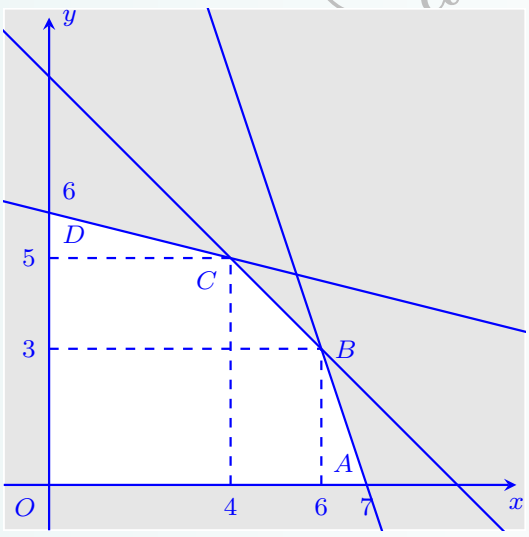
TOÁN THẦY TÀI
ÔN LUYỆN 10,11,12

NGÔ ĐỨC TÀI

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

TOÁN 10

BỘ ĐỀ ÔN THEO CHƯƠNG HK2



LƯU HÀNH NỘI BỘ

MỤC LỤC

PHẦN I	**Hàm số, đồ thị và ứng dụng**	**5**
1	Đề số 1	7
2	Đề số 2	10
3	Đề số 3	13
4	Đề số 4	17
5	Đề số 5	21
6	Đề số 6	24
7	Đề số 7	28
8	Đề số 8	32
9	Đề số 9	36
10	Đề số 10	40
PHẦN II	**Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng**	**45**
11	Đề số 1	47
12	Đề số 2	51
13	Đề số 3	55
14	Đề số 4	58
15	Đề số 5	62

16	Đề số 6	66
17	Đề số 7	69
18	Đề số 8	73
19	Đề số 9	77
20	Đề số 10	80
PHẦN III	**Đại số tổ hợp**	**85**
21	Đề số 1	87
22	Đề số 2	90
23	Đề số 3	93
24	Đề số 4	96
25	Đề số 5	99
26	Đề số 6	102
27	Đề số 7	105
28	Đề số 8	108
29	Đề số 9	111
PHẦN IV	**Xác suất**	**115**
30	Đề số 1	117
31	Đề số 2	120

32	Đề số 3	123
33	Đề số 4	126
34	Đề số 5	129
35	Đề số 6	132
36	Đề số 7	135
37	Đề số 8	138

PHẦN V Đáp án 143

PHẦN VI Đáp án chi tiết các chương 161

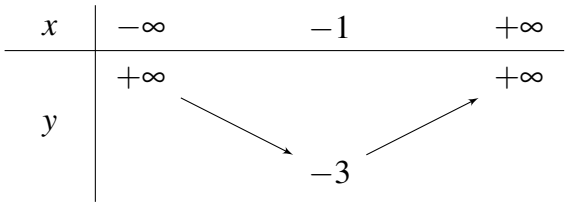
Phần I

Hàm số, đồ thị và ứng dụng

1. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1.
Bảng biến thiên như hình bên là bảng biến thiên của hàm số nào?



A. $y=x^2+2x-2$. **B.** $y=x^2-2x-2$.
C. $y=-x^2-2x-2$. **D.** $y=x^2+3x-2$.

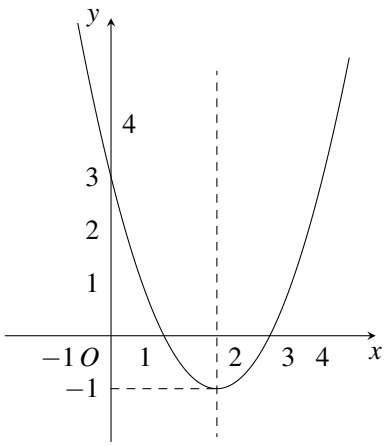
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=2023x-2022$. Tính $f(1)$.

A. $f(1)=2$. **B.** $f(1)=2023$. **C.** $f(1)=2022$. **D.** $f(1)=1$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ là

A. $\mathscr{D}=(-\infty;0]$. **B.** $\mathscr{D}=(-1;1)$.
C. $\mathscr{D}=[0;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

Câu 4. Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?

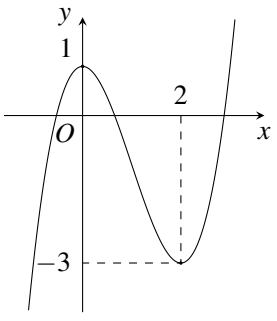


A. $y=x^2-4x-1$. **B.** $y=x^2-4x+3$.
C. $y=-x^2+4x-1$. **D.** $y=-x^2+4x+3$.

Câu 5. Trục đối xứng của Parabol $(P)\colon y=2x^2+6x+3$ là đường thẳng nào sau đây?

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 6.
Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

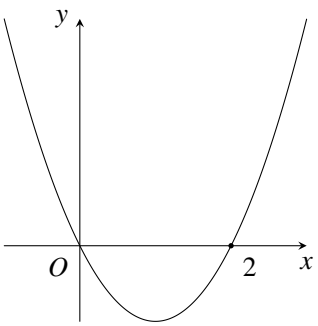


A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 7. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc hai một ẩn?

A. $-3x+5y>1$. **B.** $x-7y-3z>2$. **C.** $2x^2+3x+1>0$. **D.** $2x^2-y>1$.

Câu 8. Cho đồ thị của hàm số bậc hai $f(x)$ như hình vẽ
Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là



A. $S = (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$. **B.** $S = (0;2)$.

C. $S = (-\infty;0] \cup [2;+\infty)$. **D.** $S = (2;+\infty)$.

Câu 9. Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 9$ là

A. $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 9 \end{array}\right.$.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = \sqrt{2x - 4}$ là

A. $S = \varnothing$. **B.** $S = \{1\}$. **C.** $S = \mathbb{R}$. **D.** $S = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$.

Câu 11. Tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 5x - 4$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

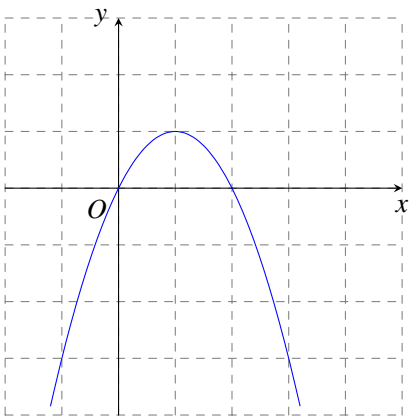
A. $x \in (-\infty;1)$. **B.** $x \in (4;+\infty)$. **C.** $x \in (1;4)$. **D.** $x \in (1;+\infty)$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2 - x + 3}$ là

A. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. **C.** $\mathscr{D} = \varnothing$. **D.** $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị dạng parabol như hình bên dưới.



a) Parabol trên là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 2x$.

b) Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là $(-\infty;2)$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là $S = (0;2)$.

d) $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.

Câu 2. Một hiệu chuyên cho thuê xe máy niêm yết giá như sau: Giá thuê xe là 110 nghìn đồng một ngày cho ba ngày đầu tiên và 80 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?

a) Tổng số tiền phải trả T (nghìn đồng) theo số ngày x được xác định bởi $T(x) = 80x + 90$ nếu $x > 3$.

b) $T(2) = 230$.

c) Với số tiền là 2 triệu đồng thì thuê xe tối đa trong 22 ngày liên tiếp.

d) $T(x)$ là hàm đồng biến $(0; +\infty)$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0)$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 2x + 16} + 1 = 2x$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Tìm số nguyên âm m lớn nhất sao cho $-x^2 + 2(m+1)x - m^2 + m < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h = at^2 + bx + c$ $(a < 0)$ trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao 5 m; sau 4 giây thì nó đạt độ cao 4,5 m. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất? Viết kết quả dưới dạng số thập phân.

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải bất phương trình bậc hai sau

a) $2x^2 - 5x + 2 > 0$.

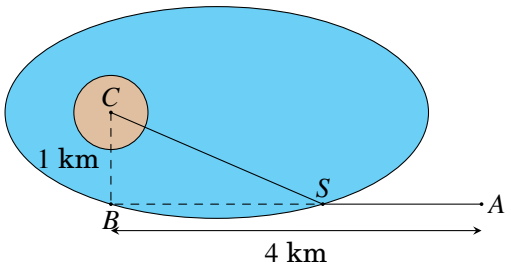
b) $-x^2 - 2x + 8 > 0$.

Câu 2.

a) Vẽ đồ thị parabol $y = x^2 - 4x + 3$.

b) Xác định khoảng đồng biến, nghịch biến và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$.

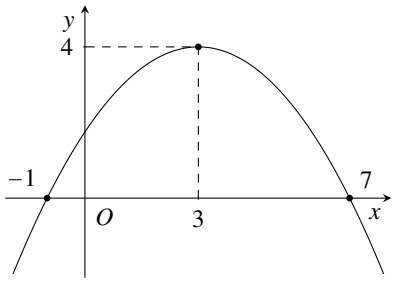
Câu 3. Một kĩ sư thiết kế đường dây điện từ vị trí A đến vị trí S và từ vị trí S đến vị trí C trên cù lao như hình vẽ. Tiền công thiết kế mỗi ki-lô-mét đường dây từ A đến S và từ S đến C lần lượt là 3 triệu đồng và 5 triệu đồng. Biết tổng số tiền công là 16 triệu đồng. Tính tổng số ki-lô-mét đường dây điện đã thiết kế.



2. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. (P) có đỉnh là $I(3;4)$.

C. (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.

D. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=x^2-2x-3$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $N(1;2)$. **B.** $P(0;2)$. **C.** $M(1;1)$. **D.** $Q(3;0)$.

Câu 3. Hàm số $y=x^2-4x+11$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 4. Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị (P), đỉnh của (P) được xác định bởi công thức nào?

A. $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{b}{a};\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{b}{a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **D.** $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{2a}\right)$.

Câu 5. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2-3x+2>0$?

A. $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 6. Bình phương cả hai vế của phương trình $\sqrt{x^2+x+2}=\sqrt{3x+1}$ rồi biến đổi, thu gọn ta được phương trình nào sau đây?

A. $x^2+x+1=0$. **B.** $x^2-2x+1=0$.

C. $x^2-2x-1=0$. **D.** $-x^2+2x+1=0$.

Câu 7. Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K, x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K, x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)\leq f(x_2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K, x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K, x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

Câu 8. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}$.

A. $\mathscr{D}=(1;2)$. **B.** $\mathscr{D}=[1;2]$.

C. $\mathscr{D}=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

Câu 9. Trục đối xứng của parabol $(P)\colon y=-x^2+5x+3$ là đường thẳng

A. $x=\dfrac{5}{4}$. **B.** $x=-\dfrac{5}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{5}{4}$. **D.** $x=\dfrac{5}{2}$.

Câu 10. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc hai một ẩn?

A. $2x^2+x\sqrt{2}-5\le 0$. **B.** $x^3-3x+5>0$.

C. $2x^2-5\sqrt{x}+2<0$. **D.** $3x^2+\dfrac{1}{x}+2>0$.

Câu 11. Tìm tập xác định D của hàm số $\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $[2;+\infty)$.

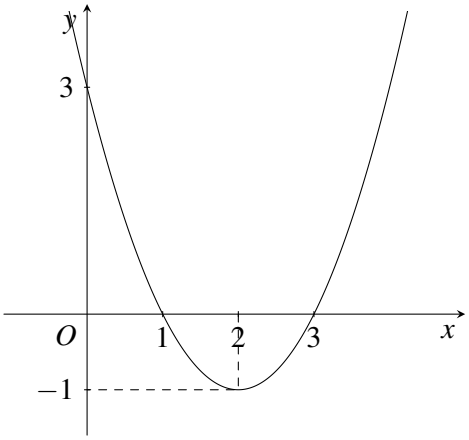
C. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\left[-\dfrac{1}{2}\right];2$.

Câu 12. Phương trình $\sqrt{x^2+x+2}=3x-1$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ ở hình bên. Khi đó



a) $a>0$.

b) Toạ độ đỉnh $I(2;-1)$, trục đối xứng $x=2$.

c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$; Nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

d) x thuộc các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ thì $f(x)>0$.

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{2x^2-17x+52}=-x+8$ (1).

a) Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được phương trình $x^2-x-12=0$.

b) Phương trình (1) chỉ có một nghiệm.

c) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình (1) là một số chẵn.

d) $x=4$ là nghiệm của phương trình (1).

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho parabol $(P)\colon y=ax^2+2x+b$ biết parabol đó đi qua hai điểm $M(1;7)$ và $N(-2;10)$. Tính tổng $S=a+b$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để

$$f(x)=x^2-2(2m-3)x+4m-3>0, \forall x\in\mathbb{R}?$$

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Phương trình $\sqrt{x-4}\cdot\left(x^2-3x+2\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Bác Tôm có cái ao diện tích 50 m^2 để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/1 m^2 và thu được 1,5 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm bác thấy cứ giảm đi 8 con/1 m^2 thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm 0,5 kg. Vậy vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng năng suất cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi). KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các bất phương trình sau

a) $x^2-1\geq 0$.

b) $x^2-2x-1<0$.

c) $-3x^2+12x+1\leq 0$.

d) $5x^2+x+1\geq 0$.

Câu 2. Giải phương trình $\sqrt{2x-4}=\sqrt{x^2-3x}$.

Câu 3. Xét hệ tọa độ Oth trên mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây) và trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm $A(0;0,2)$ và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đó đạt độ cao 8,5 mét sau 1 giây và đạt độ cao 6 mét sau 2 giây.

a) Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng.

b) Trong khoảng thời gian nào thì quả bóng vẫn chưa chạm đất?

Câu 4. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng với $(x\in\mathbb{N}^*;\ 1\leqslant x\leqslant 4500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x)=-0,01x^2+450x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x)=\dfrac{30000}{x}+340$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

—Hết—

3. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

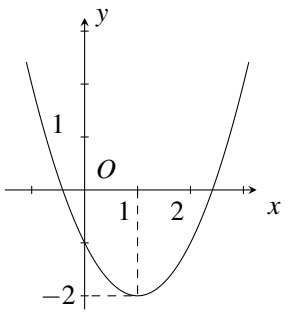
Câu 1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là tam thức bậc hai?

A. $f(x)=x^2+3$. **B.** $f(x)=2x+3$. **C.** $f(x)=mx^2+3$. **D.** $f(x)=\sqrt{2x^2+3}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $3x^2-2x-8\le 0$ chứa bao nhiêu số nguyên dương?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 3. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=2x^2-4x-2$. **B.** $y=-x^2-2x+3$.

C. $y=x^2-2x-1$. **D.** $y=x^2+2x-2$.

Câu 4. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của x để tam thức $f(x)=2x^2+2x+5$ nhận giá trị dương.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 5. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x(x-1)}$?

A. $M(0;-1)$. **B.** $M(2;1)$. **C.** $M(2;0)$. **D.** $M(1;1)$.

Câu 6. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-3}$.

A. $\mathscr{D}=(3;+\infty)$. **B.** $\mathscr{D}=[-1;+\infty)$.

C. $\mathscr{D}=[-1;3)\cup(3:+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 7. Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases}-2(x-3) & \text{khi } -1\le x\le 1\\ \sqrt{x^2-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$. Giá trị của $f(-1)$; $f(1)$ lần lượt là

A. 8 và 0. **B.** 0 và 8. **C.** 0 và 0. **D.** 8 và 4.

Câu 8. Cho $f(x)=ax^2+bx+c, a\ne 0$. Điều kiện để $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$ là

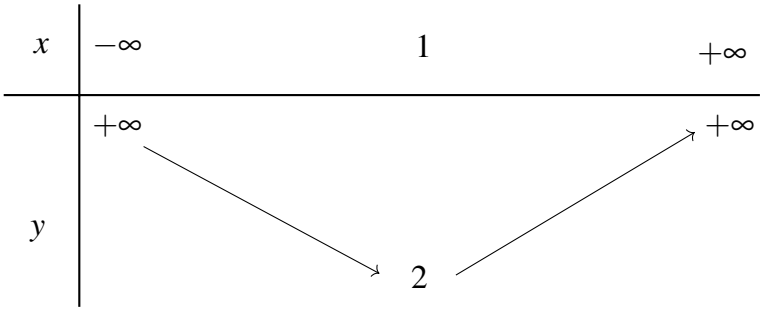
A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta>0\end{cases}$.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\{-3\}$. **C.** $\{1;-3\}$. **D.** $\{1\}$.

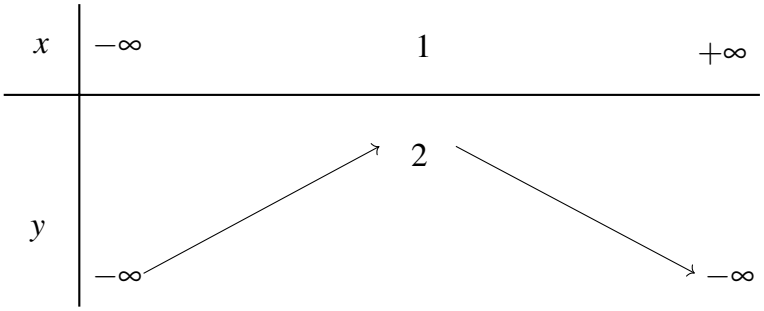
Câu 10. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y=-x^2+2x+1$

A.



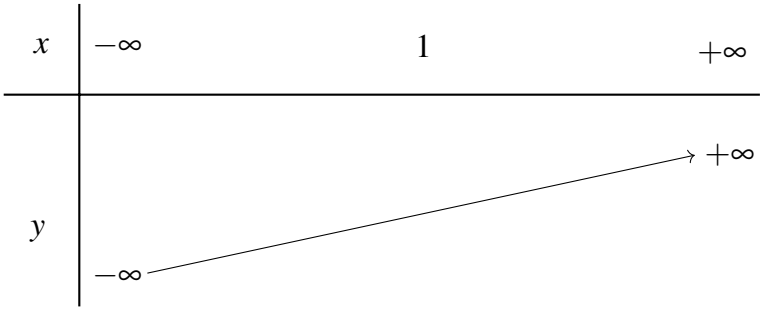
.

B.



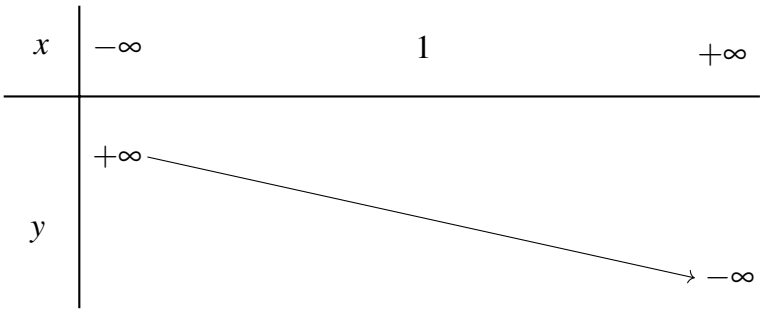
.

C.



.

D.



.

Câu 11. Tam thức $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-3$ hoặc $x>-1$.

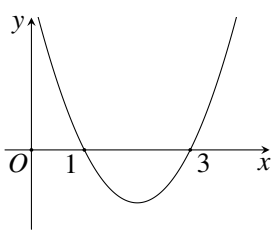
B. $x<-1$ hoặc $x>3$.

C. $x<-2$ hoặc $x>6$.

D. $-1<x<3$.

Câu 12.

Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x)<0$.



A. $x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

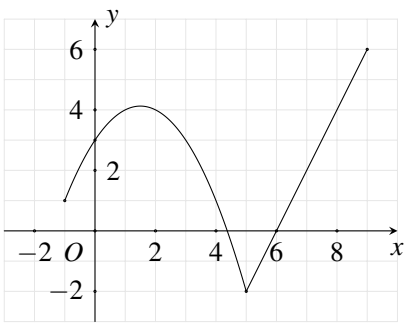
B. $x\in(1;3)$.

C. $x\in(0;2)$.

D. $x\in(-1;0)$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1.
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.
Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?



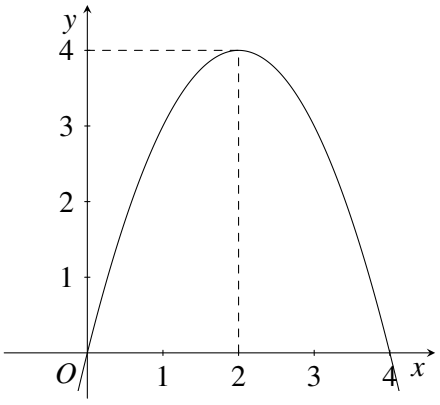
a) $f(x)=0 \Leftrightarrow x=6$.
b) $f(0)=3$.
c) Tập xác định $\mathscr{D}=[-1;9]$.
d) $f(x)\geq 2, \forall x\in\mathscr{D}$.

Câu 2. Để xây dựng phương án kinh doanh cho một loại sản phẩm, doanh nghiệp tính toán lợi nhuận y (đồng) theo công thức: $y=-86x^2+86\,000x-18\,146\,000$, trong đó x là số sản phẩm được bán ra.

a) Doanh nghiệp bị lỗ khi bán từ 303 đến 698 sản phẩm.
b) Doanh nghiệp có lãi khi bán tối đa 302 sản phẩm hoặc bán tối thiểu 697 sản phẩm.
c) Doanh nghiệp có lãi khi bán từ 303 đến 697 sản phẩm.
d) Doanh nghiệp bị lỗ khi bán tối đa 302 sản phẩm hoặc bán tối thiểu 698 sản phẩm.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị hình bên. Tính $a+100b+c$.

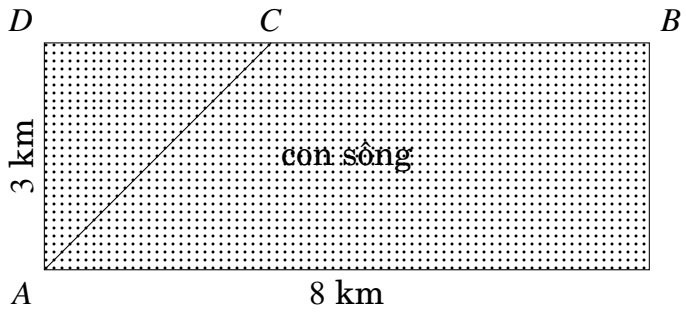


KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Một cửa hàng nhân dịp Tết đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một gói kẹo thứ hai trở đi sẽ được giảm 15% so với giá ban đầu. Biết giá gói đầu là 80 000 đồng. Bạn An có 600 000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua tối đa bao nhiêu gói kẹo? KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[1;8]$ để hàm số $y=\sqrt{3x-m}$, (với m là tham số) xác định trên tập $(1;+\infty)$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Một người dân phải chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí C trên bờ BD, sau đó chạy bộ từ C đến B. Biết rằng vận tốc chèo thuyền bằng 6 km/h, vận tốc chạy bộ là 8 km/h, khoảng cách từ vị trí A đến bờ BD bằng 3 km/h, khoảng cách hai vị trí B,D bằng 8 km. Tính khoảng cách (đơn vị km) lớn nhất giữa hai vị trí B và C biết rằng tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ là 1 giờ 20 phút (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x^2+5x-6}$.

Câu 2. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số $y=-x^2+2x+1$.

Câu 3. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2x+3}+6=3x$.

b) $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$.

Câu 4. Một công ty bắt đầu sản xuất và bán một loại xe máy từ năm 2018. Số lượng loại xe máy đó bán được trong hai năm liên tiếp 2018 và 2019 lần lượt là 4 nghìn và 4,5 nghìn chiếc. Theo nghiên cứu dự báo thị trường của công ty, trong khoảng 10 năm kể từ 2018, số lượng xe máy loại đó bán được mỗi năm có thể được xấp xỉ bởi một hàm số bậc hai. Giả sử t là thời gian (theo đơn vị năm) tính từ năm 2018. Số lượng loại xe máy đó bán được trong năm 2018 và năm 2019 lần lượt được biểu diễn bởi các điểm $(0;4)$ và $(1;4,5)$. Giả sử điểm $(0;4)$ là đỉnh đồ thị của hàm số bậc hai này.

a) Lập công thức của hàm số mô tả số lượng xe máy bán được qua từng năm.

b) Tính số lượng xe máy đó bán được trong năm 2025.

c) Đến năm bao nhiêu thì số lượng xe máy đó bán được trong năm sẽ vượt mức 40 nghìn chiếc?

4. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho parabol $(P)\colon y=3x^2-2x+1$. Điểm nào sau đây thuộc (P)?

A. $I(1;2)$. **B.** $A(0;-1)$. **C.** $B\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **D.** $C\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-3}$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Câu 3.

Hàm số mô tả sự phụ thuộc của y (*số tiền phải trả, tính bằng nghìn đồng*) vào x (*lượng điện tiêu thụ, tính bằng kWh*) trên từng khoảng giá trị x được cho bằng công thức như hình bên.

Ông An tháng thứ nhất sài hết 90 kWh điện, tháng thứ hai sài hết 120 kWh điện. Theo công thức bên thì số tiền ông An phải trả trong 2 tháng gần nhất với kết quả nào sau đây?

$$y=\begin{cases}1{,}678x & \text{nếu } 0\le x\le 50\\ 1{,}734x-2{,}8 & \text{nếu } 50<x\le 100\\ 2{,}014x-30{,}8 & \text{nếu } 100<x\le 200\\ 2{,}536x-135{,}2 & \text{nếu } 200<x\le 300\\ 2{,}834x-224{,}6 & \text{nếu } 300<x\le 400\\ 2{,}927x-261{,}8 & \text{nếu } x>400.\end{cases}$$

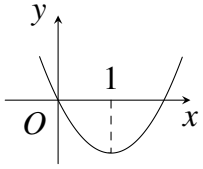
A. 364 nghìn đồng. **B.** 361 nghìn đồng.

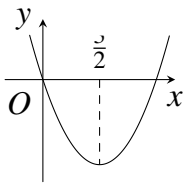
C. 392 nghìn đồng. **D.** 352 nghìn đồng.

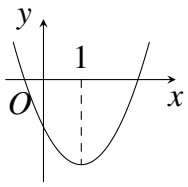
Câu 4. Cho parabol có phương trình $y=x^2-3x+2$. Xác định hoành độ đỉnh của Parabol.

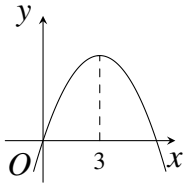
A. $x=-3$. **B.** $x=-\frac{3}{4}$. **C.** $x=-\frac{3}{2}$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^2-3x$. Hỏi hình nào sau đây là đồ thị của hàm số đã cho?

A. 

. **B.** 

. **C.** 

. **D.** 

.

Câu 6. Đồ thị của hàm số $y=f(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x\le 2\\ -3 & \text{khi } x>2\end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(0;-3)$. **B.** $(3;7)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2+2x+10}=3x+1$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\dfrac{-9}{5}$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-9}{5} \\ x=1 \end{array}\right.$. **D.** $x\in\emptyset$.

Câu 8. Biết phương trình $\sqrt{6x^2+7x-1}=\sqrt{-29x^2-41x+10}$ có hai nghiệm $x_1;x_2$. Tính giá trị của biểu thức $S=x_1x_2+2(x_1+x_2)$

A. $-\dfrac{96}{35}$. **B.** $-\dfrac{11}{35}$. **C.** $-\dfrac{107}{35}$. **D.** $\dfrac{85}{35}$.

Câu 9. Bảng xét dấu sau là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=-x^2-3x+2$. **B.** $f(x)=(x-1)(-x+2)$.

C. $f(x)=x^2+3x+2$. **D.** $f(x)=x^2-3x+2$.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-2023^2}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\backslash\{\pm 2023\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

C. $\mathscr{D}=\{\pm 2023\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\backslash\{2023\}$.

Câu 11. Trong các biểu thức dưới đây, biểu thức nào là một tam thức bậc hai?

A. $f(x)=x^2+3$. **B.** $f(x)=0x^2+2x$. **C.** $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $f(x)=2x+1$.

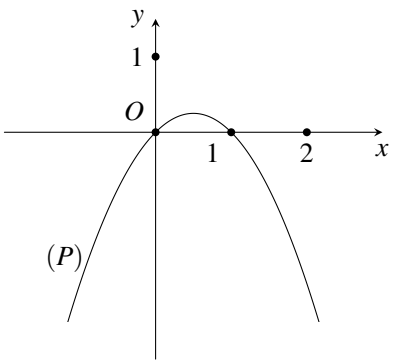
Câu 12. Trục đối xứng của parabol $y=3x^2-2x+1$ là đường thẳng

A. $x=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?



a) $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$. **b)** $f(0)=1$.

c) Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$. **d)** $1\le f(x),\ \forall x\in\mathscr{D}$.

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{-x^2+x+7}=\sqrt{-10x-5}$ (1). Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được phương trình $-x^2+11x+12=0$ (2).

a) Phương trình (1) và phương trình (2) có cùng tập nghiệm.

b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) $x=12$ không là nghiệm của phương trình (1).

d) $x=-1$ là nghiệm của phương trình (1).

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

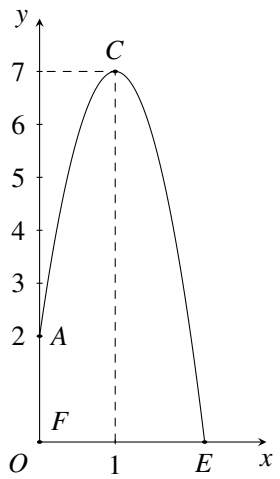
Câu 1. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ là

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Tìm giá trị nguyên dương nhỏ nhất của tham số m để bất phương trình $x^2+6x+m+7\le 0$ vô nghiệm.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2\,\text{m}$ theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ bên. Tìm khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F, biết vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai).



KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học tìm được quy luật rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=360-10n$ (đơn vị khối lượng). Hỏi người nuôi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau mỗi vụ thu được là nhiều nhất?

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

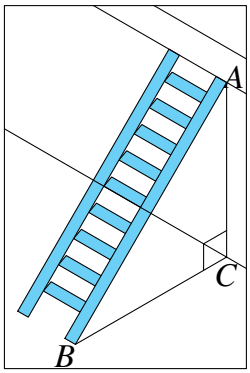
Câu 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y=\dfrac{1}{\sqrt{2-3x}}$.

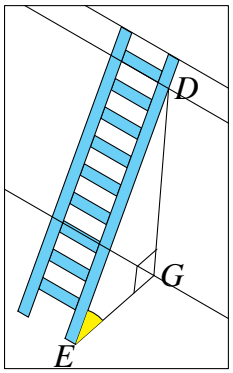
b) $y=\dfrac{\sqrt{3+x}}{2x-4}$.

Câu 2. Cho parabol $(P): y = ax^2 - 2x + c$. Hãy xác định parabol (P) biết (P) có đỉnh $I(1;-3)$.

Câu 3. Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó 1 m. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm vào mép trên bức tường (Hình a). Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0{,}5$ m thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° (Hình b). Bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình a)



Hình b)

—Hết—

5. ĐỀ SỐ 5

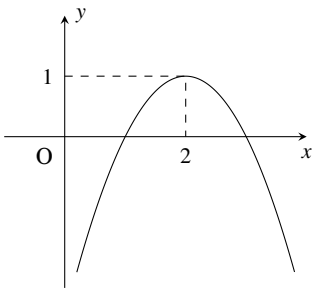
PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2+x-6\le 0$ là

A. $S=(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

C. $S=[-2;3]$. **D.** $S=[-3;2]$.

Câu 2. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^2+4x-3$. **B.** $y=-x^2-4x-3$.

C. $y=-2x^2-x-3$. **D.** $y=x^2-4x-3$.

Câu 3. Parabol $y=2x^2-4x+3$ có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 4. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{x}{x+2}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $\mathscr{D}=(-2;+\infty)$. **C.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $\mathscr{D}=(-\infty;-2)$.

Câu 5. Cho tam thức $f(x)=ax^2+bx+c$ với $a\ne 0$ và $\Delta=b^2-4ac$, khi đó $f(x)\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\le 0\\ \Delta<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x-1}, & x\in(-\infty;2]\\ x^2-1, & x\in(2;5]\end{cases}$. Tính $f(3)$.

A. 8. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 2.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $f(x)=\sqrt{-x^2+5x+6}$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[-1;6]$.

C. $(-1;6)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[6;+\infty)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)=2x^2-1$. Tính $f(2)$.

A. $f(2)=2$. **B.** $f(2)=3$. **C.** $f(2)=7$. **D.** $f(2)=5$.

Câu 9. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{4+2x-x^2}=x-2$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào **không** là hàm số bậc hai?

A. $y=-x^2+4x+2$. **B.** $y=x(2x^2+5x-1)$.

C. $y=-3x(6x-8)$. **D.** $y=x^2+6x$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=2x^2+8x+8$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-4)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$, nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$, nghịch biến trên khoảng $(-4;+\infty)$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{x}+\sqrt{3-x}$ là

A. $(-\infty;3]$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $(-\infty;3]\setminus\{0\}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y=2x^2-4x+c$ có đồ thị là một parabol (P). Biết (P) đi qua điểm $M(0;1)$.

a) Trục đối xứng là đường thẳng $x=-1$.

b) $c>0$.

c) (P) đi qua $A(1;-1)$.

d) (P) có bề lõm quay xuống dưới.

Câu 2. Giả sử giá điện sinh hoạt trong mỗi tháng dành cho các hộ gia đình được cho bởi bảng sau

Mức kWh điện tiêu thụ	Giá bán điện (VNĐ/ kWh)
Mức 1: từ 0 đến 100 kWh	1600
Mức 2: từ trên 100 đến 300 kWh	2000
Mức 3: trên 300 kWh	3000

Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?

a) Nếu hộ gia đình tiêu thụ 50 kWh thì số tiền phải trả là 80000 VNĐ.

b) Biểu thức biểu diễn số tiền phải trả theo số tiêu thụ điện x là $f(x)=2000x+20000$.

c) Số tiền điện một tháng là 420000 VNĐ thì số điện tiêu thụ là 230 kWh.

d) Số tiền điện một tháng tối đa để không vượt quá mức 2 là 500000 VNĐ.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một trận bóng đá được tổ chức ở một sân vận động có sức chứa 15000 người. Với giá vé 14\$ thì trung bình các trận đấu gần đây có 9500 khán giả. Theo một khảo sát thị trường đã chỉ ra rằng cứ giảm 1\$ mỗi vé thì trung bình số khán giả tăng lên 1000 người. Giá vé bằng bao nhiêu thì thu được nhiều lợi nhuận nhất (đơn vị: \$)?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-50;50)$ để phương trình $x^2+(m-2)x-8m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Giải bất phương trình $\left(x^2-3x+2\right)\left(-x^2+5x-6\right)\geq 0$ ta được tập nghiệm $S=[a;b]$. Tính giá trị của biểu thức $a+3b$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)}\leq x^2-2x+m-3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2022;2023]$ để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x\in[-1;3]$? KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Vẽ các đường parabol sau

a) $y=x^2-3x+2$

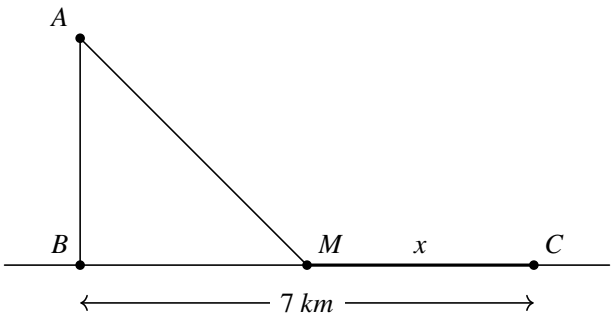
b) $y=-2x^2+2x+3$

c) $y=x^2+2x+1$

d) $y=-x^2+x-1$

Câu 2. Độ cao so với mặt đất của một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng được mô tả bởi hàm số bậc hai $h(t)=-4,9t^2+20t+1$, ở đó độ cao $h(t)$ tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Trong khoảng thời điểm nào trong quá trình bay của nó, quả bóng sẽ ở độ cao trên $5(m)$ so với mặt đất?

Câu 3. Người thứ nhất chèo thuyền với vận tốc 6 (km/h) vào bờ biển từ một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB=4$ (km). Trên bờ biển, người thứ hai đi xe máy với vận tốc 10 (km/h) từ một nhà kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC=7$ (km) (hình vẽ bên dưới). Xác định vị trí hai người gặp nhau ở vị trí M đến C, biết hai người xuất phát cùng một lúc.



—Hết—

6. ĐỀ SỐ 6

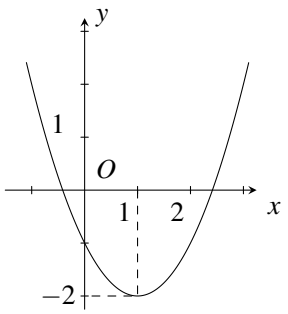
PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{6-x-x^2}$ là

A. $\mathscr{D}=[-3;2]$. **B.** $\mathscr{D}=(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

C. $\mathscr{D}=(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=[-2;3]$.

Câu 2. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=2x^2-4x-2$. **B.** $y=-x^2-2x+3$.

C. $y=x^2-2x-1$. **D.** $y=x^2+2x-2$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $1-x^2<0$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$.

C. $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ là

A. $S=\{2\}$. **B.** $S=\{6\}$. **C.** $S=\{2;15\}$. **D.** $S=\{15\}$.

Câu 5. Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ $(c\neq 0)$. Đặt $\Delta=b^2-4ac$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta>0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

D. Nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{b}{2a}\right\}$.

Câu 6. Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1}, & \text{khi } x\geq 2\\ x^2+2, & \text{khi } x<2\end{cases}$. Tính $P=f(2)+f(-2)$.

A. $P=3$. **B.** $P=\dfrac{7}{3}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=2$.

Câu 7. Biết rằng $(P)\colon y=ax^2-4x+c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$. Tính tổng $S=a+c$.

A. $S=5$. **B.** $S=-5$. **C.** $S=4$. **D.** $S=1$.

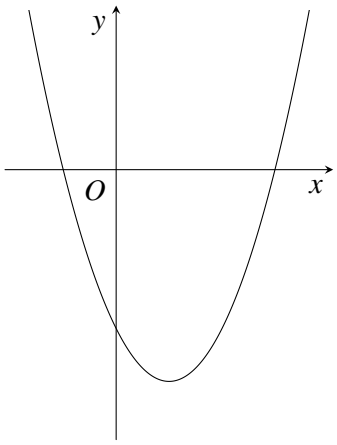
Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-x-6<0$ có số nghiệm nguyên âm là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 9. Xét dấu tam thức $f(x)=-3x^2+2x+8$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)\geq 0$ khi $x\in\left[-\frac{4}{3};2\right]$.
B. $f(x)\leq 0$ khi $x\in\left(-\infty;-\frac{4}{3}\right)\cup[2;+\infty)$.
C. $f(x)\leq 0$ khi $x\in\left(-\frac{4}{3};2\right)$.
D. $f(x)\geq 0$ khi $x\in\left(-\frac{4}{3};2\right)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như bên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a>0,b>0,c<0$.
B. $a<0,b<0,c>0$.
C. $a>0,b<0,c>0$.
D. $a>0,b<0,c<0$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)=2x^2-1$. Tính $f(2)$.

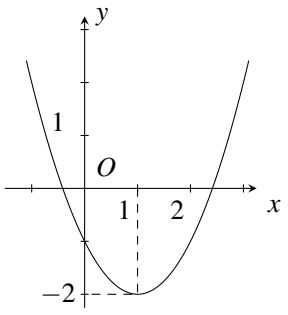
A. $f(2)=2$.
B. $f(2)=3$.
C. $f(2)=7$.
D. $f(2)=5$.

Câu 12. Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x)=x^2-9$ là

A. $x=-3$.
B. $x=3$.
C. $\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-3\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=9\end{array}\right.$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau



a) $f(x)=x^2-2x-1$.
b) Phương trình $f(x)=-2$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.
c) Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.
d) Giá trị lớn nhất của hàm số là -2.

Câu 2. Công ty A có 100 cán bộ công nhân viên và muốn tổ chức cho toàn công ty đi Year End Party tại khu du lịch Tam Đảo, Vĩnh Phúc. Một công ty du lịch chào giá về với công ty A như sau:
Với 40 khách hàng đầu tiên có giá vé là 3 triệu đồng/người.
Nếu có nhiều hơn 40 người đăng kí đi thì cứ thêm 1 người giá vé sẽ giảm 15000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.
Gọi x là số lượng cán bộ công nhân viên của công ty A đăng kí thứ 41 trở lên. Biết chi phí thực tế công ty dành cho mỗi khách hàng là 1,95 triệu đồng.

a) Giá vé còn lại sau khi thêm x người là $3\,000-15x$ (nghìn đồng/người).

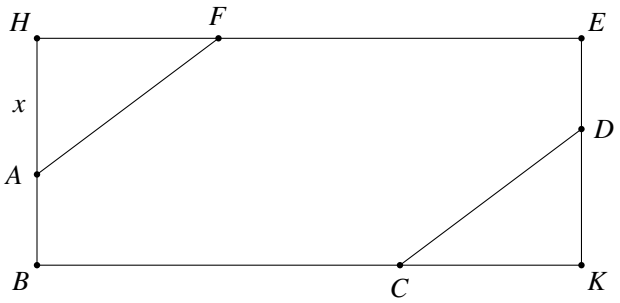
b) Chi phí thực tế cho chuyến đi này là $1\,950\cdot(40-x)$ (nghìn đồng).

c) Lợi nhuận của công ty du lịch đạt được biểu thị bằng công thức $T=15x^2-450x+42\,000$ (nghìn đồng).

d) Số cán bộ công nhân viên công ty A đăng ký tối thiểu là 50 người thì công ty du lịch đạt lợi nhuận tối thiểu 45 triệu đồng.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho lục giác $ABCDEF$ có $AB\perp EF$; $BC\perp DE$; $AF\parallel CD$; $AF=CD$; $AB=4$; $BE=26$; $EF=16$; $AF=10$. Gọi H là giao điểm của AB và EF; K là giao điểm của BC và ED, khi đó tứ giác $HBKE$ là hình chữ nhật, đặt $x=AH$; $x>0$. Hãy tính độ dài x.



KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;2024]$ thoả mãn phương trình $\sqrt{2x^2-2x-2m}=x-2$ có nghiệm.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Biết đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$. Tính giá trị biểu thức $\mathrm{T}=a^3+b^2-2c$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx-2m+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

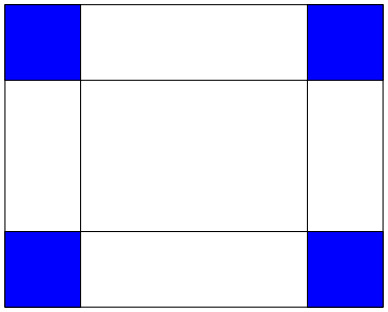
Câu 1. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{5-3x+x^2}=\sqrt{1-4x+4x^2}$.

b) $-3x+1=\sqrt{4x^2+4x}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=2x^2-3x-5$ (1). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y=4x+m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;x_2)$ thỏa mãn $2x_1^2+2x_2^2=3x_1x_2+7$.

Câu 3. Một tấm sắt hình chữ nhật có chu vi là 48 cm. Người ta cắt ở mỗi góc tấm sắt một hình vuông cạnh là 2 cm như hình vẽ bên dưới:



Tìm chiều dài của tấm sắt sao cho diện tích phần còn lại của tấm sắt ít nhất bằng 92 cm². Vậy chiều dài của tấm sắt x với $6 \leq x \leq 18$.

Câu 4. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình

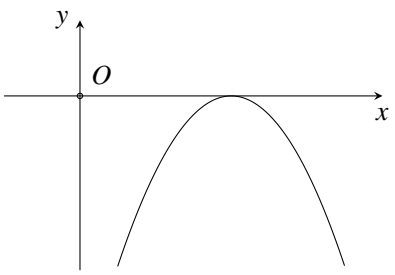
$$x^2 - 3x + 10 + 2(x-3)\sqrt{3x+1} = 0.$$

—Hết—

7. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành như hình vẽ. Dấu tam thức bậc hai $f(x)$ đúng với mọi giá trị của x là



A. $f(x)=0$. **B.** $f(x)>0$. **C.** $f(x)\geq 0$. **D.** $f(x)\leq 0$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2-3x-1}=\sqrt{2x-4}$ là

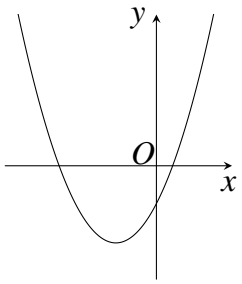
A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=\left\{1;\frac{1}{2}\right\}$.

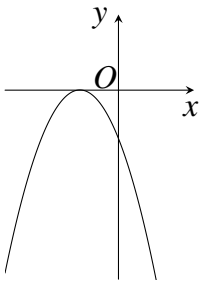
Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2-14x+20<0$ là

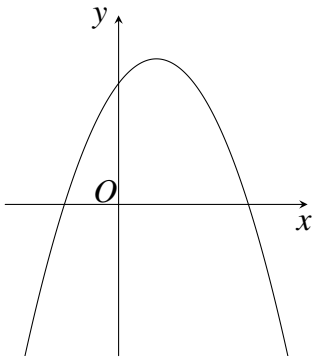
A. $S=(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$.

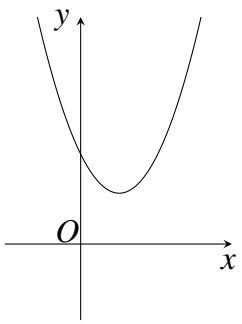
C. $S=(2;5)$. **D.** $S=[2;5]$.

Câu 4. Nếu hàm số $y=ax^2+bx+c$ có $a>0;\ b>0$ và $c<0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng

A.


B.


C.


D.


Câu 5. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x)=\dfrac{3}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 6. Tọa độ giao điểm của $(P)\colon y=x^2-4x$ với đường thẳng $d\colon y=-x-2$ là

A. $M(0;-2), N(2;-4)$. **B.** $M(-1;-1), N(-2;0)$.

C. $M(-3;1), N(3;-5)$. **D.** $M(1;-3), N(2;-4)$.

Câu 7. Cho $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$. Điều kiện để $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta<0 \end{cases}$.

Câu 8. Tam thức bậc hai $f(x)=2x^2+2x+5$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x\in(0;+\infty)$. **B.** $x\in(-2;+\infty)$. **C.** $x\in\mathbb{R}$. **D.** $x\in(-\infty;0)$.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$ là

A. $S=\{-1,-2\}$. **B.** $S=\{-1,2\}$. **C.** $S=\{1,-2\}$. **D.** $S=\{1,2\}$.

Câu 10. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. $x^2-x-2>0$ khi và chi khi $x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

B. $x^2-x-2\leq 0$ khi và chỉ khi $x\in[-1;2]$.

C. $x^2-x-2<0$ khi và chỉ khi $x\in(-1;2)$.

D. $x^2-x-2\geq 0$ khi và chi khi $x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 11. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc hai một ẩn?

A. $2x^2+x\sqrt{2}-5\leq 0$. **B.** $x^3-3x+5>0$.

C. $2x^2-5\sqrt{x}+2<0$. **D.** $3x^2+\dfrac{1}{x}+2>0$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=x^2-2x+m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\geq 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m>0$. **D.** $m<2$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có $f(2)=2$ và bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$-\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 3	$\searrow$ $-\infty$

Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 3.

b) Hàm số bậc hai là $y=-2x^2+4x+2$.

c) Giá trị của hàm số tại $x=0$ là 2.

d) Giá trị của hàm số tại $x=-1$ là -1.

Câu 2. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng toạ độ Oxy có phương trình $h(t) = -0{,}5t^2 + 2{,}75t + 1{,}5$ trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng.

a) Quả bóng chạm mặt đất khi $t = 5$ giây.

b) Quả bóng có độ cao lớn hơn 1,5 mét so với mặt đất trong thời gian là 5 giây.

c) Quả bóng đạt độ cao lớn nhất khi $t = 2{,}75$ giây.

d) Quả bóng có độ cao lớn hơn 1,5 mét so với mặt đất trong khoảng thời gian $0 < t < 6$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một công ty du lịch báo giá tiền tham quan của một nhóm khách du lịch như sau 50 khách đầu tiên có giá là 300000 đồng một người. Nếu có trên 50 người thì cứ thêm một người thì giá vé sẽ giảm 5000 đồng/ người cho toàn bộ hành khách. Gọi x là số lượng khách vượt quá 50 người của nhóm. Biết chi phí thực sự của chuyến du lịch là 15080000 đồng. Hãy xác định số nguyên lớn nhất của x để công ty không bị lỗ. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Một hãng taxi có bảng giá như sau (sử dụng cho taxi 4 chỗ)

Giá mở cửa (0,5km)	Giá cước các km tiếp theo	Giá cước từ km thứ 31
11 000 đồng	14 500 đồng/km	11 600 đồng/km

Bạn Trân bắt taxi đi quãng đường 35 km thì phải trả số tiền là bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng nghìn). KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = mx^3 - 2(m^2+1)x^2 + 2m^2 - m$ với m là tham số. Tìm tổng tất cả các giá trị của m sao cho $f(-1) = 2$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \dfrac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$. Tổng giá trị $a + 2b$ là bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

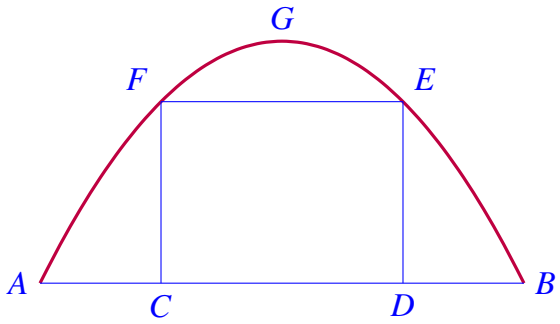
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau:

a) $y = \dfrac{1}{x^2 - x}$; b) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$; c) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$.

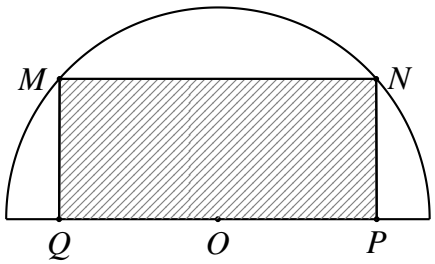
Câu 2. Hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d : y = 2x + 3$ cắt parabol $y = x^2 + (m+2)x - m$ tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy.

Câu 3. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hia cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$. Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



Câu 4.

Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên). Tính độ dài cạnh MQ, biết chu vi hình chữ nhật bằng 12.



—Hết—

8. ĐỀ SỐ 8

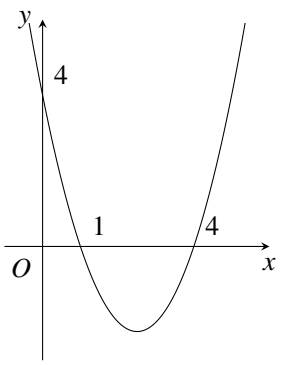
PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-2}$ là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathscr{D}=[1;+\infty)$. **C.** $\mathscr{D}=(1;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Câu 2.

Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $f(x)<0$ với mọi x thuộc khoảng?



A. $(4;5)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^2+2mx+m^2-3m+1$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

A. $m<\dfrac{1}{3}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m<0$. **D.** $m>\dfrac{1}{3}$.

Câu 4. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y=\dfrac{1-3x}{4}$ và $y=-\left(\dfrac{x}{3}+1\right)$ là

A. $(0;-1)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(0;\dfrac{1}{4})$. **D.** $(3;-2)$.

Câu 5. Xét tam thức bậc hai $f(x)=-3x^2+2x-1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 6. Bảng xét dấu sau của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=x^2-x-6$. **B.** $f(x)=-x^2-x+6$.

C. $f(x)=-x^2+x+6$. **D.** $f(x)=x^2+x-6$.

Câu 7. Biết phương trình $\sqrt{2x^2+3x+1}=2x$ có một nghiệm $x=\dfrac{a+\sqrt{b}}{c}$, với a, b, $c\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{c}$, $\dfrac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Tính $S=ac-b$.

A. 29. **B.** -9. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+9>6x$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 9. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x)=x^2-6x+8$ không dương?

A. $[2;3]$. **B.** $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$.

C. $[2;4]$. **D.** $[1;4]$.

Câu 10. Cho hàm số $y=-x^2-2x+1$. Chọn câu **sai**?

A. Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x=-1$.

B. Hàm số không chẵn, không lẻ.

C. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Đồ thị hàm số nhận $I(-1;4)$ làm đỉnh.

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-4x+1$.

A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 13.

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}$.

A. $\mathscr{D}=(1;2)$. **B.** $\mathscr{D}=[1;2]$.

C. $\mathscr{D}=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y=2x^2+x-3$ có đồ thị (P). Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề dưới đây.

a) Điểm $A(0;3)$ thuộc đồ thị (P).

b) Đồ thị (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{4};-\frac{25}{8}\right)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

d) Có 5 giá trị nguyên dương $m\in[-3;10)$ để đường thẳng $(d):y=-(m+1)x-m-2$ cắt đồ thị $(P):y=2x^2+x-3$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{3x+4}=x$.

a) $x=0$ là một nghiệm của phương trình.

b) Phương trình có đúng một nghiệm dương.

c) Phương trình có hai nghiệm.

d) Tổng các nghiệm của phương trình là 4.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tính tổng bình phương các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2+2(m-1)x+5<0$ vô nghiệm. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P=abc$.

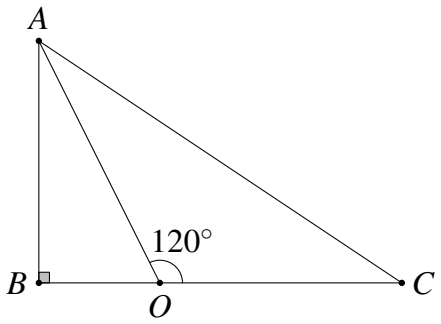
KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2022;2022]$ để hàm số $y=\sqrt{m-2x}$ xác định trên khoảng $(-3;-1)$?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4.

Một đài quan sát O cách ba vị trí A, B, C như hình vẽ dưới đây thoả mãn $OB=x$ km, $OC=x+1$ km và $OA=2$ km. Tìm x biết khoảng cách từ vị trí A đến vị trí C gấp đôi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B và khoảng cách từ O đến B ngắn hơn khoảng cách từ O đến A.



KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Với mỗi hàm số dưới đây, hãy vẽ đồ thị, tìm tập giá trị, khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của nó.

a) $y=x^2-2x-3$.

b) $y=x^2-2x$.

c) $y=-2x^2+4x$.

d) $y=-x^2-2x+3$.

Câu 2. Xác định parabol $(P)\colon y=ax^2+bx-2$ trong mỗi trường hợp sau

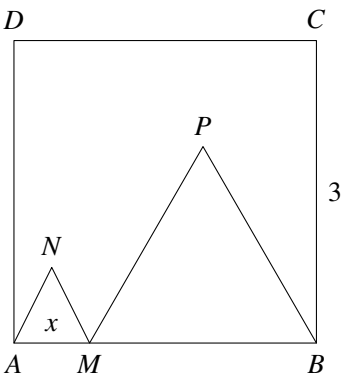
a) (P) đi qua hai điểm $A(2;4)$và $B(-1;3)$.

b) Có đỉnh là $I(-1;2)$.

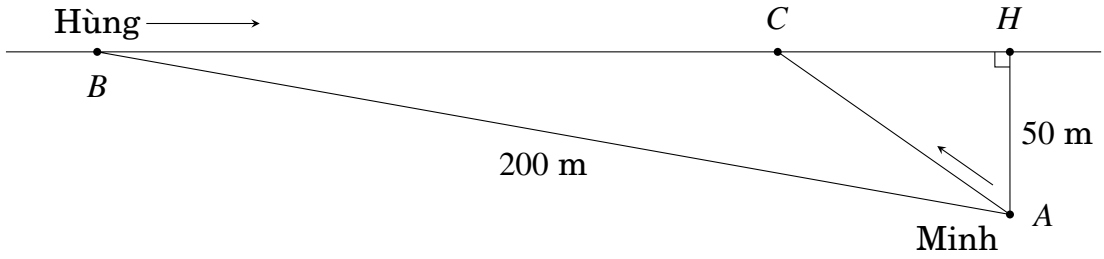
c) Đi qua điểm $A(1;4)$ và nhận $x=-2$ làm trục đối xứng.

Câu 3.

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 và một điểm M di động trên cạnh AB sao cho $AM=x$. Dựng các tam giác đều AMN và MBP nằm bên trong hình vuông $ABCD$. Tìm các giá trị của x sao cho tổng diện tích của hai tam giác đều bé hơn một phần tư diện tích hình vuông $ABCD$.



Câu 4. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng 50 m để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B, cách mình một đoạn 200 m thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là 5 km/h, vận tốc xe đạp của Hùng là 15 km/h. Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



—Hết—

9. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số $y=\dfrac{2}{2-x}+\sqrt{4-x^2}$ có tập xác định là

A. $(-2;2]$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $[-2;2)$.

Câu 2. Tam thức $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-3$ hoặc $x>-1$. **B.** $x<-1$ hoặc $x>3$.

C. $x<-2$ hoặc $x>6$. **D.** $-1<x<3$.

Câu 3. Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+5}=x+3$ ta được nghiệm $x=\dfrac{a}{b}$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

A. 4. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -7.

Câu 4. Tọa độ đỉnh S của parabol $(P):y=-3x^2+2x+1$ là

A. $S\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$. **B.** $S\left(\dfrac{2}{3};1\right)$. **C.** $S\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **D.** $S\left(-\dfrac{1}{3};0\right)$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $2\sqrt{x^2-x-1}=\sqrt{x^2+2x+5}$ là

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{1;3\}$. **D.** $S=\emptyset$.

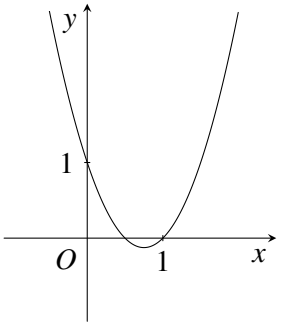
Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-4x+4>0$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 7. Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2}{x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x^2}$. **D.** $y=x^3+3x^2-1$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình dưới đây?



A. $y=x^2-3x+1$. **B.** $y=-x^2+3x-1$.

C. $y=-2x^2+3x-1$. **D.** $y=2x^2-3x+1$.

Câu 9. Cho biết điểm nào sau đây không thuộc đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$?

A. $(0;0)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(1;2)$.

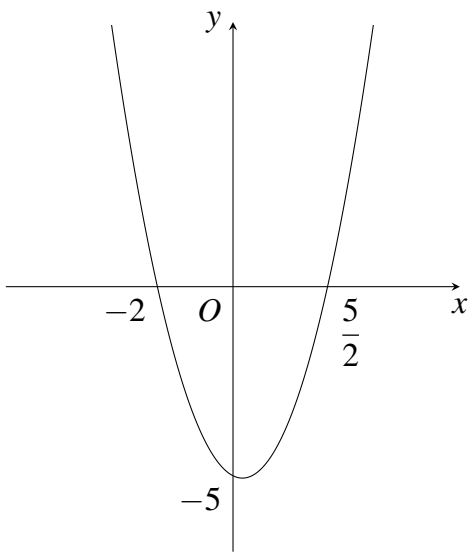
Câu 10. Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc 2 nào?

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=-x^2+5x-6$. **B.** $f(x)=x^2+5x-6$.

C. $f(x)=x^2-5x-6$. **D.** $f(x)=-x^2-5x+6$.

Câu 11. Cho hàm số $y=x^2-0,5x-5$ có đồ thị như hình.



Giải bất phương trình $x^2-0,5x-5\le 0$.

A. $x\in(-\infty;-2]\cup\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $x\in\left(-2;\frac{5}{2}\right)$.

C. $x\in(-\infty;-2)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $x\in\left[-2;\frac{5}{2}\right]$.

Câu 12. Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x)=-x^2-x+6$?

A.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

B.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

C.

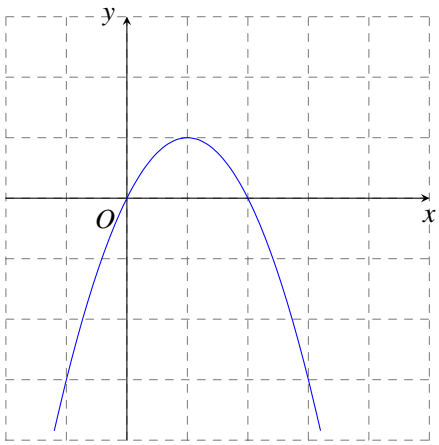
x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị dạng parabol như hình bên dưới.



a) Parabol trên là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 2x$.

b) Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là $(-\infty; 2)$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) \geq 0$ là $S = (0;2)$.

d) $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có chu vi tam giác là 24 (cm). Khi đó

a) Cạnh huyền BC có độ dài lớn hơn 8 cm.

b) Cạnh góc vuông ngắn hơn có độ dài bé hơn $24 - 12\sqrt{2}$ cm.

c) Nếu độ dài cạnh huyền BC lớn hơn độ dài AB2 cm thì có hai tam giác thỏa mãn.

d) Nếu độ dài cạnh huyền BC lớn hơn độ dài AB 2 cm thì diện tích tam giác ABC lớn hơn 25 cm^2.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong một đám cháy rừng, các máy bay trực thăng cứu hộ được điều động để phun nước dập tắt các đám cháy. Một chiếc trực thăng mang số hiệu CH01 đang bay ở độ cao 500 m so với mặt đất, chuẩn bị phun nước vào một đám cháy rừng từ trên cao. Độ cao h (m) của vòi phun so với mặt đất tính theo thời gian t (s) kể từ lúc máy bay phun ra nước để dập lửa là một hàm số bậc hai. Tại thời điểm 5 s sau khi nước phun thì nước tới được phía trên đám cháy đang bốc lửa cao 90 m. Khoảng thời gian để nước đi từ vòi phun đến đám cháy trên mặt đất đạt bao nhiêu giây? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Năm 2003, nhiệt độ ngày tại Death Valley (Thung Lũng Chết) của bang California được xác định qua hàm số $t(d) = -0{,}0018d^2 + 0{,}657d + 50{,}95$, trong đó t là nhiệt độ tính theo độ Fahrenheit $(^\circ F)$ và d là ngày trong năm tính từ $1/1/2003$. Nhiệt độ cao nhất trong năm đó là bao nhiêu độ F (tính đến hàng đơn vị)?

KQ: ☐☐☐☐

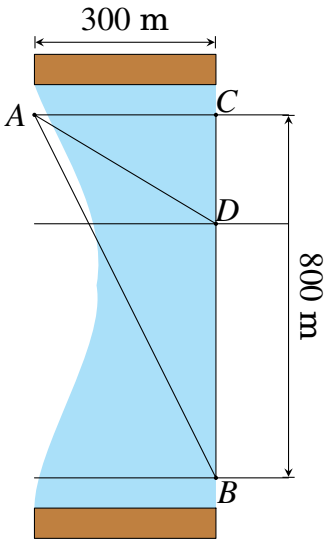
Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{(m+2)x^2-2(m+2)x+4}}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$? KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=1$. Khi đó $4a+2b$ bằng KQ: ☐☐☐☐

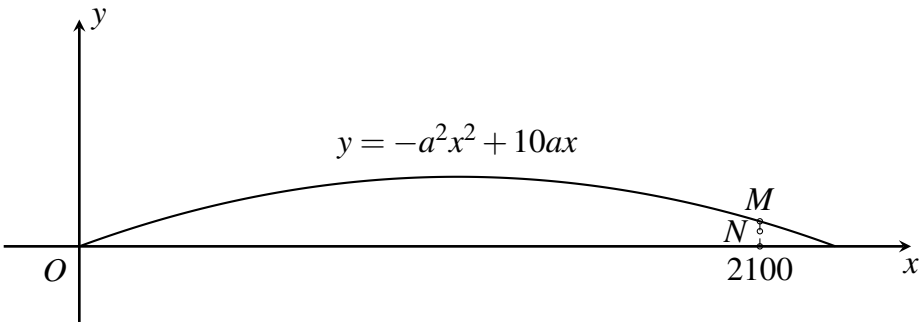
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1.

Một người đứng ở điểm A trên một bờ sông rộng 300 m, chèo thuyền đến vị trí D, sau đó chạy bộ đến vị trí B cách C một khoảng 800 m như hình bên. Vận tốc chèo thuyền là 6 km/h, vận tốc chạy bộ là 10 km/h và giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể. Tính khoảng cách từ vị trí C đến D, biết tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ từ A đến B là 7,2 phút.



Câu 2. Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, khẩu đại bác được biểu thị bằng điểm $O(0;0)$ và bia mục tiêu được biểu thị bằng đoạn thẳng MN với $M(2100;25)$ và $N(2100;15)$ (Hình bên dưới). Xạ thủ cần xác định parabol $y=-a^2x^2+10ax$ $(a>0)$ mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn sao cho viên đạn bắn ra từ khẩu đại bác phải chạm vào bia mục tiêu. Tìm giá trị lớn nhất của a để xạ thủ đạt được mục đích trên.



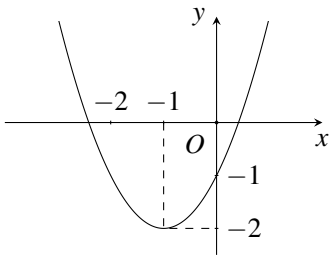
Câu 3. Cho hai hàm số $y=x^2-2(m-1)x-2m$ và $y=2x+3$. Tìm m để đồ thị các hàm số đó cắt nhau tại hai điểm A và B phân biệt sao cho OA^2+OB^2 nhỏ nhất (trong đó O là gốc tọa độ).

—Hết—

10. ĐỀ SỐ 10

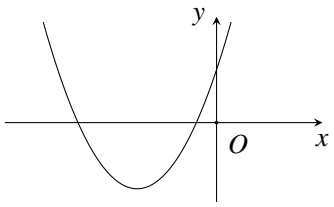
PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Parabol dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^2+2x-2$. **B.** $y=-x^2-2x+1$. **C.** $y=x^2+2x-1$. **D.** $y=x^2-2x-1$.

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0, b<0, c>0$. **B.** $a>0, b>0, c>0$.

C. $a>0, b=0, c>0$. **D.** $a<0, b>0, c>0$.

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ là

A. 3. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 4. Cho bất phương trình $x^2+\frac{3}{2}x-1<0$. Số nào là một nghiệm của bất phương trình trên?

A. $x=-2$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\frac{1}{3}$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+6x+7\geq 0$ là

A. $(-\infty;-1]\cup[7;+\infty)$. **B.** $[-1;7]$.

C. $(-\infty;-7]\cup[1;+\infty)$. **D.** $[-7;1]$.

Câu 6. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $f(x)=\dfrac{2-x}{x^2-4x}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0;2;4\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus[0;4]$. **C.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus(0;4)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0;4\}$.

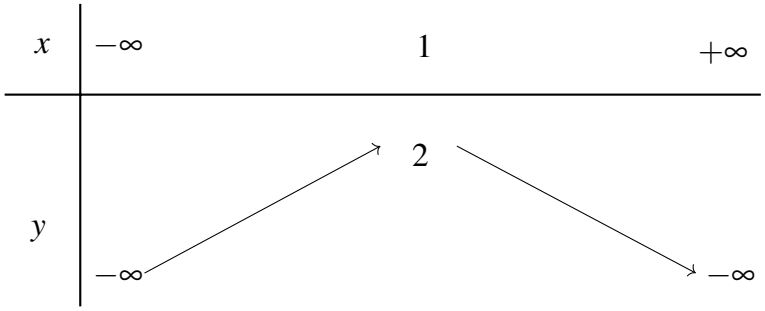
Câu 7. Hàm số $y=x^2-4x+3$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 8. Cho parabol (P) có phương trình $y=3x^2-2x+4$. Tìm trục đối xứng của parabol.

A. $x=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới?



A. $y=-x^2+5x+2$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}x^2+x$. **C.** $y=x^2-3x+1$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x^2-x+3$.

Câu 10. Cho biểu thức $f(x)=9x^2-1$. Tập hợp các giá trị của x để $f(x)<0$ là

A. $S=\left[-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right]\cup\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $S=\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2+2x+10}=3x+1$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\dfrac{-9}{5}$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-9}{5}\\x=1\end{array}\right.$. **D.** $x\in\varnothing$.

Câu 12. Bảng giá cước của một hãng taxi được cho như sau

Giá mở cửa	**Giá km tiếp theo**
11 000 đ/0,7 km	15 800 đ/1 km

* **Giá mở cửa**: Khi lên taxi mà quãng đường di chuyển không quá 0,7 km thì hãng taxi vẫn tính 11 000 đồng.

Gọi y (đồng) là số tiền phải trả sau khi đi x km. Hàm số của y theo x là

A. $y=\begin{cases}11\,000 & \text{khi } x\le 0{,}7\\15\,800x-100 & \text{khi } x>0{,}7\end{cases}$. **B.** $y=\begin{cases}11\,000 & \text{khi } x\le 1\\15\,800x-150 & \text{khi } x>1\end{cases}$.

C. $y=\begin{cases}11\,000 & \text{khi } x\le 0{,}7\\15\,800x-60 & \text{khi } x>0{,}7\end{cases}$. **D.** $y=\begin{cases}11\,000 & \text{khi } x\le 1\\15\,800x-70 & \text{khi } x>1\end{cases}$.

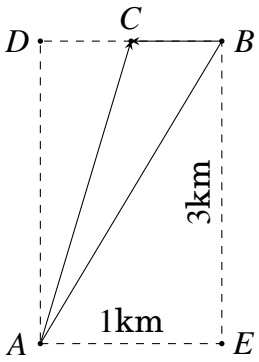
PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{2}{x-1} & \text{khi } x\in(-\infty;0)\\\sqrt{x+1} & \text{khi } x\in[0;2]\\x^2-1 & \text{khi } x\in(2;5]\end{cases}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
b) Điểm $A(0;2)$ thuộc đồ thị hàm số.
c) Giá trị $f(4)=15$.
d) $f(0)+f(-1)=0$.

Câu 2.

Một đơn vị pháo binh phòng không ở chốt chặn A phát hiện máy bay địch ở vị trí B đang bay thẳng về hướng mình theo phương ngang với vận tốc 180 m/s và cách mặt đất 3 km. Pháo thủ quyết định đánh hạ mục tiêu với một phát bắn. Biết rằng tại thời điểm bị phát hiện máy bay ở tọa độ cách chốt A 1 km và vận tốc đạn bay là 720 m/s. Khi đó



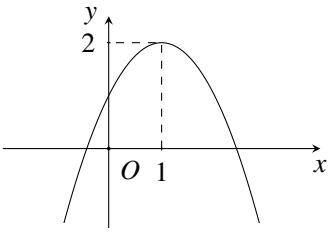
a) Nếu pháo thủ bắn thẳng vào mục tiêu sẽ triệt hạ mục tiêu nhanh nhất.
b) Có hai cách bắn pháo đánh chặn mục tiêu.
c) Với cách đánh chặn mục tiêu nhanh nhất thì mục tiêu trúng đạn ở vị trí cách B một khoảng lớn hơn 750 m.
d) Với cách đánh chặn mục tiêu nhanh nhất thì thời gian trúng mục tiêu tính từ khi nổ pháo lớn hơn 5 giây.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $x^2+(m-1)x+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-5;5)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;3000]$ để phương trình $f(x)+m-2022=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 978. **B.** 979. **C.** 980. **D.** 981.

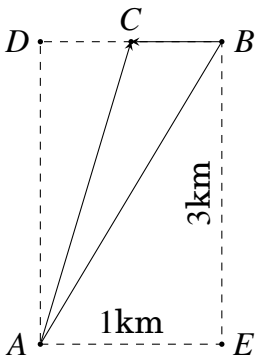
PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{2}{x-1} & \text{khi } x\in(-\infty;0)\\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x\in[0;2]\\ x^2-1 & \text{khi } x\in(2;5]\end{cases}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
b) Điểm $A(0;2)$ thuộc đồ thị hàm số.
c) Giá trị $f(4)=15$.
d) $f(0)+f(-1)=0$.

Câu 2.

Một đơn vị pháo binh phòng không ở chốt chặn A phát hiện máy bay địch ở vị trí B đang bay thẳng về hướng mình theo phương ngang với vận tốc 180 m/s và cách mặt đất 3 km. Pháo thủ quyết định đánh hạ mục tiêu với một phát bắn. Biết rằng tại thời điểm bị phát hiện máy bay ở tọa độ cách chốt A 1 km và vận tốc đạn bay là 720 m/s. Khi đó



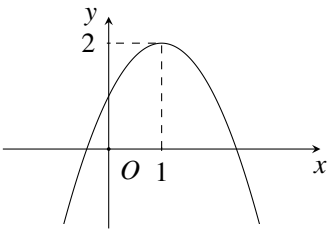
a) Nếu pháo thủ bắn thẳng vào mục tiêu sẽ triệt hạ mục tiêu nhanh nhất.
b) Có hai cách bắn pháo đánh chặn mục tiêu.
c) Với cách đánh chặn mục tiêu nhanh nhất thì mục tiêu trúng đạn ở vị trí cách B một khoảng lớn hơn 750 m.
d) Với cách đánh chặn mục tiêu nhanh nhất thì thời gian trúng mục tiêu tính từ khi nổ pháo lớn hơn 5 giây.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $x^2+(m-1)x+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-5;5)$?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ.



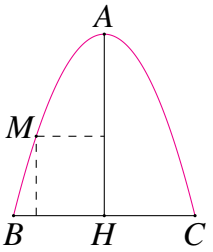
Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;3000]$ để phương trình $f(x)+m-2022=0$ có hai nghiệm phân biệt.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3.

Có một chiếc cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là 8 m. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK=21$ m và khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $BK=1$ m. Khi đó chiều cao của cổng bằng bao nhiêu mét?

KQ: ☐☐☐☐



Câu 4. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}3x(12-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất. KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+2} = x$;

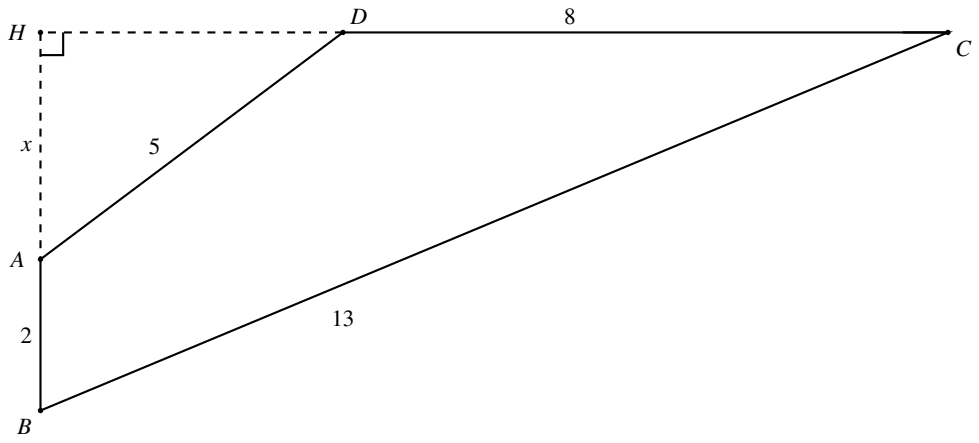
b) $\sqrt{2x^2+3x-2} = \sqrt{x^2+x+6}$;

c) $\sqrt{2x^2+3x-1} = x+3$.

Câu 2. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình

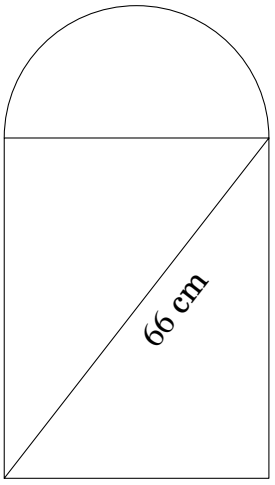
$$\sqrt{x^2-3x+3} + \sqrt{x^2-3x+6} = 3.$$

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$ (hình bên dưới). Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x, từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



Câu 4.

Mặt cắt đứng của cột cây số trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài là 66 cm. Tính kích thước của hình chữ nhật, biết diện tích của phần hình chữ nhật bằng $\frac{10}{3}$ diện tích của phần nửa hình tròn. Lấy $\pi = 3{,}14$ và làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2.



—Hết—

Phần II

Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng

11. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d\colon 3x-2y+6=0$?

A. $\begin{cases} x=3t \\ y=2t+3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=\dfrac{3}{2}t+3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=-\dfrac{3}{2}t+3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2t \\ y=\dfrac{3}{2}t+3 \end{cases}$.

Câu 2. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tổng quát là

A. $d\colon x=0$. **B.** $d\colon y+2=0$. **C.** $d\colon y-2=0$. **D.** $d\colon x-2=0$.

Câu 3. Cho đường thẳng $d_1\colon x+2y-2=0$ và $d_2\colon x-y=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x+\dfrac{1}{2}=0$. Phương trình chính tắc của parabol (P) là

A. $y^2=4x$. **B.** $y^2=x$. **C.** $y^2=\dfrac{1}{2}x$. **D.** $y^2=2x$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình chính tắc của hypebol (H) đi qua hai điểm $A\left(4\sqrt{2};2\right)$ và $B\left(-6;-\sqrt{5}\right)$ là

A. $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{31}-\dfrac{y^2}{31}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{24}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{32}-\dfrac{y^2}{8}=1$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường elip $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{6}=1$ có tiêu cự bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 7. Cho các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-4x+2y+7=0$. **B.** $x^2+y^2-x+y+4=0$.

C. $x^2+y^2-6x+y+11=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+2y-5=0$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm nào sau đây thuộc đường tròn có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2=9$?

A. $(2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(2;-2)$.

Câu 9. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+4x-6y-3=0$. Hãy xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C).

A. $I(2;-3)$, $R=4$. **B.** $I(-2;3)$, $R=4$. **C.** $I(-2;3)$, $R=16$. **D.** $I(2;-3)$, $R=16$.

Câu 10. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4)$, $B(-6;0)$ là

A. $\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-6}=1$. **C.** $\frac{x}{-4}+\frac{y}{-6}=1$. **D.** $\frac{x}{-6}+\frac{y}{4}=1$.

Câu 11. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x+y-1=0$. **B.** $-2x+y-1=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 2x-y+3=0$ và $d_2: x+2y+1=0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $d_1 \equiv_2$. **B.** $d_1 \parallel d_2$.

C. $d_1 \perp d_2$. **D.** Cắt nhau và không vuông góc.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho parabol $(P): y^2=2x$, $(d): x-2y+6=0$.

a) Đường chuẩn $x=\frac{1}{2}$.

b) Tiêu điểm của parabol là $F\left(\frac{1}{2};0\right)$.

c) Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa (d) và (P) bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

Câu 2. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(2;0)$, $B(0;-3)$, $C(5;-3)$.

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{26}$.

b) Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng $-\frac{5}{2}$.

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$.

d) Gọi I là tâm đường tròn (C), khi đó độ dài đoạn $IO=5\sqrt{2}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB có dạng $ax+by+c=0$. Tính giá trị $a\cdot b\cdot c$. KQ: ☐☐☐☐

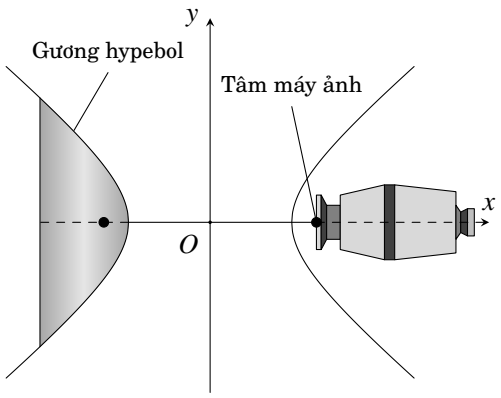
Câu 2. Bán kính của đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x-y+7=0$ là (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí

của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4-30t; 3-40t)$. Tính góc giữa hai đường đi của hai tàu A, B (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.



PHẦN 4. Tự luận.

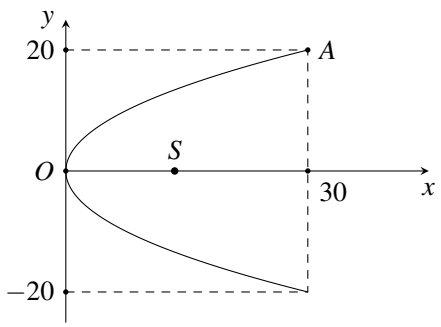
Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy viết phương trình chính tắc của đường elip có độ dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt bằng 10 và 8.

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng $d: 4x - y + 11 = 0$.

a) Lập phương trình đường thẳng d_1 đi qua $M(-2;1)$ và song song với d.

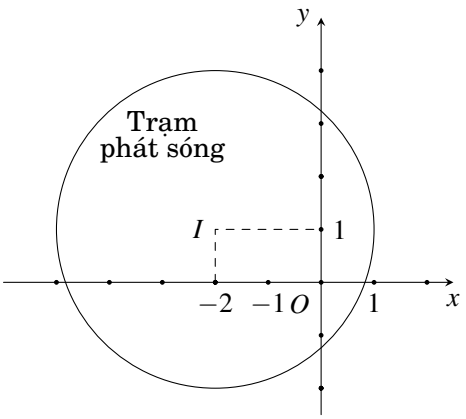
b) Lập phương trình đường thẳng d_2 vuông góc với d và cách đều hai điểm $P(-3;3)$, $Q(5;-1)$.

Câu 3. Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol như hình bên. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



Câu 4.

Hình bên mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét).



a) Lập phương trình đường tròn mô phỏng ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng, biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km.

b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(-1;3)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không? Giải thích.

c) Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

—Hết—

12. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Câu 2. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tổng quát là

A. $d\colon x=0$. **B.** $d\colon y+2=0$. **C.** $d\colon y-2=0$. **D.** $d\colon x-2=0$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, đường trung trực của đoạn AB với $A(4;-1)$ và $B(1;-4)$ có phương trình là

A. $x+y=1$. **B.** $x+y=0$. **C.** $y-x=0$. **D.** $x-y=1$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn có tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng $(d)\colon 3x-4y-10=0$ có phương trình là

A. $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=9$. **B.** $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=1$.

C. $(C)\colon (x+1)^2+(y+2)^2=3$. **D.** $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=3$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=9$. Đường kính của đường tròn (C) bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Các tiêu điểm của hypebol là

A. $F_1(-25;0)$ và $F_2(25;0)$. **B.** $F_1(-5;0)$ và $F_2(5;0)$.

C. $F_1\left(-\sqrt{337};0\right)$ và $F_2\left(\sqrt{337};0\right)$. **D.** $F_1(-337;0)$ và $F_2(337;0)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y^2=4x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

A. $F(-1;0)$. **B.** $F(1;0)$. **C.** $F(0;1)$. **D.** $F(0;-1)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Tiêu cự của (E) bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 9. Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết $A(2;3)$, $B(0;-5)$.

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=\sqrt{17}$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2=68$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2=17$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Câu 10. Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases}$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{10}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 11. Cho đường thẳng $d_1\colon 10x+5y-1=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Tính côsin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\frac{4\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(3;1)$; $B(4;3)$ là

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+1t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+1t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \end{cases}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác DEF có $D(1;-1)$, $E(2;1)$, $F(3;5)$.

a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vectơ chỉ phương.

b) Phương trình đường cao kẻ từ D là $x+y=0$.

c) Gọi I là trung điểm của DF. Toạ độ của điểm I là $(2;2)$.

d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là $x-2=0$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và hai điểm $A(1;-1)$, $B(1;3)$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau

a) Bán kính của đường tròn (C) là $R=6$.

b) Điểm A thuộc đường tròn.

c) $x=1$ là phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A.

d) Qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x=1$ và $3x+4y-12=0$.

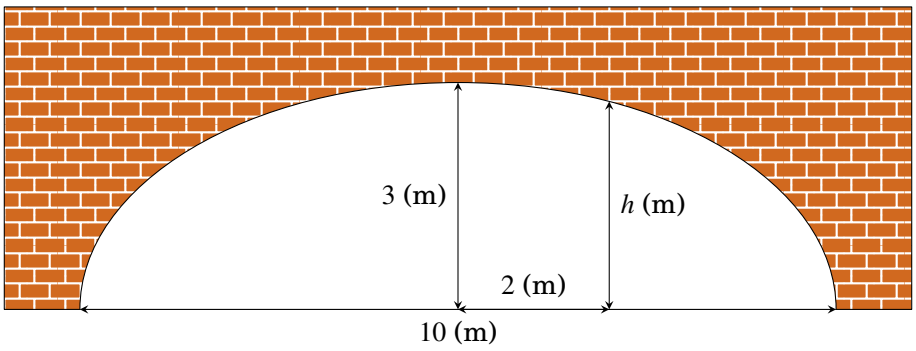
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC. Gọi AM, AD lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác trong của tam giác. Các đường thẳng AM, AD lần lượt có phương trình là $x-y-2=0$, $y=0$. Giả sử $B(1;3)$. Biết toạ độ của điểm $C(a;b)$, Tính $a+b$ KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon x+y-10=0$ và $\Delta_2\colon 2x+my+999=0$. Tìm m để góc tạo bởi hai đường thẳng trên bằng 45°. KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $A(-1;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;1)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thoả mãn $3MA^2+MB^2=2MC^2$ là một đường tròn (C). Tìm tính bán kính của (C) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là 12 m, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là 3 m. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao 2,8 m, chiều rộng của xe tải không quá 3 m sẽ qua lọt đường hầm, tương ứng điểm $M\in(E)$ có hoành độ 1,5. Tính độ cao h (đơn vị: mét) của thùng xe là tung độ của điểm M (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC, biết $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(1;3)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và AC (theo đơn vị phút, làm tròn đến hàng chục).

Câu 2. Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$.

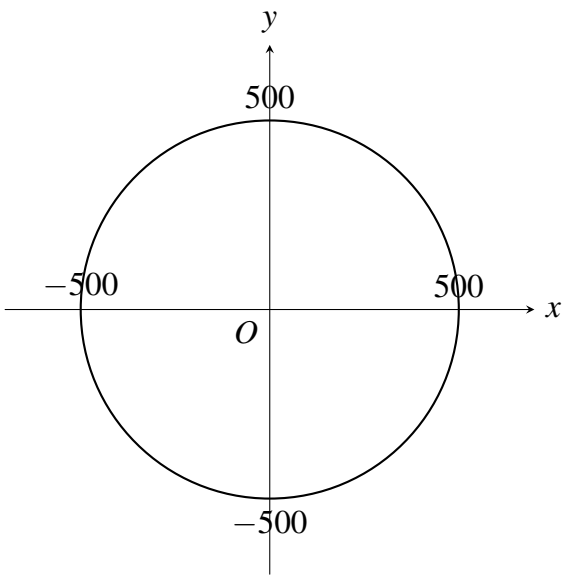
b) Elip nhận $F_2(5;0)$ là một tiêu điểm và $2b=4\sqrt{6}$.

c) Elip có $2a=2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.

d) Elip đi qua hai điểm $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$.

Câu 3. Cho 3 điểm $A(-2;2)$, $B(7;5)$, $C(4;-5)$ và đường thẳng $\Delta\colon 2x+y-4=0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc Δ sao cho $\left|\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. Trên màn hình ra-đa của đài kiểm soát không lưu sân bay A có hệ trục toạ độ Oxy (Hình vẽ), trong đó đơn vị trên mỗi trục tính theo ki-lô-mét và đài kiểm soát được coi là gốc toạ độ $O(0;0)$. Nếu máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 500 km thì sẽ hiển thị trên màn hình ra-đa. Một máy bay khởi hành từ sân bay B lúc 14 giờ. Sau thời gian t (giờ), vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M có toạ độ như sau:



$$\begin{cases} x = \dfrac{1600}{3} - \dfrac{1400}{3}t \\ y = \dfrac{1900}{3} - \dfrac{1400}{3}t \end{cases}$$

a) Tìm vị trí của máy bay lúc 14 giờ 30 phút. Thời điểm này máy bay đã xuất hiện trên màn hình ra-đa chưa?

b) Lúc mấy giờ máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất? Tính khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu lúc đó.

c) Máy bay ra khỏi màn hình ra-đa vào thời gian nào?

—Hết—

13. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Câu 2. Cho đường thẳng $d_1\colon x+2y-2=0$ và $d_2\colon x-y=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 3. Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết $A(2;3)$, $B(0;-5)$.

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=\sqrt{17}$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2=68$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2=17$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Câu 4. Cho đường tròn (C) có tâm $I(-4;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+1=0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng

A. $R=\dfrac{19}{5}$. **B.** $R=4$. **C.** $R=\dfrac{17}{5}$. **D.** $R=3$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ là

A. $y=20x$. **B.** $y=30x$. **C.** $y=15x$. **D.** $y=10x$.

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Tiêu cự của (E) bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 7. Hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm là

A. $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$. **B.** $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.

C. $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$. **D.** $F_1\left(-\sqrt{34};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{34};0\right)$.

Câu 8. Cho hai đường thẳng $d_1\colon 11x-12y+1=0$ và $d_2\colon 12x+11y+9=0$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2.

A. $d_1 \parallel d_2$. **B.** $d_1 \equiv d_2$.

C. d_1 cắt d_2 nhưng không vuông góc. **D.** $d_1 \perp d_2$.

Câu 9. Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và đi qua điểm $M(2;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{12}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2\sqrt{3}}=1$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+4x+6y-12=0$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của (C)?

A. $(x-2)^2+(y-3)^2=25$. **B.** $(x+2)^2+(y-3)^2=25$.

C. $(x-2)^2+(y+3)^2=25$. **D.** $(x+2)^2+(y+3)^2=25$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{81}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{15}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Câu 12. Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng $d_1\colon 2x-4y+1=0$ và $d_2\colon \begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau?

A. $a=-2$. **B.** $a=2$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=1$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho parabol (P) có phương trình $y^2=12x$. Khi đó

a) P có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x=-3$.

b) Một điểm nằm trên (P) có hoành độ $x=2$. Khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm bằng 4.

c) Độ dài dây cung vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm bằng 12.

d) Qua $I(2;0)$ vẽ một đường thẳng thay đổi cắt (P) tại hai điểm A và B. Khi đó tích số khoảng cách từ A và B tới trục Ox bằng 12.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x-y+3=0$ và $3x+2y-6=0$.

a) Phương trình đường thẳng AB là $2x-3y+5=0$.

b) Phương trình đường thẳng AC là $x+2y-6=0$.

c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$.

d) Phương trình đường thẳng BC là $x+y-1=0$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $B(1;1)$ và cắt đường thẳng $d\colon 3x+4y+8=0$ tại M, N thoả mãn $MN=8$. Bán kính của (C) bằng bao nhiêu?

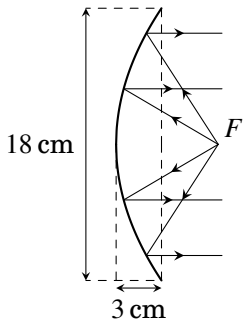
KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;2)$, $B(1;5)$ và đỉnh C nằm trên đường thẳng $d\cdot 2x-y-8=0$. Toạ độ đỉnh $C(a;b)$, biết rằng C có tung độ âm và diện tích tam giác ABC bằng 2. Tính $a+2b$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn bao nhiêu mét?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Một đèn pin có chóa đèn mặt cắt hình parabol với kích thước trong hình trên. Giây tóc bóng đèn được đặt ở tiêu điểm F. Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn bao nhiêu cm?



KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA=2$, $OB=3$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ.

Câu 2. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon\ 3x-2y+1=0$.

Câu 3. Một vật chuyển động tròn đều chịu tác động của lực hướng tâm, quỹ đạo chuyển động của vật trong mặt phẳng toạ độ Oxy là đường tròn có phương trình $x^2+y^2=100$. Vật chuyển động đến điểm $M(8;6)$ thì bị bay ra ngoài. Trong những giây đầu tiên sau khi vật bay ra ngoài, vật chuyển động trên đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn. Viết phương trình tiếp tuyến đó.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ, cho Hypebol (H) đi qua điểm $M\left(4;\sqrt{5}\right)$, có một tiêu điểm $F_1(-3;0)$ và đường thẳng $d\colon\ y=\dfrac{1}{2}x$. Đường thẳng d cắt (H) tại hai điểm E, F. Tính độ dài đoạn EF.

Câu 5. Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;1)$, $B(0;1)$ và các đường thẳng $\Delta_1\colon\ 2x-y-2=0$, $\Delta_2\colon\ \begin{cases}x=-3+t\\ y=1-t\end{cases}$ (t là tham số). Gọi M và N lần lượt là các điểm thay đổi trên Δ_1 và Δ_2. Biết giá trị nhỏ nhất $T_{\min}$ của biểu thức $T=AM+BN+MN$ có dạng $T_{\min}=a\sqrt{b}$ với a là số nguyên dương, b là số nguyên tố. Tính a^2+2b.

—Hết—

14. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-4x+2y+7=0$. **B.** $x^2+y^2-x+y+4=0$.

C. $x^2+y^2-6x+y+11=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+2y-5=0$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{25}=1$ và điểm M thuộc hypebol. Khi đó $|MF_1-MF_2|$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 3. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: 2x-y-3=0$ và $d_2: 3x+y+2=0$.

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Câu 4. Cho đường hypebol có phương trình chính tắc sau $(H): \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. Điểm nào sau đây **không nằm** trên đường hypebol?

A. $Q(4;0)$. **B.** $N\left(-4\sqrt{2};3\right)$. **C.** $P(-4;0)$. **D.** $M(3;1)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ có hệ số góc k nguyên dương. Viết phương trình đường thẳng d biết d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 0,5.

A. $d: x-2y+2=0$. **B.** $d: x-y+1=0$.

C. $d: x+y-1=0$. **D.** $d: x-4y+4=0$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{64}=1$. **D.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(5;4)$; $C(-1;-4)$. Viết phương trình tham số đường thẳng OG trong đó O là gốc tọa độ và điểm G là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=4+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=2+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2t\\y=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2\\y=1+3t\end{cases}$.

Câu 8. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(-2;3)$ và $B(3;1)$ là

A. $\begin{cases}x=-2+5t\\y=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+5t\\y=3-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=3+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-5t\\y=1-2t\end{cases}$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, số giao điểm của đường thẳng $(d)\colon 3x-4y+5=0$ và đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-1=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 10. Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết $A(2;3)$, $B(0;-5)$.

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=\sqrt{17}$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2=68$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2=17$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Câu 11. Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases}$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{10}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(2;2), B(5;1)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng$\Delta\colon x-2y+8=0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17.

A. $C(12;10)$ và $C\left(-\frac{76}{5};-\frac{18}{5}\right)$. **B.** $C(-12;10)$.

C. $C\left(\frac{1}{5};\frac{41}{10}\right)$. **D.** $C(-4;2)$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng (Oxy), cho hai đường thẳng $d_1\colon 2x-4y+3=0$ và $d_2\colon -3x+y-17=0$.

a) $d_1\perp d_2$.

b) $I\left(\frac{13}{2};\frac{5}{2}\right)$ là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2.

c) Góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135°.

d) Gọi A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) và B là điểm thuộc đường thẳng d_2 sao cho tam giác OAB vuông cân tại B. Khi đó, có 2 điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $(C)\colon (x-2)^2+(y-2)^2=9$ điểm $A(5;-1)$. Gọi Δ_1 và Δ_2 là các tiếp tuyến đường tròn (C) đi qua điểm A.

a) (C) có bán kính $R=3$.

b) Gọi I là tâm của đường tròn (C), khi đó $IA=2\sqrt{2}$.

c) Các tiếp tuyến Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.

d) Các tiếp tuyến Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác ABC, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm bán kính của phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. KQ: ☐☐☐☐

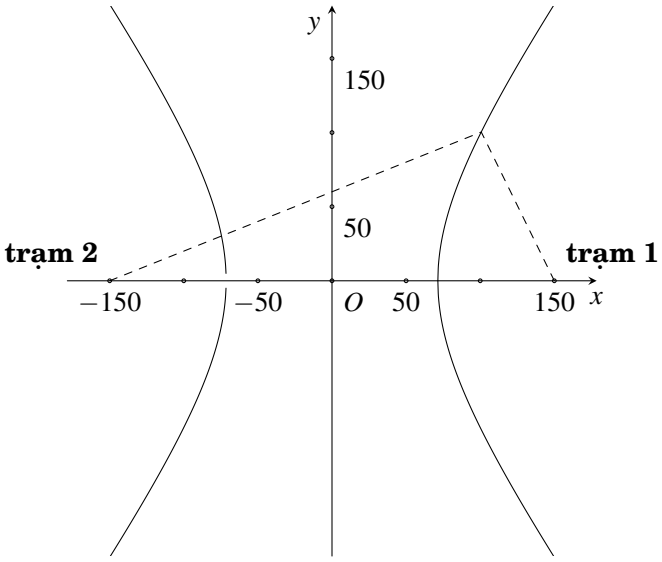
Câu 2. Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{3}=1$ và điểm $A(3;0)$. Điểm B,C nằm trên (E) sao cho B,C đối xứng qua trục Ox và $\triangle ABC$ đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Tìm m để hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=8+(m+1)t \\ y=10-t \end{cases}$ và $\Delta_2: mx+6y-76=0$ song song với nhau.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi các trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150;0)$ và $(150;0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol (hình vẽ).



Biết rằng độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát với con tàu là 1000 micro giây (0,001 giây). Xác định khoảng cách giữa tàu và trạm phát số 1 khi tàu vào bờ. (đơn vị dặm)

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho tam giác ABC. Tính diện tích tam giác ABC, với $A(-2;14)$, $B(4;-2)$, $C(5;-4)$.

Câu 2. Lập phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau

a) Đường tròn có tâm $I(-3;4)$ bán kính $R=9$.

b) Đường tròn có tâm $I(5;-2)$ và đi qua điểm $M(4;-1)$.

c) Đường tròn có tâm $I(1;-1)$ và có một tiếp tuyến là $\Delta\colon 5x-12y-1=0$.

d) Đường tròn đường kính AB với $A(3;-4)$ và $B(-1;6)$.

e) Đường tròn đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(3;1)$ và $C(0;4)$.

Câu 3. Cho hệ trục tọa độ Oxy, trong đó mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1 km. Một chiếc xe M chạy trên đường thẳng từ $A(-6;-3)$ đến $B(6;6)$ với vận tốc không đổi là 50 km/h. Biết rằng có một ra-đa đặt tại $C(5;-1)$. Hỏi trong quá trình chiếc xe M di chuyển, sau bao nhiêu phút kể từ lúc xuất phát thì khoảng cách từ C đến chiếc xe M là ngắn nhất và khoảng cách ấy là bao nhiêu ki-lô-mét?

—Hết—

15. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C_1)\colon x^2+y^2-2x-4y-5=0$ và điểm $A(3;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm là tâm của đường tròn (C_1) và đi qua điểm A.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=10$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2=8$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2=8$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2=10$.

Câu 2. Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d\colon x+my-3=0$ hợp với đường thẳng $d'\colon x+y=0$ một góc 60°. Tổng m_1+m_2 bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 3. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x-3y+16=0$ và $x+10=0$ là

A. $(-10;-18)$. **B.** $(10;18)$. **C.** $(-10;18)$. **D.** $(10;-18)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=9$. Đường kính của đường tròn (C) bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 5. Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(1;2)$ có phương trình là

A. $y+1=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y-1=0$. **D.** $x-4y=0$.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, điểm nào sau đây thuộc đường tròn có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2=9$?

A. $(2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(2;-2)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ có hệ số góc k nguyên dương. Viết phương trình đường thẳng d biết d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $0{,}5$.

A. $d\colon x-2y+2=0$. **B.** $d\colon x-y+1=0$.

C. $d\colon x+y-1=0$. **D.** $d\colon x-4y+4=0$.

Câu 8. Tìm tập hợp các điểm có tỉ số các khoảng cách đến hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng $\dfrac{5}{13}$ với $d_1\colon 5x-12y+4=0$ và $d_2\colon 4x-3y-10=0$.

A. $x-9y-14=0;3x-5y-6=0$. **B.** $9x-5y-6=0;9x-y+14=0$.

C. $x+9y-14=0;9x+9y-6=0$. **D.** $x-9y+14=0;9x-15y-6=0$.

Câu 9. Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon 2x+y-1=0$ là

A. $\begin{cases}x=2t\\y=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=1-2t\end{cases}$.

Câu 10. Cho đường thẳng $d_1: x+2y-2=0$ và $d_2: x-y=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 11. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tổng quát là

A. $d: x=0$. **B.** $d: y+2=0$. **C.** $d: y-2=0$. **D.** $d: x-2=0$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của elip đi qua các điểm $A_1(6;0)$ và $M\left(0;\sqrt{32}\right)$ là

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$. **C.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=0$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và điểm $A(4;2)$.

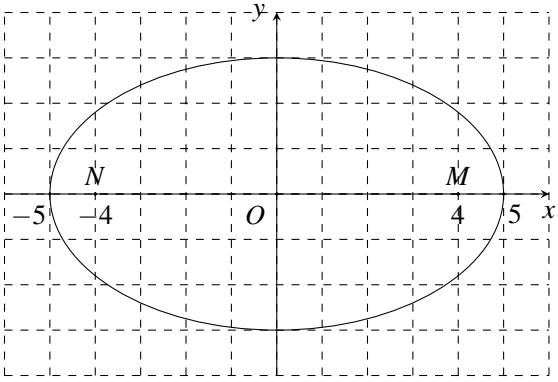
a) Đường thẳng $d_1: 2x-y+1=0$ vuông góc với đường thẳng Δ.

b) $\mathrm{d}(A,\Delta)=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

c) Đường thẳng $d_2: x+2y=0$ đi qua điểm A và song song với đường thẳng Δ.

d) Gọi d_3 là đường thẳng có hệ số góc dương, đi qua điểm A và tạo với đường thẳng Δ một góc $45°$. Khi đó, điểm $B(5;-1)$ thuộc đường thẳng d_3 .

Câu 2. Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài hai bán trục lần lượt là $3m$ và $5m$. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) có hai trục tọa độ chứa hai trục của elip, gốc tọa độ O là tâm của elip (xem hình vẽ)



a) Phương trình chính tác của đường elip là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

b) Xét các điểm M, N cùng thuộc trục lớn của elip và đều cách O một khoảng bằng 4 m về hai phía của O. Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng 10 m.

c) Một người đứng ở vị trí P cách O một khoảng bằng 6 m. Người đó đứng ở trong hồ.

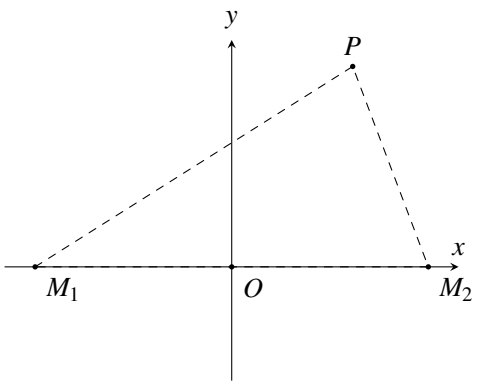
d) Xét vị trí C trên mép hồ cách trục lớn một khoảng bằng 2 m. Khi đó vị trí C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5}{3}$ m.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh AB: $5x-2y+6=0$, phương trình cạnh AC: $4x+7y-21=0$. Phương trình cạnh BC có dạng BC: $ax+2y+c=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=2a+7c$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Một vụ nổ được hai micro M_1 và M_2 cách nhau 2 dặm ghi lại (1 dặm bằng 5280 feet). Micro M_1 nhận được âm thanh trước 4 giây so với micro M_2. Giả sử âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây. Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện trên là một hypebol có phương trình dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu? (*Đáp số a và b làm tròn đến chữ số hàng đơn vị*).



KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2=8x$. Gọi I là giao điểm của đường chuẩn với trục Ox, đường thẳng đi qua tiêu điểm F và vuông góc với trục Ox cắt (P) tại hai điểm lần lượt là M, N. Tính diện tích tam giác IMN.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-2x+2y-7=0$ và hai điểm $A(2;-2)$, $B(-3;-1)$. Gọi M, N là các điểm thuộc (C) sao cho AM, AN lần lượt đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. Tính $AM+AN$.

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ, cho tam giác ABC có $A(1;0), B(3;2)$ và $C(-2;-1)$.

a) Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

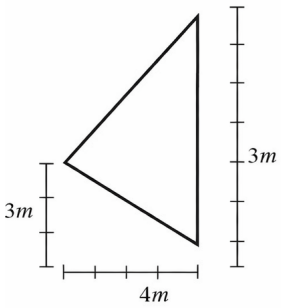
b) Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 2. Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau

a) $\Delta_1 : \sqrt{3}x+y-4=0$ và $\Delta_2 : x+\sqrt{3}y+3=0$;

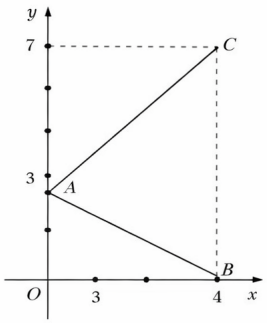
b) $d_1 : \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+4t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x=3+s \\ y=1-3s \end{cases}$ (t, s là các tham số).

Câu 3. Có một công viên nhỏ hình tam giác như Hình 1. Người ta dự định đặt một cây đèn để chiếu sáng toàn bộ công viên. Để công việc tiến hành thuận lợi, người ta đo đạc và mô phỏng các kích thước công viên như Hình 2. Thiết lập một hệ trục Oxy như Hình 3, khi đó các đỉnh của công viên có tọa độ lần lượt là $A(0;3), B(4;0), C(4;7)$. Gọi I là điểm đặt cây đèn sao cho đèn chiếu sáng toàn bộ công viên. Vậy cần đặt I ở vị trí có tọa độ bao nhiêu?



Hình 1

Hình 2 (nguồn: Google)



Hình 3

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có phương trình đường thẳng AB là $2x+y+7=0$, phương trình đường thẳng AD là $x-4y-1=0$ và giao điểm của hai đường chéo AC, BD là $I(1;\ 2)$. Viết phương trình của đường thẳng BC.

—Hết—

16. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Câu 2. Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d\colon x+my-3=0$ hợp với đường thẳng $d'\colon x+y=0$ một góc 60°. Tổng m_1+m_2 bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y^2=4x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

A. $F(-1;0)$. **B.** $F(1;0)$. **C.** $F(0;1)$. **D.** $F(0;-1)$.

Câu 4. Cho đường hypebol có phương trình $(H)\colon 100x^2-25y^2=100$. Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{104}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{104}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn có tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng $(d)\colon 3x-4y-10=0$ có phương trình là

A. $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=9$. **B.** $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=1$.

C. $(C)\colon (x+1)^2+(y+2)^2=3$. **D.** $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=3$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip có một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ và khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên Elip bằng $2\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của Elip

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $4x^2+5y^2=12$. **C.** $5x^2+4y^2=20$. **D.** $5x^2+4y^2=12$.

Câu 7. Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và đi qua điểm $M(2;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{12}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2\sqrt{3}}=1$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$, $C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao xuất phát từ đỉnh A là

A. $3x+7y+1=0$. **B.** $-7x+3y+11=0$.

C. $7x+3y+11=0$. **D.** $7x+3y-11=0$.

Câu 9. Trong mặt phẳng (Oxy), đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+6x+y-1=0$. **B.** $x^2+y^2-6x-y-1=0$.

C. $x^2+y^2-6x+y-1=0$. **D.** $x^2+y^2+6x-y-1=0$.

Câu 10. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua $A(3;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2)$

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-6t\\y=-2+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=4+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=4-2t\end{cases}$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: x-2y+1=0$, $\Delta_2: 3x-y+7=0$. Nhận định nào sau đây là đúng?

A. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

B. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

C. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.

D. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

Câu 12. Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các tiêu điểm của (E).

A. $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0)$. **B.** $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

C. $F_1(2;0)$ và $F_2(-2;0)$. **D.** $F_1(\sqrt{5};0)$ và $F_2(-\sqrt{5};0)$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;3)$.

a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $5\sqrt{2}$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình là $3x+4y+12=0$.

c) Đường thẳng $\Delta: mx+2y-5=0$ vuông góc với đường thẳng AB khi $m=\frac{8}{3}$.

d) Điểm $M(a;b)$ nằm trên trục hoành Ox sao cho $MI\perp AB$ (điểm M không trùng gốc tọa độ O, I là trung điểm của AB). Khi đó $a+b^2=\frac{7}{8}$.

Câu 2. Một đường hầm xuyên qua núi có chiều rộng là 20m, mặt cắt đứng của đường hầm có dạng nửa elip. Biết elip có tiêu cự bằng 10m.

a) Tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0)$; $F_2(5;0)$.

b) Chiều cao của hầm là 8,66m.

c) Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{75}=1$.

d) Chiều cao của đường hầm xuyên núi tại tiêu điểm của (E) là 5m.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

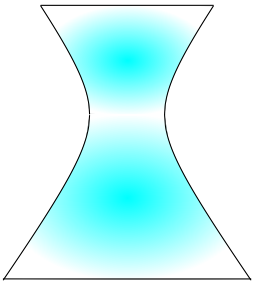
Câu 1. Viết phương trình đường tròn $(C): x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ biết (C) đi qua hai điểm $A(3;3)$, $B(7;-1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: x+y-2=0$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;1), B(5;-2)$, đỉnh C thuộc đường thẳng $y-4=0$, trọng tâm G thuộc đường thẳng $3x-2y+6=0$. Biết diện tích tam giác ABC có dạng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a+b$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3.

Tháp giải nhiệt của một nhà máy có nóc và đáy là hai hình tròn, mặt cắt đứng của tháp được thiết kế có dạng hypebol (tham khảo hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm của hypebol bằng $20\,\text{m}$, độ dài trục thực của hypebol bằng $16\,\text{m}$. Khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Biết diện tích đáy tháp bằng $10064\pi\ \text{m}^2$. Chiều cao của tháp bằng bao nhiêu mét?



KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P)\colon y^2=2px$ $(p>0)$. Biết khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta\colon x+y-12=0$ bằng $2\sqrt{2}$. Tính tổng các giá trị của p thỏa mãn đề bài.

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mỗi trường hợp sau

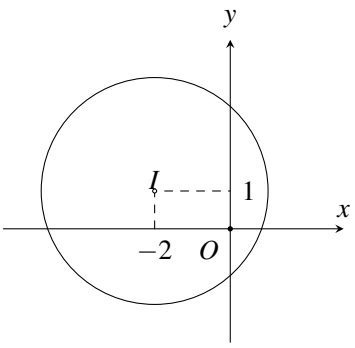
a) $A(1;-2)$ và $\Delta_1\colon 3x-y+4=0$;

b) $B(-3;2)$ và $\Delta_2\colon \begin{cases} x=-2+t \\ y=1-2t. \end{cases}$

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-4)^2=4$. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta\colon 4x-3y+2=0$.

Câu 3.

Hình vẽ bên mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng toạ độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*. Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 m.



17. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, góc giữa hai đường thẳng $d_1: 3x+y+3=0$ và $d_2: -2x+y+1=0$ là

A. 135°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Câu 2. Phương trình đường tròn tâm $I(2,-3)$ và đi qua điểm $M(-2,0)$ là

A. $(C):(x+2)^2+(y-3)^2=25$. **B.** $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=5$.

C. $(C):(x+2)^2+(y-3)^2=5$. **D.** $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=25$.

Câu 3. Cho đường tròn (C) có phương trình $(x+3)^2+(y-4)^2=2$. Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C).

A. $I(-3;4), R=\sqrt{2}$. **B.** $I(-3;-4), R=2$.

C. $I(3;-4), R=\sqrt{2}$. **D.** $I(3;-4), R=2$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của Hypebol?

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y}{16}=1$. **C.** $y^2=16x$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$.

Câu 5. Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Tìm độ dài trục bé của (E).

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 6. Cho đường thẳng $d_1: 2x+y+3=0$ và đường thẳng $d_2: x+2y+6=0$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. d_1 cắt d_2. **B.** d_1 song song d_2.

C. d_1 vuông góc d_2. **D.** d_1 trùng d_2.

Câu 7. Cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(5;4)$; $C(-1;0)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC ở dạng tham số là

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=-1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=2+3t \end{cases}$.

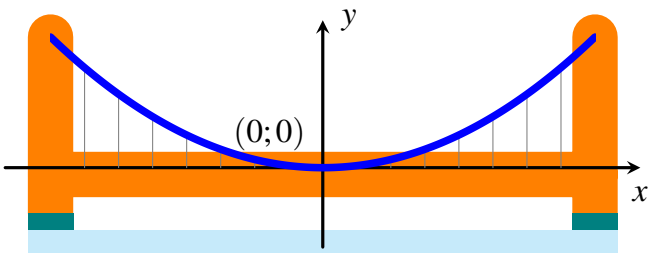
Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5 \\ y=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=3-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+5t \\ y=t \end{cases}$.

Câu 9. Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0 \quad (1)$. Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

A. $m=2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $1<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Câu 10. Một cái cầu có dây cáp treo hình parabol, cầu dài 120 m và được nâng đỡ bởi những thanh thẳng đứng treo từ cáp xuống, thanh dài nhất là 20 m, thanh ngắn nhất là 8 m.



Phương trình chính tắc của Parabol là

A. $y^2=9x$. **B.** $y^2=\dfrac{20}{3}x$. **C.** $y^2=45x$. **D.** $y^2=-\dfrac{10}{3}x$.

Câu 11. Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và đi qua điểm $M(2;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{12}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2\sqrt{3}}=1$.

Câu 12. Phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{81}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{15}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon 2x+y-1=0$ và $\Delta_2\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ_2 có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(2;1)$.

b) Đường thẳng Δ_1 có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;1)$ nên Δ_1 có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;2)$.

c) Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

d) Cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=25$.

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$.

b) Đường tròn (C) có bán kính $R=5$.

c) Có 2 tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+14=0$.

d) Tiếp tuyến đường tròn (C), song song với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+14=0$ đi qua điểm $M(2;1)$.

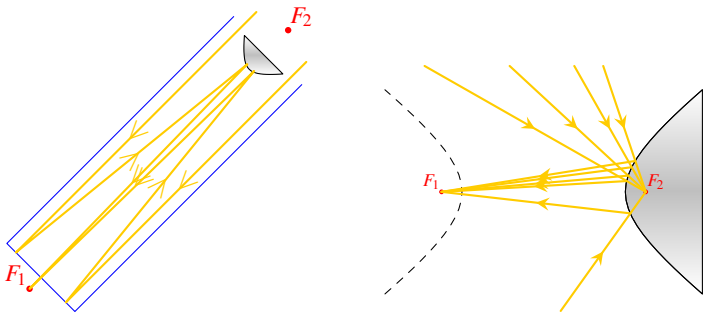
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1: (2m-1)x+my-10=0$ và $d_2: x+2y+6=0$ vuông góc nhau? KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y-25=0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua M có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)? KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 3x-4y+15=0$, $d_2: 5x+2y-1=0$ và $d_3: mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.
KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Một gương hypebol (được sử dụng trong một số kính thiên văn) có tính chất là một tia sáng hướng vào tiêu điểm sẽ bị phản xạ sang tiêu điểm khác. Gương trong hình vẽ có phương trình $\dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{64}=1$. Điểm $M(a;b)$trên gương sẽ nhận được tia sánh đi qua điểm $(0;10)$ và bị phản xạ sang tiêu điểm còn lại? (tham khảo hình vẽ).



Tính $T=a+b$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

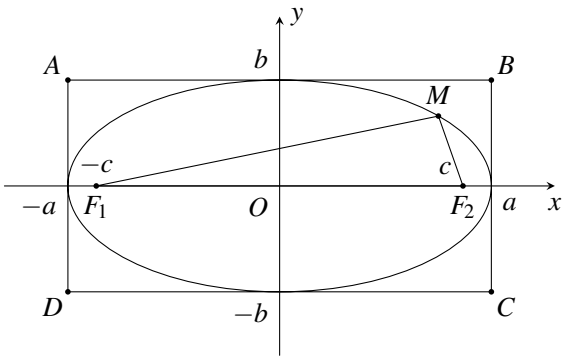
Câu 1.

a) Cho $M(4;-5)$; $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=2+3t \end{cases}$, tính khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ.

b) Cho $\Delta_1: 7x+y-3=0$ và $\Delta_2: 7x+y+12=0$. Chứng minh hai đường thẳng đã cho song song và tính khoảng cách giữa chúng.

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x+y=0$, $d_2: \sqrt{3}x-y=0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình đường tròn (C), biết tạm giác ABC có diện tích bằng 6 và điểm A có hoành độ dương.

Câu 3. Để cắt một bảng hiệu quảng cáo hình elip có trục lớn bằng 80 cm và trục nhỏ bằng 40 cm từ một tấm ván ép hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước 80 cm 40 cm. Người ta vẽ hình elip đó lên tấm ván ép (như hình vẽ) bằng một vòng dây qua hai cái đinh ghim vào hai tiêu điểm. Hỏi phải lấy vòng dây có độ dài là bao nhiêu cm (làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: ☐☐☐☐

18. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho elip (E) đi qua một điểm $M\left(5\sqrt{2};4\sqrt{2}\right)$, một tiêu điểm $F_1(-6;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E).

A. $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{100}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{400}-\dfrac{y^2}{144}=1$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $x^2+y^2+2x-4y=0$. **B.** $x^2+y^2-2x+4y=0$.

C. $x^2+y^2+2x+4y=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-4y=0$.

Câu 3. Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon 2x-y+4=0$ là

A. $-x+2y-5=0$. **B.** $x+2y-3=0$. **C.** $x+2y=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(1;3)$. Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng

A. $26^\circ 34'$. **B.** $63^\circ 26'$. **C.** $63^\circ 25'$. **D.** $26^\circ 35'$.

Câu 5. Cho đường thẳng $d_1\colon 10x+5y-1=0$ và $d_2\colon \begin{cases}x=2+t\\ y=1-t\end{cases}$. Tính côsin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{3}{10}$.

Câu 6. Phương trình đường tròn có tâm $A(2;-5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d\colon 3x-4y-1=0$ là

A. $(x-2)^2+(y+5)^2=25$. **B.** $(x+2)^2+(y-5)^2=25$.

C. $(x-2)^2+(y+5)^2=5$. **D.** $(x+2)^2+(y-5)^2=5$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{20}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{25}=1$.

Câu 8. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases}x=4+t\\ y=1-5t\end{cases}$ và $\Delta_2\colon 2x-10y+15=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. **D.** Vuông góc nhau.

Câu 9. Đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$ có phương trình tổng quát là

A. $4x + 5y - 17 = 0$. **B.** $4x + 5y + 17 = 0$. **C.** $4x - 5y + 17 = 0$. **D.** $4x - 5y - 17 = 0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $9x^2 + 25y^2 = 225$. Tiêu cự của elip bằng

A. 6. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 11. Tiêu điểm của parabol $y^2 = \sqrt{3}x$ là

A. $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$. **B.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **C.** $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **D.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Câu 12. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của parabol nhận điểm $F\left(\frac{9}{2};0\right)$ làm tiêu điểm?

A. $y^2 = 18x$. **B.** $y = 18x^2$. **C.** $y^2 = 9x$. **D.** $y = 9x^2$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon 2x - 4y + 3 = 0$ và $d_2\colon -3x + y - 17 = 0$.

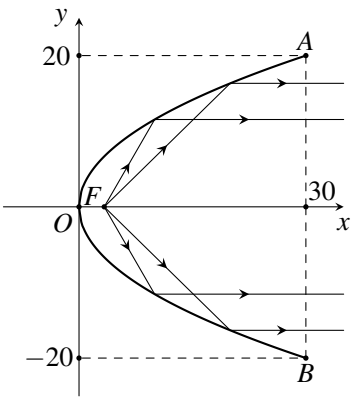
a) $d_1 \perp d_2$.

b) $I\left(\frac{13}{2};\frac{5}{2}\right)$ là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2.

c) Góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2 bằng $135°$.

d) Gọi A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) và B là điểm thuộc đường thẳng d_2 sao cho tam giác OAB vuông cân tại B. Khi đó, có 2 điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2. Hình vẽ bên mô phỏng mặt cắt ngang của một chiếc đèn có dạng parabol trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên mỗi trục là cm). Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm F.



a) (P) đi qua điểm $A(30;20)$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{20}{3};0\right)$.

c) Phương trình đường chuẩn Δ là $x = -\frac{10}{3}$.

d) Khoảng cách ngắn nhất từ một điểm trên (P) đến đường thẳng $d\colon x - 2y + 6 = 0$ bằng $\frac{22}{3\sqrt{5}}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{4}$ và hai điểm $M(-2;3)$, $N(4;-1)$. Đường thẳng Δ vuông góc d và khoảng cách từ M đến Δ gấp 2 lần khoảng cách từ N đến Δ. Phương trình đường thẳng Δ dạng $x+by+c=0$ với b, c là các số thực dương. Tính $P=bc$.

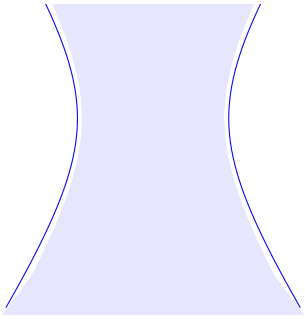
KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điể $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn bao nhiêu mét?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3.

Một cái tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\dfrac{x^2}{28}-\dfrac{y^2}{42}=1$. Biết chiều cao của tháp là 150 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\dfrac{2}{3}$ lần khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Gọi r_1 (m) và r_2 (m) lần lượt là bán kính của nóc và bán kính của đáy. Tính $T=r_1+2_2$?



KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21{,}2^\circ$ Bắc, kinh độ $105{,}8^\circ$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16{,}1^\circ$ Bắc, kinh độ $108{,}2^\circ$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x° Bắc, kinh độ y° Đông được tính theo công thức $\begin{cases} x=21{,}2-\dfrac{153}{40}t \\ y=105{,}8+\dfrac{9}{5}t \end{cases}$. Hỏi bay chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng sau

a) $d_1\colon 3x+2y-5=0$ và $d_2\colon x-4y+1=0$;

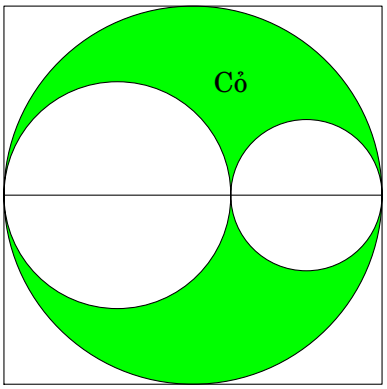
b) $d_3\colon x-2y+3=0$ và $d_4\colon -2x+4y+10=0$;

c) $d_5\colon 4x+2y-3=0$ và $d_6\colon \begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}+t \\ y=\dfrac{5}{2}-2t. \end{cases}$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol (H) đi qua điểm $M\left(5;\frac{9}{4}\right)$ và nhận điểm $F(5;0)$ làm tiêu điểm. Hãy viết phương trình chính tắc của (H).

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 2. Biết $A(0;2)$, $B(3;0)$ và giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành nằm trên đường thẳng $y=-x$. Tìm toạ độ các điểm C và D.

Câu 4. Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh 10 m như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng (làm tròn đến hàng nghìn).

—Hết—

19. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $A(7;4)$ đến đường thẳng $d\colon 5x+3y-8=0$ bằng

A. $\dfrac{35}{\sqrt{34}}$. **B.** $\dfrac{39}{\sqrt{34}}$. **C.** $\dfrac{39}{4}$. **D.** $\dfrac{39}{16}$.

Câu 2. Cho elip (E) đi qua một điểm $M\left(5\sqrt{2};4\sqrt{2}\right)$, một tiêu điểm $F_1(-6;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E).

A. $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{100}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{400}-\dfrac{y^2}{144}=1$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Độ dài trục ảo của hypebol (H) bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(3;-2)$, $B(4;-1)$ là

A. $x-y-1=0$. **B.** $x-y-5=0$. **C.** $x+y+5=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, nếu ba đường thẳng $d_1\colon 2x+y-4=0$, $d_2\colon 5x-2y+3=0$ và $d_3\colon mx+3y-2=0$ đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\dfrac{12}{5}$. **B.** $-\dfrac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+(y+5)^2=17$. Tiếp tuyến với (C) tại điểm $A(3;-1)$ có phương trình là

A. $x+4y+1=0$. **B.** $-x+4y+7=0$. **C.** $x+4y+18=0$. **D.** $x-6y-9=0$.

Câu 7. Cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=25$. Đường tròn (C) có

A. Tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=25$. **B.** Tâm $I(-1;-2)$ và bán kính $R=25$.

C. Tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$. **D.** Tâm $I(-1;-2)$ và bán kính $R=5$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, côsin góc giữa hai đường thẳng $d\colon 5x+y-3=0$ và $d'\colon \dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{5}=1$ bằng

A. $\dfrac{12}{13}$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{12}{13}$. **D.** $\dfrac{6}{13}$.

Câu 9. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d\colon 3x+2y+6=0$.

A. $3x+2y+6=0$. **B.** $3x+2y+17=0$. **C.** $3x+2y-6=0$. **D.** $3x-2y+6=0$.

Câu 10. Cho parabol có phương trình $4y^2=20x$. Phương trình đường chuẩn của parabol là

A. $x=\dfrac{5}{4}$. **B.** $x=\dfrac{4}{5}$. **C.** $x=-\dfrac{4}{5}$. **D.** $x=-\dfrac{5}{4}$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của elip đi qua các điểm $A_1(6;0)$ và $M\left(0;\sqrt{32}\right)$ là

A. $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{32}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{32}=0$.

Câu 12. Hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm là

A. $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$. **B.** $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.

C. $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$. **D.** $F_1\left(-\sqrt{34};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{34};0\right)$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3)$, $B(-1;1)$ có tâm thuộc $\Delta\colon x-3y-11=0$.

a) Tâm của đường tròn (C) là $I\left(7;-\dfrac{4}{3}\right)$.

b) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C).

c) Đường kính của đường tròn (C) bằng 65.

d) Đường tròn (C) đi qua điểm $(0;2)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;4)$, đường trung trực cạnh BC có phương trình $3x-y+1=0$, đường trung tuyến kẻ từ C có phương trình $2x-y+5=0$.

a) Gọi M là trung điểm cạnh BC. Khi đó $M(9;39)$.

b) Phương trình đường thẳng BC là $x+3y-63=0$.

c) Tọa độ đỉnh C là $C(-1;3)$.

d) Tọa độ đỉnh B là $B\left(\dfrac{15}{7};\dfrac{142}{7}\right)$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, Δ là đường thẳng đi qua điểm $P(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=2-t\\ y=3+4t\end{cases}$. Tính khoảng cách từ O đến Δ, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Khi du lịch đến thành phố Xanh Luis của Mỹ, ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Acxơ. Khoảng cách giữa hai chân cổng là 162m. Từ một điểm trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là 43m và vị trí đo trên mặt đất này đến chân cổng gần nhất là 10m. Chiều cao của cổng bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB, AC. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$. Giá trị của biểu thức $a+b+R$ bằng bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12 và tâm I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x-y-3=0$, $d_2: x+y-6=0$. Trung điểm cạnh AD là giao điểm của d_1 và Ox. Biết đỉnh A có tung độ âm và giả sử tọa độ $A(a;b)$. Khi đó giá trị của biểu thức $2a+b^2$ bằng bao nhiêu?

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hai đường thẳng

$$\Delta_1: \sqrt{3}x+y-4=0, \Delta_2: x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0.$$

a) Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng đã cho;

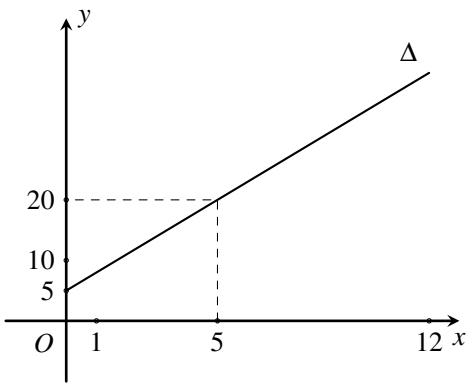
b) Tính góc α giữa hai đường thẳng đã cho.

Câu 2. Viết phương trình chính tắc của Parabol (P) có tiêu điểm $F(3;0)$ và đỉnh là gốc tọa độ O.

Câu 3. Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(2;0)$, $B(4;2)$ và tiếp xúc với trục Oy.

Câu 4. Tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x-3y+4=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$ cắt nhau.

Câu 5. Đường thẳng Δ ở hình bên dưới biểu thị tổng chi phí lắp đặt và tiền cước sử dụng dịch vụ Internet (đơn vị: trăm nghìn đồng) theo thời gian của một gia đình (đơn vị: tháng).



a) Viết phương trình của đường thẳng Δ.

b) Cho biết giao điểm của đường thẳng Δ với trục tung trong tình huống này có ý nghĩa gì.

c) Tính tổng chi phí lắp đặt và sử dụng Internet trong 12 tháng đầu tiên.

—Hết—

20. ĐỀ SỐ 10

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $B(0;4)$ và có một tiêu điểm $F_2(3;0)$ là

A. $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{8}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$.

Câu 2. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: 3x+y-1=0$ và $d_2: 4x-2y-4=0$.

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 3. Một đường tròn có tâm $I(3;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-5y+1=0$. Bán kính đường tròn bằng

A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$. **B.** $\frac{7}{13}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 6.

Câu 4. Hypebol $7x^2-9y^2=63$ có tiêu cự bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 63.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-1=0$. Bán kính R của đường tròn (C) là

A. $R=4$. **B.** $R=\sqrt{69}$. **C.** $R=2\sqrt{3}$. **D.** $R=3\sqrt{2}$.

Câu 6. Tiêu điểm của parabol $y^2=\sqrt{3}x$ là

A. $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$. **B.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **C.** $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **D.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Câu 7. Tìm phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6.

A. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 8. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$. Một vectơ pháp tuyến của d là

A. $\vec{n_1}=(3;5)$. **B.** $\vec{n_2}=(3;-5)$. **C.** $\vec{n_3}=(-5;3)$. **D.** $\vec{n_4}=(5;3)$.

Câu 9. Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $\Delta_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ được xác định theo công thức:

A. $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\frac{a_1a_2+b_1b_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$. **B.** $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$.

C. $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}+\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$. **D.** $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\sqrt{\frac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{a_1^2+b_1^2}}$.

Câu 10. Cho $(d): \begin{cases} x=2+3t \\ y=5-4t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc (d)

A. $A(5;3)$. **B.** $B(2;5)$. **C.** $C(-1;9)$. **D.** $D(8;-3)$.

Câu 11. Một sao chổi đi qua hệ Mặt Trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Trái Đất là 3.10^8 km và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6. Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với 1 đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ ứng với trên thực tế.

A. $\frac{x^2}{40,2}-\frac{y^2}{56,8}=1.$ **B.** $\frac{x^2}{60,84}-\frac{y^2}{45,8}=1.$

C. $\frac{x^2}{60,84}-\frac{y^2}{55,8}=1.$ **D.** $\frac{x^2}{20,84}-\frac{y^2}{43,8}=1.$

Câu 12. Là một trong bảy kì quan thế giới, ngọn hải đăng Alexandria sừng sững nghìn năm chiếu ánh sáng dẫn đường cho nhiều con tàu cập bến Ai Cập an toàn. Ngọn hải đăng này ở tọa độ $(3;4)$, một trong các điểm được nó chiếu sáng xa nhất có tọa độ $(23;4)$. Hãy viết phương trình đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà ánh sáng từ ngọn hải đăng chiếu tới.

A. $(x+3)^2+(y+4)^2=400.$ **B.** $(x-23)^2+(y-4)^2=400.$

C. $(x+23)^2+(y-4)^2=400.$ **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2=400.$

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với véc-tơ vận tốc là $\vec{v}(1;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1;2)$.

b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng $2x-3y-1=0$.

c) Toạ độ của vật thể M tại thời điểm $t(t>0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases}x=5+t\\y=3+2t.\end{cases}$

d) Khi $t=5$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $5\sqrt{5}$

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P)\colon y^2=8x$. Khi đó, các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Tiêu điểm $F(2;0)$.

b) Có hai điểm M trên (P), cách F một khoảng là 3.

c) Điểm M trên (P) sao cho $S_{\triangle OMF}=8$, có hoành độ bằng 6.

d) Tồn tại điểm A nằm trên parabol và điểm B nằm trên đường thẳng $(\Delta)\colon 4x-3y+5=0$ sao cho đoạn thẳng AB ngắn nhất, khi đó AB ngắn nhất bằng $\frac{1}{5}$.

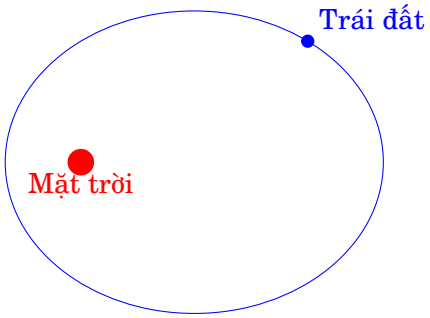
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon mx-y+2m-1=0$ (với m là tham số) và đường tròn $(C)\colon (x-3)^2+(y+1)^2=20$. Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để d tiếp xúc với (C)?

KQ: ☐☐☐☐

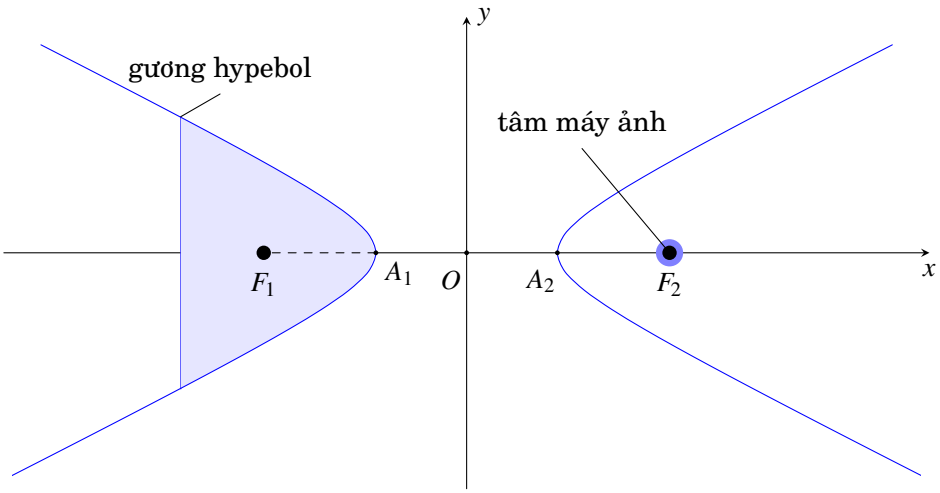
Câu 2.

Một elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $(a>b>0)$ với bán trục lớn a, bán tiêu cự c, thì tỉ số $e=\dfrac{c}{a}$ được gọi là tâm sai của elip. Quỹ đạo của trái đất quay quanh mặt trời là một elip (E), trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Biết khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là 147 triệu km và 152 triệu km. Tâm sai của elip (E) là $\dfrac{m}{n}$ (với $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $T=m+n$.



KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ tâm quang của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình mặt cắt của gương là $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$.



KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Trên mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x-y-3=0$. Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD. Giá trị $2a+b$ bằng bao nhiêu?

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho tam giác AF_1F_2, trong đó $A(0;4), F_1(-3;0), F_2(3;0)$.

a) Lập phương trình tổng quát của các đường thẳng AF_1 và AF_2.

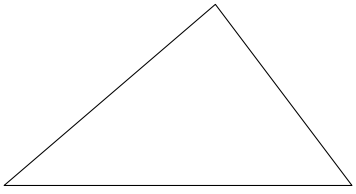
b) Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp của tam giác AF_1F_2.

c) Lập phương trình chính tắc của elip (E) có hai tiêu điểm là F_1, F_2 sao cho (E) đi qua A.

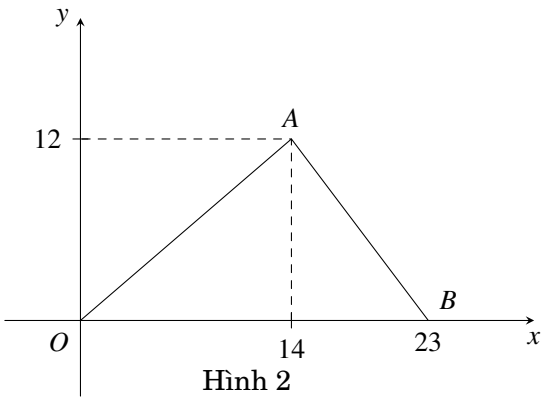
Câu 2. Một sao chổi đi qua hệ Mặt Trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Trái Đất là 3.10^8 km và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6. Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với 1 đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ ứng với trên thực tế.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x+1)^2+(y-2)^2=5$ và đường thẳng $\Delta\colon x-y+1=0$. Gọi $M(a;b)$ với $a>0$ là điểm trên Δ sao cho từ M có thể kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) có tiếp điểm là A và B thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$. Khi đó tổng $20a^3+9b^2$ bằng KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Mảnh đất hình tam giác được coi là xấu trong phong thủy. Nhưng hiện nay do sự gia tăng dân số và đô thị hóa, các mảnh đất hình tam giác ngày càng nhiều và cần phải xây nhà trên các mảnh đất đó. Để hóa giải điểm xấu khi xây nhà trên các mảnh đất hình tam giác, các nhà phong thủy đã gợi ý một cách đơn giản là đặt một chiếc đèn sáng tại tâm của ngôi nhà để có thể chiếu sáng đến tất cả các góc của ngôi nhà. Nhà bạn Hoa đang muốn xây nhà trên mảnh đất hình tam giác của mình với các kích thước là 15 m; 18,4 m; 23 m (như hình 1) và bạn Hoa đã gắn hình dạng mảnh đất đó lên hệ trục tọa độ Oxy như hình 2. Giả sử bạn Hoa sẽ đặt chiếc đèn phong thủy ở vị trí có tọa độ (a,b). Tính $T=2a-16b$.

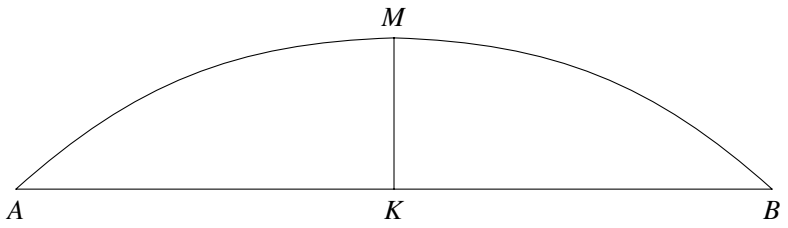


Hình 1



Hình 2

Câu 5. Một chiếc cầu được thiết kế dưới dạng 1 cung tròn (Hình vẽ)



Biết độ dài $AB = 80\,\text{m}$, chiều cao $MK = 4\,\text{m}$. Tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB (MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB).

—Hết—

Phần III

Đại số tổ hợp

21. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 3. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 75.

Câu 2. Từ các chữ số $1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 120. **C.** 3125. **D.** 24.

Câu 3. Lớp 12A có 18 học sinh nữ và 17 học sinh nam. Giáo viên chọn 1 học sinh trong lớp làm tình nguyện viên tham gia phong trào thanh niên của nhà trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 306. **B.** 1. **C.** 35. **D.** 17.

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp 6 bạn thành một hàng dọc?

A. 6^6. **B.** $5!$. **C.** 6. **D.** $6!$.

Câu 5. Số tập con có ba phần tử của một tập hợp gồm 10 phần tử là

A. 120. **B.** 30. **C.** 120. **D.** 6.

Câu 6. Số cách chọn ra 3 học sinh trong 10 học sinh bất kì là

A. 120. **B.** 6. **C.** 30. **D.** 720.

Câu 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 5, 7.

A. 15. **B.** 120. **C.** 10. **D.** 24.

Câu 8. Khai triển nhị thức $(3x-2y^2)^4$ ta được

A. $81x^4-216x^3y^2+216x^2y^4-96xy^6+16y^8$.

B. $81x^4+216x^3y^2+216x^2y^4+96xy^6+16y^8$.

C. $81x^4-216x^3y^2+296x^2y^4-96xy^6+16y^8$.

D. $81x^4-216x^3y^2+216x^2y^4-96xy^6+36y^8$.

Câu 9. Số số hạng trong khai triển $(x+2)^5$ là

A. 5. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

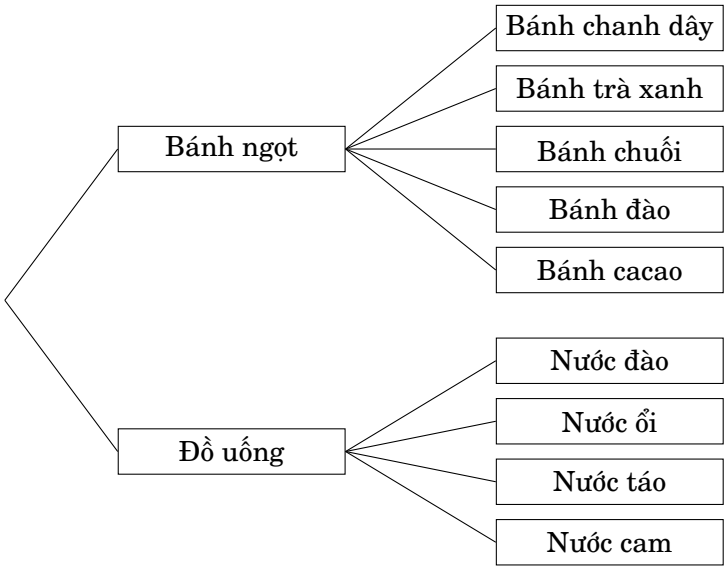
Câu 10. Sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn A và bạn E luôn ngồi ở hai đầu ghế là

A. 120. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 11. Tổng $S = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + \cdots + 2^5C_5^5$ bằng

A. 324. **B.** 435. **C.** 243. **D.** 342.

Câu 12. Cửa hàng tiện lợi có bán combo bánh ngọt và đồ uống. Các loại bánh ngọt và đồ uống được mô tả bằng sơ đồ hình cây sau:



Hãy cho biết có bao nhiêu cách để khách hàng có thể lựa chọn được combo gồm một bánh ngọt và một loại đồ uống?

A. 20. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 4.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một cửa hàng có 7 bông hoa Ly, 15 bông hoa Hồng và 6 bông hoa Lan. Bạn Nam muốn mua 1 số bông hoa từ cửa hàng đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 28 cách chọn mua 1 bông hoa từ cửa hàng.

b) Có 630 cách chọn mua một bó gồm 3 bông khác loại từ cửa hàng.

c) Có 2766 cách chọn mua 2 bông khác loại từ cửa hàng.

d) Có 13 cách chọn mua 1 bông Hồng từ cửa hàng.

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc.

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là 40320 (cách).

b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là 1440 (cách).

c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là 4320 (cách).

d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là 2400 (cách).

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4+(x+2)^5$.

KQ: ☐☐☐☐

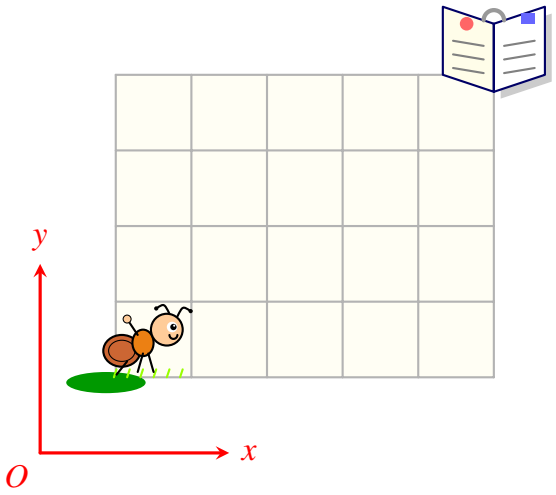
Câu 2. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Một chú kiến đứng tại góc dưới cùng của lưới 4×5 ô vuông như hình sau đây. Mỗi bước di chuyển chú kiến là một ô, và chú kiến chỉ có thể đi sang phải hoặc đi lên trên theo đường kẻ. Hỏi chú kiến có bao nhiêu cách đến vị trí cuốn sách?



KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 5?

Câu 2. Một công ty có 9 nam và 13 nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Công ty muốn chọn 1 đội chơi tham dự teambuilding gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người trong số 22 người đó nhưng không có cặp vợ chồng nào?

Câu 3. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

—Hết—

22. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 học sinh ngồi vào bàn dài có 8 chỗ ngồi?

A. C_8^4. **B.** A_8^4. **C.** $4!8!$. **D.** 12.

Câu 2. Khai triển của nhị thức $(2x+y)^5$ là

A. $32x^5+16x^4y+8x^3y^2+4x^2y^3+2xy^4+y^5$.

B. $32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

C. $2x^5+10x^4y+20x^3y^2+20x^2y^3+10xy^4+y^5$.

D. $32x^5+10\,000x^4y+80\,000x^3y^2+400x^2y^3+10xy^4+y^5$.

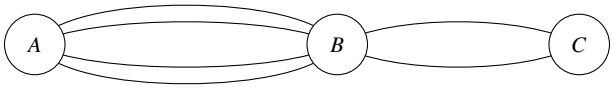
Câu 3. Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 605. **B.** 325. **C.** 280. **D.** 45.

Câu 5. Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần?



A. 8. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 6. Trong không gian cho năm điểm A, B, C, D, E trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ các điểm trên?

A. 20. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

Câu 7. Trên giá sách có 6 quyển sách Toán khác nhau, 7 quyển sách Văn khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 2 quyển sách thuộc 2 môn khác nhau?

A. 146. **B.** 336. **C.** 420. **D.** 210.

Câu 8. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Câu 9. Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Câu 10. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Câu 11. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Câu 12. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó?

A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** A_{10}^8. **D.** 10^2.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Sắp xếp 5 bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lan vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi.

a) Có 120 cách sắp xếp tùy ý.

b) Có 16 cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa.

c) Có 12 cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế.

d) Có 48 cách sắp xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.

Câu 2. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh.

a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252.

b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A là $C_5^2C_{15}^{13}$ cách.

c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A là $C_5^2C_{10}^{10}C_{15}^3$ cách.

d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một hộp chứa 5 quả cầu trắng và 6 quả cầu đỏ, các quả cầu có kích thước và khối lượng giống nhau. Có bao nhiêu cách lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu trong hộp sao cho trong 3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả cầu trắng?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Có 9 cuốn sách khác nhau gồm 3 cuốn sách Lý, 4 cuốn sách Sinh, 2 cuốn sách Địa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách hàng ngang nếu các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau? KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ (với $x\neq 0$).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Cho một đa giác đều 12 đỉnh $A_1A_2\ldots A_{12}$ nội tiếp đường tròn (O). Từ 12 đỉnh của đa giác đều trên tạo thành bao nhiêu hình chữ nhật nội tiếp đường tròn (O). KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Từ các chữ số 1, 2, 3 lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số sao cho có mặt đủ cả 3 chữ số trên?

Câu 2. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.

Câu 3. Có bốn ngăn (trong một giá sách) được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4 và 8 quyển sách khác nhau. Bạn An xếp hết tám quyển sách nói trên vào bốn ngăn đó sao mỗi ngăn có ít nhất một quyển sách và các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng với gáy sách quay ra ngoài mỗi ngăn. Khi đã xếp xong tám quyển sách, hai cách xếp của bạn An được gọi là giống nhau nếu chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây:

- Với từng ngăn, số lượng quyển sách ở ngăn đó là như nhau trong cả hai cách xếp;
- Với từng ngăn, thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách được xếp là như nhau trong cả hai cách xếp.

Gọi T là số cách xếp đôi một khác nhau của bạn An. Giá trị của $\frac{T}{400}$ bằng bao nhiêu?

—Hết—

23. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Số các hoán vị của 7 phần tử là

A. 7. **B.** 6. **C.** 7!. **D.** 6!.

Câu 2. Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là

A. 20. **B.** 22. **C.** 18. **D.** 10.

Câu 3. Với 4 quyển sách toán khác nhau và 3 quyển tập khác nhau, có bao nhiêu cách tặng một phần quà gồm một quyển sách toán và một quyển tập cho 1 em học sinh?

A. 4^3 cách. **B.** 16 cách. **C.** 7 cách. **D.** 12 cách.

Câu 4. Thu gọn biểu thức $A=\left(2+\sqrt{3}\right)^5-\left(2-\sqrt{3}\right)^5$ ta được $A=a+b\sqrt{3}$ với a, b là các số nguyên. Tính tổng $a+b$.

A. -209. **B.** 209. **C.** -418. **D.** 418.

Câu 5. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Câu 6. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. A_{30}^3. **B.** 3^{30}. **C.** 10. **D.** C_{30}^3.

Câu 7. Trong một lớp học có 20 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?

A. A_{20}^{18}. **B.** A_{20}^2. **C.** 20^2. **D.** C_{20}^2.

Câu 8. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5\}$. Số tập hợp gồm hai phần tử của tập hợp A là

A. P_2. **B.** 64. **C.** C_6^2. **D.** A_6^2.

Câu 9. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 3. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 75.

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm hai chữ số khác nhau?

A. 41. **B.** 45. **C.** A_5^2. **D.** C_5^2.

Câu 11. Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm đã cho?

A. 12. **B.** 36. **C.** 30. **D.** 15.

Câu 12. Một khu di tích nọ có bốn cửa Đông, Tây, Nam, Bắc. Một người đi vào tham quan rồi đi ra, khi vào và ra phải đi hai cửa khác nhau. Tất cả các cách đi vào và đi ra của người đó là.

A. 8. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 16.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho $\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$.

a) $a_3 = \frac{5}{2}$.

b) $a_5 = -\frac{1}{32}$.

c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$.

d) Tổng $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{16}$.

Câu 2. Cho tập hợp $X = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

a) Có 3024 số tự nhiên có 4 chữ số lấy từ tập X.

b) Có 15 120 số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X.

c) Có 1 680 số tự nhiên lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X.

d) Có 2 520 số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X sao cho không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô? KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia. KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Biểu diễn $\left(3+\sqrt{2}\right)^5-\left(3-\sqrt{2}\right)^5$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a, b là các số nguyên.

Câu 2. Một bó có 8 hoa hồng trắng, 7 hoa hồng đỏ và 10 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

Câu 3. Cho đa giác đều có 15 đỉnh, gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Trong số các tam giác đó có bao nhiêu tam giác là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều?

Câu 4. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

—Hết—

24. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(2x-y)^5$. **B.** $(x-2y)^5$. **C.** $(x+y)^5$. **D.** $(x-y)^5$.

Câu 2. Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

A. 15. **B.** 12. **C.** 1440. **D.** 30.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và khác 0, biết rằng tổng của ba chữ số này bằng 8?

A. 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 18.

Câu 4. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 80. **B.** 70. **C.** 60. **D.** 90.

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5. **B.** 120. **C.** 5^5. **D.** 24.

Câu 6. Một tổ gồm 8 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho có đúng 1 nữ?

A. $C_8^3\cdot C_4^1$. **B.** C_{12}^4. **C.** C_4^1. **D.** $C_8^3+C_4^1$.

Câu 7. Cho n là một số nguyên dương $n\geq 9$. Số các chỉnh hợp chập 9 của n phần tử là

A. C_n^9. **B.** $9!$. **C.** $n!$. **D.** A_n^9.

Câu 8. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

A. 3991680. **B.** $12!$. **C.** 35831808. **D.** $7!$.

Câu 9. Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;..;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

Câu 10. Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên ?

A. 336. **B.** 56. **C.** 168. **D.** 84.

Câu 11. Hùng muốn qua nhà Huy để cùng Huy đến chơi nhà Nam. Từ nhà Hùng đến nhà Huy có 5 con đường đi, từ nhà Huy tới nhà Nam có 8 con đường đi. Hỏi Hùng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Nam?

A. 5. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 40.

Câu 12. Một thùng trong đó có 19 hộp đựng bút màu đỏ, 15 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là

A. 19. **B.** 285. **C.** 15. **D.** 34.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Từ một hộp chứa 12 quả cầu trong đó có 8 quả màu đỏ, 3 quả màu xanh và 1 quả màu vàng, lấy ngẫu nhiên 3 quả. Khi đó

a) Số cách chọn ra 3 quả cầu từ hộp là 792.

b) Số cách chọn ra 3 quả cầu có đủ ba màu là 36.

c) Số cách chọn ra 3 quả chỉ có một màu là 108.

d) Số cách chọn ra 3 quả có đúng hai màu là 139.

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc.

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là 40320 (cách).

b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là 1440 (cách).

c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là 4320 (cách).

d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là 2400 (cách).

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì kết quả nhận được luôn là sấp hoặc ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 10 lần thì có bao nhiêu khả năng xảy ra? KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Khai triển các biểu thức sau

a) $(x-2y)^4$; b) $(3x-y)^5$.

Câu 2. Có 9 cuốn sách khác nhau gồm 3 cuốn sách Lý, 4 cuốn sách Sinh, 2 cuốn sách Địa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách hàng ngang nếu các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau?

Câu 3. Bạn Phú chọn mật khẩu cho tài khoản Microsoft Teams của mình gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó 2 kí tự đầu tiên là hai chữ cái in thường, 2 kí tự tiếp theo là hai chữ cái in hoa (các chữ cái chọn từ bảng chữ cái Tiếng Anh gồm 26 chữ cái), 3 kí tự tiếp theo là các chữ số và kí tự cuối cùng là một trong 3 kí tự đặc biệt. Hỏi bạn Phú có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?

—Hết—

25. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Có bao nhiêu khả năng có thể xảy ra đối với thứ tự giữa các đội trong một giải bóng có 4 đội bóng tham gia (giả sử rằng không có hai đội nào có điểm trùng nhau)?

A. 4. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 24.

Câu 2. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Câu 3. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 17 điểm vừa nói trên.

A. 525. **B.** 680. **C.** 155. **D.** 600.

Câu 4. Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1{,}5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212 942 000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0{,}015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

A. 229 391 769 nghìn người. **B.** 329 391 769 nghìn người.

C. 229 391 759 nghìn người. **D.** 228 391 769 nghìn người.

Câu 5. Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 6 quyển sách Lý khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách không cùng thuộc một môn?

A. 480. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 188.

Câu 6. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Câu 7. Trong khai triển $(2x-5y)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 8. Số các tổ hợp chập k của n phần tử được tính bởi công thức

A. $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. **B.** $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n}{k(n-k)}$. **C.** $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 9. Số các hoán vị của 4 phần tử là

A. 24. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 48.

Câu 10. Khai triển biểu thức $(x^2+2y)^5$ là

A. $x^{10}+10x^8y+40x^6y^2+80x^4y^3+80x^2y^4+32y^5$.

B. $x^{10}-10x^8y+40x^6y^2-80x^4y^3+80x^2y^4-32y^5$.

C. $32x^{10}+80x^8y+80x^6y^2+40x^4y^3+10x^2y^4+y^5$.

D. $32x^{10}-80x^8y+80x^6y^2-40x^4y^3+10x^2y^4-y^5$.

Câu 11. Bạn Lan có 15 quyển vở; 7 cái bút; 3 hộp bút và 2 bức tượng. Lan muốn đem 1 trong các đồ vật đó đi tặng bạn Bình trong ngày sinh nhật. Hỏi Lan có bao nhiêu cách chọn?

A. 150. **B.** 27. **C.** 18. **D.** 30.

Câu 12. Xếp ngẫu nhiên 5 lá phiếu có ghi số thứ tự từ 1 đến 5 cạnh nhau. Có bao nhiêu cách xếp để các phiếu ghi số chẵn luôn ở cạnh nhau?

A. 48. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong một khoảng thời gian là a ngày, tại thị trấn Quảng Phú, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 7 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 4 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số ngày mưa và lạnh là 11.

b) Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 4.

c) Số ngày có ít nhất 2 trong 3 đặc điểm: mưa, gió, lạnh là 11.

d) Giá trị của a là 13.

Câu 2. Lớp 10A1 trường THPT TenLơMan có 44 học sinh, trong đó có 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam.

a) Số cách sắp xếp 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam thành một hàng dọc là $18!\cdot 26!$.

b) Có 4! cách xếp khác nhau cho 4 học sinh ngồi vào 6 chỗ trên một bàn dài.

c) Giáo viên chủ nhiệm cần lập ban cán sự lớp gồm 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập và 1 lớp phó kỉ luật. Có 3! cách lập.

d) Lớp trưởng cần chọn ra 5 bạn và xếp thứ tự thuyết trình cho 5 bạn này. Có A_{44}^5 cách chọn.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 4? KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn? KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Cho tập hợp $X=\{a_1;a_2;a_3;a_4;a_5\}$. Hỏi tập X có tất cả bao nhiêu tập con? KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Khai triển $(2x+1)^4$.

Câu 2. Một giáo viên có 3 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lý và 6 cuốn sách hóa, biết rằng các cuốn sách cùng một môn thì giống nhau. Giáo viên đó muốn tặng cho 7 học sinh, mỗi học sinh nhận 2 cuốn thuộc hai môn khác nhau. Hỏi giáo viên đó có bao nhiêu cách tặng?

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau trong đó hai số đứng kề nhau không là số lẻ?

Câu 4. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

—Hết—

26. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một người có 5 cái áo khác nhau trong đó 3 áo màu trắng và 2 áo màu xanh, có 3 cái cà vạt khác nhau trong đó có 1 cà vạt màu đỏ và 2 cà vạt màu vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách phối một bộ đồ biết nếu chọn áo xanh thì không cà vạt màu đỏ.

A. 15. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 13.

Câu 2. Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(2x-y)^5$. **B.** $(x-2y)^5$. **C.** $(x+y)^5$. **D.** $(x-y)^5$.

Câu 3. Một quán phục vụ ăn sáng có bán phở, bún và bánh cuốn. Phở có 3 loại là phở bò, phở gà và phở cua. Bún có 4 loại là bún ốc, bún chả, bún thang và bún cá. Bánh cuốn có 2 loại là bánh cuốn chả và bánh cuốn nem. Một khách hàng muốn chọn một món để ăn sáng. Hỏi khách hàng đó có bao nhiêu cách lựa chọn?

A. 3. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 2.

Câu 4. An muốn qua nhà bạn Hà để cùng Hà tới trường. Từ nhà An tới nhà Hà có 3 con đường, từ nhà Hà đến trường có 6 con đường. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà đến trường?

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 5. Có 3 cuốn sách Toán khác nhau, 4 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh Văn khác nhau. Một học sinh được chọn một quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn?

A. 14. **B.** 12. **C.** 84. **D.** 49.

Câu 6. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 120. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 7. Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Câu 8. Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một tổ 6 người trong đó có nhiều nhất 2 nữ?

A. 1 524. **B.** 472. **C.** 1 414. **D.** 3 003.

Câu 9. Cho tập hợp $X=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số được lập từ X sao cho tích các chữ số bằng 630.

A. 300. **B.** 50. **C.** 120. **D.** 60.

Câu 10. Từ thành phố Hà Nội đến thành phố Đà Nẵng có 7 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ Hà Nội đến Đà Nẵng rồi trờ về Hà Nội mà không có con đường nào được đi qua hai lần?

A. 42. **B.** 44. **C.** 41. **D.** 43.

Câu 11. Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 2832. **B.** 8222. **C.** 8232. **D.** 9604.

Câu 12. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 12 viên bi đỏ, bạn An muốn chọn ra một viên bi hỏi có bao nhiêu cách lấy?

A. 10. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 22.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho số tự nhiên $\overline{abcde}$ với a, b, c, d, e là các số lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Khi đó, xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Có 13776 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó chẵn.

b) Có 13440 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó là số lẻ.

c) Có 27216 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau.

d) Có 100000 số thỏa mãn.

Câu 2. Sắp xếp 5 bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lan vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi.

a) Có 120 cách sắp xếp tùy ý.

b) Có 16 cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa.

c) Có 12 cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế.

d) Có 48 cách sắp xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây? KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó? KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có bẩy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người? KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$.

Câu 2. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

Câu 3. Thư viện Trường THPT Yên Phong số 2 cần đưa toàn bộ 30 cuốn sách Hướng dẫn ôn tập môn Toán thi THPT Quốc gia năm 2018 giống nhau về cho 3 lớp 12A1, 12A2,12A3 sao cho lớp 12A1 được ít nhất 11 cuốn, lớp 12A2 được ít nhất 7 cuốn và lớp 12A3 được ít nhất 3 cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện?

—Hết—

27. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 học sinh ngồi vào bàn dài có 8 chỗ ngồi?

A. C_8^4. **B.** A_8^4. **C.** $4!8!$. **D.** 12.

Câu 2. Trên mặt phẳng cho lục giác $ABCDEF$. Hỏi có bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ $\vec{0}$ và có điểm đầu, điểm cuối là 2 trong 6 đỉnh của lục giác đã cho?

A. 36. **B.** 30. **C.** 11. **D.** 25.

Câu 3. Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1+r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất $8,65\%$ một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?

A. 30,15645 triệu đồng. **B.** 30,14645 triệu đồng.

C. 30,14675 triệu đồng. **D.** 31,14645 triệu đồng.

Câu 4. Viết khai triển theo công thức nhị thức Newtơn $(x-1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$. **B.** $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.

C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$. **D.** $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

Câu 5. Cho tập $X=\{1,2,3,4,5\}$. Viết được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lấy từ tập X?

A. 30!. **B.** 11!. **C.** 5!. **D.** 6!.

Câu 6. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.

A. 720. **B.** 1470. **C.** 210. **D.** 750.

Câu 7. Tủ lạnh nhà bạn An có 20 hộp sữa và 15 cái bánh quy, trong đó có 12 hộp sữa có hương dâu và 8 hộp sữa sô cô la, 8 cái bánh quy hương sô cô la và 7 cái bánh quy hương dâu. Bạn An đang cần lựa 1 món bánh sô cô la và 1 hộp sữa dâu để ăn bữa chiều. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn?

A. 96. **B.** 84. **C.** 15. **D.** 35.

Câu 8. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Câu 9. Trên giá sách có 6 quyển sách Toán khác nhau, 7 quyển sách Văn khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 2 quyển sách thuộc 2 môn khác nhau?

A. 146. **B.** 336. **C.** 420. **D.** 210.

Câu 10. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345 600. **B.** 518 400. **C.** 725 760. **D.** 103 680.

Câu 11. Cho hai đường thẳng song song a, b. Trên đường thẳng a có 10 điểm phân biệt và trên đường thẳng b có 15 điểm phân biệt. Có thể lập được bao nhiêu tam giác từ các điểm trên?

A. 1 050. **B.** 1 725. **C.** 2 300. **D.** 675.

Câu 12. Khai triển nhị thức $(3x-2y^2)^4$ ta được

A. $81x^4-216x^3y^2+216x^2y^4-96xy^6+16y^8$.

B. $81x^4+216x^3y^2+216x^2y^4+96xy^6+16y^8$.

C. $81x^4-216x^3y^2+296x^2y^4-96xy^6+16y^8$.

D. $81x^4-216x^3y^2+216x^2y^4-96xy^6+36y^8$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một cửa hàng có 7 bông hoa Ly, 15 bông hoa Hồng và 6 bông hoa Lan. Bạn Nam muốn mua 1 số bông hoa từ cửa hàng đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 28 cách chọn mua 1 bông hoa từ cửa hàng.

b) Có 630 cách chọn mua một bó gồm 3 bông khác loại từ cửa hàng.

c) Có 2766 cách chọn mua 2 bông khác loại từ cửa hàng.

d) Có 13 cách chọn mua 1 bông Hồng từ cửa hàng.

Câu 2. Một trường THPT X có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG.

a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách.

b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.

c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1+C_4^1$ cách.

d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Vợ chồng ông An cùng 4 người con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng? KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Hỏi có bao nhiêu cách để 2 viên bi được lấy vừa khác màu, vừa khác số.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ sao cho hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^4$, $x > 0$.

Câu 2. Có cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc 4 dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

Câu 3. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 15 chữ số, trong đó các chữ số 1 và 2 mỗi chữ số xuất hiện năm lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và các chữ số lớn hơn 2 không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau.

—Hết—

28. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Biết khai triển nhị thức $P(x)=(2-3x)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$. Tính $S=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$.

A. 9. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 2. Trong kinh doanh nhà hàng, combo là một hình thức gọi món theo thực đơn được kết hợp từ nhiều món ăn hoặc đồ uống. Nếu nhà hàng có 5 món rau, 6 món cá và 7 món thịt thì có bao nhiêu cách tạo ra 1 combo? Biết mỗi combo có đầy đủ 1 món rau, 1 món cá và 1 món thịt.

A. 18. **B.** 18!. **C.** C_{18}^3. **D.** 210.

Câu 3. Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 6 quyển sách Lý khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách không cùng thuộc một môn?

A. 480. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 188.

Câu 4. Một ban cán sự lớp có 3 người gồm 1 lớp trưởng, 1 bí thư và 1 ủy viên. Tính số cách tạo một ban cán sự lớp từ một nhóm 10 học sinh.

A. 120. **B.** 720. **C.** 1000. **D.** 30.

Câu 5. Câu lạc bộ Ghita có 16 thành viên. Số cách chọn một ban chấp hành bất kì gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư kí và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là

A. 4. **B.** $\frac{16!}{4}$. **C.** $\frac{16!}{12!\cdot 4!}$. **D.** $\frac{16!}{12!}$.

Câu 6. Sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn A và bạn E luôn ngồi ở hai đầu ghế là

A. 120. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 7. Có bao nhiêu cách chọn một nguyên âm và một phụ âm từ các ký tự của chữ VIETNAM?

A. 4. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 8. Số cách sắp xếp 6 bạn học sinh nam và 4 bạn học sinh nữ thành một hàng dọc là

A. $6!+4!$. **B.** 10!. **C.** $C_{10}^6\cdot C_{10}^4$. **D.** $6!\cdot 4!$.

Câu 9. Từ các chữ số 1; 3; 5; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 16. **B.** 256. **C.** 24. **D.** 10.

Câu 10. Trong một hộp đựng 7 viên bi xanh và 6 viên bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi sao cho có đủ cả 2 màu?

A. 286. **B.** 231. **C.** 312. **D.** 213.

Câu 11. Giả sử An muốn mua một chiếc áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi An có bao nhiêu cách mua một chiếc áo?

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 20.

Câu 12. Khai triển biểu thức $(x^2+2y)^5$ là

A. $x^{10}+10x^8y+40x^6y^2+80x^4y^3+80x^2y^4+32y^5$.

B. $x^{10}-10x^8y+40x^6y^2-80x^4y^3+80x^2y^4-32y^5$.

C. $32x^{10}+80x^8y+80x^6y^2+40x^4y^3+10x^2y^4+y^5$.

D. $32x^{10}-80x^8y+80x^6y^2-40x^4y^3+10x^2y^4-y^5$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang.

a) Có 362 880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý.

b) Có 40 320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

c) Có 282 240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau.

d) Có 5 040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế.

Câu 2. Cho tập hợp $X=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

a) Có 3024 số tự nhiên có 4 chữ số lấy từ tập X.

b) Có 15 120 số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X.

c) Có 1 680 số tự nhiên lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X.

d) Có 2 520 số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X sao cho không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

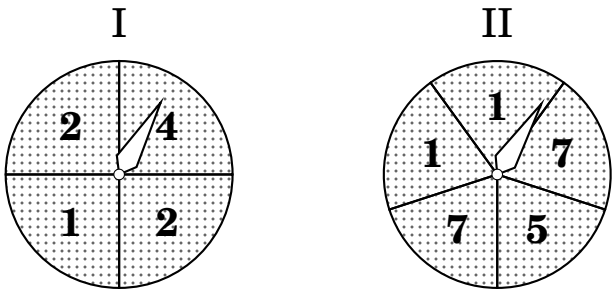
Câu 1. Khai triển $\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$. Tính tổng $S=a_0+2a_1+2^2a_2+2^3a_3+2^4a_4+2^5a_5$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số các số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau không chia hết cho 5? KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Một hộp chứa 5 quả cầu trắng và 6 quả cầu đỏ, các quả cầu có kích thước và khối lượng giống nhau. Có bao nhiêu cách lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu trong hộp sao cho trong 3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả cầu trắng?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Bạn Nam muốn tạo một số có hai chữ số bằng cách quay hai vòng quay sau đây. Biết rằng số nhận được ở vòng quay I, II lần lượt là chữ số hàng chục, chữ số hàng đơn vị. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu số có hai chữ số như vậy?



KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Dùng hai số hạng đầu của khai triển $(1+x)^5$ để tính gần đúng số $1{,}001^5$.

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

Câu 3. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Câu 4. Cho mặt phẳng cho đa giác đều H có 20 cạnh. Xét các tam giác có ba đỉnh được lấy từ các đỉnh của H.

a) Có tất cả bao nhiêu tam giác như vậy? Có bao nhiêu tam giác có đúng hai cạnh là cạnh của H?

b) Có bao nhiêu tam giác có đúng một cạnh là cạnh của H? Có bao nhiêu tam giác không có cạnh nào là cạnh của H?

—Hết—

29. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ, số cách chọn 3 em học sinh đi dự đại hội đoàn trong đó có nhiều nhất 1 em nữ là

A. 12 102. **B.** 8 300. **C.** 6 000. **D.** 1 200.

Câu 2. Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà cả bốn chữ số đó đều lẻ?

A. 3 024. **B.** 25. **C.** 120. **D.** 625.

Câu 4. Xếp ngẫu nhiên 5 lá phiếu có ghi số thứ tự từ 1 đến 5 cạnh nhau. Có bao nhiêu cách xếp để các phiếu ghi số chẵn luôn ở cạnh nhau?

A. 48. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

Câu 5. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345 600. **B.** 518 400. **C.** 725 760. **D.** 103 680.

Câu 6. Một nhóm học sinh có 7 em nam và 3 em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 em này trên một hàng ngang, sao cho hai vị trí đầu và cuối hàng là các em nam và không có 2 em nữ nào ngồi cạnh nhau?

A. 604 800. **B.** 344 000. **C.** 100 800. **D.** 120 120.

Câu 7. Trong một giải đua xe đạp gồm 20 vận động viên, người ta chỉ quan tâm đến 3 vận động viên: vận động viên nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

A. 3 420. **B.** 2 280. **C.** 1 140. **D.** 6 840.

Câu 8. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 8 người khách vào 8 ghế kê thành một dãy?

A. 40 320. **B.** 56. **C.** 28. **D.** 64.

Câu 9. Trong khai triển $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 10. Bạn An có 4 quyển sách Toán học, 6 quyển sách Văn học và 5 quyển sách Tiếng Anh, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

A. 120. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 11. Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, mỗi bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

A. 3014. **B.** 1380. **C.** 560. **D.** 2300.

Câu 12. Khai triển nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^7$ ta được

A. $x^7-7x^5+21x^3-35x+\frac{35}{x}-\frac{21}{x^3}+\frac{7}{x^5}-\frac{1}{x^7}$.

B. $x^7+7x^5+21x^3+35x+\frac{35}{x}+\frac{21}{x^3}+\frac{7}{x^5}-\frac{1}{x^7}$.

C. $x^7+7x^5+21x^3-35x+\frac{35}{x}+\frac{21}{x^3}+\frac{7}{x^5}\frac{1}{x^7}$.

D. $x^7-7x^5+32x^3-35x+\frac{75}{x}-\frac{35}{x^3}+\frac{7}{x^5}-\frac{1}{x^7}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ xếp vào một bàn dài.

a) Có 120 cách xếp các học sinh ngồi tùy ý.

b) Có 12 cách xếp sao cho học sinh nam và học sinh nữ ngồi xen kẽ.

c) Có 24 cách xếp sao cho học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau.

d) Có 24 cách xếp sao cho học sinh nữ luôn ngồi hai đầu bàn.

Câu 2. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu. Khi đó, xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng.

b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng.

c) Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng.

d) Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một người chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính số cách chọn sao cho trong 4 chiếc giày được chọn không có 2 chiếc nào tạo thành một đôi.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị. KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số được chọn từ 1,2, 3, 4, 5 sao cho chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần? KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó gồm 4 bông từ số bông này.

a) Có bao nhiêu cách chọn sao cho số bông mỗi màu bằng nhau?

b) Có bao nhiêu cách chọn sao cho có đủ cả hai màu?

Câu 2. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau đôi một và không lớn hơn 4568?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Ông A có 500 triệu đồng và ông B có 600 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là $6\%/$ năm và $4\%/$ năm. Với giải thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi P_n sau n tháng được tính bởi công thức $\mathrm{P}_n = \mathrm{P}_0(1+r)^n$ trong đó P_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Newtơn, ước lượng đến năm bao nhiêu thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

—Hết—

Phần IV

Xác suất

30. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Gieo một đồng xu cân đối, đồng chất 3 lần là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

A. {NN,SN,NS,SS}.

B. {NNN, SSS, NNS,SSN,NSN,SNS,NSS,SNN}.

C. {NNN, SSS, NNS,SSN,NSN,SNS}.

D. {NNN, SSS, NNS,SSN,NSS,SNN}.

Câu 2. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc hai lần. Xét biến cố A: "Lần thứ hai xuất hiện mặt ba chấm" thì biến cố A là

A. $A=\{(3;1);(3;2);(3;3);(3;4);(3;5);(3;6)\}$.

B. $A=\{(3;1);(3;2);(3;4);(3;5);(3;6)\}$.

C. $A=\{(1;3);(2;3);(3;3);(4;3);(5;3);(6;3)\}$.

D. $A=\{(3;3)\}$.

Câu 3. Xét một phép thử có không gian mẫu Ω và A là một biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào dưới đây là **sai**?

A. $\mathrm{P}(A)=0$ khi và chỉ khi A là chắc chắn.

B. $0\le \mathrm{P}(A)\le 1$.

C. $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$.

D. $\mathrm{P}(A)=\dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)}$.

Câu 4. Từ các chữ số 1; 2; 4; 6; 8; 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là?

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 5. Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 6. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó $\mathrm{P}(A)$ bằng

A. $\dfrac{100}{231}$. **B.** $\dfrac{115}{231}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{118}{231}$.

Câu 7. Biến cố chắc chắn kí hiệu là

A. A. **B.** Ω. **C.** $\varnothing$. **D.** $n(\Omega)$.

Câu 8. Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là

A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,5.

Câu 9. Rút ra một lá bài từ bộ bài Tây 52 lá. Xác suất để được lá bích là

A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 10. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A: "Trong 3 lần tung có ít nhất 2 lần xuất hiện mặt ngửa".

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 11. Trên giá sách có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lý và 3 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Xác suất để 3 quyển sách được lấy ra thuộc 3 môn khác nhau là

A. $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{3}{11}$. **C.** $\frac{1}{110}$. **D.** $\frac{109}{110}$.

Câu 12. Trong không gian cho 10 điểm, trong đó có A và B, sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Quỳnh vẽ một đoạn thẳng nối hai điểm tùy ý trong 10 điểm. Tính xác suất để đoạn thẳng mà Quỳnh vẽ là đoạn AB là

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{1}{90}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{45}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Lớp 11A có 7 học sinh nữ và 13 học sinh nam. Cô chủ nhiệm chọn ra 5 bạn để tham gia văn nghệ.

a) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được 5 học sinh nữ là $\frac{21}{15\,504}$.

b) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được đúng 3 học sinh nam là $\frac{C_{13}^3 \cdot C_7^2}{C_{20}^5}$.

c) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được ít nhất 1 học sinh nữ là $\frac{429}{5\,168}$.

d) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được số học sinh nữ nhiều hơn số học sinh nam là $\frac{1\,603}{7\,752}$.

Câu 2. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $n(\Omega) = 1000$.

b) Gọi A là biến cố: "Chọn được số tự nhiên có các chữ số đôi một khác nhau", khi đó $n(\overline{A}) = 648$.

c) Gọi B là biến cố: "Chọn được số tự nhiên chia hết cho 5", khi đó $n(B) = 180$.

d) Gọi C là biến cố: "Chọn được số tự nhiên chẵn", khi đó $n(C) = 500$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có 10 học sinh nam và 10 học sinh nữ xếp vào 1 hàng dọc. Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ nhau" là m. Khi đó $\frac{m}{(9!)^2}$ bằng KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Đề cương ôn tập môn Lịch sử có 30 câu. Đề thi được lập từ cách chọn ngẫu nhiên 10 câu trong 30 câu trong đề cương. Một học sinh chỉ học thuộc 25 câu trong đề cương. Xác suất để trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã học thuộc bằng bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Gieo đồng thời hai viên xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai viên xúc xắc bằng 9. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Trong trò chơi "Vòng quay may mắn", người chơi sẽ quay hai bánh xe. Mũi tên ở bánh xe thứ nhất có thể dừng ở một trong hai vị trí: Loại xe 50cc và loại xe 110cc. Mũi tên ở bánh xe thứ hai có thể dừng ở một trong bốn vị trí: màu đen, màu trắng, màu đỏ và màu xanh. Vị trí của mũi tên trên hai bánh xe sẽ xác định người chơi nhận được loại xe và màu xe. Tính xác suất để người chơi nhận được loại xe 110cc có màu trắng hoặc màu xanh. KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Giả sử xúc xắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất để phương trình $x^2+2bx+4=0$ có nghiệm.

Câu 2. Gọi S là tập hợp số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn 1 số từ S, tính xác suất sao cho số 5 và 1 không đứng cạnh nhau?

Câu 3. Cho đa giác đều có 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù.

—Hết—

31. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một nhóm có 6 học sinh, trong đó có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh để tham gia một cuộc khảo sát. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn đều là học sinh nam.

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Câu 2. Cho A là một biến cố bất kỳ và $\overline{A}$ là biến cố đối của biến cố A. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\mathrm{P}(A)=1+\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$. **B.** $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$.

C. $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$. **D.** $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=0$.

Câu 3. Thực hiện phép thử: Gieo một đồng xu liên tiếp ba lần. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 3. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 4. Tổ chi đoàn của lớp 12C có 15 đoàn viên trong đó có 8 đoàn viên nam và 7 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong tổ. Tính xác suất để chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{8}{65}$. **C.** $\frac{57}{65}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 5. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 6. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 nhười ta lập các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 16. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 7. Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá bích là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{12}{13}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{13}$.

Câu 8. Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 9. Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là

A. $\frac{60}{143}$. **B.** $\frac{238}{429}$. **C.** $\frac{210}{429}$. **D.** $\frac{82}{143}$.

Câu 10. Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là

A. $A = \{1\}$ và $B = \{2;3;4;5;6\}$. **B.** $C\{1;4;5\}$ và $D = \{2;3;6\}$.

C. $E = \{1;4;6\}$ và $F = \{2;3\}$. **D.** Ω và $\varnothing$.

Câu 11. Một hộp có hai bi trắng được đánh số từ 1 đến 2, 3 viên bi xanh được đánh số từ 3 đến 5 và 2 viên bị đỏ được đánh số từ 6 đến 7. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 49. **B.** 42. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 12. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ.

a) $n(\Omega) = 75\,287\,520$.

b) Gọi A là biến cố "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn". Khi đó $n(A) = 2\,118\,760$.

c) Gọi B là biến cố "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số lẻ". Khi đó $n(B) = 2\,128\,760$.

d) Gọi C là biến cố "Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3". Khi đó $n(C) = 65\,629\,872$.

Câu 2. Một bình đựng 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi.

a) Số phần tử của không gian mẫu là A_{16}^4.

b) Xác suất lấy được đúng 4 bi trắng là $\frac{1}{52}$.

c) Xác suất lấy được đủ 3 màu là $\frac{9}{20}$.

d) Xác suất lấy được đúng 2 màu $\frac{11}{20}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, $b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + 2b$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam.

Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. $T = 3a + 2b$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Có ba chiếc hộp: hộp thứ nhất chứa sáu bi xanh được đánh số từ 1 đến 6, hộp thứ hai chứa 5 bi đỏ được đánh số từ 1 đến 5, hộp thứ ba chứa 4 bi vàng được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên ba viên bi. Tính số phần tử của biến cố A: "Ba bi được chọn vừa khác màu vừa khác số". KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Chương trình "GDPT 2018" theo thông tư cũ có 3 nhóm môn học tự chọn là

- Nhóm I: Lịch sử, Địa lí, Giáo dục kinh tế và pháp luật.
- Nhóm II: Vật lí, Hoá học, Sinh học.
- Nhóm III: Công nghệ, Tin học, Âm nhạc, Mĩ thuật.

Học sinh chọn 5 môn học từ 3 nhóm môn học trên. Số kết quả thuận lợi của biến cố F "Chọn 5 môn học từ 3 nhóm môn học trên, mỗi nhóm có ít nhất 1 môn" là bao nhiêu?

Câu 2. Trong một cuộc tổng điều tra dân số, điều tra viên chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con và quan tâm đến giới tính của ba người con này. Giả thiết rằng khả năng sinh con trai và khả năng sinh con gái là như nhau. Tính xác suất để gia đình đó có hai con gái biết rằng gia đình đó có con gái đầu lòng.

Câu 3. Từ một bộ đề thi học sinh giỏi môn Toán lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 20 câu hỏi mức độ nhận biết, 15 câu hỏi mức độ thông hiểu, 10 câu hỏi mức độ vận dụng thấp và 5 câu hỏi mức độ vận dụng cao. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tính xác suất để đề thi lấy ra có đủ các câu hỏi thuộc 4 mức độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng thấp, vận dụng cao, đồng thời số câu mức độ vận dụng cao không quá 1 (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).

—Hết—

32. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Từ một hộp đựng 4 cái bút bi và 5 cái bút chì, lấy ngẫu nhiên hai cái bút. Xác suất để lấy được cả hai cái bút bi là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 2. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Hãy mô tả biến cố A: "Lần đầu tiên xuất hiện mặt năm chấm".

A. $A=\{5\}$.

B. $A=\{5;5\}$.

C. $A=\{(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;6)\}$.

D. $A=\{(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;5);(5;6)\}$.

Câu 3. Gieo một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là?

A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 4. Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân. Lấy ngẫu nhiên 2 quân bài. Xác suất lấy được 2 quân át bằng

A. $\frac{1}{121}$. **B.** $\frac{2}{663}$. **C.** $\frac{1}{1326}$. **D.** $\frac{1}{26}$.

Câu 5. Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 6. Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 6 mặt hai lần. Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau". Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $n(A)=6$. **B.** $n(A)=12$. **C.** $n(A)=16$. **D.** $n(A)=36$.

Câu 7. Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu (MDHL) là cách sắp xếp theo thứ tự Mạnh, Dũng, Hoa, Lan. Tính số phần tử của không gian mẫu.

A. 6. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 24.

Câu 8. Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Văn Toàn và Tiến Linh lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập. Tính xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công.

A. 0,44. **B.** 0,94. **C.** 0,38. **D.** 0,56.

Câu 9. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số chẵn.

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 10. Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất 2 lần. Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện trong 2 lần khác nhau". Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là

A. $\{(1,1)\}$.

B. $\{(1,1);(2,2)\}$.

C. $\{(1,1);(1,2);(1,3)\}$.

D. $\{(1,1);(2,2);(3,3);(4,4);(5,5);(6,6)\}$.

Câu 11. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là

A. $\frac{12}{216}$. **B.** $\frac{1}{216}$. **C.** $\frac{6}{216}$. **D.** $\frac{3}{216}$.

Câu 12. Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là

A. $\frac{60}{143}$. **B.** $\frac{238}{429}$. **C.** $\frac{210}{429}$. **D.** $\frac{82}{143}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Lớp 10A có 40 học sinh gồm 25 nữ và 15 nam. Cần chọn ra 4 học sinh của lớp đi lao động. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó có 3 nam và 1 nữ là $\frac{175}{1406}$.

b) Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó có cả nam và nữ là $\frac{3150}{9139}$.

c) Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó có 1 nam và 3 nữ là $\frac{1753}{1406}$.

d) Xác suất để chọn được 4 học sinh nam là $\frac{1265}{9139}$.

Câu 2. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách.

a) $n(\Omega)=84$.

b) Số phần tử của biến cố A "Thuộc 3 môn khác nhau" bằng 20.

c) Số phần tử của biến cố B "Đều là môn toán" bằng 4.

d) Số phần tử của biến cố C "Có ít nhất một quyển sách toán" bằng 70.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một nhóm có 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi trực nhật. Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có ít nhất 1 bạn nữ".

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Thùng I chứa các quả bóng được đánh số 1, 2, 3, 4. Thùng II chứa các quả bóng được đánh số 1, 2, 3, 4. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng ở mỗi thùng. Tính xác suất để quả bóng lấy ra ở thùng I được đánh số lớn hơn quả bóng lấy ra ở thùng II. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong một đa giác đều có 21 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn lập thành một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Có 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ, trong các học sinh nữ có Vy và Quyên, Lan. Xếp những học sinh này thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T = b - 2025a$.

KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một nhóm học sinh gồm 6 nam, 4 nữ. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh này thành một hàng ngang. Tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố A "2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau".

Câu 2. Có 7 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Tính xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A.

Câu 3. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S. Tính xác suất để số được chọn có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ.

—Hết—

33. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, với không gian mẫu $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$, gọi E là biến cố "mặt có số chấm chẵn xuất hiện". Kết quả nào sau đây là xác suất của E?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 2. Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

A. $\frac{56}{143}$. **B.** $\frac{140}{429}$. **C.** $\frac{1}{143}$. **D.** $\frac{28}{715}$.

Câu 3. Gieo một con súc sắc liên tiếp hai lần. Gọi A là biến cố "kết quả hai lần gieo như nhau". Tính số phần tử của biến cố A.

A. $n(A) = 6$. **B.** $n(A) = 12$. **C.** $n(A) = 1$. **D.** $n(A) = 8$.

Câu 4. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 người ta lập các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 16. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 5. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{13}{18}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 6. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 7. Một nhóm học sinh gồm 6 nam, 4 nữ. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh này thành một hàng ngang. Tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố A "2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau".

A. $6! \cdot 4!$. **B.** $10!$. **C.** $6! \cdot A_7^4$. **D.** $6! \cdot C_7^4$.

Câu 8. Cho 15 số tự nhiên từ 1 đến 15, chọn ngẫu nhiên 3 số tự nhiên trong 15 số tự nhiên đó. Gọi A là biến cố "tổng của 3 số được chọn chia hết cho 3". Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là

A. 155. **B.** 455. **C.** 45. **D.** 15^3.

Câu 9. Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là

A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,5.

Câu 10. Rút ra một lá bài từ bộ bài Tây 52 lá. Xác suất để được lá bích là

A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 11. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A: "Trong 3 lần tung có ít nhất 2 lần xuất hiện mặt ngửa".

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 12. Một hộp chứa 6 quả bóng màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6; 5 quả bóng màu vàng được đánh số từ 1 đến 5 và 4 quả bóng màu xanh được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng trong hộp. Tính xác suất để 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau.

A. $\frac{74}{455}$. **B.** $\frac{6}{65}$. **C.** $\frac{10}{91}$. **D.** $\frac{48}{91}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong một hộp có 40 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên đồng thời 3 chiếc thẻ từ hộp. Khi đó

a) Số phần tử của không gian mẫu của phép thử trên là $n(\Omega) = 9880$.

b) Xác suất để rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số lẻ bằng $\frac{3}{26}$.

c) Xác suất để rút được 3 chiếc thẻ trong đó có ít nhất một thẻ ghi số chẵn bằng $\frac{5}{13}$.

d) Xác suất để tổng ba số trên ba thẻ rút được là số chia hết cho 3 bằng $\frac{127}{380}$.

Câu 2. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách.

a) $n(\Omega) = 84$.

b) Số phần tử của biến cố A "Thuộc 3 môn khác nhau" bằng 20.

c) Số phần tử của biến cố B "Đều là môn toán" bằng 4.

d) Số phần tử của biến cố C "Có ít nhất một quyển sách toán" bằng 70.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một nhóm có 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi trực nhật. Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có ít nhất 1 bạn nữ".

KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Một hộp đựng 10 viên bi xanh, 20 viên bi đỏ, 15 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 viên bi. Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "3 viên bi được chọn có màu khác nhau".

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, $b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + 2b$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, $b \in \mathbb{Z}$. $T = 3a + 2b$. KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong một hộp có 4 quả cầu màu xanh, 3 của cầu màu đỏ và 5 quả cầu vàng, các quả cầu đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên ra 3 quả cầu.

a) Hãy xác định số phần tử của không gian mẫu.

b) Hãy xác định số phần tử của biến cố "Ba quả cầu được lấy ra có đủ cả ba màu".

c) Hãy xác định số phần tử của biến cố "Có đúng một quả cầu màu đỏ được lấy ra".

Câu 2. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để chọn được số không vượt quá 2020.

Câu 3. Một nhóm gồm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ xếp thành một hàng ngang để tham gia một trò chơi. Tính xác suất để khi xếp 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau.

—Hết—

34. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một hộp có 5 viên bi đỏ và 9 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu là

A. $\frac{45}{91}$. **B.** $\frac{46}{91}$. **C.** $\frac{15}{22}$. **D.** $\frac{14}{45}$.

Câu 2. Có 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ, trong các học sinh nữ có Vy và Quyên, Lan. Xếp những học sinh này thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{5\,405\,400}$. **B.** $\frac{1}{2\,145}$. **C.** $\frac{1}{257\,400}$. **D.** $\frac{1}{2\,154}$.

Câu 3. Một hộp chứa 6 quả bóng màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6; 5 quả bóng màu vàng được đánh số từ 1 đến 5 và 4 quả bóng màu xanh được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng trong hộp. Tính xác suất để 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau.

A. $\frac{74}{455}$. **B.** $\frac{6}{65}$. **C.** $\frac{10}{91}$. **D.** $\frac{48}{91}$.

Câu 4. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

A. $\frac{1}{385}$. **B.** $\frac{1}{261}$. **C.** $\frac{3}{899}$. **D.** $\frac{1}{341}$.

Câu 5. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số chẵn.

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 6. Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là

A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,5.

Câu 7. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 8. Trong không gian cho 10 điểm, trong đó có A và B, sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Quỳnh vẽ một đoạn thẳng nối hai điểm tùy ý trong 10 điểm. Tính xác suất để đoạn thẳng mà Quỳnh vẽ là đoạn AB là

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{1}{90}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{45}$.

Câu 9. Một hộp có hai bi trắng được đánh số từ 1 đến 2, 3 viên bi xanh được đánh số từ 3 đến 5 và 2 viên bị đỏ được đánh số từ 6 đến 7. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 49. **B.** 42. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 10. Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 chỉ có 2 ước số là 1 và chính nó. Gọi A là biến cố "Chọn được 1 số nguyên tố có 2 chữ số và nhỏ hơn 100". Số kết quả thuận lợi của biến cố A là

A. 20. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 21.

Câu 11. Một em bé có bộ 6 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 3 thẻ chữ **T**, một thẻ chữ **N**, một thẻ chữ **H** và một thẻ chữ **P**. Em bé đó xếp ngẫu nhiên 6 thẻ đó thành một hàng ngang. Tính xác suất em bé xếp được thành dãy **TNTHPT**.

A. $\frac{1}{120}$. **B.** $\frac{1}{720}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Câu 12. Không gian mẫu của phép thử gieo một đồng xu cân đối đồng chất 2 lần liên tiếp

A. $\{SS;NN\}$. **B.** $\{SN;SS;NN\}$.

C. $\{SS;SN;NS;NN\}$. **D.** $\{SN;NS\}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 3 kĩ sư chế biến thực phẩm, 3 kĩ thuật viên và 12 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid 19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho mỗi ca có 6 người.

a) Số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất là $C_{18}^{6} \cdot C_{12}^{6}$.

b) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho ca đầu tiên gồm toàn công nhân là $C_{12}^{6} \cdot C_{12}^{6}$.

c) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho mỗi ca có đúng 1 kĩ sư và đúng 1 kĩ thuật viên là $C_{6}^{1} \cdot C_{6}^{1} \cdot C_{12}^{4}$.

d) Xác suất sao cho mỗi ca có đúng 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư chế biến thực phẩm là $\frac{225}{3094}$.

Câu 2. Một nhóm có 7 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 5 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Số phần tử của không gian mẫu bằng 1 287.

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có đúng 3 bạn nam" bằng 525.

c) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có ít nhất 3 bạn nam" bằng 231.

d) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có nhiêuu nhất 3 bạn nam" bằng 1056.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Gieo đồng thời hai viên xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai viên xúc xắc bằng 12. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Xếp ngẫu nhiên 4 bạn nam và 4 bạn nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất của biến cố "Xếp được các bạn nam và bạn nữ đứng xen kẽ nhau". (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Có 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Rút ngẫu nhiên cùng một lúc 3 tấm thẻ. Tính xác suất sao cho tích của ba số trên 3 tấm thẻ là một số chẵn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Lớp 11A6 có 45 học sinh gồm 20 nam và 25 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn đi học đối tượng Đoàn, Tính xác suất để 8 bạn được chọn có cả nam và nữ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai). KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một bó hoa có 7 bông hồng nhung, 6 bông hồng bạch và 5 bông hồng vàng. Rút ngẫu nhiên 7 bông từ bó hoa. Tính xác suất để rút được 3 bông hồng nhung, 2 bông hồng bạch và 2 bông hồng vàng (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 2. Một lớp có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của đoàn trường. Xác suất chọn được hai nam và một nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

Câu 3. Một nhóm gồm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ xếp thành một hàng ngang để tham gia một trò chơi. Tính xác suất để khi xếp 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau.

—Hết—

35. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 chỉ có 2 ước số là 1 và chính nó. Gọi A là biến cố "Chọn được 1 số nguyên tố có 2 chữ số và nhỏ hơn 100". Số kết quả thuận lợi của biến cố A là

A. 20. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 21.

Câu 2. Gieo 1 đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt S là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 3. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

A. $\frac{1}{385}$. **B.** $\frac{1}{261}$. **C.** $\frac{3}{899}$. **D.** $\frac{1}{341}$.

Câu 4. Một đa giác đều 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $\mathrm{P}=\frac{144}{136}$. **B.** $\mathrm{P}=\frac{7}{816}$. **C.** $\mathrm{P}=\frac{23}{136}$. **D.** $\mathrm{P}=\frac{21}{136}$.

Câu 5. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Số kết quả thuận lợi để 3 quả cầu chọn ra không cùng màu là

A. 153. **B.** 165. **C.** 135. **D.** 156.

Câu 6. Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại là

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{1}{110}$. **C.** $\frac{3}{55}$. **D.** $\frac{1}{22}$.

Câu 7. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 8. Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

A. $\frac{6}{30}$. **B.** $\frac{12}{30}$. **C.** $\frac{10}{30}$. **D.** $\frac{9}{30}$.

Câu 9. Xếp ngẫu nhiên 2 bạn nam và 2 bạn nữ ngồi vào 4 ghế kê theo hàng ngang. Tính xác suất sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 10. Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả màu xanh.

A. $\frac{1}{11}$. **B.** $\frac{9}{55}$. **C.** $\frac{2}{11}$. **D.** $\frac{4}{11}$.

Câu 11. Giả sử tỉ lệ giới tính khi sinh ở Việt Nam là 105 bé trai trên 100 bé gái. Khi đó xác suất hai đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính xấp xỉ bằng

A. 0,5122. **B.** 0,4878. **C.** 0,5003. **D.** 0,4997.

Câu 12. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một bình đựng 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi.

a) Số phần tử của không gian mẫu là A_{16}^4.

b) Xác suất lấy được đúng 4 bi trắng là $\frac{1}{52}$.

c) Xác suất lấy được đủ 3 màu là $\frac{9}{20}$.

d) Xác suất lấy được đúng 2 màu $\frac{11}{20}$.

Câu 2. Một hộp chứa 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên hai tấm thể thẻ từ hộp đó.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 90.

b) Xác suất để rút được hai tấm thẻ được đánh số cùng chia hết cho 2 là $\frac{2}{9}$.

c) Xác suất để rút được hai tấm thẻ được đánh số đều là số nguyên tố là $\frac{1}{15}$.

d) Xác suất để rút được hai tấm thẻ có tổng là một lẻ là $\frac{5}{9}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số được lập thành từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3 (*kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy*). KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Số phần tử của A: "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn là số chẵn" có dạng $C_m^5\,(m\in\mathbb{N};m\geq 5)$. Xác định giá trị của m. KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn nam Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu MDHL là cách sắp xếp theo thứ tự: Mạnh, Dũng, Hoa, Lan. Tính số phần tử của không gian mẫu.

KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt"(*Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy*).
KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong trò chơi cờ tỉ phú người chơi phải gieo đồng thời hai quân súc sắc rồi sau đó cộng điểm trên các mặt của 2 quân súc sắc để tính ra số ô được di chuyển. Hiện tại ngay trước vị trí An đang đứng là 8 ô tương ứng với 8 mảnh đất của người chơi khác với giá thuê rất đắt đỏ và di chuyển thêm 10 ô nữa thì sẽ rơi trúng ô vào tù (tính từ ô mà An đang đứng). Tính xác suất để An không phải mất tiền thuê đất và vào tù trong trò chơi này.

Câu 2. Trong một cuộc tổng điều tra dân số, điều tra viên chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con và quan tâm đến giới tính của ba người con này. Giả thiết rằng khả năng sinh con trai và khả năng sinh con gái là như nhau. Tính xác suất để gia đình đó có hai con gái biết rằng gia đình đó có con gái đầu lòng.

Câu 3. Ban chấp hành Đoàn thanh niên của nhà trường cần lập 4 đội cờ đỏ để chấm thi đua, mỗi đội 3 người từ 12 học sinh gồm 5 học sinh lớp 12, 4 học sinh lớp 11, 3 học sinh lớp 10. Tính xác suất để đội nào cũng có học sinh lớp 12 và học sinh lớp 11.

—Hết—

36. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong câu lạc bộ thể thao học sinh của trường THPT A gồm khối 10 có 4 nam và 3 nữ, khối 11 có 4 nam và 5 nữ, khối 12 có 4 nam. Huấn luyện viên chọn ngẫu nhiên một học sinh đại diện dự khai mạc hội thao. Tính xác suất để chọn được học sinh là nữ.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 2. Giả sử tỉ lệ giới tính khi sinh ở Việt Nam là 105 bé trai trên 100 bé gái. Khi đó xác suất hai đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính xấp xỉ bằng

A. 0,5122. **B.** 0,4878. **C.** 0,5003. **D.** 0,4997.

Câu 3. Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.

A. 0,3. **B.** 0,5. **C.** 0,2. **D.** 0,15.

Câu 4. Gieo 1 đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt S là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 5. Trên giá sách có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lý và 3 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Xác suất để 3 quyển sách được lấy ra thuộc 3 môn khác nhau là

A. $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{3}{11}$. **C.** $\frac{1}{110}$. **D.** $\frac{109}{110}$.

Câu 6. Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

A. $\frac{6}{30}$. **B.** $\frac{12}{30}$. **C.** $\frac{10}{30}$. **D.** $\frac{9}{30}$.

Câu 7. Không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 5 là

A. $\{1;2;3;4;5\}$. **B.** $\{0;1;2;3;4;5\}$. **C.** $\{0;1;2;3;4\}$. **D.** $\{1;2;3;4\}$.

Câu 8. Chương trình GDPT 2018 theo thông tư cũ có 3 nhóm môn học tự chọn là

Nhóm I: Lịch sử, Địa lí, Giáo dục kinh tế và pháp luật.

Nhóm II: Vật lí, Hoá học, Sinh học.

Nhóm III: Công nghệ, Tin học, Âm nhạc, Mĩ thuật.

Học sinh chọn 5 môn học từ 3 nhóm môn học trên. Số kết quả thuận lợi của biến cố F: "Chọn 5 môn học từ 3 nhóm môn học trên, mỗi nhóm có ít nhất 1 môn" là

A. 126. **B.** 192. **C.** 204. **D.** 168.

Câu 9. Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω. Gọi A là một biến cố liên quan đến phép thử T. Giả sử $n(A)=4$; $n(\Omega)=13$ thì xác suất của biến cố A bằng

A. $\frac{13}{4}$. **B.** $\frac{4}{13}$. **C.** 52. **D.** 9.

Câu 10. Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

A. $\{NN, NS, SN, SS\}$.

B. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.

C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.

D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

Câu 11. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất của biến cố "lấy được 3 quả màu xanh" là bao nhiêu?

A. $\frac{C_6^3}{C_{10}^3}$. **B.** $\frac{C_4^3}{C_{10}^3}$. **C.** $\frac{C_{10}^3}{C_{10}^4}$. **D.** $\frac{C_4^3}{C_6^3}$.

Câu 12. Gieo hai đồng tiền một lần. Kí hiệu S, N lần lượt để chỉ đồng tiền xuất hiện mặt sấp, đồng tiền xuất hiện mặt ngửa. Mô tả không gian mẫu nào dưới đây là đúng?

A. $\Omega=\{S;N\}$. **B.** $\Omega=\{NN;SS\}$.

C. $\Omega=\{SN;NS\}$. **D.** $\Omega=\{SN;NS;SS;NN\}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Ban chấp hành đoàn trường gồm 17 thành viên trong đó có 8 đoàn viên nam và 9 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 thành viên tham gia trực tuần.

a) Số cách chọn 2 thành viên là 72.

b) Số cách chọn hai thành viên để một người theo dõi sĩ số, một người phát bản tin hàng ngày là A_{17}^2.

c) Biến cố "Hai người được chọn đều là đoàn viên nam"có số các kết quả thuận lợi là 56.

d) Xác suất của biến cố A: "Có ít nhất một thành viên được chọn là đoàn viên nam"bằng $\frac{25}{34}$.

Câu 2. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 bạn nữ được xếp thành một hàng dọc. Khi đó

a) Số phần tử của không gian mẫu là $10!$.

b) Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau bằng: $\frac{1}{42}$.

c) Xác suất để học sinh nam và học sinh nữ đứng cạnh nhau bằng $\frac{1}{126}$.

d) Xác suất để để 2 người đứng đầu hàng và cuối hàng là nữ bằng $\frac{1}{9}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm, mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 trở lên là $\frac{a}{4^{10}}$. Giá trị của a bằng bao nhiêu? KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Lớp A có 5 học sinh xuất sắc, lớp B có 10 học sinh xuất sắc. Chọn ngẫu nhiên 2 trong các học sinh đó đi dự lễ tuyên dương học sinh tiêu biểu. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn từ cùng một lớp (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên ba viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai). KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Tại buổi biểu diễn văn nghệ "CHILL COVER " của trường THPT Lê Lợi tổ chức có sự tham gia của 5 tiết mục văn nghệ của khối 12, 4 tiết mục văn nghệ của khối 11 và 4 tiết mục văn nghệ của khối 10. Tính xác suất để ban tổ chức bố trí các tiết mục biểu diễn sao cho không có hai tiết mục văn nghệ nào của khối 12 biểu diễn liên tiếp nhau. (làm tròn đến hàng phần chục) KQ: ☐☐☐☐

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một bài kiểm tra trắc nghiệm với 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 đáp án và trong đó chỉ có duy nhất một đáp án là đúng. Xét phép thử T: Bạn Minh làm bài kiểm tra bằng cách chọn ngẫu nhiên các đáp án cho các câu hỏi. Biết mỗi câu trả lời đúng bạn được 1 điểm và sai thì không mất điểm. Gọi A là biến cố: "Bạn Minh được ít nhất 5 điểm". Tính xác suất của biến cố A (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

—Hết—

37. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Bạn A có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị socola. A lấy ngẫu nhiên 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng cho em gái. Tính xác suất để 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị socola.

A. $P=\dfrac{140}{143}$. **B.** $P=\dfrac{79}{156}$. **C.** $P=\dfrac{103}{117}$. **D.** $P=\dfrac{14}{117}$.

Câu 2. Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố "Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện nhỏ hơn 5".

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{18}$. **D.** $\dfrac{5}{36}$.

Câu 4. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Tính xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ.

A. $\dfrac{100}{231}$. **B.** $\dfrac{115}{231}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{118}{231}$.

Câu 5. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\dfrac{13}{18}$. **B.** $\dfrac{5}{18}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 6. Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất 5 lần. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 10. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 64.

Câu 7. Từ các chữ số 1; 2; 4; 6; 8; 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là?

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 8. Một nhóm gồm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ xếp thành một hàng ngang để tham gia một trò chơi. Tính xác suất để khi xếp 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{4}{33}$. **B.** $\dfrac{3}{7}$. **C.** $\dfrac{8}{11}$. **D.** $\dfrac{7}{33}$.

Câu 9. Gieo một con xúc xắc 3 lần liên tiếp. Tính xác suất sao cho mặt năm chấm xuất hiện ở lần thứ hai.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{120}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 10. Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng, 7 quả cầu đỏ, 4 quả cầu vàng, các quả cầu có kích thước và khối lượng giống nhau. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu". Biến cố đối của biến cố A: "3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả màu vàng" là

A. $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra không có màu vàng".

B. $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra cùng màu trắng".

C. $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra cùng màu đỏ".

D. $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra có 3 màu khác nhau".

Câu 11. Quỳnh có một hộp hình lập phương mà sáu mặt được tô bởi ba màu đỏ, vàng, xanh sao cho chỉ có các mặt đối nhau thì tô cùng màu. Hỏi tung ngẫu nhiên hộp đó thì xác suất để được mặt xanh ngửa là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 12. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc xắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố "Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 2".

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Xét phép thử: Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh A, B, C, D, E, F, G vào một chiếc bàn dài có đúng 7 ghế.

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 7!$.

b) Xác suất để D không ngồi đầu bàn là $\frac{6}{7}$.

c) Xác suất để A và B không ngồi cạnh nhau là $\frac{5}{7}$.

d) Xác suất để A và B ngồi cạnh nhau, đồng thời C, D không ngồi cạnh nhau và không ngồi cạnh A, B là $\frac{4}{21}$.

Câu 2. Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Khi đó

a) Không gian mẫu 3003.

b) Xác suất để có đúng 01 bạn nữ bằng $\frac{70}{429}$.

c) Xác suất để có 3 nam và 2 nữ bằng $\frac{56}{143}$.

d) Xác suất để có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ bằng $\frac{23}{429}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Rút ngẫu nhiên cùng một lúc 3 tấm thẻ. Tính xác suất sao cho tích của ba số trên 3 tấm thẻ là một số chẵn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập nhau, chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: ☐☐☐☐

Câu 3. Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 cái phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc thăm ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên phiếu bốc được là số chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là người đầu tiên bốc thăm, xác suất để Hoa trúng thưởng là $\frac{a}{b}$ $\left(\frac{a}{b}\right.$ là phân số tối giản$\left.\right)$. Tính $S=b-a$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Giả sử một hộp chứa 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng (các quả bóng cùng màu thì giống nhau). Lấy ngẫu nhiên từng quả bóng ra khỏi hộp cho đến khi hết bóng. Tính xác suất để lấy được tất cả 4 quả bóng đỏ trước khi lấy được 3 quả bóng trắng là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: ☐☐☐☐

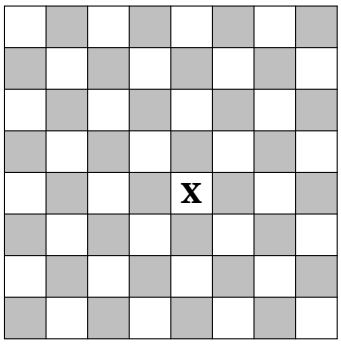
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong đợt ủng hộ sách giáo khoa cho những học sinh bị ảnh hưởng do trận lũ lụt vừa qua, lớp 12A nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách toán học, 7 cuốn sách Vật lí, 8 cuốn sách Hóa học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh, mỗi học sinh chỉ được nhận đúng 2 cuốn sách khác môn học. Trong số 10 học sinh nhận sách đợt này có bạn Hưng và bạn Thành. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà bạn Hưng nhận đươc giống 2 cuốn sách của bạn Thành (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Một hộp chứa 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4, 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6, 8 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Gọi p là xác suất để 3 viên bi lấy ra vừa khác màu, vừa khác số. Tính $8160p$.

Câu 3.

Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua (Vị trí X như hình bên). Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng. Bạn Hải di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Câu 4. Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Tính xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 5. Trong dịp tết Nam và Minh chơi trò ba cây bằng bộ bài lơ khơ gồm 36 lá (mỗi người nhận được 3 lá bài trong đó không có các quân 10, J, Q, K sau đó cộng điểm trên 3 quân bài lại người nào lớn điểm hơn sẽ thắng, trong trường hợp 2 người bằng điểm thì sẽ xét chất trên các lá bài theo thứ tự từ lớn đến bé Rô, cơ, bích, tép). Người nào thắng sẽ được 3 chiếc kẹo của người còn lại. Hiện tại trong ván bài đầu tiên Nam được 10 điểm với các quân sau 2 tép, 7 rô, Át cơ. Tính xác suất Minh có thể thắng trong ván bài trên, chú ý Át rô là quân bài có hiệu lực mạnh nhất bộ bài (các quân Át còn lại đều tính như là số một).

—Hết—

Phần V

Bảng đáp án

ĐÁP ÁN CHƯƠNG HÀM SỐ ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. D	3. D	4. B	5. D	6. D	7. C	8. A	9. C
10. A	11. C	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ	Câu 2. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
2 2	5	− 1	1 , 5

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C	2. D	3. C	4. A	5. C	6. B	7. D	8. B	9. D
10. A	11. C	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) Đ	Câu 2. (a) Đ (b) S (c) S (d) Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
5	1	1	5 1 2

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. D	3. C	4. D	5. C	6. C	7. D	8. C	9. D
10. B	11. B	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a S	b Đ	c Đ	d S	Câu 2.	a S	b S	c Đ	d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
399	8	3	5,14

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. C	3. A	4. D	5. B	6. D	7. A	8. C	9. B
10. A	11. A	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a Đ	b S	c Đ	d S	Câu 2.	a S	b S	c Đ	d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
1	3	2,18	18

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. A	3. B	4. A	5. C	6. A	7. B	8. C	9. D
10. B	11. B	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a S	b Đ	c Đ	d S	Câu 2.	a Đ	b S	c Đ	d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
11,8	70	10	2012

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 6

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. C	3. D	4. D	5. D	6. A	7. B	8. C	9. A
10. D	11. C	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	Đ	b	S	c	Đ	d	S	Câu 2.	a	Đ	b	S	c	S	d	Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.			
6				2	0	2	3	2	2			3			

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 7

ĐÁP ÁN PHẦN I

1.	D	2.	A	3.	C	4.	A	5.	B	6.	D	7.	D	8.	C	9.	A
10.	D	11.	A	12.	A												

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	Đ	b	S	c	Đ	d	Đ	Câu 2.	a	S	b	S	c	Đ	d	Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.			
8				4	9	7		−	2			1			

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 8

ĐÁP ÁN PHẦN I

1.	A	2.	D	3.	D	4.	D	5.	D	6.	B	7.	D	8.	B	9.	C
10.	D	11.	A	12.	B												

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	S	b	Đ	c	Đ	d	S	Câu 2.	a	S	b	Đ	c	S	d	Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.			
9	1			−	6			2	0	2	5	1			

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 9

ĐÁP ÁN PHẦN I

1.	D	2.	B	3.	B	4.	C	5.	C	6.	A	7.	D	8.	D	9.	D
10.	A	11.	D	12.	C												

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a Đ b S c S d Đ
Câu 2.	a Đ b Đ c S d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
5 , 5	1 1 1	4	0

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 10

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C	2. B	3. D	4. D	5. B	6. D	7. D	8. D	9. B
10. B	11. A	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a S b S c Đ d Đ
Câu 2.	a S b Đ c Đ d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
8	9 8 0	4 8	6

ĐÁP ÁN PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. B	3. A	4. D	5. A	6. A	7. D	8. C	9. B
10. D	11. A	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) S (b) Đ (c) S (d) Đ	Câu 2. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.
4 5 0	1 2 , 8	8 9 , 7

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C	2. B	3. B	4. A	5. C	6. B	7. B	8. D	9. D
10. A	11. A	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) S (b) S (c) Đ (d) Đ	Câu 2. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
− 6	0	5 , 1 7	2 , 9

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C	2. A	3. D	4. D	5. A	6. D	7. D	8. D	9. A
10. D	11. D	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a Đ b S c Đ d S	Câu 2.	a Đ b S c Đ d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
5	– 4	1	6 , 7 5

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. A	3. A	4. D	5. B	6. B	7. C	8. B	9. A
10. D	11. A	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a S b S c S d Đ	Câu 2.	a Đ b S c Đ d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
5	5 , 2	– 3	5 7

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. C	3. A	4. C	5. A	6. C	7. B	8. D	9. D
10. A	11. B	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a Đ b S c S d S	Câu 2.	a Đ b Đ c S d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
9 6	7 0 0 0	1 6	6

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 6

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C	2. C	3. B	4. B	5. A	6. A	7. A	8. D	9. C
10. D	11. D	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	S	b	S	c	S	d	Đ
Câu 2.	a	Đ	b	Đ	c	Đ	d	S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
− 4	2 3	1 2 5	4 8

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 7

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. D	3. A	4. D	5. B	6. A	7. C	8. A	9. B
10. B	11. A	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	S	b	S	c	Đ	d	Đ
Câu 2.	a	S	b	Đ	c	S	d	S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
0 , 2 5	1 0 , 6	5	1 0 , 1

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 8

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. D	3. B	4. B	5. A	7. C	8. D	9. A	10. C
11. D	12. A							

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	S	b	S	c	S	d	Đ
Câu 2.	a	Đ	b	S	c	Đ	d	Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
4 0	1	1 1 5	1 , 3 4

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 9

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. A	3. C	4. D	5. D	6. A	7. C	8. A	9. C
10. D	11. B	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	S	b	Đ	c	S	d	Đ	Câu 2.	a	S	b	Đ	c	S	d	Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.			
2	,	1	8	1	8	6		1	6			9			

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 10

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. B	3. A	4. A	5. D	6. D	7. B	8. D	9. B
10. B	11. C	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	Đ	b	Đ	c	S	d	Đ	Câu 2.	a	Đ	b	Đ	c	S	d	S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.			
1				3	0	4		1	1	,	2	−	1		

BẢNG ĐÁP ÁN CHƯƠNG ĐẠI SỐ TỔ HỢP

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C	2. A	3. C	4. D	5. C	6. A	7. B	8. A	9. D
10. C	11. C	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a Đ b Đ c S d S
Câu 2.	a Đ b Đ c Đ d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
6 4	1 8 0	5 9 5 0	1 2 6

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. B	3. B	4. A	5. A	6. D	7. A	8. B	9. C
10. B	11. C	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a Đ b S c Đ d Đ
Câu 2.	a S b S c Đ d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
1 4 5	1 7 2 8	1 0	1 5

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C	2. D	3. D	4. D	5. A	6. D	7. B	8. C	9. C
10. A	11. C	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a S	b Đ	c Đ	d S	Câu 2.	a S	b Đ	c Đ	d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
2 4	6 3 0		4 0 0 4

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. D	3. B	4. A	5. B	6. B	7. D	8. A	9. C
10. B	11. D	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a S	b S	c S	d Đ	Câu 2.	a Đ	b Đ	c Đ	d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
1 9 0	3 8 4	1 8 0	1 0 2 4

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. A	3. A	4. A	5. D	6. B	7. D	8. C	9. A
10. A	11. B	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a S	b S	c Đ	d Đ	Câu 2.	a S	b S	c S	d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
7 2	9 8	4 0 0 4	3 2

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 6

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. D	3. C	4. B	5. A	6. A	7. C	8. C	9. A
10. A	11. C	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) Đ (b) Đ (c) Đ (d) S	Câu 2. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
1 2	7 2	7 4 4 0	4

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 7

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. B	3. B	4. C	5. C	6. A	7. A	8. C	9. A
10. D	11. B	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) S	Câu 2. (a) Đ (b) Đ (c) S (d) S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
1 0	4 3 2	3 7	1 9 2

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 8

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. D	3. D	4. B	5. D	6. C	7. B	8. B	9. C
10. B	11. C	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) S	Câu 2. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
0	100	145	9

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 9

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. D	3. D	4. A	5. D	6. A	7. D	8. A	9. C
10. D	11. C	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a) Đ b) Đ c) S d) S
Câu 2.	a) S b) S c) Đ d) Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
80	72	15	1260

BẢNG ĐÁP ÁN CHƯƠNG XÁC SUẤT

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. C	3. A	4. D	5. A	6. D	7. B	8. D	9. B
10. B	11. B	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ	Câu 2. a S b Đ c Đ d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
2 0 0	0 , 4 5	0 , 1 1	0 , 2 5

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. C	3. B	4. C	5. D	6. B	7. A	8. C	9. B
10. C	11. B	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ	Câu 2. a S b Đ c Đ d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
2 4 0	7 4 3	0 , 1 3	6 4	

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. D	3. D	4. A	5. A	6. A	7. D	8. B	9. D
10. D	11. C	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	Đ	b	Đ	c	S	d	S	Câu 2.	a	Đ	b	S	c	Đ	d	S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.			
1	1	6		0	,	3	8	0	,	1	4	1	2	0	

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. A	3. A	4. B	5. A	6. A	7. C	8. A	9. D
10. B	11. B	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	Đ	b	Đ	c	S	d	Đ	Câu 2.	a	Đ	b	S	c	Đ	d	S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.			
1	1	6		3	0	0	0	2	4	0		7	4	3	

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. B	3. A	4. C	5. D	6. D	7. A	8. D	9. B
10. D	11. A	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	a	Đ	b	Đ	c	S	d	Đ	Câu 2.	a	Đ	b	Đ	c	S	d	Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.			
0	,	0	3	0	,	0	3	0	,	8	9	0	,	9	9

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 6

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. B	3. C	4. C	5. C	6. A	7. A	8. D	9. C
10. C	11. C	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) S (b) Đ (c) Đ (d) S	Câu 2. (a) S (b) Đ (c) S (d) Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
0 , 3 3	5 0	2 4	0 , 4

—Hết—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 7

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. C	3. D	4. B	5. B	6. D	7. C	8. C	9. B
10. C	11. A	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) S (b) Đ (c) S (d) Đ	Câu 2. (a) Đ (b) Đ (c) Đ (d) Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
4 3 6	0 , 5 2	0 , 9 2	0 , 1

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 8

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. C	3. A	4. D	5. A	6. B	7. D	8. D	9. A
10. A	11. A	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. (a) Đ (b) S (c) Đ (d) S	Câu 2. (a) Đ (b) Đ (c) Đ (d) S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
0 , 8 9	0 , 6 2	6 6 3	0 , 1 2

Phần VI

Đáp án chi tiết các chương

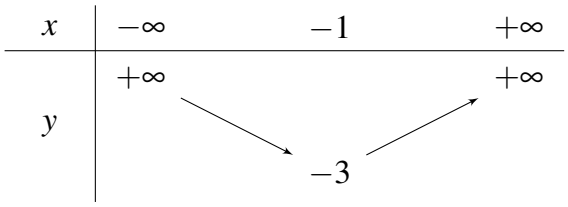
Phần I

Hàm số, đồ thị và ứng dụng

1. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1.
Bảng biến thiên như hình bên là bảng biến thiên của hàm số nào?



A. $y=x^2+2x-2$. **B.** $y=x^2-2x-2$.
C. $y=-x^2-2x-2$. **D.** $y=x^2+3x-2$.

Lời giải

Bảng biến thiên thể hiện đồ thị hàm số có bề lõm quay lên nên $a>0$.
Hoành độ đỉnh parabol là $x=-1$.
Trong 4 hàm số được cung cấp, chỉ có $y=x^2+2x-2$ có tính chất như thế.

Chọn đáp án A .....□

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=2023x-2022$. Tính $f(1)$.

A. $f(1)=2$. **B.** $f(1)=2023$. **C.** $f(1)=2022$. **D.** $f(1)=1$.

Lời giải

Ta có: $f(1)=2023\cdot 1-2022=1$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ là

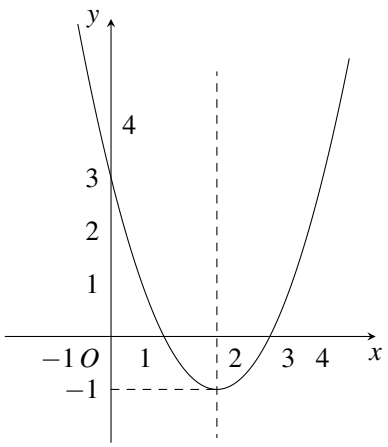
A. $\mathscr{D}=(-\infty;0]$. **B.** $\mathscr{D}=(-1;1)$.
C. $\mathscr{D}=[0;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ xác định khi $x^2-1\geq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 1 \\ x\leq -1. \end{array}\right.$
Vậy hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ có tập xác định là $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 4. Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=x^2-4x-1$. **B.** $y=x^2-4x+3$.

C. $y=-x^2+4x-1$. **D.** $y=-x^2+4x+3$.

Lời giải

Parabol có bề lõm hướng lên trên nên $a>0$, hơn nữa parabol cắt Oy tại điểm $(0;3)$ nên $c=3$. Do đó đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y=x^2-4x+3$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 5. Trục đối xứng của Parabol $(P)\colon y=2x^2+6x+3$ là đường thẳng nào sau đây?

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=-\dfrac{3}{2}$.

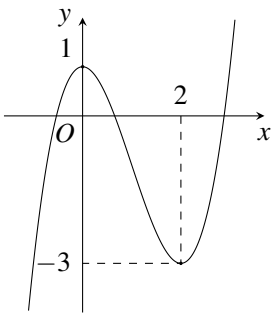
Lời giải

Trục đối xứng của Parabol là $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 6.

Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Hình bên có đồ thị của hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 7. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc hai một ẩn?

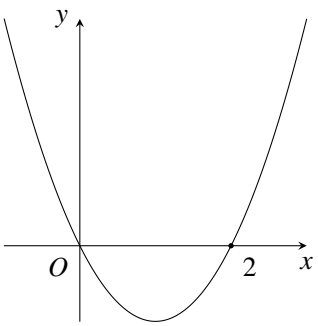
A. $-3x+5y>1$. **B.** $x-7y-3z>2$. **C.** $2x^2+3x+1>0$. **D.** $2x^2-y>1$.

Lời giải

Bất phương trình bậc hai một ẩn là $2x^2+3x+1>0$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 8. Cho đồ thị của hàm số bậc hai $f(x)$ như hình vẽ
Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là



A. $S = (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$. **B.** $S = (0;2)$.

C. $S = (-\infty;0] \cup [2;+\infty)$. **D.** $S = (2;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số bậc hai $f(x)$ đã cho, ta thấy phần đồ thị nằm phía trên trục hoành khi $x < 0$ hoặc $x > 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 0$ là $S = (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 9$ là

A. $x = -3$. **B.** $x = 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 9 \end{array}\right.$.

Lời giải

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = \sqrt{2x - 4}$ là

A. $S = \varnothing$. **B.** $S = \{1\}$. **C.** $S = \mathbb{R}$. **D.** $S = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = \sqrt{2x - 4} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x - 1 = 2x - 4 \\ 2x - 4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ hoặc } x = \dfrac{3}{2} \\ x \geq 2. \end{cases}$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 5x - 4$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x \in (-\infty;1)$. **B.** $x \in (4;+\infty)$. **C.** $x \in (1;4)$. **D.** $x \in (1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 5x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4. \end{array}\right.$

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Khi đó $f(x)=-x^2+5x-4>0 \Leftrightarrow 1<x<4 \Leftrightarrow x\in(1;4)$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-x+3}$ là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. **C.** $\mathscr{D}=\varnothing$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

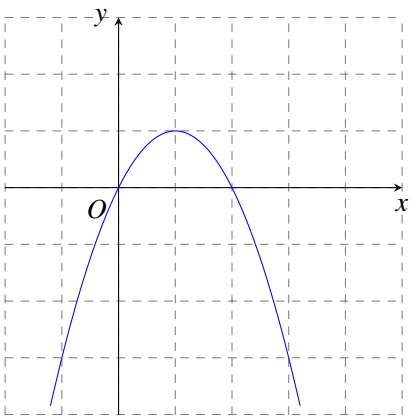
Điều kiện $x^2-x+3\neq 0 \Leftrightarrow \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Chọn đáp án B ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị dạng parabol như hình bên dưới.



a) Parabol trên là đồ thị của hàm số $y=-x^2+2x$.

b) Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là $(-\infty;2)$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)\geq 0$ là $S=(0;2)$.

d) $f(x)<0, \forall x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Giả sử $y=f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$.

Dựa vào đồ thị đề bài cho suy ra $\begin{cases} c=0 \\ a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=0. \end{cases}$

a) Đ Do đó $y=-x^2+2x$.

b) S Dựa vào đồ thị ta thấy trên $(-\infty;1)$ đồ thị lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$, trên $(1;+\infty)$ đồ thị xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

c) S Dựa vào đồ thị suy ra tập nghiệm của bất phương trình $f(x)\geq 0$ là $S=[0;2]$.

d) Đ Trên khoảng $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$, đồ thị hàm số $f(x)$ nằm phía dưới trục Ox nên $f(x)<0$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Một hiệu chuyên cho thuê xe máy niêm yết giá như sau: Giá thuê xe là 110 nghìn đồng một ngày cho ba ngày đầu tiên và 80 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?

a) Tổng số tiền phải trả T (nghìn đồng) theo số ngày x được xác định bởi $T(x)=80x+90$ nếu $x>3$.

b) $T(2)=230$.

c) Với số tiền là 2 triệu đồng thì thuê xe tối đa trong 22 ngày liên tiếp.

d) $T(x)$ là hàm đồng biến $(0;+\infty)$.

Lời giải

a) Đ Ta có $T(x)=\begin{cases}110x & \text{nếu } 0\le x\le 3\\ 80x+90 & \text{nếu } x>3.\end{cases}$

b) S $T(2)=110\cdot 2=220$ nghìn đồng.

c) Đ Với $0\le x\le 3$ thì $110x\le 330$.
Với 2 triệu đồng số tiền khách còn sau khi thuê 3 ngày đầu là $2000-330=1670$ nghìn đồng.
Xét $80x+90\le 1670\Leftrightarrow x\le 19{,}75$.
Với số tiền là 2 triệu đồng thì thuê xe tối đa trong $3+19=22$ ngày liên tiếp

d) S $T(x)$ là hàm số đồng biến.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Biết đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$. Tính giá trị biểu thức $T=a^3+b^2-2c$. Đáp án: | 2 | 2 | | |

Lời giải

$(P)\colon y=ax^2+bx+c$.

(P) qua $A(2;1)\Leftrightarrow 4a+2b+c=1$. (1)

(P) có đỉnh $I(1;-1)\Rightarrow\begin{cases}a+b+c=-1\\ -\dfrac{b}{2a}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=-1 & (2)\\ 2a+b=0. & (3)\end{cases}$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\begin{cases}a=2\\ b=-4\\ c=1.\end{cases}$

Vậy $T=a^3+b^2-2c=2^3+(-4)^2-2\cdot 1=22$.

Đáp án: 22 ..... □

Câu 2. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-2x+16}+1=2x$.

Đáp án: 5 | | | |

Lời giải

Điều kiện: $3x^2-2x+16\geq 0$.

Ta có $\sqrt{3x^2-2x+16}+1=2x \Leftrightarrow \sqrt{3x^2-2x+16}=2x-1$.

Bình phương hai vế phương trình, ta được

$$\begin{aligned} & 3x^2-2x+16=(2x-1)^2 \\ \Rightarrow\ & 3x^2-2x+16=4x^2-4x+1 \\ \Rightarrow\ & -x^2+2x+15=0 \\ \Rightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=5. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Thử lại, ta thay các giá trị $x=5$, $x=-3$ vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có giá trị $x=5$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã có có nghiệm $x=5$.

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là 5.

Đáp án: 5 ..... □

Câu 3. Tìm số nguyên âm m lớn nhất sao cho $-x^2+2(m+1)x-m^2+m<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Đáp án: − | 1 | | |

Lời giải

Xét tam thức bậc hai $f(x)=-x^2+2(m+1)x-m^2+m$ có

$$\Delta'=(m+1)^2-(-1).\left(-m^2+m\right)=3m+1 \text{ và } a=-1<0.$$

Để $f(x)<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì $\Delta'=3m+1<0$ suy ra $m<\dfrac{-1}{3}$.

Đáp án: -1 ..... □

Câu 4. Một quả bóng được đá lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng tọa độ Oxy có phương trình $h=at^2+bx+c$ $(a<0)$ trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Biết rằng sau 2 giây thì nó đạt độ cao 5 m; sau 4 giây thì nó đạt độ cao 4,5 m. Hỏi sau 5,5 giây quả bóng đạt độ cao bao nhiêu mét so với mặt đất? Viết kết quả dưới dạng số thập phân.

Đáp án: 1 | , | 5 | |

Lời giải

Theo giả thiết, ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} h(0)=\dfrac{3}{2} \\ h(2)=5 \\ h(4)=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=\dfrac{3}{2} \\ a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=5 \\ a\cdot 4^2+b\cdot 4+c=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=\dfrac{3}{2} \\ 4a+2b+c=5 \\ 16a+4b+c=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{11}{4} \\ c=\dfrac{3}{2}. \end{cases}$$

Suy ra $h=-\dfrac{1}{2}t^2+\dfrac{11}{4}t+\dfrac{3}{2}$.
Khi $t=5{,}5$ suy ra $h=1{,}5$.
Vậy sau $5{,}5$ giây thì quả bóng đạt độ cao $1{,}5$ mét so với mặt đất.
Đáp án: $1{,}5$ ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải bất phương trình bậc hai sau

a) $2x^2-5x+2>0$.

b) $-x^2-2x+8>0$.

Lời giải

a) Tam thức bậc hai $2x^2-5x+2$ có hai nghiệm $x_1=\dfrac{1}{2}$, $x_2=2$ và có hệ số $a=2>0$. Sử dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai, ta thấy tập hợp những giá trị của x sao cho tam thức $2x^2-5x+2$ mang dấu "+" là $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

b) Tam thức bậc hai $-x^2-2x+8$ có hai nghiệm $x_1=-4$, $x_2=2$ và có hệ số $a=-1<0$.
Sử dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai, ta thấy tập hợp những giá trị của x sao cho tam thức $-x^2-2x+8$ mang dấu "+" là $(-4;2)$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình $-x^2-2x+8>0$ là $(-4;2)$.

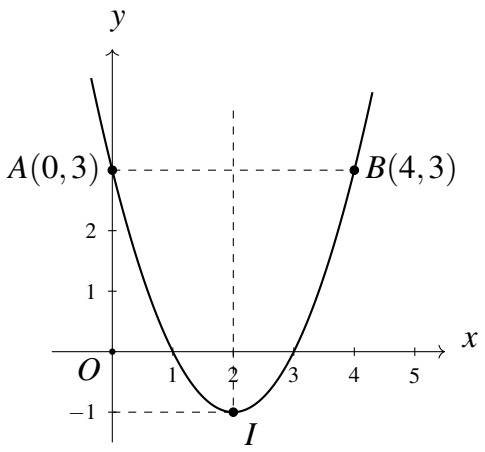
Câu 2.

a) Vẽ đồ thị parabol $y=x^2-4x+3$.

b) Xác định khoảng đồng biến, nghịch biến và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-4x+3$.

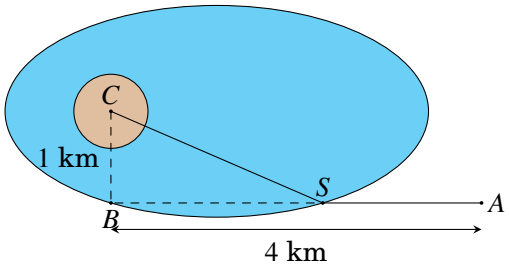
Lời giải

a) Ta có $a=1>0$ nên parabol quay bề lõm lên trên.
Đỉnh $I(2;-1)$. Trục đối xứng $x=2$.
Giao điểm của đồ thị với trục Oy là $A(0;3)$.
Parabol cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $x^2-4x+3=0$, tức là $x=1$ và $x=3$.
Để vẽ đồ thị chính xác hơn, ta có thể lấy thêm điểm đối xứng với A qua trục đối xứng $x=2$ là $B(4;3)$.



b) Hàm số $y=x^2-4x+3$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$, đồng biến trên $(2;+\infty)$;
Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y=-1$, khi $x=2$.

Câu 3. Một kĩ sư thiết kế đường dây điện từ vị trí A đến vị trí S và từ vị trí S đến vị trí C trên cù lao như hình vẽ. Tiền công thiết kế mỗi ki-lô-mét đường dây từ A đến S và từ S đến C lần lượt là 3 triệu đồng và 5 triệu đồng. Biết tổng số tiền công là 16 triệu đồng. Tính tổng số ki-lô-mét đường dây điện đã thiết kế.



Lời giải

Đặt $SA=x$ (km) và $0<x<4$, suy ra $SB=4-x$ và $SC=\sqrt{1+(4-x)^2}$.
Khi đó ta có phương trình

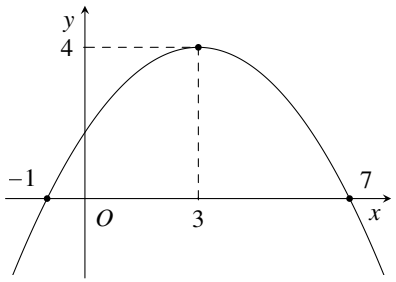
$$\begin{aligned}
3x+5\sqrt{1+(4-x)^2}=16 &\Leftrightarrow 5\sqrt{x^2-8x+17}=16-3x\\
&\Leftrightarrow \begin{cases}16-3x\geq 0\\ 25(x^2-8x+17)=(16-3x)^2\end{cases}\\
&\Leftrightarrow \begin{cases}x\leq \dfrac{16}{3}\\ 16x^2-104x+169=0\end{cases}\\
&\Leftrightarrow x=\frac{13}{4}.
\end{aligned}$$

Vậy tổng số ki-lô-mét đường dây điện cần thiết kế là $SA+SC=\frac{13}{4}+\frac{5}{4}=\frac{9}{2}$ km.

2. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. (P) có đỉnh là $I(3;4)$.

C. (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.

D. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ $y<4$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=x^2-2x-3$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $N(1;2)$. **B.** $P(0;2)$. **C.** $M(1;1)$. **D.** $Q(3;0)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $Q(3;0)$, vì khi thay $x=3$ ta có $y=3^2-2\cdot 0-3=0$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 3. Hàm số $y=x^2-4x+11$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	7	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 4. Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị (P), đỉnh của (P) được xác định bởi công thức nào?

A. $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{b}{a};\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{b}{a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **D.** $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{2a}\right)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ là parabol có đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 5. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2-3x+2>0$?

A. $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

B. $S=(-\infty;-2)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-2;\frac{1}{2}\right)$.

D. $S=\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Ta có $-2x^2-3x+2>0\Leftrightarrow -2<x<\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 6. Bình phương cả hai vế của phương trình $\sqrt{x^2+x+2}=\sqrt{3x+1}$ rồi biến đổi, thu gọn ta được phương trình nào sau đây?

A. $x^2+x+1=0$.

B. $x^2-2x+1=0$.

C. $x^2-2x-1=0$.

D. $-x^2+2x+1=0$.

Lời giải

Bình phương hai vế phương trình ta được $x^2+x+2=3x+1\Leftrightarrow x^2-2x+1=0$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 7. Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)\le f(x_2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$

Chọn đáp án D .....□

Câu 8. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}$.

A. $\mathscr{D}=(1;2)$.

B. $\mathscr{D}=[1;2]$.

C. $\mathscr{D}=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

D. $\mathscr{D}=(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases}x-1\ge 0\\2-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow 1\le x\le 2$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=[1;2]$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 9. Trục đối xứng của parabol $(P)\colon y=-x^2+5x+3$ là đường thẳng

A. $x=\dfrac{5}{4}$. **B.** $x=-\dfrac{5}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{5}{4}$. **D.** $x=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Trục đối xứng của parabol có phương trình là $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{5}{2}$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 10. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc hai một ẩn?

A. $2x^2+x\sqrt{2}-5\le 0$. **B.** $x^3-3x+5>0$.

C. $2x^2-5\sqrt{x}+2<0$. **D.** $3x^2+\dfrac{1}{x}+2>0$.

Lời giải

Bất phương trình $2x^2+x\sqrt{2}-5\le 0$ là bất phương trình bậc hai một ẩn.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 11. Tìm tập xác định D của hàm số $\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $[2;+\infty)$.

C. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\left[-\dfrac{1}{2}\right];2$.

Lời giải

Ta có $2x^2-5x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\x=2.\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó $2x^2-5x+2\ge 0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. Vậy tập xác định D của hàm số $\sqrt{2x^2-5x+2}$ khi $D=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 12. Phương trình $\sqrt{x^2+x+2}=3x-1$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

$$\sqrt{x^2+x+2}=3x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1\geq 0 \\ x^2+x+2=(3x-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \dfrac{1}{3} \\ 8x^2-7x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \dfrac{1}{3} \\ x=1 \\ x=-\dfrac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

Chọn đáp án (D) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

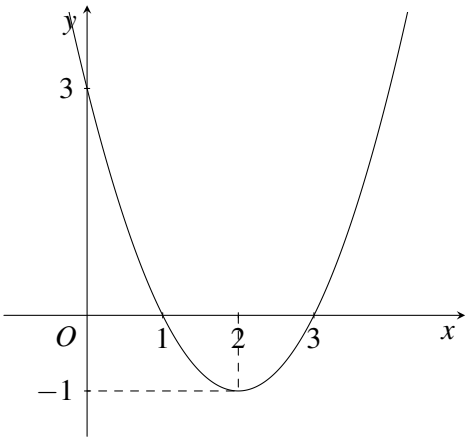
Câu 1. Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ ở hình bên. Khi đó

a) $a>0$.

b) Toạ độ đỉnh $I(2;-1)$, trục đối xứng $x=2$.

c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$; Nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

d) x thuộc các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ thì $f(x)>0$.



Lời giải

a) (Đ) Đúng. Bề lõm quay lên nên $a>0$.

b) (Đ) Đúng. Toạ độ đỉnh $I(2;-1)$, trục đối xứng $x=2$.

c) (S) Sai. Đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

d) (Đ) Đúng. Vì x thuộc các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ thì $f(x)>0$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{2x^2-17x+52}=-x+8$ (1).

a) Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được phương trình $x^2-x-12=0$.

b) Phương trình (1) chỉ có một nghiệm.

c) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình (1) là một số chẵn.

d) $x=4$ là nghiệm của phương trình (1).

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được phương trình$x^2-x-12=0 \Rightarrow$ $x=-3$ hoặc $x=4$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình (1), ta thấy $x=-3$ và $x=4$thỏa mãn.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho parabol $(P)\colon y=ax^2+2x+b$ biết parabol đó đi qua hai điểm $M(1;7)$ và $N(-2;10)$. Tính tổng $S=a+b$.

Đáp án: 5

Lời giải

Vì (P) đi qua hai điểm $M(1;7)$ và $N(-2;10)$ nên tọa độ hai điểm này thỏa mãn phương trình parabol (P).

Do đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} y(1)=7 \\ y(-2)=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2+b=7 \\ 4a-4+b=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ 4a+b=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2. \end{cases}$$

Vậy $S=a+b=5$.

Đáp án: 5 ..... □

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để

$$f(x)=x^2-2(2m-3)x+4m-3>0, \forall x\in\mathbb{R}?$$

Đáp án: 1

Lời giải

Ta có $f(x)=x^2-2(2m-3)x+4m-3>0, \forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a>0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ (2m-3)^2-(4m-3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow 4m^2-16m+12<0 \Leftrightarrow 1<m<3.$$

Vậy chỉ có một giá trị nguyên $m=2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án: 1 ..... □

Câu 3. Phương trình $\sqrt{x-4}\cdot\left(x^2-3x+2\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

Đáp án: 1

Lời giải

Điều kiện $x-4\geqslant 0 \Leftrightarrow x\geqslant 4$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x-4}=0 \\ x^2-3x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=4 & \text{(thỏa mãn)} \\ x=2 & \text{(loại)} \\ x=1 & \text{(loại).} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình $\sqrt{x-4}\cdot\left(x^2-3x+2\right)=0$ có 1 nghiệm là $x=4$.
Đáp án: 1 ..... □

Câu 4. Bác Tôm có cái ao diện tích 50 m^2 để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/1 m^2 và thu được 1,5 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm bác thấy cứ giảm đi 8 con/1 m^2 thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm 0,5 kg. Vậy vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng năng suất cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi). Đáp án: 5 | 1 | 2 |

Lời giải
Số cá bác đã thả trong vụ vừa qua là $20\cdot 50=1000$ con.
Gọi x là số cá giảm đi, khi đó năng suất a tăng $a=\dfrac{0{,}5\cdot x}{8}=0{,}0625$ kg/con.
Vậy sản lượng thu được trong năm tới của bác Tôm sẽ là

$$(1000-x)(1{,}5+0{,}0625x)\text{ (kg)}.$$

Xét hàm số $f(x)=(1000-x)(1{,}5+0{,}0625x)=-0{,}0625x^2+61x+1500$.

x	0		488		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	16384	↘	

Vậy số cá giống cần mua là $1000-488=512$.
Đáp án: 512 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các bất phương trình sau

a) $x^2-1\geq 0$.

b) $x^2-2x-1<0$.

c) $-3x^2+12x+1\leq 0$.

d) $5x^2+x+1\geq 0$.

Lời giải

a) $x^2-1\geq 0$
Tam thức $f(x)=x^2-1$ có $\Delta=1>0$ nên $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=\pm 1$.
Mặt khác $a=1>0$, do đó ta có bảng xét dấu sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

b) $x^2-2x-1<0$

Tam thức $g(x)=x^2-2x-1$ có $\Delta'=2>0$ nên $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=1\pm\sqrt{2}$.

Mặt khác $a=1>0$, do đó ta có bảng xét dấu sau

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$.

c) $-3x^2+12x+1\le 0$

Tam thức $h(x)=-3x^2+12x+1$ có $\Delta'=39>0$ nên $h(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=\dfrac{6\pm\sqrt{39}}{3}$.

Mặt khác $a=-3<0$, do đó ta có bảng xét dấu sau

x	$-\infty$		$\dfrac{6-\sqrt{39}}{3}$		$\dfrac{6+\sqrt{39}}{3}$		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;\dfrac{6-\sqrt{39}}{3}\right]\cup\left[\dfrac{6+\sqrt{39}}{3};+\infty\right)$.

d) $5x^2+x+1\ge 0$

Tam thức $k(x)=5x^2+x+1$ có $\Delta=-19<0$, hệ số $a=5>0$ nên $k(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}$.

Câu 2. Giải phương trình $\sqrt{2x-4}=\sqrt{x^2-3x}$.

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{2x-4}=\sqrt{x^2-3x}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-4\ge 0\\2x-4=x^2-3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\x^2-5x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=4.$$

Phương trình có nghiệm duy nhất $x=4$.

Câu 3. Xét hệ tọa độ Oth trên mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây) và trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm $A(0;0,2)$ và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đó đạt độ cao $8,5$ mét sau 1 giây và đạt độ cao 6 mét sau 2 giây.

a) Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng.

b) Trong khoảng thời gian nào thì quả bóng vẫn chưa chạm đất?

Lời giải

a) Do quỹ đạo chuyển động của quả bóng là một parabol nên suy ra hàm số biểu thị quỹ đạo này có dạng $h = at^2 + ex + c$ với t là thời gian. (1)

- Do $A(0;0,2)$ thuộc quỹ đạo chuyển động của quả bóng (quả bóng xuất phát từ A) nên tọa độ của nó thỏa mãn (1). Thay $t = 0, h = 0,2$ vào (1) suy ra $c = 0,2$. Khi đó (1) trở thành $h = at^2 + ex + 0,2$
- Theo bài quả bóng đó đạt độ cao $8,5$ mét sau 1 giây và đạt độ cao 6 mét sau 2 giây. Thay $h = 8,5; t = 1$ và $h = 6; t = 2$ vào (1) ta được hệ phương trình: $\begin{cases} 8 = a + b + 0,2 \\ 6 = 4a + 2b + 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 7,8 \\ 4a + 2b = 5,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,7 \end{cases}$.

Vậy hàm số biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng là $h = -4,9t^2 + 12,7t + 0,2$.

b) Ta thấy bóng chạm đất sẽ tương ứng với thời điểm mà $h = 0$.
Khi đó $-4,9t^2 + 12,7t + 0,2 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{12,7 + \sqrt{165,21}}{9,8}$.
Vậy khoảng thời gian mà bóng chưa chạm đất là $\left[0, \dfrac{12,7 + \sqrt{165,21}}{9,8}\right)$

Câu 4. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng với $(x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \leqslant x \leqslant 4500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 450x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{30000}{x} + 340$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Lời giải

Lợi nhuận khi bán hết x sản phẩm với $(x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \leqslant x \leqslant 4500)$ là:
$L(x) = F(x) - x.G(x) = -0,01x^2 + 450x - 30000 - 340x$
$\Rightarrow L(x) = -0,01x^2 + 110x - 30000$ (nghìn đồng).
Để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng $= 100000$ (nghìn đồng).
$\Rightarrow L(x) > 100000 \Leftrightarrow -0,01x^2 + 110x - 30000 > 100000.$
$\Leftrightarrow -0,01x^2 + 110x - 130000 > 0 \Leftrightarrow 1346,68... < x < 9653,31...$
Giao với điều kiện $(x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \leqslant x \leqslant 4500) \Rightarrow 1346,68... < x \leqslant 4500 \Rightarrow x_{\min} = 1347$ (sản phẩm)
Vậy doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất 1347 (sản phẩm)

—Hết—

3. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là tam thức bậc hai?

A. $f(x)=x^2+3$. **B.** $f(x)=2x+3$. **C.** $f(x)=mx^2+3$. **D.** $f(x)=\sqrt{2x^2+3}$.

Lời giải

Tam thức bậc hai là tam thức có dạng $f(x)=ax^2+bx+c$ với $a\neq 0$.

Phương án $f(x)=x^2+3$ với $a=1;\ b=0;\ c=3$ nên $f(x)=x^2+3$ là tam thức bậc hai.

Phương án $f(x)=2x+3$ là nhị thức bậc nhất.

Phương án $f(x)=mx^2+3$ với $a=m;\ b=0;\ c=3$, vì m chưa xác định nên $f(x)=mx^2+3$ không phải là tam thức bậc hai.

Phương án $f(x)=\sqrt{2x^2+3}$ không có dạng $f(x)=ax^2+bx+c$ nên $f(x)=\sqrt{2x^2+3}$ không phải là tam thức bậc hai.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $3x^2-2x-8\leq 0$ chứa bao nhiêu số nguyên dương?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

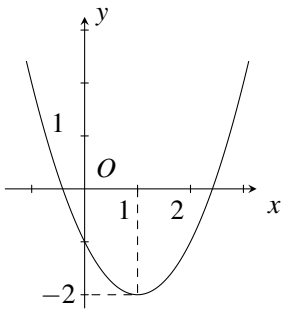
Ta có $3x^2-2x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\dfrac{4}{3}. \end{array}\right.$

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		2		$+\infty$
$3x^2-2x-8$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $\left[-\dfrac{4}{3};2\right]$ chứa 2 số nguyên dương.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 3. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=2x^2-4x-2$. **B.** $y=-x^2-2x+3$.

C. $y=x^2-2x-1$. **D.** $y=x^2+2x-2$.

Lời giải

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng $-1 \Rightarrow c=-1$. Suy ra $y=ax^2+bx-1$.

Đồ thị nhận $I(1;-2)$ làm đỉnh nên $\begin{cases} \dfrac{-b}{2a}=1 \\ -2=a\cdot 1^2+b\cdot 1-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2. \end{cases}$

Vậy $y=x^2-2x-1$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của x để tam thức $f(x)=2x^2+2x+5$ nhận giá trị dương.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Tam thức $f(x)=2x^2+2x+5$ có $\begin{cases} a=2>0 \\ \Delta'=-9<0 \end{cases}$, do đó $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x(x-1)}$?

A. $M(0;-1)$. **B.** $M(2;1)$. **C.** $M(2;0)$. **D.** $M(1;1)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $M(2;0)$ vào hàm số $y=\dfrac{x-2}{x(x-1)}$ ta thấy thỏa mãn.

Suy ra điểm $M(2;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-3}$.

A. $\mathscr{D}=(3;+\infty)$. **B.** $\mathscr{D}=[-1;+\infty)$.

C. $\mathscr{D}=[-1;3)\cup(3:+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-3}$ xác định khi $\begin{cases} x+1\geq 0 \\ x-3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ x\neq 3. \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D}=[-1;3)\cup(3:+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases} -2(x-3) \text{ khi } -1\leq x\leq 1 \\ \sqrt{x^2-1} \text{ khi } x>1 \end{cases}$. Giá trị của $f(-1)$; $f(1)$ lần lượt là

A. 8 và 0. **B.** 0 và 8. **C.** 0 và 0. **D.** 8 và 4.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} f(-1)=-2(-1-3)=8 \\ f(1)=-2(1-3)=4 \end{cases}$.

Vậy giá trị của $f(-1)$; $f(1)$ lần lượt là 8 và 4.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 8. Cho $f(x)=ax^2+bx+c, a\neq 0$. Điều kiện để $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a>0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a>0 \\ \Delta\geq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a>0 \\ \Delta>0 \end{cases}$.

Lời giải

Điều kiện để $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$ là $\begin{cases} a>0 \\ \Delta<0. \end{cases}$

Chọn đáp án C ..... □

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\{-3\}$. **C.** $\{1;-3\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

$$\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}\Leftrightarrow\begin{cases} 1+x\geq 0 \\ x^2+3x-2=1+x \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x\geq -1 \\ x^2+2x-3=0 \end{cases}\Leftrightarrow x=1.$$

Chọn đáp án D ..... □

Câu 10. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y=-x^2+2x+1$

A.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

.

B.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

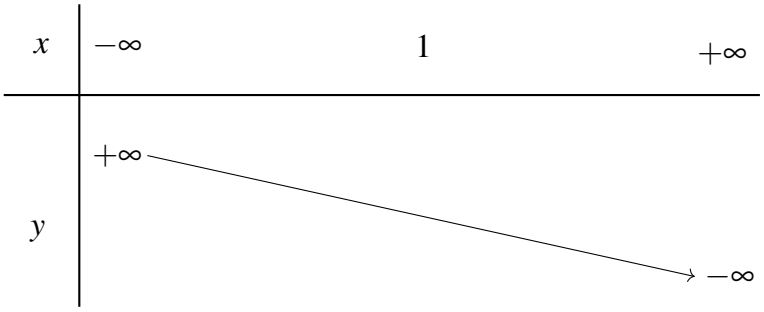
.

C.

x	$-\infty$		1	$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$		$+\infty$

.

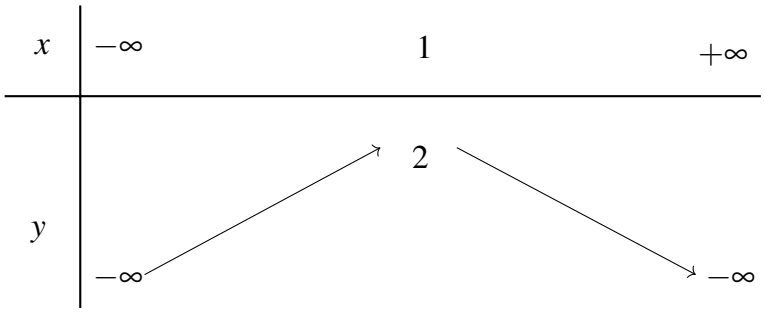
D.



.

Lời giải

Do $a=-1<0$ nên bảng biên thiên của hàm số đã cho có dạng



Chọn đáp án B ..... □

Câu 11. Tam thức $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-3$ hoặc $x>-1$.

B. $x<-1$ hoặc $x>3$.

C. $x<-2$ hoặc $x>6$.

D. $-1<x<3$.

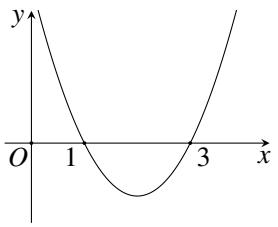
Lời giải

Ta có $y=x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>3. \end{array}\right.$

Chọn đáp án B ..... □

Câu 12.

Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x)<0$.



A. $x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

B. $x\in(1;3)$.

C. $x\in(0;2)$.

D. $x\in(-1;0)$.

Lời giải

Vì $f(x)<0$ nên ta tìm các giá trị x ứng với phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành.

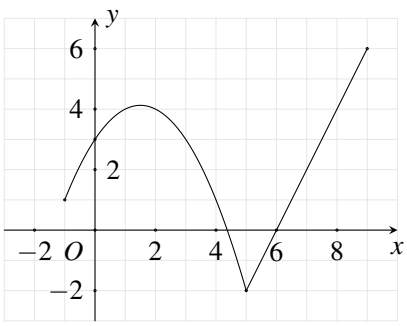
Vậy $x\in(1;3)$.

Chọn đáp án B ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.
Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?



a) $f(x)=0 \Leftrightarrow x=6$.
b) $f(0)=3$.
c) Tập xác định $\mathscr{D}=[-1;9]$.
d) $f(x)\geq 2, \forall x\in\mathscr{D}$.

Lời giải

a) S Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

b) Đ $f(0)=3$.

c) Đ Từ đồ thị suy ra $\mathscr{D}=[-1;9]$

d) S $f(x)\geq -2$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Để xây dựng phương án kinh doanh cho một loại sản phẩm, doanh nghiệp tính toán lợi nhuận y (đồng) theo công thức: $y=-86x^2+86\,000x-18\,146\,000$, trong đó x là số sản phẩm được bán ra.

a) Doanh nghiệp bị lỗ khi bán từ 303 đến 698 sản phẩm.
b) Doanh nghiệp có lãi khi bán tối đa 302 sản phẩm hoặc bán tối thiểu 697 sản phẩm.
c) Doanh nghiệp có lãi khi bán từ 303 đến 697 sản phẩm.
d) Doanh nghiệp bị lỗ khi bán tối đa 302 sản phẩm hoặc bán tối thiểu 698 sản phẩm.

Lời giải

Xét tam thức bậc hai $f(x)=-86x^2+86\,000x-18\,146\,000$.
Nhận thấy $f(x)=0$ có hai nghiệm là $x_1\approx 302{,}5$; $x_2\approx 697{,}5$ và hệ số $a=-86<0$.
Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vì x là số nguyên dương nên

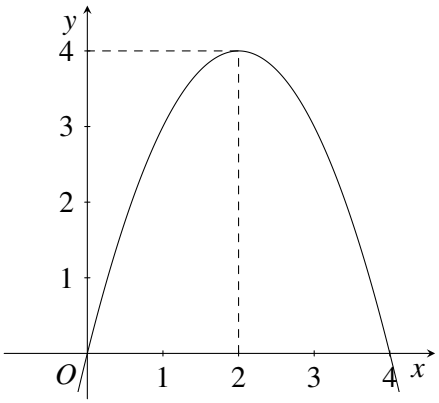
- Doanh nghiệp có lãi khi và chỉ khi $f(x)>0$, tức là $303\leq x\leq 697$.

- Doanh nghiệp bị lỗ khi và chỉ khi $f(x)<0$, tức là $x\le 302$ hoặc $x\ge 698$.

Vậy doanh nghiệp có lãi khi bán từ 303 đến 697 sản phẩm, doanh nghiệp bị lỗ khi bán tối đa 302 sản phẩm hoặc bán tối thiểu 698 sản phẩm.
Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị hình bên. Tính $a+100b+c$.



Đáp án: | 3 | 9 | 9 | |

Lời giải
Đồ thị là một parabol nên hàm số có dạng $y=ax^2+bx+c$. Ta thấy đồ thị đi qua các điểm $(0;0),(2;4)$ và $(4;0)$ nên ta có

$$\begin{cases} c=0 \\ 4a+2b+c=4 \\ 16a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=0. \end{cases}$$

Vậy $a+100b+c=-1+100\cdot 4+0=399$.
Đáp án: 399 ..... □

Câu 2. Một cửa hàng nhân dịp Tết đã đồng loạt giảm giá các sản phẩm. Trong đó có chương trình nếu mua một gói kẹo thứ hai trở đi sẽ được giảm 15% so với giá ban đầu. Biết giá gói đầu là 80000 đồng. Bạn An có 600000 đồng. Hỏi bạn An có thể mua tối đa bao nhiêu gói kẹo? Đáp án: | 8 | | | |

Lời giải
Giả sử bạn An mua được x gói kẹo (x nguyên dương).
Khi đó gói thứ nhất bạn An phải trả 80000 đồng.
Số gói kẹo còn lại là $x-1$ và bạn An chỉ phải trả

$$80000-15\%\cdot 80000=68000 \text{ đồng (mỗi gói).}$$

Vậy số tiền phải trả khi mua kẹo được tính theo công thức

$$y=80000+(x-1)\cdot 68000=68000x+12000.$$

Số tiền bạn An dùng mua kẹo phải không quá 600 000 đồng, suy ra

$$68\,000x + 12\,000 \le 600\,000 \Rightarrow x \le \frac{588\,000}{68\,000} \approx 8{,}588.$$

Vậy với số tiền hiện có, bạn An chỉ có thể mua được tối đa 8 gói kẹo.

Đáp án: 8 .....□

Câu 3. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[1;8]$ để hàm số $y=\sqrt{3x-m}$, (với m là tham số) xác định trên tập $(1;+\infty)$.

Đáp án: 3

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $3x-m \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \dfrac{m}{3}$.

Suy ra $\mathscr{D}=\left[\dfrac{m}{3};+\infty\right)$.

Để hàm số xác định trên $(1;+\infty)$ thì

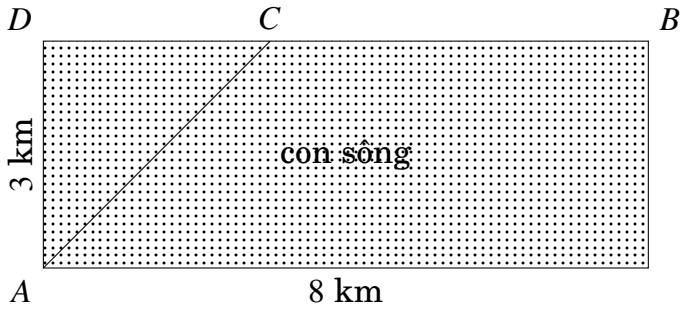
$$(1;+\infty) \subset \left[\frac{m}{3};+\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m}{3} \le 1 \Leftrightarrow m \le 3.$$

Với m thuộc đoạn $[1;8]$ nên ta có $m=\{1;2;3\}$.

Vậy có 3 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu.

Đáp án: 3 .....□

Câu 4. Một người dân phải chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí C trên bờ BD, sau đó chạy bộ từ C đến B. Biết rằng vận tốc chèo thuyền bằng 6 km/h, vận tốc chạy bộ là 8 km/h, khoảng cách từ vị trí A đến bờ BD bằng 3 km/h, khoảng cách hai vị trí B,D bằng 8 km. Tính khoảng cách (đơn vị km) lớn nhất giữa hai vị trí B và C biết rằng tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ là 1 giờ 20 phút (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Đáp án: 5 , 1 4

Lời giải

Gọi thời gian chạy bộ đoạn BC là x giờ $\left(0<x\le\dfrac{4}{3}\right)$.

Thời gian chèo thuyền đoạn AC là $\dfrac{4}{3}-x$ (giờ).

Khi đó quãng đường đoạn BC là $8x$ km, $AC=\left(\dfrac{4}{3}-x\right)\cdot 6$ (km).

Ta tính được $DC=\sqrt{36\left(\dfrac{4}{3}-x\right)^2-9}$ (km).

Theo giả thiết quãng đường đoạn $BD = 8$ (km) nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}
& 8x + \sqrt{36\left(\frac{4}{3} - x\right)^2 - 9} = 8 \\
\Leftrightarrow\ & \sqrt{36\left(\frac{4}{3} - x\right)^2 - 9} = 8 - 8x \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} x \le 1 \\ 28x^2 - 32x + 9 = 0 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} x \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{9}{14} \end{array}\right. \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{9}{14}. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Với $x = \dfrac{1}{2}$ giờ, quãng đường $BC = 4$ (km).

Với $x = \dfrac{9}{14}$ giờ, quãng đường $BC = \dfrac{36}{7} \approx 5{,}14$ (km).

Vậy khoảng cách (đơn vị km) lớn nhất giữa hai vị trí B và C bằng 5,14 km.

Đáp án: 5,14 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{x^2+5x-6}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \ge 0 \\ x^2+5x-6 \ne 0 \end{cases} \begin{cases} x \ge -2 \\ x \ne 1 \\ x \ne -6 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le x \ne 1.$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = [-2; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 2. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$.

Lời giải

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

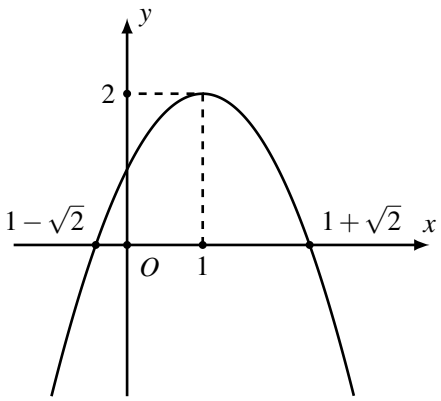
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Đỉnh $I(1;2)$.

Trục đối xứng $x=1$.

Đồ thị của hàm số đi qua hai điểm $A\left(1-\sqrt{2};0\right)$, $B\left(1+\sqrt{2};0\right)$, nên ta có đồ thị như sau



Câu 3. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2x+3}+6=3x$.

b) $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$.

Lời giải

a) Phương trình đã cho tương đương với $\sqrt{2x+3}=3x-6$. Bình phương hai vế của phương trình ta được phương trình hệ quả

$$2x+3=(3x-6)^2 \Leftrightarrow 2x+3=9x^2-36x+36 \Leftrightarrow 9x^2-38x+33=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\dfrac{11}{9}. \end{array}\right.$$

Thay cả hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x=3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=3$.

b) Bình phương hai vế của phương trình ta được phương trình hệ quả

$$x^2+2x+4=2-x \Leftrightarrow x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2. \end{array}\right.$$

Thay cả hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x=-1$ và $x=-2$ đều thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=-1$ và $x=-2$.

Câu 4. Một công ty bắt đầu sản xuất và bán một loại xe máy từ năm 2018. Số lượng loại xe máy đó bán được trong hai năm liên tiếp 2018 và 2019 lần lượt là 4 nghìn và 4,5 nghìn chiếc. Theo nghiên cứu dự báo thị trường của công ty, trong khoảng 10 năm kể từ 2018, số lượng xe máy loại đó bán được mỗi năm có thể được xấp xỉ bởi một hàm số bậc hai. Giả sử t là thời gian (theo đơn vị năm) tính từ năm 2018. Số lượng loại xe máy đó bán được trong năm 2018 và năm 2019 lần

lượt được biểu diễn bởi các điểm $(0;4)$ và $(1;4,5)$. Giả sử điểm $(0;4)$ là đỉnh đồ thị của hàm số bậc hai này.

a) Lập công thức của hàm số mô tả số lượng xe máy bán được qua từng năm.

b) Tính số lượng xe máy đó bán được trong năm 2025.

c) Đến năm bao nhiêu thì số lượng xe máy đó bán được trong năm sẽ vượt mức 40 nghìn chiếc?

Lời giải

a) Vì số lượng xe máy loại đó bán được mỗi năm có thể được xấp xỉ bởi một hàm số bậc hai nên gọi hàm số này có dạng $y=at^2+ex+c$ (trong đó t là thời gian (đơn vị năm), y là số lượng xe máy bán được qua từng năm (đơn vị nghìn chiếc)).
Điểm $(0;4)$ là đỉnh đồ thị của hàm số bậc hai, ta có

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=0 \\ c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ c=4 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;4,5)$, ta có $a+4=4,5 \Leftrightarrow a=0,5$.
Hàm số cần tìm là $y=0,5t^2+4$.
b) Số lượng xe máy đó bán được trong năm 2025 là $0,5.7^2+4=28,5$ (nghìn chiếc).
c) Để số lượng xe máy đó bán được vượt mức 40 nghìn chiếc thì

$$0,5t^2+4>40 \Leftrightarrow t^2>72 \Rightarrow t>\sqrt{72}\approx 8,5 \Rightarrow t\approx 9 \text{ (năm)}.$$

Vậy đến năm 2027 thì số lượng xe máy đó bán được vượt mức 40 nghìn chiếc.

4. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho parabol $(P)\colon y=3x^2-2x+1$. Điểm nào sau đây thuộc (P)?

A. $I(1;2)$. **B.** $A(0;-1)$. **C.** $B\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **D.** $C\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $I(1;2)$ vào phương trình parabol (P), ta có $2=3(1)^2-2(1)+1\Leftrightarrow 2=2$.

Vậy điểm $I(1;2)$ thuộc parabol (P).

Chọn đáp án A .....□

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-3}$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Lời giải

Điều kiện xác định $x-3\geq 0\Leftrightarrow x\geq 3$. Vậy tập xác định là $\mathscr{D}=[3;+\infty)$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 3.

Hàm số mô tả sự phụ thuộc của y (*số tiền phải trả, tính bằng nghìn đồng*) vào x (*lượng điện tiêu thụ, tính bằng kWh*) trên từng khoảng giá trị x được cho bằng công thức như hình bên.

Ông An tháng thứ nhất sài hết 90 kWh điện, tháng thứ hai sài hết 120 kWh điện. Theo công thức bên thì số tiền ông An phải trả trong 2 tháng gần nhất với kết quả nào sau đây?

$$y=\begin{cases}1{,}678x & \text{nếu } 0\leq x\leq 50\\ 1{,}734x-2{,}8 & \text{nếu } 50<x\leq 100\\ 2{,}014x-30{,}8 & \text{nếu } 100<x\leq 200\\ 2{,}536x-135{,}2 & \text{nếu } 200<x\leq 300\\ 2{,}834x-224{,}6 & \text{nếu } 300<x\leq 400\\ 2{,}927x-261{,}8 & \text{nếu } x>400.\end{cases}$$

A. 364 nghìn đồng. **B.** 361 nghìn đồng.

C. 392 nghìn đồng. **D.** 352 nghìn đồng.

Lời giải

Số tiền phải trả là $1{,}734\cdot 90-2{,}8+2{,}014\cdot -30{,}8=364{,}14$ (nghìn đồng).

Chọn đáp án A .....□

Câu 4. Cho parabol có phương trình $y=x^2-3x+2$. Xác định hoành độ đỉnh của Parabol.

A. $x=-3$. **B.** $x=-\dfrac{3}{4}$. **C.** $x=-\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

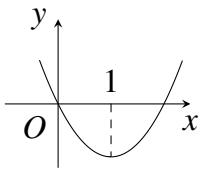
Hoành độ đỉnh của parabol $y=ax^2+bx+c$ là $x=-\dfrac{b}{2a}$.

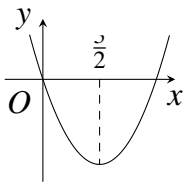
Trong phương trình $y=x^2-3x+2$, ta có $a=1, b=-3, c=2$.

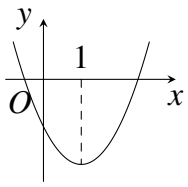
Vậy hoành độ đỉnh của parabol là $x=-\dfrac{-3}{2\cdot(1)}=\dfrac{3}{2}$.

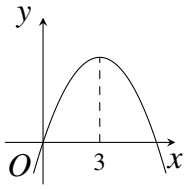
Chọn đáp án D .....□

Câu 5. Cho hàm số $y=x^2-3x$. Hỏi hình nào sau đây là đồ thị của hàm số đã cho?

A. 

. **B.** 

. **C.** 

. **D.** 

.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=x^2-3x$ có $a=1>0$ và đỉnh có tọa độ là $\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{9}{4}\right)$ nên ta chọn phương án parabol có bề lõm hướng lên và đỉnh có tọa độ là $\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{9}{4}\right)$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 6. Đồ thị của hàm số $y=f(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x\le 2\\ -3 & \text{khi } x>2\end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(0;-3)$. **B.** $(3;7)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Thử lần lượt từng phương án A, B, C, D với chú ý về điều kiện ta được:

$f(0)=2\cdot 0+1=1\neq -3$, đồ thị không đi qua điểm $(0;-3)$.

$f(3)=-3\neq 7$, đồ thị không đi qua điểm $(3;7)$.

$f(2)=2\cdot 2+1=5\neq -3$, đồ thị không đi qua điểm $(2;-3)$.

$f(0)=2\cdot 0+1=1$, đồ thị đi qua điểm $(0;1)$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2+2x+10}=3x+1$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\dfrac{-9}{5}$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-9}{5}\\ x=1\end{array}\right.$. **D.** $x\in\emptyset$.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được

$$4x^2+2x+10=(3x+1)^2 \Rightarrow -5x^2-4x+9=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{9}{5}. \end{array}\right.$$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x=1$ thỏa mãn.
Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=1$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 8. Biết phương trình $\sqrt{6x^2+7x-1}=\sqrt{-29x^2-41x+10}$ có hai nghiệm $x_1;x_2$. Tính giá trị của biểu thức $S=x_1x_2+2(x_1+x_2)$

A. $-\dfrac{96}{35}$. **B.** $-\dfrac{11}{35}$. **C.** $-\dfrac{107}{35}$. **D.** $\dfrac{85}{35}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 6x^2+7x-1\geq 0 \\ -29x^2-41x+10. \end{cases}$

Bình phương hai vế, phương trình đã cho trở thành:

$$6x^2+7x-1=-29x^2-41x+10 \Leftrightarrow 35x^2+48x-11=0.$$

Vì phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1;x_2$ nên áp dụng định lí Vi-ét, ta được:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{48}{35} \\ x_1x_2=-\dfrac{11}{35} \end{cases}$$

Suy ra $S=x_1x_2+2(x_1+x_2)=-\dfrac{11}{35}+2\cdot\left(-\dfrac{48}{35}\right)=-\dfrac{107}{35}$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 9. Bảng xét dấu sau là của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=-x^2-3x+2$. **B.** $f(x)=(x-1)(-x+2)$.

C. $f(x)=x^2+3x+2$. **D.** $f(x)=x^2-3x+2$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu, ta có

- $f(x)$ có nghiệm là 1 và 2 nên loại $f(x)=-x^2-3x+2$ và $f(x)=x^2+3x+2$;
- $\forall x\in(1;2), f(x)>0$ nên $a<0$. Do đó đáp án $f(x)=x^2-3x+2$ sai;
- Đáp án $f(x)=(x-1)(-x+2)$ đúng.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-2023^2}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2023\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

C. $\mathscr{D}=\{\pm 2023\}$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2023\}$.

Lời giải

Hàm số có nghĩa khi và chỉ khi $x^2-2023^2\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm 2023$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 11. Trong các biểu thức dưới đây, biểu thức nào là một tam thức bậc hai?

A. $f(x)=x^2+3$. **B.** $f(x)=0x^2+2x$. **C.** $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $f(x)=2x+1$.

Lời giải

Trong các biểu thức trên, $f(x)=x^2+3$ là một tam thức bậc hai.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 12. Trục đối xứng của parabol $y=3x^2-2x+1$ là đường thẳng

A. $x=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

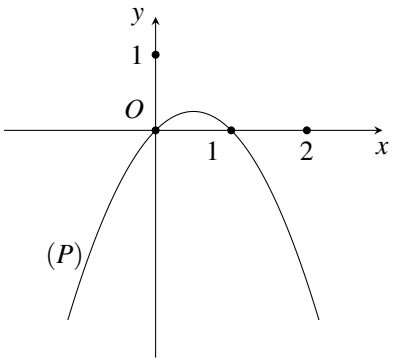
Hàm số bậc hai có trục đối xứng $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án C ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?



a) $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$. **b)** $f(0)=1$.

c) Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$. **d)** $1\leq f(x),\forall x\in\mathscr{D}$.

Lời giải

a) Đ Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x=0$ và $x=1$.

b) Ⓢ Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ thì $f(0)=0$.

c) Ⓓ Từ đồ thị của hàm số suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$.

d) Ⓢ Từ đồ thị ta có $f(x)<1$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{-x^2+x+7}=\sqrt{-10x-5}$ (1). Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được phương trình $-x^2+11x+12=0$ (2).

a) Phương trình (1) và phương trình (2) có cùng tập nghiệm.

b) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) $x=12$ không là nghiệm của phương trình (1).

d) $x=-1$ là nghiệm của phương trình (1).

Lời giải

Phương trình (2) $\Leftrightarrow \hoac{x=-1\\x=12.}$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình (1), ta thấy chỉ có $x=-1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ là

Đáp án: | 1 | | | |

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x} &\Rightarrow x^2+3x-2=1+x\\ &\Rightarrow x^2+2x-3=0\\ &\Rightarrow \hoac{x=1\\x=-3.}\end{aligned}$$

Thay $x=1$ và $x=-3$ vào phương trình bài ra ta thấy $x=1$ thoả mãn. Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 1.

Đáp án: 1 ..... □

Câu 2. Tìm giá trị nguyên dương nhỏ nhất của tham số m để bất phương trình $x^2+6x+m+7\le 0$ vô nghiệm.

Đáp án: | 3 | | | |

Lời giải

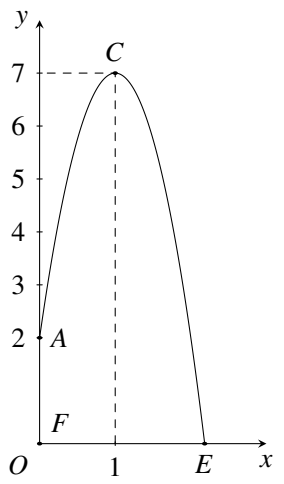
Ta có $x^2+6x+m+7\le 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow x^2+6x+m+7>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \heva{a>0\\\Delta'<0} \Leftrightarrow \heva{1>0 \text{ (luôn đúng)}\\3^2-(m+7)<0} \Leftrightarrow m>2.$$

Vậy với $m > 2$ thì bất phương trình $x^2 + 6x + m + 7 \leq 0$ vô nghiệm.

Đáp án: 3 ..... □

Câu 3. Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất 2 m theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ bên. Tìm khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F, biết vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai).



Đáp án: 2 , 1 8

Lời giải

Đặt hệ trục tọa độ Oxy sao cho điểm F trùng với gốc tọa độ O và điểm A thuộc tia Oy, điểm E thuộc tia Ox.

Gọi parabol có dạng $(P)\colon y = ax^2 + bx + c\,(a \neq 0)$.

Ta có $A(0;2) \in (P) \Rightarrow c = 2$.

Hoành độ đỉnh $x = -\dfrac{b}{2a} = 1 \Rightarrow 2a + b = 0.\,(1)$

$C(1,7) \in (P) \Rightarrow a + b + c = 7 \Rightarrow a + b = 5.\,(2)$

Từ (1) và $(2) \Rightarrow a = -5, b = 10$.

Vậy $(P)\colon y = -5x^2 + 10x + 2$.

Ta có $E(x,0) \in (P) \Rightarrow -5x^2 + 10x + 2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5+\sqrt{35}}{5} \\ x = \dfrac{5-\sqrt{35}}{5}. \end{array}\right.$

Do E thuộc tia Ox nên $x > 0 \Rightarrow x = \dfrac{5+\sqrt{35}}{5} \approx 2{,}18$.

Vậy $EF \approx 2{,}18$.

Đáp án: 2,18 ..... □

Câu 4. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học tìm được quy luật rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (đơn vị khối lượng). Hỏi người nuôi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau mỗi vụ thu được là nhiều nhất?

Đáp án: 1 8 | |

Lời giải

Tổng trọng lượng cá thu được sau một vụ là $T(n) = n(360 - 10n) = 360n - 10n^2$.

Đây là một tam thức bậc hai với ẩn là n có hệ số $a = -10 < 0$ và $b = 360$ suy ra

$\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-360}{2\cdot(-10)} = 18.$
Khi đó $T(18) = 3240$.
Vậy người nuôi cần thả 18 con cá trên một đơn vị diện tích để đạt tổng trọng lượng cá lớn nhất là 3240 (đơn vị khối lượng).
Đáp án: 18 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y = \dfrac{1}{\sqrt{2-3x}}$.

b) $y = \dfrac{\sqrt{3+x}}{2x-4}$.

Lời giải

a) Biểu thức $\dfrac{1}{\sqrt{2-3x}}$ có nghĩa khi $2-3x > 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{2}{3}$
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D} = \left(-\infty; \dfrac{2}{3}\right)$.

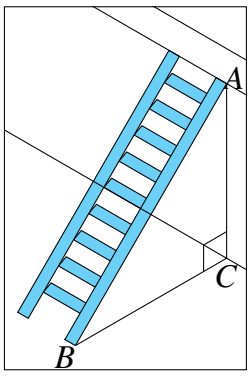
b) Biểu thức $\dfrac{\sqrt{3+x}}{2x-4}$ có nghĩa khi $\begin{cases} 3+x \geq 0 \\ 2x-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 2. \end{cases}$
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D} = [-3;+\infty)\backslash 2$.

Câu 2. Cho parabol $(P): y = ax^2 - 2x + c$. Hãy xác định parabol (P) biết (P) có đỉnh $I(1;-3)$.

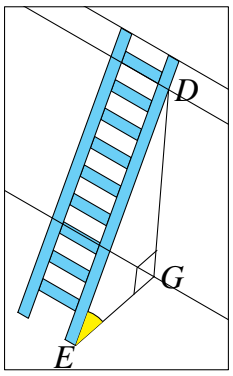
Lời giải

Parabol $(P): y = ax^2 - 2x + c$. Ta có $b = -2$.
Vì (P) có đỉnh $I(1;-3)$ nên (P) có trục đối xứng $x = 1$.
Khi đó $-\dfrac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{2}{2a} = 1 \Leftrightarrow a = 1$.
Hơn nữa, vì đỉnh $I(1;-3) \in (P)$ nên $-3 = 1.1^2 - 2.1 + c \Leftrightarrow c = -2$.
Vậy $(P): y = x^2 - 2x - 2$.

Câu 3. Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó 1 m. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm vào mép trên bức tường (Hình a). Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm 0,5 m thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° (Hình b). Bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình a)



Hình b)

Lời giải

Gọi chiều cao bức tường là x ($x>0$). Chiều dài của thang là $x+1$.

Với Hình a, ta có

$$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{(x+1)^2-x^2}=\sqrt{2x+1}.$$

Với Hình b, ta có $EG=BC-0{,}5=\sqrt{2x+1}-0{,}5$, $DG=x$ và $\widehat{DEG}=60^\circ$. Do đó

$$DG=EG\cdot\tan 60^\circ \Leftrightarrow x=\left(\sqrt{2x+1}-0{,}5\right)\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{6x+3}=x+\frac{\sqrt{3}}{2}. \qquad (*)$$

Bình phương hai vế phương trình $(*)$ ta được

$$\begin{aligned} & 6x+3=\left(x+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \\ \Leftrightarrow\ & x^2+\left(\sqrt{3}-6\right)x-\frac{9}{4}=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x\approx 4{,}7 \\ x\approx -0{,}5. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy, bức tường cao xấp xỉ $4{,}7$ m.

—Hết—

5. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2+x-6\le 0$ là

A. $S=(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

C. $S=[-2;3]$. **D.** $S=[-3;2]$.

Lời giải

Ta có $x^2+x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=3.\end{array}\right.$

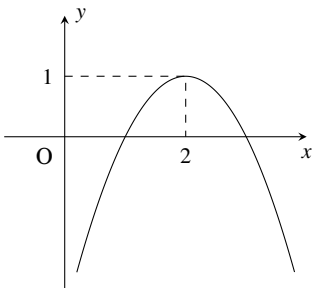
Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
x^2+x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, ta có $x^2+x-6\le 0\Leftrightarrow x\in[-3;2]$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 2. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^2+4x-3$. **B.** $y=-x^2-4x-3$.

C. $y=-2x^2-x-3$. **D.** $y=x^2-4x-3$.

Lời giải

Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên $a<0$. Trục đối xứng $x=2$.

Vậy đồ thị đã cho là đồ thị hàm số $y=-x^2+4x-3$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 3. Parabol $y=2x^2-4x+3$ có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có $a=2$, $b=-4$, parabol có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình $x=-\dfrac{b}{2a}=1$.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 4. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{x}{x+2}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $\mathscr{D}=(-2;+\infty)$. **C.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $\mathscr{D}=(-\infty;-2)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x+2\neq 0\Leftrightarrow x\neq -2$.
Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 5. Cho tam thức $f(x)=ax^2+bx+c$ với $a\neq 0$ và $\Delta=b^2-4ac$, khi đó $f(x)\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\leq 0\\ \Delta<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\geq 0\end{cases}$.

Lời giải

Ta có $f(x)\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x-1}, & x\in(-\infty;2]\\ x^2-1, & x\in(2;5]\end{cases}$. Tính $f(3)$.

A. 8. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 2.

Lời giải

Với $x=3\in(2;5]$ thì hàm số có dạng $f(x)=x^2-1$.
Khi đó $f(3)=3^2-1=8$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 7. Tập xác định của hàm số $f(x)=\sqrt{-x^2+5x+6}$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[-1;6]$.
C. $(-1;6)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[6;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow -x^2+5x+6\geq 0\Leftrightarrow -1\leq x\leq 6$.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)=2x^2-1$. Tính $f(2)$.

A. $f(2)=2$. **B.** $f(2)=3$. **C.** $f(2)=7$. **D.** $f(2)=5$.

Lời giải

Ta có $f(2)=2\cdot 2^2-1=7$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 9. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{4+2x-x^2}=x-2$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được

$4+2x-x^2=(x-2)^2\Rightarrow 4+2x-x^2=x^2-4x+4\Rightarrow 2x^2-6x=0\Rightarrow x=0$ hoặc $x=3$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x=3$ thỏa mãn.
Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=3$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào **không** là hàm số bậc hai?

A. $y=-x^2+4x+2$. **B.** $y=x(2x^2+5x-1)$.

C. $y=-3x(6x-8)$. **D.** $y=x^2+6x$.

Lời giải

Ta thấy $y=x(2x^2+5x-1)=2x^3+5x^2-x$ không phải hàm số bậc hai.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=2x^2+8x+8$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-4)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$, nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$, nghịch biến trên khoảng $(-4;+\infty)$.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=2x^2+8x+8$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		∞
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{x}+\sqrt{3-x}$ là

A. $(-\infty;3]$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $(-\infty;3]\setminus\{0\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là $\begin{cases}x\neq 0\\3-x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\x\leq 3.\end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D}=(-\infty;3]\setminus\{0\}$.

Chọn đáp án D ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y=2x^2-4x+c$ có đồ thị là một parabol (P). Biết (P) đi qua điểm $M(0;1)$.

a) Trục đối xứng là đường thẳng $x=-1$.

b) $c>0$.

c) (P) đi qua $A(1;-1)$.

d) (P) có bề lõm quay xuống dưới.

Lời giải

a) S Đồ thị (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x=-\dfrac{-4}{2\cdot 2}=1$.

b) Đ Đồ thị (P) đi qua điểm $M(0;1)$ nên $c=1$.

c) Đ Ta có $y(1)=2(1)^2-4\cdot 1+1=-1$ cho nên đồ thị (P) đi qua điểm $A(1;-1)$.

d) S Vì $a=2>0$ nên (P) có bề lõm quay lên trên.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Giả sử giá điện sinh hoạt trong mỗi tháng dành cho các hộ gia đình được cho bởi bảng sau

Mức kWh điện tiêu thụ	Giá bán điện (VNĐ/ kWh)
Mức 1: từ 0 đến 100 kWh	1600
Mức 2: từ trên 100 đến 300 kWh	2000
Mức 3: trên 300 kWh	3000

Mỗi kết quả dưới đây đúng hay sai?

a) Nếu hộ gia đình tiêu thụ 50 kWh thì số tiền phải trả là 80000 VNĐ.

b) Biểu thức biểu diễn số tiền phải trả theo số tiêu thụ điện x là $f(x)=2000x+20000$.

c) Số tiền điện một tháng là 420000 VNĐ thì số điện tiêu thụ là 230 kWh.

d) Số tiền điện một tháng tối đa để không vượt quá mức 2 là 500000 VNĐ.

Lời giải

a) Đ Nếu hộ gia đình tiêu thụ 50 kWh thì số tiền phải trả là $50\cdot 1600=80000$ VNĐ.

b) S Gọi x kWh là mức điện tiêu thụ. Khi đó, ta có công thức liên hệ giữa số kWh điện tiêu thụ và số tiền tương ứng phải trả $f(x)$ như sau

$$f(x)=\begin{cases}1600x & (0<x\le 100)\\ 1600\cdot 100+2000\cdot(x-100) & (100<x\le 300)\\ 1600\cdot 100+2000\cdot 200+3000\cdot(x-300) & (x>300)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\quad f(x)=\begin{cases}1600x & (0<x\le 100)\\ 2000x-40000 & (100<x\le 300)\\ 3000x-340000 & (x>300).\end{cases}$$

c) Đ Để xác định số tiền điện là 420000 VNĐ mà hộ gia đình phải trả tương ứng với số kWh điện tiêu thụ bao nhiêu, ta cần xác định công thức tương ứng.
Với $f(x)=1600x$, $0<x\le 100$ thì $0<f(x)\le 160000$.
Với $f(x)=2000x-40000$, $100<x\le 300$ thì $160000<f(x)\le 560000$.
Với $f(x)=3000x-340000$, $x>300$ thì $f(x)>560000$.
Vì $160000<420000<560000$ nên ứng với số tiền điện 420000 VNĐ thì số kWh điện tiêu thụ của hộ gia đình đó là

$$\frac{420000+40000}{2000}=230 \text{ kWh}.$$

Vậy số kWh điện tiêu thụ của hộ gia đình đó là 230 kWh.

d) S Số tiền điện một tháng tối đa để không vượt quá mức 2 là 560000 VNĐ.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một trận bóng đá được tổ chức ở một sân vận động có sức chứa 15000 người. Với giá vé 14\$ thì trung bình các trận đấu gần đây có 9500 khán giả. Theo một khảo sát thị trường đã chỉ ra rằng cứ giảm 1\$ mỗi vé thì trung bình số khán giả tăng lên 1000 người. Giá vé bằng bao nhiêu thì thu được nhiều lợi nhuận nhất (đơn vị: \$)?

Đáp án: | 1 | 1 | , | 8 |

Lời giải
Gọi $x>0$ là số tiền cần giảm $\Rightarrow$ giá vé được bán là $(14-x)$\$.
Khi đó số người mua vé là $9500+1000x$, $(x\le 5,5)$.
$\Rightarrow$ Số tiền bán vé là $(14-x)\cdot(9500+1000x)=-1000x^2+4500x+133000$.
Để thu được nhiều lợi nhuận nhất thì biểu thức $f(x)=-1000x^2+4500x+133000$ phải có giá trị lớn nhất.
Ta có bảng biến thiên

x	0		2,25		5,5
$f(x)$		↗	$f(x)_{\max}$	↘	

Ta có $f(x)_{\max} \Leftrightarrow x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-4500}{2\cdot(-1000)}=2,25$.
Vậy giá vé là $14-2,25\approx 11,8$\$.
Đáp án: 11,8 ..... □

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-50;50)$ để phương trình $x^2+(m-2)x-8m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt?

Đáp án: 7 | 0 | | |

Lời giải

Ta có $a=1\neq 0, b=m-2, c=-8m+1$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta=(m-2)^2-4(-8m+1)>0\Leftrightarrow m^2+28m>0.$$

Xét $m^2+28m=0\Leftrightarrow m=0$ hoặc $m=-28$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		28		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có $m^2+28m>0\Leftrightarrow m\in(-\infty;-28)\cup(0;+\infty)$.

Mà m nguyên thuộc khoảng $(-50;50)$ nên $m\in\{-49;-48;\ldots;-29\}\cup\{1;2;3;\ldots;49\}$.

Vậy có 70 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án: 70 ..... □

Câu 3. Giải bất phương trình $\left(x^2-3x+2\right)\left(-x^2+5x-6\right)\geq 0$ ta được tập nghiệm $S=[a;b]$. Tính giá trị của biểu thức $a+3b$.

Đáp án: 1 | 0 | | |

Lời giải

Tam thức bậc hai $f(x)=x^2-3x+2$ có $a=1>0$ và có hai nghiệm $x_1=1;x_2=2$.

Tam thức bậc hai $g(x)=-x^2+5x-6$ có $a=-1<0$ và có hai nghiệm $x_1=2;x_2=3$

Ta có bảng xét dấu sau

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
x^2-3x+2		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$+$	
$-x^2+5x-6$		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra $f(x)\cdot g(x)\geq 0$ khi $x\in[1;3]$. Vậy giá trị của biểu thức $a+3b=1+3\cdot 3=10$.

Đáp án: 10 ..... □

Câu 4. Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)}\leq x^2-2x+m-3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2022;2023]$ để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x\in[-1;3]$?

Đáp án: 2 | 0 | 1 | 2

Lời giải

Với mọi $x\in[-1;3]$ ta có $(x+1)(3-x)=-x^2+2x+3\geq 0$.

Đặt $t=\sqrt{(x+1)(3-x)}\geq 0$, đồng thời $\sqrt{(x+1)(3-x)}\leq\dfrac{x+1+3-x}{2}=2$. Do đó,

$t \in [0;2]$.

Khi đó bất phương trình trở thành $t^2+4t-m \le 0 \Leftrightarrow m \ge t^2+4t$ với $t \in [0;2]$.

Với $t \in [0;2]$ ta có $0 \le t^2+4t \le 12$.

Do đó, $m \ge 12$.

Vậy số giá trị nguyên của tham số m là $2023-12+1=2012$.

Đáp án: 2012 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Vẽ các đường parabol sau

a) $y=x^2-3x+2$

b) $y=-2x^2+2x+3$

c) $y=x^2+2x+1$

d) $y=-x^2+x-1$

Lời giải

a)

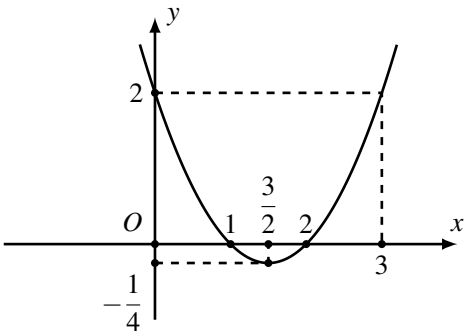
Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Đỉnh $I\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{4}\right)$.

Trục đối xứng $x=\frac{3}{2}$.

Đồ thị của hàm số cắt trục Ox tại hai điểm $A(1;0), B(2;0)$ và cắt trục Oy tại một điểm $C(0;2)$.

Ta có đồ thị (P) như hình vẽ.



b)

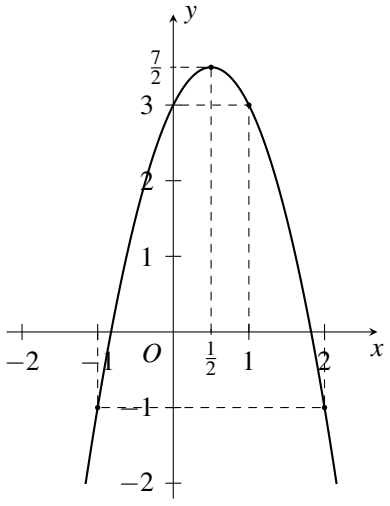
Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Đỉnh $I\left(\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$.

Trục đối xứng $x=\frac{1}{2}$.

Đồ thị của hàm số cắt trục Ox tại hai điểm $A\left(\frac{1+\sqrt{7}}{2};0\right), B\left(\frac{1-\sqrt{7}}{2};0\right)$ và cắt trục Oy tại một điểm $C(0;3)$.

Ta có đồ thị (P) như hình vẽ.



c)

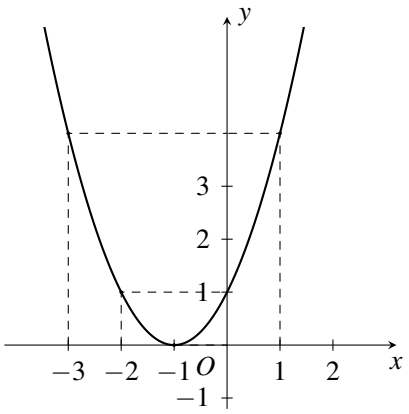
Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Đỉnh $I(-1;0)$.

Trục đối xứng $x=-1$.

Đồ thị của hàm số cắt trục Ox tại một điểm $A(-1;0)$ và cắt trục Oy tại một điểm $C(0;1)$.

Ta có đồ thị (P) như hình vẽ.



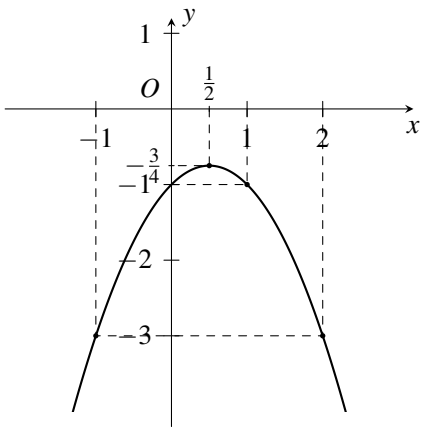
d)

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Đỉnh $I\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{4}\right)$.

Trục đối xứng $x=\frac{1}{2}$.

Ta có đồ thị (P) như hình vẽ.



Câu 2. Độ cao so với mặt đất của một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng được mô tả bởi hàm số bậc hai $h(t)=-4,9t^2+20t+1$, ở đó độ cao $h(t)$ tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Trong khoảng thời điểm nào trong quá trình bay của nó, quả bóng sẽ ở độ cao trên $5(m)$ so với mặt đất?

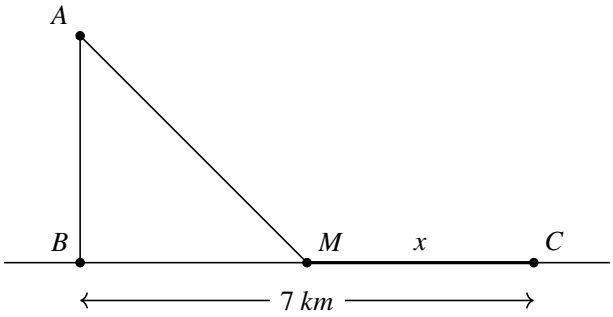
Lời giải

Quả bóng sẽ ở độ cao trên $5(m)$ so với mặt đất thì

$$h(t)>5\Leftrightarrow -4,9t^2+20t+1>5\Leftrightarrow -4,9t^2+20t-4>0\Leftrightarrow 0,21<t<3,81.$$

Vậy khoảng thời điểm $0,21<t<3,81$ thì quả bóng sẽ ở độ cao trên $5(m)$ so với mặt đất.

Câu 3. Người thứ nhất chèo thuyền với vận tốc 6 (km/h) vào bờ biển từ một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB=4$ (km). Trên bờ biển, người thứ hai đi xe máy với vận tốc 10 (km/h) từ một nhà kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC=7$ (km) (hình vẽ bên dưới). Xác định vị trí hai người gặp nhau ở vị trí M đến C, biết hai người xuất phát cùng một lúc.



Lời giải

Đặt $MC = x$ km điều kiện $0 < x < 7$.

Quãng đường $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + (7-x)^2}$.

Suy ra thời gian đi quãng đường AM là $\dfrac{\sqrt{16+(7-x)^2}}{6}$ giờ.

Quãng đường $MC = x$ suy ra thời gian đi quãng đường MC là $\dfrac{x}{10}$ giờ.

Giải phương trình $\dfrac{\sqrt{16+(7-x)^2}}{6} = \dfrac{x}{10}$, ta sẽ được vị trí M đến C.

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{16+(7-x)^2}}{6} = \frac{x}{10} &\Leftrightarrow 5\sqrt{16+(7-x)^2} = 3x \\ &\Rightarrow 25(16+(7-x)^2) = 9x^2 \Rightarrow 25x^2 - 350x + 1625 = 9x^2 \\ &\Rightarrow 16x^2 - 350x + 1625 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \approx 6{,}687 \text{ (nhận)} \\ x \approx 15{,}188. \text{ (loại)}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy hai người gặp nhau ở vị trí M cách C một khoảng cách $6{,}687$ km.

—Hết—

6. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{6-x-x^2}$ là

A. $\mathscr{D}=[-3;2]$.
B. $\mathscr{D}=(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.
C. $\mathscr{D}=(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$.
D. $\mathscr{D}=[-2;3]$.

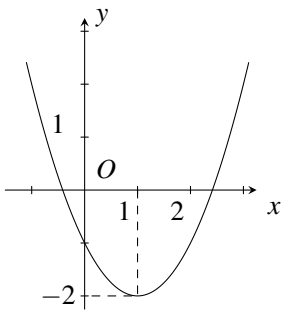
Lời giải

Điều kiện $6-x-x^2\geq 0$.
Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$6-x-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy tập xác định của hàm số $y=\sqrt{6-x-x^2}$ là $\mathscr{D}=[-3;2]$.
Chọn đáp án A. □

Câu 2. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=2x^2-4x-2$.
B. $y=-x^2-2x+3$.
C. $y=x^2-2x-1$.
D. $y=x^2+2x-2$.

Lời giải

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng $-1\Rightarrow c=-1$. Suy ra $y=ax^2+bx-1$.
Đồ thị nhận $I(1;-2)$ làm đỉnh nên $\begin{cases}\dfrac{-b}{2a}=1\\ -2=a\cdot 1^2+b\cdot 1-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=0\\ a+b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=-2.\end{cases}$
Vậy $y=x^2-2x-1$.
Chọn đáp án C. □

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $1-x^2<0$ là

A. $(0;1)$.
B. $(-1;0)$.
C. $(-1;1)$.
D. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Tam thức bậc hai $f(x)=1-x^2$ có hệ số $a=-1<0$ và có hai nghiệm $x_1=1$ và $x_2=-1$ nên ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ là

A. $S=\{2\}$. **B.** $S=\{6\}$. **C.** $S=\{2;15\}$. **D.** $S=\{15\}$.

Lời giải

Ta có phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x-6\geq 0 \\ 5x+6=(x-6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 6 \\ x^2-17x+30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 6 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=15 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=15.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{15\}$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ $(c\neq 0)$. Đặt $\Delta=b^2-4ac$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta>0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

D. Nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{b}{2a}\right\}$.

Lời giải

Theo định lí về dấu của tam thức bậc hai, nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{b}{2a}\right\}$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1}, & \text{khi } x\geq 2 \\ x^2+2, & \text{khi } x<2 \end{cases}$. Tính $P=f(2)+f(-2)$.

A. $P=3$. **B.** $P=\dfrac{7}{3}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Khi $x=2$ thì $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1}$.

Khi $x=-2$ thì $f(x)=x^2+2$.

Từ đó ta có $P=f(2)+f(-2)=\dfrac{2\sqrt{2-2}-3}{2-1}+(-2)^2+2=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Biết rằng $(P)\colon y=ax^2-4x+c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$. Tính tổng $S=a+c$.

A. $S=5$. **B.** $S=-5$. **C.** $S=4$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{-b}{2a}=-3\Leftrightarrow\dfrac{2}{a}=-3\Leftrightarrow a=-\dfrac{2}{3}$ và $4a+8+c=1\Leftrightarrow c=-\dfrac{13}{3}$.
Vậy $S=a+c=-5$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-x-6<0$ có số nghiệm nguyên âm là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $x^2-x-6<0\Leftrightarrow -2<x<3$.
Vậy nghiệm nghiệm âm của bất phương trình là $x=-1$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Xét dấu tam thức $f(x)=-3x^2+2x+8$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)\geq 0$ khi $x\in\left[-\dfrac{4}{3};2\right]$. **B.** $f(x)\leq 0$ khi $x\in\left(-\infty;-\dfrac{4}{3}\right)\cup[2;+\infty)$.

C. $f(x)\leq 0$ khi $x\in\left(-\dfrac{4}{3};2\right)$. **D.** $f(x)\geq 0$ khi $x\in\left(-\dfrac{4}{3};2\right)$.

Lời giải

Ta có $-3x^2+2x+8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-\dfrac{4}{3}.\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

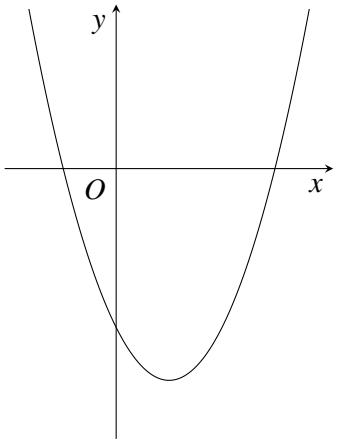
x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Khẳng định $f(x)\geq 0$ khi $x\in\left[-\dfrac{4}{3};2\right]$.

$f(x)\leq 0$ khi $x\in\left(-\infty;-\dfrac{4}{3}\right]\cup[2;+\infty)$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như bên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a>0, b>0, c<0$. **B.** $a<0, b<0, c>0$.

C. $a>0, b<0, c>0$. **D.** $a>0, b<0, c<0$.

Lời giải

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Đồ thị hướng bề lõm lên trên nên $a>0$, hoành độ đỉnh dương nên $\dfrac{-b}{2a}>0, a>0 \Rightarrow b<0$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)=2x^2-1$. Tính $f(2)$.

A. $f(2)=2$. **B.** $f(2)=3$. **C.** $f(2)=7$. **D.** $f(2)=5$.

Lời giải

Ta có $f(2)=2\cdot 2^2-1=7$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 12. Nghiệm của tam thức bậc hai $f(x)=x^2-9$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=9 \end{array}\right.$.

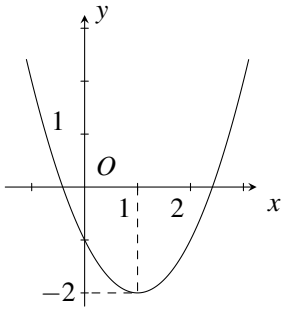
Lời giải

Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 3$.

Chọn đáp án C ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau



a) $f(x)=x^2-2x-1$.

b) Phương trình $f(x)=-2$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

c) Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số là -2.

Lời giải

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng $-1 \Rightarrow c=-1$. Suy ra $y=ax^2+bx-1$.

Đồ thị nhận $I(1;-2)$ làm đỉnh nên $\begin{cases} \dfrac{-b}{2a}=1 \\ -2=a\cdot 1^2+b\cdot 1-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$.

Vậy $y=x^2-2x-1$.

a) Đ Hàm số đã cho có dạng $y=x^2-2x-1$ đúng.

b) S Phương trình $f(x)=-2$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt sai.

c) Đ Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$ đúng.

d) S Giá trị lớn nhất của hàm số là -2 sai.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Công ty A có 100 cán bộ công nhân viên và muốn tổ chức cho toàn công ty đi Year End Party tại khu du lịch Tam Đảo, Vĩnh Phúc. Một công ty du lịch chào giá về với công ty A như sau:
Với 40 khách hàng đầu tiên có giá vé là 3 triệu đồng/người.
Nếu có nhiều hơn 40 người đăng kí đi thì cứ thêm 1 người giá vé sẽ giảm 15000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.
Gọi x là số lượng cán bộ công nhân viên của công ty A đăng kí thứ 41 trở lên.
Biết chi phí thực tế công ty dành cho mỗi khách hàng là 1,95 triệu đồng.

a) Giá vé còn lại sau khi thêm x người là $3000-15x$ (nghìn đồng/người).

b) Chi phí thực tế cho chuyến đi này là $1950\cdot(40-x)$ (nghìn đồng).

c) Lợi nhuận của công ty du lịch đạt được biểu thị bằng công thức $T=15x^2-450x+42000$ (nghìn đồng).

d) Số cán bộ công nhân viên công ty A đăng ký tối thiểu là 50 người thì công ty du lịch đạt lợi nhuận tối thiểu 45 triệu đồng.

Lời giải

a) Đ Điều kiện: $x\in\mathbb{N}$.
Vì cứ nhiều hơn 40 người đăng kí đi thì cứ thêm 1 người giá vé sẽ giảm 15000 đồng/người cho toàn bộ hành khách nên thêm x người giá vé còn $3000-15x$ (nghìn đồng/người).

b) S Doanh thu của công ty du lịch là $(3000-15x)(40+x)$ (nghìn đồng).
Chi phí thực tế cho chuyến đi là $1950\cdot(40+x)$ (nghìn đồng).

c) S Lợi nhuận của công ty du lịch đạt được là

$$\begin{aligned} T &= (3000-15x)(40+x)-1950(40+x) \\ &= -15x^2+3000x+120000-600x-1950\cdot(40+x) \\ &= -15x^2+2400x+120000-78000-1950x \\ &= -15x^2+450x+42000 \end{aligned}$$

d) Đ Để lợi nhuận công ty tối thiểu là 45 triệu đồng thì

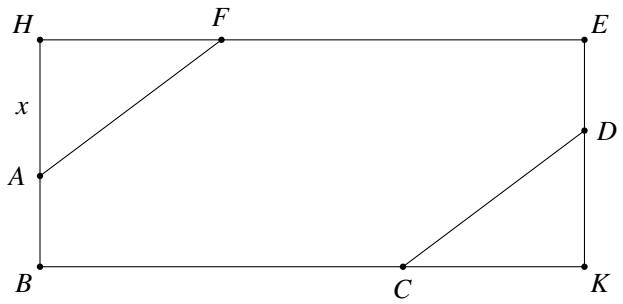
$$\begin{aligned} & T \geq 45\,000 \\ \Leftrightarrow\ & -15x^2+450x+42\,000 \geq 45\,000 \\ \Leftrightarrow\ & -15x^2+450x-3\,000 \geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & 10 \leq x \leq 20. \end{aligned}$$

Vậy số cán bộ công nhân viên công ty A đăng ký tối thiểu là 50 người thì công ty du lịch đạt lợi nhuận tối thiểu 45 triệu đồng.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ..... □

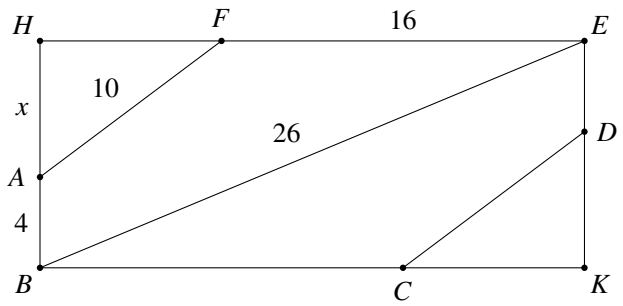
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho lục giác $ABCDEF$ có $AB \perp EF$; $BC \perp DE$; $AF \parallel CD$; $AF = CD$; $AB = 4$; $BE = 26$; $EF = 16$; $AF = 10$. Gọi H là giao điểm của AB và EF; K là giao điểm của BC và ED, khi đó tứ giác $HBKE$ là hình chữ nhật, đặt $x = AH$; $x > 0$. Hãy tính độ dài x.



Đáp án: | 6 | | | |

Lời giải



Xét tam giác AHF vuông tại H có $HF = \sqrt{100-x^2}$ (áp dụng định lí Pytago).
Xét tam giác BHE vuông tại H có $HB^2 + HE^2 = BE^2$

$$\Rightarrow (x+4)^2 + \left(\sqrt{100-x^2}+16\right)^2 = 26^2 \Leftrightarrow 4\sqrt{100-x^2} = 38-x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 38-x \geq 0 \\ 16(100-x^2) = (38-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x^2-76x-156=0 \\ x \leq 38 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6.$$

Vậy $AH = x = 6$.

Đáp án: 6 ..... □

Câu 2. Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;2024]$ thoả mãn phương trình $\sqrt{2x^2-2x-2m} = x-2$ có nghiệm.

Đáp án: | 2 | 0 | 2 | 3 |

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{2x^2-2x-2m} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 2x^2-2x-2m = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2+2x-4 = 2m. \end{cases}$$

Do đó phương trình $\sqrt{2x^2-2x-2m} = x-2$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $x^2+2x-4 = 2m$ có nghiệm $x_0 \geq 2$, điều này tương đương với

$$2m \geq \min_{x \geq 2} \left(x^2+2x-4\right)$$

Xét tam thức bậc hai $f(x) = x^2+2x-4$ trên $[2;+\infty)$ có $a = 1 > 0$ và hoành độ đỉnh $x = -\dfrac{b}{2a} = -1 < 2$ nên ta có

$$f(x) \geq f(2) = 4, \forall x \geq 2.$$

Suy ra $\min\limits_{x \geq 2} \left(x^2+2x-4\right) = 4$ hay $2m \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Kết hợp với $m \in [0;2024]$ ta thấy có 2023 giá trị nguyên của m thoả mãn.

Đáp án: 2023 ..... □

Câu 3. Biết đồ thị hàm số $y = ax^2+bx+c$, $(a,b,c \in \mathbb{R}; a \neq 0)$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$. Tính giá trị biểu thức $\mathrm{T} = a^3+b^2-2c$.

Đáp án: | 2 | 2 | | |

Lời giải

(P): $y = ax^2+bx+c$.

(P) qua $A(2;1) \Leftrightarrow 4a+2b+c = 1.$ (1)

$$(P) \text{ có đỉnh } I(1;-1) \Rightarrow \begin{cases} a+b+c = -1 \\ -\dfrac{b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = -1 & (2) \\ 2a+b = 0. & (3) \end{cases}$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) suy ra } \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 1. \end{cases}$$

Vậy $T = a^3+b^2-2c = 2^3+(-4)^2-2 \cdot 1 = 22$.

Đáp án: 22 ..... □

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2-2mx-2m+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Đáp án: | 3 | | | |

Lời giải

Hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx-2m+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2-2mx-2m+3\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'\leq 0\\ a>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2+2m-3\leq 0\\ 1>0\end{cases} \Leftrightarrow -3\leq m\leq 1.$

Do m nguyên âm nên $m\in\{-3;-2;-1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên âm của m thỏa yêu cầu bài toán.

Đáp án: 3 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{5-3x+x^2}=\sqrt{1-4x+4x^2}$.

b) $-3x+1=\sqrt{4x^2+4x}$.

Lời giải

a) $\sqrt{5-3x+x^2}=\sqrt{1-4x+4x^2}$

Bình phương hai vế của phương trình, ta được

$$5-3x+x^2=1-4x+4x^2\Rightarrow\ 3x^2-x-4=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=\dfrac{4}{3}.\end{array}\right.$$

Thử lại:

- $x=-1$ thỏa mãn phương trình.
- $x=\dfrac{4}{3}$ thỏa mãn phương trình.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-1;-\dfrac{4}{3}\right\}$.

b) $-3x+1=\sqrt{4x^2+4x}$

Bình phương hai vế của phương trình, ta được

$$9x^2-6x+1=4x^2+4x\Rightarrow\ 5x^2-10x+1=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{5+2\sqrt{5}}{2}\\ x=\dfrac{5-2\sqrt{5}}{2}.\end{array}\right.$$

Thử lại:

- $x=\dfrac{5+2\sqrt{5}}{2}$ không thỏa mãn phương trình.
- $x=\dfrac{5-2\sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn phương trình.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{5-2\sqrt{5}}{2}\right\}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=2x^2-3x-5$ (1). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y=4x+m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;x_2)$ thỏa mãn $2x_1^2+2x_2^2=3x_1x_2+7$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $2x^2-3x-5=4x+m \Leftrightarrow 2x^2-7x-5-m=0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

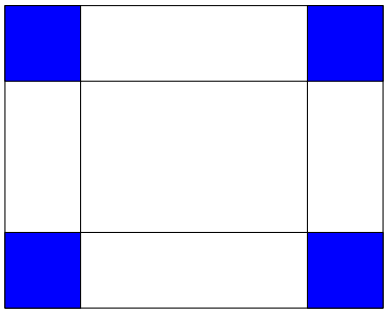
$$\triangle=(-7)^2-4\cdot 2(-m-5)>0 \Leftrightarrow 8m+89>0 \Leftrightarrow m>-\frac{89}{8}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của nên theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{7}{2} \\ x_1.x_2=\dfrac{-5-m}{2}. \end{cases}$

Do đó $2x_1^2+2x_2^2=3x_1x_2+7 \Leftrightarrow 2(x_1+x_2)^2-7x_1x_2-7=0 \Leftrightarrow 2\left(\dfrac{7}{2}\right)^2-7.\left(\dfrac{-5-m}{2}\right)-7=0 \Leftrightarrow 70+7m=0 \Leftrightarrow m=-10$.

Vậy $m=-10$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. Một tấm sắt hình chữ nhật có chu vi là 48 cm. Người ta cắt ở mỗi góc tấm sắt một hình vuông cạnh là 2 cm như hình vẽ bên dưới:



Tìm chiều dài của tấm sắt sao cho diện tích phần còn lại của tấm sắt ít nhất bằng 92 cm².

Lời giải

Gọi chiều dài tấm sắt là x (cm), chiều rộng tấm sắt là y (cm). Điều kiện: $x>0, y>0$.

Chu vi hình chữ nhật $2(x+y)=48 \Rightarrow y=24-x$.

Diện tích tấm sắt ban đầu $S_0=xy=x(24-x)$.

Diện tích 4 hình vuông bị cắt đi: $S_1=4*4=16$ (cm²).

Diện tích phần còn lại $S_2=S_1-S_2=x(24-x)-16$.

Diện tích phần còn lại ít nhất 92 cm² nên ta có bất phương trình

$$\begin{aligned} &x(24-x)-16\geq 92 \\ \Leftrightarrow &x^2-24x+108\leq 0 \\ \Leftrightarrow &6\leq x\leq 18. \end{aligned}$$

Vậy chiều dài của tấm sắt x với $6 \le x \le 18$.

Câu 4. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình

$$x^2-3x+10+2(x-3)\sqrt{3x+1}=0.$$

Lời giải

Ta có phương trình tương đương với

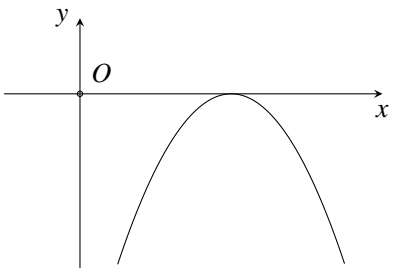
$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow (x^2-6x+9)+(3x+1)+2(x-3)\sqrt{3x+1}=0\\
&\Leftrightarrow (x-3)^2+\left(\sqrt{3x+1}\right)^2+2(x-3)\sqrt{3x+1}=0\\
&\Leftrightarrow \left(x-3+\sqrt{3x+1}\right)^2=0 \Leftrightarrow x-3+\sqrt{3x+1}=0 \Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=3-x\\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x\ge 0 \\ 3x+1=(3-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 3 \\ x^2-9x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=8 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.
\end{aligned}$$

—Hết—

7. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành như hình vẽ. Dấu tam thức bậc hai $f(x)$ đúng với mọi giá trị của x là



A. $f(x)=0$. **B.** $f(x)>0$. **C.** $f(x)\geq 0$. **D.** $f(x)\leq 0$.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ nằm phía dưới trục hoành và tiếp xúc với trục hoành nên $f(x)\leq 0$ với mọi x.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2-3x-1}=\sqrt{2x-4}$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=\left\{1;\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{2x^2-3x-1}=\sqrt{2x-4}\Rightarrow\begin{cases}2x^2-3x-1=2x-4\\2x-4\geq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x^2-5x+3=0\\x\geq 2\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}x=1 \text{ hoặc } x=\dfrac{3}{2}\\x\geq 2.\end{cases}$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2-14x+20<0$ là

A. $S=(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$.

C. $S=(2;5)$. **D.** $S=[2;5]$.

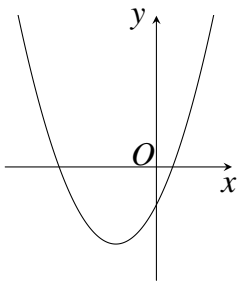
Lời giải

Ta có $2x^2-14x+20<0\Leftrightarrow 2<x<5$.

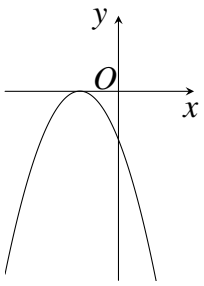
Vậy $S=(2;5)$.

Chọn đáp án C □

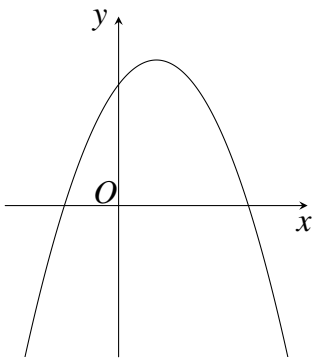
Câu 4. Nếu hàm số $y=ax^2+bx+c$ có $a>0;\ b>0$ và $c<0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng

A. 

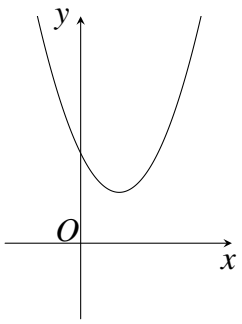
.

B. 

.

C. 

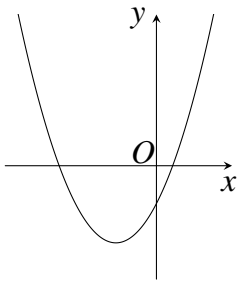
.

D. 

.

Lời giải

Đồ thị hàm số $a>0$ nên bề lõm đồ thị quay lên và $c<0$ nên đồ thị cắt trục Oy phía dưới Ox nên ta chọn



Chọn đáp án A ..... □

Câu 5. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x)=\dfrac{3}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{3}{x_1}-\dfrac{3}{x_2}=\dfrac{3(x_2-x_1)}{x_1x_2}=-\dfrac{3(x_1-x_2)}{x_1x_2}$

Với mọi $x_1, x_2\in(0;+\infty)$ và $x_1<x_2$.

Ta có $\begin{cases}x_1>0\\x_2>0\end{cases}\Rightarrow x_1\cdot x_2>0$

Suy ra $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=-\dfrac{3}{x_1x_2}<0\Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 6. Tọa độ giao điểm của $(P)\colon y=x^2-4x$ với đường thẳng $d\colon y=-x-2$ là

A. $M(0;-2), N(2;-4)$. **B.** $M(-1;-1), N(-2;0)$.

C. $M(-3;1), N(3;-5)$. **D.** $M(1;-3), N(2;-4)$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình

$$x^2-4x=-x-2 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2. \end{array}\right.$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $M(1;-3), N(2;-4)$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 7. Cho $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$. Điều kiện để $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\leq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a>0 \\ \Delta<0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta<0 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có đáp án cần chọn là $\begin{cases} a<0 \\ \Delta<0 \end{cases}$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 8. Tam thức bậc hai $f(x)=2x^2+2x+5$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x\in(0;+\infty)$. **B.** $x\in(-2;+\infty)$. **C.** $x\in\mathbb{R}$. **D.** $x\in(-\infty;0)$.

Lời giải

Do phương trình $2x^2+2x+5=0$ vô nghiệm và $a=2>0$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

Từ bảng xét dấu, suy ra tam thức bậc hai $f(x)=2x^2+2x+5$ nhận giá trị dương với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$ là

A. $S=\{-1,-2\}$. **B.** $S=\{-1,2\}$. **C.** $S=\{1,-2\}$. **D.** $S=\{1,2\}$.

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}\Leftrightarrow\begin{cases}2-x\geq 0\\x^2+2x+4=2-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 2\\x^2+3x+2=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 2\\\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-2.\end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-1,-2\}$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 10. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. $x^2-x-2>0$ khi và chi khi $x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

B. $x^2-x-2\leq 0$ khi và chỉ khi $x\in[-1;2]$.

C. $x^2-x-2<0$ khi và chỉ khi $x\in(-1;2)$.

D. $x^2-x-2\geq 0$ khi và chi khi $x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

$f(x)=x^2-x-2$ có hai nghiệm là $x_1=-1$, $x_2=2$ và có hệ số $a=1>0$.

Ta có bảng xét dấu của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó $x^2-x-2\geq 0$ khi và chi khi $x\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 11. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc hai một ẩn?

A. $2x^2+x\sqrt{2}-5\leq 0$.

B. $x^3-3x+5>0$.

C. $2x^2-5\sqrt{x}+2<0$.

D. $3x^2+\dfrac{1}{x}+2>0$.

Lời giải

Bất phương trình $2x^2+x\sqrt{2}-5\leq 0$ là bất phương trình bậc hai một ẩn.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=x^2-2x+m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x)\geq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\geq 1$.

B. $m>1$.

C. $m>0$.

D. $m<2$.

Lời giải

Ta có $f(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\\Delta'=1-m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\geq 1$.

Chọn đáp án A ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có $f(2)=2$ và bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$-\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 3 $\searrow$	$-\infty$

Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 3.

b) Hàm số bậc hai là $y=-2x^2+4x+2$.

c) Giá trị của hàm số tại $x=0$ là 2.

d) Giá trị của hàm số tại $x=-1$ là -1.

Lời giải

a) Đ Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 3.

b) S Gọi $f(x)=ax^2+bx+c$. Từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} 4a+2b+c=2 \\ 2a+b=0 \\ a+b+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=2. \end{cases}$$

Do đó $f(x)=-x^2+2x+2$.

c) Đ $f(0)=2$.

d) Đ $f(-1)=-1$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 2. Một quả bóng được đá lên từ độ cao $1{,}5$ mét so với mặt đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol trong mặt phẳng toạ độ Oxy có phương trình $h(t)=-0{,}5t^2+2{,}75t+1{,}5$ trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên và h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng.

a) Quả bóng chạm mặt đất khi $t=5$ giây.

b) Quả bóng có độ cao lớn hơn $1{,}5$ mét so với mặt đất trong thời gian là 5 giây.

c) Quả bóng đạt độ cao lớn nhất khi $t=2{,}75$ giây.

d) Quả bóng có độ cao lớn hơn $1{,}5$ mét so với mặt đất trong khoảng thời gian $0<t<6$.

Lời giải

- Quả bóng có độ cao lớn hơn $1,5$ mét so với mặt đất khi

$$h(t) > 0 \Leftrightarrow -0,5t^2 + 2,75t + 1,5 > 0 \Leftrightarrow -0,5 < t < 6.$$

Mà $t > 0$ nên suy ra $0 < t < 6$. Suy ra b-sai; d-đúng

- Ta có $h(t) = 0 \Leftrightarrow -0,5t^2 + 2,75t + 1,5 = 0 \Leftrightarrow t = -0,5; t = 6$. Suy ra a-sai.

- $h(t) = -0,5t^2 + 2,75t + 1,5 = -0,5\left(t - \dfrac{11}{4}\right)^2 + \dfrac{169}{32} \le \dfrac{169}{32}$ khi $t = \dfrac{11}{4} = 2,75$ (giây). Suy ra c-đúng.

a) Ⓢ Quả bóng chạm mặt đất khi $t = 5$ giây là khẳng định sai.

b) Ⓢ Quả bóng có độ cao lớn hơn $1,5$ mét so với mặt đất trong thời gian là 5 giây là khẳng định sai.

c) Ⓓ Quả bóng đạt độ cao lớn nhất khi $t = 2,75$ giây là khẳng định đúng.

d) Ⓓ Quả bóng có độ cao lớn hơn $1,5$ mét so với mặt đất trong khoảng thời gian $0 < t < 6$ là khẳng định đúng.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một công ty du lịch báo giá tiền tham quan của một nhóm khách du lịch như sau 50 khách đầu tiên có giá là $300\,000$ đồng một người. Nếu có trên 50 người thì cứ thêm một người thì giá vé sẽ giảm $5\,000$ đồng/ người cho toàn bộ hành khách. Gọi x là số lượng khách vượt quá 50 người của nhóm. Biết chi phí thực sự của chuyến du lịch là $15\,080\,000$ đồng. Hãy xác định số nguyên lớn nhất của x để công ty không bị lỗ. Đáp án: | 8 | | | |

Lời giải

Tổng số khách là $50 + x$.

Tổng số tiền mà mỗi khách phải trả là $300 - 5x$ (đơn vị tính là nghìn đồng).

Tổng tiền thu là $(50 + x)(300 - 5x) = -5x^2 + 50x + 15000$.

Để công ty không bị lỗ thì phải có

$$-5x^2 + 50x + 15\,000 \ge 15\,080 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 \le 0 \Leftrightarrow 2 \le x \le 8.$$

Vậy số nguyên lớn nhất để chuyến đi không bị lỗ là $x = 8$.

Đáp án: 8 ..... □

Câu 2. Một hãng taxi có bảng giá như sau (sử dụng cho taxi 4 chỗ)

Giá mở cửa (0,5km)	Giá cước các km tiếp theo	Giá cước từ km thứ 31
11 000 đồng	14 500 đồng/km	11 600 đồng/km

Bạn Trân bắt taxi đi quãng đường 35 km thì phải trả số tiền là bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng nghìn). Đáp án: 4 | 9 | 7 |

Lời giải

Gọi x là số km cần đi $(x \geq 0)$. Gọi $f(x)$ là số tiền phải trả khi đi x km. Ta có

Nếu $0 < x \leq 0{,}5$ thì $f(x) = 11\,000$.

Nếu $0{,}5 < x \leq 30$ thì $f(x) = 11\,000 + 14\,500(x - 0{,}5) = 3\,750 + 14\,500x$.

Nếu $x > 30$ thì $f(x) = 11\,000 + 14\,500(30 - 0{,}5) + 11\,600(x - 30) = 90\,750 + 11\,600x$.

Vậy ta có công thức hàm $f(x)$ như sau

$$f(x) = \begin{cases} 11\,000 & \text{nếu} \quad 0 < x \leq 0{,}5 \\ 3\,750 + 1\,400x & \text{nếu} \quad 0{,}5 < x \leq 30 \\ 90\,750 + 11\,600x & \text{nếu} \quad x > 30. \end{cases}$$

Vì bạn Trân muốn đi 35 km nên $x = 35 > 30$ nên

$f(35) = 90\,750 + 11\,600 \cdot 35 = 496\,750$ (đồng)

Vậy để đi 35 km bạn trân phải trả 497 nghìn đồng.

Đáp án: 497 ..... □

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = mx^3 - 2(m^2+1)x^2 + 2m^2 - m$ với m là tham số. Tìm tổng tất cả các giá trị của m sao cho $f(-1) = 2$. Đáp án: − | 2 | | |

Lời giải

Ta có $f(-1) = 2 \Leftrightarrow 2 = -m - 2(m^2+1) + 2m^2 - m \Leftrightarrow m = -2$.

Vậy tổng tất cả các giá trị của m bằng -2.

Đáp án: -2 ..... □

Câu 4. Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \dfrac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$. Tổng giá trị $a + 2b$ là bao nhiêu? Đáp án: 1 | | | |

Lời giải

Ta có hệ $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{1}{3} \\ a + b + 4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2. \end{cases}$

Vậy $a + 2b = 1$.

Đáp án: 1 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau:

a) $y = \dfrac{1}{x^2 - x}$; b) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$; c) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$.

Lời giải

a) Điều kiện xác định của hàm số là $x^2-x\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x\neq 1.\end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0;1\}$.

b) Điều kiện xác định của hàm số là $x^2-4x+3\geq 0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x\leq 1\\ x\geq 3.\end{bmatrix}$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=(-\infty;1]\cup[3;+\infty]$.

c) Điều kiện xác định của hàm số là $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=(1;+\infty)$.

Câu 2. Hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:y=2x+3$ cắt parabol $y=x^2+(m+2)x-m$ tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy.

Lời giải

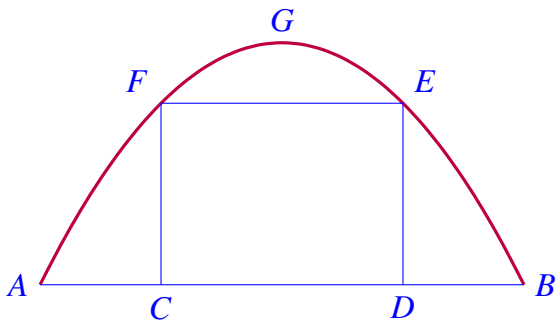
Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và parabol đã cho là

$x^2+(m+2)x-m=2x+3\Leftrightarrow x^2+mx-m-3=0.\quad(1)$

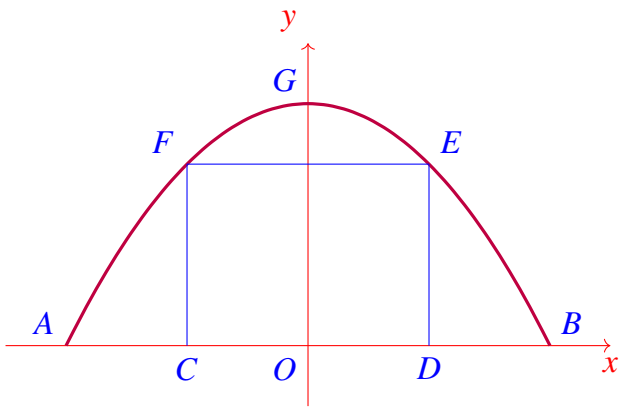
Để đường thẳng d cắt parabol tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dấu $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ S>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+4m+12>0\\ m<0\end{cases}\Leftrightarrow m<0.$

Câu 3. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hia cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là $4m$, kích thước cửa ở giữa là $3m\times 4m$. Tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



Lời giải



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\dfrac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Chiều cao của cổng Parabol là $4m$ nên $G(0,4) \Rightarrow c = 4$.

$\Rightarrow (P): y = ax^2 + 4$.

Lại có, kích thước cửa ở giữa là $3m \times 4m$ nên $E(2,3), F(-2,3) \Rightarrow 3 - 4a = 4 \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{4}$.

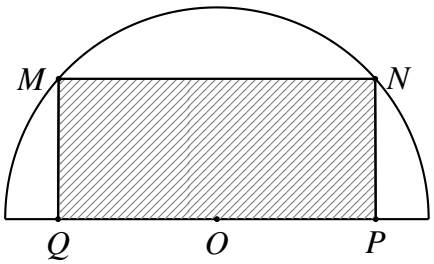
Vậy $(P): y = -\dfrac{1}{4}x^2 + 4$.

Ta có $-\dfrac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -4 \end{array}\right.$

nên $A(-4,0)$, $B(4,0)$ hay $AB = 8$.

Câu 4.

Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên). Tính độ dài cạnh MQ, biết chu vi hình chữ nhật bằng 12.



Lời giải

Đặt $OQ = x$, $(0 < x < 3) \Rightarrow MQ = \sqrt{MO^2 - OQ^2} = \sqrt{9 - x^2}$.

Ta có $4x + 2\sqrt{9 - x^2} = 12 \Leftrightarrow \sqrt{9 - x^2} = 6 - 2x \Leftrightarrow 5x^2 - 24x + 27 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \text{ (loại)} \\ x = 1{,}8. \end{array}\right.$

Vậy $MQ = \dfrac{12}{5}$.

—Hết—

8. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-2}$ là

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathscr{D}=[1;+\infty)$. **C.** $\mathscr{D}=(1;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Lời giải

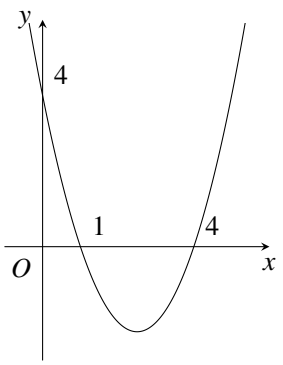
Điều kiện $2x-2\neq 0\Leftrightarrow x\neq 1$.

Vậy tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 2.

Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $f(x)<0$ với mọi x thuộc khoảng?



A. $(4;5)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có $f(x)<0\Leftrightarrow x\in(1;4)$

Chọn đáp án D .....□

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^2+2mx+m^2-3m+1$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

A. $m<\dfrac{1}{3}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m<0$. **D.** $m>\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=x^2+2mx+m^2-3m+1$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow x^2+2mx+m^2-3m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=3m-1>0\Leftrightarrow m>\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 4. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y=\dfrac{1-3x}{4}$ và $y=-\left(\dfrac{x}{3}+1\right)$ là

A. $(0;-1)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(0;\dfrac{1}{4})$. **D.** $(3;-2)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng

$$\frac{1-3x}{4}=-\left(\frac{x}{3}+1\right)\Leftrightarrow x=3\Rightarrow y=-2.$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đường thẳng là $(3;-2)$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 5. Xét tam thức bậc hai $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
B. $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
D. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Xét $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$.
Vì $\Delta' = 1 - (-3) \cdot (-1) = -2 < 0$ và $a = -3 < 0$ nên $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 6. Bảng xét dấu sau của tam thức bậc hai nào?

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x) = x^2 - x - 6$.
B. $f(x) = -x^2 - x + 6$.
C. $f(x) = -x^2 + x + 6$.
D. $f(x) = x^2 + x - 6$.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta thấy hệ số của x^2 âm và $f(x) = 0$ có 2 nghiệm $x = -3, x = 2$.
Chọn đáp án B ..... □

Câu 7. Biết phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x + 1} = 2x$ có một nghiệm $x = \dfrac{a + \sqrt{b}}{c}$, với a, b, $c \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{c}$, $\dfrac{b}{c}$ là các phân số tối giản. Tính $S = ac - b$.

A. 29.
B. -9.
C. 5.
D. -5.

Lời giải

$$\begin{aligned}
&\sqrt{2x^2 + 3x + 1} = 2x \\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} 2x \geq 0 \\ 2x^2 + 3x + 1 = 4x^2 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 3x - 1 = 0 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} x \geq 0 \\ \left[\begin{array}{ll} x = \dfrac{3 - \sqrt{17}}{4} & \text{(loại)} \\ x = \dfrac{3 + \sqrt{17}}{4} & \text{(nhận)} \end{array}\right. \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ &x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4}.
\end{aligned}$$

Đối chiếu đề bài ta có $a=3;\ b=17;\ c=4$.

Vậy $S=ac-b=3\cdot 4-17=-5$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+9>6x$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

$x^2+9>6x\Leftrightarrow(x-3)^2>0\Leftrightarrow x\neq 3$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 9. Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x)=x^2-6x+8$ không dương?

A. $[2;3]$. **B.** $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$.

C. $[2;4]$. **D.** $[1;4]$.

Lời giải

Vì $f(x)$ không dương nên $f(x)\leq 0$.

Ta có $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=4.\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $x\in[2;4]$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 10. Cho hàm số $y=-x^2-2x+1$. Chọn câu **sai**?

A. Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x=-1$.

B. Hàm số không chẵn, không lẻ.

C. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Đồ thị hàm số nhận $I(-1;4)$ làm đỉnh.

Lời giải

Đồ thị hàm số nhận $I(-1;4)$ làm đỉnh là câu sai.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-4x+1$.

A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 13.

Lời giải

Hàm số bậc hai có $a=1>0$ và $-\dfrac{b}{2a}=2$ nên có giá trị nhỏ nhất là $y(2)=-3$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}$.

A. $\mathscr{D}=(1;2)$. **B.** $\mathscr{D}=[1;2]$.

C. $\mathscr{D}=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\mathscr{D}=(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases}x-1\geq 0\\2-x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\x\leq 2\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq x\leq 2$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=[1;2]$.

Chọn đáp án (B) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số bậc hai $y=2x^2+x-3$ có đồ thị (P). Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề dưới đây.

a) Điểm $A(0;3)$ thuộc đồ thị (P).

b) Đồ thị (P) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{25}{8}\right)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

d) Có 5 giá trị nguyên dương $m\in[-3;10)$ để đường thẳng $(d):y=-(m+1)x-m-2$ cắt đồ thị $(P):y=2x^2+x-3$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Lời giải

a) (S) **Sai.** Vì $3\neq 2\cdot 0^2+0-3=-3$.

b) (Đ) **Đúng.** Vì $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{4}\\f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)=-\dfrac{25}{8}\end{cases}\Rightarrow I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{25}{8}\right)$.

c) (Đ) **Đúng.** Hàm số có hệ số $a=2>0$ và $-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{4}$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right)$, đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

Mà $(-\infty;-2)\subset\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right)$ và $(3;+\infty)\subset\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

d) (S) **Sai.** Xét phương trình $2x^2+x-3+(m+1)x+m+2=0\Leftrightarrow 2x^2+(m+2)x+m-1=0$. $(*)$

Để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung thì ta có điều kiện $\begin{cases}\Delta>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4m+12>0\\\dfrac{m-1}{2}>0\end{cases}\Leftrightarrow m>1.$

Vậy có 8 giá trị nguyên dương $m\in[-3;10)$ để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{3x+4}=x$.

a) $x=0$ là một nghiệm của phương trình.

b) Phương trình có đúng một nghiệm dương.

c) Phương trình có hai nghiệm.

d) Tổng các nghiệm của phương trình là 4.

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{3x+4}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq0\\3x+4=x^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq0\\x^2-3x-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq0\\\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-1\text{ (loại)}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=4.$$

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tính tổng bình phương các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2+2(m-1)x+5<0$ vô nghiệm. Đáp án: | 9 | 1 | | |

Lời giải

Bất phương trình $(m-1)x^2+2(m-1)x+5<0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $(m-1)x^2+2(m-1)x+5\geq0,\forall x\in\mathbb{R}$. (1)

Trường hợp 1. Nếu $m=1$ thì $(1)\Leftrightarrow5\geq0,\forall x\in\mathbb{R}$. Điều này luôn đúng nên nhận $m=1$.

Trường hợp 2. Nếu $m\neq1$ thì

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}m-1>0\\\Delta'=(m-1)^2-5(m-1)\leq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\m^2-7m+6\leq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\1\leq m\leq6\end{cases}\Leftrightarrow1<m\leq6.$$

Vì m nguyên nên $m\in\{2;3;4;5;6\}$.

Vậy có tất cả 6 giá trị của m thỏa mãn. Tổng bình phương các giá trị đó là 91.

Đáp án: 91 ..... □

Câu 2. Biết rằng hàm số $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P=abc$.

Đáp án: | − | 6 | | |

Lời giải

Theo đề bài, ta có hệ $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=2 \\ 4a+2b+c=4 \\ c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-2 \\ c=6. \end{cases}$

Vậy $P=abc=-6$.

Đáp án: -6 ..... □

Câu 3. Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2022;2022]$ để hàm số $y=\sqrt{m-2x}$ xác định trên khoảng $(-3;-1)$?

Đáp án: | 2 | 0 | 2 | 5 |

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $m-2x\geq 0\Leftrightarrow x\leq \dfrac{m}{2}$.

TXĐ của hàm số là $\mathscr{D}=\left(-\infty;\dfrac{m}{2}\right]$.

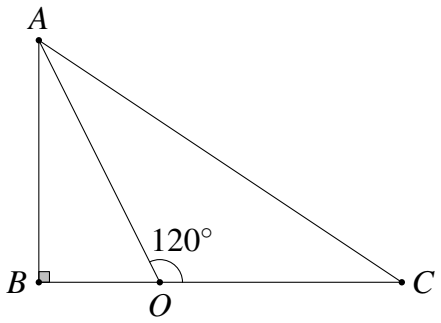
Hàm số xác định trên khoảng $(-3;-1)$ khi $(-3;-1)\subset\left(-\infty;\dfrac{m}{2}\right]\Leftrightarrow -1\leq\dfrac{m}{2}\Leftrightarrow m\geq -2$.

Với $m\in[-2022;2022]$ suy ra $m\in\{-2;-1;\ldots;2022\}$. Vậy có 2025 số thỏa mãn.

Đáp án: 2025 ..... □

Câu 4.

Một đài quan sát O cách ba vị trí A, B, C như hình vẽ dưới đây thoả mãn $OB=x$ km, $OC=x+1$ km và $OA=2$ km. Tìm x biết khoảng cách từ vị trí A đến vị trí C gấp đôi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B và khoảng cách từ O đến B ngắn hơn khoảng cách từ O đến A.



Đáp án: | 1 | | | |

Lời giải

Áp dụng định lý cosin trong tam giác AOC ta được

$$AC^2=AO^2+OC^2-2\cdot AO\cdot OC\cdot\cos\widehat{AOC}=4+(x+1)^2-4(x+1)\cdot\cos 120^\circ=x^2+4x+7.$$

Suy ra $AC=\sqrt{x^2+4x+7}$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác AOB ta được

$$AB^2=AO^2+OB^2-2\cdot AO\cdot OB\cos\widehat{AOB}=4+x^2-4x\cos 60^\circ=x^2-2x+4.$$

Suy ra $AB=\sqrt{x^2-2x+4}$.

Theo giả thiết ta có $AC=2BO\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-2x+4}=\sqrt{x^2+4x+7}$. $(*)$

Giải phương trình $2\sqrt{x^2-2x+4}=\sqrt{x^2+4x+7}$. $(*)$

Bình phương hai vế của phương trình $(*)$ ta được phương trình $4(x^2-2x+4)=x^2+4x+7$.

Ta có $4(x^2-2x+4)=x^2+4x+7\Leftrightarrow 3x^2-12x+9=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3. \end{array}\right.$

Thay hai giá trị $x=1$ và $x=3$ vào phương trình $(*)$ ta thấy cả hai giá trị đều thõa mãn, nhưng $OB<OA$ nên $x=1$.

Đáp án: 1 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Với mỗi hàm số dưới đây, hãy vẽ đồ thị, tìm tập giá trị, khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của nó.

a) $y=x^2-2x-3$.

b) $y=x^2-2x$.

c) $y=-2x^2+4x$.

d) $y=-x^2-2x+3$.

Lời giải

a) $y=x^2-2x-3$

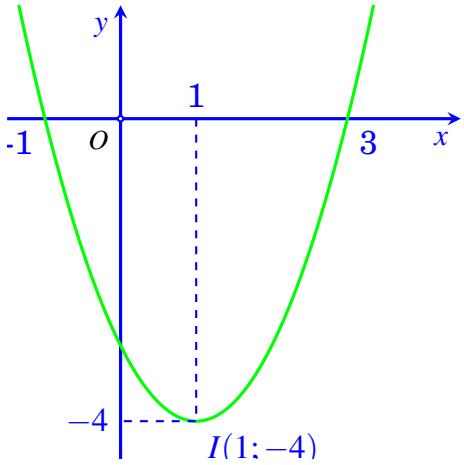
Ta có $a=1>0$ nên parabol quay bề lõm lên trên.

Đỉnh $I(1;-4)$, trục đối xứng $x=1$.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy là $A(0;-3)$.

Parabol cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $x^2-2x-3=0$, tức là $x=-1$ và $x=3$.

Đồ thị



Từ đồ thị ta suy ra tập giá trị của hàm số là $[-4;+\infty)$. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

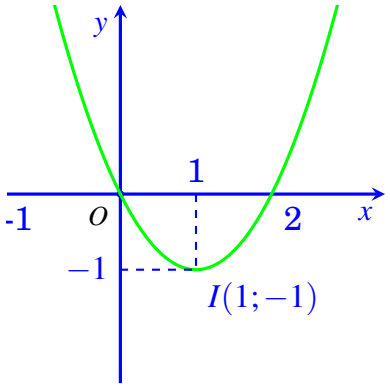
b) $y=x^2-2x$.

Ta có $a=1>0$ nên parabol quay bề lõm lên trên.

Đỉnh $I(1;-1)$, trục đối xứng $x=1$.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy là $O(0;0)$.

Parabol cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $x^2-2x=0$, tức là $x=0$ và $x=2$.



Từ đồ thị ta suy ra tập giá trị của hàm số là $[-1;+\infty)$. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

c) $y=-2x^2+4x$.

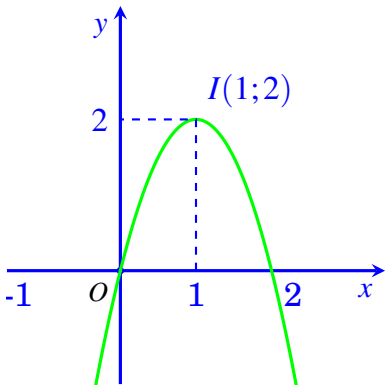
Ta có $a=-2<0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới.

Đỉnh $I(1;2)$, trục đối xứng $x=1$.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy là $O(0;0)$.

Parabol cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $-2x^2+4x=0$, tức là $x=0$ và $x=2$.

Đồ thị



Từ đồ thị ta suy ra tập giá trị của hàm số là $(-\infty;2]$. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$, đồng biến trên $(-\infty;1)$.

d) $y=-x^2-2x+3$.

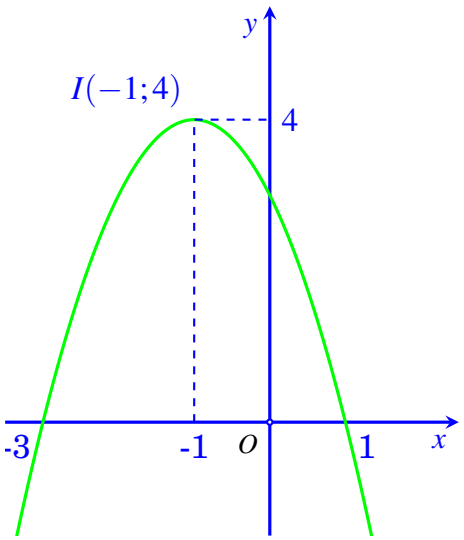
Ta có $a=-1<0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới.

Đỉnh $I(-1;4)$, trục đối xứng $x=-1$.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy là $O(0;3)$.

Parabol cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $-x^2-2x+3=0$, tức là $x=1$ và $x=-3$.

Đồ thị



Từ đồ thị ta suy ra tập giá trị của hàm số là $(-\infty;4]$. Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$, đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 2. Xác định parabol $(P)\colon y=ax^2+bx-2$ trong mỗi trường hợp sau

a) (P) đi qua hai điểm $A(2;4)$và $B(-1;3)$.

b) Có đỉnh là $I(-1;2)$.

c) Đi qua điểm $A(1;4)$ và nhận $x=-2$ làm trục đối xứng.

Lời giải

a) Vì (P) đi qua hai điểm $A(2;4)$ và $B(-1;3)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}4a+2b-2=4\\a-b-2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{8}{3}\\b=-\dfrac{7}{3}.\end{cases}$$

Vậy ta có parabol cần tìm là $(P)\colon y=\dfrac{8}{3}x^2-\dfrac{7}{3}x-2$.

b) Vì parabol có đỉnh là $I(-1;2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=-1\\a-b-2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-4\\b=-8.\end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $(P)\colon y=-4x^2-8x-2$.

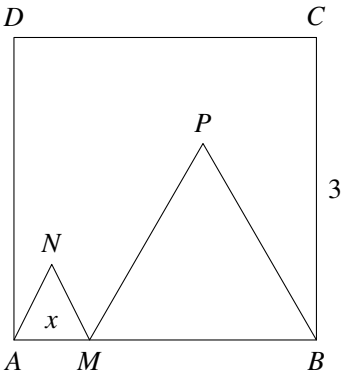
c) Vì parabol đi qua điểm $A(1;4)$ và nhận $x=-2$ làm trục đối xứng, từ đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=-2\\a+b-2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{6}{5}\\b=\dfrac{24}{5}.\end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $(P)\colon y=\dfrac{6}{5}x^2+\dfrac{24}{5}x-2$.

Câu 3.

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 và một điểm M di động trên cạnh AB sao cho $AM = x$. Dựng các tam giác đều AMN và MBP nằm bên trong hình vuông $ABCD$. Tìm các giá trị của x sao cho tổng diện tích của hai tam giác đều bé hơn một phần tư diện tích hình vuông $ABCD$.



Lời giải

Ta có $AM = x$, $0 < x < 3$ nên $MB = 3 - x$.

Tính được $S_{AMN} = \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}; S_{MBP} = \dfrac{(3-x)^2\sqrt{3}}{4}$.

Do đó tổng diện tích của hai tam giác đều là $\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} + \dfrac{(3-x)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(2x^2 - 6x + 9)$.

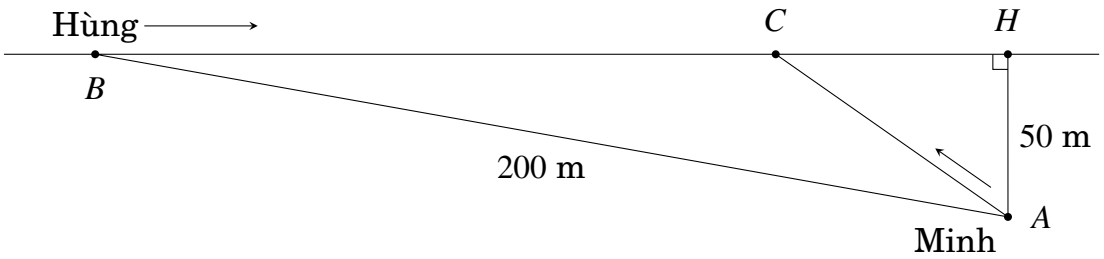
Mà $S_{ABCD} = 3^2 = 9$ nên theo giả thiết ta có bất phương trình

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(2x^2 - 6x + 9) < \frac{9}{4} \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 9 - 3\sqrt{3} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Vậy $\dfrac{3 - \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2} < x < \dfrac{3 + \sqrt{6\sqrt{3} - 9}}{2}$.

Câu 4. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng 50 m để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B, cách mình một đoạn 200 m thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là 5 km/h, vận tốc xe đạp của Hùng là 15 km/h. Hãy xác định vị trí C trên lề đường để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Lời giải

Vận tốc của bạn Minh: $v_1 = 5$ km/h, vận tốc của bạn Hùng: $v_2 = 15$ km/h.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông AHB, ta có

$$BH = \sqrt{(0{,}2)^2 - (0{,}05)^2} = \frac{\sqrt{15}}{20} \text{ km}.$$

Gọi $BC = x$ (km), $x > 0$.

Suy ra $CH = \dfrac{\sqrt{15}}{20} - x$, $x \le \dfrac{\sqrt{15}}{20}$.

Ta cần xác định vị trí điểm C để Minh và Hùng gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia nghĩa là ta cần tìm x để thời gian hai bạn di chuyển đến C là bằng nhau.

Thời gian Hùng đi từ B đến C là $t_2 = \dfrac{S_{BC}}{v_2} = \dfrac{x}{15}$ (h).

Quãng đường AC Minh đã đi là $AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0{,}05)^2}$

Thời gian Minh đã đi từ A đến C là $t_1 = \dfrac{S_{AC}}{v_1} = \dfrac{\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0{,}05)^2}}{5}$ (h).

Theo yêu cầu bài toán $\dfrac{\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0{,}05)^2}}{5} = \dfrac{x}{15}$.

Bình phương 2 vế:

$$\begin{aligned}
&\frac{\left(\dfrac{\sqrt{15}}{20} - x\right)^2 + (0{,}05)^2}{25} = \frac{x^2}{225} \\
\Leftrightarrow\ & 9\left(\frac{3}{80} - \frac{\sqrt{15}}{10}x + x^2\right) + \frac{9}{400} = x^2 \\
\Leftrightarrow\ & 8x^2 - \frac{9\sqrt{15}}{10}x + \frac{9}{25} = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x \approx 0{,}3 \\ x \approx 0{,}1. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vì $0 < x \le \dfrac{\sqrt{15}}{20} \approx 0{,}19$ nên $x \approx 0{,}1$ thỏa mãn.

Vậy hai bạn Minh và Hùng di chuyển đến vị trí C cách B một đoạn $x \approx 0{,}1$ km $= 100$ m.

—Hết—

9. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Hàm số $y=\dfrac{2}{2-x}+\sqrt{4-x^2}$ có tập xác định là

A. $(-2;2]$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $[-2;2)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases}2-x\neq 0\\4-x^2\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\-2\leq x\leq 2\end{cases}\Leftrightarrow -2\leq x<2.$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $[-2;2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Tam thức $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-3$ hoặc $x>-1$. **B.** $x<-1$ hoặc $x>3$.

C. $x<-2$ hoặc $x>6$. **D.** $-1<x<3$.

Lời giải

Ta có $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương tức là $x^2-2x-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\x<-1.\end{array}\right.$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+5}=x+3$ ta được nghiệm $x=\dfrac{a}{b}$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

A. 4. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -7.

Lời giải

Ta có $x^2-4x+5=(x-2)^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}&\sqrt{x^2-4x+5}=x+3\\\Rightarrow\ &x^2-4x+5=(x+3)^2\\\Rightarrow\ &x^2-4x+5=x^2+6x+9\\\Rightarrow\ &10x=-4\\\Rightarrow\ &x=\frac{-2}{5}.\end{aligned}$$

Thử lại $x=\dfrac{-2}{5}$ vào phương trình $\sqrt{x^2-4x+5}=x+3$ ta thấy thỏa mãn.

Vậy $a+b=-2+5=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Tọa độ đỉnh S của parabol $(P):y=-3x^2+2x+1$ là

A. $S\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$. **B.** $S\left(\dfrac{2}{3};1\right)$. **C.** $S\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **D.** $S\left(-\dfrac{1}{3};0\right)$.

Lời giải

Parabol có tọa độ đỉnh là $S\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow S\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $2\sqrt{x^2-x-1}=\sqrt{x^2+2x+5}$ là

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{1;3\}$. **D.** $S=\emptyset$.

Lời giải

$2\sqrt{x^2-x-1}=\sqrt{x^2+2x+5}$. (1)

Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được phương trình $4(x^2-x-1)=x^2+2x+5$

Ta có $4(x^2-x-1)=x^2+2x+5 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3. \end{array}\right.$

Thay hai giá trị $x=-1$ và $x=3$ vào phương trình (1) ta thấy cả hai giá trị đều thõa mãn. Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=-1$ và $x=3$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-4x+4>0$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Lời giải

Tam thức bậc hai $f(x)=x^2-4x+4$ có hệ số $a>0$ và nghiệm kép $x=2$ nên $x^2-4x+4>0, \forall x\neq 2$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 7. Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2}{x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x^2}$. **D.** $y=x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

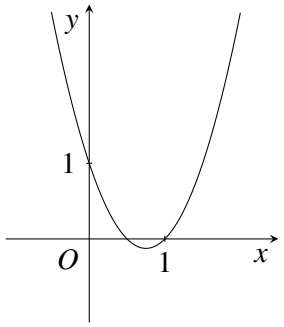
Hàm số $y=\dfrac{x^2+2}{x}$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x^2}$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Hàm số $y=x^3+3x^2-1$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 8. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình dưới đây?



A. $y=x^2-3x+1$. **B.** $y=-x^2+3x-1$.

C. $y=-2x^2+3x-1$. **D.** $y=2x^2-3x+1$.

Lời giải

Bề lõm của parabol hướng lên trên suy ra $a>0$.

Suy ra loại đáp án $y=-x^2+3x-1$ và $y=-2x^2+3x-1$.

Đồ thị đi qua điểm $(1;0)$ nên chọn $y=2x^2-3x+1$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho biết điểm nào sau đây không thuộc đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$?

A. $(0;0)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Ta có

- $0=\frac{1}{2}\cdot 0^2$ đúng.
- $2=\frac{1}{2}\cdot 2^2$ đúng.
- $2=\frac{1}{2}\cdot(-2)^2$ đúng.
- $2=\frac{1}{2}\cdot 1^2$ sai.

Vậy điểm $(1;2)$ không thuộc đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Bảng xét dấu sau đây là của tam thức bậc 2 nào?

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=-x^2+5x-6$. **B.** $f(x)=x^2+5x-6$.

C. $f(x)=x^2-5x-6$. **D.** $f(x)=-x^2-5x+6$.

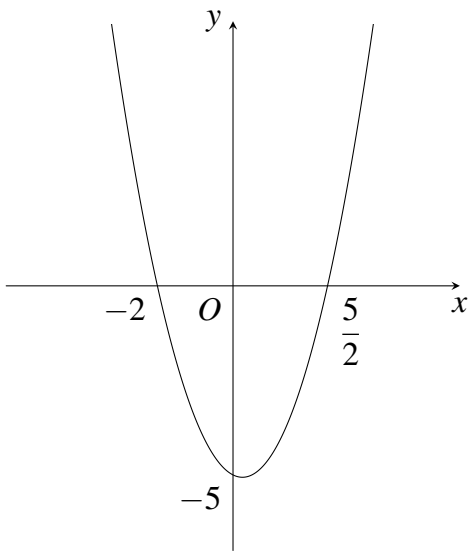
Lời giải

Từ bảng xét dấu ta có $f(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x=2$, $x=3$ và $f(x)>0$ khi $x\in(2;3)$.

Do đó $f(x)=-x^2+5x-6$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 11. Cho hàm số $y = x^2 - 0,5x - 5$ có đồ thị như hình.



Giải bất phương trình $x^2 - 0,5x - 5 \le 0$.

A. $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

B. $x \in \left(-2; \frac{5}{2}\right)$.

C. $x \in (-\infty; -2) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $x \in \left[-2; \frac{5}{2}\right]$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = x^2 - 0,5x - 5$, ta có nghiệm x của bất phương trình $x^2 - 0,5x - 5 \le 0$ thỏa $x \in \left[-2; \frac{5}{2}\right]$, khi đó đồ thị nằm phía dưới trục Ox.

Chọn đáp án D ☐

Câu 12. Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

B.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

C.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

D.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

.

Lời giải

Ta có $f(x)=-x^2-x+6 \Rightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=2. \end{array}\right.$

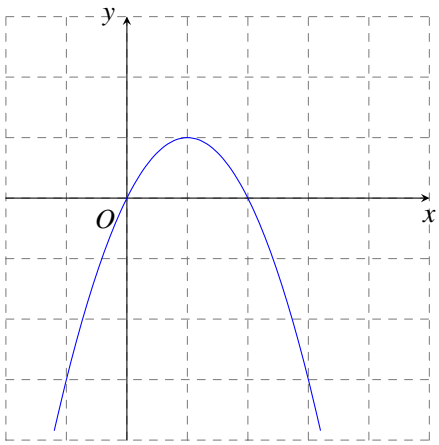
Tam thức $f(x)$ có hệ số $a=-1$ nên bảng xét dấu của $f(x)$ là

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Chọn đáp án C . . . . . □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị dạng parabol như hình bên dưới.



a) Parabol trên là đồ thị của hàm số $y=-x^2+2x$.

b) Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là $(-\infty;2)$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)\geq 0$ là $S=(0;2)$.

d) $f(x)<0, \forall x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Giả sử $y=f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$.

Dựa vào đồ thị đề bài cho suy ra $\begin{cases} c=0 \\ a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=0. \end{cases}$

a) Đ Do đó $y=-x^2+2x$.

b) S Dựa vào đồ thị ta thấy trên $(-\infty;1)$ đồ thị lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$, trên $(1;+\infty)$ đồ thị xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

c) S Dựa vào đồ thị suy ra tập nghiệm của bất phương trình $f(x)\geq 0$ là $S=[0;2]$.

d) Đ Trên khoảng $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$, đồ thị hàm số $f(x)$ nằm phía dưới trục Ox nên $f(x)<0$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có chu vi tam giác là 24 (cm). Khi đó

a) Cạnh huyền BC có độ dài lớn hơn 8 cm.

b) Cạnh góc vuông ngắn hơn có độ dài bé hơn $24-12\sqrt{2}$ cm.

c) Nếu độ dài cạnh huyền BC lớn hơn độ dài AB2 cm thì có hai tam giác thỏa mãn.

d) Nếu độ dài cạnh huyền BC lớn hơn độ dài AB 2 cm thì diện tích tam giác ABC lớn hơn 25 cm^2.

Lời giải

- Mệnh đề đúng vì BC nên $BC > \dfrac{24}{3} = 8$.
- Mệnh đề đúng.
  Giả sử cạnh ngắn nhất có độ dài là a.
  Khi đó cạnh còn lại có độ dài lớn hơn a và cạnh huyền có độ dài lớn hơn $a\sqrt{2}$ nên $a+a+a\sqrt{2} < 24 \Rightarrow a < 24-12\sqrt{2}$.
- Mệnh đề sai.
  Gọi một cạnh góc vuông là x (cm) suy ra cạnh huyền là $x+2$ (cm), điều kiện $x > 0$.
  Suy ra cạnh góc vuông còn lại là $\sqrt{(x+2)^2-x^2} = \sqrt{4x+4}$.
  Chu vi tam giác là $x+x+2+\sqrt{4x+4} = 2x+2+\sqrt{4x+4}$.
  Ta có phương trình

$$\begin{aligned} & 2x+2+\sqrt{4x+4} = 24 \quad (1) \\ \Rightarrow \quad & \sqrt{4x+4} = 22-2x \\ \Rightarrow \quad & 4x+4 = 484-88x+4x^2 \\ \Rightarrow \quad & 4x^2-92x+480 = 0 \\ \Rightarrow \quad & \left[\begin{array}{l} x = 15 \\ x = 8. \end{array}\right. \end{aligned}$$

  Thay lần lượt $x = 15, x = 8$ vào phương trình (1), ta có $x = 15$ không thỏa mãn, $x = 8$ thỏa mãn.
  Suy ra các cạnh góc vuông của tam giác là $8(cm), 6(cm)$.
- Mệnh đề sai.
  Theo câu c thì diện tích tam giác đã cho là $S = \dfrac{1}{2}.8.6 = 24\,(cm^2)$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

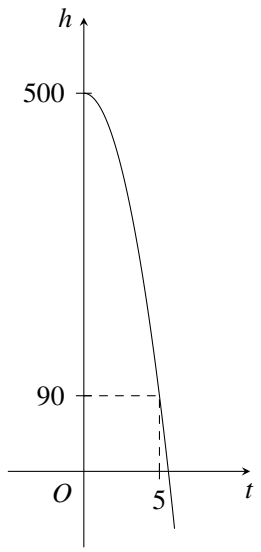
Câu 1. Trong một đám cháy rừng, các máy bay trực thăng cứu hộ được điều động để phun nước dập tắt các đám cháy. Một chiếc trực thăng mang số hiệu CH01 đang bay ở độ cao 500 m so với mặt đất, chuẩn bị phun nước vào một đám cháy rừng từ trên cao. Độ cao h (m) của vòi phun so với mặt đất tính theo thời gian t (s) kể từ lúc máy bay phun ra nước để dập lửa là một hàm số bậc hai. Tại thời điểm 5 s sau khi nước phun thì nước tới được phía trên đám

cháy đang bốc lửa cao 90 m. Khoảng thời gian để nước đi từ vòi phun đến đám cháy trên mặt đất đạt bao nhiêu giây? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Đáp án: | 5 | , | 5 | |

Lời giải

Chọn hệ trục Oth như hình vẽ với gốc tọa độ O là vị trí trên mặt đất thẳng đứng với trực thăng.



Xét phương trình parabol $(P)\colon h(t)=at^2+bt+c$, $a\neq 0$ mô tả độ cao của vòi phun so với mặt đất.

Theo giả thiết, ta có tọa độ của trực thăng là $S(0;500)$ và (P) đi qua điểm $A(5;90)$. Đỉnh $S(0;500)$ của (P) nằm trên trục tung nên $(P)\colon h(t)=at^2+500$.

Mặt khác, $A(5;90)\in(P)$ nên $a=-16{,}4$. Từ đây ta được phương trình $(P)\colon h(t)=-16{,}4t^2+500$.

Khi nước chạm đất ta được $\begin{cases} t>0 \\ h(t)=0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} t>0 \\ -16{,}4t^2+500=0 \end{cases} \Leftrightarrow t\approx 5{,}5$ s.

Vậy thời gian để nước đi từ vòi phun đến đám cháy trên mặt đất xấp xỉ 5,5 s.

Đáp án: 5,5 ..... □

Câu 2. Năm 2003, nhiệt độ ngày tại Death Valley (Thung Lũng Chết) của bang California được xác định qua hàm số $t(d)=-0{,}0018d^2+0{,}657d+50{,}95$, trong đó t là nhiệt độ tính theo độ Fahrenheit $(^\circ F)$ và d là ngày trong năm tính từ $1/1/2003$. Nhiệt độ cao nhất trong năm đó là bao nhiêu độ F (tính đến hàng đơn vị)?

Đáp án: | 1 | 1 | 1 | |

Lời giải

Vì $t(d)=-0{,}0018d^2+0{,}657d+50{,}95$ là hàm số bậc hai có hệ số $a=-0{,}0018<0$ nên $t(d)$ đạt giá trị lớn nhất tại $d=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{0{,}657}{2\cdot(-0{,}0018)}=182{,}5$.

Giá trị lớn nhất là $t\approx 111^\circ F$.

Vậy nhiệt độ cao nhất là $111^\circ F$ vào ngày thứ 182.

Đáp án: 111 ..... □

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{(m+2)x^2-2(m+2)x+4}}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$? Đáp án: | 4 | | | |

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $(m+2)x^2-2(m+2)x+4>0$.

- Với $m+2=0 \Leftrightarrow m=-2$, khi đó $y=\dfrac{2x+1}{2}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- Với $m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

$$\begin{aligned}(m+2)x^2-2(m+2)x+4>0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} m+2>0 \\ (m+2)^2-4(m+2)<0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ m^2-4<0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow -2<m<2.\end{aligned}$$

Vậy có đúng 4 giá trị nguyên là $-2; -1; 0; 1$.

Đáp án: 4 .....□

Câu 4. Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=1$. Khi đó $4a+2b$ bằng

Đáp án: 0

Lời giải

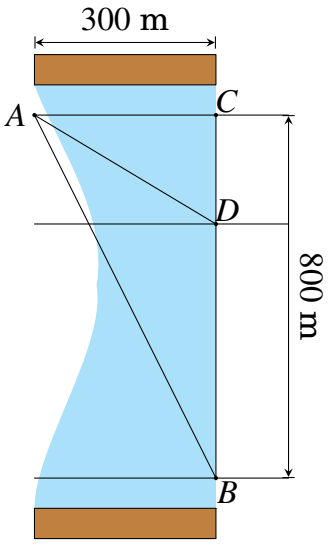
Ta có $x=-\dfrac{b}{2a}=1 \Leftrightarrow -\dfrac{2b}{4a}=1 \Leftrightarrow 4a+2b=0$.

Đáp án: 0 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1.

Một người đứng ở điểm A trên một bờ sông rộng 300 m, chèo thuyền đến vị trí D, sau đó chạy bộ đến vị trí B cách C một khoảng 800 m như hình bên. Vận tốc chèo thuyền là 6 km/h, vận tốc chạy bộ là 10 km/h và giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể. Tính khoảng cách từ vị trí C đến D, biết tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ từ A đến B là 7,2 phút.



Lời giải

Đổi: 6 km/h= 6000 m/h; 10 km/h = 10000 m/h.

Đặt $CD=x$ $(x>0)$, khi đó $BD=800-x$ và $AD=\sqrt{AC^2+x^2}=\sqrt{90000+x^2}$.

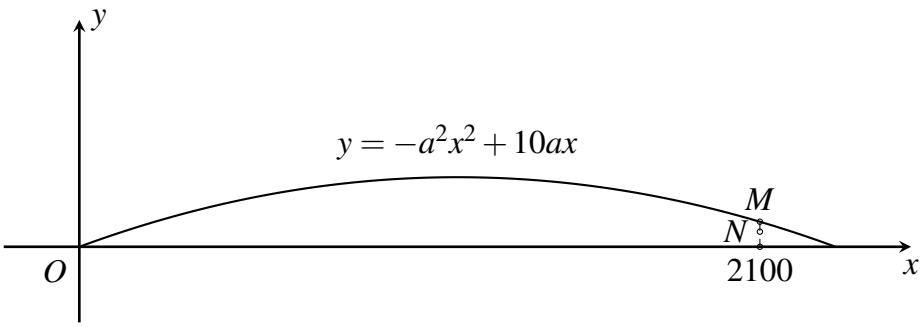
Ta có

$$\begin{aligned}&\frac{AD}{6}+\frac{BD}{10}=\frac{7,2}{60} \\ \Leftrightarrow\ &\frac{\sqrt{90000+x^2}}{6000}+\frac{800-x}{10000}=\frac{7,2}{60}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad 5\sqrt{90000+x^2} = 1200+3x \\
&\Leftrightarrow \quad 25(90000+x^2) = (1200+3x)^2 \\
&\Leftrightarrow \quad 16x^2 - 7200x + 810000 = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad x^2 - 450x + 50625 = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad x = 225.
\end{aligned}$$

Vậy $CD = 225$ m.

Câu 2. Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, khẩu đại bác được biểu thị bằng điểm $O(0;0)$ và bia mục tiêu được biểu thị bằng đoạn thẳng MN với $M(2100;25)$ và $N(2100;15)$ (Hình bên dưới). Xạ thủ cần xác định parabol $y = -a^2x^2 + 10ax$ $(a>0)$ mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn sao cho viên đạn bắn ra từ khẩu đại bác phải chạm vào bia mục tiêu. Tìm giá trị lớn nhất của a để xạ thủ đạt được mục đích trên.



Lời giải

Tại vị trí $x = 2100$, độ cao của viên đạn là
$y = -a^2 \cdot 2100^2 + 10a \cdot 2100 = -4410000a^2 + 21000a$.
Viên đạn chạm được vào bia mục tiêu khi và chỉ khi a thỏa mãn các bất phương trình sau
$2100 \le \dfrac{10}{a}$ (5); $-4410000a^2 + 21000a \le 25$ (6); $-4410000a^2 + 21000a \ge 15$ (7).

- (5) $\Leftrightarrow \dfrac{1}{a} \ge 210 \Leftrightarrow a \le \dfrac{1}{210}$. Vì $a>0$ nên $a \in \left(0; \dfrac{1}{210}\right]$
- (6) $\Leftrightarrow 4410000a^2 - 21000a + 25 \ge 0$
  $\Leftrightarrow (2100a-5)^2 \ge 0$. Bất phương trình này đúng $\forall a > 0$.
- (7) $\Leftrightarrow 4410000a^2 - 21000a + 15 \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{420} - \dfrac{\sqrt{10}}{2100} \le a \le \dfrac{1}{420} + \dfrac{\sqrt{10}}{2100}$
  $\Leftrightarrow a \in \left[\dfrac{1}{420} - \dfrac{\sqrt{10}}{2100}; \dfrac{1}{420} + \dfrac{\sqrt{10}}{2100}\right]$.

Do $\dfrac{1}{420} - \dfrac{\sqrt{10}}{2100} > 0$ và $\dfrac{1}{420} + \dfrac{\sqrt{10}}{2100} < \dfrac{1}{210}$ nên
$\left(0; \dfrac{1}{210}\right] \cap \left[\dfrac{1}{420} - \dfrac{\sqrt{10}}{2100}; \dfrac{1}{420} + \dfrac{\sqrt{10}}{2100}\right] = \left[\dfrac{1}{420} - \dfrac{\sqrt{10}}{2100}; \dfrac{1}{420} + \dfrac{\sqrt{10}}{2100}\right]$

Vì thế, viên đạn chạm được vào bia mục tiêu khi và chỉ khi $a \in \left[\frac{1}{420}-\frac{\sqrt{10}}{2100};\frac{1}{420}+\frac{\sqrt{10}}{2100}\right]$.

Vậy giá trị lớn nhất của a là $\frac{1}{420}+\frac{\sqrt{10}}{2100}$.

Câu 3. Cho hai hàm số $y=x^2-2(m-1)x-2m$ và $y=2x+3$. Tìm m để đồ thị các hàm số đó cắt nhau tại hai điểm A và B phân biệt sao cho OA^2+OB^2 nhỏ nhất (trong đó O là gốc tọa độ).

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là

$x^2-2(m-1)x-2m=2x+3 \Leftrightarrow x^2-2mx-2m-3=0. \quad (*)$

Ta có $\Delta'=m^2+2m+3>0$ với mọi m nên $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt hay hai đồ thị luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B.

Gọi x_A, x_B là hai nghiệm của phương trình $(*)$.

Khi đó $A(x_A;2x_A+3)$, $B(x_B;2x_B+3)$

Ta có $\overrightarrow{OA}=(x_A;2x_A+3)$, $\overrightarrow{OB}=(x_B;2x_B+3)$.

$$\begin{aligned} OA^2+OB^2 &= x_A^2+(2x_A+3)^2+x_B^2+(2x_B+3)^2 \\ &= 5\left(x_A^2+x_B^2\right)+12(x_A+x_B)+18 \\ &= 5(x_A+x_B)^2+12(x_A+x_B)+18-10x_Ax_B. \quad (1) \end{aligned}$$

Theo định lí Vi-et ta có $x_A+x_B=2m, x_Ax_B=-2m-3$.

Khi đó (1) trở thành $OA^2+OB^2=20m^2+44m+48=20\left(m+\frac{11}{10}\right)^2+\frac{119}{5}$.

Tìm được OA^2+OB^2 nhỏ nhất bằng $\frac{119}{5}$ khi $m=\frac{-11}{10}$.

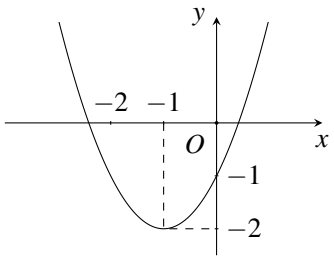
Vậy $m=\frac{-11}{10}$ là giá trị cần tìm.

—Hết—

10. ĐỀ SỐ 10

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Parabol dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

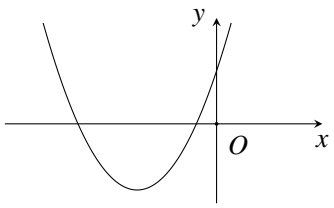


A. $y=x^2+2x-2$. **B.** $y=-x^2-2x+1$. **C.** $y=x^2+2x-1$. **D.** $y=x^2-2x-1$.

Lời giải

Ta có đồ thị cắt trục Oy tại -1 nên ta loại đáp án $y=x^2+2x-2$ và $y=-x^2-2x+1$.
Nhìn đồ thị ta có đỉnh của parabol là $(-1;-2)$.
Xét $y=x^2+2x-1$ có đỉnh là $(-1;-2)$.
Chọn đáp án C .....□

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0, b<0, c>0$. **B.** $a>0, b>0, c>0$.

C. $a>0, b=0, c>0$. **D.** $a<0, b>0, c>0$.

Lời giải

Parabol có bề lõm quay lên trên nên $a>0$.
Parabol cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;c)$ nằm phía trên trục hoành nên $c>0$.
Đỉnh của parabol nằm bên trái trục tung nên có hoành độ $-\dfrac{b}{2a}<0$ mà $a>0$ nên $b>0$.
Chọn đáp án B .....□

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$ là

A. 3. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x\geq 0 \\ x^2+3x-2=1+x \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ x^2+2x-3=0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x=1.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là 1.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Cho bất phương trình $x^2+\frac{3}{2}x-1<0$. Số nào là một nghiệm của bất phương trình trên?

A. $x=-2$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Vì $\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{3}-1=-\frac{7}{18}<0$ nên $x=\frac{1}{3}$ là một nghiệm của bất phương trình.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+6x+7\geq 0$ là

A. $(-\infty;-1]\cup[7;+\infty)$. **B.** $[-1;7]$.

C. $(-\infty;-7]\cup[1;+\infty)$. **D.** $[-7;1]$.

Lời giải

Ta có $-x^2+6x+7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=7. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy $-x^2+6x+7\geq 0 \Leftrightarrow x\in[-1;7]$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $f(x)=\frac{2-x}{x^2-4x}$.

A. $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0;2;4\}$. **B.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus[0;4]$. **C.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus(0;4)$. **D.** $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0;4\}$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=\frac{2-x}{x^2-4x}$ xác định khi $x^2-4x\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq 4. \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0;4\}$.

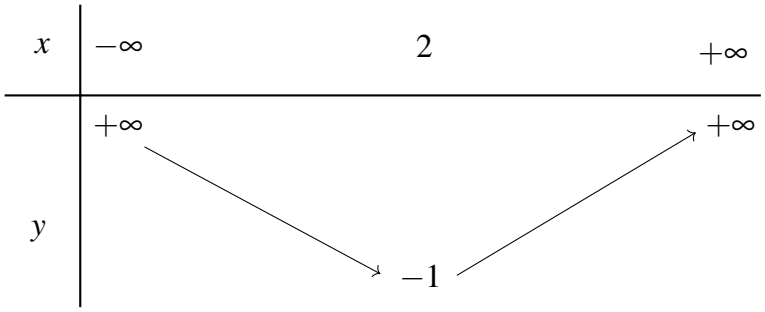
Chọn đáp án D □

Câu 7. Hàm số $y=x^2-4x+3$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số bậc hai có $a=1>0$ và $-\dfrac{b}{2a}=2$ nên có bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 8. Cho parabol (P) có phương trình $y=3x^2-2x+4$. Tìm trục đối xứng của parabol.

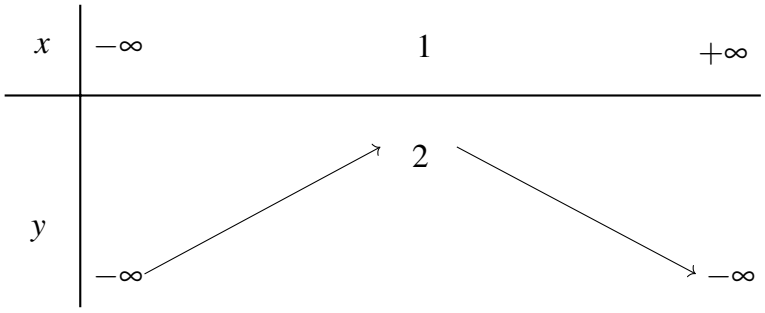
A. $x=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Hàm số bậc hai có trục đối xứng là đường thẳng $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 9. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới?



A. $y=-x^2+5x+2$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}x^2+x$. **C.** $y=x^2-3x+1$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x^2-x+3$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số cần tìm có $a<0$ và $\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1}{2}$. Vậy chỉ có $y=-\dfrac{1}{2}x^2+x$ thỏa điều kiện trên.

Chọn đáp án B .....□

Câu 10. Cho biểu thức $f(x)=9x^2-1$. Tập hợp các giá trị của x để $f(x)<0$ là

A. $S=\left[-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $S=\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Ta có $f(x)=0\Leftrightarrow 9x^2-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{3}\\x=-\frac{1}{3}.\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x)<0$ là $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2+2x+10}=3x+1$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\frac{-9}{5}$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{-9}{5}\\x=1\end{array}\right.$. **D.** $x\in\varnothing$.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình đã cho, ta được

$4x^2+2x+10=(3x+1)^2\Rightarrow 4x^2+2x+10=9x^2+6x+1\Rightarrow -5x^2-4x+9=0\Rightarrow x=1$ hoặc $x=-\frac{9}{5}$.

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình đã cho, ta thấy $x=1$ thỏa mãn.
Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=1$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 12. Bảng giá cước của một hãng taxi được cho như sau

Giá mở cửa	**Giá km tiếp theo**
11 000 đ/0,7 km	15 800 đ/1 km

* **Giá mở cửa**: Khi lên taxi mà quãng đường di chuyển không quá 0,7 km thì hãng taxi vẫn tính 11 000 đồng.
Gọi y (đồng) là số tiền phải trả sau khi đi x km. Hàm số của y theo x là

A. $y=\begin{cases}11\,000 & \text{khi } x\le 0{,}7\\15\,800x-100 & \text{khi } x>0{,}7\end{cases}$. **B.** $y=\begin{cases}11\,000 & \text{khi } x\le 1\\15\,800x-150 & \text{khi } x>1\end{cases}$.

C. $y=\begin{cases}11\,000 & \text{khi } x\le 0{,}7\\15\,800x-60 & \text{khi } x>0{,}7\end{cases}$. **D.** $y=\begin{cases}11\,000 & \text{khi } x\le 1\\15\,800x-70 & \text{khi } x>1\end{cases}$.

Lời giải

Nếu quãng đường đi không quá 0,7 km ($x\le 0{,}7$) thì số tiền phải trả là $y=11\,000$ (đồng).

Nếu quãng đường khách đi trên 0,7 km ($x > 0{,}7$) thì số tiền phải trả là

$$y = 11\,000 + (x - 0{,}7) \cdot 15\,800 = 15\,800x - 60 \text{(đồng)}.$$

Do đó ta có hàm số của y theo x là $y = \begin{cases} 11\,000 & \text{khi } x \le 0{,}7 \\ 15\,800x - 60 & \text{khi } x > 0{,}7. \end{cases}$

Chọn đáp án C ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \begin{cases} \dfrac{2}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty;0) \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x \in [0;2] \\ x^2 - 1 & \text{khi } x \in (2;5] \end{cases}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Điểm $A(0;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) Giá trị $f(4) = 15$.

d) $f(0) + f(-1) = 0$.

Lời giải

a) S Tập xác định của hàm số là $(-\infty;5]$.

b) S Ta có $f(0) = \sqrt{0+1} = 1$.

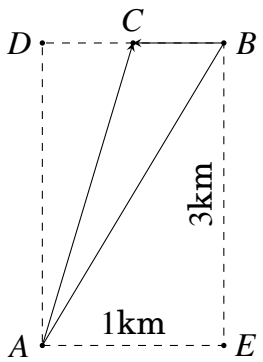
c) Đ Ta có $f(4) = 4^2 - 1 = 15$.

d) Đ Ta có $f(0) = \sqrt{0+1} = 1$ và $f(-1) = -1$. Vậy $f(0) + f(-1) = 0$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 2.

Một đơn vị pháo binh phòng không ở chốt chặn A phát hiện máy bay địch ở vị trí B đang bay thẳng về hướng mình theo phương ngang với vận tốc 180 m/s và cách mặt đất 3 km. Pháo thủ quyết định đánh hạ mục tiêu với một phát bắn. Biết rằng tại thời điểm bị phát hiện máy bay ở tọa độ cách chốt A 1 km và vận tốc đạn bay là 720 m/s. Khi đó



a) Nếu pháo thủ bắn thẳng vào mục tiêu sẽ triệt hạ mục tiêu nhanh nhất.

b) Có hai cách bắn pháo đánh chặn mục tiêu.

c) Với cách đánh chặn mục tiêu nhanh nhất thì mục tiêu trúng đạn ở vị trí cách B một khoảng lớn hơn 750 m.

d) Với cách đánh chặn mục tiêu nhanh nhất thì thời gian trúng mục tiêu tính từ khi nổ pháo lớn hơn 5 giây.

Lời giải

- Mệnh đề sai vì nếu bắn thẳng thì đạn sẽ bay sượt mục tiêu do máy bay đang chuyển động về phía trước theo phương ngang.

- Mệnh đề đúng.
  Có hai cách đánh chặn là bắn trúng trước khi mục tiêu bay tới đỉnh đầu A hoặc sau khi bay qua đỉnh đầu A.

- Mệnh đề đúng.
  Giả sử bắn trúng máy bay ở vị trí C cách A một khoảng x (m), $x>0$.
  Khi đó $CD=1\,000-x$.
  Suy ra $AC=\sqrt{(1000-x)^2+3\,000^2}$.
  Để đạn bay trúng mục tiêu thì $\dfrac{\sqrt{(1000-x)^2+3\,000^2}}{720}=\dfrac{x}{180}$.
  Suy ra $(1\,000-x)^2+3\,000^2=16x^2\Rightarrow 15x^2+2\,000x-10^7=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x\approx 752{,}55 \\ x\approx -885{,}88. \end{array}\right.$
  Kết hợp điều kiện ta được$x\approx 752{,}55>750$.

- Mệnh đề sai.
  Theo câu c ta có thời gian tính từ khi nổ pháo đến khi trúng mục tiêu là $t\approx\dfrac{752{,}55}{180}\approx 4{,}18$ giây.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $x^2+(m-1)x+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-5;5)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $x^2+(m-1)x+m-2=0\Leftrightarrow (x+1)(x+m-2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-m+2. \end{array}\right.$

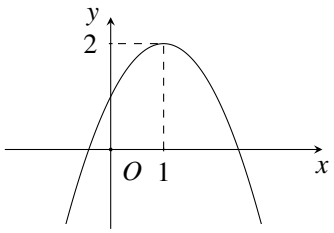
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -m+2\neq -1 \\ -5<-m+2<5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 3 \\ -3<m<7. \end{array}\right.$

Suy ra $m\in\{-2;-1;0;1;2;4;5;6\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;3000]$ để phương trình $f(x)+m-2022=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 978. **B.** 979. **C.** 980. **D.** 981.

Lời giải

Ta có $f(x)+m-2022=0 \Leftrightarrow f(x)=-m+2022.$ (1)

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=-m+2022$. Do đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m+2022<2 \Leftrightarrow m>2020$.

Vậy số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;3000]$ là 980.

Chọn đáp án C ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{2}{x-1} & \text{khi } x\in(-\infty;0)\\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x\in[0;2]\\ x^2-1 & \text{khi } x\in(2;5]\end{cases}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. **b)** Điểm $A(0;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) Giá trị $f(4)=15$. **d)** $f(0)+f(-1)=0$.

Lời giải

a) S Tập xác định của hàm số là $(-\infty;5]$.

b) S Ta có $f(0)=\sqrt{0+1}=1$.

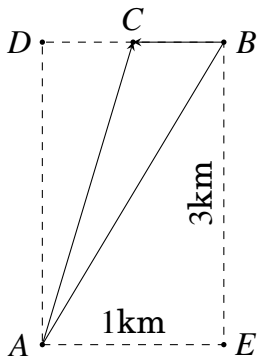
c) Đ Ta có $f(4)=4^2-1=15$.

d) Đ Ta có $f(0)=\sqrt{0+1}=1$ và $f(-1)=-1$. Vậy $f(0)+f(-1)=0$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 2.

Một đơn vị pháo binh phòng không ở chốt chặn A phát hiện máy bay địch ở vị trí B đang bay thẳng về hướng mình theo phương ngang với vận tốc 180 m/s và cách mặt đất 3 km. Pháo thủ quyết định đánh hạ mục tiêu với một phát bắn. Biết rằng tại thời điểm bị phát hiện máy bay ở tọa độ cách chốt A 1 km và vận tốc đạn bay là 720 m/s. Khi đó



a) Nếu pháo thủ bắn thẳng vào mục tiêu sẽ triệt hạ mục tiêu nhanh nhất.
b) Có hai cách bắn pháo đánh chặn mục tiêu.
c) Với cách đánh chặn mục tiêu nhanh nhất thì mục tiêu trúng đạn ở vị trí cách B một khoảng lớn hơn 750 m.
d) Với cách đánh chặn mục tiêu nhanh nhất thì thời gian trúng mục tiêu tính từ khi nổ pháo lớn hơn 5 giây.

Lời giải

- Mệnh đề sai vì nếu bắn thẳng thì đạn sẽ bay sượt mục tiêu do máy bay đang chuyển động về phía trước theo phương ngang.

- Mệnh đề đúng.
  Có hai cách đánh chặn là bắn trúng trước khi mục tiêu bay tới đỉnh đầu A hoặc sau khi bay qua đỉnh đầu A.

- Mệnh đề đúng.
  Giả sử bắn trúng máy bay ở vị trí C cách A một khoảng x (m), $x > 0$.
  Khi đó $CD = 1\,000 - x$.
  Suy ra $AC = \sqrt{(1000-x)^2 + 3\,000^2}$.
  Để đạn bay trúng mục tiêu thì $\dfrac{\sqrt{(1000-x)^2 + 3\,000^2}}{720} = \dfrac{x}{180}$.
  Suy ra $(1\,000-x)^2 + 3\,000^2 = 16x^2 \Rightarrow 15x^2 + 2\,000x - 10^7 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \approx 752{,}55 \\ x \approx -885{,}88. \end{array}\right.$
  Kết hợp điều kiện ta được$x \approx 752{,}55 > 750$.

- Mệnh đề sai.
  Theo câu c ta có thời gian tính từ khi nổ pháo đến khi trúng mục tiêu là $t \approx \dfrac{752{,}55}{180} \approx 4{,}18$ giây.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $x^2+(m-1)x+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-5;5)$?

Đáp án: 8

Lời giải

Ta có $x^2+(m-1)x+m-2=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+m-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-m+2. \end{array}\right.$

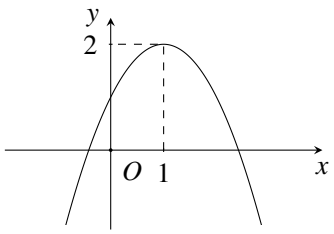
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -m+2\neq -1 \\ -5<-m+2<5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq 3 \\ -3<m<7. \end{array}\right.$

Suy ra $m\in\{-2;-1;0;1;2;4;5;6\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Đáp án: 8 ..... □

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;3000]$ để phương trình $f(x)+m-2022=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Đáp án: 9 8 0

Lời giải

Ta có $f(x)+m-2022=0 \Leftrightarrow f(x)=-m+2022.$ (1)

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=-m+2022$. Do đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m+2022<2 \Leftrightarrow m>2020$.

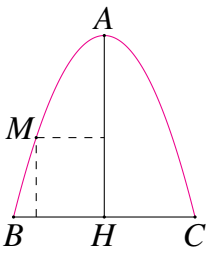
Vậy số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;3000]$ là 980.

Đáp án: 980 ..... □

Câu 3.

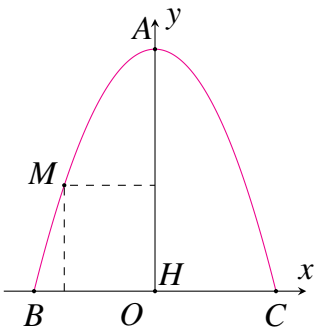
Có một chiếc cổng hình Parabol. Người ta đo khoảng cách giữa hai chân cổng BC là 8 m. Từ một điểm M trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $MK=21$ m và khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $BK=1$ m. Khi đó chiều cao của cổng bằng bao nhiêu mét?

Đáp án: 4 8



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho trục tung đi qua AH, trục hoành đi qua BH như hình vẽ.



Hình dạng cái cổng là một Parabol đi qua các điểm như hình vẽ.
Khi đó theo giả thiết các điểm $B(-4;0)$, $C(4;0)$, $H(0;0)$ và $M(-3;21)$.
Do Parabol nhận trục tung làm trục đối xứng nên phương trình có dạng $y = ax^2 + c$ $(a \neq 0)$.
Parabol đi qua $B(-4;0)$, $C(4;0)$ và $M(-3;21)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 16a + c = 0 \\ 9a + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ c = 48. \end{cases}$$

Vậy phương trình Parabol là $y = -3x^2 + 48$.
Khi đó $A(0;48)$ là đỉnh của Parabol.
Suy ra chiều cao cái cổng là $AH = 48$ (m).
Đáp án: 48 ..... □

Câu 4. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}3x(12-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất. Đáp án: 6

Lời giải
Điều kiện: $x \in [0;12]$ (vì độ giảm huyết áp không thể là số âm).
Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}3x(12-x)$ $\Leftrightarrow G(x) = 3{,}6x - 0{,}3x^2$ đây là một hàm số bậc hai.
Do $a = -0{,}3 < 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;6)$ và nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$G(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ $\frac{54}{5}$	$\searrow$ $-\infty$

Vậy huyết áp bệnh nhân giảm nhiều nhất khi tiêm cho bệnh nhân liều $x = 6$ miligam.
Đáp án: 6 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x+2}=x$;

b) $\sqrt{2x^2+3x-2}=\sqrt{x^2+x+6}$;

c) $\sqrt{2x^2+3x-1}=x+3$.

Lời giải

a)

$$\begin{aligned}
&\sqrt{x+2}=x\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}x\geq 0\\ x+2=x^2\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}x\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}x=2\ \text{(nhận)}\\ x=-1\ \text{(loại)}\end{array}\right.\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &x=2.
\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{2\}$.

b)

$$\begin{aligned}
&\sqrt{2x^2+3x-2}=\sqrt{x^2+x+6}\\
\Rightarrow\ &2x^2+3x-2=x^2+x+6\\
\Rightarrow\ &x^2+2x-8=0\\
\Rightarrow\ &\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-4.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Thay lần lượt hai giá trị trên vào bất phương trình $x^2+x+6\geq 0$, ta thấy cả hai giá trị đều thỏa mãn bất phương trình.
Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{-4;2\}$.

c)

$$\begin{aligned}
&\sqrt{2x^2+3x-1}=x+3\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}x+3\geq 0\\ 2x^2+3x-1=x^2+6x+9\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}x\geq -3\\ x^2-3x-10=0\end{cases}
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ \left[\begin{array}{l} x = 5 \text{ (nhận)} \\ x = -2 \text{ (nhận)} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = -2. \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2; 5\}$.

Câu 2. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình

$$\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3.$$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 3x + 3}$ $(t \geq 0)$ thì $x^2 - 3x + 6 = t^2 + 3$. Khi đó phương trình trở thành

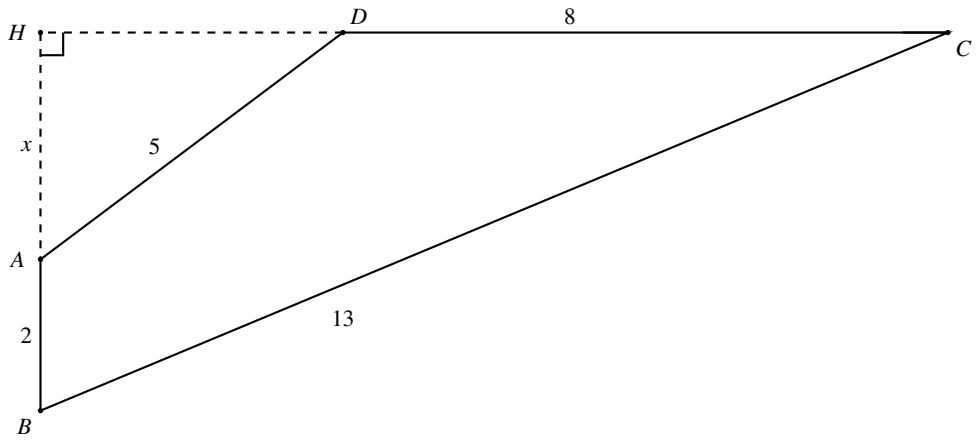
$$t + \sqrt{t^2 + 3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - t \geq 0 \\ t^2 + 3 = (3 - t)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 3 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1.$$

Với $t = 1$ thì

$$\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 3 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Vậy tổng bình phương các nghiệm của phương trình là $1^2 + 2^2 = 5$.

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$ (hình bên dưới). Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x, từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



Lời giải

Đặt $x = HA$, $x \geq 0$.

Vì $\triangle DHA$ vuông tại H và $DA = 5$ nên ta có $DH = \sqrt{25 - x^2}$.

Vì $\triangle CHB$ vuông tại H nên theo định lý Pitago ta có

$$\begin{aligned} BC^2 = HC^2 + HB^2 &\Leftrightarrow 13^2 = \left(\sqrt{25-x^2}+8\right)^2 + (2+x)^2 \\ &\Leftrightarrow 16\sqrt{25-x^2} = 76-4x \\ &\Leftrightarrow 4\sqrt{25-x^2} = 19-x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 19-x \geq 0 \\ 16(25-x^2) = (19-x)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 19 \\ -17x^2+38x+39 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 19 \\ \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -\dfrac{13}{17} \end{array}\right. \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = 3. \end{aligned}$$

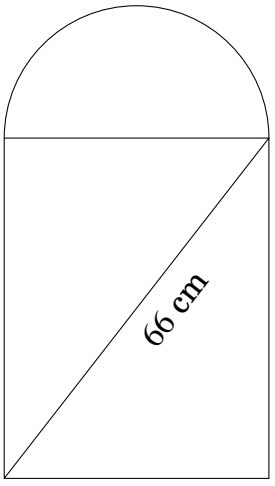
Vậy $AH = 3$, suy ra $HD = 4$ nên diện tích $\triangle AHD$ là $S_{\triangle AHD} = \dfrac{1}{2}AH \cdot DH = 6$.

Diện tích $\triangle BHC$ là $S_{\triangle BHC} = \dfrac{1}{2}BH \cdot CH = 30$.

Từ đó suy ra diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $S_{\triangle BHC} - S_{\triangle AHD} = 30 - 6 = 24$ (đơn vị diện tích).

Câu 4.

Mặt cắt đứng của cột cây số trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài là 66 cm. Tính kích thước của hình chữ nhật, biết diện tích của phần hình chữ nhật bằng $\dfrac{10}{3}$ diện tích của phần nửa hình tròn. Lấy $\pi = 3{,}14$ và làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2.



Lời giải

Gọi x cm $(x > 0)$ là đường kính của đường tròn.

Ta có diện tích của phần hình chữ nhật là $x \cdot \sqrt{66^2 - (x)^2}$ cm^2.

Diện tích của phần nửa hình tròn là $\dfrac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{8} \cdot \pi x^2$ cm^2.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} x\cdot\sqrt{66^2-(x)^2}=\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{8}\cdot\pi x^2 &\Leftrightarrow \sqrt{66^2-(x)^2}=\frac{5}{12}\cdot 3{,}14\cdot x \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{25}{144}\cdot 3{,}14^2+1\right)x^2=4356 \\ &\Leftrightarrow x\approx 40{,}08. \end{aligned}$$

Vậy kích thước của hình chữ nhật là $2\left(40{,}08+\sqrt{66^2-(40{,}08)^2}\right)\approx 185{,}03$ cm.

—Hết—

Phần II

Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng

11. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d\colon 3x-2y+6=0$?

A. $\begin{cases} x=3t \\ y=2t+3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=\dfrac{3}{2}t+3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=-\dfrac{3}{2}t+3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2t \\ y=\dfrac{3}{2}t+3 \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=\dfrac{3}{2}t+3. \end{cases}$

Chọn đáp án B .....□

Câu 2. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tổng quát là

A. $d\colon x=0$. **B.** $d\colon y+2=0$. **C.** $d\colon y-2=0$. **D.** $d\colon x-2=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1)$ có phương trình tổng quát là $y+2=0$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 3. Cho đường thẳng $d_1\colon x+2y-2=0$ và $d_2\colon x-y=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1=(1;2)$ và một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2=(1;-1)$. Do đó

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}=\frac{|1-2|}{\sqrt{1+4}\cdot\sqrt{1+1}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án A .....□

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x+\dfrac{1}{2}=0$. Phương trình chính tắc của parabol (P) là

A. $y^2=4x$. **B.** $y^2=x$. **C.** $y^2=\dfrac{1}{2}x$. **D.** $y^2=2x$.

Lời giải

Parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x+\dfrac{1}{2}=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{p}{2}\Rightarrow p=1$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2=2x$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình chính tắc của hypebol (H) đi qua hai điểm $A\left(4\sqrt{2};2\right)$ và $B\left(-6;-\sqrt{5}\right)$ là

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1.$ **B.** $\frac{x^2}{31}-\frac{y^2}{31}=1.$ **C.** $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{12}=1.$ **D.** $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{8}=1.$

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$. Ta có $\begin{cases} A\left(4\sqrt{2};2\right)\in(H)\Leftrightarrow \frac{32}{a^2}- \\ B\left(-6;-\sqrt{5}\right)\in(H)\Leftrightarrow \frac{36}{a^2} \end{cases}$

Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases} \frac{1}{a^2}=\frac{1}{16} \\ \frac{1}{b^2}=\frac{1}{4} \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a^2=16 \\ b^2=4. \end{cases}$

Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1.$

Chọn đáp án A .....□

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$ có tiêu cự bằng

A. $2\sqrt{3}.$ **B.** $\sqrt{3}.$ **C.** $3.$ **D.** $6.$

Lời giải

Từ phương trình elip ta có $a^2=9$, $b^2=6$ nên $c^2=a^2-b^2=3.$

$\Rightarrow c=\sqrt{3}.$

Vậy tiêu cự bằng $2c=2\sqrt{3}.$

Chọn đáp án A .....□

Câu 7. Cho các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-4x+2y+7=0.$ **B.** $x^2+y^2-x+y+4=0.$

C. $x^2+y^2-6x+y+11=0.$ **D.** $x^2+y^2-4x+2y-5=0.$

Lời giải

Ta có

- $x^2+y^2-4x+2y+7=0$ có $a^2+b^2-c=-2<0.$
- $x^2+y^2-x+y+4=0$ có $a^2+b^2-c=-\frac{7}{2}<0.$
- $x^2+y^2-6x+y+11=0$ có $a^2+b^2-c=-\frac{7}{4}<0.$
- $x^2+y^2-4x+2y-5=0$ có $a^2+b^2-c=10>0.$

Vậy phương trình $x^2+y^2-4x+2y-5=0$ là phương trình đường tròn.

Chọn đáp án D .....□

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm nào sau đây thuộc đường tròn có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2=9$?

A. $(2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(2;-2)$.

Lời giải

Thay $x=2$, $y=2$ vào phương trình đường tròn ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án C .....□

Câu 9. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+4x-6y-3=0$. Hãy xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C).

A. $I(2;-3)$, $R=4$. **B.** $I(-2;3)$, $R=4$. **C.** $I(-2;3)$, $R=16$. **D.** $I(2;-3)$, $R=16$.

Lời giải

Đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+4x-6y-3=0$ có $a=-2$; $b=3$; $c=-3$.

Ta có $a^2+b^2-c=(-2)^2+3^2-(-3)=16>0$.

Do đó đường tròn (C) có tâm $I(-2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{16}=4$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 10. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4)$, $B(-6;0)$ là

A. $\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-6}=1$. **C.** $\frac{x}{-4}+\frac{y}{-6}=1$. **D.** $\frac{x}{-6}+\frac{y}{4}=1$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M(a;0)$, $N(0;b)$ với $a,b\neq 0$ là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4)$, $B(-6;0)$ là $\frac{-x}{6}+\frac{y}{4}=1$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 11. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=5+t\\y=-9-2t\end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x+y-1=0$. **B.** $-2x+y-1=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Lời giải

Đường thẳng $(d)\colon \begin{cases}x=5+t\\y=-9-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=x-5\\y=-9-2t\end{cases}\Rightarrow y=-9-2(x-5)\Leftrightarrow 2x+y-1=0.$

Chọn đáp án A .....□

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon 2x-y+3=0$ và $d_2\colon x+2y+1=0$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $d_1\equiv_2$. **B.** $d_1\parallel d_2$.

C. $d_1\perp d_2$. **D.** Cắt nhau và không vuông góc.

Lời giải

Ta có d_1 và d_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n_1}=(2;-1),\vec{n_2}=(1;2)$.

Mà $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=2\cdot1+(-1)\cdot2=0\Rightarrow\vec{n_1}\perp\vec{n_2}\Rightarrow d_1$ và d_2 vuông góc.

Chọn đáp án C ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho parabol $(P)\colon y^2=2x$, $(d)\colon x-2y+6=0$.

a) Đường chuẩn $x=\dfrac{1}{2}$.

b) Tiêu điểm của parabol là $F\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

c) Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa (d) và (P) bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

a) S Ta có $y^2=2x$ có dạng $y^2=2px\Rightarrow 2p=2\Rightarrow\dfrac{p}{2}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

Phương trình đường chuẩn của parabol P là $x=-\dfrac{1}{2}$.

b) Đ Vì $\dfrac{p}{2}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow F\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

c) S Giao điểm giữa đường thẳng (d) cắt parabol (P) có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases}y^2=2x\\x-2y+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}y^2\\\dfrac{1}{2}y^2-2y+6=0\text{ (vô nghiệm).}\end{cases}$$

Vậy đường thẳng (d) không cắt parabol (P).

d) Đ Gọi $M\left(\dfrac{m^2}{2};m\right)\in(P)$.

Ta có

$$\mathrm{d}(M,d)=\frac{\left|\dfrac{m^2}{2}-2m+6\right|}{\sqrt{5}}=\frac{1}{2\sqrt{5}}\left[m^2-4m+12\right]=\frac{1}{2\sqrt{5}}\left[(m-2)^2+8\right]=\frac{1}{2\sqrt{5}}(m-2)^2+\frac{4}{\sqrt{5}}\geq\frac{4}{\sqrt{}}$$

Suy ra $\mathrm{d}(M;d)_{\min}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\Leftrightarrow m=2$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa (d) và (P) bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$ khi $m=2$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(2;0)$, $B(0;-3)$, $C(5;-3)$.

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{26}$.

b) Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng $-\dfrac{5}{2}$.

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$.

d) Gọi I là tâm đường tròn (C), khi đó độ dài đoạn $IO=5\sqrt{2}$.

Lời giải

Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn, theo giả thiết, ta có

$$\begin{aligned}&\begin{cases}AI^2=BI^2\\AI^2=CI^2\end{cases}\\ \Leftrightarrow\ &\begin{cases}(a-2)^2+b^2=a^2+(b+3)^2\\(a-2)^2+b^2=(a-5)^2+(b+3)^2\end{cases}\\ \Leftrightarrow\ &\begin{cases}4a+6b=-5\\6a-6b=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{5}{2}\\b=-\dfrac{5}{2}.\end{cases}\end{aligned}$$

Bán kính đường tròn là $R=IA=\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}-2\right)^2+\left(-\dfrac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{13}{2}}$.

Khi đó phương trình đường tròn là $(C)\colon \left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{13}{2}$.

a) Đ Đường kính là $2\sqrt{\dfrac{13}{2}}=\sqrt{26}$.

b) S Hoành độ của tâm đường tròn là $x=\dfrac{5}{2}$.

c) Đ Thay điểm $N(3;0)$ vào vế trái của (C), ta có $\left(3-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(0+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{13}{2}$ nên điểm N thuộc đường tròn (C).

d) S Ta có $IO=\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{5}{2}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB có dạng $ax+by+c=0$. Tính giá trị $a\cdot b\cdot c$.

Đáp án: | 4 | 5 | 0 | |

Lời giải

Gọi $A\in Ox\Rightarrow A(x_A;0)$; $B\in Oy\Rightarrow B(0;y_B)$.

Ta có M là trung điểm AB nên $\begin{cases}x_A+x_B=2x_M\\y_A+y_B=2y_M\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_A=10\\y_B=-6.\end{cases}$

Suy ra AB: $\dfrac{x}{10}+\dfrac{y}{-6}=1 \Leftrightarrow 3x-5y-30=0$.
Nên $a=3;\ b=-5;\ c=-30$ suy ra $a\cdot b\cdot c=450$.

Đáp án: 450 ..... □

Câu 2. Bán kính của đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ có tâm nằm trên đường thẳng $d\colon 2x-y+7=0$ là (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án: 1 | 2 | , | 8

Lời giải

Do $I(a;b)$ là tâm của đường tròn (C) nên

$$AI^2=BI^2 \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-3)^2=(a-3)^2+(b-1)^2 \Leftrightarrow a=b.$$

Mà $I(a;b)$ thuộc $d\colon 2x-y+7=0$ nên $2a-b+7=0$.
Ta có hệ $\begin{cases} a-b=0 \\ 2a-b=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-7 \\ b=-7 \end{cases} \Rightarrow R=IA=\sqrt{(1+7)^2+(3+7)^2}=\sqrt{168}\approx 12{,}8.$

Đáp án: 12,8 ..... □

Câu 3. Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x=3-33t \\ y=-4+25t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4-30t;3-40t)$. Tính góc giữa hai đường đi của hai tàu A, B (đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án: 8 | 9 | , | 7

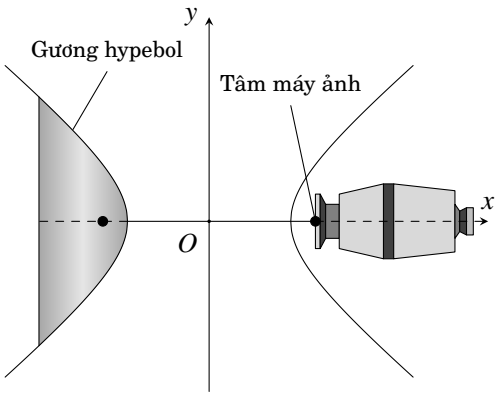
Lời giải

Hai đường đi (giả sử là hai đường thẳng d_1, d_2) của hai tàu có cặp vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(-33;25)$, $\vec{u}_2=(-30;-40)$.
Ta có

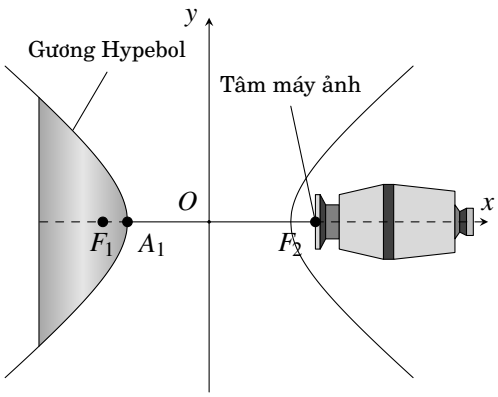
$$\cos(d_1,d_2)=\frac{|\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|\cdot|\vec{u}_2|}=\frac{|-33\cdot(-30)+25(-40)|}{\sqrt{(-33)^2+25^2}\cdot\sqrt{(-30)^2+(-40)^2}}\approx 0{,}00483 \Rightarrow (d_1,d_2)\approx 89{,}7^\circ.$$

Đáp án: 89,7 ..... □

Câu 4. Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình cho mặt cắt của gương là $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$.



Lời giải



Gọi $(H)\colon \dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$.
Khi đó

$$\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{39}.$$

Tiêu điểm của gương là $F_1\left(-\sqrt{39};0\right)$ và $F_2\left(\sqrt{39};0\right)$.
Đỉnh của gương là $A_1(-5;0)$.

Vậy khoảng cách từ tâm của máy ảnh tới đỉnh của gương là $F_2A_1=\sqrt{\left(-5-\sqrt{39}\right)^2}=5+\sqrt{39}$.

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy viết phương trình chính tắc của đường elip có độ dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt bằng 10 và 8.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} 2a=10 \\ 2b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=4. \end{cases}$$

Vậy phương trình chính tắc của elip đã cho là $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng $d: 4x-y+11=0$.

a) Lập phương trình đường thẳng d_1 đi qua $M(-2;1)$ và song song với d.

b) Lập phương trình đường thẳng d_2 vuông góc với d và cách đều hai điểm $P(-3;3)$, $Q(5;-1)$.

Lời giải

a) Vì d_1 song song với d nên phương trình của d_1 có dạng $4x-y+c=0(c\neq 11)$.
Vì M thuộc d_1 nên

$$4\cdot(-2)-1+c=0\Leftrightarrow c=9.$$

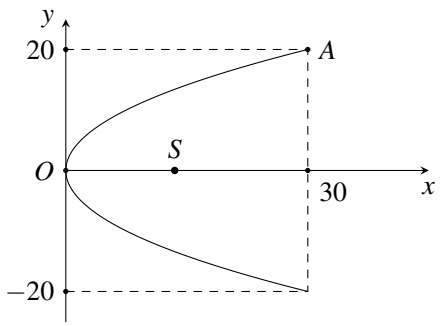
Vậy phương trình đường thẳng d_1 là $4x-y+9=0$.

b) Vì d_2 vuông góc với d nên phương trình của d_2 có dạng $x+4y+m=0$.
Vì d_2 cách đều hai điểm P,Q nên

$$\mathrm{d}(P,d_2)=\mathrm{d}(Q,d_2)\Leftrightarrow\frac{|-3+4\cdot 3+m|}{\sqrt{1^2+4^2}}=\frac{|5+4\cdot(-1)+m|}{\sqrt{1^2+4^2}}\Leftrightarrow|m+9|=|m+1|\Leftrightarrow m=-5.$$

Vậy phương trình đường thẳng d_2 là $x+4y-5=0$.

Câu 3. Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol như hình bên. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB=40$ cm và chiều sâu $h=30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



Lời giải

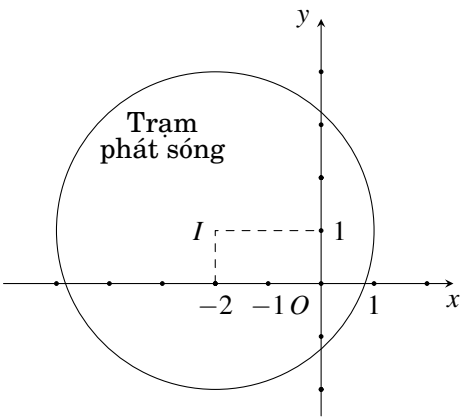
Gắn hình parabol vào hệ trục như đề bài, dựa vào giả thiết bài toán ta có tọa độ điểm $A(30;20)$.

Parabol đi qua điểm A nên ta có phương trình $20^2=2p\cdot 30\Leftrightarrow p=\dfrac{20}{3}$.

Vậy ta có phương trình chính tắc của parabol đó là $y^2=\dfrac{40x}{3}$.

Câu 4.

Hình bên mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét).



a) Lập phương trình đường tròn mô phỏng ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng, biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km.

b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(-1;3)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không? Giải thích.

c) Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

a) Phương trình đường tròn mô phỏng ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng là

$$(C)\colon (x+2)^2+(y-1)^2=9.$$

b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(-1;3)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không? Giải thích.
Gọi $M(-1;3)$. Ta có $IM=\sqrt{(-1+2)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}<R=3$.
Vậy người dùng điện thoại sử dụng được dịch vụ của trạm.

c) Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
Gọi $A(-3;4)$; B là giao điểm của IA với đường tròn (C).
Khoảng cách ngắn nhất mà một người ở vị trí A đi tới vùng phủ sóng là

$$\begin{aligned} AB &= IA-IB \\ &= \sqrt{(-3+2)^2+(4-1)^2}-R \\ &= \sqrt{10}-3 \\ &\approx 0{,}2. \end{aligned}$$

—Hết—

12. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(7;3)$ nên đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;7)$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 2. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tổng quát là

A. $d\colon x=0$. **B.** $d\colon y+2=0$. **C.** $d\colon y-2=0$. **D.** $d\colon x-2=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1)$ có phương trình tổng quát là $y+2=0$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, đường trung trực của đoạn AB với $A(4;-1)$ và $B(1;-4)$ có phương trình là

A. $x+y=1$. **B.** $x+y=0$. **C.** $y-x=0$. **D.** $x-y=1$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB.

Ta có $I\left(\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right)\in d$ và $\vec{n}_d=\overrightarrow{AB}=(-3;-3)=-3(1;1)$.

Khi đó $d\colon x+y=0$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn có tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng $(d)\colon 3x-4y-10=0$ có phương trình là

A. $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=9$. **B.** $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=1$.

C. $(C)\colon (x+1)^2+(y+2)^2=3$. **D.** $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=3$.

Lời giải

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng (d) có dạng $(x-1)^2+(y-2)^2=R^2$.

Khi đó

$$R=\mathrm{d}(I,d)=\frac{|3\cdot 1-4\cdot 2-10|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=3.$$

Vậy phương trình đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=9$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=9$. Đường kính của đường tròn (C) bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=9$ có bán kính $R=3$ nên độ dài đường kính là 6.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Các tiêu điểm của hypebol là

A. $F_1(-25;0)$ và $F_2(25;0)$. **B.** $F_1(-5;0)$ và $F_2(5;0)$.

C. $F_1\left(-\sqrt{337};0\right)$ và $F_2\left(\sqrt{337};0\right)$. **D.** $F_1(-337;0)$ và $F_2(337;0)$.

Lời giải

Ta có $a^2=16$, $b^2=9$, nên $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{16+9}=5$.

Vậy hypebol có hai tiêu điểm là $F_1(-5;0)$ và $F_2(5;0)$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y^2=4x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

A. $F(-1;0)$. **B.** $F(1;0)$. **C.** $F(0;1)$. **D.** $F(0;-1)$.

Lời giải

Từ phương trình của parabol ta có $2p=4\Rightarrow p=2$.

Suy ra parabol (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Tiêu cự của (E) bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$.

Do đó elip có $\begin{cases}a=5\\b=3\end{cases}\Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=4$.

Tiêu cự của elip bằng $2c=8$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 9. Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết $A(2;3)$, $B(0;-5)$.

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=\sqrt{17}$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2=68$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2=17$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Lời giải

Ta có $AB=\sqrt{(0-2)^2+(-5-3)^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$.

Gọi I là tâm và R là bán kính của đường tròn đường kính AB.

Khi đó I là trung điểm của AB và $R=\dfrac{AB}{2}$.

Như vậy $I(1;-1)$ và $R=\sqrt{17}$.

Suy ra phương trình đường tròn cần tìm là $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 10. Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng Δ: $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\end{cases}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $4x-3y+2=0$.

Vậy $\mathrm{d}(M,\Delta)=\dfrac{|4\cdot 2-3\cdot 0+2|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 11. Cho đường thẳng $d_1\colon 10x+5y-1=0$ và $d_2\colon \begin{cases}x=2+t\\y=1-t\end{cases}$. Tính côsin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{3}{10}$.

Lời giải

d_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(10;5)$.

Phương trình tham số d_2 cho ta vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;-1)$.

Góc giữa hai đường thẳng là góc giữa vectơ pháp tuyến của d_1 và vectơ chỉ phương của d_2.

Vậy

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{u}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{u}_2|}=\frac{|10\cdot 1+5\cdot(-1)|}{\sqrt{10^2+5^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{125}\cdot\sqrt{2}}=\frac{5}{5\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Vậy $\cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(3;1)$; $B(4;3)$ là

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+1t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+1t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(3;1)$ nhận $\overrightarrow{AB}=(1;2)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t. \end{cases}$

Chọn đáp án (D) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác DEF có $D(1;-1)$, $E(2;1)$, $F(3;5)$.

a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vectơ chỉ phương.

b) Phương trình đường cao kẻ từ D là $x+y=0$.

c) Gọi I là trung điểm của DF. Toạ độ của điểm I là $(2;2)$.

d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là $x-2=0$.

Lời giải

a) (S) Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vectơ pháp tuyến.

b) (S) Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là $(x-1)+4y+1=0 \Leftrightarrow x+4y+3=0$.

c) (Đ) Gọi I là trung điểm của DF. Toạ độ của điểm I là $(2;2)$.

d) (Đ) Đường trung tuyến kẻ từ E có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{EI}=(0;1)$ nên nhận $\vec{n}=(1;0)$ là một vectơ pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là $x-2=0$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và hai điểm $A(1;-1)$, $B(1;3)$. Xét tính Đúng/Sai của các mệnh đề sau

a) Bán kính của đường tròn (C) là $R=6$.

b) Điểm A thuộc đường tròn.

c) $x=1$ là phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A.

d) Qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x=1$ và $3x+4y-12=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ bán kính $R=\sqrt{9+1-6}=2$.

a) (S) Mệnh đề sai.

b) (Đ) Ta có $IA = 2 = R$ suy ra điểm A thuộc đường tròn (C).
Mệnh đề đúng.

c) (Đ) Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\overrightarrow{AI} = (2;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x-1)+0(y+1)=0$ hay $x=1$.
Mệnh đề đúng.

d) (S) Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng $a(x-1)+b(y-3)=0$ (với $a^2+b^2 \neq 0$) hay $ax+by-a-3b=0$.
Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}(I,\Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|3a-b-a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a-2b)^2 = a^2+b^2$$
$$\Leftrightarrow 3b^2-4ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ 3b=4a. \end{array}\right.$$

- Với $b=0$, chọn $a=1$; phương trình tiếp tuyến là $x=1$.
- Với $3b=4a$, chọn $a=3 \Rightarrow b=4$ phương trình tiếp tuyến là $3x+4y-15=0$.

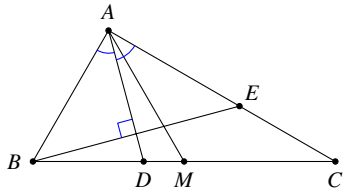
Vậy qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x=1$; $3x+4y-15=0$.
Mệnh đề sai.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC. Gọi AM, AD lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác trong của tam giác. Các đường thẳng AM, AD lần lượt có phương trình là $x-y-2=0$, $y=0$. Giả sử $B(1;3)$. Biết toạ độ của điểm $C(a;b)$, Tính $a+b$ Đáp án: | − | 6 | | |

Lời giải



Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} y=0 \\ x-y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0. \end{cases}$

Suy ra $A(2;0)$. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AD thì ta có $E \in AC$ và $E(1;-3)$.

Đường thẳng AC đi qua hai điểm A và E nên phương trình đường thẳng AC là

$$\frac{x-2}{1-2}=\frac{y-0}{-3-0}\Leftrightarrow 3x-y-6=0.$$

Điểm C thuộc đường thẳng AC, M là trung điểm BC nên giả sử $C(c;3c-6)$ và $M\left(\frac{c+1}{2};\frac{3c-3}{2}\right)$.

Điểm M thuộc đường thẳng AM nên $\frac{c+1}{2}-\frac{3c-3}{2}-2=0\Leftrightarrow c=0$. Vậy $C(0;-6)$.

Đáp án: -6 ..... □

Câu 2. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x+y-10=0$ và $\Delta_2: 2x+my+999=0$. Tìm m để góc tạo bởi hai đường thẳng trên bằng 45°. Đáp án: | 0 | | | |

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 có cặp vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;1),\vec{n}_2=(2;m)$.

Ta có

$$\begin{aligned}
(\Delta_1,\Delta_2)=45^\circ &\Leftrightarrow \cos(\Delta_1,\Delta_2)=\cos 45^\circ\\
&\Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}=\cos 45^\circ\\
&\Leftrightarrow \frac{|1\cdot 2+1\cdot m|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{4+m^2}}=\cos 45^\circ\\
&\Leftrightarrow \frac{|1\cdot 2+1\cdot m|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{4+m^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\
&\Leftrightarrow 4+m^2=4+4m+m^2\\
&\Leftrightarrow m=0.
\end{aligned}$$

Vậy $m=0$ thỏa mãn đề bài.

Đáp án: 0 ..... □

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $A(-1;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;1)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thoả mãn $3MA^2+MB^2=2MC^2$ là một đường tròn (C). Tìm tính bán kính của (C) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Đáp án: | 5 | , | 1 | 7 |

Lời giải

Gọi $M(x;y)$, ta có

$$\begin{aligned}
3MA^2+MB^2=2MC^2 &\Leftrightarrow 3\left[(x+1)^2+y^2\right]+(x-2)^2+(y-4)^2=2\left[(x-4)^2+(y-1)^2\right]\\
&\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+6x+3+x^2+y^2-4x-8y+20=2x^2+2y^2-16x-4y+34\\
&\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+18x-4y-11=0\\
&\Leftrightarrow x^2+y^2+9x-2y-\frac{11}{2}=0\quad(*).
\end{aligned}$$

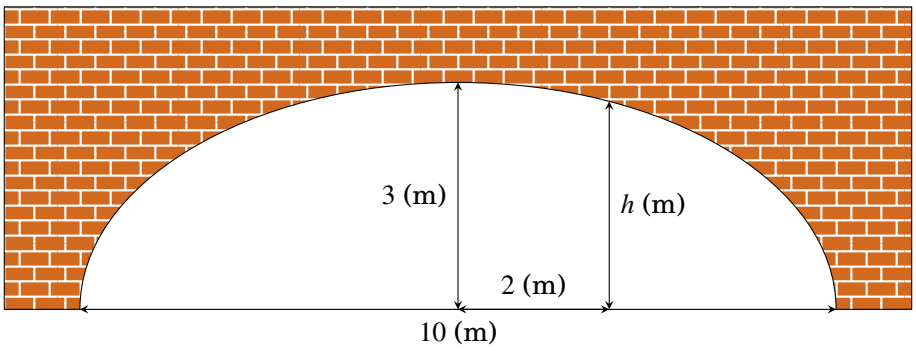
Đặt $a=-\frac{9}{2}$, $b=1$, $c=-\frac{11}{2}$, ta có $a^2+b^2-c=\frac{107}{4}>0$.

Do đó $(*)$ là phương trình của một đường tròn (tức đường tròn (C)).

Khi đó, bán kính của (C) là $R=\frac{\sqrt{107}}{2}\approx 5{,}17$.

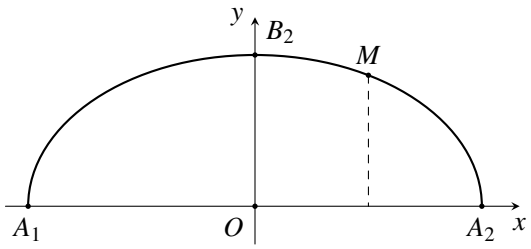
Đáp án: 5,17 .....□

Câu 4. Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là 12 m, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là 3 m. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao 2,8 m, chiều rộng của xe tải không quá 3 m sẽ qua lọt đường hầm, tương ứng điểm $M \in (E)$ có hoành độ 1,5. Tính độ cao h (đơn vị: mét) của thùng xe là tung độ của điểm M (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Đáp án: 2 , 9

Lời giải



Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a>b>0$.

Do các điểm $B_2(0;3)$ và $A_2(6;0)$ thuộc (E) nên thay vào phương trình của (E) ta có $b=3$ và $a=6$.

Suy ra phương trình của (E) là $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Điểm $M(1{,}5;y_M)$ thuộc (E) (với $y_M>0$) nên $y_M=3\cdot\sqrt{1-\dfrac{x_M^2}{36}}=3\cdot\sqrt{1-\dfrac{1{,}5^2}{36}}\approx 2{,}9$.

Vậy độ cao của điểm M là $h=2{,}9$ m.

Đáp án: 2,9 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC, biết $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(1;3)$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và AC (theo đơn vị phút, làm tròn đến hàng chục).

Lời giải

Vì $\overrightarrow{AB}=(2;1)$, $\overrightarrow{AC}=(0;2)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng AB và AC nên

$$\cos(AB,AC)=\cos|(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})|=\frac{|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|}=\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Vậy $(AB,AC)\approx 63^\circ 26'$.

Câu 2. Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$.

b) Elip nhận $F_2(5;0)$ là một tiêu điểm và $2b=4\sqrt{6}$.

c) Elip có $2a=2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.

d) Elip đi qua hai điểm $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$.

Lời giải

a) Do (E) có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ nên $c=2$ suy ra $a^2=b^2+c^2=b^2+4$.

Mặt khác, (E) đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ nên $\frac{2^2}{a^2}+\frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2}{b^2}=1$.

Suy ra $\frac{4}{b^2+4}+\frac{25}{9b^2}=1\Leftrightarrow 9b^4-25b^2-100=0\Leftrightarrow b^2=5$ hoặc $b^2=-\frac{20}{9}$ (loại).

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E)\colon \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

b) Do (E) có một tiêu điểm $F_2(5;0)$ nên $c=5$.

Theo giả thiết độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$ nên $2b=4\sqrt{6}\Leftrightarrow b=2\sqrt{6}$.

Suy ra $a^2=b^2+c^2=5^2+\left(2\sqrt{6}\right)^2=49$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E)\colon \frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$.

c) Độ dài trực lớn bằng $2\sqrt{5}$ nên $2a=2\sqrt{5}\Leftrightarrow a=\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2 nên $2c=2\Leftrightarrow c=1$.

Từ hệ thức $a^2=b^2+c^2$, suy ra $b^2=a^2-c^2=5-1=4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E)\colon \frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$.

d) Do (E) đi qua $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}\frac{4}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1\\ \frac{6}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{a^2}=\frac{1}{8}\\ \frac{1}{b^2}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=8\\ b^2=4.\end{cases}$$

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E)\colon \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 3. Cho 3 điểm $A(-2;2)$, $B(7;5)$, $C(4;-5)$ và đường thẳng $\Delta\colon 2x+y-4=0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc Δ sao cho $\left|\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Gọi điểm G thỏa $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=3 \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(3;\dfrac{2}{3}\right)$.

Ta có $\left|\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right|=3|\overrightarrow{NG}|=3NG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow GN\perp\Delta \Leftrightarrow N$ là hình chiếu của G lên Δ.

Suy ra $N=d\cap\Delta$ với d qua G và vuông góc với Δ.

Δ có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1)$.

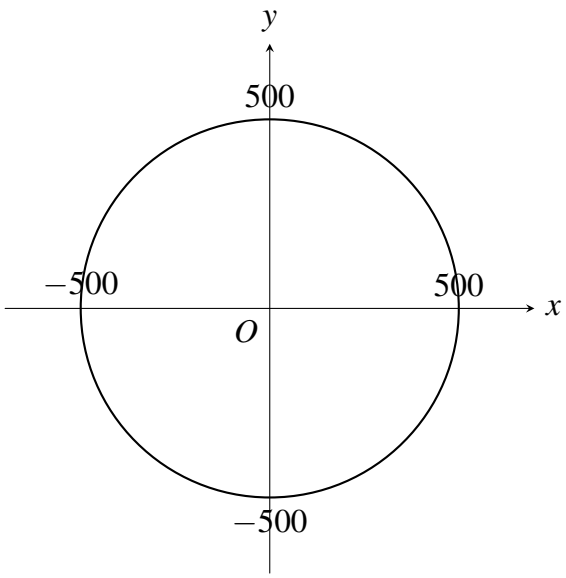
Suy ra d có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1) \Rightarrow d$ có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_d=(1;-2)$.

$$d\colon 1(x-3)-2\left(y-\frac{2}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x-2y-\frac{5}{3}=0.$$

Tọa độ của N là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ x-2y-\dfrac{5}{3}=0 \end{cases} \begin{cases} x=\dfrac{29}{15} \\ y=\dfrac{2}{15}. \end{cases}$

Vậy $N\left(\dfrac{29}{15};\dfrac{2}{15}\right)$.

Câu 4. Trên màn hình ra-đa của đài kiểm soát không lưu sân bay A có hệ trục toạ độ Oxy (Hình vẽ), trong đó đơn vị trên mỗi trục tính theo ki-lô-mét và đài kiểm soát được coi là gốc toạ độ $O(0;0)$. Nếu máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 500 km thì sẽ hiển thị trên màn hình ra-đa. Một máy bay khởi hành từ sân bay B lúc 14 giờ. Sau thời gian t (giờ), vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M có toạ độ như sau:



$$\begin{cases} x=\dfrac{1600}{3}-\dfrac{1400}{3}t \\ y=\dfrac{1900}{3}-\dfrac{1400}{3}t \end{cases}$$

a) Tìm vị trí của máy bay lúc 14 giờ 30 phút. Thời điểm này máy bay đã xuất hiện trên màn hình ra-đa chưa?

b) Lúc mấy giờ máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất? Tính khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu lúc đó.

c) Máy bay ra khỏi màn hình ra-đa vào thời gian nào?

Lời giải

a) Tìm vị trí của máy bay lúc 14 giờ 30 phút. Thời điểm này máy bay đã xuất hiện trên màn hình ra-đa chưa?
Lúc 14 giờ 30 phút, máy bay đã khởi hành được 30 phút $=\frac{1}{2}$ giờ.
Khi đó vị trí của máy bay là điểm $N(x_N;y_N)$ có tọa độ

$$\begin{cases} x_N=\frac{1600}{3}-\frac{1400}{3}.\frac{1}{2}=300 \\ y_N=\frac{1900}{3}-\frac{1400}{3}.\frac{1}{2}=400 \end{cases}$$

Do $x_N=300<500$ và $y_N=400<500$ nên ở thời điểm này máy bay đã xuất hiện trên màn hình ra-đa.

b) Lúc mấy giờ máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất? Tính khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu lúc đó.
Khi máy bay gần đài kiểm soát nhất thì tọa độ của máy bay giả sử là điểm $P\left(\frac{1600}{3}-\frac{1400}{3}.t;\frac{1900}{3}-\frac{1400}{3}.t\right)$ gần sát với tọa độ của đài kiểm soát là điểm O, tức ta có độ dài đoạn thẳng OP nhỏ nhất.
Ta tính được

$$\begin{aligned} OP^2&=\left(\frac{1600}{3}-\frac{1400}{3}.t\right)^2+\left(\frac{1900}{3}-\frac{1400}{3}.t\right)^2 \\ &=\frac{3920000}{9}t^2-\frac{9800000}{9}.t+\frac{6170000}{9} \\ &=\frac{3920000}{9}\left(t^2-\frac{5}{2}t\right)+\frac{6170000}{9} \\ &=\frac{3920000}{9}\left(t^2-\frac{5}{2}t+\frac{25}{16}\right)+500 \\ &=\frac{3920000}{9}\left(t-\frac{5}{4}\right)^2+5000\geq 5000 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\left(t-\frac{5}{4}\right)^2=0\Leftrightarrow t=\frac{5}{4}$.
Vậy lúc 15 giờ 15 phút thì máy bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát lúc đó là $50\sqrt{2}$ km.

c) Máy bay ra khỏi màn hình ra-đa vào thời gian nào?
Khi máy bay ra khỏi màn hình ra-đa thì tọa độ của máy bay giả sử là điểm $Q\left(\frac{1600}{3}-\frac{1400}{3}.t;\frac{1900}{3}-\frac{1400}{3}.t\right)$ cách tọa độ của đài kiểm soát là điểm O hơn 500, tức ta có độ dài đoạn thẳng $OQ>500$.
Ta có $OQ>500\Leftrightarrow OQ^2>250000$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow\left(\frac{1600}{3}-\frac{1400}{3}.t\right)^2+\left(\frac{1900}{3}-\frac{1400}{3}.t\right)^2>250000 \\ &\Leftrightarrow\frac{3920000}{9}t^2-\frac{9800000}{9}.t+\frac{3920000}{9}>0 \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow t^2 - \frac{5}{2}.t + 1 > 0$

$\Leftrightarrow t < \frac{1}{2}$ hoặc $t > 2$.

Vậy máy bay ra khỏi màn hình ra-đa vào lúc 16 giờ.

—Hết—

13. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(7;3)$ nên đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;7)$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 2. Cho đường thẳng $d_1\colon x+2y-2=0$ và $d_2\colon x-y=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1=(1;2)$ và một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2=(1;-1)$. Do đó

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}=\frac{|1-2|}{\sqrt{1+4}\cdot\sqrt{1+1}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án A .....□

Câu 3. Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết $A(2;3)$, $B(0;-5)$.

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=\sqrt{17}$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2=68$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2=17$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Lời giải

Ta có $AB=\sqrt{(0-2)^2+(-5-3)^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$.

Gọi I là tâm và R là bán kính của đường tròn đường kính AB.

Khi đó I là trung điểm của AB và $R=\dfrac{AB}{2}$.

Như vậy $I(1;-1)$ và $R=\sqrt{17}$.

Suy ra phương trình đường tròn cần tìm là $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 4. Cho đường tròn (C) có tâm $I(-4;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+1=0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng

A. $R=\dfrac{19}{5}$. **B.** $R=4$. **C.** $R=\dfrac{17}{5}$. **D.** $R=3$.

Lời giải

Đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+1=0$ nên ta có

$$R=\mathrm{d}(I,\Delta)=\frac{|3\cdot(-4)-4\cdot 1+1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{15}{5}=3.$$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ là

A. $y=20x$. **B.** $y=30x$. **C.** $y=15x$. **D.** $y=10x$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2=2px$ $(p>0)$.
Vì (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ nên $\frac{p}{2}=5$, tức là $p=10$.
Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y=20x$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Tiêu cự của (E) bằng

A. 10. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,b>0)$.

Do đó elip có $\begin{cases}a=5\\b=3\end{cases}\Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=4.$

Tiêu cự của elip bằng $2c=8$.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Hypebol $(H)\colon \frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm là

A. $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$. **B.** $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.

C. $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$. **D.** $F_1\left(-\sqrt{34};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{34};0\right)$.

Lời giải

Ta có $(H)\colon \frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow\begin{cases}a^2=25\\b^2=9\end{cases}\Rightarrow c^2=a^2+b^2=34\Rightarrow c=\sqrt{34}.$

Vậy hai tiêu điểm của Hypebol là $F_1\left(-\sqrt{34};0\right),F_2\left(\sqrt{34};0\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho hai đường thẳng $d_1\colon 11x-12y+1=0$ và $d_2\colon 12x+11y+9=0$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2.

A. $d_1\parallel d_2$. **B.** $d_1\equiv d_2$.

C. d_1 cắt d_2 nhưng không vuông góc. **D.** $d_1\perp d_2$.

Lời giải

Ta có d_1 có VTPT là $\vec{n}_1 = (11;-12)$; d_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (12;11)$.
Xét $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 11 \cdot 12 - 12 \cdot 11 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 9. Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và đi qua điểm $M(2;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{12} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{y^2}{12} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{12} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{y^2}{2\sqrt{3}} = 1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của hypebol (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ với $(a>0, b>0)$.

Do (H) đi qua $M(2;0)$ nên $\dfrac{2^2}{a^2} - \dfrac{0^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a = 2$.
Mà (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ nên $c = 4$.
Suy ra $b^2 = c^2 - a^2 = 4^2 - 2^2 = 12$.
Vậy phương trình hypebol (H) là $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{12} = 1$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của (C)?

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$. **B.** $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$.
C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$. **D.** $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Lời giải

Ta có $x^2+y^2+4x+6y-12=0 \Leftrightarrow x^2+4x+4+y^2+6y+9=25 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+3)^2=25$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{81} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{15} + \dfrac{y^2}{16} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip (E) là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a>b>0)$.
Vì (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c = 6 \Rightarrow c = 3$.
Mặt khác, ta có (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a = 5 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 9 = 16$.
Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 12. Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng d_1: $2x-4y+1=0$ và d_2: $\begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau?

A. $a=-2$. **B.** $a=2$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=1$.

Lời giải

Ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1=(2;-4)$ và một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2=(a+1;a)$.
Để d_1 và d_2 vuông góc với nhau thì $\vec{n}_1\perp\vec{n}_2$ hay

$$\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0\Leftrightarrow a+1-2a=0\Leftrightarrow a=1.$$

Chọn đáp án D .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho parabol (P) có phương trình $y^2=12x$. Khi đó

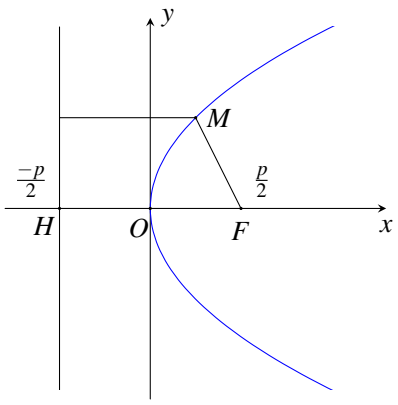
a) P có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x=-3$.

b) Một điểm nằm trên (P) có hoành độ $x=2$. Khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm bằng 4.

c) Độ dài dây cung vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm bằng 12.

d) Qua $I(2;0)$ vẽ một đường thẳng thay đổi cắt (P) tại hai điểm A và B. Khi đó tích số khoảng cách từ A và B tới trục Ox bằng 12.

Lời giải



a) Đ **Đúng**.
(P) có phương trình $y^2=12x$ nên $p=6\Rightarrow\dfrac{p}{2}=3$.
Vậy P có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x=-3$.

b) S **Sai**.
Gọi M là điểm trên (P) có hoành độ $x=2\Rightarrow MF=x_M+\dfrac{p}{2}=2+3=5$.

c) Đ **Đúng**.
Đường thẳng đi qua $F(3;0)$ và vuông góc với trục đối xứng có phương trình $x=3$ (d).
Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=3\\y^2=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=\pm6.\end{cases}$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm $M(3;-6)$ và $N(3;6)$.
Ta có $MN=\sqrt{(3-3)^2+(6+6)^2}=12$.

d) (S) **Sai**.
Phương trình đường thẳng đi qua $I(2;0)$ có dạng (với $A^2+B^2>0$)

$$(d):A(x-2)+B(y-0)=0\Leftrightarrow Ax+By-2A=0.$$

Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}Ax+By-2A=0\\y^2=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{y^2}{12}\\A\dfrac{y^2}{12}+By-2A=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{y^2}{12}\\Ay^2+12By-24A=0.\ (*)\end{cases}$$

Phương trình $(*)$ có $\Delta=36B^2+24A^2>0,\ \forall A^2+B^2\neq 0$ nên phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt.
Gọi y_A và y_B là nghiệm của phương trình $(*)$ thì

$$\mathrm{d}(A;Ox)\cdot\mathrm{d}(B;Ox)=|y_A\cdot y_B|=24 \text{ (không đổi)}.$$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x-y+3=0$ và $3x+2y-6=0$.

a) Phương trình đường thẳng AB là $2x-3y+5=0$.

b) Phương trình đường thẳng AC là $x+2y-6=0$.

c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$.

d) Phương trình đường thẳng BC là $x+y-1=0$.

Lời giải

a) (Đ) Phương trình đường thẳng AB là $2x-3y+5=0$; CK có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{CK}=(3;2)$.
Đường thẳng AB vuông góc CK nên nhận $\vec{n}_{CK}=(3;2)$ làm vectơ chỉ phương, vì thế AB có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB}(2;-3)$. Mặt khác AB đi qua $A(-4;-1)$ nên có phương trình

$$2(x+4)-3(y+1)=0\Leftrightarrow 2x-3y+5=0.$$

b) (S) Phương trình đường thẳng AC là $x+2y-6=0$.
Đường thẳng AC vuông góc BH nên nhận $\vec{n}_{BH}=(2;-1)$ làm vectơ chỉ phương, vì thế AC có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AC}=(1;2)$. Mặt khác AC đi qua $A(-4;-1)$ nên có phương trình

$$1(x+4)+2(y+1)=0\Leftrightarrow x+2y+6=0.$$

c) Đ Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$ Gọi B là giao điểm của AB và BH nên tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x-3y+5=0 \\ 2x-y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1. \end{cases}$

Vậy tọa độ điểm B là $B(-1;1)$.

d) S Phương trình đường thẳng BC là $x+y-1=0$.

Gọi C là giao điểm của AC và CK. Xét hệ $\begin{cases} x+2y+6=0 \\ 3x+2y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-6 \end{cases} \Rightarrow$ $C(6;-6)$.

Đường thẳng BC có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=(7;-7)$ nên có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(7;7)$. Vậy BC có phương trình $7(x+1)+7(y-1)=0 \Leftrightarrow x+y=0$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

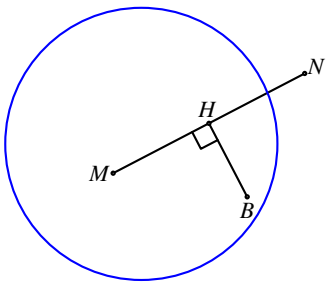
Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $B(1;1)$ và cắt đường thẳng $d\colon 3x+4y+8=0$ tại M, N thoả mãn $MN=8$. Bán kính của (C) bằng bao nhiêu?

Đáp án: | 5 | | | |

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của B lên $d\colon 3x+4y+8=0$. Khi đó khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là

$$BH=\frac{|3\cdot 1+4\cdot 1+8|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3.$$



H là trung điểm của MN nên $HM=4$. Suy ra bán kính đường tròn (C) là $R=\sqrt{BH^2+HM^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Đáp án: 5 ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;2)$, $B(1;5)$ và đỉnh C nằm trên đường thẳng $d\cdot 2x-y-8=0$. Toạ độ đỉnh $C(a;b)$, biết rằng C có tung độ âm và diện tích tam giác ABC bằng 2. Tính $a+2b$. Đáp án: | – | 4 | | |

Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là : $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-2}{3} \Leftrightarrow 3x+y-8=0$. C nằm trên đường thẳng d nên giả sử $C(t;2t-8)$.

Ta có $AB=\sqrt{(1-2)^2+(5-2)^2}=\sqrt{10}$. Do $S_{\Delta ABC}=2$ suy ra $\mathrm{d}(C,AB)=\frac{4}{\sqrt{10}}$.

Khi đó $\frac{|3t+(2t-8)-8|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{4}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |5t-16|=4$.

Suy ra $t=4$ hoặc $t=\frac{12}{5}$.

- Với $t=4$ thì $2t-8=0$ (loại vì C có tung độ âm).
- Với $t=\dfrac{12}{5}$ thì $2t-8=\dfrac{-16}{5}$.

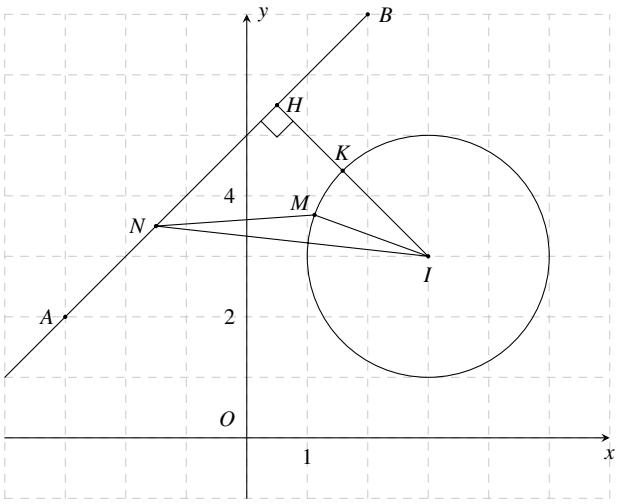
Vậy $C\left(\dfrac{12}{5};\dfrac{-16}{5}\right)$.

Đáp án: -4 ..... □

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điểm $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn bao nhiêu mét?

Đáp án: 1

Lời giải



Quỹ đạo chuyển động của chất điểm thứ nhất là đường tròn (C) có phương trình chính tắc $(x-3)^2+(y-3)^2=4$.

Vì $\overrightarrow{AB}=(5;5)$ là một vecto chỉ phương của đường thẳng AB nên phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-2}{5}\Leftrightarrow x-y+5=0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB, ta có

$$IH=\mathrm{d}(I,AB)=\frac{|3-3+5|}{\sqrt{x^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}.$$

Vì $\dfrac{5}{\sqrt{2}}>2$ nên đường thẳng AB và đường tròn (C) không có điểm chung.

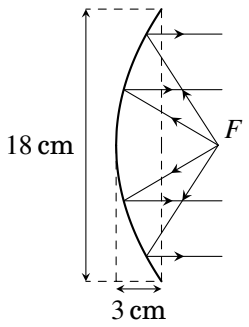
Gọi K là giao điểm của đoạn thẳng IH và đường tròn, ta có $HK=-IH-IK=\dfrac{5}{\sqrt{2}}-2>1$.

Xét M là điểm bất kì trên đường tròn, N là điểm bất kì trên đường thẳng AB, ta có

$$MN\geq IN-IM\geq IH-IK=HK>1.$$

Vậy tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn 1 (mét).
Đáp án: 1 .....□

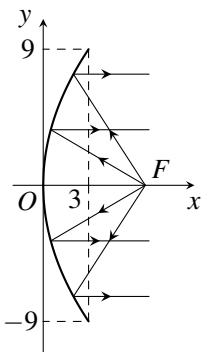
Câu 4. Một đèn pin có chóa đèn mặt cắt hình parabol với kính thước trong hình trên. Giây tóc bóng đèn được đặt ở tiêu điểm F. Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn bao nhiêu cm?



Đáp án: 6 , 7 5

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = 2px$ với $(p > 0)$.

Khi đó $M(3;9) \in (P) \Rightarrow 9^2 = 2 \cdot p \cdot 3 \Leftrightarrow p = \dfrac{81}{6}$.

Vậy phương trình $(P)\colon y^2 = \dfrac{81}{3}x$.

Parabol (P) có tiêu điểm $F\left(\dfrac{81}{12};0\right)$.

Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn ở vị trí tiêu điểm.

Khi đó bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn là $\dfrac{81}{12} = 6{,}75$ cm.

Đáp án: 6,75 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA = 2$, $OB = 3$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ.

Lời giải

Vì Δ cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA = 2$, $OB = 3$ nên (Δ) đi qua các điểm $A(2;0)$, $B(0;3) \Rightarrow$ vec tơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-2;3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3t \end{cases}$.

Câu 2. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon 3x - 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Ta có $d \perp \Delta$ nên d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;3)$.

Mà đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng

d là

$$2(x-1)+3(y+2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+4=0.$$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng d là $2x+3y+4=0$.

Câu 3. Một vật chuyển động tròn đều chịu tác động của lực hướng tâm, quỹ đạo chuyển động của vật trong mặt phẳng toạ độ Oxy là đường tròn có phương trình $x^2+y^2=100$. Vật chuyển động đến điểm $M(8;6)$ thì bị bay ra ngoài. Trong những giây đầu tiên sau khi vật bay ra ngoài, vật chuyển động trên đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn. Viết phương trình tiếp tuyến đó.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của tiếp tuyến là $\overrightarrow{OM}=(8;6)$.

Phương trình của tiếp tuyến là $8(x-8)+6(y-6)=0 \Leftrightarrow 4x+3y-50=0$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ, cho Hypebol (H) đi qua điểm $M\left(4;\sqrt{5}\right)$, có một tiêu điểm $F_1(-3;0)$ và đường thẳng $d\colon y=\dfrac{1}{2}x$. Đường thẳng d cắt (H) tại hai điểm E, F. Tính độ dài đoạn EF.

Lời giải

Gọi phương trình của $(H)\colon \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Vì $M\left(4;\sqrt{5}\right)\in(H)$ nên ta được: $\dfrac{16}{a^2}-\dfrac{5}{b^2}=1$. (1)

Ta có $a^2+b^2=c^2$ mà $c=3$ nên suy ra $b^2=9-a^2$. (2)

Thay (2) vào (1) ta được $\dfrac{16}{a^2}-\dfrac{5}{9-a^2}=1 \Leftrightarrow a^4-30a^2+144=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2=24 \\ a^2=6. \end{array}\right.$

Mà $a^2<9$ nên $a^2=6$. Suy ra $b^2=3$, do đó $(H)\colon \dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$.

Tọa độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1 \\ y=\dfrac{1}{2}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4y^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1 \\ x=2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=3 \\ x=2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\pm\sqrt{3} \\ x=2y. \end{cases}$$

Suy ra $E\left(-2\sqrt{3};-\sqrt{3}\right)$, $F\left(2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$.

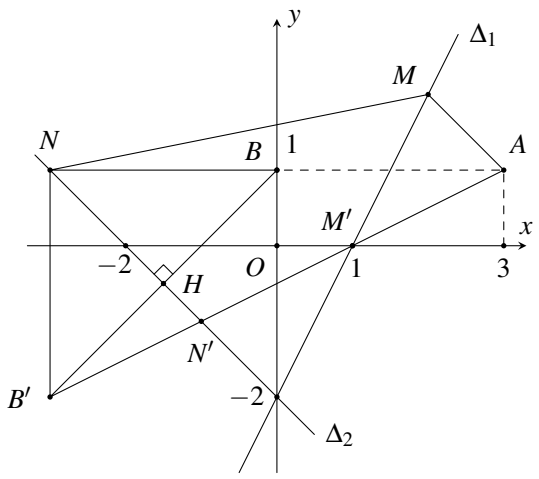
Vậy $EF=\sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{15}$.

Câu 5. Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;1)$, $B(0;1)$ và các đường thẳng $\Delta_1\colon 2x-y-2=0$, $\Delta_2\colon \begin{cases} x=-3+t \\ y=1-t \end{cases}$ (t là tham số). Gọi M và N lần lượt là các điểm thay đổi trên Δ_1 và Δ_2. Biết giá trị nhỏ nhất $T_{\min}$ của biểu thức $T=AM+BN+MN$ có dạng $T_{\min}=a\sqrt{b}$ với a là số nguyên dương, b là số nguyên tố. Tính a^2+2b.

Lời giải

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua Δ_2.

Gọi M', N' lần lượt là giao điểm của AB' với Δ_1, Δ_2.



Ta có $NB = NB'$.

$T = AM + BN + MN = AM + B'N + MN \geq AB'$.

Suy ra $T_{\min} = AB'$ khi đó $M \equiv M'$, $N \equiv N'$.

Gọi d là đường thẳng qua B và vuông góc Δ_2

$$\Delta_2 : \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - t \end{cases} \Leftrightarrow x + y + 2 = 0.$$

Suy ra $d : x - y + m = 0$.

$B(0;1) \in d \Rightarrow 0 - 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

$d : x - y - 1 = 0$.

Vì $H = d \cap \Delta_2$ nên tọa độ của H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{2} \\ y = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

Vì H là trung điểm của BB' nên ta có

$$\begin{cases} \dfrac{x_B + x_{B'}}{2} = x_H \\ \dfrac{y_B + y_{B'}}{2} = y_H \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'} = 2x_H - x_B = 2 \cdot \left(-\dfrac{3}{2}\right) - 0 = -3 \\ y_{B'} = 2y_H - y_B = 2 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) - 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow B'(-3;-2).$$

Ta có $\overrightarrow{AB'} = (6;3) \Rightarrow AB' = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$.

Vậy $a^2 + 2b = 3^2 + 10 = 19$.

—Hết—

14. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-4x+2y+7=0$. **B.** $x^2+y^2-x+y+4=0$.

C. $x^2+y^2-6x+y+11=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+2y-5=0$.

Lời giải

Ta có

- $x^2+y^2-4x+2y+7=0$ có $a^2+b^2-c=-2<0$.
- $x^2+y^2-x+y+4=0$ có $a^2+b^2-c=-\dfrac{7}{2}<0$.
- $x^2+y^2-6x+y+11=0$ có $a^2+b^2-c=-\dfrac{7}{4}<0$.
- $x^2+y^2-4x+2y-5=0$ có $a^2+b^2-c=10>0$.

Vậy phương trình $x^2+y^2-4x+2y-5=0$ là phương trình đường tròn.

Chọn đáp án D .....□

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{25}=1$ và điểm M thuộc hypebol. Khi đó $|MF_1-MF_2|$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $a^2=4$ suy ra $a=2$. Vậy $|MF_1-MF_2|=2a=2\cdot 2=4$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 3. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1\colon 2x-y-3=0$ và $d_2\colon 3x+y+2=0$.

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có 1 VTPT là $\vec{n}=(2;-1)$.
Đường thẳng d_2 có 1 VTPT là $\vec{n'}=(3;1)$.
Do đó

$$\begin{aligned}\cos(d_1,d_2) &= \frac{\left|\vec{n}\cdot\vec{n'}\right|}{|\vec{n}|\cdot\left|\vec{n'}\right|}=\frac{|2\cdot 3-1|}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \Rightarrow (d_1;d_2) &= 45^\circ.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A .....□

Câu 4. Cho đường hypebol có phương trình chính tắc sau $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Điểm nào sau đây **không nằm** trên đường hypebol?

A. $Q(4;0)$. **B.** $N\left(-4\sqrt{2};3\right)$. **C.** $P(-4;0)$. **D.** $M(3;1)$.

Lời giải

Ta có

- $\dfrac{4^2}{16}-\dfrac{0^2}{9}=1$ nên $Q(4;0)\in(H)$.
- $\dfrac{\left(-4\sqrt{2}\right)^2}{16}-\dfrac{3^2}{9}=1$ nên $N\left(-4\sqrt{2};3\right)\in(H)$.
- $\dfrac{(-4)^2}{16}-\dfrac{0^2}{9}=1$ nên $P(-4;0)\in(H)$.
- $\dfrac{3^2}{16}-\dfrac{1^2}{9}\neq 1$ nên $M(3;1)\notin(H)$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ có hệ số góc k nguyên dương. Viết phương trình đường thẳng d biết d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $0{,}5$.

A. $d\colon x-2y+2=0$. **B.** $d\colon x-y+1=0$.

C. $d\colon x+y-1=0$. **D.** $d\colon x-4y+4=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ và có hệ số góc k nguyên dương.
Phương trình dạng $d\colon y=kx+1$ hay $d\colon kx-y+1=0$.
Ta lại có

- $d\cap Ox=B\left(\dfrac{1}{k};0\right)$;
- $d\cap Oy=C(0;1)$.
- $S_{\Delta OBC}=\dfrac{1}{2}\cdot OB\cdot OC=\dfrac{1}{2}\cdot\left|\dfrac{1}{k}\right|\cdot 1=\dfrac{1}{2|k|}$.

Mà $S_{\Delta OBC}=0{,}5$ nên $\dfrac{1}{2|k|}=0{,}5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=-1\,(\text{loại})\\ k=1\,(\text{nhận}).\end{array}\right.$
Vậy phương trình đường thẳng là $d\colon x-y+1=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{64}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $(a>b>0)$ và $M(0;3)\in(E)\Rightarrow b=3$.

Khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng $8\Rightarrow a=4$.

Phương trình chính tắc của (E): $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 7. Cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(5;4)$; $C(-1;-4)$. Viết phương trình tham số đường thẳng OG trong đó O là gốc tọa độ và điểm G là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=4+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=2+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2t\\y=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2\\y=1+3t\end{cases}$.

Lời giải

Ta có tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(2;1)$, vectơ $\overrightarrow{OG}=(2;1)$.

Đường thẳng OG đi qua $O(0;0)$ nhận vectơ $\vec{u}=(2;1)$ làm vectơ chỉ phương có dạng tham số là $\begin{cases}x=2t\\y=t.\end{cases}$

Chọn đáp án C .....□

Câu 8. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(-2;3)$ và $B(3;1)$ là

A. $\begin{cases}x=-2+5t\\y=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+5t\\y=3-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=3+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-5t\\y=1-2t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;3)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(5;-2)$ làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=-2+5t\\y=3-2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, số giao điểm của đường thẳng $(d)\colon 3x-4y+5=0$ và đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-1=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=1$.

Ta có $\mathrm{d}\big(O,(d)\big)=1=R$.

Vậy đường tròn (C) tiếp xúc đường thẳng (d) tại 1 điểm.

Chọn đáp án A .....□

Câu 10. Viết phương trình đường tròn đường kính AB biết $A(2;3)$, $B(0;-5)$.

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=\sqrt{17}$. **B.** $(x-2)^2+(y+2)^2=68$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2=17$. **D.** $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Lời giải

Ta có $AB=\sqrt{(0-2)^2+(-5-3)^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$.

Gọi I là tâm và R là bán kính của đường tròn đường kính AB.

Khi đó I là trung điểm của AB và $R=\dfrac{AB}{2}$.

Như vậy $I(1;-1)$ và $R=\sqrt{17}$.

Suy ra phương trình đường tròn cần tìm là $(x-1)^2+(y+1)^2=17$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 11. Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng Δ: $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\end{cases}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $4x-3y+2=0$.

Vậy $\mathrm{d}(M,\Delta)=\dfrac{|4\cdot 2-3\cdot 0+2|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(2;2), B(5;1)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳngΔ: $x-2y+8=0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17.

A. $C(12;10)$ và $C\left(-\dfrac{76}{5};-\dfrac{18}{5}\right)$. **B.** $C(-12;10)$.

C. $C\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{41}{10}\right)$. **D.** $C(-4;2)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-1)$

Phương trình đường thẳng AB: $x+3y-8=0$.

Vì $C\in\Delta$ nên$C(2c-8;c)$

$$S_{\triangle CAB}=\frac{1}{2}\mathrm{d}(C,AB)\cdot AB=17\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot\frac{|5c-16|}{\sqrt{10}}\cdot\sqrt{10}=17\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=10\\c=-\dfrac{18}{5}.\end{array}\right.$$

Vậy $C(12;10)$ và $C\left(-\dfrac{76}{5};-\dfrac{18}{5}\right)$.

Chọn đáp án A .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng (Oxy), cho hai đường thẳng $d_1: 2x-4y+3=0$ và $d_2: -3x+y-17=0$.

a) $d_1 \perp d_2$.

b) $I\left(\frac{13}{2};\frac{5}{2}\right)$ là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2.

c) Góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135°.

d) Gọi A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) và B là điểm thuộc đường thẳng d_2 sao cho tam giác OAB vuông cân tại B. Khi đó, có 2 điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Lời giải

a) S Ta có $\vec{n}_1=(2;-4)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 và $\vec{n}_2=(-1;3)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_2.
Vì $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=2\cdot(-1)+(-4)\cdot 3=-14\neq 0$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 không vuông góc với nhau.

b) S Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}2x-4y+3=0\\-3x+y-17=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{13}{2}\\y=-\frac{5}{2}.\end{cases}$$

Suy ra $I\left(-\frac{13}{2};-\frac{5}{2}\right)$ là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2.

c) S Ta có

$$\cos(d_1,d_2)=\frac{|2\cdot(-3)+(-4)\cdot 1|}{\sqrt{2^2+(-4)^2}\cdot\sqrt{(-3)^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow(d_1,d_2)=45^\circ.$$

d) Đ Do A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) nên $A(a;0)$ với $a\neq 0$.
Mặt khác, do B là điểm thuộc đường thẳng d_2 nên $B(b;3b+17)$.
Tam giác OAB vuông cân tại B suy ra $b=\frac{a}{2}$. Do đó

$$B\left(\frac{a}{2};\frac{3a+34}{2}\right);\quad\overrightarrow{OB}=\left(\frac{a}{2};\frac{3a+34}{2}\right);\quad\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{a}{2};\frac{3a+34}{2}\right).$$

Lại có

$$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow\left(-\frac{a}{2}\right)\cdot\frac{a}{2}+\frac{3a+34}{2}\cdot\frac{3a+34}{2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3a+34=a\\3a+34=-a\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-17\\a=\frac{17}{2}.\end{array}\right.$$

Suy ra $B\left(-\frac{17}{2};-\frac{17}{2}\right)$ và $B\left(\frac{17}{4};\frac{119}{4}\right)$.
Vậy có 2 điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $(C)\colon (x-2)^2+(y-2)^2=9$ điểm $A(5;-1)$. Gọi Δ_1 và Δ_2 là các tiếp tuyến đường tròn (C) đi qua điểm A.

a) (C) có bán kính $R=3$.

b) Gọi I là tâm của đường tròn (C), khi đó $IA=2\sqrt{2}$.

c) Các tiếp tuyến Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.

d) Các tiếp tuyến Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

a) Đ Đường tròn (C) có tâm $I(2;2)$ và bán kính $R=3$.

b) S Ta có $IA=\sqrt{(5-2)^2+(-1-2)^2}=3\sqrt{2}$.

c) Đ Ta có $IA=3\sqrt{2}>R$ nên điểm A nằm ngoài đường tròn (C).
Do đó, từ A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C).
Vậy hai tiếp tuyến Δ_1 và Δ_2 phân biệt.

d) Đ Gọi $\vec{n}=(a;b)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ qua $A(5;-1)$.
Phương trình $\Delta\colon a(x-5)+b(y+1)=0$.
Δ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}(I,\Delta)=R &\Leftrightarrow \frac{|a(2-5)+b(2+1)|}{\sqrt{a^2+b^2}}=3\\
&\Leftrightarrow |-3a+3b|=3\sqrt{a^2+b^2}\\
&\Leftrightarrow 9a^2+9b^2-18ab=9a^2+9b^2\\
&\Leftrightarrow ab=0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0\\ b=0. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

- Với $a=0$, chọn $b=1$. Khi đó tiếp tuyến Δ_1 có vectơ pháp tuyến clà $\vec{n}_1=(0;1)$.
- Với $b=0$, chọn $a=1$. Khi đó, tiếp tuyến Δ_2 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(1;0)$.

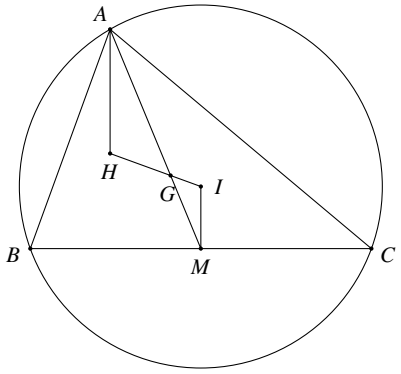
Vì $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0$ nên $\Delta_1\perp\Delta_1$ hay các tiếp tuyến của đường tròn (C) đi qua điểm A vuông góc với nhau.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác ABC, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm bán kính của phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Đáp án: 5

Lời giải



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Khi đó $\overrightarrow{HI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{HG}\Rightarrow\begin{cases}x_I-3=\frac{3}{2}\left(\frac{5}{3}-3\right)\\ y_I-2=\frac{3}{2}\left(\frac{8}{3}-2\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_I=1\\ y_I=3.\end{cases}$

Gọi M là trung điểm của $BC\Rightarrow IM\perp BC$ nên $IM\colon 2x-y+1=0$.

Mà M là giao điểm của IM và BC nên tọa độ M là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x-y=-1\\ x+2y=2\end{cases}\Rightarrow$

$\begin{cases}x=0\\ y=1\end{cases}\Rightarrow M(0;1).$

Lại có $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MG}\Rightarrow\begin{cases}x_A=3\cdot\frac{5}{3}\\ y_A-1=3\left(\frac{8}{3}-1\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_A=5\\ y_A=6.\end{cases}\Rightarrow A(5;6).$

Khi đó $R=IA=\sqrt{(5-1)^2+(6-3)^2}=5$.

Đáp án: 5 ..... □

Câu 2. Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$ và điểm $A(3;0)$. Điểm B,C nằm trên (E) sao cho B,C đối xứng qua trục Ox và $\triangle ABC$ đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

Đáp án: 5 , 2

Lời giải

Hai điểm B,C đối xứng qua trục Ox.

Giả sử $B(x_0;y_0),C(x_0;-y_0)$ với $y_0>0$.

Ta có B, C nằm trên $(E)\Rightarrow\frac{x_0^2}{9}+\frac{y_0^2}{3}=1\Leftrightarrow x_0^2+3y_0^2=9$ và $(BC):x=x_0\Rightarrow \mathrm{d}(A,BC)=|3-x_0|$.

Vì $\triangle ABC$ đều nên ta có

$$\begin{aligned} & \mathrm{d}(A,BC)=\frac{\sqrt{3}}{2}BC \\ \Leftrightarrow\ & |3-x_0|=\sqrt{3}y_0 \\ \Leftrightarrow\ & 3y_0^2=(x_0-3)^2 \\ \Leftrightarrow\ & x_0^2+(x_0-3)^2=9 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x_0=0\Rightarrow y_0=\sqrt{3} \\ x_0=3\Rightarrow y_0=0 \text{ (loại).} \end{array}\right. \end{aligned}$$

Khi đó $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot BA\cdot\sin 60^\circ=3\sqrt{3}$.
Vậy diện tích của tam giác ABC khoảng 5,2.
Đáp án: 5,2 ..... □

Câu 3. Tìm m để hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=8+(m+1)t\\ y=10-t\end{cases}$ và $\Delta_2:\ mx+6y-76=0$ song song với nhau.

Đáp án: | − | 3 | | |

Lời giải
Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 có cặp vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;m+1),\vec{n}_2=(m;6)$.

- **Điều kiện cần.**
  Giả sử hai đườngt thẳng Δ_1 và Δ_2 song song nhau. Khi đó, hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng phương nên, ta có

$$1\cdot 6=(m+1)m\Leftrightarrow m^2+m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-3.\end{array}\right.$$

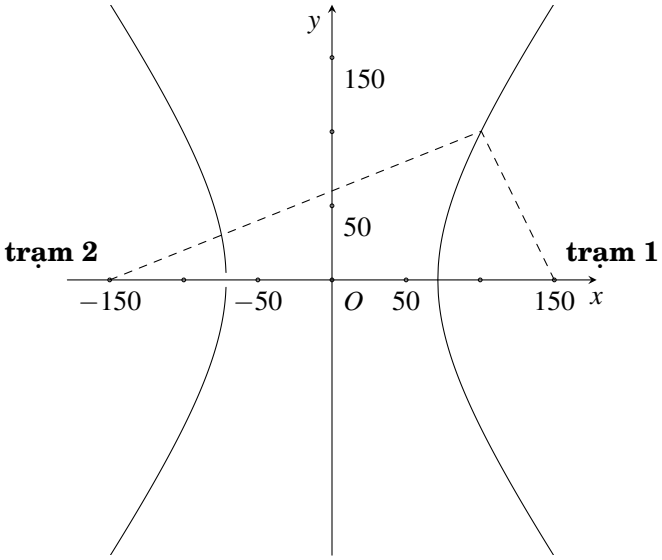
- **Điều kiện đủ.**
  - Với $m=2$ thì $\Delta_2:2x+6y-76=0\Leftrightarrow x+3y-38=0$.
    Ta có $A(8;10)\in\Delta_1,A\in\Delta_2$ nên loại $m=2$.
  - Với $m=-3$ thì $\Delta_2:-3x+6y-76=0$. Ta có $A(8;10)\in\Delta_1,A\notin\Delta_2$ nên loại $m=-3$ thỏa mãn.

  Vậy với $m=-3$ thì Δ_1,Δ_2 song song nhau.

Đáp án: -3 ..... □

Câu 4. Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi các trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các

trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150;0)$ và $(150;0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol (hình vẽ).



Biết rằng độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát với con tàu là 1000 micro giây (0,001 giây). Xác định khoảng cách giữa tàu và trạm phát số 1 khi tàu vào bờ. (đơn vị dặm)

Đáp án: | 5 | 7 | | |

Lời giải

Gọi đường đi của con tàu là (H) thì (H) có phương trình dạng $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Với giả thiết ta có các tiêu điểm của (H) là $F_1(-150;0)$, $F_2(150;0)$, suy ra $c=150$.

Giả sử vị trí con tàu hiện tại là $M(x;y)\in(H)$.

Theo giả thiết độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây), tức là:

$$|MF_1-MF_2|=0{,}001\cdot 186000=186\,(\text{dặm})$$

ay ta có $2a=186\Rightarrow a=93$;

$\Rightarrow b=\sqrt{c^2-a^2}=27\sqrt{19}$ nên phương trình (H): $\dfrac{x^2}{8649}-\dfrac{y^2}{13851}=1$.

Trạm phát số 1 nằm tại tiêu điểm $F_2(150;0)$, vị trí khi con tàu vào bờ là đỉnh của (H) là $A_2(93;0)$.

Vậy khoảng cách từ vị trí tàu vào bờ đến trạm số 1 là $F_2A_2=150-93=57$ (dặm).

Đáp án: 57 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho tam giác ABC. Tính diện tích tam giác ABC, với $A(-2;14)$, $B(4;-2)$, $C(5;-4)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1;-2) \Rightarrow BC = \sqrt{5}$. Phương trình đường thẳng BC đi qua B có dạng $2(x-4)+1(y+2)=0 \Leftrightarrow 2x+y-6=0$.

Đường cao AH của tam giác ABC: $AH = \dfrac{|2(-2)+14-6|}{\sqrt{5}} = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

Do đó $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \dfrac{4\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}{10} = 2$(đvdt).

Câu 2. Lập phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau

a) Đường tròn có tâm $I(-3;4)$ bán kính $R=9$.

b) Đường tròn có tâm $I(5;-2)$ và đi qua điểm $M(4;-1)$.

c) Đường tròn có tâm $I(1;-1)$ và có một tiếp tuyến là $\Delta\colon 5x-12y-1=0$.

d) Đường tròn đường kính AB với $A(3;-4)$ và $B(-1;6)$.

e) Đường tròn đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(3;1)$ và $C(0;4)$.

Lời giải

a) Đường tròn có tâm $I(-3;4)$ bán kính $R=9$.

$$(C)\colon (x+3)^2+(y-4)^2=81.$$

b) Đường tròn có tâm $I(5;-2)$ và đi qua điểm $M(4;-1)$.
Ta có bán kính đường tròn là $R=IM=\sqrt{(4-5)^2+(-1+2)^2}=\sqrt{2}$.

$$(C)\colon (x-5)^2+(y+2)^2=2.$$

c) Đường tròn có tâm $I(1;-1)$ và có một tiếp tuyến là $\Delta\colon 5x-12y-1=0$.
Ta có bán kính đường tròn là $R=\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{|5\cdot 1-12\cdot(-1)-1|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=\dfrac{16}{13}$.

$$(C)\colon (x-1)^2+(y+1)^2=\frac{256}{169}.$$

d) Đường tròn đường kính AB với $A(3;-4)$ và $B(-1;6)$.
Ta có tâm $I(2;1)$, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{(-1-3)^2+(6+4)^2}}{2}=\sqrt{29}$.

$$(C)\colon (x-2)^2+(y-1)^2=29.$$

e) Đường tròn đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(3;1)$ và $C(0;4)$.
Giả sử

$$(C)\colon x^2+y^2-2ax-2by+c=0.$$

$A\in(C) \Leftrightarrow -2a-2b+c=-2.$ (1)

$B\in(C) \Leftrightarrow -6a-2b+c=-10.$ (2)

$C \in (C) \Leftrightarrow -8b+c=-16.$ (3)

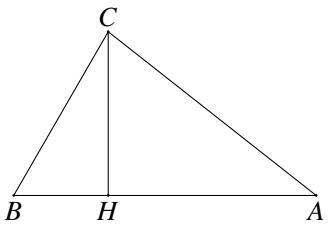
Từ (1), (2), (3) suy ra $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=8. \end{cases}$

Vậy

$$(C): x^2+y^2-4x-6y+8=0.$$

Câu 3. Cho hệ trục tọa độ Oxy, trong đó mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1 km. Một chiếc xe M chạy trên đường thẳng từ $A(-6;-3)$ đến $B(6;6)$ với vận tốc không đổi là 50 km/h. Biết rằng có một ra-đa đặt tại $C(5;-1)$. Hỏi trong quá trình chiếc xe M di chuyển, sau bao nhiêu phút kể từ lúc xuất phát thì khoảng cách từ C đến chiếc xe M là ngắn nhất và khoảng cách ấy là bao nhiêu ki-lô-mét?

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB}=(12;9)$ nên đường thẳng đi qua A và B có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-4)$ nên có phương trình tổng quát là $3(x+6)-4(y+3)=0$ hay $3x-4y+6=0$.

Khoảng cách từ điểm $C(5,-1)$ đến đường thẳng AB là

$$d=\frac{|3\cdot(5)-4(-1)+6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{25}{5}=5 \text{ km}.$$

Ta có $AC=\sqrt{(5+6)^2+(-1+3)^2}=\sqrt{125}$.

Gọi H là hình chiếu của C lên AB. Khi đó $AH=\sqrt{AC^2-CH^2}=10$.

Thời gian kể từ lúc xuất phát thì khoảng cách từ C đến chiếc xe M là ngắn nhất là

$\frac{10}{50}=0{,}2$ (h) $=12$ (phút).

Khoảng cách ngắn nhất bằng 5 km.

—Hết—

15. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C_1)\colon x^2+y^2-2x-4y-5=0$ và điểm $A(3;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm là tâm của đường tròn (C_1) và đi qua điểm A.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=10$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2=8$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2=8$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2=10$.

Lời giải

Đường tròn (C_1) có tâm $I(1;2)$, suy ra tâm đường tròn (C) là $I(1;2)$.
Đường tròn (C) đi qua điểm $A(3;4)$ nên bán kính đường tròn (C) là $R=IA=2\sqrt{2}$.
Phương trình đường tròn (C) cần tìm là $(x-1)^2+(y-2)^2=8$.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d\colon x+my-3=0$ hợp với đường thẳng $d'\colon x+y=0$ một góc 60°. Tổng m_1+m_2 bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Gọi $\vec{n}_d$, $\vec{n}_{d'}$ lần lượt là hai vectơ pháp tuyến của hai đường thẳng $d\colon x+my-3=0$ và $d'\colon x+y=0$
Ta có

$$\begin{aligned}
(d,d')=60^\circ &\Leftrightarrow |\cos(\vec{n}_d,\vec{n}_{d'})|=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_d\cdot\vec{n}_{d'}|}{|\vec{n}_d|\cdot|\vec{n}_{d'}|}=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}}=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow 2|m+1|=\sqrt{2}\cdot\sqrt{m^2+1}\\
&\Leftrightarrow m^2+4m+1=0\\
&\Rightarrow m_1+m_2=-\frac{b}{a}=-4.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x-3y+16=0$ và $x+10=0$ là

A. $(-10;-18)$. **B.** $(10;18)$. **C.** $(-10;18)$. **D.** $(10;-18)$.

Lời giải

Từ phương trình $x+10=0\Rightarrow x=-10$.
Thay vào phương trình thứ nhất $7(-10)-3y+16=0\Rightarrow -70-3y+16=0\Rightarrow -3y=$

$54 \Rightarrow y = -18$.

Vậy tọa độ giao điểm là $(-10;-18)$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=9$. Đường kính của đường tròn (C) bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=9$ có bán kính $R=3$ nên độ dài đường kính là 6.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 5. Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(1;2)$ có phương trình là

A. $y+1=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y-1=0$. **D.** $x-4y=0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn A.

Ta có $\begin{cases} A(1;-4), B(1;2) \Rightarrow I(1;-1) \in d \\ d \perp AB \Rightarrow \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (0;6) = 6(0;1). \end{cases}$

Vậy $d\colon y+1=0$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, điểm nào sau đây thuộc đường tròn có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2=9$?

A. $(2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(2;-2)$.

Lời giải

Thay $x=2$, $y=2$ vào phương trình đường tròn ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ có hệ số góc k nguyên dương. Viết phương trình đường thẳng d biết d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 0,5.

A. $d\colon x-2y+2=0$. **B.** $d\colon x-y+1=0$.

C. $d\colon x+y-1=0$. **D.** $d\colon x-4y+4=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $A(0;1)$ và có hệ số góc k nguyên dương.

Phương trình dạng $d\colon y=kx+1$ hay $d\colon kx-y+1=0$.

Ta lại có

- $d \cap Ox = B\left(\frac{1}{k};0\right)$;

- $d \cap Oy = C(0;1)$.
- $S_{\Delta OBC} = \dfrac{1}{2} \cdot OB \cdot OC = \dfrac{1}{2} \cdot \left|\dfrac{1}{k}\right| \cdot 1 = \dfrac{1}{2|k|}$.

Mà $S_{\Delta OBC} = 0{,}5$ nên $\dfrac{1}{2|k|} = 0{,}5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = -1 \text{ (loại)} \\ k = 1 \text{ (nhận)}. \end{array}\right.$

Vậy phương trình đường thẳng là $d\colon x - y + 1 = 0$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 8. Tìm tập hợp các điểm có tỉ số các khoảng cách đến hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng $\dfrac{5}{13}$ với $d_1\colon 5x - 12y + 4 = 0$ và $d_2\colon 4x - 3y - 10 = 0$.

A. $x - 9y - 14 = 0; 3x - 5y - 6 = 0$. **B.** $9x - 5y - 6 = 0; 9x - y + 14 = 0$.

C. $x + 9y - 14 = 0; 9x + 9y - 6 = 0$. **D.** $x - 9y + 14 = 0; 9x - 15y - 6 = 0$.

Lời giải

Gọi $M(x;y)$.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(M, d_1) = \frac{5}{13}\mathrm{d}(M, d_2) &\Leftrightarrow \frac{|5x - 12y + 4|}{13} = \frac{5}{13}\frac{|4x - 3y - 10|}{5}. \\ &\Leftrightarrow |5x - 12y + 4| = |4x - 3y - 10| \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x - 12y + 4 = 4x - 3y - 10 \\ 5x - 12y + 4 = -4x + 3y + 10 \end{array}\right. \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 9y + 14 = 0 \\ 9x - 15y - 6 = 0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Chọn đáp án D ..... □

Câu 9. Phương trình tham số của đường thẳng $d\colon 2x + y - 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng $d\colon 2x + y - 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1)$.

Suy ra vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2)$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 10. Cho đường thẳng $d_1\colon x + 2y - 2 = 0$ và $d_2\colon x - y = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1=(1;2)$ và một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2=(1;-1)$. Do đó

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}=\frac{|1-2|}{\sqrt{1+4}\cdot\sqrt{1+1}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 11. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tổng quát là

A. $d\colon x=0$. **B.** $d\colon y+2=0$. **C.** $d\colon y-2=0$. **D.** $d\colon x-2=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1)$ có phương trình tổng quát là $y+2=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của elip đi qua các điểm $A_1(6;0)$ và $M\left(0;\sqrt{32}\right)$ là

A. $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{32}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{32}=0$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$.

Một giao điểm của elip với trục Ox là $A_1(6;0)$ nên suy ra $a=6$.

Elip đi qua $M\left(0;\sqrt{32}\right)$ nên ta có $\dfrac{0}{a^2}+\dfrac{32}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=32$.

Vậy phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{32}=1$.

Chọn đáp án B □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon\begin{cases}x=3-2t\\y=1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và điểm $A(4;2)$.

a) Đường thẳng $d_1\colon 2x-y+1=0$ vuông góc với đường thẳng Δ.

b) $\mathrm{d}(A,\Delta)=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

c) Đường thẳng $d_2\colon x+2y=0$ đi qua điểm A và song song với đường thẳng Δ.

d) Gọi d_3 là đường thẳng có hệ số góc dương, đi qua điểm A và tạo với đường thẳng Δ một góc 45°. Khi đó, điểm $B(5;-1)$ thuộc đường thẳng d_3 .

Lời giải

a) Đ Ta có $\vec{n}=(1;2)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

Ta có $\vec{n_1}=(2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_1.

Suy ra $\vec{n}\cdot\vec{n_1}=1\cdot2+2\cdot(-1)=0\Rightarrow\vec{n}\perp\vec{n_1}$ nên $\Delta\perp d_1$.

b) (S) Phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $x+2y-5=0$. Do đó

$$\mathrm{d}(A,\Delta)=\frac{|4+2\cdot 2-5|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

c) (S) Phương trình tổng quát đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng Δ là

$$1\cdot(x-4)+2\cdot(y-2)=0\Leftrightarrow x+2y-8=0.$$

d) (S) Gọi d_3 là đường thẳng đi qua điểm A và tạo với đường thẳng Δ một góc 45°. Giả sử d_3 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$ $\left(a^2+b^2\neq 0\right)$. Khi đó

$$\begin{aligned}\cos(\Delta,d_3)=\frac{\sqrt{2}}{2} &\Leftrightarrow \frac{|1\cdot a+2\cdot b|}{\sqrt{1^2+2^2}\cdot\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ &\Leftrightarrow \sqrt{2}\,|a+2b|=\sqrt{5}\cdot\sqrt{a^2+b^2}\\ &\Leftrightarrow 2\cdot\left(a^2+4ab+4b^2\right)=5\left(a^2+b^2\right)\\ &\Leftrightarrow -3a^2+8ab+3b^2=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3a=-b\\ a=3b.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Trường hợp 1. $3a=-b$. Cho $a=1\Rightarrow b=-3\Rightarrow \vec{n}=(1;-3)$ là một vectơ pháp c ủa đường thẳng d_3(thỏa mãn điều kiện hệ số góc dương). Khi đó, phương trình đường thẳng d_3 là

$$1\cdot(x-4)-3\cdot(y-2)=0\Leftrightarrow x-3y+2=0.$$

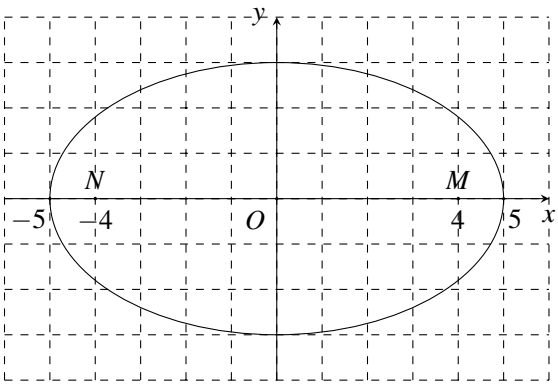
Thay tọa độ điểm $B(5;-1)$ vào phương trình đường thẳng d_3 có $5-3\cdot(-1)+2=10\neq 0$ nên điểm B không thuộc đường thẳng d_3.

Trường hợp 2. $a=3b$. Cho $b=1\Rightarrow a=3\Rightarrow \vec{n}=(3;1)$ là một vectơ pháp của đường thẳng d_3 (không thỏa mãn điều kiện hệ số góc dương).

Do đó trường hợp này không thỏa mãn.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | .....□

Câu 2. Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài hai bán trục lần lượt là $3m$ và $5m$. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) có hai trục tọa độ chứa hai trục của elip, gốc tọa độ O là tâm của elip (xem hình vẽ)



a) Phương trình chính tác của đường elip là $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

b) Xét các điểm M, N cùng thuộc trục lớn của elip và đều cách O một khoảng bằng 4 m về hai phía của O. Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng 10 m.

c) Một người đứng ở vị trí P cách O một khoảng bằng 6 m. Người đó đứng ở trong hồ.

d) Xét vị trí C trên mép hồ cách trục lớn một khoảng bằng 2 m. Khi đó vị trí C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\dfrac{5}{3}$ m.

Lời giải

a) Đ Phương trình chính tắc của đường elip là

$$\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1.$$

b) Đ Ta có $a=5$, $b=3$ nên $c^2=a^2-b^2=25-9=16$.

Suy ra $c=4$.

Các tiêu điểm của elip có tọa độ là $(-4;0)$ và $(4;0)$.

Vậy M và N chính là các tiêu điểm của elip.

Do đó tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng $2a=10$ luôn không đổi.

c) S Gọi giao điểm của đường thẳng OP và elip là Q.

Vì độ dài bán trục lớn là 5 m nên $OQ\le 5$. Suy ra $OQ<OP=6$ m.

Vậy vị trí P ở ngoài hồ bơi.

d) S Giả sử $C(x_0;y_0)$.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{x_0^2}{25}+\dfrac{y_0^2}{9}=1\\ |y_0|=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x_0^2}{25}+\dfrac{4}{9}=1\\ |y_0|=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}|x_0|=\dfrac{5\sqrt{5}}{3}\\ |y_0|=2.\end{cases}$

Vậy C cách trục nhỏ một khoảng bằng $\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$ m.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh AB: $5x-2y+6=0$, phương trình cạnh AC: $4x+7y-21=0$. Phương trình cạnh BC có dạng BC: $ax+2y+c=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=2a+7c$.

Đáp án: | 9 | 6 | | |

Lời giải

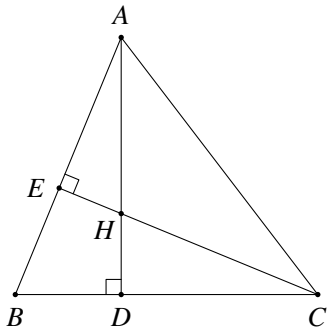
Phương trình AB: $5x-2y+6=0 \Rightarrow \vec{n}_{AB}=(5;-2)$.

Phương trình AC: $4x+7y-21=0 \Rightarrow \vec{n}_{AC}=(4;7)$.

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow \vec{n}_{BH}\cdot\vec{n}_{AC}=0 \Rightarrow \vec{n}_{BH}=(7;-4)$.

Suy ra phương trình đường thẳng

$$BH: 7(x-1)-4(y-1)=0 \Leftrightarrow 7x-4y-3=0.$$



Vì điểm B là giao điểm của hai đường thẳng AB và BH nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}5x-2y+6=0\\7x-4y-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\y=-\dfrac{19}{2}\end{cases} \Rightarrow B\left(-5;-\frac{19}{2}\right).$$

Tương tự, vì điểm A là giao điểm của hai đường thẳng AB và AC nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}5x-2y+6=0\\4x+7y-21=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=3\end{cases} \Rightarrow A(0;3).$$

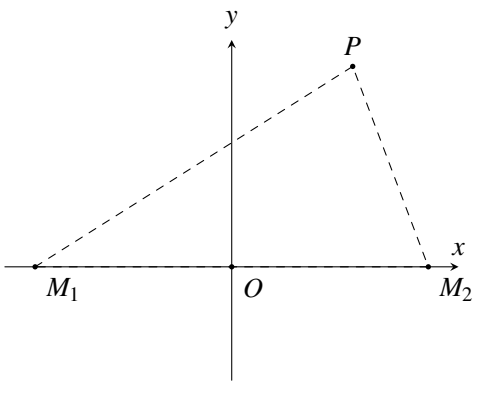
Do đó, đường thẳng BC đi qua B và nhận $\overrightarrow{AH}=(1;-2)$ làm VTPT nên

$$BC: 1\cdot(x+5)-2\cdot\left(y+\frac{19}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x-2y-14=0 \Leftrightarrow -x+2y+14=0 \Rightarrow \begin{cases}a=-1\\c=14.\end{cases}$$

Suy ra $P=2a+7c=2\cdot(-1)+7\cdot 14=96$.

Đáp án: 96 ..... □

Câu 2. Một vụ nổ được hai micro M_1 và M_2 cách nhau 2 dặm ghi lại (1 dặm bằng 5280 feet). Micro M_1 nhận được âm thanh trước 4 giây so với micro M_2. Giả sử âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây. Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện trên là một hypebol có phương trình dạng $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu? (*Đáp số a và b làm tròn đến chữ số hàng đơn vị*).



Đáp án: | 7 | 0 | 0 | 0 |

Lời giải

Ta bắt đầu bằng cách đặt micro trong một hệ tọa độ vuông góc. Bởi vì 1 dặm bằng 5280 feet nên ta đặt M_1 trên trục hoành cách gốc tọa độ 5280 feet về bên phải và đặt M_2 trên trục hoành cách gốc tọa độ 5280 feet về bên trái như hình vẽ minh họa hai micro cách nhau 2 dặm.

Ta biết rằng M_2 nhận được âm thanh sau 4 giây so với M_1.

Vì âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây nên hiệu số khoảng cách từ P (nơi xảy ra vụ nổ) tới M_2 và từ P tới M_1 là 4400 feet.

Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện này là một hyperbol, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm.

Như vậy, vị trí xảy ra vụ nổ nằm trên hyperbol có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Ta có hiệu số khoảng cách giữa hai micro là 4400 feet và được đặt bằng $2a$, tức là

$$2a=4400\Rightarrow a=2200\Rightarrow \frac{x^2}{2200^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow \frac{x^2}{4840000}-\frac{y^2}{b^2}=1.$$

Mà khoảng cách từ gốc $O(0;0)$ tới tiêu điểm $M_2(-5280;0)$ hoặc $M_1(5280;0)$ đều bằng 5280.

Do đó $c=5280$.

Ta có $c^2=a^2+b^2\Rightarrow b=\sqrt{5280^2-2200^2}\approx 4800$.

Vậy $a+b=2200+4800=7000$.

Đáp án: 7000 ..... □

Câu 3. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2=8x$. Gọi I là giao điểm của đường chuẩn với trục Ox, đường thẳng đi qua tiêu điểm F và vuông góc với trục Ox cắt (P) tại hai điểm lần lượt là M, N. Tính diện tích tam giác IMN.

Đáp án: | 1 | 6 | | |

Lời giải

Parabol (P) có tiêu điểm $F(2;0)$ và đường chuẩn $\Delta\colon x+2=0$.

Ta có $I(-2;0)$ suy ra $IF=4$.

Đường thẳng d vuông góc với trục Ox và đi qua tiêu điểm F có phương trình $x=2$.

Toạ độ M, N là nghiệm của hệ $\begin{cases}y^2=8x\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}\\\begin{cases}x=2\\y=-4.\end{cases}\end{array}\right.$

Suy ra, $M(2;-4)$, $N(2;4)$. Do đó $MN=8$.

Vì tam giác IMN cân tại I và F là trung điểm của MN nên diện tích tam giác

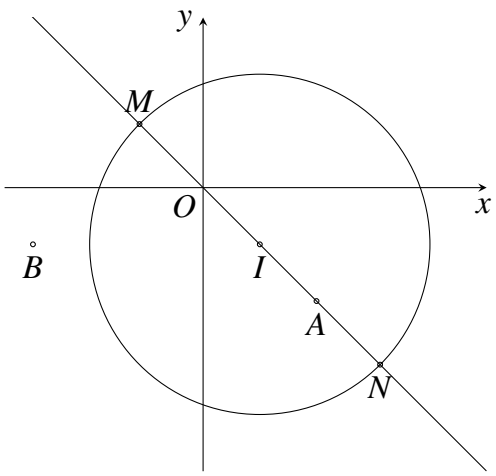
IMN là

$$S = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot IF = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16.$$

Đáp án: 16 ..... □

Câu 4. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-2x+2y-7=0$ và hai điểm $A(2;-2)$, $B(-3;-1)$. Gọi M, N là các điểm thuộc (C) sao cho AM, AN lần lượt đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. Tính $AM+AN$. Đáp án: 6

Lời giải



- Đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{1+1+7}=3$.
- $IA=\sqrt{(2-1)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{2}<R$ nên A nằm bên trong đường tròn.
- $IB=\sqrt{(-3-1)^2+(-1+1)^2}=4>R$ nên B nằm bên ngoài đường tròn.

Vì M thuộc (C) và AM lớn nhất nên A, I, M thẳng hàng (I nằm giữa A, M).
Ta có $AM=R+IA$.
N thuộc (C), AN bé nhất nên I, A, N thẳng hàng (A nằm giữa I, N).
Ta có $AN=R-IA$. Suy ra $AM+AN=(R+IA)+(R-IA)=2R=6$.
Đáp án: 6 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ, cho tam giác ABC có $A(1;0), B(3;2)$ và $C(-2;-1)$.

a) Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

b) Tính diện tích tam giác ABC.

Lời giải

a) Đường thẳng BC qua $B(3;2)$ và nhận $\overrightarrow{BC}=(-5;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-5)$. Suy ra đường thẳng BC có phương trình $3(x-3)-5(y-2)=0 \Leftrightarrow 3x-5y-1=0$.
Độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của $\triangle ABC$ chính bằng $\mathrm{d}(A,BC)=\dfrac{2}{\sqrt{34}}$.

b) Ta có $BC=\sqrt{34}$, suy ra diện tích tam giác ABC là

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot \mathrm{d}(A,BC)=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{34}\cdot\frac{2}{\sqrt{34}}=1.$$

Câu 2. Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau

a) $\Delta_1:\sqrt{3}x+y-4=0$ và $\Delta_2:x+\sqrt{3}y+3=0$;

b) $d_1:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+4t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=3+s\\y=1-3s\end{cases}$ (t, s là các tham số).

Lời giải

a) Véc-tơ pháp tuyến của Δ_1 là $\vec{n}_1=(\sqrt{3};1)$, của Δ_2 là $\vec{n_2}=(1;\sqrt{3})$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Ta có

$$\cos\varphi=|\cos(\vec{n_1},\vec{n_2})|=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}=\frac{|\sqrt{3}\cdot1+1\cdot(\sqrt{3})|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}\cdot\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

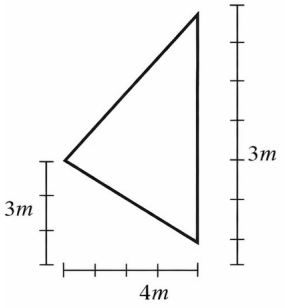
Do đó, góc giữa Δ_1 và Δ_2 là $\varphi=30^\circ$.

b) Vectơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1=(2;4)$, của d_2 là $\vec{u_2}=(1;-3)$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2. Ta có

$$\cos\varphi=|\cos(\vec{u_1},\vec{u_2})|=\frac{|\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}|}{|\vec{u_1}|\cdot|\vec{u_2}|}=\frac{|2\cdot1+4\cdot(-3)|}{\sqrt{(2)^2+4^2}\cdot\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

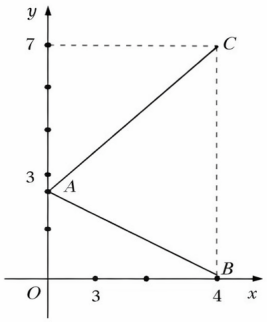
Do đó, góc giữa d_1 và d_2 là $\varphi=45^\circ$.

Câu 3. Có một công viên nhỏ hình tam giác như Hình 1. Người ta dự định đặt một cây đèn để chiếu sáng toàn bộ công viên. Để công việc tiến hành thuận lợi, người ta đo đạc và mô phỏng các kích thước công viên như Hình 2. Thiết lập một hệ trục Oxy như Hình 3, khi đó các đỉnh của công viên có tọa độ lần lượt là $A(0;3),B(4;0),C(4;7)$. Gọi I là điểm đặt cây đèn sao cho đèn chiếu sáng toàn bộ công viên. Vậy cần đặt I ở vị trí có tọa độ bao nhiêu?



Hình 1

Hình 2 (nguồn: Google)



Hình 3

Lời giải

Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Gọi $(C): x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.

Vì $A(0;3)\in(C)\Rightarrow -6b+c=-9$ (1).

Vì $B(4;0)\in(C)\Rightarrow -8a+c=-16$ (2).

Vì $C(4;7)\in(C)\Rightarrow -8a-14b+c=-65$ (3).

Từ (1), (2), (3) ta có $\begin{cases}-6b+c=-9\\-8a+c=-16\\-8a-14b+c=-65\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{2}\\b=\dfrac{7}{2}\\c=12\end{cases}$. Vậy $I\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có phương trình đường thẳng AB là $2x+y+7=0$, phương trình đường thẳng AD là $x-4y-1=0$ và giao điểm của hai đường chéo AC, BD là $I(1;\,2)$. Viết phương trình của đường thẳng BC.

Lời giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x+y+7=0\\x-4y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\y=-1.\end{cases}$

Vậy $A(-3;\,-1)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên I là trung điểm của AC.

Ta có $\begin{cases}1=\dfrac{-3+x_C}{2}\\2=\dfrac{-1+y_C}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C=5\\y_C=5.\end{cases}$

Vậy $C(5;\,5)$. Đường thẳng BC song song với đường thẳng AD nên phương trình đường thẳng BC có dạng $x-4y+c=0$ với $c\neq -1$.

Do $C(5;\,5)$ thuộc đường thẳng BC nên $5-4\cdot 5+c=0\Leftrightarrow c=15$.

Vậy phương trình đường thẳng BC là $x-4y+15=0$.

—Hết—

16. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(7;3)$ nên đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;7)$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 2. Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d\colon x+my-3=0$ hợp với đường thẳng $d'\colon x+y=0$ một góc 60°. Tổng m_1+m_2 bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Gọi $\vec{n}_d$, $\vec{n}_{d'}$ lần lượt là hai vectơ pháp tuyến của hai đường thẳng $d\colon x+my-3=0$ và $d'\colon x+y=0$

Ta có

$$\begin{aligned}
(d,d')=60^\circ &\Leftrightarrow |\cos(\vec{n}_d,\vec{n}_{d'})|=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_d\cdot\vec{n}_{d'}|}{|\vec{n}_d|\cdot|\vec{n}_{d'}|}=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}}=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow 2|m+1|=\sqrt{2}\cdot\sqrt{m^2+1}\\
&\Leftrightarrow m^2+4m+1=0\\
&\Rightarrow m_1+m_2=-\frac{b}{a}=-4.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án C .....□

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y^2=4x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

A. $F(-1;0)$. **B.** $F(1;0)$. **C.** $F(0;1)$. **D.** $F(0;-1)$.

Lời giải

Từ phương trình của parabol ta có $2p=4\Rightarrow p=2$.

Suy ra parabol (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 4. Cho đường hypebol có phương trình $(H)\colon 100x^2-25y^2=100$. Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{104}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{104}$.

Lời giải

Vì $(H)\colon 100x^2-25y^2=100 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{100}-\dfrac{y^2}{4}=1$ và $a=10$, $b=2$.
$\Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{104}$.
Tiêu cự của hypebol là $2\sqrt{104}$.
Chọn đáp án B □

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn có tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng $(d)\colon 3x-4y-10=0$ có phương trình là

A. $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=9$. **B.** $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=1$.
C. $(C)\colon (x+1)^2+(y+2)^2=3$. **D.** $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=3$.

Lời giải

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ tiếp xúc với đường thẳng (d) có dạng $(x-1)^2+(y-2)^2=R^2$.
Khi đó

$$R=\mathrm{d}(I,d)=\frac{|3\cdot 1-4\cdot 2-10|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=3.$$

Vậy phương trình đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=9$.
Chọn đáp án A □

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip có một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ và khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên Elip bằng $2\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của Elip

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $4x^2+5y^2=12$. **C.** $5x^2+4y^2=20$. **D.** $5x^2+4y^2=12$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$.
Ta có $2a=2\sqrt{5}\Leftrightarrow a=\sqrt{5}$ và $b^2=a^2-c^2=\sqrt{5}^2-1^2=4$.
Vậy phương trình Elip có dạng: $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow 4x^2+5y^2=20$.
Chọn đáp án A □

Câu 7. Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và đi qua điểm $M(2;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{12}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2\sqrt{3}}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của hypebol (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $(a>0,b>0)$.

Do (H) đi qua $M(2;0)$ nên $\dfrac{2^2}{a^2}-\dfrac{0^2}{b^2}=1\Rightarrow a=2$.
Mà (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ nên $c=4$.
Suy ra $b^2=c^2-a^2=4^2-2^2=12$.
Vậy phương trình hypebol (H) là $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$, $C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao xuất phát từ đỉnh A là

A. $3x+7y+1=0$. **B.** $-7x+3y+11=0$.
C. $7x+3y+11=0$. **D.** $7x+3y-11=0$.

Lời giải

Đường cao xuất phát từ đỉnh A đi qua $A(2;-1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{BC}=(-7;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$-7(x-2)-3(y+1)=0\Leftrightarrow -7x-3y+11=0\Leftrightarrow 7x+3y-11=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 9. Trong mặt phẳng (Oxy), đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+6x+y-1=0$. **B.** $x^2+y^2-6x-y-1=0$.
C. $x^2+y^2-6x+y-1=0$. **D.** $x^2+y^2+6x-y-1=0$.

Lời giải

Phương trình đường tròn dạng khai triển $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.
Do đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ nên

$$\begin{cases}1+4-2a-4b+c=0\\25+4-10a-4b+c=0\\1+9-2a+6b+c=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2a-4b+c=-5\\-10a-4b+c=-29\\-2a+6b+c=-10\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-\dfrac{1}{2}\\c=-1.\end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là $x^2+y^2-6x+y-1=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua $A(3;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2)$

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-6t\\y=-2+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=4+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=4-2t\end{cases}$.

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $A(3;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2)$ có dạng $\begin{cases}x=3+3t\\y=4-2t.\end{cases}$

Chọn đáp án D .....□

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: x-2y+1=0$, $\Delta_2: 3x-y+7=0$. Nhận định nào sau đây là đúng?

A. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

B. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

C. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.

D. Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

Lời giải

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1=(1;-2)$.
Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2=(3;-1)$.
$\Rightarrow$ Hai véc-tơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.
$\Rightarrow$ Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.
Ta có $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=1\cdot3+(-2)\cdot(-1)=5\neq0$.
$\Rightarrow$ Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhưng không vuông góc với nhau.

Chọn đáp án D .....□

Câu 12. Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các tiêu điểm của (E).

A. $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0)$. **B.** $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

C. $F_1(2;0)$ và $F_2(-2;0)$. **D.** $F_1(\sqrt{5};0)$ và $F_2(-\sqrt{5};0)$.

Lời giải

Ta có $a=\sqrt{5}$, $b=1$, suy ra $c=2$ do đó $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Chọn đáp án B .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;3)$.

a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $5\sqrt{2}$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình là $3x+4y+12=0$.

c) Đường thẳng $\Delta: mx+2y-5=0$ vuông góc với đường thẳng AB khi $m=\dfrac{8}{3}$.

d) Điểm $M(a;b)$ nằm trên trục hoành Ox sao cho $MI \perp AB$ (điểm M không trùng gốc tọa độ O, I là trung điểm của AB). Khi đó $a+b^2=\dfrac{7}{8}$.

Lời giải

a) (S) $\overrightarrow{AB}=(-4;3) \Rightarrow AB=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$.

b) (S) Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=1 \Leftrightarrow 3x+4y-12=0$.

c) (S) Đường thẳng AB có một vectơ pháp tuyến $\vec{n_1}=(3;4)$. Đường thẳng Δ: $mx+2y-5=0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n_2}=(m;2)$.
Đường thẳng Δ: $mx+2y-5=0$ vuông góc với đường thẳng AB khi và chỉ khi

$$3\cdot m+4\cdot 2=0 \Leftrightarrow m=-\frac{8}{3}.$$

d) (Đ) Vì điểm $M(a;b)$ nằm trên trục hoành Ox nên điểm Mcó tọa độ $M(m;0)$.
Vì I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(2;\dfrac{3}{2}\right)$.
Mặt khác ta có $\overrightarrow{MI}=\left(2-m;\dfrac{3}{2}\right), \overrightarrow{AB}=(-4;3)$ nên

$$\frac{1}{2}\cdot 5\frac{|3m-12|}{5}=6 \Rightarrow \overrightarrow{IM}\cdot\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow -4(2-m)+\frac{9}{2}=0 \Leftrightarrow 4m=\frac{7}{2} \Leftrightarrow m=\frac{7}{8} \Rightarrow a+b^2=\frac{7}{8}.$$

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Một đường hầm xuyên qua núi có chiều rộng là 20m, mặt cắt đứng của đường hầm có dạng nửa elip. Biết elip có tiêu cự bằng 10m.

a) Tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0)$; $F_2(5;0)$.

b) Chiều cao của hầm là 8,66m.

c) Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{75}=1$.

d) Chiều cao của đường hầm xuyên núi tại tiêu điểm của (E) là 5m.

Lời giải

a) (Đ) Elip (E) có tiêu cự bằng 10m nên $2c=10 \Rightarrow c=5$ là $F_1(-5;0); F_2(5;0)$.

b) (Đ) Xét (E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.
Vì chiều rộng của hầm là 20m nên elip cắt trục Ox tại hai điểm $A_1(-10;0)$, $A_2(10;0)$ suy ra $a=10$.
Khi đó $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}\approx 8{,}66$m.

c) (Đ) (E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ có $a=10 \Leftrightarrow a^2=100$ và $b=5\sqrt{3} \Rightarrow b^2=75$.
Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{75}=1$.

d) (S) Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{75}=1$. Tại tiêu điểm của (E) thì M là điểm thuộc (E) ứng với chiều cao h của đường hầm ta có $M(5;h)$.
Chiều cao của đường hầm xuyên núi tại tiêu điểm của (E) là $\dfrac{5^2}{100}+\dfrac{h^2}{75}=1\Rightarrow\dfrac{h^2}{75}=1-\dfrac{1}{4}\Rightarrow\dfrac{h^2}{75}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow h^2=\dfrac{225}{4}\Rightarrow h=\dfrac{15}{2}$m.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Viết phương trình đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ biết (C) đi qua hai điểm $A(3;3)$, $B(7;-1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d\colon x+y-2=0$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: | − | 4 | | |

Lời giải

Vì (C) đi qua hai điểm $A(3;3)$, $B(7;-1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d\colon x+y-2=0$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}3^2+3^2-2a\cdot3-2b\cdot3+c=0\\7^2+(-1)^2-2a\cdot7-2b\cdot(-1)+c=0\\a+b-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6a-6b+c=-18\\-14a+2b+c=-50\\a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-1\\c=-6.\end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(C)\colon x^2+y^2-6x+2y-6=0$.

Đáp án: -4 ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;1),B(5;-2)$, đỉnh C thuộc đường thẳng $y-4=0$, trọng tâm G thuộc đường thẳng $3x-2y+6=0$. Biết diện tích tam giác ABC có dạng $\dfrac{a}{b}$ (với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a+b$.

Đáp án: | 2 | 3 | | |

Lời giải

Đỉnh C nằm trên đường thẳng $y-4=0$ nên giả sử $C(c;4)$.

Giả sử $G(a;b)$. Vì G là trọng tâm tam giác nên $a=\dfrac{6+c}{3},b=1$.

Do G nằm trên đường thẳng $3x-2y+6=0$ nên $3\left(\dfrac{6+c}{3}\right)-2+6=0\Leftrightarrow c=-10$.

Suy ra $G\left(-\dfrac{4}{3};1\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-3)$.

Suy ra $AB=5$ và phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{-3}\Leftrightarrow3x+4y-7=0$.

Ta lại có $C(-10;4)$.

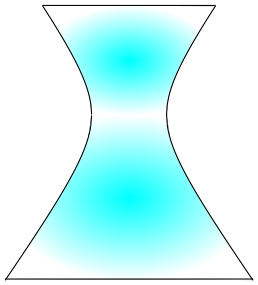
Khoảng cách từ C đến đường thẳng AB là $\mathrm{d}(C,AB)=\dfrac{|3\cdot(-10)+4\cdot4-7|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{21}{5}$.

Diện tích tam giác ABC là $S=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot\mathrm{d}(C,AB)=\dfrac{1}{2}\cdot5\cdot\dfrac{21}{5}=\dfrac{21}{2}$.

Suy ra $a+b=21+2=23$.

Đáp án: 23 ..... □

Câu 3.

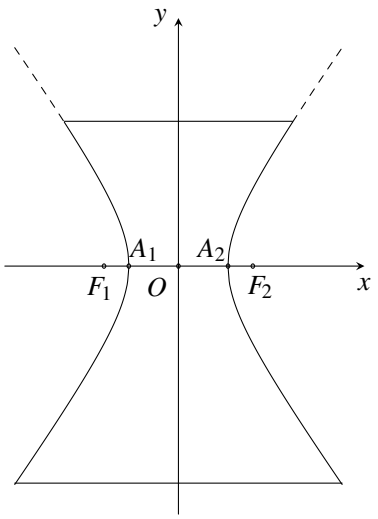


Tháp giải nhiệt của một nhà máy có nóc và đáy là hai hình tròn, mặt cắt đứng của tháp được thiết kế có dạng hypebol (tham khảo hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm của hypebol bằng $20\,\text{m}$, độ dài trục thực của hypebol bằng $16\,\text{m}$. Khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Biết diện tích đáy tháp bằng $10064\pi\ \text{m}^2$. Chiều cao của tháp bằng bao nhiêu mét?

Đáp án: | 1 | 2 | 5 | |

Lời giải

Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình chính tắc của hypebol có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

Theo giả thiết ta có

- $F_1F_2=2c=20\Rightarrow c=10$.
- $A_1A_2=2a=16\Rightarrow a=8$.

Suy ra $b=\sqrt{c^2-a^2}=6$.

Do đó phương trình chính tắc của hypebol là $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$.

Gọi R là bán kính đáy tháp, h là khoảng cách từ tâm đối xứng của hypebol đến đáy tháp.

Ta có $\pi R^2=10064\pi\Rightarrow R=4\sqrt{629}$ m.

Thay $x=4\sqrt{629}$ vào phương trình $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$ ta tìm được $y=-75$, suy ra $h=75$.

Theo đề bài ta có chiều cao của tháp là $h+\frac{2}{3}h=75+\frac{2}{3}\cdot 75=125$ m.

Đáp án: 125 ..... □

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P)\colon y^2=2px$ $(p>0)$. Biết khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta\colon x+y-12=0$ bằng $2\sqrt{2}$. Tính tổng các giá trị của p thỏa mãn đề bài.

Đáp án: | 4 | 8 | | |

Lời giải

Phương trình parabol $(P)\colon y^2=2px$ $(p>0)$. Tọa độ tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.

Khoảng cách từ F đến đường thẳng Δ là $\text{d}(F;\Delta)=2\sqrt{2}$.

$$\mathrm{d}(F;\Delta)=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{\left|\frac{p}{2}-12\right|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|\frac{p}{2}-12\right|=4\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{p}{2}-12=4\\ \frac{p}{2}-12=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}p=32\\ p=16.\end{bmatrix}$$

Vậy Tính tổng các giá trị của p thỏa mãn đề bài là $T=32+16=48$.
Đáp án: 48 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mỗi trường hợp sau

a) $A(1;-2)$ và $\Delta_1\colon 3x-y+4=0$;

b) $B(-3;2)$ và $\Delta_2\colon \begin{cases}x=-2+t\\ y=1-2t.\end{cases}$

Lời giải

a) Ta có

$$\mathrm{d}(A,\Delta_1)=\frac{|3\cdot 1-(-2)+4|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{9\sqrt{10}}{10}.$$

b) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M(-2;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1)$.
Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là

$$2\cdot(x+2)+1\cdot(y-1)=0\Leftrightarrow 2x+y+2=0.$$

Vậy $\mathrm{d}(B,\Delta_2)=\frac{|2\cdot(-3)+2+2|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-4)^2=4$. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta\colon 4x-3y+2=0$.

Lời giải

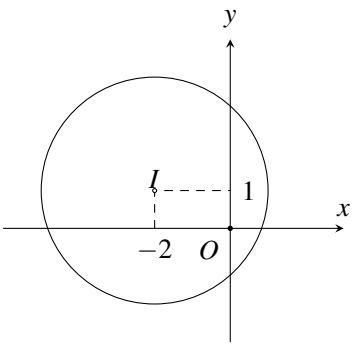
Đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-4)^2=4$ có tâm $I(1;4)$ và bán kính $R=2$.
Gọi d là tiếp tuyến của (C). Vì $d\parallel\Delta$ nên đường thẳng $d\colon 4x-3y+m=0$ $(m\neq 2)$.
Ta có d là tiếp tuyến của (C) nên

$$\mathrm{d}(I;(d))=R\Leftrightarrow\frac{|4\cdot 1-3\cdot 4+m|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=2\Leftrightarrow|m-8|=10\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=18\\ m=-2\end{bmatrix}\text{(thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là $4x-3y+18=0$; $4x-3y-2=0$.

Câu 3.

Hình vẽ bên mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng toạ độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*. Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 m.



Lời giải

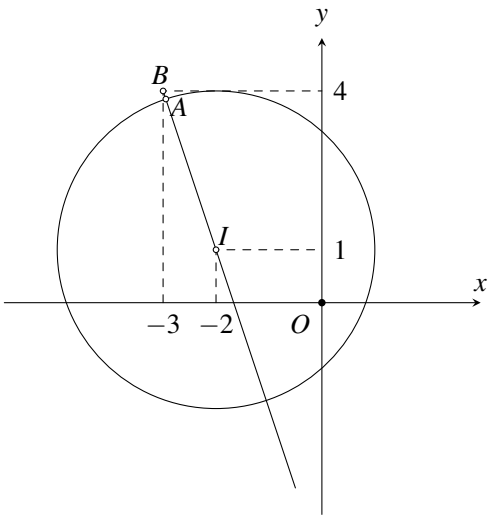
Đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2;1)$ và bán kính phủ sóng 3 m nên phương trình đường tròn đó là $(x+2)^2+(y-1)^2=9$.

Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI

Suy ra khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3;4)$ tới vùng phủ sóng là BA.

Ta có



$$IB=\sqrt{(-3+2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{10}\Rightarrow AB=IB-IA=\sqrt{10}-3\approx 0{,}16.$$

Vậy nếu tính theo đường chim bay thì khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng là khoảng $0{,}16$ ki-lô-mét.

17. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, góc giữa hai đường thẳng $d_1\colon 3x+y+3=0$ và $d_2\colon -2x+y+1=0$ là

A. 135°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Lời giải

Ta có $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{|3\cdot(-2)+1\cdot 1|}{\sqrt{3^2+1^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là 45°.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 2. Phương trình đường tròn tâm $I(2,-3)$ và đi qua điểm $M(-2,0)$ là

A. $(C):(x+2)^2+(y-3)^2=25$. **B.** $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=5$.

C. $(C):(x+2)^2+(y-3)^2=5$. **D.** $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=25$.

Lời giải

Đường tròn tâm I đi qua M có bán kính $R=IM=\sqrt{(-2-2)^2+(0+3)^2}=5$.

Phương trình đường tròn cần tìm là $(C)\colon (x-2)^2+(y+3)^2=25$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 3. Cho đường tròn (C) có phương trình $(x+3)^2+(y-4)^2=2$. Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C).

A. $I(-3;4),R=\sqrt{2}$. **B.** $I(-3;-4),R=2$.

C. $I(3;-4),R=\sqrt{2}$. **D.** $I(3;-4),R=2$.

Lời giải

Từ phương trình đường tròn (C), ta suy ra đường tròn (C) có tâm $I(-3;4)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của Hypebol?

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y}{16}=1$. **C.** $y^2=16x$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Ta có phương trình chính tắc của Hypebol là $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 5. Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Tìm độ dài trục bé của (E).

A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $b=4$, do đó độ dài trục bé của (E) là $2b=8$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 6. Cho đường thẳng $d_1\colon 2x+y+3=0$ và đường thẳng $d_2\colon x+2y+6=0$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. d_1 cắt d_2. **B.** d_1 song song d_2.

C. d_1 vuông góc d_2. **D.** d_1 trùng d_2.

Lời giải

Xét tỉ số $\frac{2}{1}\neq\frac{1}{2}$. Suy ra d_1 cắt d_2.

Hai đường thẳng d_1,d_2 lần lượt có hai véc-tơ pháp tuyến $\vec{n_1}=(2;1),\vec{n_2}=(1;2)$. Ta có $\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=2\cdot1+1\cdot2=4\neq0$. Do đó d_1 không vuông góc với d_2.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 7. Cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(5;4)$; $C(-1;0)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC ở dạng tham số là

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-1+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=2+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2\\y=3-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-t\\y=2+3t\end{cases}$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng BC là $M(2;2)$.

Véctơ $\overrightarrow{AM}=(0;-1)$.

Đường trung tuyến AM qua A nhận véctơ $\overrightarrow{AM}$ là một véctơ chỉ phương có dạng tham số là $\begin{cases}x=2\\y=3-t.\end{cases}$

Chọn đáp án C ..... □

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=5t\\y=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=5\\y=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=3-5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+5t\\y=t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC.

Ta có $\begin{cases}B(0;3)\in d\\\vec{u}_d=\overrightarrow{AC}=(-5;-1)=-1(5;1).\end{cases}$

Do đó $\begin{cases}x=5t\\y=3+t.\end{cases}$

Chọn đáp án A ..... □

Câu 9. Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0$ (1). Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

A. $m=2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $1<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

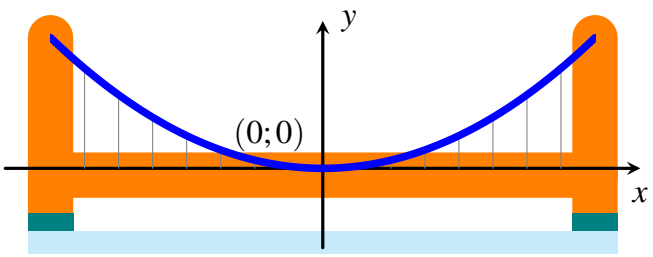
Lời giải

Ta có (1) là phương trình của đường tròn khi và chỉ khi

$$m^2+[2(m-2)]^2-(6-m)>0 \Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án B ..... □

Câu 10. Một cái cầu có dây cáp treo hình parabol, cầu dài 120 m và được nâng đỡ bởi những thanh thẳng đứng treo từ cáp xuống, thanh dài nhất là 20 m, thanh ngắn nhất là 8 m.



Phương trình chính tắc của Parabol là

A. $y^2=9x$. **B.** $y^2=\dfrac{20}{3}x$. **C.** $y^2=45x$. **D.** $y^2=-\dfrac{10}{3}x$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $M(60;20)$ vào phương trình ta được $20^2=2\cdot p\cdot 60 \Rightarrow p=\dfrac{10}{3}$.

Do $p=\dfrac{10}{3}$ nên phương trình chính tắc của Parabol là $y^2=\dfrac{20}{3}x$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 11. Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và đi qua điểm $M(2;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{12}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{12}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2\sqrt{3}}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của hypebol (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $(a>0,b>0)$.

Do (H) đi qua $M(2;0)$ nên $\dfrac{2^2}{a^2}-\dfrac{0^2}{b^2}=1 \Rightarrow a=2$.

Mà (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ nên $c=4$.

Suy ra $b^2=c^2-a^2=4^2-2^2=12$.

Vậy phương trình hypebol (H) là $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{12}=1$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 12. Phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **B.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Vì elip (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6 \Rightarrow c=3$.

Hơn nữa, ta có (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5 \Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

Phương trình chính tắc của elip (E) là $(E)\colon \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Chọn đáp án (D) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon 2x+y-1=0$ và $\Delta_2\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ_2 có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(2;1)$.

b) Đường thẳng Δ_1 có một vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;1)$ nên Δ_1 có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;2)$.

c) Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến đường thẳng Δ_1 bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

d) Cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

a) (S) **Sai**. Vì đường thẳng Δ_2 nhận $\vec{u}_2=(1;-1)$ làm một vec-tơ chỉ phương.

b) (S) **Sai**. Vì đường thẳng Δ_1 nhận $\vec{u}_1=(-1;2)$ làm một vec-tơ chỉ phương.

c) (Đ) **Đúng**. Vì $\mathrm{d}(M,\Delta_1)=\frac{|2\cdot(2)+(1)-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$.

d) (Đ) **Đúng**. Vì $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\frac{|-1\cdot 1+2\cdot(-1)|}{\sqrt{2^2+1^2}\cdot\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=25$.

a) Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$.

b) Đường tròn (C) có bán kính $R=5$.

c) Có 2 tiếp tuyến đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+14=0$.

d) Tiếp tuyến đường tròn (C), song song với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+14=0$ đi qua điểm $M(2;1)$.

Lời giải

a) (S) Tọa độ tâm $I(1;-2)$.

b) (Đ) Bán kính đường tròn là $R=\sqrt{25}=5$.

c) (S) Gia sử Δ' là tiếp tuyến của đường tròn và song song với Δ.
Khi đó phương trình của Δ' có dạng $3x-4y+c=0$ $(c\neq 14)$.
Khoảng cách từ tâm I đến Δ' là $\mathrm{d}(I,\Delta')=\dfrac{|3\cdot 1-4\cdot(-2)+c|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{|11+c|}{5}$.
Δ' là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}\left(I,\Delta'\right)=R\Leftrightarrow|11+c|=25\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=-36\\ c=14\ (\text{loại}).\end{array}\right.$$

Vậy phương trình Δ' là $3x-4y-36=0$.

d) (S) Khi đó điểm $M(2;1)$ không thuộc Δ'.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1:(2m-1)x+my-10=0$ và $d_2:x+2y+6=0$ vuông góc nhau? Đáp án: | 0 | , | 2 | 5 |

Lời giải

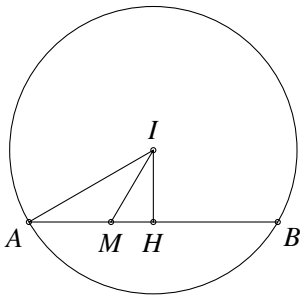
Đường thẳng $d_1:(2m-1)x+my-10=0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2m-1;2)$.
Đường thẳng $d_2:3x+2y+6=0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(3;2)$.
Hai đường thẳng $d_1\perp d_2\Leftrightarrow\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0\Leftrightarrow(2m-1)+2m=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{4}=0{,}25$.
Đáp án: 0,25 ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):x^2+y^2-2x-4y-25=0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua M có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)? Đáp án: | 1 | 0 | , | 6 |

Lời giải

Đường tròn $(C):x^2+y^2-2x-4y-25=0$ có tâm $I(1;2)$ và bán kính $r=\sqrt{1^2+2^2-(-25)}=\sqrt{30}$.

Do $IM=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}<r$ nên M nằm bên trong đường tròn (C).



Xét dây cung AB đi qua M, với $A,B\in(C)$ và H là trung điểm của AB.

Khi đó $\begin{cases}H \text{ là hình chiếu của } I \text{ lên } AB\\ M \text{ thuộc } AB\end{cases}$ nên $IH\le IM$.

(dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $H\equiv M$)

Và $AB=2AH=2\sqrt{r^2-IH^2}\ge 2\sqrt{30-IM^2}=2\sqrt{28}$.

(dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $H\equiv M$)

Vậy dây cung của (C) đi qua M có độ dài ngắn nhất là $\min AB=4\sqrt{7}\approx 10,6$.

Đáp án: 10,6 .....□

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 3x-4y+15=0$, $d_2: 5x+2y-1=0$ và $d_3: mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

Đáp án: 5

Lời giải

Xét hệ phương trình tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2)

$$\begin{cases}3x-4y+15=0\\ 5x+2y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=3.\end{cases}$$

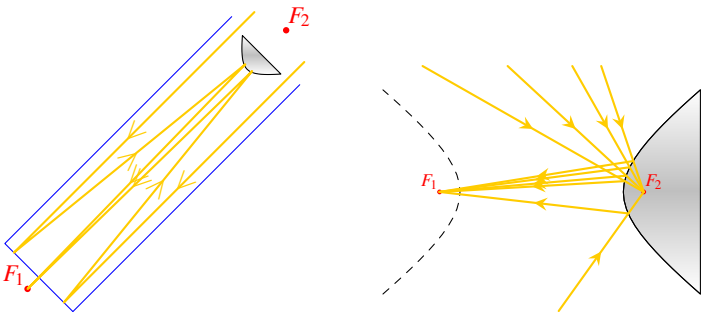
Suy ra giao điểm của (d_1) và (d_2) là $A(-1;3)$. Để (d_1), (d_2) và (d_3) cùng đi qua một điểm thì

$$A\in(d_3)\Leftrightarrow -m-6m+3+9m-13=0\Leftrightarrow m=5.$$

Vậy $m=5$ thỏa yêu cầu bài toán.

Đáp án: 5 .....□

Câu 4. Một gương hypebol (được sử dụng trong một số kính thiên văn) có tính chất là một tia sáng hướng vào tiêu điểm sẽ bị phản xạ sang tiêu điểm khác. Gương trong hình vẽ có phương trình $\dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{64}=1$. Điểm $M(a;b)$trên gương sẽ nhận được tia sánh đi qua điểm $(0;10)$ và bị phản xạ sang tiêu điểm còn lại? (tham khảo hình vẽ).



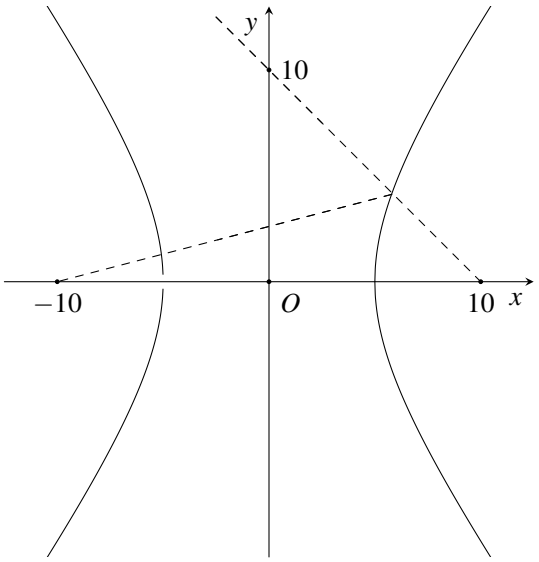
Tính $T = a + b$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Đáp án: 1 | 0 | , | 1

Lời giải

Gọi $(H)\colon \dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{64} = 1$.

Phương trình của gương (H) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, với $a = 6$, $b = 8$; suy ra $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 10$.

Giả sử điểm cần tìm là $M \in (H)$.



Gọi đường đi của ánh sáng qua điểm $(0;10)$ và M là d, do tia sáng sau khi phản xạ bởi gương sẽ đi qua tiêu điểm $F_1(-10;0)$, suy ra d nhằm vào tiêu điểm $F_2(10;0)$ ($F_2 \in d$).

Từ đây dễ dàng lập được phương trình của d là $y = -x + 10$.

Tọa độ của $M \in (H)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = -x + 10 \\ \dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{64} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 10 \\ 28x^2 + 720x - 5\,904 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \approx -32{,}25 \\ y \approx 42{,}25 \end{cases} \\ \begin{cases} x \approx 6{,}54 \\ y \approx 3{,}46. \end{cases} \end{array} \right.$$

Do điểm cần tìm nằm ở nhánh bên phải nên ta có $M = (6{,}54;3{,}55)$.

Khi đó $a = 6{,}54$; $b = 3{,}55 \Rightarrow T = a + b \approx 10{,}1$.

Đáp án: 10,1 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1.

a) Cho $M(4;-5)$; $\Delta\colon \begin{cases} x=2t \\ y=2+3t \end{cases}$, tính khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ.

b) Cho $\Delta_1\colon 7x+y-3=0$ và $\Delta_2\colon 7x+y+12=0$. Chứng minh hai đường thẳng đã cho song song và tính khoảng cách giữa chúng.

Lời giải

a) Ta có

$$\Delta\colon \begin{cases} x=2t \\ y=2+3t \end{cases} \Rightarrow \Delta\colon \frac{x}{2}=\frac{y-2}{3} \Rightarrow \Delta\colon 3x-2y+4=0.$$

Do đó

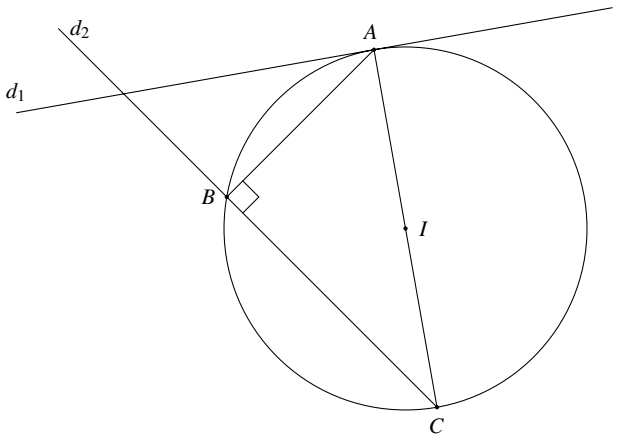
$$\mathrm{d}(M,\Delta)=\frac{|3\cdot 4-2\cdot(-5)+4|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=2\sqrt{13}.$$

b) $\Delta_1\colon 7x+y-3=0$ và $\Delta_2\colon 7x+y+12=0$ song song vì $\frac{7}{7}=\frac{1}{1}\neq\frac{-3}{12}$.
Lấy $M(0;3)\in\Delta_1$, khi đó

$$\mathrm{d}(\Delta_1,\Delta_2)=\mathrm{d}(M,\Delta_2)=\frac{|7.0+3+12|}{\sqrt{7^2+1^2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon \sqrt{3}x+y=0$, $d_2\colon \sqrt{3}x-y=0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình đường tròn (C), biết tạm giác ABC có diện tích bằng 6 và điểm A có hoành độ dương.

Lời giải



Vì $A\in d_1\Rightarrow A(a;-\sqrt{3}a)$, $a>0$, $B,C\in d_2\Rightarrow B(b;\sqrt{3}b)$, $C(c,\sqrt{3}c)$.
Suy ra $\overrightarrow{AB}=\left(b-a;\sqrt{3}(a+b)\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(c-a;\sqrt{3}(c+a)\right)$.

Tam giác ABC vuông tại B nên AC là đường kính của đường tròn (C).

Do đó $AC \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{u_1} = 0 \Leftrightarrow -1(c-a) + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}(a+c) = 0 \Leftrightarrow 2a + c = 0$ (1).

Lại có $AB \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_2} = 0 \Leftrightarrow 1(b-a) + 3(a+b) = 0 \Leftrightarrow 2b + a = 0$ (2).

Mặt khác $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}(A, d_2) \cdot BC \Rightarrow \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\left|2\sqrt{3}a\right|}{2}\sqrt{(c-b)^2 + 3(c-b)^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2a|c-b| = 1$ (3).

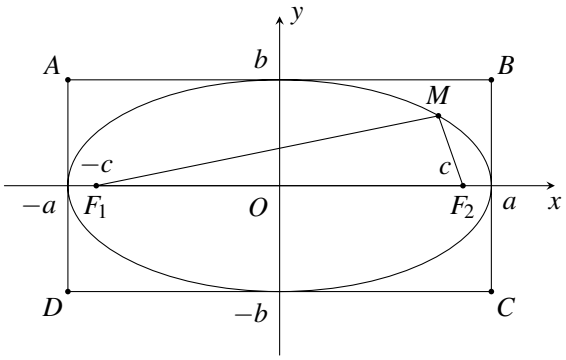
Từ (1), (2) suy ra $2(c-b) = -3a$ thay vào (3), ta được $a|-3a| = 1 \Rightarrow a = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $\begin{cases} b = -\dfrac{\sqrt{3}}{6} \\ c = -\dfrac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}; -1\right), C\left(-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}; -2\right)$.

Suy ra (C) nhận $I\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{6}; -\dfrac{3}{2}\right)$ là trung điểm AC làm tâm và bán kính là $R = \dfrac{AC}{2} = 1$.

Vậy phương trình đường tròn (C): $\left(x + \dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(y + \dfrac{3}{2}\right)^2 = 1$.

Câu 3. Để cắt một bảng hiệu quảng cáo hình elip có trục lớn bằng 80 cm và trục nhỏ bằng 40 cm từ một tấm ván ép hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước 80 cm 40 cm. Người ta vẽ hình elip đó lên tấm ván ép (như hình vẽ) bằng một vòng dây qua hai cái đinh ghim vào hai tiêu điểm. Hỏi phải lấy vòng dây có độ dài là bao nhiêu cm (làm tròn đến hàng đơn vị).



Đáp án: 1 | 7 | 5 |

Lời giải

Ta có $\begin{cases} 2a = 80 \\ 2b = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 40 \\ b = 20. \end{cases}$ Khi đó $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 20\sqrt{3}$.

- Tiêu điểm $F_1(-20\sqrt{3}; 0)$ và $F_2(20\sqrt{3}; 0)$. Do đó hai đinh cách mép tấm ván là $F_1A_1 = F_2A_2 = 40 - 20\sqrt{3} \approx 5{,}36$ cm.
- Đỉnh $B_2(0; 40)$.
- $MF_1 = \sqrt{(20\sqrt{3})^2 + 40^2} = 20\sqrt{7}$ cm.

- Vòng dây có độ dài $F_1F_2 + MF_1 + MF_2 = 40\sqrt{3} + 40\sqrt{7} \approx 175$ cm.

Đáp án: 175 . . . . . □

18. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho elip (E) đi qua một điểm $M\left(5\sqrt{2};4\sqrt{2}\right)$, một tiêu điểm $F_1(-6;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E).

A. $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{100}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{400}-\dfrac{y^2}{144}=1$.

Lời giải

Ta có một tiêu điểm $F_1=(-6;0)$, suy ra $c=6$ và $a^2-b^2=36$.

Vì $M\in(E)$ nên $\dfrac{50}{a^2}+\dfrac{32}{b^2}=1$. Ta có hệ phương trình $\begin{cases}a^2-b^2=36\\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=100\\ b^2=64.\end{cases}$

Do đó phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $x^2+y^2+2x-4y=0$. **B.** $x^2+y^2-2x+4y=0$.

C. $x^2+y^2+2x+4y=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-4y=0$.

Lời giải

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C có dạng $(C)\colon x^2+y^2+2ax+2by+c=0$.

Thay tọa độ 3 điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$, ta được $\begin{cases}8b+c=-164\\ a+8b+c=-204\\ a+c=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=-2\\ c=0.\end{cases}$

Vậy $(C)\colon x^2+y^2-2x-4y=0$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 3. Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon 2x-y+4=0$ là

A. $-x+2y-5=0$. **B.** $x+2y-3=0$. **C.** $x+2y=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Lời giải

Ta có $d\perp\Delta$ nên d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2)$.

Mà đường thẳng d đi qua $A(-1;2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là

$$x+1+2(y-2)=0\Leftrightarrow x+2y-3=0.$$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d\colon x+2y-3=0$.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(1;3)$. Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng

A. $26^\circ 34'$. **B.** $63^\circ 26'$. **C.** $63^\circ 25'$. **D.** $26^\circ 35'$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1)$ và $\overrightarrow{AC}=(0;2)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng AB, AC.

Do đó

$$\cos(AB,AC)=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Suy ra $\left(\widehat{AB},\widehat{AC}\right)\approx 63^\circ 26'$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 5. Cho đường thẳng $d_1\colon 10x+5y-1=0$ và $d_2\colon \begin{cases}x=2+t\\ y=1-t\end{cases}$. Tính côsin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\frac{4\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Lời giải

d_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(10;5)$.

Phương trình tham số d_2 cho ta vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;-1)$.

Góc giữa hai đường thẳng là góc giữa vectơ pháp tuyến của d_1 và vectơ chỉ phương của d_2.

Vậy

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{u}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{u}_2|}=\frac{|10\cdot 1+5\cdot(-1)|}{\sqrt{10^2+5^2}\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{125}\cdot\sqrt{2}}=\frac{5}{5\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Vậy $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 6. Phương trình đường tròn có tâm $A(2;-5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d\colon 3x-4y-1=0$ là

A. $(x-2)^2+(y+5)^2=25$. **B.** $(x+2)^2+(y-5)^2=25$.

C. $(x-2)^2+(y+5)^2=5$. **D.** $(x+2)^2+(y-5)^2=5$.

Lời giải

Đường tròn có tâm $A(2;-5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d\colon 3x-4y-1=0$ nên

$$R=\mathrm{d}(A,d)=\frac{|3\cdot 2-4\cdot(-5)-1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{25}{5}=5.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(x-2)^2+(y+5)^2=25$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{20}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $a>0$, $b>0$.

Do $A_2(4;0)$ thuộc (H) nên $\dfrac{4^2}{a^2}-\dfrac{0^2}{b^2}=1$, suy ra $a=4$.

Mà $F_2(6;0)$ là tiêu điểm của (H) nên $c=6$.

Suy ra $b^2=c^2-a^2=36-16=20$.

Vậy hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{20}=1$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 8. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1\colon \begin{cases} x=4+t \\ y=1-5t \end{cases}$ và $\Delta_2\colon 2x-10y+15=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. **D.** Vuông góc nhau.

Lời giải

Đường thẳng Δ_1 có vtcp $\vec{u_1}=(1;-5)$.

Đường thẳng Δ_2 có vtpt $\vec{n_2}=(2;-10)\Rightarrow \vec{u_2}=(10;2)$.

Ta có $\vec{u}_1\cdot\vec{u_2}=0$, suy ra Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

Chọn đáp án D .....□

Câu 9. Đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases}$ có phương trình tổng quát là

A. $4x+5y-17=0$. **B.** $4x+5y+17=0$. **C.** $4x-5y+17=0$. **D.** $4x-5y-17=0$.

Lời giải

Ta có $\vec{u}=(-5;4)$ là một véc-tơ chỉ phương của d. Suy ra $\vec{n}=(4;5)$ là một véc-tơ pháp tuyến của d. Từ phương trình tham số của d ta suy ra

$$4x+5y=4(3-5t)+5(1+4t)=12-20t+5+20t=17.$$

Suy ra $4x+5y=17\Leftrightarrow 4x+5y-17=0$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $9x^2+25y^2=225$. Tiêu cự của elip bằng

A. 6. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình elip (E) có dạng $9x^2+25y^2=225 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=9 \end{cases}$.

Mà $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$.

Vậy tiêu cự của elip đã cho là $2c=8$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 11. Tiêu điểm của parabol $y^2=\sqrt{3}x$ là

A. $F\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{4};0\right)$. **B.** $F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **C.** $F\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **D.** $F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Lời giải

Ta có $p=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 12. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của parabol nhận điểm $F\left(\dfrac{9}{2};0\right)$ làm tiêu điểm?

A. $y^2=18x$. **B.** $y=18x^2$. **C.** $y^2=9x$. **D.** $y=9x^2$.

Lời giải

Gọi phương trình dạng chính tắc của parabol cần tìm có dạng $y^2=2px$ với $p>0$

Vì parabol nhận điểm $F\left(\dfrac{9}{2};0\right)$ làm tiêu điểm nên ta có $\dfrac{p}{2}=\dfrac{9}{2} \Rightarrow p=9$ (thỏa mãn).

Vậy $y^2=18x$ là phương trình cần tìm.

Chọn đáp án A .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 2x-4y+3=0$ và $d_2: -3x+y-17=0$.

a) $d_1 \perp d_2$.

b) $I\left(\dfrac{13}{2};\dfrac{5}{2}\right)$ là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2.

c) Góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135°.

d) Gọi A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) và B là điểm thuộc đường thẳng d_2 sao cho tam giác OAB vuông cân tại B. Khi đó, có 2 điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Lời giải

a) S Ta có $\vec{n}_1=(2;-4)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 và $\vec{n}_2=(-1;3)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_2.

Vì $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2\cdot(-1)+(-4)\cdot 3 = -14 \neq 0$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 không vuông góc với nhau.

b) (S) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x-4y+3=0 \\ -3x+y-17=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{13}{2} \\ y=-\dfrac{5}{2}. \end{cases}$$

Suy ra $I\left(-\dfrac{13}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$ là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng d_1 và d_2.

c) (S) Ta có

$$\cos(d_1,d_2) = \frac{|2\cdot(-3)+(-4)\cdot 1|}{\sqrt{2^2+(-4)^2}\cdot\sqrt{(-3)^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1,d_2) = 45^\circ.$$

d) (Đ) Do A là điểm thuộc trục hoành (khác gốc tọa độ O) nên $A(a;0)$ với $a \neq 0$.
Mặt khác, do B là điểm thuộc đường thẳng d_2 nên $B(b;3b+17)$.
Tam giác OAB vuông cân tại B suy ra $b = \dfrac{a}{2}$. Do đó

$$B\left(\frac{a}{2};\frac{3a+34}{2}\right);\quad \overrightarrow{OB} = \left(\frac{a}{2};\frac{3a+34}{2}\right);\quad \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{a}{2};\frac{3a+34}{2}\right).$$

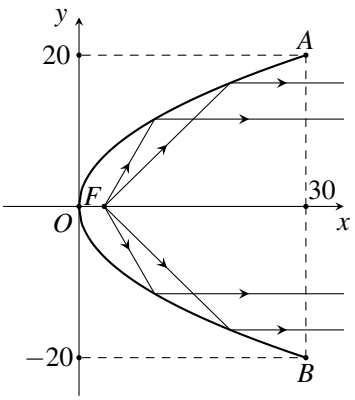
Lại có

$$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \left(-\frac{a}{2}\right)\cdot\frac{a}{2} + \frac{3a+34}{2}\cdot\frac{3a+34}{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3a+34=a \\ 3a+34=-a \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-17 \\ a=\dfrac{17}{2}. \end{array}\right.$$

Suy ra $B\left(-\dfrac{17}{2};-\dfrac{17}{2}\right)$ và $B\left(\dfrac{17}{4};\dfrac{119}{4}\right)$.
Vậy có 2 điểm B thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Hình vẽ bên mô phỏng mặt cắt ngang của một chiếc đèn có dạng parabol trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên mỗi trục là cm). Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm F.



a) (P) đi qua điểm $A(30;20)$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\dfrac{20}{3};0\right)$.

c) Phương trình đường chuẩn Δ là $x = -\dfrac{10}{3}$.

d) Khoảng cách ngắn nhất từ một điểm trên (P) đến đường thẳng $d\colon x-2y+6=0$ bằng $\dfrac{22}{3\sqrt{5}}$.

Lời giải

a) Đ Gọi (P) có phương trình chính tắc là $y^2=2px$ $(p>0)$.
Vì $AB=40$ cm và $h=30$ cm nên $A(30;20)$.

b) S Ta có $A(30;20)\in(P)\Leftrightarrow(20)^2=2p\cdot 30\Rightarrow p=\dfrac{20}{3}$.
Suy ra (P) có tiêu điểm $F\left(\dfrac{10}{3};0\right)$.

c) Đ Ta có $p=\dfrac{20}{3}$, khi đó phương trình đường chuẩn là $x=-\dfrac{10}{3}$.

d) Đ Gọi $M\left(\dfrac{3}{40}m^2;m\right)\in(P)$.
Ta có $\mathrm{d}(M,d)=\dfrac{\left|\dfrac{3}{40}m^2-2m+6\right|}{\sqrt{5}}=\dfrac{|3m^2-80m+240|}{40\sqrt{5}}$.
Gọi $y=3m^2-80m+240$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{40}{3}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{880}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $y=3m^2-80m+240$ đạt giá trị nhỏ nhất là $-\dfrac{880}{3}$ khi $x=\dfrac{40}{3}$.
Suy ra $\mathrm{d}(M,d)_{\min}=\dfrac{1}{40\sqrt{5}}\cdot\dfrac{880}{3}=\dfrac{22}{3\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{4}$ và hai điểm $M(-2;3)$, $N(4;-1)$. Đường thẳng Δ vuông góc d và khoảng cách từ M đến Δ gấp 2 lần khoảng cách từ N đến Δ. Phương trình đường thẳng Δ dạng $x+by+c=0$ với b, c là các số thực dương. Tính $P=bc$.

Đáp án: | 4 | 0 | | |

Lời giải

Vì Δ vuông góc d nên đường thẳng Δ có dạng $x+4y+c=0$.

Theo giả thiết ta có

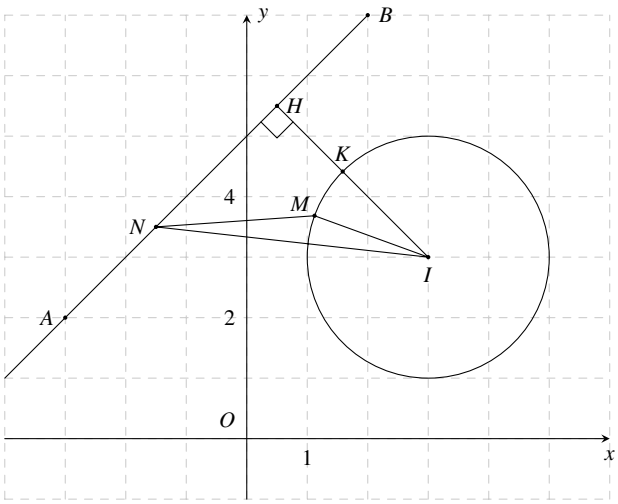
$$\begin{aligned} \mathrm{d}(M,\Delta)=2\mathrm{d}(N,\Delta) &\Leftrightarrow \frac{|-2+4\cdot 3+c|}{\sqrt{17}}=2\cdot\frac{|4-4\cdot 1+c|}{\sqrt{17}} \\ &\Leftrightarrow |c+10|=2|c| \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=10 \\ c=-\dfrac{10}{3}\ \text{(loại).} \end{array}\right. \end{aligned}$$

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $x+4y+10=0$.
Ta được $b=4$; $c=10$. Do đó $P=4\cdot 10=40$.
Đáp án: 40 .....□

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên các trục là mét), một chất điểm chuyển động đều luôn cách điể $I(3;3)$ một khoảng bằng 2. Một chất điểm khác chuyển động thẳng đều trên đường thẳng, tại hai thời điểm, chất điểm đó ở vị trí $A(-3;2)$ và $B(2;7)$. Tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn bao nhiêu mét?

Đáp án: 1

Lời giải



Quỹ đạo chuyển động của chất điểm thứ nhất là đường tròn (C) có phương trình chính tắc $(x-3)^2+(y-3)^2=4$.
Vì $\overrightarrow{AB}=(5;5)$ là một vecto chỉ phương của đường thẳng AB nên phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-2}{5}\Leftrightarrow x-y+5=0$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng AB, ta có

$$IH=\mathrm{d}(I,AB)=\frac{|3-3+5|}{\sqrt{x^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}.$$

Vì $\dfrac{5}{\sqrt{2}}>2$ nên đường thẳng AB và đường tròn (C) không có điểm chung.
Gọi K là giao điểm của đoạn thẳng IH và đường tròn, ta có $HK=-IH-IK=$

$\frac{5}{\sqrt{2}} - 2 > 1$.

Xét M là điểm bất kì trên đường tròn, N là điểm bất kì trên đường thẳng AB, ta có

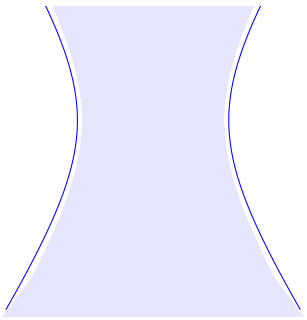
$$MN \geq IN - IM \geq IH - IK = HK > 1.$$

Vậy tại mọi thời điểm, khoảng cách giữa hai chất điểm lớn hơn 1 (mét).

Đáp án: 1 .....□

Câu 3.

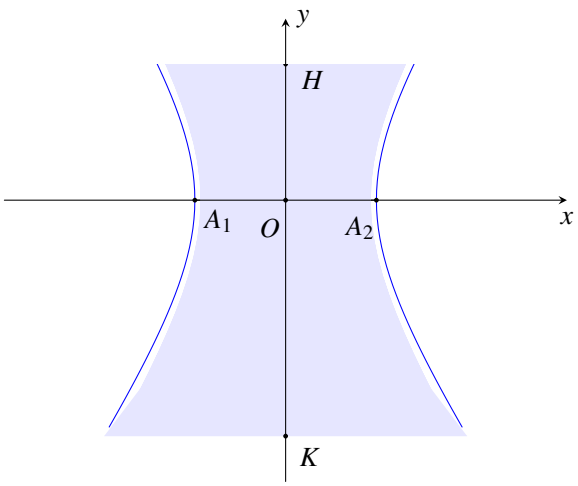
Một cái tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{28} - \frac{y^2}{42} = 1$. Biết chiều cao của tháp là 150 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ lần khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Gọi r_1 (m) và r_2 (m) lần lượt là bán kính của nóc và bán kính của đáy. Tính $T = r_1 + 2_2$?



Đáp án: | 1 | 1 | 5 | |

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} HK = 150 \\ OH = \frac{2}{3}OK \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} OH + OK = 150 \\ OH = \frac{2}{3}OK \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} OH = 60 \\ OK = 90. \end{cases}$

Vậy $OH = 60$ m và $OK = 90$ m.

Gọi Δ_1 là đường thẳng đi qua H và vuông góc với Oy tại H, suy ra $\Delta_1 : y = 60$.

Δ_1 cắt hypebol tại điểm M có hoành độ dương và thỏa mãn $\frac{x^2}{28^2} - \frac{60^2}{42^2} = 1$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{149} \Rightarrow r_1 = HM = x_M \approx 48{,}826$ m.

Gọi Δ_2 là đường thẳng đi qua K và vuông góc với Oy tại K, suy ra $\Delta_2 : y = -90$.

Δ_2 cắt hypebol tại điểm N có hoành độ dương và thỏa mãn $\frac{x^2}{28^2} - \frac{90^2}{42^2} = 1$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{274} \Rightarrow r_2 = KN = x_N \approx 66{,}212$ m.

Vậy $T = r_1 + r_2 \approx 115$ m.

Đáp án: 115 .....□

Câu 4. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21{,}2°$ Bắc, kinh độ $105{,}8°$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16{,}1°$ Bắc, kinh độ $108{,}2°$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ $x°$ Bắc, kinh độ $y°$ Đông được tính theo công thức $\begin{cases} x = 21{,}2 - \dfrac{153}{40}t \\ y = 105{,}8 + \dfrac{9}{5}t \end{cases}$. Hỏi bay chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: | 1 | , | 3 | 4 |

Lời giải

Thay $x = 16{,}1°$, $y = 108{,}2°$ vào công thức trên ta có $\begin{cases} 16{,}1 = 21{,}2 - \dfrac{153}{40}t \\ 108{,}2 = 105{,}8 + \dfrac{9}{5}t \end{cases} \Rightarrow t = \dfrac{4}{3}$.

Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất $\dfrac{4}{3} \approx 1{,}34$ giờ.

Đáp án: 1,34 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng sau

a) $d_1 : 3x + 2y - 5 = 0$ và $d_2 : x - 4y + 1 = 0$;

b) $d_3 : x - 2y + 3 = 0$ và $d_4 : -2x + 4y + 10 = 0$;

c) $d_5 : 4x + 2y - 3 = 0$ và $d_6 : \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} + t \\ y = \dfrac{5}{2} - 2t. \end{cases}$

Lời giải

a) Đường thẳng d_1 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2;-3)$, đường thẳng d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (4;1)$.
Do $\dfrac{2}{4} \neq \dfrac{-3}{1}$ nên $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ không cùng phương, suy ra d_1 cắt d_2.

b) Đường thẳng d_3 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (2;1)$, đường thẳng d_4 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_4 = (4;2)$. Suy ra $\vec{u}_4 = 2\vec{u}_3$.
Ta có điểm $M(-1;1) \in d_3$. Do $-2 \cdot (-1) + 4 \cdot 1 + 10 \neq 0$ nên $M(-1;1) \notin d_4$.
Vậy d_3 song song với d_4.

c) Đường thẳng d_5 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_5 = (2;-4)$, đường thẳng d_6 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;-2)$. Suy ra $\vec{u}_5 = 2\vec{u}_6$.

Ta có điểm $N\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right) \in d_6$. Do $4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+2\cdot\left(\frac{5}{2}\right)-3=0$ nên $N\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right) \in d_5$.
Vậy d_5 và d_6 trùng nhau.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol (H) đi qua điểm $M\left(5;\frac{9}{4}\right)$ và nhận điểm $F(5;0)$ làm tiêu điểm. Hãy viết phương trình chính tắc của (H).

Lời giải

Phương trình chính tắc của $(H): \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \ \ (a,b>0)$.
$F(5;0)$ làm tiêu điểm suy ra $c=5 \Rightarrow a^2+b^2=25. \quad (1)$

$M\left(5;\frac{9}{4}\right) \in (H) \Rightarrow \frac{25}{a^2}-\frac{81}{16b^2}=1. \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a^2=16 \\ b^2=9 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=\frac{625}{16} \\ b^2=-\frac{225}{16} \end{cases}$ (loại).

Vậy phương trình chính tắc của (H) là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 2. Biết $A(0;2)$, $B(3;0)$ và giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành nằm trên đường thẳng $y=-x$. Tìm toạ độ các điểm C và D.

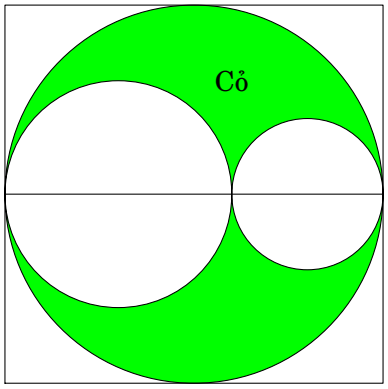
Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1 \Leftrightarrow 2x+3y-6=0$.
Điểm I nằm trên đường thẳng $y=-x$ nên giả sử $I(t;-t)$.
Vì I là trung điểm của AC nên $C(2t;-2t-2)$, I là trung điểm của BD nên $D(2t-3;-2t)$.
Ta có $AB=\sqrt{(3-0)^2+(0-2)^2}=\sqrt{13}$. Suy ra $\mathrm{d}(C,AB)=\frac{2}{\sqrt{13}}$.
Khi đó

$$\frac{|2\cdot 2t+3(-2t-2)-6|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{2}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow |-2t-12|=2.$$

Suy ra $t=-5$ hoặc $t=-7$.
Với $t=-5$, ta có $C(-10;8)$, $D(-13;10)$.
Với $t=-7$, ta có $C(-14;12)$, $D(-17;14)$.

Câu 4. Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh 10 m như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng (làm tròn đến hàng nghìn).

Lời giải

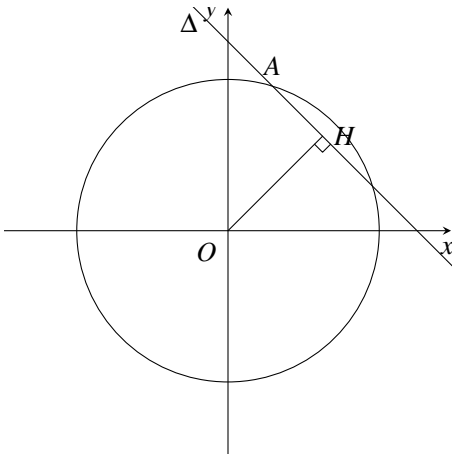
Gọi x,y (m) lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn $(x,y>0)$ ta có $x+y=5$.

Gọi $S(\text{m}^2)$ là phần diện tích được lát gạch của khu vườn $(S>0)$, ta có

$$S=100-25\pi+\pi x^2+\pi y^2=100+\pi(x^2+y^2-25)\Leftrightarrow x^2+y^2=\frac{S+25\pi-100}{\pi}.$$

Ta có $(C)\colon x^2+y^2=\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}$ có tâm $O(0;0)$, bán kính $R=\sqrt{\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}}$ và đường thẳng $\Delta\colon x+y-5=0$.

Khi đó bài toán trở thành: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương.



Ta có (C) và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi

$$R\geq \text{d}(O,\Delta)\Leftrightarrow\sqrt{\frac{S+25\pi-100}{\pi}}\geq\frac{5}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow S+25\pi-100\geq\frac{25\pi}{2}\Leftrightarrow S\geq 100-\frac{25\pi}{2}.$$

Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất bằng $S_{\min}=100-\dfrac{25\pi}{2}$.

Từ đó chi phí để thi công khu vườn Hạnh phúc là $100\cdot(100-S_{\min})+300\cdot S_{\min}=22146$ nghìn đồng.

—Hết—

19. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $A(7;4)$ đến đường thẳng $d\colon 5x+3y-8=0$ bằng

A. $\dfrac{35}{\sqrt{34}}$. **B.** $\dfrac{39}{\sqrt{34}}$. **C.** $\dfrac{39}{4}$. **D.** $\dfrac{39}{16}$.

Lời giải

Ta có $\mathrm{d}(A;d)=\dfrac{|5\cdot 7+3\cdot 4-8|}{\sqrt{5^2+3^2}}=\dfrac{39}{\sqrt{34}}$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 2. Cho elip (E) đi qua một điểm $M\left(5\sqrt{2};4\sqrt{2}\right)$, một tiêu điểm $F_1(-6;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E).

A. $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{100}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{400}-\dfrac{y^2}{144}=1$.

Lời giải

Ta có một tiêu điểm $F_1=(-6;0)$, suy ra $c=6$ và $a^2-b^2=36$.

Vì $M\in(E)$ nên $\dfrac{50}{a^2}+\dfrac{32}{b^2}=1$. Ta có hệ phương trình $\begin{cases}a^2-b^2=36\\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=100\\ b^2=64.\end{cases}$

Do đó phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Độ dài trục ảo của hypebol (H) bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của (H), ta có $b^2=9\Rightarrow b=3$.

Vậy độ dài trục ảo của (H) là $2b=6$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(3;-2)$, $B(4;-1)$ là

A. $x-y-1=0$. **B.** $x-y-5=0$. **C.** $x+y+5=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;1)$ suy ra $\vec{n}=(1;-1)$ là véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua A, B.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng qua AB là

$$(x-3)+(y+2)=0 \Leftrightarrow x+y-1=0.$$

Chọn đáp án D ..... □

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, nếu ba đường thẳng $d_1: 2x+y-4=0$, $d_2: 5x-2y+3=0$ và $d_3: mx+3y-2=0$ đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

Xét hệ phương trình tọa độ giao điểm A của d_1 và d_2

$$\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ 5x-2y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{9} \\ y=\frac{26}{9} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{5}{9};\frac{26}{9}\right).$$

Để 3 đường thẳng đã cho đồng quy thì

$$A \in d_3 \Leftrightarrow \frac{5m}{9}+\frac{26}{3}-2=0 \Leftrightarrow m=-12.$$

Chọn đáp án D ..... □

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): (x-2)^2+(y+5)^2=17$. Tiếp tuyến với (C) tại điểm $A(3;-1)$ có phương trình là

A. $x+4y+1=0$. **B.** $-x+4y+7=0$. **C.** $x+4y+18=0$. **D.** $x-6y-9=0$.

Lời giải

Tiếp tuyến với (C) tại điểm $A(3;-1)$ có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA}=(1;4)$ nên có dạng $x+4y+c=0$.

Vì A thuộc tiếp tuyến nên $3+4\cdot(-1)+c=0 \Leftrightarrow c=1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến có dạng $x+4y+1=0$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 7. Cho đường tròn $(C): (x-1)^2+(y-2)^2=25$. Đường tròn (C) có

A. Tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=25$. **B.** Tâm $I(-1;-2)$ và bán kính $R=25$.

C. Tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$. **D.** Tâm $I(-1;-2)$ và bán kính $R=5$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{25}=5$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, côsin góc giữa hai đường thẳng $d: 5x+y-3=0$ và $d': \frac{x}{-1}+\frac{y}{5}=1$ bằng

A. $\frac{12}{13}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{6}{13}$.

Lời giải

d nhận $\vec{n}=(5;1)$ là một vectơ pháp tuyến.
d' nhận $\vec{n'}=(5;-1)$ là một vectơ pháp tuyến. Do đó

$$\cos\left(d,d'\right)=\frac{\left|5\cdot 5+1\cdot(-1)\right|}{\sqrt{5^2+1^2}\cdot\sqrt{5^2+(-1)^2}}=\frac{24}{26}=\frac{12}{13}.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 9. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d\colon 3x+2y+6=0$.

A. $3x+2y+6=0$. **B.** $3x+2y+17=0$. **C.** $3x+2y-6=0$. **D.** $3x-2y+6=0$.

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_d=(3;2)$.
Vì Δ song song với d nên có cùng vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta=(3;2)$.
Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ là

$$3(x-4)+2(y+3)=0\Rightarrow 3x+2y-6=0$$

Vậy phương trình cần tìm là $3x+2y-6=0$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 10. Cho parabol có phương trình $4y^2=20x$. Phương trình đường chuẩn của parabol là

A. $x=\frac{5}{4}$. **B.** $x=\frac{4}{5}$. **C.** $x=-\frac{4}{5}$. **D.** $x=-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Ta có $(P)\colon 4y^2=20x\Rightarrow 2p=5\Rightarrow p=\frac{5}{2}$.
Vậy (P) có phương trình đường chuẩn là $\Delta\colon x=-\frac{5}{4}$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của elip đi qua các điểm $A_1(6;0)$ và $M\left(0;\sqrt{32}\right)$ là

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$. **C.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=0$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$.
Một giao điểm của elip với trục Ox là $A_1(6;0)$ nên suy ra $a=6$.
Elip đi qua $M\left(0;\sqrt{32}\right)$ nên ta có $\frac{0}{a^2}+\frac{32}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=32$.
Vậy phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 12. Hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm là

A. $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.
B. $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.
C. $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.
D. $F_1\left(-\sqrt{34};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{34};0\right)$.

Lời giải

Ta có $(H)\colon \dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=25 \\ b^2=9 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2+b^2=34 \Rightarrow c=\sqrt{34}$.

Vậy hai tiêu điểm của Hypebol là $F_1\left(-\sqrt{34};0\right), F_2\left(\sqrt{34};0\right)$.

Chọn đáp án D ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3), B(-1;1)$ có tâm thuộc $\Delta\colon x-3y-11=0$.

a) Tâm của đường tròn (C) là $I\left(7;-\dfrac{4}{3}\right)$.

b) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C).

c) Đường kính của đường tròn (C) bằng 65.

d) Đường tròn (C) đi qua điểm $(0;2)$.

Lời giải

a) S Gọi tâm đường tròn là $I(3t+11;t)\in\Delta$. Ta có $IA=IB \Leftrightarrow IA^2=IB^2$.

$$\Leftrightarrow (3t+11-2)^2+(t-3)^2=(3t+11+1)^2+(t-1)^2 \Leftrightarrow 22t=-55 \Leftrightarrow t=-\frac{5}{2}.$$

Suy ra $I\left(\dfrac{7}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$.

b) Đ Ta có $OI^2=\dfrac{49}{4}+\dfrac{25}{4}=\dfrac{74}{4}<R^2=\dfrac{130}{4}$. Suy ra điểm O nằm bên trong đường tròn.

c) S Bán kính đường tròn $R=IA=\sqrt{\left(2-\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(3+\dfrac{5}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{130}}{2}$.

Suy ra đường kính là $d=2R=\sqrt{130}$.

d) Đ Phương trình đường tròn $(C)\colon \left(x-\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{65}{2}$.

Thay tọa độ điểm $A(0;2)$ ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;4)$, đường trung trực cạnh BC có phương trình $3x-y+1=0$, đường trung tuyến kẻ từ C có phương trình $2x-y+5=0$.

a) Gọi M là trung điểm cạnh BC. Khi đó $M(9;39)$.

b) Phương trình đường thẳng BC là $x+3y-63=0$.

c) Tọa độ đỉnh C là $C(-1;3)$.

d) Tọa độ đỉnh B là $B\left(\frac{15}{7};\frac{142}{7}\right)$.

Lời giải

a) (S) Gọi M là trung điểm cạnh BC.

Vì M nằm trên đường trung trực cạnh BC nên giả sử $M(t;3t+1)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

Vì G nằm trên đường trung tuyến kẻ từ C nên giả sử $G(s;2s+5)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(t-3;3t-3), \overrightarrow{AG}=(s-3;2s+1)$.

Khi đó $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} t-3=\frac{3}{2}(s-3) \\ 3t-3=\frac{3}{2}(2s+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-3s=-3 \\ 6t-6s=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{15}{2} \\ s=6. \end{cases}$

Suy ra $M\left(\frac{9}{2};\frac{39}{2}\right)$.

b) (Đ) Đường thẳng BC đi qua $M\left(\frac{9}{2};\frac{39}{2}\right)$ và vuông góc với đường thẳng $3x-y+1=0$ nên ta có phương trình đường thẳng BC là $1\cdot\left(x-\frac{9}{2}\right)+3\cdot\left(y-\frac{39}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x+3y-63=0$.

c) (S) Toạ độ đỉnh C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+3y-63=0 \\ 2x-y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{48}{7} \\ y=\frac{131}{7}. \end{cases}$

Suy ra $C\left(\frac{48}{7};\frac{131}{7}\right)$.

d) (Đ) Vì M là trung điểm BC nên $B\left(\frac{15}{7};\frac{142}{7}\right)$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, Δ là đường thẳng đi qua điểm $P(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-t \\ y=3+4t \end{cases}$. Tính khoảng cách từ O đến Δ, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Đáp án: | 2 | , | 1 | 8 |

Lời giải

Do Δ vuông góc với đường thẳng d nên Δ có VTPT là $\vec{n}=(-1;4)$.

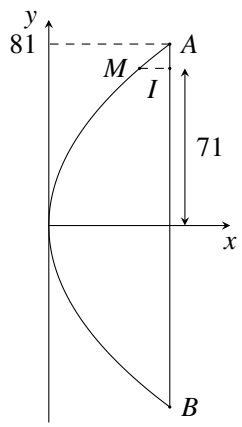
Đường thẳng Δ đi qua $P(-1;2)$ nên ta có phương trình $-1(x+1)+4(y-2)=0 \Leftrightarrow x-4y+9=0$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ: $x-4y+9=0$.
Khoảng cách từ O đến Δ là $\mathrm{d}=\dfrac{|0-4\cdot 0+9|}{\sqrt{1^2+(-4)^2}}=\dfrac{9}{\sqrt{17}}\approx 2{,}18$.
Đáp án: 2,18 .....□

Câu 2. Khi du lịch đến thành phố Xanh Luis của Mỹ, ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Acxơ. Khoảng cách giữa hai chân cổng là 162m. Từ một điểm trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là 43m và vị trí đo trên mặt đất này đến chân cổng gần nhất là 10m. Chiều cao của cổng bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: | 1 | 8 | 6 | |

Lời giải



Gọi chiều cao của cổng là $OH=h$ (với $h>43$).
Khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB=162$ suy ra $AH=81$ nên do đó $A(h;81)$.
Theo giả thiết, ta có $MI=43$ và $AI=10$.
Suy ra $ME=OH-MI=h-43$ và $MF=AH-AI=81-10=71$ nên $M(h-43;71)$.
Giả sử, phương trình parabol có dạng $y^2=2px$. Vì parabol đi qua hai điểm A và M nên ta có

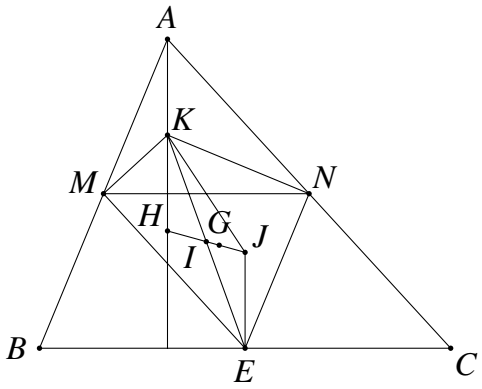
$$\begin{cases}81^2=2ph\\71^2=2p(h-43).\end{cases}$$

Suy ra $\dfrac{h}{h-43}=\dfrac{81^2}{71^2}\Rightarrow h=\dfrac{81^2\cdot 43}{81^2-71^2}\approx 186$.
Vậy chiều cao của cổng khoảng 186 mét.
Đáp án: 186 .....□

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB, AC. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$. Giá trị của biểu thức $a+b+R$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: | 1 | 6 | | |

Lời giải



Gọi E là trung điểm BC, J là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.
Ta có

- $\begin{cases} MK \parallel BH \\ ME \parallel AC \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow MK \perp ME \quad (1).$
- $\begin{cases} KN \parallel CH \\ NE \parallel AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow KN \perp NE \quad (2).$

Từ (1), (2) suy ra $KMEN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính KE.
Đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+4x-4y-17=0$ có tâm $I(-2;2)$ bán kính $r=5 \Rightarrow I$ là trung điểm KE.
$KHEJ$ là hình bình hành suy ra I là trung điểm JH.
Ta có $\overrightarrow{IJ}=3\overrightarrow{IG} \Rightarrow \begin{cases} x_J+2=3(-1+2) \\ y_J-2=3(3-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_J=1 \\ y_J=5 \end{cases} \Rightarrow J(1;5).$
Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $R=JA=2IK=2R=10$.
Vậy $a+b+R=1+5+10=16$.
Đáp án: 16 ..... □

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12 và tâm I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1\colon x-y-3=0$, $d_2\colon x+y-6=0$. Trung điểm cạnh AD là giao điểm của d_1 và Ox. Biết đỉnh A có tung độ âm và giả sử tọa độ $A(a;b)$. Khi đó giá trị của biểu thức $2a+b^2$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: 9

Lời giải

Vì I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1\colon x-y-3=0$, $d_2\colon x+y-6=0$ nên $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$.
Gọi M là trung điểm cạnh AD. Do M là giao điểm của d_1 và Ox nên $M(3;0)$.
Ta có $AB=2\cdot IM=3\sqrt{2}$ và $S_{ABCD}=AB\cdot AD=12$ nên $AD=2\sqrt{2}$.
Vì hai điểm I vàM đều thuộc d_1 nên đường thẳng IM chính là d_1.

AD qua M và vuông góc với $d_1 \Rightarrow AD\colon x+y-3=0$.
Lại có $MA=\sqrt{2}$ nên tọa độ A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} a+b-3=0 \\ \sqrt{(a-3)^2+b^2}=\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=4 \\ b=-1. \end{cases} \end{array}\right.$$

Mà đỉnh A có tung độ âm nên $A(4;-1)$ nên $2a+b^2=9$.
Đáp án: 9 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hai đường thẳng

$$\Delta_1 : \sqrt{3}x+y-4=0, \Delta_2 : x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0.$$

a) Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng đã cho;

b) Tính góc α giữa hai đường thẳng đã cho.

Lời giải

a) Tọa độ giao điểm hai đường thẳng đã cho là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{3}x+y-4=0 \\ x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3}x+y=4 \\ x+\sqrt{3}y=2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy $(\sqrt{3};1)$ tọa độ giao điểm hai đường thẳng đã cho.

b) Tính góc α giữa hai đường thẳng đã cho.

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\vec{n_1},\vec{n_2})|=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}=\frac{\left|\sqrt{3}.1+1.\sqrt{3}\right|}{\sqrt{3+1}.\sqrt{1+3}}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$\Rightarrow (\Delta_1,\Delta_2)=30^\circ$.

Câu 2. Viết phương trình chính tắc của Parabol (P) có tiêu điểm $F(3;0)$ và đỉnh là gốc tọa độ O.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (P) là $y^2=2px$.
Tiêu điểm $F(3;0) \Rightarrow \frac{p}{2}=3 \Rightarrow p=6$.
Phương trình chính tắc của (P) là $y^2=12x$.

Câu 3. Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(2;0)$, $B(4;2)$ và tiếp xúc với trục Oy.

Lời giải

$(C)\colon x^2+y^2-2ax-2by+c=0.$

(C) qua $A(2;0) \Leftrightarrow -4a+c=-4.$ $\quad(1)$

(C) qua $B(4;2) \Leftrightarrow -8a-4b+c=-20.$ $\quad(2)$

(C) tiếp xúc $Oy \Leftrightarrow R=\mathrm{d}(I,Oy) \Leftrightarrow R=|a| \Leftrightarrow a^2+b^2-c=a^2 \Leftrightarrow c=b^2.$ $\quad(3)$

Từ (1) và $(3) \Rightarrow c=4a-4=b^2 \Leftrightarrow 4a=b^2+4.$

Từ (2) suy ra $-2(b^2+4)-4b+b^2=-20 \Leftrightarrow -b^2-4b+12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2 \\ b=-6. \end{array}\right.$

- Với $b=2 \Rightarrow c=4, a=2.$
  Suy ra $(C)\colon x^2+y^2-4x-4y+4=0.$
- Với $b=-6 \Rightarrow c=36, a=10.$
  Suy ra $(C)\colon x^2+y^2-20x+12y+36=0.$

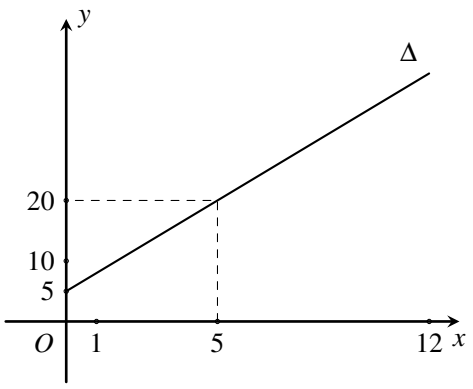
Câu 4. Tìm m để hai đường thẳng $d_1\colon 2x-3y+4=0$ và $d_2\colon \left\{\begin{array}{l} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{array}\right.$ cắt nhau.

Lời giải

Ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1=(2;-3)$ và một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2=(4m;-3)$.

Để d_1 và d_2 cắt nhau thì hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương hay $\dfrac{4m}{2} \neq \dfrac{-3}{-3} \Leftrightarrow m \neq \dfrac{1}{2}.$

Câu 5. Đường thẳng Δ ở hình bên dưới biểu thị tổng chi phí lắp đặt và tiền cước sử dụng dịch vụ Internet (đơn vị: trăm nghìn đồng) theo thời gian của một gia đình (đơn vị: tháng).



a) Viết phương trình của đường thẳng Δ.

b) Cho biết giao điểm của đường thẳng Δ với trục tung trong tình huống này có ý nghĩa gì.

c) Tính tổng chi phí lắp đặt và sử dụng Internet trong 12 tháng đầu tiên.

Lời giải

a) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm lần lượt có tọa độ $(0;5)$ và $(5;20)$ nên Δ có phương trình là

$$\frac{x-0}{5-0}=\frac{y-5}{20-5}\Leftrightarrow\frac{x}{5}=\frac{y-5}{15}\Leftrightarrow\frac{x}{1}=\frac{y-5}{3}\Leftrightarrow 3x-y+5=0\Leftrightarrow y=3x+5.$$

b) Giao điểm của đường thẳng Δ với trục Oy ứng với $x=0$. Thời điểm $x=0$ cho biết mức phí ban đầu lắp đặt để sử dụng Internet. Khi $x=0$ thì $y=5$, vì vậy chi phí lắp đặt ban đầu là 500000 đồng.

c) 12 tháng đầu tiên ứng với $x=12$. Do đó $y=3\cdot 12+5=41$.
Vậy tổng chi phí lắp đặt và sử dụng Internet trong 12 tháng đầu tiên là 4100000 đồng.

—Hết—

20. ĐỀ SỐ 10

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $B(0;4)$ và có một tiêu điểm $F_2(3;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Elip có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Elip đi qua điểm $B(0;4)$ nên $\dfrac{16}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=16$.

Tiêu điểm $F_2(3;0)$ nên $c=3$.

Mặt khác $a^2=b^2+c^2=16+9=25$.

Vậy phương trình elip là $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 2. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1\colon 3x+y-1=0$ và $d_2\colon 4x-2y-4=0$.

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Đường thẳng $d_1\colon 3x+y-1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(3;1)$.

Đường thẳng $d_2\colon 4x-2y-4=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(4;-2)$.

$$\cos(d_1,d_2)=|\cos(\vec{n}_1,\vec{n}_2)|=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 là 45°.

Chọn đáp án B .....□

Câu 3. Một đường tròn có tâm $I(3;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon x-5y+1=0$. Bán kính đường tròn bằng

A. $\dfrac{14}{\sqrt{26}}$. **B.** $\dfrac{7}{13}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 6.

Lời giải

Gọi bán kính của đường tròn là R.

Khi đó $R=\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{|3-5\cdot(-2)+1|}{\sqrt{1^2+(-5)^2}}=\dfrac{14}{\sqrt{26}}$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 4. Hypebol $7x^2-9y^2=63$ có tiêu cự bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 63.

Lời giải

Ta có: $7x^2-9y^2=63 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{7}=1$.

Suy ra $\begin{cases} a^2=9 \\ b^2=7 \\ c^2=a^2+b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=\sqrt{7} \\ c=4. \end{cases}$

Vậy hypebol có tiêu cự là: $F_1F_2=2c=8$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x+8y-1=0$. Bán kính R của đường tròn (C) là

A. $R=4$. **B.** $R=\sqrt{69}$. **C.** $R=2\sqrt{3}$. **D.** $R=3\sqrt{2}$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-4)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+(-4)^2-(-1)}=3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 6. Tiêu điểm của parabol $y^2=\sqrt{3}x$ là

A. $F\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{4};0\right)$. **B.** $F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **C.** $F\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **D.** $F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Lời giải

Ta có $p=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 7. Tìm phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6.

A. $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Giả sử phương trình elip có dạng $(E)\colon \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$.

Độ dài trục lớn bằng $10 \Rightarrow 2a=10 \Rightarrow a=5$.

Độ dài tiêu cự bằng $6 \Rightarrow 2c=6 \Rightarrow c=3$.

Ta có $b^2=a^2-c^2=16$.

Vậy phương trình elip có dạng $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 8. Cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=1$. Một vectơ pháp tuyến của d là

A. $\vec{n_1}=(3;5)$. **B.** $\vec{n_2}=(3;-5)$. **C.** $\vec{n_3}=(-5;3)$. **D.** $\vec{n_4}=(5;3)$.

Lời giải

đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=1 \Leftrightarrow 5x+3y-15=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n_4}=(5;3)$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 9. Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $\Delta_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ được xác định theo công thức:

A. $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{a_1a_2+b_1b_2}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$.

B. $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$.

C. $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}+\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$.

D. $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\sqrt{\dfrac{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2}{a_1^2+b_1^2}}$.

Lời giải

Ta có: $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

Chọn đáp án B ..... □

Câu 10. Cho $(d):\begin{cases}x=2+3t\\y=5-4t\end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc (d)

A. $A(5;3)$. **B.** $B(2;5)$. **C.** $C(-1;9)$. **D.** $D(8;-3)$.

Lời giải

Thay $B(2;5)\Rightarrow\begin{cases}2=2+3t\\5=5-4t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t=0\end{cases}\Rightarrow t=0.$

Chọn đáp án B ..... □

Câu 11. Một sao chổi đi qua hệ Mặt Trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Trái Đất là 3.10^8 km và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6. Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với 1 đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ ứng với trên thực tế.

A. $\dfrac{x^2}{40,2}-\dfrac{y^2}{56,8}=1.$

B. $\dfrac{x^2}{60,84}-\dfrac{y^2}{45,8}=1.$

C. $\dfrac{x^2}{60,84}-\dfrac{y^2}{55,8}=1.$

D. $\dfrac{x^2}{20,84}-\dfrac{y^2}{43,8}=1.$

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho tâm Trái Đất trùng với tiêu điểm F_1 của hypebol.

Gọi phương trình chính tắc của hypebol là $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$.

Theo đề bài, ta có:

- Khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Mặt Trời là 3.10^8 km $\Rightarrow c-a=3$.
- Tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6.
  $\Rightarrow \dfrac{c}{a}=3,6\Rightarrow\dfrac{a+3}{3}=3,6\Rightarrow a=7,8\Rightarrow a^2=60,84.$

Vậy phương trình chính tắc của hypebol đã cho là $\dfrac{x^2}{60,84}-\dfrac{y^2}{55,8}=1.$

Chọn đáp án C .....□

Câu 12. Là một trong bảy kì quan thế giới, ngọn hải đăng Alexandria sừng sững nghìn năm chiếu ánh sáng dẫn đường cho nhiều con tàu cập bến Ai Cập an toàn. Ngọn hải đăng này ở tọa độ $(3;4)$, một trong các điểm được nó chiếu sáng xa nhất có tọa độ $(23;4)$. Hãy viết phương trình đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà ánh sáng từ ngọn hải đăng chiếu tới.

A. $(x+3)^2+(y+4)^2=400$. **B.** $(x-23)^2+(y-4)^2=400$.

C. $(x+23)^2+(y-4)^2=400$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2=400$.

Lời giải

Đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà ánh sáng từ ngọn hải đăng chiếu tới có tâm tọa độ $(3;4)$ đi qua điểm $(23;4)$ có bán kính $R=\sqrt{(23-3)^2+(4-4)^2}=20$.

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(x-3)^2+(y-4)^2=400$.

Chọn đáp án D .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với véc-tơ vận tốc là $\vec{v}(1;2)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1;2)$.

b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng $2x-3y-1=0$.

c) Toạ độ của vật thể M tại thời điểm $t(t>0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases}x=5+t\\y=3+2t.\end{cases}$

d) Khi $t=5$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $5\sqrt{5}$

Lời giải

a) Đ Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}(1;2)$, do đó đường thẳng này có Véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;-1)$.

b) Đ Mặt khác, đường thẳng này đi qua điểm $A(5;3)$ nên có phương trình là: $2(x-5)-(y-3)=0\Leftrightarrow 2x-y-7=0$.

c) S Vật thể khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với véc-tơ vận tốc là $\vec{v}(1;2)$ nên vị trí của vật thể tại thời điểm $t(t>0)$ có toạ độ là $\begin{cases}x=5+t\\y=3+2t.\end{cases}$

d) Đ Gọi B là vị trí của vật thể tại thời điểm $t=5$. Do đó, toạ độ của điểm B là

$$\begin{cases} x_B = 5+5 = 10 \\ y_B = 3+2\cdot 5 = 13. \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật thể đi được là $AB = \sqrt{25+100} = 5\sqrt{5}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P)\colon y^2 = 8x$. Khi đó, các khẳng định sau là đúng hay sai?

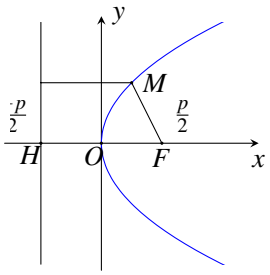
a) Tiêu điểm $F(2;0)$.

b) Có hai điểm M trên (P), cách F một khoảng là 3.

c) Điểm M trên (P) sao cho $S_{\triangle OMF} = 8$, có hoành độ bằng 6.

d) Tồn tại điểm A nằm trên parabol và điểm B nằm trên đường thẳng $(\Delta)\colon 4x-3y+5=0$ sao cho đoạn thẳng AB ngắn nhất, khi đó AB ngắn nhất bằng $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải



a) Đ Đúng. Từ phương trình của (P) suy ra $p=4$ nên tiêu điểm $F(2;0)$.

b) Đ Đúng. Giả sử $M(x_M;y_M)\in(P)$ suy ra $y_M^2 = 8x_M$. Ta có $3 = FM = x_M + \dfrac{p}{2}$ suy ra $x_M = 1$, thay vào $y_M^2 = 8x_M \Rightarrow y_M = \pm 2\sqrt{2}$.
Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1(1;2\sqrt{2})$, $M_2(1;-2\sqrt{2})$.

c) S Sai. Ta có $M\in(P)$ nên $M\left(\dfrac{a^2}{8};a\right)$ với $a\geq 0$. Suy ra $\mathrm{d}(M;OF) = y_M = a$.

$$S_{\triangle OFM} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OF\cdot \mathrm{d}(M;OF) = 8 \Leftrightarrow a = 8.$$

Vậy điểm cần tìm là $M(8;8)$.

d) S Sai. Với mọi điểm $A\in(P)$, $B\in(\Delta)$, ta luôn có $AB\geq \mathrm{d}(A;\Delta)$.
$A\in(P)\Rightarrow A\left(\dfrac{a^2}{8};a\right)$ với $a\geq 0$. Khi đó,

$$\mathrm{d}(A;\Delta) = \frac{\left|4\cdot\frac{a^2}{8} - 3\cdot a + 5\right|}{5} = \frac{(a-3)^2+1}{10} \geq \frac{1}{10}.$$

Suy ra $\mathrm{d}(A;\Delta)$ ngắn nhất khi $a=3$; $A\left(\frac{9}{8};3\right)$ và B là hình chiếu của A lên (Δ).

Đường thẳng đi qua A vuông góc với (Δ) nhận $\vec{u}(3;4)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$3\left(x-\frac{9}{8}\right)+4(y-3)=0\Leftrightarrow 24x+32y-123=0.$$

Do đó tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases}4x-3y+5=0\\24x+32y-123=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{209}{200}\\y=\frac{153}{50}.\end{cases}$

Vậy có $A\left(\frac{9}{8};3\right)$, $B\left(\frac{209}{200};\frac{153}{50}\right)$ để AB ngắn nhất và AB ngắn nhất bằng $\frac{1}{10}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon mx-y+2m-1=0$ (với m là tham số) và đường tròn $(C)\colon (x-3)^2+(y+1)^2=20$. Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để d tiếp xúc với (C)? Đáp án: | 1 | | | |

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=2\sqrt{5}$.

Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ khi

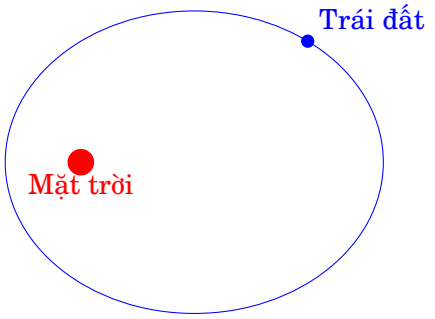
$$\mathrm{d}(I;d)=R\Leftrightarrow\frac{|3m+1+2m-1|}{\sqrt{m^2+1}}=2\sqrt{5}\Leftrightarrow|5m|=\sqrt{20(m^2+1)}\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm 2.$$

Vì $m>0$ nên $m=2$.

Đáp án: 1 ..... □

Câu 2.

Một elip $(E)\colon \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $(a>b>0)$ với bán trục lớn a, bán tiêu cự c, thì tỉ số $e=\frac{c}{a}$ được gọi là tâm sai của elip. Quỹ đạo của trái đất quay quanh mặt trời là một elip (E), trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Biết khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là 147 triệu km và 152 triệu km. Tâm sai của elip (E) là $\frac{m}{n}$ (với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $T=m+n$.



Đáp án: | 3 | 0 | 4 | |

Lời giải

Elip có phương trình $(E)\colon \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $(a>b>0)$, $c=\sqrt{a^2-b^2}$.

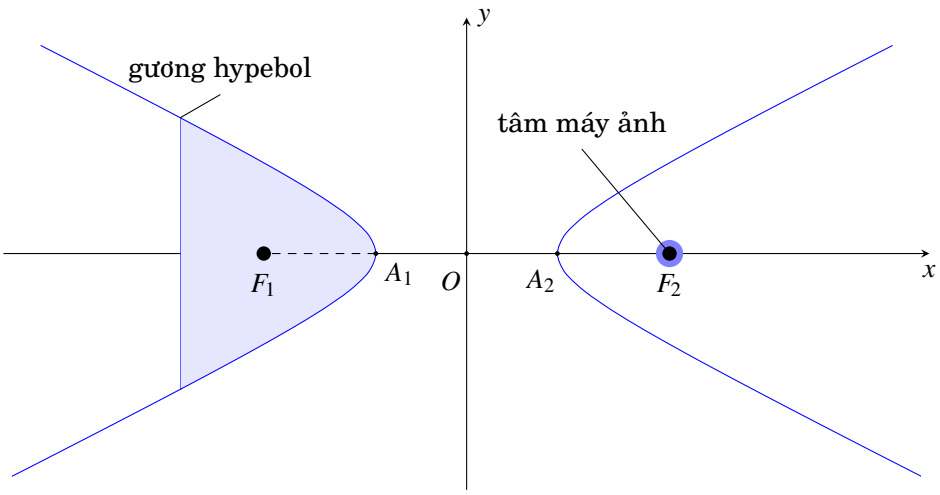
Khoảng cách từ một điểm M bất kỳ thuộc elip có hoành độ x_M là $d_M=a\pm\dfrac{c\cdot x_M}{a}$, cho nên khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ một tiêu điểm đến M lần lượt là $a+c$ và $a-c$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}a+c=152\\a-c=147\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{299}{2}\\c=\dfrac{5}{2}.\end{cases}$

Vậy tâm sai của elip (E) là $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{299}\Rightarrow\begin{cases}m=5\\n=299\end{cases}$ và $T=m+n=304$.

Đáp án: 304 .....□

Câu 3. Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ tâm quang của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình mặt cắt của gương là $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$.



Đáp án: 1 | 1 | , | 2

Lời giải

Gọi $(H)\colon \dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1\Rightarrow\begin{cases}a^2=25\\b^2=16\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\b=4\end{cases}\Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{39}$.

Tiêu điểm của gương là $F_1(-\sqrt{39};0)$ và $F_2(\sqrt{39};0)$.

Đỉnh của gương là $A_1(-5;0)$.

Vậy khoảng cách từ tâm của máy ảnh tới đỉnh của gương là

$F_2A_1=OA_1+OF_2=5+\sqrt{39}\approx 11{,}2$.

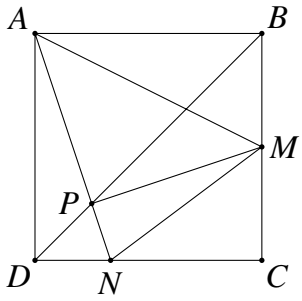
Đáp án: 11,2 .....□

Câu 4. Trên mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ và đường

thẳng AN có phương trình $2x-y-3=0$. Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD. Giá trị $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: | – | 1 | | |

Lời giải



Giả sử $ABCD$ là hình vuông cạnh a.
Ta có

- $AN=\sqrt{AD^2+DN^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}a$;
- $AM=\sqrt{AB^2+BM^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$;
- $MN=\sqrt{MC^2+CN^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{2a}{3}\right)^2}=\frac{5}{6}a$.

Xét $\triangle AMN$ có

$$\cos\widehat{MAN}=\frac{AM^2+AN^2-MN^2}{2\cdot AM\cdot AN}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\widehat{MAN}=45^\circ.$$

Xét tứ giác $ABMP$ có $\widehat{PBM}=\widehat{MAP}=45^\circ$ nên $ABMP$ là tứ giác nội tiếp.
Suy ra $\widehat{ABM}+\widehat{APM}=180^\circ$, mà $\widehat{ABM}=90^\circ$ nên $\widehat{APM}=90^\circ$.
Ta chứng minh được $MP\perp AN$ nên P là hình chiếu của M trên AN.
Đường thẳng MP qua M và vuông góc với AN có dạng $x-2y+c=0$.
Khi đó $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)\in MP$ nên

$$\frac{11}{2}-2\cdot\frac{1}{2}+c=0\Leftrightarrow c=-\frac{9}{2}.$$

Vậy $MP\colon x-2y-\frac{9}{2}=0$.
Do $P=MP\cap AN$ nên tọa độ P là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x-2y=\frac{9}{2}\\2x-y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=-2\end{cases}\Rightarrow P\left(\frac{1}{2};-2\right).$$

Vậy $a=\frac{1}{2}$ và $b=-2$ nên $2a+b=-1$.
Đáp án: -1 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho tam giác AF_1F_2, trong đó $A(0;4), F_1(-3;0), F_2(3;0)$.

a) Lập phương trình tổng quát của các đường thẳng AF_1 và AF_2.

b) Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp của tam giác AF_1F_2.

c) Lập phương trình chính tắc của elip (E) có hai tiêu điểm là F_1, F_2 sao cho (E) đi qua A.

Lời giải

a) *Lập phương trình tổng quát của các đường thẳng* AF_1.
Ta có: Một vectơ chỉ phương của AF_1 là $\vec{u} = \overrightarrow{AF_1} = (-3;-4)$.
Suy ra một vectơ pháp tuyến của AF_1 là $\vec{n} = (4;-3)$.
Phương trình tổng quát đường thẳng AF_1 qua điểm $A(0;4)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;-3)$:

$$d : 4(x-0) - 3(y-4) = 0$$

$$d : 4x - 3y + 12 = 0$$

Lập phương trình tổng quát của các đường thẳng AF_2.
Ta có: Một vectơ chỉ phương của AF_2 là $\vec{u} = \overrightarrow{AF_2} = (3;-4)$.
Suy ra một vectơ pháp tuyến của AF_2 là $\vec{n} = (4;3)$.
Phương trình tổng quát đường thẳng AF_2 qua điểm $A(0;4)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;3)$:

$$d : 4(x-0) + 3(y-4) = 0$$

$$d : 4x + 3y - 12 = 0$$

b) Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp của tam giác AF_1F_2.
Phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác AF_1F_2 có dạng

$$(C) : x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.
Ta có

$$\begin{cases} A(0;4) \in (C) \\ F_1(-3;0) \in (C) \\ F_2(3;0) \in (C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4^2 - 8b + c = 0 \\ (-3)^2 + 6a + c = 0 \\ 3^2 - 6a + c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8b+c=-16 \\ 6a+c=-9 \\ -6a+c=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=\dfrac{7}{8} \\ c=-9 \end{cases}$$

Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(0;\frac{7}{8})$ và bán kính $R=\sqrt{0^2+\left(\frac{7}{8}\right)^2+9}=\frac{25}{8}$:

$$(C): x^2+(y-\frac{7}{8})^2=\frac{625}{64}$$

c) Lập phương trình chính tắc của elip (E) có hai tiêu điểm là F_1, F_2 sao cho (E) đi qua A.

Phương trình chính tắc của elip (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ thỏa điều kiện $a>b>0$.

Vì (E) đi qua $A(0;4)$ nên $\dfrac{0^2}{a^2}+\dfrac{4^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{4^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow b^2=4^2 \Leftrightarrow b=4$. (do $b>0$)

Suy ra $a=\sqrt{c^2+b^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Vậy phương trình chính tắc của elip (E) có dạng $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Câu 2. Một sao chổi đi qua hệ Mặt Trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Trái Đất là 3.10^8 km và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6. Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với 1 đơn vị đo trên mặt phẳng toạ độ ứng với trên thực tế.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho tâm Trái Đất trùng với tiêu điểm F_1 của hypebol.

Gọi phương trình chính tắc của hypebol là $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$.

Theo đề bài, ta có:

- Khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Mặt Trời là 3.10^8 km $\Rightarrow c-a=3$.
- Tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6.
  $\Rightarrow \dfrac{c}{a}=3{,}6 \Rightarrow \dfrac{a+3}{3}=3{,}6 \Rightarrow a=7{,}8 \Rightarrow a^2=60{,}84$.

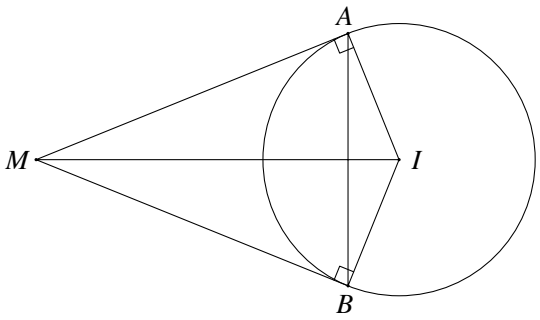
Vậy phương trình chính tắc của hypebol đã cho là $\dfrac{x^2}{60{,}84}-\dfrac{y^2}{55{,}8}=1$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x+1)^2+(y-2)^2=5$ và đường thẳng Δ: $x-y+1=0$. Gọi $M(a;b)$ với $a>0$ là điểm trên Δ sao cho từ M có thể kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) có tiếp điểm là A và B thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$. Khi đó tổng $20a^3+9b^2$ bằng

Đáp án: | 6 | 8 | 4 | |

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.



Giả sử $M(a;a+1)\in\Delta\colon x-y+1=0$.

Xét $\triangle IAM$ vuông tại A, có $\widehat{AMI}=\dfrac{1}{2}\widehat{AMB}=30^\circ$.

Suy ra $IM=\dfrac{IA}{\sin\widehat{AIM}}=\dfrac{R}{\sin 30^\circ}=2\sqrt{5}$.

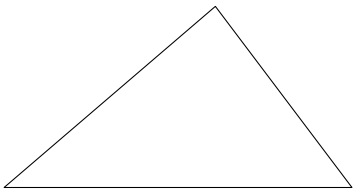
Vậy ta có phương trình

$$(a+1)^2+(a-1)^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2\Leftrightarrow\begin{bmatrix}a=3\\a=-3\quad(\text{loại vì } a>0).\end{bmatrix}$$

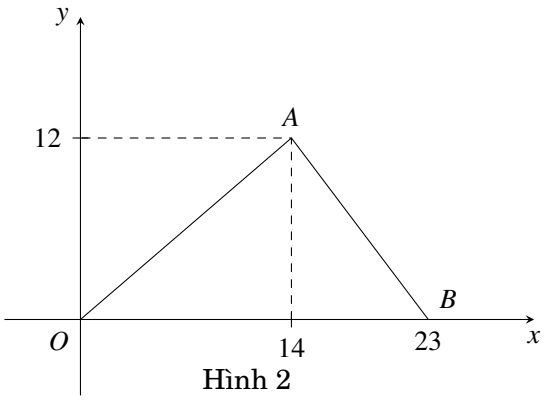
Với $a=3$ thì $M(3;4)$. Suy ra $a=3$, $b=4$ nên $20a^3+9b^2=684$.

Đáp án: 684 ..... □

Câu 4. Mảnh đất hình tam giác được coi là xấu trong phong thủy. Nhưng hiện nay do sự gia tăng dân số và đô thị hóa, các mảnh đất hình tam giác ngày càng nhiều và cần phải xây nhà trên các mảnh đất đó. Để hóa giải điểm xấu khi xây nhà trên các mảnh đất hình tam giác, các nhà phong thủy đã gợi ý một cách đơn giản là đặt một chiếc đèn sáng tại tâm của ngôi nhà để có thể chiếu sáng đến tất cả các góc của ngôi nhà. Nhà bạn Hoa đang muốn xây nhà trên mảnh đất hình tam giác của mình với các kích thước là 15 m; 18,4 m; 23 m (như hình 1) và bạn Hoa đã gắn hình dạng mảnh đất đó lên hệ trục tọa độ Oxy như hình 2. Giả sử bạn Hoa sẽ đặt chiếc đèn phong thủy ở vị trí có tọa độ (a,b). Tính $T=2a-16b$.



Hình 1



Hình 2

Lời giải

Tâm của tam giác là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác, tức là giao ba đường trung trực.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh OA, OB. Suy ra $M(7;6)$; $N\left(\dfrac{23}{2};0\right)$.

Đường trung trực cạnh OA nhận $\overrightarrow{OA}=(14;12)$ hay $\vec{n}=(7;6)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua điểm $M(7;6)$ nên nó có phương trình là $7(x-7)+6(y-6)=0\Leftrightarrow 7x+6y-85=0$.

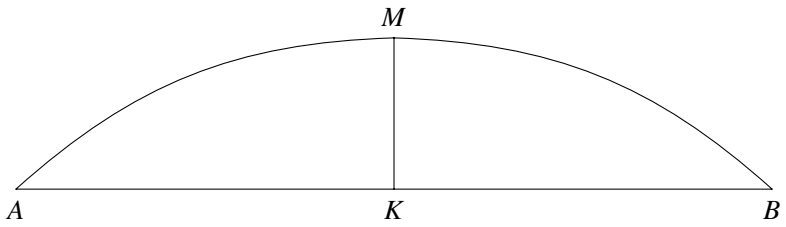
Đường trung trực cạnh OB có phương trình là $x=\dfrac{23}{2}$.

Tâm của tam giác OAB có tọa độ là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases}7x+6y-85=0\\x=\dfrac{23}{2}\end{cases}\Leftrightarrow$

$\begin{cases}x=\dfrac{23}{2}\\y=\dfrac{3}{4}.\end{cases}$

Vậy $\begin{cases}a=\dfrac{23}{2}\\b=\dfrac{3}{4}\end{cases}\Rightarrow T=2a-16b=2\cdot\dfrac{23}{2}-16\cdot\dfrac{3}{4}=11.$

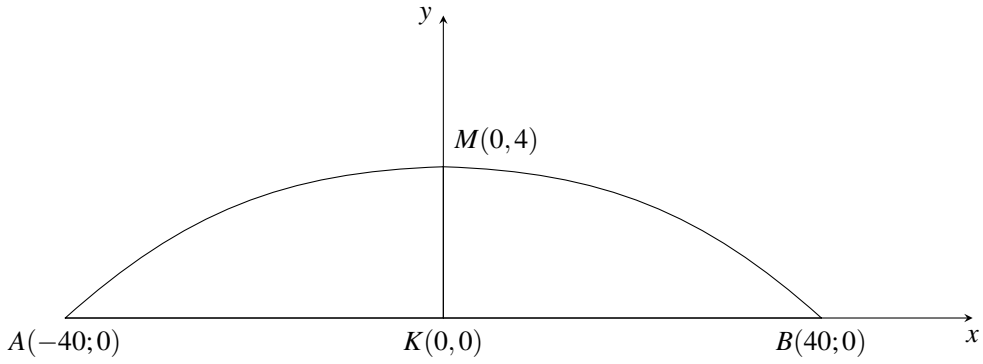
Câu 5. Một chiếc cầu được thiết kế dưới dạng 1 cung tròn (Hình vẽ)



Biết độ dài $AB=80\,\text{m}$, chiều cao $MK=4\,\text{m}$. Tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB (MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB).

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Kxy như hình vẽ $\Rightarrow A(-40;0)$, $B(40;0)$, $M(0;4)$.



Đường tròn chứa cung AMB có phương trình dạng: $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ đi qua A, M, B.

Nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}1600-80a+c=0\\1600+80a+c=0\\16+8b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\c=-1600\\b=198\end{cases}$$

Bán kính đường tròn chứa cung $AMB\Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2-c}=\sqrt{0^2+198^2+1600}=202\,\text{m}$.

Vậy $R=202\,\text{m}$..

—Hết—

Phần III

Đại số tổ hợp

21. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 3. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 75.

Lời giải

Có 5 cách chọn 1 món ăn trong 5 món ăn, 4 cách chọn 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 3 cách chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống.

Theo quy tắc nhân có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách chọn thực đơn.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 2. Từ các chữ số $1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 120. **C.** 3125. **D.** 24.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau là $\overline{abc}, a \neq 0$.

- Chọn một chữ số cho vị trí của a có 5 cách chọn.
- Chọn một chữ số cho vị trí của b có 4 cách chọn.
- Chọn một chữ số cho vị trí của c có 3 cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (số).

Chọn đáp án A ..... □

Câu 3. Lớp 12A có 18 học sinh nữ và 17 học sinh nam. Giáo viên chọn 1 học sinh trong lớp làm tình nguyện viên tham gia phong trào thanh niên của nhà trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 306. **B.** 1. **C.** 35. **D.** 17.

Lời giải

Tổng số học sinh của lớp là $18 + 17 = 35$.

Số cách chọn 1 học sinh trong lớp là 35 cách.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp 6 bạn thành một hàng dọc?

A. 6^6. **B.** $5!$. **C.** 6. **D.** $6!$.

Lời giải

Sắp xếp 6 bạn thành một hàng dọc là hoán vị của 6 phần tử. Nên số cách xếp 6 bạn thành một hàng dọc là $6!$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 5. Số tập con có ba phần tử của một tập hợp gồm 10 phần tử là

A. 120. **B.** 30. **C.** 120. **D.** 6.

Lời giải

Số tập com có ba phần tử của một tập hợp gồm 10 phần tử là $C_{10}^3 = 120$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 6. Số cách chọn ra 3 học sinh trong 10 học sinh bất kì là

A. 120. **B.** 6. **C.** 30. **D.** 720.

Lời giải

Số cách chọn ra 3 học sinh trong 10 học sinh bất kì là $C_{10}^3 = 120$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 5, 7.

A. 15. **B.** 120. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải

Số các số cần lập là $A_5^4 = 120$.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 8. Khai triển nhị thức $(3x-2y^2)^4$ ta được

A. $81x^4 - 216x^3y^2 + 216x^2y^4 - 96xy^6 + 16y^8$.

B. $81x^4 + 216x^3y^2 + 216x^2y^4 + 96xy^6 + 16y^8$.

C. $81x^4 - 216x^3y^2 + 296x^2y^4 - 96xy^6 + 16y^8$.

D. $81x^4 - 216x^3y^2 + 216x^2y^4 - 96xy^6 + 36y^8$.

Lời giải

$$\begin{aligned}(3x-2y^2)^4 &= (3x)^4 - 4(3x)^3(2y^2) + 6(3x)^2(2y^2)^2 - 4(3x)(2y^2)^3 + (2y^2)^4 \\ &= 81x^4 - 216x^3y^2 + 216x^2y^4 - 96xy^6 + 16y^8.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 9. Số số hạng trong khai triển $(x+2)^5$ là

A. 5. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Số số hạng trong khai triển là $n+1 = 5+1 = 6$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 10. Sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn A và bạn E luôn ngồi ở hai đầu ghế là

A. 120. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Xếp A và E ngồi hai đầu ghế có $2!$ cách xếp. Mỗi cách xếp 3 bạn B, C, D vào 3 ghế còn lại là một hoán vị của 3 phần tử nên có có $3!$ cách.
Vậy có $2! \cdot 3! = 12$ cách.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 11. Tổng $S = \mathrm{C}_5^0 + 2\mathrm{C}_5^1 + 2^2\mathrm{C}_5^2 + \cdots + 2^5\mathrm{C}_5^5$ bằng

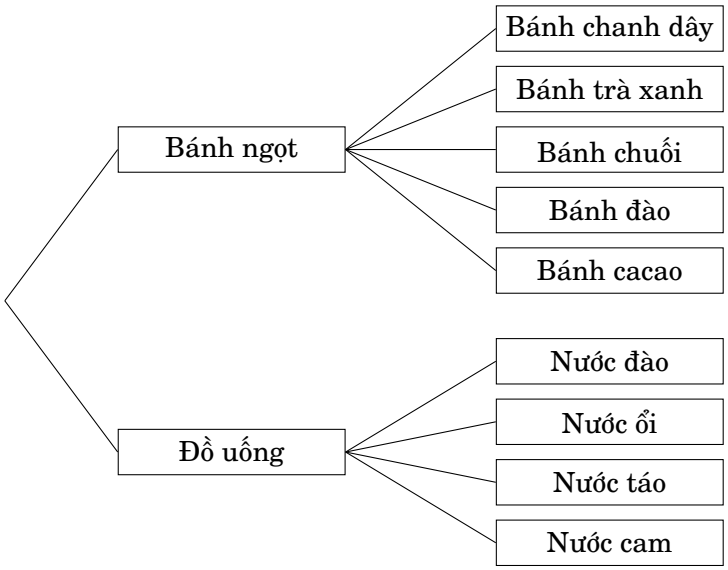
A. 324. **B.** 435. **C.** 243. **D.** 342.

Lời giải

Xét khai triển $(1+x)^5 = \mathrm{C}_5^0 + x\mathrm{C}_5^1 + x^2\mathrm{C}_5^2 + \cdots + x^5\mathrm{C}_5^5$.
Thay $x = 2$ ta được: $S = \mathrm{C}_5^0 + 2\mathrm{C}_5^1 + 2^2\mathrm{C}_5^2 + \cdots + 2^5\mathrm{C}_5^5 = (1+2)^5 = 3^5 = 243$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 12. Cửa hàng tiện lợi có bán combo bánh ngọt và đồ uống. Các loại bánh ngọt và đồ uống được mô tả bằng sơ đồ hình cây sau:



Hãy cho biết có bao nhiêu cách để khách hàng có thể lựa chọn được combo gồm một bánh ngọt và một loại đồ uống?

A. 20. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Từ sơ đồ hình cây trên ta có:

- Chọn bánh ngọt có 5 cách chọn.

- Chọn đồ uống có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 combo đồ uống và bánh ngọt là $5 \cdot 4 = 20$ cách.

Chọn đáp án A ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một cửa hàng có 7 bông hoa Ly, 15 bông hoa Hồng và 6 bông hoa Lan. Bạn Nam muốn mua 1 số bông hoa từ cửa hàng đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 28 cách chọn mua 1 bông hoa từ cửa hàng.

b) Có 630 cách chọn mua một bó gồm 3 bông khác loại từ cửa hàng.

c) Có 2766 cách chọn mua 2 bông khác loại từ cửa hàng.

d) Có 13 cách chọn mua 1 bông Hồng từ cửa hàng.

Lời giải

a) Đ Ta có các trường hợp sau

- **Trường hợp 1.**Chọn mua 1 bông Ly có 7 cách chọn.
- **Trường hợp 2.**Chọn mua 1 bông Hồng có 15 cách chọn.
- **Trường hợp 3.**Chọn mua 1 bông Lan có 7 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $7+15+6=28$cách chọn.

b) Đ Chọn mua 1 bó gồm 3 bông hoa khác loại ta thực hiện liên tiếp 3 công đoạn.

- **Công đoạn 1.**Chọn mua 1 bông Ly có 7 cách chọn.
- **Công đoạn 2.**Chọn mua 1 bông Hồng có 15 cách chọn.
- **Công đoạn 3.**Chọn mua 1 bông Lan có 7 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $7 \cdot 15 \cdot 6 = 630$ cách chọn.

c) S Chọn mua 2 bông hoa khác loại, ta có 3 trường hợp.

- **Trường hợp 1.** Chọn mua 1 bông Ly và 1 bông Hồng có $7 \cdot 15 = 105$ cách chọn.
- **Trường hợp 2.**Chọn mua 1 bông Ly và 1 bông Lan có $7 \cdot 6 = 42$ cách chọn.
- **Trường hợp 3.** Chọn mua 1 bông Lan và 1 bông Hồng: có $6 \cdot 15 = 90$ cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $105+42+90=237$ cách chọn.

d) (S) Số cách chọn 1 bông Hồng từ cửa hàng là 15 cách.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc.

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là 40 320 (cách).

b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là 1 440 (cách).

c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là 4 320 (cách).

d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là 2 400 (cách).

Lời giải

a) (Đ) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc $P_8 = 8! = 40\,320$ (cách).

b) (Đ) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhóm 5 học sinh nam. Số cách xếp trong X: $3!$; số cách xếp trong Y: $5!$. Số cách hoán đổi X, Y: $2!$. Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1\,440$ (cách).

c) (Đ) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong X: $3!$. Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam (ta xem có 6 đơn vị): $6!$. Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4\,320$ (cách).

d) (S) Sắp xếp trước cho 5 nam sinh: $5!$ (cách).
Chọn 3 vị trí từ 6 khoảng trống để xếp nữ sinh: C_6^3 (cách).
Sắp xếp 3 nữ sinh vào 3 vị trí vừa được chọn: $3!$ (cách).
Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $5! \cdot C_6^3 \cdot 3! = 14\,400$.
Lưu ý: Việc chọn 3 vị trí từ 6 vị trí để sắp xếp 3 nữ sinh vào có thể được thực hiện gộp bởi công thức A_6^3. Khi đó số cách xếp thỏa mãn là $5!A_6^3$.
Kết quả khác 2 400 nên khẳng định này sai.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$.

Đáp án: | 6 | 4 | | |

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} x(2x+1)^4 + (x+2)^5 &= x\left(16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1\right) + \left(x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32\right) \\ &= 16x^5 + 32x^4 + 24x^3 + 8x^2 + x + x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32 \\ &= 17x^5 + 42x^4 + 64x^3 + 88x^2 + 81x + 32. \end{aligned}$$

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển của đa thức $x(2x+1)^4 + (x+2)^5$ là $64x^3$.

Đáp án: 64 ..... □

Câu 2. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Đáp án: | 1 | 8 | 0 | |

Lời giải

Số cách chọn ra chữ số hàng trăm là 6 cách. Với chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị, mỗi cách chọn ra 2 số chính là một chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử.

Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau lập được là $6 \cdot A_6^2 = 180$ (cách).

Đáp án: 180 .....□

Câu 3. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2.

Đáp án: | 5 | 9 | 5 | 0 |

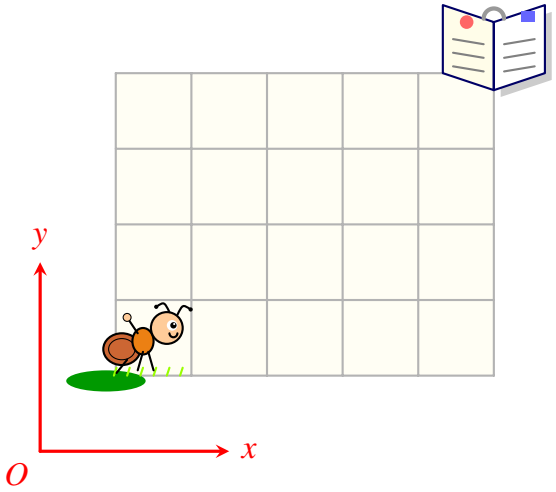
Lời giải

- **Trường hợp 1:** 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc d_2.
  Số tam giác lập được là $\mathrm{C}_{17}^1 \cdot \mathrm{C}_{20}^2 = 3\,230$.
- **Trường hợp 2:** 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc d_2.
  Số tam giác lập được là $\mathrm{C}_{17}^2 \cdot \mathrm{C}_{20}^1 = 2\,720$.

Vậy có $3\,230 + 2\,720 = 5\,950$ tam giác thoả mãn đề bài.

Đáp án: 5950 .....□

Câu 4. Một chú kiến đứng tại góc dưới cùng của lưới 4×5 ô vuông như hình sau đây. Mỗi bước di chuyển chú kiến là một ô, và chú kiến chỉ có thể đi sang phải hoặc đi lên trên theo đường kẻ. Hỏi chú kiến có bao nhiêu cách đến vị trí cuốn sách?



Đáp án: | 1 | 2 | 6 | |

Lời giải

Để đi đến vị trí cuốn sách, chú kiến cần bước 9 bước gồm 4 bước đi lên và 5 bước đi sang phải.

Số cách chọn 4 bước đi lên và 5 bước đi sang phải chính là số cách chọn 4 bước đi lên trong dãy 9 bước cần di chuyển.

Do đó, số cách chú kiến có thể chọn để đi đến vị trí cuốn sách là $C_9^4 = 126$ (cách).

Đáp án: 126 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 5?

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcd}$.

Trường hợp 1: $d=0$, có 1 cách chọn d.

Chọn a khác 0, có 5 cách.

Mỗi chữ số b,c lần lượt có $4,3$ cách chọn.

Vậy số các số tự nhiên trong trường hợp này là $1\cdot5\cdot4\cdot3=60$ (số).

Trường hợp 2: $d=5$, có 1 cách chọn d.

Chọn a khác d và khác 0, có 4 cách.

Mỗi chữ số b,c lần lượt có $4,3$ cách chọn.

Vậy số các số tự nhiên trong trường hợp này là $1\cdot4\cdot4\cdot3=48$ (số).

Số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài: $60+48=108$ (số).

Câu 2. Một công ty có 9 nam và 13 nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Công ty muốn chọn 1 đội chơi tham dự teambuilding gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người trong số 22 người đó nhưng không có cặp vợ chồng nào?

Lời giải

Ta có các trường hợp sau

- **Trường hợp 1:** Chọn 5 người từ 18 người không có cặp vợ chồng nào, trường hợp này có C_{18}^5 cách.
- **Trường hợp 2:** chọn 1 người từ 2 cặp vợ chồng và 4 người từ 18 người: có $C_4^1\cdot C_{18}^4$ cách.
- **Trường hợp 3:** chọn 2 người từ 2 cặp vợ chồng sao cho không phải là một cặp và 3 người từ 18 người: có $\left(C_4^2-2\right)C_{18}^3$ cách.

Vậy có 24072 cách.

Câu 3. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

Lời giải

Vì mỗi bạn nam ngồi đối diện một bạn nữ nên có 4 bạn nam và 4 bạn nữ được chọn ngồi vào hai dãy ghế.

Chọn 1 bạn nam thứ nhất xếp vào chỗ bất kì trong 8 chỗ có $7\cdot8=56$ cách.

Chọn 1 bạn nam thứ hai xếp vào chỗ bất kì trong 7 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất có $6 \cdot 6 = 36$ cách.
Chọn 1 bạn nam thứ ba xếp vào chỗ bất kì trong 6 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai có $5 \cdot 4 = 20$ cách.
Chọn 1 bạn nam thứ tư xếp vào chỗ bất kì trong 5 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba có $4 \cdot 2 = 8$ cách.
Chọn 4 bạn nữ và xếp vào 4 ghế còn lại có A_8^4 cách.
Vậy có $56 \cdot 36 \cdot 20 \cdot 8 \cdot A_8^4 = 541\,900\,800$ cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ.

—Hết—

22. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 học sinh ngồi vào bàn dài có 8 chỗ ngồi?

A. C_8^4. **B.** A_8^4. **C.** $4!8!$. **D.** 12.

Lời giải

Mỗi cách xếp 4 học sinh ngồi vào bàn dài có 8 chỗ ngồi chính là một chỉnh hợp chập 4 của 8 phần tử.

Vậy có tất cả A_8^4 cách xếp.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Khai triển của nhị thức $(2x+y)^5$ là

A. $32x^5+16x^4y+8x^3y^2+4x^2y^3+2xy^4+y^5$.

B. $32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

C. $2x^5+10x^4y+20x^3y^2+20x^2y^3+10xy^4+y^5$.

D. $32x^5+10\,000x^4y+80\,000x^3y^2+400x^2y^3+10xy^4+y^5$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}(2x+y)^5 &= C_5^0(2x)^5+C_5^1(2x)^4y+C_5^2(2x)^3y^2+C_5^3(2x)^2y^3+C_5^4(2x)y^4+C_5^5y^5\\ &= 32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5.\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}(2a-b)^5 &= (2a)^5-5(2a)^4b+10(2a)^3b^2-10(2a)^2b^3+5(2a)b^4-b^5\\ &= 32a^5-80a^4b+80a^3b^2-40a^2b^3+10ab^4-b^5.\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

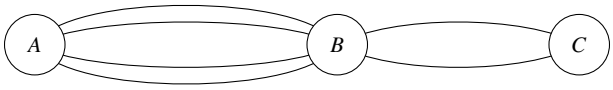
A. 605. **B.** 325. **C.** 280. **D.** 45.

Lời giải

Số học sinh khối 11 của trường là $280+325=605$.
Vậy nhà trường có 605 cách chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố.

Chọn đáp án A ☐

Câu 5. Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần?



A. 8. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Từ A đến B có 4 cách, từ B đến C có 2 cách.
Theo quy tắc nhân, có tất cả $4\cdot 2=8$ cách đi từ A đến C mà qua B chỉ một lần.

Chọn đáp án A ☐

Câu 6. Trong không gian cho năm điểm A, B, C, D, E trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ các điểm trên?

A. 20. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Cứ 2 điểm bất kỳ trong 5 điểm đã cho sẽ tạo thành 1 đoạn thẳng.
Số đoạn thẳng được tạo thành là số tổ hợp chập 2 của 5 phần tử $\mathrm{C}_5^2=10$ (đoạn thẳng).

Chọn đáp án D ☐

Câu 7. Trên giá sách có 6 quyển sách Toán khác nhau, 7 quyển sách Văn khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 2 quyển sách thuộc 2 môn khác nhau?

A. 146. **B.** 336. **C.** 420. **D.** 210.

Lời giải

Số cách lấy 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Văn là $6\cdot 7=42$ cách.
Số cách lấy 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Tiếng Anh là $6\cdot 8=48$ cách.
Số cách lấy 1 quyển sách Tiếng Anh và 1 quyển sách Văn là $8\cdot 7=56$ cách.
Vậy theo quy tắc cộng ta có : $42+48+56=146$ cách.

Chọn đáp án A ☐

Câu 8. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Lời giải

Để chọn thực đơn, ta có:
Có 5 cách chọn món ăn.
Có 5 cách chọn quả tráng miệng.
Có 3 cách chọn nước uống.
Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$ cách.
Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 9. Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

Vì hệ số của x^5 là 32 và dấu trong khai triển đan xen nên chọn khai triên $(2x-1)^5$.
Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 10. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Lời giải

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:
Có 280 cách chọn học sinh nam.
Có 325 cách chọn học sinh nữ.
Vậy theo qui tắc nhân ta có $280 \cdot 325 = 91000$ cách.
Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 11. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Lời giải

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:
Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
Có 4 cách chọn học sinh khối 11.
Có 3 cách chọn học sinh khối 10.
Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách.
Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 12. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó?

A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** A_{10}^8. **D.** 10^2.

Lời giải

Mỗi cách chọn ra 2 học sinh từ 10 học sinh để giữ hai chức vụ khác nhau (tổ trưởng và tổ phó) là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Vậy số cách chọn là A_{10}^2.

Chọn đáp án A .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Sắp xếp 5 bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lan vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi.

a) Có 120 cách sắp xếp tùy ý.

b) Có 16 cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa.

c) Có 12 cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế.

d) Có 48 cách sắp xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.

Lời giải

a) Đ Số cách sắp xếp 5 bạn vào ghế dài 5 chỗ ngồi là $P_5 = 5! = 120$ (cách).

b) S Xếp bạn Chi ngồi giữa có 1 cách.
Số cách xếp 4 bạn còn lại (An, Bình, Dũng, Lan) vào 4 chỗ còn lại là một hoán vị của 4 phần tử nên có $P_4 = 4! = 24$ (cách).
Vậy có 24 cách xếp.

c) Đ Xếp An và Dũng ngồi hai đầu ghế có 2! cách xếp.
Số cách xếp 3 bạn còn lại (Bình, Chi, Lan) vào 3 ghế ở giữa là một hoán vị của 3 phần tử nên có 3! cách.
Vậy có $2! \cdot 3! = 2 \cdot 6 = 12$ (cách).

d) Đ Coi An và Bình là một nhóm X. Xếp nhóm X và 3 bạn còn lại (tổng 4 phần tử) vào ghế dài thì có 4! cách.
Tương ứng với mỗi cách xếp ở trên thì sẽ có 2! cách hoán đổi vị trí của An và Bình trong nhóm X.
Theo quy tắc nhân ta có $4! \cdot 2! = 24 \cdot 2 = 48$ cách sắp xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | .....□

Câu 2. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh.

a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252.

b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A là $C_5^2 C_{15}^{13}$ cách.

c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A là $C_5^2C_{10}^{10}C_{15}^3$ cách.

d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51 861 950.

Lời giải

a) (S) Để số học sinh mỗi khối bằng nhau thì mỗi khối chọn 5 em.
Số cách chọn là: $C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5 = 756\,756$ (cách).
Vậy khẳng định này sai.

b) (S) Chọn 2 học sinh khối C: có C_5^2 cách.
Chọn 13 học sinh từ tập hợp khối A và B (tổng 25 học sinh): có C_{25}^{13} cách.
Số cách chọn phải là $C_5^2 \cdot C_{25}^{13}$.
Vậy khẳng định này sai.

c) (Đ) Số cách chọn thỏa mãn yêu cầu là tích các quy tắc chọn từng phần: $C_5^2 \cdot C_{10}^{10} \cdot C_{15}^3$.
Vậy khẳng định này đúng.

d) (Đ) Chọn 2 học sinh khối C: có C_5^2 cách.
Còn lại cần chọn 13 học sinh từ khối A và B (gọi là tập X, $|X| = 25$).
Tổng số cách chọn 13 em từ X là C_{25}^{13}.
Ta loại trừ các trường hợp số học sinh khối A nhỏ hơn 5 (tức là 3 hoặc 4, vì nếu chọn tối đa 10 em B thì tối thiểu phải chọn 3 em A).
- TH1: 3 HS khối A và 10 HS khối B $\Rightarrow$ có $C_{15}^3 \cdot C_{10}^{10}$ cách.
- TH2: 4 HS khối A và 9 HS khối B $\Rightarrow$ có $C_{15}^4 \cdot C_{10}^9$ cách.
Số cách thỏa mãn: $C_5^2\left(C_{25}^{13} - C_{15}^3 \cdot C_{10}^{10} - C_{15}^4 \cdot C_{10}^9\right) = 51\,861\,950$.
Vậy khẳng định này đúng.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một hộp chứa 5 quả cầu trắng và 6 quả cầu đỏ, các quả cầu có kích thước và khối lượng giống nhau. Có bao nhiêu cách lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu trong hộp sao cho trong 3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả cầu trắng?

Đáp án: | 1 | 4 | 5 | |

Lời giải

Xét các trường hợp sau

- Trường hợp 1: lấy được 1 quả cầu trắng và 2 quả cầu đỏ.
Số cách lấy 1 quả cầu trắng và 2 quả cầu đỏ là $C_5^1 \cdot C_6^2 = 75$.

- Trường hợp 2: lấy được 2 quả cầu trắng và 1 quả cầu đỏ.
  Số cách lấy 1 quả cầu trắng và 2 quả cầu đỏ là $C_5^2 \cdot C_6^1 = 60$.

- Trường hợp 3: lấy được 3 quả cầu trắng.
  Số cách lấy 3 quả cầu trắng là $C_5^3 = 10$.

Vậy số cách lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu trong hộp sao cho trong 3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả cầu trắng là

$$75 + 60 + 10 = 145.$$

Đáp án: 145 ..... □

Câu 2. Có 9 cuốn sách khác nhau gồm 3 cuốn sách Lý, 4 cuốn sách Sinh, 2 cuốn sách Địa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách hàng ngang nếu các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau? Đáp án: 1 | 7 | 2 | 8

Lời giải

Gọi L là nhóm 3 sách lý, S là nhóm 4 sách sinh, Đ là nhóm 2 sách địa.
Số cách xếp trong L là 3!; số cách xếp trong S là 4!; số cách xếp trong Đ là 2!; số cách xếp L, S, Đ với nhau là 3!.
Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài là $3! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 3! = 1\,728$ (cách).
Đáp án: 1728 ..... □

Câu 3. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^5$ (với $x \neq 0$).

Đáp án: 1 | 0 | | |

Lời giải

Xét khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^5$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là $T_{k+1} = C_5^k \left(\frac{1}{x}\right)^k \cdot (x^3)^{5-k} = C_5^k \cdot x^{15-4k}$.
Số hạng chứa x^3 tương ứng với giá trị k thỏa mãn $15 - 4k = 3 \Leftrightarrow k = 3$.
Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_5^3 = 10$.
Đáp án: 10 ..... □

Câu 4. Cho một đa giác đều 12 đỉnh $A_1A_2 \ldots A_{12}$ nội tiếp đường tròn (O). Từ 12 đỉnh của đa giác đều trên tạo thành bao nhiêu hình chữ nhật nội tiếp đường tròn (O). Đáp án: 1 | 5 | | |

Lời giải

Gọi đường chéo của đa giác đều $A_1A_2 \ldots A_{12}$ đi qua tâm đường tròn (O) là đường chéo lớn thì đa giác đã cho có $\frac{12}{2} = 6$ đường chéo lớn.
Mỗi hình chữ nhật là hình có các đỉnh là 4 đỉnh trong 12 đỉnh $A_1A_2 \ldots A_{12}$ và có các đường chéo là hai đường chéo lớn.
Do đó số hình chữ nhật được tạo thành là số cách chọn 2 đường chéo lớn trong 6

đường chéo lớn.
Suy ra số hình chữ nhật tạo thành là $C_6^2 = 15$.
Đáp án: 15 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Từ các chữ số 1, 2, 3 lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số sao cho có mặt đủ cả 3 chữ số trên?

Lời giải

Để lập được số có 5 chữ số mà có mặt đủ cả 3 chữ số trên thì các chữ số đó có mặt không quá 3 lần.
Trường hợp 1. Một chữ số có mặt 3 lần, 2 chữ số còn lại có mặt 1 lần thì có $C_5^3 \cdot 2! \cdot 3 = 10 \cdot 2 \cdot 3 = 60$ số.
Trường hợp 2. Hai chữ số có mặt 2 lần, chữ số còn lại có mặt 1 lần thì có $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot 3 = 10 \cdot 3 \cdot 3 = 90$ số.
Vậy có $60 + 90 = 150$ số.

Câu 2. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.

Lời giải

-Chọn 2 trong 15 nam làm tổ trưởng và tổ phó có A_{15}^2 cách.
-Chọn 3 tổ viên, trong đó có nữ.
+Chọn 1 nữ và 2 nam có $5 \cdot C_{13}^2$ cách.
+Chọn 2 nữ và 1 nam có $13 \cdot C_5^2$ cách.
+Chọn 3 nữ có C_5^3 cách.
Vậy có $A_{15}^2 \left(5 \cdot C_{13}^2 + 13 \cdot C_5^2 + C_5^3\right) = 111\,300$ cách.

Câu 3. Có bốn ngăn (trong một giá sách) được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4 và 8 quyển sách khác nhau. Bạn An xếp hết tám quyển sách nói trên vào bốn ngăn đó sao mỗi ngăn có ít nhất một quyển sách và các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng với gáy sách quay ra ngoài mỗi ngăn. Khi đã xếp xong tám quyển sách, hai cách xếp của bạn An được gọi là giống nhau nếu chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây:

- Với từng ngăn, số lượng quyển sách ở ngăn đó là như nhau trong cả hai cách xếp;
- Với từng ngăn, thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách được xếp là như nhau trong cả hai cách xếp.

Gọi T là số cách xếp đôi một khác nhau của bạn An. Giá trị của $\dfrac{T}{400}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đầu tiên ta xếp 8 quyển sách khác nhau thành một hàng có 8! cách.

Giữa 8 quyển sách có 7 khoảng trống ở giữa $\Rightarrow$ Ta chỉ cần ngăn 3 trong 7 khoảng trống ở giữa sẽ tạo ra 4 giá sách thỏa mãn hai điều kiện của đề bài.

Với số cách chọn 3 khoảng trống trong 7 khoảng trống ở giữa ta luôn có một cách ngăn thành 4 giá sách đều có các quyển sách thỏa mãn điều kiện đề bài $\Rightarrow C_7^3$ cách.

Theo quy tắc nhân số cách xếp đôi một khác nhau của An là: $T = 8!.C_7^3 = 1411200$ cách:

Vậy giá trị của $\frac{T}{400} = \frac{1411200}{400} = 3528$.

—Hết—

23. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Số các hoán vị của 7 phần tử là

A. 7. **B.** 6. **C.** 7!. **D.** 6!.

Lời giải

Số các hoán vị của 7 phần tử là 7!.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là

A. 20. **B.** 22. **C.** 18. **D.** 10.

Lời giải

Cứ hai đường tròn phân biệt sẽ có tối đa 2 giao điểm. Do đó số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là $C_5^2 = 10$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Với 4 quyển sách toán khác nhau và 3 quyển tập khác nhau, có bao nhiêu cách tặng một phần quà gồm một quyển sách toán và một quyển tập cho 1 em học sinh?

A. 4^3 cách. **B.** 16 cách. **C.** 7 cách. **D.** 12 cách.

Lời giải

- Chọn một quyển sách toán có 4 cách.
- Chọn một quyển tập có 3 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $4 \cdot 3 = 12$ cách tặng cho 1 em học sinh.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Thu gọn biểu thức $A = \left(2+\sqrt{3}\right)^5 - \left(2-\sqrt{3}\right)^5$ ta được $A = a + b\sqrt{3}$ với a, b là các số nguyên. Tính tổng $a+b$.

A. -209. **B.** 209. **C.** -418. **D.** 418.

Lời giải

Ta có

$$\left(2+\sqrt{3}\right)^5 = C_5^0 2^5 + C_5^1 2^4\sqrt{3} + C_5^2 2^3\left(\sqrt{3}\right)^2 + C_5^3 2^2\left(\sqrt{3}\right)^3 + C_5^4 2\left(\sqrt{3}\right)^4 + C_5^5\left(\sqrt{3}\right)^5.$$

$$\left(2-\sqrt{3}\right)^5 = C_5^0 2^5 - C_5^1 2^4\sqrt{3} + C_5^2 2^3\left(\sqrt{3}\right)^2 - C_5^3 2^2\left(\sqrt{3}\right)^3 + C_5^4 2\left(\sqrt{3}\right)^4 - C_5^5\left(\sqrt{3}\right)^5.$$

Do đó $A = 2\left[C_5^1 2^4\sqrt{3} + C_5^3 2^2\left(\sqrt{3}\right)^3 + C_5^5\left(\sqrt{3}\right)^5\right] = 418\sqrt{3}$.

Vậy $a+b = 418$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Lời giải

Tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^4$ chính là giá trị của biểu thức $(1-2x)^4$ tại $x=1$.

Vậy $S=(1-2\cdot 1)^4=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. A_{30}^3. **B.** 3^{30}. **C.** 10. **D.** C_{30}^3.

Lời giải

Số cách chọn 3 người trong 30 người đi công tác là C_{30}^3.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Trong một lớp học có 20 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?

A. A_{20}^{18}. **B.** A_{20}^2. **C.** 20^2. **D.** C_{20}^2.

Lời giải

Mỗi cách chọn một bạn làm lớp trưởng và một bạn làm lớp phó là chỉnh hợp chập 2 của 30 phần tử nên số cách chọn là A_{30}^2.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5\}$. Số tập hợp gồm hai phần tử của tập hợp A là

A. P_2. **B.** 64. **C.** C_6^2. **D.** A_6^2.

Lời giải

Số tập hợp gồm hai phần tử của tập hợp A là C_6^2.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 3. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 75.

Lời giải

Có 5 cách chọn 1 món ăn trong 5 món ăn, 4 cách chọn 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 3 cách chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống.

Theo quy tắc nhân có $5\cdot 4\cdot 3=60$ cách chọn thực đơn.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm hai chữ số khác nhau?

A. 41. **B.** 45. **C.** A_5^2. **D.** C_5^2.

Lời giải

- Nếu chữ số hàng đơn vị bằng 0 thì chữ số hàng đơn vị có 1 cách chọn và chữ số hàng chục có 9 cách chọn.
  Vậy có 9 số thỏa mãn yêu cầu đề bài.
- Nếu chữ số hàng đơn vị khác 0 thì chữ số hàng đơn vị có 4 cách chọn và chữ số hàng chục có 8 cách chọn. Vậy có $8 \times 4 = 32$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Do đó có tất cả 41 số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 11. Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm đã cho?

A. 12. **B.** 36. **C.** 30. **D.** 15.

Lời giải

Mỗi cách chọn ra hai phân biệt điểm trong 6 điểm đã cho ta được hai véc-tơ khác véc-tơ $\vec{0}$, do đó số véc-tơ cần tìm là $2 \cdot C_6^2 = 30$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 12. Một khu di tích nọ có bốn cửa Đông, Tây, Nam, Bắc. Một người đi vào tham quan rồi đi ra, khi vào và ra phải đi hai cửa khác nhau. Tất cả các cách đi vào và đi ra của người đó là.

A. 8. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Cứ mỗi cách đi vào sẽ có 3 cách để đi ra.
Người đó có 4 lựa chọn để đi vào.
Do đó có $4 \cdot 3 = 12$ cách để đi vào và đi ra thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho $\left(1 - \frac{1}{2}x\right)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$.

a) $a_3 = \frac{5}{2}$.

b) $a_5 = -\frac{1}{32}$.

c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$.

d) Tổng $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{1}{16}$.

Lời giải

Ta có khai triển

$$\begin{aligned}\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5 &= \sum_{k=0}^{5} \mathrm{C}_5^k \cdot 1^{5-k} \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right)^k \\ &= \mathrm{C}_5^0 - \mathrm{C}_5^1\left(\frac{1}{2}x\right) + \mathrm{C}_5^2\left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \mathrm{C}_5^3\left(\frac{1}{2}x\right)^3 + \mathrm{C}_5^4\left(\frac{1}{2}x\right)^4 - \mathrm{C}_5^5\left(\frac{1}{2}x\right)^5 \\ &= 1-\frac{5}{2}x+\frac{10}{4}x^2-\frac{10}{8}x^3+\frac{5}{16}x^4-\frac{1}{32}x^5 \\ &= 1-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}x^2-\frac{5}{4}x^3+\frac{5}{16}x^4-\frac{1}{32}x^5.\end{aligned}$$

Suy ra $a_0=1, a_1=-\frac{5}{2}, a_2=\frac{5}{2}, a_3=-\frac{5}{4}, a_4=\frac{5}{16}, a_5=-\frac{1}{32}$.

a) (S) Ta có $a_3=-\frac{5}{4}$. Vậy mệnh đề sai.

b) (Đ) Ta có $a_5=-\frac{1}{32}$. Vậy mệnh đề đúng.

c) (Đ) So sánh các hệ số: $1, -\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{4}, \frac{5}{16}, -\frac{1}{32}$. Hệ số lớn nhất là $a_2=\frac{5}{2}$. Vậy mệnh đề đúng.

d) (S) Thay $x=1$ vào biểu thức ban đầu, ta được tổng các hệ số: $S=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\left(1-\frac{1}{2}\right)^5=\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$. Vậy mệnh đề sai.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Cho tập hợp $X=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

a) Có 3024 số tự nhiên có 4 chữ số lấy từ tập X.

b) Có 15 120 số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X.

c) Có 1 680 số tự nhiên lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X.

d) Có 2 520 số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X sao cho không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn.

Lời giải

a) (S) Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a\neq 0$; $0\leq a,b,c,d\leq 9$; $a,b,c,d\in\mathbb{N}$).

Chọn số tự nhiên có 4 chữ số lấy từ tập X:

Chọn a có 9 cách, chọn b có 9 cách, chọn c có 9 cách, chọn d có 9 cách.

Theo quy tắc nhân có $9\cdot 9\cdot 9\cdot 9=6561$ số thỏa mãn.

b) Đ Gọi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau cần tìm là $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$; $0 \leq a,b,c,d,e \leq 9$; $a,b,c,d,e \in \mathbb{N}$).
Chọn a, b, c, d, e có A_9^5 cách.
Vậy có $A_9^5 = 15\,120$ số thỏa mãn.

c) Đ *Chọn số tự nhiên lẻ có 4 chữ số lấy từ tập X:*
Gọi số tự nhiên lẻ có 4 chữ số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a \neq 0$; $0 \leq a,b,c,d \leq 9$; $a,b,c,d \in \mathbb{N}$).
Chọn d có 5 cách, chọn a, b, c có A_8^3 cách.
Theo quy tắc nhân có $5 \cdot A_8^3 = 1\,680$ số thỏa mãn.

d) S *Chọn số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X sao cho không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn:*
Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a \neq 0$; $0 \leq a,b,c,d \leq 9$; $a,b,c,d \in \mathbb{N}$).

- **Trường hợp 1:** Bốn chữ số đều là số lẻ.
  Chọn 4 số lẻ từ 5 số lẻ và sắp xếp có $A_5^4 = 120$ cách.
  Do đó trường hợp này có 120 số thỏa mãn.
- **Trường hợp 2:** Ba chữ số lẻ và một chữ số chẵn.
  Chọn 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
  Chọn 1 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^1 cách.
  Sắp xếp 4 chữ số đã chọn có 4! cách.
  Theo quy tắc nhân có $C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! = 960$ số thỏa mãn.
- **Trường hợp 3:** Hai chữ số lẻ và hai chữ số chẵn.
  Chọn 2 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^2 cách.
  Chọn 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^2 cách.
  Xếp 2 chữ số lẻ có 2! cách.
  Xếp 2 chữ số chẵn vào 2 trong 3 vị trí (ở 2 đầu hoặc ở giữa hai số lẻ) có A_3^2 cách.
  Theo quy tắc nhân có $C_5^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 720$ số thỏa mãn.

Kết hợp ba trường hợp, theo quy tắc cộng có $120 + 960 + 720 = 1\,800$ số thỏa mãn.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

Đáp án: 2 | 4 | | |

Lời giải

Xét khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là $T_{k+1}=\mathrm{C}_4^k\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^{4-k}\left(\frac{4}{x}\right)^k=\mathrm{C}_4^k\cdot(2)^{3k-4}(x)^{4-2k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn $4-2k=0\Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là $\mathrm{C}_4^2\cdot(2)^{3\cdot 2-4}=24$.

Đáp án: 24 .....□

Câu 2. Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô? Đáp án: 6 | 3 | 0 | |

Lời giải

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

Số cách tô cạnh AB là 6 cách.

Số cách tô cạnh BC là 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Số cách tô cạnh CD là 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và BC).

Số cách tô cạnh AD là 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và CD).

Theo quy tắc nhân ta có $6\cdot 5\cdot 4\cdot 4=480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

Số cách tô cạnh AB là 6 cách.

Số cách tô cạnh BC là 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Số cách tô cạnh CD là 1 cách (tô cùng màu với cạnh AB).

Số cách tô cạnh AD là 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Theo quy tắc nhân ta có $6\cdot 5\cdot 1\cdot 5=150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là $480+150=630$ cách.

Đáp án: 630 .....□

Câu 3. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Đáp án: | | | |

Lời giải

Xếp các chữ số 0, 1, 2, 2, 2, 3, 4 thành một hàng có $\frac{7!}{3!}$ cách xếp.

Xếp các chữ số 0, 1, 2, 2, 2, 3, 4 thành một hàng sao cho chữ số 0 đứng đầu có $\frac{6!}{3!}$ cách xếp.

Vậy có $\frac{7!}{3!}-\frac{6!}{3!}=1440$ số thỏa mãn yêu cầu.

Câu 4. Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi

cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia. Đáp án: | 4 | 0 | 0 | 4 |

Lời giải

Bài toán: dùng biến cố đối tìm số cách chọn ra 5 bạn trong đó có Hạnh và Huy.

Bước 1: Chọn nhóm 3 học sinh trong 14 học sinh (không tính Huy và Hạnh) $C_{14}^{3} = 364$ cách.

Bước 2: Chọn 2 học sinh Huy và Hạnh có 1 cách.

Vậy ta có 364 cách chọn ra 5 học sinh trong tổ mà có hai học sinh Huy và Hạnh.

Chọn ra 5 học sinh bất kì trong 16 học sinh $C_{16}^{5} = 4368$ cách.

Vậy cô chủ nhiệm có số cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia là $4368 - 364 = 4004$ (cách).

Đáp án: 4004 . . . . . □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Biểu diễn $\left(3+\sqrt{2}\right)^5-\left(3-\sqrt{2}\right)^5$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a, b là các số nguyên.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}\left(3+\sqrt{2}\right)^5-\left(3-\sqrt{2}\right)^5 &= \mathrm{C}_5^0\cdot 3^5+\mathrm{C}_5^1\cdot 3^4\sqrt{2}+\mathrm{C}_5^2\cdot 3^3\left(\sqrt{2}\right)^2+\mathrm{C}_5^3\cdot 3^2\left(\sqrt{2}\right)^3+\mathrm{C}_5^4\cdot 3\cdot\left(\sqrt{2}\right)^4+\mathrm{C}_5^5\cdot\\ &\quad +\mathrm{C}_5^1 3^4\sqrt{2}-\mathrm{C}_5^2 3^3\left(\sqrt{2}\right)^2+\mathrm{C}_5^3 3^2\left(\sqrt{2}\right)^3-\mathrm{C}_5^4 3\left(\sqrt{2}\right)^4+\mathrm{C}_5^5\left(\sqrt{2}\right)^5\\ &= 2\mathrm{C}_5^1 3^4\sqrt{2}+2\mathrm{C}_5^3 3^2\left(\sqrt{2}\right)^3+2\mathrm{C}_5^5\left(\sqrt{2}\right)^5\\ &= 810\sqrt{2}+360\sqrt{2}+8\sqrt{2}\\ &= 1178\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Câu 2. Một bó có 8 hoa hồng trắng, 7 hoa hồng đỏ và 10 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

Lời giải

Để chọn ba bông hoa có đủ ba màu (nghĩa là 1 hoa hồng trắng-1 hoa hồng đỏ-1 hoa hồng vàng), ta có:

Có 8 cách chọn hoa hồng trắng.

Có 7 cách chọn hoa hồng đỏ.

Có 10 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8\cdot 7\cdot 10=560$ cách.

Câu 3. Cho đa giác đều có 15 đỉnh, gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Trong số các tam giác đó có bao nhiêu tam giác là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều?

Lời giải

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

Xét một đỉnh A bất kì của đa giác đều có 7 cặp đỉnh của đa giác đối xứng với nhau qua OA, hay có 7 tam giác cân tại đỉnh A.

Như vậy, với mỗi đỉnh của đa giác có 7 tam giác nhận nó làm đỉnh tam giác cân.

Số tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác là $\dfrac{15}{3}=5$ tam giác.

Tuy nhiên, trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại ba đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là $7\cdot 15-3\cdot 5=90$.

Câu 4. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

Lời giải

Giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B, nghĩa là giữa hai học sinh lớp A chỉ có thể là các học sinh lớp C hoặc không có ai (hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau).

Ta xét các trường hợp sau:

- **TH1:** Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau. Coi cặp học sinh này là một phần tử X. Số cách sắp xếp là $2! \cdot 8!$ cách.
- **TH2:** Giữa hai học sinh lớp A có đúng một học sinh lớp C. Chọn 1 học sinh lớp C xen vào giữa, coi cụm 3 người này là X. Số cách sắp xếp là $2! \cdot \mathrm{A}_4^1 \cdot 7!$ cách.
- **TH3:** Giữa hai học sinh lớp A có đúng hai học sinh lớp C. Số cách sắp xếp là $2! \cdot \mathrm{A}_4^2 \cdot 6!$ cách.
- **TH4:** Giữa hai học sinh lớp A có đúng ba học sinh lớp C. Số cách sắp xếp là $2! \cdot \mathrm{A}_4^3 \cdot 5!$ cách.
- **TH5:** Giữa hai học sinh lớp A có đúng bốn học sinh lớp C. Số cách sắp xếp là $2! \cdot \mathrm{A}_4^4 \cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có

$$2!\left(8! + \mathrm{A}_4^1 \cdot 7! + \mathrm{A}_4^2 \cdot 6! + \mathrm{A}_4^3 \cdot 5! + \mathrm{A}_4^4 \cdot 4!\right) = 145152 \text{ (cách).}$$

—Hết—

24. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(2x-y)^5$. **B.** $(x-2y)^5$. **C.** $(x+y)^5$. **D.** $(x-y)^5$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}(x-y)^5 &= \mathrm{C}_5^0x^5+\mathrm{C}_5^1x^4(-y)+\mathrm{C}_5^2x^3(-y)^2+\mathrm{C}_5^3x^2(-y)^3+\mathrm{C}_5^4x(-y)^4+\mathrm{C}_5^5(-y)^5\\ &= x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D .....□

Câu 2. Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

A. 15. **B.** 12. **C.** 1 440. **D.** 30.

Lời giải

Mỗi cặp sắp thứ tự gồm hai điểm (A,B) cho ta một vectơ có điểm đầu A và điểm cuối B và ngược lại. Như vậy, mỗi vectơ có thể xem là một chỉnh hợp chập 2 của tập hợp 6 điểm đã cho.

Suy ra có $\mathrm{A}_6^2=30$ cách.

Chọn đáp án D .....□

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và khác 0, biết rằng tổng của ba chữ số này bằng 8?

A. 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 18.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ với a, b, $c\in\{1;2;3;\ldots;9\}$ và đôi một khác nhau.

Do tổng của ba chữ số này bằng 8 nên a, b, $c\in\{1;2;5\}$ hoặc a, b, $c\in\{1;3;4\}$.

Do đó có $3!+3!=12$ số cần tìm.

Chọn đáp án B .....□

Câu 4. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 80. **B.** 70. **C.** 60. **D.** 90.

Lời giải

Số cách chọn 1 cái bút có 10 cách, số cách chọn 1 quyển sách có 8 cách.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là $10\cdot 8=80$ cách.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5. **B.** 120. **C.** 5^5. **D.** 24.

Lời giải

Sắp 5 học sinh vào 5 vị trí hàng dọc có 5! cách.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 6. Một tổ gồm 8 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho có đúng 1 nữ?

A. $C_8^3 \cdot C_4^1$. **B.** C_{12}^4. **C.** C_4^1. **D.** $C_8^3 + C_4^1$.

Lời giải

Chọn 1 học sinh nữ trong 4 học sinh nữ và 3 học sinh nam trong 8 học sinh nam có $C_8^3 \cdot C_4^1$ cách.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 7. Cho n là một số nguyên dương $n \geq 9$. Số các chỉnh hợp chập 9 của n phần tử là

A. C_n^9. **B.** 9!. **C.** $n!$. **D.** A_n^9.

Lời giải

Số các chỉnh hợp chập 9 của n phần tử là A_n^9.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 8. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Lời giải

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

- Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.
- Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.
- Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.
- Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.
- Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.
- Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.
- Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3991680$ cách.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 9. Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc

tập hợp $\{1;2;3;..;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

Lời giải

Số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;..;9\}$ là A_9^3.

Chọn đáp án C .....□

Câu 10. Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên ?

A. 336. **B.** 56. **C.** 168. **D.** 84.

Lời giải

Ta có số tam giác tạo thành từ 8 điểm trên là số tổ hợp chập 3 điểm của 8 điểm.
Số tam giác được tạo thành là $C_8^3 = 56$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 11. Hùng muốn qua nhà Huy để cùng Huy đến chơi nhà Nam. Từ nhà Hùng đến nhà Huy có 5 con đường đi, từ nhà Huy tới nhà Nam có 8 con đường đi. Hỏi Hùng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Nam?

A. 5. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 40.

Lời giải

Từ nhà Hùng $\longrightarrow$ nhà Huy có 5 cách.
Từ nhà Huy $\longrightarrow$ nhà Nam có 8 cách.
Vậy theo quy tắc nhân ta có $5 \cdot 8 = 40$ cách.

Chọn đáp án D .....□

Câu 12. Một thùng trong đó có 19 hộp đựng bút màu đỏ, 15 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là

A. 19. **B.** 285. **C.** 15. **D.** 34.

Lời giải

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

- Có 19 cách chọn hộp màu đỏ.
- Có 15 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $19 \cdot 15 = 285$ cách.

Chọn đáp án B .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Từ một hộp chứa 12 quả cầu trong đó có 8 quả màu đỏ, 3 quả màu xanh và 1 quả màu vàng, lấy ngẫu nhiên 3 quả. Khi đó

a) Số cách chọn ra 3 quả cầu từ hộp là 792.

b) Số cách chọn ra 3 quả cầu có đủ ba màu là 36.

c) Số cách chọn ra 3 quả chỉ có một màu là 108.

d) Số cách chọn ra 3 quả có đúng hai màu là 139.

Lời giải

a) (S) Số cách chọn ra 3 quả cầu từ hộp là $C_{12}^3 = 220$ cách.

b) (S) Chọn ra 3 quả cầu có đủ ba màu bằng cách: Chọn 1 quả màu đỏ từ 8 quả màu đỏ, 1 quả màu xanh từ 3 quả màu xanh và 1 quả màu vàng từ 1 quả màu vàng có $C_8^1 \cdot C_3^1 \cdot C_1^1 = 24$ cách.

c) (S) Số cách chọn ra 3 quả chỉ có một màu là
TH1: Chọn 3 quả đều là màu đỏ từ 8 quả màu đỏ có C_8^3 cách.
TH2: Chọn 3 quả đều là màu xanh từ 3 quả màu xanh có C_3^3 cách.
Theo quy tắc cộng số cách chọn ra 3 quả chỉ có một màu là $C_8^3 + C_3^3 = 57$ cách.

d) (Đ) Số cách chọn ra 3 quả có đúng hai màu là $C_{12}^3 - C_8^1 \cdot C_3^1 \cdot C_1^1 - (C_8^3 + C_3^3) = 220 - 24 - 57 = 139$ cách.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc.

a) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là 40 320 (cách).

b) Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là 1 440 (cách).

c) Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là 4 320 (cách).

d) Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là 2 400 (cách).

Lời giải

a) (Đ) Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc $P_8 = 8! = 40\,320$ (cách).

b) (Đ) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhóm 5 học sinh nam. Số cách xếp trong X: $3!$; số cách xếp trong Y: $5!$. Số cách hoán đổi X, Y: $2!$. Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1\,440$ (cách).

c) (Đ) Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong X: $3!$. Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam (ta xem có 6 đơn vị): $6!$. Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4\,320$ (cách).

d) (S) Sắp xếp trước cho 5 nam sinh: $5!$ (cách).
Chọn 3 vị trí từ 6 khoảng trống để xếp nữ sinh: C_6^3 (cách).

Sắp xếp 3 nữ sinh vào 3 vị trí vừa được chọn: 3! (cách).
Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $5! \cdot C_6^3 \cdot 3! = 14400$.
Lưu ý: Việc chọn 3 vị trí từ 6 vị trí để sắp xếp 3 nữ sinh vào có thể được thực hiện gộp bởi công thức A_6^3. Khi đó số cách xếp thỏa mãn là $5!A_6^3$.
Kết quả khác 2400 nên khẳng định này sai.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

Đáp án: | 1 | 9 | 0 | |

Lời giải
Mỗi đội sẽ đấu với 19 đội còn lại. Do đó, 20 đội sẽ phải đấu $19 \cdot 20$ trận.
Tuy nhiên, với cách đếm như thế, ta đã đếm trận đội A đấu với đội B hai lần nên số trận đấu thực sự là $\dfrac{19 \cdot 20}{2} = 190$ trận.
Đáp án: 190 ..... □

Câu 2. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

Đáp án: | 3 | 8 | 4 | |

Lời giải
Số các số có 6 chữ số đôi một khác nhau lập từ 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 600$ số.
Ta đi đếm số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau.
Giả sử số cần tìm có dạng $\overline{abcdef}$.
Khi đó, bộ 05 có thể thay thế các cặp chữ bc, cd, de, ef. Ta có 4 cách.
Ứng với mỗi cách thay thế, ta có $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ cách sắp xếp các chữ số 2, 3, 6, 8 vào các chữ còn lại. Do đó, số các số lập được là $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ số.
Trường hợp ta xếp bộ 50, ta có thể thay thế cho các cặp chữ ab, bc, cd, de, ef. Ta có 5 cách. Tương tự cách xếp bộ 50, số các số lập được là $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ số.
Vậy số các số có 6 chữ số khác nhau thỏa 0 và 5 đứng cạnh nhau là $120 + 96 = 216$ số.
Theo nguyên lý bù trừ, số các số có 6 chữ số khác nhau thỏa 0 và 5 không đứng cạnh nhau là $600 - 216 = 384$ số.
Đáp án: 384 ..... □

Câu 3. Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu

xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau. Đáp án: | 1 | 8 | 0 | |

Lời giải

- **Trường hợp 1:** Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 bình
  Số cách lấy: $C_3^1C_4^1C_5^1 = 60$.
- **Trường hợp 2:** Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 bình
  Số cách lấy: $C_4^1C_3^1C_5^1 = 60$.
- **Trường hợp 3:** Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 bình
  Số cách lấy: $C_5^1C_6^1C_2^1 = 60$.

Vậy có $60 \cdot 3 = 180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 bình.
Đáp án: 180 ..... □

Câu 4. Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì kết quả nhận được luôn là sấp hoặc ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 10 lần thì có bao nhiêu khả năng xảy ra? Đáp án: | 1 | 0 | 2 | 4 |

Lời giải

Với mỗi đồng xu được gieo, ta có 2 khả năng có thể xảy ra (sấp hoặc ngửa).
Áp dụng quy tắc nhân, ta có số khả năng xảy ra khi gieo một đồng xu hai mặt 10 lần là $2^{10} = 1024$ khả năng.
Đáp án: 1024 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Khai triển các biểu thức sau

a) $(x-2y)^4$; b) $(3x-y)^5$.

Lời giải

a) Ta có

$$\begin{aligned}(x-2y)^4 &= [x+(-2y)]^4\\ &= x^4+4x^3(-2y)+6x^2(-2y)^2+4x(-2y)^3+(-2y)^4\\ &= x^4-8x^3y+24x^2y^2-32xy^3+16y^4.\end{aligned}$$

b) Ta có

$$\begin{aligned}(3x-y)^5 &= [3x+(-y)]^5\\ &= (3x)^5+5(3x)^4(-y)+10(3x)^3(-y)^2+10(3x)^2(-y)^3+5(3x)(-y)^4+(-y)^5\\ &= 243x^5-405x^4y^3+270x^3y^2-90x^2y^3+15xy^4-y^5.\end{aligned}$$

Câu 2. Có 9 cuốn sách khác nhau gồm 3 cuốn sách Lý, 4 cuốn sách Sinh, 2 cuốn sách Địa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách hàng ngang nếu các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau?

Lời giải

Gọi L là nhóm 3 sách lý, S là nhóm 4 sách sinh, Đ là nhóm 2 sách địa.

Số cách xếp trong L là $3!$; số cách xếp trong S là $4!$; số cách xếp trong Đ là $2!$; số cách xếp L, S, Đ với nhau là $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài là $3! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 3! = 1\,728$ (cách).

Câu 3. Bạn Phú chọn mật khẩu cho tài khoản Microsoft Teams của mình gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó 2 kí tự đầu tiên là hai chữ cái in thường, 2 kí tự tiếp theo là hai chữ cái in hoa (các chữ cái chọn từ bảng chữ cái Tiếng Anh gồm 26 chữ cái), 3 kí tự tiếp theo là các chữ số và kí tự cuối cùng là một trong 3 kí tự đặc biệt. Hỏi bạn Phú có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?

Lời giải

Có 26 chữ cái và 10 chữ số.

Chọn 2 kí tự đầu tiên là chữ cái in thường nên ta có A_{26}^2 cách chọn.

Chọn 2 kí tự tiếp theo là chữ cái in hoa nên ta có A_{26}^2 cách chọn.

Chọn 3 kí tự tiếp theo là chữ số trong 10 chữ số nên có A_{10}^3 cách chọn.

Chọn 1 kí tự cuối cùng có 3 cách.

Vậy ta có $3 \cdot \left(A_{26}^2\right)^2 \cdot A_{10}^3 = 912\,600\,000$ cách để bạn Phú tạo ra một mật khẩu.

—Hết—

25. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Có bao nhiêu khả năng có thể xảy ra đối với thứ tự giữa các đội trong một giải bóng có 4 đội bóng tham gia (giả sử rằng không có hai đội nào có điểm trùng nhau)?

A. 4. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 24.

Lời giải

Mỗi kết quả thứ tự của 4 đội bóng là một hoán vị của 4 phần tử.
Vậy có tất cả $4! = 24$ khả năng xảy ra.
Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 2. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Lời giải

Tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^4$ chính là giá trị của biểu thức $(1-2x)^4$ tại $x=1$.
Vậy $S=(1-2\cdot 1)^4=1$.
Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 3. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 17 điểm vừa nói trên.

A. 525. **B.** 680. **C.** 155. **D.** 600.

Lời giải

Trường hợp 1: Tam giác có một đỉnh thuộc d_1 và hai đỉnh thuộc d_2.
Số cách chọn một điểm trong 10 thuộc d_1 là C_{10}^1.
Số cách chọn bộ hai điểm trong 7 điểm thuộc d_2 là C_7^2.
TH này có $\mathrm{C}_{10}^1\cdot\mathrm{C}_7^2$ tam giác.
Trường hợp 2: Tam giác có một đỉnh thuộc d_2 và hai đỉnh thuộc d_1.
Số cách chọn bộ hai điểm trong 10 thuộc d_1 là C_{10}^2.
Số cách chọn một điểm trong 7 điểm thuộc d_2 là C_7^1.
TH này có $\mathrm{C}_{10}^2\cdot\mathrm{C}_7^1$ tam giác.
Vậy có tất cả $\mathrm{C}_{10}^1\cdot\mathrm{C}_7^2+\mathrm{C}_{10}^2\cdot\mathrm{C}_7^1=525$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 4. Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S=A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r=1{,}5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là

212 942 000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0{,}015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

A. 229 391 769 nghìn người. **B.** 329 391 769 nghìn người.

C. 229 391 759 nghìn người. **D.** 228 391 769 nghìn người.

Lời giải

Lấy năm 2015 làm mốc và tính dân số năm 2015 thì $n = 2020 - 2015 = 5$.
Áp dụng công thức $S = A(1+r)^n$ với $A = 212\,942\,000$, $r = 1{,}5\%$.

$$(1+x)^5 = \mathrm{C}_5^0 + \mathrm{C}_5^1 x + \mathrm{C}_5^2 x^2 + \mathrm{C}_5^3 x^3 + \mathrm{C}_5^4 x^4 + \mathrm{C}_5^5 x^5.$$

$$(1+0{,}015)^5 \approx \mathrm{C}_5^0 + \mathrm{C}_5^1 \cdot 0{,}015 + \mathrm{C}_5^2 (0{,}015)^2 = 1 + 5 \cdot 0{,}015 + 10 \cdot (0{,}015)^2 = 1{,}07725.$$

Ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2020 là $212\,942\,000 \cdot 1{,}07725 = 229\,391\,769{,}5$.
Vậy dân số quốc gia đó là 229 391 769 nghìn người.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 5. Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 6 quyển sách Lý khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách không cùng thuộc một môn?

A. 480. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 188.

Lời giải

Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Toán và 1 Tiếng Anh là $10 \cdot 8 = 80$.
Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Toán và 1 Lý là $10 \cdot 6 = 60$.
Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Tiếng Anh và 1 Lý là $8 \cdot 6 = 48$.
Theo quy tắc cộng, số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán là $80 + 60 + 48 = 188$ cách.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 6. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Lời giải

Chọn thực đơn hoàn thành khi chọn được 1 món ăn, 1 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống, trong đó

- chọn 1 món ăn có 5 cách,
- chọn 1 quả tráng miệng có 5 cách,
- chọn 1 loại nước uống có 3 cách.

Vậy theo quy tắc nhân, ta có $5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$ cách chọn thực đơn.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 7. Trong khai triển $(2x-5y)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Nhắc lại: Trong khai triển $(a+b)^n$ có $n+1$ số hạng.

Như vậy, trong khai triển $(2x-5y)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Chọn đáp án D .....□

Câu 8. Số các tổ hợp chập k của n phần tử được tính bởi công thức

A. $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n}{k(n-k)}$. **C.** $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Số các tổ hợp chập k của n phần tử được tính bởi công thức $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 9. Số các hoán vị của 4 phần tử là

A. 24. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 48.

Lời giải

Áp dụng công thức $\mathrm{P}_n=n!\Rightarrow \mathrm{P}_4=24$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 10. Khai triển biểu thức $(x^2+2y)^5$ là

A. $x^{10}+10x^8y+40x^6y^2+80x^4y^3+80x^2y^4+32y^5$.

B. $x^{10}-10x^8y+40x^6y^2-80x^4y^3+80x^2y^4-32y^5$.

C. $32x^{10}+80x^8y+80x^6y^2+40x^4y^3+10x^2y^4+y^5$.

D. $32x^{10}-80x^8y+80x^6y^2-40x^4y^3+10x^2y^4-y^5$.

Lời giải

Theo công thức nhị thức Newton, ta có

$$\begin{aligned}(x^2+2y)^5 &= \mathrm{C}_5^0(x^2)^5+\mathrm{C}_5^1(x^2)^4(2y)+\mathrm{C}_5^2(x^2)^3(2y)^2+\mathrm{C}_5^3(x^2)^2(2y)^3+\mathrm{C}_5^4(x^2)^1(2y)^4+\mathrm{C}_5^5(2y)^5\\ &= x^{10}+10x^8y+40x^6y^2+80x^4y^3+80x^2y^4+32y^5.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A .....□

Câu 11. Bạn Lan có 15 quyển vở; 7 cái bút; 3 hộp bút và 2 bức tượng. Lan muốn đem 1 trong các đồ vật đó đi tặng bạn Bình trong ngày sinh nhật. Hỏi Lan có bao nhiêu cách chọn?

A. 150. **B.** 27. **C.** 18. **D.** 30.

Lời giải

Bạn Lan chọn một vật để tặng Bình có thể xảy ra các khả năng sau

- Trường hợp 1. Chọn 1 quyển vở: có 15 cách chọn.
- Trường hợp 2. Chọn 1 cái bút: có 7 cách chọn.
- Trường hợp 3. Chọn 1 hộp bút: có 3 cách chọn.
- Trường hợp 4. Chọn 1 bức tượng: Có 2 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, bạn Lan có số cách chọn là $15+7+3+2=27$ cách.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 12. Xếp ngẫu nhiên 5 lá phiếu có ghi số thứ tự từ 1 đến 5 cạnh nhau. Có bao nhiêu cách xếp để các phiếu ghi số chẵn luôn ở cạnh nhau?

A. 48. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên các phiếu ghi số 1; 2; 3; 5 cạnh nhau ta có $4!=24$.

Vì các phiếu ghi số chẵn ở cạnh nhau nên ta xếp phiếu ghi số 4 vào cạnh phiếu ghi số 2 có 2 cách.

Vậy có $2\cdot 24=48$.

Chọn đáp án (A) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong một khoảng thời gian là a ngày, tại thị trấn Quảng Phú, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 7 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 4 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số ngày mưa và lạnh là 11.

b) Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 4.

c) Số ngày có ít nhất 2 trong 3 đặc điểm: mưa, gió, lạnh là 11.

d) Giá trị của a là 13.

Lời giải

a) (S) Số ngày mưa và lạnh là $1+3=4$.

b) (S) Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 0.

c) (Đ) $4+3+3+1=11$.

d) (Đ) $a=4+3+3+1+2=13$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 2. Lớp 10A1 trường THPT TenLơMan có 44 học sinh, trong đó có 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam.

a) Số cách sắp xếp 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam thành một hàng dọc là $18! \cdot 26!$.

b) Có 4! cách xếp khác nhau cho 4 học sinh ngồi vào 6 chỗ trên một bàn dài.

c) Giáo viên chủ nhiệm cần lập ban cán sự lớp gồm 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập và 1 lớp phó kỉ luật. Có 3! cách lập.

d) Lớp trưởng cần chọn ra 5 bạn và xếp thứ tự thuyết trình cho 5 bạn này. Có A_{44}^5 cách chọn.

Lời giải

a) S Có 44! cách sắp xếp 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam thành một hàng dọc.

b) S Có A_6^4 cách xếp khác nhau cho 4 học sinh ngồi vào 6 chỗ trên một bàn dài.

c) S Có A_{44}^3 cách lập ban cán sự lớp gồm 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập và 1 lớp phó kỉ luật.

d) Đ Lớp trưởng cần chọn ra 5 bạn và xếp thứ tự thuyết trình cho 5 bạn này. Có A_{44}^5 cách chọn

Chọn đáp án | a sai | b sai | c sai | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 4? Đáp án: | 7 | 2 | | |

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcd}$.

-Nhận xét: Một số tự nhiên (gồm nhiều chữ số) chia hết cho 4 khi hai chữ số cuối của nó hình thành một số tư nhiên chia hết cho 4.

Theo đề, ta có $\overline{cd} \in \{04,12,20,24,32,40,52\}$.

Trường hợp 1: $\overline{cd} \in \{04,20,40\}$, có 3 cách chọn $\overline{cd}$.

Chọn a có 4 cách;

Chọn b có 3 cách.

Vậy số các số thỏa mãn là $3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$ (số).

Trường hợp 2: $\overline{cd} \in \{12,24,32,52\}$, có 4 cách chọn.

Chọn a có 3 cách.

Chọn b có 3 cách.

Số các số thỏa mãn là $4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là $36 + 36 = 72$ (số).

Đáp án: 72 ..... □

Câu 2. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn? Đáp án: 9 | 8 | | |

Lời giải

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh C_9^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh chỉ có 2 lớp $C_7^5+C_6^5+C_5^5$.

Vậy số cách chọn 5 học sinh có cả 3 lớp là $C_9^5-\left(C_7^5+C_6^5+C_5^5\right)=98$.

Đáp án: 98 ..... □

Câu 3. Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia. Đáp án: 4 | 0 | 0 | 4

Lời giải

Bài toán: dùng biến cố đối tìm số cách chọn ra 5 bạn trong đó có Hạnh và Huy.

Bước 1: Chọn nhóm 3 học sinh trong 14 học sinh (không tính Huy và Hạnh) $C_{14}^3=364$ cách.

Bước 2: Chọn 2 học sinh Huy và Hạnh có 1 cách.

Vậy ta có 364 cách chọn ra 5 học sinh trong tổ mà có hai học sinh Huy và Hạnh.

Chọn ra 5 học sinh bất kì trong 16 học sinh $C_{16}^5=4\,368$ cách.

Vậy cô chủ nhiệm có số cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia là $4368-364=4004$ (cách).

Đáp án: 4004 ..... □

Câu 4. Cho tập hợp $X=\{a_1;a_2;a_3;a_4;a_5\}$. Hỏi tập X có tất cả bao nhiêu tập con? Đáp án: 3 | 2 | | |

Lời giải

Số tập con không có phần tử nào của X là $1=C_5^0$ (đó là tập rỗng).

Số tập con của X có 1 phần tử, 2 phần tử, 3 phần tử, 4 phần tử, 5 phần tử lần lượt là $C_5^1,C_5^2,C_5^3,C_5^4,C_5^5$.

Vậy tổng số tập hợp con của X là $S=C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5$.

Khai triển biểu thức $(1+x)^5$ theo nhị thức Newton, ta được:

$$(1+x)^5=C_5^0+C_5^1x+C_5^2x^2+C_5^3x^3+C_5^4x^4+C_5^5x^5\ (*)$$

Thay $x=1$ vào $(*)$, ta được:

$$(1+1)^5=C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5$$

Vậy số tập con của X là $2^5 = 32$.
Đáp án: 32 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Khai triển $(2x+1)^4$.
Lời giải
Thay $a = 2x$, $b = 1$ và $n = 4$ trong công thức khai triển của (1) ta được

$$\begin{aligned}(2x+1)^4 &= (2x)^4 + 4\cdot(2x)^3\cdot 1 + 6\cdot(2x)^2\cdot 1^2 + 4\cdot(2x)^1\cdot 1^3 + 1^4\\ &= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1.\end{aligned}$$

Câu 2. Một giáo viên có 3 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lý và 6 cuốn sách hóa, biết rằng các cuốn sách cùng một môn thì giống nhau. Giáo viên đó muốn tặng cho 7 học sinh, mỗi học sinh nhận 2 cuốn thuộc hai môn khác nhau. Hỏi giáo viên đó có bao nhiêu cách tặng?
Lời giải
Ta chia thành 2 đợt tặng sách như sau

- Đợt 1: Chọn 3 trong 7 học sinh để tặng 3 cuốn sách toán: $C_7^3 \cdot 3!$ (cách).
  Tặng 4 cuốn trong 5 cuốn sách lý cho 4 học sinh chưa nhận sách còn lại: $C_5^4 \cdot 4!$ (cách).
- Đợt 2: Tặng 1 cuốn sách lý cho 1 trong 3 học sinh đã nhận sách toán: 3 (cách).
  Tặng 6 cuốn sách hóa cho 6 học sinh còn lại: 6! cách.

Theo quy tắc nhân, ta có số cách thỏa mãn yêu cầu là

$$C_7^3 \cdot 3! \cdot C_5^4 \cdot 4! \cdot 3 \cdot 6! = 54432000 \text{ (cách chọn)}.$$

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau trong đó hai số đứng kề nhau không là số lẻ?
Lời giải
Gọi số đó là $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_5a_6}$.
Theo đề bài ta thấy A có nhiều nhất là ba số lẻ.
• **Trường hợp 1.** A có một số lẻ.
Nếu a_1 là số lẻ thì số các số A là $C_5^1 \cdot 5!$.
Nếu a_1 là số chẵn thì số các số A là $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot 4!$.
Suy ra có $C_5^1 \cdot 5! + C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot 4!$ số trong trường hợp này.
• **Trường hợp 2.** A có hai chữ số lẻ.
Nếu a_1 lẻ, suy ra a_2 chẵn thì số các số A là $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^3 \cdot 4!$.

Nếu a_1 chẵn thì số các số A là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^2 \cdot 6 \cdot 2! \cdot \mathrm{A}_4^3$.

• **Trường hợp 3.** A có ba chữ số lẻ.

Nếu a_1 lẻ suy ra a_2 chẵn thì số các số A là $\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot 3 \cdot 2! \cdot \mathrm{C}_4^2\mathrm{A}_4^2$.

Nếu a_1 chẵn thì có một cách chọn để hai số lẻ không đứng liền kề nên số các số A là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^3 \cdot 1 \cdot 3! \cdot \mathrm{A}_4^2$.

Vậy số các số A là 37800.

Câu 4. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

Lời giải

Giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B, nghĩa là giữa hai học sinh lớp A chỉ có thể là các học sinh lớp C hoặc không có ai (hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau).

Ta xét các trường hợp sau:

- **TH1:** Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau. Coi cặp học sinh này là một phần tử X. Số cách sắp xếp là $2! \cdot 8!$ cách.
- **TH2:** Giữa hai học sinh lớp A có đúng một học sinh lớp C. Chọn 1 học sinh lớp C xen vào giữa, coi cụm 3 người này là X. Số cách sắp xếp là $2! \cdot \mathrm{A}_4^1 \cdot 7!$ cách.
- **TH3:** Giữa hai học sinh lớp A có đúng hai học sinh lớp C. Số cách sắp xếp là $2! \cdot \mathrm{A}_4^2 \cdot 6!$ cách.
- **TH4:** Giữa hai học sinh lớp A có đúng ba học sinh lớp C. Số cách sắp xếp là $2! \cdot \mathrm{A}_4^3 \cdot 5!$ cách.
- **TH5:** Giữa hai học sinh lớp A có đúng bốn học sinh lớp C. Số cách sắp xếp là $2! \cdot \mathrm{A}_4^4 \cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có

$$2!\left(8! + \mathrm{A}_4^1 \cdot 7! + \mathrm{A}_4^2 \cdot 6! + \mathrm{A}_4^3 \cdot 5! + \mathrm{A}_4^4 \cdot 4!\right) = 145152 \text{ (cách).}$$

—Hết—

26. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một người có 5 cái áo khác nhau trong đó 3 áo màu trắng và 2 áo màu xanh, có 3 cái cà vạt khác nhau trong đó có 1 cà vạt màu đỏ và 2 cà vạt màu vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách phối một bộ đồ biết nếu chọn áo xanh thì không cà vạt màu đỏ.

A. 15. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải

TH1: Chọn áo màu trắng có 3 cách.
Chọn cà vạt có 3 cách
Vậy có $3\cdot 3=9$ cách phối một bộ đồ.

TH2: Chọn áo màu xanh có 2 cách.
Chọn cà vạt màu vàng có 3 cách.
Vậy có $3\cdot 2=6$ cách phối một bộ đồ.

Theo qui tắc cộng ta có cách phối một bộ đồ thỏa mãn yêu cầu là $6+9=15$ cách.

Chọn đáp án A .....□

Câu 2. Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(2x-y)^5$. **B.** $(x-2y)^5$. **C.** $(x+y)^5$. **D.** $(x-y)^5$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}(x-y)^5 &= \mathrm{C}_5^0x^5+\mathrm{C}_5^1x^4(-y)+\mathrm{C}_5^2x^3(-y)^2+\mathrm{C}_5^3x^2(-y)^3+\mathrm{C}_5^4x(-y)^4+\mathrm{C}_5^5(-y)^5\\ &= x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D .....□

Câu 3. Một quán phục vụ ăn sáng có bán phở, bún và bánh cuốn. Phở có 3 loại là phở bò, phở gà và phở cua. Bún có 4 loại là bún ốc, bún chả, bún thang và bún cá. Bánh cuốn có 2 loại là bánh cuốn chả và bánh cuốn nem. Một khách hàng muốn chọn một món để ăn sáng. Hỏi khách hàng đó có bao nhiêu cách lựa chọn?

A. 3. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 2.

Lời giải

Theo quy tắc cộng, số cách chọn một món để ăn sáng là $2+3+4=9$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 4. An muốn qua nhà bạn Hà để cùng Hà tới trường. Từ nhà An tới nhà Hà có 3 con đường, từ nhà Hà đến trường có 6 con đường. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà đến trường?

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Có 3 cách đi từ nhà An tới nhà Hà. Có 6 cách đi từ nhà Hà đến trường.
Vậy theo quy tắc nhân ta có 18 cách.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Có 3 cuốn sách Toán khác nhau, 4 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh Văn khác nhau. Một học sinh được chọn một quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn?

A. 14. **B.** 12. **C.** 84. **D.** 49.

Lời giải

Áp dụng quy tắc cộng, ta có số cách học sinh lựa chọn 1 quyển sách là $3+4+7=14$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 120. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Mỗi một cách lập số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau từ năm chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là một chỉnh hợp chập 3 của 5 chữ số.
Vậy số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau thỏa mãn yêu cầu bài toán là $A_5^3=60$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

Ta có $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1=(2x-1)^5$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một tổ 6 người trong đó có nhiều nhất 2 nữ?

A. 1 524. **B.** 472. **C.** 1 414. **D.** 3 003.

Lời giải

Ta có các trường hợp sau:

- Chọn 6 nam và không có nữ có $C_8^6 = 28$ (cách).
- Chọn 1 nữ và 5 nam có $C_6^1 C_8^5 = 336$ (cách).
- Chọn 2 nữ 4 nam có $C_6^2 C_8^4 = 1\,050$ (cách).

Theo quy tắc cộng ta có $28 + 336 + 1\,050 = 1\,414$ cách để chọn một tổ có 6 người trong đó có nhiều nhất 2 nữ.

Chọn đáp án C .....□

Câu 9. Cho tập hợp $X = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số được lập từ X sao cho tích các chữ số bằng 630.

A. 300. **B.** 50. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Trước hết ta phân tích số 630 thành nhân tử ta có $630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.
Ta có thể viết $630 = 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.

- Mỗi tập hợp $X_1 = \{1;2;5;7;9\}$, $X_2 = \{1;3;5;6;7\}$ được 5! số theo yêu cầu.
- Tập hợp $X_3 = \{2;3;5;7\}$ có chữ số 3 phải xuất hiện 2 lần các chữ số khác xuất hiện đúng một lần.
  Chọn 2 trong 5 vị trí để xếp chữ số 3 có $C_5^2 = 10$ cách.
  Xếp 3 chữ số còn lại vào 3 vị trí có $3! = 6$ cách.
  Vậy với tập hợp X_3 ta có $10 \cdot 6 = 60$ số theo yêu cầu.

Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu là $2 \cdot 5! + 60 = 300$ số.

Chọn đáp án A .....□

Câu 10. Từ thành phố Hà Nội đến thành phố Đà Nẵng có 7 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ Hà Nội đến Đà Nẵng rồi trờ về Hà Nội mà không có con đường nào được đi qua hai lần?

A. 42. **B.** 44. **C.** 41. **D.** 43.

Lời giải

Đi từ Hà Nội đến Đà Nẵng: 7 cách chọn. Đi ngược lại từ Đà Nẵng đến Hà Nội: 6 cách chọn. Vậy có tất cả: 42 cách đi.

Chọn đáp án A .....□

Câu 11. Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 2832. **B.** 8222. **C.** 8232. **D.** 9604.

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $x = a_1a_2a_3a_4a_5$; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in A$; $a_1 \neq 0$; $a_5 \in \{0;2;4;6\}$.

Công việc thành lập số x được chia thành các bước:

- Chọn chữ số a_1 có 6 lựa chọn vì khác 0.
- Chọn các chữ số a_2, a_3, a_4, mỗi chữ số có 7 lựa chọn.
- Chọn chữ số a_5 có 4 lựa chọn vì số tạo thành chia hết cho 2.

Số số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $6 \cdot 7^3 \cdot 4 = 8232$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 12. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 12 viên bi đỏ, bạn An muốn chọn ra một viên bi hỏi có bao nhiêu cách lấy?

A. 10. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 22.

Lời giải

Số cách để lấy 1 viên bi xanh là 10 cách.

Số cách để lấy 1 viên bi đỏ là 12 cách.

Vậy có $10 + 12 = 22$ cách chọn.

Chọn đáp án (D) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho số tự nhiên $\overline{abcde}$ với a, b, c, d, e là các số lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Khi đó, xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Có 13776 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó chẵn.

b) Có 13440 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó là số lẻ.

c) Có 27216 số mà các chữ số a, b, c, d, e đôi một khác nhau.

d) Có 100000 số thỏa mãn.

Lời giải

a) (Đ) **Đúng**.

(a) **Cách 1.**

i. **Trường hợp 1.** $e = 0$.
Chọn $a \neq 0$ (tức là a cũng khác e): có 9 cách chọn.
Mỗi chữ số b, c, d lần lượt có 8, 7, 6 cách chọn. Khi đó, ta có được: $1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ (số).

ii. **Trường hợp 2.** $e \in \{2;4;6;8\}$. Chọn e: có 4 cách chọn.
Chọn a với $a \neq 0$, $a \neq e$, ta có 8 cách chọn.

Mỗi chữ số b, c, d lần lượt có 8, 7, 6 cách chọn. Khi đó ta có được: $4\cdot 8\cdot 8\cdot 7\cdot 6 = 10752$ (số).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $3024 + 10752 = 13776$ (số).

(b) **Cách 2:** Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt là 27216 (số).

Số các số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số phân biệt là 13440 (số).

Theo quy tắc loại trừ, ta có số các số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số phân biệt: $27216 - 13440 = 13776$ (số).

b) Đ **Đúng**. Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$.

- Chọn $e \in \{1;3;5;7;9\}$. Suy ra có 5 cách chọn e.
- Chọn a với $a \neq 0, a \neq e$. Suy ra có 8 cách chọn a.

Mỗi chữ số b, c, d lần lượt có 8, 7, 6 cách chọn.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $5\cdot 8\cdot 8\cdot 7\cdot 6 = 13440$ (số).

c) Đ **Đúng**. Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$.

- Chọn a: $a \neq 0 \Rightarrow$ Có 9 cách chọn a.
- Chọn b: $b \neq a \Rightarrow$ Có 9 cách chọn b.

Theo quy luật trên thì số cách chọn c, d, e lần lượt là 8, 7, 6. Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $9\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6 = 27216$ (số).

d) S **Sai**. Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$ với a, b, c, d, e là các số lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

Vì các số được chọn là tùy ý nên số cách chọn mỗi chữ số a, b, c, d, e đều là 10 (cách).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $9\cdot 10^4 = 90000$ (số).

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Sắp xếp 5 bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lan vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi.

a) Có 120 cách sắp xếp tùy ý.

b) Có 16 cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa.

c) Có 12 cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế.

d) Có 48 cách sắp xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.

Lời giải

a) Đ Số cách sắp xếp 5 bạn vào ghế dài 5 chỗ ngồi là $P_5 = 5! = 120$ (cách).

b) S Xếp bạn Chi ngồi giữa có 1 cách.

Số cách xếp 4 bạn còn lại (An, Bình, Dũng, Lan) vào 4 chỗ còn lại là một

hoán vị của 4 phần tử nên có $P_4 = 4! = 24$ (cách).
Vậy có 24 cách xếp.

c) Đ Xếp An và Dũng ngồi hai đầu ghế có $2!$ cách xếp.
Số cách xếp 3 bạn còn lại (Bình, Chi, Lan) vào 3 ghế ở giữa là một hoán vị của 3 phần tử nên có $3!$ cách.
Vậy có $2! \cdot 3! = 2 \cdot 6 = 12$ (cách).

d) Đ Coi An và Bình là một nhóm X. Xếp nhóm X và 3 bạn còn lại (tổng 4 phần tử) vào ghế dài thì có $4!$ cách.
Tương ứng với mỗi cách xếp ở trên thì sẽ có $2!$ cách hoán đổi vị trí của An và Bình trong nhóm X.
Theo quy tắc nhân ta có $4! \cdot 2! = 24 \cdot 2 = 48$ cách sắp xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây? Đáp án: | 1 | 2 | | |

Lời giải
Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có:
Chọn một kiểu mặt đồng hồ: có 3 cách.
Chọn một kiểu dây đồng hồ: có 4 cách.
Vậy theo quy tắc nhân ta có $3 \cdot 4 = 12$ cách.
Đáp án: 12 ..... □

Câu 2. Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó? Đáp án: | 7 | 2 | | |

Lời giải
Số cách xếp 2 bạn muốn ngồi ghế chẵn vào 3 ghế chẵn là A_3^2 cách.
Số cách xếp 2 bạn muốn ngồi ghế lẻ vào 3 ghế lẻ là A_3^2 cách.
Số cách xếp 2 bạn còn lại vào 2 ghế còn sót lại là $2!$ cách.
Theo quy tắc nhân, số cách xếp chỗ thỏa mãn yêu cầu là

$$A_3^2 \cdot A_3^2 \cdot 2! = 6 \cdot 6 \cdot 2 = 72 \text{ (cách).}$$

Đáp án: 72 ..... □

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có bẩy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3. Đáp án: | 7 | 4 | 4 | 0 |

Lời giải

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321.

Trường hợp 1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn bốn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số.

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123.

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn ba số b, c, d.

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 4 \cdot A_6^3 = 2\,880$ số.

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3\,720$ số.

Trường hợp 2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2\,880) = 7\,440$.

Đáp án: 7440 ..... □

Câu 4. Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người? Đáp án: | 4 | | | |

Lời giải

Gọi A là số dân ban đầu, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, A_n là số dân của tỉnh đó sau n năm.

Khi đó $A_n = A(1+r)^n$.

Theo giả thiết

$$1{,}2 = \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow \quad 1{,}2 = \left[\mathrm{C}_n^0 + \mathrm{C}_n^1 \cdot \left(\frac{5}{100}\right) + \mathrm{C}_n^2 \cdot \left(\frac{5}{100}\right)^2 + \cdots + \mathrm{C}_n^{n-1} \cdot \left(\frac{5}{100}\right)^{n-1}\right]$$

Sử dụng hai số hạng đầu tiên để ước lượng

$$\Leftrightarrow 1{,}2 \approx \mathrm{C}_n^0 + \mathrm{C}_n^1 \cdot \frac{5}{100} \Leftrightarrow 1{,}2 \approx 1 + 0{,}05n \Leftrightarrow n \approx 4.$$

Vậy sau khoảng 4 năm thì số dân của tỉnh đó là 1,2 triệu người.

Đáp án: 4 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$.

Lời giải

Ta có $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5 = \mathrm{C}_5^0\cdot x^5+\mathrm{C}_5^1\cdot x^4\cdot\left(\frac{-1}{x}\right)^1+\mathrm{C}_5^2x^3\left(\frac{-1}{x}\right)^2+\mathrm{C}_5^3x^2\left(\frac{-1}{x}\right)^3$
$+\mathrm{C}_5^4x^1\left(\frac{-1}{x}\right)^4+\mathrm{C}_5^5\left(\frac{-1}{x}\right)^5$
$= x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}.$

Câu 2. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

Lời giải

Xét các trường hợp sau

Trường hợp 1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2!.8!$ cách.

Trường hợp 2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2!\cdot \mathrm{A}_4^1\cdot 7!$ cách.

Trường hợp 3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2!\cdot \mathrm{A}_4^2\cdot 6!$ cách.

Trường hợp 4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2!\cdot \mathrm{A}_4^3\cdot 5!$ cách.

Trường hợp 5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2!\cdot \mathrm{A}_4^4\cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!\left(8!+\mathrm{A}_4^17!+\mathrm{A}_4^26!+\mathrm{A}_4^35!+\mathrm{A}_4^44!\right)=145\,152$ cách.

Câu 3. Thư viện Trường THPT Yên Phong số 2 cần đưa toàn bộ 30 cuốn sách Hướng dẫn ôn tập môn Toán thi THPT Quốc gia năm 2018 giống nhau về cho 3 lớp 12A1, 12A2,12A3 sao cho lớp 12A1 được ít nhất 11 cuốn, lớp 12A2 được ít nhất 7 cuốn và lớp 12A3 được ít nhất 3 cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện?

Lời giải

Mỗi cách đưa toàn bộ 30 cuốn sách cho 3 lớp được thực hiện qua các bước sau:

- Bước 1. Đưa cho 3 lớp 12A1, 12A2, 12A3 lần lượt 11, 7, 3 cuốn sách. Vì các cuốn sách giống nhau nên có 1 cách thực hiện bước này.
- Bước 2. Đưa 9 cuốn sách còn lại cho 3 lớp.
  Gọi số sách đưa cho 3 lớp 12A1, 12A2, 12A3 lần lượt là a_1, a_2, a_3. Khi đó $a_1+a_2+a_3=9$ và $a_1,a_2,a_3\in\{0;1;2;\ldots,8,9\}$.
  - Có tất cả 7 bộ gồm 3 số tự nhiên khác nhau có tổng bằng 9 là:
    $(0;1;8)$, $(0;2;7)$, $(0;3;6)$, $(0;4;5)$, $(1;2;6)$, $(1;3;5)$, $(2;3;4)$.
    Mỗi cách chia là một hoán vị của bộ 3 số trên nên có $7\times 3!$ cách.
  - Có tất cả 4 bộ gồm 3 số tự nhiên trong đó có 2 số bằng nhau mà có tổng bằng 9 là: $(0;0;9)$, $(1;1;7)$, $(1;4;4)$ và $(2;2;5)$.
    Mỗi trường hợp có 3 cách. Suy ra có 12 cách.

– Có 1 bộ gồm 3 số giống nhau có tổng bằng 9 là: $(3;3;3)$.
Suy ra có 1 cách.

Suy ra bước 2 có $7 \times 3! + 12 + 1 = 55$ cách.

Vậy có tất cả $1 \times 55 = 55$ cách thực hiện.

—Hết—

27. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 học sinh ngồi vào bàn dài có 8 chỗ ngồi?

A. C_8^4. **B.** A_8^4. **C.** $4!8!$. **D.** 12.

Lời giải

Mỗi cách xếp 4 học sinh ngồi vào bàn dài có 8 chỗ ngồi chính là một chỉnh hợp chập 4 của 8 phần tử.

Vậy có tất cả A_8^4 cách xếp.

Chọn đáp án B .....□

Câu 2. Trên mặt phẳng cho lục giác $ABCDEF$. Hỏi có bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ $\vec{0}$ và có điểm đầu, điểm cuối là 2 trong 6 đỉnh của lục giác đã cho?

A. 36. **B.** 30. **C.** 11. **D.** 25.

Lời giải

Mỗi véc-tơ tạo thành là một chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử.

Vậy số véc-tơ thoả mãn bài toán là $A_6^2 = 30$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 3. Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1+r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất $8,65\%$ một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?

A. 30,15645 triệu đồng. **B.** 30,14645 triệu đồng.

C. 30,14675 triệu đồng. **D.** 31,14645 triệu đồng.

Lời giải

Áp dụng công thức $C = A(1+r)^5$ với $A = 20$ triệu $r = 8,65\%, n = 5$ quý.

$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5$.

$(1+0,0865)^5 \approx C_5^0 + C_5^1 \cdot 0,0865 + C_5^2 \cdot (0,0865)^2 = 1 + 5 \cdot 0,0865 + 10 \cdot (0,0865)^2 = 1,5073225$.

Vậy số tiền thu được sau 5 quý là $C = 20 \cdot 1,5073225 = 30,14645$ triệu đồng.

Chọn đáp án B .....□

Câu 4. Viết khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$. **B.** $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.

C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$. **D.** $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

Lời giải

$(x-1)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4+C_5^2x^3+C_5^3x^2+C_5^4x+C_5^5=x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 5. Cho tập $X=\{1,2,3,4,5\}$. Viết được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lấy từ tập X?

A. 30!. **B.** 11!. **C.** 5!. **D.** 6!.

Lời giải

Mỗi số có 5 chữ số khác nhau được lập từ X là một hoán vị của 5 phẩn tử của X.
Vậy số các số có 5 chữ số khác nhau được lấy từ tập X là $P_5=5!$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 6. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.

A. 720. **B.** 1470. **C.** 210. **D.** 750.

Lời giải

Gọi số có bốn chữ số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ trong đó $a_1\neq a_2\neq a_3\neq a_4$, $a_1\neq 0$ và $a_4\in\{1;3;5;7\}$.
Khi đó ta trải qua các giai đoạn sau:

- Giai đoạn 1: Chọn a_4 có 4 cách chọn.
- Giai đoạn 2: Chọn a_1 có 6 cách chọn.
- Giai đoạn 3: Chọn a_2 có 6 cách chọn.
- Giai đoạn 4: Chọn a_3 có 5 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân có $4\cdot6\cdot6\cdot5=720$ số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.

Chọn đáp án A .....□

Câu 7. Tủ lạnh nhà bạn An có 20 hộp sữa và 15 cái bánh quy, trong đó có 12 hộp sữa có hương dâu và 8 hộp sữa sô cô la, 8 cái bánh quy hương sô cô la và 7 cái bánh quy hương dâu. Bạn An đang cần lựa 1 món bánh sô cô la và 1 hộp sữa dâu để ăn bữa chiều. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn?

A. 96. **B.** 84. **C.** 15. **D.** 35.

Lời giải

Để bạn An chọn 1 hộp sữa hương dâu và 1 bánh quy hương sô cô la thì phải trải qua 2 giai đoạn:

- Giai đoạn 1: Chọn 1 hộp sữa hương dâu trong 12 hộp sữa hương dâu, có 12 cách chọn.
- Giai đoạn 2: Chọn 1 bánh quy sô cô la trong 8 bánh quy sô cô la, có 8 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân có $8 \cdot 12 = 96$ cách chọn 1 hộp sữa hương dâu và 1 bánh quy hương sô cô la.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 8. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Lời giải

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:
Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
Có 4 cách chọn học sinh khối 11.
Có 3 cách chọn học sinh khối 10.
Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 9. Trên giá sách có 6 quyển sách Toán khác nhau, 7 quyển sách Văn khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 2 quyển sách thuộc 2 môn khác nhau?

A. 146. **B.** 336. **C.** 420. **D.** 210.

Lời giải

Số cách lấy 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Văn là $6 \cdot 7 = 42$ cách.
Số cách lấy 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Tiếng Anh là $6 \cdot 8 = 48$ cách.
Số cách lấy 1 quyển sách Tiếng Anh và 1 quyển sách Văn là $8 \cdot 7 = 56$ cách.
Vậy theo quy tắc cộng ta có : $42 + 48 + 56 = 146$ cách.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 10. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345 600. **B.** 518 400. **C.** 725 760. **D.** 103 680.

Lời giải

Ta có

- Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng $3!$.

- Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng $4!$.
- Số cách xếp 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng $5!$.
- Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 3! = 103\,680$ cách.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 11. Cho hai đường thẳng song song a, b. Trên đường thẳng a có 10 điểm phân biệt và trên đường thẳng b có 15 điểm phân biệt. Có thể lập được bao nhiêu tam giác từ các điểm trên?

A. 1 050. **B.** 1 725. **C.** 2 300. **D.** 675.

Lời giải

Để tạo thành một tam giác, ta cần chọn 3 điểm không thẳng hàng. Có 2 trường hợp xảy ra:

- **Trường hợp 1:** Tam giác có 1 đỉnh thuộc a và 2 đỉnh thuộc b. Số cách chọn là $C_{10}^1 \cdot C_{15}^2$ tam giác.
- **Trường hợp 2:** Tam giác có 2 đỉnh thuộc a và 1 đỉnh thuộc b. Số cách chọn là $C_{10}^2 \cdot C_{15}^1$ tam giác.

Vậy có tất cả $C_{10}^1 \cdot C_{15}^2 + C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 = 1\,725$ tam giác.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 12. Khai triển nhị thức $(3x - 2y^2)^4$ ta được

A. $81x^4 - 216x^3y^2 + 216x^2y^4 - 96xy^6 + 16y^8$.

B. $81x^4 + 216x^3y^2 + 216x^2y^4 + 96xy^6 + 16y^8$.

C. $81x^4 - 216x^3y^2 + 296x^2y^4 - 96xy^6 + 16y^8$.

D. $81x^4 - 216x^3y^2 + 216x^2y^4 - 96xy^6 + 36y^8$.

Lời giải

$$\begin{aligned}(3x - 2y^2)^4 &= (3x)^4 - 4(3x)^3(2y^2) + 6(3x)^2(2y^2)^2 - 4(3x)(2y^2)^3 + (2y^2)^4 \\ &= 81x^4 - 216x^3y^2 + 216x^2y^4 - 96xy^6 + 16y^8.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một cửa hàng có 7 bông hoa Ly, 15 bông hoa Hồng và 6 bông hoa Lan. Bạn Nam muốn mua 1 số bông hoa từ cửa hàng đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 28 cách chọn mua 1 bông hoa từ cửa hàng.
b) Có 630 cách chọn mua một bó gồm 3 bông khác loại từ cửa hàng.
c) Có 2766 cách chọn mua 2 bông khác loại từ cửa hàng.
d) Có 13 cách chọn mua 1 bông Hồng từ cửa hàng.

Lời giải

a) Đ Ta có các trường hợp sau

- **Trường hợp 1.**Chọn mua 1 bông Ly có 7 cách chọn.
- **Trường hợp 2.**Chọn mua 1 bông Hồng có 15 cách chọn.
- **Trường hợp 3.**Chọn mua 1 bông Lan có 7 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $7+15+6=28$cách chọn.

b) Đ Chọn mua 1 bó gồm 3 bông hoa khác loại ta thực hiện liên tiếp 3 công đoạn.

- **Công đoạn 1.**Chọn mua 1 bông Ly có 7 cách chọn.
- **Công đoạn 2.**Chọn mua 1 bông Hồng có 15 cách chọn.
- **Công đoạn 3.**Chọn mua 1 bông Lan có 7 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $7\cdot 15\cdot 6=630$ cách chọn.

c) S Chọn mua 2 bông hoa khác loại, ta có 3 trường hợp.

- **Trường hợp 1.** Chọn mua 1 bông Ly và 1 bông Hồng có $7\cdot 15=105$ cách chọn.
- **Trường hợp 2.**Chọn mua 1 bông Ly và 1 bông Lan có $7\cdot 6=42$ cách chọn.
- **Trường hợp 3.** Chọn mua 1 bông Lan và 1 bông Hồng: có $6\cdot 15=90$ cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $105+42+90=237$ cách chọn.

d) S Số cách chọn 1 bông Hồng từ cửa hàng là 15 cách.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

Câu 2. Một trường THPT X có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG.

a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách.
b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.

c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1+C_4^1$ cách.

d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn.

Lời giải

a) Đ Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách.

b) Đ Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

c) S Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1\times C_4^1$ cách.

d) S Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

- **Trường hợp 1:** Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó
  - Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1\times C_4^1$ cách.
  - Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

  Trường hợp này có $C_3^1\left(C_5^1\cdot C_4^1+C_4^2\right)$ cách chọn.
- **Trường hợp 2:** Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách.
  Trường hợp này có $C_3^2\cdot C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1\left(C_5^1\times C_4^1+C_4^2\right)+C_3^2\times C_4^1=90$ cách chọn.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển: $\left(x+\dfrac{2}{x^4}\right)^n$. Đáp án: | 1 | 0 | | |

Lời giải

Điều kiện $n\geq 2, n\in\mathbb{N}^*$. Ta có

$$\begin{aligned} C_n^1+C_n^2=15 &\Leftrightarrow n+\frac{n(n-1)}{2}=15\\ &\Leftrightarrow n^2+n-30=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5\\ n=-6 \end{array}\right. \Rightarrow n=5. \end{aligned}$$

Khi đó $\left(x+\frac{2}{x^4}\right)^5 = \sum\limits_{k=0}^{5} \mathrm{C}_5^k \cdot 2^k x^{5-k} \cdot \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum\limits_{k=0}^{5} \mathrm{C}_5^k \cdot 2^k x^{5-5k}$.
Số hạng không chứa x tương ứng $5-5k=0 \Leftrightarrow k=1$.
Suy ra số hạng không chứa x là $\mathrm{C}_5^1 \cdot 2^1 = 10$.
Đáp án: 10 .....□

Câu 2. Vợ chồng ông An cùng 4 người con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng?

Đáp án: | 4 | 3 | 2 | |

Lời giải
Sắp 6 người vào 6 vị trí theo hàng dọc có 6! cách sắp xếp.
Sắp ông và bà An vào 2 trong 4 vị trí (trừ vị trí đầu và cuối hàng) có A_4^2 cách.
Sắp 4 người con vào 4 vị trí còn lại có 4! cách.
Vậy có $6! - \mathrm{A}_4^2 \cdot 4! = 432$ cách sắp xếp.
Đáp án: 432 .....□

Câu 3. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Hỏi có bao nhiêu cách để 2 viên bi được lấy vừa khác màu, vừa khác số.

Đáp án: | 3 | 7 | | |

Lời giải
Để lấy được 2 viên bi khác màu, vừa khác số ta thực hiện như sau:

- Chọn 1 viên xanh, 1 viên đỏ:
  Lấy 1 viên đỏ có 4 cách, sau đó lấy 1 bi xanh có $5-1=4$ cách $\Rightarrow$ có $4 \times 4 = 16$ cách.
- Chọn 1 viên xanh, 1 viên vàng có $3 \times 4 = 12$ cách.
- Chọn 1 viên đỏ, 1 viên vàng có $3 \times 3 = 9$ cách.

Vậy có $16+12+9=37$.
Đáp án: 37 .....□

Câu 4. Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ sao cho hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

Đáp án: | 1 | 9 | 2 | |

Lời giải
Xét số có hình thức $\overline{0bcdef}$.
Số cách hoán đổi vị trí hai chữ số 3, 4 (cùng nhóm X) là 2.
Số cách hoán đổi vị trí của X với các chữ số 1, 2, 5 là 4!.
Do đó, số các số được lập theo hình thức này là $2 \cdot 4! = 48$.

Xét số có hình thức $\overline{abcdef}$ trong đó a được phép bằng 0.
Số cách hoán đổi vị trí của hai chữ số 3, 4 (cùng nhóm X) là 2.
Số cách hoán đổi vị trí của X với các chữ số 0, 1, 2, 5 là 5!
Số các số được lập theo hình thức này là $2 \cdot 5! = 240$.
Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là $240 - 48 = 192$.
Đáp án: 192 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển $\left(\sqrt{x}+\frac{2}{x}\right)^4$, $x>0$.

Lời giải

Ta có $\left(\sqrt{x}+\frac{2}{x}\right)^4 = (\sqrt{x})^4 + 4(\sqrt{x})^3\left(\frac{2}{x}\right) + 6(\sqrt{x})^2\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 4(\sqrt{x})\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{2}{x}\right)^4$

$= x^2 + 8\sqrt{x} + 24\frac{1}{x} + 32\frac{\sqrt{x}}{x^3} + 16\frac{1}{x^4}$.

Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển trên ứng với số hạng thứ 2.

Câu 2. Có cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc 4 dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

Lời giải

- Chỉ có một cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau, khi đó buộc các bà vợ phải ngồi cùng một bên, các ông chồng ngồi cùng một bên so với cặp vợ chồng đó $\Rightarrow$ có $(2 \cdot 3! \cdot 3!) \cdot A_4^1 = 288$ (cách xếp).
- Có đúng hai cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2 \cdot A_4^2 \cdot 2 \cdot 6 = 288$ (cách xếp).
- Có đúng ba cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2 \cdot A_4^3 \cdot 2 \cdot 2 = 192$ (cách xếp).
- Tất cả bốn cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2 \cdot A_4^4 = 48$ (cách xếp).

Vậy có tất cả $288 + 288 + 192 + 48 = 816$ (cách xếp) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 3. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 15 chữ số, trong đó các chữ số 1 và 2 mỗi chữ số xuất hiện năm lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần và các chữ số lớn hơn 2 không có bất kì hai chữ số nào đứng cạnh nhau.

Lời giải

Trước hết ta sắp xếp năm chữ số 1 và năm chữ số 2 vào 10 vị trí hàng ngang:

- Chọn năm trong mười vị trí để sắp xếp chữ số 1: có C_{10}^5 cách chọn.
- Các vị trí còn lại ta sắp xếp chữ số 2: có 1 cách chọn.

Từ dãy các chữ số 1 và 2 ở trên có chín vị trí xen giữa và hai vị trí hai đầu mút. Các số còn lại gồm 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 đều lớn hơn 2. Ta cần chọn ra năm trong bảy chữ số trên để sắp xếp vào mười một vị trí cho phép:

- Số cách chọn ra năm trong bảy chữ số: C_7^5.
- Số cách chọn ra năm trong mười một vị trí để sắp xếp năm chữ số vừa chọn là A_{11}^5.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $C_{10}^5 \cdot 1 \cdot C_7^5 \cdot A_{11}^5 = 293\,388\,480$.

—Hết—

28. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Biết khai triển nhị thức $P(x)=(2-3x)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$. Tính $S=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$.

A. 9. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Tổng các hệ số $S=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$ chính là giá trị của đa thức khi thay $x=1$, tức là

$$S=P(1)=(2-3\cdot 1)^4=(-1)^4=1.$$

Chọn đáp án D .....□

Câu 2. Trong kinh doanh nhà hàng, combo là một hình thức gọi món theo thực đơn được kết hợp từ nhiều món ăn hoặc đồ uống. Nếu nhà hàng có 5 món rau, 6 món cá và 7 món thịt thì có bao nhiêu cách tạo ra 1 combo? Biết mỗi combo có đầy đủ 1 món rau, 1 món cá và 1 món thịt.

A. 18. **B.** 18!. **C.** C_{18}^3. **D.** 210.

Lời giải

Mỗi cách chọn một combo được thực hiện qua 3 công đoạn

- **Công đoạn 1**: Chọn 1 món rau từ 5 món rau thì có 5 cách.
- **Công đoạn 2**: Chọn 1 món cá từ 6 món rau thì có 6 cách.
- **Công đoạn 3**: Chọn 1 món thịt từ 7 món thịt thì có 7 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một combo là $5\cdot 6\cdot 7=210$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 3. Trên giá sách có 10 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 6 quyển sách Lý khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách không cùng thuộc một môn?

A. 480. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 188.

Lời giải

Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Toán và 1 Tiếng Anh là $10\cdot 8=80$.
Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Toán và 1 Lý là $10\cdot 6=60$.
Số cách chọn 2 quyển sách khác nhau gồm 1 Tiếng Anh và 1 Lý là $8\cdot 6=48$.
Theo quy tắc cộng, số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán là $80+60+48=188$ cách.

Chọn đáp án D .....□

Câu 4. Một ban cán sự lớp có 3 người gồm 1 lớp trưởng, 1 bí thư và 1 ủy viên. Tính số cách tạo một ban cán sự lớp từ một nhóm 10 học sinh.

A. 120. **B.** 720. **C.** 1000. **D.** 30.

Lời giải

Số cách tạo một ban cán sự lớp từ một nhóm 10 học sinh là $A_{10}^3 = 720$.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Câu lạc bộ Ghita có 16 thành viên. Số cách chọn một ban chấp hành bất kì gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư kí và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là

A. 4. **B.** $\frac{16!}{4}$. **C.** $\frac{16!}{12! \cdot 4!}$. **D.** $\frac{16!}{12!}$.

Lời giải

Chọn 4 trong 16 thành viên để bầu ban chấp hành có số cách chọn là $A_{16}^4 = \frac{16!}{12!}$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn A và bạn E luôn ngồi ở hai đầu ghế là

A. 120. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Xếp A và E ngồi hai đầu ghế có 2! cách xếp. Mỗi cách xếp 3 bạn B, C, D vào 3 ghế còn lại là một hoán vị của 3 phần tử nên có có 3! cách.

Vậy có $2! \cdot 3! = 12$ cách.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Có bao nhiêu cách chọn một nguyên âm và một phụ âm từ các ký tự của chữ VIETNAM?

A. 4. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Tập các chữ cái nguyên âm $N = \{I; E; A\}$ nên có 3 cách chọn nguyên âm.

Tập các chữ cái phụ âm $P = \{V; T; N; M\}$ nên có 4 cách chọn phụ âm.

Suy ra số cách chọn một nguyên âm và một phụ âm là

$$C_3^1 \cdot C_4^1 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ (cách)}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 8. Số cách sắp xếp 6 bạn học sinh nam và 4 bạn học sinh nữ thành một hàng dọc là

A. $6! + 4!$. **B.** $10!$. **C.** $C_{10}^6 \cdot C_{10}^4$. **D.** $6! \cdot 4!$.

Lời giải

Tổng số học sinh là $6+4=10$ (học sinh).
Mỗi cách sắp xếp 10 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 10 phần tử.
Vậy số cách sắp xếp là $10!$ cách.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 9. Từ các chữ số 1; 3; 5; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 16. **B.** 256. **C.** 24. **D.** 10.

Lời giải

Mỗi số thỏa mãn yêu cầu bài toán là một hoán vị của 4 chữ số đã cho.
Vậy ta có thể lập được $4!=24$ số.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 10. Trong một hộp đựng 7 viên bi xanh và 6 viên bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi sao cho có đủ cả 2 màu?

A. 286. **B.** 231. **C.** 312. **D.** 213.

Lời giải

Trường hợp 1. Chọn 2 viên bi xanh và 1 viên bi vàng, ta có $C_7^2 \cdot C_6^1 = 126$ cách.
Trường hợp 2. Chọn 1 viên bi xanh và 2 viên bi vàng, ta có $C_7^1 \cdot C_6^2 = 105$ cách.
Theo quy tắc cộng, ta có $126+105=231$ cách chọn.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 11. Giả sử An muốn mua một chiếc áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi An có bao nhiêu cách mua một chiếc áo?

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 20.

Lời giải

Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.
Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.
Theo qui tắc cộng, ta có $5+4=9$ cách chọn mua một chiếc áo.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 12. Khai triển biểu thức $(x^2+2y)^5$ là

A. $x^{10}+10x^8y+40x^6y^2+80x^4y^3+80x^2y^4+32y^5$.

B. $x^{10}-10x^8y+40x^6y^2-80x^4y^3+80x^2y^4-32y^5$.

C. $32x^{10}+80x^8y+80x^6y^2+40x^4y^3+10x^2y^4+y^5$.

D. $32x^{10}-80x^8y+80x^6y^2-40x^4y^3+10x^2y^4-y^5$.

Lời giải

Theo công thức nhị thức Newton, ta có

$$\begin{aligned}(x^2+2y)^5 &= C_5^0(x^2)^5+C_5^1(x^2)^4(2y)+C_5^2(x^2)^3(2y)^2+C_5^3(x^2)^2(2y)^3+C_5^4(x^2)^1(2y)^4+C_5^5(2y)^5\\ &= x^{10}+10x^8y+40x^6y^2+80x^4y^3+80x^2y^4+32y^5.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang.

a) Có 362 880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý.

b) Có 40 320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

c) Có 282 240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau.

d) Có 5 040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế.

Lời giải

a) Đ Số cách xếp tùy ý 9 bạn lên hàng ghế nằm ngang là: $P_9 = 9! = 362\,880$ (cách).

b) S Coi An và Bình là một nhóm X. Xếp nhóm X và 7 bạn còn lại (tổng 8 phần tử) có $8!$ cách.
Trong nhóm X có $2!$ cách hoán đổi vị trí An và Bình.
Số cách xếp thỏa mãn là $8! \cdot 2! = 80\,640$ (cách).
Vậy khẳng định này sai.

c) Đ Số cách xếp để An và Bình không ngồi cạnh nhau bằng tổng số cách trừ đi số cách ngồi cạnh nhau:
$362\,880 - 80\,640 = 282\,240$ (cách).

d) S Xếp An và Bình ngồi 2 đầu ghế: có $2!$ cách.
Xếp 7 bạn còn lại vào 7 ghế ở giữa: có $7!$ cách.
Số cách xếp thỏa mãn: $2! \cdot 7! = 10\,080$ (cách).
Vậy khẳng định này sai.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Cho tập hợp $X = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

a) Có 3024 số tự nhiên có 4 chữ số lấy từ tập X.

b) Có 15 120 số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X.

c) Có 1 680 số tự nhiên lẻ có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X.

d) Có 2 520 số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X sao cho không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn.

Lời giải

a) (S) Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a \neq 0$; $0 \leq a,b,c,d \leq 9$; $a,b,c,d \in \mathbb{N}$).
Chọn số tự nhiên có 4 chữ số lấy từ tập X:
Chọn a có 9 cách, chọn b có 9 cách, chọn c có 9 cách, chọn d có 9 cách.
Theo quy tắc nhân có $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 6561$ số thỏa mãn.

b) (Đ) Gọi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau cần tìm là $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$; $0 \leq a,b,c,d,e \leq 9$; $a,b,c,d,e \in \mathbb{N}$).
Chọn a, b, c, d, e có A_9^5 cách.
Vậy có $A_9^5 = 15120$ số thỏa mãn.

c) (Đ) *Chọn số tự nhiên lẻ có 4 chữ số lấy từ tập X:*
Gọi số tự nhiên lẻ có 4 chữ số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a \neq 0$; $0 \leq a,b,c,d \leq 9$; $a,b,c,d \in \mathbb{N}$).
Chọn d có 5 cách, chọn a, b, c có A_8^3 cách.
Theo quy tắc nhân có $5 \cdot A_8^3 = 1680$ số thỏa mãn.

d) (S) *Chọn số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X sao cho không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn:*
Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là $\overline{abcd}$ ($a \neq 0$; $0 \leq a,b,c,d \leq 9$; $a,b,c,d \in \mathbb{N}$).

- **Trường hợp 1:** Bốn chữ số đều là số lẻ.
  Chọn 4 số lẻ từ 5 số lẻ và sắp xếp có $A_5^4 = 120$ cách.
  Do đó trường hợp này có 120 số thỏa mãn.
- **Trường hợp 2:** Ba chữ số lẻ và một chữ số chẵn.
  Chọn 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
  Chọn 1 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^1 cách.
  Sắp xếp 4 chữ số đã chọn có 4! cách.
  Theo quy tắc nhân có $C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! = 960$ số thỏa mãn.
- **Trường hợp 3:** Hai chữ số lẻ và hai chữ số chẵn.
  Chọn 2 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^2 cách.
  Chọn 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^2 cách.
  Xếp 2 chữ số lẻ có 2! cách.
  Xếp 2 chữ số chẵn vào 2 trong 3 vị trí (ở 2 đầu hoặc ở giữa hai số lẻ) có A_3^2 cách.
  Theo quy tắc nhân có $C_5^2 \cdot C_4^2 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 720$ số thỏa mãn.

Kết hợp ba trường hợp, theo quy tắc cộng có $120 + 960 + 720 = 1800$ số thỏa mãn.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Khai triển $\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5 = a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$. Tính tổng $S = a_0+2a_1+2^2a_2+2^3a_3+2^4a_4+2^5a_5$.

Đáp án: | 0 | | | |

Lời giải

Với $x=2$, ta được

$$0=\left(1-\frac{1}{2}\cdot 2\right)^5 = a_0+2a_1+2^2a_2+2^3a_3+2^4a_4+2^5a_5.$$

Đáp án: 0 .....□

Câu 2. Từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số các số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau không chia hết cho 5?

Đáp án: | 1 | 0 | 0 | |

Lời giải

Gọi số có dạng $\overline{abc}$ là số có ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5 với a, b, $c \in \{1;2;3;4;5;6\}$ thì số cần tìm có dạng $\overline{ab5}$.

Chọn c có 1 cách chọn ($c=5$);

Khi đó chọn a có 5 cách chọn (khác d), chọn b có 4 cách chọn.

Vậy có tất cả $1\cdot 5\cdot 4=20$ số chia hết cho 5 được lấy từ $\{1;2;3;4;5;6\}$.

Có $6\cdot 5\cdot 4=120$ số có ba chữ số khác nhau được lấy từ $\{1;2;3;4;5;6\}$.

Vậy có $120-20=100$ số cần tìm.

Đáp án: 100 .....□

Câu 3. Một hộp chứa 5 quả cầu trắng và 6 quả cầu đỏ, các quả cầu có kích thước và khối lượng giống nhau. Có bao nhiêu cách lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu trong hộp sao cho trong 3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả cầu trắng?

Đáp án: | 1 | 4 | 5 | |

Lời giải

Xét các trường hợp sau

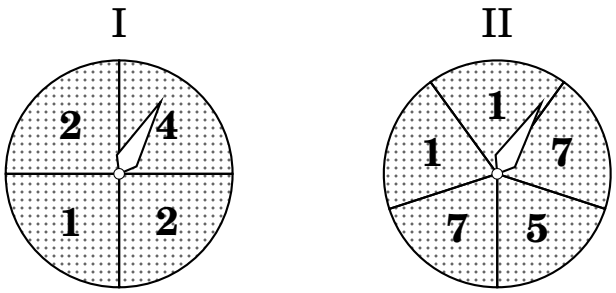
- Trường hợp 1: lấy được 1 quả cầu trắng và 2 quả cầu đỏ.
  Số cách lấy 1 quả cầu trắng và 2 quả cầu đỏ là $C_5^1\cdot C_6^2=75$.
- Trường hợp 2: lấy được 2 quả cầu trắng và 1 quả cầu đỏ.
  Số cách lấy 1 quả cầu trắng và 2 quả cầu đỏ là $C_5^2\cdot C_6^1=60$.
- Trường hợp 3: lấy được 3 quả cầu trắng.
  Số cách lấy 3 quả cầu trắng là $C_5^3=10$.

Vậy số cách lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu trong hộp sao cho trong 3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả cầu trắng là

$$75+60+10=145.$$

Đáp án: 145 ..... □

Câu 4. Bạn Nam muốn tạo một số có hai chữ số bằng cách quay hai vòng quay sau đây. Biết rằng số nhận được ở vòng quay I, II lần lượt là chữ số hàng chục, chữ số hàng đơn vị. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu số có hai chữ số như vậy?



Đáp án: 9

Lời giải

Vòng quay I có 3 lựa chọn $(1;2;4)$ để được chữ số hàng chục và vòng quay II có 3 lựa chọn $(1;5;7)$ để được chữ số hàng đơn vị.

Áp dụng quy tắc nhân, ta có số các số có hai chữ số được tạo thành là $3\cdot 3=9$ (số).

Đáp án: 9 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Dùng hai số hạng đầu của khai triển $(1+x)^5$ để tính gần đúng số $1{,}001^5$.

Lời giải

Ta có

$(1+x)^5=1+\mathrm{C}_5^1x+\mathrm{C}_5^2x^2+\mathrm{C}_5^3x^3+\mathrm{C}_5^4x^4+x^5=1+5x+10x^2+10x^3+5x^4+x^5$

nên $1{,}001^5=(1+0{,}001)^5\approx 1+5\cdot 0{,}001\approx 1+0{,}005\approx 1{,}005$.

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

Lời giải

Gọi $X=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ là số có 7 chữ số khác nhau và X chia hết cho 5. Ta có hai khả năng sau

- $a_7=0$ thì có A_9^6 cách chọn và sắp xếp 6 chữ số còn lại.
- $a_7=5$ thì có 8 cách chọn a_1 và có A_8^5 cách chọn và xếp 5 chữ số còn lại.

Vậy có tất cả $\mathrm{A}_9^6+8\mathrm{A}_8^5=114\,240$ số.

Câu 3. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Lời giải

Ta có $C_3^1 \cdot C_{12}^4$ cách phân công các thanh niên về tỉnh thứ nhất.
Với mỗi cách này thì có $C_2^1 \cdot C_8^4$ cách phân công số thanh niên còn lại về tỉnh thứ hai.
Với mỗi cách phân công trên thì có $C_1^1 \cdot C_4^4$ cách phân công số thanh nhiên còn lại về tỉnh thứ 3.
Do đó ta có $C_3^1 C_{12}^4 C_2^1 C_8^4 C_1^1 C_4^4 = 207\,900$ cách phân công thỏa mãn đề bài.

Câu 4. Cho mặt phẳng cho đa giác đều H có 20 cạnh. Xét các tam giác có ba đỉnh được lấy từ các đỉnh của H.

a) Có tất cả bao nhiêu tam giác như vậy? Có bao nhiêu tam giác có đúng hai cạnh là cạnh của H?

b) Có bao nhiêu tam giác có đúng một cạnh là cạnh của H? Có bao nhiêu tam giác không có cạnh nào là cạnh của H?

Lời giải

a) Số tam giác được tạo thành có 3 đỉnh được lấy từ các đỉnh của đa giác H là: $C_{20}^3 = 1140$.
Xét một cạnh bất kỳ của đa giác cùng với 2 cạnh kề sát nó lập được 2 tam giác.
Suy ra số tam giác là $20 \cdot 2 = 40$.
Mà trong 40 tam giác đó cứ 1 tam giác đã được đến 2 lần.
Vậy số tam giác có đúng 2 cạnh là cạnh của đa giác H là: 20.

b) Tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của đa giác được tạo thành từ việc chọn như sau:
Lấy một cạnh bất kỳ của đa giác có 20 cách chọn.
Sau đó lấy thêm 1 đỉnh cùng với cạnh trên lập được một tam giác sao cho đỉnh đó không gần kề với 2 đỉnh trong cạnh đã chọn thì có 16 đỉnh.
Vậy số tam giác có đúng một cạnh là cạnh của đa giác là: $20 \cdot 16 = 320$.
Trong các tam giác được lập từ 3 đỉnh của đa giác được chia thành 3 loại:
Loại 1: Có đúng 2 cạnh là cạnh của đa giác H.
Loại 2: Có đúng 1 cạnh là cạnh của đa giác H.
Loại 3: Không có cạnh nào là cạnh của đa giác H.
Vậy số tam giác loại 3 là: $1140 - 20 - 320 = 800$.

—Hết—

29. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ, số cách chọn 3 em học sinh đi dự đại hội đoàn trong đó có nhiều nhất 1 em nữ là

A. 12 102. **B.** 8 300. **C.** 6 000. **D.** 1 200.

Lời giải

Chọn 3 em có 1 em nữ có $C_{25}^2 \cdot C_{20}^1$ cách.
Chọn 3 em trong đó không có em nữ nào có C_{25}^3 cách.
Số cách chọn 3 em học sinh trong đó có nhiều nhất 1 em nữ là
$C_{25}^2 \cdot C_{20}^1 + C_{25}^3 = 8\,300$ cách.
Chọn đáp án B .....□

Câu 2. Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5 + 1620x^4 + 4320x^3 + 5760x^2 + 3840x + 1024$.

B. $243x^5 + 405x^4 + 4320x^3 + 5760x^2 + 3840x + 1024$.

C. $243x^5 - 1620x^4 + 4320x^3 - 5760x^2 + 3840x - 1024$.

D. $243x^5 + 1620x^4 + 4320x^3 + 5760x^2 + 3840x + 1024$.

Lời giải

Ta có $(3x+4)^5 = C_5^0(3x)^5 + C_5^1(3x)^4 \cdot 4 + C_5^2(3x)^3 \cdot 4^2 + C_5^3(3x)^2 \cdot 4^3 + C_5^4(3x)^1 \cdot 4^4 + C_5^5 \cdot 4^5$
$= 243x^5 + 1620x^4 + 4320x^3 + 5760x^2 + 3840x + 1024$.
Chọn đáp án D .....□

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà cả bốn chữ số đó đều lẻ?

A. 3 024. **B.** 25. **C.** 120. **D.** 625.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\overline{abcd}$ (a, b, c, $d \in \{1;3;5;7;9\}$).
Có 5 cách chọn a, 5 cách chọn b, 5 cách chọn c, 5 cách chọn d.
Theo quy tắc nhân ta có $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$ cách lập số có bốn chữ số mà cả bốn chữ số đều lẻ.
Chọn đáp án D .....□

Câu 4. Xếp ngẫu nhiên 5 lá phiếu có ghi số thứ tự từ 1 đến 5 cạnh nhau. Có bao nhiêu cách xếp để các phiếu ghi số chẵn luôn ở cạnh nhau?

A. 48. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên các phiếu ghi số 1; 2; 3; 5 cạnh nhau ta có $4! = 24$.
Vì các phiếu ghi số chẵn ở cạnh nhau nên ta xếp phiếu ghi số 4 vào cạnh phiếu ghi số 2 có 2 cách.
Vậy có $2 \cdot 24 = 48$.
Chọn đáp án A .....□

Câu 5. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345 600. **B.** 518 400. **C.** 725 760. **D.** 103 680.

Lời giải

Ta có

- Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng $3!$.
- Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng $4!$.
- Số cách xếp 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng $5!$.
- Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 3! = 103\,680$ cách.
Chọn đáp án D .....□

Câu 6. Một nhóm học sinh có 7 em nam và 3 em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 em này trên một hàng ngang, sao cho hai vị trí đầu và cuối hàng là các em nam và không có 2 em nữ nào ngồi cạnh nhau?

A. 604 800. **B.** 344 000. **C.** 100 800. **D.** 120 120.

Lời giải

Bước 1: Xếp 7 bạn nam thành một hàng ngang, có $7!$ cách xếp.
Bước 2: Xem các bạn nam là những vách ngăn, giữa 7 bạn nam có sáu vị trí để xếp 3 bạn nữ. Chọn 3 vị trí trong sáu vị trí để xếp 3 bạn nữ, có A_6^3 cách.
Theo quy tắc nhân ta có $7! \cdot A_6^3 = 604\,800$ cách.
Chọn đáp án A .....□

Câu 7. Trong một giải đua xe đạp gồm 20 vận động viên, người ta chỉ quan tâm đến 3 vận động viên: vận động viên nhanh nhất, nhanh nhì và nhanh thứ ba. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

A. 3 420. **B.** 2 280. **C.** 1 140. **D.** 6 840.

Lời giải

Mỗi kết quả có thể xảy ra là một chỉnh hợp chập 3 của 20 phần tử.
Suy ra có $A_{20}^3 = 6\,840$ kết quả.

Chọn đáp án D .....□

Câu 8. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 8 người khách vào 8 ghế kê thành một dãy?

A. 40320. **B.** 56. **C.** 28. **D.** 64.

Lời giải

Sắp xếp 8 người khách vào 8 ghế ngồi có $8! = 40320$ cách.

Chọn đáp án A .....□

Câu 9. Trong khai triển $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Trong khai triển $(a+b)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Chọn đáp án C .....□

Câu 10. Bạn An có 4 quyển sách Toán học, 6 quyển sách Văn học và 5 quyển sách Tiếng Anh, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

A. 120. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

Bạn An có số cách chọn một quyển sách để đọc là $4+6+5=15$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 11. Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, mỗi bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

A. 3014. **B.** 1380. **C.** 560. **D.** 2300.

Lời giải

Ta có:

Số cách chọn 1 bông hồng đỏ trong 7 bông hồng đỏ đôi một khác nhau là: 7 (cách).

Số cách chọn 1 bông hồng vàng trong 8 bông hồng vàng đôi một khác nhau là: 8 (cách).

Số cách chọn 1 bông hồng trắng trong 10 bông hồng trắng đôi một khác nhau là: 10 (cách)

Áp dụng quy tắc nhân, ta được số cách lấy thỏa đề là: $7.8.10 = 560$ (cách).

Chọn đáp án C .....□

Câu 12. Khai triển nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^7$ ta được

A. $x^7-7x^5+21x^3-35x+\dfrac{35}{x}-\dfrac{21}{x^3}+\dfrac{7}{x^5}-\dfrac{1}{x^7}$.

B. $x^7+7x^5+21x^3+35x+\dfrac{35}{x}+\dfrac{21}{x^3}+\dfrac{7}{x^5}-\dfrac{1}{x^7}$.

C. $x^7+7x^5+21x^3-35x+\dfrac{35}{x}+\dfrac{21}{x^3}+\dfrac{7}{x^5}\dfrac{1}{x^7}$.

D. $x^7-7x^5+32x^3-35x+\dfrac{75}{x}-\dfrac{35}{x^3}+\dfrac{7}{x^5}-\dfrac{1}{x^7}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\left(x-\frac{1}{x}\right)^7 &= C_7^0x^7+C_7^1x^6\left(-\frac{1}{x}\right)+C_7^2x^5\left(-\frac{1}{x}\right)^2+C_7^3x^4\left(-\frac{1}{x}\right)^3+C_7^4x^3\left(-\frac{1}{x}\right)^4\\ &\quad +C_7^5x^2\left(-\frac{1}{x}\right)^5+C_7^6x\left(-\frac{1}{x}\right)^6+C_7^7\left(-\frac{1}{x}\right)^7\\ &= x^7-7x^5+21x^3-35x+\frac{35}{x}-\frac{21}{x^3}+\frac{7}{x^5}-\frac{1}{x^7}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ xếp vào một bàn dài.

a) Có 120 cách xếp các học sinh ngồi tùy ý.

b) Có 12 cách xếp sao cho học sinh nam và học sinh nữ ngồi xen kẽ.

c) Có 24 cách xếp sao cho học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau.

d) Có 24 cách xếp sao cho học sinh nữ luôn ngồi hai đầu bàn.

Lời giải

Đánh số chỗ ngồi lần lượt là 1, 2, 3, 4, 5.

a) (Đ) Xếp 5 học sinh vào 5 chỗ ngồi có $5!=120$ cách

b) (Đ) Có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ ngồi xen kẽ nhau nên học sinh nam phải ngồi ở vị trí số 1, 3, 5 và học sinh nữ ngồi ở vị trí 2, 4
Xếp 3 học sinh nam có $3!$ cách, xếp 2 học sinh nữ có $2!$ cách.
Như vậy có $3!\cdot 2!=12$ cách.

c) (S) Xếp 2 học sinh nữ có $2!$ cách.
Coi 2 học sinh nữ là một phần tử x, xếp x và 3 học sinh nam có $4!$ cách.
Như vậy có $2!\cdot 4!=48$ cách.

d) (S) Xếp 2 học sinh nữ vào vị trí số 1 và số 5 có $2!$ cách
Xếp 3 học sinh vào các vị trí 2, 3, 4 có $3!$ cách.
Như vậy có $2!\cdot 3!=12$ cách.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

Câu 2. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu. Khi đó, xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng.
b) Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng.
c) Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng.
d) Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18.

Lời giải

a) (S) Sai. Khách lên tàu tùy ý nên mỗi khách sẽ có 3 lựa chọn. Vậy số khả năng thỏa mãn là $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

b) (S) Sai. Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 3.

c) (Đ) Đúng. Số cách chọn 3 toa để xếp 3 hành khách là $A_3^3 = 3! = 6$.

d) (Đ) Đúng.
Giai đoạn 1. Chia 3 hành khách ra làm hai nhóm X, Y: một nhóm có 2 người và một nhóm có 1 người. Số cách thực hiện là $C_3^2 \cdot 1$.
Giai đoạn 2. Chọn 2 trong 3 toa tàu để xếp hai nhóm vào, số cách thực hiện là A_3^2.
Vậy số cách xếp khách lên tàu thỏa mãn là $C_3^2 \cdot 1 \cdot A_3^2 = 18$.

Chọn đáp án | a sai | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một người chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính số cách chọn sao cho trong 4 chiếc giày được chọn không có 2 chiếc nào tạo thành một đôi.

Đáp án: | 8 | 0 | | |

Lời giải

Ta có

- Chọn 4 đôi trong 5 đôi có C_5^4 cách.
- Trong mỗi đôi được chọn lấy một chiếc: có $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ cách.

Do đó có $C_5^4 \cdot 16 = 80$ cách chọn.

Đáp án: | 80 | ..... □

Câu 2. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị.

Đáp án: | 7 | 2 | | |

Lời giải

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm.
Vì số cần tìm là số lẻ nên $a_6 \in \{1;3;5\}$ và tổng ba chữ số đầu lớn hơn tổng ba chữ số sau nên $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5 + a_6) = 1$.

- Với $a_6=1$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=2$.
  Suy ra $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2,3,6\}\\ a_4,a_5\in\{4,5\}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2,4,5\}\\ a_4,a_5\in\{3,6\}.\end{cases}$
- Với $a_6=3$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=4$.
  Suy ra $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2;4;5\}\\ a_4,a_5\in\{1,6\}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{1,4,6\}\\ a_4,a_5\in\{2,5\}.\end{cases}$
- Với $a_6=5$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=6$.
  Suy ra $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2,3,6\}\\ a_4,a_5\in\{1,4\}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{1,4,6\}\\ a_4,a_5\in\{2,3\}.\end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3!\cdot 2!=12$ số thỏa mãn yêu cầu.
Vậy có tất cả $6\cdot 12=72$ số cần tìm.
Đáp án: 72 ..... □

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.

Đáp án: | 1 | 5 | | |

Lời giải
Tổng 5 chữ số bằng 3 thì tập hợp các số đó có thể là $\{0;1;2\},\{1;1;1\},\{3;0\}$.
Trường hợp 1. Số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 0, 1 chữ số 1 và 1 chữ số 2.
Chọn chữ số xếp vào vị trí đầu có 2 cách, xếp chữ số còn lại vào 4 vị trí cuối có 4 cách.
Do đó, trường hợp này có $2\cdot 4=8$ (số).
Trường hợp 2. Số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 1, 2 chữ số 0.
Xếp số 1 vào vị trí đầu có 1 cách.
Xếp 2 số 1 còn lại vào 4 vị trí cuối có C_4^2 cách.
Do đó, trường hợp này có $C_4^2=6$ (số).
Trường hợp 3. số có 5 chữ số gồm 1 chữ số 3, 4 chữ số 0. Trường hợp này duy nhất 1 số là 30 000.
Vậy có $8+6+1=15$ số thoả yêu cầu bài toán.
Đáp án: 15 ..... □

Câu 4. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số được chọn từ 1,2, 3, 4, 5 sao cho chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Đáp án: | 1 | 2 | 6 | 0 |

Lời giải
Xét bảy ô tương ứng với bảy chữ số của số tự nhiên cần lập.
Chọn hai từ bảy vị trí để đặt chữ số 2, có C_7^2 (cách).
Chọn ba từ năm vị trí còn lại để đặt chữ số 3, có C_5^3 (cách).
Chọn hai chữ số từ $\{1;4;5\}$ rồi xếp vào hai vị trí còn lại, có A_3^2 (cách).
Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là $C_7^2\cdot C_5^3\cdot A_3^2=1\,260$.

Đáp án: 1 260 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó gồm 4 bông từ số bông này.

a) Có bao nhiêu cách chọn sao cho số bông mỗi màu bằng nhau?

b) Có bao nhiêu cách chọn sao cho có đủ cả hai màu?

Lời giải

a) Số cách chọn 2 bông hồng từ 5 bông hồng là C_5^2 (cách).
Số cách chọn 2 bông trắng từ 4 bông trắng là C_4^2 (cách).
Số cách chọn một bó bông thỏa mãn đề bài là $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).

b) **Trường hợp 1.** Chọn 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3 \cdot C_4^1 = 40$ (cách).
Trường hợp 2. Chọn 2 bông hồng, 2 bông trắng: có $C_5^2 \cdot C_4^2 = 60$ (cách).
Trường hợp 3. Chọn 1 bông hồng, 3 bông trắng: có $C_5^1 \cdot C_4^3 = 20$ (cách).
Theo quy tắc cộng ta có tất cả $40+60+20 = 120$ (cách chọn).

Câu 2. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau đôi một và không lớn hơn 4 568?

Đáp án: | 6 | 8 | 9 | |

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcd}$. Xảy ra các trường hợp sau

libel=Trường hợp 0:, font = **, leftmirgin=*** $a < 4$. Chọn $a \in \{1,2,3\}$ xảy ra hai tình huống:

- $a \in \{1,3\}$. Chọn a có 2 cách. Chọn $d \in \{0,2,4,6,8\}$ có 5 cách. Chọn $b \neq a,d$ có 7 cách. Chọn $c \neq a,b,d$ có 6 cách.
- $a = 2$. Chọn $d \in \{0,4,6,8\}$ có 4 cách. Chọn $b \neq a,d$ có 7 cách. Chọn $c \neq a,b,d$ có 6 cách.

Vậy số kết quả trong trường hợp này là $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 + 4 \cdot 7 \cdot 6 = 588$ (số).

liibel=Trường hợp 0:, font = , **leftmiirgiin=*** $a=4, b<5$. Chọn $b\in\{0,1,2,3\}$ xảy ra hai tình huống:

- $b\in\{1,3\}$. Chọn b có 2 cách. Chọn $d\in\{0,2,6,8\}$ có 4 cách. Chọn $c\neq a,b,d$ có 6 cách.
- $b\in\{0,2\}$. Chọn b có 2 cách. Chọn $d\in\{0,2,6,8\}\setminus\{b\}$ có 3 cách. Chọn $c\neq a,b,d$ có 6 cách.

Vậy số kết quả trong trường hợp này là $2\cdot4\cdot6+2\cdot3\cdot6=84$ (số).

liiibel=Trường hợp 0:, font = , **leftmiiirgiiin=*** $a=4, b=5, c<6$. Chọn $c\in\{0,1,2,3\}$ xảy ra hai tình huống:
$c\in\{1,3\}$. Chọn c có 2 cách. Chọn $d\in\{0,2,6,8\}$ có 4 cách.
$c\in\{0,2\}$. Chọn c có 2 cách. Chọn $d\in\{0,2,6,8\}\setminus\{b\}$ có 3 cách.
Vậy số kết quả trong trường hợp này là $2\cdot4+2\cdot3=14$ (số).

livbel=Trường hợp 0:, font = , **leftmivrgivn=*** $a=4$, $b=5$, $c=6$, $d\leq8$. Chọn $d\in\{0,2,8\}$ có 3 cách.
Vậy số kết quả trong trường hợp này là 3 (số).

Kết quả cần tìm là $588+84+14+3=689$ (số).

Đáp án: 689 .....□

Câu 3. Ông A có 500 triệu đồng và ông B có 600 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 6%/ năm và 4%/ năm. Với giải thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi P_n sau n tháng được tính bởi công thức $\mathrm{P}_n=\mathrm{P}_0(1+r)^n$ trong đó P_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Newtơn, ước lượng đến năm bao nhiêu thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

Lời giải

Gọi P là số tiền ban đầu gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, P_n lần lượt là số tiền nhận được sau n năm.

Khi đó $\mathrm{P}_n = P(1+r)^n$. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $\mathrm{P}_n = P(1+r)^n$ để tính số tiền sau n năm của hai ông thì:

Số tiền ông A thu được là $500\left(1+\dfrac{6}{100}\right)^n \approx 500\left(\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1.\dfrac{6}{100}\right)$.

Số tiền ông B thu được là $600\left(1+\dfrac{4}{100}\right)^n \approx 600\left(\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1\cdot\dfrac{4}{100}\right)$.

Theo giả thiết $500\left(\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1\cdot\dfrac{6}{100}\right) = 600\left(\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1\cdot\dfrac{4}{100}\right) \Leftrightarrow 6n = 100 \Leftrightarrow n \approx 16{,}7$.

Vậy phải đến quá nửa năm thứ 17 thì mỗi người nhận được số tiền bằng nhau.

—Hết—

Phần IV

Xác suất

30. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Gieo một đồng xu cân đối, đồng chất 3 lần là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

A. {NN,SN,NS,SS}.

B. {NNN, SSS, NNS,SSN,NSN,SNS,NSS,SNN}.

C. {NNN, SSS, NNS,SSN,NSN,SNS}.

D. {NNN, SSS, NNS,SSN,NSS,SNN}.

Lời giải

Không gian mẫu là {NNN, SSS,NNS,SSN,NSN,SNS,NSS,SNN}.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 2. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc hai lần. Xét biến cố A: "Lần thứ hai xuất hiện mặt ba chấm" thì biến cố A là

A. $A=\{(3;1);(3;2);(3;3);(3;4);(3;5);(3;6)\}$.

B. $A=\{(3;1);(3;2);(3;4);(3;5);(3;6)\}$.

C. $A=\{(1;3);(2;3);(3;3);(4;3);(5;3);(6;3)\}$.

D. $A=\{(3;3)\}$.

Lời giải

Ký hiệu $(i;j)$ là số chấm xuất hiện lần lượt ở lần một và lần hai khi gieo con súc sắc, trong đó $i,\ j\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Xét biến cố A: "Lần thứ hai xuất hiện mặt ba chấm" thì $j=3$ còn i là một số tự nhiên bất kỳ trong phạm vi từ 1 đến 6.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 3. Xét một phép thử có không gian mẫu Ω và A là một biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào dưới đây là **sai**?

A. $\mathrm{P}(A)=0$ khi và chỉ khi A là chắc chắn.

B. $0\le \mathrm{P}(A)\le 1$.

C. $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$.

D. $\mathrm{P}(A)=\dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)}$.

Lời giải

Ta có $\mathrm{P}(A)=0$ khi và chỉ khi A là biến cố không thể xảy ra nên khẳng định sai là $\mathrm{P}(A)=0$ khi và chỉ khi A là chắc chắn.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 4. Từ các chữ số 1; 2; 4; 6; 8; 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là?

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Gọi A: "Lấy được một số nguyên tố".

Khi đó $A=\{2\}\Rightarrow n(A)=1$ và $n(\Omega)=6$. Do đó, xác suất để lấy được một số nguyên tố là

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án D .....□

Câu 5. Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Liệt kê ta có $A=\{NS;SN\}$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 6. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó $\mathrm{P}(A)$ bằng

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{115}{231}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{118}{231}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{11}^{6}=462$.

Gọi A là biến cố: "Tổng số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có ba trường hợp:

Trường hợp 1: Chọn 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có $\mathrm{C}_{6}^{1}\cdot\mathrm{C}_{5}^{5}=6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 3 thẻ lẻ và 3 thẻ chẵn có $\mathrm{C}_{6}^{3}\cdot\mathrm{C}_{5}^{3}=200$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 5 thẻ lẻ và 1 thẻ chẵn có $\mathrm{C}_{6}^{5}\cdot\mathrm{C}_{5}^{1}=30$ cách.

Do đó $n(A)=6+200+30=236$ nên $\mathrm{P}(A)=\frac{236}{462}=\frac{118}{231}$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 7. Biến cố chắc chắn kí hiệu là

A. A. **B.** Ω. **C.** $\varnothing$. **D.** $n(\Omega)$.

Lời giải

Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra, kí hiệu là Ω.

Chọn đáp án B .....□

Câu 8. Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là

A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,5.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$.

Biến cố xuất hiện mặt chẵn là $A = \{2;4;6\}$.

Suy ra $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Rút ra một lá bài từ bộ bài Tây 52 lá. Xác suất để được lá bích là

A. $\dfrac{1}{13}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{12}{13}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 52$.

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá bích là $n(A) = 13$.

Suy ra $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{13}{52} = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A: "Trong 3 lần tung có ít nhất 2 lần xuất hiện mặt ngửa".

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Kí hiệu S nếu tung được mặt sấp, N nếu tung được mặt ngửa.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^3 = 8$.

Ta có $A = \{NNN, NNS, NSN, SNN\}$. Suy ra $n(A) = 4$ và $\mathrm{P}(A) = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Trên giá sách có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lý và 3 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Xác suất để 3 quyển sách được lấy ra thuộc 3 môn khác nhau là

A. $\dfrac{8}{11}$. **B.** $\dfrac{3}{11}$. **C.** $\dfrac{1}{110}$. **D.** $\dfrac{109}{110}$.

Lời giải

Số cách lấy ngẫu nhiên ba quyển sách trên giá là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3$.

Gọi A là biến cố "Lấy được 3 quyển sách thuộc 3 môn khác nhau". Ta có $n(A) = \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_3^1$.

Xác suất để lấy được 3 quyển sách thuộc 3 môn khác nhau là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_3^1}{\mathrm{C}_{12}^3} = \dfrac{3}{11}$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Trong không gian cho 10 điểm, trong đó có A và B, sao cho không có

ba điểm nào thẳng hàng. Quỳnh vẽ một đoạn thẳng nối hai điểm tùy ý trong 10 điểm. Tính xác suất để đoạn thẳng mà Quỳnh vẽ là đoạn AB là

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{1}{90}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{45}$.

Lời giải

Tổng số đoạn thẳng có thể vẽ là $C_{10}^2 = 45$.

Xác suất để Quỳnh vẽ đoạn AB là $\frac{1}{45}$.

Chọn đáp án D .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Lớp 11A có 7 học sinh nữ và 13 học sinh nam. Cô chủ nhiệm chọn ra 5 bạn để tham gia văn nghệ.

a) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được 5 học sinh nữ là $\frac{21}{15\,504}$.

b) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được đúng 3 học sinh nam là $\frac{C_{13}^3 \cdot C_7^2}{C_{20}^5}$.

c) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được ít nhất 1 học sinh nữ là $\frac{429}{5\,168}$.

d) Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được số học sinh nữ nhiều hơn số học sinh nam là $\frac{1\,603}{7\,752}$.

Lời giải

Không gian mẫu là $C_{20}^5 = 15\,504$.

a) Đ Số cách chọn 5 học sinh nữ từ 7 học sinh nữ là $C_7^5 = 21$.

Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được 5 học sinh nữ là $\frac{21}{15\,504} = \frac{7}{5\,168}$.

b) Đ Để chọn đúng 3 học sinh nam thì cô chủ nhiệm sẽ chọn 3 nam và 2 nữ.

Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được 3 nam và 2 nữ là $\frac{C_{13}^3 \cdot C_7^2}{15\,504} = \frac{1\,001}{2\,584}$.

c) S Phần bù của biến cố "Chọn được ít nhất 1 học sinh nữ" là "Chọn được 5 học sinh nam".

Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được ít nhất 1 học sinh nữ là $\frac{C_{20}^5 - C_{13}^5}{C_{20}^5} = \frac{4\,739}{5\,168}$.

d) Đ Ta chia làm 3 trường hợp để xét như sau:

- TH1: 3 nữ 2 nam.
- TH2: 4 nữ 1 nam.
- TH3: 5 nữ.

Xác suất để cô chủ nhiệm chọn được số học sinh nữ nhiều hơn số học sinh nam là

$$\frac{C_7^3 \cdot C_{13}^2 + C_7^4 \cdot C_{13}^1 + C_7^5}{C_{20}^5} = \frac{1\,603}{7\,752}.$$

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $n(\Omega) = 1000$.

b) Gọi A là biến cố: "Chọn được số tự nhiên có các chữ số đôi một khác nhau", khi đó $n(\overline{A}) = 648$.

c) Gọi B là biến cố: "Chọn được số tự nhiên chia hết cho 5", khi đó $n(B) = 180$.

d) Gọi C là biến cố: "Chọn được số tự nhiên chẵn", khi đó $n(C) = 500$.

Lời giải

a) Ⓢ Sai.

Xét số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$, với a, b, c thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ và $a \neq 0$.

Chọn chữ số a có 9 cách chọn.

Chọn chữ số b có 10 cách chọn.

Chọn chữ số c có 10 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$. Vậy $n(\Omega) = 900$.

b) Ⓓ Đúng.

Xét số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$, với a, b, c đôi một khác nhau và thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, $a \neq 0$.

Chọn chữ số a có 9 cách chọn.

Chọn chữ số b có 9 cách chọn trong các chữ số còn lại sau khi chọn a.

Chọn chữ số c có 8 cách chọn trong các chữ số còn lại sau khi chọn a và b.

Theo quy tắc nhân ta có $9 \cdot 8 \cdot 8 = 648$. Vậy $n(A) = 648$.

c) Ⓓ Đúng.

Xét số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$, với a, b, c thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, $a \neq 0$, c thuộc tập hợp $\{0;5\}$.

Chọn chữ số c có 2 cách chọn.

Chọn chữ số a có 9 cách chọn.

Chọn chữ số b có 8 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có $2 \cdot 9 \cdot 10 = 180$. Vậy $n(B) = 180$.

d) Ⓢ Sai.

Xét số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$, với a, b, c thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, $a \neq 0$, c thuộc tập hợp $\{0;2;4;6;8\}$.

Chọn chữ số c có 5 cách chọn.
Chọn chữ số a có 9 cách chọn.
Chọn chữ số b có 10 cách chọn.
Theo quy tắc nhân ta có $5 \cdot 9 \cdot 10 = 450$. Vậy $n(B) = 450$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có 10 học sinh nam và 10 học sinh nữ xếp vào 1 hàng dọc. Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ nhau" là m. Khi đó $\dfrac{m}{(9!)^2}$ bằng

Đáp án: | 2 | 0 | 0 | |

Lời giải

Giả sử các vị trí đứng của 20 bạn được đánh số từ 1 đến 20.

- Trường hợp 1: Xếp 10 bạn nam vào 10 ô chẵn, xếp 10 bạn nữ vào 10 ô lẻ. Ta có $10!10!$ cách.
- Trường hợp 2: Xếp 10 bạn nam vào 10 ô lẻ, xếp 10 bạn nữ vào 10 ô chẵn. Ta có $10!10!$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố "Học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ nhau" là $m = 10!10! + 10!10! = 2(10!)^2$.
Do đó $\dfrac{m}{(9!)^2} = 200$.
Đáp án: 200 ..... □

Câu 2. Đề cương ôn tập môn Lịch sử có 30 câu. Đề thi được lập từ cách chọn ngẫu nhiên 10 câu trong 30 câu trong đề cương. Một học sinh chỉ học thuộc 25 câu trong đề cương. Xác suất để trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã học thuộc bằng bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Đáp án: | 0 | , | 4 | 5 |

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn 10 câu trong 30 câu.
Suy ra số phần tử của không mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.
Gọi A là biến cố "Trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã học thuộc ".
Để tìm số phần tử của A ta xét các trường hợp như sau:

- **Trường hợp 1.** 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc: có $C_{25}^{9} \cdot C_{5}^{1}$ khả năng.
- **Trường hợp 2.** 10 câu đã học thuộc hết: có C_{25}^{10} khả năng.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=\mathrm{C}_{25}^{9}\cdot\mathrm{C}_{5}^{1}+\mathrm{C}_{25}^{10}$.

Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A)=\dfrac{\mathrm{C}_{25}^{9}\cdot\mathrm{C}_{5}^{1}+\mathrm{C}_{25}^{10}}{\mathrm{C}_{30}^{10}}=\dfrac{3553}{7917}\approx 0{,}45$.

Đáp án: 0,45 .....□

Câu 3. Gieo đồng thời hai viên xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai viên xúc xắc bằng 9. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) Đáp án: | 0 | , | 1 | 1 |

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=36$.

Gọi A là biến cố tổng số chấm trên hai viên xúc xắc bằng 9.

$A=\{(3;6),(4;5);(5;4);(6;3)\}$. Do đó, ta có $n(A)=4$.

Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}\approx 0{,}11$.

Đáp án: 0,11 .....□

Câu 4. Trong trò chơi "Vòng quay may mắn", người chơi sẽ quay hai bánh xe. Mũi tên ở bánh xe thứ nhất có thể dừng ở một trong hai vị trí: Loại xe 50cc và loại xe 110cc. Mũi tên ở bánh xe thứ hai có thể dừng ở một trong bốn vị trí: màu đen, màu trắng, màu đỏ và màu xanh. Vị trí của mũi tên trên hai bánh xe sẽ xác định người chơi nhận được loại xe và màu xe. Tính xác suất để người chơi nhận được loại xe 110cc có màu trắng hoặc màu xanh. Đáp án: | 0 | , | 2 | 5 |

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=2\cdot 4=8$.

Gọi A là biến cố "người chơi nhận được loại xe 110cc có màu trắng hoặc màu xanh".

- Quay được loại xe 110cc, có 1 cách.
- Quay được màu trắng hoặc xanh, có 2 cách.

Suy ra $n(A)=1\cdot 2=2$. Xác suất $\mathrm{P}(A)=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}=0{,}25$.

Đáp án: 0,25 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Giả sử xúc xắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất để phương trình $x^2+2bx+4=0$ có nghiệm.

Lời giải

Theo giả thiết ta có $b\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Tập hợp Ω có 6 phần tử.

Gọi A là biến cố "gieo xúc xắc để phương trình $x^2+2bx+4=0$ có nghiệm".

Phương trình có nghiệm khi $\Delta=4b^2-16\geq 0\Leftrightarrow b^2\geq 4\Leftrightarrow b\geq 2$.

Do đó $b \in \{2;3;4;5;6\} \Rightarrow n(A) = 5$.
Vậy xác suất là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{6}$.

Câu 2. Gọi S là tập hợp số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn 1 số từ S, tính xác suất sao cho số 5 và 1 không đứng cạnh nhau?

Lời giải

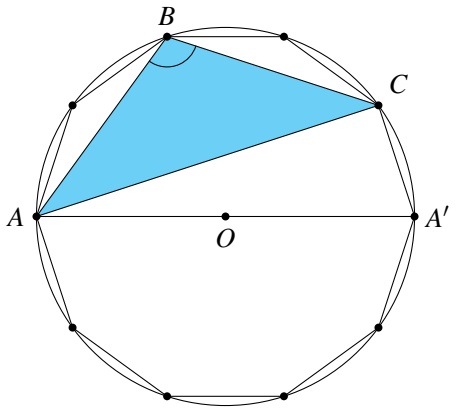
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{A}_8^5 - \mathrm{A}_7^4 = 5\,880$.
Gọi A là biến cố "tập hợp số có 5 chữ số khác nhau mà số 5 và 1 không đứng cạnh nhau".
Khi đó $\overline{A}$ là biến cố "tập hợp số có 5 chữ số khác nhau mà số 5 và 1 đứng cạnh nhau".
Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là

1	2	3	4	5

Trường hợp 1: số 5 và 1 xếp vào vị trí số thứ nhất và thứ hai, 3 số còn lại chọn vào 3 vị trí còn lại có số cách chọn là A_6^3. Trường hợp này có số cách lập số là $2 \cdot \mathrm{A}_6^3$.
Trường hợp 2: số 5 và 1 xếp vào vị trí $\{2,3\}$, $\{3,4\}$, $\{4,5\}$. Khi đó 3 số còn lại chọn vào 3 vị trí còn, nhưng loại đi những chữ số 0 ở vị trí 1;.
Mỗi cặp số 5 và 1 xếp vào vị trí $\{2;3\}$, số cách chọn là $2 \cdot (\mathrm{A}_6^3 - \mathrm{A}_5^2) = 200$.
Tương tự các cặp $\{3;4\}$, $\{4;5\}$ có số cách $2 \cdot 2 \cdot (\mathrm{A}_6^3 - \mathrm{A}_5^2) = 400$.
Số cách chọn của $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = 200 + 400 = 600$.
Xác suất cần tìm $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{600}{5\,880} = \dfrac{44}{49}$.

Câu 3. Cho đa giác đều có 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù.

Lời giải



Số phần tử của không gian mẫu là C_{100}^3.
Gọi đường tròn (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác. Xét A là 1 đỉnh bất kỳ của đa giác,kẻ đường kính AA' thì A' cũng là 1 đỉnh của đa giác. Đường kính AA' chia

(O) thành 2 nửa đường tròn, với mỗi cách chọn ra 2 điểm B và C là 2 đỉnh của đa giác và cùng thuộc 1 nửa đường tròn, ta được 1 tam giác tù ABC. Khi đó số cách chọn B và C là $2 \cdot \mathrm{C}_{49}^{2}$.

Đa giác có 100 đỉnh nên số đường chéo là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác là 50.

Do đó, số cách chọn ra 3 đỉnh để lập thành 1 tam giác tù là $50 \cdot 2 \cdot \mathrm{C}_{49}^{2}$.

Do đó xác suất cần tính là $\dfrac{50 \cdot 2 \cdot \mathrm{C}_{49}^{2}}{\mathrm{C}_{100}^{3}} = \dfrac{8}{11}$.

—Hết—

31. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một nhóm có 6 học sinh, trong đó có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh để tham gia một cuộc khảo sát. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn đều là học sinh nam.

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=\mathrm{C}_6^2$.

Gọi A là biến cố "2 học sinh được chọn đều là học sinh nam".

Khi đó $n(A)=\mathrm{C}_2^2$.

Suy ra $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{\mathrm{C}_6^2}=\frac{1}{15}$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 2. Cho A là một biến cố bất kỳ và $\overline{A}$ là biến cố đối của biến cố A. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\mathrm{P}(A)=1+\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$. **B.** $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$.

C. $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)$. **D.** $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=0$.

Lời giải

Vì $\overline{A}$ là biến cố đối của biến cố A nên ta có $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=1$. Do đó $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(\overline{A})$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 3. Thực hiện phép thử: Gieo một đồng xu liên tiếp ba lần. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 3. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Gieo một đồng xu liên tiếp ba lần, số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=2\cdot2\cdot2=8$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 4. Tổ chi đoàn của lớp 12C có 15 đoàn viên trong đó có 8 đoàn viên nam và 7 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong tổ. Tính xác suất để chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{8}{65}$. **C.** $\frac{57}{65}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ".

Ta có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{15}^3$ và $n(A)=\mathrm{C}_7^1\mathrm{C}_8^2+\mathrm{C}_7^2\mathrm{C}_8^1+\mathrm{C}_7^3\mathrm{C}_8^0$.

Xác suất để chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ là

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{\mathrm{C}_7^1\mathrm{C}_8^2+\mathrm{C}_7^2\mathrm{C}_8^1+\mathrm{C}_7^3\mathrm{C}_8^0}{\mathrm{C}_{15}^3}=\frac{57}{65}.$$

Chọn đáp án C .....□

Câu 5. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Số phần tử của tập không gian mẫu $n(\Omega)=\mathrm{C}_9^2=36$.
Gọi A là biến cố "Rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn ".
Rút 2 tấm thẻ ghi số chẵn trong 4 tấm thẻ ghi số chẵn có $n(A)=\mathrm{C}_4^2=6$.
Vậy $\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 6. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 nhười ta lập các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 16. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Ta lập được $4!=24$ số.

Chọn đáp án B .....□

Câu 7. Rút một lá bài từ bộ bài gồm 52 lá. Xác suất để được lá bích là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{12}{13}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{13}$.

Lời giải

Bộ bài gồm có 13 lá bài bích. Vậy xác suất để lấy được lá bích là $\mathrm{P}=\frac{\mathrm{C}_{13}^1}{\mathrm{C}_{52}^1}=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 8. Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Liệt kê ta có $A=\{(1;2;3);(1;2;4);(1;2;5);(1;3;4)\}$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 9. Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là

A. $\frac{60}{143}$. **B.** $\frac{238}{429}$. **C.** $\frac{210}{429}$. **D.** $\frac{82}{143}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{15}^{5}$.

Số phần tử của không gian thuận lợi là $n(A)=\mathrm{C}_{8}^{4}\cdot\mathrm{C}_{7}^{1}+\mathrm{C}_{8}^{3}\cdot\mathrm{C}_{7}^{2}$.

Xác suất biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\frac{238}{429}$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 10. Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là

A. $A=\{1\}$ và $B=\{2;3;4;5;6\}$. **B.** $C\{1;4;5\}$ và $D=\{2;3;6\}$.

C. $E=\{1;4;6\}$ và $F=\{2;3\}$. **D.** Ω và $\varnothing$.

Lời giải

Cặp biến cố không đối nhau là $E=\{1;4;6\}$ và $F=\{2;3\}$ do $E\cap F=\varnothing$ và $E\cup F\neq\Omega$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 11. Một hộp có hai bi trắng được đánh số từ 1 đến 2, 3 viên bi xanh được đánh số từ 3 đến 5 và 2 viên bị đỏ được đánh số từ 6 đến 7. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 49. **B.** 42. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Mỗi phần tử của không gian mẫu là một chỉnh hợp chập 2 của 7.

Vì vậy số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{A}_{7}^{2}=42$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 12. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6\cdot6=36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8".

Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x, số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases}1\le x\le 6\\1\le y\le 6\\x+y=8\end{cases}\Rightarrow (x;y)\in\{(2;6);(3;5);(6;2);(5;3);(4;4)\}$

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $|\Omega|=5$.

Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

Chọn đáp án (A) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ.

a) $n(\Omega)=75\,287\,520$.

b) Gọi A là biến cố "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn". Khi đó $n(A)=2\,118\,760$.

c) Gọi B là biến cố "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số lẻ". Khi đó $n(B)=2\,128\,760$.

d) Gọi C là biến cố "Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3". Khi đó $n(C)=65\,629\,872$.

Lời giải

a) (Đ) Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=\mathrm{C}_{100}^{5}=75\,287\,520$.

b) (Đ) Từ 1 đến 100 có 50 số chẵn, suy ra $n(A)=\mathrm{C}_{50}^{5}=2\,118\,760$.

c) (S) Từ 1 đến 100 có 50 số lẻ, suy ra $n(B)=\mathrm{C}_{50}^{5}=2\,118\,760$.

d) (Đ) Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3, 67 số không chia hết cho 3.
Xét biến cố đối C "Cả 5 số trên 5 thẻ được chọn không chia hết cho 3".
Ta có $n(C)=\mathrm{C}_{67}^{5}$, suy ra $n(C)=\mathrm{C}_{100}^{5}-\mathrm{C}_{7}^{5}=65\,629\,872$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Một bình đựng 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi.

a) Số phần tử của không gian mẫu là A_{16}^{4}.

b) Xác suất lấy được đúng 4 bi trắng là $\dfrac{1}{52}$.

c) Xác suất lấy được đủ 3 màu là $\dfrac{9}{20}$.

d) Xác suất lấy được đúng 2 màu $\dfrac{11}{20}$.

Lời giải

a) (S) Số phần tử của không gian mẫu là C_{16}^{4}.

b) (Đ) Gọi A là biến cố: "Lấy được đúng 4 viên bi trắng".
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là C_{7}^{4}.
Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{\mathrm{C}_{7}^{4}}{\mathrm{C}_{16}^{4}}=\dfrac{1}{52}$.

c) Đ Gọi B là biến cố: "Lấy được đủ 3 màu".

- Lấy được 1 bi màu trắng, 1 bi màu đen và 2 bi màu đỏ có $C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2$ cách.
- Lấy được 1 bi màu trắng, 2 bi màu đen và 1 bi màu đỏ có $C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1$ cách.
- Lấy được 2 bi màu trắng, 1 bi màu đen và 1 bi màu đỏ có $C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1$ cách.

Do đó: $n(B) = C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2 + C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1 + C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1 = 819$ nên $\mathrm{P}(B) = \dfrac{819}{C_{16}^4} = \dfrac{9}{20}$.

d) S Gọi C là biến cố: "Lấy được đúng 2 màu".
Lấy được đúng 1 màu có $C_7^4 + C_6^4$ cách.
Lấy được đủ 3 màu có $C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2 + C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1 + C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1$ cách.
Do đó: $n(C) = C_{16}^4 - \left(C_7^4 + C_6^4 + C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2 + C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1 + C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1\right) = 951$.
Vậy $\mathrm{P}(C) = \dfrac{951}{C_{16}^4} = \dfrac{951}{1820}$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh bằng $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, $b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + 2b$.

Đáp án: | 2 | 4 | 0 | |

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.
Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh ".
Ta xét các trường hợp sau

- TH1: Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_5^1 \cdot C_4^3$ cách.
- TH2: Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_5^2 \cdot C_4^2$ cách.
- TH3: Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_5^3 \cdot C_4^1$ cách.
- TH4: Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^3 + C_5^2 \cdot C_4^2 + C_5^3 \cdot C_4^1 + C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1 = 240$.
Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{240}{495} = \dfrac{16}{33}$ nên $\begin{cases} a = 16 \\ b = 33 \end{cases} \Rightarrow T = a + 2b = 82$.

Đáp án: 240 ..... □

Câu 2. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. $T = 3a + 2b$.

Đáp án: | 7 | 4 | 3 | |

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^3 = 286$.

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 ".

Ta xét các trường hợp sau

- TH1: Chọn 1 học sinh khối 11, 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1 \cdot C_8^1 \cdot C_3^1 = 48$ cách.
- TH2: Chọn 1 học sinh khối 11, 2 học sinh nữ khối 12 có $C_2^1 \cdot C_3^2 = 6$ cách.
- TH3: Chọn 2 học sinh khối 11, 1 học sinh nữ khối 12 có $C_2^2 \cdot C_3^1 = 3$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 48 + 6 + 3 = 57$.

Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{57}{286}$ nên $\begin{cases} a = 57 \\ b = 286 \end{cases} \Rightarrow T = 3a + 2b = 743$.

Đáp án: 743 .....□

Câu 3. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: | 0 | , | 1 | 3 |

Lời giải

Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ.

Suy ra số phần tử của không mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^8$.

Gọi A là biến cố "3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 ".

Để tìm số phần tử của A ta làm như sau

Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^3 cách.

Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn (không chia hết cho 10), có C_8^4 cách.

Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_2^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{10}^3 \cdot C_8^4 \cdot C_2^1$.

Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A) = \frac{C_{10}^3 \cdot C_8^4 \cdot C_2^1}{C_{20}^8} = \frac{560}{4199} \approx 0{,}13$.

Đáp án: 0,13 .....□

Câu 4. Có ba chiếc hộp: hộp thứ nhất chứa sáu bi xanh được đánh số từ 1 đến 6, hộp thứ hai chứa 5 bi đỏ được đánh số từ 1 đến 5, hộp thứ ba chứa 4 bi vàng được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên ba viên bi. Tính số phần tử của biến cố A: "Ba bi được chọn vừa khác màu vừa khác số". Đáp án: | 6 | 4 | | |

Lời giải

Ba bi khác màu nên ta phải chọn từ mỗi hộp 1 viên bi.

Chọn từ hộp thứ ba 1 viên bi vàng có 4 cách chọn.

Chọn từ hộp thứ hai 1 viên bi đỏ có số khác với viên bi đã chọn từ hộp ba có 4 cách chọn.

Chọn từ hộp thứ nhất 1 viên bi xanh có số khác với số của hai viên đã chọn từ hộp một và hai có 4 cách chọn.

Vậy $n(A) = 4^3 = 64$.

Đáp án: 64 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Chương trình "GDPT 2018" theo thông tư cũ có 3 nhóm môn học tự chọn là

- Nhóm I: Lịch sử, Địa lí, Giáo dục kinh tế và pháp luật.
- Nhóm II: Vật lí, Hoá học, Sinh học.
- Nhóm III: Công nghệ, Tin học, Âm nhạc, Mĩ thuật.

Học sinh chọn 5 môn học từ 3 nhóm môn học trên. Số kết quả thuận lợi của biến cố F "Chọn 5 môn học từ 3 nhóm môn học trên, mỗi nhóm có ít nhất 1 môn" là bao nhiêu?

Lời giải

Các nhóm môn đều có 3 hoặc 4 môn, do đó để chọn được 5 môn thì cần chọn trong 2 nhóm hoặc 3 nhóm.

Số cách chọn 5 môn bất kì là C_{11}^5.

Số cách chọn 5 môn thuộc nhóm I và II là C_7^5.

Số cách chọn 5 môn thuộc nhóm I và III là C_8^5.

Số cách chọn 5 môn thuộc nhóm II và III là C_7^5.

Vậy số cách chọn 5 môn mà mỗi nhóm có ít nhất một môn là $C_{11}^5 - C_7^5 - C_8^5 - C_7^5 = 204$.

Câu 2. Trong một cuộc tổng điều tra dân số, điều tra viên chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con và quan tâm đến giới tính của ba người con này. Giả thiết rằng khả năng sinh con trai và khả năng sinh con gái là như nhau. Tính xác suất để gia đình đó có hai con gái biết rằng gia đình đó có con gái đầu lòng.

Lời giải

Kí hiệu con gái là G, con trai là T.

Kí hiệu GTT chỉ giới tính con thứ nhất là con gái, con thứ hai là con trai, con thứ ba là con trai. Tương tự như vậy, ta có không gian mẫu là tập $\Omega = \{GGG, GGT, GTG, GTT\}$.

Gọi A là biến cố cần tìm $\Rightarrow A = \{GGT, GTG\}$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$.

Câu 3. Từ một bộ đề thi học sinh giỏi môn Toán lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 20 câu hỏi mức độ nhận biết, 15 câu hỏi mức độ thông hiểu, 10 câu hỏi mức độ vận dụng thấp và 5 câu hỏi mức độ vận dụng cao. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tính xác suất để đề thi lấy ra có đủ các câu hỏi thuộc 4 mức độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng thấp, vận dụng cao, đồng thời số câu mức độ vận dụng cao không quá 1 (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).

Lời giải

Số cách lấy ra ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{50}^{5}$.

Gọi A là biến cố "Đề thi lấy ra có đủ các câu hỏi thuộc 4 mức độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng thấp, vận dụng cao, đồng thời số câu mức độ vận dụng cao không quá 1".

- **TH1:** Đề thi có 5 câu gồm 1 câu mức độ vận dụng cao, 2 câu mức độ vận dụng thấp, 1 câu mức độ thông hiểu và 1 câu mức độ nhận biết. Có $\mathrm{C}_{5}^{1} \cdot \mathrm{C}_{10}^{2} \cdot \mathrm{C}_{15}^{1} \cdot \mathrm{C}_{20}^{1}$ cách.
- **TH2:** Đề thi có 5 câu gồm 1 câu mức độ vận dụng cao, 1 câu mức độ vận dụng thấp, 2 câu mức độ thông hiểu và 1 câu mức độ nhận biết. Có $\mathrm{C}_{5}^{1} \cdot \mathrm{C}_{10}^{1} \cdot \mathrm{C}_{15}^{2} \cdot \mathrm{C}_{20}^{1}$ cách.
- **TH3:** Đề thi có 5 câu gồm 1 câu mức độ vận dụng cao, 1 câu mức độ vận dụng thấp, 1 câu mức độ thông hiểu và 2 câu mức độ nhận biết. Có $\mathrm{C}_{5}^{1} \cdot \mathrm{C}_{10}^{1} \cdot \mathrm{C}_{15}^{1} \cdot \mathrm{C}_{20}^{2}$ cách.

Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_{5}^{1} \cdot \mathrm{C}_{10}^{2} \cdot \mathrm{C}_{15}^{1} \cdot \mathrm{C}_{20}^{1} + \mathrm{C}_{5}^{1} \cdot \mathrm{C}_{10}^{1} \cdot \mathrm{C}_{15}^{2} \cdot \mathrm{C}_{20}^{1} + \mathrm{C}_{5}^{1} \cdot \mathrm{C}_{10}^{1} \cdot \mathrm{C}_{15}^{1} \cdot \mathrm{C}_{20}^{2} = 315\,000$.

Vậy xác suất cần tính là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1125}{7567} \approx 0{,}15$.

—Hết—

32. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Từ một hộp đựng 4 cái bút bi và 5 cái bút chì, lấy ngẫu nhiên hai cái bút. Xác suất để lấy được cả hai cái bút bi là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên 2 cái bút trong hộ gồm 9 cây bút có C_9^2 cách. Do đó $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được cả hai cái bút bi".

Lấy 2 trong 4 bút bi có C_4^2 cách nên $n(A) = C_4^2$.

Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 2. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Hãy mô tả biến cố A: "Lần đầu tiên xuất hiện mặt năm chấm".

A. $A = \{5\}$.

B. $A = \{5;5\}$.

C. $A = \{(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;6)\}$.

D. $A = \{(5;1);(5;2);(5;3);(5;4);(5;5);(5;6)\}$.

Lời giải

Biến cố "Lần đầu tiên xuất hiện mặt năm chấm" gồm các phần tử là

$$\{(5;1),(5;2),(5;3),(5;4),(5;5),(5;6)\}.$$

Chọn đáp án D .....□

Câu 3. Gieo một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là?

A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Vì một con súc sắc có 6 mặt có số nút mỗi mặt khác nhau nên số phần tử của không gian mẫu trong phép thử gieo một súc sắc là 6.

Chọn đáp án D .....□

Câu 4. Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân. Lấy ngẫu nhiên 2 quân bài. Xác suất lấy được 2 quân át bằng

A. $\frac{1}{121}$. **B.** $\frac{2}{663}$. **C.** $\frac{1}{1326}$. **D.** $\frac{1}{26}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 2 lá từ 52 lá

$$n(\Omega) = \mathrm{C}_{52}^2.$$

Biến cố A: "Lấy được 2 quân át" $\Rightarrow n(A) = \mathrm{C}_4^2$.
Vậy xác suất là

$$\mathrm{P}(A) = \frac{\mathrm{C}_4^2}{\mathrm{C}_{52}^2} = \frac{6}{1326} = \frac{1}{121}.$$

Chọn đáp án A ..... □

Câu 5. Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Liệt kê ta có $A = \{NS; SN\}$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 6. Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 6 mặt hai lần. Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau". Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $n(A) = 6$. **B.** $n(A) = 12$. **C.** $n(A) = 16$. **D.** $n(A) = 36$.

Lời giải

Gọi cặp số $(x; y)$ là số chấm xuất hiện ở hai lần gieo.
Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo giống nhau".
Các kết quả của biến cố A là $\{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4); (5;5); (6;6)\}$.
Suy ra $n(A) = 6$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 7. Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu (MDHL) là cách sắp xếp theo thứ tự Mạnh, Dũng, Hoa, Lan. Tính số phần tử của không gian mẫu.

A. 6. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 24.

Lời giải

Mỗi cách xắp sêp 4 bạn vào 4 chỗ ngồi là một hoán vị của 4 phần tử.
Vì vậy số phần tử của không gian mẫu là $4! = 24$.

Chọn đáp án D ..... □

Câu 8. Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Văn Toàn và Tiến Linh lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập. Tính xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công.

A. 0,44. **B.** 0,94. **C.** 0,38. **D.** 0,56.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Ít nhất một người sút bóng thành công".
Xác suất để cả hai cầu thủ sút bóng không thành công là $\mathrm{P}(\overline{A}) = 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$.
Do đó xác suất để ít nhất 1 người sút thành công là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - 0{,}06 = 0{,}94$.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số chẵn.

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^2 = 36$.
Gọi A là biến cố: "Tích hai số ghi trên thẻ là số chẵn" thì $\overline{A}$ là biến cố: "Tích hai số ghi trên thẻ là số lẻ".
Ta có $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_5^2 = 10$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{13}{18}$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất 2 lần. Xét biến cố A: "Số chấm xuất hiện trong 2 lần khác nhau". Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là

A. $\{(1,1)\}$.

B. $\{(1,1);(2,2)\}$.

C. $\{(1,1);(1,2);(1,3)\}$.

D. $\{(1,1);(2,2);(3,3);(4,4);(5,5);(6,6)\}$.

Lời giải

Biến cố A: "Số chấm xuất hiện trong 2 lần khác nhau".
Do đó tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là $\overline{A} = \{(1,1);(2,2);(3,3);(4,4);(5,5);(6,6)\}$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là

A. $\frac{12}{216}$. **B.** $\frac{1}{216}$. **C.** $\frac{6}{216}$. **D.** $\frac{3}{216}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.
Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau".

Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $(1;1;1)$, $(2;2;2)$, $(3;3;3)$, $\ldots$, $(6;6;6)$.
Suy ra $|\Omega_A| = 6$.
Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A) = \dfrac{6}{216}$.
Chọn đáp án C .....□

Câu 12. Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ là

A. $\dfrac{60}{143}$. **B.** $\dfrac{238}{429}$. **C.** $\dfrac{210}{429}$. **D.** $\dfrac{82}{143}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^5$.
Số phần tử của không gian thuận lợi là $n(A) = \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_7^1 + \mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{C}_7^2$.
Xác suất biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{238}{429}$.
Chọn đáp án B .....□

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Lớp 10A có 40 học sinh gồm 25 nữ và 15 nam. Cần chọn ra 4 học sinh của lớp đi lao động. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó có 3 nam và 1 nữ là $\dfrac{175}{1406}$.

b) Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó có cả nam và nữ là $\dfrac{3150}{9139}$.

c) Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó có 1 nam và 3 nữ là $\dfrac{1753}{1406}$.

d) Xác suất để chọn được 4 học sinh nam là $\dfrac{1265}{9139}$.

Lời giải

a) Đ Số cách chọn 4 trong số 40 học sinh là $\mathrm{C}_{40}^2 = 91390 \Rightarrow \mathrm{n}(\Omega) = 91390$.
Gọi A là biến cố "4 học sinh được chọn trong đó có 3 nam và 1 nữ ".
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\mathrm{C}_{25}^1 \cdot \mathrm{C}_{15}^3 = 11375 \Rightarrow \mathrm{n}(A) = 11375$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \dfrac{11375}{91390}$.

b) Đ Số cách chọn 4 trong số 40 học sinh là $\mathrm{C}_{40}^2 = 91390 \Rightarrow \mathrm{n}(\Omega) = 91390$.
Gọi A là biến cố "4 học sinh được chọn có cả nam và nữ ".
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\mathrm{C}_{25}^2 \cdot \mathrm{C}_{15}^2 = 31500 \Rightarrow \mathrm{n}(A) = 31500$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \dfrac{3150}{9139}$.

c) S Số cách chọn 4 trong số 40 học sinh là $\mathrm{C}_{40}^2 = 91390 \Rightarrow \mathrm{n}(\Omega) = 91390$.
Gọi A là biến cố "4 học sinh được chọn trong đó có 1 nam và 3 nữ ".
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\mathrm{C}_{25}^3 \cdot \mathrm{C}_{15}^1 = 34500 \Rightarrow \mathrm{n}(A) = 34500$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{n}(A)}{\mathrm{n}(\Omega)} = \dfrac{3450}{9139}$.

d) (S) Số cách chọn 4 trong số 40 học sinh là $C_{40}^2 = 91390 \Rightarrow n(\Omega) = 91390$.
Gọi A là biến cố "4 học sinh được chọn là nam ".
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_{15}^4 = 1365 \Rightarrow n(A) = 1365$.
Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{21}{1406}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

Câu 2. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách.

a) $n(\Omega) = 84$.

b) Số phần tử của biến cố A "Thuộc 3 môn khác nhau" bằng 20.

c) Số phần tử của biến cố B "Đều là môn toán" bằng 4.

d) Số phần tử của biến cố C "Có ít nhất một quyển sách toán" bằng 70.

Lời giải

a) (Đ) Không gian mẫu là kết quả của tổ hợp chập 3 của 8 phần tử $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

b) (S) Vì A "thuộc 3 môn khác nhau". Ta có $n(A) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

c) (Đ) Vì B là biến cố 3 quyển lấy ra "đều là môn toán". Ta có $n(B) = C_4^3 = 4$.

d) (S) Vì C là biến cố 3 quyển lấy ra "có ít nhất một quyển sách toán".
Do đó $\overline{C}$ là biến cố 3 quyển lấy ra "không có một quyển sách toán" ta có $n(\overline{C}) = C_5^3$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một nhóm có 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi trực nhật. Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có ít nhất 1 bạn nữ".

Đáp án: | 1 | 1 | 6 | |

Lời giải

TH1. Trong 3 bạn được chọn có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Ta có $C_6^1 \cdot C_4^2$ cách chọn.

TH2. Trong 3 bạn được chọn có 2 bạn nữ và 1 bạn nam. Ta có $C_6^2 \cdot C_4^1$ cách chọn.

TH3. Trong 3 bạn được chọn có 3 bạn nữ. Ta có C_6^3 cách chọn.

Theo quy tắc cộng ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có ít nhất 1 bạn nữ" là $C_6^1 \cdot C_4^2 + C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^3 = 116$.
Đáp án: 116 ..... □

Câu 2. Thùng I chứa các quả bóng được đánh số 1, 2, 3, 4. Thùng II chứa các quả bóng được đánh số 1, 2, 3, 4. Lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng ở mỗi thùng. Tính xác suất để quả bóng lấy ra ở thùng I được đánh số lớn hơn quả bóng lấy ra ở thùng II. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: | 0 | , | 3 | 8 |

Lời giải

Ta lập được bảng mô tả không gian mẫu như sau:

Thùng IThùng II	Bóng 1	Bóng 2	Bóng 3	Bóng 4
Bóng 1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)
Bóng 2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)
Bóng 3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)
Bóng 4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)

Gọi E là biến cố quả bóng lấy ra ở thùng I được đánh số lớn hơn quả bóng lấy ra ở thùng II.

Dựa vào bảng, ta có $n(\Omega)=16$, $n(E)=6$.

Vậy xác suất của biến cố E là $\mathrm{P}(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{6}{16}=\dfrac{3}{8}\approx 0{,}38$.

Đáp án: 0,38 .....□

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong một đa giác đều có 21 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn lập thành một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: | 0 | , | 1 | 4 |

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{21}^{3}=1330$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Xét một đỉnh A bất kỳ của đa giác, có 10 cặp đỉnh đối xứng với nhau qua đường thẳng OA, hay có 10 tam giác cân tại đỉnh A. Như vậy với mỗi đỉnh của đa giác có 10 tam giác nhận nó làm đỉnh của tam giác cân.

Số tam giác đều có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác là $\dfrac{21}{3}=7$ tam giác.

Trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì cân tại 3 đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là $10\cdot 21-3\cdot 7=189$.

Vậy xác suất để chọn được một tam giác thỏa mãn đề bài là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{189}{1330}\approx 0{,}14$.

Đáp án: 0,14 .....□

Câu 4. Có 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ, trong các học sinh nữ có Vy và Quyên, Lan. Xếp những học sinh này thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi

bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T = b - 2025a$.

Đáp án: | 1 | 2 | 0 | |

Lời giải

Xét phép thử "Xếp 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ thành một hàng ngang", ta có $n(\Omega) = 15!$.

Gọi biến cố X: "Mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời Vy, Quyên, Lan luôn đứng cạnh nhau".

- **Bước 1:** Xếp Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau có $3!$ cách.
- **Bước 2:** Xếp Vy, Quyên, Lan và 7 bạn còn lại vào 8 vị trí có $8!$ cách.
- **Bước 3:** Chọn 5 khoảng trống trong 7 khoảng trống giữa 8 vị trí ở bước 2 cho 5 bạn nam có A_7^5 cách $\Rightarrow n(X) = 3! \cdot 8! \cdot A_7^5$.

Vậy xác suất của biến cố X là $P(X) = \dfrac{3! \cdot 8! \cdot A_7^5}{15!} = \dfrac{1}{2145}$.

Vậy $a = 1$ và $b = 2145$ nên $T = b - 2025a = 120$.

Đáp án: 120 ..... □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một nhóm học sinh gồm 6 nam, 4 nữ. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh này thành một hàng ngang. Tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố A "2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau".

Lời giải

- Xếp 6 nam thành một hàng ngang có $6!$.
- Giữa 6 nam có 5 khoảng trống, cộng thêm 2 khoảng trống ở hai đầu dãy là 7 khoảng trống.
- Xếp 4 nữ vào 4 trong 7 khoảng trống thì có A_7^4.

Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $6! \cdot A_7^4$.

Câu 2. Có 7 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Tính xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi cạnh học sinh lớp A.

Lời giải

Xếp tất cả 7 học sinh vào 7 ghế theo một hàng ngang, số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 7!$.

Gọi A là biến cố "2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau và cũng không ngồi

cạnh học sinh lớp A".
Xét các trường hợp xảy ra của biến cố A.

- **Trường hợp 1:** Xếp học 1 sinh lớp C ở ghế thứ nhất như thế ghế thứ hai là học sinh lớp B ghế thứ 3 là học sinh lớp C ghế thứ 4 là học sinh lớp B các ghế còn lại là học sinh lớp A.

Ghế số	1	2	3	4	5	6	7
Học sinh lớp	C	B	C	B	A	A	A

Vậy có $2\cdot 1\cdot 2\cdot 1\cdot 3!=12$ (cách).

- **Trường hợp 2:** Xếp học 1 sinh lớp C ở ghế thứ 7 như thế ghế thứ 6 là học sinh lớp B ghế thứ 5 là học sinh lớp C ghế thứ 4 là học sinh lớp B các ghế còn lại là học sinh lớp A.

Ghế số	1	2	3	4	5	6	7
Học sinh lớp	A	A	A	B	C	B	C

Vậy có $2\cdot 1\cdot 2\cdot 1\cdot 3!=12$ (cách).

- **Trường hợp 3:** Xếp học sinh lớp C lần lượt tại vị trí 1 và 7, học sinh lớp B lần lượt tại vị trí 2 và 6 khi đó 3 học sinh lớp A xếp vào các vị trí còn lại.

Ghế số	1	2	3	4	5	6	7
Học sinh lớp	C	B	A	A	A	B	C

Vậy có $2!\cdot 2!\cdot 3!=24$ (cách).

Vậy số phần tử biến cố A là $n(A)=12+12+24=48$ (cách).
Xác suất biến cố D là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{48}{7!}=\dfrac{1}{105}$.

Câu 3. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S. Tính xác suất để số được chọn có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, $a_i\in\{0,1,\ldots,9\}$; $i=1,6; a_1\neq 0$.
Gọi A là biến cố "Chọn được số tự nhiên thuộc tập S sao cho số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ".
Suy ra $n(\Omega)=9\cdot \mathrm{A}_9^5=1\,360\,809$.

- Trường hợp 1: a_1 chẵn và hai chữ số tận cùng chẵn.
  Số cách lập: $4\cdot \mathrm{A}_4^2\cdot \mathrm{A}_7^3=10\,080$.

- Trường hợp 2: a_1 chẵn và hai chữ số tận cùng lẻ.
  Số cách lập: $4 \cdot \mathrm{A}_5^2 \cdot \mathrm{A}_7^3 = 16\,800$.
- Trường hợp 3: a_1 lẻ và hai chữ số tận cùng chẵn.
  Số cách lập: $5 \cdot \mathrm{A}_5^2 \cdot \mathrm{A}_7^3 = 21\,000$.
- Trường hợp 4: a_1 lẻ và hai chữ số tận cùng lẻ.
  Số cách lập: $5 \cdot \mathrm{A}_4^2 \cdot \mathrm{A}_7^3 = 12\,600$.

Xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60\,480}{1\,360\,809} = \frac{4}{9}.$$

—Hết—

33. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, với không gian mẫu $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$, gọi E là biến cố "mặt có số chấm chẵn xuất hiện". Kết quả nào sau đây là xác suất của E?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6$.
Biến cố "mặt có số chấm chẵn xuất hiện" là $E = \{2;4;6\}$, $n(E) = 3$.
Suy ra xác suất là $\mathrm{P}(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 2. Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

A. $\frac{56}{143}$. **B.** $\frac{140}{429}$. **C.** $\frac{1}{143}$. **D.** $\frac{28}{715}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^{5}$.
Gọi A là biến cố "Chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ".
Số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{7}^{2} \cdot \mathrm{C}_{8}^{3}$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56}{143}$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 3. Gieo một con súc sắc liên tiếp hai lần. Gọi A là biến cố "kết quả hai lần gieo như nhau". Tính số phần tử của biến cố A.

A. $n(A) = 6$. **B.** $n(A) = 12$. **C.** $n(A) = 1$. **D.** $n(A) = 8$.

Lời giải

Ta có $A = \{(1;1),(2;2),(3;3),(4;4),(5;5),(6;6)\} \Rightarrow n(A) = 6$.

Chọn đáp án A ..... □

Câu 4. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 người ta lập các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 16. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Ta lập được $4! = 24$ số.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 5. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{13}{18}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega)=\mathrm{C}_9^2=36$.
Gọi A là biến cố "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn".

- TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có $\mathrm{C}_5^1\cdot\mathrm{C}_4^1=20$.
- TH2: 2 thẻ đánh số chẵn có $\mathrm{C}_4^2=6$.

Suy ra $n(A)=26$.
Xác suất của A là $\mathrm{P}(A)=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$.
Chọn đáp án A □

Câu 6. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6\cdot 6=36$.
Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8".
Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x, số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases}1\le x\le 6\\1\le y\le 6\\x+y=8\end{cases}\Rightarrow (x;y)\in\{(2;6);(3;5);(6;2);(5;3);(4;4)\}$

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $|\Omega|=5$.
Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Một nhóm học sinh gồm 6 nam, 4 nữ. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh này thành một hàng ngang. Tính số các kết quả thuận lợi cho biến cố A "2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau".

A. $6!\cdot 4!$. **B.** $10!$. **C.** $6!\cdot\mathrm{A}_7^4$. **D.** $6!\cdot\mathrm{C}_7^4$.

Lời giải

- Xếp 6 nam thành một hàng ngang có $6!$.

- Giữa 6 nam có 5 khoảng trống, cộng thêm 2 khoảng trống ở hai đầu dãy là 7 khoảng trống.
- Xếp 4 nữ vào 4 trong 7 khoảng trống thì có A_7^4.

Do đó số các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $6! \cdot A_7^4$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 8. Cho 15 số tự nhiên từ 1 đến 15, chọn ngẫu nhiên 3 số tự nhiên trong 15 số tự nhiên đó. Gọi A là biến cố "tổng của 3 số được chọn chia hết cho 3". Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là

A. 155. **B.** 455. **C.** 45. **D.** 15^3.

Lời giải

Chia 15 số tự nhiên từ 1 đến 15 thành 3 tập hợp

$$M = \{1;4;7;10;13\}; \quad N = \{2;5;8;11;14\}; \quad P = \{3;6;9;12;15\}.$$

Để tổng của 3 số chia hết cho 3 thì

TH1. 3 số đều thuộc tập M có C_5^3 khả năng.

TH2. 3 số đều thuộc tập N có C_5^3 khả năng.

TH3. 3 số đều thuộc tập P có C_5^3 khả năng.

TH4. 1 số thuộc tập M, 1 số thuộc tập N và 1 số thuộc tập P có $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_5^1$ khả năng.

Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $3 \cdot C_5^3 + \left(C_5^1\right)^3 = 155$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 9. Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là

A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,5.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$.

Biến cố xuất hiện mặt chẵn là $A = \{2;4;6\}$.

Suy ra $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 10. Rút ra một lá bài từ bộ bài Tây 52 lá. Xác suất để được lá bích là

A. $\dfrac{1}{13}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{12}{13}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=52$.
Số phần tử của biến cố xuất hiện lá bích là $n(A)=13$.
Suy ra $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{13}{52}=\dfrac{1}{4}$.
Chọn đáp án B □

Câu 11. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần liên tiếp. Tính xác suất của biến cố A: "Trong 3 lần tung có ít nhất 2 lần xuất hiện mặt ngửa".

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Kí hiệu S nếu tung được mặt sấp, N nếu tung được mặt ngửa.
Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=2^3=8$.
Ta có $A=\{NNN, NNS, NSN, SNN\}$. Suy ra $n(A)=4$ và $\mathrm{P}(A)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$.
Chọn đáp án B □

Câu 12. Một hộp chứa 6 quả bóng màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6; 5 quả bóng màu vàng được đánh số từ 1 đến 5 và 4 quả bóng màu xanh được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng trong hộp. Tính xác suất để 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau.

A. $\dfrac{74}{455}$. **B.** $\dfrac{6}{65}$. **C.** $\dfrac{10}{91}$. **D.** $\dfrac{48}{91}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy bất kì 4 quả bóng từ 15 quả bóng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{15}^{4}=1\,365$.
Gọi A là biến cố "4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau".
Các trường hợp xảy ra biến cố A

TH1. 4 quả cầu lấy ra có 2 xanh, 1 vàng, 1 đỏ có $\mathrm{C}_4^2\cdot\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_3^1$ cách.

TH2. 4 quả cầu lấy ra có 1 xanh, 2 vàng, 1 đỏ có $\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_4^2\cdot\mathrm{C}_3^1$ cách.

TH3. 4 quả cầu lấy ra có 1 xanh, 1 vàng, 2 đỏ có $\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_4^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=\mathrm{C}_4^2\cdot\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_3^1+\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_4^2\cdot\mathrm{C}_3^1+\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_4^2=222$.
Do đó xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{222}{1365}=\dfrac{74}{455}$.
Chọn đáp án A □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong một hộp có 40 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên đồng thời 3 chiếc thẻ từ hộp. Khi đó

a) Số phần tử của không gian mẫu của phép thử trên là $n(\Omega)=9880$.

b) Xác suất để rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số lẻ bằng $\dfrac{3}{26}$.

c) Xác suất để rút được 3 chiếc thẻ trong đó có ít nhất một thẻ ghi số chẵn bằng $\dfrac{5}{13}$.

d) Xác suất để tổng ba số trên ba thẻ rút được là số chia hết cho 3 bằng $\dfrac{127}{380}$.

Lời giải

a) Đ Rút ngẫu nhiên 3 thẻ trong 40 thẻ.
Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{40}^{3}=9\,880$.

b) Đ Gọi A là biến cố "rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số lẻ".
Trong 40 thẻ được đánh số từ 1 đến 40 có 20 thẻ đánh số lẻ và 20 thẻ đánh số chẵn.
Do đó số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A)=\mathrm{C}_{20}^{3}$.
Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{\mathrm{C}_{20}^{3}}{\mathrm{C}_{40}^{3}}=\dfrac{3}{26}$.

c) S Gọi B là biến cố "rút được 3 chiếc thẻ trong đó có ít nhất một thẻ ghi số chẵn".
Suy ra $\overline{B}$: "rút được 3 chiếc thẻ đều ghi số lẻ".
Ta có $n\left(\overline{B}\right)=\mathrm{C}_{20}^{3}$.
Suy ra $\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}\left(\overline{B}\right)=1-\dfrac{\mathrm{C}_{20}^{3}}{\mathrm{C}_{40}^{3}}=\dfrac{23}{26}\neq\dfrac{5}{13}$.

d) Đ Gọi C là biến cố "tổng ba số trên ba thẻ rút được là số chia hết cho 3".
Trong 40 thẻ được đánh số từ 1 đến 40 ta chia thành ba nhóm như sau:
Nhóm 1: Các thẻ có số chia hết cho 3 gồm các thẻ có số thuộc tập hợp $\{3,6,9,\ldots,39\}$, có 13 thẻ.
Nhóm 2: Các thẻ có số chia cho 3 dư 1 gồm các thẻ có số thuộc tập hợp $\{1,4,7,\ldots,40\}$, có 14 thẻ.
Nhóm 3: Các thẻ có số chia cho 3 dư 2 gồm các thẻ có số thuộc tập hợp $\{2,5,8,\ldots,38\}$, có 13 thẻ.
Các trường hợp chọn biến cố D như sau

- **Trường hợp 1:** Chọn 3 thẻ cùng một nhóm.
  Số cách chọn là $\mathrm{C}_{13}^{3}+\mathrm{C}_{14}^{3}+\mathrm{C}_{13}^{3}=936$.
- **Trường hợp 2:** Chọn mỗi nhóm 1 thẻ.
  Số cách chọn là $\mathrm{C}_{13}^{1}\cdot\mathrm{C}_{14}^{1}\cdot\mathrm{C}_{13}^{1}=2\,366$.

Do đó $n(C)=936+2\,366=3\,302$.
Suy ra xác suất của biến cố C là $\mathrm{P}(C)=\dfrac{3\,302}{9\,880}=\dfrac{127}{380}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách.

a) $n(\Omega) = 84$.

b) Số phần tử của biến cố A "Thuộc 3 môn khác nhau" bằng 20.

c) Số phần tử của biến cố B "Đều là môn toán" bằng 4.

d) Số phần tử của biến cố C "Có ít nhất một quyển sách toán" bằng 70.

Lời giải

a) Đ Không gian mẫu là kết quả của tổ hợp chập 3 của 8 phần tử $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

b) S Vì A "thuộc 3 môn khác nhau". Ta có $n(A) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

c) Đ Vì B là biến cố 3 quyển lấy ra "đều là môn toán". Ta có $n(B) = C_4^3 = 4$.

d) S Vì C là biến cố 3 quyển lấy ra "có ít nhất một quyển sách toán".
Do đó $\overline{C}$ là biến cố 3 quyển lấy ra "không có một quyển sách toán" ta có $n(\overline{C}) = C_5^3$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một nhóm có 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 bạn đi trực nhật. Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có ít nhất 1 bạn nữ".

Đáp án: | 1 | 1 | 6 | |

Lời giải

TH1. Trong 3 bạn được chọn có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Ta có $C_6^1 \cdot C_4^2$ cách chọn.

TH2. Trong 3 bạn được chọn có 2 bạn nữ và 1 bạn nam. Ta có $C_6^2 \cdot C_4^1$ cách chọn.

TH3. Trong 3 bạn được chọn có 3 bạn nữ. Ta có C_6^3 cách chọn.

Theo quy tắc cộng ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 3 bạn được chọn có ít nhất 1 bạn nữ" là $C_6^1 \cdot C_4^2 + C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^3 = 116$.
Đáp án: 116 ..... □

Câu 2. Một hộp đựng 10 viên bi xanh, 20 viên bi đỏ, 15 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 3 viên bi. Hãy xác định số các kết quả thuận lợi cho biến cố "3 viên bi được chọn có màu khác nhau".

Đáp án: | 3 | 0 | 0 | 0 |

Lời giải

Ta có C_{10}^1 cách chọn ra 1 viên bi xanh, C_{20}^1 cách chọn ra 1 viên bi đỏ, C_{15}^1 cách chọn ra 1 viên bi vàng.

Theo quy tắc nhân ta có tất cả $C_{10}^1 \cdot C_{20}^1 \cdot C_{15}^1 = 3000$ cách chọn ra 3 viên bi có đủ 3 màu.

Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố "3 viên bi được chọn có màu khác nhau" là 3 000.

Đáp án: 3000 .....□

Câu 3. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, $b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + 2b$.

Đáp án: | 2 | 4 | 0 | |

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh ".

Ta xét các trường hợp sau

- TH1: Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_5^1 \cdot C_4^3$ cách.
- TH2: Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_5^2 \cdot C_4^2$ cách.
- TH3: Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_5^3 \cdot C_4^1$ cách.
- TH4: Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^3 + C_5^2 \cdot C_4^2 + C_5^3 \cdot C_4^1 + C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_4^1 = 240$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{495} = \frac{16}{33}$ nên $\begin{cases} a = 16 \\ b = 33 \end{cases} \Rightarrow T = a + 2b = 82$.

Đáp án: 240 .....□

Câu 4. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, $b \in \mathbb{Z}$. $T = 3a + 2b$.

Đáp án: | 7 | 4 | 3 | |

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^3 = 286$.

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11

và khối 12 ".

Ta xét các trường hợp sau

- TH1: Chọn 1 học sinh khối 11, 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1 \cdot C_8^1 \cdot C_3^1 = 48$ cách.
- TH2: Chọn 1 học sinh khối 11, 2 học sinh nữ khối 12 có $C_2^1 \cdot C_3^2 = 6$ cách.
- TH3: Chọn 2 học sinh khối 11, 1 học sinh nữ khối 12 có $C_2^2 \cdot C_3^1 = 3$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 48 + 6 + 3 = 57$.

Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{57}{286}$ nên $\begin{cases} a = 57 \\ b = 286 \end{cases} \Rightarrow T = 3a + 2b = 743.$

Đáp án: 743 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong một hộp có 4 quả cầu màu xanh, 3 của cầu màu đỏ và 5 quả cầu vàng, các quả cầu đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên ra 3 quả cầu.

a) Hãy xác định số phần tử của không gian mẫu.

b) Hãy xác định số phần tử của biến cố "Ba quả cầu được lấy ra có đủ cả ba màu".

c) Hãy xác định số phần tử của biến cố "Có đúng một quả cầu màu đỏ được lấy ra".

Lời giải

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

b) Vì ba quả cầu được lấy ra có đủ cả ba màu nghĩa là ta có một quả cầu màu đỏ, một quả cầu màu xanh và một quả cầu màu vàng được lấy ra.
Số cách lấy ra một quả cầu màu xanh là C_4^1.
Số cách lấy ra một quả cầu màu đỏ là C_3^1.
Số cách lấy ra một quả cầu màu vàng là C_5^1.
Số phần tử của biến cố "Ba quả cầu được lấy ra có đủ cả ba màu"là $C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_5^1 = 60$.

c) Trong 3 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ ta có
Số cách lấy một quả cầu màu đỏ là C_3^1.
Số cách lấy ra 2 quả cầu trong số 9 quả cầu (gồm 4 quả màu xanh và 5 quả màu vàng) là C_9^2.
Suy ra số phần tử của biến cố "Có một quả cầu màu đỏ được lấy ra"là $C_3^1 \cdot C_9^2 = 108$.

Câu 2. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để chọn được số không vượt quá 2020.

Lời giải

Số phần tử của tập hợp S là $n(S) = 7 \cdot \mathrm{A}_7^3 = 1470$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{1470}^1 = 1470$.

Gọi biến cố A: "số được chọn không vượt quá 2020".

Suy ra biến cố đối $\overline{A}$: "số được chọn lớn hơn 2020".

Giả sử $n = \overline{abcd} \in \overline{A}$ và $n > 2020$.

Trường hợp 1: $a = 2$; $b = 0$ thì $c \in \{3;4;5;6;7\}$ nên c có 5 cách chọn và d có 5 cách chọn.

Suy ra có $1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5 = 25$ số.

Trường hợp 2: $a = 2$; $b \in \{1;3;4;5;6;7\}$ thì $\overline{cd}$ có A_6^2 cách chọn và sắp xếp.

Suy ra có $1 \cdot 6 \cdot \mathrm{A}_6^2 = 180$ số.

Trường hợp 3: $a \in \{3;4;5;6;7\}$ thì $\overline{bcd}$ có A_7^3 cách chọn và sắp xếp.

Suy ra có $5 \cdot \mathrm{A}_7^3 = 1050$ số.

Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n\left(\overline{A}\right) = 25 + 180 + 1050 = 1255$.

Suy ra $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = \dfrac{1255}{1470} = \dfrac{251}{294}$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{251}{294} = \dfrac{43}{294}$.

Câu 3. Một nhóm gồm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ xếp thành một hàng ngang để tham gia một trò chơi. Tính xác suất để khi xếp 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách xếp bất kì 11 học sinh trên thành một hàng ngang nên $n(\Omega) = 11!$.

Gọi A là biến cố "Khi xếp hàng 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau".

Xếp 7 học sinh nam trước có 7! cách.

Khi đó 7 học sinh này xếp hàng tạo 8 khoảng trống. Xếp 4 học sinh nữ, mỗi bạn vào một khoảng trống sao cho không có 2 bạn nào cùng khoảng trống có A_8^4 cách.

Suy ra $n(A) = 7! \cdot \mathrm{A}_8^4$.

$\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{7! \cdot \mathrm{A}_8^4}{11!} = \dfrac{7}{33}$.

—Hết—

34. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một hộp có 5 viên bi đỏ và 9 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu là

A. $\frac{45}{91}$. **B.** $\frac{46}{91}$. **C.** $\frac{15}{22}$. **D.** $\frac{14}{45}$.

Lời giải

Chọn 2 viên bi trong 14 viên bi nên $n(\Omega) = \mathrm{C}_{14}^2 = 91$.

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 viên bi khác màu ".

Ta có $n(A) = \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_9^1 = 45$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{45}{91}$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 2. Có 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ, trong các học sinh nữ có Vy và Quyên, Lan. Xếp những học sinh này thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{5\,405\,400}$. **B.** $\frac{1}{2\,145}$. **C.** $\frac{1}{257\,400}$. **D.** $\frac{1}{2\,154}$.

Lời giải

Xét phép thử "Xếp 5 học sinh nam và 10 học sinh nữ thành một hàng ngang".

Suy ra $n(\Omega) = 15!$.

Gọi biến cố X "Mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời Vy, Quyên, Lan luôn đứng cạnh nhau".

Bước 1. Xếp Vy, Quyên, Lan đứng cạnh nhau có $3!$ cách.

Bước 2. Xếp Vy, Quyên, Lan và 7 bạn còn lại vào 8 vị trí có $8!$ cách.

Bước 3. Chọn 5 khoảng trống trong 7 khoảng trống giữa 8 vị trí ở bước 2 cho 5 bạn nam có A_7^5 cách. Suy ra $n(X) = 3! \cdot 8! \cdot \mathrm{A}_7^5$.

Vậy xác suất của biến cố X là $\mathrm{P}(X) = \dfrac{3! \cdot 8! \cdot \mathrm{A}_7^5}{15!} = \dfrac{1}{2\,145}$.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 3. Một hộp chứa 6 quả bóng màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6; 5 quả bóng màu vàng được đánh số từ 1 đến 5 và 4 quả bóng màu xanh được đánh số từ 1 đến 4. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng trong hộp. Tính xác suất để 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau.

A. $\frac{74}{455}$. **B.** $\frac{6}{65}$. **C.** $\frac{10}{91}$. **D.** $\frac{48}{91}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy bất kì 4 quả bóng từ 15 quả bóng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^4 = 1365$.
Gọi A là biến cố "4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu đồng thời không có hai quả bóng nào được đánh số trùng nhau".
Các trường hợp xảy ra biến cố A

TH1. 4 quả cầu lấy ra có 2 xanh, 1 vàng, 1 đỏ có $C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1$ cách.

TH2. 4 quả cầu lấy ra có 1 xanh, 2 vàng, 1 đỏ có $C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_3^1$ cách.

TH3. 4 quả cầu lấy ra có 1 xanh, 1 vàng, 2 đỏ có $C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 + C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_3^1 + C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^2 = 222$.
Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{222}{1365} = \dfrac{74}{455}$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 4. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

A. $\dfrac{1}{385}$. **B.** $\dfrac{1}{261}$. **C.** $\dfrac{3}{899}$. **D.** $\dfrac{1}{341}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 4 đỉnh trong 32 đỉnh để tạo thành tứ giác, ta có $|\Omega| = C_{32}^4$.
Gọi A là biến cố: "Chọn được hình chữ nhật".
Để chọn được hình chữ nhật cần chọn 2 trong 16 đường chéo đi qua tâm của đa giác, do đó số phần tử của A là C_{16}^2.
Xác suất biến cố A là $P(A) = \dfrac{C_{16}^2}{C_{32}^4} = \dfrac{3}{899}$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 5. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số chẵn.

A. $\dfrac{5}{18}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.
Gọi A là biến cố: "Tích hai số ghi trên thẻ là số chẵn", suy ra $\overline{A}$ là biến cố: "Tích hai số ghi trên thẻ là số lẻ".
Ta có $n(\overline{A}) = C_5^2 = 10$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(\overline{A})=1-\dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=\dfrac{13}{18}$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là

A. 0,2. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** 0,5.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$.

Biến cố xuất hiện mặt chẵn là $A=\{2;4;6\}$.

Suy ra $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{5}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6\cdot 6=36$.

Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8".

Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x, số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases}1\le x\le 6\\1\le y\le 6\\x+y=8\end{cases}\Rightarrow (x;y)\in\{(2;6);(3;5);(6;2);(5;3);(4;4)\}$

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $|\Omega|=5$.

Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Trong không gian cho 10 điểm, trong đó có A và B, sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Quỳnh vẽ một đoạn thẳng nối hai điểm tùy ý trong 10 điểm. Tính xác suất để đoạn thẳng mà Quỳnh vẽ là đoạn AB là

A. $\dfrac{1}{10}$. **B.** $\dfrac{1}{90}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{45}$.

Lời giải

Tổng số đoạn thẳng có thể vẽ là $\mathrm{C}_{10}^{2}=45$.

Xác suất để Quỳnh vẽ đoạn AB là $\dfrac{1}{45}$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Một hộp có hai bi trắng được đánh số từ 1 đến 2, 3 viên bi xanh được đánh số từ 3 đến 5 và 2 viên bị đỏ được đánh số từ 6 đến 7. Lấy ngẫu nhiên hai

viên bi. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 49. **B.** 42. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Mỗi phần tử của không gian mẫu là một chỉnh hợp chập 2 của 7.
Vì vậy số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{A}_7^2 = 42$.

Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 10. Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 chỉ có 2 ước số là 1 và chính nó. Gọi A là biến cố "Chọn được 1 số nguyên tố có 2 chữ số và nhỏ hơn 100". Số kết quả thuận lợi của biến cố A là

A. 20. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 21.

Lời giải

Các số nguyên tố có 2 chữ số và nhỏ hơn 100 là

$$11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47;53;59;61;67;71;73;79;83;89;97.$$

Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 11. Một em bé có bộ 6 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 3 thẻ chữ **T**, một thẻ chữ **N**, một thẻ chữ **H** và một thẻ chữ **P**. Em bé đó xếp ngẫu nhiên 6 thẻ đó thành một hàng ngang. Tính xác suất em bé xếp được thành dãy **TNTHPT**.

A. $\frac{1}{120}$. **B.** $\frac{1}{720}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Lời giải

Xem ba chữ **T** riêng biệt ta có $n(\Omega) = 6!$.
Gọi A là biến cố "Xếp ngẫu nhiên 6 thẻ đó thành dãy **TNTHPT**", suy ra $n(A) = 3!$ (số hoán vị của **T**–**T**–**T** và **N**, **H**, **P** cố định).
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \frac{3!}{6!} = \frac{1}{120}$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 12. Không gian mẫu của phép thử gieo một đồng xu cân đối đồng chất 2 lần liên tiếp

A. $\{SS;NN\}$. **B.** $\{SN;SS;NN\}$.

C. $\{SS;SN;NS;NN\}$. **D.** $\{SN;NS\}$.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử gieo một đồng xu cân đối đồng chất 2 lần liên tiếp là $\{SS;SN;NS;NN\}$.

Chọn đáp án (C) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 3 kĩ sư chế biến thực phẩm, 3 kĩ thuật viên và 12 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid 19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho mỗi ca có 6 người.

a) Số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất là $C_{18}^6 \cdot C_{12}^6$.

b) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho ca đầu tiên gồm toàn công nhân là $C_{12}^6 \cdot C_{12}^6$.

c) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho mỗi ca có đúng 1 kĩ sư và đúng 1 kĩ thuật viên là $C_6^1 \cdot C_6^1 \cdot C_{12}^4$.

d) Xác suất sao cho mỗi ca có đúng 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư chế biến thực phẩm là $\dfrac{225}{3094}$.

Lời giải

a) Đ **Đúng**.

Tổng tất cả có 18 người chia làm 3 ca, mỗi ca 6 người nên số cách phân chia lao động vào ca 1 là C_{18}^6, ca 2 là C_{12}^6, ca 3 là C_6^6. Vậy số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất là $C_{18}^6 \cdot C_{12}^6 \cdot C_6^6 = C_{18}^6 \cdot C_{12}^6$.

b) Đ **Đúng**.

Có tất cả 12 công nhân, để ca 1 gồm toàn công nhân thì số cách phân chia là C_{12}^6, khi đó còn 12 người nên số cách phân chia cho ca 2 là C_{12}^6, ca 3 là C_6^6. Vậy có $C_{12}^6 \cdot C_{12}^6 \cdot C_6^6 = C_{12}^6 \cdot C_{12}^6$ cách phân chia.

c) S **Sai**.

Để mỗi ca có đúng 1 kĩ sư và đúng 1 kĩ thuật viên thì mỗi ca cần 4 công nhân nên số cách phân chia cho ca 1 là $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4$, cho ca 2 là $C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_8^4$ và cho ca 3 là $C_1^1 \cdot C_1^1 \cdot C_4^4$.

Vậy có tất cả $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_8^4 \cdot C_1^1 \cdot C_1^1 \cdot C_4^4 = C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_8^4$

d) Đ **Đúng**.

- Ta có $n(\Omega) = C_{18}^6 \cdot C_{12}^6 \cdot C_6^6 = C_{18}^6 \cdot C_{12}^6$.
- Gọi A là biến cố "Mỗi ca có đúng 1 kĩ thuật viên, 1 kĩ sư chế biến thực phẩm"thì

$$n(A) = C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_8^4 \cdot C_1^1 \cdot C_1^1 \cdot C_4^4 = C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_8^4.$$

Do đó $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_8^4}{C_{18}^6 \cdot C_{12}^6} = \dfrac{225}{3094}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Một nhóm có 7 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 5 bạn đi làm công tác tình nguyện.

a) Số phần tử của không gian mẫu bằng 1 287.

b) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có đúng 3 bạn nam" bằng 525.

c) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có ít nhất 3 bạn nam" bằng 231.

d) Số các kết quả thuận lợi cho biến cố "Trong 5 bạn được chọn có nhiêuu nhất 3 bạn nam" bằng 1 056.

Lời giải

a) Đ $C_{13}^5 = 1\,287$.

b) Đ Có $C_7^3 \cdot C_6^2 = 525$ cách chọn 5 bạn, có đúng 3 bạn nam.

c) S Có $C_7^3 \cdot C_6^2 + C_7^4 \cdot C_6^1 + C_7^5 = 756$ cách chọn 5 bạn, có ít nhất 3 bạn nam.

d) Đ Có $C_7^3 \cdot C_6^2 + C_7^2 \cdot C_6^3 + C_7^1 \cdot C_6^4 + C_6^5 = 1\,056$ cách chọn 5 bạn, có nhiều nhất 3 bạn nam.

Cách khác

$C_{13}^5 = 1\,287$ cách chọn 5 bạn từ 13 bạn.

$C_7^4 \cdot C_6^1 + C_7^5 = 231$ cách chọn 5 bạn, có nhiều hơn 3 bạn nam.

Vậy có $1\,287 - 231 = 1\,056$ cách chọn 5 bạn, có nhiều nhất 3 bạn nam.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Gieo đồng thời hai viên xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai viên xúc xắc bằng 12. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: | 0 | , | 0 | 3 |

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = 36$.

Gọi B là biến cố tổng số chấm trên hai viên xúc xắc bằng 12.

$B = \{(6;6)\}$. Suy ra $n(B) = 1$.

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{36}$.

Đáp án: | 0,03 | ..... □

Câu 2. Xếp ngẫu nhiên 4 bạn nam và 4 bạn nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất của biến cố "Xếp được các bạn nam và bạn nữ đứng xen kẽ nhau". (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án: | 0 | , | 0 | 3 |

Lời giải

Giả sử các vị trí của hàng dọc được đánh số thứ tự từ đầu hàng là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Số cách xếp 8 bạn thành một hàng dọc là $8! = 40\,320$.

Xếp các bạn nam và bạn nữ đứng xen kẽ nhau có hai trường hợp

- Trường hợp 1: Các bạn nam đứng ở các vị trí số lẻ còn các bạn nữ đứng ở các vị trí số chẵn. Số cách xếp như vậy là $4! \cdot 4! = 576$.
- Trường hợp 2: Các bạn nữ đứng ở các vị trí số lẻ còn các bạn nam đứng ở các vị trí số chẵn. Số cách xếp như vậy là $4! \cdot 4! = 576$.

Vậy xác suất của biến cố "Xếp được các bạn nam và bạn nữ đứng xen kẽ nhau" là $\dfrac{576+576}{40\,320} = \dfrac{1}{35}$.
Đáp án: 0,03 .....□

Câu 3. Có 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Rút ngẫu nhiên cùng một lúc 3 tấm thẻ. Tính xác suất sao cho tích của ba số trên 3 tấm thẻ là một số chẵn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) Đáp án: | 0 | , | 8 | 9 |

Lời giải
Số phần từ của không gian mẫu (số cách rút 3 thẻ bất kì trong 26 thẻ) là $C_{26}^3 = 2\,600$.
Gọi A là biến cố rút được 3 tấm thẻ mà tích các số trên chúng là một số chẵn.
Ta có 3 trường hợp

- Trường hợp 1: rút được cả 3 thẻ đều là số chẵn.
- Trường hợp 2: Rút được 2 thẻ ghi số chẵn và một thẻ ghi số lẻ.
- Trường hợp 3: Rút được 1 thẻ ghi số chẵn và hai thẻ ghi số lẻ.

Vậy $n(A) = C_{13}^3 + C_{13}^1 \cdot C_{13}^2 + C_{13}^2 \cdot C_{13}^1 = 2314$.
Xác xuất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2\,314}{2\,600} = 0{,}89$.
Đáp án: 0,89 .....□

Câu 4. Lớp 11A6 có 45 học sinh gồm 20 nam và 25 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn đi học đối tượng Đoàn, Tính xác suất để 8 bạn được chọn có cả nam và nữ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai). Đáp án: | 0 | , | 9 | 9 |

Lời giải
Ta có $n(\Omega) = C_{45}^8$.
Gọi A là biến cố "chọn ra 8 bạn đi học đối tượng Đoàn sao cho trong đó có cả nam lẫn nữ ".
Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "chọn ra 8 bạn đi học đối tượng Đoàn sao cho trong đó chỉ có nam hoặc nữ".
Chọn ra 8 bạn học sinh bất kì trong số 45 học sinh có C_{45}^8 cách.
Chọn ra 8 bạn học sinh bất kì trong số 20 học sinh nam có C_{20}^8 cách.
Chọn ra 8 bạn học sinh bất kì trong số 25 học sinh nữ có C_{25}^8 cách.
Vậy số cách chọn ra 8 bạn đi học đối tượng Đoàn sao cho trong đó có cả nam lẫn

nữ là

$$C_{45}^8 - C_{20}^8 - C_{25}^8 = 214\,345\,650 \text{ cách.}$$

Xác suất là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{214\,345\,650}{C_{45}^8} \approx 0{,}99.$

Đáp án: 0,99 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một bó hoa có 7 bông hồng nhung, 6 bông hồng bạch và 5 bông hồng vàng. Rút ngẫu nhiên 7 bông từ bó hoa. Tính xác suất để rút được 3 bông hồng nhung, 2 bông hồng bạch và 2 bông hồng vàng (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Số cách rút 7 bông hoa từ 18 bông hoa là $n(\Omega) = C_{18}^7$ (cách).

Gọi A là biến cố "rút được 3 bông hồng nhung, 2 bông hồng bạch và 2 bông hồng vàng".

Một kết quả thuận lợi cho biến cố A được thực hiện theo các bước sau

- **Bước 1:** Rút 3 bông hồng nhung có C_7^3 cách.
- **Bước 2:** Rút 2 bông hồng bạch có C_6^2 cách.
- **Bước 3:** Rút 2 bông hồng vàng có C_5^2 cách.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_7^3 C_6^2 C_5^2$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{C_7^3 C_6^2 C_5^2}{C_{18}^7} = \dfrac{875}{5304} \approx 0{,}16.$

Câu 2. Một lớp có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của đoàn trường. Xác suất chọn được hai nam và một nữ là $\dfrac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

Lời giải

Gọi số học sinh nữ của lớp là x $(x \in \mathbb{N}; 1 \le x \le 30)$.

Chọn ngẫu nhiên 3 từ 30 học sinh có $C_{30}^3 = 4060$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4060$.

Gọi A là biến cố: "3 học sinh được chọn có hai nam một nữ".

Ta có $n(A) = C_x^1 \cdot C_{30-x}^2$

Do xác suất chọn được hai nam và một nữ là $\dfrac{12}{29}$ nên ta có phương trình

$$\frac{C_x^1 \cdot C_{30-x}^2}{4060} = \frac{12}{29} \Leftrightarrow C_x^1 \cdot C_{30-x}^2 = 1680 \Leftrightarrow x \cdot \frac{(30-x)!}{2!(28-x)!} = 1680 \Leftrightarrow x = 14.$$

Vậy lớp có 14 học sinh nữ.

Câu 3. Một nhóm gồm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ xếp thành một hàng ngang để tham gia một trò chơi. Tính xác suất để khi xếp 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách xếp bất kì 11 học sinh trên thành một hàng ngang nên $n(\Omega) = 11!$.

Gọi A là biến cố "Khi xếp hàng 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau".

Xếp 7 học sinh nam trước có $7!$ cách.

Khi đó 7 học sinh này xếp hàng tạo 8 khoảng trống. Xếp 4 học sinh nữ, mỗi bạn vào một khoảng trống sao cho không có 2 bạn nào cùng khoảng trống có A_8^4 cách.

Suy ra $n(A) = 7! \cdot \mathrm{A}_8^4$.

$\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{7! \cdot \mathrm{A}_8^4}{11!} = \dfrac{7}{33}$.

—Hết—

35. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Số nguyên tố là số tự nhiên lớn hơn 1 chỉ có 2 ước số là 1 và chính nó. Gọi A là biến cố "Chọn được 1 số nguyên tố có 2 chữ số và nhỏ hơn 100". Số kết quả thuận lợi của biến cố A là

A. 20. **B.** 25. **C.** 24. **D.** 21.

Lời giải

Các số nguyên tố có 2 chữ số và nhỏ hơn 100 là

$$11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47;53;59;61;67;71;73;79;83;89;97.$$

Chọn đáp án D .....□

Câu 2. Gieo 1 đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt S là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{SSS;NNN;SSN;SNS;NSS;NNS;NSN;SNN\}$.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 8$.

Gọi biến cố A: "Có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt S" nên ta có $n(A) = 3$.

Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \frac{3}{8}$.

Chọn đáp án B .....□

Câu 3. Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

A. $\frac{1}{385}$. **B.** $\frac{1}{261}$. **C.** $\frac{3}{899}$. **D.** $\frac{1}{341}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 4 đỉnh trong 32 đỉnh để tạo thành tứ giác, ta có $|\Omega| = \mathrm{C}_{32}^4$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được hình chữ nhật".

Để chọn được hình chữ nhật cần chọn 2 trong 16 đường chéo đi qua tâm của đa giác, do đó số phần tử của A là C_{16}^2.

Xác suất biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \frac{\mathrm{C}_{16}^2}{\mathrm{C}_{32}^4} = \frac{3}{899}$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 4. Một đa giác đều 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác

suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $\mathrm{P}=\dfrac{144}{136}$. **B.** $\mathrm{P}=\dfrac{7}{816}$. **C.** $\mathrm{P}=\dfrac{23}{136}$. **D.** $\mathrm{P}=\dfrac{21}{136}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(X)=\mathrm{C}_{18}^{3}$.

Ký hiệu đa giác là $A_1A_2\ldots A_{18}$ nội tiếp đường tròn (O).

Xét đường kính A_1A_{10} khi đó số tam giác cân có đỉnh cân là A_1 hoặc A_{10} là $2\cdot 8=16$ (tam giác cân).

Mà có tất cả là 9 đường kính do vậy số tam giác cân có các đỉnh là đỉnh của đa giác là $9\cdot 16=144$ (tam giác cân).

Ta lại có số tam giác đều có các đỉnh là đỉnh của đa giác đều 18 đỉnh là 6.

Vậy xác suất P để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều là $\mathrm{P}=\dfrac{144-6}{C_{18}^{3}}=\dfrac{23}{136}$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Số kết quả thuận lợi để 3 quả cầu chọn ra không cùng màu là

A. 153. **B.** 165. **C.** 135. **D.** 156.

Lời giải

Để lấy 3 trái cầu từ hộp ta có C_{11}^{3} cách.

Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{11}^{3}=165$.

Đặt biến cố A: "3 quả cầu chọn ra không cùng màu".

Biến cố đối $\overline{\mathrm{A}}$: "3 quả cầu chọn ra cùng màu".

Số cách chọn 3 quả cầu chọn ra cùng màu là $\mathrm{C}_{5}^{3}+\mathrm{C}_{6}^{3}$, suy ra $n(\overline{\mathrm{A}})=\mathrm{C}_{5}^{3}+\mathrm{C}_{6}^{3}=30$.

Vì vậy $n(A)=n(\Omega)-n\left(\overline{A}\right)=165-30=135$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại là

A. $\dfrac{3}{11}$. **B.** $\dfrac{1}{110}$. **C.** $\dfrac{3}{55}$. **D.** $\dfrac{1}{22}$.

Lời giải

$n(\Omega)=\mathrm{C}_{12}^{3}=220$.

Gọi A là biến cố "3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại".

- Chọn 1 hộp sữa cam có 5 cách.

- Chọn 1 hộp sữa dâu có 4 cách.
- Chọn 1 hộp sữa nho có 3 cách.

Suy ra $n(A)=5\cdot4\cdot3=60$.
Vậy xác suất $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{60}{220}=\dfrac{3}{11}$.
Chọn đáp án A .....□

Câu 7. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{5}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6\cdot6=36$.
Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8".
Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x, số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases}1\le x\le 6\\1\le y\le 6\\x+y=8\end{cases}\Rightarrow (x;y)\in\{(2;6);(3;5);(6;2);(5;3);(4;4)\}$

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $|\Omega|=5$.
Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

Chọn đáp án A .....□

Câu 8. Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

A. $\dfrac{6}{30}$. **B.** $\dfrac{12}{30}$. **C.** $\dfrac{10}{30}$. **D.** $\dfrac{9}{30}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=\mathrm{C}_5^2=10$.
Gọi A: "Lấy được hai quả màu trắng".
Ta có $n(A)=\mathrm{C}_3^2=3$.
Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{3}{10}=\dfrac{9}{30}$.
Chọn đáp án D .....□

Câu 9. Xếp ngẫu nhiên 2 bạn nam và 2 bạn nữ ngồi vào 4 ghế kê theo hàng ngang. Tính xác suất sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4! = 24$.
Gọi A là biến cố "Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau".
Giả sử đánh số ghế từ 1 đến 4.

- **Trường hợp 1:** Nam ngồi ghế số 1 và 3, suy ra có 2! cách xếp. Nữ ngồi ghế số 2 và 4, suy ra có 2! cách xếp.
  Suy ra trường hợp 1 có $2! \cdot 2! = 4$ cách xếp.

- **Trường hợp 2:** Nữ ngồi ghế số 1 và 3, suy ra có 2! cách xếp. Nam ngồi ghế số 2 và 4, suy ra có 2! cách xếp.
  Suy ra trường hợp 2 có $2! \cdot 2! = 4$ cách xếp.

Vậy $n(A) = 4 + 4 = 8$. Do đó, xác suất sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3}$.
Chọn đáp án C ..... □

Câu 10. Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả màu xanh.

A. $\dfrac{1}{11}$. **B.** $\dfrac{9}{55}$. **C.** $\dfrac{2}{11}$. **D.** $\dfrac{4}{11}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{11}^{1} \cdot \mathrm{C}_{10}^{1} = 110$.
Gọi A là biến cố để 2 lần đều lấy được quả màu xanh $\Rightarrow n(A) = \mathrm{C}_{5}^{1} \cdot \mathrm{C}_{4}^{1} = 20$.
Vậy xác suất cần tìm $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{11}$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 11. Giả sử tỉ lệ giới tính khi sinh ở Việt Nam là 105 bé trai trên 100 bé gái. Khi đó xác suất hai đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính xấp xỉ bằng

A. 0,5122. **B.** 0,4878. **C.** 0,5003. **D.** 0,4997.

Lời giải

Xác suất sinh ra bé trai là $p \approx \dfrac{105}{100 + 105} = \dfrac{21}{41}$.
Gọi A là biến cố "Hai đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính".

TH1. Xác suất hai đứa trẻ sinh ra đều là bé trai là $p \cdot p = p^2$.

TH2. Xác suất hai đứa trẻ sinh ra đều là bé gái là $(1-p) \cdot (1-p) = (1-p)^2$.

Suy ra xác suất 2 đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính là $\mathrm{P}(A) = p^2 + (1-p)^2 \approx 0{,}5003$.
Chọn đáp án C ..... □

Câu 12. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Số phần từ của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A là biến cố sao cho 3 học sinh được chọn có học sinh nữ,

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố sao cho 3 học sinh được chọn không có học sinh nữ $\Rightarrow n(\overline{A}) = C_6^3 = 20$.

Vậy xác suất cần tìm $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án B □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một bình đựng 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi.

a) Số phần tử của không gian mẫu là A_{16}^4.

b) Xác suất lấy được đúng 4 bi trắng là $\frac{1}{52}$.

c) Xác suất lấy được đủ 3 màu là $\frac{9}{20}$.

d) Xác suất lấy được đúng 2 màu $\frac{11}{20}$.

Lời giải

a) S Số phần tử của không gian mẫu là C_{16}^4.

b) Đ Gọi A là biến cố: "Lấy được đúng 4 viên bi trắng".
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là C_7^4.
Vậy $P(A) = \frac{C_7^4}{C_{16}^4} = \frac{1}{52}$.

c) Đ Gọi B là biến cố: "Lấy được đủ 3 màu".

- Lấy được 1 bi màu trắng, 1 bi màu đen và 2 bi màu đỏ có $C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2$ cách.
- Lấy được 1 bi màu trắng, 2 bi màu đen và 1 bi màu đỏ có $C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1$ cách.
- Lấy được 2 bi màu trắng, 1 bi màu đen và 1 bi màu đỏ có $C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1$ cách.

Do đó: $n(B) = C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^2 + C_7^1 \cdot C_6^2 \cdot C_3^1 + C_7^2 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1 = 819$ nên $P(B) = \frac{819}{C_{16}^4} = \frac{9}{20}$.

d) (S) Gọi C là biến cố: "Lấy được đúng 2 màu".
Lấy được đúng 1 màu có $C_7^4+C_6^4$ cách.
Lấy được đủ 3 màu có $C_7^1\cdot C_6^1\cdot C_3^2+C_7^1\cdot C_6^2\cdot C_3^1+C_7^2\cdot C_6^1\cdot C_3^1$ cách.
Do đó: $n(C)=C_{16}^4-\left(C_7^4+C_6^4+C_7^1\cdot C_6^1\cdot C_3^2+C_7^1\cdot C_6^2\cdot C_3^1+C_7^2\cdot C_6^1\cdot C_3^1\right)=951$.
Vậy $\mathrm{P}(C)=\dfrac{951}{C_{16}^4}=\dfrac{951}{1820}$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Một hộp chứa 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên hai tấm thể thẻ từ hộp đó.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 90.

b) Xác suất để rút được hai tấm thẻ được đánh số cùng chia hết cho 2 là $\dfrac{2}{9}$.

c) Xác suất để rút được hai tấm thẻ được đánh số đều là số nguyên tố là $\dfrac{1}{15}$.

d) Xác suất để rút được hai tấm thẻ có tổng là một lẻ là $\dfrac{5}{9}$.

Lời giải

a) (S) Chọn 2 số ngẫu nhiên từ 1 đến 10, suy ra $n(\Omega)=C_{10}^2=45$.

b) (Đ) Xét biến cố A: "Rút được cả hai tấm thẻ được đánh số cùng chia hết cho 2".
Ta có các số chia hết cho 2 và không lớn hơn 10 là 2, 4, 6, 8, 10.
Chọn ngẫu nhiên 2 số trong 5 số trên. Suy ra $n(A)=C_5^2$.
Do vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{C_5^2}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{9}$.

c) (S) Xét biến cố B: "Rút được hai tấm thẻ được đánh số đều là số nguyên tố".
Ta có các số nguyên tố và không lớn hơn 10 là 2, 3, 5, 7.
Chọn ngẫu nhiên 2 số trong 4 số trên. Suy ra $n(B)=C_4^2$.
Do vậy $\mathrm{P}(B)=\dfrac{C_4^2}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{15}$.

d) (Đ) Xét biến cố D: "Rút được hai tấm thẻ có tổng là một lẻ".
Suy ra trong hai tấm thẻ phải có 1 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn.
Chọn 1 thẻ mang số lẻ, có 5 cách chọn.
Chọn 1 thẻ mang số chẵn, có 5 cách chọn.
Suy ra $n(D)=5\cdot 5=25$. Do vậy $\mathrm{P}(B)=\dfrac{25}{C_{10}^2}=\dfrac{5}{9}$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số được lập thành từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3 (*kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy*). Đáp án: | 0 | , | 3 | 3 |

Lời giải

Số các số 4 chữ số được lập thành từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5 là $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1080$.

Suy ra $n(\Omega) = C_{1080}^{1} = 1080$.

Gọi biến cố A: "Số được chọn chia hết cho 3".

Số các số 3 chữ số được lập thành từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5 là $5 \cdot 6 \cdot 6 = 180$.

Trong 180 số đó có x số chia hết cho 3; y số chia 3 dư 1 và có z số chia 3 dư 2.

- Với mỗi số chia hết cho 3 thì ta có 2 cách thêm số vào cuối để được 1 số có 4 chữ số và chia hết cho 3, các số có thể thêm vào là 0 hoặc 3.
- Với mỗi số chia 3 dư 1 thì ta có 2 cách thêm số vào cuối để được 1 số có 4 chữ số và chia hết cho 3, các số có thể thêm vào là 2 hoặc 5.
- Với mỗi số chia 3 dư 2 thì ta có 2 cách thêm số vào cuối để được 1 số có 4 chữ số và chia hết cho 3, các số có thể thêm vào là 1 hoặc 4.

Do đó số các số có 4 chữ số và chia hết cho 3 là $2x + 2y + 2z = 2 \cdot 180 = 360$.

Suy ra $n(A) = C_{360}^{1} = 360$.

Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{360}{1080} = \dfrac{1}{3} \approx 0{,}33$.

Đáp án: 0,33 ..... □

Câu 2. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Số phần tử của A: "Số ghi trên các tấm thẻ được chọn là số chẵn" có dạng $C_m^5 \, (m \in \mathbb{N}; m \geq 5)$. Xác định giá trị của m. Đáp án: | 5 | 0 | | |

Lời giải

Trong 100 tấm thẻ thì có 50 tấm thẻ là số chẵn và 50 tấm thẻ là số lẻ.

Ta có $n(A) = C_{50}^{5}$ nên khi đó $m = 50$.

Đáp án: 50 ..... □

Câu 3. Một nhóm bạn có 4 bạn gồm 2 bạn nam Mạnh, Dũng và hai nữ là Hoa, Lan được xếp ngẫu nhiên trên một ghế dài. Kí hiệu MDHL là cách sắp xếp theo thứ tự: Mạnh, Dũng, Hoa, Lan. Tính số phần tử của không gian mẫu.

Đáp án: | 2 | 4 | | |

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp 4 bạn vào 4 chỗ ngồi là một hoán vị của 4 phần tử.

Vì vậy số phần tử của không gian mẫu là $4! = 24$.

Đáp án: 24 ..... □

Câu 4. Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu

trong đề thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt"(*Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy*).

Đáp án: | 0 | , | 4 | |

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{30}^{5}=142\,506$.

Gọi A là biến cố "Đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt"".

Vì trong một đề thi "Tốt" có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 nên ta có các trường hợp sau đây thuận lợi cho biến cố A là

- **Trường hợp 1.** Đề thi gồm 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó, có $\mathrm{C}_{15}^{3}\cdot\mathrm{C}_{10}^{1}\cdot\mathrm{C}_{5}^{1}$ đề.
- **Trường hợp 2.** Đề thi gồm 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó, có $\mathrm{C}_{15}^{2}\cdot\mathrm{C}_{10}^{2}\cdot\mathrm{C}_{5}^{1}$ đề.
- **Trường hợp 3.** Đề thi gồm 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó, có $\mathrm{C}_{15}^{2}\cdot\mathrm{C}_{10}^{1}\cdot\mathrm{C}_{5}^{2}$ đề.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{15}^{3}\cdot\mathrm{C}_{10}^{1}\cdot\mathrm{C}_{5}^{1}+\mathrm{C}_{15}^{2}\cdot\mathrm{C}_{10}^{2}\cdot\mathrm{C}_{5}^{1}+\mathrm{C}_{15}^{2}\cdot\mathrm{C}_{10}^{1}\cdot\mathrm{C}_{5}^{2}=56\,875$.

Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(\Omega_A)}{n(\Omega)}=\dfrac{56\,875}{142\,506}=\dfrac{625}{1\,566}\approx 0{,}4$.

Đáp án: 0,4 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong trò chơi cờ tỉ phú người chơi phải gieo đồng thời hai quân súc sắc rồi sau đó cộng điểm trên các mặt của 2 quân súc sắc để tính ra số ô được di chuyển. Hiện tại ngay trước vị trí An đang đứng là 8 ô tương ứng với 8 mảnh đất của người chơi khác với giá thuê rất đắt đỏ và di chuyển thêm 10 ô nữa thì sẽ rơi trúng ô vào tù (tính từ ô mà An đang đứng). Tính xác suất để An không phải mất tiền thuê đất và vào tù trong trò chơi này.

Lời giải

Để không mất tiền thuê nhà và vào tù trong trò chơi thì tổng số chấm trên hai quân súc sắc mà An gieo được phải lớn hơn 8 và khác 10.

Do gieo đồng thời hai quân súc sắc nên ta có tổng số chấm mà An có được sẽ là $\Omega=\{2 \text{ chấm}, 3 \text{ chấm}, 4 \text{ chấm}, 5 \text{ chấm}, 6 \text{ chấm}, 7 \text{ chấm}, 8 \text{ chấm}, 9 \text{ chấm}, 10 \text{ chấm}, 11 \text{ chấm}, 12 \text{ chấm}\}$, nên không gian mẫu là $n_\Omega=11$.

Tổng số chấm trên mặt của 2 quân súc sắc có lợi cho an sẽ là $A=\{9 \text{ chấm}, 11 \text{ chấm}, 12 \text{ chấm}\}$.

Khi đó số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=3$.

Xác suất để An không mất tiền và vào tù trong trò chơi sẽ là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{3}{11}$.

Câu 2. Trong một cuộc tổng điều tra dân số, điều tra viên chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con và quan tâm đến giới tính của ba người con này. Giả thiết rằng khả năng sinh con trai và khả năng sinh con gái là như nhau. Tính xác suất để gia đình đó có hai con gái biết rằng gia đình đó có con gái đầu lòng.

Lời giải

Kí hiệu con gái là G, con trai là T.

Kí hiệu GTT chỉ giới tính con thứ nhất là con gái, con thứ hai là con trai, con thứ ba là con trai. Tương tự như vậy, ta có không gian mẫu là tập $\Omega = \{GGG, GGT, GTG, GTT\}$.

Gọi A là biến cố cần tìm $\Rightarrow A = \{GGT, GTG\}$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$.

Câu 3. Ban chấp hành Đoàn thanh niên của nhà trường cần lập 4 đội cờ đỏ để chấm thi đua, mỗi đội 3 người từ 12 học sinh gồm 5 học sinh lớp 12, 4 học sinh lớp 11, 3 học sinh lớp 10. Tính xác suất để đội nào cũng có học sinh lớp 12 và học sinh lớp 11.

Lời giải

Số cách chia 12 học sinh thành 4 đội là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3 \cdot \mathrm{C}_9^3 \cdot \mathrm{C}_6^3 \cdot \mathrm{C}_3^3$.

Gọi A là biến cố "Mỗi đội luôn có học sinh lớp 12 và học sinh lớp 11 ".

Xếp vào mỗi đội một học sinh lớp 11 ta có 4! cách.

Xếp 5 học sinh lớp 12 vào 4 đội thì sẽ có 1 đội có 2 học sinh lớp 12.

Chọn đội có 2 học sinh lớp 12 có 4 cách,

chọn 2 học sinh lớp 12 có C_5^2 cách,

xếp 3 học sinh lớp 12 còn lại có 3! cách.

Xếp 3 học sinh lớp 10 có 3! cách.

Ta có $n(A) = 4! \cdot 4 \cdot \mathrm{C}_5^2 \cdot 3! \cdot 3!$.

Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{4! \cdot 4 \cdot \mathrm{C}_5^2 \cdot 3! \cdot 3!}{\mathrm{C}_{12}^3 \cdot \mathrm{C}_9^3 \cdot \mathrm{C}_6^3 \cdot \mathrm{C}_3^3} = \dfrac{36}{385}$.

—Hết—

36. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong câu lạc bộ thể thao học sinh của trường THPT A gồm khối 10 có 4 nam và 3 nữ, khối 11 có 4 nam và 5 nữ, khối 12 có 4 nam. Huấn luyện viên chọn ngẫu nhiên một học sinh đại diện dự khai mạc hội thao. Tính xác suất để chọn được học sinh là nữ.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta thấy câu lạc bộ có tất cả 20 học sinh và trong đó có 8 học sinh nữ.
Chọn ngẫu nhiên một học sinh thì khi đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=20$.
Gọi A là biến cố "Chọn được học sinh là nữ".
Suy ra $n(A)=8$. Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$.

Chọn đáp án A .....□

Câu 2. Giả sử tỉ lệ giới tính khi sinh ở Việt Nam là 105 bé trai trên 100 bé gái. Khi đó xác suất hai đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính xấp xỉ bằng

A. 0,5122. **B.** 0,4878. **C.** 0,5003. **D.** 0,4997.

Lời giải

Xác suất sinh ra bé trai là $p\approx\dfrac{105}{100+105}=\dfrac{21}{41}$.
Gọi A là biến cố "Hai đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính".

TH1. Xác suất hai đứa trẻ sinh ra đều là bé trai là $p\cdot p=p^2$.

TH2. Xác suất hai đứa trẻ sinh ra đều là bé gái là $(1-p)\cdot(1-p)=(1-p)^2$.

Suy ra xác suất 2 đứa trẻ sinh ra có cùng giới tính là $\mathrm{P}(A)=p^2+(1-p)^2\approx 0{,}5003$.

Chọn đáp án C .....□

Câu 3. Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.

A. 0,3. **B.** 0,5. **C.** 0,2. **D.** 0,15.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega)=\mathrm{C}_{20}^{1}=20$.
Gọi A là biến cố lấy được một tấm thẻ ghi số lẻ và chia hết cho 3 thì $A=\{3;9;15\}$.
Do đó $n(A)=3\Rightarrow\mathrm{P}(A)=\dfrac{3}{20}=0{,}15$.

Chọn đáp án D .....□

Câu 4. Gieo 1 đồng xu cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt S là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{SSS; NNN; SSN; SNS; NSS; NNS; NSN; SNN\}$.
Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 8$.
Gọi biến cố A: "Có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt S" nên ta có $n(A) = 3$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \frac{3}{8}$.
Chọn đáp án B .....□

Câu 5. Trên giá sách có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lý và 3 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Xác suất để 3 quyển sách được lấy ra thuộc 3 môn khác nhau là

A. $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{3}{11}$. **C.** $\frac{1}{110}$. **D.** $\frac{109}{110}$.

Lời giải

Số cách lấy ngẫu nhiên ba quyển sách trên giá là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3$.
Gọi A là biến cố "Lấy được 3 quyển sách thuộc 3 môn khác nhau". Ta có $n(A) = \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_3^1$.
Xác suất để lấy được 3 quyển sách thuộc 3 môn khác nhau là $\mathrm{P}(A) = \frac{\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_3^1}{\mathrm{C}_{12}^3} = \frac{3}{11}$.
Chọn đáp án B .....□

Câu 6. Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

A. $\frac{6}{30}$. **B.** $\frac{12}{30}$. **C.** $\frac{10}{30}$. **D.** $\frac{9}{30}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_5^2 = 10$.
Gọi A: "Lấy được hai quả màu trắng".
Ta có $n(A) = \mathrm{C}_3^2 = 3$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \frac{3}{10} = \frac{9}{30}$.
Chọn đáp án D .....□

Câu 7. Không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 5 là

A. $\{1;2;3;4;5\}$. **B.** $\{0;1;2;3;4;5\}$. **C.** $\{0;1;2;3;4\}$. **D.** $\{1;2;3;4\}$.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 5 là

$\{0;1;2;3;4\}$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 8. Chương trình GDPT 2018 theo thông tư cũ có 3 nhóm môn học tự chọn là

Nhóm I: Lịch sử, Địa lí, Giáo dục kinh tế và pháp luật.

Nhóm II: Vật lí, Hoá học, Sinh học.

Nhóm III: Công nghệ, Tin học, Âm nhạc, Mĩ thuật.

Học sinh chọn 5 môn học từ 3 nhóm môn học trên. Số kết quả thuận lợi của biến cố F: "Chọn 5 môn học từ 3 nhóm môn học trên, mỗi nhóm có ít nhất 1 môn" là

A. 126. **B.** 192. **C.** 204. **D.** 168.

Lời giải

Các nhóm môn đều có 3 hoặc 4 môn, do đó để chọn được 5 môn thì cần chọn trong 2 nhóm hoặc 3 nhóm.

Số cách chọn 5 môn bất kì là C_{10}^5.

Số cách chọn 5 môn thuộc nhóm I và II là C_6^5.

Số cách chọn 5 môn thuộc nhóm I và III là C_7^5.

Số cách chọn 5 môn thuộc nhóm II và III là C_7^5.

Vậy số cách chọn 5 môn mà mỗi nhóm có ít nhất một môn là $C_{10}^5 - C_6^5 - C_7^5 - C_7^5 = 204$.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 9. Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω. Gọi A là một biến cố liên quan đến phép thử T. Giả sử $n(A) = 4$; $n(\Omega) = 13$ thì xác suất của biến cố A bằng

A. $\frac{13}{4}$. **B.** $\frac{4}{13}$. **C.** 52. **D.** 9.

Lời giải

Vì $n(A) = 4$; $n(\Omega) = 13$ nên xác suất của biến cố A bằng $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{13}$.

Chọn đáp án B ..... □

Câu 10. Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

A. $\{NN, NS, SN, SS\}$.

B. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$.

C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.

D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.

Lời giải

Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

$$\Omega = \{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}.$$

Chọn đáp án C ..... □

Câu 11. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất của biến cố "lấy được 3 quả màu xanh" là bao nhiêu?

A. $\frac{C_6^3}{C_{10}^3}$. **B.** $\frac{C_4^3}{C_{10}^3}$. **C.** $\frac{C_{10}^3}{C_{10}^4}$. **D.** $\frac{C_4^3}{C_6^3}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy 3 quả bóng trong 10 quả bóng, do đó $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Số phần tử của biến cố "lấy được 3 quả màu xanh"là C_6^3.

Suy ra xác suất là $\frac{C_6^3}{C_{10}^3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Gieo hai đồng tiền một lần. Kí hiệu S, N lần lượt để chỉ đồng tiền xuất hiện mặt sấp, đồng tiền xuất hiện mặt ngửa. Mô tả không gian mẫu nào dưới đây là đúng?

A. $\Omega = \{S;N\}$. **B.** $\Omega = \{NN;SS\}$.

C. $\Omega = \{SN;NS\}$. **D.** $\Omega = \{SN;NS;SS;NN\}$.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{SN;NS;SS;NN\}$.

Chọn đáp án D □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Ban chấp hành đoàn trường gồm 17 thành viên trong đó có 8 đoàn viên nam và 9 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 thành viên tham gia trực tuần.

a) Số cách chọn 2 thành viên là 72.

b) Số cách chọn hai thành viên để một người theo dõi sĩ số, một người phát bản tin hàng ngày là A_{17}^2.

c) Biến cố "Hai người được chọn đều là đoàn viên nam"có số các kết quả thuận lợi là 56.

d) Xác suất của biến cố A: "Có ít nhất một thành viên được chọn là đoàn viên nam"bằng $\frac{25}{34}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 2 thành viên từ Ban chấp hành đoàn trường gồm 17 thành viên trong đó có 8 đoàn viên nam và 9 đoàn viên nữ.

a) S Số cách chọn là $C_{17}^2 = 136$ cách, suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 136$.

b) Đ Mỗi cách chọn 2 thành viên để giao hai nhiệm vụ một người theo dõi sĩ số, một người phát bản tin hàng ngày là một chỉnh hợp chập 2 của 17, do đó có A_{17}^2 cách chọn.

c) S Mỗi kết quả thuận lợi của biến cố "Hai người được chọn đều là đoàn viên nam"là một tổ hợp chập 2 của 8, do đó số các kết quả thuận lợi của biến cố là $C_8^2 = 28$.

d) Đ Ta có biến cố $\overline{A}$: "Cả hai thành viên được chọn đều là đoàn viên nữ".
Khi đó $n(\overline{A}) = C_9^2 = 36$, $P(\overline{A}) = \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{36}{136} = \dfrac{9}{34}$.
Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{9}{34} = \dfrac{25}{34}$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 bạn nữ được xếp thành một hàng dọc. Khi đó

a) Số phần tử của không gian mẫu là 10!.

b) Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau bằng: $\dfrac{1}{42}$.

c) Xác suất để học sinh nam và học sinh nữ đứng cạnh nhau bằng $\dfrac{1}{126}$.

d) Xác suất để để 2 người đứng đầu hàng và cuối hàng là nữ bằng $\dfrac{1}{9}$.

Lời giải

a) Đ Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

b) Đ Gọi A là biến cố "5 bạn nữ đứng cạnh nhau".
Giả sử ghép 5 bạn nữ thành một nhóm có 5! cách ghép. Coi 5 bạn nữ này là 1 cụm X.
Bài toán trở thành xếp 5 bạn học sinh nam và X thành một hàng dọc.
Khi đó số cách xếp là $6! \Rightarrow n(A) = 5! \cdot 6!$.
Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5!6!}{10!} = \dfrac{1}{42}$.

c) Đ Gọi B là biến cố "Học sinh nam và học sinh nữ đứng cạnh nhau".
Để xếp 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang sao cho học sinh nam và học sinh nữ đứng cạnh nhau thì ta sẽ xếp xen kẽ.
Đánh số 10 vị trí từ 1 đến 10.

- Trường hợp 1: Nam đứng vị trí lẻ, nữ đứng các vị trí chẵn. Ta có $5! \cdot 5!$.
- Trường hợp 2 Nam đứng vị trí chẵn, nữ đứng các vị trí lẻ Ta có $5! \cdot 5!$.

Vậy có tất cả $5! \cdot 5! + 5! \cdot 5! = 2 \cdot 5! \cdot 5!$ cách xếp nam, nữ đứng xen kẽ thành một hàng ngang Vậy $P(B) = \dfrac{1}{126}$.

d) Đ Gọi C biến cố "Để 2 người đứng đầu hàng và cuối hàng là nữ".
Số cách chọn 2 bạn nữ xếp ở vị trí đầu hàng và cuối hàng là A_5^2.
Lúc này, còn lại 3 bạn nữ và 5 bạn nam, số cách xếp 8 người này vào 1 hàng là $8!$.
Số cách xếp thỏa mãn yêu cầu đề là $A_5^2 \cdot 8!$.
Vậy $P(C) = \dfrac{2}{9}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d đúng | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm, mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 trở lên là $\dfrac{a}{4^{10}}$. Giá trị của a bằng bao nhiêu? Đáp án: | 4 | 3 | 6 | |

Lời giải
Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 4^{10}$.
Gọi A là biến cố "Thí sinh đạt từ 8,0 trở lên". Ta có các trường hợp:

- **Trường hợp 1.** Thí sinh đúng 8 câu, sai 2 câu có $C_{10}^8 \cdot 3^2 = 405$ (cách).
- **Trường hợp 2.** Thí sinh đúng 9 câu, sai 1 câu có $C_{10}^9 \cdot 3^1 = 30$ (cách).
- **Trường hợp 3.** Thí sinh đúng cả 10 câu có $C_{10}^{10} = 1$ (cách).

Do đó $n(A) = 405 + 30 + 1 = 436$.
Vậy xác suất của biến cố A là $P = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{436}{4^{10}}$ nên $a = 436$.
Đáp án: 436 ..... □

Câu 2. Lớp A có 5 học sinh xuất sắc, lớp B có 10 học sinh xuất sắc. Chọn ngẫu nhiên 2 trong các học sinh đó đi dự lễ tuyên dương học sinh tiêu biểu. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn từ cùng một lớp (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Đáp án: | 0 | , | 5 | 2 |

Lời giải
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^2$.
Gọi A: "2 học sinh được chọn từ cùng một lớp ".
Khi đó $n(A) = C_5^2 + C_{10}^2$.
Xác suất để 2 học sinh được chọn từ cùng một lớp là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2 + C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{11}{21} \approx 0{,}52.$$

Đáp án: 0,52 ..... □

Câu 3. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên ba viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai). Đáp án: | 0 | , | 9 | 2 |

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^{3} = 455$.

Gọi A là biến cố "trong ba viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ ".

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "trong ba viên bi lấy ra không có bi đỏ nào".

Chọn 3 bi xanh trong 7 bi xanh có $\mathrm{C}_{7}^{3} = 35$ cách.

$$\Rightarrow n(\overline{A}) = 35 \Rightarrow \mathrm{P}(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{1}{13}.$$

Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{12}{13} \approx 0{,}92$.

Đáp án: 0,92 .....□

Câu 4. Tại buổi biểu diễn văn nghệ "CHILL COVER " của trường THPT Lê Lợi tổ chức có sự tham gia của 5 tiết mục văn nghệ của khối 12, 4 tiết mục văn nghệ của khối 11 và 4 tiết mục văn nghệ của khối 10. Tính xác suất để ban tổ chức bố trí các tiết mục biểu diễn sao cho không có hai tiết mục văn nghệ nào của khối 12 biểu diễn liên tiếp nhau. (làm tròn đến hàng phần chục) Đáp án: | 0 | , | 1 | |

Lời giải

Để bố trí các tiết mục biểu diễn, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 13!$.

Xét biến cố không có hai tiết mục nào của khối 12 biểu diễn liên tiếp nhau.

- Xếp 8 tiết mục của hai khối 10 và 11 liên tiếp nhau, ta có $8!$ cách xếp.
- Để không có tiết mục nào của khối 12 liên tiếp nhau thì các tiết mục đó được xếp vào các khoảng hở của các tiết mục ở hai khối còn lại, hoặc biểu diễn đầu hoặc cuối, có A_{9}^{5} cách.

Vậy số khả năng thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 8! \cdot \mathrm{A}_{9}^{5}$.

Xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{8! \cdot \mathrm{A}_{9}^{5}}{13!} = \dfrac{14}{143} \approx 0{,}1$.

Đáp án: 0,1 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một bài kiểm tra trắc nghiệm với 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 đáp án và trong đó chỉ có duy nhất một đáp án là đúng. Xét phép thử T: Bạn Minh làm bài kiểm tra bằng cách chọn ngẫu nhiên các đáp án cho các câu hỏi. Biết mỗi câu trả lời đúng bạn được 1 điểm và sai thì không mất điểm. Gọi A là biến cố: "Bạn

Minh được ít nhất 5 điểm". Tính xác suất của biến cố A (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Đáp án: 0 , 0 8

Lời giải

Vì mỗi câu hỏi có 4 sự lựa chọn nên có 4^{10} cách làm bài kiểm tra với 10 câu hỏi hay $n(\Omega) = 4^{10}$.

- TH1: Bạn Minh được 5 điểm có $C_{10}^5 \cdot 3^5$ cách.
- TH2: Bạn Minh được 6 điểm có $C_{10}^6 \cdot 3^4$ cách.
- TH3: Bạn Minh được 7 điểm có $C_{10}^7 \cdot 3^3$ cách.
- TH4: Bạn Minh được 8 điểm có $C_{10}^8 \cdot 3^2$ cách.
- TH5: Bạn Minh được 9 điểm có $C_{10}^9 \cdot 3$ cách.
- TH6: Bạn Minh được 10 điểm có C_{10}^{10} cách.

Số phần tử của biến cố A là

$$n(A) = C_{10}^6 \cdot 3^4 + C_{10}^7 \cdot 3^3 + C_{10}^8 \cdot 3^2 + C_{10}^9 \cdot 3 + C_{10}^{10} = 81922.$$

Xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{81922}{4^{10}} \approx 0{,}08.$$

Đáp án: 0,08 .....□

Câu 2. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) Đáp án: 0 , 5 4

Lời giải

Số phần tử của tập S là $A_7^4 = 840$ số.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{840}^1 = 840$ số.

Gọi biến cố A: "không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn".

Trường hợp 1. Số đó chỉ không có chữ số chẵn nào

Trường hợp này có $4! = 24$ số.

Trường hợp 2. Số đó chỉ có 1 chữ số chẵn

Trường hợp này có $3 \cdot C_4^3 \cdot 4! = 288$ số.

Trường hợp 3. Số đó chứa đúng 2 số chẵn.

Trường hợp này có 3 cách sắp xếp:(chẵn, lẻ, chẵn, lẻ) (lẻ, chẵn, lẻ, chẵn) và (chẵn, lẻ, lẻ, chẵn)

Với mỗi cách sắp xếp thì có $A_3^2 \cdot A_4^2 = 72$ số.

Do đó $n(A) = 24 + 288 + 3 \cdot 72 = 528$ số.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{528}{840} = \dfrac{22}{35}$.

Đáp án: 0,54 .....□

Câu 3. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Lời giải

Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ.

Suy ra số phần tử của không mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{20}^{8}$.

Gọi A là biến cố "3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 ".

Để tìm số phần tử của A ta làm như sau

Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^{3} cách.

Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn (không chia hết cho 10), có C_{8}^{4} cách.

Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_{2}^{1} cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{10}^{3} \cdot \mathrm{C}_{8}^{4} \cdot \mathrm{C}_{2}^{1}$.

Vậy xác suất cần tính $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_{10}^{3} \cdot \mathrm{C}_{8}^{4} \cdot \mathrm{C}_{2}^{1}}{\mathrm{C}_{20}^{8}} = \dfrac{560}{4199}$.

—Hết—

37. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Bạn A có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị socola. A lấy ngẫu nhiên 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng cho em gái. Tính xác suất để 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị socola.

A. $P=\dfrac{140}{143}$. **B.** $P=\dfrac{79}{156}$. **C.** $P=\dfrac{103}{117}$. **D.** $P=\dfrac{14}{117}$.

Lời giải

Chọn 5 cái kẹo trong 13 cái kẹo nên $n(\Omega)=\mathrm{C}_{13}^{5}$.

Đặt A là biến cố: "Chọn được 5 cái kẹo có đủ hai vị".

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: "Chọn 5 cái kẹo chỉ có một vị".

Ta có $n(\overline{A})=\mathrm{C}_{7}^{5}+\mathrm{C}_{6}^{5}$.

Vậy $\mathrm{P}(A)=1-\dfrac{\mathrm{C}_{7}^{5}+\mathrm{C}_{6}^{5}}{\mathrm{C}_{13}^{5}}=\dfrac{140}{143}$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 2. Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Liệt kê ta có $A=\{(1;2;3);(1;2;4);(1;2;5);(1;3;4)\}$.

Chọn đáp án (C) ..... □

Câu 3. Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố "Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện nhỏ hơn 5".

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{18}$. **D.** $\dfrac{5}{36}$.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6\cdot 6=36$.

Gọi A là biến cố "Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện nhỏ hơn 5".

Ta có $A=\{(1;1);(1;2);(1;3);(2;1);(2;2);(3;1)\}$.

Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 4. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Tính xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ.

A. $\dfrac{100}{231}$. **B.** $\dfrac{115}{231}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{118}{231}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$.
Gọi A là biến cố "Tổng số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ".
Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

- **Trường hợp 1:** Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có $6 \cdot C_5^5 = 6$ cách.
- **Trường hợp 2:** Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có $C_6^3 \cdot C_5^3 = 200$ cách.
- **Trường hợp 3:** Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có $C_6^5 \cdot 5 = 30$ cách.

Do đó $n(A) = 6 + 200 + 30 = 236$ nên $P(A) = \dfrac{236}{462} = \dfrac{118}{231}$.
Chọn đáp án (D) ..... □

Câu 5. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\dfrac{13}{18}$. **B.** $\dfrac{5}{18}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.
Gọi A là biến cố "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn".

- TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có $C_5^1 \cdot C_4^1 = 20$.
- TH2: 2 thẻ đánh số chẵn có $C_4^2 = 6$.

Suy ra $n(A) = 26$.
Xác suất của A là $P(A) = \dfrac{26}{36} = \dfrac{13}{18}$.
Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 6. Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất 5 lần. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 10. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 64.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = 2^5 = 32$.
Chọn đáp án (B) ..... □

Câu 7. Từ các chữ số 1; 2; 4; 6; 8; 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là?

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Gọi A: "Lấy được một số nguyên tố".

Khi đó $A=\{2\}\Rightarrow n(A)=1$ và $n(\Omega)=6$. Do đó, xác suất để lấy được một số nguyên tố là

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Một nhóm gồm 7 học sinh nam và 4 học sinh nữ xếp thành một hàng ngang để tham gia một trò chơi. Tính xác suất để khi xếp 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau.

A. $\frac{4}{33}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{8}{11}$. **D.** $\frac{7}{33}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách xếp bất kì 11 học sinh trên thành một hàng ngang nên $n(\Omega)=11!$.

Gọi A là biến cố "Khi xếp hàng 2 học sinh nữ bất kì không đứng cạnh nhau".

Xếp 7 học sinh nam trước có 7! cách.

Khi đó 7 học sinh này xếp hàng tạo 8 khoảng trống. Xếp 4 học sinh nữ, mỗi bạn vào một khoảng trống sao cho không có 2 bạn nào cùng khoảng trống có A_8^4 cách.

Suy ra $n(A)=7!\cdot \mathrm{A}_8^4$.

$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{7!\cdot \mathrm{A}_8^4}{11!}=\frac{7}{33}$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Gieo một con xúc xắc 3 lần liên tiếp. Tính xác suất sao cho mặt năm chấm xuất hiện ở lần thứ hai.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{1}{120}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6^3=216$.

Gọi A là biến cố: "Mặt năm chấm xuất hiện ở lần thứ hai ".

A xảy ra khi lần thứ hai xuất hiện mặt năm chấm, còn lần thứ nhất và lần thứ ba có thể xuất hiện các mặt bất kì trong 6 mặt. Do đó $n(A)=6\cdot 1\cdot 6=36$.

Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\frac{36}{216}=\frac{1}{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng, 7 quả cầu đỏ, 4 quả cầu vàng, các quả cầu có kích thước và khối lượng giống nhau. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu". Biến cố đối của biến cố A: "3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả màu vàng" là

A. $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra không có màu vàng".

B. $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra cùng màu trắng".

C. $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra cùng màu đỏ".

D. $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra có 3 màu khác nhau".

Lời giải

Biến cố đối của biến cố A: "3 quả cầu lấy ra có ít nhất một quả màu vàng" là $\overline{A}$: "3 quả cầu lấy ra không có màu vàng".

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 11. Quỳnh có một hộp hình lập phương mà sáu mặt được tô bởi ba màu đỏ, vàng, xanh sao cho chỉ có các mặt đối nhau thì tô cùng màu. Hỏi tung ngẫu nhiên hộp đó thì xác suất để được mặt xanh ngửa là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Do không gian mẫu của phép thử có 6 kết quả, trong đó có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố đang xét (do có hai mặt màu xanh) nên xác suất của biến cố "thu được mặt xanh ngửa"là $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (A) ..... □

Câu 12. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc xắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố "Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 2".

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6\cdot 6=36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có $A=\{(1;3),(3;1),(2;4),(4;2),(3;5),(5;3),(4;6),(6;4)\}$ nên $n(A)=8$.

Vậy xác suất của biến cố "Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 2"là $\mathrm{P}(A)=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$.

Chọn đáp án (C) ..... □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Xét phép thử: Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh A, B, C, D, E, F, G vào một chiếc bàn dài có đúng 7 ghế.

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=7!$.

b) Xác suất để D không ngồi đầu bàn là $\frac{6}{7}$.

c) Xác suất để A và B không ngồi cạnh nhau là $\frac{5}{7}$.

d) Xác suất để A và B ngồi cạnh nhau, đồng thời C, D không ngồi cạnh nhau và không ngồi cạnh A, B là $\dfrac{4}{21}$.

Lời giải

a) Đ **Đúng.** Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 7!$.

b) S **Sai.** Gọi X là biến cố "D không ngồi đầu bàn".

(a) Bước 1: Xếp D ngồi vào ghế không phải đầu bàn, có 5 cách.

(b) Bước 2: Xếp các bạn còn lại, có $6!$ cách.

Suy ra $n(X) = 5 \cdot 6!$ cách.
Xác suất $\mathrm{P}(X) = \dfrac{5 \cdot 6!}{7!} = \dfrac{5}{7}$.

c) Đ **Đúng.** Gọi Y là biến cố "A và B không ngồi cạnh nhau".
Xếp 5 bạn C, D, E, F, G vào bàn dài có $5!$ cách.
Giữa 5 bạn tạo thành 6 khoảng trống, chọn ra 2 khoảng trống và xếp 2 bạn A, B vào đó, có A_6^2 (cách).
Vậy $n(Y) = 5! \cdot \mathrm{A}_6^2$, suy ra $\mathrm{P}(Y) = \dfrac{5}{7}$.

d) S **Sai.** Gọi Z là biến cố "A và B ngồi cạnh nhau, đồng thời C, D không ngồi cạnh nhau và không ngồi cạnh A, B".
Xếp 3 bạn E, F, G vào bàn dài có $3!$ cách.
Giữa 3 bạn tạo thành 4 khoảng trống, chọn ra 3 khoảng trống để xếp AB, C và D, có A_4^3 (cách).
Đổi chỗ AB cho nhau có $2!$ cách.
Vậy $n(Z) = 3! \cdot \mathrm{A}_4^3 \cdot 2!$, suy ra $\mathrm{P}(Z) = \dfrac{3! \cdot \mathrm{A}_4^3 \cdot 2!}{7!} = \dfrac{2}{35}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

Câu 2. Một nhóm gồm 8 nam và 7 nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn. Khi đó

a) Không gian mẫu 3003.

b) Xác suất để có đúng 01 bạn nữ bằng $\dfrac{70}{429}$.

c) Xác suất để có 3 nam và 2 nữ bằng $\dfrac{56}{143}$.

d) Xác suất để có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ bằng $\dfrac{23}{429}$.

Lời giải

a) Đ Không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^5 = 3003$.

b) Đ Gọi A là biến cố "Có đúng 1 bạn nữ".
Số cách chọn 5 bạn trong đó có đúng bạn 01 nữ là (1 nữ, 4 nam) là

$$\mathrm{C}_7^1 \cdot \mathrm{C}_8^4 \Rightarrow n(A) = \mathrm{C}_7^1 \cdot \mathrm{C}_8^4 \Rightarrow \mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{490}{3003} = \frac{70}{429}.$$

c) Đ Gọi B là biến cố "5 bạn được chọn có 3 nam và 2 nữ".
Số cách chọn 5 bạn trong đó có 3 nam, 2 nữ là

$$\mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{C}_7^2 \Rightarrow n(B) = \mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{C}_7^2 \Rightarrow \mathrm{P}(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1\,176}{3\,003} = \frac{56}{143}.$$

d) S Gọi C là biến cố "5 bạn được chọn có cả nam lẫn nữ mà nam nhiều hơn nữ ".

- Trường hợp 1: chọn 4 nam và 1 nữ. Số cách chọn 5 bạn trong đó có 4 nam, 1 nữ là $\mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_7^1$.
- Trường hợp 2: Chọn 3 nam và 2 nữ. Số cách chọn 5 bạn trong đó có 3 nam, 2 nữ là $\mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{C}_7^2$.

Suy ra $n(C) = \mathrm{C}_8^4 \cdot \mathrm{C}_7^1 + \mathrm{C}_8^3 \cdot \mathrm{C}_7^2 = 1\,666$.
Vậy $\mathrm{P}(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{1\,666}{3\,003} = \frac{238}{429}$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ..... □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Có 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Rút ngẫu nhiên cùng một lúc 3 tấm thẻ. Tính xác suất sao cho tích của ba số trên 3 tấm thẻ là một số chẵn. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) Đáp án: | 0 | , | 8 | 9 |

Lời giải
Số phần tử của không gian mẫu (số cách rút 3 thẻ bất kì trong 26 thẻ) là $\mathrm{C}_{26}^3 = 2\,600$.
Gọi A là biến cố rút được 3 tấm thẻ mà tích các số trên chúng là một số chẵn.
Ta có 3 trường hợp

- Trường hợp 1: rút được cả 3 thẻ đều là số chẵn.
- Trường hợp 2: Rút được 2 thẻ ghi số chẵn và một thẻ ghi số lẻ.
- Trường hợp 3: Rút được 1 thẻ ghi số chẵn và hai thẻ ghi số lẻ.

Vậy $n(A) = \mathrm{C}_{13}^3 + \mathrm{C}_{13}^1 \cdot \mathrm{C}_{13}^2 + \mathrm{C}_{13}^2 \cdot \mathrm{C}_{13}^1 = 2314$.
Xác xuất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2\,314}{2\,600} = 0{,}89$.
Đáp án: 0,89 ..... □

Câu 2. Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập nhau, chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: | 0 | , | 6 | 2 |

Lời giải

Kích thước không gian mẫu là $|\Omega| = 3^5 = 243$.

Gọi A là biến cố cần tính xác suất.

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố "có ít nhất 1 toa không có hành khách".

- **TH1:** Hai toa không có hành khách, một toa có 5 người.
  $\Rightarrow$ có $C_3^2 = 3$ (cách).
- **TH2:** Một toa không có người, hai toa có ít nhất một người.
  - Chọn một toa có 3 cách.
  - Xếp 5 người lên 2 toa sao cho mỗi toa ít nhất 1 người có $2^5 - 2 = 30$ (cách) (trừ 2 trường hợp một toa có 5 người).
    $\Rightarrow$ có $3 \cdot 30 = 90$ (cách).

Suy ra $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 3 + 90 = 93$ (cách).

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{93}{243} = 0{,}62$.

Đáp án: 0,62 ..... □

Câu 3. Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 cái phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc thăm ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên phiếu bốc được là số chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là người đầu tiên bốc thăm, xác suất để Hoa trúng thưởng là $\dfrac{a}{b}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right.$ là phân số tối giản$\left.\right)$. Tính $S = b - a$. Đáp án: | 6 | 6 | 3 | |

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{25}^5$.

Gọi A là biến cố "Bạn Hoa trúng thưởng".

- Trường hợp 1: Bạn Hoa bốc được 5 cái phiếu đều đánh số chẵn, trường hợp này có C_{12}^5 cách.
- Trường hợp 2: Bạn Hoa bốc được 4 cái phiếu đánh số lẻ và 1 cái phiếu đánh số chẵn, trường hợp này có $C_{13}^4 \cdot C_{12}^1$ cách.

  Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{12}^5 + C_{13}^4 \cdot C_{12}^1}{C_{25}^5} = \dfrac{142}{805}$.

  Vậy $a = 142$, $b = 805 \Rightarrow b - a = 805 - 140 = 663$.

Đáp án: 663 ..... □

Câu 4. Giả sử một hộp chứa 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng (các quả bóng cùng màu thì giống nhau). Lấy ngẫu nhiên từng quả bóng ra khỏi hộp cho đến khi hết bóng. Tính xác suất để lấy được tất cả 4 quả bóng đỏ trước khi lấy được 3 quả bóng trắng là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: | 0 | , | 1 | 2 |

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng theo 1 hàng ngang từ trái qua phải, tính xác suất để 4 quả bóng đỏ được xếp hết trước khi còn lại 3 quả bóng trắng.

Không gian mẫu $n(\Omega)=\dfrac{9!}{4!\cdot 5!}=126$.

Gọi A là biến cố "Lấy được tất cả 4 quả bóng đỏ trước khi lấy được 3 quả bóng trắng". Biến cố A xảy ra khi 4 quả bóng đỏ được xếp 4 trong 6 vị trí đầu tiên và 5 quả bóng trắng xếp vào 5 vị trí còn lại.

Ta có $n(A)=\mathrm{C}_6^4=15$.

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{42}\approx 0{,}12$.

Đáp án: 0,12 .....□

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong đợt ủng hộ sách giáo khoa cho những học sinh bị ảnh hưởng do trận lũ lụt vừa qua, lớp 12A nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách toán học, 7 cuốn sách Vật lí, 8 cuốn sách Hóa học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh, mỗi học sinh chỉ được nhận đúng 2 cuốn sách khác môn học. Trong số 10 học sinh nhận sách đợt này có bạn Hưng và bạn Thành. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà bạn Hưng nhận đươc giống 2 cuốn sách của bạn Thành (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi x là số học sinh nhận sách Toán và Lí;

y là số học sinh nhận sách Lí và Hóa;

z là số học sinh nhận sách Hóa và Toán.

Theo bài ra ta có hệ

$$\begin{cases} x+y=7 \\ y+z=8 \\ z+x=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ z=3. \end{cases}$$

- Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=\mathrm{C}_{10}^5\cdot\mathrm{C}_5^3\cdot\mathrm{C}_2^2=2520$.
- Gọi A là biến cố "Hưng nhận 2 cuốn sách giống bạn Thành".

TH1: Thành và Hưng nhận sách Toán và Lí có $1\cdot\mathrm{C}_8^5\cdot\mathrm{C}_3^3=56$ cách.

TH2: Thành và Hưng nhận sách Hóa và Lí có $1\cdot\mathrm{C}_8^3\cdot\mathrm{C}_5^3\cdot\mathrm{C}_2^2=560$ cách.

TH3: Thành và Hưng nhận sách Toán và Hóa có $1\cdot\mathrm{C}_8^1\cdot\mathrm{C}_7^5\cdot\mathrm{C}_2^2=168$ cách.

$\Rightarrow n(A)=56+560+168=784$.

- Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{784}{2520}\approx 0{,}31$.

Câu 2. Một hộp chứa 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4, 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6, 8 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Gọi p là xác suất để 3 viên bi lấy ra vừa khác màu, vừa khác số. Tính $8160p$.

Lời giải

Tổng số cách chọn 3 viên bi từ 18 viên bi là $C_8^3=816$.

Để có 3 viên bi khác màu, ta phải chọn một viên bi đỏ, một viên bi xanh và một viên bi vàng. Do đó, ta có $4\cdot 6\cdot 8=192$ (cách).

Trong 192 cách chọn này, ta cần tìm số cách mà 3 viên bi khác số. Ta sẽ loại bỏ các trường hợp có ít nhất hai viên bi trùng số sau

- Bi đỏ và bi xanh trùng số: Các số trùng nhau có thể là 1, 2, 3, 4. Với mỗi số trùng nhau, có 8 cách chọn bi vàng. Vậy có $4\cdot 8=32$ trường hợp.
- Bi xanh và bi vàng trùng số: Các số trùng nhau có thể là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Với mỗi số trùng nhau, có 4 cách chọn bi đỏ. Vậy có $6\cdot 4=24$ trường hợp.
- Bi đỏ và bi vàng trùng số: Các số trùng nhau có thể là 1, 2, 3, 4. Với mỗi số trùng nhau, có 6 cách chọn bi xanh. Vậy có $4\cdot 6=24$ trường hợp.
- Bi đỏ, bi xanh và bi vàng trùng số: Các số trùng nhau có thể là 1, 2, 3, 4. Vậy có 4 trường hợp.

Suy ra số trường hợp có ít nhất hai viên bi trùng số là $(32+24+24)-2\cdot 4=72$.

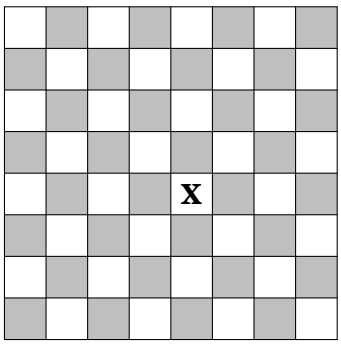
Số trường hợp 3 viên bi khác màu và khác số là $192-72=120$.

Xác suất p để 3 viên bi lấy ra vừa khác màu, vừa khác số là $p=\dfrac{120}{816}=\dfrac{5}{34}$.

Vậy $8160p=8160\cdot\dfrac{5}{34}=1200$.

Câu 3.

Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua (Vị trí X như hình bên). Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng. Bạn Hải di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



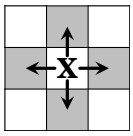
Lời giải

Tại mọi ô đang đứng, quân vua có 8 khả năng lựa chọn để bước sang ô bên cạnh. Do đó không gian mẫu $n(\Omega)=8^3$.

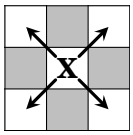
Gọi A là biến cố "Sau 3 bước quân vua trờ về ô xuất phát".

Sau ba bước quân vua muốn quay lại ô ban đầu khi quân vua đi theo đường khép kín tam giác.
Có hai trường hợp:

- Từ ô ban đầu đi đến ô đen như hình bên, đến đây có 4 cách để đi bước hai rồi về lại vi trí ban đầu.



- Từ ô ban đầu đi đến ô trắng như hình bên, đến đây có 2 cách để đi bước hai rồi về lại vị trí ban đầu.



Do đó số phần tử của biến cố A là $n(A)=4\cdot 4+4\cdot 2=24$.
Vậy xác suất $P(A)=\dfrac{24}{8^3}=\dfrac{3}{64}$.

Câu 4. Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Tính xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Ta có không gian mẫu là $n(\Omega)=10!$.
Gọi A là biến cố "không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau"; $\overline{A}$ là biến cố "có ít nhất hai học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau";
A_1 là biến cố "học sinh 12A ngồi đối diện nhau";
A_2 là biến cố "học sinh 12B ngồi đối diện nhau";
Khi đó $n(\overline{A})=n(A_1)+n(A_2)-n(A_1\cap A_2)$.

- Đếm A_1:
  - Chọn ghế để hai học sinh 12A ngồi đối diện nhau có 5 cách;
  - Đổi chỗ hai bạn này có 2 cách;
  - Xếp 8 học sinh còn lại có 8! cách

  Theo quy tắc nhân có $n(A_1)=5\cdot 2\cdot 8!=403200$.

- Đếm A_2:
  - Chọn ghế để hai học sinh 12B ngồi đối diện nhau có 5 cách;
  - Chọn hai bạn lớp 12B có $A_3^2=6$ cách;
  - Xếp 8 học sinh còn lại có 8! cách

  Theo quy tắc nhân có $n(A_1)=5\cdot 6\cdot 8!=1209600$.

- Đếm $A_1 \cap A_2$:
  - Chọn hai bạn lớp 12A có $A_2^2 = 2$ cách;
  - Chọn hai bạn lớp 12B có $A_3^2 = 6$ cách;
  - Chọn 2 cặp ghế để hai học sinh 12A và 12B ngồi đối diện nhau có $A_5^2 = 20$ cách;
  - Xếp 6 học sinh còn lại có 6! cách

  Theo quy tắc nhân có $n(A_1) = 2 \cdot 6 \cdot 20 \cdot 6! = 172800$.

Tóm lại ta có $n(\overline{A}) = 1440000 \Rightarrow P(\overline{A}) = \dfrac{25}{63} \Rightarrow P(A) = \dfrac{38}{63} \approx 0{,}6$.

Câu 5. Trong dịp tết Nam và Minh chơi trò ba cây bằng bộ bài lơ khơ gồm 36 lá (mỗi người nhận được 3 lá bài trong đó không có các quân 10, J, Q, K sau đó cộng điểm trên 3 quân bài lại người nào lớn điểm hơn sẽ thắng, trong trường hợp 2 người bằng điểm thì sẽ xét chất trên các lá bài theo thứ tự từ lớn đến bé Rô, cơ, bích, tép). Người nào thắng sẽ được 3 chiếc kẹo của người còn lại. Hiện tại trong ván bài đầu tiên Nam được 10 điểm với các quân sau 2 tép, 7 rô, Át cơ. Tính xác suất Minh có thể thắng trong ván bài trên, chú ý Át rô là quân bài có hiệu lực mạnh nhất bộ bài (các quân Át còn lại đều tính như là số một).

Lời giải

Do có 36 lá bài, Nam cầm 3 lá vì vậy còn 33 lá bài.

Vậy số phần tử của không gian mẫu sẽ là C_{33}^3.

Để thắng được Nam, Minh cần phải đạt 10 điểm và trong đó có một quân bài chất rô lớn hơn 5.

Do Át rô mạnh nhất nên ta xét thành 2 trường hợp.

Trường hợp 1. Minh có Át rô.

Như vậy để thắng được Nam, Minh cần sở hữu 2 lá bài còn lại sau

$A = \{2$ bích hoặc 2 cơ hoặc 2 rô và 7 bích hoặc 7 cơ hoặc 7 tép$\} \Rightarrow n_A = 3 \cdot 3 = 9$.

Trường hợp 2. Minh không có Át rô. Như vậy minh bắt buộc phải có 8 rô hoặc 9 rô trong 3 lá bài của mình.

Trường hợp 2.1: Minh có 8 rô.

Như vậy để thắng được Nam, Minh cần sở hữu 2 lá bài còn lại sau

$A = \{8$ bích hoặc 8 cơ hoặc 8 tép và 4 bích hoặc 4 cơ hoặc 4 tép hoặc 4 rô$\} \Rightarrow n_A = 3 \cdot 4 = 12$.

Trường hợp 2.2: Minh có 9 rô Như vậy để thắng được Nam, Minh cần sở hữu 2 lá bài còn lại sau

$A = \{9$ bích hoặc 9 cơ hoặc 9 tép và 2 bích hoặc 2 cơ hoặc 2 rô$\} \Rightarrow n_A = 3 \cdot 3 = 9$.

Vậy xác suất để Minh thắng Nam sẽ là $P_A = \dfrac{9+12+9}{5456} = \dfrac{15}{2728}$.

—Hết—