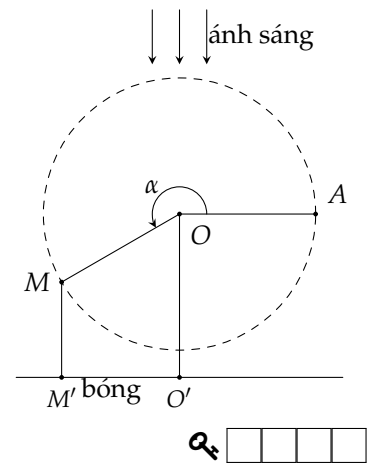
Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh tâm O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là 11 rad/s như hình vẽ sau:



Ban đầu van nằm ở vị trí A . Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu, biết bán kính vành xe là $OA = 58$ cm và độ dày lốp xe là 3 cm (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh tâm O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như hình. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Biết độ dài thanh OM là 15 cm. Độ dài bóng $O'M'$ của OM khi thanh quay được $3\frac{1}{10}$ vòng là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

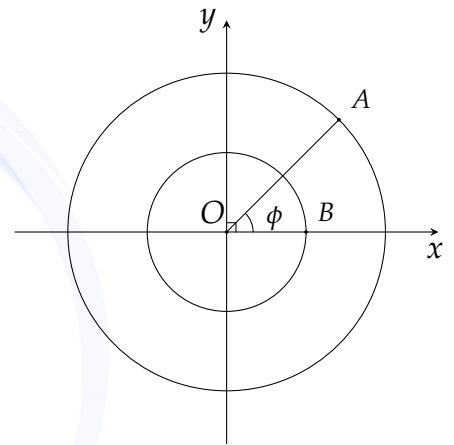


PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một cung lượng giác trên đường tròn định hướng có độ dài bằng một nửa bán kính. Tính số đo theo radian của cung đó.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính giá trị biểu thức $A = \sin \frac{7\pi}{6} + \cos 9\pi + \tan \left(-\frac{5\pi}{4}\right) + \cot \frac{7\pi}{2}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trên Thái Bình Dương bao la, có một nơi gọi là Điểm Nemo. Nơi này cách xa đất liền đến nỗi con người ở gần nó nhất đôi khi là các phi hành gia. Một vệ tinh A xác định và quay quanh Trái Đất theo quỹ đạo đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất, bán kính R km và Điểm Nemo nằm trong quỹ đạo của vệ tinh A . Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây, ký hiệu A là vị trí của vệ tinh A , B là vị trí của Điểm Nemo. Ban đầu, số đo $(OA, Ox) = \phi = \frac{\pi}{4}$ và số đo $(OB, Ox) = 0$. Vệ tinh A chuyển động theo chiều dương với tốc độ góc không đổi là $\frac{3\pi}{8}$ rad/h và chuyển động liên tục trong 37 h. Xác định số lần mà vệ tinh A gần Điểm Nemo nhất (đạt khoảng cách ngắn nhất).



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. D 3. A 4. A 5. A 6. B 7. C 8. D 9. D 10. C 11. B 12. A

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b Đ c S d Đ

Câu 2.

a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1.

1

Câu 2.

5 0

Câu 3.

4 5 , 8

Câu 4.

1 2 , 1



Biên soạn: Thầy Phan Hoàng Anh
 Phân biệt: Thầy Trần Đức Thắng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với hai góc a và b cho trước thỏa mãn điều kiện có nghĩa, công thức nào sau đây là đúng?

A. $\tan(a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

B. $\tan(a + b) = \tan a + \tan b$.

C. $\tan(a - b) = \tan a - \tan b$.

D. $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc x thỏa mãn $\cos x = \frac{4}{5}$. Giá trị của $\cos 2x$ bằng

A. $\frac{57}{25}$.

B. $\frac{7}{25}$.

C. $-\frac{57}{25}$.

D. $-\frac{7}{25}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α thỏa mãn $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$. Giá trị của biểu thức $A = \tan \alpha + \cot \alpha$ là

A. $A = \frac{4}{3}$.

B. $A = \frac{2}{3}$.

C. $A = \frac{8}{3}$.

D. $A = \frac{16}{3}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với hai góc a và b cho trước, công thức nào sau đây sai?

A. $\cos(a - b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$.

B. $\cos(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.

C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với hai góc a và b cho trước, chọn công thức đúng trong các công thức sau

A. $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$.

B. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

C. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$.

D. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc x tùy ý thỏa mãn điều kiện xác định, rút gọn biểu thức

$$M = \frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos^2 x - 1}$$

A. $\tan 2x$.

B. $\sin x$.

C. $2 \tan x$.

D. $2 \sin x$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc α tùy ý thỏa mãn điều kiện xác định, rút gọn biểu thức

$$A = \frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} + \cos 2\alpha$$

A. 0.

B. $2 \cos^2 x$.

C. 2.

D. $\cos 2x$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Rút gọn biểu thức $M = \sin(x - y) \cos y + \cos(x - y) \sin y$ ta được kết quả là

A. $M = \cos x$.

B. $M = \sin x$.

C. $M = \sin x \cos 2y$.

D. $M = \cos x \cos 2y$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Rút gọn biểu thức $M = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ta được kết quả là

A. $M = \sqrt{2} \sin x$.

B. $M = -\sqrt{2} \sin x$.

C. $M = \sqrt{2} \cos x$.

D. $M = -\sqrt{2} \cos x$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với α là góc cho trước, thỏa mãn điều kiện có nghĩa, rút gọn biểu

thức $A = \frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha}$ ta được kết quả là

- A. $\tan \alpha$. B. $2 \tan \alpha$. C. $\tan 2\alpha + \tan \alpha$. D. $\tan 2\alpha$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Rút gọn biểu thức $M = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

- A. $M = \sin 2\alpha$. B. $M = \cos 2\alpha$. C. $M = -\cos 2\alpha$. D. $M = -\sin 2\alpha$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2\alpha$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biến đổi các biểu thức sau về dạng tích số.

- a) $\cos 5x + \cos x = 2 \cos 3x \cdot \cos 2x$. b) $\sin 3x + \sin x = 2 \sin 4x \cos 2x$.
c) $\cos 3x - \cos x = -2 \sin 2x \sin x$. d) $\sin 5x - \sin 3x = 2 \cos 4x \sin 2x$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

- a) $\tan \alpha > 0$. b) $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$.
c) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = -\frac{17\sqrt{2}}{26}$. d) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + 2\alpha\right) = 239$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với điều kiện có nghĩa, tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2 \sin(x - 4\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\tan x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}$.

Q

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\sin x = \frac{1}{2}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Hãy tính giá trị lượng giác $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Q

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc lượng giác α , biết rằng $\cos 2\alpha = \frac{4}{5}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = 3 \tan \alpha - 4 \cot \alpha$.

Q

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với điều kiện các biểu thức có nghĩa, ta có

$$Q = \frac{\cos x - 3 \cos 2x + \cos 3x}{\sin x - 3 \sin 2x + \sin 3x} = m \tan 2x + n \cot 2x.$$

Tính giá trị của $m^2 - n^2$.

Q

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai góc lượng giác α và β , biết rằng $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\alpha \neq k\pi$, rút gọn biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4}{\sqrt{3}} \cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}.$$

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức

$$B = (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha.$$

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hòa cho bởi công thức $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm, $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t , A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hòa có phương trình $x_1(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm, $x_2(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Biết dao động tổng hợp của vật có dạng $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$. Tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp này.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. B 3. C 4. B 5. A 6. D 7. A 8. B 9. B 10. A 11. D 12. B

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d S

Câu 2.

a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1.

- 3

Câu 2.

0, 2 6

Câu 3.

1 1

Câu 4.

- 1



Biên soạn: Phạm Như Ý
 Phân biệt: Nguyễn Minh Tuấn

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \cot x$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pi + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 1}{1 - \cos 2x}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \tan x + \cot x$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Hàm số $y = \tan 2x$ là hàm số lẻ.
 B. Hàm số $y = \sin 6x$ là hàm số lẻ.
 C. Hàm số $y = \cot 3x$ là hàm số chẵn.
 D. Hàm số $y = \cos x + 2x^2$ là hàm số chẵn.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số chẵn.
 B. Hàm số $y = \cos 2x$ là hàm số lẻ.
 C. Hàm số $y = \tan 2x$ là hàm số lẻ.
 D. Hàm số $y = \cot 2x$ là hàm số chẵn.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Hàm số $y = \sin x \cdot \cos x$ là hàm số lẻ.
 B. Hàm số $y = \tan x + \cot x$ là hàm số lẻ.
 C. Hàm số $y = x \sin x$ là hàm số lẻ.
 D. Hàm số $y = x \cos x$ là hàm số lẻ.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
 B. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 C. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 D. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $y = \cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$ có chu kỳ tuần hoàn là

- A. 2π .
 B. π .
 C. 4π .
 D. 3π .

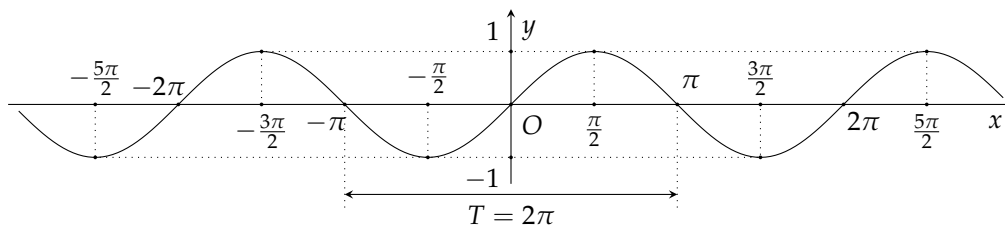
Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là

- A. $[-2; 2]$.
 B. $[0; 2]$.
 C. $[-1; 1]$.
 D. $[0; 1]$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8 \sin 2x - 5$ lần lượt là

- A. $\max y = 11$; $\min y = -21$.
 B. $\max y = 8$; $\min y = -8$.
 C. $\max y = -4$; $\min y = -6$.
 D. $\max y = 3$; $\min y = -13$.

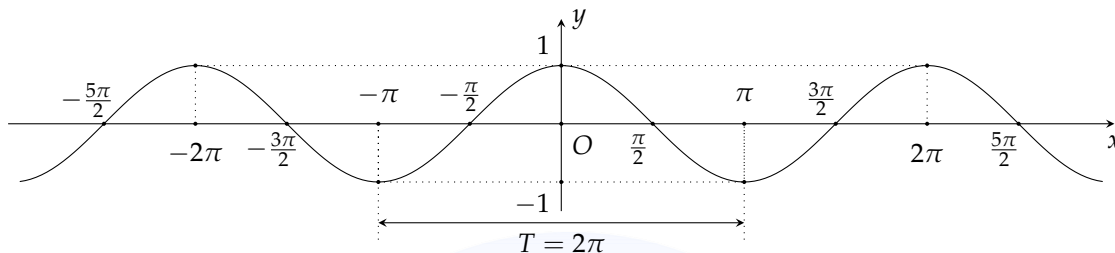
Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đồ thị của hàm số $y = \sin x$ như hình vẽ sau:



Tổng các giá trị của x trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin x = 0$ là

- A. π . B. 2π . C. $-\frac{\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đồ thị của hàm số $y = \cos x$ như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu giá trị x trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ thỏa mãn điều kiện $2 \cos x + 1 = 0$?

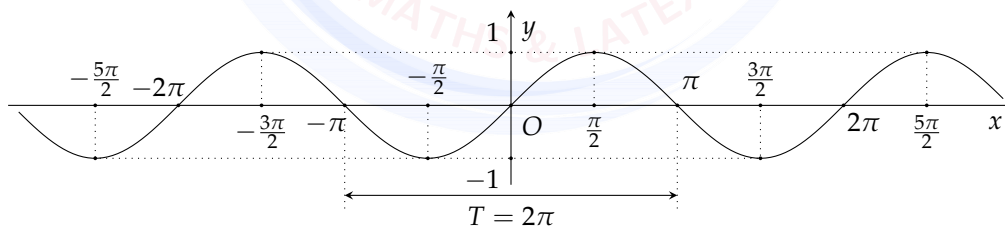
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 6.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho các hàm số $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $h(x) = \tan x$.

- a) Các hàm số $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $h(x) = \tan x$ là hàm số tuần hoàn.
 b) Hàm số $f(x) + g(x)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 4\pi$.
 c) Hàm số $f(x) + h(x)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
 d) Hàm số $g(2x) + h(x)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị là hình vẽ sau:



- a) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn, đồ thị đối xứng qua trục Oy .
 b) Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 c) Hàm số $y = |\sin x|$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
 d) Hàm số $y = \sin^3(\pi - x) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ có đồ thị đối xứng qua trục tung.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x + 1}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{a} + k\pi; \pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. Khi đó giá trị của a là bao nhiêu?

☞

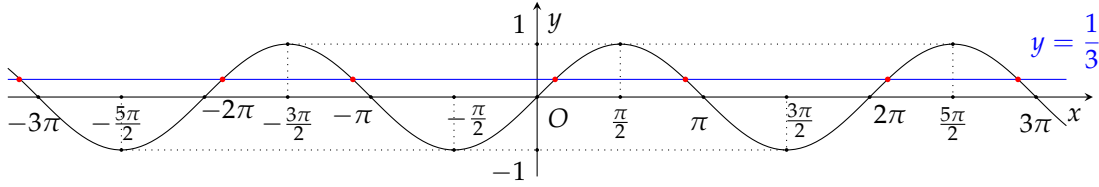
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \sin^2 x + \sin x - 3$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một dao động điều hòa có phương trình li độ dao động là $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây, A là biên độ dao động và x là li độ dao động đều được tính bằng centimét, $\omega > 0$. Khi đó, chu kì T của dao động là $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Trong trường hợp $A = 3 \text{ cm}$, $\varphi = 0$, xác định tổng các giá trị của li độ khi $t = 0, t = \frac{T}{4}, t = \frac{T}{2}, t = \frac{3T}{4}, t = T$.

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \sin x$, có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ tại vô số điểm. Đặt S là tổng tất cả các hoành độ giao điểm thuộc đoạn $[-3\pi; 3\pi]$. Tìm số nguyên lớn nhất không lớn hơn S .

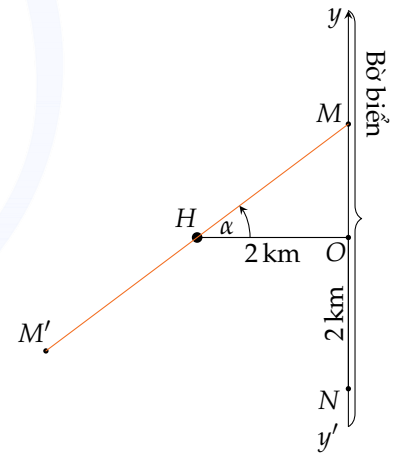
☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sin^2 x + 4 \sin x - 1$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \frac{\cos(2024x) - 2023}{\sqrt{2 \sin^2 x + (2m - 3) \cos x + 3m - 2}}$, có bao nhiêu giá trị của tham số $m \in [-2023; 2023)$ để hàm số xác định trên \mathbb{R} ?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong hình vẽ bên, ngọn đèn hải đăng đặt ở vị trí H cách bờ biển yy' một khoảng $HO = 2 \text{ km}$. Đèn xoay ngược chiều kim đồng hồ với tốc độ $\frac{\pi}{20} \text{ rad/s}$ và chiếu hai luồng ánh sáng về hai phía đối diện nhau. Khi đèn xoay, điểm M mà luồng ánh sáng của hải đăng rơi vào bờ biển chuyển động dọc theo bờ biển. Ban đầu luồng sáng trùng với đường thẳng HO . Xác định thời gian sớm nhất sau bao lâu thì luồng ánh sáng chiếu tới một ngôi nhà đặt tại điểm N cách điểm O một khoảng 2 km .



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. D 3. B 4. C 5. C 6. C 7. C 8. B 9. C 10. D 11. A 12. A

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d Đ

Câu 2.

a S b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

2

Câu 2.

- 4 , 3

Câu 3.

3

Câu 4.

9



Biên soạn: Dương Công Tạo
Phản biện: Không Xuân Thạnh

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phương trình $\sin x = 1$ có một nghiệm là

- A. $x = \pi$. B. $x = -\frac{\pi}{2}$. C. $x = \frac{\pi}{2}$. D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin 30^\circ$ là

- A. $S = \{30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
B. $S = \{\pm 30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{\pm 30^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
D. $S = \{30^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ là

- A. $\left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{7\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là

- A. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\sin x - \sin 3x = 0$ là

- A. $\left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\cos 3x - \sin 2x = 0$ là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5}; -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ \frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5}; \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5}; -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{10} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\sin 4x + 2 \cos 2x = 0$ là

A. $\left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = -1$ là

A. $x = -\frac{\pi}{12}$.

B. $x = -\frac{\pi}{4}$.

C. $x = -\frac{\pi}{3}$.

D. $x = -\frac{7\pi}{12}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Số nghiệm của phương trình $\sin x - \cos x = 0$ trên đoạn $[0; 4\pi]$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cot x = 1$ là

A. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho phương trình lượng giác $\tan (2x - 15^\circ) = 1$ (*). Khi đó

a) Phương trình (*) có nghiệm $x = 30^\circ + k \cdot 90^\circ, (k \in \mathbb{Z})$.

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng -30° .

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ bằng 180° .

d) Trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng 60° .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = 2 \cos \left(\frac{\pi x}{6} \right) + 11$.

a) Hàm số có tập xác định là \mathbb{R} .

b) Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 13.

d) Phương trình $y = 11$ có đúng 8 nghiệm trên đoạn $[0; 100]$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos 2x = \frac{m}{5}$ có nghiệm?

☞

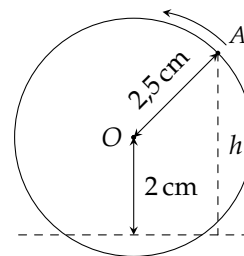
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho phương trình $-2 \sin^2 x + 5 \cos x + 4 = 0$. Nếu đặt $t = \cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$) ta được phương trình dạng $at^2 + bt + c = 0, (a, b, c \in \mathbb{N})$. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nghiệm phương trình lượng giác $\cos (x + 30^\circ) + 1 = 0$ có dạng $x = a^\circ + kb^\circ, (a, b \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}), a^\circ$ là góc tù. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước 2 m (minh họa như hình vẽ). Khi guồng quay đều, khoảng cách h (mét) từ một chiếc gàu gắn tại điểm A của guồng đến mặt nước được tính theo công thức $h = |y|$, trong đó $y = 2 + 2,5 \sin \left[2\pi \left(x - \frac{1}{4} \right) \right]$, với x (phút) là thời gian quay của guồng ($x \geq 0$); ta quy ước rằng $y > 0$ khi gàu ở bên trên mặt nước và $y < 0$ khi gàu ở dưới nước. Thời gian (tính bằng giây) để lần đầu tiên gàu di chuyển tới độ cao cách mặt nước 3,25 mét là bao lâu?



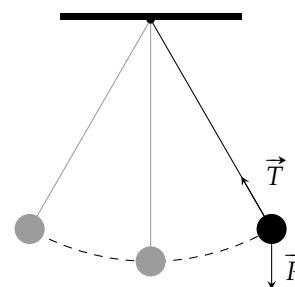
🔍

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giải phương trình lượng giác $\tan 3x = \cot x$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính tổng các nghiệm trên đoạn $[0; 3\pi]$ của phương trình $\cos 5x + \cos 2x + 2 \sin 3x \cdot \sin 2x = 0$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 1,5 \cos \left(\frac{t\pi}{4} \right)$; trong đó t là thời gian được tính bằng giây và quãng đường $h = |x|$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng. Hỏi trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. D 3. D 4. B 5. A 6. C 7. B 8. A 9. C 10. D 11. B 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c S d S

Câu 2. a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. 1 1

Câu 2. 9

Câu 3. 5 1 0

Câu 4. 2 0



Biên soạn: Thầy Trịnh Văn Cảnh

Phản biện: Thầy Lâm Văn Tú

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho biểu thức $M = \cos 2x \cdot \cos x + \sin 2x \cdot \sin x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $M = \cos x$. B. $M = \cos 3x$. C. $M = \sin x$. D. $M = \sin 3x$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Đẳng thức nào dưới đây **không** đúng với mọi x ?

- A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$. B. $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.
C. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. D. $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Góc có số đo $\frac{\pi}{24}$ rad đổi sang độ bằng

- A. 7° . B. $7^\circ 30'$. C. 8° . D. $8^\circ 30'$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một đường tròn có đường kính là 50 cm. Độ dài của cung tròn (làm tròn đến hàng đơn vị) trên đường tròn có số đo $\frac{\pi}{4}$ bằng

- A. 40 cm. B. 39 cm. C. 19 cm. D. 20 cm.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào sau đây là đúng?

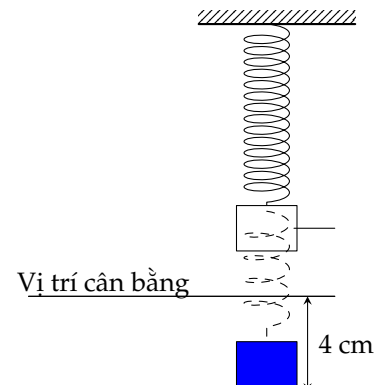
- A. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.
B. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.
C. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.
D. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

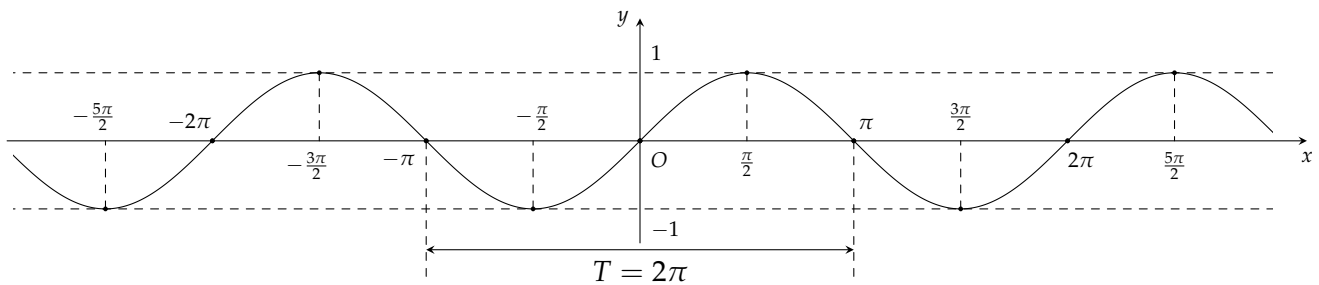
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một con lắc lò xo sau khi được kéo xuống dưới vị trí cân bằng 4 cm và thả ra thì nó dao động điều hòa với phương trình $y = -4 \cos 8t$ (cm) (tham khảo hình vẽ). Biên độ A cm và chu kỳ T của dao động là

- A. $A = 4$ cm; $T = \frac{\pi}{4}$. B. $A = 4$ cm; $T = \frac{\pi}{2}$.
C. $A = 8$ cm; $T = \frac{\pi}{4}$. D. $A = 4$ cm; $T = 2\pi$.



Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = \sin x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng các giá trị của x trên đoạn $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin x = 0$ là

- A. 2π . B. -2π . C. $\frac{\pi}{2}$. D. 0.

Câu 9 (VN-MATHS & IATEX). Nghiệm của phương trình $2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là

- A. $x = \pi + k2\pi; x = k\frac{\pi}{2}$ với $k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}$ với $k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = k2\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\pi; x = \pi + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10 (VN-MATHS & IATEX). Biết $\sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) = \sqrt{2}$. Giá trị của $\sin(\alpha + \pi) - 2 \cos(\alpha - \pi)$ bằng

- A. $\frac{3}{\sqrt{2}}$. B. $-\frac{3}{\sqrt{2}}$. C. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 11 (VN-MATHS & IATEX). Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sqrt{1 - \sin x}}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k2\pi, \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 12 (VN-MATHS & IATEX). Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{180}(t - 80)\right] + 12$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

- A. 170. B. 171. C. 172. D. 173.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & IATEX). Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) được cho bởi công thức $h(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$.

- a) Hàm số $y = h(t)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
 b) Chiều sâu của mực nước thấp nhất là 11 (m).
 c) Chiều sâu của mực nước cao nhất là 14 (m).
 d) Thời gian để mực nước cao nhất là $t = 9$ (giờ).

Câu 2 (VN-MATHS & IATEX). Cho phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$. (1)

- a) $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).

b) Khi $m = 2$ thì phương trình (1) có nghiệm là
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z}).$$

c) Khi $m = 1$ thì tập nghiệm của phương trình (1) được biểu diễn bởi 4 điểm trên đường tròn lượng giác.

d) Chỉ tìm được một giá trị của m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho góc x thỏa mãn $\sin x = \frac{1}{5}$. Khi đó giá trị biểu thức $P = \cos^2 2x + \cos^2 x$ bằng $\frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng bao nhiêu?

☞

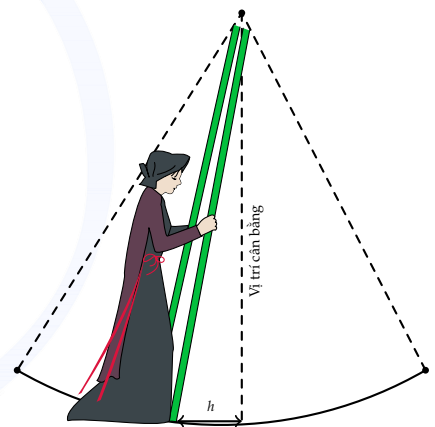
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phương trình $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mùa xuân ở Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) thường có trò chơi đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động qua lại vị trí cân bằng. Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (mét) được tính từ vị trí chân người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 3 \cos\left[\frac{\pi}{3}(2t - 1)\right]$ ($t \geq 0$ và được tính bằng giây), trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở về phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại. Hỏi trong 3 giây đầu tiên, có tất cả bao nhiêu lần người chơi đu ở cách vị trí cân bằng 1 mét?



☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos^2 x - 2 \cos x - 4$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm tất cả các tham số m sao cho trong tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1 + 2m$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giải phương trình $\cos\left(4x + \frac{\pi}{5}\right) - \sin 2x = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. D 3. B 4. D 5. D 6. D 7. A 8. B 9. B 10. B 11. C 12. A

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. 1 7 5 4

Câu 2. 3

Câu 3. 1

Câu 4. 4



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n - 2$. Số hạng thứ ba của dãy số bằng

- A. 6. B. 7. C. 9. D. 8.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1, n \geq 2 \end{cases}$. Số hạng thứ hai của dãy số bằng

- A. 3. B. 7. C. 6. D. -3.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số đã cho là

- A. $u_n = \frac{1}{2n}$. B. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$. C. $u_n = \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$. D. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số $1, 3, 5, 7, 9, \dots$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số đã cho là

- A. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 2, n \geq 1. \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2, n \geq 1. \end{cases}$
 C. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, n \geq 1. \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n, n \geq 1. \end{cases}$

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số có số hạng tổng quát là u_n dưới đây, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = 3n - 2$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = 2n + 1$. D. $u_n = 1 - 3n$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 1 - u_{n-1}, n \geq 2. \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 1 + u_{n-1}, n \geq 2. \end{cases}$
 C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = u_{n-1}, n \geq 2. \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_n = -1 + u_{n-1}, n \geq 2. \end{cases}$

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có $u_n = 2n^2 - 3$. Các số hạng u_1, u_2, u_3 của dãy số lần lượt là

- A. $u_1 = 1, u_2 = 3, u_3 = 4$. B. $u_1 = -1, u_2 = 5, u_3 = 15$.
 C. $u_1 = -1, u_2 = 3, u_3 = 14$. D. $u_1 = 1, u_2 = -3, u_3 = -15$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n - n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số hạng u_2 của dãy số là

- A. $u_2 = -5$. B. $u_2 = -8$. C. $u_2 = 12$. D. $u_2 = -6$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (x_n) có công thức tổng quát là $x_n = \frac{2n-4}{n+3}$. Số 1 là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. Số hạng thứ 2. B. Số hạng thứ 6. C. Số hạng thứ 7. D. Số hạng thứ 9.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát được cho dưới đây, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = \frac{2n-4}{n-6}$. B. $u_n = -3n^2 - 3$. C. $u_n = \frac{1}{n^1+1}$. D. $u_n = \sqrt{n^2+3}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát được cho dưới đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = n^2 - 2n$. B. $u_n = 2n - 1$.
C. $u_n = \frac{1}{2n^2+2}$. D. $u_n = \sqrt{4n^2+6n+8}$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 1 \end{cases} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn dưới.
B. Dãy số (u_n) là dãy số tăng.
C. 5 là một số hạng của dãy số.
D. Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = n^2 + 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{n+2}{n+3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

- a) $u_{10} = \frac{12}{13}$.
b) $u_2 > \frac{1}{2}$.
c) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.
d) Công thức truy hồi của dãy số (u_n) là $\begin{cases} u_1 = \frac{3}{4} \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{n^2+7n+12} \end{cases}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- a) $u_4 < 100$. b) $\frac{u_1+u_9}{2} = u_5$.
c) $\frac{u_2 \cdot u_4}{2} = u_3$. d) $1 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2024} = \frac{u_{2024} - 1}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 3n + 1$. Tổng của 20 số hạng đầu của dãy số đã cho bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{u_n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Tích của bốn số hạng đầu tiên của dãy số đã cho bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một trang trại nuôi gà giống ở tỉnh A dự định sẽ nhập giống gà mới cho năng suất cao hơn nên cần xây dựng các lồng ấp. Họ xây dựng các lồng ấp có kích thước tăng dần để có thể chăm sóc gà giống được tốt nhất sao cho lồng ấp đầu tiên sẽ nuôi được 10 con gà, lồng tiếp theo sẽ tăng kích thước sao cho nuôi được 15 con gà. Hỏi nếu trang trại muốn ấp 1 200 con gà thì cần xây ít nhất bao nhiêu lồng?

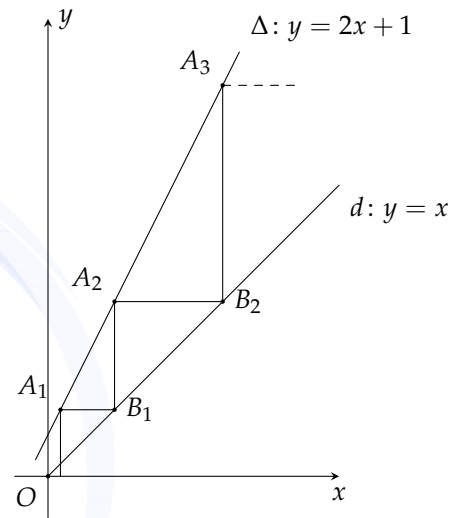
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Anh Hùng và anh Nguyễn cùng phỏng vấn vào làm việc ở cùng một vị trí tại công ty H. Nhà tuyển dụng đưa ra hai sự lựa chọn về mức lương cho hai anh như sau: Anh Hùng lựa chọn A là khởi đầu với lương 20 triệu đồng 1 tháng và mỗi năm lương sẽ tăng thêm 0,5 triệu đồng 1 tháng. Anh Nguyễn lựa chọn B là khởi đầu với lương 15 triệu và mỗi năm lương sẽ tăng thêm 1 triệu đồng 1 tháng. Hỏi khi lương hàng tháng của hai anh nhận là như nhau thì số tiền lương anh Nguyễn đã nhận được trong năm đó là bao nhiêu triệu đồng?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tính giá trị của u_{150} .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai dãy số $(x_n): 4, 7, 10, \dots, 3n + 1, \dots$ và $(y_n): 1, 6, 11, \dots, 5n - 4, \dots$. Có bao nhiêu số hạng chung trong 2024 số hạng đầu tiên của mỗi dãy số?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường thẳng $\Delta: y = 2x + 1$. Trên Δ lấy điểm A_1 có hoành độ bằng $\frac{1}{3}$. Qua A_1 kẻ một đường thẳng song song với trục hoành cắt đường thẳng $d: y = x$ tại điểm B_1 ; gọi A_2 là giao điểm của Δ với đường thẳng đi qua B_1 và song song với trục tung. Với điểm A_2 , lại thực hiện các bước tương tự như đã làm với điểm A_1 ta sẽ được điểm A_3 . Với điểm A_3 , lại làm như thế ta được điểm A_4 . Cứ tiếp tục mãi quá trình trên, ta sẽ được một dãy vô hạn các điểm $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ nằm trên Δ (hình bên). Với mỗi số nguyên dương n , gọi u_n là hoành độ của điểm A_n . Hãy cho dãy số (u_n) bằng hệ thức truy hồi.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. A 3. A 4. C 5. D 6. B 7. B 8. A 9. C 10. D 11. C 12. D

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ Câu 2. a Đ b S c S d S

PHẦN III.

Câu 1. 6 5 0 Câu 2. 0 , 2 Câu 3. 2 1 Câu 4. 3 0 0



Biên soạn: Nguyễn Ngọc Huy Trường
Phản biện: Phạm Quốc Toàn

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hoặc hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số d bất kì.
B. Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hoặc hữu hạn) mà trong đó, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số d không đổi.
C. Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hoặc hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số d không đổi.
D. Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hoặc hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số d không đổi.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng với công sai $d \neq 0$?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32}$.

C. $1; 1; 1; 1; 1; 1; 1$.

B. $-5; -3; -1; 1; 3; 5; 7$.

D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 3$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

A. $d = \frac{11}{3}$.

B. $d = \frac{10}{3}$.

C. $d = \frac{3}{10}$.

D. $d = \frac{3}{11}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Khi đó, với $n \geq 2$ ta có

A. $u_n = u_1 + d$.

B. $u_n = u_1 + (n + 1)d$.

C. $u_n = u_1 - (n - 1)d$.

D. $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) với u_{k-1} , u_k , u_{k+1} ($k \geq 2$) là ba số hạng liên tiếp. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_{k-1} = \frac{u_k + u_{k+1}}{2}$.

B. $u_k = \frac{u_{k-1} - u_{k+1}}{2}$.

C. $u_{k+1} = \frac{u_{k-1} + u_k}{2}$.

D. $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu u_1 , công sai d . Biết tổng của n số hạng đầu tiên ký hiệu là S_n . Khi đó S_n được tính bởi công thức

A. $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$.

B. $S_n = nu_1 - \frac{n(n-1)}{2}d$.

C. $S_n = nu_1 + \frac{n(n+1)}{2}d$.

D. $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và $d = 4$. Tính u_5 .

A. $u_5 = 19$.

B. $u_5 = 16$.

C. $u_5 = 23$.

D. $u_5 = 1$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S_{10} = -125$.

B. $S_{10} = -250$.

C. $S_{10} = 200$.

D. $S_{10} = -200$.

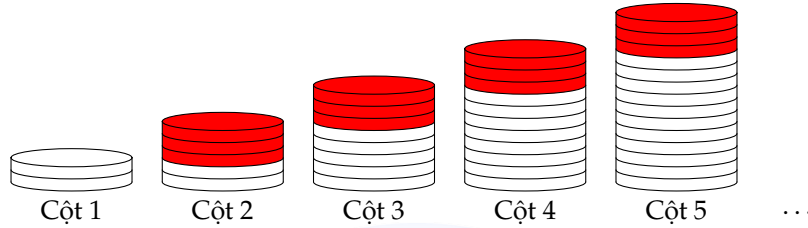
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bạn An cắt một đoạn dây đồng thành 8 phần, sau đó uốn mỗi đoạn thành 1 hình vuông. Theo thứ tự tăng dần hình vuông sau có chu vi lớn hơn hình vuông trước 2 cm. Biết đoạn dây có chiều dài 104 cm. Hỏi diện tích hình vuông có chu vi lớn nhất là bao nhiêu centimet vuông?

☞

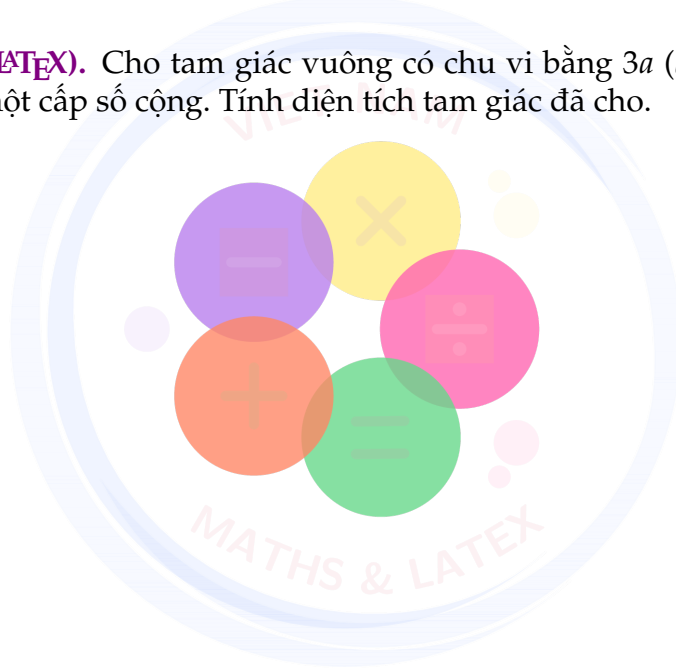
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho 8 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) lần lượt là $-1; 3; 7; 11; 15; 19; 23; 27$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bạn Minh Đức cần xếp các cột đồng xu theo thứ tự cột thứ nhất có 2 đồng xu, các cột tiếp theo cứ tăng 3 đồng xu một cột so với cột đứng trước. Biết rằng tổng số đồng xu là 672. Hỏi bạn Minh Đức đã xếp được bao nhiêu cột?



Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tam giác vuông có chu vi bằng $3a$ ($a > 0$) và ba cạnh x, y, z ($x < y < z$) lập thành một cấp số cộng. Tính diện tích tam giác đã cho.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. B 3. A 4. D 5. D 6. A 7. A 8. A 9. C 10. D 11. C 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 5 0 5 0

Câu 2. 4

Câu 3. 6 5

Câu 4. 2 5



Biên soạn: Đỗ Nam
Phản biện: Tiến Dũng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. 6.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) , với $n \geq 2$ bằng

- A. $3 \cdot 2^{n-1}$. B. $3 \cdot 2^{n+2}$. C. $3 \cdot 2^n$. D. $3 \cdot 2^{n+1}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. 1; -1; 1; -1. B. 1; 3; 5; 7. C. 1; 2; 3; 4. D. 1; 4; 9; 16.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số (u_n) được cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. $u_n = 7 - 3^n$. B. $u_n = 7 \cdot 3^n$. C. $u_n = \frac{7}{3^n}$. D. $u_n = 7 - 3n$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$, $u_6 = 160$. Số hạng u_2 bằng

- A. 31. B. 10. C. 32. D. 3.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_n = q \cdot u_1^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = u_1 \cdot q, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n = q \cdot u_1^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12$, $u_7 = 192$. Giá trị của u_{10} là

- A. $u_{10} = 1536$. B. $u_{10} = -1536$. C. $u_{10} = 3072$. D. $u_{10} = -3072$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Viết thêm sáu số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu?

- A. -32768. B. 16284. C. -16284. D. 32768.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = n^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3^{n-1}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8$, $u_5 = 64$. Giá trị của u_6 bằng

- A. 512. B. 256. C. -128. D. -1024.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn ba số $x, 2x, 1$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Số phần tử của S là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 6$ và $u_3 = 18$.

- a) Công bội của cấp số nhân là $q = 3$.
 b) $u_{k-1} + u_{k+1} = u_k^2, k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2$.
 c) Số hạng đầu của cấp số nhân là $u_1 = 1$.
 d) Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho là $S_{10} = 59\,048$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen.

- a) Số lá sen lập thành cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$.
 b) Ngày thứ 5 số lá sen trong hồ sẽ bằng 243.
 c) Khi đầy hồ thì có 19 683 lá sen trong hồ.
 d) Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 9 hồ sẽ đầy lá sen.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2, q = \frac{3}{5}$. Số $\frac{1\,458}{15\,625}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân (u_n) ?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = 2$. Biết tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng $-3\,069$. Giá trị n bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 21, theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng và $a - 1, b + 1, c + 7$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Giá trị biểu thức $P = 8a + 9b + 10c$ bằng bao nhiêu?

☞

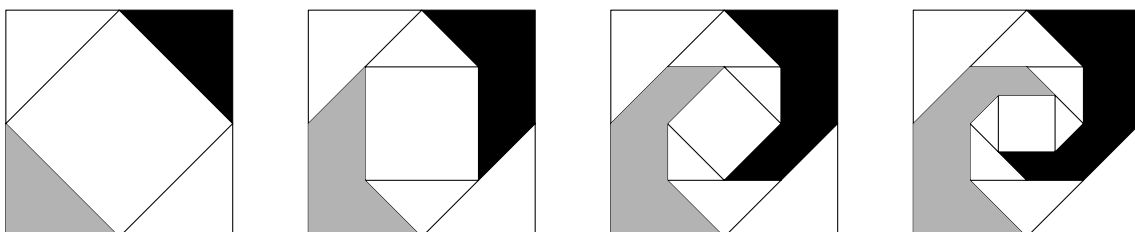
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ Poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Tính gần đúng đến hàng phần trăm khối lượng còn lại của 200 gam Poloni 210 sau 1 656 ngày (đơn vị: gam).

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách sau: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng một nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt trên của tầng 1 bằng một nửa diện tích bề mặt để tháp. Biết diện tích bề mặt để tháp là $12\,288\text{ m}^2$. Tính diện tích bề mặt trên cùng của tháp (đơn vị: m^2).

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Các cạnh của hình vuông ban đầu có chiều dài 16 cm. Một hình vuông mới được hình thành bằng cách nối các điểm chính giữa của các cạnh của hình vuông ban đầu và thu được hai hình tam giác trong số các hình tam giác được tạo ra (kết quả được tô đậm như hình vẽ tham khảo). Biết rằng quá trình này được lặp lại năm lần. Hãy tính tổng diện tích của vùng được tô màu.



Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân (u_n) , biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$. Tính tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. C 3. A 4. A 5. B 6. B 7. D 8. B 9. A 10. A 11. C 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c S d Đ

Câu 2.

a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1.

7

Câu 2.

1 0

Câu 3.

1 9 3

Câu 4.

0 , 0 5



Biên soạn: Dương Phước Sang

Phản biện: Trần Tiên Đức

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Công sai d của (u_n) bằng

- A. $d = 3$. B. $d = 2$. C. $d = -2$. D. $d = -3$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát u_n nào dưới đây là một cấp số cộng?

- A. $u_n = n^2 + 1$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \sqrt{n + 1}$. D. $u_n = 2n - 3$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 22. B. 17. C. 12. D. 250.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $x - 2, x, x + 4$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân là

- A. $\{4\}$. B. $\{1\}$. C. \emptyset . D. $\{2\}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}, n \geq 1$. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $u_3 = \frac{1}{10}$. B. $u_{10} = \frac{8}{31}$. C. $u_{21} = \frac{19}{64}$. D. $u_{50} = \frac{47}{150}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n nào dưới đây là một cấp số nhân?

- A. $u_n = 3n$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = 2^n + 1$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau đây, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$. B. $u_n = \frac{n}{2n + 1}$. C. $u_n = 3^n - 1$. D. $u_n = n + \frac{2}{n}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; \dots; 2048$. Tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $S = 2047,75$. B. $S = 2049,75$. C. $S = 4095,75$. D. $S = 4096,75$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một cấp số nhân với công bội bằng -2 có số hạng thứ ba bằng 8 và số hạng cuối bằng -1024 . Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng?

- A. 11. B. 10. C. 9. D. 8.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu $u_{n+1} < u_n$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
 B. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu $u_{n+1} > u_n$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
 C. Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu $u_{n+1} \leq u_n$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
 D. Không phải mọi dãy số đều tăng hoặc giảm.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) : 2, 4, 6, 8, 10, 12. Công sai d của cấp số cộng (u_n) bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$ cho bởi công thức nào dưới đây?

- A. $S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 + q}$. B. $S_n = \frac{u_1(1 + q^n)}{1 + q}$. C. $S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$. D. $S_n = \frac{u_1(1 + q^n)}{1 - q}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n + 1}{n + 2}$.

- a) Số hạng đầu tiên của dãy số là 1.
- b) Tích của số hạng thứ hai và thứ ba của dãy số trên bằng $\frac{7}{4}$.
- c) Mọi số hạng của (u_n) đều nhỏ hơn 2.
- d) Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 252 của dãy (u_n) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, Hùng để dành 42 đô la và trong mỗi tuần tiếp theo anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình cho đến khi tài khoản tiết kiệm đủ để mua cây guitar đó. Biết cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la.

- a) Số tiền Hùng tiết kiệm ở tuần đầu tiên là 8 đô la.
- b) Số tiền Hùng tiết kiệm ở mỗi tuần là một cấp số cộng với công sai bằng 8.
- c) Số tiền Hùng tiết kiệm sau 20 tuần là 62 đô la.
- d) Đến tuần thứ 45 anh Hùng mới đủ tiền mua được cây đàn guitar đó.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tổng ba số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) bằng bao nhiêu?

☞

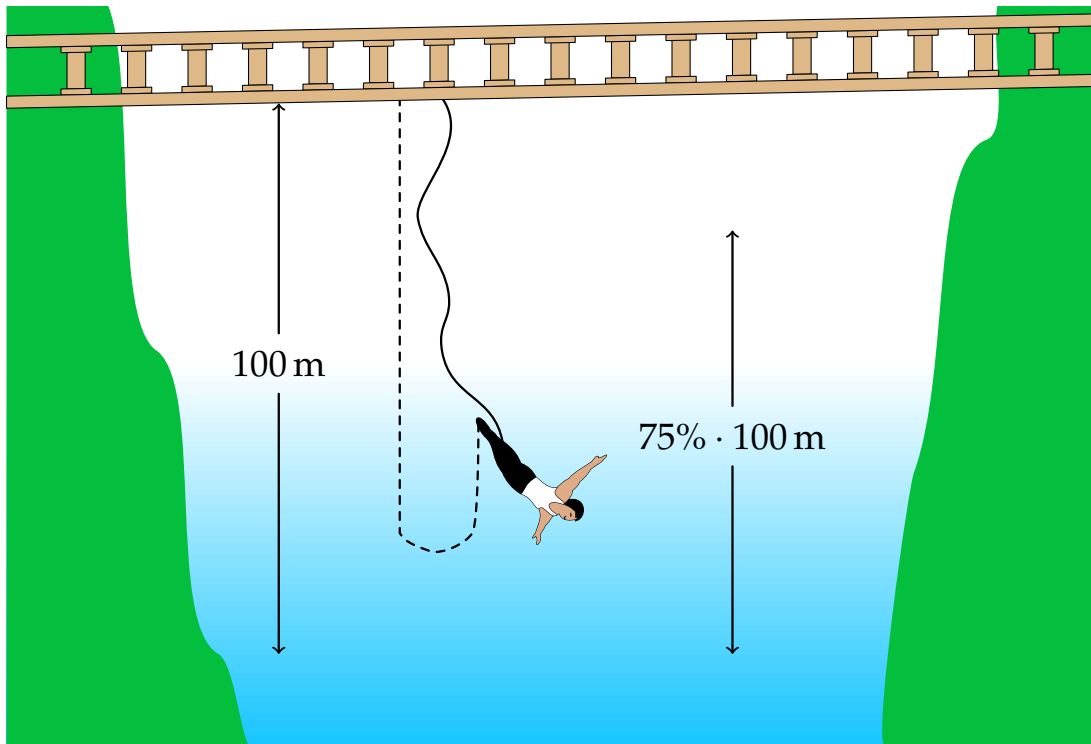
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi (\mathcal{M}) với giá 3 (tỷ đồng). Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Giá trị còn lại của chiếc máy ủi (\mathcal{M}) sau 5 năm sử dụng là bao nhiêu tỷ đồng (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Giả sử sau mỗi lần rơi xuống, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ cao bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (tham khảo hình vẽ).



Tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần rơi xuống và lại được kéo lên (tính từ lúc bắt đầu nhảy) bằng bao nhiêu mét (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy (u_n) ?

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^9}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Người ta trồng 3 240 cây theo một hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây được trồng?

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. A 2. D 3. B 4. A 5. D 6. B 7. B 8. C 9. B 10. C 11. C 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b Đ c Đ d S Câu 2. a S b Đ c S d S

PHẦN III.

Câu 1. 1 3 Câu 2. - 2 3 Câu 3. 0 , 9 8 Câu 4. 6 6 1



Biên soạn: Tư Đô Nguyễn

Phân biệt: Nguyễn Trần Dương Quang

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho các dãy số $(u_n), (v_n)$ thoả mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a, \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.

Khi đó, giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n}$ bằng

- A. 1. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n)$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. a .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) có $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{9}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-1}{n^3+3}$ là

- A. $L = 1$. B. $L = 3$. C. $L = 0$. D. $L = 2$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho c là số thực và k là số nguyên dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = +\infty$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{c}{n^k} = 0$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} c = c$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2n^3 + 7n^2 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. 0. D. 1.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$ bằng

- A. -3 . B. $-\frac{3}{2}$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2025n - n^2) = -\infty$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2025n - n^2) = 2025$.
C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2025n + n^2) = -\infty$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2025n + n^2) = 2025$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[n \left(\sqrt{4 - \frac{1}{n} + \frac{5}{n^2}} - 1 \right) \right]$ bằng

- A. 1. B. $-\infty$. C. 2. D. $+\infty$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2024}{2025}\right)^n$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2024}{2025}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + 5^{n+2}}{2^n + 2 \cdot 5^n}$ bằng

- A. $\frac{21}{2}$. B. $\frac{31}{2}$. C. $\frac{25}{2}$. D. $\frac{23}{2}$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho (u_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có công bội q . Khi đó $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ bằng

- A. $S = \frac{u_1}{q-1}$. B. $S = \frac{u_1}{1-q}$. C. $S = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$. D. $S = \frac{u_1}{|q|-1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = \frac{2n^2 - 4n + 7}{8n^2 + 3n + 1}$, $v_n = \frac{\sqrt{4n^2 + 5}}{8n}$.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 7$. b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(v_n - \frac{1}{4}\right) = 0$.
c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2u_n - 4v_n) = 0$. d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{2v_n} = \frac{1}{2}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

- a) Số hạng tổng quát của dãy số là $\frac{1}{2^n}$.
b) Dãy số trên là một cấp số nhân với công bội $q = 2$.
c) Tổng của 5 số hạng đầu tiên của dãy số trên bằng $\frac{31}{32}$.
d) $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có bao nhiêu số nguyên a sao cho $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + 5^n}{2^n + a^n} = +\infty$?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Nam đang ngồi học thì nghe có tiếng mưa rơi. Tiếng mưa rơi lộp độp dần đến khi Nam nghe gần như đều đặn. Thời gian đầu tiên Nam ước chừng khoảng 5 giây. Sau đó, mỗi khoảng thời gian giữa hai tiếng mưa rơi tiếp theo bằng $\frac{11}{12}$ khoảng trước đó. Sau ít nhất bao nhiêu phút thì Nam bắt đầu nghe các tiếng mưa rơi gần như đều đặn?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{2(n + 1)(n + 2)}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 + 25 + \dots + 5^n}{3 \cdot 5^n + 2 \cdot 3^n}$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

☞

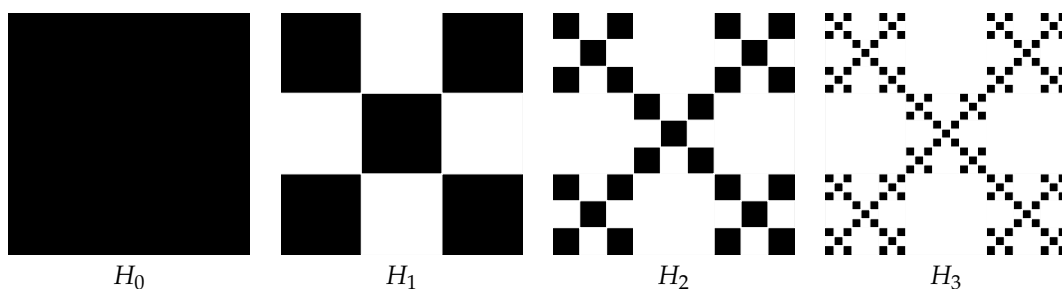
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hãy biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $A = 7,13131313\dots$ dưới dạng phân số tối giản.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Xét quá trình tạo ra hình có chu vi vô cực và diện tích bằng 0 như sau:

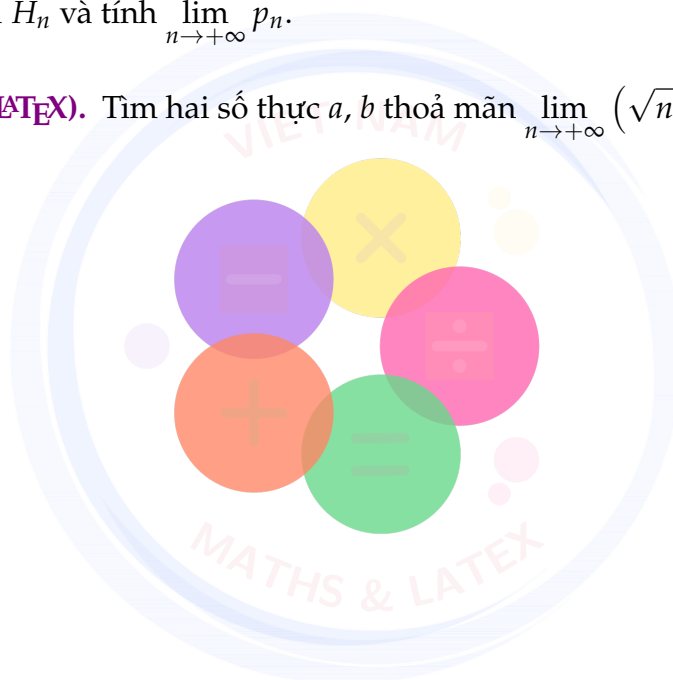
- Bắt đầu bằng một hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài (xem Hình H_0).

- Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 (xem Hình H_1).
- Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của H_1 thành chín hình vuông, rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2 (xem Hình H_2).
- Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình H_n ($n = 1, 2, 3, \dots$).



- Tính diện tích S_n của H_n và tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.
- Tính chu vi p_n của H_n và tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm hai số thực a, b thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + an + 2025} - bn) = 2$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. C 3. C 4. C 5. A 6. B 7. B 8. A 9. D 10. A 11. C 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 9

Câu 2. 1

Câu 3. 0 , 5

Câu 4. 0 , 4 2



Biên soạn: Nguyễn Đức Tuấn Anh
Phản biện: Nguyễn Thị Thịnh

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{2x^5 + 1}$ bằng

- A. -2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ bằng

- A. -2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{|x - 3|}$ bằng

- A. -2. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$ bằng

- A. -2. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 2.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = 0$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = 1$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = -\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = +\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = 0$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = 1$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2 - x + 6}{8 - 4x}$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{5}{4}$. D. $-\frac{5}{4}$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $A = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$ và $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x + 1} - 1)}{x}$. Giá trị của biểu thức $A - 2B$ là

- A. -9. B. -6. C. 6. D. 9.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 0. D. 2.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x-1)(3x+2)(4x-5)}{8x^3+2x+7}$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{4}{3}$. D. -3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{|x - 2|}$.

- a) $f(x) = x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.
 b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$.
 c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$.
 d) Không tồn tại giới hạn của hàm số khi $x \rightarrow 2$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 5x + 6}$.

- a) Với $x \neq 3, x \neq 2$, ta có $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$. b) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \frac{2}{3}$.
 c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$. d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 3x^2 + 1} - x}{\sqrt{4x^2 - x + 2} + 3x}$. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ bằng bao nhiêu? ☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2} = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $S = a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu? ☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{9-x^2}{x-3} & \text{khi } x < 3 \\ 1-x & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$. Biết $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = b$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu? ☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với các số nguyên $a, b, c, d \in (-15; 30)$, có bao nhiêu bộ số $(a; b; c; d)$ thỏa mãn điều kiện $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{(x-1)^2} = 6$? ☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 1} + x$. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một nhà máy sản xuất loại bóng đèn tiết kiệm năng lượng mới. Qua nghiên cứu, người ta nhận thấy rằng tuổi thọ trung bình của một bóng đèn loại này (tính bằng giờ) có thể được mô hình hóa bằng hàm số $f(x) = \frac{10000x}{x^2 + 1}$. Trong đó

- $f(x)$ (giờ) là tuổi thọ trung bình của một bóng đèn.
- x (giờ) là thời gian sử dụng bóng đèn mỗi ngày.

Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và giải thích ý nghĩa.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm các giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ để $\lim_{x \rightarrow -\infty} [(mx + 2)(m - 3x^2) - \infty$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. A 3. D 4. A 5. C 6. A 7. A 8. C 9. A 10. B 11. B 12. A

PHẦN II.

Câu 1.

a S b Đ c S d Đ

Câu 2.

a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1.

1

Câu 2.

1 0

Câu 3.

4 0

Câu 4.

7



Biên soạn: Võ Thị Thùy Trang
 Phân biệt: Trần Đức Thắng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Bạn An xét tính liên tục của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ tại điểm $x_0 = 1$ theo ba bước như sau:

Bước 1: Tính $f(1) = 0$.

Bước 2: Tính $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x - 1) = \lim_{x \rightarrow 1} [(x - 1)(3x + 1)] = \lim_{x \rightarrow 1} (3x + 1) = 4$.

Bước 3: Suy ra $f(1) \neq \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. Vậy hàm số không liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

Hỏi bạn An làm sai bước nào?

A. Bước 1.

B. Bước 1 và bước 2.

C. Bước 3.

D. Bước 2.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho các hàm số $f_1(x) = x^3$; $f_2(x) = 2x - 1$; $f_3(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} & \text{nếu } x \neq 3 \\ 5 & \text{nếu } x = 3 \end{cases}$

Hàm số nào **không** liên tục tại điểm $x_0 = 3$?

A. $f_3(x)$.

B. $f_2(x)$.

C. $f_1(x)$.

D. $f_1(x)$ và $f_2(x)$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2 - x^2 - x}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 2a + 4 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ là

A. -3 .

B. 0 .

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{7}{2}$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{nếu } x < 2 \\ x + a & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$ là

A. 3 .

B. 0 .

C. -3 .

D. 1 .

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số nào sau đây **không** liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. $y = x^2 - 2x + 2$.

B. $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$.

C. $y = \sqrt{x - 1}$.

D. $y = \frac{\sqrt{x}}{x - 2}$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với giá trị nào của tham số a thì hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ 3ax + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} ?

A. $a = \frac{3}{2}$.

B. $a = 3$.

C. $a = \frac{2}{3}$.

D. $a \in \emptyset$.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ 2mx - 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$?

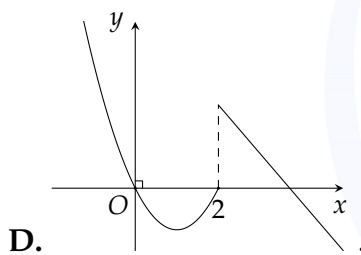
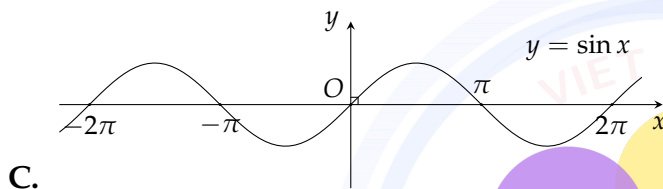
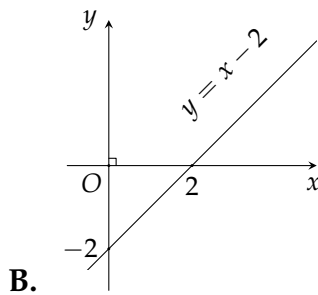
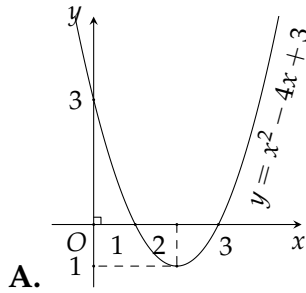
A. $m = 8$.

B. $m = \frac{5}{8}$.

C. $m = \frac{8}{5}$.

D. $m = 5$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Đồ thị hàm số nào có hình vẽ dưới đây gián đoạn tại điểm $x = 2$?



Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(-3; 0)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-3; +\infty)$.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho các hàm số $y = x^2$; $y = \sin x$; $y = \tan x$; $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$. Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số đã cho liên tục trên \mathbb{R} ?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình vô nghiệm.

B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình có đúng hai nghiệm $x = 1$; $x = 2$.

D. Phương trình có đúng một nghiệm.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$?

A. $x^2 - 3x - 4 = 0$.

B. $(x - 1)^5 - x^7 - 2 = 0$.

C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$.

D. $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x \leq -1 \\ x + 2 & \text{khi } -1 < x < 1 \\ 2x + 3 & \text{khi } x \geq 1. \end{cases}$

- Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = -2$.
- Hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại điểm $x = 0$.
- Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = -1$.
- Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8 + a^2 & \text{khi } x = 1. \end{cases}$

- $f(1) = 8 + a^2$.
- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4a + 3$.
- Hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$ khi $a = 1$.
- Có tất cả 2 giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Gọi S là tập các giá trị của tham số a để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ a^2 + a - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} . Tính tích các phần tử của S .

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} |x^2 - 3x + 2| & \text{khi } x \geq 0 \\ x + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại bao nhiêu điểm?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $v(t) = \begin{cases} -t^2 + 4t + 12 & \text{khi } 0 \leq t \leq 5 \\ at - 3 & \text{khi } 5 < t \leq 10 \end{cases}$ mô tả vận tốc $v(t)$ (m/s) của một vật tại thời điểm t (giây) trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và trong 10 giây đầu tiên đó, có hai lần vật đạt vận tốc 10 m/s là vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính $t_1 + t_2$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giá cước gọi quốc tế của tập đoàn viễn thông trong dịp khuyến mãi mừng thành lập tập đoàn cho bởi bảng sau

Thời gian	Giá cước(VND/phút)
5 phút đầu	6 000
Từ phút thứ 6 đến phút thứ 10	5 800
Từ phút thứ 11 đến phút thứ 20	5 200
Từ phút thứ 21 đến phút thứ 30	5 000
30 phút trở lên	a ($1\,000 \leq a \leq 4\,500$)

Gọi y (đồng) là số tiền bác An phải trả sau khi gọi x (phút). Có bao nhiêu giá trị nguyên của a là bội của 1 000 để hàm số của y theo x liên tục trên \mathbb{R} ?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm số nghiệm của phương trình $\frac{5}{x-2} + \frac{\sqrt{3}}{x-\sqrt{5}} + \frac{2025}{x-1} = 0$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hãng taxi Xanh Việt Đức đưa ra giá cước tại tỉnh Đắk Lắk dựa trên số quãng đường di chuyển cho bởi hàm $T(x)$ (đồng) khi đi quãng đường x (km) cho loại xe 4 chỗ như sau

$$T(x) = \begin{cases} 10\,000 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ a + 13\,000(x - 1) & \text{khi } 1 < x \leq 30 \\ b + 11\,000(x - 30) & \text{khi } x > 30. \end{cases}$$

Biết rằng tiền cước được cho bởi hàm số liên tục trên $(0; +\infty)$. Tính $\frac{b}{a}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 + 2x^2 + ax + b}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên

\mathbb{R} . Tính giá trị $a - 2b$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. A 3. D 4. D 5. D 6. C 7. B 8. D 9. B 10. B 11. B 12. D

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d S

Câu 2.

a Đ b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

- 6

Câu 2.

1

Câu 3.

1 0 , 9

Câu 4.

4



A. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$.

B. $f(4) = 2$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

D. Hàm số liên tục tại $x = 2$.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho dãy số (u_n) với $u_1 = 2; u_{n+1} = u_n + \frac{2}{3^n}, n \geq 1$. Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n$.

a) $u_2 = \frac{20}{9}$.

b) $v_2 = \frac{2}{9}$.

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$.

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ ax + 2024 & \text{khi } x \leq 2. \end{cases}$

a) $f(2) = 0$.

b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$.

c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -4$.

d) $a = -1010$ thì tồn tại $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n(3+n) + 1}{1 + 3 + 5 + \dots + (4n-1)} = \frac{a}{b}$. Biết $\frac{a}{b}$ tối giản, a, b nguyên dương. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2 + 2n + 1} - 2n + 3)$.

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{x^3+x^2-2x} = \frac{a}{b}$. Với $a, b \in \mathbb{N}; \frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của ab bằng bao nhiêu?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một vật có nhiệt độ 20°C được nung nóng trong 70 phút rồi lại hạ nhiệt trong 50 phút tiếp theo. Biết rằng trong 70 phút đầu tiên, mỗi phút nhiệt độ của vật tăng 4°C . Trong 50 phút kế tiếp, mỗi phút nhiệt độ của vật lại giảm 2°C . Hàm số biểu thị nhiệt độ ($^\circ\text{C}$) của vật theo thời gian t (phút) có dạng

$$T(t) = \begin{cases} 20 + 4t & \text{khi } 0 \leq t \leq 70 \\ a - 2t & \text{khi } 70 < t \leq 120. \end{cases} \text{ (với } a \text{ là hằng số).}$$

Biết rằng, $T(t)$ là hàm liên tục trên tập xác định. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho a, b là các số thực thỏa mãn $3a - b = 6$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2ax + 4} - \sqrt{bx + 4}}{x}$

2. Tính $a + b$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x > 1 \\ mx + 3 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm

tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một công ty sản xuất đồ uống giải khát áp dụng chính sách giá chiết khấu lũy tiến cho sản phẩm của mình. Giá bán được xác định bởi hàm số $P(x)$ (đơn vị: VNĐ) biểu thị tổng số tiền mà khách hàng phải trả khi mua x chai, với

$$P(x) = \begin{cases} 15\,000x & \text{khi } 0 \leq x \leq 100 \\ a + 12\,000(x - 100) & \text{khi } 100 < x \leq 500 \\ b + 10\,000(x - 500) & \text{khi } x > 500 \end{cases} \quad (\text{với } a, b \text{ là tham số}).$$

Biết rằng, để chính sách giá hợp lý và không gây khó chịu cho khách hàng (cảm giác mua hàng không xảy ra tình trạng giá nhảy vọt). Hãy tìm giá trị của a và b để đảm bảo điều này?



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. A 3. A 4. C 5. B 6. B 7. B 8. B 9. A 10. C 11. D 12. C

PHẦN II.

Câu 1. a S b Đ c S d Đ

Câu 2. a S b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 4 1

Câu 2. 3 , 5

Câu 3. 9

Câu 4. 4 4 0



Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A. Qua hai điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
- B. Qua ba điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
- C. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
- D. Qua bốn điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, một hình chóp bất kỳ có số cạnh ít nhất là bao nhiêu cạnh?

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một hình chóp có đáy là lục giác có bao nhiêu mặt và bao nhiêu cạnh?

- A. 6 mặt, 6 cạnh.
- B. 6 mặt, 12 cạnh.
- C. 7 mặt, 12 cạnh.
- D. 7 mặt, 6 cạnh.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm SA , N và P lần lượt là điểm trên cạnh SB , SC sao cho $SN > NB$ và $CP > SP$. Giao điểm của MN với (ABC) là

- A. Giao điểm của MN với BC .
- B. Giao điểm của MP với BC .
- C. Giao điểm của MN với AB .
- D. Giao điểm của MP với AC .

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của (ABC) và (ABD) là

- A. BC .
- B. AD .
- C. BD .
- D. AB .

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong mặt phẳng (α) cho tứ giác $ABCD$, điểm $E \notin (\alpha)$. Số mặt phẳng tạo bởi ba trong năm điểm A, B, C, D, E là

- A. 6.
- B. 7.
- C. 8.
- D. 9.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD . Mặt phẳng (α) đi qua MN , cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- A. I, A, C .
- B. I, B, D .
- C. I, A, B .
- D. I, D, C .

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I , EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

- A. CD, EF, EG .
- B. CD, IG, HF .
- C. AB, IG, HF .
- D. AC, IG, BD .

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N tương ứng là hai điểm bất kì trên các đoạn thẳng AC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (NAC) là

- A. MN .
- B. MA .
- C. NB .
- D. NC .

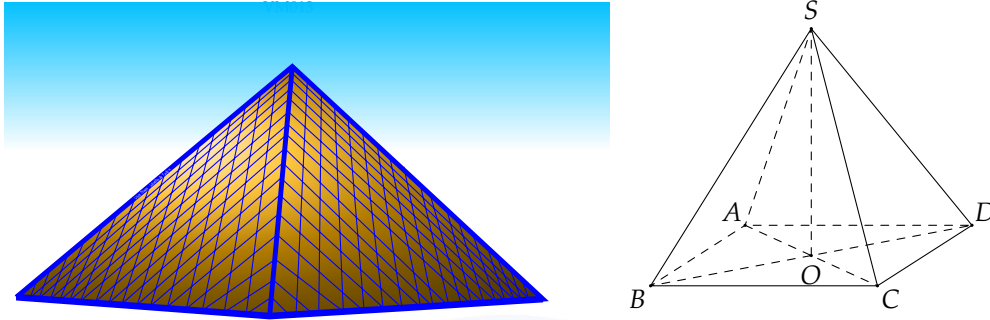
Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt AB tại M , diện tích tam giác MCD là

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.
- C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.
- D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Lấy điểm I trên đoạn SO sao cho $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$, BI cắt SD tại M và DI cắt SB tại N . Bốn điểm M, N, B, D tạo thành hình gì?

- A. Hình thang.
- B. Hình bình hành.
- C. Hình chữ nhật.
- D. Tứ diện vì MN và BD chéo nhau.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris. Biết rằng cấu trúc của công trình kiến trúc trên có dạng hình chóp. Người ta mô phỏng kim tự tháp bằng hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Kim tự tháp kính Lourve là hình chóp tứ giác.
- B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO , với O là giao điểm của AC và BD .
- C. Giao điểm của SO và mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O , với O là giao điểm của AC và BD .
- D. Hình chóp $S.ABCD$ có tất cả 4 mặt.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng MN và G là trọng tâm tam giác ABC .

- a) Có 4 mặt phẳng phân biệt tạo bởi 3 trong 4 đỉnh của tứ diện trên.
- b) Qua G và trung tuyến của tam giác ABC có duy nhất mặt phẳng.
- c) Số mặt phẳng tạo thành từ các điểm A, B, C, D, M, N là 8.
- d) Số mặt phẳng tạo thành từ các điểm A, B, C, D, O, M, N, G là 10.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, $AC \cap BD = O$; $AB \cap CD = I$, điểm M thuộc cạnh SC (M khác S, C). Gọi P là giao điểm của AM và SO .

- a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .
- b) Giao điểm của (SAB) và DM là giao điểm của SB và DM .
- c) P là giao điểm của SO và (BDM) .
- d) Gọi giao điểm của DM và SI là N , giao điểm của AN và SB là E thì ba điểm D, E, P thẳng hàng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian cho 10 điểm phân biệt, không có ba điểm nào thẳng hàng và không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua ba điểm trong 10 điểm đó?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp có 2026 cạnh, hỏi nó có bao nhiêu mặt?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P, Q, R, H lần lượt là trung điểm của AC, BD, AB, CD, BC, AD . Có bao nhiêu mặt phẳng tạo thành từ các điểm M, N, P, Q, R ?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC . Gọi I là giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD) . Khi đó $\vec{IA} = k\vec{IM}$. Giá trị của k^3 bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm AB , J là điểm thuộc cạnh AD sao cho $JD = \frac{1}{3}JA$. Tìm giao tuyến của (CIJ) và (BCD) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành có tâm là O , M, N lần lượt là trung điểm của BC, SB , G là trọng tâm của tam giác SBC .

- Xác định giao điểm của (ANC) và SM .
- Xác định giao điểm của OG và (SAB) .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) .

Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. C 2. D 3. C 4. C 5. D 6. B 7. B 8. B 9. A 10. B 11. A 12. D

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c S d Đ

Câu 2.

a Đ b S c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

1 2 0

Câu 2.

1 0 1 4

Câu 3.

5

Câu 4.

- 8



Biên soạn: Dương Công Tạo
Phản biện: Nguyễn Thái Hoàng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng thuộc mặt phẳng (α) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

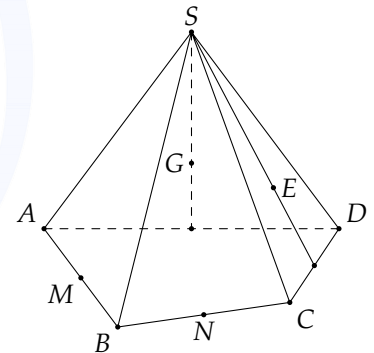
- A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt và không có điểm chung thì song song.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến phân biệt d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2 . Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là

- A. chéo nhau. B. cắt nhau. C. song song. D. trùng nhau.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi G, E lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SCD . Lấy M, N lần lượt là trung điểm AB, BC . Khi đó ta có

- A. GE và MN trùng nhau.
B. GE và MN chéo nhau.
C. GE và MN song song với nhau.
D. GE cắt BC .



Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trung điểm của AC và AD . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $MN \parallel BD$. B. $MN \parallel AC$. C. $MN \parallel CD$. D. $MN \parallel BC$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.
B. Nếu c cắt a thì c cắt b .
C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng a và b .

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AP$. Gọi Q là giao điểm của BC và mặt phẳng (MNP) . Khi đó, tỉ số $\frac{CQ}{BQ}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (ACD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. d qua D và song song với AC .
- B. d qua B và song song với AC .
- C. d qua hai điểm A và C .
- D. d qua hai điểm B và D .

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt không song song thì

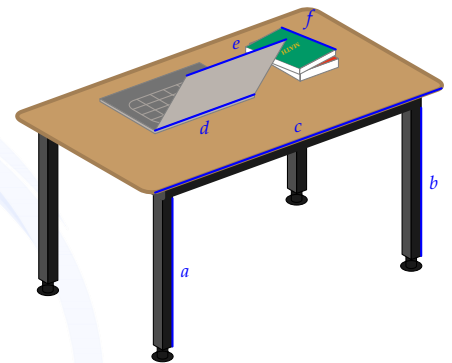
- A. chéo nhau.
- B. có điểm chung.
- C. cắt nhau hoặc chéo nhau.
- D. không có điểm chung.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm của SA . Mặt phẳng (IBC) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình nào sau đây?

- A. Tam giác IBC .
- B. Tứ giác $IBCD$.
- C. Hình thang $IEBC$ (E là trung điểm SB).
- D. Hình thang $IBCJ$ với J là trung điểm SD .

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong hình vẽ bên, hai đường thẳng a, b tương ứng là cạnh hai chân bàn, đường thẳng c minh họa cạnh mặt bàn, hai đường thẳng d, e minh họa cạnh màn hình laptop, đường thẳng f minh họa gáy quyển sách. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \parallel b, a$ cắt f .
- B. $d \parallel e, b$ cắt f .
- C. $c \parallel e, c$ cắt f .
- D. $a \parallel b, d \parallel e$.



Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP) .

Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

- A. $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.
- B. $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$.
- C. $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.
- D. $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian.

- a) Hai đường thẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác.
- b) Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song.
- c) Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
- d) Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- a) $EF \parallel AC$.
- b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC .
- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC .
- d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SD, BC . Xét các mệnh đề sau:

- “ SA và DC là hai đường thẳng chéo nhau”.
- “Vị trí tương đối của hai đường thẳng MN và BD là cắt nhau”.
- “ AB và CD là hai đường thẳng song song”.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang thoả mãn $AB \parallel CD$ và $AB > CD$. Xét các mệnh đề sau:

- “Giao tuyến hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với BC ”.
- “Giao tuyến hai mặt (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với DC ”.

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC . Lấy điểm M đối xứng với B qua A . Gọi G giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD) . Tính tỉ số $\frac{GM}{GN}$.

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành cạnh 6 cm. Gọi M là một điểm nằm trên SA sao cho $3SM = SA$. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MCD) là một hình thang. Tính tổng độ dài hai cạnh đáy của thiết diện.

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, K, M lần lượt là trung điểm của BC, CD và SB . Gọi F là giao điểm của DM và (SIK) . Chứng minh rằng $SF \parallel KI$ và $SF = 2KI$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC , điểm P thuộc đoạn BD sao cho $BP = \frac{2}{3}BD$.

- Tìm giao điểm K của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) .
- Chứng minh rằng ba đường thẳng KM, NP, CD đồng quy.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD . Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H . Tính tỉ số $\frac{SH}{SC}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. B 3. C 4. C 5. C 6. B 7. D 8. B 9. C 10. D 11. D 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a S b S c Đ d Đ

Câu 2.

a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

2

Câu 2.

1

Câu 3.

2

Câu 4.

8



Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 B. Nếu $a \parallel (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b \parallel a$.
 C. Nếu $\begin{cases} a \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a \parallel b$.
 D. Nếu $a \parallel (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SB . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $IJ \parallel (SAB)$. B. $AB \parallel (CIJ)$. C. $IJ \parallel (SCD)$. D. $IJ \parallel (ABCD)$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel (ABCD)$. B. $MN \parallel (SAB)$. C. $MN \parallel (SCD)$. D. $MN \parallel (SBC)$.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $MN \parallel (BCD)$. B. $MN \parallel (ACD)$. C. $MN \parallel (ABD)$. D. $MN \parallel (ABC)$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b, b \subset (\alpha)$. Khi đó

- A. $a \parallel (\alpha)$. B. $a \subset (\alpha)$.
 C. a cắt (α) . D. $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
 B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
 C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
 D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) cắt a .

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho $d \parallel (\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d' . Khi đó

- A. $d \parallel d'$. B. d cắt d' . C. d và d' chéo nhau. D. $d \equiv d'$.

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SA . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $OM \parallel (SCD)$. B. $OM \parallel (SBD)$. C. $OM \parallel (SAB)$. D. $OM \parallel (SAC)$.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

- A. (ACD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (BCD) .

Câu 10 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Mặt phẳng (α) qua trung điểm M của AC và song song với AB, CD cắt các cạnh BC, BD, AD theo thứ tự là N, P, Q . Khi đó tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

- A. hình tam giác. B. hình vuông. C. hình thoi. D. hình chữ nhật.

Câu 11 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF, M$ là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $OO_1 \parallel (BEC)$. B. $OO_1 \parallel (AFD)$. C. $OO_1 \parallel (EFM)$. D. MO_1 cắt (BEC) .

Câu 12 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, SC, BC . Gọi K là giao điểm của SA và (MNP) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\frac{KA}{KS} = 2$. B. $\frac{KA}{KS} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{KA}{KS} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{KA}{KS} = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC .

- a) Đường thẳng BC song song với (SAD) .
 b) MO là giao tuyến của (SAC) và (SBD) .
 c) Đường thẳng BM song song với (SAD) .
 d) Gọi N là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SN = \frac{1}{3}SB$, khi đó N là giao điểm của đường thẳng SB và (AMD) .

Câu 2 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC, SC .

- a) Đường thẳng AB song song với mặt phẳng (SCD) .
 b) Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .
 c) Đường thẳng AN song song với với mặt phẳng (SCM) .
 d) Gọi G là giao điểm của SD và mặt phẳng (BME) . Tỉ số $\frac{SG}{SD} = \frac{3}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA . Giả sử mặt phẳng (P) cắt SC tại K và $SK = mKC$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

☞

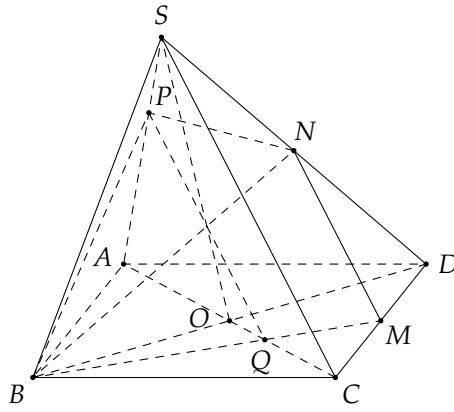
Câu 2 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho tứ diện đều $ABCD$. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng BC sao cho $BM = \frac{1}{2}MC$. Mặt phẳng (P) qua M song song với AB và CD đồng thời cắt BD tại N và cắt AC tại P . Tỉ số $\frac{MN}{MP}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$ và $AD = \frac{3}{2}BC$. Gọi I là trung điểm của SB và (P) là mặt phẳng qua I song song với SD, AC . Giao tuyến của (P) và $(ABCD)$ cắt cạnh AD tại E . Biết $\frac{AE}{AD} = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$.

☞

Câu 4 (VN-MATHS & \LaTeX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh CD và SD . Biết rằng (BMN) cắt đường thẳng SA tại P . Tính tỉ số $\frac{SA}{SP}$.



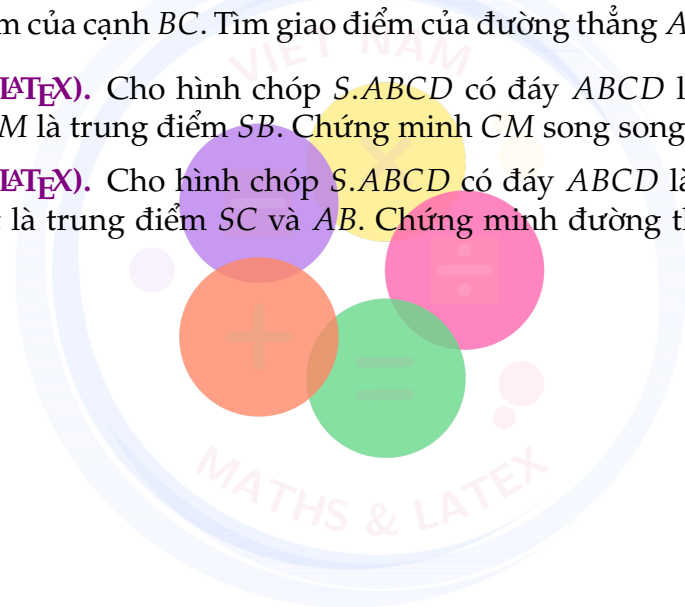
PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp tam giác $S.ABC$. Gọi hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SC sao cho $SM = \frac{2}{3}SA, SN = \frac{2}{3}SC$.

- a) Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với mặt phẳng (ABC) .
- b) Gọi P là trung điểm của cạnh BC . Tìm giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (MNP)

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn AB và $AB = 2CD$. Gọi M là trung điểm SB . Chứng minh CM song song với mặt phẳng (SAD) .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SC và AB . Chứng minh đường thẳng MN song song với mặt phẳng (SAD) .



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. A 3. A 4. A 5. D 6. C 7. A 8. A 9. A 10. C 11. D 12. D

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c S d S

Câu 2. a Đ b Đ c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. 1

Câu 2. 0 , 5

Câu 3. 7

Câu 4. 3



Biên soạn: Huỳnh Phạm Minh Nguyên
Phản biện: Tiến Dũng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (β) ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$. B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.
C. $(BA'D') \parallel (ADC)$. D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.
B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β) .
C. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.
D. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β) .

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $a \subset (P)$, $a \parallel (Q)$ thì $(P) \parallel (Q)$.
B. Nếu $a, b \subset (P)$, $a \parallel (Q)$, $b \parallel (Q)$ thì $(P) \parallel (Q)$.
C. Nếu $a, b \subset (P)$, $a \parallel (Q)$, $b \parallel (Q)$ và a cắt b thì $(P) \parallel (Q)$.
D. Nếu $a, b \subset (P)$, $a \parallel (Q)$, $b \parallel (Q)$ và $a \parallel b$ thì $(P) \parallel (Q)$.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

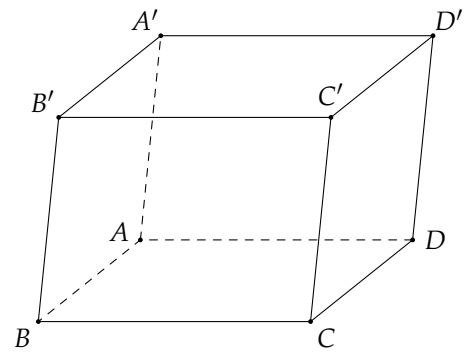
- A. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước, có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
B. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước, chỉ có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
C. Không có mặt phẳng nào đi qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng đã cho mà song song với nó.
D. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước, có đúng hai mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 12$, $SB = 15$. Trên cạnh SA lấy các điểm M, N sao cho $SM = 3$, $MN = 5$, $NA = 4$. Gọi (P) , (Q) là hai mặt phẳng song song với (ABC) lần lượt đi qua M, N . Biết (P) cắt SB, SC tại M_1, M_2 và (Q) cắt SB, SC tại N_1, N_2 . Độ dài đoạn thẳng M_1N_1 bằng

- A. $\frac{25}{4}$. B. $\frac{43}{6}$. C. $\frac{41}{12}$. D. $\frac{11}{3}$.

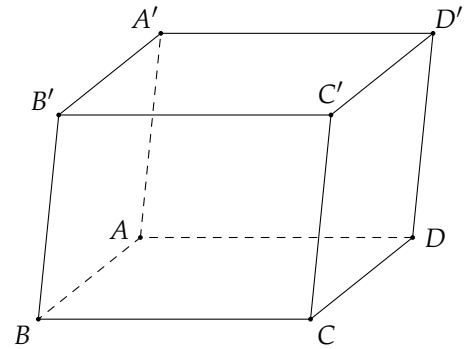
Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. B. $(ABB'A') \parallel (DCC'D')$.
 C. $(ACC'A') \parallel (ABD)$. D. $(A'B'C') \parallel (ABD)$.

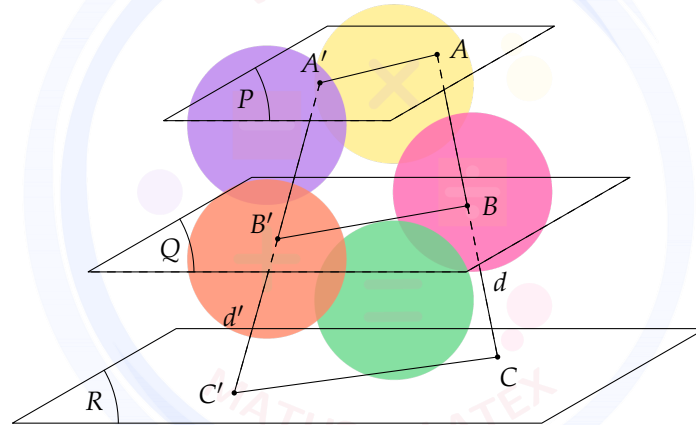


Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $(BDA') \parallel (D'AC)$. B. $(BDA') \parallel (B'D'C)$.
 C. $(BDA') \parallel (ABCD)$. D. $(BDA') \parallel (A'D'CB)$.



Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho ba mặt phẳng (P) , (Q) , (R) đôi một song song. Hai đường thẳng d và d' cắt ba mặt phẳng lần lượt tại A, B, C và A', B', C' . Cho $AB = 4, BC = 7$ và $A'C' = 22$. Độ dài $A'B'$ bằng



- A. 7. B. 6. C. 8. D. 9.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, G lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC, B'C'$. Mặt phẳng $(AEGA')$ song song với đường thẳng nào dưới đây?

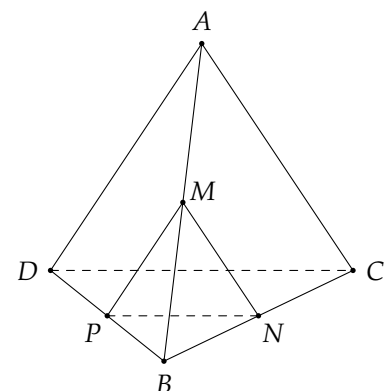
- A. EG . B. $A'B$. C. BB' . D. CG .

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABC) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $(A'AC)$. B. $(A'C'D')$. C. $(A'B'B)$. D. (CDC') .

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, BD . Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. (ABC) . B. (BCD) .
 C. (ACD) . D. (ABD) .



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, AB song song CD và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Trên các cạnh SA và SC lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$.

- a) Đường thẳng CD song song với mặt phẳng (SAB) .
- b) Đường thẳng EF song song với đường thẳng BD .
- c) Đường thẳng AC song song với mặt phẳng (BEF) .
- d) Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF) . Gọi P là giao điểm của SD với (α) . Tỉ số $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{8}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

- a) Các mặt bên của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là những hình chữ nhật.
- b) Hai mặt phẳng (BDA') và $(B'D'C)$ là các mặt phẳng song song.
- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ là OO' .
- d) Hai mặt phẳng (BDA') và $(B'D'C)$ chia đường chéo AC' thành ba đoạn thẳng bằng nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

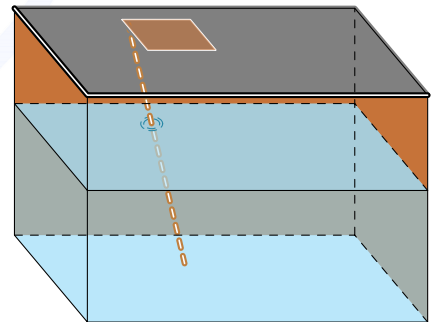
Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 3 và G là trọng tâm tam giác ABC . Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P) qua G và song song với mặt phẳng (BCD) thì diện tích thiết diện bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $AB = 8$, $SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O và song song với (SAB) . Mặt phẳng (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một đa giác. Tính diện tích của đa giác đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

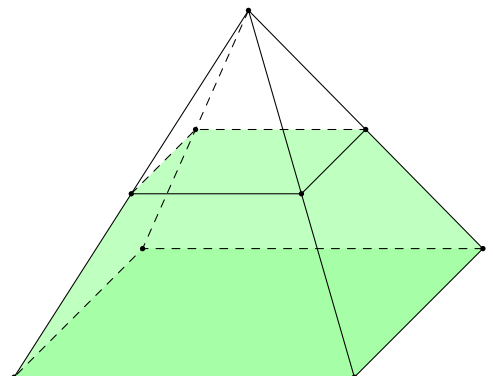
☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Để xác định mực nước trong một bể đựng nước được xây theo dạng hình hộp chữ nhật, người ta thực hiện như sau: Lấy một thanh thước thẳng đủ dài cắm vào bể sao cho một đầu chạm đáy bể và để thước tựa vào mép dưới của thành miệng bể, đánh dấu điểm tựa (tham khảo hình vẽ). Biết bể cao 1 m; khoảng cách từ điểm tựa đến điểm chạm vào đáy bể là 121 cm và phần thước bị chìm trong nước dài 68 cm. Tính chiều cao của mực nước trong bể theo đơn vị cm (làm tròn đến hàng phần chục).



☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một khối gỗ có dạng hình chóp có đáy là hình vuông và tất cả các cạnh bằng 0,5 m. Một người muốn thiết kế thành đồ trang trí bằng cách cưa đi phần đỉnh của khối gỗ này và gắn dây đèn trang trí theo các cạnh của khối hình mới (tham khảo hình bên). Biết rằng lưới cưa đi qua 3 trung điểm của ba cạnh bên của khối gỗ. Chiều dài của dây đèn trang trí là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?



☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD . Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SA lấy điểm E sao cho $SA = 3AE$; trên cạnh AD lấy điểm F thỏa $FD = 2FA$. Gọi M là giao điểm của AC và DI với I là trung điểm AB . Chứng minh $(MEF) \parallel (SCD)$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $A'B'$.

- Chứng minh $EF \parallel (BCC'B')$.
- Gọi K là trung điểm của AB . Chứng minh tứ giác $CC'FK$ là hình bình hành.
- Tìm giao điểm I của CF và mặt phẳng $(AC'B)$ và chứng minh I là trung điểm đoạn thẳng CF .



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. C 3. D 4. C 5. B 6. A 7. C 8. B 9. C 10. C 11. B 12. C

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c Đ d S

Câu 2.

a S b Đ c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

1 , 7 3

Câu 2.

1 3 , 4

Câu 3.

5 6 , 2

Câu 4.

4



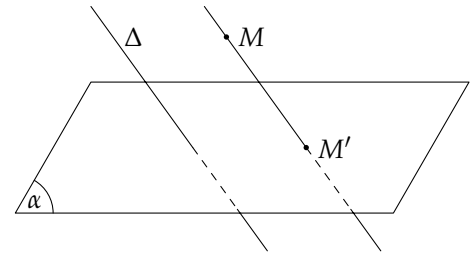
Biên soạn: Đỗ Nam
Phản biện: Công Hưng

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho M' là ảnh của điểm M qua phép chiếu song song như hình vẽ. Khi đó đường thẳng Δ được gọi là



- A. hướng chiếu. B. đường thẳng chiếu.
C. đoạn thẳng chiếu. D. phương chiếu.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Ảnh của điểm $M \in (\alpha)$ qua phép chiếu song song theo phương Δ với mặt phẳng chiếu (α) là

- A. hướng chiếu. B. đường thẳng chiếu.
C. điểm M' thỏa $MM' \parallel \Delta$. D. điểm M .

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một đoạn thẳng.
B. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một hình vuông.
C. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một điểm.
D. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Qua phép chiếu song song, nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là

- A. điểm A . B. đường thẳng trùng với phương chiếu.
C. đường thẳng đi qua A . D. đường thẳng đi qua A hoặc điểm A .

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khi nói về phép chiếu song song, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hình biểu diễn của một tam giác vuông có thể là một hình vuông.
B. Hình biểu diễn của một hình vuông có thể là một hình bình hành.
C. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật luôn là hình chữ nhật.
D. Hình biểu diễn của một tam giác đều luôn là tam giác đều.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Hình chiếu của hình vuông qua phép chiếu song song **không** thể là

- A. hình vuông. B. hình bình hành. C. hình thang. D. hình thoi.

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song a, b lần lượt thành hai đường thẳng a', b' . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. a' cắt b' . B. $a' \parallel b'$ hoặc a' trùng b' .
C. a' trùng b' . D. $a' \parallel b'$.

- b) $\frac{AO}{AN} = \frac{1}{3}$.
- c) $\frac{AC}{CN} = 4$.
- d) $\frac{CA}{CN} = \frac{1}{4}$.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD , G' là hình chiếu song song của điểm G trên mặt phẳng (BCD) theo phương chiếu AB . Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của AD, AC và CD .

- a) Qua phép chiếu song song phương chiếu AB thì IB là hình chiếu song song của IA trên mặt phẳng (BCD) .
- b) $\frac{IG'}{IB} = \frac{1}{3}$.
- c) Hình chiếu G' của G nằm trên BI và là trung điểm của BI .
- d) Hình chiếu của MN qua phép chiếu song song phương AB trên mặt phẳng (BCD) là đường trung bình của tam giác BCD .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AC . Gọi N là hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB . Giá trị của $\frac{MN}{BC}$ bằng bao nhiêu?

☞

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$, M là trọng tâm của tam giác ABC . Gọi N là hình chiếu song song của M theo phương CD lên mặt phẳng (ABD) . Biết E là trung điểm của AB , khi đó $\frac{EN}{ED}$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB$ và $SN = \frac{1}{3}SD$. Hình chiếu của M, N qua phép chiếu song song theo phương SO lên mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ lần lượt là P, Q . Tỉ số $\frac{OP}{OQ}$ bằng bao nhiêu?

☞

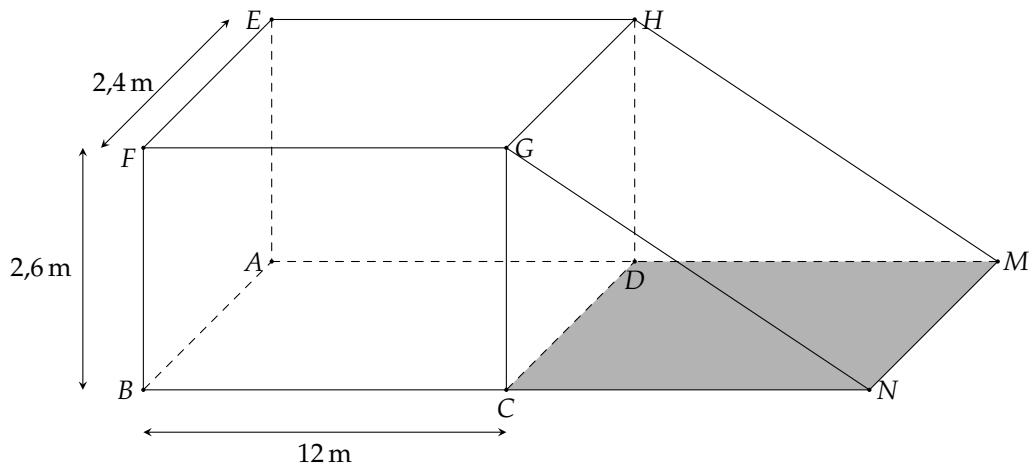
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Ông An muốn thiết kế một chiếc lều có dạng hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh x ($x > 0$), tâm O . Ông lấy 3 điểm M, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SC, SD và (H) là ảnh của tam giác MPQ qua phép chiếu song song lên $(ABCD)$ theo phương chiếu MA . Để diện tích hình (H) bằng 8m^2 thì ông An cần thiết kế độ dài cạnh đáy hình vuông bằng bao nhiêu?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông tâm O , cạnh $\sqrt{2}$. Trên cạnh SB, SD lần lượt lấy điểm M, N sao cho $SM = 2MB$ và $SN = \frac{1}{3}SD$. Hình chiếu của M, N qua phép chiếu song song lên mặt phẳng chiếu $(ABCD)$ theo phương SO lần lượt là P, Q . Hỏi diện tích tam giác APQ bằng bao nhiêu?

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Vào một thời điểm trong ngày, người ta quan sát thấy bóng râm của một chiếc container ở cảng (có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$) là hình chiếu của container đó lên mặt đất với phương chiếu GN song song với các tia sáng mặt trời (các tia sáng mặt trời được xem là các đường thẳng song song với nhau), N trùng với điểm đối xứng với B qua C . Hỏi diện tích phần bóng râm được tô màu trong hình vẽ bên dưới bằng bao nhiêu? Biết $BC = 12\text{m}$, $CD = 2,4\text{m}$ và $CG = 2,6\text{m}$.



Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$, G' là hình chiếu của G lên $(A'B'C'D')$ theo phương chiều OO' trong phép chiếu song song. Tính tỉ số $\frac{B'G'}{B'D'}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. D 3. B 4. D 5. B 6. C 7. B 8. C 9. C 10. A 11. B 12. A

PHẦN II.

Câu 1.

a Đ b S c S d Đ

Câu 2.

a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III.

Câu 1.

0 , 5

Câu 2.

0 , 3 3

Câu 3.

2

Câu 4.

8



Biên soạn: Nguyễn Ngọc Huy Trường
Phản biện: Trần Tiên Đức

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng?

- A. 2. B. Vô số. C. 0. D. 1.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Trong không gian, khẳng định nào dưới đây **sai**?

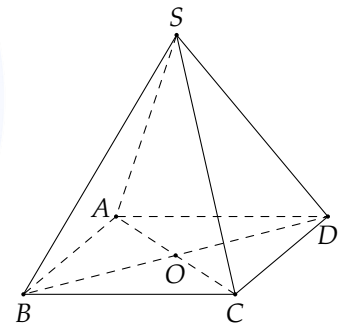
- A. Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau.
B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua hai điểm phân biệt.
C. Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.
D. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABC$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là đường thẳng

- A. SB . B. SA . C. SC . D. AC .

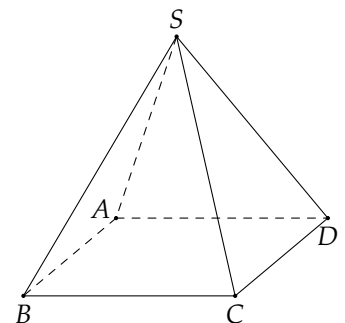
Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng

- A. SC .
B. SB .
C. SO .
D. SD .



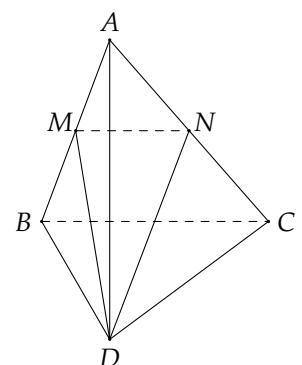
Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là

- A. đường thẳng AC .
B. đường thẳng đi qua S và song song với AD .
C. đường thẳng SB .
D. đường thẳng đi qua S và song song với AB .



Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (DMN) và (DBC) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. d cắt (ABC) . B. $d \subset (ABC)$.
C. d không song song (ABC) . D. $d \parallel (ABC)$.

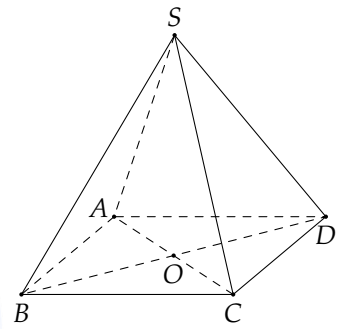


- Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX).** Trong không gian, hai đường thẳng được gọi là song song nếu
- chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.
 - chúng không có điểm chung.
 - chúng nằm cùng trong một mặt phẳng và không có điểm chung.
 - chúng cắt nhau tại một điểm.

- Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX).** Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?
- Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại một điểm.
 - Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) .
 - Đường thẳng d và mặt phẳng (P) không có điểm chung.
 - Không tồn tại mặt phẳng nào đồng thời song song với đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX).** Cho ba đường thẳng a, b, c phân biệt. Nếu $a \parallel b$ và $b \parallel c$ thì kết luận nào sau đây là đúng?
- $a \parallel c$.
 - a cắt c .
 - a và c chéo nhau.
 - a trùng c .

- Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX).** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là
- đường thẳng đi qua S và song song với AD .
 - đường thẳng đi qua S và song song với CD .
 - đường SO với O là tâm hình bình hành.
 - đường thẳng đi qua S và cắt AB .



- Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX).** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- GE và CD chéo nhau.
 - $GE \parallel CD$.
 - GE cắt AD .
 - GE cắt CD .

- Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX).** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là một điểm bất kì nằm trên đoạn AC (khác A và C). Mặt phẳng (P) qua M và song song với các đường thẳng AB, CD . Gọi (H) là đa giác có các cạnh là các đoạn giao tuyến của mặt phẳng (P) với các mặt của tứ diện $ABCD$. Khi đó, (H) là hình gì?
- Hình vuông.
 - Hình bình hành.
 - Hình chữ nhật.
 - Hình thang.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX).** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của AB và $A'B'$.
- $AI' \parallel IB'$.
 - Hình chiếu song song của I lên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương $A'I$ là điểm C' .
 - Trong mặt phẳng $(A'B'C')$, vẽ hình bình hành $A'C'MI'$. Khi đó $ACMI'$ là hình bình hành.
 - M là hình chiếu song song của C theo phương AI' lên mặt phẳng $(A'B'C')$.

- Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX).** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC , I là giao điểm của AM và SO , N là trung điểm của AB và G là trọng tâm tam giác ABC .
- Đường thẳng GI song song với mặt phẳng (SAB) .
 - Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD .

c) Đường thẳng OM song song với mặt phẳng (SAD) .

d) Gọi K là điểm trên SA sao cho KG song song với (SCD) . Khi đó $\frac{S_{\Delta SKM}}{S_{\Delta SAC}} = \frac{2}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR \parallel AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S . Khi đó tỉ số $\frac{AD}{DS}$ bằng bao nhiêu?

Q.

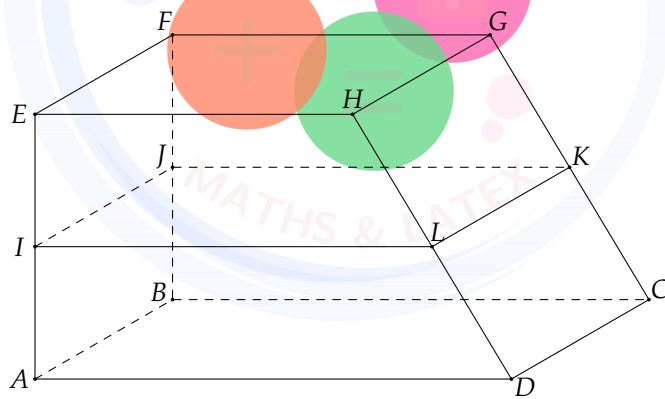
Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD và $AD = 3BC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD và O là giao điểm của AC và BD . Biết OM song song với mặt phẳng (SBC) . Khi đó tỉ số $\frac{SM}{SD}$ bằng bao nhiêu?

Q.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 2, BB' = 5, CC' = 4$. Khi đó độ dài cạnh DD' bằng bao nhiêu?

Q.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một kệ để đồ bằng gỗ có mâm tầng dưới $ABCD$ và mâm tầng trên $EFGH$ là các tứ giác và nằm trong hai mặt phẳng song song với nhau. Bác thợ mộc đo được $AE = 80$ cm, $CG = 90$ cm và muốn đóng thêm một mâm tầng giữa là tứ giác $IJKL$ nằm trong mặt phẳng song song với hai mặt phẳng chứa mâm tầng trên và mâm tầng dưới sao cho khoảng cách $EI = 36$ cm (xem hình vẽ). Hỏi độ dài GK bằng bao nhiêu centimet để bác thợ mộc có thể đặt mâm tầng giữa cho kệ để đồ đúng vị trí?



Q.

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác BCD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNG) và (BCD) .

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, P lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC và N là điểm trên cạnh AB sao cho $AN = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của DC và (MNP) . Tính $\frac{DQ}{DC}$.

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, AB . Chứng minh $(CMN) \parallel (SAD)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. D 2. B 3. A 4. C 5. B 6. D 7. C 8. C 9. A 10. B 11. B 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ

Câu 2. a Đ b S c Đ d S

PHẦN III.

Câu 1. 3

Câu 2. 0 , 2 5

Câu 3. 1

Câu 4. 4 0 , 5



Biên soạn: Nguyễn Đức Tuấn Anh

Phản biện: Phạm Quốc Toàn

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Doanh thu bán hàng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Doanh thu trung bình (triệu đồng) của cửa hàng trên thuộc khoảng

- A. [7;9). B. [9;11). C. [11;13). D. [13;15).

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khảo sát thời gian tập thể dục (đơn vị: phút) của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [40;60). B. [20;40). C. [60;80). D. [80;100).

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khảo sát thời gian tập thể dục (đơn vị: phút) của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Giá trị đại diện của nhóm [20;40) là

- A. 10. B. 20. C. 30. D. 40.

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Tìm hiểu thời gian xem điện thoại thông minh (đơn vị: giờ) trong tuần trước của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	3	2

Số học sinh có thời gian xem điện thoại thông minh từ 15 giờ đến dưới 20 giờ trong tuần trước là

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 5 (VN-MATHS & L^AT_EX). Điều tra về chiều cao (đơn vị: cm) của học sinh khối lớp 11 của trường THPT C, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao	[150;152)	[152;154)	[154;156)	[156;158)	[158;160)	[160;162)
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Số nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 12.

Câu 6 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày (đơn vị: phút) của một số học sinh khối 11 của trường THPT B thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20). B. [20; 40). C. [40; 60). D. [60; 80).

Câu 7 (VN-MATHS & L^AT_EX). Kết quả khảo sát cân nặng (đơn vị: gam) của 27 quả táo ở lô hàng E được cho ở bảng sau:

Cân nặng	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả táo	2	3	7	11	4

Nhóm chứa một là

- A. [150; 155). B. [155; 160). C. [165; 170). D. [170; 175).

Câu 8 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cân nặng (đơn vị: kg) của 28 học sinh nam lớp 11 của trường THPT A được cho như sau:

55,4 62,6 54,2 56,8 58,8 59,4 60,7 58 59,5 63,6 61,8 52,3 63,4 57,9
49,7 45,1 56,2 63,2 46,1 49,6 59,1 55,3 55,8 45,5 46,8 54 49,2 52,6.

Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là [45; 49). Khi đó cân nặng trung bình (kg) của 28 học sinh trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) bằng

- A. 55,6. B. 65,5. C. 48,8. D. 57,7.

Câu 9 (VN-MATHS & L^AT_EX). Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một nhãn hàng nước hoa. Người điều tra yêu cầu cho điểm nhãn hàng nước hoa đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau:

Nhóm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Tần số	4	5	23	6	2

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị

- A. 74. B. 75. C. 76. D. 77.

Câu 10 (VN-MATHS & L^AT_EX). Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau về số lượng khách hàng ra vào một cửa hàng mỗi ngày trong 60 ngày như sau:

Số khách hàng	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số ngày	n_1	8	20	15	7	n_6

Biết trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là 28,5. Số ngày cửa hàng này có ít nhất 30 người khách ra vào mỗi ngày là

- A. 20. B. 30. C. 28. D. 27.

Câu 11 (VN-MATHS & L^AT_EX). Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 18. B. 17,3. C. 18,1. D. 19,2.

Câu 12 (VN-MATHS & L^AT_EX). Một thư viện thống kê số người đến đọc sách vào buổi tối trong 30 ngày của một tháng như sau:

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

☞

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Thống kê mức tiêu thụ điện (đơn vị: kWh) trong tháng 7 năm 2024 ở khu dân cư X ta được bảng như sau:

Điện tiêu thụ	[100; 200)	[200; 300)	[300; 400)	[400; 500)
Số hộ dân	60	70	50	30

Tổng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là bao nhiêu kWh (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

☞

Câu 4 (VN-MATHS & L^AT_EX). Đo chiều cao (đơn vị: cm) của học sinh hai lớp 10A và 10B ta có bảng sau:

Chiều cao	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Lớp 10A	5	15	10	9	4	2
Lớp 10B	4	17	13	7	5	3

Chênh lệch chiều cao trung bình giữa hai lớp là bao nhiêu centimét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

☞

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày bài giải từ bài 1 đến bài 3.

Câu 1 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khảo sát về chiều cao (đơn vị: cm) của 30 học sinh nữ lớp 11D thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Chiều cao	[150; 153)	[153; 156)	[156; 159)	[159; 162)	[162; 165)	[165; 168)
Số học sinh	2	6	8	6	5	3

Tính chiều cao trung bình của học sinh nữ lớp 11D.

Câu 2 (VN-MATHS & L^AT_EX). Điều tra về chiều cao (đơn vị: cm) của các học sinh nữ khối 12 của một trường THPT, người ta thu được một bảng số liệu như sau:

Chiều cao	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh	20	45	50	38	40	4

Khả năng học sinh nữ khối 12 của trường THPT đó có chiều cao khoảng bao nhiêu centimét là nhiều nhất?

Câu 3 (VN-MATHS & L^AT_EX). Khảo sát thời gian tập thể dục (đơn vị: phút) trong ngày của 42 học sinh lớp 11A thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tính tứ phân vị thứ hai và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1. B 2. A 3. C 4. C 5. B 6. B 7. C 8. A 9. B 10. D 11. C 12. B

PHẦN II.

Câu 1. a Đ b Đ c Đ d S

Câu 2. a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN III.

Câu 1. 1 5 8

Câu 2. 6 , 1 4

Câu 3. 8 0 7

Câu 4. 0 , 3 2

