

Thầy ĐỨC TÀI

Ôn Toán 10,11,12 và LTĐH

SĐT: 0889 971 004

TOÁN

11

(ĐỀ ÔN THEO CHƯƠNG)

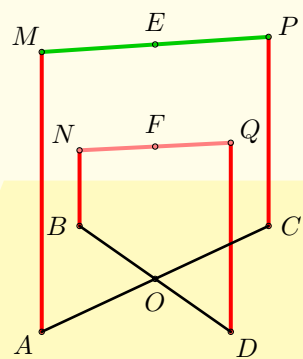
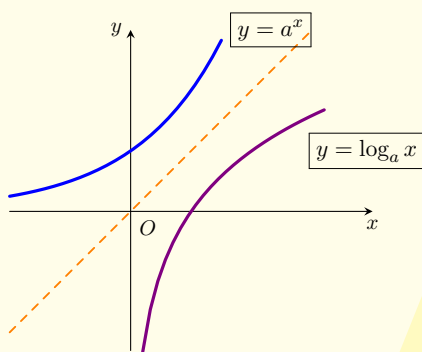
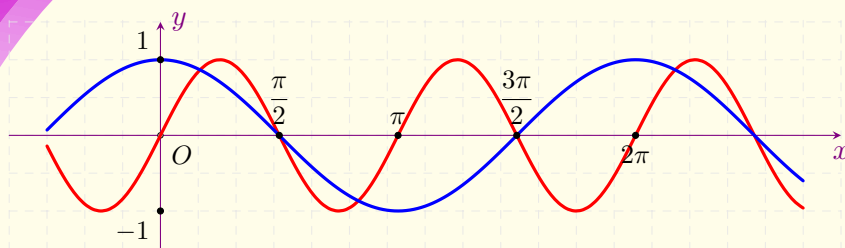
TẬP 2

HS MŨ VÀ LÔGARIT **A**

QUAN HỆ VUÔNG GÓC **B**

XÁC SUẤT **C**

ĐẠO HÀM **D**



LƯU HÀNH NỘI BỘ

MỤC LỤC

PHẦN I Hàm số mũ và hàm số lôgarit		3
A	Đề số 1	5
B	Đề số 2	8
C	Đề số 3	11
D	Đề số 4	14
E	Đề số 5	17
F	Đề số 6	20
G	Đề số 7	23
H	Đề số 8	26
I	Đề số 9	29
J	Đề số 10	32

PHẦN II Quan hệ vuông góc trong không gian		35
K	Đề số 1	37
L	Đề số 2	41
M	Đề số 3	45
N	Đề số 4	49
O	Đề số 5	53

P	Đề số 6	57
Q	Đề số 7	61
R	Đề số 8	65
S	Đề số 9	69
T	Đề số 10	73

PHẦN III Các quy tắc tính xác suất		77
---	--	-----------

U	Đề số 1	79
V	Đề số 2	83
W	Đề số 3	86
X	Đề số 4	89
Y	Đề số 5	92
Z	Đề số 6	95

PHẦN IV Đạo hàm		99
------------------------	--	-----------

	Đề số 1	101
	Đề số 2	104
	Đề số 3	107
	Đề số 4	110
	Đề số 5	113

Đề số 6

116

Phần I

Hàm số mũ và hàm số lôgarit

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A. \mathbb{R} . B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 9. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x - 5) = 4$.

- A. $x = 11$. B. $x = 13$. C. $x = 21$. D. $x = 3$.

Câu 10. Biết rằng $10^\alpha = 2$; $10^\beta = 5$. Tính $10^{\alpha+\beta} + 10^{\alpha-\beta}$.

- A. 10. B. $\frac{52}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{5}{52}$.

Câu 11. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \ln(15 - x^2)$?

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 8.

Câu 12. Cho a, b, c là các số thực dương, trong đó $a, b > 1$ và thỏa mãn $\log_a c = 3$, $\log_b c = 4$. Giá trị biểu thức $P = \log_{ab} c$ là

- A. $P = \frac{12}{7}$. B. $P = \frac{7}{12}$. C. $P = \frac{1}{12}$. D. $P = 12$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho các biểu thức sau: $P = \frac{\log_a(a^3 b^2) - \log_b\left(\frac{b^3}{a^2}\right)}{\log_a^2 b + 1}$ và $Q = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$

với a, b là các số dương và a khác 1.

- a) $Q = 6 \log_a b$. b) $P = 6 \log_b a$. c) $Q = 3P$. d) $Q \cdot P = 12$.

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x) = 5^x$ và $g(x) = \left(\frac{1}{25}\right)^{x^2}$.

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 b) Hàm số $y = g(x)$ có tập xác định $(0; +\infty)$.
 c) Tập nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ là $\left\{-\frac{1}{2}; 0\right\}$.
 d) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < g(x)$ không chứa số nguyên.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Áp suất không khí P theo công thức $P = P_0 \cdot e^{kx}$ (mmHg), trong đó x là độ cao, $P_0 = 760$ (mmHg) là áp suất không khí ở mức nước biển ($x = 0$), k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là 672,71 (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 4000 m. KQ:

Câu 2. Biết $4^x + 4^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$. KQ:

Câu 3. Biết $\sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{m}{n}}$ với $m, n \in \mathbb{Z}$ và nguyên tố cùng nhau. Tính $m + n$. KQ:

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x) [\log_3(x + 25) - 3] \leq 0$?

KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $7^{-x^2+x} = \frac{1}{49}$.

b) $\log_2(x - 4) + \log_2(x - 3) = 1$.

Câu 2. Giả sử $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Biểu diễn $\log_{12} 35$ theo a và b .

Câu 3. Giả sử số tiền gốc là A , lãi suất là $r\%$ / kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n$. Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là 8% / năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Câu 4. Ruồi giấm được thả vào bình sữa nửa lít cùng với một quả chuối (để làm thức ăn) và cây men (để làm thức ăn và để kích thích đẻ trứng). Giả sử rằng số lượng ruồi đục quả sau t ngày được cho bởi công thức $P(t) = \frac{230}{1 + 56,5e^{-0,37t}}$. Hỏi phải mất tối thiểu bao lâu (đơn vị ngày, làm tròn đến hàng phần chục) để trong bình có 180 con ruồi giấm? (Giả sử trong quá trình thí nghiệm không có con ruồi nào bị chết đi)

KQ:

—Hết—

B. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \sqrt{x}$. C. $P = x^{\frac{2}{9}}$. D. $P = x^2$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 3. Phương trình $\log_5(2x + 3) = \log_5(x + 2)$ có nghiệm là

- A. $x = 1$. B. $x = 5$. C. $x = -1$. D. $x = -5$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 1) > 3$ là

- A. $x > 9$. B. $1 < x < 9$. C. $x > 10$. D. $1 < x < 10$.

Câu 5. Giá trị của biểu thức $P = \log_2 8 + \log_{\sqrt{3}} 9$ là

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 4.

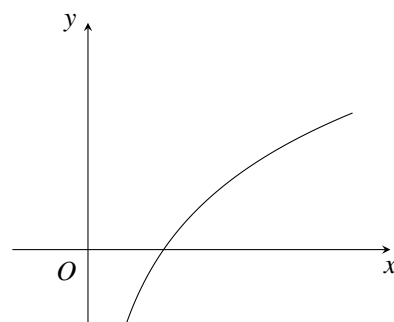
Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2 + \log_4 a$ bằng

- A. $\frac{3}{2} \log_2 a$. B. $\frac{5}{2} \log_2 a$. C. $\log_2 a$. D. $\frac{1}{2} \log_2 a$.

Câu 7.

Cho hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
 D. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.



Câu 8. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.
 C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Câu 9. Cho $x > 0$. Viết biểu thức $\sqrt[5]{x^7} : \sqrt{x}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $x^{\frac{9}{7}}$. B. $x^{\frac{9}{5}}$. C. $x^{\frac{7}{10}}$. D. $x^{\frac{9}{10}}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 11. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của biểu thức $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 32.

Câu 12. Với a, b là các số thực dương và m, n là các số nguyên, mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log a + \log b = \log ab$. B. $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.
 C. $\log_a 1 = 0$. D. $\log a + \log b = \log a \cdot \log b$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \log_4 x$. Khi đó:

- a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 b) Hàm số có tập giá trị $T = \mathbb{R}$.
 c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3.

Câu 2. Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$.

- a) $\log_a 1 = 1$. b) $a^{\log_a b} = b$.
 c) $\log_a a^m = \frac{1}{m}$. d) $\log_a b^m c^n = m\log_a b + n\log_a c$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot e^{rt}$. Trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ lúc ban đầu có 500 con để số lượng vi khuẩn đạt 121500 con? KQ:

Câu 2. Cho $\log_2 3 = a$ và $\log_3 5 = b$. Biết $\log_{12} 150 = \frac{2ab + ma + n}{a + 2}$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $L = m + n$ bằng bao nhiêu? KQ:

Câu 3. Cho số thực x thỏa mãn $9^x + 9^{-x} = 14$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3^{x+1} - 3^{1-x}}$. KQ:

Câu 4. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị kinh

tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$ trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 25% (kết quả làm tròn đến hàng phân chục)? KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải bất phương trình $2\log_{\frac{1}{3}}(2x+1) + 4 \geq \log_{\sqrt{3}}(2x-1)$.

Câu 2. Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2, \log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

Câu 3. Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100 triệu đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

—Hết—

C. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Câu 2. Cho a, b là các số thực dương ($a \neq 1$) thỏa mãn $\log_2 a = 2, \log_4 b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a(a^2b)$.

- A. $P = 10$. B. $P = 5$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Câu 3. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \frac{25}{a}$ bằng

- A. $2 - \log_5 a$. B. $\frac{5}{\log_5 a}$. C. $5 - \log_5 a$. D. $\frac{2}{\log_5 a}$.

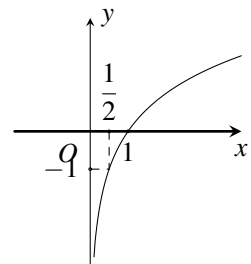
Câu 4. Cho $0 < a \neq 1, x > 0, y > 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
 C. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x$. D. $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$.

Câu 5.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. C. $y = \log_2 2x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.



Câu 6. Trong các hàm số sau đây hàm số nào **không phải** là hàm số mũ?

- A. $y = x^{-4}$. B. $y = (\sqrt{3})^x$. C. $y = 4^{-x}$. D. $y = 5^{\frac{x}{3}}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 8. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

- A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 1 .

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $[-4; +\infty)$. C. $(-\infty; -4]$. D. $(-\infty; 4]$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x - 1) < 3$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$. C. $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 11. Chọn khẳng định **sai**.

- A. Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow 0 < u < v$.
- B. Nếu $a > 1$ thì $a^u > a^v \Leftrightarrow u > v$.
- C. Nếu $a > 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow u > v$.
- D. Nếu $0 < a < 1$ thì $a^u > a^v \Leftrightarrow u < v$.

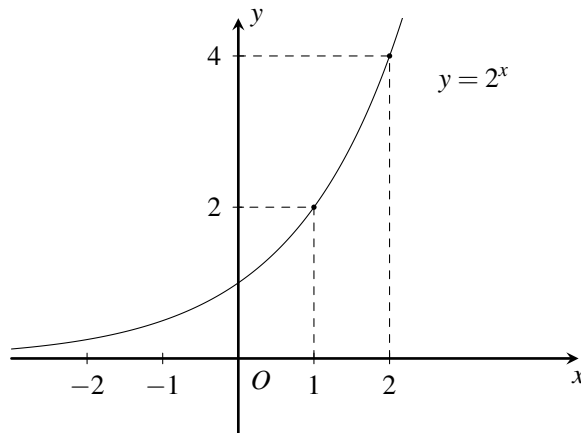
Câu 12. Cho các số dương $a \neq 1$ và các số thực α, β . Đẳng thức nào **sai**?

- A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$.
- B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha\beta}$.
- C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$.
- D. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = 2^x$

- a) Hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;4)$.
- d) Đồ thị hàm số có hình sau.



Câu 2. Cho $a, b, c > 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$.

- a) $\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \frac{3}{4}$.
- b) $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_c a^3 = \frac{1}{6}$.
- c) Cho $\log 3 = m, \log 7 = n$. Khi đó $\log_3 70 = \frac{n+1}{m}$.
- d) Cho $\log_5 2 = m, \log_5 3 = n$. Khi đó $\log_{250} 30 = (m+n+1)(3+m)$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $\log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định \mathbb{R} . KQ:

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $y = 2^{ax+b}$ đi qua điểm $A(0;4)$ và $B(1;8)$. Tính giá trị ab . KQ:

Câu 3. Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Khi đó, biểu thức $P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{8 + 4 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Tính tích $a \cdot b$. KQ:

Câu 4. Giá trị còn lại của một chiếc xe mua mới theo thời gian t được xác định bởi công thức: $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$, trong đó $V(t)$ được tính bằng tỷ đồng và t tính bằng năm. Sau ít nhất bao nhiêu năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó còn lại dưới 500 triệu đồng? KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho x, y, z là các số thực lớn hơn 1 và gọi w là số thực dương sao cho $\log_x w = 12, \log_y w = 20$ và $\log_{xyz} w = 6$. Tính giá trị của $\log_z w$.

Câu 2. Giải các phương trình sau

a) $\left(\frac{1}{9}\right)^{3x+4} \cdot 3^{4-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x} \cdot 27^{3-4x}$. b) $3^{4x}4^x + 4 \cdot 3^{4x} - 3^{\sqrt{3}} \cdot 4^x - 4 \cdot 3^{\sqrt{3}} = 0$.

c) $\log_5(x+5) + \log_5(x-5) = \log_5 3 + 2$. d) $\log(2^{2x} + 8) = 1$.

Câu 3. Tìm m để phương trình $5^{mx^2+2x+3+2m} = 5^{m+x}$ có hai nghiệm trái dấu.

Câu 4. Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200000000VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

—Hết—

D. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của $\log_{a^3} a^2$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 2. Với a, b là hai số dương tùy ý thì $\log(a^3 b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $3 \log a + \frac{1}{2} \log b$. B. $2 \log a + 3 \log b$.
C. $3 \log a + 2 \log b$. D. $3 \left(\log a + \frac{1}{2} \log b \right)$.

Câu 3. Giá trị của biểu thức $P = 3^{1-\sqrt{2}} \cdot 3^{2+\sqrt{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}}$ bằng

- A. 3. B. 81. C. 1. D. 9.

Câu 4. Cho a, b là các số thực dương khác 1 và x, y là các số thực. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $a^x a^y = a^{x+y}$. B. $\frac{a^x}{a^y} = a^{\frac{x}{y}}$. C. $a^x b^y = (ab)^{x+y}$. D. $(a^x)^y = a^{x+y}$.

Câu 5. Cho biểu thức $P = x \cdot \sqrt[5]{x^3 \sqrt{x} \sqrt[3]{x}}$ với $x > 0$. Mệnh nào dưới đây là đúng?

- A. $P = x^{\frac{13}{10}}$. B. $P = x^{\frac{2}{3}}$. C. $P = x^{\frac{1}{2}}$. D. $P = x^{\frac{3}{10}}$.

Câu 6. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 1) < \log_{\frac{\pi}{4}}(2x + 4)$.

- A. $S = (-2; -1)$. B. $S = (-2; +\infty)$.
C. $S = (3; +\infty) \cup (-2; -1)$. D. $S = (3; +\infty)$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $(-\infty; 1]$. C. $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 8. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_3(3 - x)$.

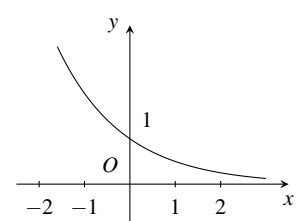
- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 9. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. D. $y = 2^{-x}$.

Câu 10. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê trong bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^2 + 2x + 1$. B. $y = \log_{0,5} x$.
C. $y = \frac{1}{2^x}$. D. $y = 2^x$.



Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+2} = 1$ là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{1; 2\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 12. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

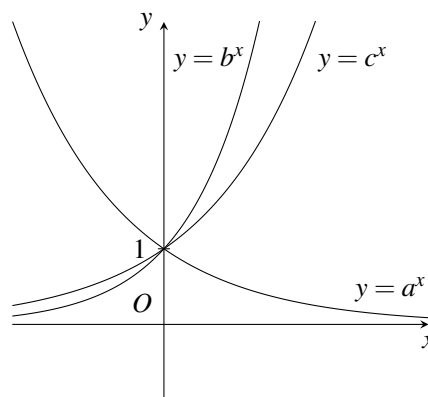
- A. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.
 B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.
 C. $\log_a x^2 = \frac{1}{2} \log_a x, \forall x > 0$.
 D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho phương trình $\log(x-1)^2 = \log(x+1)$. Khi đó

- a) Điều kiện $x > 1$.
 b) Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$.
 c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.
 d) Biết phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Khi đó ba số $x_1; x_2; 6$ theo thứ tự đó tạo thành một cấp số cộng.

Câu 2. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới.



- a) Hàm số $y = a^x$ là hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
 b) Hàm số $y = c^x$ là hàm số xác định trên $(0; +\infty)$.
 c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = 0$.
 d) $a < c < b$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 4$ với $a, b, c > 0, a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3} \right).$$

KQ:

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(-3x^2 + 23x - 20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

Câu 3. Anh Hưng gửi tiết kiệm khoản tiền 700 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để anh Hưng thu được ít nhất 1 tỉ đồng (cả vốn lẫn lãi). Cho biết công thức lãi kép là $T = A \cdot (1 + r)^n$, trong đó A là tiền vốn, T là tiền vốn và lãi nhận được sau n năm, r là lãi suất/năm.

KQ:

Câu 4. Biết $9^\alpha = \frac{1}{2}$. Tính $B = (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 - (81^\alpha + 81^{-\alpha})$.

KQ:

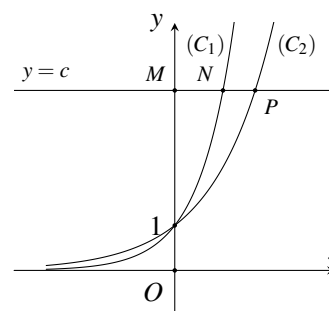
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các bất phương trình sau

a) $\log_9(x + 7) > \log_3(x + 1)$.

b) $2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x - 1)$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ với a, b là các số dương khác 1 có đồ thị là (C_1) , (C_2) như hình vẽ. Vẽ đường thẳng $y = c$, ($c > 1$) cắt trục tung và (C_1) , (C_2) lần lượt tại M, N, P . Biết rằng $S_{OMN} = 3S_{ONP}$. Tìm mối liên hệ giữa a và b .



Câu 3. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A = P \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$.

- a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại bao nhiêu?
- b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là bao nhiêu?
- c) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau bao nhiêu năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa?

Câu 4. Giải phương trình $\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x = \log_{20} x$.

E. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $T = \ln a^2 - \ln \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. $\frac{4}{3} \ln a$. B. $\ln \frac{3}{5}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{5}{3} \ln a$.

Câu 3. Cho $\log_6 2 = a, \log_6 5 = b$. Tính $I = \log_3 5$ theo a, b .

- A. $I = \frac{b}{1+a}$. B. $I = \frac{b}{1-a}$. C. $I = \frac{b}{a-1}$. D. $I = \frac{b}{a}$.

Câu 4. Cho a, b là các số thực dương ($a \neq 1$) thỏa mãn $\log_2 a = 2, \log_4 b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a(a^2 b)$.

- A. $P = 10$. B. $P = 5$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Câu 5. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{5}{8}}$. D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

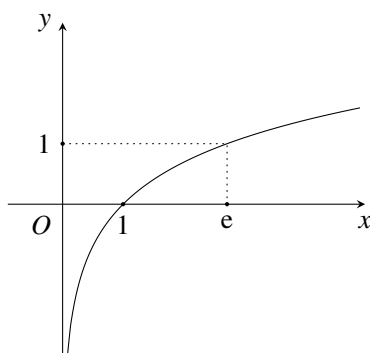
Câu 6. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với a là số thực dương khác 1.

- A. a^5 . B. a . C. a^3 . D. a^4 .

Câu 7. Với $a > 0, b > 0, \alpha, \beta$ là các số thực bất kì, đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$. C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{b^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$.

Câu 8. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -e^x$. B. $y = |\ln x|$. C. $y = \ln x$. D. $y = e^x$.

Câu 9. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$. B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.
 C. $\log_{a^2}(ab) = 2 + \log_a b$. D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

Câu 10. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\pi} x$. B. $y = \log_3 x$. C. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. D. $y = \log_{\frac{1}{e}} x$.

Câu 11. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$ có tập nghiệm là $(a;b)$.

Tính giá trị $S = a + b$.

- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{7}{2}$. C. $S = \frac{13}{2}$. D. $S = \frac{9}{2}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = 2^x$.

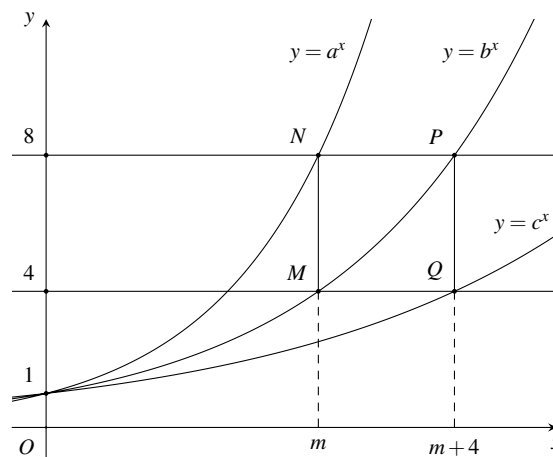
- a) Tập xác định của hàm số là khoảng $(0; +\infty)$.
- b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(0; 1)$.
- c) Hàm số đồng biến trên \mathbb{Z} .
- d) Đồ thị hàm số $y = 2^x$ cắt đường thẳng $y = \frac{1}{8}$ tại điểm $M(-3; 8)$.

Câu 2. Cho phương trình $\log_5 \sqrt{x^2 - 3x + 21} = 1$ (*), biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

- a) Phương trình (*) có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 4 = 0$.
- b) Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng 4.
- c) Ba số $x_1; x_2; 8$ theo thứ tự đó tạo thành một cấp số cộng.
- d) $\lim_{x \rightarrow x_1} (x-2) + \lim_{x \rightarrow x_2} (x-2) = -1$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong hình vẽ bên các đường cong $(C_1): y = a^x$, $(C_2): y = b^x$, $(C_3): y = c^x$ và đường thẳng $y = 4$, $y = 8$ tạo thành hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng 4.



Biết rằng $abc = 2^{\frac{x}{y}}$ với $x, y \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{x}{y}$ tối giản, giá trị của $x + y$ bằng bao nhiêu?

KQ:

Câu 2. Biết tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a + 3b$ bằng bao nhiêu? KQ:

Câu 3. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức: $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), 0 \leq t \leq 12$ (đơn vị: %). Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài động vật đã xem? KQ:

Câu 4. Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ độ Richter, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản? KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải bất phương trình $3^{x^2-4x+5} > \frac{1}{9}$.

Câu 2. Cho số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính $\frac{a}{b}$.

Câu 3. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền bao nhiêu, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

Câu 4. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-(m+2)x} = 5^{27}$ có hai nghiệm phân biệt a và b thỏa mãn điều kiện $\log_a(b^{\log_a b}) - 2\log_{\sqrt{a}} b + 4 = 0$.

—Hết—

F. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3} = 1$ là

- A. $S = \{1; -3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{-1; 3\}$. D. $S = \{0\}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ là

- A. $S = \left(\frac{2}{3}; 3\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

Câu 3. Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2\sqrt[3]{2}}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ có dạng phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P \in (350; 360)$. B. $P \in (360; 370)$. C. $P \in (330; 340)$. D. $P \in (340; 350)$.

Câu 4. Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$ với $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\alpha > \beta$. B. $\alpha < \beta$. C. $\alpha = \beta$. D. $\alpha \leq \beta$.

Câu 5. Cho số thực $a > 0, a \neq 1$. Giá trị $\log_{a^2} \sqrt[4]{a^3}$ bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 2. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 6. Với a, b, c là các số thực dương, a và c khác 1 và $\alpha \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$. B. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.
 C. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$. D. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 7. Giá trị biểu thức $T = (e^3)^{\log_e 2}$ bằng

- A. 9. B. 8. C. e. D. 6.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{10}}(12 - x - x^2)$ là

- A. $(-4; 3)$. B. $(-3; 4)$.
 C. $[-4; 3]$. D. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1) - 1 = \log_2(x+1)$ là

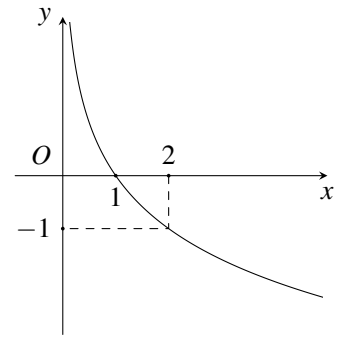
- A. $x = \frac{3}{5}$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{5}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số mũ $y = (6-a)^x$ với a là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên a để hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. 3. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 11. Cho hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của a bằng

- A. $a = 2$. B. $a = \sqrt{2}$. C. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $a = \frac{1}{2}$.



Câu 12. Cho $a < 0, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt[4]{a^4b^8} = ab^2$. B. $\sqrt[4]{a^4b^8} = |ab^2|$. C. $\sqrt[4]{a^4b^8} = |a|b^2$. D. $\sqrt[4]{a^4b^8} = -ab^2$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Số người trong cộng đồng sinh viên đã nghe một tin đồn nào đó là $N = P(1 - e^{-0,15d})$, trong đó P là tổng số sinh viên của cộng đồng và d là số ngày trôi qua kể từ khi tin đồn bắt đầu.

- a) Trong một cộng đồng 1000 sinh viên, sau ngày thứ nhất có 140 sinh viên nghe được tin đồn.
- b) Trong một cộng đồng 1450 sinh viên, để 525 sinh viên nghe được tin đồn phải mất 3 ngày.
- c) Sau 3 ngày 500 sinh viên nghe được tin đồn thì cộng đồng có 1400 sinh viên.
- d) Số ngày để một nửa cộng đồng sinh viên nghe được tiếng đồn là 5 ngày.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \log_5(x^2 + 1)$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- b) $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$.
- c) Phương trình $f(x - 2) = \log_5(2x^2 - x + 7)$ có nghiệm duy nhất.
- d) Phương trình $f(x) = \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $m \in (4; 5)$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$, trong đó I (đơn vị: W/m^2) là cường độ âm. Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới $60 dB$. Hỏi cường độ âm của khu vực đó phải dưới bao nhiêu W/m^2 ?

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $y = \log_2(ax + b)$ đi qua điểm $A(1; 3)$ và $B(9; 6)$. Tính giá trị $a + 3b$. KQ:

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2\left(\frac{2x}{1-x}\right)$ và hai số thực m, n thuộc khoảng $(0; 1)$ sao cho $m + n = 1$. Tính $f(m) + f(n)$ KQ:

Câu 4. Sau một tháng thi công, công trình xây dựng lớp học từ thiện cho học sinh vùng cao đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, đơn vị xây dựng quyết định từ tháng thứ hai tăng 5% khối lượng công việc so với tháng kề trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công? KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right).$$

Câu 2. Giải các bất phương trình sau

a) $\log_9(x+7) > \log_3(x+1)$.

b) $2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x - 1)$.

Câu 3. Ngày 1/1/2024, ông Thành gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 1,7%/1 năm, kỳ hạn 1 tháng. Bắt đầu từ tháng 2/2024, đều đặn đầu mỗi tháng, ông Thành rút 4 triệu đồng để chi tiêu. Gọi K_n (triệu đồng) là số tiền còn lại trong ngân hàng sau lần rút thứ n của ông Thành (mỗi lần, ông Thành rút đúng 4 triệu đồng), giả sử lãi suất ngân hàng không thay đổi hàng năm, tìm số n nhỏ nhất sao cho $K_n < 4$ (triệu đồng).

Câu 4. Giải phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{2x^2+6x+5} = 4^{3x^2+3x+7} + 1$.

—Hết—

G. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho a là một số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = (\sqrt{2a})^{\frac{4}{a}}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 8. D. 1.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \frac{5}{2}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với a là số thực dương khác 1.

- A. a^5 . B. a . C. a^3 . D. a^4 .

Câu 4. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

- A. 102160000 đồng. B. 102017000 đồng.
C. 102424000 đồng. D. 102423000 đồng.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$. B. $P = x^{\frac{1}{8}}$. C. $P = x^{\frac{2}{9}}$. D. $P = x^2$.

Câu 6. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $3 \log_a b$. B. $\log_a b$. C. $-3 \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

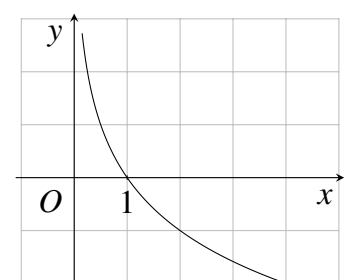
Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 3$ có dạng $a + \log_b 3$ ($a \in \mathbb{R}, 0 < b \neq 1$). Tính $S = a + b$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 8.

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.



Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

- A. $x = \frac{8}{5}$. B. $x = 9$. C. $x = \frac{9}{5}$. D. $x = 8$.

Câu 11. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[2021]{a^{2022}}$ bằng

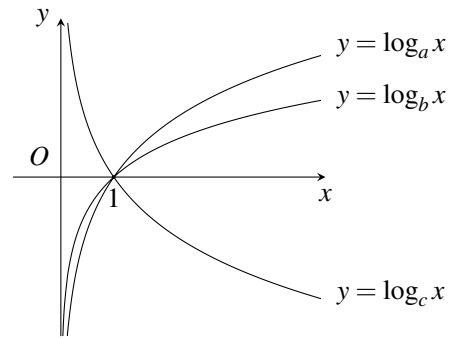
- A. 2021. B. $\frac{2022}{2021}$. C. $\frac{2021}{2022}$. D. 2022.

Câu 12. Hàm số $y = \log_2 x$ có đồ thị đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(1; 1)$. C. $(2; 2)$. D. $(2; 1)$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho các đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



- a) $a > 1$.
 b) $0 < c < 1 < a < b$.
 c) $(a^3 \sqrt{a})^{\log_a b} = \sqrt[3]{b^2}$.
 d) $P = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} - \log \frac{a}{d} > 0$ với $d > 0$.

Câu 2. Xét bất phương trình $\log(x - 21) < 2 - \log x$.

- a) Điều kiện xác định của bất phương trình đã cho là $x > 0$.
 b) Tập nghiệm của bất phương trình đã cho có dạng $S = (a; b)$ khi đó $a + b = 21$.
 c) Tập nghiệm của bất phương trình đã cho có dạng $S = (a; b)$ khi đó $a \cdot b = 525$.
 d) Bất phương trình đã cho vô nghiệm.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 + \log_2(5 - x) = \log_2(x + 3)$ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục) KQ:

Câu 2. Cho $x \geq 0, y \geq 0, x + y > 0$ thỏa mãn

$$2^{x^2+y^2} + 2023^{x+y} \cdot \log_2 \frac{x^2+y^2}{x+y} \leq 4^{x+y} + 2023^{x+y}.$$

Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 8x - 2y + 10$ (làm tròn đến hàng phần trăm) KQ:

Câu 3. Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2} b + \log_{ab^2} b^5$ KQ:

Câu 4. Năm 2021, dân số của một quốc gia châu Á là 19 triệu người. Người ta ước tính rằng dân số của quốc gia này sẽ tăng gấp đôi sau 30 năm nữa. Khi đó, dân số A của quốc gia đó sau t năm kể từ năm 2021 được ước tính bằng công thức $A = 19 \cdot 2^{\frac{t}{30}}$. Hỏi với tốc độ tăng dân số như vậy thì sau 20 năm nữa, dân số quốc gia này sẽ là bao nhiêu triệu người? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị tính: triệu người). KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[5]{a^{15}b^5}}{\sqrt[3]{a^6b^3}}$ (với a, b là những số thực dương).

b) Đặt $a = \log_3 2; b = \log_3 11; c = \log_3 23$, hãy biểu diễn $\log_3 2024$ theo ba số a, b, c .

Câu 2. Giải các phương trình sau

a) $3^{x^2+9x-7} = 27;$

b) $\log_5 (3x^2 - 8x + 4) = \log_5 (5x - 6).$

Câu 3. Gọi $I(t)$ là số ca bị nhiễm bệnh Covid-19 ở quốc gia X sau t ngày khảo sát. Khi đó ta có công thức $I(t) = A \cdot e^{r_0(t-1)}$ với A là số ca bị nhiễm trong ngày khảo sát đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Biết rằng ngày đầu tiên khảo sát có 500 ca bị nhiễm bệnh và ngày thứ 10 khảo sát có 1000 ca bị nhiễm bệnh. Hỏi ngày thứ 20 số ca nhiễm bệnh gần nhất với số nào dưới đây, biết rằng trong suốt quá trình khảo sát hệ số lây nhiễm là không đổi?

Câu 4. Giải bất phương trình $(x^2 + 1) \cdot 2^{x^2-1} + 2^{x^2+x-1} - 2^x - x^2 - 1 < 0$.

—Hết—

H. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

- A. $m > 0$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 2. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây **sai**?

- A. Hàm số $y = \left(\frac{2025}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A. $[-2; 4]$. B. $[-4; 2]$.
 C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \ln x$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. \mathbb{R} . C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$. B. $P = x^{\frac{1}{8}}$. C. $P = x^{\frac{2}{9}}$. D. $P = x^2$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 5$ là

- A. $(33; +\infty)$. B. $(-\infty; 33)$. C. $(-\infty; 11)$. D. $(11; +\infty)$.

Câu 7. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3 .

Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x}$ là:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = \frac{1}{5}$. D. $x = -\frac{1}{5}$.

Câu 9. Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng

- A. 5. B. 8. C. 10. D. 13.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $0,6^x > 3$ là

- A. $(-\infty; \log_{0,6} 3)$. B. $(\log_{0,6} 3; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_3 0,6)$. D. $(\log_3 0,6; +\infty)$.

Câu 11. Định luật thứ ba của nhà thiên văn học Kepler về quỹ đạo chuyển động cho biết cách ước tính khoảng thời gian P (tính theo năm Trái Đất) mà một hành tinh cần để hoàn thành một quỹ đạo quay quanh Mặt Trời. Khoảng thời gian đó được xác định bởi một hàm số $P = d^{\frac{3}{2}}$, trong đó d là khoảng cách từ hành tinh

đó đến Mặt Trời tính theo đơn vị thiên văn AU (Astronomical Unit) là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời, tức là 1 AU khoảng 93 triệu dặm. Hới sao Hỏa (Mars) quay quanh mặt trời thì mất bao nhiêu năm Trái Đất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? Biết khoảng cách từ sao Hỏa đến Mặt trời là 1,52AU.

- A. 1,87. B. 1,78. C. 1,69. D. 1,96.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; +\infty) \setminus \{2\}$. D. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^{\frac{1}{x^2+x}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f(1) = \sqrt{e}$.
- b) Hàm số xác định trên $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$.
- c) Bất phương trình $f(x) < 1$ có 2 nghiệm nguyên.
- d) $f(1) \cdot f(2) \cdots f(2024) = \frac{2024}{2025}$.

Câu 2. Công thức $\log x = 11,8 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

- a) Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3 \cdot 10^{34}$ erg.
- b) Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $2 \cdot 10^9$ (J).
- c) Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.
- d) Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$ erg.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một ngân hàng X quy định về số tiền nhận được của khách hàng sau n năm gửi tiền vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n) = A(1 + 8\%)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền A (triệu đồng) ít nhất mà khách hàng phải gửi là bao nhiêu để sau 3 năm khách hàng đó nhận được lớn hơn 850 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). KQ:

Câu 2. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x + 3y)}$. KQ:

Câu 3. Cho $\sqrt{\alpha - 2 + \sqrt{2\alpha - 5}} + \sqrt{\alpha + 2 + 3\sqrt{2\alpha - 5}} = 7\sqrt{2}$, $\alpha \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. Tìm α .

KQ:

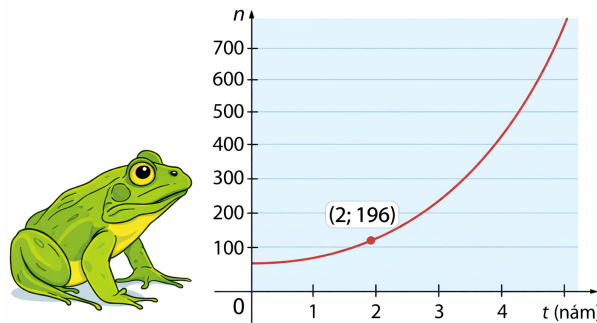
Câu 4. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) qua điểm $I(2; 1)$. Giá trị của biểu thức $f(4 - a^{-2019})$ bằng bao nhiêu?

KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thỏa mãn $\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a + 2b)$. Rút gọn biểu thức $P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$.

Câu 2. Lúc đầu trong ao có một số con ếch. Người ta ghi nhận số lượng ếch trong 5 năm đầu như hình bên dưới.



Giả sử số lượng ếch tăng theo hàm số $n(t) = Ca^t$ với C là hằng số.

- a) Tính số lượng ếch lúc ban đầu.
- b) Tìm hàm số biểu diễn số lượng ếch sau t năm kể từ khi chúng xuất hiện trong ao.
- c) Dự đoán số lượng ếch sau 15 năm.

Câu 3. Vào đầu mỗi tháng, ông An đều gửi vào ngân hàng số tiền cố định 30 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% /tháng. Tính tổng số tiền ông An có được sau tháng thứ hai. (đơn vị triệu đồng, làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 4. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x + 3) + \frac{1}{4} \log_9(x - 1)^8 = \log_3(4x).$$

—Hết—

I. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A. $[-2; 4]$. B. $[-4; 2]$.
 C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Câu 2. Với a, b là các số thực dương và m, n là các số nguyên, mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log a + \log b = \log ab$. B. $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.
 C. $\log_a 1 = 0$. D. $\log a + \log b = \log a \cdot \log b$.

Câu 3. Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}} \cdot (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}} \cdot (\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $M = f(2017^{2016})$.

- A. $M = 2017^{1008} - 1$. B. $M = -2017^{1008} - 1$.
 C. $M = 2017^{2016} - 1$. D. $M = 1 - 2017^{2016}$.

Câu 4. Với $a > 0, b > 0, \alpha, \beta$ là các số thực bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$. C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{b^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{3})^x$. D. $y = (0,5)^x$.

Câu 6. Cho hai số dương $a, b, a \neq 1$, thỏa mãn $\log_{a^2} b + \log_a b^2 = 2$. Tính $\log_a b$.

- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. 2. D. 4.

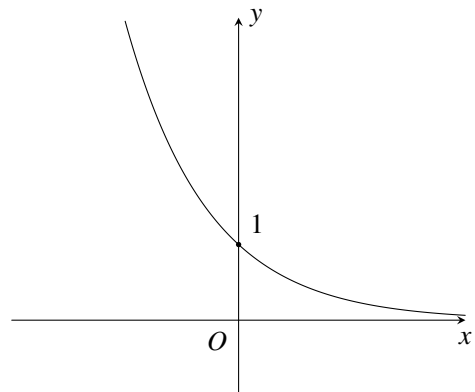
Câu 7. Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A. $P = 12$. B. $P = \frac{12}{7}$. C. $P = \frac{7}{12}$. D. $P = \frac{1}{12}$.

Câu 8.

Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

- A. $y = (0,4)^x$. B. $y = (\sqrt{2})^x$.
 C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{0,4} x$.



Câu 9. Với $a > 0$ đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

- A. $4b + 7$. B. $4b + 3$. C. $4b$. D. $4b - 1$.

Câu 10. Cường độ ánh sáng tại độ sâu h (m) dưới mặt hồ được tính theo công thức $I_h = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{4}}$ trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt hồ. Cường độ ánh sáng tại độ sâu 5 (m) gấp bao nhiêu lần cường độ ánh sáng tại độ sâu 13 (m).

- A. 4,3. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 11. Giá trị của $\log_2 \frac{1}{16}$ bằng

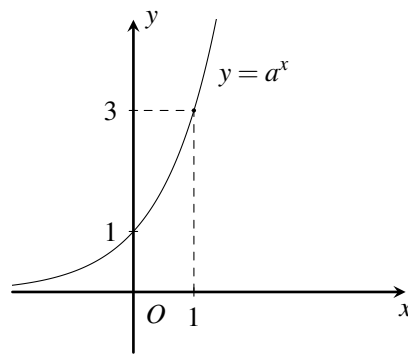
- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. -4.

Câu 12. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$. C. $c < a < b$. D. $b < a < c$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ dưới đây.



- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- b) Hàm số cho bởi công thức $y = 3^x$.
- c) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ tại điểm có hoành độ không âm.
- d) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -x + 1$ tại điểm có hoành độ dương.

Câu 2. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Sau năm 2019.

- a) Công thức sau n năm thì diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là $A = 1000(1 + 0,06)^{n+1}$.
- b) Vào năm 2032, diện tích rừng năm đó hơn gấp đôi năm 2019.
- c) Vào năm 2025 thì diện tích rừng năm đó đạt trên 1400 ha.
- d) Diện tích rừng vào hai năm sau kể từ năm 2019 sẽ đạt 1123,6 ha.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ KQ:

Câu 2. Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b, a \neq 1, \log_a b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ:

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 2) - \log_{\frac{1}{3}} x > 1$ là $S = (a; +\infty)$. Giá trị của a là KQ:

Câu 4. Thực hiện một mẻ nuôi cấy vi khuẩn với 1000 vi khuẩn ban đầu, nhà sinh học phát hiện ra số lượng vi khuẩn tăng thêm 25% sau mỗi hai ngày. Công thức $P(t) = P_0 \cdot a^t$ cho phép tính số lượng vi khuẩn của mẻ nuôi cấy sau t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Sau bao nhiêu ngày thì số lượng vi khuẩn vượt gấp đôi số lượng ban đầu? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười. KQ:

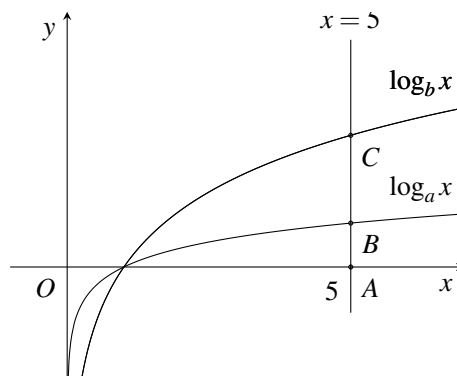
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{4^x - 2^{x+1}}$;

b) $y = \ln(1 - \ln x)$.

Câu 2. Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biết rằng $CB = 2AB$ và $a = mb^n$ với m, n là các số nguyên dương. Tính $m^2 + n^2$.



Câu 3. Công thức $h = -19,4 \cdot \log \frac{P}{P_0}$ là mô hình đơn giản cho phép tính độ cao h so với mặt nước biển của một vị trí trong không trung (tính bằng ki-lô-mét) theo áp suất không khí P tại điểm đó và áp suất P_0 của không khí tại mặt nước biển (cùng tính bằng Pa - đơn vị áp suất, đọc là Pascal).

a) Nếu áp suất không khí ngoài máy bay bằng $\frac{1}{2}P_0$ thì máy bay đang ở độ cao nào?

b) Áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi A bằng $\frac{4}{5}$ lần áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi B. Ngọn núi nào cao hơn và cao hơn bao nhiêu ki-lô-mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

J. ĐỀ SỐ 10

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Với m là số thực dương tùy ý, biểu thức $m^{\frac{10}{3}} : m^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. m^3 . B. m^{10} . C. $m^{\frac{11}{3}}$. D. $m^{\frac{10}{3}}$.

Câu 2. Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[7]{a^2}$?

- A. $a > 0$. B. $0 < a < 1$. C. $a > 1$. D. $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

Câu 3. Cho a là hai số thực dương khác 1. Đặt $\log_3 a = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $D = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a + \log_a 9$.

- A. $D = \frac{2-3m^2}{m}$. B. $D = \frac{3m^2-2}{m}$. C. $D = \frac{4-3m^2}{2m}$. D. $D = -3m$.

Câu 4. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, giá trị $\log_{a^2} a^3$ bằng

- A. 8. B. 6. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $5^{x-2} \leq \frac{1}{5}$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1]$.

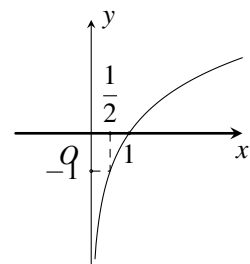
Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x < 0$ là

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(0; 5)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 7.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. C. $y = \log_2 2x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.



Câu 8. Trong bốn hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 2022^x$. B. $y = \left(\frac{2022}{2021}\right)^x$. C. $y = \log_{2022} x$. D. $y = \left(\frac{2021}{2022}\right)^x$.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{3}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. a^6 . D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là:

- A. $x = \frac{8}{5}$. B. $x = \frac{9}{5}$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2(2x+1)$ là

- A. $\{-1\}$. B. \emptyset . C. $\{0\}$. D. $\{1\}$.

Câu 12. Mức cường độ âm L đo bằng decibel (viết tắt là dB , đọc là đề-xi-ben) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2) được định nghĩa $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, trong đó $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có thể phát hiện được (gọi là ngưỡng nghe). Xác định mức cường độ âm của âm thanh giao thông thành phố đông đúc có cường độ $I = 10^{-3} W/m^2$?

- A. 90. B. 130. C. 110. D. 150.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Biết $a = \log_{27} 5$, $b = \log_8 7$, $c = \log_2 3$.

- a) $c > 2$. b) $a \cdot c = \frac{1}{3} \log_2 5$.
 c) $\frac{a \cdot c}{b} = \log_7 5$. d) $\log_{12} 35 = \frac{3(b+ac)}{c+2}$.

Câu 2. Cent âm nhạc là một đơn vị trong thang lôgarit của cao độ hoặc khoảng tương đối. Một quãng tám bằng 1200 cent. Công thức xác định chênh lệch khoảng thời gian giữa hai nốt nhạc có tần số a và b ($a > b$) là $n = 1200 \cdot \log_2 \frac{a}{b}$.

- a) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là 131 cent.
 b) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz nằm trong khoảng (246; 250).
 c) Giả sử khoảng thời gian là 230 cent và tần số đầu là 328 Hz thì tần số cuối cùng là 287,2 Hz.
 d) Với tần số đầu không vượt quá 355 Hz và tần số cuối cùng là 384 Hz thì khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc không vượt quá 178 cent.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức

$$N = \frac{1}{\log_{2023} 2023!} + \frac{1}{\log_{32023} 2023!} + \frac{1}{\log_{42023} 2023!} + \dots + \frac{1}{\log_{2023^{2023}} 2023!}$$

KQ:

Câu 2. Cho biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$. Tính A khi $3^x = 2$.

KQ:

Câu 3. Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, nó chuyển hóa thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một

bộ phận của cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} (\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thu được lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 50%. Tìm niên đại công trình kiến trúc trên. KQ:

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và thỏa mãn các điều kiện $f(1) = 1$, $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$.

Giá trị của biểu thức $T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right]$ bằng bao nhiêu?

KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các bất phương trình sau

a) $0,1^{2-x} > 0,1^{4+2x}$;

c) $\log_3(x+7) \geq -1$;

b) $2 \cdot 5^{2x+1} \leq 3$;

d) $\log_{0,5}(x+7) \geq \log_{0,5}(2x-1)$.

Câu 2. Giả sử nhiệt độ T ($^{\circ}\text{C}$) của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức: $T = 25 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút.

a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.

b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại 30°C ?

Câu 3. Giải phương trình $\log_2(8-x^2) + \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) - 2 = 0$.

Câu 4. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$ thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_b a} = \sqrt{2018}$.

Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$.

—Hết—

Phần II

Quan hệ vuông góc trong không gian

K. ĐỀ SỐ 1

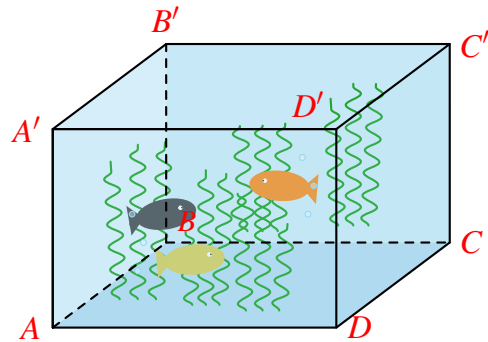
PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC cân tại A , H là trung điểm cạnh BC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $BC \perp SB$. B. $BC \perp SC$. C. $SB \perp AH$. D. $BC \perp SH$.

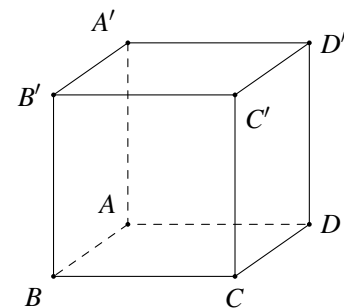
Câu 2. Ta biết hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình chữ nhật. Quan sát một bể nuôi cá cảnh hình hộp chữ nhật sau và cho biết góc giữa hai đường thẳng AA' và $C'D'$ bằng góc nào sau đây?

- A. $(A'A, AB)$. B. $(A'A, AD)$.
C. $(A'A, A'B)$. D. $(A'A, AB')$.



Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Hình chiếu vuông góc của điểm C' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm

- A. C . B. A . C. D . D. B .



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B ; $SA \perp (ABC)$. Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc nào?

- A. \widehat{SBC} . B. \widehat{SBA} . C. \widehat{SCB} . D. \widehat{SCA} .

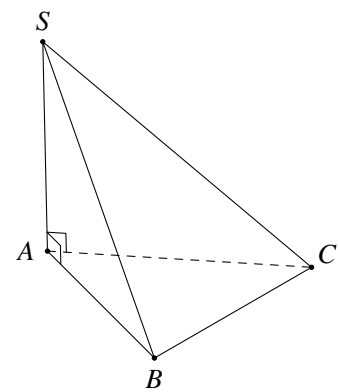
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của AC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $BM \perp AC$. B. $(SBM) \perp (SAC)$. C. $(SAB) \perp (SBC)$. D. $(SAB) \perp (SAC)$.

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì hai mặt phẳng đó song song hoặc cắt nhau.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là



- A. 45° . B. 90° .
C. 30° . D. 60° .

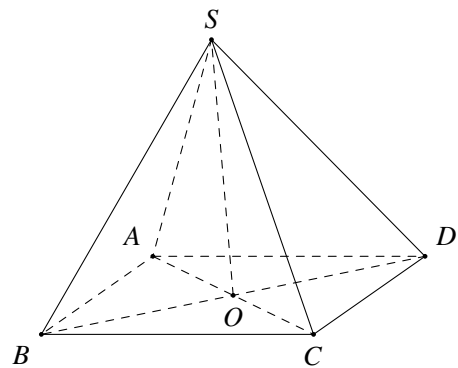
Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 4a, BC = a$, vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $6a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{8}{3}a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 9. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?



- A. $BD \perp SA$. B. $AC \perp SD$.
C. $BD \perp AC$. D. $AC \perp SA$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SD . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $SC \perp (AHK)$. B. $BC \perp (AHK)$. C. $\triangle SBC$ vuông. D. $AK \perp (SCD)$.

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ là \widehat{SBC} .
B. Góc phẳng nhị diện $[D, SA, C]$ là \widehat{DAC} .
C. Góc phẳng nhị diện $[S, AC, B]$ là \widehat{SOB} .
D. Góc phẳng nhị diện $[D, SA, B]$ là \widehat{BSD} .

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

- a) $BD \parallel B'D'$. b) Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90° .
c) Tam giác ACD' là tam giác đều. d) Góc giữa AC và $A'B$ bằng 30° .

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC .

- a) $BC \perp (AA'H)$.
- b) $B'C' \perp AA'$.
- c) Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng $\frac{a^2}{3}$.
- d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

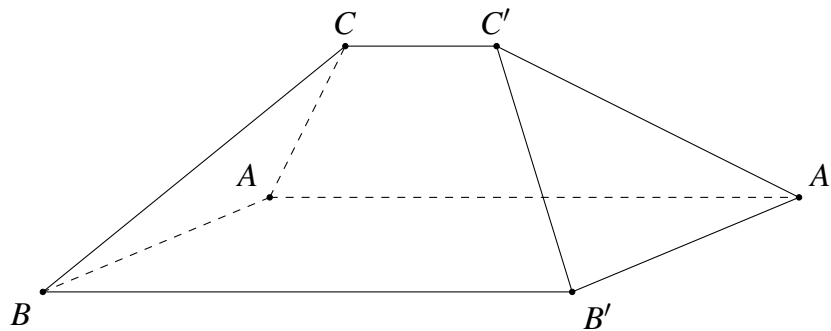
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng $\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC , gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ A và O đến mặt phẳng (SBC) . Tổng $d = d_1 + d_2$ là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) KQ:

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = 1$. Mặt bên (SBC) hợp với mặt đáy một góc bằng bao nhiêu độ? KQ:

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$? (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục). KQ:

Câu 4. Gia đình bác An muốn làm mái tôn cho sân thượng là hình chữ nhật $ABB'A'$ với kích thước chiều dài $AA' = 10$ m và chiều rộng $AB = 6$ m. Bác dự định làm mái tôn (kín) có thanh ngang $CC' = 6$ m nằm chính giữa mái, song song và cách mặt sàn sân thượng 2 m (tham khảo hình vẽ). Biết rằng chi phí làm mái tôn trọn gói cho mỗi m^2 là 250000 VNĐ. Tính số tiền (triệu đồng) bác An phải chi trả (làm tròn đến hàng phần mười).



Lưu ý: Khoảng cách giữa thanh ngang và mặt sàn là độ dài đoạn thẳng nối một điểm thuộc thanh ngang đến hình chiếu của điểm đó trên mặt sàn.

KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

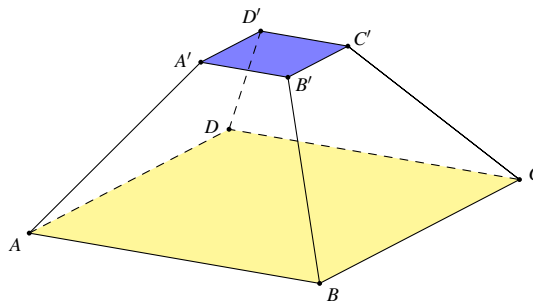
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.

b) Giả sử tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .

Câu 3. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình bên). Cạnh đáy dưới dài 5 m, cạnh đáy trên dài 2 m, cạnh bên dài 3 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1 470 000 đồng/m³.



Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp, kết quả được làm tròn đến hàng triệu.

—Hết—

L. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là **đúng**?

- A. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
- C. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. 6.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 12.

Câu 3. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề sai.

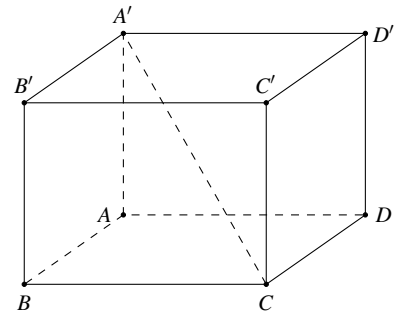
- A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.
- B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
- C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$.
- D. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

Câu 4. Thể tích khối lập phương cạnh bằng 2 bằng

- A. 6.
- B. 8.
- C. 4.
- D. 2.

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AB = AA' = a, AD = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa $A'C$ và DD' .

- A. 90° .
- B. 30° .
- C. 60° .
- D. 45° .



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° .
- B. 30° .
- C. 60° .
- D. 90° .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh bằng a . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- B. a .
- C. $2a$.
- D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề dưới đây.

- A. $(ABCD) \perp (SBD)$. B. $(SAB) \perp (ABCD)$.
 C. $(SAC) \perp (SBD)$. D. $(SAC) \perp (ABCD)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD) ?

- A. (SBC) . B. (SAD) . C. (SCD) . D. (SAC) .

Câu 10. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 11. Hãy chọn khẳng định đúng.

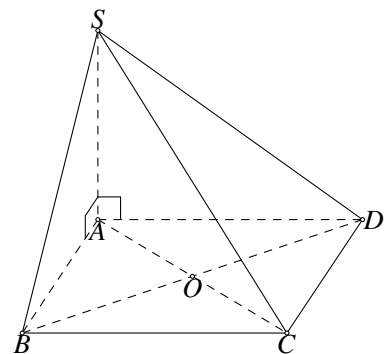
- A. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều.
 B. Chân đường cao của hình chóp đều là trọng tâm của đáy.
 C. Hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy là tứ diện đều.
 D. Hình chóp tứ giác có có đáy là hình vuông là hình chóp tứ giác đều.

Câu 12. Trong không gian, hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau khi nào?

- A. Khi a và b cắt nhau và góc giữa chúng bằng 90° .
 B. Khi góc giữa a và b bằng 90° .
 C. Khi a và b chéo nhau và góc giữa chúng bằng 90° .
 D. Khi a và b nằm trên cùng một mặt phẳng và góc giữa chúng bằng 90° .

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy như hình vẽ sau đây.



- a) $(SAB) \perp (ABCD)$.
 b) Góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là \widehat{SCD} .
 c) Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là \widehat{SDA} .
 d) Số đo của góc nhị diện $[B, SA, D]$ bằng 90° .

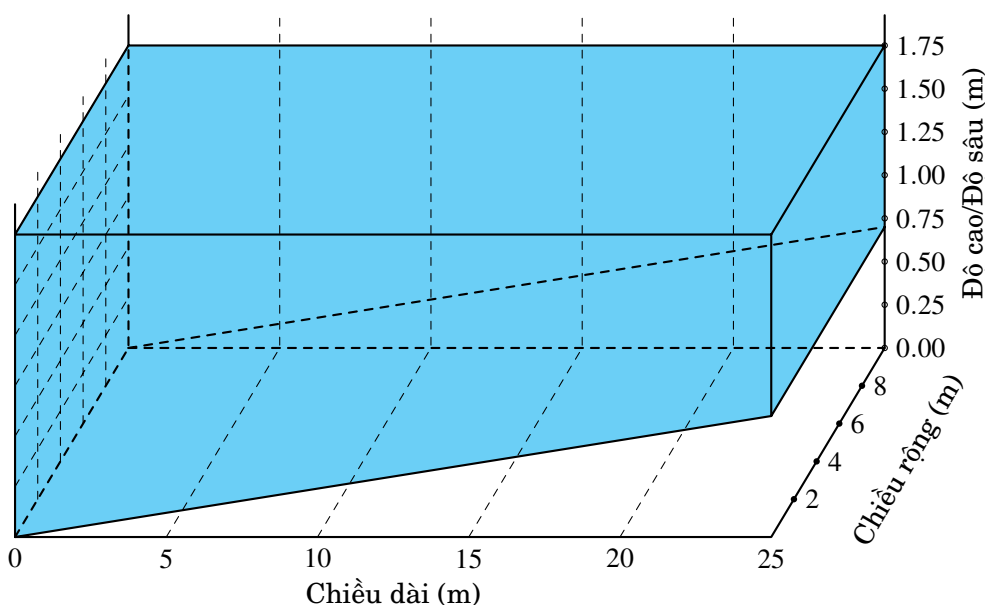
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó

- a) $SH \perp (ABC)$.
- b) $d(S, (ABC)) = a\sqrt{3}$.
- c) $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- d) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

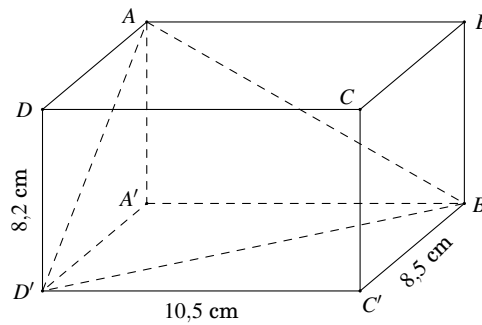
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 2a, BC = a\sqrt{2}, SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm SD . Tính $\tan \alpha$ với α góc giữa hai đường thẳng SA và CM (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 2. Một bể bơi với mặt nước khi đầy có dạng hình chữ nhật với chiều rộng 12 m và chiều dài 25 m. Các thành bể xung quanh thẳng đứng và đáy là một mặt phẳng nghiêng. Chiều sâu tại một đầu bể là 1,0 m và tăng dần đều đến 1,8 m ở đầu kia của bể (xem hình vẽ). Ban đầu bể không chứa nước. Người ta sử dụng một máy bơm công suất lớn để bơm nước vào bể với tốc độ không đổi là $60 \text{ m}^3/\text{giờ}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì máy bơm bơm đầy bể nước? KQ:



Câu 3. Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm, 10,5 cm (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ:



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Với $a = \sqrt{15}$, tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .

KQ:

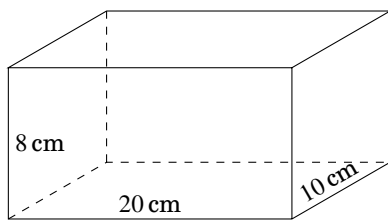
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$.

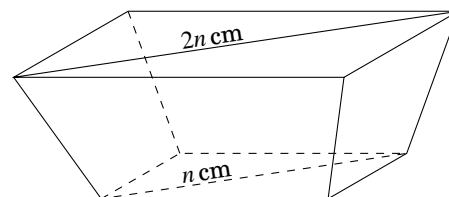
- a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.
- b) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BA và BC . Chứng minh rằng $IK \perp (SBD)$ và $IK \perp SD$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B có $AD = 2a, CD = a$ và tam giác ACD vuông tại C , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 3. Một chiếc khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước chiều dài 20 cm, chiều rộng 10 cm, chiều cao 8 cm (hình a).



Hình a



Hình b

Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay thứ nhất đó sang chiếc khay thứ hai có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài n (cm), miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài $2n$ (cm) (hình b). Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng $\frac{2}{5}$ chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi $\frac{1}{4}$ so với ban đầu. Thể tích của chiếc khay thứ hai theo đơn vị centimet khối có kết quả chính xác đến hàng đơn vị là a (cm³). Tổng các chữ số của số a bằng bao nhiêu?

M. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

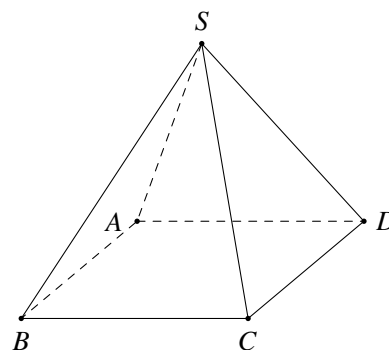
Câu 1. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

- A. 1. B. Vô số. C. 3. D. 2.

Câu 2.

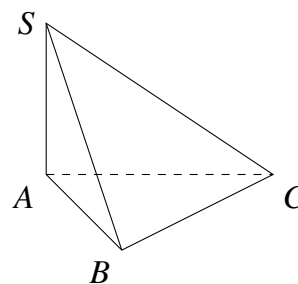
Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

- A. Góc giữa hai đường thẳng SA và BD .
 B. Góc giữa hai đường thẳng SA và AB .
 C. Góc giữa hai đường thẳng SA và SC .
 D. Góc giữa hai đường thẳng SA và AC .



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào sau đây?

- A. \widehat{SAC} . B. \widehat{CSA} . C. \widehat{CSB} . D. \widehat{SCB} .



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với $(ABCD)$. Khi đó, mặt phẳng (SCD) vuông góc với mặt phẳng

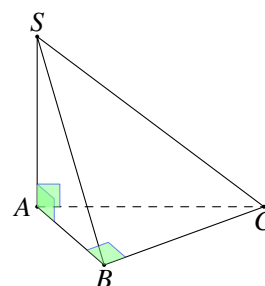
- A. (SBC) . B. (SAC) . C. (SAD) . D. $(ABCD)$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính góc giữa hai đường thẳng BD và AD' .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC vuông tại B , cạnh $SA \perp (ABC)$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $d(C, (SAB)) = CS$. B. $d(C, (SAB)) = CA$.
 C. $d(A, (SBC)) = AB$. D. $d(S, (ABC)) = SA$.



Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B ; $SA \perp (ABC)$. Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc nào?

- A. \widehat{SBC} . B. \widehat{SBA} . C. \widehat{SCB} . D. \widehat{SCA} .

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , độ dài cạnh $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 4a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $V = 2a^3\sqrt{6}$. C. $V = a^3\sqrt{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là **đúng**?

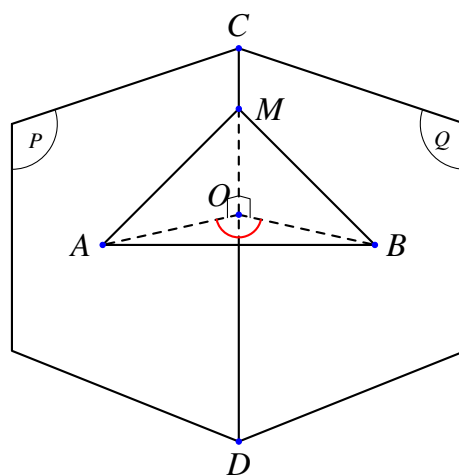
- A. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
 B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
 C. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
 D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $AC' \perp (BB'D'D)$. B. $AC' \perp (ABCD)$. C. $AC' \perp (AA'D'D)$. D. $AC' \perp (A'BD)$.

Câu 11. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có giao tuyến là đường thẳng CD . Điểm $A \in (P), B \in (Q)$ và AO, BO cùng vuông góc với CD . M là một điểm bất kì thuộc CD ($M \neq O$). Xác định góc nhị diện $[A, CD, B]$.

- A. \widehat{AOB} . B. \widehat{AMO} . C. \widehat{AMB} . D. \widehat{OAB} .



Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD .

- a) Tam giác SBC vuông. b) Tam giác SCD vuông.
 c) $SC \perp (AHK)$. d) $HK \perp SC$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy.

- a) Chiều cao hình chóp bằng a .
- b) Thể tích khối chóp bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.
- c) Khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB) bằng a .
- d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $\sqrt{2}a$.

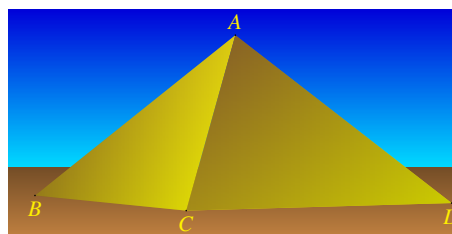
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = 1$, $SA = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB (làm tròn đến hai chữ số phần thập phân). KQ:

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 3$, $AB = 2$, $AD = 3$. Gọi α là góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) . Tính $\sin \alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 3. Tính thể tích của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $\sqrt{3}$ và độ dài cạnh bên 3 (làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 4. Kim tự tháp bằng kính tại bảo tàng Louvre ở Paris có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao là 21 m và cạnh đáy dài 34 m. Góc nhị diện tạo bởi hai mặt bên có chung một cạnh của kim tự tháp có số đo bằng bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng đơn vị)?



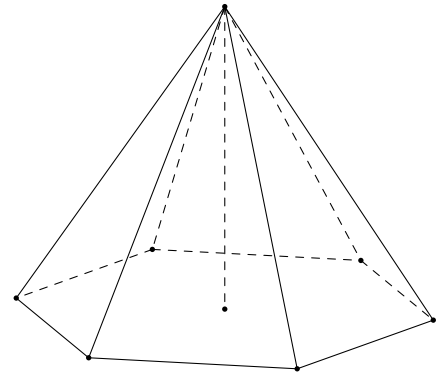
KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SC (H thuộc SC), BM vuông góc với SC (M thuộc SC). Chứng minh rằng $SC \perp (MBD)$ và $AH \parallel (MBD)$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ và đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính \tan góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(BCC'B')$.

Câu 3. Một chiếc lều du lịch hình chóp có đáy là lục giác đều và hình chiếu của đỉnh lều trên mặt đất trùng với tâm của lục giác đáy, khung lều làm bằng tre (như hình). Người ta muốn treo một dây đèn trang trí dọc theo cột ở giữa của lều từ đỉnh xuống sàn. Độ dài của dây đèn cần chuẩn bị là bao nhiêu mét nếu biết góc giữa các thanh tre với mặt sàn là 30° ; tâm lều sàn hình lục giác đều có diện tích 18 mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



—Hết—

N. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho điểm M và mặt phẳng (α) có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) ?

- A. 2. B. Vô số. C. 0. D. 1.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng 2. Gọi C_1 là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng BC_1 và $A'B'$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$.

Câu 3. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng và cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
 B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
 C. Nếu a, b, c cùng nằm trong mặt phẳng (P) và góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
 D. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) và $(P) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Câu 4. Điền vào chỗ trống sau để có khẳng định đúng.

“Nếu hai mặt phẳng với nhau thì bất kì một đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia”

- A. song song. B. cắt nhau. C. phân biệt. D. vuông góc.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$. Giá trị của $\sin \alpha$ bằng:

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $AM \perp SC$. B. $AM \perp MN$. C. $SA \perp BC$. D. $AN \perp SB$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{SAB} = \widehat{SAD} = 90^\circ$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD . Đường thẳng HK vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

- A. AC . B. SB . C. SD . D. AB .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến (SAC) .

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 10. Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 16. B. 12. C. 48. D. 8.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O và $SA = SB = SC = SD$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm nào dưới đây?

- A. O . B. A . C. D . D. C .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và tam giác SAD vuông cân tại S . Góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

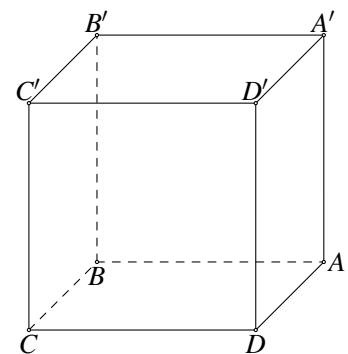
- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

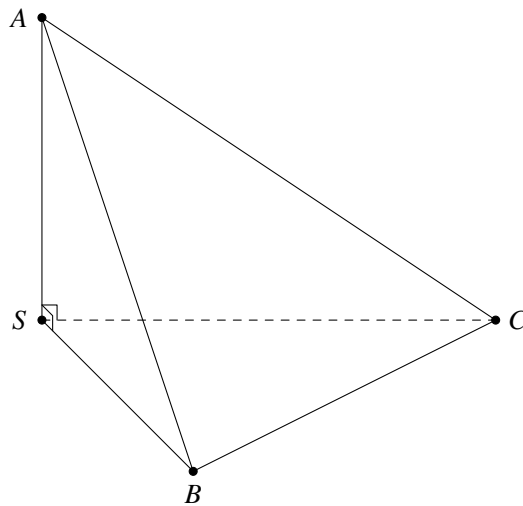
Câu 1.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

- a) Thể tích của khối lập phương là $3a^3$.
- b) Độ dài đường chéo $A'C = a\sqrt{2}$.
- c) Góc giữa AC và $A'D'$ bằng 45° .
- d) Khoảng cách từ A đến $(A'BD)$ bằng $3\sqrt{3}a$.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = 2a$, $SC = 3a$.



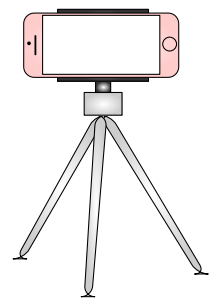
- a) $SA \perp BC$.
- b) $V_{S.ABC} = a^3$.
- c) Số đo góc nhị diện $[B, SA, C]$ bằng 90° .
- d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

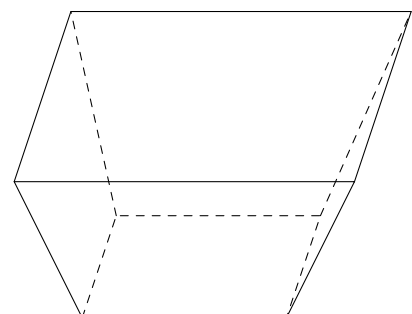
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 1, AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với đáy. Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ là a° . Tìm giá trị của a . KQ:

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 3. Trong một chuyến du lịch anh An dùng giá đỡ ba chân để kẹp điện thoại chụp hình (một chiếc giá đỡ cấu tạo gồm hai phần: Phần thứ nhất là chân; phần thứ hai là đầu kẹp điện thoại như hình vẽ). Biết rằng giá đỡ được mở ra sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng cách bằng 120 cm. Tính chiều cao của giá đỡ, biết chân của giá đỡ dài 130 cm và đầu kẹp điện thoại dài 15 cm (kết quả tính centimet). KQ:



Câu 4. Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều (tham khảo hình bên dưới). Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có diện tích lần lượt là $400 (cm^2)$ và $900 (cm^2)$, cạnh bên của sọt dài 15cm. Tính thể tích của sọt làm tròn đến hàng đơn vị. (đơn vị cm^3) KQ:



PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Cho biết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2AD$.

- Chứng minh $CD \perp (SAD)$;
- Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh $CM \perp (SAB)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 3. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'D'$ và $A'B'$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BDMN)$.

—Hết—

O. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = \sqrt{2}a$, cạnh bên $SA = 3a$ và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 90° .

Câu 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng?

- A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.
C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$. D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Câu 3. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 12$ và chiều cao $h = 4$ là

- A. $V = 24$. B. $V = 3$. C. $V = 16$. D. $V = 48$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi J là trung điểm của SA , G là trọng tâm tam giác ABC . Hình chiếu của đường thẳng JG trên mặt phẳng (ABC) là

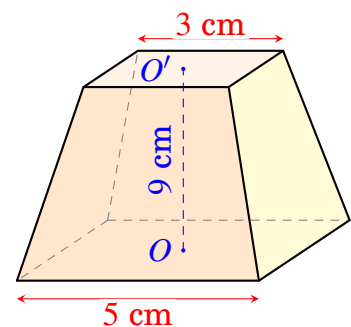
- A. đường thẳng AB . B. đường thẳng BC .
C. đường thẳng AC . D. đường thẳng AG .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu của A lên BD và K là hình chiếu của A lên SD . Góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$ là

- A. \widehat{SKA} . B. \widehat{SBA} . C. \widehat{SHA} . D. \widehat{SDA} .

Câu 6. Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (hình vẽ) với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là 3 cm và 5 cm, chiều cao là 9 cm. Thể tích của khối chóp cụt tứ giác đều đó bằng

- A. 151 cm^3 . B. 441 cm^3 .
C. 195 cm^3 . D. 147 cm^3 .



Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và BC . Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và CD .

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SB \perp BC$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SB \perp (ABCD)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SO \perp (ABCD)$. Khi đó đường thẳng AC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SAD) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

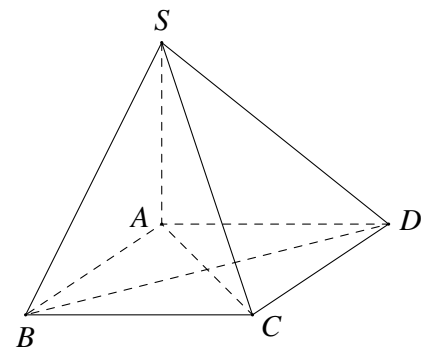
- A. $(BIH) \perp (SBC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SBC) \perp (ABC)$. D. $(SAC) \perp (SBC)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy, $AB = a$. Khoảng cách từ điểm A đến SB bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

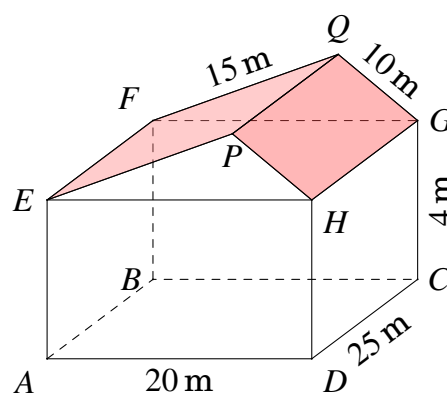
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $SA \perp SB$. B. $SC \perp BD$.
C. $SB \perp SD$. D. $SA \perp SC$.



PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Hình vẽ bên dưới mô tả một nhà xưởng có bốn bức tường và hai mái nhà đều là các hình chữ nhật với các kích thước ghi trên hình.



- a) Bức tường $(ABFE)$ vuông góc với mặt đất $(ABCD)$.
- b) Góc tạo bởi hai bức tường $(ADHE)$ và $(BCGF)$ bằng 90° .
- c) Góc dốc giữa mái nhà $(EFQP)$ so với mặt đất $(ABCD)$ có số đo xấp xỉ bằng 29° (làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Góc nhị diện tạo bởi hai mái nhà có số đo xấp xỉ bằng $104,5^\circ$ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SD .

- a) $SA \perp (ABCD)$.
- b) Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{a}{2}$.
- c) Gọi α là số đo góc phẳng nhị diện $[S, CD, B]$, giá trị $\tan \alpha$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM bằng a .

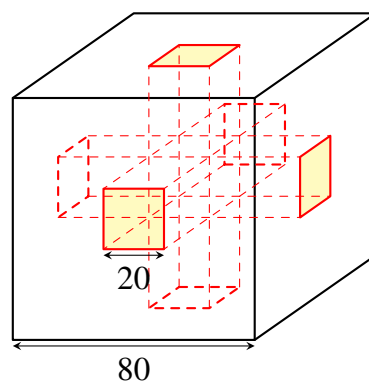
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Người ta dựng một cái lều cắm trại có dạng hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng 3 m trên mặt đất bằng phẳng. Sau đó từ đỉnh của lều, người ta gắn một bóng đèn sao cho khoảng cách từ đỉnh lều đến bóng đèn bằng 30 cm. Khoảng cách từ bóng đèn đến mặt đất xấp xỉ bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần mười). KQ:

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 1. Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30° . Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm). KQ:

Câu 3. Cho OA, OB, OC đôi một vuông góc và không đồng phẳng. Biết $OA = OB = a\sqrt{3}, OC = a$. Tìm số đo độ của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (OAB) . (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). KQ:

Câu 4. Một khối gỗ hình lập phương có độ dài cạnh bằng x (cm). Ở chính giữa một mặt của hình lập phương người ta đục một lỗ hình vuông thông sang mặt đối diện, tâm của lỗ hình vuông là tâm của mặt hình lập phương, các cạnh lỗ hình vuông song song với các cạnh của hình lập phương và có độ dài y (cm) như hình vẽ bên. Biết rằng $x = 80$ cm, $y = 20$ cm và thể tích V của khối gỗ sau khi đục có dạng $a \cdot 10^3$ (cm³). Giá trị của a là bao nhiêu? KQ:



PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC . Đường thẳng qua S vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt mặt phẳng đó tại H . Chứng minh rằng $SH \perp (MNP)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật; ΔSAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Biết SC tạo với $(ABCD)$ một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = 4$, $CD = x$ ($0 < x < 8$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Với giá trị nào của x thì $(ABC) \perp (ABD)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

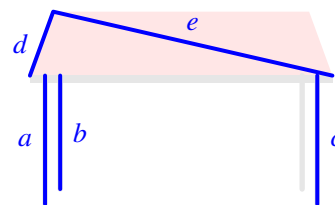
—Hết—

P. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1.

Một chiếc bàn cân đối hình chữ nhật được đặt trên mặt sàn nằm ngang, mặt bàn song song với mặt sàn (như hình vẽ bên dưới). Hình ảnh này gọi nên hình ảnh đường thẳng (được biểu thị bởi các đường thẳng a, b, c, d, e) vuông góc với mặt bàn (kí hiệu mặt phẳng (P)). Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. $d \perp (P)$. B. $a \perp (P)$. C. $b \perp (P)$. D. $c \perp (P)$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a , $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, góc giữa hai đường thẳng AB và SD là

- A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của tam giác $\triangle SCD$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là

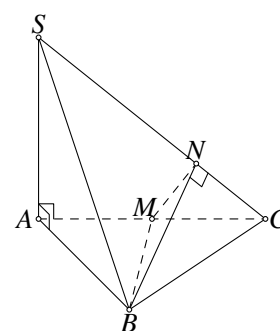
- A. $\triangle ABC$. B. $\triangle ACD$. C. $\triangle BCD$. D. $\triangle ABD$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(SBC) \perp (SAB)$. B. $(SAB) \perp (ABCD)$.
C. $(SAC) \perp (ABCD)$. D. $(SAC) \perp (SAD)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm AC , N là hình chiếu của B lên SC (như hình bên). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $(BMN) \perp (SBC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$.
C. $(BMN) \perp (ABC)$. D. $(SAC) \perp (SBC)$.



Câu 6. Cho khối chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$ có đường cao $h = 3$ cm, hai mặt đáy $ABC, A'B'C'$ có cạnh tương ứng lần lượt là 4 cm, 2 cm. Tính thể tích khối chóp cắt.

- A. 4 cm^3 . B. $4\sqrt{3} \text{ cm}^3$. C. $7\sqrt{3} \text{ cm}^3$. D. $6\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 15 và chiều cao bằng 10. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

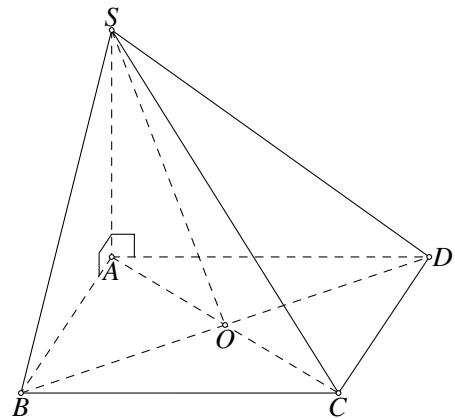
- A. $V = 50$. B. $V = 75$. C. $V = \frac{25}{3}$. D. $V = 150$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

- A. $A'D$. B. AC . C. BB' . D. AD' .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Số đo của góc nhị diện $[S, BD, A]$?

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .



Câu 10. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết $AB = AA' = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. a . C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 12. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây:

- A. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- B. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.
- C. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.
- D. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$.

- a) $SO \perp AC$. b) $SO \perp (ABCD)$. c) $AC \perp (SBD)$. d) $(AC, SB) = 60^\circ$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng 30° .

- a) Góc nhị diện bằng góc $\widehat{A'MA}$, với M là trung điểm của BC .

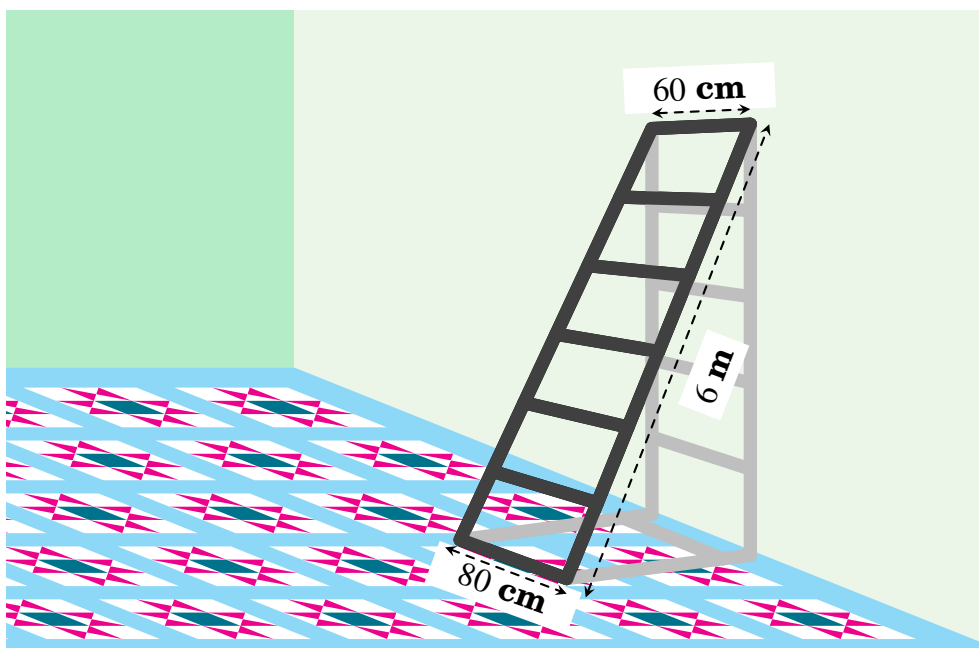
- b) Diện tích đáy của hình lăng trụ là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
- c) Chiều cao của hình lăng trụ bằng a .
- d) Thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{3a^3}{4}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Khi xây dựng kim tự tháp người Ai Cập cổ đại đã tính toán xây dựng một đường hầm lấy sáng tự nhiên từ một mặt bên đến tâm đáy ngắn nhất. Khoảng cách xây đường hầm đó là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)? KQ:

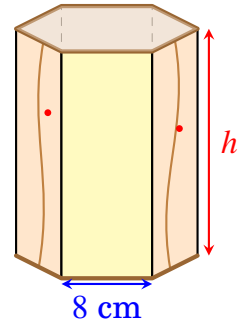
Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy tâm O cạnh a và cạnh bên là $a\sqrt{7}$. Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$? (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). KQ:

Câu 3. Một chiếc thang có dạng hình thang cân cao 7 m, hai chân thang cách nhau 80 cm, hai ngọn thang cách nhau 60 cm. Thang được dựa vào bờ tường như hình sau. Tính góc tạo giữa đường thẳng chân tường và cạnh cột thang (tính gần đúng theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). KQ:



KQ:

Câu 4. Một chiếc lồng đèn kéo quân có hình lăng trụ lục giác đều với cạnh đáy 8 cm. Biết tổng diện tích các mặt bên của chiếc lồng đèn này bằng 1536 cm^2 . Tính thể tích của chiếc lồng đèn đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị cm^3).



KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , điểm I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC . Trên đoạn CI và SA lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $MC = 2MI, NA = 2NS$. Biết $SH \perp (ABC)$. Chứng minh $MN \perp (ABC)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2024, SA vuông góc với đáy và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SC tạo với đáy góc 45° và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

—Hết—

Q. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu của S lên BD . Góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$ là

- A. \widehat{SOA} . B. \widehat{SBA} . C. \widehat{SHA} . D. \widehat{SDA} .

Câu 2. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{3}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 3. Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

- A. 10. B. 20. C. 12. D. 60.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. I là trung điểm AC . B. I là trung điểm BC .
C. I là trung điểm AB . D. I là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 5. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và các cạnh bên bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

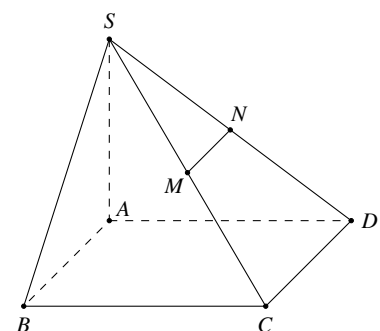
- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) .

- A. 60° . B. 14° . C. 45° . D. 30° .

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và SD (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $MN \perp AC$. B. $MN \perp BD$.
C. $MN \perp AB$. D. $MN \perp BC$.



Câu 8. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AA' = a\sqrt{2}$ và góc giữa AA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối hộp bằng bao nhiêu?

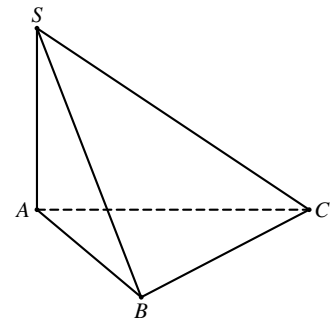
- A. a^3 . B. $\sqrt{3}a^3$. C. $4\sqrt{3}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 9. Thể tích của khối tứ diện đều biết chiều cao tứ diện bằng a bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB trên mặt phẳng (ABC) là đường thẳng

- A. BC . B. AB . C. AC . D. SA .



Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD . Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

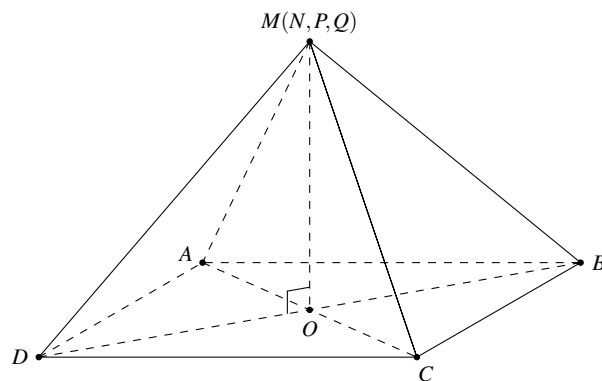
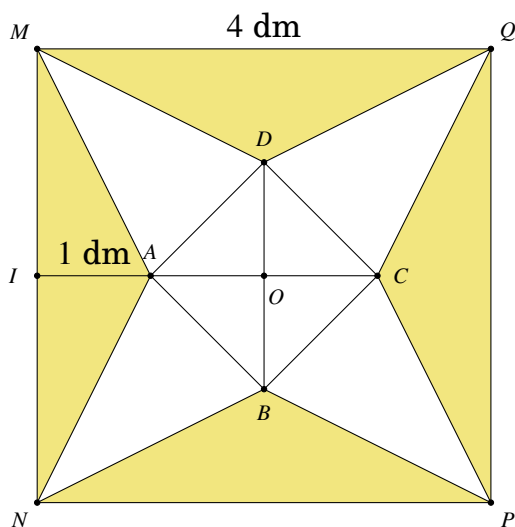
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, cạnh bên $SD = \sqrt{6}a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $2a$. D. a .

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Từ một tấm tôn hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng 4 dm, người ta cắt tấm tôn theo các tam giác cân MAN, NBP, PCQ, QDM bằng nhau sau đó gò các tam giác cân ABN, BCP, CDQ, DAM sao cho các đỉnh M, N, P, Q trùng nhau để được khối chóp tứ giác đều có đáy là tứ giác $ABCD$. Biết đường cao kẻ từ A của tam giác MAN bằng 1 dm.



a) Cạnh đáy của hình chóp đều được tạo ra bằng 2 dm.

- b) Cạnh bên của hình chóp đều được tạo ra bằng $\sqrt{5}$ dm.
- c) Chiều cao của hình chóp đều được tạo ra bằng 2 dm.
- d) Thể tích khối chóp đều được tạo ra bằng $\frac{4}{3}$ dm³.

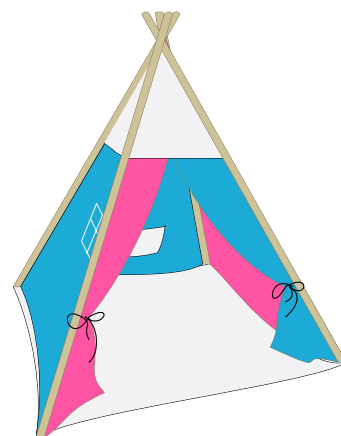
Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AB = 2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC , biết $AA' = a\sqrt{2}$

- a) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng AA' lên mặt phẳng (ABC) là đường thẳng AH .
- b) Góc $\widehat{A'AH}$ là góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng (ABC) .
- c) Góc giữa hai đường thẳng AA' và AH bằng 60° .
- d) $(A'AH) \perp (BCC'B')$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

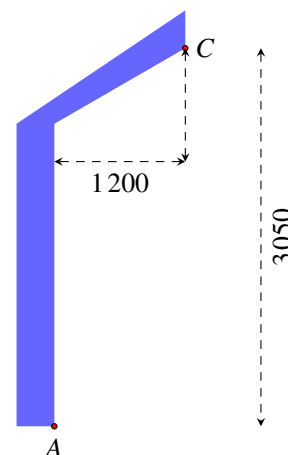
Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 1, G là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .
KQ:

Câu 2. Trong một buổi dã ngoại, bạn Nam muốn dựng một cái lều hình kim tự tháp. Biết khoảng cách từ đỉnh lều tới một chân lều là 270 (cm), góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái lều đối diện là 55° . Hỏi khoảng cách giữa hai chân lều liên tiếp Nam cần dựng bằng bao nhiêu milimet? (Làm tròn đến hàng đơn vị)



KQ:

Câu 3. Một cột bóng rổ được gắn xuống nền sân phẳng. Người ta gắn một điểm C ở đỉnh của cột sao cho C nằm trên mặt phẳng song song với nền sân và điểm A đặt ở chân cột bóng rổ như hình vẽ. Người ta muốn buộc một sợi dây căng vào hai điểm A và C . Hỏi sợi dây có độ dài bằng bao nhiêu mm (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



KQ:

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh 2, tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)? KQ:

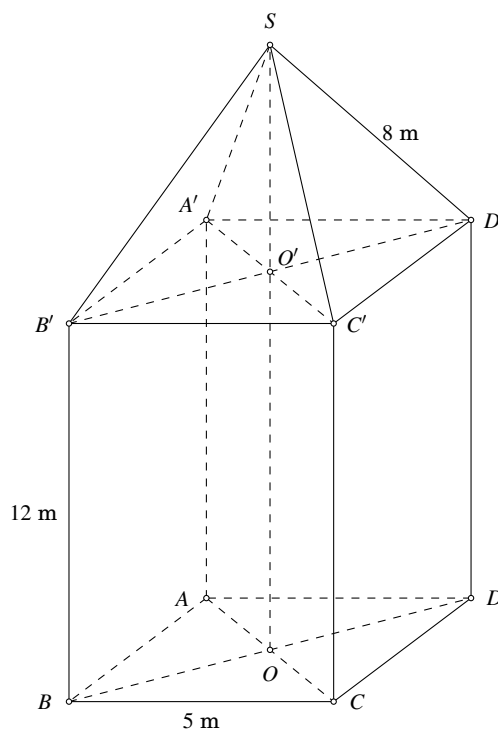
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SD . Chứng minh:

- a) $AK \perp (SCD)$. b) $AH \perp (SBC)$. c) $SC \perp (AHK)$.

Câu 2. Trong không gian cho tam giác đều SAB và hình vuông $ABCD$ cạnh a nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Khi đó hãy tính $\tan \alpha$.

Câu 3. Một chiếc tháp có phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh dài 5 m. chiều cao của hình hộp chữ nhật là 12 m. Phần trên của tháp có dạng hình chóp đều, các mặt bên là các tam giác cân chung đỉnh. Mỗi cạnh bên của hình chóp dài 8 m. Tính thể tích của tháp đồng hồ này (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).



Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = 1, AC = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và CD' .

—Hết—

R. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $SA \perp SC$. B. $BD \perp SD$. C. $SA \perp BC$. D. $AC \perp SD$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.

- A. 60° . B. 45° . C. 75° . D. 90° .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. $AC \perp SD$. B. $BD \perp AC$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SA$.

Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{17}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (SAD) bằng

- A. AB . B. BD . C. SB . D. CA .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy ABC bằng $a^2\sqrt{3}$ và thể tích khối chóp bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

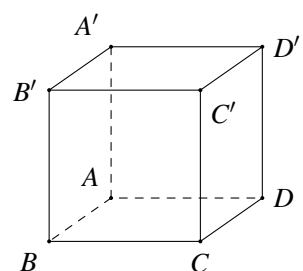
- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $h = a\sqrt{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



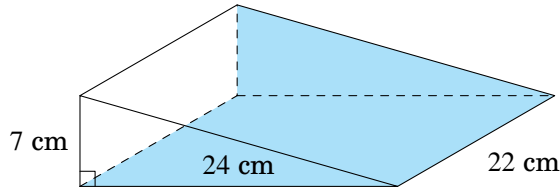
Câu 9. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $AB \perp OC$. B. $OH \perp (ABC)$. C. $OH \perp BC$. D. $OH \perp OA$.

Câu 10. Cho hình lập phương $MNPQ.M'N'P'Q'$ có cạnh bằng a . Số đo của góc nhị diện $[N, MM', P]$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 11. Cho cái nêm hình lăng trụ đứng như hình vẽ.



Thể tích của cái nêm bằng

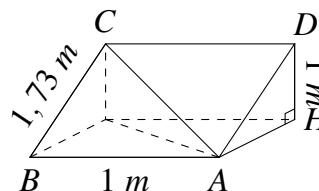
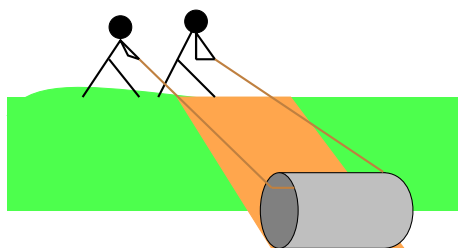
- A. 3696cm^3 . B. 1848cm^3 . C. 3669cm^3 . D. 1884cm^3 .

Câu 12. Cho khối chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$, đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$ có độ dài cạnh lần lượt là $6a$ và $3a$, độ dài cạnh bên bằng $4a$. Tính thể tích của khối chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $\frac{3a^3\sqrt{41}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{46}}{2}$. C. $\frac{21a^3\sqrt{46}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{41}}{2}$.

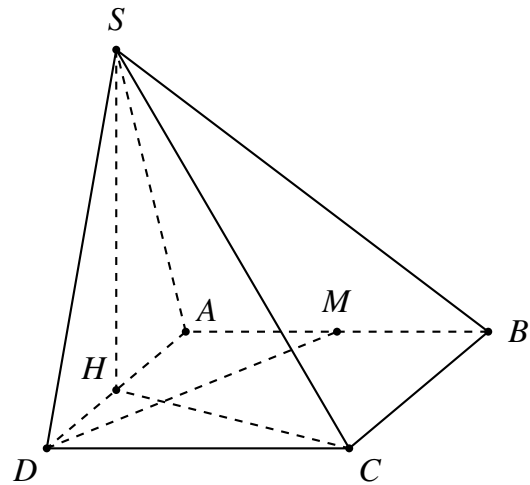
PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong lao động, mặt phẳng nghiêng thường được sử dụng vì tính tiện dụng của nó. Hình vẽ sau minh họa một mặt phẳng nghiêng dùng để vận chuyển đồ, có độ nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang là 30° , vận chuyển lên mặt phẳng có độ cao 1 m. Quan sát hình vẽ và xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau.



- a) \widehat{CAK} được gọi là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (Q) .
- b) \widehat{CAK} là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[C, AB, K]$.
- c) Mặt phẳng nghiêng có độ dài khoảng 1,73 m.
- d) Biết chiều rộng của mặt phẳng nghiêng đang sử dụng là 1 m, khi đó sin của góc giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (Q) là $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi H, M lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và AB .



- a) $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCH}$.
- b) Số đo của góc nhị diện $[(ABCD), CD, (SCD)]$ bằng 90° .
- c) cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- d) $(SMD) \perp (SHC)$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng 2. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AD, DC, A'D'$. Tính $d((MNP), (ACC'))$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 2. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = a, BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AC . Góc giữa hai mặt phẳng $(BCB'C')$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $\frac{k\sqrt{k}}{m}a^3$, trong đó k, m là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau. Tính giá trị biểu thức $m - k$. KQ:

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, AD . Biết $SH \perp (ABCD)$. Góc giữa hai đường thẳng BK, SC bằng bao nhiêu độ? KQ:

Câu 4. Trong một khoảng thời gian đầu kể từ khi cất cánh, máy bay bay theo một đường thẳng. Góc cất cánh của máy bay là góc giữa đường bay và mặt phẳng nằm ngang nơi cất cánh. Máy bay cất cánh và bay thẳng với vận tốc 210 km/h với góc cất cánh 12° . Sau 2 phút kể từ khi cất cánh, độ cao của máy bay so với mặt đất là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị). KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

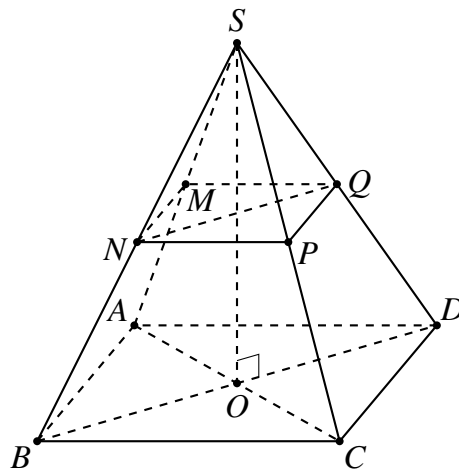
- a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.
- b) Giả sử tam giác ABC vuông tại $A, \widehat{ABC} = 30^\circ, AC = a, SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên các cạnh SB và SD . Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN) .

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng $(A'BD)$.

Câu 4.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy cạnh a và chiều cao $SO = 2a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tìm a biết rằng thể tích khối chóp cụt đều $ABCD.MNPQ$ bằng 1008 (đơn vị thể tích).



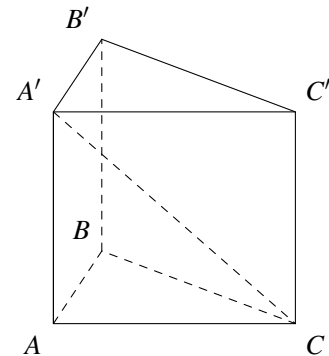
—Hết—

S. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , có $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .



Câu 2. Cho tứ diện $S.ABC$ có ABC là tam giác cân tại C , $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, SB . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $AK \perp SB$. B. $CH \perp AK$. C. $CH \perp SB$. D. $CH \perp SA$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi H là hình chiếu của B lên $A'C$. Góc phẳng nhị diện $[B, A'C, D]$ là

- A. \widehat{BHD} . B. \widehat{BCD} . C. $\widehat{BA'D}$. D. \widehat{BAD} .

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác không vuông, $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $BC \perp AB$. B. $BC \perp SC$. C. $BC \perp AH$. D. $BC \perp AC$.

Câu 6. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết $AB = a$ và $SA = 2a$. Tính chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a\sqrt{33}}{9}$. B. $V = \frac{a\sqrt{33}}{3}$. C. $V = \frac{a\sqrt{141}}{6}$. D. $V = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{21}}{6}$. Giá trị góc α giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA_1 bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

Câu 10. Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

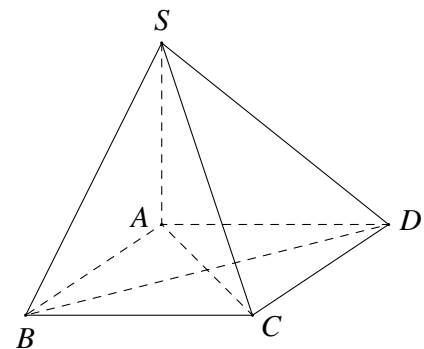
- A. $AM \perp SC$. B. $AM \perp MN$. C. $SA \perp BC$. D. $AN \perp SB$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = 2a$. Gọi M là trung điểm của $A'A$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

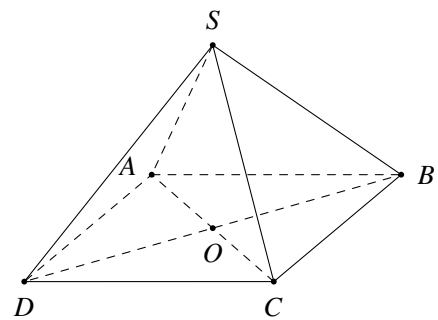
- A. $SA \perp SB$. B. $SC \perp BD$.
C. $SB \perp SD$. D. $SA \perp SC$.



PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1.

Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219m (kích thước hiện nay). Kim tự tháp Cheops được mô phỏng bởi hình chóp $S.ABCD$ với O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD như hình bên dưới. (Theo britannica.com).



- a) Góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp (gần đúng) là $48,3^\circ$.
- b) Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.
- c) Đường thẳng SO vuông góc cạnh đáy AB và BC .
- d) Biết rằng độ dài SO chính là chiều cao của kim tự tháp Cheops, ta tính được $SO \approx 146,67m$.

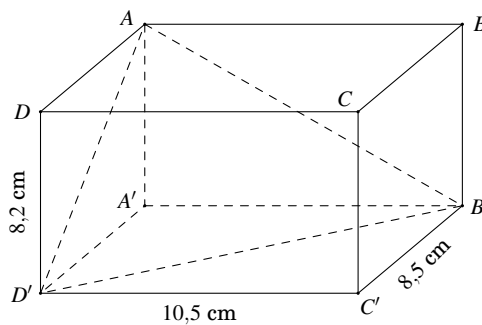
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$; $SA = a$; $AB = BC = a$; $AD = 2a$.

- a) Khoảng cách từ điểm D đến cạnh BC là $a\sqrt{2}$.
- b) Khoảng cách từ điểm A đến (SBC) là a .
- c) Khoảng cách từ điểm A đến (SCD) là $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.
- d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD là $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các đường thẳng SB, SC, SD , khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và BD bằng $3\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). KQ:

Câu 2. Một hộp phân không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phân bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm, 10,5 cm (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục). KQ:



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 3$, $AB = 2$, $AD = 3$. Gọi α là góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) . Tính $\sin \alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 4. Một cây cột cờ cao 2,2m ở sân trường được xây theo phương thẳng đứng so với mặt sân. Người ta dùng một sợi dây cột từ đỉnh cột cờ đến một điểm dưới sân và chiều dài của dây là 3m. Giả sử dây được kéo thẳng và không co giãn. Số đo góc (theo độ) tạo bởi sợi dây và mặt sân là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2AD = 2CD = 2$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3$. Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) .

Câu 3. Một vật trang trí có dạng hình chóp $S.ABCD$ được ngăn làm hai phần chứa kẹo và bánh. Biết rằng hình chóp có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 1 m, $SA = \sqrt{3}$ m. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi (α) là mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD) là mặt phẳng ngăn cách hai phần này, trên đó ta đặt một miếng ván gỗ sao cho các cạnh của miếng ván nằm trên các cạnh của khối chóp. Tính diện tích của miếng ván gỗ đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

—Hết—

T. ĐỀ SỐ 10

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Góc phẳng nhị diện $[S, AB, K]$ là

- A. \widehat{SHK} . B. \widehat{SAK} . C. \widehat{SAC} . D. \widehat{SAD} .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , các mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy, $SA = \frac{a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Biết thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng BC bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Câu 6. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc nhị diện $[A, BC, O]$

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 7. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $BC = a$, $AC = 2a$, $A'A = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa mặt phẳng $(BCD'A')$ và mặt phẳng $(ABCD)$.

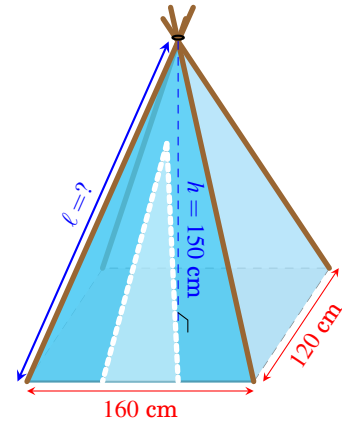
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $2a$. D. a .

Câu 9.

Bạn Khang muốn dựng một chiếc lều nhỏ có dạng hình chóp (tham khảo hình vẽ) trang trí cho sinh nhật em trai. Mặt đáy của chiếc lều có kích thước là 120×160 cm. Để dựng được lều có chiều cao 150 cm thì bạn Khang cần chuẩn bị bốn thanh gỗ dựng khung có chiều dài tối thiểu bao nhiêu? Biết rằng các thanh gỗ có khoảng cách từ chân đến đỉnh lều bằng nhau.



- A. $30\sqrt{11}$ cm. B. $50\sqrt{11}$ cm.
 C. $50\sqrt{13}$ cm. D. $30\sqrt{13}$ cm.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khoảng cách giữa MN và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 11. Cho khối tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

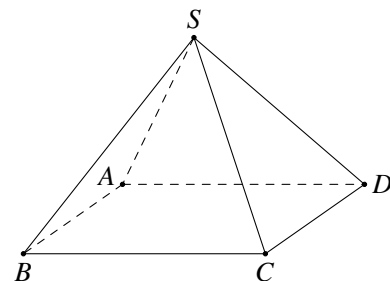
- A. $V = \frac{1}{2}abc$. B. $V = \frac{1}{6}abc$. C. $V = 3abc$. D. $V = abc$.

Câu 12. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a, \widehat{ABC} = 120^\circ, AA' = a\sqrt{2}$ và góc giữa AA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối hộp bằng bao nhiêu?

- A. a^3 . B. $\sqrt{3}a^3$. C. $4\sqrt{3}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Đại Kim tự tháp Giza có dạng là một hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh dài 230 mét, hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của hình vuông đáy và có chiều cao 146 mét. Gọi O là chân đường cao của Kim tự tháp.



- a) Cạnh của Kim tự tháp tạo với đáy một góc gần bằng 42° . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
 b) Gọi I là trung điểm cạnh CD , góc giữa SI và mặt đáy của Kim tự tháp gần bằng 52° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
 c) Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SCD) gần bằng 48° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Tia nắng mặt trời in bóng của đỉnh Kim tự tháp trên mặt đất, cách chân kim tự tháp 93 mét. Khi đó, góc giữa tia nắng và mặt đất gần bằng 35° . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = SB = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Khi đó

a) $AC \perp (SBD)$.

b) $((SAC), (SBD)) = 60^\circ$.

c) $BD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

d) $(SAB) \perp (SAD)$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Cho $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) theo đơn vị độ. KQ:

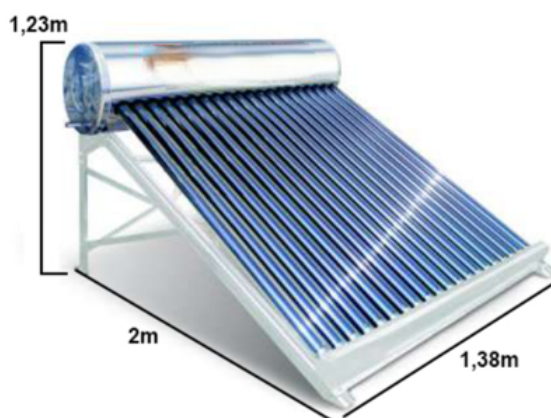
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = 10$, $AD = 20$, $SA = 10\sqrt{5}$. Kẻ AM vuông góc với SB tại M . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 3. Trong cửa sổ ở hình bên, cánh và khung cửa là các nửa hình tròn có đường kính $D = 100$ cm, bản lề được gắn ở điểm chính giữa O của các cung tròn khung và cánh cửa. Khi cửa mở, đường kính của khung và đường kính của cánh song song với nhau và cách nhau một khoảng d (cm); khi cửa đóng, hai đường kính đó trùng nhau. Hãy tìm khoảng cách d lớn nhất để góc nhị diện tạo bởi cánh và khung cửa không vượt quá 60° .



KQ:

Câu 4. Một máy nước nóng sử dụng năng lượng mặt trời có các kích thước như hình dưới đây. Các ống hấp nhiệt chân không đổ tạo với mặt sân thượng một góc bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$.

- Tính cosin góc giữa hai đường thẳng BC và SD .
- Gọi I là trung điểm của CD . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AI .

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$. Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Tính khoảng cách d giữa BD và MN .

—Hết—

Phần III

Các quy tắc tính xác suất

Câu 6. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất liên tiếp 3 lần. Tính xác suất của biến cố A “Ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp”.

- A. $P(A) = \frac{1}{2}$. B. $P(A) = \frac{3}{8}$. C. $P(A) = \frac{7}{8}$. D. $P(A) = \frac{1}{4}$.

Câu 7. Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ trong hộp. Xét biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3” và biến cố B: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 4”.

Biến cố A hợp B được phát biểu như sau:

- A. “Số xuất hiện trên thẻ là số vừa chia hết cho 3 vừa chia hết cho 4”.
 B. “Số xuất hiện trên thẻ là số chia hết cho 3 hoặc chia hết cho 4”.
 C. “Số xuất hiện trên thẻ là số chia hết cho 12”.
 D. “Số xuất hiện trên thẻ là số chia hết cho 7”.

Câu 8. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số chẵn”, B là biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc chia hết cho 3”. Tập hợp mô tả biến cố AB là

- A. {2;3;4;6}. B. {2;4;6}. C. {3;6}. D. {6}.

Câu 9. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{2}{9}$.

Câu 10. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ là

- A. $\frac{219}{233}$. B. $\frac{442}{506}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{219}{323}$.

Câu 11. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{3}$ và $\frac{3}{7}$. Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{1}{21}$. D. $\frac{3}{7}$.

Câu 12. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5$; $P(AB) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. 0,4. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,7.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Hai bạn Y và Q mỗi bạn chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương có một chữ số. Khi đó

- a) Xác suất để bạn Y chọn được số là số chẵn là $\frac{4}{9}$.
- b) Xác suất để bạn Q chọn được số là số lẻ và chia hết cho 3 là $\frac{1}{3}$.
- c) Xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số giống nhau là $\frac{4}{9}$.
- d) Xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số có tích là một số chẵn là $\frac{56}{81}$.

Câu 2. Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Bình giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Bình chắc chắn được 5 điểm.
- b) Xác suất trả lời sai ở một câu là $\frac{3}{4}$.
- c) Xác suất để Bình đạt đúng 8 điểm là $\left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.
- d) Xác suất để Bình đạt được từ 9 điểm trở lên nhỏ hơn 0,0004.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Hai bạn An và Bình cùng tập ném bóng rổ một cách độc lập ở hai nửa sân khác nhau. Xác suất bạn An và bạn Bình ném bóng vào rổ lần lượt là 0,6 và 0,9. Trong cùng một lần ném, tính xác suất có ít nhất một bạn ném bóng vào rổ.

KQ:

Câu 2. Rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá. Tính xác suất của biến cố “Lá bài được chọn có màu đen hoặc lá đó có số chia hết cho 3”(làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

Câu 3. Một hộp đựng nhiều quả cầu với nhiều màu sắc khác nhau. Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp đó. Biết xác suất để lấy được một quả cầu màu xanh từ hộp bằng $\frac{1}{5}$, xác suất để lấy được một quả cầu màu đỏ từ hộp bằng $\frac{1}{6}$. Gọi A là biến cố “Lấy được một quả cầu màu xanh” và B là biến cố “Lấy được một quả cầu màu đỏ”. Tính xác suất để lấy được một quả cầu màu xanh hoặc một quả cầu màu đỏ từ hộp (làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

Câu 4. Một hộp chứa 3 quả bóng xanh và một số quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp. Biết rằng xác suất của biến cố “Lấy được 2 quả bóng đỏ” gấp 5 lần xác suất của biến cố “Lấy được 2 quả bóng xanh”. Tính xác suất của biến cố “Lấy được 2 quả bóng có cùng màu”.

KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”, B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”.

- a) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB và tính $P(AB)$.
- b) Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B .

Câu 2. Để nghiên cứu mối liên quan giữa thói quen hút thuốc lá với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	752 người	1236 người
Không nghiện thuốc lá	575 người	2437 người

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ rằng việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

Câu 3. Trong thư viện có 3 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 3 quyển sách hóa, 3 quyển sách sinh. Biết các quyển sách cùng môn giống nhau. Xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp?

—Hết—

V. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hai biến cố A, B ; biến cố giao của hai biến cố A, B ký hiệu là

- A. $A \setminus B$. B. $B \setminus A$. C. $A \cup B$. D. $A \cap B$.

Câu 2. Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 5 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi nào.

- A. $\frac{102}{245}$. B. $\frac{48}{49}$. C. $\frac{97}{98}$. D. $\frac{242}{245}$.

Câu 3. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến số P: “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4” và Q: “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6”. Nội dung của biến cố giao PQ là gì?

- A. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 24\}$. B. $\{1; 2; 4\}$.
C. $\{12; 16; 20; 24\}$. D. $\{12; 24\}$.

Câu 4. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{3}$ và $\frac{3}{7}$. Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{1}{21}$. D. $\frac{3}{7}$.

Câu 5. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{2}{9}$.

Câu 6. Nếu A và B là hai biến cố thì $P(A \cup B)$ bằng

- A. $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. B. $P(A) - P(B) - P(A \cap B)$.
C. $P(A) \cdot P(B) - P(A \cap B)$. D. $P(A) \cdot P(B) + P(A \cap B)$.

Câu 7. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích đá bóng, 16 học sinh thích cầu lông và 7 học sinh thích chơi cả hai môn thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn học sinh được chọn không thích chơi môn thể thao nào là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{1}{15}$.

Câu 8. Một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 7 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả trong số đó. Xác suất để có ít nhất một quả cầu trắng bằng

- A. $\frac{7}{143}$. B. $\frac{120}{143}$. C. $\frac{13}{24}$. D. $\frac{136}{143}$.

Câu 9. Xét phép thử “Bạn thứ nhất gieo đồng xu, sau đó bạn thứ hai gieo con xúc xắc”. Gọi A là biến cố “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa”, B là biến cố “Con xúc xắc xuất hiện mặt 4 chấm”. Tính xác suất của biến cố $A\bar{B}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 10. Lớp 11A8 trường THPT X có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn từ lớp này để tham dự cuộc họp của trường. Tính xác suất chọn được hai bạn có cùng giới tính để đi dự cuộc họp.

- A. $\frac{19}{99}$. B. $\frac{10}{33}$. C. $\frac{49}{99}$. D. $\frac{29}{99}$.

Câu 11. Hai bạn Hùng và Hải cùng tham gia cuộc thi toán cấp thành phố. Biết rằng hai bạn không thi ở cùng một phòng và mỗi phòng chỉ có một thí sinh được chọn vào vòng chung kết. Xác suất vào vòng chung kết của Hùng và Hải lần lượt là 0,4 và 0,5. Tính xác suất để cả Hùng và Hải cùng vào vòng chung kết.

- A. 0,75. B. 0,25. C. 0,2. D. 0,9.

Câu 12. Cho C, D là hai biến cố xung khắc. Biết $P(C) = \frac{2}{5}$, $P(D) = \frac{1}{6}$. Khi đó giá trị của $P(C \cup D)$ là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{17}{30}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cả hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia là 0,8; người thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Khi đó xác suất để:

- Người thứ nhất bắn trúng và người thứ hai bắn không trúng bia bằng 0,14.
- Người thứ nhất bắn không trúng và người thứ hai bắn trúng bia bằng 0,14.
- Hai người đều bắn trúng bia bằng 0,56.
- Có ít nhất một người bắn trúng bia bằng 0,94.

Câu 2. Một nhà sách bán hai loại sách I và II . Theo thống kê cho thấy có 60% số người mua loại sách I , 70% số người mua loại sách II và có 50% số người mua cả hai loại sách trên. Chọn ngẫu nhiên một người mua. Xét biến cố A : “Người đó mua loại sách I ” và B là biến cố: “Người đó mua loại sách II ”. Xét tính Đúng - Sai của các khẳng định sau:

- $P(A) = 0,6$ và $P(B) = 0,7$.
- “Người đó mua ít nhất một trong hai loại sách” là biến cố $A \cap B$.
- Xác suất người đó mua ít nhất một trong hai loại sách là 0,9.
- Xác suất người đó không mua hai loại sách trên là 0,2.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một chiếc máy có hai động cơ I và II chạy độc lập nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là $0,8$ và $0,7$. Tính xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt. KQ:

Câu 2. Hai vận động viên môn quần vợt A và B thi đấu trận chung kết một giải Grand Slam. Tay vợt nào thắng 3 hiệp trước thi thắng trận. Trong mỗi hiệp đấu, xác suất để A thắng là $0,3$ và để B thắng là $0,7$. Tính xác suất để A thắng trận chung kết đó (làm tròn đến hàng thứ 3 sau dấu phẩy). KQ:

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 2 đỉnh trong số 20 đỉnh của một đa giác đều 20 cạnh. Tính xác suất của biến cố A “2 đỉnh được chọn là đường chéo của đa giác” (làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 4. Thanh có 4 tấm thẻ được đánh số 1, 3, 4, 7. Thanh lấy ra 3 trong 4 thẻ và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có 3 chữ số. Tính xác suất của biến cố A: “Số tạo thành chia hết cho 2 hoặc 3” (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xét các biến cố sau:

A: “Cả hai tấm thẻ đều ghi số chẵn”;

B: “Chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn”;

C: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”.

a) Chứng minh rằng $C = A \cup B$.

b) Tính $P(C)$.

Câu 2. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi có cùng kích thước và khối lượng, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có đúng hai màu.

Câu 3. Trong ngày hội STEM tại một trường THPT, bạn Trí học lớp 11T đã thiết kế sản phẩm là bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng dần từ 0 đến 9 và có tổng là 10. Bạn Tuệ cũng học lớp 11T chỉ nhớ được là dãy số tăng nên nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau. Biết rằng nếu bấm sai hai lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại và không thể mở được nữa. Tính xác suất để bạn Tuệ mở được cửa phòng học đó.

—Hết—

W. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một hộp chứa 22 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 22. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2”, B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”. Xác suất của biến cố AB bằng

- A. $\frac{3}{22}$. B. $\frac{7}{22}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{7}{44}$.

Câu 2. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ một hộp chứa 5 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Xác suất của biến cố “Hai quả bóng lấy ra có cùng màu” là

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 3. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Độc lập. B. Không xung khắc.
C. Xung khắc. D. Không rõ.

Câu 4. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{2}{9}$.

Câu 5. Một xạ thủ bắn liên tiếp ba mũi tên vào bia ngắm. Biết rằng xác suất bắn trúng bia ngắm của xạ thủ là 0,6. Xác suất để trong ba lần bắn tên có đúng hai lần tên trúng bia ngắm là

- A. $\frac{81}{125}$. B. $\frac{54}{125}$. C. $\frac{24}{125}$. D. $\frac{18}{125}$.

Câu 6. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích đá bóng, 16 học sinh thích cầu lông và 7 học sinh thích chơi cả hai môn thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn học sinh được chọn không thích chơi môn thể thao nào là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{1}{15}$.

Câu 7. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ là

- A. $\frac{219}{233}$. B. $\frac{442}{506}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{219}{323}$.

Câu 8. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5$; $P(AB) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. 0,4. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,7.

Câu 9. Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ trong hộp. Xét biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lẻ” và biến cố B: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố”.

Chọn câu **sai** khi phát biểu về biến cố AB.

- A. “Số xuất hiện trên thẻ là số lẻ hoặc số nguyên tố”.
- B. “Số xuất hiện trên thẻ là số nguyên tố lẻ”.
- C. “Số xuất hiện trên thẻ là số nguyên tố khác 2”.
- D. “Số xuất hiện trên thẻ vừa là số lẻ vừa là số nguyên tố”.

Câu 10. Do con súc sắc không cân đối nên mỗi khi gieo con súc sắc đó thì xác suất xuất hiện mặt 2 chấm và mặt 5 chấm lần lượt là 0,35 và 0,25. Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm hoặc mặt 5 chấm là

- A. 0,6.
- B. 0,0875.
- C. 0,4875.
- D. 0,9125.

Câu 11. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{4}, P(AB) = \frac{1}{9}$. Tính $P(B)$.

- A. $\frac{4}{9}$.
- B. $\frac{5}{36}$.
- C. $\frac{13}{36}$.
- D. $\frac{9}{4}$.

Câu 12. Cho A, B là hai biến cố độc lập, biết $P(A) = 0,5, P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A \cup B)$ bằng

- A. 0,3.
- B. 0,5.
- C. 0,6.
- D. 0,7.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một trường học có tỉ lệ học sinh thích bóng đá là 50%, thích bóng rổ là 70% và thích cả hai môn này là 40%.

- a) Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà học sinh đó không thích bóng đá hoặc không thích bóng rổ là 0,7.
- b) Số học sinh trong trường thích bóng đá nhiều hơn số học sinh thích bóng rổ.
- c) Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà em đó thích bóng đá và không thích bóng rổ là 0,2.
- d) Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà em đó thích cả bóng đá và bóng rổ là 0,4.

Câu 2. Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, được đánh số từ 1, 2, ..., 19, 20. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Xét các biến cố:

A: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5”.

B: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3.”

C: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5 hoặc chia hết cho 3.”

D: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 15”.

- a) Biến cố A và biến cố D là hai biến cố xung khắc.
- b) Xác suất của biến cố D là $\frac{1}{20}$.
- c) Biến cố D là biến cố hợp của biến cố A và biến cố B .
- d) Số phần tử của không gian mẫu là 190.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88. Xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 2. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang. Xác suất anh An ít nhất một lần bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc người bệnh 5 lần đều không mang khẩu trang là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba). KQ:

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên 3 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố A : “ Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc chia hết cho 15”. KQ:

Câu 4. Một vận động viên thi bắn súng. Biết rằng xác suất để vận động viên bắn trúng vòng 10 là 0,2; bắn trúng vòng 9 là 0,25 và bắn trúng vòng 8 là 0,3. Nếu bắn trúng vòng k thì được k điểm. Vận động viên đạt huy chương vàng nếu được 20 điểm, đạt huy chương bạc nếu được 19 điểm và đạt huy chương đồng nếu được 18 điểm. Vận động viên thực hiện bắn hai lần và hai lần bắn độc lập với nhau. Xác suất để vận động viên đạt được huy chương bạc là KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một khu phố có 50 hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo, trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên. Tính xác suất để

- a) Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo;
- b) Hộ đó không nuôi cả chó và mèo.

Câu 2. Hai bạn Việt và Nam cùng tham gia một kì thi trắc nghiệm môn Toán và môn Tiếng Anh một cách độc lập nhau. Đề thi của mỗi môn gồm 6 mã đề khác nhau và các môn khác nhau thì mã đề cũng khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho học sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai bạn Việt và Nam có chung đúng một mã đề thi trong kì thi đó.

X. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

- A. 0,9. B. 0,7. C. 0,5. D. 0,2.

Câu 2. Một xạ thủ bắn liên tiếp ba mũi tên vào bia ngắm. Biết rằng xác suất bắn trúng bia ngắm của xạ thủ là 0,6. Xác suất để trong ba lần bắn tên có đúng hai lần tên trúng bia ngắm là

- A. $\frac{81}{125}$. B. $\frac{54}{125}$. C. $\frac{24}{125}$. D. $\frac{18}{125}$.

Câu 3. Hai bạn An và Bình độc lập với nhau tham gia một cuộc thi. Xác suất để bạn An và bạn Bình đạt giải tương ứng là 0,8 và 0,6. Xác suất để có ít nhất một bạn đạt giải là

- A. 0,94. B. 0,924. C. 0,92. D. 0,93.

Câu 4. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5$; $P(AB) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. 0,4. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,7.

Câu 5. Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$. Tính $P(B)$.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{1}{15}$.

Câu 6. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = \frac{1}{9}$. Tính $P(B)$.

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{36}$. C. $\frac{13}{36}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 7. Xét phép thử “Bạn thứ nhất gieo đồng xu, sau đó bạn thứ hai gieo con xúc xắc”. Gọi A là biến cố “Đồng xu xuất hiện mặt sấp”, B là biến cố “Con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm”. Tập hợp mô tả biến cố AB là

- A. $\{(S,4), (S,5), (S,6)\}$. B. $\{(S,6), (N,6)\}$.
C. $\{(N,6)\}$. D. $\{(S,6)\}$.

Câu 8. Hai bạn Triết và Khang, mỗi người gieo đồng thời một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét hai biến cố sau:

A: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Triết gieo là số lẻ.”

B: Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Khang gieo là số chia hết cho 5.”

Chọn câu đúng:

- A. Hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập.
B. Hai biến cố A, B là hai biến cố xung khắc.
C. Biến cố A giao B là $\{1;3;5\}$.

D. Biên cố A hợp B là $\{1; 2; 3; 5\}$.

Câu 9. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến số P: “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4” và Q: “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6”. Nội dung của biến cố giao PQ là gì?

A. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 24\}$.

B. $\{1; 2; 4\}$.

C. $\{12; 16; 20; 24\}$.

D. $\{12; 24\}$.

Câu 10. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố AB là

A. 0,9.

B. 0,7.

C. 0,5.

D. 0,2.

Câu 11. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích đá bóng, 16 học sinh thích cầu lông và 7 học sinh thích chơi cả hai môn thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn học sinh được chọn không thích chơi môn thể thao nào là

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{7}{30}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Câu 12. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

A. $\frac{5}{36}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{7}{36}$.

D. $\frac{2}{9}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất.

- A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”.
- B là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”.
- C là biến cố “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm”.

Khi đó

a) $A = \{(1; 4); (4; 1); (2; 3); (3; 2)\}$.

b) $AC = \{(1; 4); (4; 1)\}$.

c) $AB = \{(2; 3)\}$.

d) $BC = \{(1; 6); (6; 1)\}$.

Câu 2. Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một số trong các số $1, 2, \dots, 19, 20$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp. Xét các biến cố

A: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5”.

B: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3”.

C: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5 hoặc chia hết cho 3”.

D: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 15”.

- a) Biến cố A và biến cố D là hai biến cố xung khắc.
- b) Xác suất của biến cố D là $\frac{1}{20}$.
- c) Biến cố D là biến cố hợp của biến cố A và biến cố B .
- d) Số phần tử của không gian mẫu là 190.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Nhà trường muốn chọn một đội văn nghệ có đủ cả nam và nữ gồm 12 em đi biểu diễn từ một nhóm học sinh gồm 10 nam sinh và 8 nữ sinh. Tính xác suất để đội văn nghệ được chọn có ít nhất 6 bạn nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười). KQ:

Câu 2. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau

A : “Cả hai tấm thẻ đều đánh số chẵn”, B : “Chỉ có một tấm thẻ đánh số chẵn”, C : “Tích hai số đánh trên hai tấm thẻ là một số chẵn”. Tính xác suất để biến cố C xảy ra (làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số 12 đỉnh của một đa giác đều 12 cạnh. Tính xác suất của biến cố A “3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông”(làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 4. Người ta thăm dò một số lượng người hâm mộ bóng đá tại một thành phố, nơi có hai đội bóng đá X và Y cùng thi đấu giải vô địch quốc gia. Biết rằng số lượng người hâm mộ đội bóng đá X là 22%, số lượng người hâm mộ đội bóng đá Y là 39%, trong số đó có 7% người nói rằng họ hâm mộ cả hai đội bóng trên. Chọn ngẫu nhiên một người hâm mộ trong số những người được hỏi, tính xác suất để chọn được người không hâm mộ đội nào trong hai đội bóng đá X và Y .

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 21. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2”, B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

- a) Hãy mô tả bằng lời biến cố AB .
- b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Tại sao?

Câu 2. Ba xạ thủ lần lượt bắn vào một bia. Xác suất để xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8 ; 0,6 ; 0,5. Tính xác suất để có đúng hai người bắn trúng đích. KQ:

Y. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

- A. 0,9. B. 0,7. C. 0,5. D. 0,2.

Câu 2. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến số P : “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4” và Q : “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6”. Nội dung của biến cố giao PQ là gì?

- A. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 24\}$. B. $\{1; 2; 4\}$.
C. $\{12; 16; 20; 24\}$. D. $\{12; 24\}$.

Câu 3. Hai bạn An và Bình độc lập với nhau tham gia một cuộc thi. Xác suất để bạn An và bạn Bình đạt giải tương ứng là 0,8 và 0,6. Xác suất để có ít nhất một bạn đạt giải là

- A. 0,94. B. 0,924. C. 0,92. D. 0,93.

Câu 4. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích đá bóng, 16 học sinh thích cầu lông và 7 học sinh thích chơi cả hai môn thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn học sinh được chọn không thích chơi môn thể thao nào là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{1}{15}$.

Câu 5. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Độc lập. B. Không xung khắc.
C. Xung khắc. D. Không rõ.

Câu 6. Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4$ và $P(AB) = 0,02$. Khi đó $P(B)$ bằng

- A. 0,55. B. 0,06. C. 0,05. D. 0,25.

Câu 7. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,7$ và $P(B) = 0,2$. Xác suất của biến cố $\bar{A}B$ bằng

- A. 0,06. B. 0,9. C. 0,14. D. 0,24.

Câu 8. Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì $P(A \cup B)$ bằng

- A. $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. B. $P(A) - P(B) - P(A \cap B)$.
C. $P(A) - P(B) - 2P(A \cap B)$. D. $P(A) - P(B) + P(A \cap B)$.

Câu 9. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5; P(AB) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. 0,4. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,7.

Câu 10. Cho A và B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. $\frac{7}{12}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 11. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{2}{9}$.

Câu 12. Cho A, B là hai biến cố liên quan đến một phép thử có hữu hạn các kết quả đồng khả năng xuất hiện. Xét A và B là hai biến cố độc lập. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. A và \bar{B} là hai biến cố độc lập. B. $P(\bar{A}B) = P(A) \cdot P(B)$.
C. $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$. D. $P(\bar{A}B) = (1 - P(A)) \cdot P(B)$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Hai cầu thủ bóng đá và sút phạt đền, xác suất bàn của cầu thủ thứ nhất và cầu thủ thứ hai tương ứng là 0,8 và 0,7. Gọi A và B lần lượt là biến cố cầu thủ thứ nhất và cầu thủ thứ hai ghi được bàn thắng. Khi đó

- a) $P(\bar{A}) = 0,2$.
b) $P(\bar{B}) = 0,8$.
c) Xác suất chỉ có cầu thủ thứ nhất làm bàn là 0,8.
d) Xác suất Chỉ có cầu thủ thứ hai làm bàn là 0,14.

Câu 2. Trên một bảng quảng cáo, người ta mắc hai hệ thống bóng đèn. Hệ thống I gồm 2 bóng mắc nối tiếp, hệ thống II gồm 2 bóng mắc song song. Khả năng bị hỏng của mỗi bóng đèn sau 6 giờ thấp sáng liên tục là 0,15. Biết tình trạng của mỗi bóng đèn là độc lập. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau

- a) Xác suất để hệ thống II bị hỏng (không sáng) bằng 0,0225.
b) Xác suất để hệ thống II hoạt động bình thường bằng 0,9775.
c) Xác suất để hệ thống I bị hỏng (không sáng) bằng 0,5775.
d) Xác suất cả hai hệ thống bị hỏng (không sáng) (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm nghìn) bằng 0,02624.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm vi rút SARS-CoV-2. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là 0,1 và của bệnh nhân Y là 0,2. Khả năng

bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập. Hãy tính xác suất của các biến cố “Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng” KQ:

Câu 2. Ba xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của ba xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất hai xạ thủ không bắn trúng bia (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm). KQ:

Câu 3. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Tính xác suất của biến cố “Cả 3 người được chọn học cùng một khối”? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ:

Câu 4. Nhà trường muốn chọn một đội văn nghệ có đủ cả nam và nữ gồm 12 em đi biểu diễn từ một nhóm học sinh gồm 10 nam sinh và 8 nữ sinh. Biết xác suất để đội văn nghệ được chọn có ít nhất 6 bạn nữ là $\frac{m}{n}$ với $m; n$ nguyên dương và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $T = m + n$. KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y. Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất

- a) Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;
- b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu;
- c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;
- d) Có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.

Câu 2. Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real Madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả penalty. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào 1 trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 (hoặc 2) thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 (hoặc 4) thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố " cú sút không vào lưới".

—Hết—

Z. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trên giá sách có các quyển vở không nhãn xếp cạnh nhau với bề ngoài, khối lượng và kích thước giống hệt nhau, trong đó có 5 quyển ghi môn Toán, 5 quyển ghi môn Ngữ Văn và 3 quyển ghi môn Tiếng Anh. Lấy ngẫu nhiên hai quyển vở. Xét các biến cố:

M : “Trong hai quyển vở được lấy, chỉ có 1 quyển ghi môn Tiếng Anh”;

N : “Trong hai quyển vở được lấy, chỉ có 1 quyển ghi môn Ngữ Văn”.

Khi đó, biến cố giao của hai biến cố M và N là:

- A. “Hai quyển vở được lấy ghi cùng một môn”.
- B. “Hai quyển vở được lấy ghi hai môn khác nhau”.
- C. “Trong hai quyển vở được lấy, một quyển ghi môn Tiếng Anh và một quyển ghi môn Ngữ Văn”.
- D. “Hai quyển vở được lấy có ít nhất một quyển ghi môn Tiếng Anh”.

Câu 2. Lớp có 44 học sinh gồm 24 học sinh giỏi và 20 học sinh khá. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn ngẫu nhiên trong lớp một nhóm gồm 3 học sinh để kiểm tra kiến thức cũ. Tính xác suất trong 3 bạn thầy chọn số học sinh giỏi nhiều hơn học sinh khá.

- A. $\frac{1}{14}$.
- B. $\frac{1886}{3311}$.
- C. $\frac{1380}{3311}$.
- D. $\frac{46}{301}$.

Câu 3. Một hộp chứa 22 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 22. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2”, B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”. Xác suất của biến cố AB bằng

- A. $\frac{3}{22}$.
- B. $\frac{7}{22}$.
- C. $\frac{1}{2}$.
- D. $\frac{7}{44}$.

Câu 4. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”, B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”. Viết tập hợp mô tả biến cố AB .

- A. $AB = \{(1;5);(3;3)\}$.
- B. $AB = \{(1;5);(2;4);(3;3)\}$.
- C. $AB = \{(1;5);(3;1);(3;3);(3;5)\}$.
- D. $AB = \{(1;5);(1;6);(3;3);(3;5)\}$.

Câu 5. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ là

- A. $\frac{219}{233}$.
- B. $\frac{442}{506}$.
- C. $\frac{443}{506}$.
- D. $\frac{219}{323}$.

Câu 6. Một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 7 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả trong số đó. Xác suất để có ít nhất một quả cầu trắng bằng

- A. $\frac{7}{143}$. B. $\frac{120}{143}$. C. $\frac{13}{24}$. D. $\frac{136}{143}$.

Câu 7. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”, B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”. Gọi C là biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B . Tìm biến cố C .

- A. $C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4)\}$.
 B. $C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;3); (3;5)\}$.
 C. $C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;3); (3;6)\}$.
 D. $C = \{(1;3); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4)\}$.

Câu 8. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc bằng 8”, B là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc không vượt quá 30”. Xác suất của biến cố AB bằng

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{7}{72}$.

Câu 9. Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để hai viên bi được lấy có cùng màu xanh.

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{5}{16}$.

Câu 10. Khảo sát một trường trung học phổ thông, người ta thấy có 20% học sinh thuận tay trái và 35% học sinh bị cận thị. Giả sử đặc điểm thuận tay nào không ảnh hưởng đến việc học sinh có bị cận thị hay không. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất của biến cố học sinh đó bị cận thị hoặc thuận tay trái.

- A. 0,72. B. 0,48. C. 0,65. D. 0,07.

Câu 11. Trên đường đi từ Hà Nội về thăm Đền Hùng ở Phú Thọ, Bình, Minh và 5 bạn khác ngồi vào 7 chiếc ghế trên một xe ô tô 7 chỗ. Khi xe quay lại Hà Nội, mỗi bạn lại chọn ngồi ngẫu nhiên một ghế. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình"

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{3}{7}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 10 câu. Mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một học sinh chuẩn bị bài không tốt nên làm bài bằng cách: Với mỗi câu, chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xét tính đúng sai trong các khẳng định sau.

- a) Xác suất để học sinh đó trả lời đúng mỗi câu là 0,25.
- b) Xác suất để học sinh đó trả lời sai cả 10 là $10 \cdot 0,75$.
- c) Xác suất để học sinh đó trả lời sai mỗi câu là 0,75.
- d) Xác suất để học sinh đó trả lời đúng 1 câu là $10 \cdot 0,25$.

Câu 2. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng vào được rổ của từng người tương ứng là 0,2 và 0,5.

- Gọi A là biến cố: “Người thứ nhất ném bóng vào được rổ”.
- Gọi B là biến cố: “Người thứ hai ném bóng vào được rổ”.
- Gọi X là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng vào được rổ”.
- Gọi Y là biến cố: “Chỉ có một người ném bóng vào được rổ”.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

- a) Biến cố $Y = A \cup B$.
- b) Xác suất của biến cố X là $P(X) = 0,1$.
- c) Biến cố $X = AB$.
- d) Xác suất của biến cố Y là $P(Y) = 0,5$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tung đồng thời một đồng xu và một con xúc xắc 12 mặt (từ 1 đến 12). Xác suất để đồng xu xuất hiện mặt ngửa và con xúc xắc xuất hiện mặt là bội của 3 bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) KQ:

Câu 2. Trong một công ty, có 25% nhân viên biết tiếng Anh và 50% nhân viên biết lập trình. Giả sử việc biết tiếng Anh không ảnh hưởng đến khả năng biết lập trình của nhân viên. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên trong công ty. Tính xác suất để nhân viên đó biết tiếng Anh hoặc biết lập trình. Kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân. KQ:

Câu 3. Biết rằng xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Tính xác suất sao cho trong ba lần sinh có ít nhất một lần sinh con trai (mỗi lần sinh 1 con)? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) KQ:

Câu 4. Hai bạn Chiến và Công cùng chơi cờ với nhau. Trong một ván cờ, xác suất Chiến thắng Công là 0,3 và xác suất để Công thắng Chiến là 0,4. Hai bạn

dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ. KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để

- Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;
- Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ;
- Hai viên bi được lấy có cùng màu;
- Hai viên bi được lấy không cùng màu.

Câu 2. Cho $X = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp X . Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

Câu 3. Việt và Nam cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2016, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì Việt và Nam đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 12 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tìm xác suất để Việt và Nam có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

—Hết—

Phần IV

Đạo hàm

. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 5 \sin x - 3 \cos x$ tại $x_0 = \frac{\pi}{2}$ là

- A. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 3.$ B. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 5.$ C. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -3.$ D. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -5.$

Câu 2. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = 2t^2 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) bằng

- A. $22 (m/s).$ B. $19 (m/s).$ C. $9 (m/s).$ D. $11 (m/s).$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x+1} & \text{khi } x > 0 \\ x+1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào là đúng về đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại $x = 0$?

- A. $f'(0) = -1.$ B. $f'(0) = 0.$ C. $f'(0) = 1.$ D. Không tồn tại.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(6) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$.

- A. 2. B. $\frac{1}{3}.$ C. $\frac{1}{2}.$ D. 12.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$ B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}.$
 C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}.$ D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}.$

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $(\sin x)' = -\cos x.$ B. $(\cos x)' = -\sin x.$
 C. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}.$ D. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$

Câu 7. Cho $u = u(x), v = v(x)$ là các hàm số có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(uv)' = u'v + uv'.$ B. $(uv)' = u'v'.$
 C. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}.$ D. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + uv'}{v^2}.$

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

- A. $-\frac{4}{27}.$ B. $\frac{8}{27}.$ C. $\frac{2}{9}.$ D. $-\frac{8}{27}.$

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 5x^3 - x^2 - 1$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ là

- A. 0. B. $15x^2 - 2x - 1.$ C. $15x^2 + 2x.$ D. $15x^2 - 2x.$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 3x + 1}$ là

A. $y' = 12x + 3.$

B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}.$

C. $y' = \frac{8x + 3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}.$

D. $y' = \frac{8x + 3}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}.$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và có đạo hàm tại $x_0 \in (a; b)$. Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ có dạng nào sau đây?

A. $y + f(x_0) = f'(x_0)(x + x_0).$

B. $y - f'(x_0) = f(x_0)(x - x_0).$

C. $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$

D. $y = f'(x_0)(x - x_0).$

Câu 12. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = e^{2x}$.

A. $e^{2x}.$

B. $2e^{2x}.$

C. $4e^{2x}.$

D. $2e^x.$

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x + 3$ có đồ thị (C) .

a) Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

b) $f'(x) = 4x^3 - 2x + 3.$

c) $f''(x) = 12x^2.$

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $A(1; 2)$ là $y = 2x + 2.$

Câu 2. Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây, s là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây và được tính bằng mét.

a) Sau 5 giây, vật chuyển động quãng đường là 83 m.

b) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ là 50 m/s.

c) Khi vận tốc của chuyển động bằng 151 m/s thì quãng đường vật chuyển động được là 352 m.

d) Tại thời điểm $t = 1$ giây, vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 7x - 11$. Trong đoạn $[0; 2025]$, bất phương trình $f'(x) \geq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên? KQ:

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{3x}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có dạng $y = ax + b$. Tính $3a + 6b$ KQ:

Câu 3. Một vật chuyển động với phương trình $S(t) = 4t^2 + t^3$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây, $S(t)$ là quãng đường chuyển động tính bằng mét. Tại thời điểm vận tốc của vật bằng 11 m/s thì gia tốc của vật bằng bao nhiêu (m/s²).

KQ:

Câu 4. Cân nặng trung bình của một em bé trong độ tuổi từ 0 đến 36 tháng có thể được tính gần đúng bởi hàm số $w(t) = 0,00076t^3 - 0,06t^2 + 1,8t + 8,2$, trong đó t là độ tuổi, được tính bằng tháng và w là cân nặng, được tính bằng pound. Tính tốc độ thay đổi cân nặng của em bé đó tại thời điểm 15 tháng tuổi (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x^2 \cdot 3^x$;

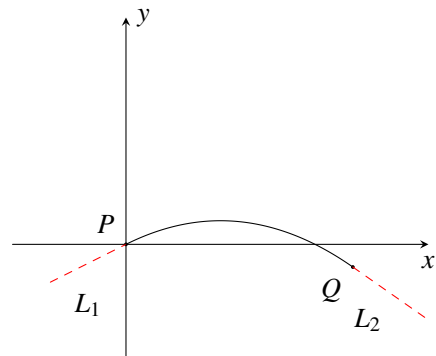
b) $y = \frac{\sqrt{x}}{\cos x}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sin^3 x$. Chứng minh rằng $y'' + 9y - 6\sin x = 0$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + (3 - m)x - 2$. Tìm các giá trị nguyên của tham số m để $f'(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 4. Một kỹ sư thiết kế một đường ray tàu lượn, mà mặt cắt của nó gồm một cung đường cong có dạng parabol, đoạn dốc lên L_1 và đoạn dốc xuống L_2 là những phần đường thẳng có hệ số góc lần lượt là 0,5 và $-0,75$. Để tàu lượn chạy êm và không bị đổi hướng đột ngột, L_1 và L_2 phải là những tiếp tuyến của cung parabol tại các điểm chuyển tiếp P và Q . Giả sử gốc tọa độ đặt tại P và phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$, trong đó x tính bằng mét.

- a) Tìm c .
- b) Tính $y'(0)$ và tìm b .
- c) Giả sử khoảng cách theo phương ngang giữa P và Q là 40m. Tìm a .
- d) Tìm chênh lệch độ cao giữa hai điểm chuyển tiếp P và Q .



—Hết—

. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 3, tương ứng là

- A. $y = 7x + 13$. B. $y = -7x + 30$. C. $y = 3x + 9$. D. $y = -x - 2$.

Câu 2. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \tan x$ là

- A. $y'' = 2 \tan x (1 - \tan^2 x)$. B. $y'' = 2 \tan x (1 + \tan^2 x)$.
C. $y'' = -2 \tan x (1 - \tan^2 x)$. D. $y'' = -2 \tan (1 + \tan^2 x)$.

Câu 3. Số gia Δy của hàm số $y = x^2 + 2x - 5$ tại điểm $x_0 = 1$ là

- A. $(\Delta x)^2 - 4\Delta x$. B. $(\Delta x)^2 + 4\Delta x$. C. $(\Delta x)^2 - 2\Delta x$. D. $(\Delta x)^2 + 2\Delta x - 5$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x} + x$ tại điểm $x_0 = 4$ là

- A. $y'(4) = \frac{9}{2}$. B. $y'(4) = 6$. C. $y'(4) = \frac{3}{2}$. D. $y'(4) = \frac{5}{4}$.

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$.

- A. $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$. B. $y' = \frac{2}{(x-1)^2}$. C. $y' = \frac{3}{(x-1)^2}$. D. $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$.

Câu 6. Tính đạo hàm cấp 2 của hàm số $y = 2x - \sin x$.

- A. $y'' = \sin x$. B. $y'' = 2 + \sin x$. C. $y'' = \cos x$. D. $y'' = 2 - \sin x$.

Câu 7. Với $x > 0$, hàm số $y = \ln x$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y' = -\frac{1}{x^2}$. C. $y' = -\frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{x}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 1$. Giá trị của $f'''(-1)$ bằng

- A. 6. B. 16. C. -16. D. -2.

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan 3x$.

- A. $y' = \frac{3}{\cos^2 3x}$. B. $y' = \frac{-3}{\cos^2 3x}$. C. $y' = \frac{-3}{\sin^2 3x}$. D. $y' = \frac{1}{\cos^2 3x}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1; \frac{1}{3}\right)$ là

- A. $y = 3x - 2$. B. $y = -3x + 2$. C. $y = x - \frac{2}{3}$. D. $y = -x + \frac{2}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A. Không tồn tại. B. $f'(0) = \frac{1}{16}$. C. $f'(0) = \frac{1}{4}$. D. $f'(0) = \frac{1}{32}$.

Câu 12. Phương trình chuyển động của một chất điểm được biểu thị bởi công thức $s(t) = 4 - 2t + 4t^2 + 2t^3$, trong đó $t > 0$ và t tính bằng giây (s), $s(t)$ tính bằng mét (m). Tìm gia tốc a của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (s).

- A. $a = 68 \text{ m/s}^2$. B. $a = 115 \text{ m/s}^2$. C. $a = 100 \text{ m/s}^2$. D. $a = 225 \text{ m/s}^2$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x - 3}$. Khi đó

- a) $y'(1) = \frac{3}{2}$.
 b) Tổng các nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng -6 .
 c) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; -\frac{3}{2}\right)$.
 d) $y'(1) < y'(2)$.

Câu 2. Cho đồ thị hàm số (C): $y = -2x^4 + x^2 + 3$. Biết rằng Δ là tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(1; 2)$.

- a) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là $\Delta: y = -6x + 8$.
 b) Hệ số góc của tiếp tuyến là -6 .
 c) Tiếp tuyến Δ cắt trục tung tại điểm $M(0; -8)$.
 d) Tiếp tuyến Δ cắt trục hoành tại điểm $N(1; 0)$.

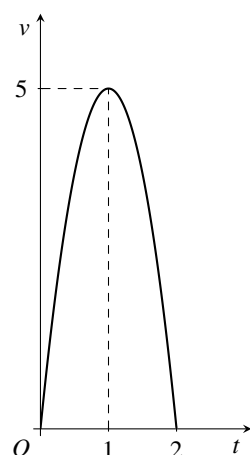
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $f(x) = \sqrt{x^3 + 1} - 3x^2 + 5ax - 2$. Tìm a để $f'(2) = -5$. KQ:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$. Biết rằng $y' = \frac{ax^2 + bx + 2}{(x^2 - x + 1)^2}$. Giá trị của $a^2 + b$ bằng KQ:

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{9}{x}$ có đồ thị là (C). Biết tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(3; 3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Tính diện tích tam giác đó. KQ:

Câu 4. Một vật chuyển động với vận tốc v (m/s) phụ thuộc thời gian t (s) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I(1; 5)$ như hình vẽ bên. Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 1,5$ (s) bằng bao nhiêu? KQ:



PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = (2x^3 + 3)^2$; b) $y = \cos 3x$; c) $y = \log_2(x^2 + 2)$.

Câu 2. Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ song song với đường thẳng $y = -3x - 2$. Tìm tung độ giao điểm của Δ với trục tung.

Câu 3. Dân số (tính theo nghìn người) của một thành phố được cho bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$, trong đó t (được tính bằng năm) là khoảng thời gian kể từ năm 2015. Tìm tốc độ tăng dân số trong năm 2025 của thành phố đó.

Câu 4. Biết hàm số $y = f(x) - f(3x)$ liên tục trên và có đạo hàm cấp hai với mọi $x \in \mathbb{R}$, biết $y''(3) = 5$, $y''(1) = 10$. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $g(x) = f(x) - f(9x)$ tại $x = 1$.

—Hết—

. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = x \sin x$ bằng

- A. $y' = \sin x + x \cos x.$ B. $y' = \sin x - x \cos x.$
 C. $y' = x \cos x.$ D. $y' = -x \cos x.$

Câu 2. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

- A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}.$ B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}.$ C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}.$ D. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}.$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $f''(x)$ bằng

- A. $f''(x) = 2 \cos x.$ B. $f''(x) = 2 \sin 2x.$ C. $f''(x) = \cos 2x.$ D. $f''(x) = 2 \cos 2x.$

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 7)^7$ là

- A. $y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^6.$ B. $y' = 7(-x^2+3x+7)^6.$
 C. $y' = (-2x+3)(-x^2+3x+7)^6.$ D. $y' = 7(-2x+3)(-x^2+3x+7)^7.$

Câu 5. Hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ có đạo hàm bằng

- A. $y' = 2 \sin 2x.$ B. $y' = -2 \sin 2x.$
 C. $y' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right).$ D. $y' = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right).$

Câu 6. Cho hàm số $y = x^2 - x + 2$. Tính $y'(1)$.

- A. $y'(1) = -1.$ B. $y'(1) = 1.$ C. $y'(1) = 2.$ D. $y'(1) = 0.$

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 - x^2)$ là

- A. $\frac{2x}{x^2-1}.$ B. $\frac{-2x}{x^2-1}.$ C. $\frac{1}{1-x^2}.$ D. $\frac{1}{x^2-1}.$

Câu 8. Hàm số $y = 2^{2x}$ có đạo hàm là

- A. $y' = 2^{2x} \ln 2.$ B. $y' = 2^{2x+1} \ln 2.$ C. $y' = 2^{2x-1}.$ D. $y' = 2x \cdot 2^{2x-1}.$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

- A. $y + 16 = -9(x + 3).$ B. $y = -9(x + 3).$
 C. $y - 16 = -9(x - 3).$ D. $y - 16 = -9(x + 3).$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Công thức tính đạo hàm của hàm số tại điểm x_0 là

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$ B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}.$
 C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}.$ D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}.$

Câu 11. Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{5}{(x+1)^2}$. B. $y' = \frac{-5}{(x+1)^2}$. C. $y' = \frac{5}{x+1}$. D. $y' = \frac{-5}{x+1}$.

Câu 12. Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{-2}{3\sqrt[3]{x^2}}$. B. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$. C. $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}}$. D. $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$ có đồ thị là (C). Khi đó

- a) $y'(0) = 7$.
 b) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; \frac{7}{3}\right)$.
 c) $y'(1) < y'(2)$.
 d) Điểm M thuộc (C) có hoành độ $x_0 = 0$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng $y = 7x + 2024$.

Câu 2. Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ m, với t là thời gian tính bằng giây. Khi đó

- a) $s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$.
 b) $s''(t) = 16\pi^2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$.
 c) Vận tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5$ s là $s'(5) = 6,505$ m/s.
 d) Gia tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5$ s là $s''(5) \approx 152,533$ m/s².

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin 3x}{3} + \cos x - \sqrt{3}\left(\sin x + \frac{\cos 3x}{3}\right)$. Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ của phương trình $f'(x) = 0$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)? KQ:

Câu 2. Có bao nhiêu phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 2$, biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $\Delta: x + 6y + 6 = 0$? KQ:

Câu 3. Dân số P (tính theo nghìn người) của một thành phố nhỏ được cho bởi công thức $P(t) = \frac{500t}{t^2 + 9}$, trong đó t là thời gian được tính bằng năm. Tìm tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 12$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười). KQ:

Câu 4. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$ có đồ thị là (C). Tìm hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến tại một điểm M trên đồ thị (C). KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = (1 - x)(1 - 2x)(1 - 3x);$

b) $y = (x + \sqrt{x})(x^2 + x + 1);$

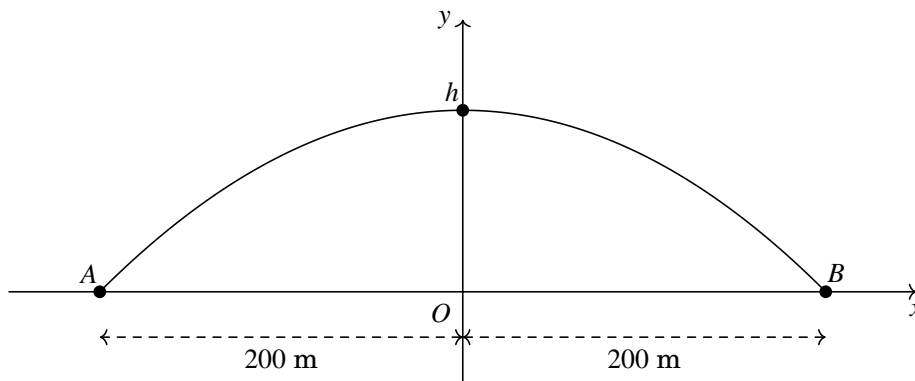
c) $y = x^2(x + 4)^3;$

d) $y = \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x^2}\right);$

e) $y = (x^3 + 3x)(2 - x).$

Câu 2. Cho hàm số $P(x) = ax^2 + bx + 3$, (a, b là các hằng số). Tìm a, b biết $P'(1) = 0$, $P''(1) = -2$.

Câu 3. Người ta xây một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400 m (hình bên dưới). Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang như hình dưới đây). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



—Hết—

. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^3$ bằng

- A. $y' = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$. B. $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.
 C. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$. D. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Khi đó $y''(x)$ bằng

- A. $y'' = \frac{1}{2} \cos 2x$. B. $P = 2 \sin 2x$. C. $y'' = 2 \cos 2x$. D. $y'' = 2 \cos x$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 3. D. 2.

Câu 4. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

- A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$. B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$. C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$. D. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$.

Câu 5. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có hệ số góc bằng

- A. 5. B. $-\frac{1}{5}$. C. -5. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 6. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = x^4 - 8x^2 + 9$ tại điểm M có hoành độ bằng -1.

- A. $y = 12x + 14$. B. $y = 12x - 14$. C. $y = 12x + 10$. D. $y = -20x - 22$.

Câu 7. Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-3) \cdot 2^{x^2-3x} \ln 2$. B. $2^{x^2-3x} \ln 2$.
 C. $(2x-3) \cdot 2^{x^2-3x}$. D. $(x^2-3x) \cdot 2^{x^2-3x+1}$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ là

- A. $y' = -4x^3 + 8x$. B. $y' = 4x^2 - 8x$. C. $y' = 4x^3 - 8x$. D. $y' = -4x^2 + 8x$.

Câu 9. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A. $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$. B. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.
 C. $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}$. D. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x^2+1}-1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A. 2. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. Không tồn tại.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

- A. $-\frac{8}{27}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{8}{27}$. D. $-\frac{4}{27}$.

Câu 12. Một chất điểm chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là:

- A. 12 m/s^2 . B. 17 m/s^2 . C. 24 m/s^2 . D. 14 m/s^2 .

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-x^2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$. b) $y'' = \frac{-1}{(\sqrt{2x-x^2})^3}$.
 c) $y^3 \cdot y'' = 1$. d) $y' + (x^3 - 2x^2) \cdot y'' = -\frac{1}{y}$.

Câu 2. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 3t$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét.

- a) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 3$ bằng 3 m/s .
 b) Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 2$ bằng $1,5 \text{ m/s}^2$.
 c) Vận tốc của vật tăng dần trong khoảng thời gian từ giây thứ 3 đến giây thứ 5.
 d) Trong thời gian từ giây thứ 1 đến giây thứ 4, vật có vận tốc nhỏ nhất bằng 1 m/s .

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -\log_2 x$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ có dạng $y = ax + b$. Tính $a + b$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ:

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2 \cdot g(x) + 36x = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Tính $A = 3f(2) + 4f'(2)$.

KQ:

Câu 3. Nhiệt độ cơ thể của một người trong thời gian bị bệnh được cho bởi công thức $T(t) = -0,1t^2 + 1,2t + 98,6$, trong đó T là nhiệt độ (tính theo đơn vị đo Fahrenheit) tại thời điểm t (tính theo ngày). Tìm tốc độ thay đổi nhiệt độ ở thời điểm $t = 2$.

KQ:

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2; 1)$. Diện tích tam giác được tạo bởi Δ và các trục tọa độ bằng bao nhiêu?

KQ:

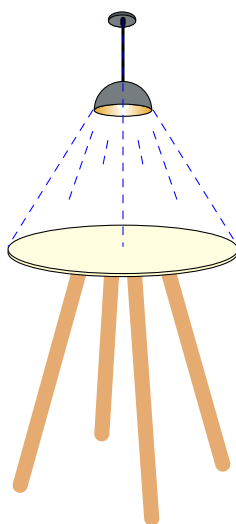
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = x(x-1)(x-2)\dots(x-2021)$ tại điểm $x = 0$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $A(m; 1)$. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tính tổng bình phương các phần tử của tập S .

Câu 4. Nhà Nam có một chiếc bàn hình tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$ m. Nam muốn treo một bóng đèn ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng của bóng đèn được biểu thị bởi công thức $C(\ell) = k \cdot \frac{\sin \alpha}{\ell^2}$. Trong đó, α là góc tạo bởi tia sáng (chiếu từ bóng đèn tới mép bàn) và mặt bàn; k là hằng số tỉ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng ($k > 0$); ℓ là khoảng cách từ bóng đèn tới mép bàn. Tính khoảng cách Nam cần treo bóng đèn tính từ mặt bàn.



—Hết—

. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \tan x$ là

- A. $y'' = 2 \tan x (1 - \tan^2 x)$. B. $y'' = 2 \tan x (1 + \tan^2 x)$.
 C. $y'' = -2 \tan x (1 - \tan^2 x)$. D. $y'' = -2 \tan (1 + \tan^2 x)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $f''(x)$ bằng

- A. $f''(x) = 2 \cos x$. B. $f''(x) = 2 \sin 2x$. C. $f''(x) = \cos 2x$. D. $f''(x) = 2 \cos 2x$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{1}{1-x}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $y'' + y^3 = 0$. B. $y'' - y^3 = 0$. C. $y'' + 2y^3 = 0$. D. $y'' - 2y^3 = 0$.

Câu 4. Hàm số $y = -\frac{1}{\sin^2 x}$ là đạo hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \cot x$. C. $y = -\cot x$. D. $y = \frac{1}{\sin x}$.

Câu 5. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

- A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$. B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$. C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$. D. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$.

Câu 6. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là?

- A. $y = x + 2$. B. $y = -x - 2$. C. $y = -x + 2$. D. $y = -x$.

Câu 7. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = -3 \cos x$ tại điểm $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

- A. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$. B. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$. C. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. D. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, tính $f'(2)$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 9. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = x^3$ tại điểm $M(-2; -8)$ là?

- A. 12. B. -12. C. -192. D. 192.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = (3x - 7)^5$. Tính $f''(2)$.

- A. $f''(2) = 0$. B. $f''(2) = 20$. C. $f''(2) = -180$. D. $f''(2) = 30$.

Câu 11. Đạo hàm cấp 1 của hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. B. $\frac{-4x+4}{(x^2-2x+5)^2}$. C. $\frac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$. D. $\frac{2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = u \cdot v$ trong đó u, v là các hàm số có đạo hàm cấp hai. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $y'' = u'' \cdot v' + u' \cdot v''$.

B. $y'' = (u' \cdot v)'$.

C. $y'' = u'' \cdot v + u \cdot v''$.

D. $y'' = u'' \cdot v + 2u' \cdot v' + u \cdot v''$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + 2024$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -4x + \frac{4043}{2}$.

a) Đạo hàm của $f(x)$ là $f'(x) = 2x^3 - 6x$.

b) Hệ số góc của đường thẳng d là 4.

c) Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với d , khi đó hệ số góc của Δ là -4 .

d) Có hai tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với d .

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{2^x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $y'(1) = 1$.

b) $y'(2) = -\frac{1}{2}$.

c) $y' \cdot 4^x = \frac{2^x}{x} - (\ln x) \cdot 2^x \cdot \ln 2$.

d) $y'(1) + y(1) = \frac{1}{2}$.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}$ tại điểm $x = \frac{\pi}{6}$ (làm tròn đến phần trăm). KQ:

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ có đồ thị (C) . Gọi S là tập các giá trị của m sao cho đồ thị (C) có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox . Tổng các phần tử của S là KQ:

Câu 3. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Quãng đường vật đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vật đạt vận tốc nhỏ nhất bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? KQ:

Câu 4. Dân số của một thị trấn ven biển (tính bằng nghìn người) được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = \frac{300t^2}{t^2 + 4}$, trong đó t là số năm kể từ năm 2020. Tìm tốc độ tăng dân số năm 2028. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười). KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = \tan(e^x + 1);$

b) $y = \sqrt{\sin 3x};$

c) $y = \cot(1 - 2^x).$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ có đồ thị (C) và điểm $M(-1; 6) \in (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm M .

Câu 3. Hàm số $S(r) = \frac{1}{r^4}$ có thể được sử dụng để xác định sức cản S của dòng máu có bán kính r (tính theo milimét) (theo Bách khoa toàn thư Y học "Harrison's internal medicine 21st edition"). Tìm tốc độ thay đổi của S theo r khi $r = 0,8$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}}$. Tính tổng

$$T = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2023).$$

—Hết—

. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

- A. $y = -x - 7$. B. $y = 7x - 14$. C. $y = 7x - 7$. D. $y = -x + 9$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$ bằng

- A. $y' = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x - 2)^2}$. B. $y' = \frac{x^2 - 6x + 5}{(x - 2)^2}$. C. $y' = \frac{x^2 - 6x + 4}{(x - 2)^2}$. D. $y' = \frac{x^2 - 6x - 1}{(x - 2)^2}$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2 - 3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-3x}{\sqrt{2 - 3x^2}}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{2 - 3x^2}}$. C. $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2 - 3x^2}}$. D. $\frac{3x}{\sqrt{2 - 3x^2}}$.

Câu 4. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \sin x + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{3}$ là

- A. $k = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $k = -\frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x \cos x$. Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

- A. $y'' + y = \sin x + 2x \cos x$. B. $y'' + y = 2 \sin x$.
C. $y'' + y = -\sin x + x \cos x$. D. $y'' + y = -2 \sin x$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x+1} & \text{khi } x > 0 \\ x+1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào là đúng về đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại $x = 0$?

- A. $f'(0) = -1$. B. $f'(0) = 0$. C. $f'(0) = 1$. D. Không tồn tại.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

- A. $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$. B. $y'' = 5x^4 - 12x^3$.
C. $y'' = 20x^2 - 36x^3$. D. $y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Câu 8. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{2x}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$.
C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$. D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$.

Câu 10. Hàm số $y = x^2 + x + 1$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là

- A. $y' = 3x$. B. $y' = 2 + x$. C. $y' = x^2 + x$. D. $y' = 2x + 1$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ trên \mathbb{R} là

- A. $y' = -2 \sin 4x$. B. $y' = 2 \sin 4x$. C. $y' = -2 \cos 4x$. D. $y' = 2 \cos 4x$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

- A. $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$. B. $y'' = 5x^4 - 12x^3$.
C. $y'' = 20x^2 - 36x^3$. D. $y'' = 20x^3 - 36x^2$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

b) Đạo hàm $f'(x) = \frac{-5x + 7}{\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}}$.

c) Đạo hàm của hàm số tại $x_0 = 1$ là $f'(1) = 2$.

d) Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

Câu 2. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 20 m/s thì độ cao của nó so với mặt đất (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi công thức $h = -2t^2 + 20t + 22$.

a) Độ cao ban đầu của vật là 22 mét.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm t là $v(t) = -2t + 20$.

c) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ s là $v(3) = 8$ m/s.

d) Tại thời điểm vật chạm đất thì vận tốc của vật là 15 m/s.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3$ (kết quả khảo sát trong 12 tháng liên tục). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ mấy? KQ:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{2x + 3}$ có đạo hàm $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(2x + 3)^2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$ bằng KQ:

Câu 3. Nhiệt độ T (đơn vị: °C) của một tấm kim loại được làm nguội phụ thuộc vào thời gian t (phút) theo phương trình $T(t) = 100e^{-0.1t} + 20$. Tính tốc độ thay đổi nhiệt độ của tấm kim loại tại thời điểm $t = 5$ phút. Kết quả làm tròn tới hàng phần chục. KQ:

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^2 e^{-2x}$. Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là bao nhiêu? KQ:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^5$;

b) $y = \frac{2x}{x^2+1}$;

c) $y = e^x \cdot \sin^2 x$;

d) $y = \log(x + \sqrt{x})$

Câu 2. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau

a) $y = x^3 - 4x^2 + 2x - 3$;

b) $y = x^2 e^x$.

Câu 3. Hàm số $R(v) = \frac{600}{v}$ có thể dùng để xác định nhịp tim R của một người mà tim của người đó có thể lấy đi được 6000 ml máu trên mỗi phút và v ml máu trên mỗi nhịp đập (theo Bách khoa toàn thư Y học "Harrison's internal medicine 21st edition"). Tìm tốc độ thay đổi của nhịp tim khi lượng máu tim đẩy đi ở một nhịp là $v = 80$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. Tính

$$S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017).$$

—Hết—

ĐÁP ÁN CÁC ĐỀ CHƯƠNG HÀM SỐ MŨ VÀ LÔGARIT

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A 2. A 3. D 4. C 5. D 6. D 7. C 8. A 9. C
10. B 11. A 12. A

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b S c S d Đ Câu 2. a Đ b S c Đ d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. Câu 2.
Câu 3. Câu 4.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B 2. C 3. C 4. A 5. B 6. B 7. D 8. A 9. D
10. A 11. B 12. D

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b Đ c S d S Câu 2. a S b Đ c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. Câu 2.
Câu 3. Câu 4.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B 2. B 3. A 4. D 5. A 6. A 7. B 8. D 9. C
10. C 11. C 12. B

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ Câu 2. a Đ b S c Đ d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 3	Câu 2. 2	Câu 3. 1 0	Câu 4. 8
-------------	-------------	---------------	-------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A 2. C 3. B 4. A 5. A 6. C 7. A 8. C 9. B
10. C 11. B 12. C

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b S c Đ d Đ Câu 2. a S b Đ c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. - 8 , 5	Câu 2. 5	Câu 3. 6	Câu 4. 8 , 2 5
-------------------	-------------	-------------	-------------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D 2. D 3. B 4. B 5. C 6. A 7. D 9. B 10. D
11. D 12. B

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b Đ c Đ d S Câu 2. a Đ b S c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 4 3	Câu 2. 9	Câu 3. 3	Câu 4. 1 0 0
---------------	-------------	-------------	-----------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 6

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C 2. C 3. D 4. A 5. D 6. B 7. B 8. A 9. B
10. C 11. D 12. D

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b Đ c S d Đ Câu 2. a Đ b S c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
1 0	1	1 7

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 7

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. A	3. A	4. C	5. A	6. A	7. A	8. C	9. B
10. C	11. B	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	<input checked="" type="radio"/> a Đ <input checked="" type="radio"/> b Đ <input checked="" type="radio"/> c S <input checked="" type="radio"/> d S	Câu 2.	<input checked="" type="radio"/> a S <input checked="" type="radio"/> b S <input checked="" type="radio"/> c Đ <input checked="" type="radio"/> d S
--------	---	--------	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
3 , 5	5 , 5 1	3	3 0

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 8

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. A	3. A	4. A	5. A	6. A	7. B	8. D	9. B
10. A	12. C							

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	<input checked="" type="radio"/> a Đ <input checked="" type="radio"/> b Đ <input checked="" type="radio"/> c S <input checked="" type="radio"/> d S	Câu 2.	<input checked="" type="radio"/> a S <input checked="" type="radio"/> b Đ <input checked="" type="radio"/> c S <input checked="" type="radio"/> d Đ
--------	---	--------	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
6 7 5	1	1 5	2 0 2 1

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 9

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. D	3. B	4. D	5. C	6. B	7. B	8. A	9. D
10. C	11. D	12. D						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1.	<input checked="" type="radio"/> a S <input checked="" type="radio"/> b Đ <input checked="" type="radio"/> c S <input checked="" type="radio"/> d S	Câu 2.	<input checked="" type="radio"/> a S <input checked="" type="radio"/> b Đ <input checked="" type="radio"/> c Đ <input checked="" type="radio"/> d Đ
--------	---	--------	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 1	Câu 2. - 0 , 7	Câu 3. 3	Câu 4. 6 , 2
-------------	-------------------	-------------	-----------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 10

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. B	3. A	4. D	5. D	6. D	7. A	8. D	9. D
10. A	11. B	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b Đ c Đ d Đ	Câu 2. a S b Đ c Đ d S
---------------------------	---------------------------

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 2 0 2 3	Câu 2. 3 7	Câu 3. 5 7 5 0	Câu 4. 3
-------------------	---------------	-------------------	-------------

ĐÁP ÁN CÁC ĐỀ CHƯƠNG QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D 2. A 3. A 4. B 5. D 6. C 7. B 8. C 9. D
10. D 11. B 12. C

ĐÁP ÁN PHẦN II

- Câu 1. a Đ b Đ c Đ d S
Câu 2. a Đ b Đ c S d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

- Câu 1. ,
Câu 2.
Câu 3. ,
Câu 4.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C 2. C 3. B 4. B 5. C 6. B 7. A 8. B 9. D
10. C 11. C 12. B

ĐÁP ÁN PHẦN II

- Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ
Câu 2. a Đ b Đ c S d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

- Câu 1. ,
Câu 2.
Câu 3. ,
Câu 4.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A 2. B 3. C 4. B 5. C 6. D 7. B 8. A 9. C
10. D 11. A 12. B

ĐÁP ÁN PHẦN II

- Câu 1. a S b S c S d S
Câu 2. a S b Đ c Đ d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 0 , 6 7	Câu 2. 0 , 4 9	Câu 3. 6 , 9 3	Câu 4. 1 1 3
-------------------	-------------------	-------------------	-----------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D	2. B	3. B	4. D	5. C	6. D	7. A	8. B	9. C
10. C	11. A	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b S c Đ d S	Câu 2. a Đ b S c Đ d S
---	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 1 3 5	Câu 2. 2 , 3 2	Câu 3. 1 2 5	Câu 4. 8 3 7 8
-----------------	-------------------	-----------------	-------------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. B	3. D	4. D	5. C	6. D	7. B	8. D	9. D
10. A	11. A	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ	Câu 2. a S b Đ c S d S
---	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 1 , 8	Câu 2. 0 , 6 5	Câu 3. 3 9 , 2	Câu 4. 4 3 2
-----------------	-------------------	-------------------	-----------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 6

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. B	3. B	4. D	5. A	6. C	7. D	8. A	9. C
10. C	11. B	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b Đ c Đ d S

Câu 2. a Đ b Đ c S d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.
9 4 , 5

Câu 2.
7 9

Câu 3.
8 9

Câu 4.
5 3 2 1

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 7

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C 2. A 3. D 4. D 5. D 6. D 7. D 8. D 9. A
10. B 11. D 12. B

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b Đ c Đ d Đ

Câu 2. a Đ b Đ c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.
0 , 2 5

Câu 2.
2 2 6 4

Câu 3.
3 2 7 8

Câu 4.
1 , 1 5

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 8

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C 2. A 3. D 4. A 5. A 6. D 7. B 8. A 9. D
10. B 11. B 12. C

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b S c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.
0 , 7 1

Câu 2.
5

Câu 3.
9 0

Câu 4.
1 4 5 5

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 9

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C 2. A 3. A 4. D 5. C 6. B 7. D 8. C 9. A
10. D 11. A 12. B

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b Đ c Đ d Đ

Câu 2. a S b S c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.

Câu 2.

Câu 3.

Câu 4.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 10

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B 2. A 3. B 4. A 5. C 7. B 8. D 9. C 10. A
11. B 12. D

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ

Câu 2. a Đ b S c Đ d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1.

Câu 2.

Câu 3.

Câu 4.

ĐÁP ÁN CÁC ĐỀ CHƯƠNG CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C 2. D 3. A 4. C 5. A 6. C 7. B 8. D 9. C
10. C 11. B 12. D

ĐÁP ÁN PHẦN II

- Câu 1. a Đ b S c S d Đ Câu 2. a Đ b Đ c S d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

- Câu 1. , Câu 2. , Câu 3. , Câu 4. ,

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. D 2. D 3. D 4. B 5. C 6. A 7. A 8. D 9. D
10. C 11. C 12. D

ĐÁP ÁN PHẦN II

- Câu 1. a S b Đ c Đ d Đ Câu 2. a Đ b S c S d Đ

ĐÁP ÁN PHẦN III

- Câu 1. , Câu 2. , Câu 3. , Câu 4. ,

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A 2. C 3. B 4. C 5. B 6. A 7. C 8. D 9. A
10. A 11. A 12. D

ĐÁP ÁN PHẦN II

- Câu 1. a S b S c S d Đ Câu 2. a S b Đ c S d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 0 , 8 1	Câu 2. 1	Câu 3. 0 , 2 5	Câu 4. 0 , 1
-------------------	-------------	-------------------	-----------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. B	3. C	4. D	5. C	6. A	7. D	8. A	9. D
10. D	11. A	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ	Câu 2. a S b Đ c S d S
---	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 4 3 , 7	Câu 2. 0 , 7 2	Câu 3. 0 , 0 6
-------------------	-------------------	-------------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 5

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. D	3. C	4. A	5. B	6. C	7. A	8. A	9. D
10. A	11. C	12. B						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b S c S d Đ	Câu 2. a Đ b Đ c S d S
---	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 0 , 0 2	Câu 2. 0 , 8 6	Câu 3. 0 , 2 1	Câu 4. 6 3 5
-------------------	-------------------	-------------------	-----------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 6

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. C	2. B	3. A	4. A	5. C	6. D	7. A	8. D	9. B
10. B	11. C							

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b S c Đ d Đ	Câu 2. a S b Đ c Đ d Đ
---	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 0 , 1 7	Câu 2. 0 , 6 3	Câu 3. 0 , 8 8	Câu 4. 0 , 2 1
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

ĐÁP ÁN CÁC ĐỀ CHƯƠNG ĐẠO HÀM

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 1

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. D	3. D	4. A	5. A	6. A	7. A	8. D	9. D
10. C	11. C	12. C						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a Đ b S c Đ d S	Câu 2. a Đ b S c S d Đ
---	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 7	Câu 2. - 3	Câu 3. 1 4	Câu 4. 0 , 5 1
-------------	---------------	---------------	-------------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 2

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. B	2. B	3. B	4. D	5. D	6. A	7. D	8. B	9. A
10. C	11. B	12. A						

ĐÁP ÁN PHẦN II

Câu 1. a S b S c Đ d S	Câu 2. a Đ b Đ c S d S
---	---

ĐÁP ÁN PHẦN III

Câu 1. 1	Câu 2. 4	Câu 3. 1 8	Câu 4. - 5
-------------	-------------	---------------	---------------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 3

ĐÁP ÁN PHẦN I

1. A	2. D	3. D	4. A	5. B	6. B	7. A	8. B	9. D
10. A	11. A	12. D						

1. C 2. A 3. A 4. D 5. D 6. D 7. D 8. A 9. A
10. D 11. B 12. D

ĐÁP ÁN PHẦN II

- Câu 1. a Đ b Đ c S d Đ Câu 2. a Đ b S c Đ d S

ĐÁP ÁN PHẦN III

- Câu 1. Câu 2. Câu 3. Câu 4.
7 2 3 6 - 6 , 1 1

Phần I

Hàm số mũ và hàm số lôgarit

$N(x_1; 3) \in y = b^x \Rightarrow x_2 = \log_b 3.$

Khi đó

$$HM = \frac{3}{5}HN \Leftrightarrow \log_a 3 = \frac{3}{5} \log_b 3 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 a} = \frac{3}{5 \log_3 b} \Leftrightarrow \log_3 a = \frac{5}{3} \log_3 b \Leftrightarrow a = b^{\frac{5}{3}} \Leftrightarrow a^3 = b^5.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Nghiệm của phương trình $2^{2x+3} = 2^{x+7}$ là:

- A.** $x = \frac{10}{3}$. **B.** $x = \frac{4}{3}$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 10$.

Lời giải

$$\begin{aligned} 2^{2x+3} &= 2^{x+7} \\ \Leftrightarrow 2x+3 &= x+7 \\ \Leftrightarrow x &= 4. \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 5. Cho a là một số thực dương và biểu thức $T = \log_4(4a)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $T = 4 \log_4 a$. **B.** $T = \log_4 a$. **C.** $T = 1 - \log_4 a$. **D.** $T = 1 + \log_4 a$.

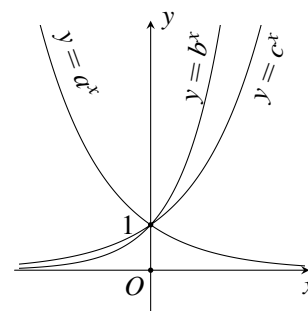
Lời giải

Ta có $T = \log_4(4a) = \log_4 4 + \log_4 a = 1 + \log_4 a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

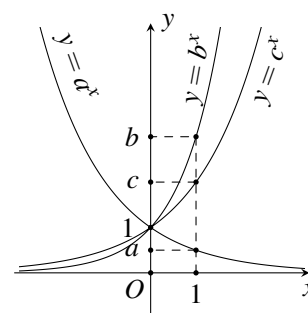
- A.** $b < c < a$. **B.** $c < a < b$. **C.** $a < b < c$. **D.** $a < c < b$.



Lời giải

Đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = a, y = b, y = c$ như hình vẽ bên.

Từ đồ thị kết luận $a < c < b$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$. C. $(a^m)^n = (a^n)^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Lời giải

Tính chất lũy thừa, ta có $(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A. \mathbb{R} . B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là \mathbb{R} .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x - 5) = 4$.

- A. $x = 11$. B. $x = 13$. C. $x = 21$. D. $x = 3$.

Lời giải

Điều kiện: $x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Phương trình đã cho tương đương với $\log_2(x - 5) = 4 \Leftrightarrow x - 5 = 2^4 \Leftrightarrow x - 5 = 16 \Leftrightarrow x = 21$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Biết rằng $10^\alpha = 2; 10^\beta = 5$. Tính $10^{\alpha+\beta} + 10^{\alpha-\beta}$.

- A. 10. B. $\frac{52}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{5}{52}$.

Lời giải

Ta có $10^{\alpha+\beta} = 10^\alpha \cdot 10^\beta = 2 \cdot 5 = 10$.

Mà $10^{\alpha-\beta} = \frac{10^\alpha}{10^\beta} = \frac{2}{5}$.

Vậy $10^{\alpha+\beta} + 10^{\alpha-\beta} = \frac{52}{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 11. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \ln(15 - x^2)$?

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 8.

Lời giải

Điều kiện $15 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{15} < x < \sqrt{15}$.

Do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 12. Cho a, b, c là các số thực dương, trong đó $a, b > 1$ và thỏa mãn $\log_a c = 3, \log_b c = 4$. Giá trị biểu thức $P = \log_{ab} c$ là

- A. $P = \frac{12}{7}$. B. $P = \frac{7}{12}$. C. $P = \frac{1}{12}$. D. $P = 12$.

Lời giải

Từ giả thiết ta suy ra $c \neq 1$ và $\log_c a = \frac{1}{\log_a c} = \frac{1}{3}$; $\log_c b = \frac{1}{\log_b c} = \frac{1}{4}$.

Khi đó, ta có

$$P = \log_{ab} c = \frac{1}{\log_c(ab)} = \frac{1}{\log_c a + \log_c b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}.$$

Chọn đáp án **A** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho các biểu thức sau: $P = \frac{\log_a(a^3 b^2) - \log_b\left(\frac{b^3}{a^2}\right)}{\log_a^2 b + 1}$ và $Q = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$

với a, b là các số dương và a khác 1.

- a) $Q = 6 \log_a b$. b) $P = 6 \log_b a$. c) $Q = 3P$. d) $Q \cdot P = 12$.

Lời giải

Ta có $Q = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b$.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{\log_a a^3 + \log_a b^2 - (\log_b b^3 - \log_b a^2)}{\log_a^2 b + 1} \\ &= \frac{3 + 2 \log_a b - 3 + 2 \log_b a}{\log_a^2 b + 1} \\ &= \frac{2 \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right)}{\log_a^2 b + 1} \\ &= \frac{2 \left(\frac{\log_a^2 b + 1}{\log_a b} \right)}{\log_a^2 b + 1} \\ &= \frac{2}{\log_a b} \\ &= 2 \log_b a. \end{aligned}$$

a) **D** Vậy $Q = 6 \log_a b$.

b) **S** Vậy $P = 2 \log_b a$.

c) **S** Vậy $Q \neq 3P$.

d) **D** Vậy $Q \cdot P = 12$.

Chọn đáp án **a đúng | b sai | c sai | d đúng** □

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x) = 5^x$ và $g(x) = \left(\frac{1}{25}\right)^{x^2}$.

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .
- b) Hàm số $y = g(x)$ có tập xác định $(0; +\infty)$.
- c) Tập nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ là $\left\{-\frac{1}{2}; 0\right\}$.
- d) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < g(x)$ không chứa số nguyên.

Lời giải

a) **Đ** Đúng.

Vì $5 > 1$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

b) **S** Sai.

Tập xác định của $g(x)$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

c) **Đ** Đúng.

Ta có $5^x = \left(\frac{1}{25}\right)^{x^2} \Leftrightarrow x = -2x^2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}; x = 0$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ là $S = \left\{-\frac{1}{2}; 0\right\}$.

d) **Đ** Đúng.

Ta có $5^x < \left(\frac{1}{25}\right)^{x^2} \Leftrightarrow x < -2x^2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Áp suất không khí P theo công thức $P = P_0 \cdot e^{kx}$ (mmHg), trong đó x là độ cao, $P_0 = 760$ (mmHg) là áp suất không khí ở mức nước biển ($x = 0$), k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là 672,71 (mmHg). Tính áp suất của không khí ở độ cao 4000 m. **Đáp án:**

4	6	6	
---	---	---	--

Lời giải

Ở độ cao 1000 m áp suất không khí là 672,71 (mmHg).

Nên ta có $672,71 = 760e^{1000k} \Leftrightarrow e^{1000k} = \frac{672,71}{760} \Leftrightarrow k = \frac{1}{1000} \ln \frac{672,71}{760}$.

Áp suất ở độ cao 4000 m là $P = 760e^{4000k} = 760e^{4000 \cdot \frac{1}{1000} \ln \frac{672,71}{760}} \approx 466,52$ (mmHg).

Đáp án:

466

Câu 2. Biết $4^x + 4^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$. **Đáp án:**

5			
---	--	--	--

Lời giải

Đặt $P = 2^x + 2^{-x} \Rightarrow P > 0$.

Ta có $P^2 = (2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 4^{-x} + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 23 + 2 = 25$.

Vậy $P = 5$.

Đáp án: **5** □

Câu 3. Biết $\sqrt[5]{5 \cdot \sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[3]{5}} = 5^{\frac{m}{n}}$ với $m, n \in \mathbb{Z}$ và nguyên tố cùng nhau. Tính $m + n$.

Đáp án: **7 9** □ □

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{5 \cdot \sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[3]{5}} &= 5^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\sqrt[4]{25 \cdot 5^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{1}{5}} = 5^{\frac{1}{5}} \cdot \left[\left(5^2 \cdot 5^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^{\frac{1}{5}} \\ &= 5^{\frac{1}{5}} \cdot \left(5^{\frac{7}{12}} \right)^{\frac{1}{5}} = 5^{\frac{1}{5}} \cdot 5^{\frac{7}{60}} = 5^{\frac{1}{5} + \frac{7}{60}} = 5^{\frac{19}{60}}. \end{aligned}$$

Suy ra $m = 19, n = 60$.

Vậy $m + n = 79$.

Đáp án: **79** □

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x) [\log_3(x + 25) - 3] \leq 0$?

Đáp án: **2 6** □ □

Lời giải

Điều kiện $x > -25$.

Đặt $f(x) = (2^{x^2} - 4^x) [\log_3(x + 25) - 3]$.

- $2^{x^2} - 4^x = 0 \Leftrightarrow 2^{x^2} = 2^{2x} \Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$
- $\log_3(x + 25) - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_3(x + 25) = 3 \Leftrightarrow x + 25 = 3^3 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng xét dấu

x	-25	0	2	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0

Từ bảng xét dấu, $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -25 < x \leq 0 \\ x = 2. \end{cases}$

Vậy có 26 số nguyên x thỏa yêu cầu.

Đáp án: **26** □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $7^{-x^2+x} = \frac{1}{49}$.

b) $\log_2(x-4) + \log_2(x-3) = 1.$

Lời giải

a) $7^{-x^2+x} = \frac{1}{49} \Leftrightarrow -x^2+x = -2 \Leftrightarrow -x^2+x+2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$

Vậy nghiệm của phương trình trên là $x = -1; x = 2.$

b) $\log_2(x-4) + \log_2(x-3) = 1 \quad (1)$

Điều kiện $\begin{cases} x-4 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4.$

Phương trình (1) trở thành

$\log_2(x-4)(x-3) = 1 \Leftrightarrow (x-4)(x-3) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 & (\text{loại}) \\ x = 5 & (\text{nhận}). \end{cases}$

Vậy nghiệm của phương trình trên là $x = 5.$

Câu 2. Giả sử $\log_{27} 5 = a, \log_8 7 = b, \log_2 3 = c.$ Biểu diễn $\log_{12} 35$ theo a và $b.$

Lời giải

Ta có

$\log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_3 5 = a \Leftrightarrow \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = 3a \Leftrightarrow \log_2 5 = 3ac.$

Ta cũng có

$\log_8 7 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_2 7 = b \Leftrightarrow \log_2 7 = 3b.$

Khi đó

$\log_{12} 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 12} = \frac{\log_2 5 + \log_2 7}{\log_2 3 + 2} = \frac{3ac + 3b}{c + 2}.$

Câu 3. Giả sử số tiền gốc là $A,$ lãi suất là $r\%/$ kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm) thì tổng số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1+r)^n.$ Bà Hạnh gửi 100 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là $8\%/$ năm. Tính số tiền lãi thu được sau 10 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép, sau 10 năm số tiền cả gốc và lãi bà Hạnh thu về là $A(1+r)^n = 100(1+0,08)^{10} \approx 215,892$ triệu đồng.

Suy ra số tiền lãi bà Hạnh thu về sau 10 năm là $215,892 - 100 = 115,892$ triệu đồng.

Câu 4. Ruồi giấm được thả vào bình sữa nửa lít cùng với một quả chuối (để làm thức ăn) và cây men (để làm thức ăn và để kích thích đẻ trứng). Giả sử rằng số lượng ruồi đục quả sau t ngày được cho bởi công thức $P(t) = \frac{230}{1 + 56,5e^{-0,37t}}.$ Hỏi phải mất tối thiểu bao lâu (đơn vị ngày, làm tròn đến hàng phần chục) để trong bình có 180 con ruồi giấm? (Giả sử trong quá trình thí nghiệm không có con ruồi nào bị chết đi)

Đáp án:

1	4	,	4
---	---	---	---

Lời giải

Để trong bình có 180 con ruồi giấm thì

$$\begin{aligned}P(t) &= \frac{230}{1 + 56,5e^{-0,37t}} = 180 \\ \Leftrightarrow 1 + 56,5e^{-0,37t} &= \frac{23}{18} \\ \Leftrightarrow 56,5e^{-0,37t} &= \frac{5}{18} \\ \Leftrightarrow e^{-0,37t} &= \frac{5}{1017} \\ \Leftrightarrow -0,37t &= \ln \frac{5}{1017} \\ \Leftrightarrow t &= -\frac{1}{0,37} \ln \frac{5}{1017} \approx 14,4.\end{aligned}$$

Đáp án: 14,4 □

—Hết—

B. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \sqrt{x}$. C. $P = x^{\frac{2}{9}}$. D. $P = x^2$.

Lời giải

Ta có

$$P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Phương trình $\log_5(2x+3) = \log_5(x+2)$ có nghiệm là

- A. $x = 1$. B. $x = 5$. C. $x = -1$. D. $x = -5$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2x+3 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Phương trình } \log_5(2x+3) = \log_5(x+2) \Leftrightarrow 2x+3 = x+2 \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

- A. $x > 9$. B. $1 < x < 9$. C. $x > 10$. D. $1 < x < 10$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$.

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 9.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Giá trị của biểu thức $P = \log_2 8 + \log_{\sqrt{3}} 9$ là

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 4.

Lời giải

Ta có $P = \log_2 8 + \log_{\sqrt{3}} 9 = \log_2 2^3 + \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 3^2 = 3\log_2 2 + 4\log_3 3 = 3 + 4 = 7$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2 + \log_4 a$ bằng

- A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. B. $\frac{5}{2}\log_2 a$. C. $\log_2 a$. D. $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Lời giải

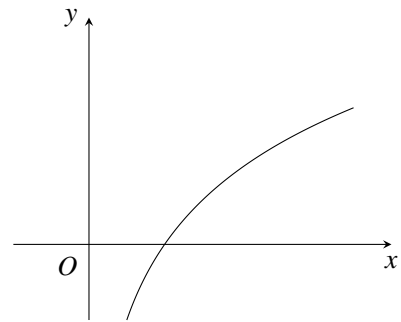
Ta có $\log_2 a^2 + \log_4 a = 2\log_2 a + \frac{1}{2}\log_2 a = \frac{5}{2}\log_2 a$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7.

Cho hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
 D. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.



Lời giải

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 B. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.
 C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .
 D. Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Cho $x > 0$. Viết biểu thức $\sqrt[5]{x^7} : \sqrt{x}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $x^{\frac{9}{7}}$. B. $x^{\frac{9}{5}}$. C. $x^{\frac{7}{10}}$. D. $x^{\frac{9}{10}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt[5]{x^7} : \sqrt{x} = x^{\frac{7}{5}} : x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{9}{10}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có $3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x + 1 = 2 - x \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của biểu thức $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 32.

Lời giải

Ta có $\log_2 a^3b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a + 2\log_2 b = 5$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Với a, b là các số thực dương và m, n là các số nguyên, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\log a + \log b = \log ab$. **B.** $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.
C. $\log_a 1 = 0$. **D.** $\log a + \log b = \log a \cdot \log b$.

Lời giải

Mệnh đề sai là “ $\log a + \log b = \log a \cdot \log b$ ”.

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \log_4 x$. Khi đó:

- a)** Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
b) Hàm số có tập giá trị $T = \mathbb{R}$.
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
d) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3.

Lời giải

- a)** **(S)** Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
 Hàm số $y = \log_4 x$ xác định trên $(0; +\infty)$ do đó hàm số có tập xác định $D = (0; +\infty)$.
Chọn Sai.
- b)** **(Đ)** Hàm số có tập giá trị $T = \mathbb{R}$.
 Hàm số $y = \log_4 x$ có tập giá trị $T = \mathbb{R}$.
Chọn Đúng.
- c)** **(S)** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 Hàm số $y = \log_4 x$ xác định trên $(0; +\infty)$ và có cơ số $4 > 1$.
 Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
Chọn Sai.

d) **S** Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ bằng 3.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\log_4 x = 1 \Leftrightarrow x = 4^1 = 4$.

Chọn Sai.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d sai
-------	--------	-------	-------

 □

Câu 2. Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$.

a) $\log_a 1 = 1$.

b) $a^{\log_a b} = b$.

c) $\log_a a^m = \frac{1}{m}$.

d) $\log_a b^m c^n = m \log_a b + n \log_a c$.

Lời giải

a) **S** Sai.

Ta có $\log_a 1 = 0$.

b) **Đ** Đúng.

Ta có $a^{\log_a b} = b$.

c) **S** Sai.

Ta có $\log_a a^m = m \log_a a = m$.

d) **Đ** Đúng.

Ta có $\log_a b^m c^n = \log_a b^m + \log_a c^n = m \log_a b + n \log_a c$.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d đúng
-------	--------	-------	--------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S_0 \cdot e^{rt}$. Trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ lúc ban đầu có 500 con để số lượng vi khuẩn đạt 121 500 con? **Đáp án:**

2	5		
---	---	--	--

Lời giải

Ta có $S_0 = 500$ (con); 5 giờ bằng 300 phút.

Sau 5 giờ số vi khuẩn là $S(300) = 500 \cdot e^{300r} \Leftrightarrow 1500 = 500 \cdot e^{300r} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{300}$.

Vậy khoảng thời gian t kể từ lúc bắt đầu có 500 con vi khuẩn đến khi số lượng vi khuẩn đạt 121 500 con thỏa mãn $121\,500 = 500 \cdot e^{rt} \Leftrightarrow t = \frac{\ln 243}{r} = \frac{300 \ln 243}{\ln 3} = 1500$ (phút) = 25 (giờ).

Đáp án:

25			
----	--	--	--

 □

Câu 2. Cho $\log_2 3 = a$ và $\log_3 5 = b$. Biết $\log_{12} 150 = \frac{2ab + ma + n}{a + 2}$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $L = m + n$ bằng bao nhiêu? **Đáp án:**

2			
---	--	--	--

Lời giải

Ta có $\log_2 3 = a \Leftrightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a}$ và $\log_3 5 = b$.

$$\text{Khi đó } \log_{12} 150 = \frac{\log_3 150}{\log_3 12} = \frac{\log_3 (2 \cdot 3 \cdot 5^2)}{\log_3 (2^2 \cdot 3)} = \frac{\log_3 2 + 1 + 2\log_3 5}{2\log_3 2 + 1} = \frac{\frac{1}{a} + 1 + 2b}{\frac{2}{a} + 1} = \frac{2ab + a + 1}{a + 2}.$$

Do $m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 1$ và $n = 1 \Rightarrow L = m + n = 2$.

Đáp án: **2** □

Câu 3. Cho số thực x thỏa mãn $9^x + 9^{-x} = 14$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3^{x+1} - 3^{1-x}}$.

Đáp án: **-1, 8**

Lời giải

Theo bài ra ta có

$$9^x + 9^{-x} = 14 \Leftrightarrow (3^x)^2 + (3^{-x})^2 = 14 \Leftrightarrow (3^x)^2 + 2 \cdot 3^x \cdot 3^{-x} + (3^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 16.$$

Suy ra $3^x + 3^{-x} = 4$.

Do đó

$$P = \frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3 \cdot 3^x - 3 \cdot 3^{-x}} = \frac{6 + 3(3^x + 3^{-x})}{2 - 3(3^x + 3^{-x})} = \frac{6 + 3 \cdot 4}{2 - 3 \cdot 4} = \frac{18}{-10} = -\frac{9}{5}.$$

Vậy $P = -\frac{9}{5} = -1,8$.

Đáp án: **-1,8** □

Câu 4. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$ trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 25% (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Đáp án: **7, 3**

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}; k = \frac{3\%}{a^2}.$$

Tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 25% nên ta có

$$\frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 25\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{25}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_a \frac{25}{3} = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{25}{3} \approx 7,3.$$

Đáp án: **7,3** □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải bất phương trình $2\log_{\frac{1}{3}}(2x+1) + 4 \geq \log_{\sqrt{3}}(2x-1)$.

Lời giải

Điều kiện $x > \frac{1}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} & -2\log_3(2x+1) + 4 \geq 2\log_3(2x-1) \\ \Leftrightarrow & 2 \geq \log_3(2x-1) + \log_3(2x+1) \\ \Leftrightarrow & \log_3(2x-1)(2x+1) \leq 2 \\ \Leftrightarrow & (2x-1)(2x+1) \leq 9 \\ \Leftrightarrow & 4x^2 - 10 \leq 0 \\ \Leftrightarrow & -\frac{\sqrt{10}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{10}}{2}. \end{aligned}$$

So với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{10}}{2}\right]$.

Câu 2. Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2, \log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log_a(bc) = 2 \\ \log_b(ca) = 4 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\log_c(bc)}{\log_c a} = 2 \\ \frac{\log_c(ca)}{\log_c b} = 4 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \log_c b + 1 = 2\log_c a \\ 1 + \log_c a = 4\log_c b \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_c a - \log_c b = 1 \\ \log_c a - 4\log_c b = -1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \log_c a = \frac{5}{7} \\ \log_c b = \frac{3}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b = \frac{8}{7}$.

Câu 3. Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100 triệu đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

Lời giải

Gọi m, r, T_n, a lần lượt là số tiền vay ngân hàng, lãi suất hàng tháng, tổng số tiền vay còn lại sau n tháng, số tiền trả đều đặn mỗi tháng.

Sau khi hết tháng thứ nhất ($n = 1$) thì còn lại là $T_1 = m(r + 1) - a$.

Sau khi hết tháng thứ hai ($n = 2$) thì còn lại là

$$\begin{aligned} T_2 &= [m(r + 1) - a](r + 1) - a \\ &= m(r + 1)^2 - a(r + 1) - a \\ &= m(r + 1)^2 - a(r + 2) \\ &= m(r + 1)^2 - \frac{a}{r} [(r + 1)^2 - 1]. \end{aligned}$$

Sau khi hết tháng thứ ba ($n = 3$) thì còn lại là

$$\begin{aligned} T_3 &= \left[m(r + 1)^2 - \frac{a}{r} [(r + 1)^2 - 1] \right] (r + 1) - a \\ &= m(r + 1)^3 - \frac{a}{r} [(r + 1)^3 - 1]. \end{aligned}$$

...

Sau khi hết tháng thứ n thì còn lại là $T_n = m(r + 1)^n - \frac{a}{r} [(r + 1)^n - 1]$.

Áp dụng công thức trên, ta có

$$T_n = 0 \Leftrightarrow a = \frac{m(r + 1)^n r}{(r + 1)^n - 1} = \frac{12 \cdot 10^5 \left(\frac{1,2}{100} + 1 \right)^{60}}{\left(\frac{1,2}{100} + 1 \right)^{60} - 1} = 2347614,532.$$

—Hết—

C. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

- A.** $x = 5.$ **B.** $x = 4.$ **C.** $x = 3.$ **D.** $x = 2.$

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} 3^{x-1} &= 27 \\ \Leftrightarrow x - 1 &= 3 \\ \Leftrightarrow x &= 4. \end{aligned}$$

Vậy $x = 4$ là nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Cho a, b là các số thực dương ($a \neq 1$) thỏa mãn $\log_2 a = 2, \log_4 b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a(a^2b)$.

- A.** $P = 10.$ **B.** $P = 5.$ **C.** $P = 2.$ **D.** $P = 1.$

Lời giải

Ta có $\begin{cases} \log_2 a = 2 \\ \log_4 b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^2 \\ b = 4^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4^3 \end{cases}$.

Vậy $P = \log_a(a^2b) = \log_4(4^2 \cdot 4^3) = \log_4 4^5 = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \frac{25}{a}$ bằng

- A.** $2 - \log_5 a.$ **B.** $\frac{5}{\log_5 a}.$ **C.** $5 - \log_5 a.$ **D.** $\frac{2}{\log_5 a}.$

Lời giải

Ta có

$$\log_5 \frac{25}{a} = \log_5 25 - \log_5 a = \log_5 5^2 - \log_5 a = 2 - \log_5 a.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Cho $0 < a \neq 1, x > 0, y > 0$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x.$ **B.** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$
C. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x.$ **D.** $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x.$

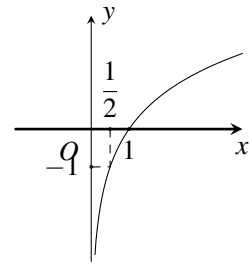
Lời giải

Do $\log_{\sqrt{a}} x = 2 \log_a x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. C. $y = \log_2 2x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm A $(\frac{1}{2}; -1)$ nên thỏa mãn $y = \log_2 x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Trong các hàm số sau đây hàm số nào **không phải** là hàm số mũ?

- A. $y = x^{-4}$. B. $y = (\sqrt{3})^x$. C. $y = 4^{-x}$. D. $y = 5^{\frac{x}{3}}$.

Lời giải

$y = x^{-4}$ là không phải là hàm số mũ.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Điều kiện $x > \frac{1}{2}$.

Khi đó bất phương trình tương đương $\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy $x = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó

$x_1 + x_2$ bằng:

- A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.

Lời giải

$$\begin{aligned} 7^{x+1} &= \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} \\ \Leftrightarrow 7^{x+1} &= 7^{-(x^2-2x-3)} \\ \Leftrightarrow x+1 &= -x^2+2x+3 \\ \Leftrightarrow x^2-x-2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $x_1 + x_2 = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $[-4; +\infty)$. C. $(-\infty; -4]$. D. $(-\infty; 4]$.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9 \Leftrightarrow x+2 \leq \log_{\frac{1}{3}} 9 \Leftrightarrow x+2 \leq -2 \Leftrightarrow x \leq -4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $(-\infty; -4]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) < 3$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$. C. $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } 3x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ta có } \log_2(3x-1) < 3 \Leftrightarrow 3x-1 < 2^3 \Leftrightarrow 3x-1 < 8 \Leftrightarrow 3x < 9 \Leftrightarrow x < 3.$$

So điều kiện, ta được nghiệm của bất phương trình là $\frac{1}{3} < x < 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Chọn khẳng định sai.

- A. Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow 0 < u < v$.
 B. Nếu $a > 1$ thì $a^u > a^v \Leftrightarrow u > v$.
 C. Nếu $a > 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow u > v$.
 D. Nếu $0 < a < 1$ thì $a^u > a^v \Leftrightarrow u < v$.

Lời giải

Theo tính chất của các hàm số hàm số logarit, nếu $a > 1$ thì $\log_a u > \log_a v \Leftrightarrow u > v > 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. Cho các số dương $a \neq 1$ và các số thực α, β . Đẳng thức nào sai?

- A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha\beta}$. C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. D. $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$.

Lời giải

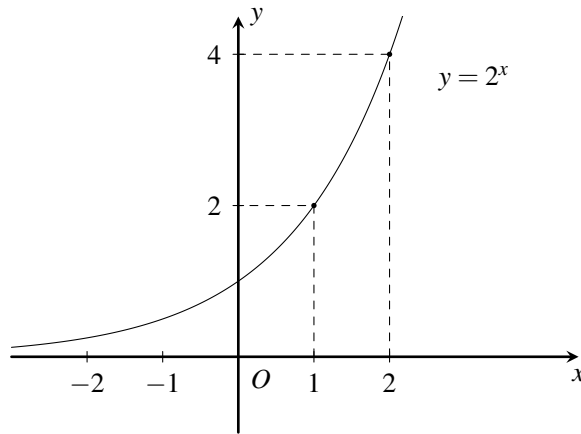
Chọn đáp án **B** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = 2^x$

- a) Hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;4)$.
 d) Đồ thị hàm số có hình sau.



Lời giải

- a) **Đ** Hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 b) **S** Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
 c) **Đ** Ta thấy với $x = 2$ thì $y = 2^x = 4$ nên đồ thị hàm số đi qua $A(2;4)$.
 d) **Đ** Đồ thị chính là đồ thị của hàm số $y = 2^x$.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

 □

Câu 2. Cho $a, b, c > 1$ và $m, n \in \mathbb{R}$.

- a) $\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \frac{3}{4}$.
 b) $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 = \frac{1}{6}$.
 c) Cho $\log 3 = m, \log 7 = n$. Khi đó $\log_3 70 = \frac{n+1}{m}$.
 d) Cho $\log_5 2 = m, \log_5 3 = n$. Khi đó $\log_{250} 30 = (m+n+1)(3+m)$.

Lời giải

a) **Đ** Ta có $\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \log_a \sqrt{a \cdot a^{\frac{1}{2}}} = \log_a \sqrt{a^{\frac{3}{2}}} = \log_a a^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \log_a a^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}$.

b) **S** Ta có

$$\begin{aligned} \log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 &= 2\log_a b \cdot 2\log_b c \cdot 3\log_{c^2} a \\ &= 4\log_a b \cdot \log_b c \cdot \frac{3}{2}\log_c a \\ &= 6 \cdot \log_a c \cdot \log_c a = 6. \end{aligned}$$

c) **Đ** Ta có $\log_3 70 = \frac{\log 70}{\log 3} = \frac{\log(7 \cdot 10)}{\log 3} = \frac{\log 7 + \log 10}{\log 3} = \frac{\log 7 + 1}{\log 3} = \frac{n+1}{m}$.

d) **S** Ta có $\log_{250} 30 = \frac{\log_5 250}{\log_5 30} = \frac{\log_5(3 \cdot 2 \cdot 5)}{\log_5(5^3 \cdot 2)} = \frac{\log_5 3 + \log_5 2 + \log_5 5}{\log_5 5^3 + \log_5 2} = \frac{m+n+1}{3+m}$.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d sai

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $\log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định \mathbb{R} . Đáp án:

Lời giải

Hàm số xác định trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

$$x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thoả mãn.

Đáp án:

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $y = 2^{ax+b}$ đi qua điểm $A(0;4)$ và $B(1;8)$. Tính giá trị ab . Đáp án:

Lời giải

Ta có $\begin{cases} 2^b = 4 \\ 2^{a+b} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$

Vậy $ab = 2$.

Đáp án:

Câu 3. Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Khi đó, biểu thức $P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{8 + 4 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Tính tích $a \cdot b$. Đáp án:

Lời giải

Ta có

$$4^x + 4^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 - 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 9.$$

Suy ra $2^x + 2^{-x} = 3$.

Do đó, $P = \frac{5 - (2^x + 2^{-x})}{8 + 4 \cdot (2^x + 2^{-x})} = \frac{5 - 3}{8 + 4 \cdot 3} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

Suy ra $a = 1, b = 10$.

Vậy $a \cdot b = 10$.

Đáp án:

Câu 4. Giá trị còn lại của một chiếc xe mua mới theo thời gian t được xác định bởi công thức: $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$, trong đó $V(t)$ được tính bằng tỷ đồng và t tính bằng năm. Sau ít nhất bao nhiêu năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó còn lại dưới 500 triệu đồng? Đáp án:

Lời giải

Ta có $V(t) = 1,5e^{-0,15t}$.

Nên khi giá xe còn lại dưới 500 triệu đồng thì ta có

$$0,5 \geq 1,5e^{-0,15t} \Leftrightarrow t \geq 7,32.$$

Vậy sau ít nhất 8 năm kể từ thời điểm mua xe giá trị chiếc xe đó sẽ còn lại dưới 500 triệu đồng.

Đáp án: 8 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho x, y, z là các số thực lớn hơn 1 và gọi w là số thực dương sao cho $\log_x w = 12$, $\log_y w = 20$ và $\log_{xyz} w = 6$. Tính giá trị của $\log_z w$.

Lời giải

- $\log_x w = 12 \Rightarrow \log_w x = \frac{1}{12}$.
- $\log_y w = 20 \Rightarrow \log_w y = \frac{1}{20}$.

$$\begin{aligned} \log_{xyz} w = 6 &\Leftrightarrow \frac{1}{\log_w (xyz)} = 6 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{\log_w x + \log_w y + \log_w z} = 6 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{\log_w x + \log_w y + \log_w z} = 6 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \log_w z} = 6 \\ &\Leftrightarrow \log_w z = \frac{1}{30} \\ &\Rightarrow \log_z w = 30. \end{aligned}$$

Câu 2. Giải các phương trình sau

- a) $\left(\frac{1}{9}\right)^{3x+4} \cdot 3^{4-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x} \cdot 27^{3-4x}$. b) $3^{4x}4^x + 4 \cdot 3^{4x} - 3^{\sqrt{3}} \cdot 4^x - 4 \cdot 3^{\sqrt{3}} = 0$.
- c) $\log_5(x+5) + \log_5(x-5) = \log_5 3 + 2$. d) $\log(2^{2x} + 8) = 1$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{9}\right)^{3x+4} \cdot 3^{4-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{4x} \cdot 27^{3-4x} &\Leftrightarrow 3^{-2 \cdot (3x+4)} \cdot 3^{4-x} = 3^{-4x} \cdot 3^{3 \cdot (3-4x)} \\ &\Leftrightarrow 3^{-6x-8+4-x} = 3^{-4x+9-12x} \\ &\Leftrightarrow 3^{-7x-4} = 3^{-16x+9} \\ &\Leftrightarrow -7x-4 = -16x+9 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{13}{9}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{13}{9} \right\}$.

$$3^{4x}4^x + 4 \cdot 3^{4x} - 3^{\sqrt{3}} \cdot 4^x - 4 \cdot 3^{\sqrt{3}} = 0 \Leftrightarrow 3^{4x}(4^x + 4) - 3^{\sqrt{3}}(4^x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3^{4x} - 3^{\sqrt{3}})(4^x + 4) = 0$$

b)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{4x} - 3^{\sqrt{3}} = 0 \\ 4^x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 4x = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{4} \right\}$.

c) $\log_5(x+5) + \log_5(x-5) = \log_5 3 + 2$

Điều kiện $\begin{cases} x+5 > 0 \\ x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5.$

Phương trình trở thành $\log_5(x+5)(x-5) = \log_5 3 + \log_5(25)$

$$\Leftrightarrow \log_5(x^2 - 25) = \log_5(75) \Leftrightarrow x^2 - 25 = 75 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -10. \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có $x = 10$.

d) $\log(2^{2x} + 8) = 1.$

Điều kiện $2^{2x} + 8 > 0.$

Phương trình trở thành $2^{2x} + 8 = 10 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$

Câu 3. Tìm m để phương trình $5^{mx^2+2x+3+2m} = 5^{m+x}$ có hai nghiệm trái dấu.

Lời giải

Ta có

$$5^{mx^2+2x+3+2m} = 5^{m+x} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow mx^2 + 2x + 3 + 2m = m + x$$

$$\Leftrightarrow mx^2 + x + 3 + m = 0 \quad (2)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu \Leftrightarrow phương trình (2) có 2 nghiệm trái dấu.

$$\Leftrightarrow m(3+m) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 0.$$

Vậy $m = \{-2; -1\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4. Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200000000VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi P là số tiền gốc, r là lãi suất một năm, n là số năm gửi và S_n là số tiền nhận được sau n năm.

Theo đề bài ta có $P = 200\,000\,000$; $S_4 = 243\,101\,250$ và $n = 22 - 18 = 4$.

Áp dụng công thức lãi kép $S_n = P \cdot (1 + r)^n$,

ta có phương trình $243\,101\,250 = 200\,000\,000 \cdot (1 + r)^4$.

Suy ra $(1 + r)^4 = \frac{243\,101\,250}{200\,000\,000} = 1,21550625$.

Do đó $1 + r = \sqrt[4]{1,21550625} = 1,05 \Rightarrow r = 0,05 = 5\%$.

Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là 5%.

—Hết—

D. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của $\log_{a^3} a^2$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{a^3} a^2 = \frac{1}{3} \log_a a^2 = \frac{2}{3} \log_a a = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Với a, b là hai số dương tùy ý thì $\log(a^3 b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $3 \log a + \frac{1}{2} \log b$. B. $2 \log a + 3 \log b$.
C. $3 \log a + 2 \log b$. D. $3 \left(\log a + \frac{1}{2} \log b \right)$.

Lời giải

Do a, b là hai số dương nên ta có $\log(a^3 b^2) = \log a^3 + \log b^2 = 3 \log a + 2 \log b$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Giá trị của biểu thức $P = 3^{1-\sqrt{2}} \cdot 3^{2+\sqrt{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}}$ bằng

- A. 3. B. 81. C. 1. D. 9.

Lời giải

Ta có

$$P = 3^{1-\sqrt{2}} \cdot 3^{2+\sqrt{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 3^{1-\sqrt{2}+2+\sqrt{2}+1} = 3^4 = 81.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Cho a, b là các số thực dương khác 1 và x, y là các số thực. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $a^x a^y = a^{x+y}$. B. $\frac{a^x}{a^y} = a^{\frac{x}{y}}$. C. $a^x b^y = (ab)^{x+y}$. D. $(a^x)^y = a^{x+y}$.

Lời giải

Ta có

$$a^x a^y = a^{x+y}.$$

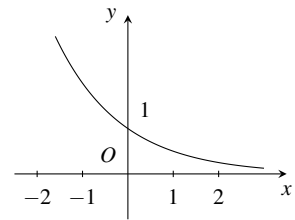
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Cho biểu thức $P = x \cdot \sqrt{x^3 \sqrt{x \sqrt{x}}}$ với $x > 0$. Mệnh nào dưới đây là đúng?

- A. $P = x^{\frac{13}{10}}$. B. $P = x^{\frac{2}{3}}$. C. $P = x^{\frac{1}{2}}$. D. $P = x^{\frac{3}{10}}$.

Lời giải

Câu 10. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê trong bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^2 + 2x + 1.$ **B.** $y = \log_{0,5} x.$
C. $y = \frac{1}{2^x}.$ **D.** $y = 2^x.$

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến trên tập xác định, đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(0; 1)$ và đồ thị luôn nằm trên trục hoành. Từ đó chỉ có hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ thỏa mãn. Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+2} = 1$ là

- A.** $S = \{3\}.$ **B.** $S = \{1; 2\}.$ **C.** $S = \{1\}.$ **D.** $S = \{2\}.$

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} 3^{x^2-3x+2} &= 1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 2\}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A.** $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0.$
B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0.$
C. $\log_a x^2 = \frac{1}{2} \log_a x, \forall x > 0.$
D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}.$

Lời giải

Với $0 < a \neq 1, x > 0$ ta có $\log_a x^2 = 2 \log_a x$ nên mệnh đề $\log_a x^2 = \frac{1}{2} \log_a x, \forall x > 0$ sai.

Chọn đáp án **(C)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho phương trình $\log(x - 1)^2 = \log(x + 1)$. Khi đó

- a) Điều kiện $x > 1.$
b) Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0.$

c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.

d) Biết phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Khi đó ba số $x_1; x_2; 6$ theo thứ tự đó tạo thành một cấp số cộng.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} (x-1)^2 > 0 \\ x+1 > 0. \end{cases} (*)$

$$\log(x-1)^2 = \log(x+1) \Rightarrow (x-1)^2 = x+1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Thay lần lượt hai giá trị này vào (*), ta thấy cả hai giá trị đều thoả mãn. Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{0; 3\}$.

a) **S** Sai

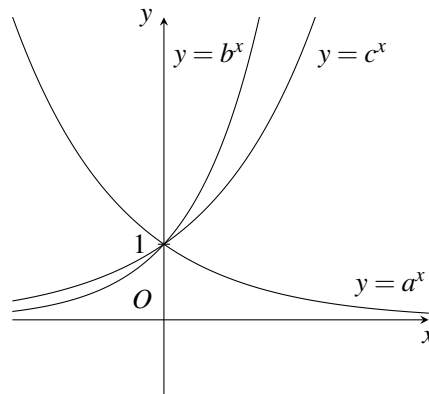
b) **S** Sai. Vì $x = 0$ không có nghiệm $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$.

c) **Đ** Đúng. Vì Tổng các nghiệm của phương trình bằng $0 + 3 = 3$.

d) **Đ** Đúng. Vì $0; 3; 6$ tạo thành một cấp số cộng

Chọn đáp án a sai b sai c đúng d đúng □

Câu 2. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới.



a) Hàm số $y = a^x$ là hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

b) Hàm số $y = c^x$ là hàm số xác định trên $(0; +\infty)$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = 0$.

d) $a < c < b$.

Lời giải

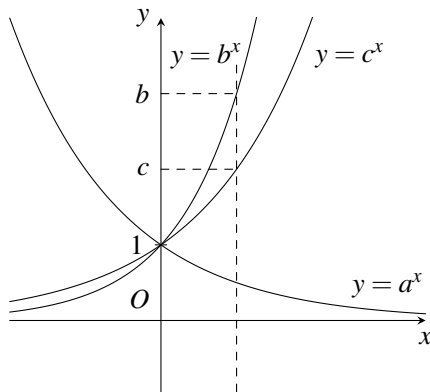
a) **S** Dựa vào dáng đồ thị thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

b) **Đ** Hàm số $y = c^x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ nên xác định trên $(0; +\infty)$.

c) **S** Theo đồ thị hàm số $y = b^x$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = +\infty$.

d) **D** Vì hàm số $y = a^x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$, các hàm số $y = b^x, y = c^x$ đồng biến nên $b > 1; c > 1$ nên a là số nhỏ nhất trong ba số.

Đường thẳng $x = 1$ cắt hai hàm số $y = b^x, y = c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là b và c , dễ thấy $b > c$. Vậy $a < c < b$.



Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d đúng
-------	--------	-------	--------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = 4$ với $a, b, c > 0, a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3} \right).$$

Đáp án:

-	8	,	5
---	---	---	---

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \log_a \left(\frac{a^2 \sqrt{b}}{c^3} \right) = \log_a a^2 + \log_a \sqrt{b} - \log_a c^3 \\ &= 2 + \log_a b^{\frac{1}{2}} - 3 \log_a c \\ &= 2 + \frac{1}{2} \log_a b - 3 \log_a c \\ &= 2 + \frac{3}{2} - 12 = -\frac{17}{2} = -8,5. \end{aligned}$$

Đáp án:

-	8,5
---	-----

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(-3x^2 + 23x - 20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

Đáp án:

5			
---	--	--	--

Lời giải

Điều kiện xác định: $-3x^2 + 23x - 20 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < \frac{20}{3}$.

Vậy tập xác định có tất cả 5 giá trị nguyên.

Đáp án:

5

Câu 3. Anh Hưng gửi tiết kiệm khoản tiền 700 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / năm theo hình thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để anh Hưng thu được ít nhất 1 tỉ đồng (cả vốn lẫn lãi). Cho biết công thức lãi kép là $T = A \cdot (1 + r)^n$, trong đó A là tiền vốn, T là tiền vốn và lãi nhận được sau n năm, r là lãi suất/năm.

Đáp án:

6			
---	--	--	--

Lời giải

Ta có: $T \geq 1000 \Leftrightarrow 700(1 + 7\%)^n \geq 1000 \Leftrightarrow 1,07^n \geq \frac{10}{7}$

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{1,07} \left(\frac{10}{7} \right) \approx 5,27 \text{ (do } 1,07 > 1).$$

Vậy thời gian gửi tiết kiệm phải ít nhất 6 năm thì anh Hưng mới thu được ít nhất 1 tỉ đồng.

Đáp án:

6

 □

Câu 4. Biết $9^\alpha = \frac{1}{2}$. Tính $B = (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 - (81^\alpha + 81^{-\alpha})$.

Đáp án:

8	,	2	5
---	---	---	---

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} B &= (3^\alpha)^2 + 2 \cdot 3^\alpha \cdot 3^{-\alpha} + (3^{-\alpha})^2 - (9^2)^\alpha + (9^2)^{-\alpha} \\ &= 3^{2\alpha} + 2 \cdot 3^{\alpha+(-\alpha)} + (3^2)^{-\alpha} - (9^\alpha)^2 + (9^{-\alpha})^2 \\ &= 9^\alpha + 2 \cdot 3^0 + 9^{-\alpha} - (9^\alpha)^2 + (9^\alpha)^{-2} \\ &= \frac{1}{2} + 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \\ &= 8,25. \end{aligned}$$

Đáp án:

8,25

 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các bất phương trình sau

a) $\log_9(x+7) > \log_3(x+1)$.

b) $2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x - 1)$.

Lời giải

a) $\log_9(x+7) > \log_3(x+1)$.

Điều kiện: $\begin{cases} x+7 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1$.

Ta có

$$\begin{aligned} \log_9(x+7) &> \log_3(x+1) \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_3(x+7) &> \log_3(x+1) \\ \Leftrightarrow \log_3(x+7) &> \log_3(x+1)^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 6 &< 0 \\ \Leftrightarrow -3 < x &< 2. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $-1 < x < 2$.

b) $2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x - 1)$.

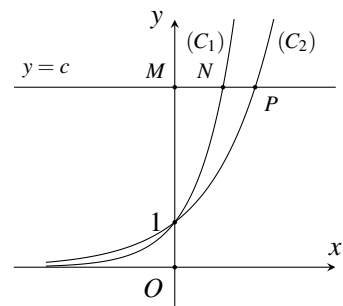
Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - x - 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x < \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} 2\log_2(x^2 - x - 1) &< \log_{\sqrt{2}}(x - 1) \\ \Leftrightarrow 2\log_2(x^2 - x - 1) &< 2\log_2(x - 1) \\ \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 1) &< \log_2(x - 1) \\ \Leftrightarrow x^2 - x - 1 &< x - 1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x &< 0 \\ \Leftrightarrow 0 < x &< 2. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; 2\right)$.

Câu 2. Cho hai hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ với a, b là các số dương khác 1 có đồ thị là (C_1) , (C_2) như hình vẽ. Vẽ đường thẳng $y = c$, ($c > 1$) cắt trục tung và (C_1) , (C_2) lần lượt tại M, N, P . Biết rằng $S_{OMN} = 3S_{ONP}$. Tìm mối liên hệ giữa a và b .



Lời giải

Đường thẳng $y = c$ cắt (C_1) , (C_2) lần lượt tại hai điểm N và P có hoành độ $x_N = \log_a c$ và $x_P = \log_b c$.

Vì $S_{OMN} = 3S_{ONP}$ nên $S_{OMN} = \frac{3}{4}S_{OMP}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{2}OM \cdot MN &= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}OM \cdot MP \Leftrightarrow MN = \frac{3}{4}MP \\ \Leftrightarrow x_N &= \frac{3}{4}x_P \\ \Leftrightarrow \log_a c &= \frac{3}{4} \log_b c \\ \Leftrightarrow \frac{\log_b c}{\log_b a} &= \frac{3}{4} \log_b c \\ \Leftrightarrow \log_b a &= \frac{4}{3} \Leftrightarrow a^3 = b^4. \end{aligned}$$

Câu 3. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A = P \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$.

- Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại bao nhiêu?
- Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là bao nhiêu?
- Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau bao nhiêu năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa?

Lời giải

- Tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là

$$A = 100 \cdot \left(1 - \frac{8}{100}\right)^2 = \frac{2116}{25} = 84,65 \text{ (triệu đồng)}.$$

- Sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình $r\%$ của hai năm đó là

$$\begin{aligned} 90 &= 100 \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)^2 \Leftrightarrow \left(1 - \frac{r}{100}\right)^2 = \frac{9}{10} \\ \Leftrightarrow 1 - \frac{r}{100} &= \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{r}{100} = 1 - \frac{3}{\sqrt{10}} \\ \Leftrightarrow r &\approx 5,13\%. \end{aligned}$$

c) Tỷ lệ lạm phát là 5% một năm, gọi n là số năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa. Khi đó

$$\begin{aligned}P &= 2P \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right)^n \Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{20}\right)^n = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{19}{20}\right)^n = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow n \approx 13,51 \text{ năm.}\end{aligned}$$

Câu 4. Giải phương trình $\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x = \log_{20} x$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\begin{aligned}\log_2 x + \frac{\log_2 x}{\log_2 3} + \frac{\log_2 x}{\log_2 4} &= \frac{\log_2 x}{\log_2 20} \\ \Leftrightarrow \log_2 x \left(1 + \frac{1}{\log_2 3} + \frac{1}{\log_2 4} - \frac{1}{\log_2 20}\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_2 x = 0 \Leftrightarrow x &= 1.\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là $x = 1$.

E. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

Lời giải

Ta có $5^{x+2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 5^{x+2} = 1 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $T = \ln a^2 - \ln \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. $\frac{4}{3} \ln a$. B. $\ln \frac{3}{5}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{5}{3} \ln a$.

Lời giải

Ta có $T = \ln a^2 - \ln \sqrt[3]{a} = 2 \ln a - \frac{1}{3} \ln a = \frac{5}{3} \ln a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3. Cho $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$. Tính $I = \log_3 5$ theo a , b .

- A. $I = \frac{b}{1+a}$. B. $I = \frac{b}{1-a}$. C. $I = \frac{b}{a-1}$. D. $I = \frac{b}{a}$.

Lời giải

Ta có $\log_3 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 3} = \frac{\log_6 5}{\log_6 6 - \log_6 2} = \frac{b}{1-a}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Cho a , b là các số thực dương ($a \neq 1$) thỏa mãn $\log_2 a = 2$, $\log_4 b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a(a^2b)$.

- A. $P = 10$. B. $P = 5$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} \log_2 a = 2 \\ \log_4 b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^2 \\ b = 4^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4^3 \end{cases}$.

Vậy $P = \log_a(a^2b) = \log_4(4^2 \cdot 4^3) = \log_4 4^5 = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{5}{8}}$. D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

Lời giải

Ta có $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^2}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}} = x^{\frac{1}{2}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với a là số thực dương khác 1.

- A. a^5 . B. a . C. a^3 . D. a^4 .

Lời giải

Ta có $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{5}+1+2-\sqrt{5}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Với $a > 0, b > 0, \alpha, \beta$ là các số thực bất kì, đẳng thức nào sau đây **sai**?

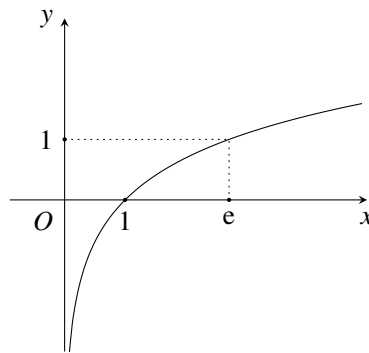
- A. $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$. C. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. D. $\frac{a^\alpha}{b^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$.

Lời giải

Công thức $\frac{a^\alpha}{b^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$ là công thức sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -e^x$. B. $y = |\ln x|$. C. $y = \ln x$. D. $y = e^x$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(e; 1)$ và nằm cả trên và dưới trục hoành nên chỉ có hàm số $y = \ln x$ thỏa mãn.

Câu 9. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$. B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.
 C. $\log_{a^2}(ab) = 2 + \log_a b$. D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

Lời giải

Ta có $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} (\log_a(ab)) = \frac{1}{2} (\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\pi} x$. B. $y = \log_3 x$. C. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. D. $y = \log_{\frac{1}{e}} x$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{e}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó vì $0 < \frac{1}{e} < 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$.
 Tính giá trị $S = a + b$.

- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{7}{2}$. C. $S = \frac{13}{2}$. D. $S = \frac{9}{2}$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x) \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x > 0 \\ 2x-3 > 5-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < \frac{5}{2}$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $(2; \frac{5}{2})$.

Khi đó: $a = 2; b = \frac{5}{2}$. Vậy $S = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Điều kiện $x > \frac{1}{2}$.

Khi đó bất phương trình tương đương $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy $x = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = 2^x$.

- a) Tập xác định của hàm số là khoảng $(0; +\infty)$.
- b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(0; 1)$.
- c) Hàm số đồng biến trên \mathbb{Z} .
- d) Đồ thị hàm số $y = 2^x$ cắt đường thẳng $y = \frac{1}{8}$ tại điểm $M(-3; 8)$.

Lời giải

- a) **(S)** Hàm số mũ $y = a^x$ có tập xác định là \mathbb{Z} .
- b) **(Đ)** Ta có $y(0) = 2^0 = 1$, vậy đồ thị luôn đi qua điểm $(0; 1)$.
- c) **(Đ)** Cơ số $a = 2 > 1$ nên hàm số đồng biến trên \mathbb{Z} .

d) **S** Phương trình hoành độ giao điểm

$$2^x = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^x = 2^{-3} \Leftrightarrow x = -3.$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị là $M\left(-3; \frac{1}{8}\right)$.

Chọn đáp án a sai b đúng c đúng d sai □

Câu 2. Cho phương trình $\log_5 \sqrt{x^2 - 3x + 21} = 1$ (*), biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

a) Phương trình (*) có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 4 = 0$.

b) Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng 4.

c) Ba số $x_1; x_2; 8$ theo thứ tự đó tạo thành một cấp số cộng.

d) $\lim_{x \rightarrow x_1} (x - 2) + \lim_{x \rightarrow x_2} (x - 2) = -1$.

Lời giải

a) **Đ** Điều kiện: $x^2 - 3x + 21 > 0$. (**)

$$\text{Ta có } \log_5 \sqrt{x^2 - 3x + 21} = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 21} = 5 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4. \end{cases}$$

Hai nghiệm đều thỏa điều kiện (**) nên suy ra hai phương trình đã cho có cùng tập nghiệm là $S = \{-1; 4\}$.

b) **S** Tổng các nghiệm là $-1 + 4 = 3$.

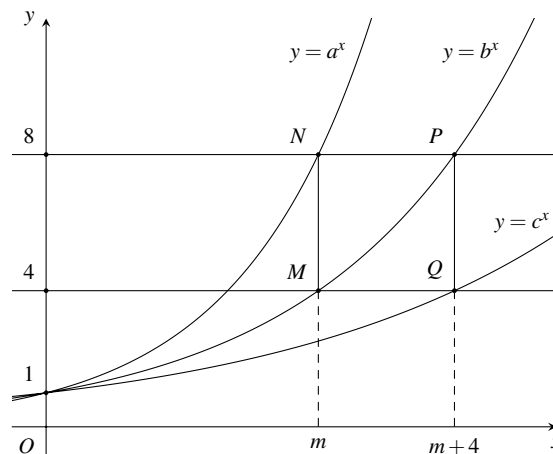
c) **S** $x_1; x_2; 8$ là $-1; 4; 8$ không tạo thành cấp số cộng vì $4 - (-1) \neq 8 - 4$.

d) **Đ** Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} (x - 2) + \lim_{x \rightarrow 4} (x - 2) = -1$.

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong hình vẽ bên các đường cong $(C_1): y = a^x$, $(C_2): y = b^x$, $(C_3): y = c^x$ và đường thẳng $y = 4$, $y = 8$ tạo thành hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng 4.



Biết rằng $abc = 2^{\frac{x}{y}}$ với $x, y \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{x}{y}$ tối giản, giá trị của $x + y$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:

Lời giải

Giả sử hoành độ M là m , ta suy ra $M(m; 4), N(m; 8), P(m + 4; 8), Q(m + 4; 4)$.

Từ giả thiết ta có M, P thuộc đường cong $y = b^x$ nên $\begin{cases} b^m = 4 \\ b^{m+4} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^m = 4 \\ b^4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m = 8 \\ b = 2^{\frac{1}{4}}. \end{cases}$$

Do N, Q lần lượt thuộc cong $y = a^x$ và $y = c^x$ nên $\begin{cases} a^8 = 8 \\ c^{12} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^{\frac{3}{8}} \\ c = 2^{\frac{1}{6}}. \end{cases}$

Khi đó $abc = 2^{\frac{3}{8}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = 2^{\frac{19}{24}}$.

Suy ra $x = 19$ và $y = 24$.

Vậy $x + y = 43$.

Đáp án: □

Câu 2. Biết tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) + \log_3(x - 4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a + 3b$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:

Lời giải

Điều kiện xác định $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4. \end{cases}$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \log_3(x - 2)^2 + \log_3(x - 4)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & \log_3(x - 2)^2(x - 4)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 2)^2(x - 4)^2 = 1 \Leftrightarrow (x - 2)|x - 4| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2)(x - 4) = 1 \\ (x - 2)(x - 4) = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó ta suy ra nghiệm phương trình là $\begin{cases} x = 3 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \\ x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3. \end{cases}$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $S = 3 + 3 + \sqrt{2} = 6 + \sqrt{2}$ suy ra $a = 6, b = 1$.

Do đó giá trị của biểu thức $Q = a + 3b = 9$.

Đáp án: □

Câu 3. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của

nhóm học sinh đó được tính theo công thức: $M(t) = 75 - 20\ln(t + 1), 0 \leq t \leq 12$ (đơn vị:%). Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài động vật đã xem?

Đáp án:

Lời giải

Theo giả thiết, học sinh nhớ được một nửa danh sách các loài vật, tức là

$$M(t) = 50(\%)$$

Ta có: $50 = 75 - 20\ln(t + 1) \Leftrightarrow \ln(t + 1) = \frac{5}{4} \Leftrightarrow t + 1 = e^{\frac{5}{4}} \Leftrightarrow t \approx 2,49$ (tháng).

Vậy qua tháng thứ 3 khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh là 50(%)

Đáp án: □

Câu 4. Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ độ Richter, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản?

Đáp án:

Lời giải

Nhận thấy ở San Francisco trận động đất có cường độ là $M_1 = \log A_1 - \log A_0 = \log \frac{A_1}{A_0} = 8$.

Ở Nhật Bản trận động đất có cường độ là $M_2 = \log \frac{A_2}{A_0} = 6$.

Khi đó $8 - 6 = \log \frac{A_1}{A_0} - \log \frac{A_2}{A_0} = \log \frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow 2 = \log \frac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = 10^2 = 100$.

Đáp án: □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải bất phương trình $3^{x^2-4x+5} > \frac{1}{9}$.

Lời giải

Ta có

$$3^{x^2-4x+5} > \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5} > 3^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 > -2 \text{ (do } 3 > 1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 7 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \in \mathbb{R}$.

Câu 2. Cho số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính $\frac{a}{b}$.

Lời giải

$$\text{Đặt } \log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = x \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16^x \\ b = 20^x \\ 2a - b = 3 \cdot 25^x. \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} 2 \cdot 16^x - 20^x &= 3 \cdot 25^x \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{16}{20}\right)^x - 3 \cdot \left(\frac{25}{20}\right)^x - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x - 3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^x - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2x} - \left(\frac{4}{5}\right)^x - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^x = -1 \text{ (vô nghiệm)} \\ \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $\frac{a}{b} = \frac{16^x}{20^x} = \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \in (1;2)$.

Câu 3. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền bao nhiêu, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép ta có sau đúng 6 tháng, người đó lĩnh được số tiền

$$A_n = A_0(1+r)^n = 100000000 \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^6 = 102424128 \text{ (đồng)}.$$

Câu 4. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-(m+2)x} = 5^{27}$ có hai nghiệm phân biệt a và b thỏa mãn điều kiện $\log_a(b^{\log_a b}) - 2\log_{\sqrt{a}}b + 4 = 0$.

Lời giải

$$\log_a(b^{\log_a b}) - 2\log_{\sqrt{a}}b + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_a^2 b - 4\log_a b + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2.$$

Vậy ta cần tìm m để phương trình $x^2 - (m+2)x + 27 = 0$ có hai nghiệm a, b dương, phân biệt, khác 1, và thỏa mãn $b = a^2$.

Giả sử phương trình có hai nghiệm a, b , theo định lý Viète, ta có:

$$\begin{cases} a + b = m + 2 \\ ab = 27 \\ a^2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = m + 2 \\ a^3 = 27 \\ a^2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 9 \\ m + 2 = 12 \Leftrightarrow m = 10 \end{cases}$$

Thử lại $m = 10$, ta thấy phương trình $x^2 - 12x + 27 = 0$ có hai nghiệm 3;9 thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $m = 10$.

—Hết—

F. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3} = 1$ là

- A.** $S = \{1; -3\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{-1; 3\}$. **D.** $S = \{0\}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} 2^{x^2-2x-3} &= 1 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3} = 1$ là $S = \{-1; 3\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ là

- A.** $S = \left(\frac{2}{3}; 3\right)$. **B.** $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **C.** $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $S = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < 4.$

Trong điều kiện trên, ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x) \Leftrightarrow 3x-2 < 4-x \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

So với điều kiện ta được $\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 3. Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ có dạng phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $P \in (350; 360)$. **B.** $P \in (360; 370)$. **C.** $P \in (330; 340)$. **D.** $P \in (340; 350)$.

Lời giải

Ta có:

$$\sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = \sqrt[5]{2^3\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = 2^{\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}} = 2^{\frac{11}{15}}.$$

Suy ra: $m = 11, n = 15 \Rightarrow P = 11^2 + 15^2 = 346$.

Vậy $P \in (340; 350)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$ với $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** $\alpha > \beta$. **B.** $\alpha < \beta$. **C.** $\alpha = \beta$. **D.** $\alpha \leq \beta$.

Lời giải

Do $\pi > 1$ nên từ $\pi^\alpha > \pi^\beta$ suy ra $\alpha > \beta$ theo tính chất của lũy thừa với số mũ thực.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Cho số thực $a > 0, a \neq 1$. Giá trị $\log_{a^2} \sqrt[4]{a^3}$ bằng

- A.** $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Ta có

$$\log_{a^2} a^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Với a, b, c là các số thực dương, a và c khác 1 và $\alpha \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$. **B.** $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.
C. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$. **D.** $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải

Ta có

$$\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Giá trị biểu thức $T = (e^3)^{\log_e 2}$ bằng

- A.** 9. **B.** 8. **C.** e. **D.** 6.

Lời giải

Ta có

$$T = (e^3)^{\log_e 2} = (e^{\log_e 2})^3 = 2^3 = 8.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{10}}(12 - x - x^2)$ là

- A.** $(-4; 3)$. **B.** $(-3; 4)$.
C. $[-4; 3]$. **D.** $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện $12 - x - x^2 > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-4; 3)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 1) - 1 = \log_2(x + 1)$ là

- A.** $x = \frac{3}{5}$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \frac{5}{3}$.

Lời giải

Ta có phương trình tương đương với

$$\log_2\left(\frac{3x-1}{2}\right) = \log_2(x+1) \Leftrightarrow \frac{3x-1}{2} = x+1 > 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10. Cho hàm số mũ $y = (6 - a)^x$ với a là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên a để hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A.** 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số $y = (6 - a)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 6 - a > 1 \Leftrightarrow a < 5$.

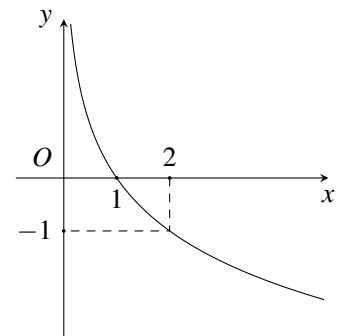
Mà $a \in \mathbb{N} \Leftrightarrow a \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 5 giá trị của a thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Cho hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của a bằng

- A.** $a = 2$. **B.** $a = \sqrt{2}$. **C.** $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $a = \frac{1}{2}$.



Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đi qua điểm $(2; -1)$ nên $\log_a 2 = -1$.

Khi đó $a^{-1} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{a} = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 12. Cho $a < 0, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\sqrt[4]{a^4 b^8} = ab^2$. **B.** $\sqrt[4]{a^4 b^8} = |ab^2|$. **C.** $\sqrt[4]{a^4 b^8} = |a|b^2$. **D.** $\sqrt[4]{a^4 b^8} = -ab^2$.

Lời giải

Ta có $\sqrt[4]{a^4 b^8} = |ab^2| = |a| \cdot |b^2| = -ab^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Số người trong cộng đồng sinh viên đã nghe một tin đồn nào đó là $N = P(1 - e^{-0,15d})$, trong đó P là tổng số sinh viên của cộng đồng và d là số ngày trôi qua kể từ khi tin đồn bắt đầu.

- a) Trong một cộng đồng 1000 sinh viên, sau ngày thứ nhất có 140 sinh viên nghe được tin đồn.
- b) Trong một cộng đồng 1450 sinh viên, để 525 sinh viên nghe được tin đồn phải mất 3 ngày.
- c) Sau 3 ngày 500 sinh viên nghe được tin đồn thì cộng đồng có 1400 sinh viên.
- d) Số ngày để một nửa cộng đồng sinh viên nghe được tiếng đồn là 5 ngày.

Lời giải

- a) **S** Với $P = 1000, d = 1$:

$$N_1 = 1000(1 - e^{-0,15 \cdot 1}) \approx 139,292.$$

Suy ra sau ngày thứ nhất có khoảng 139 người.

- b) **D** Với $P = 1450, d = 3$:

$$N_3 = 1450(1 - e^{-0,15 \cdot 3}) \approx 525,43.$$

Suy ra có khoảng 525 sinh viên nghe tin.

- c) **S** Với $N = 500, d = 3$:

$$500 = P(1 - e^{-0,15 \cdot 3}) \Rightarrow P = \frac{500}{1 - e^{-0,45}} \approx 1379,798.$$

Sau 3 ngày 500 sinh viên nghe được tiếng đồn thì cộng đồng có 1380 sinh viên.

- d) **D** Với $N = \frac{P}{2}$:

$$\frac{P}{2} = P(1 - e^{-0,15d}) \Rightarrow 1 - e^{-0,15d} = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{-0,15d} = \frac{1}{2} \Rightarrow d = \frac{\ln(2)}{0,15} \approx 4,62.$$

Số ngày để một nửa cộng đồng sinh viên nghe được tiếng đồn là 5 ngày.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d đúng
-------	--------	-------	--------

 □

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \log_5(x^2 + 1)$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- b) $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$.
- c) Phương trình $f(x - 2) = \log_5(2x^2 - x + 7)$ có nghiệm duy nhất.
- d) Phương trình $f(x) = \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $m \in (4; 5)$.

Lời giải

- a) **D** Ta có, hàm số xác định trên $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- b) **S** Ta có $f(-1) = \log_5 2 > 0$ nên $x = -1$ không phải là nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$.
- c) **S** Ta có, phương trình đã cho xác định trên \mathbb{R} .

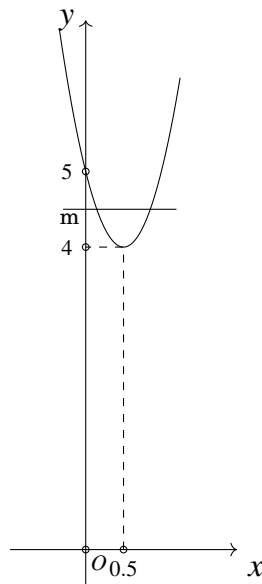
$$\begin{aligned} f(x-2) &= \log_5(2x^2 - x + 7) \\ \Leftrightarrow \log_5[(x-2)^2 + 1] &= \log_5(2x^2 - x + 7) \\ \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 &= 2x^2 - x + 7 \\ \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $\{-1; -2\}$.

- d) **D** Phương trình $f(x) = \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ tương đương với

$$\begin{aligned} \log_5(x^2 + 1) + 1 &= \log_5(x^2 + 4x + m) \\ \Leftrightarrow 5x^2 + 5 &= x^2 + 4x + m \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 5 &= m. \end{aligned}$$

Xét đồ thị hàm số $g(x) = 4x^2 - 4x + 5$ và đường thẳng $\Delta: y = m$.



Phương trình $f(x) = \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi phương trình $4x^2 - 4x + 5 = m$ có hai nghiệm dương phân biệt, Dựa vào đồ thị hàm số $y = g(x)$, ta có $m \in (4; 5)$.

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right)$, trong đó I (đơn vị: W/m^2) là cường độ âm. Mức cường độ âm ở một khu dân cư được quy định là dưới 60 dB . Hỏi cường độ âm của khu vực đó phải dưới bao nhiêu W/m^2 ?

Lời giải

$$\text{Ta có } L < 60 \Leftrightarrow 10 \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) < 60 \Leftrightarrow \log \left(\frac{I}{10^{-12}} \right) < 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{I}{10^{-12}} < 10^6 \Leftrightarrow I < 10^{-6} \text{ (do } 10 > 1).$$

Vậy cường độ âm ở khu vực đó phải dưới $10^{-6} \text{ (W/m}^2\text{)}$.

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $y = \log_2(ax + b)$ đi qua điểm $A(1;3)$ và $B(9;6)$. Tính giá trị $a + 3b$.

Đáp án:

1	0		
---	---	--	--

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log_2(a+b) = 3 \\ \log_2(9a+b) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 8 \\ 9a+b = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 1. \end{cases}$$

Vậy $a + 3b = 10$.

Đáp án:

10				
----	--	--	--	--

 □

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$ và hai số thực m, n thuộc khoảng $(0; 1)$ sao cho $m + n = 1$. Tính $f(m) + f(n)$

Đáp án:

1			
---	--	--	--

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} f(m) + f(n) &= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2n}{1-n} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \right) + \log_2 \left(\frac{2n}{1-n} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \cdot \frac{2n}{1-n} \right) \\ &= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{4mn}{1-m-n+mn} \right), \text{ vì } m+n=1 \\ &= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{4mn}{mn} \right) = \frac{1}{2} \log_2 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1. \end{aligned}$$

Đáp án:

1				
---	--	--	--	--

 □

Câu 4. Sau một tháng thi công, công trình xây dựng lớp học từ thiện cho học sinh vùng cao đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, đơn vị xây dựng quyết định từ tháng thứ hai tăng 5% khối lượng công việc so với tháng kề trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công? **Đáp án:**

1	7		
---	---	--	--

Lời giải

Theo dự kiến, cần 24 tháng để hoàn thành công trình. Vậy khối lượng công việc trên một tháng theo dự tính là $\frac{1}{24}$.

Khối lượng công việc của tháng thứ 2 là $T_2 = \frac{1}{24} + 0,05 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{24}(1 + 0,05)^1$.

Khối lượng công việc của tháng thứ 3 là

$$T_3 = \left(\frac{1}{24} + 0,05 \cdot \frac{1}{24}\right) + 0,05 \cdot \left(\frac{1}{24} + 0,05 \cdot \frac{1}{24}\right) = \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,05)^2.$$

Như vậy khối lượng công việc của tháng thứ n là $T_n = \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,05)^{n-1}$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,05)^0 + \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,05)^1 + \dots + \frac{1}{24} \cdot (1 + 0,05)^{n-1} = 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{24} \cdot \frac{1 - (1 + 0,05)^n}{1 - (1 + 0,05)} = 1 \\ \Leftrightarrow & (1 + 0,05)^n = \frac{11}{5} \Leftrightarrow n = \log_{1+0,05} \frac{11}{5} \approx 16,2. \end{aligned}$$

Vậy công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ 17 từ khi khởi công.

Đáp án: **17** □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right).$$

Lời giải

$$\text{Ta có } T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \frac{a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \log_a a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-\frac{7}{15}} = \log_a a^3 = 3.$$

Câu 2. Giải các bất phương trình sau

- a) $\log_9(x+7) > \log_3(x+1)$. b) $2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x - 1)$.

Lời giải

a) $\log_9(x+7) > \log_3(x+1)$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+7 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1.$$

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_9(x+7) > \log_3(x+1) \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{2} \log_3(x+7) > \log_3(x+1) \\ \Leftrightarrow & \log_3(x+7) > \log_3(x+1)^2 \\ \Leftrightarrow & x^2 + x - 6 < 0 \\ \Leftrightarrow & -3 < x < 2. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $-1 < x < 2$.

b) $2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x - 1)$.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - x - 1 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x < \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x > \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x > 1 \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} & 2\log_2(x^2 - x - 1) < \log_{\sqrt{2}}(x - 1) \\ \Leftrightarrow & 2\log_2(x^2 - x - 1) < 2\log_2(x - 1) \\ \Leftrightarrow & \log_2(x^2 - x - 1) < \log_2(x - 1) \\ \Leftrightarrow & x^2 - x - 1 < x - 1 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 2x < 0 \\ \Leftrightarrow & 0 < x < 2. \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; 2\right)$.

Câu 3. Ngày 1/1/2024, ông Thành gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 1,7%/1 năm, kỳ hạn 1 tháng. Bắt đầu từ tháng 2/2024, đều đặn đầu mỗi tháng, ông Thành rút 4 triệu đồng để chi tiêu. Gọi K_n (triệu đồng) là số tiền còn lại trong ngân hàng sau lần rút thứ n của ông Thành (mỗi lần, ông Thành rút đúng 4 triệu đồng), giả sử lãi suất ngân hàng không thay đổi hàng năm, tìm số n nhỏ nhất sao cho $K_n < 4$ (triệu đồng).

Lời giải

- Số tiền còn lại trong ngân hàng sau lần rút thứ nhất là $200 \cdot (1 + 1,7\%) - 4$ (triệu đồng).

- Số tiền còn lại trong ngân hàng sau lần rút thứ hai là

$$200 \cdot (1 + 1,7\%)^2 - 4 \cdot [(1 + 1,7\%) + 1] \text{ (triệu đồng).}$$

- Số tiền còn lại trong ngân hàng sau lần rút thứ ba là

$$200 \cdot (1 + 1,7\%)^3 - 4 \cdot [(1 + 1,7\%)^2 + (1 + 1,7\%) + 1] \text{ (triệu đồng).}$$

-

- Số tiền còn lại trong ngân hàng sau lần rút thứ n là

$$200 \cdot (1 + 1,7\%)^n - 4 \cdot [(1 + 1,7\%)^{n-1} + \dots + (1 + 1,7\%) + 1] \text{ (triệu đồng).}$$

Để $K_n < 4$ thì

$$\begin{aligned} & 200 \cdot (1 + 1,7\%)^n - 4 \cdot \left[(1 + 1,7\%)^{n-1} + \dots + (1 + 1,7\%) + 1 \right] < 4 \\ \Leftrightarrow & 200 \cdot (1 + 1,7\%)^n - 4 \cdot \frac{(1 + 1,7\%)^n - 1}{1,7\%} < 4 \\ \Leftrightarrow & n < \log_{(1+1,7\%)} \frac{4(1,7\% - 1)}{200 \cdot 1,7\% - 1} \\ \Leftrightarrow & n < 111,5. \end{aligned}$$

Vậy $n = 9$ năm.

Câu 4. Giải phương trình $4^{x^2-3x+2} + 4^{2x^2+6x+5} = 4^{3x^2+3x+7} + 1$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} & 4^{x^2-3x+2} + 4^{2x^2+6x+5} = 4^{3x^2+3x+7} + 1 \\ \Leftrightarrow & 4^{x^2-3x+2} + 4^{2x^2+6x+5} = 4^{x^2-3x+2} \cdot 4^{2x^2+6x+5} + 1 \\ \Leftrightarrow & 4^{x^2-3x+2} - 1 + 4^{2x^2+6x+5} - 4^{x^2-3x+2} \cdot 4^{2x^2+6x+5} = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(4^{x^2-3x+2} - 1 \right) \left(4^{2x^2+6x+5} - 1 \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 4^{x^2-3x+2} = 1 \\ 4^{2x^2+6x+5} = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

- Với $4^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$
- Với $4^{2x^2+6x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x + 5 = 0$, phương trình này vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

—Hết—

G. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho a là một số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = (\sqrt{2a})^{\frac{4}{a}}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 8. D. 1.

Lời giải

Ta có $P = (\sqrt{2a})^{\frac{4}{a}} = (2^{\frac{a}{2}})^{\frac{4}{a}} = 2^{\frac{4}{a} \cdot \frac{a}{2}} = 2^2 = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $(\frac{2}{5})^{x-1} < \frac{5}{2}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

$(\frac{2}{5})^{x-1} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow x-1 > \log_{\frac{2}{5}} \frac{5}{2} \Leftrightarrow x-1 > -1 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với a là số thực dương khác 1.

- A. a^5 . B. a . C. a^3 . D. a^4 .

Lời giải

Ta có $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{5}+1+2-\sqrt{5}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

- A. 102 160 000 đồng. B. 102 017 000 đồng.
C. 102 424 000 đồng. D. 102 423 000 đồng.

Lời giải

Ta có $A_n = A_0(1+r)^n = 100\,000\,000 \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^6 = 102\,424\,128$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$. B. $P = x^{\frac{1}{8}}$. C. $P = x^{\frac{2}{9}}$. D. $P = x^2$.

Lời giải

Ta có

$$P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $3 \log_a b$. B. $\log_a b$. C. $-3 \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3 \log_a b$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 3$ có dạng $a + \log_b 3$ ($a \in \mathbb{R}, 0 < b \neq 1$).

Tính $S = a + b$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Ta có $2^{x-1} = 3 \Leftrightarrow x - 1 = \log_2 3 \Leftrightarrow x = 1 + \log_2 3$.

Suy ra $a = 1, b = 2$.

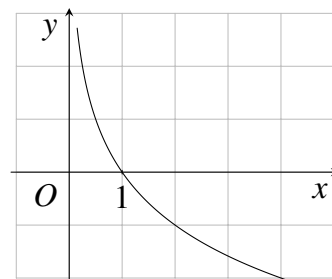
Vậy $S = a + b = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8.

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.



Lời giải

Hàm số xác định trên $(0; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên cơ số $a \in (0; 1)$.

Vậy hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có đồ thị như hình vẽ.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là $(4; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

- A.** $x = \frac{8}{5}$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = \frac{9}{5}$. **D.** $x = 8$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$.

Ta có $\log_3(5x) = 2 \Leftrightarrow 5x = 3^2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{9}{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[2021]{a^{2022}}$ bằng

- A.** 2021. **B.** $\frac{2022}{2021}$. **C.** $\frac{2021}{2022}$. **D.** 2022.

Lời giải

Với $a > 0$ và $a \neq 1$ ta có $\log_a \sqrt[2021]{a^{2022}} = \log_a a^{\frac{2022}{2021}} = \frac{2022}{2021} \log_a a = \frac{2022}{2021}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Hàm số $y = \log_2 x$ có đồ thị đi qua điểm nào sau đây?

- A.** (0; 1). **B.** (1; 1). **C.** (2; 2). **D.** (2; 1).

Lời giải

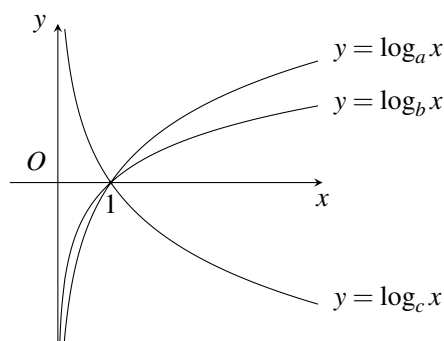
Ta có $\log_2 2 = 1$ nên đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ đi qua điểm (2; 1).

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho các đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- a)** $a > 1$.
b) $0 < c < 1 < a < b$.
c) $(a^3 \sqrt{a})^{\log_a b} = \sqrt[3]{b^2}$.
d) $P = \log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{c} + \log \frac{c}{d} - \log \frac{a}{d} > 0$ với $d > 0$.



Lời giải

- a)** **(Đ)** Đúng. Ta thấy hàm số $y = \log_a x$ đồng biến nên $a > 1$.
b) **(Đ)** Đúng. Từ đồ thị ta cũng có hàm số $y = \log_b x$ đồng biến nên $b > 1$ và hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$.

Mặt khác dựng đường thẳng $y = 1$ nó cắt hai đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ tại các điểm có hoành độ là a và b tương ứng, suy ra $a < b$.

Từ đó ta được $0 < c < 1 < a < b$.

c) **S** Sai. Ta có $(a^3 \sqrt{a})^{\log_a b} = (a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}})^{\log_a b} = (a^{\frac{7}{2}})^{\log_a b} = (a^{\log_a b})^{\frac{7}{2}} = b^{\frac{7}{2}} = \sqrt{b^7}$.

d) **S** Sai. Ta có $P = \log\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d}\right) - \log \frac{a}{d} = \log\left(\frac{a}{d} : \frac{a}{d}\right) = \log 1 = 0$.

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

Câu 2. Xét bất phương trình $\log(x - 21) < 2 - \log x$.

- a) Điều kiện xác định của bất phương trình đã cho là $x > 0$.
- b) Tập nghiệm của bất phương trình đã cho có dạng $S = (a; b)$ khi đó $a + b = 21$.
- c) Tập nghiệm của bất phương trình đã cho có dạng $S = (a; b)$ khi đó $a \cdot b = 525$.
- d) Bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Lời giải

Điều kiện: $x > 21$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} \log(x - 21) < 2 - \log x &\Leftrightarrow \log(x - 21) + \log x < 2 \\ &\Leftrightarrow \log[x(x - 21)] < 2 \Leftrightarrow x(x - 21) < 10^2 \\ &\Leftrightarrow -4 < x < 25. \end{aligned}$$

Kết với với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (21; 25)$.

- a) **S** Điều kiện xác định của bất phương trình là $x > 21$.
- b) **S** Bất phương trình có tập nghiệm $S = (21; 25)$ và $21 + 25 = 46$.
- c) **D** Bất phương trình có tập nghiệm $S = (21; 25)$ và $21 \cdot 25 = 525$.
- d) **S** Bất phương trình có tập nghiệm $S = (21; 25)$.

Chọn đáp án

a sai	b sai	c đúng	d sai
-------	-------	--------	-------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 + \log_2(5 - x) = \log_2(x + 3)$ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục) **Đáp án:**

3	,	5
---	---	---

Lời giải

Điều kiện $-3 < x < 5, x \neq 0$. Khi đó phương trình tương đương

$$\begin{aligned} \log_2 |x| + \log_2(5-x) - \log_2(x+3) = 0 &\Leftrightarrow \log_2 \frac{|x|(5-x)}{x+3} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{|x|(5-x)}{x+3} = 1 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ x(5-x) = x+3 \end{cases} \vee \begin{cases} -3 < x < 0 \\ -x(5-x) = x+3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ -x^2 + 4x - 3 = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} -3 < x < 0 \\ x^2 - 6x - 3 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3 \vee x = 3 - 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $7 - 2\sqrt{3} \approx 3,5$.

Đáp án: 3,5 □

Câu 2. Cho $x \geq 0, y \geq 0, x + y > 0$ thỏa mãn

$$2^{x^2+y^2} + 2023^{x+y} \cdot \log_2 \frac{x^2+y^2}{x+y} \leq 4^{x+y} + 2023^{x+y}.$$

Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 8x - 2y + 10$ (làm tròn đến hàng phần trăm) Đáp án: 5 , 5 1

Lời giải

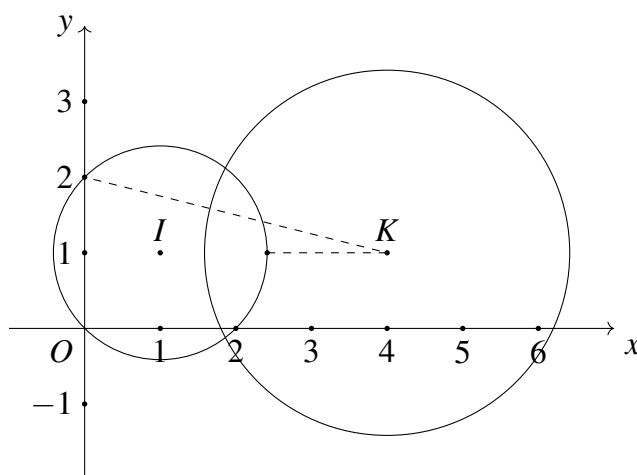
$$\begin{aligned} 2^{x^2+y^2} + 2023^{x+y} \cdot \log_2 \frac{x^2+y^2}{x+y} &\leq 4^{x+y} + 2023^{x+y} \\ \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2} + 2023^{x+y} \cdot \log_2 \frac{x^2+y^2}{2(x+y)} &\leq 4^{x+y} \\ \Leftrightarrow 2023^{x+y} \cdot [\log_2(x^2+y^2) - \log_2[2(x+y)]] &\leq 2^{2(x+y)} - 2^{x^2+y^2} \end{aligned}$$

Nếu $x^2 + y^2 > 2(x+y)$. Khi đó $VT > 0; VP < 0$ (không thỏa mãn).

Nếu $x^2 + y^2 \leq 2(x+y)$. Khi đó $VT \leq 0; VP \geq 0$ luôn thỏa mãn.

Vậy $x^2 + y^2 - 2x - 2y \leq 0 \Rightarrow (x; y)$ thuộc phần hình tròn tâm $I(1; 1)$ bán kính $r = \sqrt{2}$ (với $x \geq 0, y \geq 0, x + y > 0$).

Khi đó $P = x^2 + y^2 - 8x - 2y + 10 \Rightarrow (x; y)$ thuộc phần đường tròn tâm $K(4; 1)$ bán kính $R = \sqrt{P+7}$ thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, x + y > 0; d = KI = 3$.



Dựa vào hình vẽ, để tồn tại $(x; y)$ ta phải có $d - r \leq R \leq KA, (A(0; 2)) \Leftrightarrow 3 - \sqrt{2} \leq \sqrt{P+7} \leq \sqrt{17}$

$$11 - 6\sqrt{2} \leq P + 7 \leq 17 \Leftrightarrow 4 - 6\sqrt{2} \leq P \leq 10$$

$$P_{\max} + P_{\min} = 10 + 4 - 6\sqrt{2} = 14 - 6\sqrt{2} \approx 5,51.$$

Đáp án: 5,51 □

Câu 3. Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2} b + \log_{ab^2} b^5$ Đáp án: 3

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \log_{a^2} b + \log_{ab^2} b^5 = \log_{a^2} b + \frac{1}{\log_{b^5} ab^2} = \frac{1}{2} \log_a b + \frac{1}{\log_{b^5} a + \log_{b^5} b^2} \\ &= \frac{1}{2} \log_a b + \frac{1}{\frac{1}{5} \log_b a + \frac{2}{5}} = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{5}} = 1 + 2 = 3. \end{aligned}$$

Đáp án: 3 □

Câu 4. Năm 2021, dân số của một quốc gia châu Á là 19 triệu người. Người ta ước tính rằng dân số của quốc gia này sẽ tăng gấp đôi sau 30 năm nữa. Khi đó, dân số A của quốc gia đó sau t năm kể từ năm 2021 được ước tính bằng công thức $A = 19 \cdot 2^{\frac{t}{30}}$. Hỏi với tốc độ tăng dân số như vậy thì sau 20 năm nữa, dân số quốc gia này sẽ là bao nhiêu triệu người? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị tính: triệu người). Đáp án: 3 0

Lời giải

Với $t = 20$ thì dân số quốc gia này sau 20 năm nữa là

$$A = 19 \cdot 2^{\frac{20}{30}} \approx 30.$$

Đáp án: 30 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[5]{a^{15}b^5}}{\sqrt[3]{a^6b^3}}$ (với a, b là những số thực dương).

b) Đặt $a = \log_3 2; b = \log_3 11; c = \log_3 23$, hãy biểu diễn $\log_3 2024$ theo ba số a, b, c .

Lời giải

a) Ta có $A = \frac{\sqrt[5]{a^{15}b^5}}{\sqrt[3]{a^6b^3}} = \frac{a^3b}{a^2b} = a$.

b) Ta có $\log_3 2024 = \log_3(2^3 \cdot 11 \cdot 23) = 3\log_3 2 + \log_3 11 + \log_3 23 = 3a + b + c$.

Câu 2. Giải các phương trình sau

a) $3^{x^2+9x-7} = 27;$

b) $\log_5(3x^2 - 8x + 4) = \log_5(5x - 6).$

Lời giải

a) Ta có

$$\begin{aligned} 3^{x^2+9x-7} &= 27 \\ \Leftrightarrow 3^{x^2+9x-7} &= 3^3 \\ \Leftrightarrow x^2 + 9x - 7 &= 3 \\ \Leftrightarrow x^2 + 9x - 10 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -10. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-10; 1\}$.

b) Ta có

$$\begin{aligned} \log_5(3x^2 - 8x + 4) &= \log_5(5x - 6) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 6 > 0 \\ 3x^2 - 8x + 4 = 5x - 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{6}{5} \\ 3x^2 - 13x + 10 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{6}{5} \\ 3x^2 - 13x + 10 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{6}{5} \\ x = 1 \text{ hoặc } x = \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \left\{\frac{10}{3}\right\}$.

Câu 3. Gọi $I(t)$ là số ca bị nhiễm bệnh Covid-19 ở quốc gia X sau t ngày khảo sát. Khi đó ta có công thức $I(t) = A \cdot e^{r_0(t-1)}$ với A là số ca bị nhiễm trong ngày khảo sát đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Biết rằng ngày đầu tiên khảo sát có 500 ca bị nhiễm bệnh và ngày thứ 10 khảo sát có 1000 ca bị nhiễm bệnh. Hỏi ngày thứ 20 số ca nhiễm bệnh gần nhất với số nào dưới đây, biết rằng trong suốt quá trình khảo sát hệ số lây nhiễm là không đổi?

Lời giải

Theo giả thiết ta có $I(1) = A = 500$. Ngày thứ 10 có 1000 ca nên

$$I(10) = A \cdot e^{9r_0} \Leftrightarrow 1000 = 500 \cdot e^{9r_0} \Leftrightarrow r_0 = \ln \frac{2}{9}.$$

Vậy, ngày thứ 20, số ca nhiễm bệnh là $I(20) = 500 \cdot e^{\frac{19 \ln 2}{9}} \approx 2160$.

Câu 4. Giải bất phương trình $(x^2 + 1) \cdot 2^{x^2-1} + 2^{x^2+x-1} - 2^x - x^2 - 1 < 0$.

Lời giải

$$\begin{aligned} & (x^2 + 1) \cdot 2^{x^2-1} + 2^{x^2+x-1} - 2^x - x^2 - 1 < 0 \\ \Leftrightarrow & 2^{x^2-1} (x^2 + 1 + 2^x) - 2^x - x^2 - 1 < 0 \\ \Leftrightarrow & (x^2 + 1 + 2^x) (2^{x^2-1} - 1) < 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (2^{x^2-1} - 1) < 0 \text{ (vì } 2^x + x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}).$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-1} < 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (-1; 1)$.

—Hết—

H. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

- A.** $m > 0$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m \neq 0$.

Lời giải

Để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực thì $m > 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây **sai**?

- A.** Hàm số $y = \left(\frac{2025}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên \mathbb{R} .
B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Lời giải

Hàm số $y = \left(\frac{2025}{\pi}\right)^{x^2+1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 2x \cdot \left(\frac{2025}{\pi}\right)^{x^2+1} \cdot \ln\left(\frac{2025}{\pi}\right)$.

Do đó hàm số này không thể đồng biến trên \mathbb{R} .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A.** $[-2; 4]$. **B.** $[-4; 2]$.
C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

$$5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-2; 4]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \ln x$ là

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** \mathbb{R} . **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \ln x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$. B. $P = x^{\frac{1}{8}}$. C. $P = x^{\frac{2}{9}}$. D. $P = x^2$.

Lời giải

Ta có

$$P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 1) > 5$ là

- A. $(33; +\infty)$. B. $(-\infty; 33)$. C. $(-\infty; 11)$. D. $(11; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có $\log_2(x - 1) > 5 \Leftrightarrow x - 1 > 2^5 \Leftrightarrow x - 1 > 32 \Leftrightarrow x > 33$.

So điều kiện, ta được nghiệm của bất phương trình là $x > 33$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(33; +\infty)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3 .

Lời giải

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có $\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x}$ là:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = \frac{1}{5}$. D. $x = -\frac{1}{5}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} 3^{x+1} &= \left(\frac{1}{9}\right)^{2x} \\ \Leftrightarrow 3^{x+1} &= 3^{-4x} \\ \Leftrightarrow x + 1 &= -4x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng

- A. 5 . B. 8 . C. 10 . D. 13 .

Lời giải

Ta có $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 3 + 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $0,6^x > 3$ là

- A.** $(-\infty; \log_{0,6} 3)$. **B.** $(\log_{0,6} 3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_3 0,6)$. **D.** $(\log_3 0,6; +\infty)$.

Lời giải

$$0,6^x > 3 \Leftrightarrow x < \log_{0,6} 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; \log_{0,6} 3)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 11. Định luật thứ ba của nhà thiên văn học Kepler về quỹ đạo chuyển động cho biết cách ước tính khoảng thời gian P (tính theo năm Trái Đất) mà một hành tinh cần để hoàn thành một quỹ đạo quay quanh Mặt Trời. Khoảng thời gian đó được xác định bởi một hàm số $P = d^{\frac{3}{2}}$, trong đó d là khoảng cách từ hành tinh đó đến Mặt Trời tính theo đơn vị thiên văn AU (Astronomical Unit) là khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời, tức là 1 AU khoảng 93 triệu dặm. Hỏa sao Hỏa (Mars) quay quanh mặt trời thì mất bao nhiêu năm Trái Đất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? Biết khoảng cách từ sao Hỏa đến Mặt trời là 1,52AU.

- A.** 1,87. **B.** 1,78. **C.** 1,69. **D.** 1,96.

Lời giải

Sao Hỏa quay quanh Mặt Trời thì mất số năm Trái Đất là $P = d^{\frac{3}{2}} = 1,52^{\frac{3}{2}} \approx 1,87(\text{AU})$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty) \setminus \{2\}$. **D.** $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số } \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 2. \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{2\}$.

Chọn đáp án **C** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^{\frac{1}{x^2+x}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)** $f(1) = \sqrt{e}$.
b) Hàm số xác định trên $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$.
c) Bất phương trình $f(x) < 1$ có 2 nghiệm nguyên.
d) $f(1) \cdot f(2) \cdots f(2024) = \frac{2024}{2025}$.

Lời giải

- a)** **D** Đúng. $f(1) = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$.

b) **D** Đúng. Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 + x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -1. \end{cases}$

c) **S** Sai. $f(x) < 1 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{x^2+x}} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2+x} < 0 \Leftrightarrow x^2 + x < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0.$

d) **S** Sai. Ta có $f(x) = e^{\frac{1}{x^2+x}} \Rightarrow \ln f(x) = \frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$
 Khi đó,

$$\begin{aligned} \ln f(1) + \ln f(2) + \dots + \ln f(2024) &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{2025} = \frac{2024}{2025}. \end{aligned}$$

Nên $\ln[f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(2024)] = \frac{2024}{2025} \Leftrightarrow f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(2024) = e^{\frac{2024}{2025}}.$

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

 □

Câu 2. Công thức $\log x = 11,8 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

- a) Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3 \cdot 10^{34}$ erg.
- b) Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $2 \cdot 10^9$ (J).
- c) Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.
- d) Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$ erg.

Lời giải

- a) **S** Tại $M = 2 \Rightarrow \log x = 11,8 + 1,5 \cdot 2 = 14,8 \Rightarrow x = 10^{14,8} \approx 6,3 \cdot 10^{14}$ erg.
- b) **D** Tại $M = 3 \Rightarrow \log x = 11,8 + 1,5 \cdot 3 = 16,3 \Rightarrow x = 10^{16,3} \text{ erg} \approx 10^{16,3} \cdot 10^{-7} \approx 2 \cdot 10^9.$
- c) **S** Gọi x_1, x_2 lần lượt là năng lượng tạo ra của hai trận động đất có độ lớn lần lượt là $M_1 = 5$ và $M_2 = 3$ (độ Richter).
 Ta có $\log x_1 = 11,8 + 1,5 \cdot M_1, \log x_2 = 11,8 + 1,5M_2.$
 Suy ra $\log x_1 - \log x_2 = 1,5(M_1 - M_2) \Rightarrow \log \frac{x_1}{x_2} = 3 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = 10^3 = 1000.$
 Vậy trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 1000 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.
- d) **D** Ta có $11,8 + 1,5 \cdot 4 \leq \log x \leq 11,8 + 1,5 \cdot 6 \Rightarrow 17,8 \leq \log x \leq 20,8 \Rightarrow 10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$ erg.
 Vậy trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$ erg.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d đúng
-------	--------	-------	--------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một ngân hàng X quy định về số tiền nhận được của khách hàng sau n năm gửi tiền vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n) = A(1 + 8\%)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền A (triệu đồng) ít nhất mà khách hàng phải gửi là bao nhiêu để sau 3 năm khách hàng đó nhận được lớn hơn 850 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). **Đáp án:**

6	7	5	
---	---	---	--

Lời giải

Để sau 3 năm khách hàng nhận được lớn hơn 850 triệu đồng thì số tiền gửi A thỏa

$$P(n) > 850 \Leftrightarrow A(1 + 8\%)^3 > 850$$

$$\Leftrightarrow A > \frac{850}{(1 + 8\%)^3} \approx 675.$$

Vậy để nhận được lớn hơn 850 triệu đồng sau 3 năm, khách hàng đó phải gửi vào ít nhất 675 triệu đồng.

Đáp án:

675

 □

Câu 2. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{1 + \log_{12}x + \log_{12}y}{2\log_{12}(x + 3y)}$. **Đáp án:**

1			
---	--	--	--

Lời giải

Ta có

$$x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow x^2 + (3y)^2 + 2x \cdot 3y = 6xy + 6xy$$

$$\Leftrightarrow (x + 3y)^2 = 12xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{12}(x + 3y)^2 = \log_{12}(12xy)$$

$$\Leftrightarrow 2\log_{12}(x + 3y) = 1 + \log_{12}x + \log_{12}y$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \log_{12}x + \log_{12}y}{2\log_{12}(x + 3y)} = 1.$$

Vậy, $M = 1$.

Đáp án:

1

 □

Câu 3. Cho $\sqrt{\alpha - 2 + \sqrt{2\alpha - 5}} + \sqrt{\alpha + 2 + 3\sqrt{2\alpha - 5}} = 7\sqrt{2}$, $\alpha \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. Tìm α .

Đáp án:

1	5		
---	---	--	--

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{2\alpha - 5}$.

$\forall \alpha \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$, ta có $t \geq 0$ và $\alpha - 2 = \frac{t^2 + 1}{2}$ và $\alpha + 2 = \frac{t^2 + 9}{2}$.

Khi đó, đẳng thức $\sqrt{\alpha - 2} + \sqrt{2\alpha - 5} + \sqrt{\alpha + 2 + 3\sqrt{2\alpha - 5}} = 7\sqrt{2}$ trở thành

$$\sqrt{(t+1)^2} + \sqrt{(t+3)^2} = 14 \Leftrightarrow |t+1| + |t+3| = 14 \Leftrightarrow t+1+t+3 = 14 \Leftrightarrow t = 5.$$

Do đó, $\sqrt{2\alpha - 5} = 5 \Rightarrow 2\alpha - 5 = 25 \Leftrightarrow \alpha = 15.$

Đáp án: **15** □

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) qua điểm $I(2; 1)$. Giá trị của biểu thức $f(4 - a^{-2019})$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:

2	0	2	1
---	---	---	---

Lời giải

Xét $y = \log_a x$ có đồ thị là (C_0) và $y = f(x)$ có đồ thị là (C) .

Theo bài ra ta có (C) đối xứng với (C_0) qua $I(2; 1)$.

Giả sử $M(x_0; y_0) \in (C)$ và $N(x; y) \in (C_0)$.

Vì M đối xứng với N qua I nên I là trung điểm của MN .

Khi đó
$$\begin{cases} x_0 + x = 4 \\ y_0 + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 - x \\ y_0 = 2 - y. \end{cases}$$

Thay vào phương trình của (C_0) ta được

$$2 - y = \log_a(4 - x) \Leftrightarrow y = 2 - \log_a(4 - x).$$

Suy ra $f(4 - a^{-2019}) = 2 - \log_a [4 - (4 - a^{-2019})] = 2 - \log_a a^{-2019} = 2 + 2019 = 2021.$

Đáp án: **2021** □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho $a, b > 0$ và đều khác 1 thỏa mãn $\ln a + \ln(8b) = 2\ln(a + 2b)$. Rút gọn biểu thức $P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$.

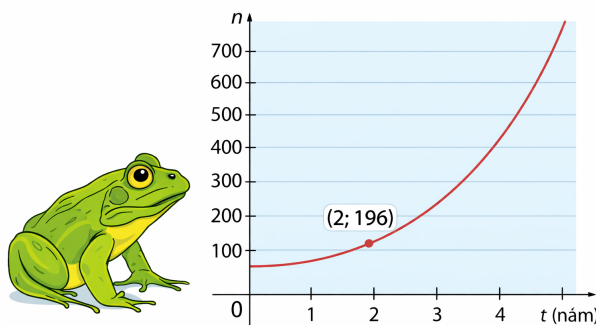
Lời giải

Với a, b là các số thực dương khác 1, ta có

$$\begin{aligned} \ln a + \ln(8b) &= 2\ln(a + 2b) \\ \Leftrightarrow \ln(8ab) &= \ln(a + 2b)^2 \\ \Leftrightarrow 8ab &= (a + 2b)^2 \\ \Leftrightarrow (a + 2b)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow a &= 2b. \end{aligned}$$

Khi đó $P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b} = \log_b(4b) + \log_b(2b) - \log_b 8 = \log_b \frac{8b^2}{8} = \log_b b^2 = 2.$

Câu 2. Lúc đầu trong ao có một số con ếch. Người ta ghi nhận số lượng ếch trong 5 năm đầu như hình bên dưới.



Giả sử số lượng ếch tăng theo hàm số $n(t) = Ca^t$ với C là hằng số.

- Tính số lượng ếch lúc ban đầu.
- Tìm hàm số biểu diễn số lượng ếch sau t năm kể từ khi chúng xuất hiện trong ao.
- Dự đoán số lượng ếch sau 15 năm.

Lời giải

- Số lượng ếch ban đầu là 100 con.
- Đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $(0; 100)$ và $(2; 196)$. Ta có:

$$\begin{cases} C \cdot a^0 = 100 \\ C \cdot a^2 = 196 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 100 \\ a^2 = 1,96 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 100 \\ a = 1,4 \end{cases} \Rightarrow n(t) = 100 \cdot (1,4)^t$$

Vậy hàm số biểu diễn số lượng ếch sau t năm kể từ khi chúng xuất hiện trong ao là: $n(t) = 100 + 100 \cdot (1,4)^t$

c) $n(15) = 100 + 100 \cdot (1,4)^{15} \approx 15656$ (con).

Câu 3. Vào đầu mỗi tháng, ông An đều gửi yào ngân hàng số tiền cố định 30 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% /tháng. Tính tổng số tiền ông An có được sau tháng thứ hai. (đơn vị triệu đồng, làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Số tiền ông An có được

- Sau tháng thứ nhất là $T_1 = 30 + 30 \cdot \frac{0,6}{100} = 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) = 30,18$ (triệu đồng).
- Sau tháng thứ hai là $T_2 = 30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) + \left[30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) \right] \frac{0,6}{100}$
 $= \left[30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) \right] \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) = 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right) + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100} \right)^2 \approx 60,5$ (triệu đồng)

Câu 4. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_9(x-1)^8 = \log_3(4x).$$

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$. Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_9(x-1)^8 = \log_3(4x) \\ \Leftrightarrow & \log_3(x+3) + \log_3|x-1| = \log_3(4x) \\ \Leftrightarrow & \log_3[(x+3) \cdot |x-1|] = \log_3(4x) \\ \Leftrightarrow & (x+3) \cdot |x-1| = 4x. \quad (1) \end{aligned}$$

- Nếu $0 < x < 1$ thì phương trình (1) trở thành

$$(x+3) \cdot (1-x) = 4x \Leftrightarrow -x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 + 2\sqrt{3} \text{ (thỏa điều kiện)} \\ x = -3 - 2\sqrt{3} \text{ (không thỏa điều kiện)}. \end{cases}$$

- Nếu $x > 1$ thì phương trình (1) trở thành

$$(x+3) \cdot (x-1) = 4x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (thỏa điều kiện)} \\ x = -1 \text{ (không thỏa điều kiện)}. \end{cases}$$

Phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{-3 + 2\sqrt{3}; 3\}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $2\sqrt{3}$.

—Hết—

Câu 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = (\sqrt{3})^x$. D. $y = (0,5)^x$.

Lời giải

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi $a > 1$.

Thấy các số $\frac{1}{\pi}; \frac{2}{3}; 0,5$ nhỏ hơn 1, còn $\sqrt{3}$ lớn hơn 1.

Vậy hàm số $y = (\sqrt{3})^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Cho hai số dương $a, b, a \neq 1$, thỏa mãn $\log_{a^2} b + \log_a b^2 = 2$. Tính $\log_a b$.

- A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. 2. D. 4.

Lời giải

Với a, b là hai số dương, $a \neq 1$, ta có

$$\begin{aligned} \log_{a^2} b + \log_a b^2 &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_a b + 2 \log_a b &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{5}{2} \log_a b &= 2 \\ \Leftrightarrow \log_a b &= \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A. $P = 12$. B. $P = \frac{12}{7}$. C. $P = \frac{7}{12}$. D. $P = \frac{1}{12}$.

Lời giải

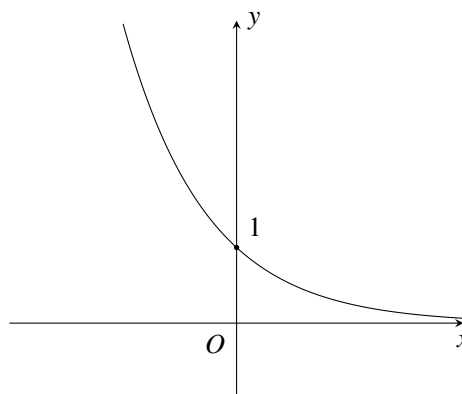
$$P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8.

Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

- A. $y = (0,4)^x$. B. $y = (\sqrt{2})^x$.
C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{0,4} x$.



Lời giải

Hình bên là đồ thị của hàm mũ có cơ số a thỏa $0 < a < 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Với $a > 0$ đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

- A.** $4b + 7$. **B.** $4b + 3$. **C.** $4b$. **D.** $4b - 1$.

Lời giải

Ta có $\log_2(2a) = b \Leftrightarrow 1 + \log_2 a = b \Leftrightarrow \log_2 a = b - 1$.

Khi đó $\log_2(8a^4) = 3 + \log_2 a^4 = 3 + 4\log_2 a = 3 + 4(b - 1) = 4b - 1$.

Vậy $\log_2(8a^4) = 4b - 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Cường độ ánh sáng tại độ sâu h (m) dưới mặt hồ được tính theo công thức $I_h = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{4}}$ trong đó I_0 là cường độ ánh sáng tại mặt hồ. Cường độ ánh sáng tại độ sâu 5 (m) gấp bao nhiêu lần cường độ ánh sáng tại độ sâu 13 (m).

- A.** 4,3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Tỉ số cường độ ánh sáng tại độ sâu 5 (m) so với cường độ ánh sáng tại độ sâu 13 (m) là

$$\frac{I_5}{I_{13}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{5}{4} - \frac{13}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{8}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Giá trị của $\log_2 \frac{1}{16}$ bằng

- A.** 4. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** -4.

Lời giải

Ta có $\log_2 \frac{1}{16} = \log_2 2^{-4} = -4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 12. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a < b < c$. **B.** $a < c < b$. **C.** $c < a < b$. **D.** $b < a < c$.

Lời giải

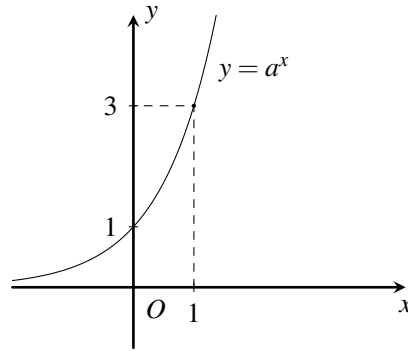
Ta có $b = 3^2 = 3^{\sqrt{4}}$. Vì $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6}$ và $3 > 1$ nên $3^{\sqrt{4}} < 3^{\sqrt{5}} < 3^{\sqrt{6}}$.

Vậy $b < a < c$.

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ dưới đây.



- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- b) Hàm số cho bởi công thức $y = 3^x$.
- c) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ tại điểm có hoành độ không âm.
- d) Đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -x + 1$ tại điểm có hoành độ dương.

Lời giải

a) **S** SAI

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R}

b) **D** ĐÚNG

Đồ thị hàm số $y = a^x$ đi qua điểm $(1; 3)$ suy ra $a = 3$.

c) **S** SAI

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = 3^x$ và đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ là $3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1$.

d) **S** SAI

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = 3^x$ và đường thẳng $y = -x + 1$ là $3^x = -x + 1$. (1)

Ta có hàm số $y = 3^x$ đồng biến trên \mathbb{R} và $3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Đường thẳng $y = -x + 1$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên nghịch biến trên \mathbb{R} .

Ta lại có $3^0 = -0 + 1$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d sai
-------	--------	-------	-------

 □

Câu 2. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Sau năm 2019.

- a) Công thức sau n năm thì diện tích trồng rừng của tỉnh A là $A = 1000(1 + 0,06)^{n+1}$.

- b) Vào năm 2032, diện tích rừng năm đó hơn gấp đôi năm 2019.
- c) Vào năm 2025 thì diện tích rừng năm đó đạt trên 1400 ha.
- d) Diện tích rừng vào hai năm sau kể từ năm 2019 sẽ đạt 1123,6 ha.

Lời giải

Áp dụng công thức $A = a(1 + r)^n$.

- a) **S** Ta có sau n năm thì diện tích trồng mới của tỉnh A là $A = 1000(1 + 0,06)^n$.
- b) **D** $1000 \cdot (1 + 0,06)^n > 2000 \Rightarrow 1,06^n > 1 \Rightarrow n > 11,8$.
Vào năm 2032, diện tích rừng năm đó hơn gấp đôi năm 2019.
- c) **D** Theo đề bài, ta có $1000 \cdot (1 + 0,06)^n > 1400 \Rightarrow 1,06^n > 1,4 \Rightarrow n > 5,774$
Vậy vào năm 2025 thì diện tích rừng mới năm đó đạt trên 1400 ha.
- d) **D** $n = 2 \Rightarrow 1000(1 + 0,06)^2 = 1123,6$ ha.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c đúng	d đúng
-------	--------	--------	--------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của

biểu thức $T = a + b + c$ **Đáp án:**

1			
---	--	--	--

Lời giải

Ta có

$$\log_{700} 490 = \frac{\log 490}{\log 700} = \frac{\log 10 + \log 49}{\log 100 + \log 7} = \frac{1 + 2\log 7}{2 + \log 7} = \frac{4 + 2\log 7 - 3}{2 + \log 7} = 2 + \frac{-3}{2 + \log 7}$$

Suy ra $a = 2, b = -3, c = 2$. Vậy $T = 1$.

Đáp án:

1			
---	--	--	--

 □

Câu 2. Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b, a \neq 1, \log_a b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án:

-	0	,	7
---	---	---	---

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \log_a b = 2 &\Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}. \\ T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba} &= \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{b} + \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{a} = \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}} \frac{\sqrt{a}}{b}} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} \frac{\sqrt{a}}{b}} \\ &= \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt[3]{b}} b} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt[3]{a}} b} = \frac{1}{\frac{3}{2} \log_b a - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \log_a b} \\ &= \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \cdot 2} = -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Đáp án: -0,7 □

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) - \log_{\frac{1}{3}}x > 1$ là $S = (a; +\infty)$.

Giá trị của a là

Đáp án: 3

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x-2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_3(x-2) - \log_{\frac{1}{3}}x &> 1 \\ \Leftrightarrow \log_3(x-2) - \log_{3^{-1}}x &> 1 \\ \Leftrightarrow \log_3(x-2) + \log_3x &> 1 \\ \Leftrightarrow \log_3[x(x-2)] &> 1 \\ \Leftrightarrow x(x-2) &> 3 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 &> 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3. \end{cases} \end{aligned}$$

So điều kiện, ta được nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) - \log_{\frac{1}{3}}x > 1$ là các giá trị x thỏa mãn $x > 3$.

Vậy tập nghiệm cần tìm có dạng $S = (3; +\infty)$. Do đó $a = 3$.

Đáp án: 3 □

Câu 4. Thực hiện một mẻ nuôi cấy vi khuẩn với 1000 vi khuẩn ban đầu, nhà sinh học phát hiện ra số lượng vi khuẩn tăng thêm 25% sau mỗi hai ngày. Công thức $P(t) = P_0 \cdot a^t$ cho phép tính số lượng vi khuẩn của mẻ nuôi cấy sau t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Sau bao nhiêu ngày thì số lượng vi khuẩn vượt gấp đôi số lượng ban đầu? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười. **Đáp án:** 6 , 2

Lời giải

Theo đề ta có $P(0) = 1000$ và $P(2) = 1000 + 25\% \cdot 1000 = 1250$.

Từ $P(0) = 1000$ suy ra $P_0 \cdot a^0 = 1000 \Rightarrow P_0 = 1000$.

Từ $P(2) = 1250$ suy ra $P_0 \cdot a^2 = 1250 \Rightarrow a^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Vậy $P(t) = 1000 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^t$.

Số lượng vi khuẩn vượt gấp đôi số lượng ban đầu khi $P(t) = 1000 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^t =$

$2 \cdot 1000 \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^t = 2 \Rightarrow t \approx 6,2.$

Vậy sau 6,2 ngày thì số lượng vi khuẩn vượt gấp đôi số lượng ban đầu.

Đáp án: 6,2 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{4^x - 2^{x+1}}$;

b) $y = \ln(1 - \ln x)$.

Lời giải

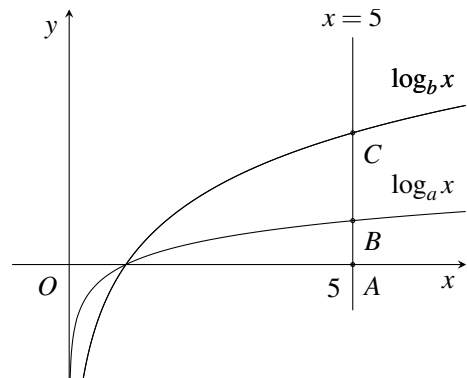
a) Hàm số $y = \sqrt{4^x - 2^{x+1}}$ xác định khi và chỉ khi $4^x - 2^{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow 2^x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

b) Hàm số $y = \ln(1 - \ln x)$ xác định khi và chỉ khi $1 - \ln x > 0 \Leftrightarrow \ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < e$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (0; e)$.

Câu 2. Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biết rằng $CB = 2AB$ và $a = mb^n$ với m, n là các số nguyên dương. Tính $m^2 + n^2$.



Lời giải

Ta có $A(5; 0), B(5; \log_a 5), C(5; \log_b 5)$.

Do đó

$$\begin{aligned} CB = 2AB &\Leftrightarrow \log_b 5 - \log_a 5 = 2 \log_a 5 \\ &\Leftrightarrow \log_b 5 = 3 \log_a 5 \\ &\Leftrightarrow \log_5 a = 3 \log_5 b \\ &\Leftrightarrow a = b^3. \end{aligned}$$

Vậy $m = 1, n = 3$ nên $m^2 + n^2 = 10$.

Câu 3. Công thức $h = -19,4 \cdot \log \frac{P}{P_0}$ là mô hình đơn giản cho phép tính độ cao h so với mặt nước biển của một vị trí trong không trung (tính bằng ki-lô-mét) theo áp suất không khí P tại điểm đó và áp suất P_0 của không khí tại mặt nước biển (cùng tính bằng Pa - đơn vị áp suất, đọc là Pascal).

a) Nếu áp suất không khí ngoài máy bay bằng $\frac{1}{2}P_0$ thì máy bay đang ở độ cao nào?

- b) Áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi A bằng $\frac{4}{5}$ lần áp suất không khí tại đỉnh của ngọn núi B. Ngọn núi nào cao hơn và cao hơn bao nhiêu ki-lô-mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

Lời giải

- a) Nếu áp suất ở ngoài máy bay là $\frac{1}{2}P_0$ thì độ cao của máy bay là

$$h = -19,4 \cdot \log \frac{\frac{1}{2}P_0}{P_0} = -19,4 \cdot \log \frac{1}{2} \approx 5,8\text{km}.$$

- b) Gọi áp suất lần lượt của hai ngọn núi A và B là P_A, P_B . Ta có $P_A = \frac{4}{5}P_B$.

Độ cao của núi A và núi B là
$$\begin{cases} h_A = -19,4 \cdot \log \frac{P_A}{P_0} \\ h_B = -19,4 \cdot \log \frac{P_B}{P_0}. \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} h_A &= -19,4 \cdot \log \frac{P_A}{P_0} = -19,4 \cdot \log \frac{\frac{4}{5}P_B}{P_0} \\ &= -19,4 \cdot \left(\log \frac{4}{5} + \log \frac{P_B}{P_0} \right) = -19,4 \cdot \log \frac{4}{5} + h_B \approx h_B + 1,9. \end{aligned}$$

Vậy núi A cao hơn núi B 1,9km.

J. ĐỀ SỐ 10

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Với m là số thực dương tùy ý, biểu thức $m^{\frac{10}{3}} : m^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. m^3 . B. m^{10} . C. $m^{\frac{11}{3}}$. D. $m^{\frac{10}{3}}$.

Lời giải

Ta có $m^{\frac{10}{3}} : m^{\frac{1}{3}} = m^{\frac{10}{3} - \frac{1}{3}} = m^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[7]{a^2}$?

- A. $a > 0$. B. $0 < a < 1$. C. $a > 1$. D. $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt[7]{a^2} = \sqrt[21]{a^6}$.

Do đó $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[7]{a^2} \Leftrightarrow \sqrt[21]{a^5} > \sqrt[21]{a^6}$, mà $5 < 6$.

Vậy $0 < a < 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Cho a là hai số thực dương khác 1. Đặt $\log_3 a = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $D = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a + \log_a 9$.

- A. $D = \frac{2 - 3m^2}{m}$. B. $D = \frac{3m^2 - 2}{m}$. C. $D = \frac{4 - 3m^2}{2m}$. D. $D = -3m$.

Lời giải

$$\begin{aligned} D &= \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a + \log_a 9 \\ &= \log_{3^{-1}} a - \log_{3^{\frac{1}{2}}} a + \log_a 3^2 \\ &= -\log_3 a - 2\log_3 a + 2\log_a 3 \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} &= -3\log_3 a + \frac{2}{\log_3 a} \\ &= -3m + \frac{2}{m} \\ &= \frac{2 - 3m^2}{m}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, giá trị $\log_{a^2} a^3$ bằng

- A. 8. B. 6. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Với a là số thực dương khác 1, ta có $\log_{a^2} a^3 = \frac{3}{2} \log_a a = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $5^{x-2} \leq \frac{1}{5}$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Ta có $5^{x-2} \leq \frac{1}{5} \Leftrightarrow x - 2 \leq -1 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Tập nghiệm của phương trình là $(-\infty; 1]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x < 0$ là

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(0; 5)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

BPT $\Leftrightarrow x < 5^0 \Leftrightarrow x < 1$.

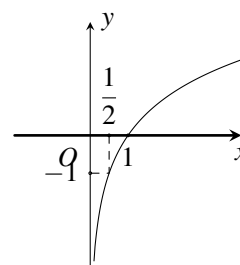
Kết hợp với điều kiện, ta được $0 < x < 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. C. $y = \log_2 2x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ nên thỏa mãn $y = \log_2 x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Trong bốn hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = 2022^x$. B. $y = \left(\frac{2022}{2021}\right)^x$. C. $y = \log_{2022} x$. D. $y = \left(\frac{2021}{2022}\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} khi $0 < a < 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. a^6 . D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là:

- A.** $x = \frac{8}{5}$. **B.** $x = \frac{9}{5}$. **C.** $x = 8$. **D.** $x = 9$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$

$$\log_2(5x) = 3 \Leftrightarrow 5x = 2^3 \Leftrightarrow 5x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{5} \text{ (nhận).}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2(2x + 1)$ là

- A.** $\{-1\}$. **B.** \emptyset . **C.** $\{0\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2 x = \log_2(2x + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{phương trình vô nghiệm.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Mức cường độ âm L đo bằng decibel (viết tắt là dB , đọc là đề-xi-ben) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2) được định nghĩa $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, trong đó $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có thể phát hiện được (gọi là ngưỡng nghe). Xác định mức cường độ âm của âm thanh giao thông thành phố đông đúc có cường độ $I = 10^{-3} W/m^2$?

- A.** 90. **B.** 130. **C.** 110. **D.** 150.

Lời giải

$$\text{Ta có } L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-3}}{10^{-12}} = 10 \log 10^9 = 90dB.$$

Vậy mức cường độ âm của âm thanh $I = 10^{-3} W/m^2$ bằng $90 dB$.

Chọn đáp án **(A)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Biết $a = \log_{27} 5$, $b = \log_8 7$, $c = \log_2 3$.

- a)** $c > 2$. **b)** $a \cdot c = \frac{1}{3} \log_2 5$.
c) $\frac{a \cdot c}{b} = \log_7 5$. **d)** $\log_{12} 35 = \frac{3(b+ac)}{c+2}$.

Lời giải

- a)** **(S)** Ta có $c = \log_2 3 < \log_2 4 = 2$.
b) **(Đ)** Ta có $a \cdot c = c \cdot a = \log_2(3) \cdot \log_{27}(5) = \log_2(3) \cdot \frac{1}{3} \log_3(5) = \frac{1}{3} \log_2 5$.
c) **(Đ)** Ta có $\frac{a \cdot c}{b} = \frac{\frac{1}{3} \log_2 5}{\log_8 7} = \frac{1}{3} \log_2(5) \cdot \log_7(8) = \frac{1}{3} \log_2(5) \cdot 3 \cdot \log_7(2) = \log_7 5$.

d) **D** Ta có
$$\begin{cases} a = \log_{27}(5) = \frac{1}{3} \log_3 5 \\ b = \log_8 7 = \frac{1}{3} \log_2 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 5 = 3a \\ \log_2 7 = 3b. \end{cases}$$

Mà $\log_{12} 35 = \frac{\log_2(7 \cdot 5)}{\log_2(3 \cdot 2^2)} = \frac{\log_2 7 + \log_2 5}{\log_2 3 + 2} = \frac{\log_2 7 + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{\log_2 3 + 2} = \frac{3(b + ac)}{c + 2}$.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c đúng	d đúng
-------	--------	--------	--------

 □

Câu 2. Cent âm nhạc là một đơn vị trong thang lôgarit của cao độ hoặc khoảng tương đối. Một quãng tám bằng 1200 cent. Công thức xác định chênh lệch khoảng thời gian giữa hai nốt nhạc có tần số a và b ($a > b$) là $n = 1200 \cdot \log_2 \frac{a}{b}$.

- a) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là 131 cent.
- b) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz nằm trong khoảng (246; 250).
- c) Giả sử khoảng thời gian là 230 cent và tần số đầu là 328 Hz thì tần số cuối cùng là 287,2 Hz.
- d) Với tần số đầu không vượt quá 355 Hz và tần số cuối cùng là 384 Hz thì khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc không vượt quá 178 cent.

Lời giải

- a) **S** Sai. Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là

$$n = 1200 \cdot \log_2 \frac{443}{415} \approx 113 \text{ cent.}$$

- b) **D** Đúng. Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz là

$$n = 1200 \cdot \log_2 \frac{398}{345} \approx 247,4.$$

- c) **D** Đúng. Ta có phương trình

$$230 = 1200 \cdot \log_2 \frac{328}{b} \Leftrightarrow \log_2 \frac{328}{b} = \frac{23}{120} \Leftrightarrow \frac{328}{b} = 2^{\frac{23}{120}} \Leftrightarrow b \approx 287,2 \text{ Hz.}$$

- d) **S** Sai. Ta có phương trình

$$178 \geq 1200 \cdot \log_2 \frac{a}{320} \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{320} \leq \frac{89}{600} \Leftrightarrow \frac{a}{320} \leq 2^{\frac{89}{600}} \Leftrightarrow a \leq 354,6 \text{ Hz.}$$

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c đúng	d sai
-------	--------	--------	-------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tính giá trị của biểu thức

$$N = \frac{1}{\log_{2^{2023}} 2023!} + \frac{1}{\log_{3^{2023}} 2023!} + \frac{1}{\log_{4^{2023}} 2023!} + \dots + \frac{1}{\log_{2023^{2023}} 2023!}$$

Đáp án:

2	0	2	3
---	---	---	---

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{\log_{2^{2023}} 2023!} + \frac{1}{\log_{3^{2023}} 2023!} + \frac{1}{\log_{4^{2023}} 2023!} + \dots + \frac{1}{\log_{2023^{2023}} 2023!} \\ &= \log_{2^{2023}!} 2^{2023} + \log_{3^{2023}!} 3^{2023} + \log_{4^{2023}!} 4^{2023} + \dots + \log_{2023!} 2023^{2023} \\ &= 2023(\log_{2^{2023}!} 2 + \log_{3^{2023}!} 3 + \log_{4^{2023}!} 4 + \dots + \log_{2023!} 2023) \\ &= 2023 \log_{2023!} (2.3.4. \dots .2023) \\ &= 2023 \log_{2023!} (2023!) \\ &= 2023. \end{aligned}$$

Đáp án:

2023

 □

Câu 2. Cho biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$. Tính A khi $3^x = 2$.

Đáp án:

3	7		
---	---	--	--

Lời giải

Ta có

$$A = \left(3 \cdot \frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9 \cdot 9^x = 1 + 9(3^x)^2 = 1 + 9(2)^2 = 37.$$

Đáp án:

37

 □

Câu 3. Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, nó chuyển hóa thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}}$ (%). Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thu được lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 50%. Tìm niên đại công trình kiến trúc trên.

Đáp án:

5	7	5	0
---	---	---	---

Lời giải

Ta có $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 50 \Leftrightarrow t = 5750$.

Vậy niên đại công trình kiến trúc là 5750 năm.

Đáp án:

5750

 □

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và thỏa mãn các điều kiện $f(1) = 1$, $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$.

Giá trị của biểu thức $T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right]$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:

3			
---	--	--	--

Lời giải

Có $f(1) = 1$, $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$.

Suy ra

$$\begin{aligned} f(96) &= f(95+1) = f(95) + f(1) + 95 = f(95) + 96 = f(94) + 95 + 96 \\ &= \dots \\ &= f(1) + 2 + \dots + 95 + 96 \\ \Rightarrow f(96) &= 1 + 2 + \dots + 95 + 96 = \frac{96 \cdot 97}{2} = 4656. \end{aligned}$$

Tương tự $f(69) = 1 + 2 + \dots + 68 + 69 = \frac{69 \cdot 70}{2} = 2415$.

Vậy $T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right] = \log \left(\frac{4656 - 2415 - 241}{2} \right) = \log 1000 = 3$.

Đáp án:

3			
---	--	--	--

 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Giải các bất phương trình sau

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) $0,1^{2-x} > 0,1^{4+2x}$; | c) $\log_3(x+7) \geq -1$; |
| b) $2 \cdot 5^{2x+1} \leq 3$; | d) $\log_{0,5}(x+7) \geq \log_{0,5}(2x-1)$. |

Lời giải

- a) Ta có $0,1^{2-x} > 0,1^{4+2x} \Leftrightarrow 2-x < 4+2x \Leftrightarrow -3x < 2 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$;
- b) Ta có $2 \cdot 5^{2x+1} \leq 3 \Leftrightarrow 5^{2x+1} \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x+1 \leq \log_5 \frac{3}{2} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2} \left(\log_5 \frac{3}{2} - 1 \right)$;
- c) Điều kiện: $x+7 > 0 \Leftrightarrow x > -7$.
Ta có $\log_3(x+7) \geq -1 \Leftrightarrow x+7 \geq 3^{-1} \Leftrightarrow x \geq -\frac{20}{3}$ (thỏa mãn điều kiện).

- d) Điều kiện: $\begin{cases} x+7 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.
Ta có $\log_{0,5}(x+7) \geq \log_{0,5}(2x-1) \Leftrightarrow x+7 \leq 2x-1 \Leftrightarrow x \geq 8$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 2. Giả sử nhiệt độ T (°C) của một vật giảm dần theo thời gian cho bởi công thức: $T = 25 + 70e^{-0,5t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút.

- a) Tìm nhiệt độ ban đầu của vật.
 b) Sau bao lâu nhiệt độ của vật còn lại 30°C ?

Lời giải

- a) Nhiệt độ ban đầu của vật là $T_0 = 25 + 70e^{-0,5 \cdot 0} = 95^\circ\text{C}$.
 b) Nhiệt độ của vật còn lại 30°C , ta có

$$30 = 25 + 70e^{-0,5t} \Leftrightarrow 70e^{-0,5t} = 5 \Leftrightarrow e^{-0,5t} = \frac{1}{14}$$

$$\Leftrightarrow -0,5t = \ln \frac{1}{14} \Leftrightarrow t \approx 5,3 \text{ (phút)}.$$

Câu 3. Giải phương trình $\log_2(8 - x^2) + \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) - 2 = 0$.

Lời giải

Điều kiện $-1 \leq x \leq 1$. Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\log_2(8 - x^2) = 2 + \log_2(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$$

$$\Leftrightarrow 8 - x^2 = 4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}). \quad (*)$$

Đặt $t = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$, phương trình (*) trở thành

$$(t - 2)^2(t^2 + 4t + 8) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Suy ra $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2 \Leftrightarrow x = 0$.

Kết hợp với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là $x = 0$.

Câu 4. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$ thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_b a} = \sqrt{2018}$.

Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$.

—Hết—

Phần II

Quan hệ vuông góc trong không gian

K. ĐỀ SỐ 1

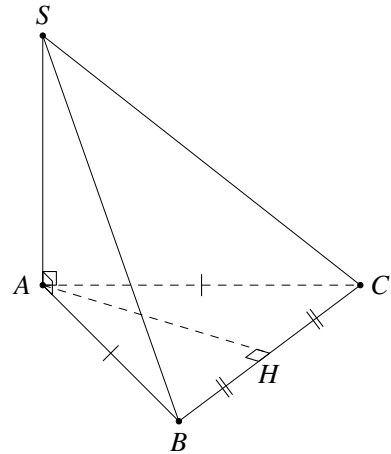
PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC cân tại A , H là trung điểm cạnh BC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $BC \perp SB$. B. $BC \perp SC$. C. $SB \perp AH$. D. $BC \perp SH$.

Lời giải

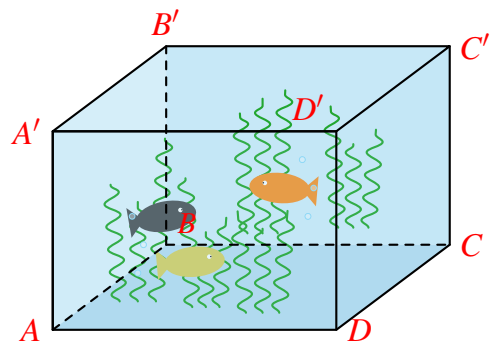
Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases}$
 Trong (SAH) , $SA \cap AH = A$.
 Nên $BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2. Ta biết hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình chữ nhật. Quan sát một bể nuôi cá cảnh hình hộp chữ nhật sau và cho biết góc giữa hai đường thẳng AA' và $C'D'$ bằng góc nào sau đây?

- A. $(A'A, AB)$. B. $(A'A, AD)$.
 C. $(A'A, A'B)$. D. $(A'A, AB')$.



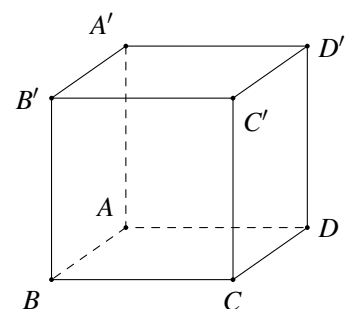
Lời giải

Do $D'C'$ song song với AB nên góc giữa hai đường thẳng AA' và $C'D'$ bằng góc $(A'A, AB)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Hình chiếu vuông góc của điểm C' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm

- A. C . B. A . C. D . D. B .



Lời giải

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $C'C \perp (ABCD)$. Suy ra C là hình chiếu vuông góc của C' trên $(ABCD)$.

Chọn đáp án **(A)** □

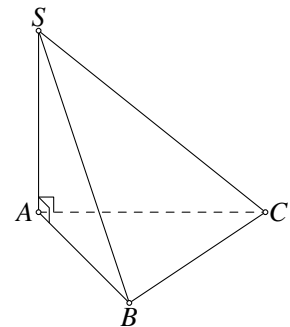
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B ; $SA \perp (ABC)$. Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc nào?

- A. \widehat{SBC} . B. \widehat{SBA} . C. \widehat{SCB} . D. \widehat{SCA} .

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Suy ra $((SBC); (ABC)) = \widehat{SBA}$ ($\triangle ABC$ vuông tại A).



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của AC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $BM \perp AC$. B. $(SBM) \perp (SAC)$. C. $(SAB) \perp (SBC)$. D. $(SAB) \perp (SAC)$.

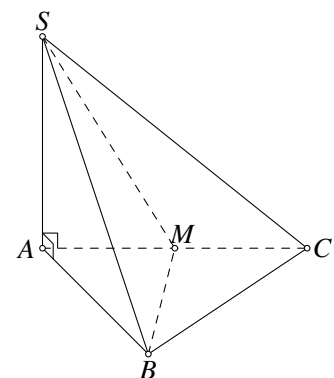
Lời giải

Xét $\triangle ABC$ cân tại B , M là trung điểm $AC \Rightarrow BM \perp AC$.

Xét $\begin{cases} BM \perp SA \\ BM \perp AC \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SAC) \Rightarrow (SBM) \perp (SAC)$.

Xét $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

Xét $((SAB), (SAC)) = \widehat{BAC} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
 B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì hai mặt phẳng đó song song hoặc cắt nhau.

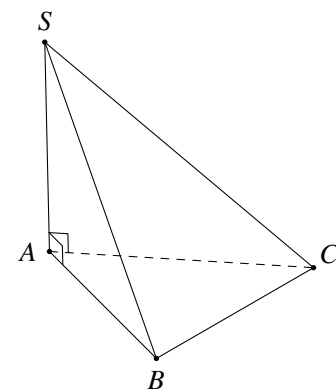
Lời giải

Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể song song hoặc chéo nhau.

Đáp án C chỉ đúng trong mặt phẳng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là



- A. 45° .
- B. 90° .
- C. 30° .
- D. 60° .

Lời giải

Do $SA \perp (ABC)$ mà $SA \subset (SAB) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$.

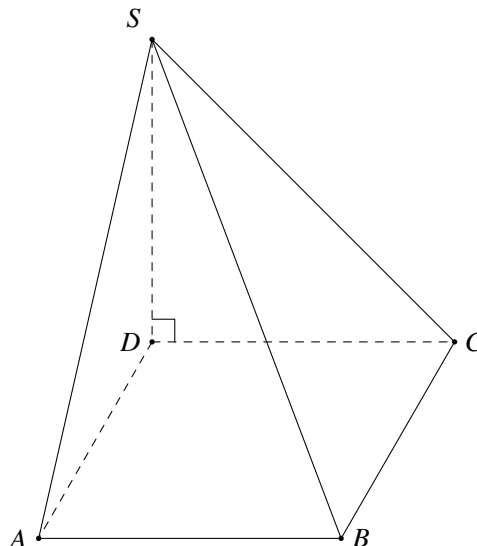
Vậy số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là 90° .

Chọn đáp án **B** □

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB = 4a, BC = a$, vuông góc với mặt phẳng đáy và $SD = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $6a^3$.
- B. $3a^3$.
- C. $\frac{8}{3}a^3$.
- D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải



Vì $SD \perp (ABCD)$ nên chiều cao của khối chóp là $h = SD = 2a$.

Diện tích đáy hình chữ nhật là

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 4a \cdot a = 4a^2.$$

Vậy thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot 2a = \frac{8a^3}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 9. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Gọi đường cao, diện tích đáy lần lượt là h, B .

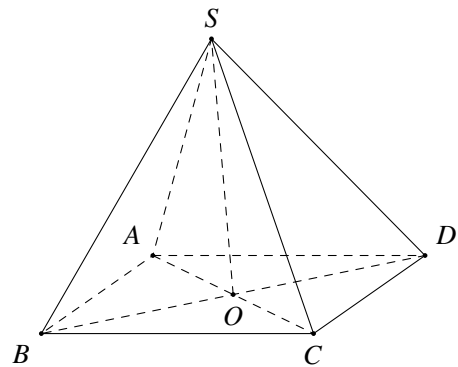
Khi đó áp dụng công thức thể tích khối chóp, khối lăng trụ ta được $V_1 = \frac{1}{3}B \cdot h$ và $V_2 = B \cdot h$.

Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}B \cdot h}{B \cdot h} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. $BD \perp SA$. B. $AC \perp SD$.
C. $BD \perp AC$. D. $AC \perp SA$.



Lời giải

Vì $SA=SC$ nên tam giác SAC cân tại S có SO vừa là trung tuyến vừa là đường cao, do đó $SO \perp AC$.

Vậy tam giác SAO vuông tại O , suy ra $AC \perp SA$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **D** □

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với đáy. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SD . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $SC \perp (AHK)$. B. $BC \perp (AHK)$. C. $\triangle SBC$ vuông. D. $AK \perp (SCD)$.

Lời giải

Ta có

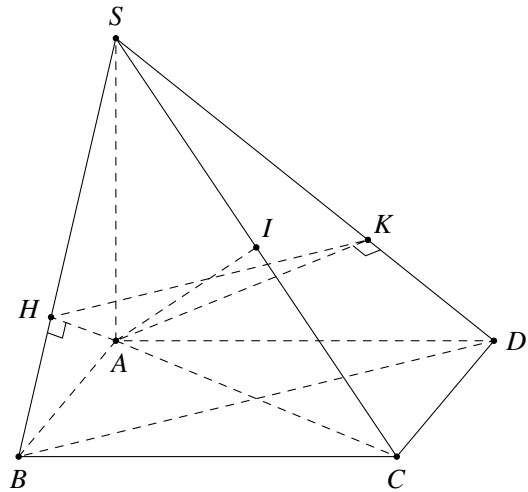
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

Nên tam giác SBC vuông tại B .

Chứng minh tương tự ta cũng có $CD \perp (SAD)$. Suy ra $CD \perp AK$. Lại có $AK \perp SD$. Cho nên $AK \perp (SCD)$. Từ đó suy ra $AK \perp SC$.

Tương tự $AH \perp (SBC)$. Suy ra $AH \perp SC$.

Vậy $SC \perp (AHK)$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Phát biểu nào sau đây đúng?

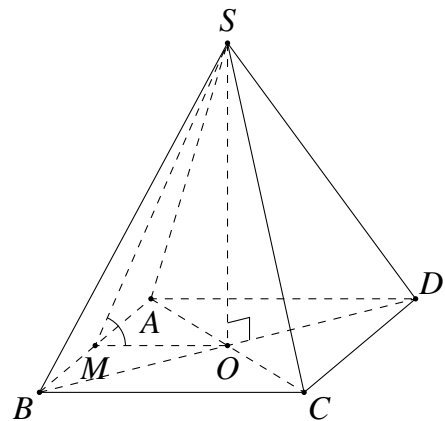
- A. Góc phẳng nhị diện $[S, AB, C]$ là \widehat{SBC} .
- B. Góc phẳng nhị diện $[D, SA, C]$ là \widehat{DAC} .
- C. Góc phẳng nhị diện $[S, AC, B]$ là \widehat{SOB} .
- D. Góc phẳng nhị diện $[D, SA, B]$ là \widehat{BSD} .

Lời giải

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $SO \perp (ABCD)$

- $SO \perp AC, SO \perp BD$.
- $SO \perp AC$ và $BO \perp AC$.
Suy ra \widehat{SOB} là góc phẳng nhị diện $[S, AC, B]$.



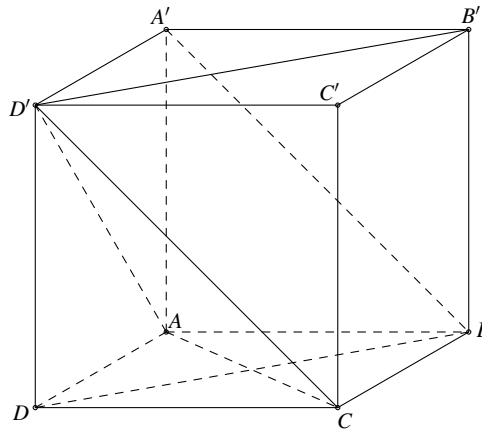
Chọn đáp án **(C)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

- a) $BD \parallel B'D'$.
- b) Góc giữa AC và $B'D'$ bằng 90° .
- c) Tam giác ACD' là tam giác đều.
- d) Góc giữa AC và $A'B$ bằng 30° .

Lời giải



- a) **D** Tứ giác $BDD'B'$ là hình bình hành nên $BD \parallel B'D'$.
- b) **D** Vì $BD \parallel B'D'$ nên $(AC, B'D') = (AC, BD)$.
Do $ABCD$ là hình vuông nên $AC \perp BD$.
Vậy $(AC, B'D') = 90^\circ$.
- c) **D** Gọi cạnh hình lập phương là a .
Các đoạn thẳng $AC, CD', D'A$ đều là đường chéo của các mặt hình vuông cạnh a .
Do đó $AC = CD' = D'A = a\sqrt{2}$.
Vậy $\triangle ACD'$ là tam giác đều.
- d) **S** Vì $A'BCD'$ là hình bình hành nên $A'B \parallel D'C$.
Góc giữa AC và $A'B$ bằng góc giữa AC và $D'C$, là góc $\widehat{ACD'}$.
Vì $\triangle ACD'$ là tam giác đều nên $\widehat{ACD'} = 60^\circ$.

Chọn đáp án

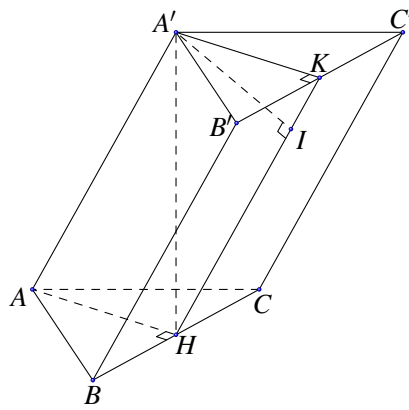
a đúng	b đúng	c đúng	d sai
--------	--------	--------	-------

 □

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với cạnh huyền $BC = 2a$. Biết $A'H \perp (ABC)$ với H là trung điểm BC .

- a) $BC \perp (AA'H)$.
- b) $B'C' \perp AA'$.
- c) Tìm được hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) khi đó, diện tích hình chiếu đó theo a bằng $\frac{a^2}{3}$.
- d) Gọi I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B')$. Biết $A'I = \frac{a}{2}$. Khi đó độ dài $A'H$ theo a bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



a) **D** Ta có $\begin{cases} BC \perp A'H \text{ (do } A'H \perp (ABC)) \\ BC \perp AH \text{ (do } \triangle ABC \text{ vuông tại } A, H \text{ là trung điểm } BC) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'H).$

b) **D** Ta có $B'C' \parallel BC \Rightarrow B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow B'C' \perp AA'.$

c) **S** Vì $A'H \perp (ABC)$ nên hình chiếu của AA' trên (ABC) là AH , hình chiếu của $A'B$ trên (ABC) là BH .

Vậy hình chiếu của tam giác $A'AB$ trên mặt phẳng (ABC) chính là tam giác ABH .

Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 2a \Rightarrow AB = AC = a\sqrt{2}.$

Diện tích tam giác ABH là

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{4}(a\sqrt{2})^2 = \frac{a^2}{2}.$$

d) **S** Gọi K là trung điểm $B'C'.$

Dễ thấy $(A'AH) \equiv (AHKA').$

Mà $B'C' \perp (AA'H)$ nên $B'C' \perp (AHKA').$

Trong mặt phẳng $(AHKA'),$ kẻ $A'I \perp HK$ tại $I.$ (1)

Vì $B'C' \perp (AHKA'), A'I \subset (AHKA')$ nên $A'I \perp B'C'.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'I \perp (BCC'B')$ hay I là hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(BCC'B').$

Tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại A' nên $A'K = \frac{B'C'}{2} = a.$

Tam giác $A'HK$ vuông tại A' có đường cao $A'I$ nên ta có

$$\frac{1}{A'I^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{A'K^2} \Rightarrow \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

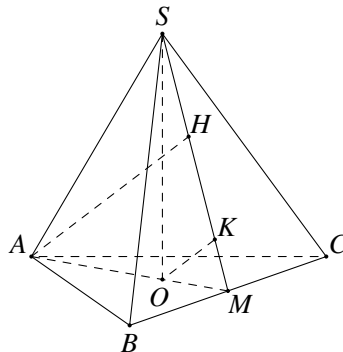
Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng $\sqrt{3}.$ Gọi O là tâm của đáy $ABC,$ gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ A và O

đến mặt phẳng (SBC) . Tổng $d = d_1 + d_2$ là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Đáp án:

1	,	1	4
---	---	---	---

Lời giải



Ta có $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}, AO = \frac{\sqrt{3}}{3}, OM = \frac{\sqrt{3}}{6}, SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{3 - \frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lại có $d_1 = d(A, (SBC)) = AH = 3OK, d_2 = d(O, (SBC)) = OK$.

Suy ra $d = d_1 + d_2 = 3d_2 + d_2 = 4d_2 = 4OK = 4 \cdot \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} = \frac{8\sqrt{22}}{33} \approx 1,14$.

Đáp án:

1,14

 □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B, SA \perp (ABC), SA = AB = 1$. Mặt bên (SBC) hợp với mặt đáy một góc bằng bao nhiêu độ?

Đáp án:

4	5		
---	---	--	--

Lời giải

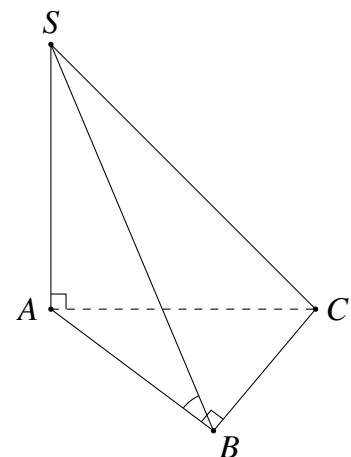
Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$.

Mà $AB \perp BC$. Suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow SB \perp BC$.

$$\bullet \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AB \perp BC \\ SB \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \widehat{SBA}.$$

$$\bullet \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ.$$

Vậy góc giữa (SBC) và mặt đáy (ABC) bằng 45° .



Đáp án:

45

 □

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Tính góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$? (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án:

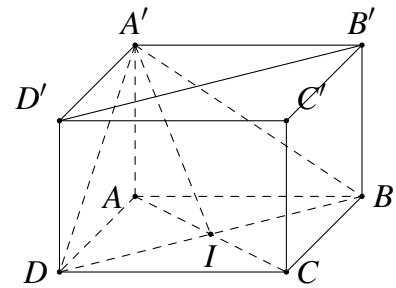
7	3	,	4
---	---	---	---

Lời giải

Kẻ $AI \perp BD$. Mà $BD \perp A'A$ nên $BD \perp (AA'I)$.

Ta có

- $(A'BD) \cap (ABD) = BD$.
- Trong mặt phẳng (ABD) , ta có $AI \perp BD$.
- Trong mặt phẳng $(A'BD)$, ta có $A'I \perp BD$.

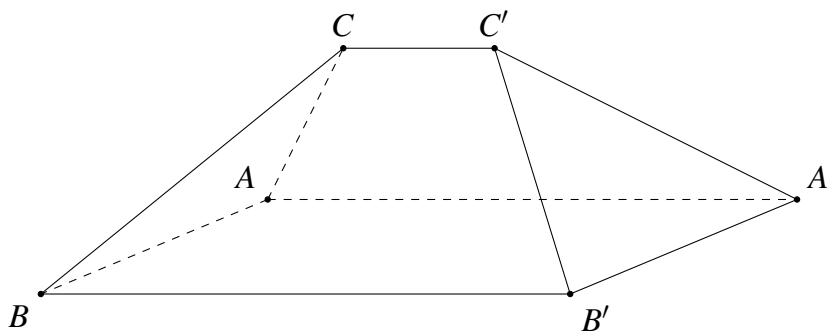


Suy ra $[A', BD, A] = \widehat{A'IA}$. Xét $\triangle AA'I$ vuông tại A ta có

- $AI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$.
- $\tan \widehat{A'IA} = \frac{A'A}{AI} = \frac{3a}{\frac{2\sqrt{5}}{5}a} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \widehat{A'IA} \approx 73,4^\circ$.

Đáp án: 73,4 □

Câu 4. Gia đình bác An muốn làm mái tôn cho sân thượng là hình chữ nhật $ABB'A'$ với kích thước chiều dài $AA' = 10$ m và chiều rộng $AB = 6$ m. Bác dự định làm mái tôn (kín) có thanh ngang $CC' = 6$ m nằm chính giữa mái, song song và cách mặt sàn sân thượng 2 m (tham khảo hình vẽ). Biết rằng chi phí làm mái tôn trọn gói cho mỗi m^2 là 250000 VNĐ. Tính số tiền (triệu đồng) bác An phải chi trả (làm tròn đến hàng phần mười).

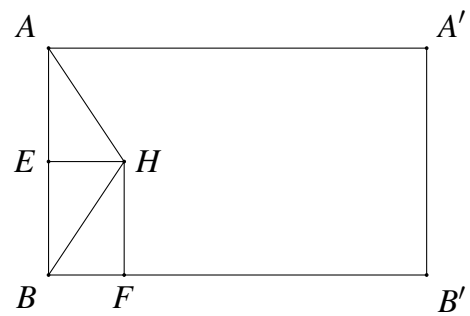


Lưu ý: Khoảng cách giữa thanh ngang và mặt sàn là độ dài đoạn thẳng nối một điểm thuộc thanh ngang đến hình chiếu của điểm đó trên mặt sàn.

Đáp án: 18.7

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của C lên $(ABB'A')$, E và F lần lượt là hình chiếu của H lên AB và BB' . Vì CC' nằm chính giữa mái nên ta tính được $HE = \frac{10-6}{2} = 2$ và $HF = 3$.



Đặt góc giữa (CAB) và $(ABB'A')$ là α và góc giữa $(CBB'C')$ và $(ABB'A')$ là β , ta có

$$\tan \alpha = \frac{CH}{HE} = 1 \text{ và } \tan \beta = \frac{CH}{HF} = \frac{2}{3}.$$

Suy ra $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và $\cos \beta = \frac{3}{\sqrt{13}}$. Diện tích tam giác AHB là $\frac{AB \cdot HE}{2} = 6$.

Diện tích hình chiếu của hình thang $CBB'C'$ lên mặt sàn là $\frac{6 \cdot 10 - 2 \cdot 6}{2} = 24$.

Tổng diện tích mái tôn là $S = 2 \cdot \left(\frac{6}{\cos \alpha} + \frac{24}{\cos \beta} \right) = 12\sqrt{2} + 16\sqrt{13}$.

Tổng số tiền bác An phải trả là $250\,000 \cdot (12\sqrt{2} + 16\sqrt{13}) \approx 18,7$ triệu đồng

Đáp án: **18.7** □

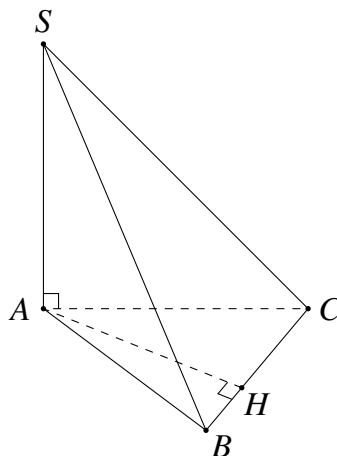
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.

b) Giả sử tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Lời giải



a) $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABC).$

b) $\begin{cases} AH \perp BC \\ SA \perp BC \text{ (vì } SA \perp (ABC)) \\ AH \cap SA = \{A\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC \perp (SAH) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAH) \perp (SBC).$

c) Ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ BC \perp SH \text{ (vì } BC \perp (SAH)) \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = (SH, AH) = \widehat{SHA}.$

Xét tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ACH} = 60^\circ.$

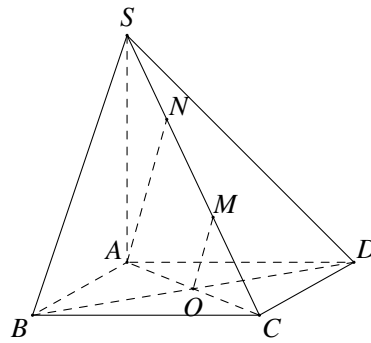
Xét tam giác ACH vuông tại H có $\sin \widehat{ACH} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Xét tam giác SHA vuông tại A có $\tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{a\sqrt{3}}{2} = 1 \Rightarrow \widehat{SHA} = 45^\circ.$

Vậy $[S, BC, A] = 45^\circ.$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .

Lời giải



Do $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

Do đó $((SBC); (ABCD)) = \widehat{SBA} = 60^\circ.$

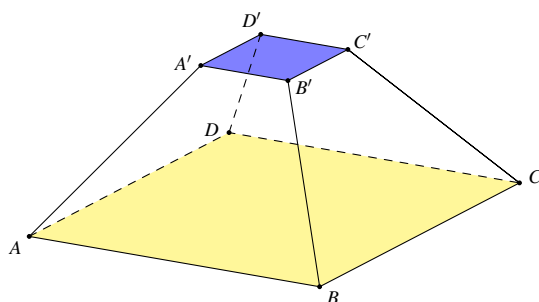
Suy ra $SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$

Dựng $OM \perp SC$ khi đó OM là đường vuông góc chung của BD và SC .

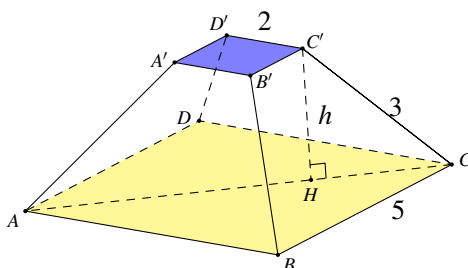
Ta có $\triangle CAS \sim \triangle CMO(g-g) \Rightarrow \frac{SC}{CO} = \frac{SA}{MO} \Rightarrow OM = \frac{SA \cdot OC}{SC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$

Câu 3. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều (Hình bên). Cạnh đáy dưới dài 5 m, cạnh đáy trên dài 2 m, cạnh bên dài 3 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng/m³.



Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp, kết quả được làm tròn đến hàng triệu.

Lời giải



Nửa đường chéo hình vuông đáy trên là $\sqrt{2}$ m.

Nửa đường chéo hình vuông đáy dưới là $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ m.

Chiều cao khối chóp đều là

$$h = \sqrt{3^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ m.}$$

Thể tích khối chóp cụt đều là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} (2^2 + 5^2 + 2 \cdot 5) = \frac{39\sqrt{2}}{2} \text{ m}^3.$$

Vậy giá tiền mua bê tông tươi là

$$1470000 \times \frac{39\sqrt{2}}{2} \approx 41000000 \text{ đồng.}$$

—Hết—

L. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là **đúng**?

- A.** Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
- C.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3}Bh = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề sai.

- A.** Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$. **B.** Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
- C.** Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$. **D.** Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.

Lời giải

Nếu $a \perp (P)$ và $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Thể tích khối lập phương cạnh bằng 2 bằng

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

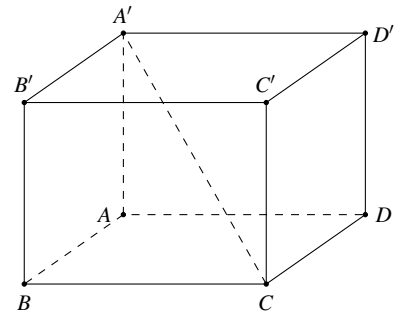
Lời giải

Thể tích khối lập phương cạnh 2 là $V = 2^3 = 8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AB = AA' = a, AD = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa $A'C$ và DD' .

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .



Lời giải

Vì $AA'D'D$ là chữ nhật nên $DD' \parallel AA' \Rightarrow (A'C, DD') = (A'C, AA') = \widehat{AA'C}$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

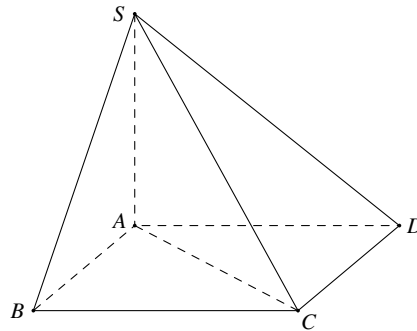
Khi đó $\tan(\widehat{AA'C}) = \frac{AC}{AA'} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AA'C} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.

Mặt khác $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3a^2 + 3a^2} = a\sqrt{6}$.

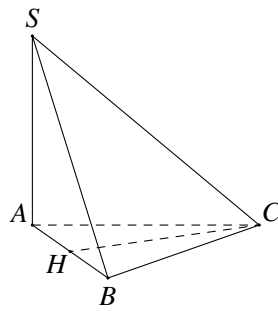
Tam giác SAC vuông tại A nên $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh bằng a . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $2a$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm AB . Ta có $CH \perp (SAB)$ nên $d(C, (SAB)) = CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề dưới đây.

- A. $(ABCD) \perp (SBD)$.
- B. $(SAB) \perp (ABCD)$.
- C. $(SAC) \perp (SBD)$.
- D. $(SAC) \perp (ABCD)$.

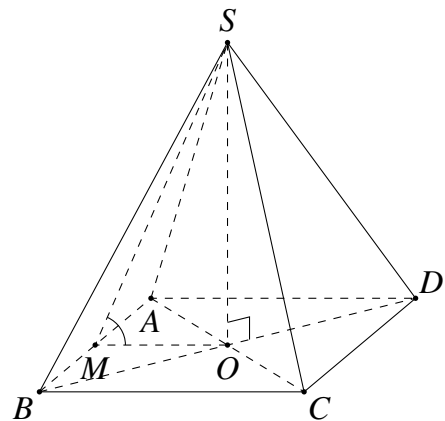
Lời giải

Gọi M là trung điểm của AB .

Ta có $\begin{cases} MO \perp AB \\ SM \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (ABCD)) = \widehat{SMO} = \varphi$.

Tam giác SMO vuông tại O nên $\varphi \neq 90^\circ$.

Do đó $(ABCD)$ không vuông góc với mặt phẳng (SAB) .



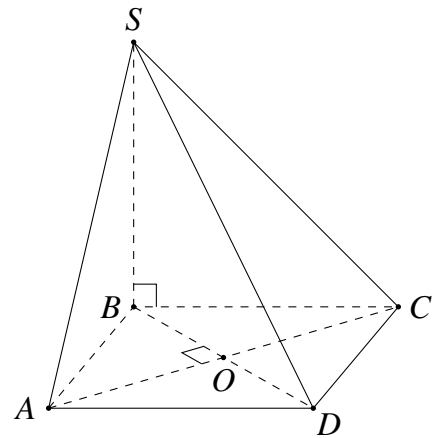
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD) ?

- A. (SBC) .
- B. (SAD) .
- C. (SCD) .
- D. (SAC) .

Lời giải

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD).$

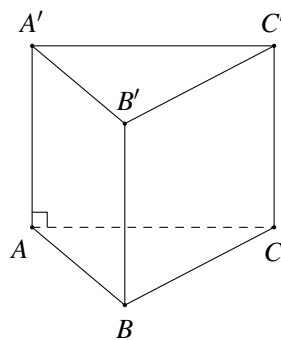


Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a, AA' = a\sqrt{2}, \widehat{BAC} = 45^\circ$.
 Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải



Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} \cdot AA' = \frac{a^3}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều.
- B. Chân đường cao của hình chóp đều là trọng tâm của đáy.
- C. Hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy là tứ diện đều.
- D. Hình chóp tứ giác có có đáy là hình vuông là hình chóp tứ giác đều.

Lời giải

Hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy là tứ diện đều.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 12. Trong không gian, hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau khi nào?

- A. Khi a và b cắt nhau và góc giữa chúng bằng 90° .
- B. Khi góc giữa a và b bằng 90° .
- C. Khi a và b chéo nhau và góc giữa chúng bằng 90° .
- D. Khi a và b nằm trên cùng một mặt phẳng và góc giữa chúng bằng 90° .

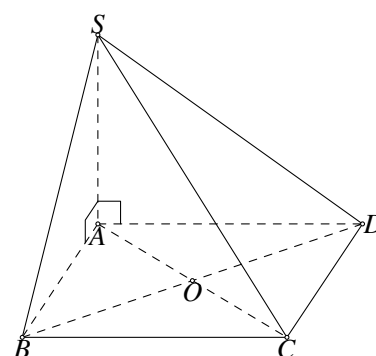
Lời giải

Trong không gian, hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau khi góc giữa chúng bằng 90° .

Chọn đáp án **(B)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy như hình vẽ sau đây.



- a) $(SAB) \perp (ABCD)$.
- b) Góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là \widehat{SCD} .
- c) Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là \widehat{SDA} .
- d) Số đo của góc nhị diện $[B, SA, D]$ bằng 90° .

Lời giải

- a) **(D)** Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $(SAB) \perp (ABCD)$.
- b) **(S)** Giao tuyến của (SBC) và $(ABCD)$ là BC .
Ta có $AB \perp BC$ và $SB \perp BC$, suy ra góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là \widehat{SBA} .
- c) **(D)** Giao tuyến của (SCD) và $(ABCD)$ là CD .
Ta có $AD \perp CD$ và $SD \perp CD$, suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là \widehat{SDA} .
- d) **(D)** Ta có $AB \perp SA$ và $AD \perp SA$ nên góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[B, SA, D]$ là $\widehat{BAD} = 90^\circ$.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

 □

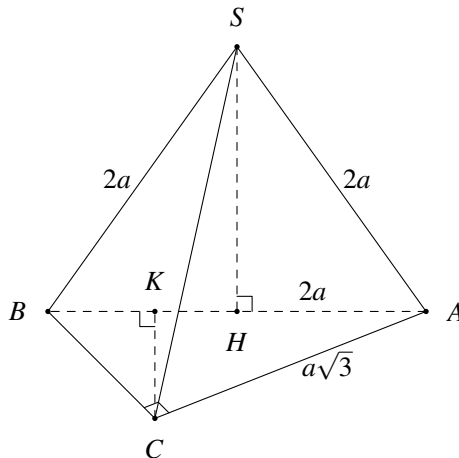
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Khi đó

- a) $SH \perp (ABC)$.
- b) $d(S, (ABC)) = a\sqrt{3}$.

c) $d(C, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

d) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải



a) **Đ** Đúng. Gọi H là trung điểm AB , mà tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$. Ngoài ra $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

b) **Đ** Đúng. Ta có $d(S, (ABC)) = SH = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ (do tam giác SAB đều cạnh $2a$).

c) **S** Sai. Kẻ đường cao CK của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SH \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CK.$$

Xét tam giác ABC vuông tại C có

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a; CK = \frac{CA \cdot CB}{AB} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = CK = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

d) **S** Sai. Diện tích đáy hình chóp là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

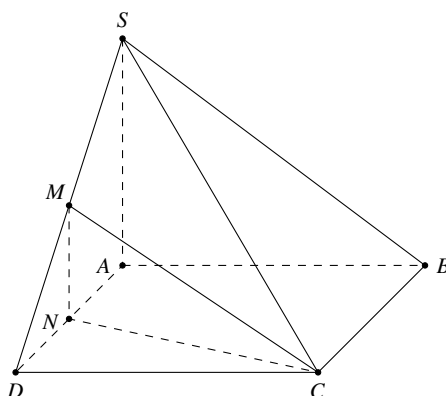
$$\text{Thể tích khối chóp là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d sai

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 2a, BC = a\sqrt{2}, SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm SD . Tính $\tan \alpha$ với α góc giữa hai đường thẳng SA và CM (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). **Đáp án:** ,

Lời giải



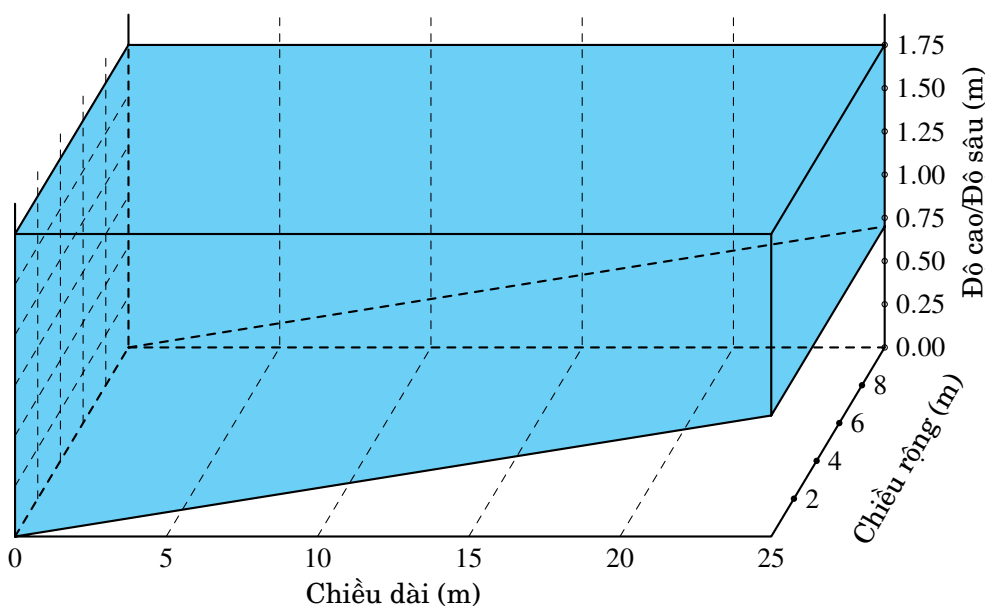
Gọi N là trung điểm của AD , khi đó $MN \parallel SA$ nên $(SA, CM) = (MN, CM) = \widehat{CMN} = \alpha$.

Ta có $MN = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$, $CN = \sqrt{DN^2 + CD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (2a)^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác MNC vuông tại N nên ta có $\tan \alpha = \frac{NC}{MN} = \frac{\frac{3a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = 3\sqrt{2}$.

Đáp án: 4,24 □

Câu 2. Một bể bơi với mặt nước khi đầy có dạng hình chữ nhật với chiều rộng 12 m và chiều dài 25 m. Các thành bể xung quanh thẳng đứng và đáy là một phẳng nghiêng. Chiều sâu tại một đầu bể là 1,0 m và tăng dần đều đến 1,8 m ở đầu kia của bể (xem hình vẽ). Ban đầu bể không chứa nước. Người ta sử dụng một máy bơm công suất lớn để bơm nước vào bể với tốc độ không đổi là $60 \text{ m}^3/\text{giờ}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì máy bơm bơm đầy bể nước? Đáp án: 7



Lời giải

Bể nước có dạng một lăng trụ đứng với đáy là hình thang vuông.

Suy ra thể tích bể nước là

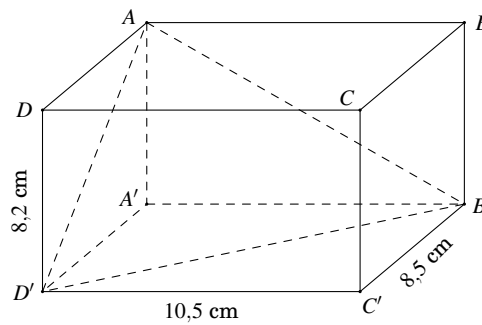
$$V = S_{\text{đ}} \cdot h = \frac{(1,8 + 1) \cdot 25}{2} \cdot 12 = 420 \text{ m}^3.$$

Thời gian máy bơm đầy bể là $t = \frac{420}{60} = 7$ giờ.

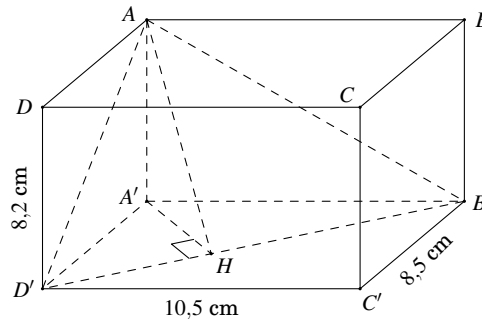
Đáp án: 7 □

Câu 3. Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm, 10,5 cm (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án: 5 1 , 1



Lời giải



Trong $(A'B'C'D')$, vẽ $A'H \perp B'D'$ tại H .

Ta có $\begin{cases} B'D' \perp A'H \\ B'D' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (AA'H) \Rightarrow B'D' \perp AH.$

Suy ra $\widehat{AHA'}$ là góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$.

Tam giác $A'B'D'$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow A'H = \frac{A'B' \cdot A'D'}{\sqrt{A'B'^2 + A'D'^2}} = \frac{357}{2\sqrt{730}}.$$

Tam giác AHA' vuông tại A' có

$$\tan \widehat{AHA'} = \frac{AA'}{A'H} = 8,2 : \frac{357}{2\sqrt{730}} \Rightarrow \widehat{AHA'} \approx 51,14^\circ.$$

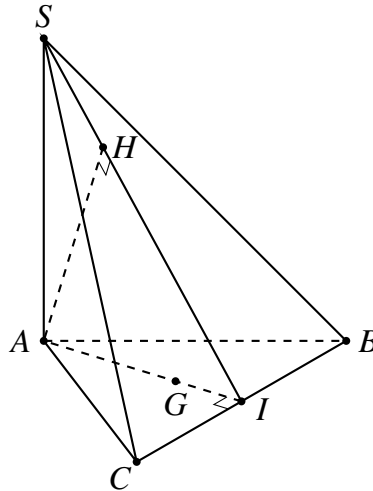
Đáp án: 51,1 □

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SB = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Với $a = \sqrt{15}$, tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .

Đáp án:

1			
---	--	--	--

Lời giải



Kẻ $AI \perp BC$, kẻ $AH \perp SI$ tại H .

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$.

Ta lại có $AH \perp SI \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

Ta có $SA = \sqrt{SB^2 - BA^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = \sqrt{3}a$.

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{15}}{5}a$.

Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{15}}{5}a$.

Ta có GA cắt BC tại I .

$\Rightarrow \frac{d(G, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{GI}{AI} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)) = \frac{\sqrt{15}}{15}a = 1$ với $a = \sqrt{15}$.

Đáp án:

1

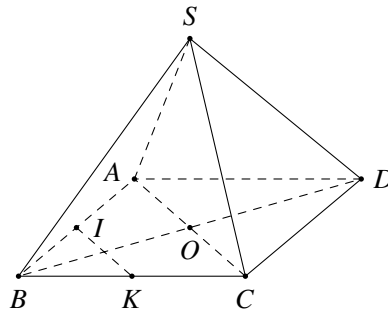
 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$.

- a) Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.
- b) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BA và BC . Chứng minh rằng $IK \perp (SBD)$ và $IK \perp SD$

Lời giải



a) Do $SA = AC \Rightarrow \triangle SAC$ cân tại S có trung tuyến SO đồng thời là đường cao
Suy ra $SO \perp AC$. Tương tự có $SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

b) Do $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$

Mặt khác $SO \perp (ABCD) \Rightarrow AC \perp SO$

Do vậy $AC \perp (SBD)$.

Suy ra IK là đường trung bình trong tam giác BAC nên $IK \parallel AC$

Mà $AC \perp (SBD) \Rightarrow IK \perp (SBD)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B có $AD = 2a, CD = a$ và tam giác ACD vuông tại C , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó góc giữa đường SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc \widehat{SCA} .

Tam giác ACD vuông tại C nên ta có

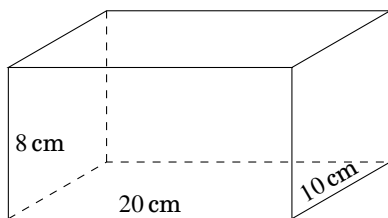
$$AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

Tam giác SAC vuông cân tại A nên $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

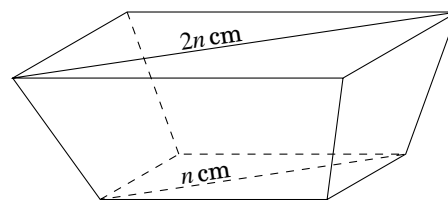
Vậy góc giữa đường SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .



Câu 3. Một chiếc khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước chiều dài 20 cm, chiều rộng 10 cm, chiều cao 8 cm (hình a).



Hình a



Hình b

Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay thứ nhất đó sang chiếc khay thứ hai có dạng hình chóp cắt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài n (cm), miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài $2n$ (cm) (hình b). Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng $\frac{2}{5}$ chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi $\frac{1}{4}$ so với ban đầu. Thể tích của chiếc khay thứ hai theo đơn vị centimet khối có kết quả chính xác đến hàng đơn vị là a (cm³). Tổng các chữ số của số a bằng bao nhiêu?

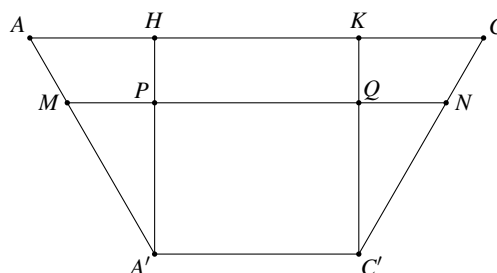
Lời giải

Vì khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước chiều dài 20 cm, chiều rộng 10 cm, chiều cao 8 cm, nên ta có thể tích nước trong khay thứ nhất trước khi đổ ra là $20 \cdot 10 \cdot 8 = 1600$ (cm³).

Sau khi đổ nước sang khay thứ hai, ta thấy rằng lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi $\frac{1}{4}$ so với ban đầu, cho nên lượng nước có ở trong khay thứ 2 bằng $\frac{1}{4}$ lượng nước ban đầu có ở trong khay thứ nhất.

Như vậy, thể tích nước có trong khay thứ hai là $1600 \cdot \frac{1}{4} = 400$ cm³.

Gọi chiều cao của khay thứ hai là h (cm). Xét hình vẽ sau



Để dàng chứng minh được $ACC'A'$ là hình thang cân.

Lấy MN song song với AC ; H, K lần lượt là hình chiếu của A', C' trên AC ; P, Q lần lượt là giao điểm của $A'H$ và $MN, C'K$ và MN như hình vẽ sau.

Ta có $A'H = C'K = h \Rightarrow C'Q = \frac{2}{5}h$.

Do $A'H \parallel C'K, \widehat{A'HK} = 90^\circ$ nên tứ giác $HKC'A'$ là hình chữ nhật hay $A'C' = HK = n$.

Ta có $\triangle AHA' = \triangle CKC' \Rightarrow AH = CK = \frac{AC - HK}{2} = \frac{n}{2}$.

Áp dụng định lý talet cho tam giác $A'AH$ ta có

$$\frac{MP}{AH} = \frac{A'P}{A'H} = \frac{2}{5} \Rightarrow MP = \frac{2}{5} \cdot \frac{n}{2} = \frac{n}{5}$$

Tương tự có $QN = \frac{n}{5}$.

Do đó $MN = MP + PQ + QN = \frac{n}{5} + n + \frac{n}{5} = \frac{7n}{5}$.

Theo giả thiết ta có thể tích nước trong khay thứ hai bằng thể tích khối chóp cắt đều với đáy lớn là hình vuông có đường chéo MN có diện tích S'_1 và đáy nhỏ hình vuông nhận $A'C'$ làm đường chéo có diện tích S'_2 , chiều cao bằng $h' = \frac{2h}{5}$.

Ta có $S'_1 = \frac{MN^2}{2} = \frac{49n^2}{50}$, $S'_2 = \frac{A'C'^2}{2} = \frac{n^2}{2}$.

Khi đó $V' = \frac{1}{3} \cdot \frac{2h}{5} \cdot \left(\frac{49n^2}{50} + \sqrt{\frac{49n^2}{50} \cdot \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{2}} \right) = \frac{109n^2}{375}h$.

Mà thể tích nước trong khay thứ hai là 400 cm^3 nên $\frac{109n^2}{375}h = 400 \Leftrightarrow n^2h = \frac{150000}{109}$.

Mặt khác thể tích khay thứ hai bằng thể tích khối chóp cắt tứ giác đều với đáy lớn hình vuông nhận AC là đường chéo và có diện tích S_1 và đáy nhỏ hình vuông nhận $A'C'$ là đường chéo có diện tích S_2 , chiều cao bằng h .

Ta có $S_1 = \frac{AC^2}{2} = 2n^2$, $S_2 = \frac{A'C'^2}{2} = \frac{n^2}{2}$.

Khi đó $V' = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(2n^2 + \sqrt{2n^2 \cdot \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{2}} \right) = \frac{7n^2}{6}h$.

Mà $n^2h = \frac{150000}{109} \Rightarrow V_2 = \frac{7}{6} \cdot \frac{150000}{109} \approx 1606 \text{ cm}^3 \Rightarrow a = 1606$.

Vậy tổng các chữ số của a là 13.

M. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

- A. 1. B. Vô số. C. 3. D. 2.

Lời giải

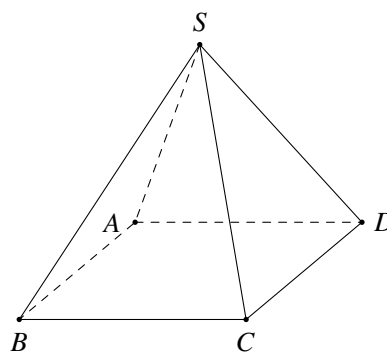
Theo tính chất 1: Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

- A. Góc giữa hai đường thẳng SA và BD .
 B. Góc giữa hai đường thẳng SA và AB .
 C. Góc giữa hai đường thẳng SA và SC .
 D. Góc giữa hai đường thẳng SA và AC .



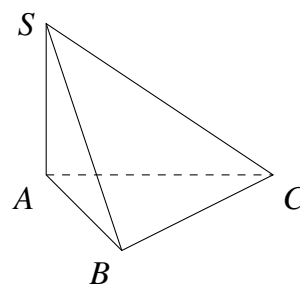
Lời giải

Do $AB \parallel CD$ nên góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng góc giữa hai đường thẳng SA và AB .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC$ vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc nào sau đây?

- A. \widehat{SAC} . B. \widehat{CSA} . C. \widehat{CSB} . D. \widehat{SCB} .



Lời giải

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Do đó SB là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (SAB) .

Vậy $(SC, (SAB)) = (SC, SB) = \widehat{CSB}$.

Chọn đáp án **(C)** □

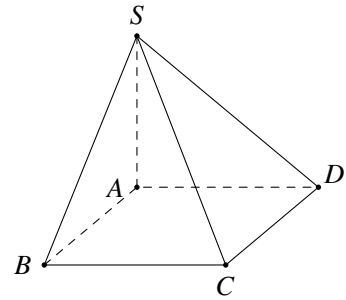
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với $(ABCD)$. Khi đó, mặt phẳng (SCD) vuông góc với mặt phẳng

- A. (SBC). B. (SAC). C. (SAD). D. (ABCD).

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD).$$



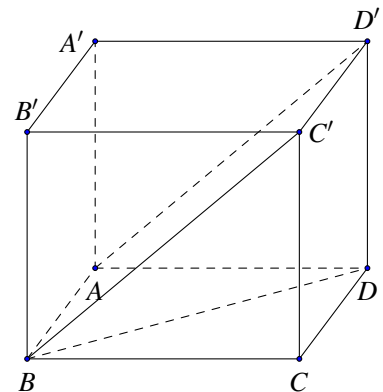
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính góc giữa hai đường thẳng BD và AD' .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

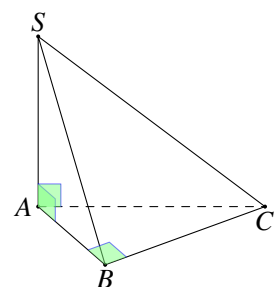
Ta có $(BD, AD') = (BD, BC') = \widehat{DBC'} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(C)** □

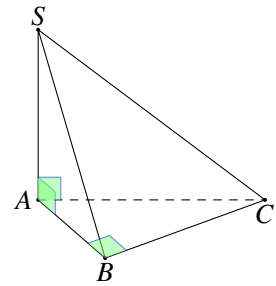
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC vuông tại B , cạnh $SA \perp (ABC)$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $d(C, (SAB)) = CS$. B. $d(C, (SAB)) = CA$.
 C. $d(A, (SBC)) = AB$. D. $d(S, (ABC)) = SA$.



Lời giải

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow d(S, (ABC)) = SA$.



Chọn đáp án **(D)** □

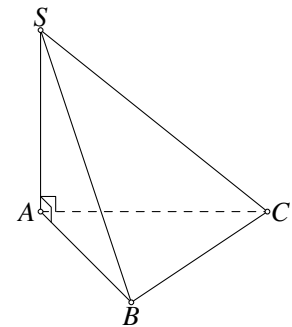
Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B ; $SA \perp (ABC)$. Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc nào?

- A. \widehat{SBC} . B. \widehat{SBA} . C. \widehat{SCB} . D. \widehat{SCA} .

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Suy ra $((SBC); (ABC)) = \widehat{SBA}$ ($\triangle ABC$ vuông tại A).



Chọn đáp án **(B)** □

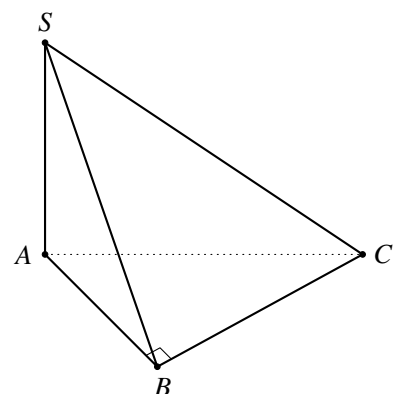
Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , độ dài cạnh $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 4a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $V = 2a^3\sqrt{6}$. C. $V = a^3\sqrt{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a \\ &= \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là **đúng**?

- A.** Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- B.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì vuông góc với nhau.
- C.** Hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.
- D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A.** $AC' \perp (BB'D'D)$. **B.** $AC' \perp (ABCD)$. **C.** $AC' \perp (AA'D'D)$. **D.** $AC' \perp (A'BD)$.

Lời giải

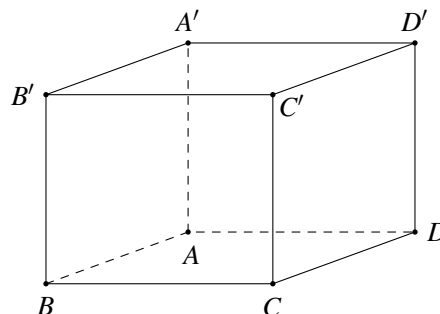
Ta có
$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AA'C'C) \Rightarrow BD \perp AC'.$$

(1)

Lại có
$$\begin{cases} AD' \perp A'D \\ D'C' \perp (ADD'A') \Rightarrow D'C' \perp A'D \end{cases} \Rightarrow A'D \perp (AD'C') \Rightarrow A'D \perp AC'.$$

(2)

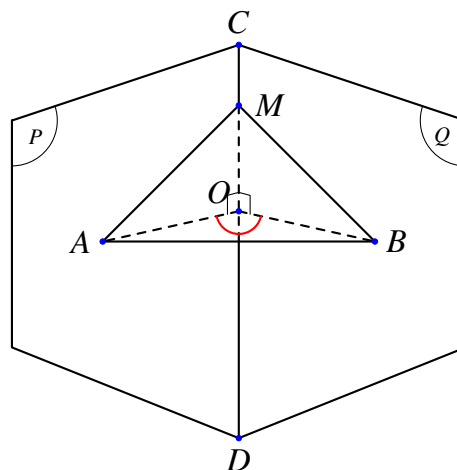
Từ (1) và (2) suy ra $AC' \perp (A'BD)$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có giao tuyến là đường thẳng CD . Điểm $A \in (P), B \in (Q)$ và AO, BO cùng vuông góc với CD . M là một điểm bất kì thuộc CD ($M \neq O$). Xác định góc nhị diện $[A, CD, B]$.

- A.** \widehat{AOB} . **B.** \widehat{AMO} . **C.** \widehat{AMB} . **D.** \widehat{OAB} .



Lời giải

Theo định nghĩa, góc nhị diện $[A, CD, B]$ là góc \widehat{AOB} .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A.** $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

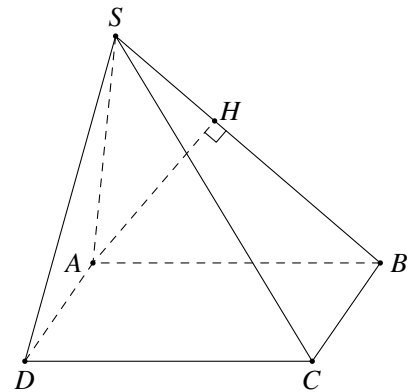
Lời giải

Kẻ $AH \perp SB$.

Mà $AH \perp BC$ (do $BC \perp (SAB)$) suy ra $AH \perp (SBC)$.

Do đó

$$d(A, (SBC)) = AH = \frac{AB \cdot SA}{\sqrt{AB^2 + SA^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



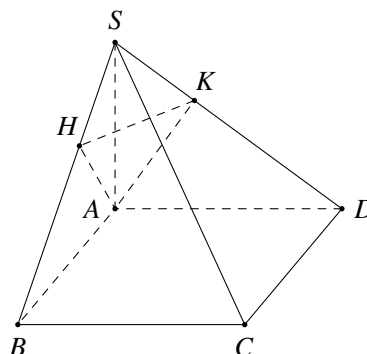
Chọn đáp án **(B)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD .

- a)** Tam giác SBC vuông. **b)** Tam giác SCD vuông.
c) $SC \perp (AHK)$. **d)** $HK \perp SC$.

Lời giải



a) **(S)** Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

Vì $\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ SB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$, hay $\triangle SBC$ vuông tại B .

b) **S** Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$

Vi $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$ hay $\triangle SCD$ vuông tại D .

c) **S** Ta có $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC. \tag{1}$

Tương tự $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC. \tag{2}$

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AHK). \tag{3}$

d) **S** Từ (3) ta có $SC \perp (AHK)$, mà $HK \subset (AHK)$ nên $HK \perp SC$.

Chọn đáp án a sai b sai c sai d sai □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy.

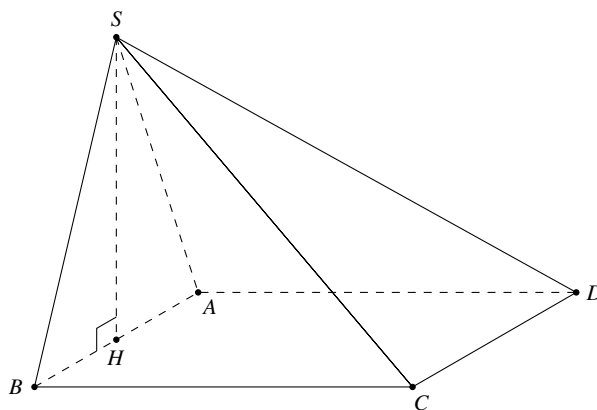
a) Chiều cao hình chóp bằng a .

b) Thể tích khối chóp bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

c) Khoảng cách giữa đường thẳng CD và mặt phẳng (SAB) bằng a .

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $\sqrt{2}a$.

Lời giải



a) **S** Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó $SH \perp AB$ và $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lại có $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Vậy chiều cao hình chóp là $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

b) **D** Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

c) **D** Ta có $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB))$.

$(SAB) \perp (ABCD), CB \perp AB \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = CB = a$. Vậy $d(CD, (SAB)) = a$.

d) **S** Mặt phẳng (SAB) chứa SA và song song với CD nên $d(CD, SA) = d(CD, (SAB)) = a$.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c đúng	d sai
-------	--------	--------	-------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = 1$, $SA = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB (làm tròn đến hai chữ số phần thập phân). **Đáp án:**

0	,	6	7
---	---	---	---

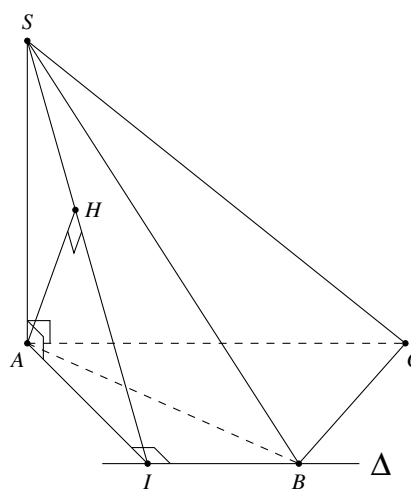
Lời giải

Kẻ đường thẳng Δ qua B và song song AC ,
 Kẻ AI vuông góc Δ thì $\Delta \perp (SAI)$. Kẻ $AH \perp SI$ tại H thì $AH \perp (SBI)$.

Do đó $d(AC, SB) = d(AC, (SBI)) = AH$.

Ta có $AI = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow AH = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$



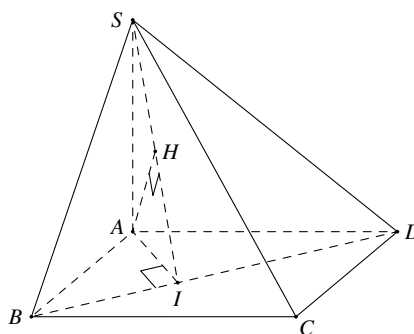
Đáp án:

0,67

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 3$, $AB = 2$, $AD = 3$. Gọi α là góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) . Tính $\sin \alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). **Đáp án:**

0	,	4	9
---	---	---	---

Lời giải



Gọi I là hình chiếu của A trên $BD \Rightarrow AI \perp BD$. Mà $SA \perp BD$ nên $BD \perp (SAI)$.
 Gọi H là hình chiếu của A trên $SI \Rightarrow AH \perp SI$. Mà $BD \perp (SAI) \Rightarrow BD \perp AH$.
 Từ đó suy ra $AH \perp (SBD) \Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc của A trên (SBD) .

Khi đó $(SA, (SBD)) = (SA, SH) = \widehat{ASH} = \widehat{ASI}$.

Tam giác ABD vuông tại A có

$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AI = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}.$$

Tam giác SAI vuông tại A có

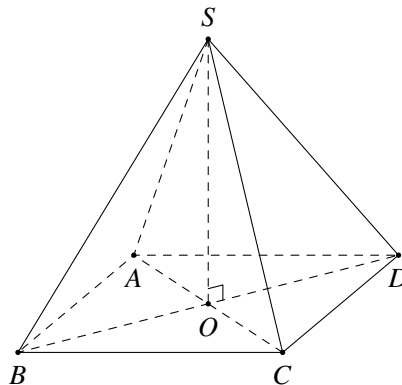
$$SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{6\sqrt{13}}{13}\right)^2} = \frac{3\sqrt{221}}{13}.$$

Khi đó $\sin \widehat{ASI} = \frac{6\sqrt{13}}{13} : \frac{3\sqrt{221}}{13} = \frac{2\sqrt{17}}{17} \approx 0,49$.

Đáp án: 0,49 □

Câu 3. Tính thể tích của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $\sqrt{3}$ và độ dài cạnh bên 3 (làm tròn đến hàng phần trăm). Đáp án: 6 , 9 3

Lời giải



Gọi O là tâm của đáy $ABCD$, SO là chiều cao của khối chóp.

Theo đề bài, $SO = \sqrt{3}$ và cạnh bên $SA = 3$.

Xét tam giác SOA vuông tại O , ta có

$$OA^2 = SA^2 - SO^2 = 3^2 - (\sqrt{3})^2 = 9 - 3 = 6 \Rightarrow OA = \sqrt{6}.$$

Đường chéo của hình vuông đáy là $AC = 2OA = 2\sqrt{6}$.

Cạnh của hình vuông đáy là $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$.

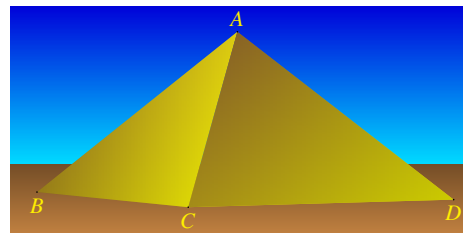
Diện tích đáy là $S_{ABCD} = AB^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$.

Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \approx 6,93.$$

Đáp án: 6,93 □

Câu 4. Kim tự tháp bằng kính tại bảo tàng Louvre ở Paris có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao là 21 m và cạnh đáy dài 34 m. Góc nhị diện tạo bởi hai mặt bên có chung một cạnh của kim tự tháp có số đo bằng bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng đơn vị)?

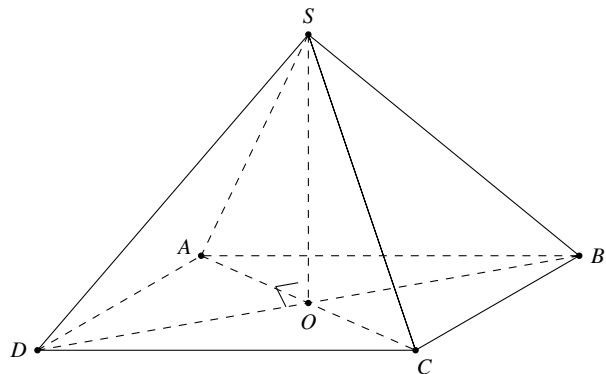


Đáp án:

1	1	3
---	---	---

Lời giải

Ta mô hình hóa kim tự tháp bằng một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như hình vẽ, khi đó $SO = 21$ và $AB = 34$.



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, H là hình chiếu vuông góc của O trên SD .

Khi đó $SD \perp (AHC)$ nên $\widehat{AHC} = [A, SD, C]$.

Ta có $OD = \frac{CD\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$ nên

$$OH = \frac{SO \cdot OD}{\sqrt{SO^2 + OD^2}} = \frac{21 \cdot 17\sqrt{2}}{\sqrt{21^2 + (17\sqrt{2})^2}} = \frac{357\sqrt{2}}{\sqrt{1019}}$$

Suy ra $AH = CH = \sqrt{OH^2 + OC^2} = \sqrt{\frac{843880}{1019}}$.

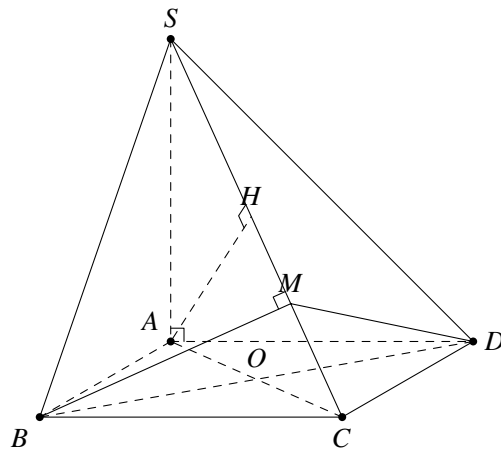
Vậy $\cos \widehat{AHC} = \frac{AH^2 + CH^2 - AC^2}{2AH \cdot CH} = -\frac{289}{730}$ hay $[A, SD, C] \approx 113^\circ$.

Đáp án: 113 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SC (H thuộc SC), BM vuông góc với SC (M thuộc SC). Chứng minh rằng $SC \perp (MBD)$ và $AH \parallel (MBD)$.

Lời giải



- Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC. \text{ Mà } BM \perp SC \text{ nên } SC \perp (BMD).$$

- Ta có $\begin{cases} SC \perp (MBD) \\ SC \perp AH \end{cases} \Rightarrow AH \parallel (MBD).$

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ và đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính tan góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(BCC'B')$.

Lời giải

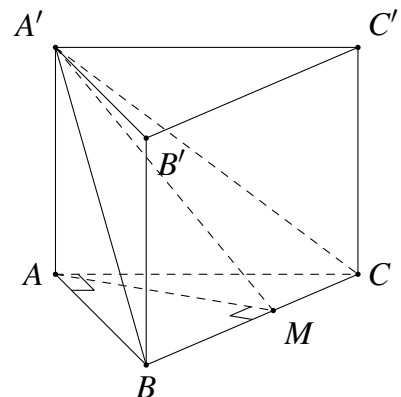
Kẻ $AM \perp BC$ tại M. Lại có $AA' \perp BC$.

Suy ra $BC \perp (AMA') \Rightarrow BC \perp A'M$.

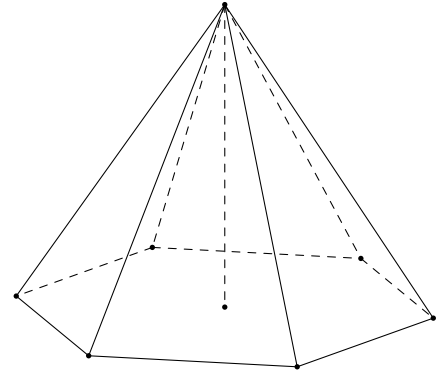
Suy ra $((A'BC), (BB'C'C)) = (A'M, AM) = \widehat{A'MA} = \varphi$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có AM là đường cao

- $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- $\tan \varphi = \frac{A'A}{AM} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.



Câu 3. Một chiếc lều du lịch hình chóp có đáy là lục giác đều và hình chiếu của đỉnh lều trên mặt đất trùng với tâm của lục giác đáy, khung lều làm bằng tre (như hình). Người ta muốn treo một dây đèn trang trí dọc theo cột ở giữa của lều từ đỉnh xuống sàn. Độ dài của dây đèn cần chuẩn bị là bao nhiêu mét nếu biết góc giữa các thanh tre với mặt sàn là 30° ; tấm lót sàn hình lục giác đều có diện tích 18 mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Gọi O là tâm hình lục giác $ABCDEF$ thì ta có

$$SO \perp (ABCDEF) \Rightarrow SO \perp OB.$$

Có OB là hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng $(ABCDEF)$.

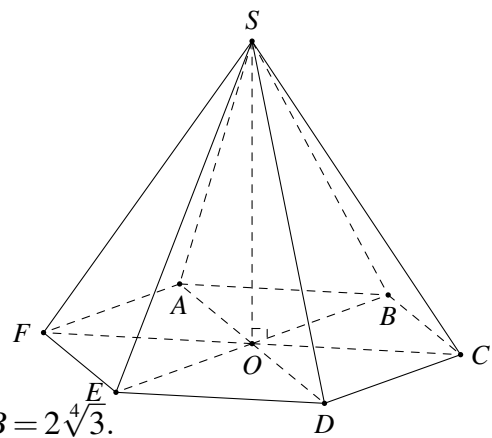
Suy ra $(\widehat{SB, (ABCDEF)}) = \widehat{SBO} = 30^\circ$.

Từ giả thiết, ta có

$$S_{ABCDEF} = 18 \Rightarrow S_{OAB} = 3; S_{OAB} = OB^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 3 \Rightarrow OB = 2\sqrt[4]{3}.$$

Tam giác SOB vuông tại O nên

$$\tan \widehat{SBO} = \frac{SO}{OB} \Rightarrow SO = OB \tan \widehat{SBO} = 2\sqrt[4]{3} \cdot \tan 30^\circ \approx 1,5 \text{ m.}$$



—Hết—

N. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho điểm M và mặt phẳng (α) có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) ?

- A. 2. B. Vô số. C. 0. D. 1.

Lời giải

Theo tính chất qua một điểm cho trước chỉ có duy nhất một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng 2. Gọi C_1 là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng BC_1 và $A'B'$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$.

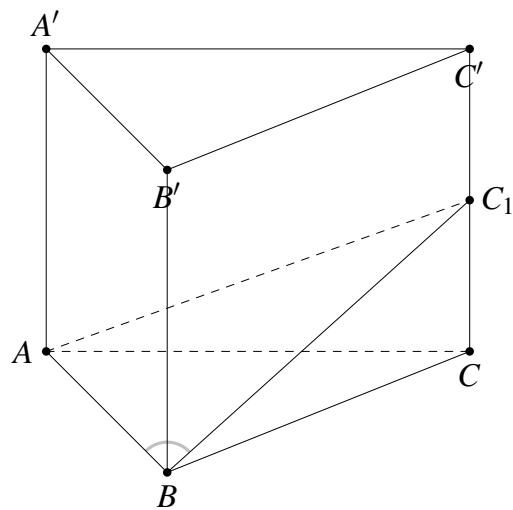
Lời giải

$A'B' \parallel AB \Rightarrow (BC_1, A'B') = (BC_1, AB) = \widehat{ABC_1}$.

Tam giác ABC_1 có $AB = 1; AC_1 = BC_1 = \sqrt{2}$

và $\cos \widehat{ABC_1} = \frac{AB^2 + BC_1^2 - AC_1^2}{2AB \cdot BC_1} \Leftrightarrow \cos \widehat{ABC_1} =$

$\frac{\sqrt{2}}{4}$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng và cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
- B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
- C. Nếu a, b, c cùng nằm trong mặt phẳng (P) và góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
- D. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) và $(P) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Lời giải

Khẳng định đúng là “Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$ ”.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Điền vào chỗ trống sau để có khẳng định đúng.

“Nếu hai mặt phẳng ... với nhau thì bất kì một đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia”

- A.** song song. **B.** cắt nhau. **C.** phân biệt. **D.** vuông góc.

Lời giải

Mệnh đề đúng “Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất kì một đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia”

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$. Giá trị của $\sin \alpha$ bằng:

- A.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

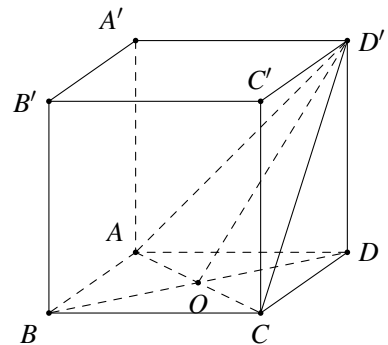
Ta có $(ACD') \cap (ABCD) = AC$.

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $OD' \perp AC$ và $OD \perp AC$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $((ACD'), (ABCD)) = (OD', OD) = \alpha$.

Xét tam giác ODD' vuông tại D , ta có:

$$\sin \alpha = \frac{DD'}{OD'} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

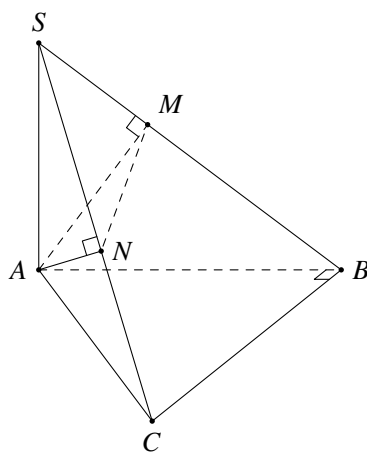


Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $AM \perp SC$. **B.** $AM \perp MN$. **C.** $SA \perp BC$. **D.** $AN \perp SB$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Lại có $AM \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

Vì $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$.

Vì $\begin{cases} AM \perp (SBC) \\ MN \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AM \perp MN$.

Mặt khác $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Giả sử $AN \perp SB \Rightarrow AN \perp (SBC) \Rightarrow AN \perp BC$.

Mà $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AC$ (vô lý vì $\triangle ABC$ vuông tại B).

Vậy $AN \perp SB$ là khẳng định sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{SAB} = \widehat{SAD} = 90^\circ$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD . Đường thẳng HK vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

- A.** AC. **B.** SB. **C.** SD. **D.** AB.

Lời giải

Ta có $\widehat{SAB} = \widehat{SAD} = 90^\circ, AB = AD$ (vì $ABCD$ là hình thoi).

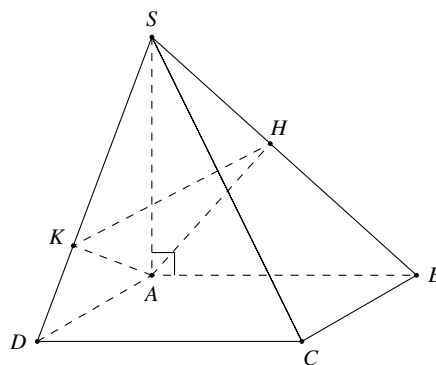
SA cạnh chung.

$\Rightarrow \triangle SAB = \triangle SAD \Rightarrow AH = AK, SB = SD, SH = SK$.

Theo định lí Thales ta có $\frac{SH}{SB} = \frac{SK}{SD} \Rightarrow HK \parallel BD$.

Mà $AC \perp BD$ (vì BD, AC là hai đường chéo của hình thoi).

$\Rightarrow HK \perp AC$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA \perp (ABCD)$.

Tính khoảng cách từ điểm B đến (SAC) .

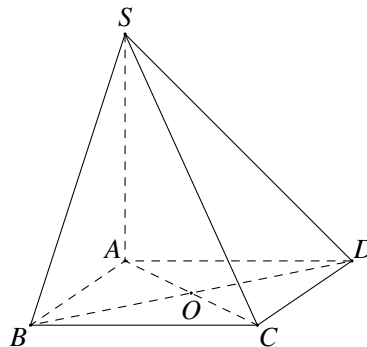
A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD trong $(ABCD)$.

Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BO$.

Ta có $\begin{cases} BO \perp SA, BO \perp AC \\ SA \subset (SAC), AC \subset (SAC) \Rightarrow BO \perp (SAC). \\ SA \cap AC \text{ trong } (SAC) \end{cases}$

$$\Rightarrow d(B, (SAC)) = BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

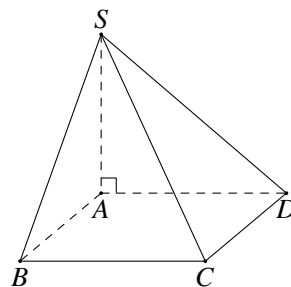
A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $4\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 16.

B. 12.

C. 48.

D. 8.

Lời giải

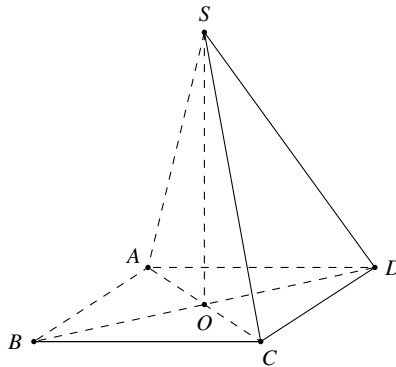
Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O và $SA = SB = SC = SD$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm nào dưới đây?

- A.** O . **B.** A . **C.** D . **D.** C .

Lời giải



Vì $SA = SB = SC = SD$ nên hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là O tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

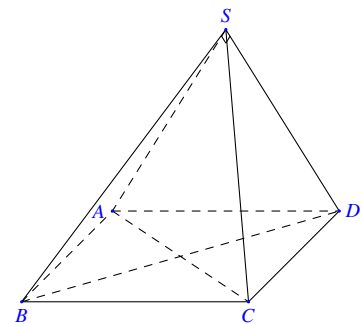
Chọn đáp án **A** □

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và tam giác SAD vuông cân tại S . Góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A.** 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Lời giải

Vì $BC \parallel AD$ và ΔSAD vuông cân tại S nên $(BC, SA) = (AD, SA) = \widehat{SAD} = 45^\circ$.



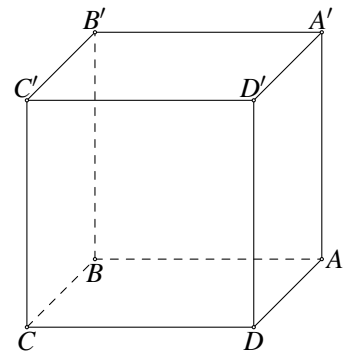
Chọn đáp án **B** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

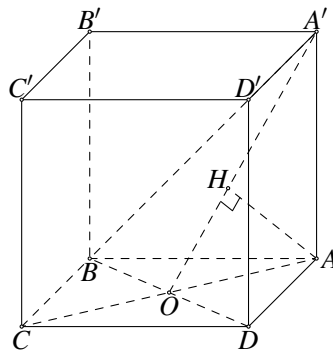
Câu 1.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

- a) Thể tích của khối lập phương là $3a^3$.
- b) Độ dài đường chéo $A'C = a\sqrt{2}$.
- c) Góc giữa AC và $A'D'$ bằng 45° .
- d) Khoảng cách từ A đến $(A'BD)$ bằng $3\sqrt{3}a$.



Lời giải



a) **S** Sai.

Thể tích khối lập phương là $V = a^3$.

b) **S** Sai.

Độ dài đường chéo chính $A'C = a\sqrt{3}$.

c) **Đ** Đúng.

Ta có $(AC, A'D') = (AC, AD) = 45^\circ$.

d) **S** Sai.

Gọi O là tâm đáy. Kẻ đường cao AH của tam giác $A'AO$.

Khi đó $AH \perp (A'BD)$.

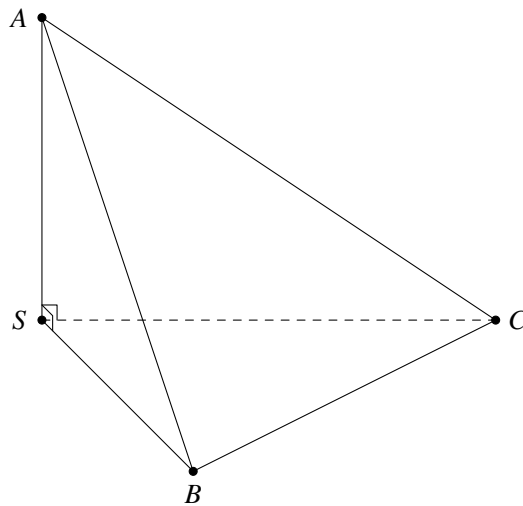
$$\text{Suy ra } d(A, (A'BD)) = AH = \frac{AO \cdot AA'}{\sqrt{AO^2 + AA'^2}} = \frac{a \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + a^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}a.$$

Chọn đáp án

a sai	b sai	c đúng	d sai
-------	-------	--------	-------

 □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = 2a, SC = 3a$.



- a) $SA \perp BC$.
- b) $V_{S.ABC} = a^3$.
- c) Số đo góc nhị diện $[B, SA, C]$ bằng 90° .
- d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$.

Lời giải

- a) **Đ** Vì $SA \perp SB$ và $SA \perp SC \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$.
- b) **S** Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3$.
- c) **Đ** Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên ta có $[B, SA, C] = \widehat{BSC} = 90^\circ$.
- d) **S** Vì $SA \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AS = 2a$.

Chọn đáp án

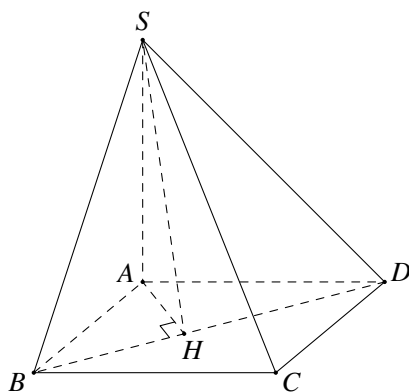
a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 1, AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và vuông góc với đáy. Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, C]$ là a° . Tìm giá trị của a . **Đáp án:**

1	3	5	
---	---	---	--

Lời giải



Trong $(ABCD)$, hai điểm A và C nằm về hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ BD .
Do đó, số đo hai góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$ và $[S, BD, C]$ là bù nhau.

Trong $\triangle ABD$, kẻ $AH \perp BD$ tại H . (1)

Khi đó, ta có $\begin{cases} BD \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \\ BD \perp AH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAH) \Rightarrow BD \perp SH$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra \widehat{SHA} là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BD, A]$.

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A , có AH là đường cao nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\triangle SAH$ vuông tại A , có $SA = AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Do đó, $\triangle SAH$ vuông cân tại A hay $\widehat{SHA} = 45^\circ$.

Suy ra $a^\circ = 180^\circ - \widehat{SAH} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

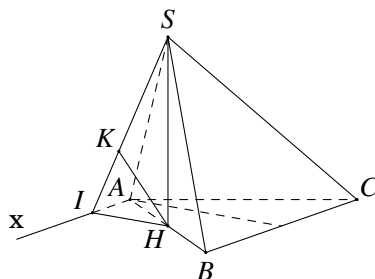
Vậy $a = 135$ là giá trị cần tìm.

Đáp án: **135** □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: **2** , **3** **2**

Lời giải



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC). \\ SH \perp AB \end{cases}$

Kẻ $Ax \parallel BC$, suy ra $BC \parallel (SA, Ax)$.

$d(BC, SA) = d(BC, (SA, Ax)) = d(B, (SA, Ax)) = 2d(H, (SA, Ax))$.

Kẻ $HI \perp Ax$, $I \in Ax$, kẻ $HK \perp SI$, $K \in SI$.

Ta có $d(H, (SA, Ax)) = HK$.

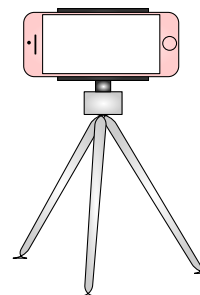
Ta có $IH = AH \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, $SH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác SHI có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HS^2} \Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{15}}{10}$.

Vậy $d(BC, SA) = 2HK = \frac{3\sqrt{15}}{5} \approx 2,32$.

Đáp án: 2,32 □

Câu 3. Trong một chuyến du lịch anh An dùng giá đỡ ba chân để kẹp điện thoại chụp hình (một chiếc giá đỡ cấu tạo gồm hai phần: Phần thứ nhất là chân; phần thứ hai là đầu kẹp điện thoại như hình vẽ). Biết rằng giá đỡ được mở ra sao cho ba góc chân cách đều nhau một khoảng cách bằng 120 cm. Tính chiều cao của giá đỡ, biết chân của giá đỡ dài 130 cm và đầu kẹp điện thoại dài 15 cm (kết quả tính centimet).



Đáp án: 1 2 5

Lời giải

Phần chân giá đỡ có dạng hình chóp đều $S.ABC$.

Gọi O là trọng tâm tam giác ABC khi đó $SO \perp (ABC)$.

Theo đề bài, ta có $AB = BC = AC = 120$ cm; $SA = SB = SC = 130$ cm.

Gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $AM = \frac{120\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3}$.

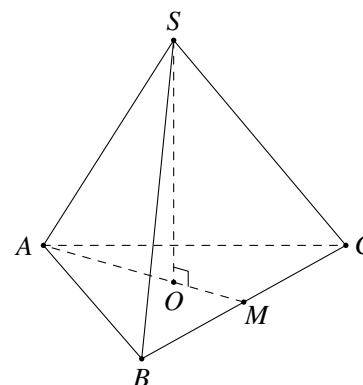
Suy ra $AO = \frac{2}{3}AM = 40\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SAO , ta có

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = 110 \text{ (cm)}.$$

Vậy chiều cao của giá đỡ là $110 + 15 = 125$ cm.

Đáp án: 125 □



Câu 4. Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều (tham khảo hình bên dưới). Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có diện tích lần lượt là $400 \text{ (cm}^2\text{)}$ và $900 \text{ (cm}^2\text{)}$, cạnh bên của sọt dài 15cm. Tính thể tích của sọt làm tròn đến hàng đơn vị. (đơn vị cm^3)

Đáp án: 8 3 7 8

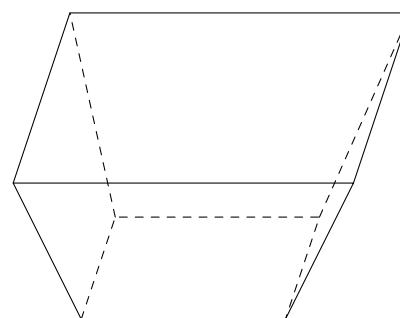
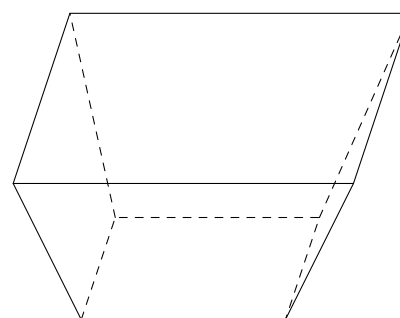
Lời giải

Diện tích mặt đáy lớn là $S_1 = 900 = 30^2 \text{ (cm}^2\text{)}$, diện tích mặt đáy nhỏ là $S_2 = 400 = 20^2 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Độ dài các cạnh của đáy lớn và đáy bé lần lượt là 30 (cm), 20 (cm).

Chiều cao là $h = \sqrt{15^2 - (5 \cdot \sqrt{2})^2} = 5\sqrt{7} \text{ (cm)}$.

Do đó $V = \frac{1}{3}h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1S_2}) \approx 8378 \text{ (cm}^3\text{)}$.



Đáp án: 8378 □

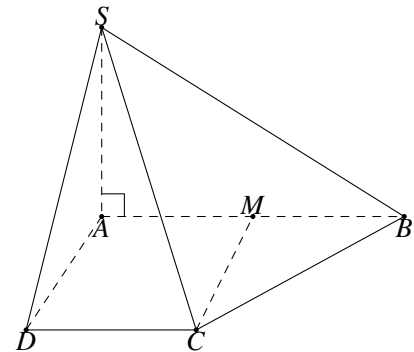
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Cho biết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2AD$.

- a) Chứng minh $CD \perp (SAD)$;
- b) Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh $CM \perp (SAB)$.

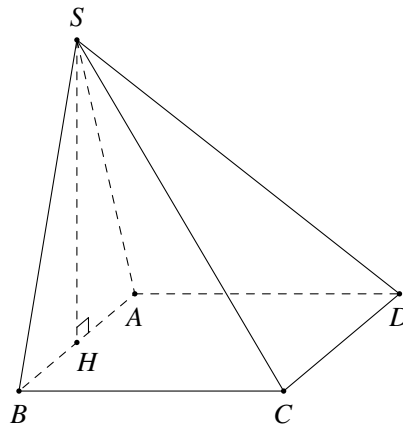
Lời giải

- a) Ta có $CD \perp AD$ (1).
Mặt khác $CD \perp SA$ (2) do $SA \perp (ABCD)$.
Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SAD)$.
- b) Ta có $SA \perp CM$ (3) do $SA \perp (ABCD)$.
Mặt khác, $CM \parallel AD \Rightarrow CM \perp AB$ (4).
Từ (3) và (4) suy ra $CM \perp (SAB)$.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Lấy H là trung điểm AB . Do $\triangle SAB$ đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Chiều cao $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

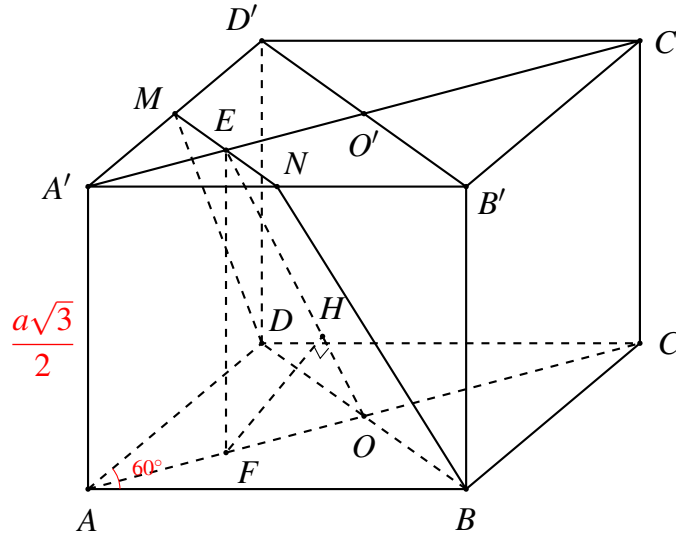
Diện tích đáy $S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 3. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'D'$ và $A'B'$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BDMN)$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$, $O' = A'C' \cap B'D'$ và $E = MN \cap A'C'$.

Vì MN là đường trung bình trong $\Delta A'B'D'$ nên E là trung điểm $O'A'$.

Vẽ $EF \perp AC$ ($F \in AC$), suy ra $EF \perp (ABCD)$, vì $EF \parallel AA' \parallel OO'$ nên F là trung điểm OA và $EF = AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tỉ số $\frac{d(A, (BDMN))}{d(F, (BDMN))} = \frac{AO}{FO} = 2 \Rightarrow d(A, (BDMN)) = 2 \cdot d(F, (BDMN))$.

Vẽ $FH \perp EO$, nên $FH \perp BD$, suy ra $FH \perp (BDMN)$, do đó $d(F, (BDMN)) = FH$.

Dễ thấy ΔABD đều cạnh $a \Rightarrow FO = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

ΔEFO vuông tại F có FH là đường cao ứng với cạnh huyền nên

$$\frac{1}{FH^2} = \frac{1}{EF^2} + \frac{1}{OF^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{20}{3a^2} \Rightarrow FH^2 = \frac{3a^2}{20} \Rightarrow FH = \frac{a\sqrt{15}}{10}.$$

Vậy $d(F, (BDMN)) = FH = \frac{a\sqrt{15}}{10}$ nên $d(A, (BDMN)) = 2 \cdot \frac{a\sqrt{15}}{10} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

—Hết—

O. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

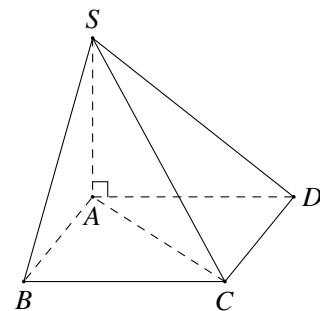
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = \sqrt{2}a$, cạnh bên $SA = 3a$ và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải

Hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC nên $(SC; (ABCD)) = \widehat{SCA}$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$.
 $\Rightarrow \tan \widehat{SAC} = \frac{SA}{AC} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng?

- A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.
 C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$. D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Lời giải

"Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$ " là khẳng định đúng.

Chọn đáp án **(B)**

Câu 3. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 12$ và chiều cao $h = 4$ là

- A. $V = 24$. B. $V = 3$. C. $V = 16$. D. $V = 48$.

Lời giải

Ta có $V = S \cdot h = 12 \cdot 4 = 48$.

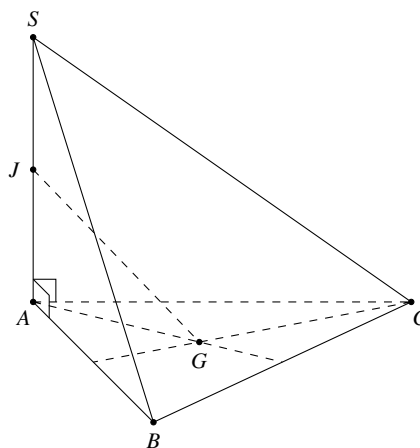
Chọn đáp án **(D)**

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi J là trung điểm của SA , G là trọng tâm tam giác ABC . Hình chiếu của đường thẳng JG trên mặt phẳng (ABC) là

- A. đường thẳng AB . B. đường thẳng BC .
 C. đường thẳng AC . D. đường thẳng AG .

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABC)$ tại A mà J là trung điểm của SA nên hình chiếu của J lên mặt phẳng (ABC) là A .
 Hình chiếu của G lên mặt phẳng (ABC) là G .
 Vậy hình chiếu của đường thẳng JG trên mặt phẳng (ABC) là đường thẳng AG .



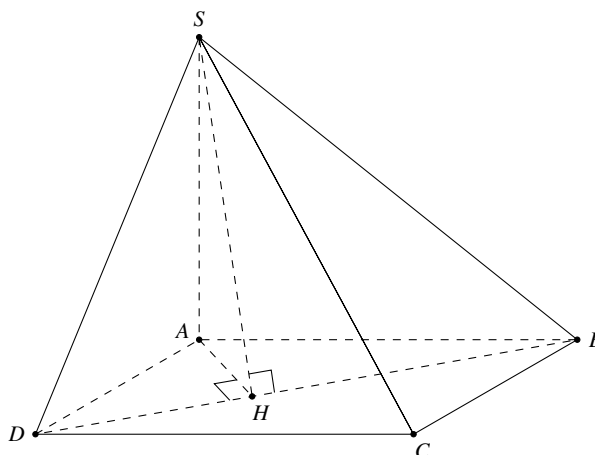
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu của A lên BD và K là hình chiếu của A lên SD . Góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$ là

- A. \widehat{SKA} . B. \widehat{SBA} . C. \widehat{SHA} . D. \widehat{SDA} .

Lời giải

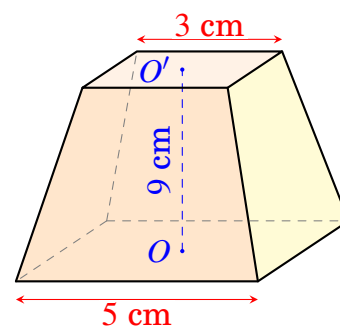
Ta có $SH \perp BD$ và $AH \perp BD$ suy ra \widehat{SHA} là góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Một đồ chơi có dạng khối chóp cắt tứ giác đều (hình vẽ) với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là 3 cm và 5 cm, chiều cao là 9 cm. Thể tích của khối chóp cắt tứ giác đều đó bằng

- A. 151 cm^3 . B. 441 cm^3 .
 C. 195 cm^3 . D. 147 cm^3 .



Lời giải

Diện tích hai đáy của khối chóp cắt tứ giác đều là 9 cm^2 và 25 cm^2 .

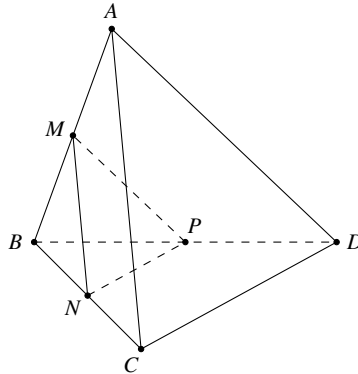
Thể tích của khối chóp cắt tứ giác đều đó là $V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot (9 + \sqrt{9 \cdot 25} + 25) = 147 \text{ cm}^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và BC . Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và CD .

- A.** 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 90° .

Lời giải



Gọi P là trung điểm của BD . Ta có

- MN là đường trung bình của tam giác ABC suy ra $MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2}AC$;
- NP là đường trung bình của tam giác BCD suy ra $NP \parallel CD, NP = \frac{1}{2}CD$;
- MP là đường trung bình của tam giác ABD suy ra $MP \parallel AD, MP = \frac{1}{2}AD$.

Suy ra $ABCD$ là tứ diện đều suy ra $AC = CD = AD \Rightarrow MN = NP = MP$.

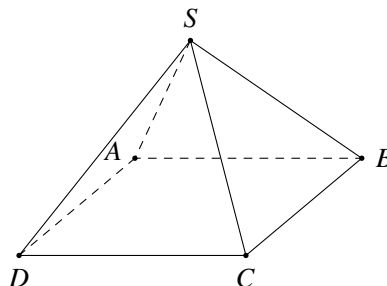
Suy ra tam giác MNP là tam giác đều nên $(MN, CD) = (MN, NP) = \widehat{MNP} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SB \perp BC$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $SA \perp (ABCD)$. **B.** $SB \perp (ABCD)$. **C.** $BC \perp (SAC)$. **D.** $BC \perp (SAB)$.

Lời giải



Ta có

$$\begin{cases} BC \perp SB, BC \perp AB \\ SB, AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SO \perp (ABCD)$. Khi đó đường thẳng AC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

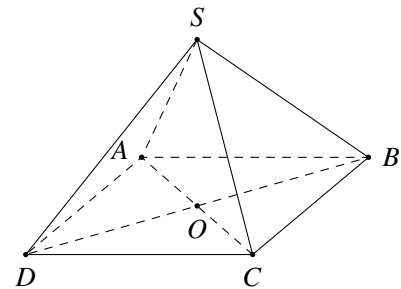
- A.** (SAB) . **B.** (SAD) . **C.** (SCD) . **D.** (SBD) .

Lời giải

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow AC \perp SO, SO \subset (SBD)$.

Mặt khác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD, BD \subset (SBD)$.

Suy ra $SO \cap BD = O \Rightarrow AC \perp (SBD)$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $(BIH) \perp (SBC)$. **B.** $(SAC) \perp (SAB)$. **C.** $(SBC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAC) \perp (SBC)$.

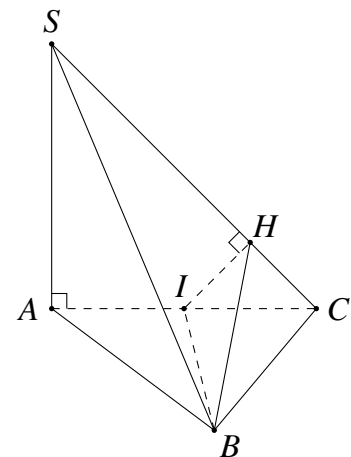
Lời giải

Ta có $\begin{cases} BI \perp AC \text{ (giả thiết)} \\ BI \perp SA \text{ (vì } SA \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC) \supset SC \Rightarrow SC \perp BI$ (1).

Theo giả thiết $SC \perp IH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (BIH)$.

Mà $SC \subset (SBC)$ nên $(BIH) \perp (SBC)$.

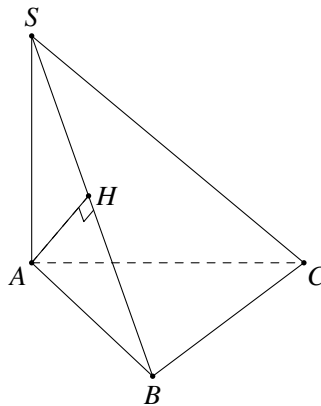


Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy, $AB = a$. Khoảng cách từ điểm A đến SB bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Trong (SAB) kẻ $AH \perp SB$ tại H .

Suy ra khoảng cách từ điểm A đến SB bằng độ dài AH .

Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$.

Xét tam giác SAB vuông tại A và AH là đường cao, ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a^2}.$$

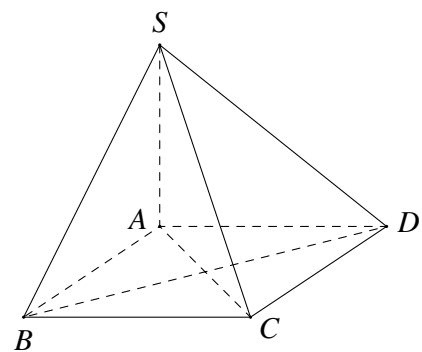
Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(A, SB) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $SA \perp SB$.
- B.** $SC \perp BD$.
- C.** $SB \perp SD$.
- D.** $SA \perp SC$.



Lời giải

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$

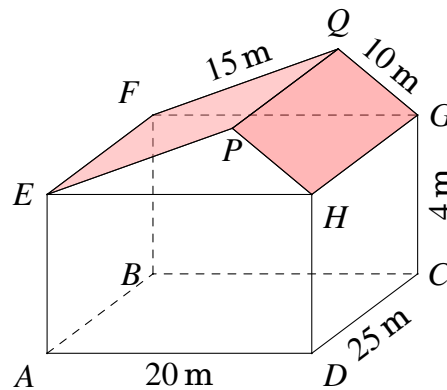
$$SA \cap AC = \{A\}$$

Mà $SC \subset (SAC)$ nên $BD \perp SC$.

Chọn đáp án **(B)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Hình vẽ bên dưới mô tả một nhà xưởng có bốn bức tường và hai mái nhà đều là các hình chữ nhật với các kích thước ghi trên hình.



- Bức tường ($ABFE$) vuông góc với mặt đất ($ABCD$).
- Góc tạo bởi hai bức tường ($ADHE$) và ($BCGF$) bằng 90° .
- Góc dốc giữa mái nhà ($EFQP$) so với mặt đất ($ABCD$) có số đo xấp xỉ bằng 29° (làm tròn đến hàng đơn vị).
- Góc nhị diện tạo bởi hai mái nhà có số đo xấp xỉ bằng $104,5^\circ$ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

Lời giải

- D** Các bức tường và mặt đất vuông góc với nhau.
- S** Hai bức tường ($ADHE$) và ($BCGF$) đối diện nhau nên song song với nhau. Do đó góc giữa hai bức tường này bằng 0° .
- D** Góc dốc giữa mái nhà ($EFQP$) so với mặt đất ($ABCD$) là góc giữa hai mặt phẳng ($EFQP$) và ($EFQH$). Đó là góc \widehat{PEH} .
 Trong tam giác PEH , ta có $\cos \widehat{PEH} = \frac{EP^2 + EH^2 - PH^2}{2 \cdot EP \cdot EH} = \frac{15^2 + 20^2 - 10^2}{2 \cdot 15 \cdot 20} = \frac{7}{8}$.
 Suy ra $\widehat{PEH} \approx 29^\circ$.
 Do đó, góc dốc giữa mái nhà ($EFQP$) so với mặt đất ($ABCD$) có số đo xấp xỉ bằng 29° .
- D** Góc nhị diện tạo bởi hai mái nhà là góc nhị diện có cạnh là đường thẳng PQ , hai mặt lần lượt là hai nửa mặt phẳng ($PQFE$) và ($PQGH$).
 Do PQ vuông góc với hai đường thẳng PE và PH nên góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mái nhà là góc \widehat{EPH} .
 Trong tam giác PEH , ta có $\cos \widehat{EPH} = \frac{PE^2 + PH^2 - EH^2}{2 \cdot EP \cdot EH} = \frac{15^2 + 10^2 - 20^2}{2 \cdot 15 \cdot 10} = -\frac{1}{4}$.
 Suy ra $\widehat{EPH} \approx 104,5^\circ$.
 Do đó, góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mái nhà có số đo xấp xỉ bằng $104,5^\circ$.

Chọn đáp án

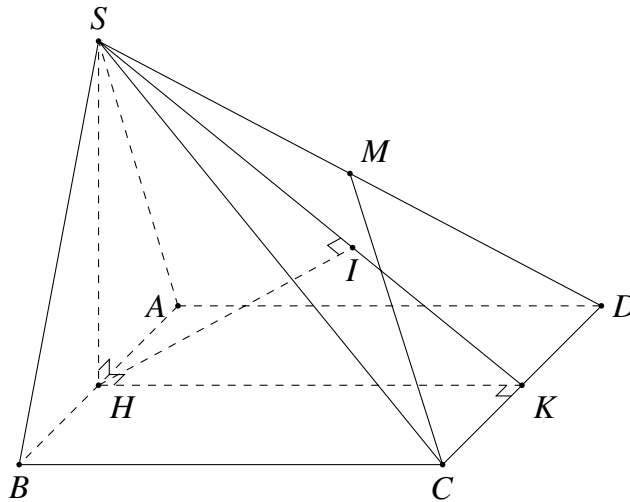
a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

 □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SD .

- a) $SA \perp (ABCD)$.
- b) Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{a}{2}$.
- c) Gọi α là số đo góc phẳng nhị diện $[S, CD, B]$, giá trị $\tan \alpha$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM bằng a .

Lời giải



- a) **S** Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD .
Ta có $SH \perp AB$ và HK là đường trung bình của hình chữ nhật $ABCD$ nên

$$HK \parallel AD \parallel BC \Rightarrow HK \perp AB.$$

Lại có tam giác SAB cân nên $SH \perp AB$.

Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$, suy ra $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp HK$.

- b) **D** Ta có

$$d(S, (ABCD)) = SH = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}.$$

- c) **S** Ta đã có $CD \perp HK$. (1)

Mặt khác $SH \perp (ABCD)$ nên $CD \perp SH$.

Suy ra $CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra \widehat{SKH} là góc phẳng nhị diện $[S, CD, B]$.

Mà ta có $HK = BC = a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật). Do đó

$$\tan \widehat{SKH} = \tan \alpha = \frac{SH}{HK} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}.$$

d) **S** Có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$.

Lại có $CM \subset (SCD) \Rightarrow d(AB, CM) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD))$.

Kẻ $HI \perp SK$ tại I . Ta có $HI \perp (SCD)$.

Do đó

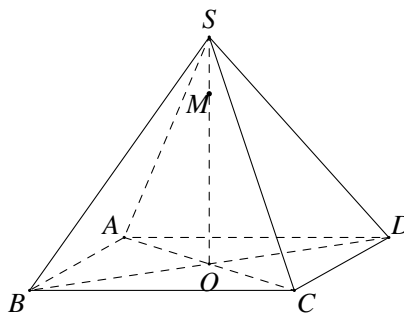
$$d(H, (SCD)) = HI = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{\frac{a}{2} \cdot a}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án a sai b đúng c sai d sai □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Người ta dựng một cái lều cắm trại có dạng hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng 3 m trên mặt đất bằng phẳng. Sau đó từ đỉnh của lều, người ta gắn một bóng đèn sao cho khoảng cách từ đỉnh lều đến bóng đèn bằng 30 cm. Khoảng cách từ bóng đèn đến mặt đất xấp xỉ bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần mười). **Đáp án:** ,

Lời giải



Cái lều được minh họa bởi hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Gọi O là tâm của đáy, M là vị trí bóng đèn. Khi đó khoảng cách từ bóng đèn đến mặt đất bằng độ dài đoạn thẳng MO .

Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$MO = SO - SM = \frac{3\sqrt{2}}{2} - 0,3 \approx 1,8$.

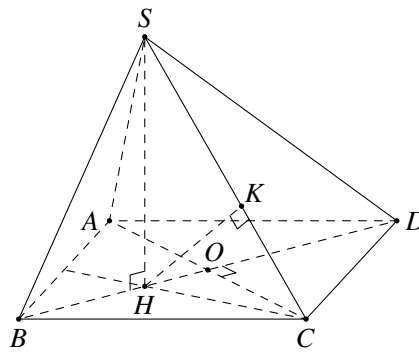
Vậy khoảng cách từ bóng đèn đến mặt đất xấp xỉ 1,8 m.

Đáp án: , □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 1. Tam giác ABC đều, hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Đường thẳng SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc 30° . Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Đáp án: ,

Lời giải



Vì ABC đều có $AB = 1$ nên đường trung tuyến $BO = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = 2BO = \sqrt{3}$.

Mà H là trọng tâm của $\triangle ABC$ nên $BH = \frac{2}{3}BO = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $DH = BD - BH = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$.

Mặt khác, ta có $SD \cap (ABCD) = D$.

Suy ra $(SD, (ABCD)) = (SD, DH) = \widehat{SDH} = 30^\circ$.

Xét $\triangle SHD$ vuông tại H , ta có

$$SH = DH \cdot \tan \widehat{SDH} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}.$$

Vì $BH \cap (SCD) = D \Rightarrow d[B, (SCD)] = \frac{BD}{DH} \cdot d[H, (SCD)] = \frac{3}{2} \cdot d[H, (SCD)]$.

Ta có $HC \perp AB \Rightarrow HC \perp CD$.

Kẻ $HK \perp SC$.

Khi đó $d[H, (SCD)] = HK$.

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H , ta có

$$HK = \frac{SH \cdot HC}{\sqrt{SH^2 + HC^2}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy $d(B, (SCD)) = \frac{3}{2}HK = \frac{\sqrt{21}}{7} \approx 0,65$.

Đáp án: 0,65 □

Câu 3. Cho OA, OB, OC đôi một vuông góc và không đồng phẳng. Biết $OA = OB = a\sqrt{3}, OC = a$. Tìm số đo độ của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (OAB) . (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Đáp án: 3 9 , 2

Lời giải

Gọi M là trung điểm của AB .

Xét $\triangle OAB$ có $OA = OB = a\sqrt{3} \Rightarrow \triangle OAB$ cân tại O .

Mà OM là trung tuyến nên OM cũng là đường cao $\Rightarrow OM \perp AB$.

Lại có $OC \perp OA, OC \perp OB \Rightarrow OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$.

Mà $OM \perp AB$ nên $AB \perp (OCM) \Rightarrow AB \perp CM$

$$\Rightarrow ((OAB), (ABC)) = (\widehat{CM, OM}) = \widehat{OMC}.$$

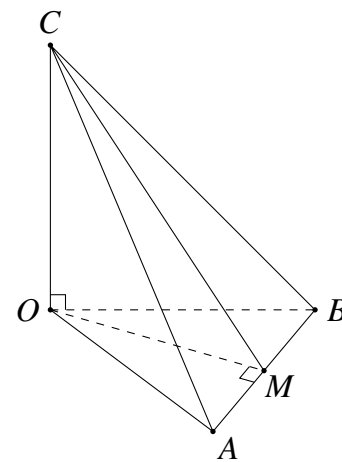
Xét $\triangle OAB$ vuông cân tại O nên $OM = \frac{1}{2}AB =$

$$\frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Xét tam giác OCM vuông tại O có $\tan \widehat{OMC} = \frac{OC}{OM} = \frac{2}{\sqrt{6}} \Rightarrow$

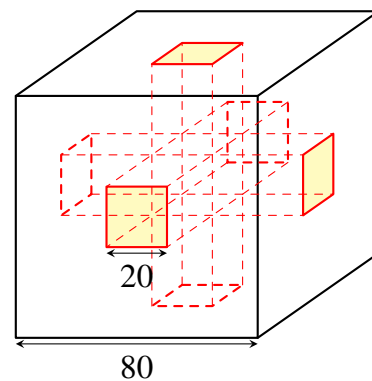
$$\widehat{OMC} \approx 39,2^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OAB) bằng $39,2^\circ$.



Đáp án: 39,2 □

Câu 4. Một khối gỗ hình lập phương có độ dài cạnh bằng x (cm). Ở chính giữa một mặt của hình lập phương người ta đục một lỗ hình vuông thông sang mặt đối diện, tâm của lỗ hình vuông là tâm của mặt hình lập phương, các cạnh lỗ hình vuông song song với các cạnh của hình lập phương và có độ dài y (cm) như hình vẽ bên. Biết rằng $x = 80$ cm, $y = 20$ cm và thể tích V của khối gỗ sau khi đục có dạng $a \cdot 10^3$ (cm³).



Giá trị của a là bao nhiêu? **Đáp án:** 4 3 2

Lời giải

Thể tích khối lập phương ban đầu là $V_{\text{đầu}} = x^3 = 80^3 = 512000$ (cm³).

Quan sát hình vẽ, ta thấy khối gỗ bị đục thông theo cả 3 hướng (trước-sau, trái-phải, trên-dưới) tạo thành 3 lỗ hình hộp chữ nhật giao nhau tại tâm.

Thể tích của một lỗ đục (hình hộp chữ nhật dài suốt cạnh x) là $V_1 = y^2 \cdot x = 20^2 \cdot 80 = 32000$ (cm³).

Tổng thể tích của 3 lỗ đục (nếu tính rời) là $3V_1 = 3 \cdot 32000 = 96000$ (cm³).

Tuy nhiên, phần giao nhau của 3 lỗ đục tại tâm khối gỗ là một hình lập phương nhỏ cạnh y . Phần này đã bị tính 3 lần nên cần trừ đi 2 lần để tính đúng thể tích phần rỗng.

Thể tích phần giao nhau là $V_{\text{giao}} = y^3 = 20^3 = 8000$ (cm³).

Thể tích phần bị khoét đi là $V_{\text{rỗng}} = 3V_1 - 2V_{\text{giao}} = 96000 - 2 \cdot 8000 = 80000$ (cm³).

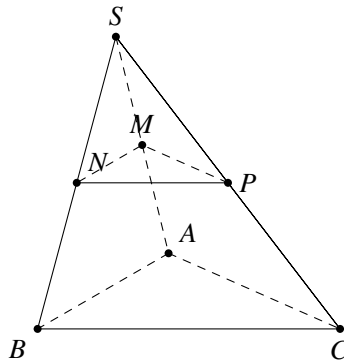
Thể tích còn lại của khối gỗ là $V = V_{\text{đầu}} - V_{\text{rỗng}} = 512000 - 80000 = 432000 \text{ (cm}^3\text{)}$.
 Ta có $V = 432 \cdot 10^3$, suy ra $a = 432$.

Đáp án: 432 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC . Đường thẳng qua S vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt mặt phẳng đó tại H . Chứng minh rằng $SH \perp (MNP)$.

Lời giải



Do $\begin{cases} MN \parallel AB \\ MP \parallel AC \end{cases}$ nên $(MNP) \parallel (ABC)$.

Mặt khác $SH \perp (ABC)$. Do đó $SH \perp (MNP)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật; ΔSAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Biết SC tạo với $(ABCD)$ một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải

Gọi H là trung điểm của AB . Vì tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

$$\begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$$

Suy ra $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCH} = 30^\circ$.

Vì SH là đường cao của tam giác đều cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

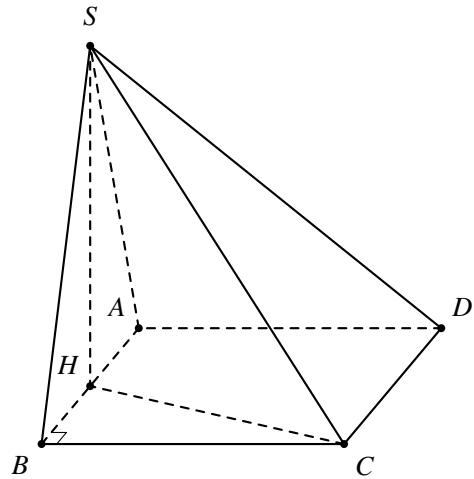
$$\Rightarrow CH = SH \cdot \cot 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}.$$

Trong tam giác vuông BHC , ta có $BC^2 = HC^2 - HB^2 = \frac{9a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{2}$.

Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB \cdot BC = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.

Vậy thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}SH \cdot$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$



Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = 4$, $CD = x$ ($0 < x < 8$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Với giá trị nào của x thì $(ABC) \perp (ABD)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Ta có tam giác ACD cân tại A nên $AJ \perp CD$; tam giác BCD cân tại B nên $BJ \perp CD$.

Kết hợp với giả thiết $(ACD) \perp (BCD)$ ta được $AJ \perp BJ$.

Nhận thấy: $\triangle ACD = \triangle BCD$ (c.c.c)

$$\Rightarrow AJ = BJ \Rightarrow AB = AJ\sqrt{2} = \sqrt{2(AC^2 - CJ^2)} = \sqrt{2\left(16 - \frac{x^2}{4}\right)}$$

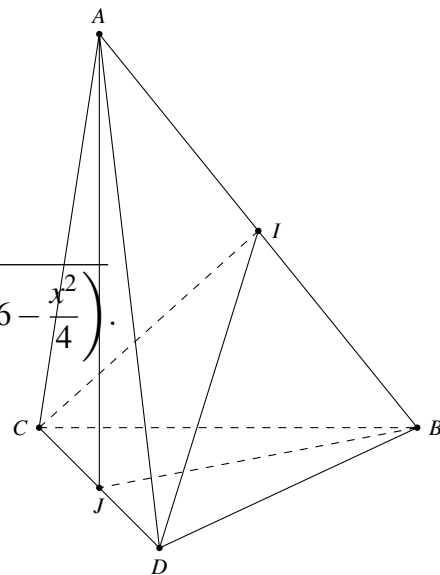
Tương tự ta cũng có $CI = DI$.

Ta có $\triangle CAB$ cân tại C nên $CI \perp AB$; $\triangle DAB$ cân tại D nên $DI \perp AB$.

Nếu $(ABC) \perp (ABD)$ thì $DI \perp (ABC) \Rightarrow DI \perp CI \Leftrightarrow \triangle ICD$ vuông cân tại I .

Do đó

$$\begin{aligned} CD = \sqrt{2}CI &\Leftrightarrow CD = \sqrt{2(AC^2 - AI^2)} \\ \Leftrightarrow CD &= \sqrt{2\left(AC^2 - \frac{AB^2}{4}\right)} \\ \Leftrightarrow x &= \sqrt{2\left(16 - \frac{64 - x^2}{8}\right)} \\ \Leftrightarrow x^2 &= 16 + \frac{x^2}{4} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{8\sqrt{3}}{3} \approx 4,6. \end{aligned}$$



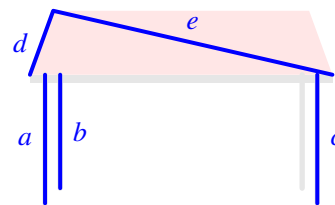
—Hết—

P. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1.

Một chiếc bàn cân đối hình chữ nhật được đặt trên mặt sàn nằm ngang, mặt bàn song song với mặt sàn (như hình vẽ bên dưới). Hình ảnh này gọi nên hình ảnh đường thẳng (được biểu thị bởi các đường thẳng a, b, c, d, e) vuông góc với mặt bàn (kí hiệu mặt phẳng (P)). Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. $d \perp (P)$. B. $a \perp (P)$. C. $b \perp (P)$. D. $c \perp (P)$.

Lời giải

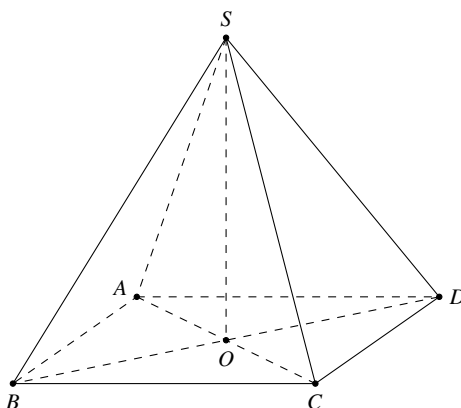
Ta có $d \subset (P)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a , $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, góc giữa hai đường thẳng AB và SD là

- A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải



Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow (AB, SD) = (CD, SD)$; $OD = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác $SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}} = a \Rightarrow SD = SC = CD = a$.

Do đó tam giác SCD đều $\Rightarrow \widehat{SDC} = 60^\circ$.

Suy ra $(AB, SD) = (CD, SD) = \widehat{SDC} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **(B)** □

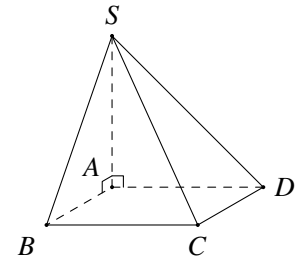
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của tam giác $\triangle SCD$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $\triangle ABC$. B. $\triangle ACD$. C. $\triangle BCD$. D. $\triangle ABD$.

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên AC, AD lần lượt là hình chiếu vuông góc của SC, SD trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó $\triangle ACD$ là hình chiếu của $\triangle SCD$ trên mặt phẳng $(ABCD)$.



Chọn đáp án **(B)** □

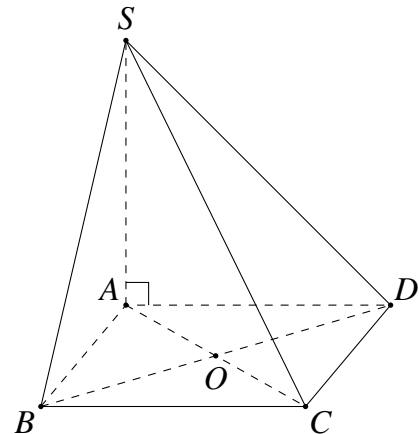
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm $O, SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(SBC) \perp (SAB)$. B. $(SAB) \perp (ABCD)$.
 C. $(SAC) \perp (ABCD)$. D. $(SAC) \perp (SAD)$.

Lời giải

Ta có

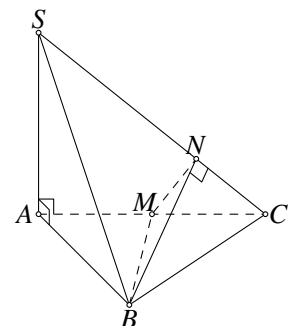
- $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAC) \perp (ABCD)$.
- $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm AC, N là hình chiếu của B lên SC (như hình bên). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $(BMN) \perp (SBC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$.
 C. $(BMN) \perp (ABC)$. D. $(SAC) \perp (SBC)$.



Lời giải

Mà $BM \perp AC$ (Tính chất đường trung tuyến trong tam giác đều).

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow BM \perp SA$.

Suy ra $BM \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp BM$ (1).

Theo giả thiết $SC \perp BN$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (BMN)$.

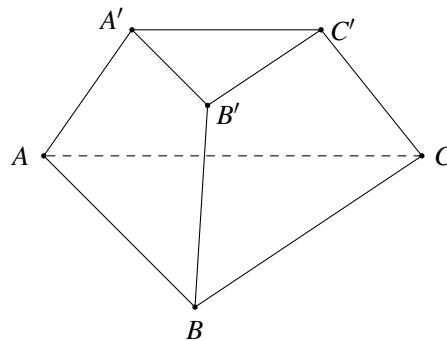
Mà $SC \subset (SBC)$ nên $(BMN) \perp (SBC)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Cho khối chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$ có đường cao $h = 3$ cm, hai mặt đáy $ABC, A'B'C'$ có cạnh tương ứng lần lượt là 4 cm, 2 cm. Tính thể tích khối chóp cắt.

- A.** 4 cm^3 . **B.** $= 4\sqrt{3} \text{ cm}^3$. **C.** $7\sqrt{3} \text{ cm}^3$. **D.** $6\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải



Diện tích đáy $ABC, A'B'C'$ lần lượt là $S = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$; $S' = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$.

Thể tích chóp cắt là

$$V = \frac{1}{3}h \cdot (S + S' + \sqrt{S \cdot S'}) = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (4\sqrt{3} + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 7\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 15 và chiều cao bằng 10. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A.** $V = 50$. **B.** $V = 75$. **C.** $V = \frac{25}{3}$. **D.** $V = 150$.

Lời giải

Ta có $V = S \cdot h = 10 \cdot 15 = 150$.

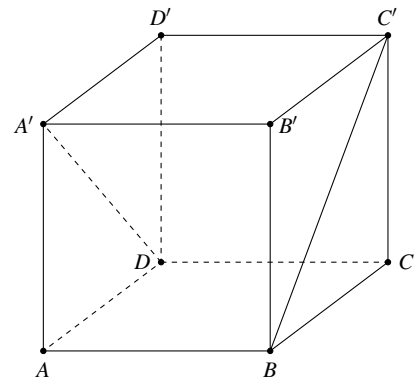
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

- A.** $A'D$. **B.** AC . **C.** BB' . **D.** AD' .

Lời giải

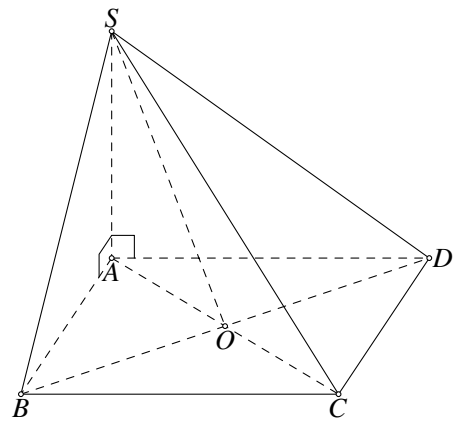
Ta có $A'D \parallel B'C$, $B'C \perp BC' \Rightarrow A'D \perp BC'$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Số đo của góc nhị diện $[S, BD, A]$?

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .



Lời giải

Từ A ta kẻ đường vuông góc tới BD, thì chân đường vuông góc là tâm O của hình vuông.

Ta có $\begin{cases} AO \perp BD \\ SO \perp BD (BD \perp SA, BO \perp AO) \end{cases} \Rightarrow [S, BD, A] = \widehat{SOA}$.

Xét $\triangle SOA$ có $\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{OA} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}$.

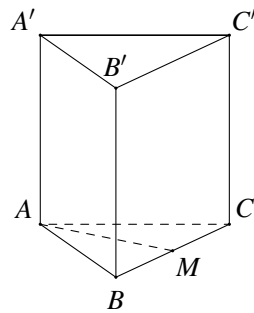
Vậy góc cần tìm bằng 60° .

Chọn đáp án **C** □

Câu 10. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết $AB = AA' = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. a .

Lời giải



Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao trong tam giác đều cạnh a).

Ta có $AM \perp BC$ (do $\triangle ABC$ đều).

Mặt khác $AM \perp BB'$ (do lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều).

Suy ra $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow d(A, (BCC'B')) = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng

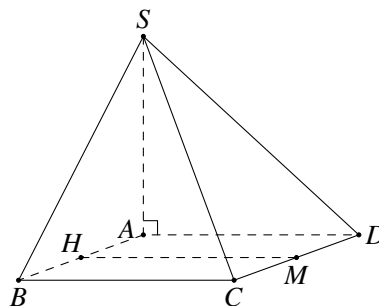
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. a .

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow MH \perp AB$.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp MH \Rightarrow MH \perp (SAB) \Rightarrow d(M, (SAB)) = MH = a$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây:

- A.** Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- B.** Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.
- C.** Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.
- D.** Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

Lời giải

Có vô số mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng cho trước. Do đó, A sai. Nếu hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau và cắt nhau thì mặt phẳng chứa cả a và b không thể vuông góc với b . Do đó, C sai. Qua một đường thẳng có vô số mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác. Do đó, D sai.

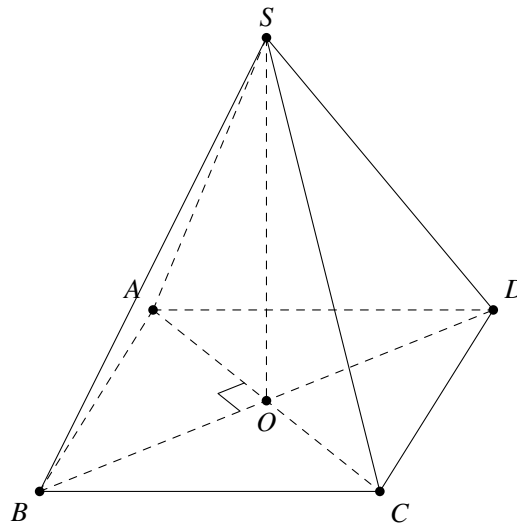
Chọn đáp án **(B)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC, SB = SD$.

- a)** $SO \perp AC$. **b)** $SO \perp (ABCD)$. **c)** $AC \perp (SBD)$. **d)** $(AC, SB) = 60^\circ$.

Lời giải



- a) (D) Đúng.**

$$SO \perp AC$$

Tam giác SAC cân tại S (do $SA = SC$), mà O là trung điểm AC nên $SO \perp AC$.
(1)

- b) (D) Đúng.**

$$SO \perp (ABCD)$$

Tam giác SBD cân tại S (do $SB = SD$), mà O là trung điểm BD nên $SO \perp BD$.
(2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (ABCD)$.

- c) (D) Đúng.**

$$AC \perp (SBD)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO (SO \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD).$$

d) **S** Sai.

$$(AC, SB) = 60^\circ.$$

$$\text{Mà } SB \subset (SBD) \text{ nên } AC \perp SB \Rightarrow (AC, SB) = 90^\circ.$$

Chọn đáp án a đúng b đúng c đúng d sai □

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và góc nhị diện $[A', BC, A]$ bằng 30° .

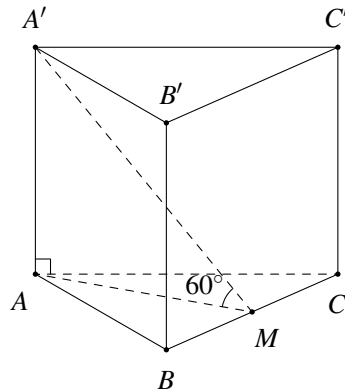
a) Góc nhị diện bằng góc $\widehat{A'MA}$, với M là trung điểm của BC .

b) Diện tích đáy của hình lăng trụ là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

c) Chiều cao của hình lăng trụ bằng a .

d) Thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải



a) **D** Góc nhị diện $[A', BC, A]$ là góc giữa hai nửa mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) cạnh BC .

Gọi M là trung điểm của BC .

Vì tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$.

Lại có $AA' \perp BC$ nên $BC \perp A'M$.

Suy ra góc nhị diện $[A', BC, A]$ là góc $\widehat{A'MA} = 30^\circ$.

b) **D** Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

c) **S** Vì tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Xét tam giác vuông } A'MA \text{ có } \tan \widehat{A'MA} = \frac{AA'}{AM} \Leftrightarrow \tan 30^\circ = \frac{AA'}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow AA' = \frac{a}{2}.$$

d) **S** Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d sai □

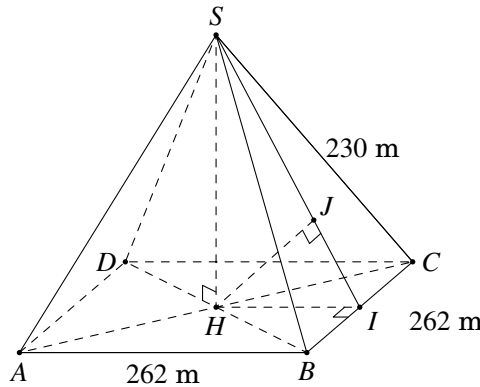
PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng là hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy dài 262 mét, cạnh bên dài 230 mét. Khi xây dựng kim tự tháp người Ai Cập cổ đại đã tính toán xây dựng một đường hầm lấy sáng tự nhiên từ một mặt bên đến tâm đáy ngắn nhất. Khoảng cách xây đường hầm đó là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)? Đáp án:

9	4	,	5
---	---	---	---

Lời giải

Ta giả sử các cạnh và đỉnh của kim tự tháp như hình vẽ.



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SH \perp (ABCD)$ với $H = AC \cap BD$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{262^2 + 262^2} = 262\sqrt{2} \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2} \text{ (m)}$$

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H , ta có

$$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{230^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578} \text{ (m)}$$

Kẻ HJ vuông góc với SI , suy ra HI là đoạn đường ngắn nhất.

Xét $\triangle SIC$ vuông tại I , ta có

$$SI^2 = SC^2 - IC^2 = 230^2 - 131^2 = 35739$$

Xét $\triangle SHI$ vuông tại H , ta có

$$HI^2 = SI^2 - SH^2 = 35739 - 18578 = 17161$$

Xét $\triangle SHI$ vuông tại H , ta có

$$\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{18578} + \frac{1}{17161} = \frac{35739}{18578 \cdot 17161} \Rightarrow HJ^2 = \frac{18578 \cdot 17161}{35739} \Rightarrow HJ \approx 94,5 \text{ (m)}$$

Đáp án:

94,5

 □

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy tâm O cạnh a và cạnh bên là $a\sqrt{7}$. Tính góc phẳng nhị diện $[S, BC, O]$? (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Đáp án:

7	9		
---	---	--	--

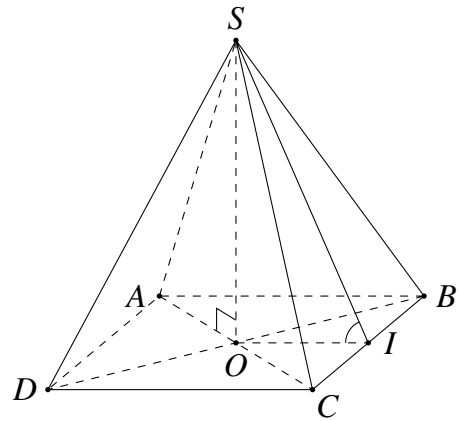
Lời giải

Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ \text{Trong } (ABCD), OI \perp BC \Rightarrow [S, BC, O] = \\ \text{Trong } (SBC), SI \perp BC \end{cases}$

\widehat{SIO} .

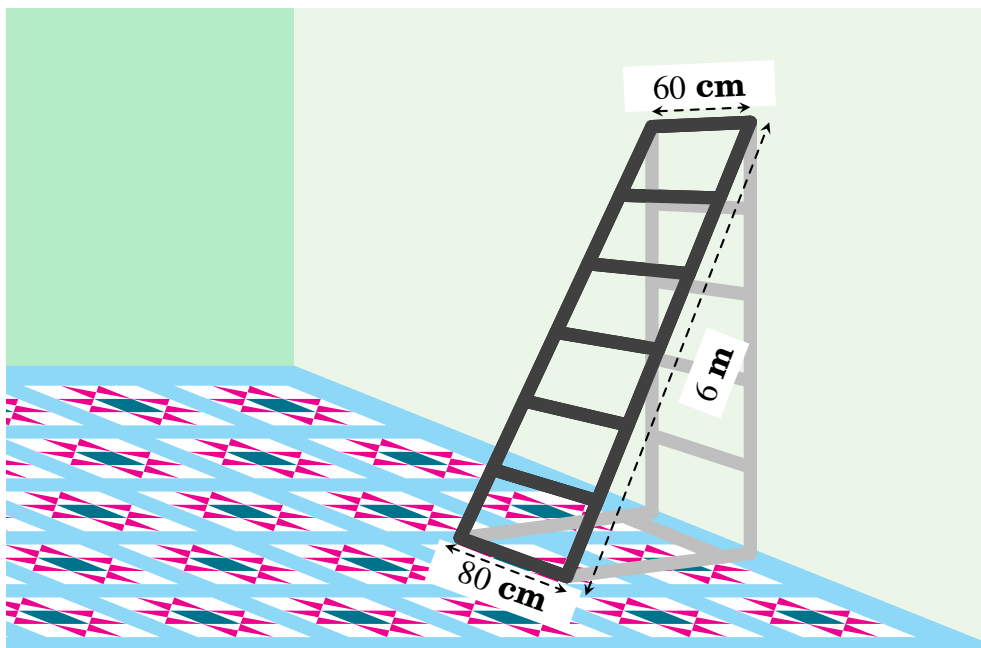
Ta có $OI = \frac{a}{2}, SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(a\sqrt{7})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}a$.

Xét $\triangle SOI$ vuông tại O ta có $\tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} = \frac{\sqrt{26}a}{\frac{a}{2}} = \sqrt{26} \Rightarrow \widehat{SIO} \approx 79^\circ \Rightarrow [S, BC, O] \approx 79^\circ$.



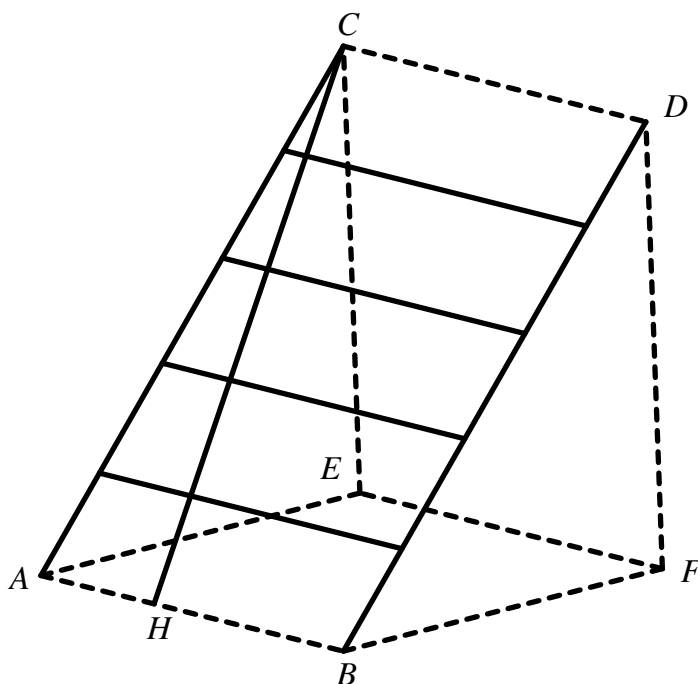
Đáp án: 79 □

Câu 3. Một chiếc thang có dạng hình thang cân cao 7 m, hai chân thang cách nhau 80 cm, hai ngọn thang cách nhau 60 cm. Thang được dựa vào bờ tường như hình sau. Tính góc tạo giữa đường thẳng chân tường và cạnh cột thang (tính gần đúng theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Đáp án: 8 9

Lời giải



Gọi A, B là hai điểm tại vị trí chân thang và C, D là hai điểm tại vị trí ngọn thang, EF là chân tường.

Ta có $EF \parallel AB$ nên $(EF, AC) = (AB, AC) = \widehat{BAC}$.

Kẻ CH vuông góc với AB tại H , khi đó $AH = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$.

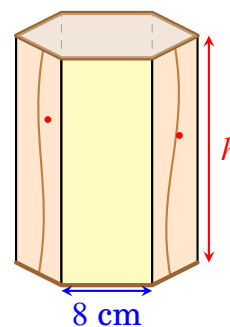
Tam giác ACH vuông tại H nên $\cos \widehat{CAH} = \frac{AH}{AC} = \frac{0,1}{7} = \frac{1}{70}$.

Suy ra $\widehat{CAH} \approx 89,19^\circ$.

Vậy $(EF, AC) \approx 89^\circ$.

Đáp án: **89** □

Câu 4. Một chiếc lồng đèn kéo quân có hình lăng trụ lục giác đều với cạnh đáy 8 cm. Biết tổng diện tích các mặt bên của chiếc lồng đèn này bằng 1536 cm^2 . Tính thể tích của chiếc lồng đèn đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị cm^3).



Đáp án: **5 3 2 1**

Lời giải

Gọi h là chiều cao của chiếc lồng đèn.

Ta có $S_{xq} = 6 \cdot 8 \cdot h = 1536 \Rightarrow 48h = 1536 \Rightarrow h = 32 \text{ cm}$.

Diện tích mặt đáy của chiếc lồng đèn là $S = 6 \cdot \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

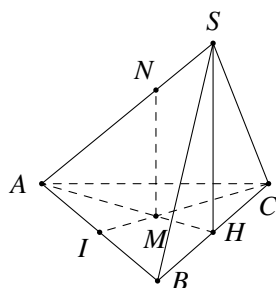
Thể tích của chiếc lồng đèn đó là $V = S \cdot h = 96\sqrt{3} \cdot 32 = 3072\sqrt{3} \approx 5321 \text{ cm}^3$.

Đáp án: **5321** □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , điểm I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC . Trên đoạn CI và SA lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $MC = 2MI, NA = 2NS$. Biết $SH \perp (ABC)$. Chứng minh $MN \perp (ABC)$.

Lời giải



Do điểm M thuộc đường trung tuyến CI và $MC = 2MI \Rightarrow M$ là trọng tâm tam giác ABC

$$\Rightarrow M = AH \cap CI.$$

$$\text{Ta có } \frac{NA}{NS} = \frac{MA}{MH} = 2 \Rightarrow MN \parallel SH.$$

$$\text{Mặt khác } SH \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp (ABC).$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2024, SA vuông góc với đáy và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ AD \perp CD \\ SD \perp CD \end{cases}$$

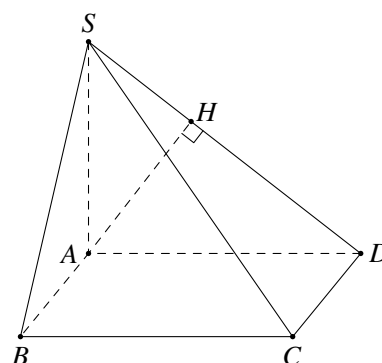
$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (AD, SD) = \widehat{SDA} = 60^\circ.$$

$$\text{Vì } BA \parallel (SCD) \text{ nên } d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)).$$

$$\text{Từ } A \text{ kẻ } AH \perp SD \text{ thì } AH \perp CD \text{ (do } CD \perp SA, CD \perp AD).$$

$$\text{Do đó } d(A, (SCD)) = AH = AD \cdot \sin \widehat{SDA} = 2024 \cdot \sin 60^\circ = \frac{2024\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 1012\sqrt{3}.$$



Câu 3. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SC tạo với đáy góc 45° và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

Lời giải

Giả sử $AB = a$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC

\Rightarrow Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc (SC, AC) .

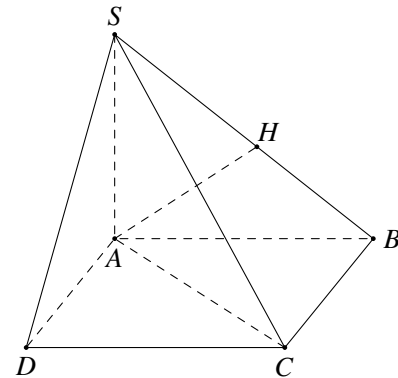
Tam giác SAC vuông tại A nên $(SC, AC) = \widehat{SCA} = 45^\circ$

\Rightarrow Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = a\sqrt{2}$.

Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Suy ra $d(A; (SBC)) = AH = \sqrt{2}$.



Tam giác SAB vuông tại A có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} \Leftrightarrow a = \sqrt{3}.$$

Vậy

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}(a\sqrt{2}) \cdot a^2 = \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3})^2 = \sqrt{6}.$$

—Hết—

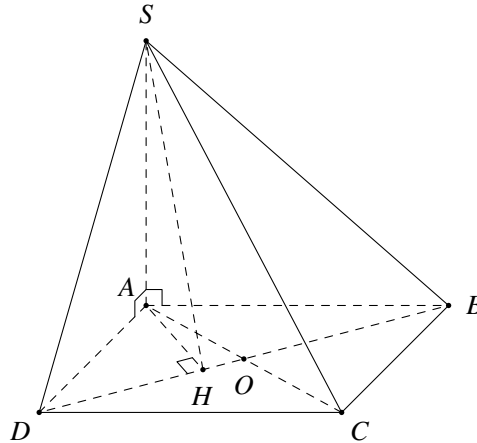
Q. ĐỀ SỐ 7

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $SA \perp (ABCD)$. Gọi H là hình chiếu của S lên BD . Góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$ là

- A. \widehat{SOA} . B. \widehat{SBA} . C. \widehat{SHA} . D. \widehat{SDA} .

Lời giải



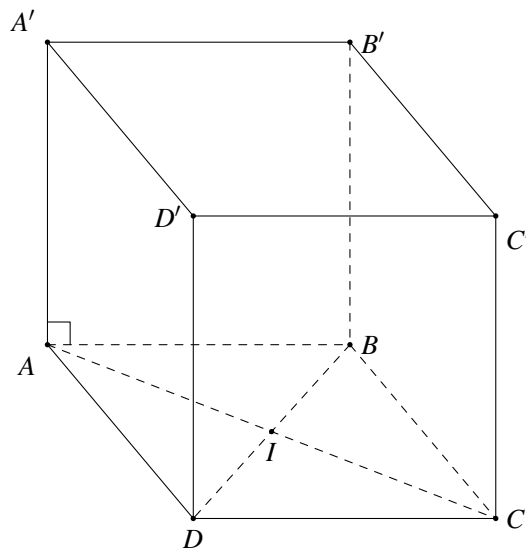
Ta có $SH \perp BD$ và $AH \perp BD$ suy ra \widehat{SHA} là góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 2. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{3}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

Vì $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$ tại I và I là trung điểm của mỗi đường chéo.

Ta có $IB = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác AIB vuông tại I , ta có

$$AI = \sqrt{AB^2 - IB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$

Suy ra $AC = 2AI = a$.

Diện tích đáy hình thoi là

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

Chiều cao lăng trụ là $h = AA' = 4a$.

Thể tích khối lăng trụ là

$$V = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2\sqrt{3}a^3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

- A.** 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 60.

Lời giải

Thể tích khối hộp chữ nhật $V = a \cdot b \cdot c = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ (đvtt).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** I là trung điểm AC . **B.** I là trung điểm BC .
C. I là trung điểm AB . **D.** I là trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải

Ta có $\triangle SIA, \triangle SIB, \triangle SIC$ là các tam giác vuông tại I vì $SI \perp (ABC)$.

Xét $\triangle SIA$ vuông tại I và $\triangle SIB$ vuông tại I có

$$\begin{cases} SI \text{ là cạnh chung} \\ SA = SB \text{ (giả thiết)} \end{cases}$$

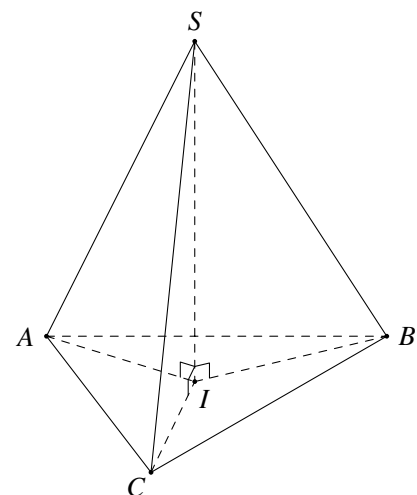
$\Rightarrow \triangle SIA = \triangle SIB$ (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$\Rightarrow IA = IB$ (hai cạnh tương ứng)

Tương tự ta có $\triangle SIB = \triangle SIC \Rightarrow IB = IC$.

$\Rightarrow IA = IB = IC$.

Vì $\triangle ABC$ đều nên I là trọng tâm của $\triangle ABC$.



Chọn đáp án **(D)** □

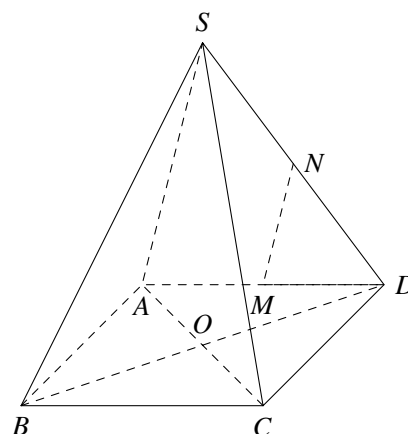
Câu 5. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a và các cạnh bên bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và SD . Số đo góc (MN, SC) bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải

Tam giác SAC có $SA = SC = a$ và $AC = a\sqrt{2}$ nên tam giác SAC vuông cân tại S .

Ta có $MN \parallel SA$ nên $(MN, SC) = (SA, SC) = 90^\circ$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) .

- A. 60° . B. 14° . C. 45° . D. 30° .

Lời giải

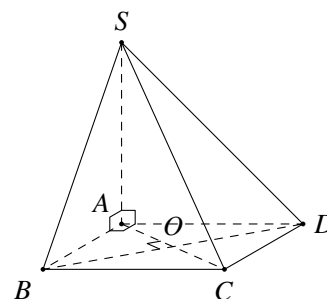
Ta có $SA \cap (SBD) = \{S\}$.

Lại có $AO \perp BD$; $AO \perp SD \Rightarrow AO \perp (SBD)$ nên $(SA, (SBD)) = \widehat{OSA}$.

$\triangle SDA$ có $SA = \sqrt{SD^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

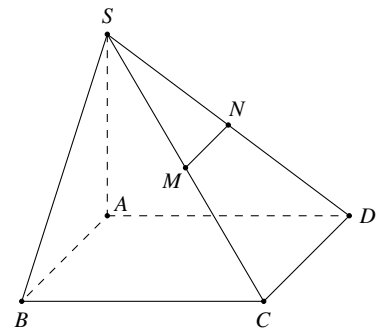
Hình vuông $ABCD$ có $AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$;

$\triangle SAO$ có $\sin \widehat{OSA} = \frac{AO}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{OSA} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và SD (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A. $MN \perp AC$.
- B. $MN \perp BD$.
- C. $MN \perp AB$.
- D. $MN \perp BC$.

Lời giải

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SCD . Suy ra $MN \parallel CD$.

Ta có $\begin{cases} MN \parallel CD \\ BC \perp CD \end{cases} \Rightarrow MN \perp BC$.

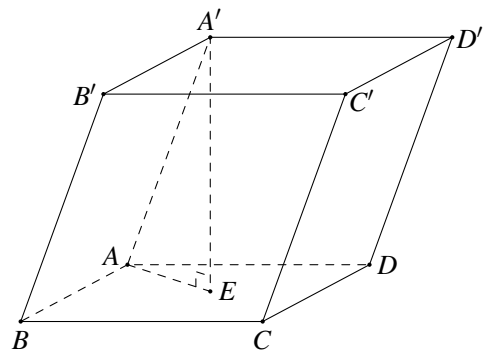
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, $AA' = a\sqrt{2}$ và góc giữa AA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối hộp bằng bao nhiêu?

- A. a^3 .
- B. $\sqrt{3}a^3$.
- C. $4\sqrt{3}a^3$.
- D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Gọi E là hình chiếu vuông góc của A' trên mp $(ABCD)$. Khi đó góc giữa AA' và $(ABCD)$ là góc giữa AA' và AE .



Ta có chiều cao của hình hộp là $h = A'E = AA' \cdot \sin 45^\circ = a$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = 2\sqrt{3}a^2$.

Thể tích khối hộp là $V = S_{ABCD} \cdot h = 2\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Thể tích của khối tứ diện đều biết chiều cao tứ diện bằng a bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$.
- B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.
- C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.
- D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Lời giải

Xét tứ diện đều $ABCD$ có cạnh $AB = x$, P là trung điểm BC , đường cao $AH = a$.

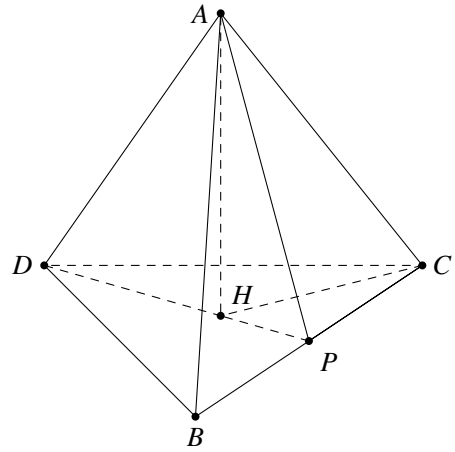
Ta có $DP = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DH = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Xét $\triangle ADH$ vuông tại H ta có,

$$DH^2 + HA^2 = DA^2 \Rightarrow a^2 + \frac{x^2}{3} = x^2 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Do đó, $S_{\triangle DBC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$.

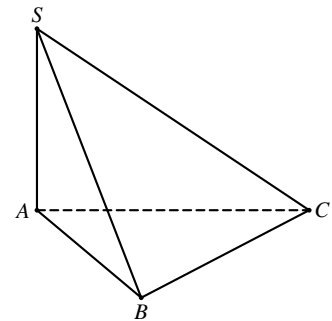
Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\triangle DBC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ (tham khảo hình vẽ). Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SB trên mặt phẳng (ABC) là đường thẳng

- A.** BC . **B.** AB . **C.** AC . **D.** SA .



Lời giải

Ta có $SB \cap (ABC) = B$.

Vì $AB \perp (ABC) \Rightarrow A$ là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) .

Do đó AB là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD . Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

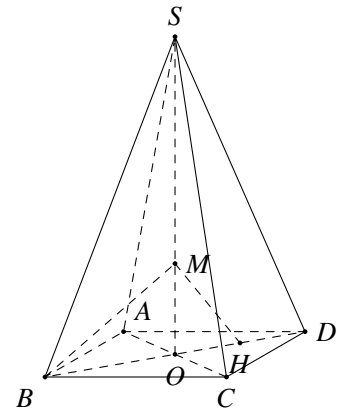
Gọi O là tâm của hình vuông. Ta có $SO \perp (ABCD)$ và

$$SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi H là trung điểm của OD ta có $MH \parallel SO$ nên H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(ABCD)$ và $MH = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Do đó góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là \widehat{MBH} .

$$\text{Khi đó ta có } \tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } \tan(BM, (ABCD)) = \frac{1}{3}.$$

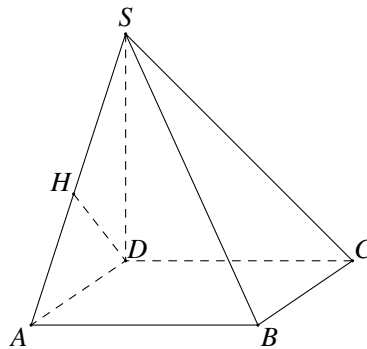


Chọn đáp án **(D)** □

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, cạnh bên $SD = \sqrt{6}a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

- A.** $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $2a$. **D.** a .

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp SD \\ AB \perp AD \\ SD \cap AD \text{ trong } (SAD) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD).$$

Vẽ $DH \perp SA$ tại H trong mặt phẳng (SAD) .

$$\text{Ta có } \begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp SA \\ AB \cap SA \text{ trong } (SAB) \end{cases} \Rightarrow DH \perp (SAB).$$

Vì $CD \parallel (SAB)$ nên $d(SB; CD) = d(CD; (SAB)) = d(D; (SAB)) = DH$.

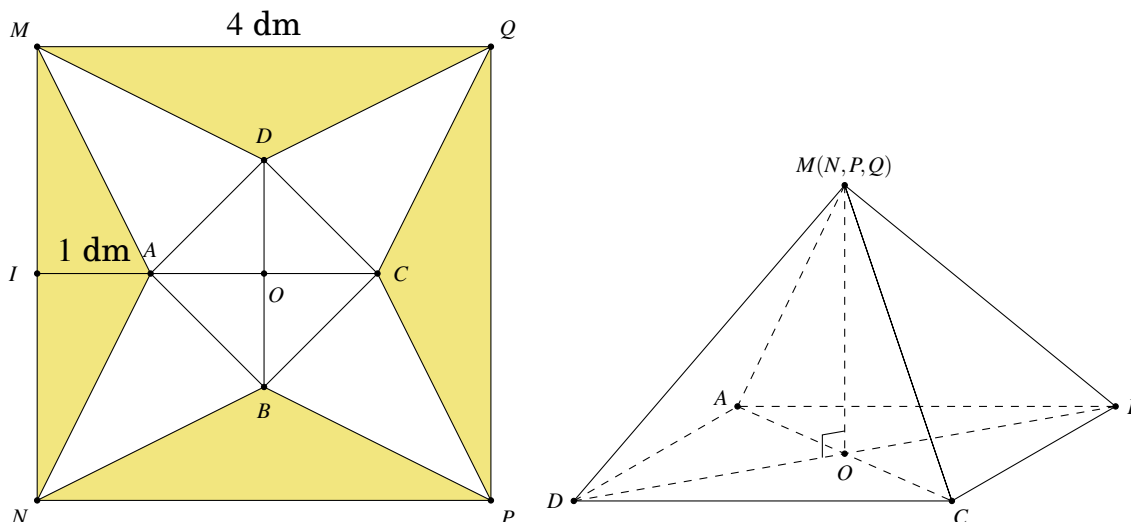
$$\triangle SAD \text{ vuông tại } D \text{ với đường cao } DH \text{ có } DH = \frac{SD \cdot DA}{\sqrt{SD^2 + DA^2}} = \frac{3\sqrt{2}a^2}{3a} = a\sqrt{2}.$$

Vậy suy ra khoảng cách giữa SB và CD là $a\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Từ một tấm tôn hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng 4 dm, người ta cắt tấm tôn theo các tam giác cân MAN, NBP, PCQ, QDM bằng nhau sau đó gò các tam giác cân ABN, BCP, CDQ, DAM sao cho các đỉnh M, N, P, Q trùng nhau để được khối chóp tứ giác đều có đáy là tứ giác $ABCD$. Biết đường cao kẻ từ A của tam giác MAN bằng 1 dm.



- a) Cạnh đáy của hình chóp đều được tạo ra bằng 2 dm.
- b) Cạnh bên của hình chóp đều được tạo ra bằng $\sqrt{5}$ dm.
- c) Chiều cao của hình chóp đều được tạo ra bằng 2 dm.
- d) Thể tích khối chóp đều được tạo ra bằng $\frac{4}{3}$ dm³.

Lời giải

- a) **(S)** Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó $OA = OI - AI = 2 - 1 = 1$.
Cạnh đáy hình chóp là $AB = \sqrt{2}OA = \sqrt{2}$ dm.
- b) **(Đ)** Cạnh bên của hình chóp $MA = \sqrt{MI^2 + IA^2} = \sqrt{5}$ dm.
- c) **(Đ)** Chiều cao hình chóp $MO = \sqrt{MA^2 - OA^2} = \sqrt{5 - 1} = 2$ dm.
- d) **(Đ)** Thể tích hình chóp $V = \frac{1}{3}MO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = \frac{4}{3}$ dm³.

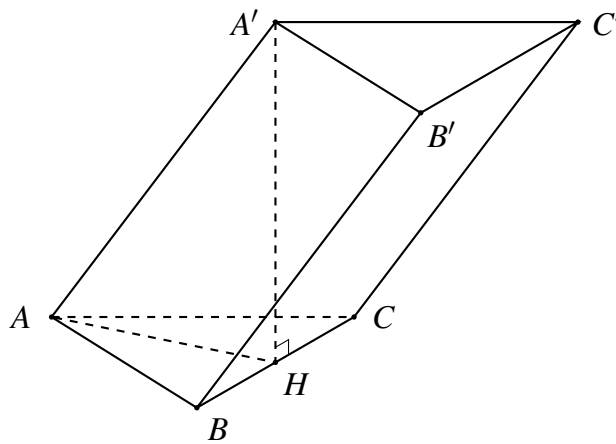
Chọn đáp án **a sai | b đúng | c đúng | d đúng** □

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A , góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AB = 2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của BC , biết $AA' = a\sqrt{2}$

- a) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng AA' lên mặt phẳng (ABC) là đường thẳng AH .

- b) Góc $\widehat{A'AH}$ là góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng (ABC) .
- c) Góc giữa hai đường thẳng AA' và AH bằng 60° .
- d) $(A'AH) \perp (BCC'B')$.

Lời giải



a) **D** Ta có $A'H \perp (ABC)$ nên hình chiếu của AA' lên mặt phẳng (ABC) là đường thẳng AH .

b) **D** Do hình chiếu của AA' lên mặt phẳng (ABC) là đường thẳng AH nên góc $\widehat{A'AH}$ là góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng (ABC) .

c) **S** Góc giữa hai đường thẳng AA' và AH là góc $\widehat{A'AH}$.
 $\triangle ABC$ cân tại A , H là trung điểm của BC nên ta có $\widehat{HAB} = 60^\circ$.
 $\Rightarrow AH = \frac{1}{2}AB = a$.
 $\triangle A'AH$ vuông tại H .
 $\cos \widehat{A'AH} = \frac{AH}{AA'} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 45^\circ$.

d) **D** $\triangle ABC$ cân tại A nên ta có $AH \perp BC$. (1)
 Mặt khác H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.
 $\Rightarrow A'H \perp BC$ (2)
 Từ (1) và (2) ta có $BC \perp (A'AH)$.
 Mà $BC \subset (BCC'B')$.
 $\Rightarrow (BCC'B') \perp (A'AH)$.

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d đúng
--------	--------	-------	--------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 1, G là trọng tâm tam giác ABC . Góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) .
Đáp án:

0	,	2	5
---	---	---	---

Lời giải

Gọi I là trung điểm của BC .

Trong mặt phẳng (SAI) kẻ $GH \perp SI$. (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp GH$. (2)

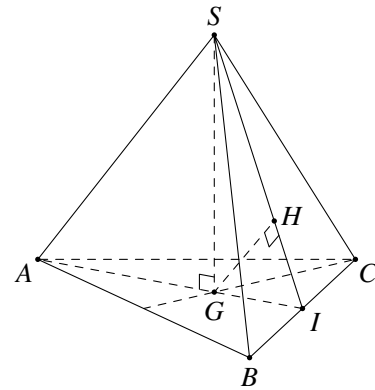
Từ (1) và (2) ta có $GH \perp (SBC) \Rightarrow d(G, (SBC)) = GH$.

Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SI \perp BC \\ AI \perp BC \end{cases}$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SI, AI) = \widehat{SIA} = \widehat{SIG} = 60^\circ$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên

$GI = \frac{1}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow GH = GI \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} = 0,25$.

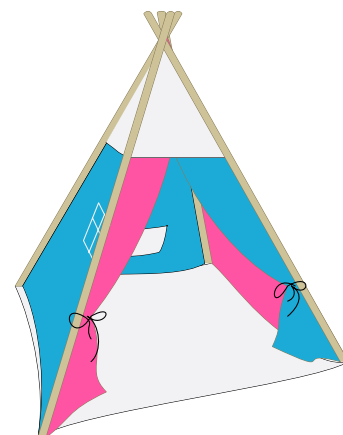


Đáp án:

0,25

 □

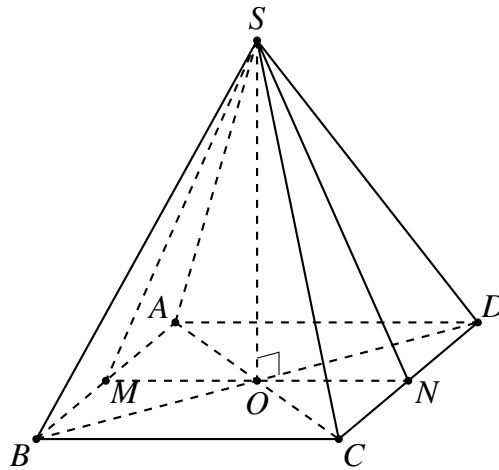
Câu 2. Trong một buổi dã ngoại, bạn Nam muốn dựng một cái lều hình kim tự tháp. Biết khoảng cách từ đỉnh lều tới một chân lều là 270 (cm), góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa hai mái lều đối diện là 55° . Hỏi khoảng cách giữa hai chân lều liên tiếp Nam cần dựng bằng bao nhiêu milimet? (Làm tròn đến hàng đơn vị)



Đáp án:

2	2	6	4
---	---	---	---

Lời giải



Cái lều cần dựng có hình dạng là hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với $SA = 270$ (cm), góc nhị diện giữa hai nửa mặt phẳng (SAB) và (SCD) tương ứng chứa hai mái lều đối diện bằng 55° .

Khoảng cách giữa hai chân lều liên tiếp cần tìm là độ dài cạnh đáy hình chóp $S.ABCD$.

Đặt $AB = x$ (cm).

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD .

Suy ra $\widehat{MSN} = 55^\circ$, $MN = x$ (cm), $AM = \frac{x}{2}$ (cm).

Ta có $\triangle SAB$ cân tại S , M là trung điểm cạnh AB nên $\triangle SAM$ vuông tại M .

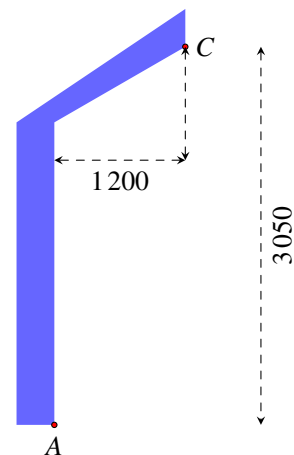
Suy ra $SM = SN = \sqrt{SA^2 - AM^2} = \sqrt{270^2 - \frac{x^2}{4}}$.

$\triangle SMN$ ta có

$$\begin{aligned} MN^2 &= SM^2 + SN^2 - 2 \cdot SM \cdot SN \cdot \cos \widehat{MSN} \\ \Rightarrow x^2 &= 2 \cdot \left(270^2 - \frac{x^2}{4}\right) - 2 \cdot \left(270^2 - \frac{x^2}{4}\right) \cdot \cos 55^\circ \\ \Leftrightarrow x^2 \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{\cos 55^\circ}{2}\right) &= 2 \cdot 270^2 (1 - \cos 55^\circ) \\ \Leftrightarrow x^2 &= \frac{2 \cdot 270^2 (1 - \cos 55^\circ)}{1 + \frac{1}{2} - \frac{\cos 55^\circ}{2}} \\ \Rightarrow x \approx 226,4 \text{ (cm)} &\Rightarrow x \approx 2264 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

Đáp án: 2264 □

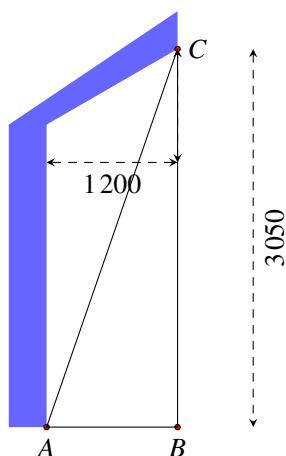
Câu 3. Một cột bóng rổ được gắn xuống nền sân phẳng. Người ta gắn một điểm C ở đỉnh của cột sao cho C nằm trên mặt phẳng song song với nền sân và điểm A đặt ở chân cột bóng rổ như hình vẽ. Người ta muốn buộc một sợi dây căng vào hai điểm A và C . Hỏi sợi dây có độ dài bằng bao nhiêu mm (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Đáp án:

3	2	7	8
---	---	---	---

Lời giải



Gọi B hình chiếu vuông góc của C xuống nền sân, khi đó tam giác ABC vuông tại B và

$$AB = 1200 \text{ mm}, BC = 3050 \text{ mm}.$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1200^2 + 3050^2 \Rightarrow AC \approx 3278 \text{ mm}.$$

Đáp án:

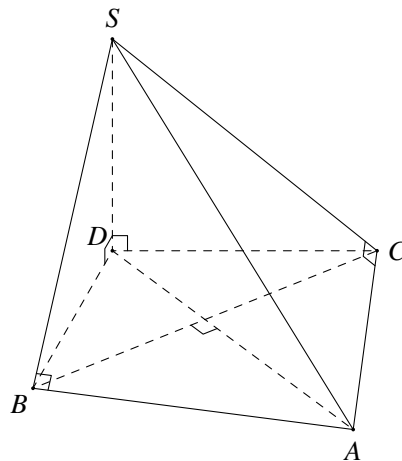
3278

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh 2, tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Đáp án:

1	,	1	5
---	---	---	---

Lời giải



Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) , suy ra $SD \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} SB \perp AB \text{ (gt)} \\ SD \perp AB \text{ (do } SD \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow AB \perp BD.$$

Tương tự, ta có $AC \perp CD$.

Tam giác SBA và SCA là hai tam giác vuông có cạnh huyền SA chung và $AB = AC$ (do $\triangle ABC$ đều), suy ra $\triangle SBA = \triangle SCA \Rightarrow SB = SC$.

$$\text{Suy ra } DB = \sqrt{SB^2 - SD^2} = \sqrt{SC^2 - SD^2} = DC.$$

Xét tứ giác $ABDC$ có $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$ và $AB = AC, DB = DC$.

Do đó AD là đường trung trực của BC và cũng là đường phân giác của góc \widehat{BAC} .

Vì $\triangle ABC$ đều nên $\widehat{BAC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CAD} = 30^\circ$.

$$\text{Trong tam giác vuông } ACD, \text{ ta có } CD = AC \cdot \tan 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Vì $AB \perp (SBD)$ nên giao tuyến của (SAB) và (ABC) là AB vuông góc với SB và DB .

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$.

$$\text{Trong tam giác vuông } SBD, \text{ ta có } SD = BD \cdot \tan 60^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = 2.$$

$$\text{Diện tích tam giác đều } ABC \text{ cạnh } 2 \text{ là } S_{\triangle ABC} = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1,15.$$

Đáp án: **1,15** □

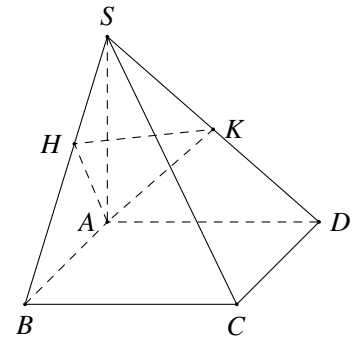
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SD . Chứng minh:

- a) $AK \perp (SCD)$. b) $AH \perp (SBC)$. c) $SC \perp (AHK)$.

Lời giải

- a) Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow CD \perp SA$.
 Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $CD \perp AD$.
 Suy ra $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AK$.
 Lại có $AK \perp SD$, suy ra $AK \perp (SCD)$.

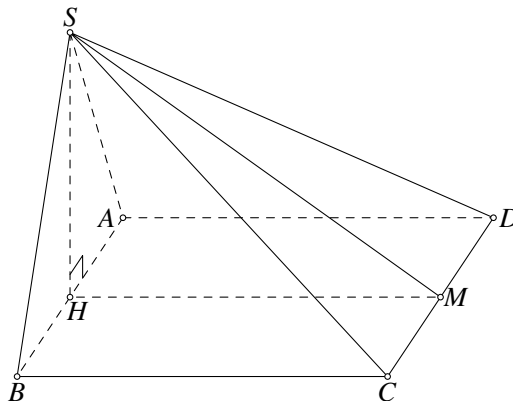


- b) Ta có $\begin{cases} CB \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \\ CB \perp AB \text{ (do } ABCD \text{ là hình chữ nhật).} \end{cases}$
 $\Rightarrow CB \perp (SAB)$.
 Mà $AH \subset (SAB)$ nên $CB \perp AH$.
 Lại có $AH \perp SB$, suy ra $AH \perp (SBC)$.

- c) Ta có $AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$.
 Tương tự: $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$.
 Vậy $SC \perp (AHK)$.

Câu 2. Trong không gian cho tam giác đều SAB và hình vuông $ABCD$ cạnh a nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Khi đó hãy tính $\tan \alpha$.

Lời giải



Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$$

Do đó $AB \perp SH$ và $AB \perp MH$.

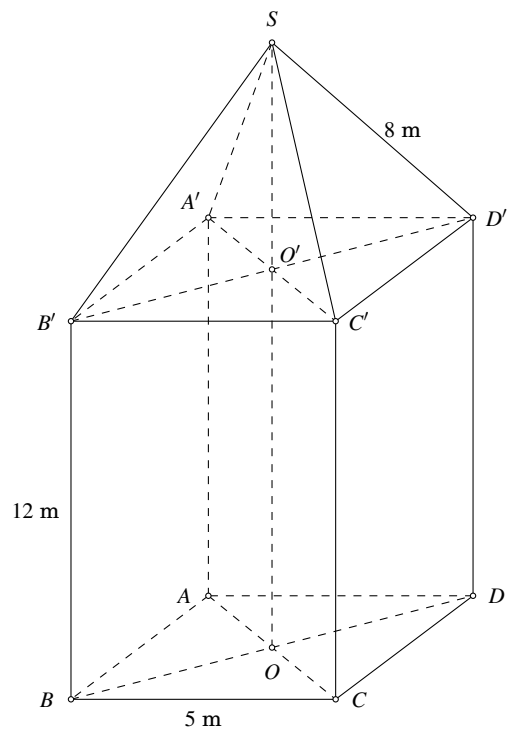
Suy ra $AB \perp (SHM)$, mà $AB \parallel CD$ nên $(SHM) \perp (SAB)$ và $(SHM) \perp (SCD)$.

Vậy $\alpha = \widehat{MSH}$.

Xét tam giác SMH vuông tại H có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $HM = a$.

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \frac{HM}{HS} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 3. Một chiếc tháp có phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh dài 5 m. chiều cao của hình hộp chữ nhật là 12 m. Phần trên của tháp có dạng hình chóp đều, các mặt bên là các tam giác cân chung đỉnh. Mỗi cạnh bên của hình chóp dài 8 m. Tính thể tích của tháp đồng hồ này (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Xét hình vuông $A'B'C'D'$ có

$$B'D' = \sqrt{B'C'^2 + C'D'^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow O'D' = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Chiều cao phần trên của tháp

$$SO' = \sqrt{SD'^2 - O'D'^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{206}}{2}.$$

Thể tích phần dưới của tháp

$$V_1 = S_{ABCD} \cdot OO' = 5^2 \cdot 12 = 300 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Thể tích phần trên của tháp

$$V_2 = \frac{1}{3} S_{A'B'C'D'} \cdot SO' = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot \frac{\sqrt{206}}{2} = \frac{25\sqrt{206}}{6} \text{ (m}^3\text{)}.$$

$$\text{Thể tích của tháp } V_1 + V_2 = 300 + \frac{25\sqrt{206}}{6} \approx 360 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = 1, AC = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và CD' .

Lời giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và BC .

Dễ thấy $AM \parallel C'N$ nên A, M, C', N đồng phẳng.

Ta có $CD' \parallel MN$ nên $CD' \parallel (AMC'N)$. Suy ra

$$\begin{aligned} d(CD', AC') &= d(CD', (AMC'N)) \\ &= d(C, (AMC'N)). \end{aligned}$$

Kẻ $CI \perp AN$ tại I và $CH \perp C'I$ tại H , suy ra $d(C, (AMC'N)) = CH$.

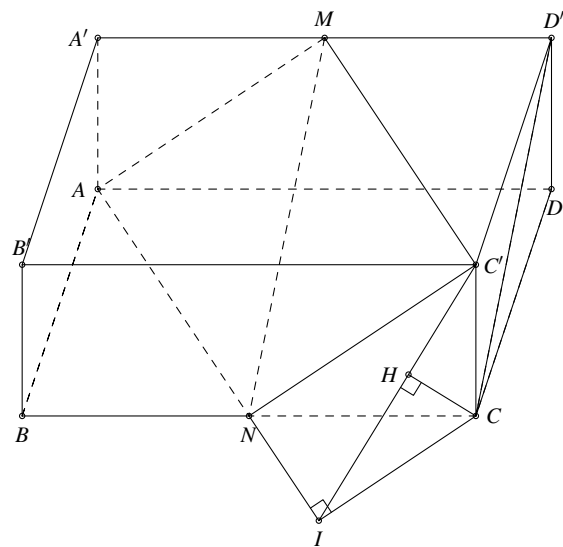
$\triangle CIN \sim \triangle ABN$ (g-g), suy ra $\frac{CI}{AB} = \frac{CN}{AN}$

$$\Rightarrow CI = \frac{AB \cdot CN}{AN}.$$

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}; CN = BN = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AN = \sqrt{AB^2 + BN^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}; CI = \frac{AB \cdot CN}{AN} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Tam giác $C'CI$ vuông tại C có đường cao CH , suy ra $CH = \frac{CC' \cdot CI}{\sqrt{CC'^2 + CI^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}$.

—Hết—



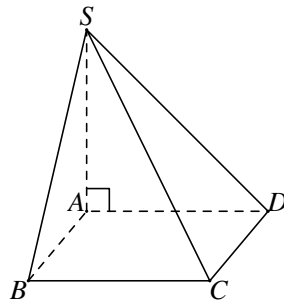
R. ĐỀ SỐ 8

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $SA \perp SC$. B. $BD \perp SD$. C. $SA \perp BC$. D. $AC \perp SD$.

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BC.$$

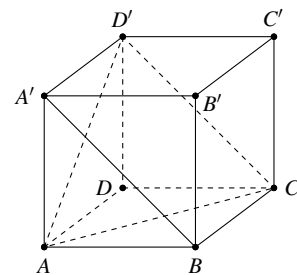
Chọn đáp án **C** □

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.

- A. 60° . B. 45° . C. 75° . D. 90° .

Lời giải

Do $A'BCD'$ là hình bình hành nên $A'B \parallel D'C$. Suy ra góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$ bằng góc giữa hai đường thẳng AC và $D'C$ và đó chính là góc $\widehat{ACD'} = 60^\circ$ (do $\triangle ACD'$ đều).



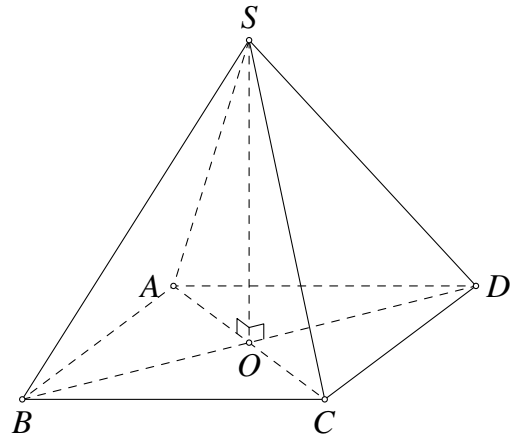
Chọn đáp án **A** □

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. $AC \perp SD$. B. $BD \perp AC$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SA$.

Lời giải

Ta có tam giác SAC cân tại S và SO là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao. Do đó $SO \perp AC$. Trong tam giác vuông SOA thì AC và SA không thể vuông tại A .



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{17}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Gọi H là chân đường cao, suy ra H là tâm tam giác đều ABC .

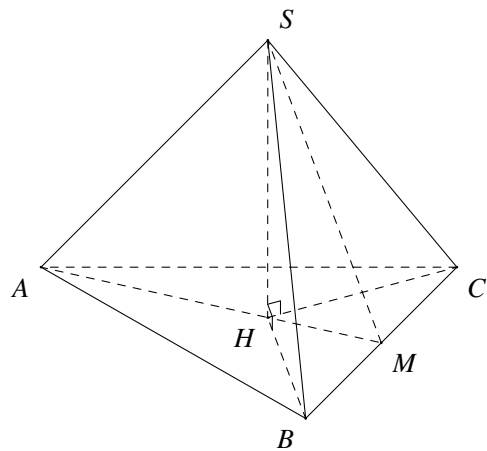
Gọi M là trung điểm BC suy ra góc giữa mặt bên (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMH} = 60^\circ$.

Ta có $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}; HM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$SH = HM \cdot \tan \widehat{SMH} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$.

Xét $\triangle SHA : SA^2 = SH^2 + AH^2 = \frac{4a^2}{3} + a^2 = \frac{7a^2}{3} \Rightarrow$

$SA = \frac{a\sqrt{21}}{3}$.



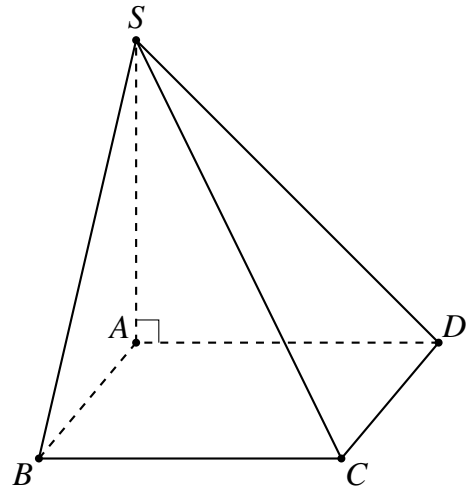
Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (SAD) bằng

- A. AB . B. BD . C. SB . D. CA .

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB$, mà $AD \perp AB$ nên $AB \perp (SAD)$.
 Lại có $BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD)$.
 Do đó $d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD)) = AB$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy ABC bằng $a^2\sqrt{3}$ và thể tích khối chóp bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A.** $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $h = a\sqrt{3}$.

Lời giải

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot h$.

Suy ra $h = \frac{3 \cdot V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A.** $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

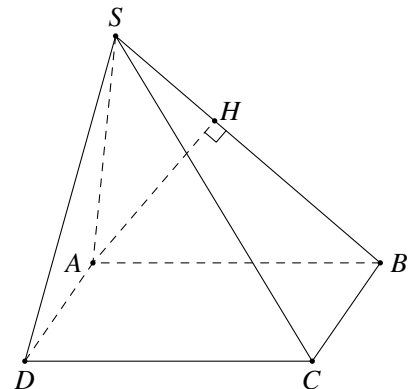
Lời giải

Kẻ $AH \perp SB$.

Mà $AH \perp BC$ (do $BC \perp (SAB)$) suy ra $AH \perp (SBC)$.

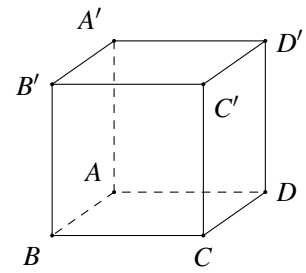
Do đó

$$d(A, (SBC)) = AH = \frac{AB \cdot SA}{\sqrt{AB^2 + SA^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



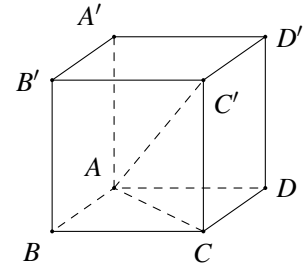
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Ta có $(AC', (ABCD)) = (AC', AC) = \widehat{C'AC} = \alpha$.

Giả sử hình lập phương có cạnh là a .

Trong tam giác $A'AC$ ta có $\sin \alpha = \frac{CC'}{AC'} = \frac{a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

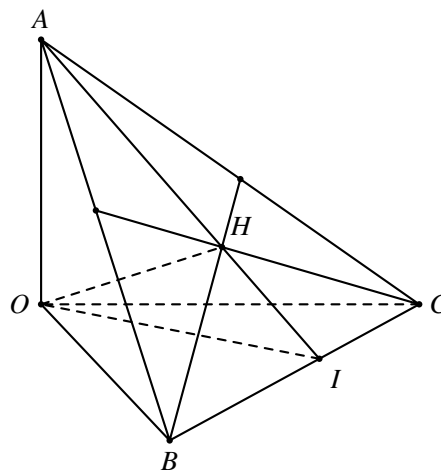


Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $AB \perp OC$. B. $OH \perp (ABC)$. C. $OH \perp BC$. D. $OH \perp OA$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp AB$. Vậy phương án A đúng.

Ta có $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp BC$. (1)

Gọi I là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC . Ta có $AI \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (AIO)$, mà $OH \subset (AIO)$ nên $OH \perp BC$. (3)

Tương tự như trên, ta cũng có $OH \perp AC$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $OH \perp (ABC)$.

Vậy các phương án B, C đúng.

Tam giác AIO vuông tại O , $H \in AI$ và $H \neq I$ nên phương án D sai.

Chọn đáp án **(D)** □

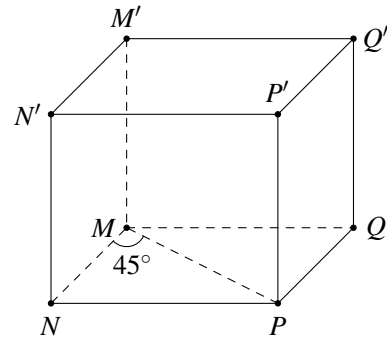
Câu 10. Cho hình lập phương $MNPQ.M'N'P'Q'$ có cạnh bằng a . Số đo của góc nhị diện $[N, MM', P]$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

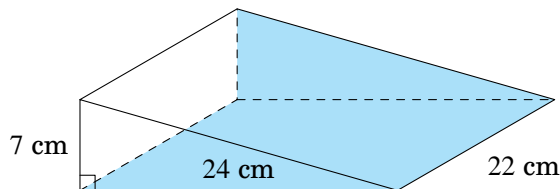
Ta có $\begin{cases} MN \perp MM' \\ MP \perp MM' \end{cases}$

Do đó góc nhị diện $[N, MM', P]$ là góc $\widehat{NMP} = 45^\circ$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 11. Cho cái nệm hình lăng trụ đứng như hình vẽ.



Thể tích của cái nệm bằng

- A. 3696cm^3 . B. 1848cm^3 . C. 3669cm^3 . D. 1884cm^3 .

Lời giải

Diện tích đáy lăng trụ là $S = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 24 = 84\text{cm}^2$.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = S \cdot h = 84 \cdot 22 = 1848\text{cm}^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Cho khối chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$, đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$ có độ dài cạnh lần lượt là $6a$ và $3a$, độ dài cạnh bên bằng $4a$. Tính thể tích của khối chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $\frac{3a^3\sqrt{41}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{46}}{2}$. C. $\frac{21a^3\sqrt{46}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{41}}{2}$.

Lời giải

• Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_1 = (6a)^2 = 36a^2$.

• Diện tích hình vuông $A'B'C'D'$ là $S_2 = (3a)^2 = 9a^2$.

• Chiều cao của khối chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$ là $OO' = B'H$.

Ta có $BB' = 4a$, $BH = \frac{1}{4}BD = \frac{1}{4} \cdot 6a\sqrt{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

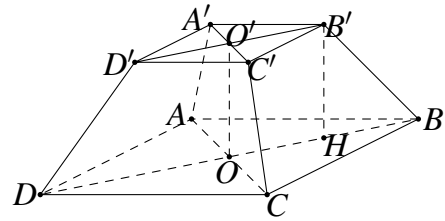
Trong $\triangle B'BH$ vuông tại H , có

$$B'H = \sqrt{BB'^2 - BH^2} = \sqrt{(4a)^2 - \left(\frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{46}}{2}.$$

Suy ra $OO' = B'H = \frac{a\sqrt{46}}{2}$.

• Thể tích của khối chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$ là

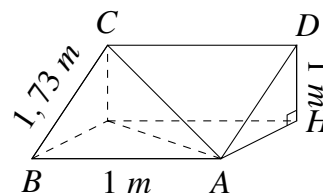
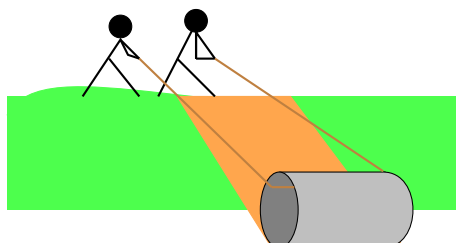
$$V = \frac{1}{3} \cdot OO' \cdot (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{46}}{2} \cdot (36a^2 + 9a^2 + \sqrt{36a^2 \cdot 9a^2}) = \frac{21a^3\sqrt{46}}{2}.$$



Chọn đáp án **C** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong lao động, mặt phẳng nghiêng thường được sử dụng vì tính tiện dụng của nó. Hình vẽ sau minh họa một mặt phẳng nghiêng dùng để vận chuyển đồ, có độ nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang là 30° , vận chuyển lên mặt phẳng có độ cao 1 m. Quan sát hình vẽ và xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau.



a) \widehat{CAK} được gọi là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (Q) .

b) \widehat{CAK} là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[C, AB, K]$.

- c) Mặt phẳng nghiêng có độ dài khoảng 1,73 m.
- d) Biết chiều rộng của mặt phẳng nghiêng đang sử dụng là 1 m, khi đó sin của góc giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (Q) là $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

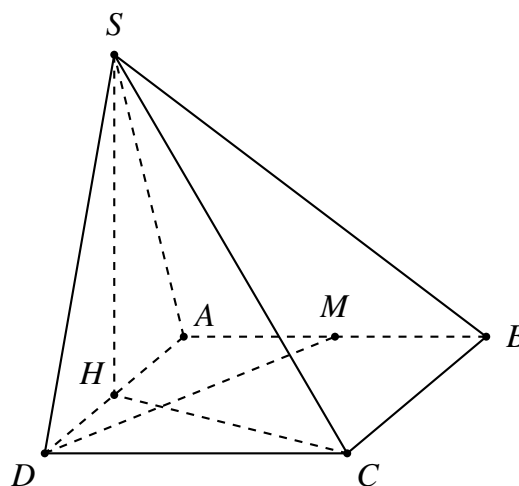
Lời giải

- a) **D** \widehat{CAK} được gọi là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (Q) .
Do $CK \perp (Q)$ nên \widehat{CAK} được gọi là góc giữa đường thẳng CA và mặt phẳng (Q) .
- b) **S** \widehat{CAK} là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[C, AB, K]$.
Do CA, AK không vuông góc với AB nên \widehat{CAK} không là góc phẳng nhị diện của $[C, AB, K]$.
- c) **S** Mặt phẳng nghiêng có độ dài khoảng 1,73 m.
Ta có $CK = 1$ (m), $\widehat{CBK} = 30^\circ$.
Xét $\sin \widehat{CBK} = \frac{CK}{BC} \Rightarrow BC = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2$ (m).
- d) **D** Biết chiều rộng của mặt phẳng nghiêng đang sử dụng là 1 m.
Khi đó sin của góc giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (Q) là $\frac{\sqrt{5}}{5}$.
Ta có $AC = \sqrt{5}$
Xét $\sin \widehat{CAK} = \frac{CK}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi H, M lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và AB .



- a) $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCH}$.
- b) Số đo của góc nhị diện $[(ABCD), CD, (SCD)]$ bằng 90° .
- c) cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- d) $(SMD) \perp (SHC)$.

Lời giải

- a) **D** $\left\{ \begin{array}{l} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SH \perp AD \\ SH \subset (SAD) \end{array} \right. \Rightarrow SH \perp (ABCD).$

⇒ CH là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABCD).

⇒ (SC, (ABCD)) = (SC, CH) = \widehat{SCH} .

b) **S** $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SH (SH \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD.$

⇒ (AD, SD) = $\widehat{SDA} = 60^\circ$ là số đo của góc nhị diện [(ABCD), CD, (SCD)].

c) **S** Gọi K là trung điểm của BC.

$\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ HK \perp BC \\ SK \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SK, HK) = \widehat{SKH}.$

$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, HK = a \Rightarrow SK = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 + a^2} = \frac{\sqrt{7}a}{2}.$

$\cos \widehat{SKH} = \frac{HK}{SK} = \frac{a}{\frac{\sqrt{7}a}{2}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}.$

d) **D**

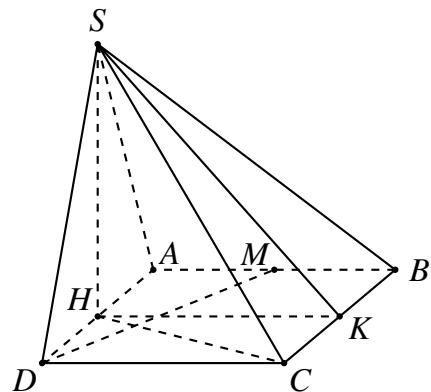
$\triangle ADM = \triangle CHD \Rightarrow \widehat{HDM} = \widehat{HCD}.$

⇒ $\widehat{HDM} + \widehat{DHC} = \widehat{HCD} + \widehat{DHC} = 90^\circ.$

⇒ CH ⊥ DM.

$\begin{cases} DM \perp CH \\ DM \perp SH \end{cases} \Rightarrow DM \perp (SCH), DM \subset (SMD).$

⇒ (SMD) ⊥ (SCH).



Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có cạnh đáy bằng 2. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, DC, A'D'. Tính d((MNP), (ACC')) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). **Đáp án:**

0	,	7	1
---	---	---	---

Lời giải

Vì MN là đường trung bình của tam giác DAC nên

$$MN \parallel AC. \quad (1)$$

MP là đường trung bình của $DAA'D'$ nên $MP \parallel$

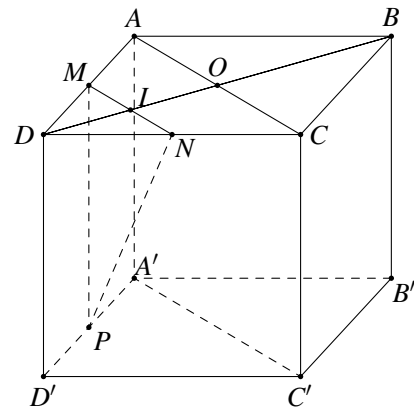
$$CC'. \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra $(MNP) \parallel (ACC')$.

Gọi $O = AC \cap BD, I = MN \cap BD$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} OI \perp AC \\ OI \perp CC' \end{cases} \Rightarrow OI \perp (ACC').$$

Vậy



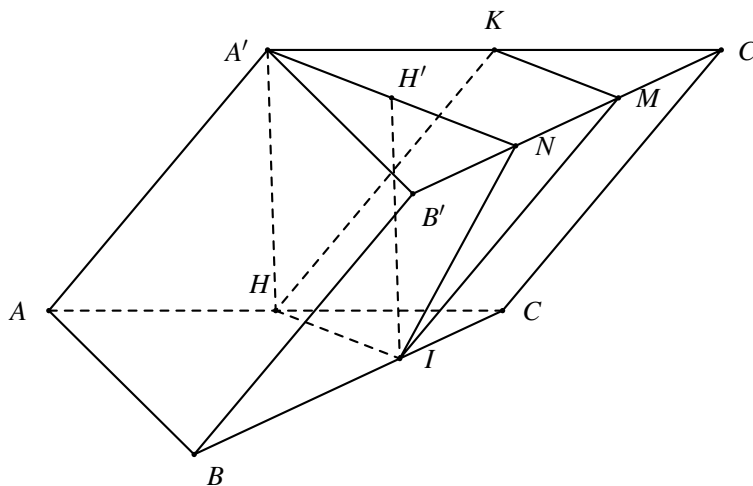
$$d((MNP), (ACC')) = d(I, (ACC')) = OI = \frac{1}{2}DO = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71.$$

Đáp án: 0,71 □

Câu 2. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = a, BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AC . Góc giữa hai mặt phẳng $(BCB'C')$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $\frac{k\sqrt{k}}{m}a^3$, trong đó k, m là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau. Tính giá trị biểu thức $m - k$.

Đáp án: 5

Lời giải



Ta có $AC = a\sqrt{3}$. Từ H kẻ HI vuông góc với BC .

$$\text{Ta có } \Delta HIC \sim \Delta BAC \text{ nên } \frac{HI}{AB} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow HI = \frac{AB \cdot HC}{BC} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi K là trung điểm của $A'C'$. Từ K kẻ KM vuông góc với $B'C'$.

$$\text{Ta có } \Delta KMC' = \Delta HIC \text{ nên } KM = IH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Gọi } N \text{ là điểm trên } B'C' \text{ sao cho } MN = MC' \Rightarrow A'N = 2KM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Do $A'H \perp (ABC)$ nên $(A'NIH) \perp (ABC) \Rightarrow NI \perp BC$.

Hình thang vuông $A'NIH$ có $A'N > HI$ nên \widehat{HIN} là góc tù.

Suy ra $\widehat{HIN} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{A'NI} = 60^\circ$.

Gọi H' là hình chiếu của I lên $A'N$ suy ra H' là trung điểm của $A'N$.

$$\Rightarrow A'H = IH' = NH' \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Do đó thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$$

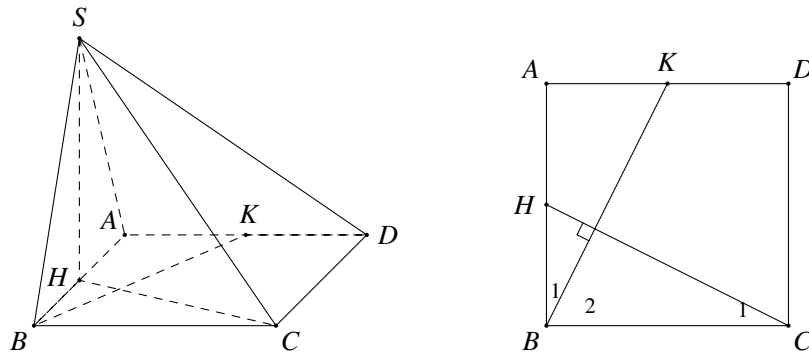
Suy ra $k = 3, m = 8$. Do đó $m - k = 5$.

Đáp án: 5 □

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, AD . Biết $SH \perp (ABCD)$. Góc giữa hai đường thẳng BK, SC bằng bao nhiêu độ?

Đáp án: 9 0

Lời giải



Xét $\triangle BCH, \triangle ABK$ có $\widehat{CBH} = \widehat{BAK} = 90^\circ; BC = AB; BH = AK$.

Suy ra $\triangle BCH = \triangle ABK \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1$.

Lại có $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 + \widehat{B}_2 = 90^\circ \Rightarrow BK \perp CH$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BK \perp CH \\ BK \perp SH \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SCH) \Rightarrow BK \perp SC$$

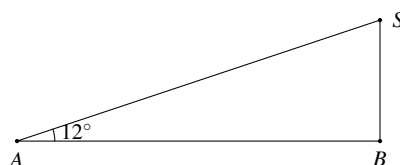
Vậy góc giữa hai đường thẳng BK, SC bằng 90° .

Đáp án: 90 □

Câu 4. Trong một khoảng thời gian đầu kể từ khi cất cánh, máy bay bay theo một đường thẳng. Góc cất cánh của máy bay là góc giữa đường bay và mặt phẳng nằm ngang nơi cất cánh. Máy bay cất cánh và bay thẳng với vận tốc 210 km/h với góc cất cánh 12° . Sau 2 phút kể từ khi cất cánh, độ cao của máy bay so với mặt đất là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: 1 4 5 5

Lời giải



Giả sử máy bay xuất phát tại điểm A , sau 2 phút bay thì vị trí của máy bay là điểm S .

Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt đất là điểm B .

Khi đó góc cất cánh của máy bay là $\widehat{SAB} = 12^\circ$.

Sau 2 phút bay thì máy bay đi được quãng đường là $SA = 210 \cdot \frac{2}{60} = 7 \text{ (km)} = 7000 \text{ (mét)}$.

Vì tam giác SAB vuông tại B nên độ cao của máy bay so với mặt đất là

$$SB = SA \cdot \sin A = 7000 \cdot \sin 12^\circ \approx 1455 \text{ (mét)}.$$

Đáp án: 1455 □

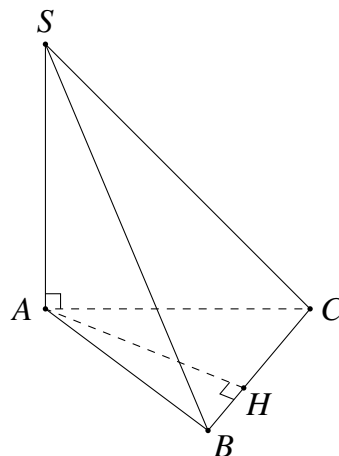
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAH) \perp (SBC)$.

b) Giả sử tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AC = a$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Lời giải



a) $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABC).$

b) $\begin{cases} AH \perp BC \\ SA \perp BC \text{ (vì } SA \perp (ABC)) \\ AH \cap SA = \{A\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC \perp (SAH) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (SAH) \perp (SBC).$

c) Ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ BC \perp SH \text{ (vì } BC \perp (SAH)) \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = (SH, AH) = \widehat{SHA}.$

Xét tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ACH} = 60^\circ.$

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng $(A'BD)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'AC).$$

Trong mặt phẳng $(A'AO)$, kẻ $AH \perp A'O$.

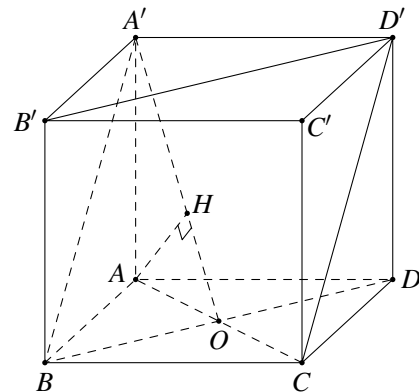
$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp A'O \\ AH \perp BD \quad (BD \perp A'AC) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BD).$$

$$\text{Ta có } OA = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

Xét $\triangle A'AO$ vuông tại A , ta có

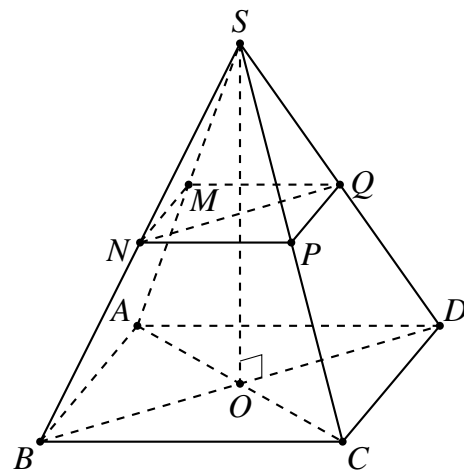
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{OA^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (A'BD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Câu 4.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy cạnh a và chiều cao $SO = 2a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tìm a biết rằng thể tích khối chóp cắt đều $ABCD.MNPQ$ bằng 1008 (đơn vị thể tích).



Lời giải

Diện tích $ABCD$ bằng $S_{ABCD} = a^2$.

Diện tích $MNPQ$ bằng $S_{MNPQ} = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{1}{4}a^2$.

Thể tích khối chóp cắt đều $ABCD.MNPQ$ được tính bởi công thức

$$V = \frac{1}{3} \left(S_{ABCD} + S_{MNPQ} + \sqrt{S_{ABCD} \cdot S_{MNPQ}} \right) \cdot OO'.$$

Do đó

$$V = \frac{1}{3} \left(a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \sqrt{a^2 \cdot \frac{1}{4}a^2} \right) \cdot a = \frac{7}{12}a^3.$$

Theo bài ra thể tích khối chóp cắt đều $ABCD.MNPQ$ bằng 1008 ta có

$$\frac{7}{12}a^3 = 1008 \Rightarrow a^3 = 1728 \Rightarrow a = 12.$$

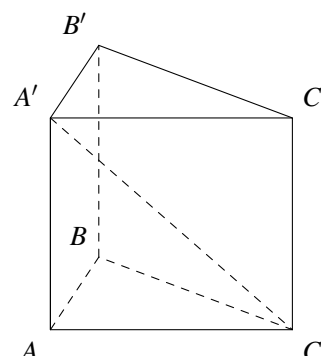
—Hết—

S. ĐỀ SỐ 9

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , có $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3a$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .



Lời giải

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$.

Suy ra hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) là AC .

Nên $(A'C, (ABC)) = (A'C, AC) = \widehat{A'CA}$.

Xét tam giác $A'AC$ vuông tại A , ta có

$$\tan \widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

Do vậy $(A'C, (ABC)) = \widehat{A'CA} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **C**

Câu 2. Cho tứ diện $S.ABC$ có ABC là tam giác cân tại C , $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, SB . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $AK \perp SB$. B. $CH \perp AK$. C. $CH \perp SB$. D. $CH \perp SA$.

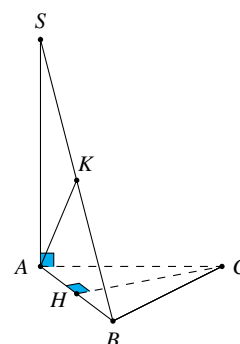
Lời giải

Vì $\triangle ABC$ cân tại C , có H là trung điểm AB nên $CH \perp AB$.

Lại có $SA \perp (ABC) \Rightarrow CH \perp SA$.

Suy ra $\begin{cases} CH \perp (SAB) \\ AK \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CH \perp AK$

Do $\begin{cases} CH \perp (SAB) \\ SB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CH \perp SB$



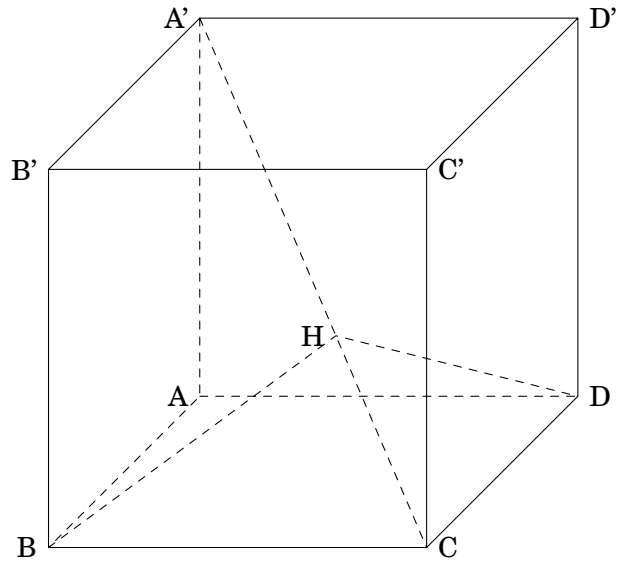
Chọn đáp án **A**

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi H là hình chiếu của B lên $A'C$. Góc phẳng nhị diện $[B, A'C, D]$ là

- A. \widehat{BHD} . B. \widehat{BCD} . C. $\widehat{BA'D}$. D. \widehat{BAD} .

Lời giải

Ta có $BH \perp A'C$ và $DH \perp A'C$ suy ra \widehat{BHD} là góc phẳng nhị diện $[B, A'C, D]$.

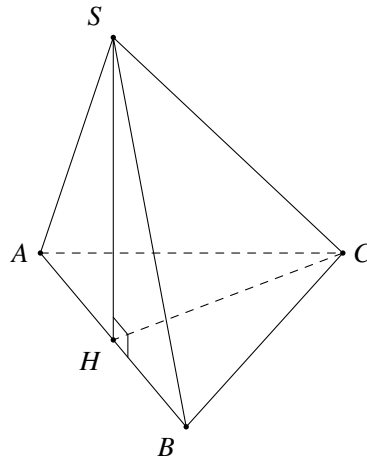


Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB .
 Vì tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.
 Suy ra $SH \perp (ABC)$.
 Vậy SH là chiều cao của khối chóp.
 Tam giác SAB đều có cạnh $AB = 2a$.
 Suy ra

$$SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B nên $BC = AB = 2a$.

Khi đó, ta có

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2.$$

Vậy thể tích của khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

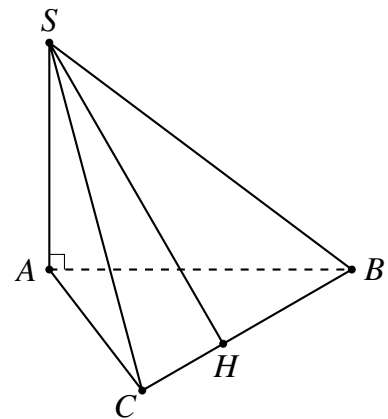
Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác không vuông, $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Hãy chọn khẳng định đúng.

- A.** $BC \perp AB$. **B.** $BC \perp SC$. **C.** $BC \perp AH$. **D.** $BC \perp AC$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH.$

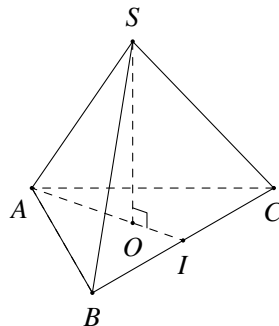


Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết $AB = a$ và $SA = 2a$. Tính chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

- A.** $V = \frac{a\sqrt{33}}{9}$. **B.** $V = \frac{a\sqrt{33}}{3}$. **C.** $V = \frac{a\sqrt{141}}{6}$. **D.** $V = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC , khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Chiều cao của chóp là SO .

Theo định lý Pythagore ta có $AI = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

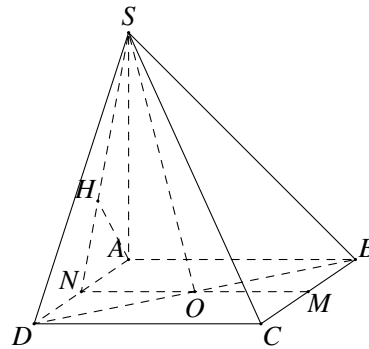
Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{11a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD .

Dựng $AH \perp SN$, khi đó

$$d(AB, SO) = d(AB, (SMN)) = d(A, (SMN)) = AH.$$

Do tam giác SBD có $\widehat{SBD} = 60^\circ$ và $SB = SD$ nên SBD là tam giác đều.

Suy ra $SD = BD = a\sqrt{2}$, do đó $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = a$.

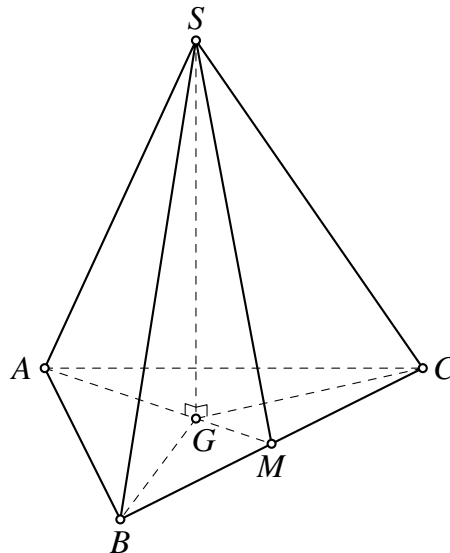
Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AN^2} \Leftrightarrow d(AB, SO) = AH = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{21}}{6}$. Giá trị góc α giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải



Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Vì hình chóp $S.ABC$ đều nên $SG \perp (ABC)$.

Trong mặt phẳng (ABC) , gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $\triangle SBC$ cân nên $SM \perp BC$.

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SBC) \supset SM \perp BC \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \widehat{SMG}. \\ (ABC) \supset AM \perp BC \end{cases}$$

Xét $\triangle ABC$ đều có AM là đường trung tuyến, G là trọng tâm nên $GM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Tam giác SMB vuông tại M nên $SM^2 = SB^2 - BM^2 = \left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow SM = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Tam giác SGM vuông tại G nên $\cos \widehat{SMG} = \frac{GM}{SM} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SMG} = 60^\circ$.

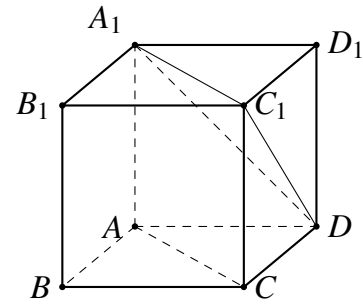
Chọn đáp án **C** □

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA_1 bằng

- A.** 60° . **B.** 90° . **C.** 45° . **D.** 120° .

Lời giải

Ta có $AC \parallel A_1C_1$, do đó $(AC, DA_1) = (A_1C_1, DA_1) = \widehat{DA_1C_1}$.
 Do $DA_1; A_1C_1, DC_1$ là các đường chéo hình vuông nên bằng nhau.



Suy ra $\triangle DA_1C_1$ đều.

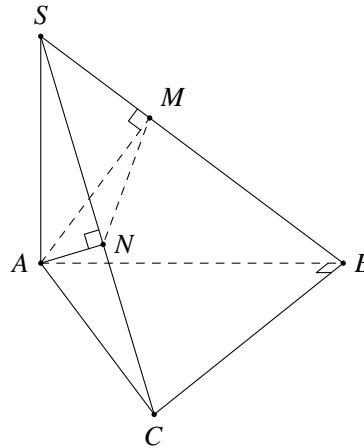
Do đó $\widehat{DA_1C_1} = 60^\circ$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $AM \perp SC$. **B.** $AM \perp MN$. **C.** $SA \perp BC$. **D.** $AN \perp SB$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Lại có $AM \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

$$\forall i \begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC.$$

$$\forall i \begin{cases} AM \perp (SBC) \\ MN \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AM \perp MN.$$

Mặt khác $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Giả sử $AN \perp SB \Rightarrow AN \perp (SBC) \Rightarrow AN \perp BC$.

Mà $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AC$ (vô lý vì $\triangle ABC$ vuông tại B).

Vậy $AN \perp SB$ là khẳng định sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = 2a$. Gọi M là trung điểm của $A'A$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải

Gọi $I = BM \cap AB'$ và K là trung điểm AC .

Ta có $\frac{d(M, (AB'C))}{d(B, (AB'C))} = \frac{MI}{BI} = \frac{MA}{BB'} = \frac{1}{2}$

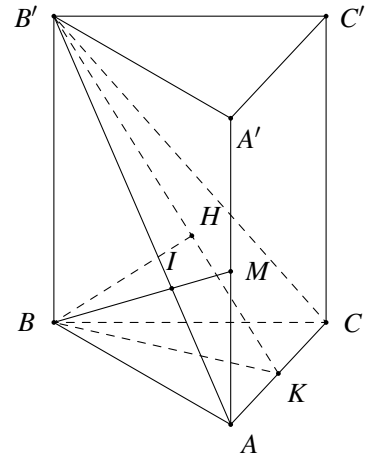
$\Rightarrow d(M, (AB'C)) = \frac{1}{2}d(B, (AB'C)) = \frac{BH}{2}$.

Xét tam giác $BB'K$ có $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{(2a)^2} +$

$\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}$.

Suy ra $BH = \frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Vậy $d(M, (AB'C)) = \frac{BH}{2} = \frac{\sqrt{57}a}{19}$.



Chọn đáp án **(A)** □

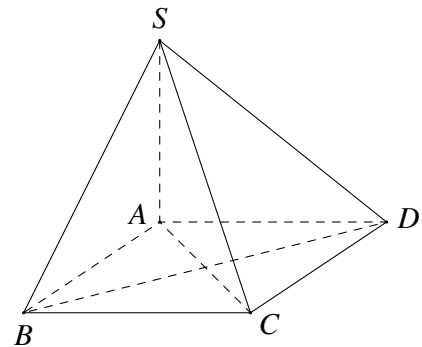
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $SA \perp SB$.

B. $SC \perp BD$.

C. $SB \perp SD$.

D. $SA \perp SC$.



Lời giải

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$

$\begin{cases} SA \cap AC = \{A\} \end{cases}$

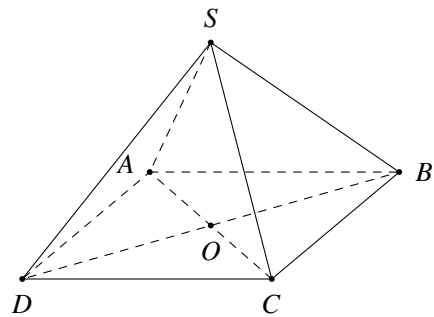
Mà $SC \subset (SAC)$ nên $BD \perp SC$.

Chọn đáp án **(B)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

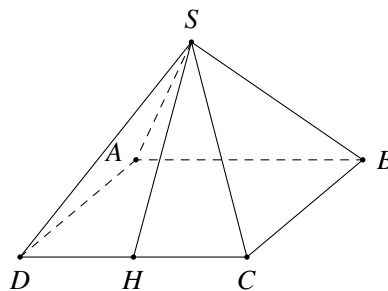
Câu 1.

Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219m (kích thước hiện nay). Kim tự tháp Cheops được mô phỏng bởi hình chóp $S.ABCD$ với O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD như hình bên dưới. (Theo britannica.com).



- Góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp (gần đúng) là $48,3^\circ$.
- Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.
- Đường thẳng SO vuông góc cạnh đáy AB và BC .
- Biết rằng độ dài SO chính là chiều cao của kim tự tháp Cheops, ta tính được $SO \approx 146,67\text{m}$.

Lời giải



- S** Góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp (gần đúng) là $48,3^\circ$.

Tính góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AB \parallel CD$.

Khi đó $(SC, AB) = (SC, CD) = \widehat{SCD}$.

Gọi H là trung điểm của CD , suy ra $DH = HC = \frac{CD}{2} = \frac{230}{2} = 115\text{m}$.

Vì tam giác SCD có $SC = SD$ nên tam giác SCD cân tại S mà SH là trung tuyến nên SH là đường cao tam giác SCD .

Xét tam giác SHC vuông tại H , có $\cos \widehat{SCD} = \cos \widehat{SCH} = \frac{HC}{SC} = \frac{115}{219} \Rightarrow \widehat{SCD} \approx 58,3^\circ$.

Vậy góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp khoảng $58,3^\circ$.

- D** Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

Xét ΔSAC cân tại S , có SO là đường cao của ΔSAC nên $SO \perp AC$

Xét ΔSBD cân tại S , có SO là đường cao của ΔSBD nên $SO \perp BD$

$$\text{có } \begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \\ AC, BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

c) **D** Đường thẳng SO vuông góc cạnh đáy AB và BC .

$$\text{Do } \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AB, BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp AB, SO \perp BC.$$

d) **D** Biết rằng độ dài SO chính là chiều cao của kim tự tháp Cheops, ta tính được $SO \approx 146,67\text{m}$.

Do chiều cao của kim tự tháp chính là chiều cao của tam giác SAC nên cần tính cạnh SO , với O là trung điểm AC .

Tam giác SAC có cạnh $SA = SC$ nên tam giác SAC cân tại S .

Xét hình vuông $ABCD$, có $AC = AB\sqrt{2} = 230\sqrt{2}\text{m}$.

$$\Rightarrow AO = OC = \frac{AC}{2} = \frac{230\sqrt{2}}{2} = 115\sqrt{2}\text{m}.$$

Xét tam giác SOA vuông tại O , có

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{219^2 - (115\sqrt{2})^2} = 7\sqrt{439} \text{ m} \approx 146,67\text{m}.$$

Vậy chiều cao của kim tự tháp Cheops khoảng $146,67\text{m}$.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c đúng	d đúng
-------	--------	--------	--------

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$; $SA = a$; $AB = BC = a$; $AD = 2a$.

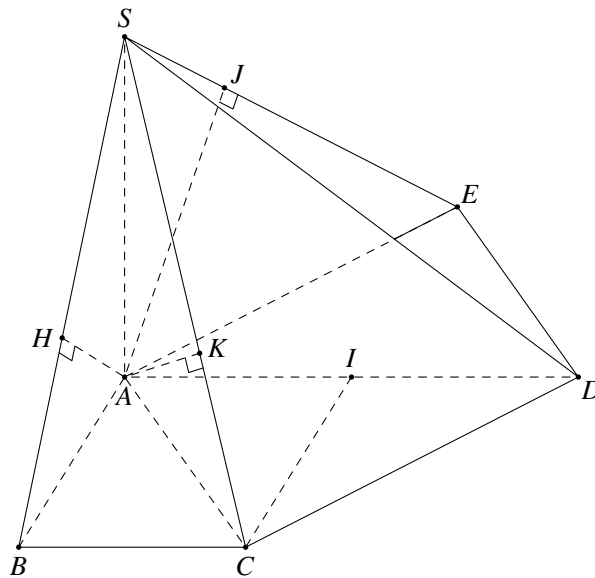
a) Khoảng cách từ điểm D đến cạnh BC là $a\sqrt{2}$.

b) Khoảng cách từ điểm A đến (SBC) là a .

c) Khoảng cách từ điểm A đến (SCD) là $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD là $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



a) **S** Ta có $AD \parallel BC$ nên khoảng cách $d(D, BC) = d(A, BC) = AB = a$.

b) **S** Dựng đường cao AH của tam giác SAB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB & (ABCD \text{ là hình thang vuông tại } A \text{ và } B) \\ BC \perp SA & (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC & (BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC).$$

$$\text{Suy ra } d(A, (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

c) **S** Gọi I là trung điểm AD .

Nhận thấy tứ giác $ABCI$ là hình vuông cạnh a .

Xét trong tam giác ACD có CI là đường trung tuyến và $CI = a = IA = ID$, từ đó suy ra tam giác ACD vuông tại C .

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AC & (\triangle ACD \text{ vuông tại } C) \\ CD \perp SA & (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC).$$

Dựng đường cao AK của tam giác SAC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AK \perp SC \\ AK \perp CD & (CD \perp (SAC)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD).$$

$$\text{Do đó } d(A, (SCD)) = AK = \frac{AC \cdot SA}{\sqrt{AC^2 + SA^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

d) **D** Dựng hình chữ nhật $ACDE$, ta có $AC \parallel DE$ nên $AC \parallel (SDE)$.

Ta có

$$AE = CD = \sqrt{CI^2 + ID^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$$

Do đó $d(AC, SD) = d(AC, (SDE)) = d(A, (SDE))$.

Dựng đường cao AJ trong tam giác SAE .

Ta có $\begin{cases} DE \perp AE & (\triangle ACDE \text{ là hình chữ nhật}) \\ DE \perp SA & (SA \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow DE \perp (SAE).$

Do đó $\begin{cases} AJ \perp SE \\ AJ \perp DE & (DE \perp (SAE)) \end{cases} \Rightarrow AJ \perp (SDE).$

Từ đó suy ra $d(A, (SDE)) = AJ = \frac{AE \cdot SA}{\sqrt{AE^2 + SA^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$

Chọn đáp án

a sai	b sai	c sai	d đúng
-------	-------	-------	--------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh SA vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các đường thẳng SB, SC, SD , khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và BD bằng $3\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). **Đáp án:**

4	9	3	
---	---	---	--

Lời giải

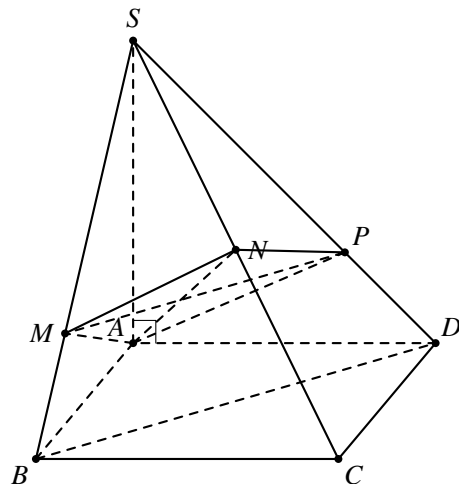
Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy là góc $\widehat{SBA} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM.$

Lại có $AM \perp SB$ nên có $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$. Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được $AP \perp SC$.

Từ đó suy ra các đường thẳng AM, AN, AP cùng vuông góc với SC nên chúng đồng phẳng hay $SC \perp (AMNP)$.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp AB$ và $SA \perp AD$, xét hai tam giác vuông SAB và SAD có $AB = AD$ và SA chung nên chúng bằng nhau.



Gọi cạnh hình vuông là x thì $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3} \Rightarrow SB = SD = \sqrt{x^2 + (x\sqrt{3})^2} = 2x.$

Lại có $SA^2 = SP \cdot SD \Rightarrow SP = \frac{3x^2}{2x} = \frac{3x}{2} \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{3}{4}.$

Tương tự ta có $\frac{SM}{SB} = \frac{SP}{SD} = \frac{3}{4} \Rightarrow MP \parallel BD \Rightarrow d(MN, BD) = d(BD, (AMNP)) = d(D, (AMNP)) = \frac{1}{3}d(S, (AMNP)) = 3\sqrt{2} \Rightarrow d(S, (AMNP)) = 9\sqrt{2}.$

Ở trên ta đã có $SC \perp (AMNP) \Rightarrow d(S, (AMNP)) = SN \Rightarrow SN = 9\sqrt{2}.$

Mặt khác tam giác SAC vuông tại A có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{3x^2 + 2x^2} = x\sqrt{5}$ mà

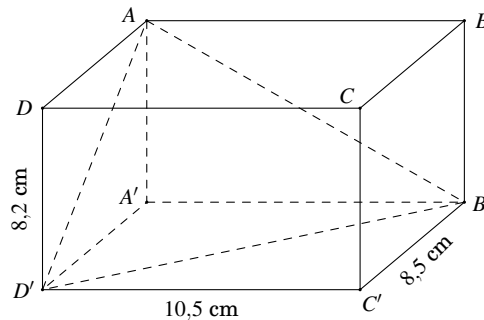
$SA^2 = SN \cdot SC \Rightarrow (x\sqrt{3})^2 = 9\sqrt{2} \cdot x\sqrt{5} \Rightarrow x = 3\sqrt{10}.$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{10} \cdot \sqrt{3} \cdot (3\sqrt{10})^2 \approx 493.$

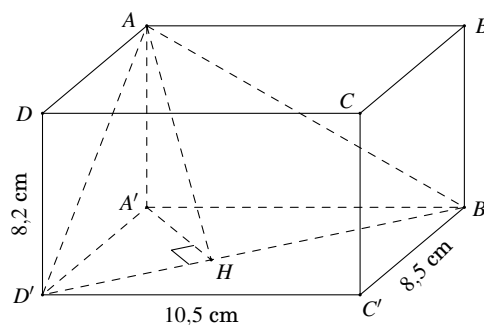
Đáp án: 493 □

Câu 2. Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm, 10,5 cm (xem hình vẽ sau). Tìm góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án: 5 1 , 1



Lời giải



Trong $(A'B'C'D')$, vẽ $A'H \perp B'D'$ tại H .

Ta có $\begin{cases} B'D' \perp A'H \\ B'D' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (AA'H) \Rightarrow B'D' \perp AH.$

Suy ra $\widehat{AHA'}$ là góc phẳng nhị diện $[A, B'D', A']$.

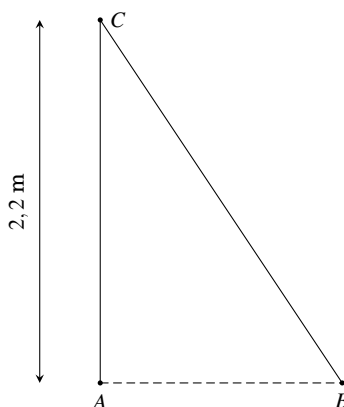
Tam giác $A'B'D'$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'B'^2} + \frac{1}{A'D'^2} \Rightarrow A'H = \frac{A'B' \cdot A'D'}{\sqrt{A'B'^2 + A'D'^2}} = \frac{357}{2\sqrt{730}}.$$

Tam giác AHA' vuông tại A' có

$$\tan \widehat{AHA'} = \frac{AA'}{A'H} = 8,2 : \frac{357}{2\sqrt{730}} \Rightarrow \widehat{AHA'} \approx 51,14^\circ.$$

Đáp án: 51,1 □



A là hình chiếu vuông góc của C lên mặt phẳng sân nên AB là hình chiếu vuông góc của CB lên mặt phẳng sân.

Khi đó góc giữa dây CB với mặt sân là góc \widehat{CBA} .

Ta có $\sin \widehat{CBA} = \frac{CA}{CB} = \frac{2,2}{3} \Rightarrow \widehat{CBA} \approx 47^\circ$.

Đáp án: 47 □

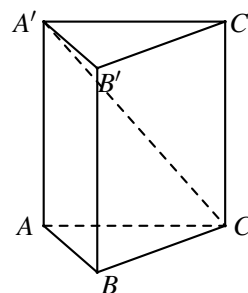
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Lời giải

Ta có $(A'C, (ABC)) = \widehat{A'CA} = 45^\circ$ nên tam giác $A'AC$ vuông cân tại A suy ra $AA' = AC = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = Sh = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB = 2AD = 2CD = 2$. Biết $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3$. Tính diện tích hình chiếu vuông góc của tam giác SBC lên mặt phẳng (SAB) .

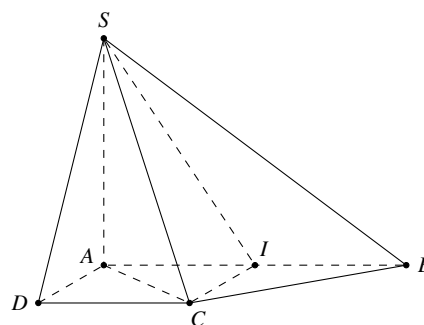
Lời giải

Gọi I là trung điểm AB.

$AICD$ là hình vuông $\Rightarrow CI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại C.

Ta có $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp SA \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAB)$.

Hình chiếu của $\triangle SBC$ trên mp (SAB) là $\triangle SIB$, có I là trung điểm của AB.



$S_{\triangle SIB} = \frac{1}{2}S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AB = \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot 2 = \frac{3}{2} = 1,5$.

Câu 3. Một vật trang trí có dạng hình chóp $S.ABCD$ được ngăn làm hai phần chứa kẹo và bánh. Biết rằng hình chóp có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 1 m, $SA = \sqrt{3}$ m. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi (α) là mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD) là mặt phẳng ngăn cách hai phần này, trên đó ta đặt một miếng ván gỗ sao cho các cạnh của miếng ván nằm trên các cạnh của khối chóp. Tính diện tích của miếng ván gỗ đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$

Ta có $CD \perp AD, CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD).$

Mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD).$

Vẽ $AM \perp SD (M \in SD) \Rightarrow AM \perp (SCD) \Rightarrow (ABM) \perp (SCD)$ hay (ABM) là mặt phẳng (α) qua AB và vuông góc với mặt phẳng $(SCD).$

Trong mặt phẳng (SCD) kẻ $MN \parallel CD (N \in SC).$

Suy ra $MN \parallel AB \Rightarrow MN \subset (\alpha).$

Vậy các giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp là $AB, BN, NM, MA.$

Ta có $MN \parallel AB$ và $AB \perp AM$ (vì $AB \perp (SAD)$) nên $ABNM$ là hình thang vuông tại A và $M.$

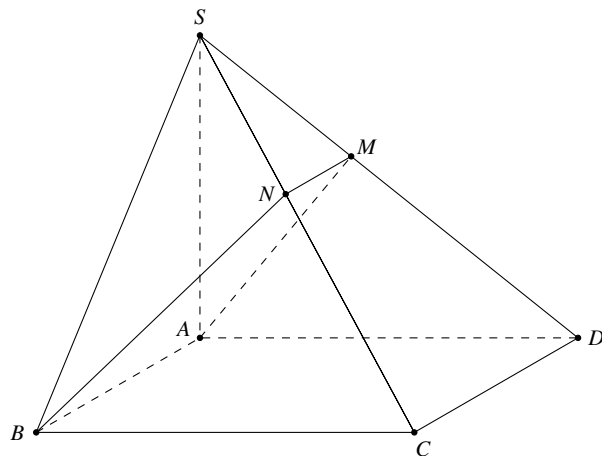
Tam giác SAD vuông tại A có AM là đường cao nên

$$\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{(\sqrt{3})^2} + \frac{1}{1^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$MN \parallel CD \Rightarrow \frac{MN}{CD} = \frac{SM}{SD} \Rightarrow \frac{MN}{CD} = \frac{SA^2}{SD^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AD^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow MN = \frac{3}{4}CD = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Vậy } S_{ABNM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot (MN + AB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + 1\right) = \frac{7\sqrt{3}}{16} \approx 0,76 \text{ m}^2.$$

—Hết—



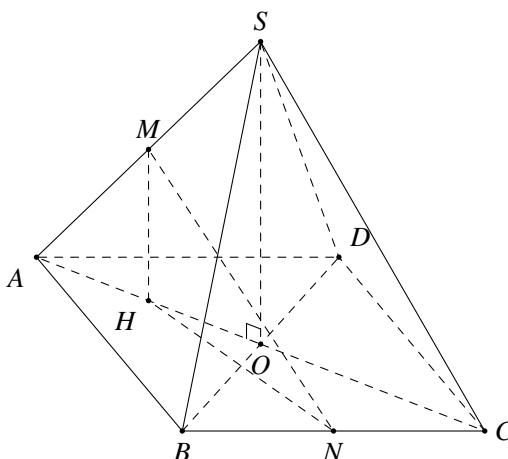
T. ĐỀ SỐ 10

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AO . Khi đó góc giữa MN và $(ABCD)$ chính là \widehat{MNH} .

Ta có

$$HN = \sqrt{CN^2 + CH^2 - 2 \cdot CN \cdot CH \cdot \cos 45^\circ} = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Suy ra

$$MH = HN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{10}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{30}}{4}.$$

Do đó

$$SO = 2MH = \frac{a\sqrt{30}}{2}.$$

Thể tích khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{30}}{2} = \frac{a^3\sqrt{30}}{6}.$$

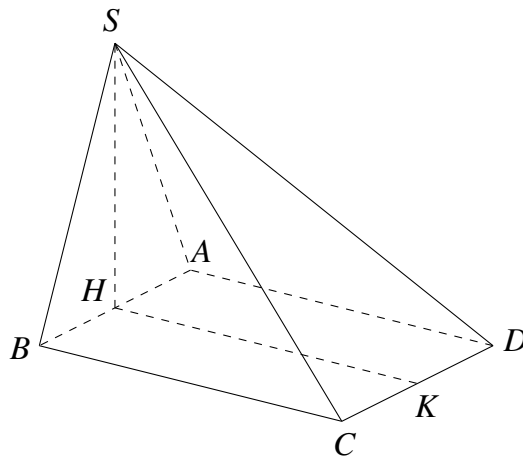
Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Góc phẳng nhị diện $[S, AB, K]$ là

- A. \widehat{SHK} . B. \widehat{SAK} . C. \widehat{SAC} . D. \widehat{SAD} .

Lời giải



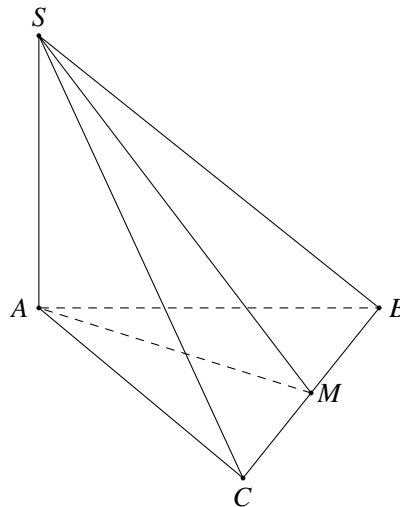
Ta có $SH \perp AB$ và $KH \perp AB$, suy ra \widehat{SHK} là góc phẳng nhị diện $[S, AB, K]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , các mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy, $SA = \frac{a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A.** 60° .
- B.** 30° .
- C.** 45° .
- D.** 90° .

Lời giải



Do các mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy suy ra $SA \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của cạnh BC .

Do tam giác ABC đều, nên ta có $AM \perp BC$. Do đó $BC \perp (SAM)$ suy ra $BC \perp SM$.

Từ đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc \widehat{SMA} .

Xét tam giác SAM vuông tại A , ta có

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SMA} = 30^\circ.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Biết thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải

Ta có $V = S_{ABC} \cdot AA' \Rightarrow \frac{a^3\sqrt{6}}{12} = \frac{1}{2}a^2 \cdot AA'$

$\Rightarrow AA' = \frac{\sqrt{6}}{6}a$.

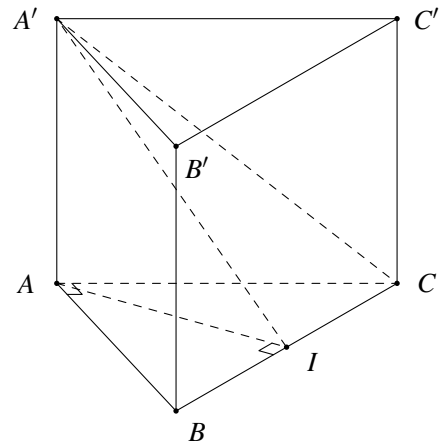
Dựng $AI \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AI)$.

Ta có $\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp (A'AI) \\ (A'AI) \cap (A'BC) = A'I \\ (A'AI) \cap (ABC) = AI \end{cases}$

$\Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = (\widehat{A'IA}, \widehat{A'IA}) = \widehat{A'IA}$.

Mặt khác $\tan \widehat{A'IA} = \frac{A'A}{AI} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{6}a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \widehat{A'IA} = 30^\circ$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Biết $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng BC bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{15}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC .

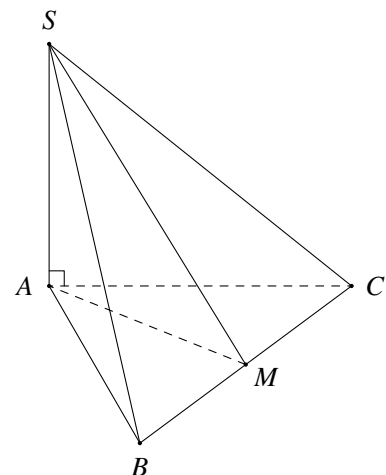
Khi đó $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.

Do đó $d(S, BC) = SM$.

Xét ΔSAM vuông tại A có

$$SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \sqrt{3a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

Vậy $d(S, BC) = \frac{a\sqrt{15}}{2}$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc nhị diện $[A, BC, O]$

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$.

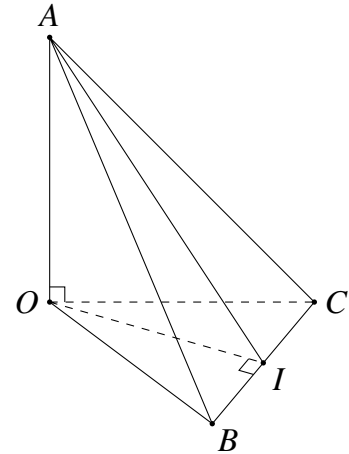
Mà $OA \perp BC$ nên $AI \perp BC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (OBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AI \\ BC \perp OI \end{cases} \Rightarrow [A, BC, O] = \widehat{OIA}.$$

$$\text{Ta có } OI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } OAI \text{ vuông tại } A \text{ có } \tan \widehat{OIA} = \frac{OA}{OI} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{OIA} = 30^\circ.$$

Vậy $[A, BC, O] = 30^\circ$.



Câu 7. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $BC = a$, $AC = 2a$, $A'A = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa mặt phẳng $(BCD'A')$ và mặt phẳng $(ABCD)$.

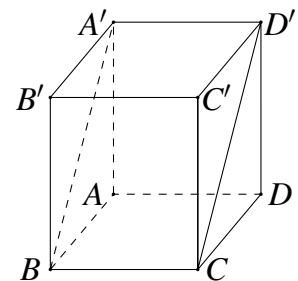
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật \Rightarrow

$$\begin{cases} AB \perp BC \\ BA' \perp BC \\ (ABCD) \cap (A'D'CB) = BC. \end{cases}$$

Góc giữa mặt phẳng $(BCD'A')$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{ABA'}$.



$$\tan \widehat{ABA'} = \frac{A'A}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{AC^2 - BC^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow \widehat{ABA'} = 45^\circ.$$

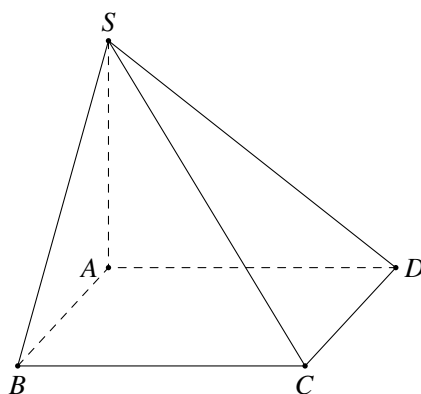
Vậy góc giữa mặt phẳng $(BCD'A')$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $2a$. D. a .

Lời giải

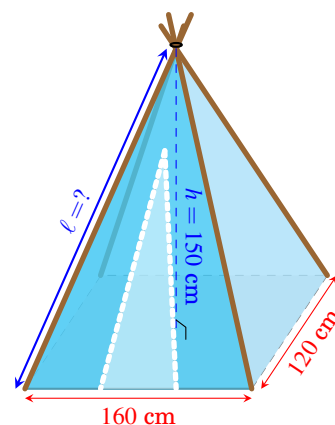


Vì $CD \parallel AB$ nên $d(SB, CD) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)) = AD = a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9.

Bạn Khang muốn dựng một chiếc lều nhỏ có dạng hình chóp (tham khảo hình vẽ) trang trí cho sinh nhật em trai. Mặt đáy của chiếc lều có kích thước là 120×160 cm. Để dựng được lều có chiều cao 150 cm thì bạn Khang cần chuẩn bị bốn thanh gỗ dựng khung có chiều dài tối thiểu bao nhiêu? Biết rằng các thanh gỗ có khoảng cách từ chân đến đỉnh lều bằng nhau.



- A. $30\sqrt{11}$ cm.
- B. $50\sqrt{11}$ cm.
- C. $50\sqrt{13}$ cm.
- D. $30\sqrt{13}$ cm.

Lời giải

Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp có các cạnh bên bằng nhau nên $SO \perp (ABCD)$ do đó đường cao của hình chóp bằng $SO = 150$ (cm).

Xét $\triangle ADC$ vuông tại D , ta có

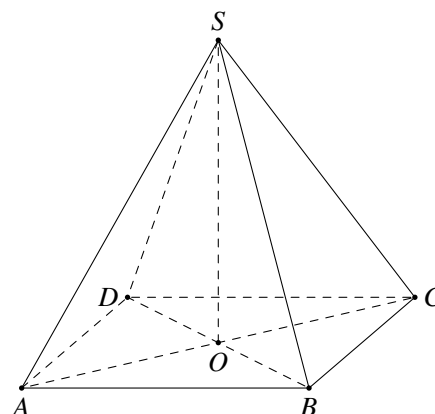
$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{120^2 + 160^2} = 200 \text{ (cm)}.$$

Suy ra $AO = \frac{1}{2}AC = 100$ (cm).

Xét $\triangle SAO$ vuông tại O , ta có

$$SA = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \sqrt{150^2 + 100^2} = 50\sqrt{13} \text{ (cm)}.$$

Vậy mỗi thanh gỗ có chiều dài tối thiểu $50\sqrt{13}$ cm.



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC . Khoảng cách giữa MN và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Kẻ $BK \perp AC$.

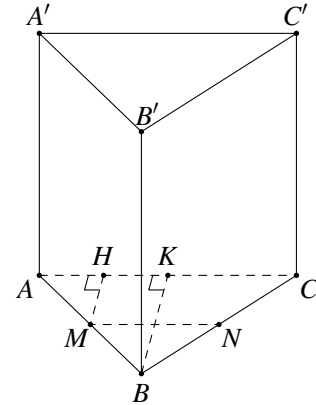
Xét tam giác ABC đều cạnh a , ta có $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $MH \perp AC$, mà $MH \perp AA'$ do $AA' \perp (ABC)$, suy ra $MH \perp (ACC'A')$.

Ta có M, N là trung điểm của AB, AC nên $MN \parallel AC \Rightarrow MN \parallel (ACC'A')$.

Do đó $d(MN, (ACC'A')) = d(M, (ACC'A')) = MH = \frac{1}{2}BK = \frac{1}{2} \cdot$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

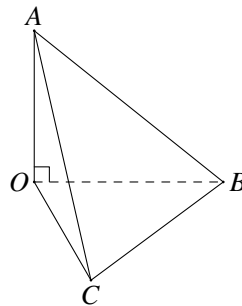


Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Cho khối tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. $V = \frac{1}{2}abc$. B. $V = \frac{1}{6}abc$. C. $V = 3abc$. D. $V = abc$.

Lời giải



Ta có $OA \perp OB, OA \perp OC$ nên $OA \perp (OBC)$, khi đó $OA = a$ là chiều cao của khối tứ diện.

Diện tích đáy $S = \frac{1}{2}OB \cdot OC = \frac{1}{2}bc$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}bc \cdot a = \frac{1}{6}abc$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a, \widehat{ABC} = 120^\circ, AA' = a\sqrt{2}$ và góc giữa AA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối hộp bằng bao nhiêu?

- A. a^3 . B. $\sqrt{3}a^3$. C. $4\sqrt{3}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

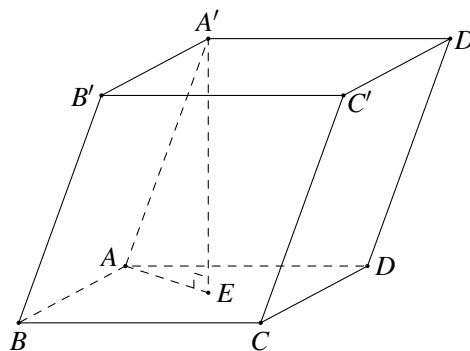
Lời giải

Gọi E là hình chiếu vuông góc của A' trên mp $(ABCD)$. Khi đó góc giữa AA' và $(ABCD)$ là góc giữa AA' và AE .

Ta có chiều cao của hình hộp là $h = A'E = AA' \cdot \sin 45^\circ = a$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = 2\sqrt{3}a^2$.

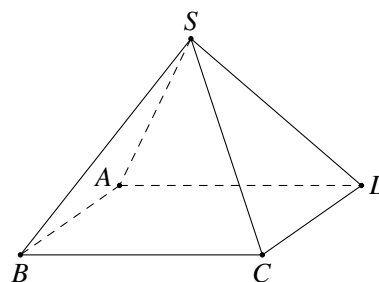
Thể tích khối hộp là $V = S_{ABCD} \cdot h = 2\sqrt{3}a^3$.



Chọn đáp án **(D)** □

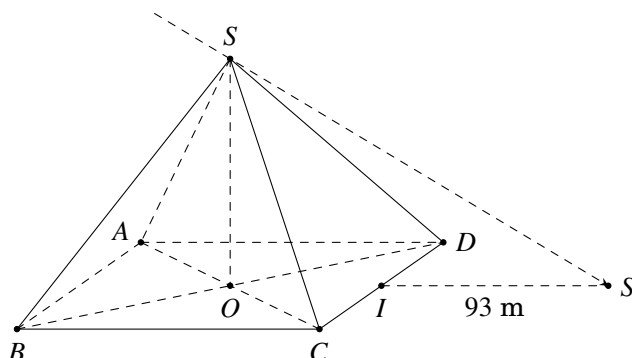
PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Đại Kim tự tháp Giza có dạng là một hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh dài 230 mét, hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của hình vuông đáy và có chiều cao 146 mét. Gọi O là chân đường cao của Kim tự tháp.



- a) Cạnh của Kim tự tháp tạo với đáy một góc gần bằng 42° . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- b) Gọi I là trung điểm cạnh CD , góc giữa SI và mặt đáy của Kim tự tháp gần bằng 52° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- c) Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SCD) gần bằng 48° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Tia nắng mặt trời in bóng của đỉnh Kim tự tháp trên mặt đất, cách chân kim tự tháp 93 mét. Khi đó, góc giữa tia nắng và mặt đất gần bằng 35° . (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải



a) **Đ** Đúng.

Ta có $SO \perp (ABCD)$ nên góc giữa SA và $(ABCD)$ là \widehat{SAO} .

$$AO = \frac{AC}{2} = 115\sqrt{2}. \text{ Suy ra } \tan \widehat{SAO} = \frac{SO}{AO} = \frac{146}{115\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{SAO} \approx 42^\circ.$$

b) **Đ** Đúng.

Ta có $SO \perp (ABCD)$ nên góc giữa SI và $(ABCD)$ là \widehat{SIO} .

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{IO} = \frac{146}{115} \Rightarrow \widehat{SIO} \approx 52^\circ.$$

c) **S** Sai.

Gọi I là trung điểm CD . Kẻ $OH \perp SI, H \in SI$ thì $OH \perp (SCD)$.

Suy ra góc giữa SO và (SCD) là \widehat{OSI} .

$$\text{Ta có } \tan \widehat{OSI} = \frac{OI}{SO} = \frac{115}{146} \Rightarrow \widehat{OSI} \approx 38^\circ.$$

d) **Đ** Đúng.

Gọi S' là vị trí bóng của đỉnh S trên mặt đất, I là trung điểm CD .

Ta có $SO \perp (ABCD)$ nên góc giữa $S'S$ và $(ABCD)$ là $\widehat{SS'O}$.

$$\text{Ta có } S'O = S'I + IO = 93 + 115 = 208 \text{ mét}$$

$$\text{Ta có } \tan \widehat{SS'O} = \frac{SO}{S'O} = \frac{146}{208} \Rightarrow \widehat{SS'O} \approx 35^\circ.$$

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d đúng
--------	--------	-------	--------

 □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = SB = a, SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Khi đó

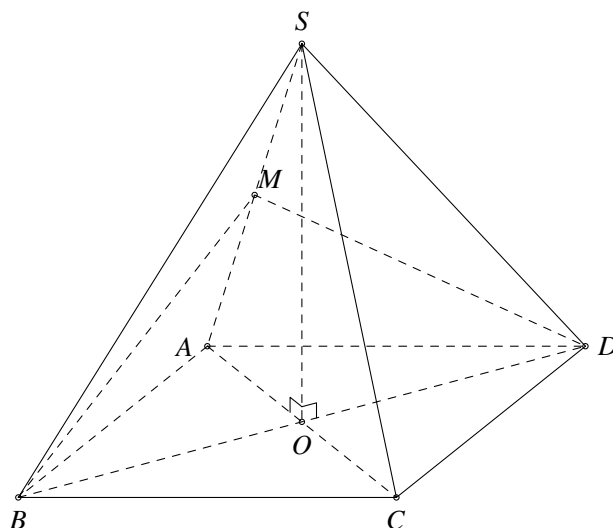
a) $AC \perp (SBD)$.

b) $((SAC), (SBD)) = 60^\circ$.

c) $BD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

d) $(SAB) \perp (SAD)$.

Lời giải



a) **D** Đúng.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD).$$

b) **S** Sai.

$$\text{Do } \begin{cases} AC \perp (SBD) \\ AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (SBD).$$

c) **D** Đúng.

$$\begin{aligned} \text{Xét } \triangle SOB \text{ vuông tại } O, \text{ ta có } OB^2 &= \sqrt{SB^2 - SO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ \Rightarrow BD &= 2OB = \frac{2a\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

d) **D** Đúng.

Gọi M là trung điểm của SA .

Ta có $\triangle ABS$ cân tại B và $\triangle ADS$ cân tại D nên BM và DM cùng vuông góc với SA .

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng hoặc bù với \widehat{BMD} .

$$\text{Xét } \triangle ABO \text{ vuông tại } O, \text{ ta có } AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3} = SO.$$

$$\Rightarrow \triangle SAO \text{ vuông cân tại } O \text{ nên } SA = SO \cdot \sqrt{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Do đó } OM = \frac{1}{2}SA = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2}BD \Rightarrow \triangle BMD \text{ vuông cân tại } M \Rightarrow \widehat{BMD} = 90^\circ.$$

Vậy $(SAB) \perp (SAD)$.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d đúng

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Cho $AB = a, AA' = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) theo đơn vị độ. Đáp án:

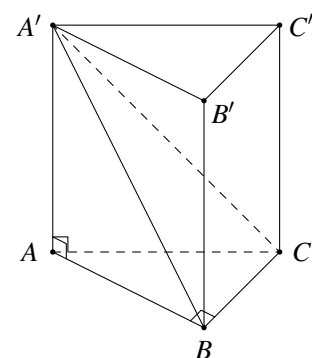
Lời giải

Vì lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng và tam giác (ABC) vuông ở B nên $BC \perp A'B$.

Từ $(A'BC) \cap (ABC) = BC, AB \perp BC, A'B \perp BC$ suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc $\widehat{A'BA} = \varphi$.

$$\text{Ta có } \tan \varphi = \frac{AA'}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}.$$

Vậy $\varphi = 60^\circ$.



Đáp án: 60 □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = 10$, $AD = 20$, $SA = 10\sqrt{5}$. Kẻ AM vuông góc với SB tại M . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Đáp án: 7 , 4 5

Lời giải

Kẻ BH vuông góc AC tại H .

Ta có $\begin{cases} BH \perp SA \text{ (vì } SA \perp (ABCD), BH \subset (ABCD)) \\ BH \perp AC \end{cases}$

$\Rightarrow BH \perp (SAC)$ tại $H \Rightarrow d(B, (SAC)) = BH$.

Xét tam giác ABC vuông tại B có BH là đường cao, ta có

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{10^2} + \frac{1}{20^2} = \frac{1}{80}.$$

Do đó $BH = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ nên $d(B, (SAC)) = 4\sqrt{5}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có AM là đường cao, ta có

$$SA^2 = SM \cdot SB \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{(10\sqrt{5})^2}{(10\sqrt{5})^2 + 10^2} = \frac{5}{6}.$$

Vì $MB \cap (SAC) = S$ nên

$$\frac{d(M, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{SM}{SB} = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Do đó } d(M, (SAC)) = \frac{5}{6} \cdot d(B, (SAC)) = \frac{10\sqrt{5}}{3} \approx 7,45.$$

Đáp án: 7,45 □

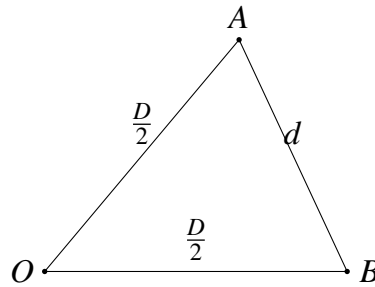
Câu 3. Trong cửa sổ ở hình bên, cánh và khung cửa là các nửa hình tròn có đường kính $D = 100$ cm, bản lề được gắn ở điểm chính giữa O của các cung tròn khung và cánh cửa. Khi cửa mở, đường kính của khung và đường kính của cánh song song với nhau và cách nhau một khoảng d (cm); khi cửa đóng, hai đường kính đó trùng nhau. Hãy tìm khoảng cách d lớn nhất để góc nhị diện tạo bởi cánh và khung cửa không vượt quá 60° .



Đáp án:

5	0		
---	---	--	--

Lời giải



Gọi A, B lần lượt là tâm nửa đường tròn khung cửa và nửa hình tròn cánh cửa khi cửa mở.

Góc nhị diện giữa hai nửa mặt phẳng tương ứng là $\widehat{AOB} = \alpha$.

Áp dụng định lý côsin cho tam giác OAB ta được

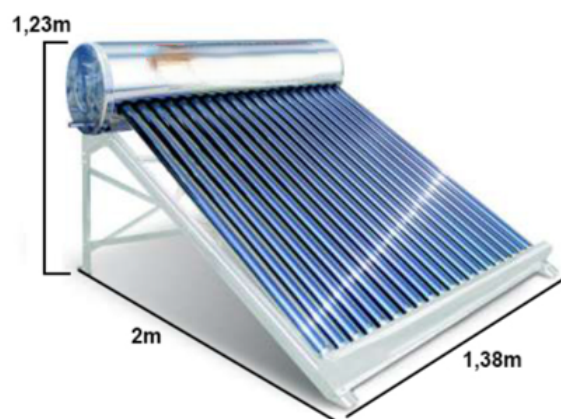
$$\cos \alpha = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2 \cdot OA \cdot OB} = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 - d^2}{2 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2} \geq \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 - d_{\max}^2}{2 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \cos 60^\circ.$$

$$\Rightarrow d_{\max}^2 = \frac{D^2(1 - \cos 60^\circ)}{2} = 50^2 \Rightarrow d_{\max} = 50 \text{ (cm)}.$$

Khoảng cách lớn nhất d để góc nhị diện giữa hai nửa mặt phẳng không vượt quá 60° là 50 cm.

Đáp án: 50 □

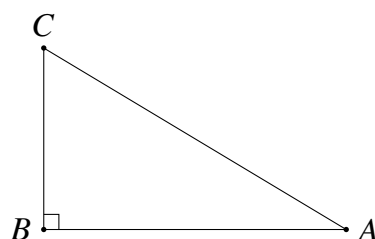
Câu 4. Một máy nước nóng sử dụng năng lượng mặt trời có các kích thước như hình dưới đây. Các ống hấp nhiệt chân không đổ tạo với mặt sân thượng một góc bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Đáp án:

3	2		
---	---	--	--

Lời giải



Vẽ AC biểu diễn cho ống hấp nhiệt chân không, như vậy góc giữa ống hấp nhiệt chân không với mặt sân bằng \widehat{BAC} .

$$\text{Ta có } \tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{BA} = \frac{1,23}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} \approx 32^\circ.$$

Vậy góc giữa ống hấp nhiệt chân không với mặt sân thượng bằng khoảng 32° .

Đáp án: 32 □

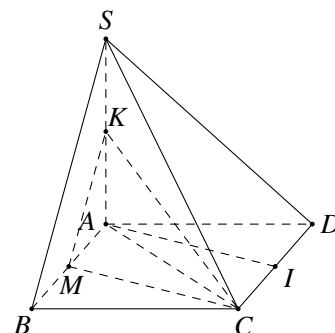
PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, AD = a\sqrt{2}, SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$.

- a) Tính cosin góc giữa hai đường thẳng BC và SD .
- b) Gọi I là trung điểm của CD . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AI .

Lời giải

a) Do $BC \parallel AD \Rightarrow (SD, BC) = (SD, AD) = \widehat{SDA}$.
 ΔSAD vuông tại $A \Rightarrow \cos \widehat{SDA} = \frac{AD}{SD} = \frac{AD}{\sqrt{AD^2 + SA^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.



b) Gọi M, K lần lượt là trung điểm của AB và SA thì MK là đường trung bình của tam giác SAB . Khi đó $MK \parallel SB$, mặt khác $MC \parallel AI$.

Suy ra $(SB, AI) = (MK, CM)$.

Ta có: $MK = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AB^2}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$;

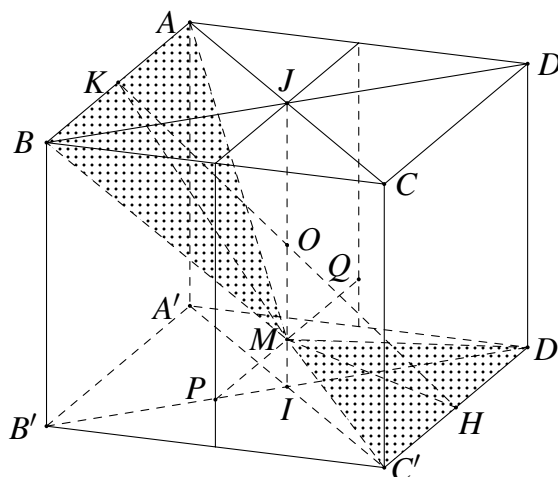
$MC = \sqrt{MB^2 + BC^2} = \frac{3a}{2}$; $KC = \sqrt{KA^2 + AC^2} = 2a$.

Khi đó $\cos \widehat{KMC} = \frac{KM^2 + MC^2 - KC^2}{2 \cdot KM \cdot MC} = -\frac{1}{3\sqrt{5}} \Rightarrow$

$\cos(SB, AI) = \frac{1}{3\sqrt{5}}$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$. Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) .

Lời giải



Giao tuyến của (MAB) và $(MC'D')$ là đường thẳng $PQ \parallel AB \parallel C'D'$ như hình vẽ.

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của $C'D'$ và AB .

Ta có $MH \perp PQ; MK \perp PQ$.

Suy ra $((MC'D'), (MAB)) = (MH, MK)$.

Chuẩn hóa cạnh hình lập phương bằng 1 ta tính được $MH = \frac{\sqrt{10}}{6}, MK = \frac{\sqrt{34}}{6}, HK = \sqrt{2}$.

Xét tam giác HMK ta có $\cos \widehat{HMK} = \frac{MH^2 + MK^2 - HK^2}{2MH \cdot MK} = \frac{-7\sqrt{85}}{85}$.

Suy ra cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và $(MC'D')$ bằng $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Tính khoảng cách d giữa BD và MN .

Lời giải

Gọi P là trung điểm của $BC \Rightarrow BD \parallel NP \Rightarrow BD \parallel (MNP)$.

$\Rightarrow d(BD, MN) = d(BD, (MNP)) = d(D, (MNP)) = d(C, (MNP)) \cdot S = \frac{1}{3}d(A, (MNP))$.

Gọi $I = AC \cap NP$. Kẻ $AH \perp MI$ tại H .

Ta có $\begin{cases} NP \perp SA \\ NP \perp AC \end{cases} \Rightarrow NP \perp (SAC) \Rightarrow NP \perp AH$.

$\begin{cases} AH \perp MI \\ AH \perp NP \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MNP) \Rightarrow d(A, (MNP)) = AH$.

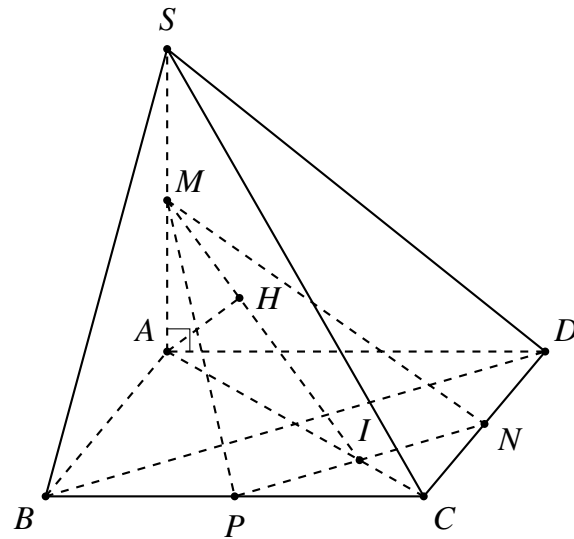
Ta có $SA^2 = SC^2 - AC^2 = (10\sqrt{5})^2 - (10\sqrt{2})^2 = 300$.

Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{SA}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{3AC}{4}\right)^2} \\ &= \frac{4}{300} + \frac{16}{1800} = \frac{20}{900} \end{aligned}$$

$\Rightarrow AH = 3\sqrt{5}$.

Vậy $d(BD, MN) = \frac{1}{3}AH = \sqrt{5}$.



—Hết—

Phần III

Các quy tắc tính xác suất

thao nào là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^1$.

Ta gọi các biến cố

- A : “Bạn học sinh được chọn thích chơi đá bóng”.
Suy ra $n(A) = C_{18}^1$ hay $P(A) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$;
- \bar{A} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi đá bóng”.
- B : “Bạn học sinh được chọn thích chơi cầu lông”.
Suy ra $n(B) = C_{16}^1$ hay $P(B) = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.
- \bar{B} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cầu lông”.
- $A \cap B$: “Bạn học sinh được chọn thích chơi cả hai môn thể thao”.
Suy ra $n(A \cap B) = C_7^1$ hay $P(A \cap B) = \frac{7}{30}$.
- $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$: “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cả 2 môn thể thao”.

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{9}{10}$.

Suy ra $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 4. Một tổ trong lớp 12CT có 4 học sinh nữ là Giang, Thanh, Thảo, Anh và 5 học sinh nam là Sơn, Tùng, Hoàng, Tiến, Hải. Trong giờ học, giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh trong tổ đó lên bảng để kiểm tra bài. Xét các biến cố:

H: “Học sinh đó là một bạn nữ”.

K: “Học sinh đó có tên bắt đầu bằng chữ T”.

Nêu nội dung của biến cố hợp H hợp K.

- A. “Giang”.
- B. “Tùng, Tiến, Thảo”.
- C. “Tùng, Tiến, Giang, Anh, Thanh, Thảo”.
- D. “Giang, Thanh, Thảo, Anh”.

Lời giải

Ta có H hợp K gồm các phần tử “Tùng, Tiến, Giang, Anh, Thanh, Thảo”.

Chọn đáp án **C** □

Câu 5. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

- A. 0,9. B. 0,7. C. 0,5. D. 0,2.

Lời giải

Do A và B là hai biến cố độc lập nên nó là hai biến cố xung khắc.

Suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất liên tiếp 3 lần. Tính xác suất của biến cố A “Ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp”.

- A. $P(A) = \frac{1}{2}$. B. $P(A) = \frac{3}{8}$. C. $P(A) = \frac{7}{8}$. D. $P(A) = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có \bar{A} “Không có lần nào xuất hiện mặt sấp” hay cả 3 lần đều mặt ngửa.

Theo quy tắc nhân xác suất ta có $P(\bar{A}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 7. Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ trong hộp. Xét biến cố A : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3” và biến cố B : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 4”.

Biến cố A hợp B được phát biểu như sau:

- A. “Số xuất hiện trên thẻ là số vừa chia hết cho 3 vừa chia hết cho 4”.
 B. “Số xuất hiện trên thẻ là số chia hết cho 3 hoặc chia hết cho 4”.
 C. “Số xuất hiện trên thẻ là số chia hết cho 12”.
 D. “Số xuất hiện trên thẻ là số chia hết cho 7”.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là một số chẵn”, B là biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc chia hết cho 3”. Tập hợp mô tả biến cố AB là

- A. $\{2; 3; 4; 6\}$. B. $\{2; 4; 6\}$. C. $\{3; 6\}$. D. $\{6\}$.

Lời giải

Tập hợp mô tả các biến cố $A = \{2; 4; 6\}$, $B = \{3; 6\}$.

Từ đó suy ra $AB = \{6\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng

số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Ta có $W = \{(i; j) \mid 1 \leq i \leq 6; 1 \leq j \leq 6\}$, suy ra $n(W) = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5”.

Khi đó $A = \{(1; 4); (2; 3); (3; 2); (4; 1); (4; 6); (5; 5); (6; 4)\}$, suy ra $n(A) = 7$.

Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{36}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 10. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ là

- A. $\frac{219}{233}$. B. $\frac{442}{506}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{219}{323}$.

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh từ 25 học sinh là C_{25}^4 .

Số cách chọn 4 học sinh trong đó chỉ có nam hoặc nữ là $C_{15}^4 + C_{10}^4$.

Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là $1 - \frac{C_{15}^4 + C_{10}^4}{C_{25}^4} = \frac{443}{506}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{3}$ và $\frac{3}{7}$. Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{1}{21}$. D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Do hai người ném bóng vào rổ là độc lập nên theo quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập suy ra $P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 12. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5$; $P(AB) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. 0,4. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,7.

Lời giải

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 0,4$.

Do đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,7$.

Chọn đáp án **D** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Hai bạn Y và Q mỗi bạn chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương có một chữ số. Khi đó

- a) Xác suất để bạn Y chọn được số là số chẵn là $\frac{4}{9}$.
- b) Xác suất để bạn Q chọn được số là số lẻ và chia hết cho 3 là $\frac{1}{3}$.
- c) Xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số giống nhau là $\frac{4}{9}$.
- d) Xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số có tích là một số chẵn là $\frac{56}{81}$.

Lời giải

Số các số nguyên dương có một chữ số là 9 số, trong đó có 4 số nguyên dương chẵn, 5 số nguyên dương lẻ, 2 số lẻ và chia hết cho 3.

- a) **Đ** Xác suất để bạn Y chọn được số là số chẵn bằng $\frac{4}{9}$.
- b) **S** Xác suất để bạn Q chọn được số là số lẻ và chia hết cho 3 bằng $\frac{2}{9}$.
- c) **S** Bạn Y chọn chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương có một chữ số có 9 cách chọn.

Bạn Q chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương giống bạn Y đã chọn có 1 cách chọn.

Gọi A là biến cố “Hai bạn Y và Q chọn được hai số giống nhau”.

Số khả năng thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 9 \cdot 1 = 9$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot 9 = 81$.

Vậy xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số giống nhau $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$.

- d) **Đ** Gọi B là biến cố “Y và Q chọn được hai số có tích là một số chẵn”. Hai số có tích là một số chẵn khi và chỉ khi ít nhất một trong hai số là số chẵn.

Ta xét các biến cố sau đây

- B_1 : “Y và Q chọn được hai số cùng là số chẵn” $\Rightarrow n(B_1) = 4 \cdot 4 = 16 \Rightarrow P(B_1) = \frac{n(B_1)}{n(\Omega)} = \frac{16}{81}$.
- B_2 : “Y chọn được số chẵn và Q chọn được số lẻ” $\Rightarrow n(B_2) = 4 \cdot 5 = 20 \Rightarrow P(B_2) = \frac{n(B_2)}{n(\Omega)} = \frac{20}{81}$.
- B_3 : “Y chọn được số lẻ và Q chọn được số chẵn” $\Rightarrow n(B_3) = 5 \cdot 4 = 20 \Rightarrow P(B_3) = \frac{n(B_3)}{n(\Omega)} = \frac{20}{81}$.

Suy ra B_1, B_2, B_3 đôi một xung khắc và $B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$.

Xác suất để hai bạn Y và Q chọn được hai số có tích là một số chẵn là

$$P(B) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = \frac{16}{81} + \frac{20}{81} + \frac{20}{81} = \frac{56}{81}.$$

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

 □

Câu 2. Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Bình giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) Bình chắc chắn được 5 điểm.
- b) Xác suất trả lời sai ở một câu là $\frac{3}{4}$.
- c) Xác suất để Bình đạt đúng 8 điểm là $\left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.
- d) Xác suất để Bình đạt được từ 9 điểm trở lên nhỏ hơn 0,0004.

Lời giải

- a) **D** Bình giải chắc chắn đúng 10 câu nên Bình được chắc chắn 5 điểm.
- b) **D** Xác suất khi đánh ngẫu nhiên sai một câu trắc nghiệm là $\frac{3}{4}$.
- c) **S** Để Bình đạt được đúng 8 điểm thì trong 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án phải đúng 6 câu, sai 4 câu.
 Xác suất khi đánh ngẫu nhiên đúng một câu trắc nghiệm là $\frac{1}{4}$.
 Xác suất khi đánh ngẫu nhiên sai một câu trắc nghiệm là $\frac{3}{4}$.
 Chọn 6 câu trắc nghiệm để đáp đúng từ 10 câu trắc nghiệm có C_{10}^6 .
 Vậy xác suất để Bình đạt được đúng 8 điểm là $C_{10}^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.
- d) **S** Để Bình đạt được từ 9 điểm trở lên thì trong 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án phải đúng ít nhất 8 câu.
 Vậy xác suất để Bình đạt được từ 9 điểm trở lên là

$$C_{10}^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = \frac{109}{262144} > 0,0004.$$

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Hai bạn An và Bình cùng tập ném bóng rổ một cách độc lập ở hai nửa sân khác nhau. Xác suất bạn An và bạn Bình ném bóng vào rổ lần lượt là 0,6 và 0,9. Trong cùng một lần ném, tính xác suất có ít nhất một bạn ném bóng vào rổ.

Đáp án:

0	,	9	6
---	---	---	---

Lời giải

Xét các biến cố A: “Bạn An ném bóng trúng rổ”; B: “Bạn Bình ném bóng trúng rổ”; C: “Có ít nhất một bạn ném bóng vào rổ”.

A và B là hai biến cố độc lập nên $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Khi đó $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0,6 + 0,9 - 0,6 \cdot 0,9 = 0,96$.

Đáp án:

0,96

 □

Câu 2. Rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá. Tính xác suất của biến cố “Lá bài được chọn có màu đen hoặc lá đó có số chia hết cho 3”(làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án:

0	,	6	2
---	---	---	---

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 52$.

Gọi A là biến cố “Lá bài được chọn có màu đen” suy ra $n(A) = 26$ hay $P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$.

B biến cố “Lá bài được chọn có số chia hết cho 3” suy ra $n(B) = 12$ hay $P(B) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$.

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{13} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{13} = \frac{8}{13}$$

Đáp án:

0,62

 □

Câu 3. Một hộp đựng nhiều quả cầu với nhiều màu sắc khác nhau. Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp đó. Biết xác suất để lấy được một quả cầu màu xanh từ hộp bằng $\frac{1}{5}$, xác suất để lấy được một quả cầu màu đỏ từ hộp bằng $\frac{1}{6}$. Gọi A là biến cố “Lấy được một quả cầu màu xanh” và B là biến cố “Lấy được một quả cầu màu đỏ”. Tính xác suất để lấy được một quả cầu màu xanh hoặc một quả cầu màu đỏ từ hộp (làm tròn đến hàng phần trăm). **Đáp án:**

0	,	3	7
---	---	---	---

Lời giải

Mỗi lần lấy thì ta chỉ lấy có một quả cầu, nên nếu lấy được quả cầu màu xanh thì không có quả cầu màu đỏ (và ngược lại), nói cách khác $P(A \cap B) = 0$.

Vì vậy A, B là hai biến cố xung khắc.

Xác suất để lấy được một quả cầu màu xanh hoặc một quả cầu màu đỏ là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30}$$

Đáp án:

0,37

 □

Câu 4. Một hộp chứa 3 quả bóng xanh và một số quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp. Biết rằng xác suất của biến cố “Lấy được 2 quả bóng đỏ” gấp 5 lần xác suất của biến cố “Lấy được 2 quả bóng xanh”. Tính xác suất của biến cố “Lấy được 2 quả bóng có cùng màu”.

Đáp án:

0	,	5	
---	---	---	--

Lời giải

Gọi n là số bóng đỏ có trong hộp. Khi đó, tổng số bóng có trong hộp là $n + 3$. Xác suất lấy được 2 quả bóng xanh là: $\frac{C_3^2}{C_{n+3}^2}$.

Xác suất lấy được 2 quả bóng đỏ là: $\frac{C_n^2}{C_{n+3}^2}$. Theo đề bài, ta có:

$$\frac{C_n^2}{C_{n+3}^2} = 5 \cdot \frac{C_3^2}{C_{n+3}^2} \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 15.$$

Do n là số tự nhiên nên $n = 6$.

Do đó, xác suất của biến cố “Cả 2 quả bóng lấy ra đều có cùng màu” là

$$\frac{C_3^2}{C_{n+3}^2} + \frac{C_n^2}{C_{n+3}^2} = \frac{C_3^2}{C_9^2} + \frac{C_6^2}{C_9^2} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Đáp án:

0,5

 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”, B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”.

- a) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB và tính $P(AB)$.
- b) Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B .

Lời giải

- a) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB và tính $P(AB)$.

Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1; 2; 3.

Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1; 2; 3; 4; 5.

Số phần tử không gian mẫu là $3 \cdot 5 = 15$.

Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6” nên $A = \{(1; 5); (2; 4); (3; 3)\}$.

$$P(A) = \frac{3}{15}.$$

Gọi B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ” nên $B = \{(1; 1); (1; 3); (1; 5); (3; 1); (3; 3); (5; 1); (5; 3)\}$.

$$P(B) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Vậy } P(AB) = P(A)P(B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25}.$$

- b) Một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B là C là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số chẵn và tổng khác 6”.
Suy ra $C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4)\}$.

Câu 2. Để nghiên cứu mối liên quan giữa thói quen hút thuốc lá với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	752 người	1236 người
Không nghiện thuốc lá	575 người	2437 người

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ rằng việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người nghiện thuốc lá”; B là biến cố “Người mắc bệnh viêm phổi”.

Khi đó AB là biến cố “Người nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi”.

Ta có $P(A) = \frac{752 + 1236}{5000} = 0,3976$; $P(B) = \frac{752 + 575}{5000} = 0,2654$.

Suy ra $P(A) \cdot P(B) = 0,10552304$.

Mặt khác $P(AB) = \frac{752}{5000} = 0,1504$.

Vì $P(AB) \neq P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

Vậy việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

Câu 3. Trong thư viện có 3 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 3 quyển sách hóa, 3 quyển sách sinh. Biết các quyển sách cùng môn giống nhau. Xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp?

Lời giải

Số cách xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng là $\frac{12!}{(3!)^4}$.

Số cách xếp mà trong đó có 3 quyển của 1 loại sách đứng cạnh nhau là $4 \cdot \frac{10!}{(3!)^3}$.

Số cách xếp mà trong đó có 2 loại sách, 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là $C_4^2 \cdot \frac{8!}{(3!)^2}$.

Số cách xếp mà trong đó có 3 loại sách, 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là $C_4^3 \cdot \frac{6!}{3!}$.

Số cách xếp cả 4 loại sách mà 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là $4!$.

Vậy số cách xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau là $\frac{12!}{(3!)^4} - 4 \cdot \frac{10!}{(3!)^3} + C_4^2 \cdot \frac{8!}{(3!)^2} - C_4^3 \cdot \frac{6!}{3!} + 4! = 308664$.

—Hết—

V. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hai biến cố A, B ; biến cố giao của hai biến cố A, B ký hiệu là

- A. $A \setminus B$. B. $B \setminus A$. C. $A \cup B$. D. $A \cap B$.

Lời giải

Biến cố giao của hai biến cố A, B ký hiệu là $A \cap B$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2. Một trường có 50 em học sinh giỏi trong đó có 5 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn ra 3 học sinh trong số 50 học sinh để tham gia trại hè. Tính xác suất trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi nào.

- A. $\frac{102}{245}$. B. $\frac{48}{49}$. C. $\frac{97}{98}$. D. $\frac{242}{245}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{50}^3$.

Xét biến cố A : “Trong 3 em ấy không có cặp anh em sinh đôi”, biến cố đối \bar{A} : “Trong 3 em ấy có 1 cặp anh em sinh đôi”.

Số phần tử của biến cố \bar{A} là $n(\bar{A}) = C_5^1 \cdot C_{48}^1$.

Xác suất của biến cố \bar{A} là $P(\bar{A}) = \frac{C_5^1 \cdot C_{48}^1}{C_{50}^3} = \frac{3}{245}$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{242}{245}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến số P : “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4” và Q : “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6”. Nội dung của biến cố giao PQ là gì?

- A. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 24\}$. B. $\{1; 2; 4\}$.
C. $\{12; 16; 20; 24\}$. D. $\{12; 24\}$.

Lời giải

Bội chung của 4 và 6 là $\{12; 24\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{3}$ và $\frac{3}{7}$. Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{1}{21}$. D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Do hai người ném bóng vào rổ là độc lập nên theo quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập suy ra $P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Ta có $W = \{(i; j) \mid 1 \leq i \leq 6; 1 \leq j \leq 6\}$, suy ra $n(W) = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5”.

Khi đó $A = \{(1; 4); (2; 3); (3; 2); (4; 1); (4; 6); (5; 5); (6; 4)\}$, suy ra $n(A) = 7$.

Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{36}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Nếu A và B là hai biến cố thì $P(A \cup B)$ bằng

- A. $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. B. $P(A) - P(B) - P(A \cap B)$.
 C. $P(A) \cdot P(B) - P(A \cap B)$. D. $P(A) \cdot P(B) + P(A \cap B)$.

Lời giải

Vì A và B là hai biến cố bất kì nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích đá bóng, 16 học sinh thích cầu lông và 7 học sinh thích chơi cả hai môn thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn học sinh được chọn không thích chơi môn thể thao nào là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^1$.

Ta gọi các biến cố

- A : “Bạn học sinh được chọn thích chơi đá bóng”.
 Suy ra $n(A) = C_{18}^1$ hay $P(A) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$;
- \bar{A} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi đá bóng”.
- B : “Bạn học sinh được chọn thích chơi cầu lông”.
 Suy ra $n(B) = C_{16}^1$ hay $P(B) = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.
- \bar{B} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cầu lông”.

- $A \cap B$: “Bạn học sinh được chọn thích chơi cả hai môn thể thao”.
Suy ra $n(A \cap B) = C_7^1$ hay $P(A \cap B) = \frac{7}{30}$.
- $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$: “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cả 2 môn thể thao”.

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{9}{10}$.

Suy ra $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 7 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả trong số đó. Xác suất để có ít nhất một quả cầu trắng bằng

- A. $\frac{7}{143}$. B. $\frac{120}{143}$. C. $\frac{13}{24}$. D. $\frac{136}{143}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^4$.

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất một quả cầu trắng.

Biến cố đối của A là biến cố B “không lấy được quả cầu trắng nào”.

Số phần tử của biến cố B là $n(B) = C_7^4$.

Xác suất $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_7^4}{C_{13}^4} = \frac{7}{143}$.

Suy ra xác suất $P(A) = 1 - P(B) = \frac{136}{143}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Xét phép thử “Bạn thứ nhất gieo đồng xu, sau đó bạn thứ hai gieo con xúc xắc”. Gọi A là biến cố “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa”, B là biến cố “Con xúc xắc xuất hiện mặt 4 chấm”. Tính xác suất của biến cố $A\overline{B}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{(S, 1), (S, 2), (S, 3), (S, 4), (S, 5), (S, 6), (N, 1), (N, 2), (N, 3), (N, 4), (N, 5), (N, 6)\}.$$

Tập hợp mô tả các biến cố

$$A = \{(N, 1), (N, 2), (N, 3), (N, 4), (N, 5), (N, 6)\};$$

$$B = \{(S, 4), (N, 4)\};$$

$$\overline{B} = \{(S, 1), (S, 2), (S, 3), (S, 5), (S, 6), (N, 1), (N, 2), (N, 3), (N, 5), (N, 6)\}.$$

Từ đó suy ra $A\overline{B} = \{(N, 1), (N, 2), (N, 3), (N, 5), (N, 6)\}$.

Vậy xác suất của biến cố $A\overline{B}$ là $P(A\overline{B}) = \frac{n(A\overline{B})}{n(\Omega)} = \frac{5}{12}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Lớp 11A8 trường THPT X có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn từ lớp này để tham dự cuộc họp của trường. Tính xác suất chọn được hai bạn có cùng giới tính để đi dự cuộc họp.

- A. $\frac{19}{99}$. B. $\frac{10}{33}$. C. $\frac{49}{99}$. D. $\frac{29}{99}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{45}^2$.

Gọi A là biến cố: “Chọn được hai bạn nam”.

Có $P(A) = \frac{C_{25}^2}{C_{45}^2}$.

Gọi B là biến cố: “Chọn được hai bạn nữ”.

Có $P(B) = \frac{C_{20}^2}{C_{45}^2}$.

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_{25}^2 + C_{20}^2}{C_{45}^2} = \frac{49}{99}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Hai bạn Hùng và Hải cùng tham gia cuộc thi toán cấp thành phố. Biết rằng hai bạn không thi ở cùng một phòng và mỗi phòng chỉ có một thí sinh được chọn vào vòng chung kết. Xác suất vào vòng chung kết của Hùng và Hải lần lượt là 0,4 và 0,5. Tính xác suất để cả Hùng và Hải cùng vào vòng chung kết.

- A. 0,75. B. 0,25. C. 0,2. D. 0,9.

Lời giải

Gọi A, B lần lượt là biến cố Hùng và Hải cùng vào vòng chung kết.

Ta có $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$.

Vậy xác suất để cả hai bạn cùng vào vòng chung kết là $P(A \cap B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 12. Cho C, D là hai biến cố xung khắc. Biết $P(C) = \frac{2}{5}$, $P(D) = \frac{1}{6}$. Khi đó giá trị của $P(C \cup D)$ là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{17}{30}$.

Lời giải

Hai biến cố xung khắc có nghĩa là $P(C \cap D) = 0$. Sử dụng công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc:

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) = \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{17}{30}$$

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cả hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia là 0,8; người thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Khi đó xác suất để:

- a) Người thứ nhất bắn trúng và người thứ hai bắn không trúng bia bằng 0,14.
- b) Người thứ nhất bắn không trúng và người thứ hai bắn trúng bia bằng 0,14.
- c) Hai người đều bắn trúng bia bằng 0,56.
- d) Có ít nhất một người bắn trúng bia bằng 0,94.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người thứ nhất bắn trúng bia”. Suy ra $P(A) = 0,8, P(\bar{A}) = 0,2$.

Gọi B là biến cố “Người thứ hai bắn trúng bia”. Suy ra $P(B) = 0,7, P(\bar{B}) = 0,3$.

- a) **S** Biến cố người thứ nhất bắn trúng và người thứ hai bắn không trúng bia là $A\bar{B}$ và $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$.
- b) **D** Biến cố người thứ nhất bắn không trúng và người thứ hai bắn trúng bia là $\bar{A}B$ và $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14$.
- c) **D** Biến cố cả hai người đều bắn trúng bia là AB và $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.
- d) **D** Gọi C là biến cố “Có ít nhất một người bắn trúng bia”. Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là
 $P(C) = P(\bar{A}\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) + P(AB) = 0,24 + 0,14 + 0,56 = 0,94$.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c đúng	d đúng
-------	--------	--------	--------

 □

Câu 2. Một nhà sách bán hai loại sách I và II . Theo thống kê cho thấy có 60% số người mua loại sách I , 70% số người mua loại sách II và có 50% số người mua cả hai loại sách trên. Chọn ngẫu nhiên một người mua. Xét biến cố A : “Người đó mua loại sách I ” và B là biến cố: “Người đó mua loại sách II ”. Xét tính Đúng - Sai của các khẳng định sau:

- a) $P(A) = 0,6$ và $P(B) = 0,7$.
- b) “Người đó mua ít nhất một trong hai loại sách” là biến cố $A \cap B$.
- c) Xác suất người đó mua ít nhất một trong hai loại sách là 0,9.
- d) Xác suất người đó không mua hai loại sách trên là 0,2.

Lời giải

- a) **D** Đúng.
- b) **S** Sai.
 “Người đó mua ít nhất một trong hai loại sách” là biến cố $A \cup B$.
- c) **S** Sai.
 Ta có biến cố “Người đó mua ít nhất một trong hai loại sách” là $A \cup B$.

Theo đề bài ta có $P(A \cap B) = 0,5$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,7 - 0,5 = 0,8.$$

Vậy xác suất người đó mua ít nhất một trong hai loại sách là 0,8

d) **D** Đúng.

Gọi C là biến cố: “Người đó không mua cả hai loại sách I và II ”.

$$\text{Khi đó biến cố } \bar{C} = A \cup B \Rightarrow P(\bar{C}) = 0,8 \Rightarrow P(C) = 0,2.$$

Vậy xác suất người đó không mua hai loại sách trên là 0,2.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Một chiếc máy có hai động cơ I và II chạy độc lập nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt. **Đáp án:**

0	,	9	4
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A, B là xác suất động cơ I, II chạy tốt.

Xác suất ít nhất một động cơ chạy tốt là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 0,8 + 0,7 - 0,8 \cdot 0,7 = 0,94.$$

Đáp án:

0,94

Câu 2. Hai vận động viên môn quần vợt A và B thi đấu trận chung kết một giải Grand Slam. Tay vợt nào thắng 3 hiệp trước thì thắng trận. Trong mỗi hiệp đấu, xác suất để A thắng là 0,3 và để B thắng là 0,7. Tính xác suất để A thắng trận chung kết đó (làm tròn đến hàng thứ 3 sau dấu phẩy). **Đáp án:**

0	,	1	6
---	---	---	---

Lời giải

Gọi X là biến cố A thắng trận đấu.

Gọi X_1, X_2, X_3 tương ứng là biến cố A thắng B với tỉ số lần lượt là 3 – 0, 3 – 1, 3 – 2.

Suy ra $X = X_1 \cup X_2 \cup X_3$ và X_1, X_2, X_3 đôi một xung khắc.

Xét biến cố X_1 : A thắng B với tỉ số 3 – 0.

$$\text{Khi đó phải đấu 3 hiệp và A thắng cả 3 hiệp} \Rightarrow P(X_1) = (0,3)^3 = 0,027.$$

Xét biến cố X_2 : A thắng B với tỉ số 3 – 1.

Khi đó phải đấu 4 hiệp và B thắng duy nhất 1 hiệp trong 3 hiệp đầu, A thắng 3 hiệp còn lại

$$\Rightarrow P(X_2) = C_3^1 \cdot 0,7 \cdot (0,3)^3 = 0,0567.$$

Xét biến cố X_3 : A thắng B với tỉ số 3 – 2.

Khi đó phải đấu 5 hiệp và B thắng 2 trong 4 hiệp đầu, A thắng 3 hiệp còn lại

$$\Rightarrow P(X_3) = C_4^2 \cdot (0,7)^2 \cdot (0,3)^3 = 0,07938.$$

Vậy xác suất để A thắng trận chung kết đó là

$$P(X) = P(X_1) + P(X_2) + P(X_3) = 0,027 + 0,0567 + 0,07938 \approx 0,163.$$

Đáp án: **0,16** □

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 2 đỉnh trong số 20 đỉnh của một đa giác đều 20 cạnh. Tính xác suất của biến cố A “2 đỉnh được chọn là đường chéo của đa giác” (làm tròn đến hàng phần trăm). **Đáp án:**

0	,	8	9
---	---	---	---

Lời giải

Đường nối 2 đỉnh bất kỳ của một đa giác đều hoặc là cạnh của đa giác hoặc là đường chéo của đa giác. Số đường chéo của một đa giác đều 20 cạnh là $C_{20}^2 - 20 = 170$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_{20}^2 - 20}{C_{20}^2} = \frac{17}{19}$.

Đáp án: **0,89** □

Câu 4. Thanh có 4 tấm thẻ được đánh số 1, 3, 4, 7. Thanh lấy ra 3 trong 4 thẻ và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có 3 chữ số. Tính xác suất của biến cố A: “Số tạo thành chia hết cho 2 hoặc 3” (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). **Đáp án:**

0	,	4	2
---	---	---	---

Lời giải

Số các số có 3 chữ số có thể tạo thành là 24 số.

Gọi B là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 2”.

Biến cố B xảy ra khi chữ số hàng đơn vị của số tạo thành là 4.

Có thể xếp được $3 \cdot 2 = 6$ số chia hết cho 2.

Do đó $P(B) = \frac{6}{24}$.

Gọi C là biến cố “Số tạo thành chia hết cho 3”.

Biến cố C xảy ra khi 3 chữ số của số tạo thành là 1;4;7.

Có thể xếp được $3 \cdot 2 = 6$ số chia hết cho 3.

Do đó $P(C) = \frac{6}{24}$.

Biến cố BC xảy ra khi số tạo thành chia hết cho 6.

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố BC. Do đó $P(BC) = \frac{2}{24}$.

Vậy $P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(BC) = \frac{5}{12} \approx 0,42$.

Đáp án: **0,42** □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xét các biến cố sau:

A: “Cả hai tấm thẻ đều ghi số chẵn”;

B: “Chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn”;

C: “Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số chẵn”.

- a) Chứng minh rằng $C = A \cup B$. b) Tính $P(C)$.

Lời giải

a) Biến cố C xảy ra khi và chỉ khi trong hai tấm thẻ có ít nhất một tấm thẻ ghi số chẵn. Nếu cả hai tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố A xảy ra. Nếu chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố B xảy ra. Vậy C là biến cố hợp của A và B .

b) Hai biến cố A và B là xung khắc. Do đó $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
Ta cần tính $P(A)$ và $P(B)$. Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{1; 2; \dots; 9\}$. Do đó $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Tính $P(A)$: Biến cố A là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{2; 4; 6; 8\}$. Do đó $n(A) = C_4^2 = 6$. Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36}$.

Tính $P(B)$: Mỗi phần tử của B được hình thành từ hai công đoạn:

- Công đoạn 1: Chọn một số chẵn từ tập $\{2; 4; 6; 8\}$. Có 4 cách chọn.
- Công đoạn 2: Chọn một số lẻ từ tập $\{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, tập B có $4 \cdot 5 = 20$ (phần tử).

Do đó $n(B) = 20$. Suy ra $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{36}$.

Vậy $P(C) = P(A) + P(B) = \frac{6}{36} + \frac{20}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

Câu 2. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi có cùng kích thước và khối lượng, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có đúng hai màu.

Lời giải

Mỗi cách lấy 3 viên bi trong 20 viên bi là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử.

Do đó, không gian mẫu Ω gồm các tổ hợp chập 3 của 20 phần tử và $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Lấy 3 viên bi có đủ ba màu là $9 \cdot 6 \cdot 5 = 270$ cách.

Lấy 3 viên bi có đúng một màu là $C_9^3 + C_6^3 + C_5^3 = 114$ cách.

Do đó lấy 3 viên bi có đúng hai màu là $C_{20}^3 - (270 + 114) = 756$ cách.

Vậy xác suất của biến cố để 3 viên bi lấy ra có đúng hai màu là $P(H) = \frac{n(H)}{n(\Omega)} =$

$$\frac{756}{1140} = \frac{63}{95}.$$

Câu 3. Trong ngày hội STEM tại một trường THPT, bạn Trí học lớp 11T đã thiết kế sản phẩm là bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học lớp mình. Bảng gồm

10 nút, mỗi nút được ghi số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng dần từ 0 đến 9 và có tổng là 10. Bạn Tuệ cũng học lớp 11T chỉ nhớ được là dãy số tăng nên nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau. Biết rằng nếu bấm sai hai lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại và không thể mở được nữa. Tính xác suất để bạn Tuệ mở được cửa phòng học đó.

Lời giải

Chọn ra 3 số bất kỳ ta được duy nhất 1 dãy số tăng.

Do đó không gian mẫu là $|\Omega| = C_{10}^3 = 120$.

Các dãy số gồm 3 số tăng có tổng bằng 10 được chọn từ 10 số trên là

$$\{(0; 1; 9); (0; 2; 8); (0; 3; 7); (0; 4; 6); (1; 2; 7); (1; 3; 6); (1; 4; 5); (2; 3; 5)\}.$$

Xác suất để bạn Tuệ mở được cửa lần thứ nhất là $P_1 = \frac{C_8^1}{120}$.

Xác suất để bạn Tuệ mở được cửa lần thứ hai là $P_2 = \frac{C_{112}^1}{120} \cdot \frac{C_8^1}{119}$.

Xác suất để bạn Tuệ mở được cửa lần thứ ba là $P_3 = \frac{C_{112}^1}{120} \cdot \frac{C_{111}^1}{119} \cdot \frac{C_8^1}{118}$.

Vậy xác suất để bạn Tuệ mở được cửa phòng là $P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{189}{1003}$.

—Hết—

W. ĐỀ SỐ 3

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Một hộp chứa 22 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 22. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2”, B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”. Xác suất của biến cố AB bằng

- A. $\frac{3}{22}$. B. $\frac{7}{22}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{7}{44}$.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 22\}$, suy ra $n(\Omega) = 22$.

Ta có A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2” $\Rightarrow A = \{2; 4; 6; \dots; 22\}$.

B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3” $\Rightarrow B = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21\}$.

Ta cũng có $A \cap B = \{6; 12; 18\}$, suy ra $P(AB) = \frac{3}{22}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ một hộp chứa 5 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Xác suất của biến cố “Hai quả bóng lấy ra có cùng màu” là

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^2$.

Ta gọi các biến cố

- A là biến cố “Hai quả bóng lấy ra đều có màu xanh” suy ra $P(A) = \frac{C_5^2}{C_9^2}$.
- B là biến cố “Hai quả bóng lấy ra đều có màu đỏ” suy ra $P(B) = \frac{C_4^2}{C_9^2}$.
- $A \cup B$ là biến cố “Hai bóng lấy ra có cùng màu”.

Ta thấy A và B xung khắc nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{9}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Độc lập. B. Không xung khắc.

C. Xung khắc.

D. Không rõ.

Lời giải

Ta xét

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{2} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - P(A \cap B) \\
 \Leftrightarrow P(A \cap B) &= \frac{1}{12} \neq 0.
 \end{aligned}$$

Suy ra hai biến cố A và B là hai biến cố không xung khắc.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Ta có $W = \{(i; j) \mid 1 \leq i \leq 6; 1 \leq j \leq 6\}$, suy ra $n(W) = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5”.

Khi đó $A = \{(1;4); (2;3); (3;2); (4;1); (4;6); (5;5); (6;4)\}$, suy ra $n(A) = 7$.

Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{36}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 5. Một xạ thủ bắn liên tiếp ba mũi tên vào bia ngắm. Biết rằng xác suất bắn trúng bia ngắm của xạ thủ là 0,6. Xác suất để trong ba lần bắn tên có đúng hai lần tên trúng bia ngắm là

- A. $\frac{81}{125}$. B. $\frac{54}{125}$. C. $\frac{24}{125}$. D. $\frac{18}{125}$.

Lời giải

A_1 là biến cố “Mũi tên thứ nhất của xạ thủ bắn trúng bia”.

A_2 là biến cố “Mũi tên thứ hai của xạ thủ bắn trúng bia”

A_3 là biến cố “Mũi tên thứ ba của xạ thủ bắn trúng bia”.

Khi đó, $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 0,6$ và $P(\overline{A_1}) = P(\overline{A_2}) = P(\overline{A_3}) = 0,4$.

Gọi X là biến cố “Trong ba lần bắn tên có đúng hai lần tên trúng bia ngắm”.

Ta có $P(X) = P(A_1 A_2 \overline{A_3}) + P(A_1 \overline{A_2} A_3) + P(\overline{A_1} A_2 A_3)$.

Rõ ràng các biến cố A_1, A_2, A_3 đôi một độc lập với nhau nên

$$\begin{aligned}
 P(X) &= P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3}) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3) \\
 &= 3 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = \frac{54}{125}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích đá bóng, 16 học sinh thích cầu lông và 7 học sinh thích chơi cả hai môn thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn học sinh được chọn không thích chơi môn thể thao nào là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^1$.

Ta gọi các biến cố

- A : “Bạn học sinh được chọn thích chơi đá bóng”.
Suy ra $n(A) = C_{18}^1$ hay $P(A) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$;
- \bar{A} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi đá bóng”.
- B : “Bạn học sinh được chọn thích chơi cầu lông”.
Suy ra $n(B) = C_{16}^1$ hay $P(B) = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.
- \bar{B} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cầu lông”.
- $A \cap B$: “Bạn học sinh được chọn thích chơi cả hai môn thể thao”.
Suy ra $n(A \cap B) = C_7^1$ hay $P(A \cap B) = \frac{7}{30}$.
- $\overline{A \cap B} = A \cup B$: “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cả 2 môn thể thao”.

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{9}{10}$.

Suy ra $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ là

- A. $\frac{219}{233}$. B. $\frac{442}{506}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{219}{323}$.

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh từ 25 học sinh là C_{25}^4 .

Số cách chọn 4 học sinh trong đó chỉ có nam hoặc nữ là $C_{15}^4 + C_{10}^4$.

Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là $1 - \frac{C_{15}^4 + C_{10}^4}{C_{25}^4} = \frac{443}{506}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 8. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5; P(AB) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. 0,4. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,7.

Lời giải

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 0,4$.

Do đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ trong hộp. Xét biến cố A: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số lẻ” và biến cố B: “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nguyên tố”.

Chọn câu **sai** khi phát biểu về biến cố AB.

- A. “Số xuất hiện trên thẻ là số lẻ hoặc số nguyên tố”.
- B. “Số xuất hiện trên thẻ là số nguyên tố lẻ”.
- C. “Số xuất hiện trên thẻ là số nguyên tố khác 2”.
- D. “Số xuất hiện trên thẻ vừa là số lẻ vừa là số nguyên tố”.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa có “Số xuất hiện trên thẻ là số lẻ hoặc số nguyên tố” là phát biểu sai về AB.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Do con súc sắc không cân đối nên mỗi khi gieo con súc sắc đó thì xác suất xuất hiện mặt 2 chấm và mặt 5 chấm lần lượt là 0,35 và 0,25. Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm hoặc mặt 5 chấm là

- A. 0,6.
- B. 0,0875.
- C. 0,4875.
- D. 0,9125.

Lời giải

Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm khi gieo con súc sắc.

Gọi B là biến cố xuất hiện mặt 5 chấm khi gieo con súc sắc.

Do đó, $A \cup B$ là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm hoặc mặt 5 chấm.

Ta có $P(A) = 0,35$ và $P(B) = 0,25$.

Do A và B là hai biến cố xung khắc nhau nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,35 + 0,25 = 0,6.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{4}, P(AB) = \frac{1}{9}$. Tính P(B).

- A. $\frac{4}{9}$.
- B. $\frac{5}{36}$.
- C. $\frac{13}{36}$.
- D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B) \Leftrightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 12. Cho A, B là hai biến cố độc lập, biết $P(A) = 0,5$, $P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A \cup B)$ bằng

- A. 0,3. B. 0,5. C. 0,6. D. 0,7.

Lời giải

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

$$\Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4.$$

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,4 - 0,2 = 0,7$.

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một trường học có tỉ lệ học sinh thích bóng đá là 50%, thích bóng rổ là 70% và thích cả hai môn này là 40%.

- a) Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà học sinh đó không thích bóng đá hoặc không thích bóng rổ là 0,7.
- b) Số học sinh trong trường thích bóng đá nhiều hơn số học sinh thích bóng rổ.
- c) Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà em đó thích bóng đá và không thích bóng rổ là 0,2.
- d) Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà em đó thích cả bóng đá và bóng rổ là 0,4.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Học sinh thích chơi bóng đá”, B là biến cố “Học sinh thích chơi bóng rổ” và C là biến cố “Học sinh thích chơi bóng đá hoặc bóng rổ”. Dễ thấy $C = A \cup B$.

AB là biến cố “Học sinh thích chơi cả hai môn”.

Ta có $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,7$; $P(\bar{B}) = 0,3$; $P(AB) = 0,4$.

Khi đó $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,5 + 0,7 - 0,4 = 0,8$.

- a) **(S) Sai.**
Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà học sinh đó không thích bóng đá hoặc không thích bóng rổ là $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,8 = 0,2$.
- b) **(S) Sai.**
Ta có $P(A) < P(B)$ nên số học sinh trong trường thích bóng đá ít hơn số học sinh thích bóng rổ.
- c) **(S) Sai.**
Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà em đó thích bóng đá và không thích bóng rổ là $P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,5 - 0,4 = 0,1$.

d) D Đúng.

Xác suất để gặp một học sinh trong trường mà em đó thích cả bóng đá và bóng rổ là 0,4.

Chọn đáp án

a sai	b sai	c sai	d đúng
-------	-------	-------	--------

Câu 2. Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, được đánh số từ 1, 2, ..., 19, 20. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Xét các biến cố:

A: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5”.

B: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3.”

C: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5 hoặc chia hết cho 3.”

D: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 15”.

a) Biến cố A và biến cố D là hai biến cố xung khắc.

b) Xác suất của biến cố D là $\frac{1}{20}$.

c) Biến cố D là biến cố hợp của biến cố A và biến cố B.

d) Số phần tử của không gian mẫu là 190.

Lời giải

- Vì biến cố D xảy ra thì biến cố A cũng xảy ra nên hai biến cố A và D không xung khắc.
- Ta có $P(D) = \frac{1}{20}$.
- Biến cố D là biến cố giao của biến cố A và biến cố B.
- Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 20$.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d sai
-------	--------	-------	-------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88. Xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). **Đáp án:**

0	,	8	1
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A là biến cố “An đạt điểm giỏi về môn Toán”.

Gọi B là biến cố “Bình đạt điểm giỏi về môn Toán”.

Dễ thấy A, B là hai biến cố độc lập, khi đó AB là biến cố “Cả An và Bình đều đạt điểm giỏi môn Toán”.

Vậy xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi là

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,92 \cdot 0,88 = 0,8096 \approx 0,81.$$

Đáp án:

0,81

Câu 2. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang. Xác suất anh An ít nhất một lần bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc người bệnh 5 lần đều không mang khẩu trang là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba). **Đáp án:**

Lời giải

Gọi biến cố A : “Anh An ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang”. Biến cố \bar{A} : “Anh An không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang”.

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là 0,7. Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là $1 - 0,7 = 0,3$.

Từ đó $P(\bar{A}) = (0,3)^5 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (0,3)^5 = 0,998$.

Đáp án: □

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên 3 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố A : “Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc chia hết cho 15”.

Đáp án: ,

Lời giải

Gọi biến cố B : “Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc không chia hết cho 5”, biến cố C : “Tích số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc không chia hết cho 3”.

Khi đó A là biến cố đối của biến cố $B \cup C$.

Ta có $P(B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^3$, $P(C) = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \left(\frac{4}{6}\right)^3$, $P(BC) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \left(\frac{3}{6}\right)^3$. Khi đó

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(BC) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 + \left(\frac{4}{6}\right)^3 - \left(\frac{3}{6}\right)^3 = \frac{3}{4}$$

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(B \cup C) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

Đáp án: □

Câu 4. Một vận động viên thi bắn súng. Biết rằng xác suất để vận động viên bắn trúng vòng 10 là 0,2; bắn trúng vòng 9 là 0,25 và bắn trúng vòng 8 là 0,3. Nếu bắn trúng vòng k thì được k điểm. Vận động viên đạt huy chương vàng nếu được 20 điểm, đạt huy chương bạc nếu được 19 điểm và đạt huy chương đồng nếu được 18 điểm. Vận động viên thực hiện bắn hai lần và hai lần bắn độc lập với nhau. Xác suất để vận động viên đạt được huy chương bạc là **Đáp án:** ,

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lần 1 bắn trúng vòng 10 và lần 2 bắn trúng vòng 9”;

B là biến cố: “Lần 1 bắn trúng vòng 9 và lần 2 bắn trúng vòng 10”.

H là biến cố: “Xạ thủ đạt được huy chương bạc”;

Các biến cố A, B là 2 biến cố xung khắc nên $H = A \cup B$.

Suy ra theo quy tắc cộng ta có $P(H) = P(A) + P(B)$.

Mặt khác $P(A) = P(B) = 0,2 \cdot 0,25 = 0,05$.

Do đó $P(H) = 0,05 + 0,05 = 0,1$.

Đáp án: 0,1 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một khu phố có 50 hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo, trong đó có 18 hộ nuôi chó, 16 hộ nuôi mèo và 7 hộ nuôi cả chó và mèo. Chọn ngẫu nhiên một hộ trong khu phố trên. Tính xác suất để

- a) Hộ đó nuôi chó hoặc nuôi mèo;
- b) Hộ đó không nuôi cả chó và mèo.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Hộ gia đình nuôi chó”;

B là biến cố: “Hộ gia đình nuôi mèo”.

Khi đó $A \cap B$ là biến cố: “Hộ gia đình nuôi cả chó và mèo”;

$A \cup B$ là biến cố: “Hộ gia đình hoặc nuôi chó hoặc mèo”;

$\overline{A \cup B}$ là biến cố: “Hộ gia đình không nuôi cả chó và mèo”.

Ta có $n(A) = 18, n(B) = 16, n(A \cap B) = 7$ và $n(\Omega) = 50$.

- a) Theo công thức cộng xác suất, ta có

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{n(A)}{n(\Omega)} + \frac{n(B)}{n(\Omega)} - \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} \\ &= \frac{18}{50} + \frac{16}{50} - \frac{7}{50} = \frac{27}{50} = 0,54. \end{aligned}$$

Vậy xác suất để chọn được một hộ gia đình nuôi chó hoặc nuôi mèo là 0,54.

- b) Theo tính chất xác suất đối lập, ta có

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{27}{50} = \frac{23}{50} = 0,46.$$

Vậy xác suất để chọn được một hộ không nuôi cả chó và mèo là 0,46.

Câu 2. Hai bạn Việt và Nam cùng tham gia một kì thi trắc nghiệm môn Toán và môn Tiếng Anh một cách độc lập nhau. Đề thi của mỗi môn gồm 6 mã đề khác nhau và các môn khác nhau thì mã đề cũng khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho học sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai bạn Việt và Nam có chung đúng một mã đề thi trong kì thi đó.

Lời giải

Việt có số cách nhận mã đề hai môn là $6 \cdot 6 = 36$ cách.

Nam có số cách nhận mã đề hai môn là $6 \cdot 6 = 36$ cách.

Số phần tử của không gian mẫu là $36 \cdot 36 = 1296$.

Gọi H là biến cố “Việt và Nam có chung đúng một mã đề thi”.

Có các trường hợp sau:

a) Có cùng mã đề môn Toán: Việt có 36 cách nhận mã đề hai môn, Nam có 5 cách nhận mã đề. Do đó có $36 \cdot 5 = 180$ cách.

b) Tương tự có cùng môn Tiếng Anh có 180 cách.

Suy ra $n(H) = 360$ cách.

Vậy xác suất của biến cố H là $P(H) = \frac{n(H)}{n(\Omega)} = \frac{360}{1296} = \frac{5}{18}$.

X. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

- A. 0,9. B. 0,7. C. 0,5. D. 0,2.

Lời giải

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2$.

Do đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,4 + 0,5 - 0,2 = 0,7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Một xạ thủ bắn liên tiếp ba mũi tên vào bia ngắm. Biết rằng xác suất bắn trúng bia ngắm của xạ thủ là 0,6. Xác suất để trong ba lần bắn tên có đúng hai lần tên trúng bia ngắm là

- A. $\frac{81}{125}$. B. $\frac{54}{125}$. C. $\frac{24}{125}$. D. $\frac{18}{125}$.

Lời giải

A_1 là biến cố “Mũi tên thứ nhất của xạ thủ bắn trúng bia”.

A_2 là biến cố “Mũi tên thứ hai của xạ thủ bắn trúng bia”

A_3 là biến cố “Mũi tên thứ ba của xạ thủ bắn trúng bia”.

Khi đó, $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 0,6$ và $P(\overline{A_1}) = P(\overline{A_2}) = P(\overline{A_3}) = 0,4$.

Gọi X là biến cố “Trong ba lần bắn tên có đúng hai lần tên trúng bia ngắm”.

Ta có $P(X) = P(A_1 A_2 \overline{A_3}) + P(A_1 \overline{A_2} A_3) + P(\overline{A_1} A_2 A_3)$.

Rõ ràng các biến cố A_1, A_2, A_3 đôi một độc lập với nhau nên

$$\begin{aligned} P(X) &= P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3}) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3) \\ &= 3 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = \frac{54}{125}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Hai bạn An và Bình độc lập với nhau tham gia một cuộc thi. Xác suất để bạn An và bạn Bình đạt giải tương ứng là 0,8 và 0,6. Xác suất để có ít nhất một bạn đạt giải là

- A. 0,94. B. 0,924. C. 0,92. D. 0,93.

Lời giải

Xác suất để bạn An và bạn Bình đạt giải tương ứng là 0,8 và 0,6.

Suy ra xác suất để bạn An và bạn Bình không đạt giải tương ứng là 0,2 và 0,4.

Xác suất để có không bạn nào đạt giải là $0,2 \cdot 0,4 = 0,08$.

Vậy xác suất để có ít nhất một bạn đạt giải là $1 - 0,08 = 0,92$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 4. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5; P(AB) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

- A. 0,4. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,7.

Lời giải

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 0,4$.

Do đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3}$. Tính $P(B)$.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

A, B là hai biến cố xung khắc.

Suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(B) = P(A \cup B) - P(A) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{4}, P(AB) = \frac{1}{9}$. Tính $P(B)$.

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{36}$. C. $\frac{13}{36}$. D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B) \Leftrightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Xét phép thử “Bạn thứ nhất gieo đồng xu, sau đó bạn thứ hai gieo con xúc xắc”. Gọi A là biến cố “Đồng xu xuất hiện mặt sấp”, B là biến cố “Con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm”. Tập hợp mô tả biến cố AB là

- A. $\{(S, 4), (S, 5), (S, 6)\}$. B. $\{(S, 6), (N, 6)\}$.
C. $\{(N, 6)\}$. D. $\{(S, 6)\}$.

Lời giải

Tập hợp mô tả các biến cố $A = \{(S, 1), (S, 2), (S, 3), (S, 4), (S, 5), (S, 6)\}, B = \{(S, 6), (N, 6)\}$.
Từ đó suy ra $AB = \{(S, 6)\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Hai bạn Triết và Khang, mỗi người gieo đồng thời một con xúc xắc cân đối, đồng chất. Xét hai biến cố sau:

- A: “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Triết gieo là số lẻ.”
B: Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Khang gieo là số chia hết cho 5.”

Chọn câu đúng:

- A. Hai biến cố A, B là hai biến cố độc lập.
B. Hai biến cố A, B là hai biến cố xung khắc.

C. Biên cố A giao B là $\{1; 3; 5\}$.

D. Biên cố A hợp B là $\{1; 2; 3; 5\}$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến số P: “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4” và Q: “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6”. Nội dung của biến cố giao PQ là gì?

A. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 24\}$.

B. $\{1; 2; 4\}$.

C. $\{12; 16; 20; 24\}$.

D. $\{12; 24\}$.

Lời giải

Bội chung của 4 và 6 là $\{12; 24\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố AB là

A. 0,9.

B. 0,7.

C. 0,5.

D. 0,2.

Lời giải

Do A và B là hai biến cố độc lập nên nó là hai biến cố xung khắc.

Suy ra $P(AB) = P(A).P(B) = 0,2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích đá bóng, 16 học sinh thích cầu lông và 7 học sinh thích chơi cả hai môn thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn học sinh được chọn không thích chơi môn thể thao nào là

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{7}{30}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^1$.

Ta gọi các biến cố

- A: “Bạn học sinh được chọn thích chơi đá bóng”.

Suy ra $n(A) = C_{18}^1$ hay $P(A) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$;

- \bar{A} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi đá bóng”.

- B: “Bạn học sinh được chọn thích chơi cầu lông”.

Suy ra $n(B) = C_{16}^1$ hay $P(B) = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.

- \bar{B} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cầu lông”.
- $A \cap B$: “Bạn học sinh được chọn thích chơi cả hai môn thể thao”.
Suy ra $n(A \cap B) = C_7^1$ hay $P(A \cap B) = \frac{7}{30}$.
- $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$: “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cả 2 môn thể thao”.

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{9}{10}$.

Suy ra $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 12. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A.** $\frac{5}{36}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{36}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Ta có $W = \{(i; j) \mid 1 \leq i \leq 6; 1 \leq j \leq 6\}$, suy ra $n(W) = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5”.

Khi đó $A = \{(1; 4); (2; 3); (3; 2); (4; 1); (4; 6); (5; 5); (6; 4)\}$, suy ra $n(A) = 7$.

Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{36}$.

Chọn đáp án **C** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất.

- A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”.
- B là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”.
- C là biến cố “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm”.

Khi đó

- a)** $A = \{(1; 4); (4; 1); (2; 3); (3; 2)\}$. **b)** $AC = \{(1; 4); (4; 1)\}$.
c) $AB = \{(2; 3)\}$. **d)** $BC = \{(1; 6); (6; 1)\}$.

Lời giải

- Biến cố $A = \{(1; 4); (4; 1); (2; 3); (3; 2)\}$.
- Biến cố $B = \{(1; 6); (6; 1); (2; 3); (3; 2)\}$.
- Biến cố $C = \{(1; 6); (6; 1); (1; 5); (5; 1); (1; 4); (4; 1); (1; 3); (3; 1); (1; 2); (2; 1); (1; 1)\}$.

Khi đó,

- a) **D** Biến cố $A = \{(1;4); (4;1); (2;3); (3;2)\}$.
- b) **D** Biến cố $AC = \{(1;4); (4;1)\}$.
- c) **S** Biến cố $AB = \{(2;3); (3;2)\}$.
- d) **D** Biến cố $BC = \{(1;6); (6;1)\}$.

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d đúng
--------	--------	-------	--------

 □

Câu 2. Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một số trong các số $1, 2, \dots, 19, 20$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp. Xét các biến cố

- A: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5”.
- B: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3”.
- C: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5 hoặc chia hết cho 3”.
- D: “Số trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 15”.

- a) Biến cố A và biến cố D là hai biến cố xung khắc.
- b) Xác suất của biến cố D là $\frac{1}{20}$.
- c) Biến cố D là biến cố hợp của biến cố A và biến cố B.
- d) Số phần tử của không gian mẫu là 190.

Lời giải

- a) **S** Ta có thẻ số 15 vừa chia hết cho cả 3 và 5 nên 15 vừa là phần tử của biến cố A, vừa là phần tử của biến cố B nên hai biến cố A, B không xung khắc.
- b) **D** Xác suất của biến cố D là $P(D) = \frac{1}{20}$.
- c) **S** Ta có $D = A \cap B$.
- d) **S** Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^1 = 20$.

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c sai	d sai
-------	--------	-------	-------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Nhà trường muốn chọn một đội văn nghệ có đủ cả nam và nữ gồm 12 em đi biểu diễn từ một nhóm học sinh gồm 10 nam sinh và 8 nữ sinh. Tính xác suất để đội văn nghệ được chọn có ít nhất 6 bạn nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười). **Đáp án:**

4	3	,	7
---	---	---	---

Lời giải

Gọi B là biến cố “Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có ít nhất 6 bạn nữ”.

Suy ra

$$P(B) = \frac{C_{10}^6 \times C_8^6 + C_{10}^5 \times C_8^7 + C_{10}^4 \times C_8^8}{C_{18}^{12}} = \frac{193}{442} \approx 43,7\%$$

Đáp án: **43,7** □

Câu 2. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9, hai tấm thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ hộp. Xét các biến cố sau

A: “Cả hai tấm thẻ đều đánh số chẵn”, B: “Chỉ có một tấm thẻ đánh số chẵn”, C: “Tích hai số đánh trên hai tấm thẻ là một số chẵn”. Tính xác suất để biến cố C xảy ra (làm tròn đến hàng phần trăm). **Đáp án:** **0** , **7** **2**

Lời giải

Dễ thấy A, B là hai biến cố xung khắc và $P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{C_4^1 \cdot C_5^1}{C_9^2} = \frac{5}{9}$.

Ta có $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{5}{9} = \frac{13}{18}$.

Đáp án: **0,72** □

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số 12 đỉnh của một đa giác đều 12 cạnh. Tính xác suất của biến cố A “3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông”(làm tròn đến hàng phần trăm). **Đáp án:** **0** , **0** **6**

Lời giải

Số tam giác có thể được tạo ra bằng cách lấy 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác là C_{12}^3 .

Vì đa giác là đa giác đều nên sẽ có 1 đường tròn ngoại tiếp đa giác đó.

Để 3 đỉnh lấy ra tạo thành một tam giác vuông thì phải có 2 đỉnh tạo thành đường kính của đường tròn ngoại tiếp. Đa giác đó số đường kính là 6.

Số cách chọn ra 3 đỉnh từ 12 đỉnh của đa giác để tạo thành tam giác vuông là $n(A) = C_{10}^1 \cdot 6$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_{10}^1 \cdot 6}{C_{12}^3} = \frac{5}{77}$.

Đáp án: **0,06** □

Câu 4. Người ta thăm dò một số lượng người hâm mộ bóng đá tại một thành phố, nơi có hai đội bóng đá X và Y cùng thi đấu giải vô địch quốc gia. Biết rằng số lượng người hâm mộ đội bóng đá X là 22%, số lượng người hâm mộ đội bóng đá Y là 39%, trong số đó có 7% người nói rằng họ hâm mộ cả hai đội bóng trên. Chọn ngẫu nhiên một người hâm mộ trong số những người được hỏi, tính xác suất để chọn được người không hâm mộ đội nào trong hai đội bóng đá X và Y.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Chọn được một người hâm mộ đội bóng đá X”, B là biến cố “Chọn được một người hâm mộ đội bóng đá Y”.

Khi đó

- $P(A) = \frac{22}{100} = 0,22$;

- $P(B) = \frac{39}{100} = 0,39;$
- $P(AB) = \frac{7}{100} = 0,07.$

Suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,22 + 0,39 - 0,07 = 0,54.$

Xác suất để chọn được người không hâm mộ đội nào trong hai đội bóng đá X và Y là

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,54 = 0,46.$$

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 21. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2”, B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

- Hãy mô tả bằng lời biến cố AB .
- Hai biến cố A và B có độc lập không? Tại sao?

Lời giải

- A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2” nên $A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20\}$
 B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3” nên $B = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21\}$.
 Suy ra biến cố $AB = \{6; 12; 18\}$.
 Vậy biến cố AB là “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 6”.

- Xác suất $P(A) = \frac{10}{21}$; Xác suất $P(B) = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$; Xác suất $P(AB) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$.
 Ta có $P(AB) = \frac{1}{7} \neq \frac{10}{21} \cdot \frac{1}{3} = \frac{10}{63} = P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

Câu 2. Ba xạ thủ lần lượt bắn vào một bia. Xác suất để xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8 ; 0,6 ; 0,5. Tính xác suất để có đúng hai người bắn trúng đích. **Đáp án:**

0	,	4	6
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A_i ($1 \leq i \leq 3, i \in \mathbb{N}$) lần lượt là biến cố “Xạ thủ thứ i bắn trúng đích”.
 Xác suất để xạ thủ thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là

$$P(A_1) = 0,8; P(A_2) = 0,6; P(A_3) = 0,5.$$

Gọi X là biến cố “Có đúng hai xạ thủ bắn trúng đích”.

Ta có

$$\begin{aligned} P(X) &= P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) + P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(A_3) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \\ &= 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,5 + 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,5 = 0,46. \end{aligned}$$

Đáp án:

0,46

 □

Y. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

- A. 0,9. B. 0,7. C. 0,5. D. 0,2.

Lời giải

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2$.

Do đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,4 + 0,5 - 0,2 = 0,7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Một hộp đựng 25 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Xét các biến số P : “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 4” và Q : “Số ghi trên tấm thẻ là số chia hết cho 6”. Nội dung của biến cố giao PQ là gì?

- A. {3; 6; 9; 12; 15; 18; 24}. B. {1; 2; 4}.
C. {12; 16; 20; 24}. D. {12; 24}.

Lời giải

Bội chung của 4 và 6 là {12; 24}.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3. Hai bạn An và Bình độc lập với nhau tham gia một cuộc thi. Xác suất để bạn An và bạn Bình đạt giải tương ứng là 0,8 và 0,6. Xác suất để có ít nhất một bạn đạt giải là

- A. 0,94. B. 0,924. C. 0,92. D. 0,93.

Lời giải

Xác suất để bạn An và bạn Bình đạt giải tương ứng là 0,8 và 0,6.

Suy ra xác suất để bạn An và bạn Bình không đạt giải tương ứng là 0,2 và 0,4.

Xác suất để có không bạn nào đạt giải là $0,2 \cdot 0,4 = 0,08$.

Vậy xác suất để có ít nhất một bạn đạt giải là $1 - 0,08 = 0,92$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 4. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 18 học sinh thích đá bóng, 16 học sinh thích cầu lông và 7 học sinh thích chơi cả hai môn thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất bạn học sinh được chọn không thích chơi môn thể thao nào là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{7}{30}$. D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{30}^1$.

Ta gọi các biến cố

- A : “Bạn học sinh được chọn thích chơi đá bóng”.
Suy ra $n(A) = C_{18}^1$ hay $P(A) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$;
- \bar{A} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi đá bóng”.
- B : “Bạn học sinh được chọn thích chơi cầu lông”.
Suy ra $n(B) = C_{16}^1$ hay $P(B) = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.
- \bar{B} : “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cầu lông”.
- $A \cap B$: “Bạn học sinh được chọn thích chơi cả hai môn thể thao”.
Suy ra $n(A \cap B) = C_7^1$ hay $P(A \cap B) = \frac{7}{30}$.
- $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$: “Bạn học sinh được chọn không thích chơi cả 2 môn thể thao”.

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{9}{10}$.

Suy ra $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{10}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| A. Độc lập. | B. Không xung khắc. |
| C. Xung khắc. | D. Không rõ. |

Lời giải

Ta xét

$$\begin{aligned}
 P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{2} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - P(A \cap B) \\
 \Leftrightarrow P(A \cap B) &= \frac{1}{12} \neq 0.
 \end{aligned}$$

Suy ra hai biến cố A và B là hai biến cố không xung khắc.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4$ và $P(AB) = 0,02$. Khi đó $P(B)$ bằng

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| A. 0,55. | B. 0,06. | C. 0,05. | D. 0,25. |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

Lời giải

Ta có A và B là hai biến cố độc lập với nhau, do đó $P(AB) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,02}{0,4} = 0,05$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 7. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,7$ và $P(B) = 0,2$. Xác suất của biến cố $\bar{A}B$ bằng

- A.** 0,06. **B.** 0,9. **C.** 0,14. **D.** 0,24.

Lời giải

Vì \bar{A} là biến cố đối của A nên $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3$.

Do \bar{A} và B độc lập nên $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,2 = 0,06$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì $P(A \cup B)$ bằng

- A.** $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. **B.** $P(A) - P(B) - P(A \cap B)$.
C. $P(A) - P(B) - 2P(A \cap B)$. **D.** $P(A) - P(B) + P(A \cap B)$.

Lời giải

Vì A và B là hai biến cố bất kì nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,5$; $P(AB) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

- A.** 0,4. **B.** 0,9. **C.** 0,6. **D.** 0,7.

Lời giải

Vì A, B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = 0,4$.

Do đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Cho A và B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A \cup B)$.

- A.** $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{1}{7}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5” là

- A.** $\frac{5}{36}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{7}{36}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Ta có $W = \{(i; j) \mid 1 \leq i \leq 6; 1 \leq j \leq 6\}$, suy ra $n(W) = 36$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5”.

Khi đó $A = \{(1; 4); (2; 3); (3; 2); (4; 1); (4; 6); (5; 5); (6; 4)\}$, suy ra $n(A) = 7$.

Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{36}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. Cho A, B là hai biến cố liên quan đến một phép thử có hữu hạn các kết quả đồng khả năng xuất hiện. Xét A và B là hai biến cố độc lập. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** A và \bar{B} là hai biến cố độc lập.
- B.** $P(\bar{A}B) = P(A) \cdot P(B)$.
- C.** $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.
- D.** $P(\bar{A}B) = (1 - P(A)) \cdot P(B)$.

Lời giải

$P(\bar{A}B) = P(A) \cdot P(B)$ là mệnh đề sai vì $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B)$.

Chọn đáp án **B** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Hai cầu thủ bóng đá và sút phạt đền, xác suất bàn của cầu thủ thứ nhất và cầu thủ thứ hai tương ứng là 0,8 và 0,7. Gọi A và B lần lượt là biến cố cầu thủ thứ nhất và cầu thủ thứ hai ghi được bàn thắng. Khi đó

- a)** $P(\bar{A}) = 0,2$.
- b)** $P(\bar{B}) = 0,8$.
- c)** Xác suất chỉ có cầu thủ thứ nhất làm bàn là 0,8.
- d)** Xác suất Chỉ có cầu thủ thứ hai làm bàn là 0,14.

Lời giải

a) **D Đúng.**

Ta có $P(A) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

b) **S Sai.**

Ta có $P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$.

c) **S Sai.**

Xét biến cố $A\bar{B}$ “Chỉ có cầu thủ thứ nhất làm bàn”.

Ta có $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$.

d) **D Đúng.**

Xét biến cố $B\bar{A}$ “Chỉ có cầu thủ thứ hai làm bàn”.

Ta có $P(B\bar{A}) = P(B) \cdot P(\bar{A}) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

 □

Câu 2. Trên một bảng quảng cáo, người ta mắc hai hệ thống bóng đèn. Hệ thống I gồm 2 bóng mắc nối tiếp, hệ thống II gồm 2 bóng mắc song song. Khả năng bị hỏng của mỗi bóng đèn sau 6 giờ thắp sáng liên tục là 0,15. Biết tình trạng của mỗi bóng đèn là độc lập. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau

- a) Xác suất để hệ thống II bị hỏng (không sáng) bằng 0,0225.
- b) Xác suất để hệ thống II hoạt động bình thường bằng 0,9775.
- c) Xác suất để hệ thống I bị hỏng (không sáng) bằng 0,5775.
- d) Xác suất cả hai hệ thống bị hỏng (không sáng) (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm nghìn) bằng 0,02624.

Lời giải

- a) **D** Đúng. Hệ thống II gồm 2 bóng được mắc song song nên nó chỉ hỏng khi cả hai bóng đều hỏng.

Gọi B là biến cố: "Hệ thống II bị hỏng", khi đó $P(B) = 0,15 \times 0,15 = 0,0225$.

- b) **D** Đúng. \bar{B} là biến cố: "Hệ thống II bị hoạt động bình thường", khi đó

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,0225 = 0,9775$$

- c) **S** Sai. Hệ thống I chỉ hoạt động bình thường khi cả hai bóng bình thường. Gọi A là biến cố: "Hệ thống I bị hỏng". Khi đó xác suất để hệ thống I hoạt động bình thường là $P(\bar{A}) = 0,85 \times 0,85 = 0,7225$. Suy ra $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,2775$.

- d) **S** Sai. Xác suất để cả hai hệ thống I và II đều hỏng là $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,0225 \cdot 0,2775 \approx 0,00624$

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

 □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm vi rút SARS-CoV-2. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là 0,1 và của bệnh nhân Y là 0,2. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập. Hãy tính xác suất của các biến cố "Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng" **Đáp án:**

0	,	0	2
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A là biến cố "Bệnh nhân X bị biến chứng nặng". Ta có $P(A) = 0,1$ và $P(\bar{A}) = 0,9$.
 Gọi B là biến cố "Bệnh nhân Y bị biến chứng nặng". Ta có $P(B) = 0,2$ và $P(\bar{B}) = 0,8$.
 Ta thấy A và B là hai biến cố độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0,02.$$

Đáp án:

0,02

 □

Câu 2. Ba xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của ba xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất hai xạ thủ không bắn trúng bia (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm). Đáp án:

0	,	8	6
---	---	---	---

Lời giải

Giả sử A : “Xạ thủ 1 bắn trúng bia”.

Suy ra $P(A) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Giả sử B : “Xạ thủ hai bắn trúng bia”.

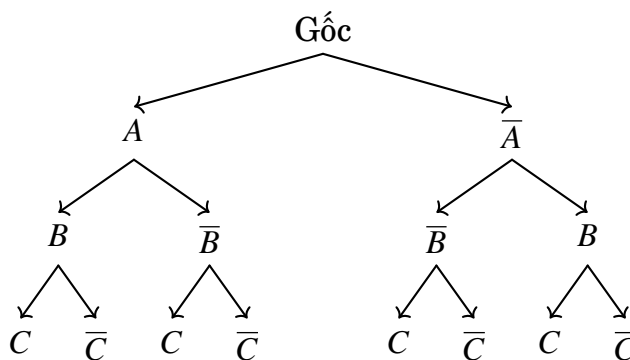
Suy ra $P(B) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Giả sử C : “Xạ thủ ba bắn trúng bia”.

Suy ra $P(C) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Nhận thấy A, B, C là các biến cố độc lập nên suy ra $A, B, C, \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ đôi một độc lập với nhau.

Ta có sơ đồ sau



Gọi D : “Có ít nhất hai xạ thủ không bắn trúng bia”.

Suy ra $D = \{(\bar{A}\bar{B}C), (\bar{A}B\bar{C}), (A\bar{B}\bar{C}), (\bar{A}\bar{B}\bar{C})\}$.

Suy ra

$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(\bar{A}\bar{B}C) + P(\bar{A}B\bar{C}) + P(A\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \\
 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \\
 &= \frac{31}{36} \approx 0,86.
 \end{aligned}$$

Vậy $P(D) \approx 0,86$.

Đáp án:

0,86

 □

Câu 3. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Tính xác suất của biến cố “Cả 3 người được chọn học cùng một khối”? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp án:

0	,	2	1
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Cả ba học sinh được chọn đều thuộc khối 10”.

B là biến cố: “Cả ba học sinh được chọn đều thuộc khối 11”.

Khi đó $A \cup B$ là biến cố “Cả ba người được chọn học cùng một khối”.

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Ta thấy $P(A) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3}$ và $P(B) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3}$, nên $P(A \cup B) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3} + \frac{C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{17}{80} \approx 0,21$.

Đáp án: 0,21 □

Câu 4. Nhà trường muốn chọn một đội văn nghệ có đủ cả nam và nữ gồm 12 em đi biểu diễn từ một nhóm học sinh gồm 10 nam sinh và 8 nữ sinh. Biết xác suất để đội văn nghệ được chọn có ít nhất 6 bạn nữ là $\frac{m}{n}$ với m, n nguyên dương và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $T = m + n$. Đáp án: 6 3 5

Lời giải

Gọi B_1 là biến cố: “Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có đúng 6 bạn nữ”

Gọi B_2 là biến cố: “Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có đúng 7 bạn nữ”.

Gọi B_3 là biến cố: “Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có đúng 8 bạn nữ”.

Ta có $B_1 \cup B_2 \cup B_3$ là biến cố: “Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có ít nhất 6 bạn nữ”.

Vì B_1, B_2 và B_3 là các biến cố xung khắc nên

$$P(B_1 \cup B_2 \cup B_3) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = \frac{C_8^6 \cdot C_{10}^6}{C_{18}^{12}} + \frac{C_8^7 \cdot C_{10}^5}{C_{18}^{12}} + \frac{C_8^8 \cdot C_{10}^4}{C_{18}^{12}} = \frac{193}{442}.$$

Vậy $m = 193, n = 442$ và $T = 635$.

Đáp án: 635 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y. Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất

- a) Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;
- b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu;
- c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;
- d) Có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố “Hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu”.

Gọi X là biến cố “Học sinh tỉnh X đạt yêu cầu” $\Rightarrow P(X) = 0,93$.

Gọi Y là biến cố “Học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu” $\Rightarrow P(Y) = 0,87$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có

$$P(A) = P(X \cdot Y) = P(X) \cdot P(Y) = 0,93 \cdot 0,87 = 0,8091.$$

b) Gọi B là biến cố “Hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu”.

Ta có $B = \bar{X} \cdot \bar{Y} \Rightarrow P(B) = P(\bar{X} \cdot \bar{Y}) = P(\bar{X}) \cdot P(\bar{Y}) = (1 - 0,93) \cdot (1 - 0,87) = 0,0091$.

c) Gọi C là biến cố “Có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu”.

Ta có

$$\begin{aligned} C &= (X \cdot \bar{Y}) \cup (\bar{X} \cdot Y) \\ \Rightarrow P(C) &= P((X \cdot \bar{Y}) \cup (\bar{X} \cdot Y)) = P(X) \cdot P(\bar{Y}) + P(\bar{X}) \cdot P(Y) \\ &= 0,93 \cdot (1 - 0,87) + (1 - 0,93) \cdot 0,87 = 0,1818. \end{aligned}$$

d) Gọi D là biến cố “Có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu”.

Ta có $D = \bar{B} \Rightarrow P(D) = P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,0091 = 0,9909$.

Câu 2. Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real Madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả penalty. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào 1 trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 (hoặc 2) thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 (hoặc 4) thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố “ cú sút không vào lưới”.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố “cầu thủ sút phạt vào vị trí i ”, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$;

B_i là biến cố “thủ môn bay người cản phá vào vị trí thứ i ”;

C là biến cố “cú sút phạt không vào lưới”.

Dễ thấy $P(A_i) = P(B_i) = \frac{1}{4}$. Ta có

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A_1) \cdot P(B_1) + P(A_2) \cdot P(B_2) + \frac{1}{2}P(A_3) \cdot P(B_3) + \frac{1}{2}P(A_4) \cdot P(B_4) \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{16}. \end{aligned}$$

—Hết—

Z. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trên giá sách có các quyển vở không nhãn xếp cạnh nhau với bề ngoài, khối lượng và kích thước giống hệt nhau, trong đó có 5 quyển ghi môn Toán, 5 quyển ghi môn Ngữ Văn và 3 quyển ghi môn Tiếng Anh. Lấy ngẫu nhiên hai quyển vở. Xét các biến cố:

M : “Trong hai quyển vở được lấy, chỉ có 1 quyển ghi môn Tiếng Anh”;

N : “Trong hai quyển vở được lấy, chỉ có 1 quyển ghi môn Ngữ Văn”.

Khi đó, biến cố giao của hai biến cố M và N là:

- A. “Hai quyển vở được lấy ghi cùng một môn”.
- B. “Hai quyển vở được lấy ghi hai môn khác nhau”.
- C. “Trong hai quyển vở được lấy, một quyển ghi môn Tiếng Anh và một quyển ghi môn Ngữ Văn”.
- D. “Hai quyển vở được lấy có ít nhất một quyển ghi môn Tiếng Anh”.

Lời giải

Biến cố giao của hai biến cố M và N là “Trong hai quyển vở được lấy, một quyển ghi môn Tiếng Anh và một quyển ghi môn Ngữ Văn”.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2. Lớp có 44 học sinh gồm 24 học sinh giỏi và 20 học sinh khá. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn ngẫu nhiên trong lớp một nhóm gồm 3 học sinh để kiểm tra kiến thức cũ. Tính xác suất trong 3 bạn thầy chọn số học sinh giỏi nhiều hơn học sinh khá.

- A. $\frac{1}{14}$.
- B. $\frac{1886}{3311}$.
- C. $\frac{1380}{3311}$.
- D. $\frac{46}{301}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{44}^3$.

Xét biến cố A là biến cố cần tìm.

Xét các trường hợp sau

- Trường hợp 1: 3 học sinh giỏi, 0 học sinh khá có $C_{24}^3 \cdot C_{20}^0$ cách.
- Trường hợp 2: 2 học sinh giỏi, 1 học sinh khá có $C_{24}^2 \cdot C_{20}^1$ cách.

Suy ra $n(A) = 7544$ hay $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1886}{3311}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Một hộp chứa 22 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 22. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn

chia hết cho 2”, B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”. Xác suất của biến cố AB bằng

- A. $\frac{3}{22}$. B. $\frac{7}{22}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{7}{44}$.

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; \dots; 22\}$, suy ra $n(\Omega) = 22$.

Ta có A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2” $\Rightarrow A = \{2; 4; 6; \dots; 22\}$.

B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3” $\Rightarrow B = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21\}$.

Ta cũng có $A \cap B = \{6; 12; 18\}$, suy ra $P(AB) = \frac{3}{22}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”, B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”. Viết tập hợp mô tả biến cố AB .

- A. $AB = \{(1;5);(3;3)\}$. B. $AB = \{(1;5);(2;4);(3;3)\}$.
 C. $AB = \{(1;5);(3;1);(3;3);(3;5)\}$. D. $AB = \{(1;5);(1;6);(3;3);(3;5)\}$.

Lời giải

Ta có $A = \{(1;5);(2;4);(3;3)\}$ và $B = \{(1;1);(1;3);(1;5);(3;1);(3;3);(3;5)\}$.

Vậy $AB = \{(1;5);(3;3)\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ là

- A. $\frac{219}{233}$. B. $\frac{442}{506}$. C. $\frac{443}{506}$. D. $\frac{219}{323}$.

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh từ 25 học sinh là C_{25}^4 .

Số cách chọn 4 học sinh trong đó chỉ có nam hoặc nữ là $C_{15}^4 + C_{10}^4$.

Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là $1 - \frac{C_{15}^4 + C_{10}^4}{C_{25}^4} = \frac{443}{506}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 7 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả trong số đó. Xác suất để có ít nhất một quả cầu trắng bằng

- A. $\frac{7}{143}$. B. $\frac{120}{143}$. C. $\frac{13}{24}$. D. $\frac{136}{143}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^4$.

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất một quả cầu trắng.

Biên cố đối của A là biến cố B “không lấy được quả cầu trắng nào”.

Số phần tử của biến cố B là $n(B) = C_7^4$.

$$\text{Xác suất } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_7^4}{C_{13}^4} = \frac{7}{143}.$$

$$\text{Suy ra xác suất } P(A) = 1 - P(B) = \frac{136}{143}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”, B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”. Gọi C là biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B . Tìm biến cố C .

A. $C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4)\}.$

B. $C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;3); (3;5)\}.$

C. $C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;3); (3;6)\}.$

D. $C = \{(1;3); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4)\}.$

Lời giải

C là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số chẵn và tổng khác 6”.

$$\text{Suy ra } C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4)\}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc bằng 8”, B là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc không vượt quá 30”. Xác suất của biến cố AB bằng

A. $\frac{5}{36}.$

B. $\frac{1}{8}.$

C. $\frac{1}{9}.$

D. $\frac{7}{72}.$

Lời giải

Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp thì không gian mẫu là $\Omega = \{(i; j; k) \mid 1 \leq i; j; k \leq 6\}$, suy ra $n(\Omega) = 6^3 = 216$.

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc bằng 8”.

Ta có $8 = 6 + 1 + 1 = 5 + 2 + 1 = 4 + 3 + 1 = 4 + 2 + 2 = 3 + 3 + 2$.

Với bộ $(6; 1; 1)$ ta có 3 hoán vị, với bộ $(5; 2; 1)$ ta có 3! hoán vị.

Tương tự với các bộ còn lại.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 3 + 3! + 3! + 3 + 3 = 21$.

Xét biến cố B “Tích số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc không vượt quá 30”.

Ta thấy mọi phần tử thuộc A đều thuộc B , tức là $A \subset B$ nên $A \cap B = A$.

Vậy xác suất cần tính là $P(AB) = P(A) = \frac{21}{216} = \frac{7}{72}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để hai viên bi được lấy có cùng màu xanh.

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{5}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lấy được hai viên bi màu xanh”.

Gọi X là biến cố “Lấy được viên bi màu xanh từ túi thứ nhất” $\Rightarrow P(X) = \frac{3}{10}$.

Gọi Y là biến cố “Lấy được viên bi màu xanh từ túi thứ hai” $\Rightarrow P(Y) = \frac{5}{8}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có

$$P(A) = P(X \cdot Y) = P(X) \cdot P(Y) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10. Khảo sát một trường trung học phổ thông, người ta thấy có 20% học sinh thuận tay trái và 35% học sinh bị cận thị. Giả sử đặc điểm thuận tay nào không ảnh hưởng đến việc học sinh có bị cận thị hay không. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất của biến cố học sinh đó bị cận thị hoặc thuận tay trái.

- A. 0,72. B. 0,48. C. 0,65. D. 0,07.

Lời giải

Gọi A là biến cố học sinh thuận tay trái, khi đó $P(A) = 0,2$.

Gọi B là biến cố học sinh cận thị, khi đó $P(B) = 0,35$.

Khi đó xác suất của biến cố học sinh đó bị cận thị hoặc thuận tay trái là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,48$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 11. Trên đường đi từ Hà Nội về thăm Đền Hùng ở Phú Thọ, Bình, Minh và 5 bạn khác ngồi vào 7 chiếc ghế trên một xe ô tô 7 chỗ. Khi xe quay lại Hà Nội, mỗi bạn lại chọn ngồi ngẫu nhiên một ghế. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình"

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Xác suất để Bình ngồi đúng ghế cũ là $\frac{1}{7}$.

Xác suất để Minh ngồi lại đúng ghế cũ là $\frac{1}{6}$.

Suy ra, xác suất để Bình ngồi không đúng ghế cũ là $\frac{6}{7}$.

Xác suất để Minh ngồi không đúng ghế cũ là $\frac{5}{6}$.

Xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình là $P = \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{7} \times \frac{5}{6} + \frac{6}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$.

Chọn đáp án **C** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 10 câu. Mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một học sinh chuẩn bị bài không tốt nên làm bài bằng cách: Với mỗi câu, chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xét tính đúng sai trong các khẳng định sau.

- a) Xác suất để học sinh đó trả lời đúng mỗi câu là 0,25.
- b) Xác suất để học sinh đó trả lời sai cả 10 là $10 \cdot 0,75$.
- c) Xác suất để học sinh đó trả lời sai mỗi câu là 0,75.
- d) Xác suất để học sinh đó trả lời đúng 1 câu là $10 \cdot 0,25$.

Lời giải

Mỗi câu, xác suất để học sinh chọn sai là $\frac{3}{4} = 0,75$.

Mỗi câu, xác suất để học sinh chọn đúng là $\frac{1}{4} = 0,25$.

Khi đó, xác suất để học sinh chọn sai cả 10 câu là

$$\underbrace{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{3}{4}}_{10} = \left(\frac{3}{4}\right)^{10} = (0,75)^{10}.$$

Xác suất để học sinh chọn đúng 1 câu là

$$C_{10}^1 \cdot \frac{1}{4} = 10 \cdot 0,25.$$

Chọn đáp án **a đúng | b sai | c đúng | d đúng** □

Câu 2. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng vào được rổ của từng người tương ứng là 0,2 và 0,5.

- Gọi A là biến cố: “Người thứ nhất ném bóng vào được rổ”.
- Gọi B là biến cố: “Người thứ hai ném bóng vào được rổ”.
- Gọi X là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng vào được rổ”.
- Gọi Y là biến cố: “Chỉ có một người ném bóng vào được rổ”.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

- a) Biến cố $Y = A \cup B$.
- b) Xác suất của biến cố X là $P(X) = 0,1$.
- c) Biến cố $X = AB$.
- d) Xác suất của biến cố Y là $P(Y) = 0,5$.

Lời giải

Theo đề bài ta có $P(A) = 0,2; P(B) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8; P(\bar{B}) = 0,5$.

a) **S** Sai.

Y “Chỉ có một người ném bóng vào được rổ”, khi đó $Y = \bar{A}B \cup A\bar{B}$.

b) **D** Đúng.

Ta thấy biến cố A, B là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có

$$P(X) = P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1.$$

c) **D** Đúng.

X là biến cố “Cả hai cùng ném bóng vào được rổ”, khi đó $X = AB$.

d) **D** Đúng.

Ta thấy biến cố A, B là 2 biến cố độc lập nhau nên \bar{A}, B cũng độc lập và $A\bar{B}$ độc lập

$$P(Y) = P(\bar{A}B \cup A\bar{B}) = P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 0,5 = 0,5.$$

Chọn đáp án

a sai	b đúng	c đúng	d đúng
-------	--------	--------	--------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Tung đồng thời một đồng xu và một con xúc xắc 12 mặt (từ 1 đến 12). Xác suất để đồng xu xuất hiện mặt ngửa và con xúc xắc xuất hiện mặt là bội của 3 bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) **Đáp án:**

0	,	1	7
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A là biến cố “Đồng xu xuất hiện mặt ngửa”. Suy ra $P(A) = \frac{1}{2}$.

Gọi C là biến cố “Con xúc xắc xuất hiện mặt là bội của 3”. Suy ra $P(C) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Xác suất xuất hiện mặt ngửa và mặt là bội của 3 là

$$P(AC) = P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \approx 0,17.$$

Đáp án:

0,17

Câu 2. Trong một công ty, có 25% nhân viên biết tiếng Anh và 50% nhân viên biết lập trình. Giả sử việc biết tiếng Anh không ảnh hưởng đến khả năng biết lập trình của nhân viên. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên trong công ty. Tính xác suất để nhân viên đó biết tiếng Anh hoặc biết lập trình. Kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân. Đáp án:

0	,	6	3
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A là biến cố nhân viên biết tiếng Anh. Ta có $P(A) = 0,25$.

Gọi B là biến cố nhân viên biết lập trình. Ta có $P(B) = 0,5$. Ta có A, B là hai biến cố độc lập.

Do đó $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,25 \cdot 0,5 = 0,125$.

Xác suất của biến cố nhân viên đó biết tiếng Anh hoặc biết lập trình

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,25 + 0,5 - 0,125 = 0,625 \approx 0,63.$$

Đáp án:

0,63

 □

Câu 3. Biết rằng xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Tính xác suất sao cho trong ba lần sinh có ít nhất một lần sinh con trai (mỗi lần sinh 1 con)? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) Đáp án:

0	,	8	8
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Ba lần sinh có ít nhất 1 con trai”, suy ra \bar{A} là biến cố: “Ba lần sinh có đều là con gái”.

Gọi B_i là biến cố: “Lần thứ i sinh con gái”, với $i = 1, 2, 3$.

Khi đó $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = 0,49$.

Ta có $\bar{A} = B_1 \cap B_2 \cap B_3$. Do đó

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3) = 1 - (0,49)^3 \approx 0,88.$$

Đáp án:

0,88

 □

Câu 4. Hai bạn Chiến và Công cùng chơi cờ với nhau. Trong một ván cờ, xác suất Chiến thắng Công là 0,3 và xác suất để Công thắng Chiến là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ. Đáp án:

0	,	2	1
---	---	---	---

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Chiến thắng Công”, B là biến cố: “Công thắng Chiến”.

Suy ra $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,4$.

Hai bạn dừng chơi sau hai ván khi ván 1 hòa và ván 2 không hòa (Chiến thắng hoặc Công thắng).

Xác suất ván 1 hòa là $1 - 0,3 - 0,4 = 0,3$.

Xác suất ván 2 Chiến thắng hoặc Việt thắng là $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,3 + 0,4 = 0,7$.

Khi đó xác suất để hai bạn dừng chơi là $0,3 \cdot 0,7 = 0,21$.

Đáp án: 0,21 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để

- a) Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;
- b) Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ;
- c) Hai viên bi được lấy có cùng màu;
- d) Hai viên bi được lấy không cùng màu.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố “Lấy được hai viên bi màu xanh”.

Gọi X là biến cố “Lấy được viên bi màu xanh từ túi thứ nhất” $\Rightarrow P(X) = \frac{3}{10}$.

Gọi Y là biến cố “Lấy được viên bi màu xanh từ túi thứ hai” $\Rightarrow P(Y) = \frac{5}{8}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có

$$P(A) = P(X \cdot Y) = P(X) \cdot P(Y) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{16}$$

b) Gọi B là biến cố “Lấy được hai viên bi màu đỏ”.

Gọi E là biến cố “Lấy được viên bi màu đỏ từ túi thứ nhất” $\Rightarrow P(E) = \frac{7}{10}$.

Gọi F là biến cố “Lấy được viên bi màu đỏ từ túi thứ hai” $\Rightarrow P(F) = \frac{3}{8}$.

Ta thấy biến cố E, F là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có

$$P(B) = P(E \cdot F) = P(E) \cdot P(F) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{8} = \frac{21}{80}$$

c) Gọi C là biến cố “Lấy được hai viên bi cùng màu”.

Ta có $C = A \cup B \Rightarrow P(C) = P(A) + P(B) = \frac{3}{16} + \frac{21}{80} = \frac{9}{20}$.

d) Gọi D là biến cố “Lấy được hai viên bi không cùng màu”.

Ta có $D = \bar{C} \Rightarrow P(D) = 1 - P(C) = 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$.

Câu 2. Cho $X = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp X. Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

Lời giải

Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Có 14 cách chọn ba số liên tiếp nhau.

Có 15 cách chọn hai số liên tiếp nhau.

+Nếu hai số đó là $\{0, 1\}$ hoặc $\{14, 15\}$ thì có 13 cách chọn số thứ ba sao cho trong ba số chỉ có hai số liên tiếp.

+Nếu hai số đó không phải là $\{0, 1\}$ hoặc $\{14, 15\}$ thì có 12 cách chọn số thứ ba sao cho trong ba số chỉ có hai số liên tiếp.

Vậy có $14 + 2 \times 13 + 13 \times 12 = 196$ cách chọn ba số sao cho ba số đó là liên tiếp hoặc chỉ có hai trong ba số là liên tiếp.

Vậy có $560 - 196 = 364$ cách chọn ba số sao cho trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

Do đó xác suất cần tính là $P = \frac{364}{560} = \frac{13}{20}$.

Câu 3. Việt và Nam cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2016, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì Việt và Nam đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 12 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tìm xác suất để Việt và Nam có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = (C_3^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1)^2$.

Có 3 cặp gồm hai môn tự chọn mà chỉ có đúng một môn chung.

Số cách chọn môn thi của Việt và Nam để có đúng một môn thi tự chọn là $C_3^1 \cdot 2! = 6$.

Ứng với một cách chọn môn thi của Việt và Nam thì số cách chọn mã đề để có đúng chung một mã đề là $C_{12}^1 \cdot C_{12}^1 \cdot 1 \cdot C_{12}^1$.

Xác suất cần tính là $P = \frac{6(C_{12}^1)^3}{(C_3^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1)^2} = \frac{1}{18}$.

—Hết—

Phần IV

Đạo hàm

. ĐỀ SỐ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = 5 \sin x - 3 \cos x$ tại $x_0 = \frac{\pi}{2}$ là

- A. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 3.$ B. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 5.$ C. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -3.$ D. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -5.$

Lời giải

Ta có $y' = 5 \cos x + 3 \sin x \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 3.$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 2. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = 2t^2 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) bằng

- A. $22 (m/s).$ B. $19 (m/s).$ C. $9 (m/s).$ D. $11 (m/s).$

Lời giải

Ta có $v(t) = s'(t) = 4t + 3.$

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) là $v(2) = 11 (m/s).$

Chọn đáp án **(D)**

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x+1} & \text{khi } x > 0 \\ x+1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào là đúng về

đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại $x = 0$?

- A. $f'(0) = -1.$ B. $f'(0) = 0.$ C. $f'(0) = 1.$ D. Không tồn tại.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x+1-1}{x(\sqrt{4x+1}+1)} = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1-1}{x-0} = 1.$$

Do $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ nên $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ không tồn tại.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(6) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$.

- A. 2. B. $\frac{1}{3}.$ C. $\frac{1}{2}.$ D. 12.

Lời giải

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại $x = 6$, suy ra $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = f'(6) = 2.$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$.
- C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$. D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$.

Lời giải

Theo định nghĩa đạo hàm ta có

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $(\sin x)' = -\cos x$. B. $(\cos x)' = -\sin x$.
- C. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Ta có đạo hàm các hàm lượng giác thường gặp

$$(\sin x)' = \cos x; (\cos x)' = -\sin x; (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}; (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Cho $u = u(x), v = v(x)$ là các hàm số có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(uv)' = u'v + uv'$. B. $(uv)' = u'v'$.
- C. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$. D. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + uv'}{v^2}$.

Lời giải

Ta có $(uv)' = u'v + uv'$; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

- A. $-\frac{4}{27}$. B. $\frac{8}{27}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $-\frac{8}{27}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = -\frac{2}{(2x-1)^2}$ và $f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}$ nên $f''(-1) = -\frac{8}{27}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 5x^3 - x^2 - 1$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ là

- A. 0. B. $15x^2 - 2x - 1$. C. $15x^2 + 2x$. D. $15x^2 - 2x$.

a) **Đ** Đúng.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

b) **S** Sai.

Hàm số $y = x^4 - 2x + 3$ có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 2$.

c) **Đ** Đúng.

$f''(x) = 12x^2$.

d) **S** Sai.

Ta có $f'(1) = 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại $A(1;2)$ là

$$y = 2(x - 1) + 2 = 2x.$$

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 □

Câu 2. Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây, s là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây và được tính bằng mét.

a) Sau 5 giây, vật chuyển động quãng đường là 83 m.

b) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ là 50 m/s.

c) Khi vận tốc của chuyển động bằng 151 m/s thì quãng đường vật chuyển động được là 352 m.

d) Tại thời điểm $t = 1$ giây, vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

a) **Đ** Ta có $s(5) = 5^3 - 3 \cdot 5^2 + 7 \cdot 5 - 2 = 83$.

Vậy sau 5 giây, vật chuyển động quãng đường là 83 m.

b) **S** Vì $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 7$ nên $v(5) = 3 \cdot 5^2 - 6 \cdot 5 + 7 = 52$ (m/s).

c) **S** Vận tốc của chuyển động bằng 151 m/s tại thời điểm t nghĩa là

$$v(t) = 151 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t + 7 = 151 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -6 & (\text{loại}) \\ t = 8. \end{cases}$$

Quãng đường vật chuyển động sau 8 giây là $s(8) = 8^3 - 3 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8 - 2 = 374$ (m).

Vậy khi vận tốc của chuyển động bằng 151 m/s thì quãng đường vật chuyển động được là 374 m.

d) **Đ** Vận tốc tức thời của chuyển động có phương trình $v(t) = 3t^2 - 6t + 7$ là một parabol, có đỉnh $S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow S(1;4)$ và hệ số $a = 3 > 0$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $t = 1$.

Vậy tại thời điểm $t = 1$ thì vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 m/s.

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c sai	d đúng
--------	-------	-------	--------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 7x - 11$. Trong đoạn $[0; 2025]$, bất phương trình $f'(x) \geq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên? **Đáp án:**

7			
---	--	--	--

Lời giải

Ta có $f'(x) = -x^2 + 8x - 7$, do đó $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 8x - 7 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 7$.

Vậy bất phương trình đã cho có 7 nghiệm nguyên thuộc đoạn $[0; 2025]$.

Đáp án:

7			
---	--	--	--

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{3x}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có dạng $y = ax + b$. Tính $3a + 6b$ **Đáp án:**

-	3		
---	---	--	--

Lời giải

Ta có $y = f(x) = \frac{-1}{3x^2}, \forall x \neq 0$.

Tọa độ giao điểm của (C) với trục hoành là điểm $(-1; 0)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $(-1; 0)$ là

$$y - 0 = f'(-1)(x + 1) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}(x + 1) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}.$$

Suy ra $a = -\frac{1}{3}; b = -\frac{1}{3}$. Do đó $3a + 6b = -3$.

Đáp án:

-	3		
---	---	--	--

Câu 3. Một vật chuyển động với phương trình $S(t) = 4t^2 + t^3$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $S(t)$ là quãng đường chuyển động tính bằng mét. Tại thời điểm vận tốc của vật bằng 11 m/s thì gia tốc của vật bằng bao nhiêu (m/s²).

Đáp án:

1	4		
---	---	--	--

Lời giải

Ta có $v(t) = S'(t) = 3t^2 + 8t$ và $a(t) = S''(t) = v'(t) = 6t + 8$. (1)

Theo đề bài, ta có $v = 11 \Rightarrow 3t^2 + 8t = 11 \Rightarrow t = 1 (t > 0)$.

Thay $t = 1$ vào (1) ta được $a(1) = 6 \cdot 1 + 8 = 14$.

Vậy tại thời điểm vận tốc của vật bằng 11 m/s thì gia tốc của vật là 14 m/s².

Đáp án:

14			
----	--	--	--

Câu 4. Cân nặng trung bình của một em bé trong độ tuổi từ 0 đến 36 tháng có thể được tính gần đúng bởi hàm số $w(t) = 0,00076t^3 - 0,06t^2 + 1,8t + 8,2$, trong đó t là độ tuổi, được tính bằng tháng và w là cân nặng, được tính bằng pound. Tính

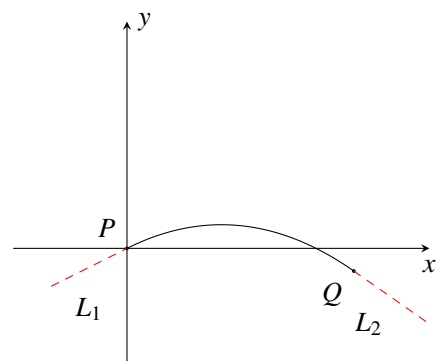
$$f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m > 0 \\ \Delta = m^2 - 4m(3 - m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 5m^2 - 12m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{12}{5}.$$

Suy ra $0 \leq m < \frac{12}{5}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên.

Câu 4. Một kỹ sư thiết kế một đường ray tàu lượn, mà mặt cắt của nó gồm một cung đường cong có dạng parabol, đoạn dốc lên L_1 và đoạn dốc xuống L_2 là những phần đường thẳng có hệ số góc lần lượt là 0,5 và $-0,75$. Để tàu lượn chạy êm và không bị đổi hướng đột ngột, L_1 và L_2 phải là những tiếp tuyến của cung parabol tại các điểm chuyển tiếp P và Q . Giả sử góc tọa độ đặt tại P và phương trình của parabol là $y = ax^2 + bx + c$, trong đó x tính bằng mét.

- Tìm c .
- Tính $y'(0)$ và tìm b .
- Giả sử khoảng cách theo phương ngang giữa P và Q là 40m. Tìm a .
- Tìm chênh lệch độ cao giữa hai điểm chuyển tiếp P và Q .



Lời giải

- Chọn hệ trục tọa độ như hình, đồ thì đi qua gốc tọa độ $P(0;0)$ nên $c = 0$.
- $y' = 2ax^2 + b$ nên $y'(0) = b$.
Do hệ số góc tại P bằng 0,5 nên $y'(0) = 0,5$ hay $b = 0,5$.
- Khoảng cách theo phương ngang giữa P và Q là 40 m nên $x_Q = 40$.
Hệ số góc tại Q bằng $-0,75$ nên $y'(40) = -0,75$ hay $2a \cdot 40^2 + 0,5 = -0,75 \Leftrightarrow a = \frac{-1}{2560}$.
- $y = -\frac{1}{2560}x^2 + \frac{1}{2}x$.
 $y_Q = y(40) = \frac{155}{8} = 19,375$ m.
Vậy chênh lệch độ cao giữa P và Q là 19,375 m.

—Hết—

. ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 3, tương ứng là

- A.** $y = 7x + 13$. **B.** $y = -7x + 30$. **C.** $y = 3x + 9$. **D.** $y = -x - 2$.

Lời giải

Ta có $x = 3 \Rightarrow y = 9$.

$$y' = \frac{-7}{(x-2)^2} \Rightarrow y'(3) = -7.$$

Phương trình tiếp tuyến tương ứng là

$$y = -7(x-3) + 9 \Leftrightarrow y = -7x + 30.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \tan x$ là

- A.** $y'' = 2 \tan x (1 - \tan^2 x)$. **B.** $y'' = 2 \tan x (1 + \tan^2 x)$.
C. $y'' = -2 \tan x (1 - \tan^2 x)$. **D.** $y'' = -2 \tan (1 + \tan^2 x)$.

Lời giải

$$y' = \tan^2 x + 1; \quad y'' = 2 \tan x \cdot (\tan x)' = 2 \tan x \cdot (\tan^2 x + 1).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Số gia Δy của hàm số $y = x^2 + 2x - 5$ tại điểm $x_0 = 1$ là

- A.** $(\Delta x)^2 - 4\Delta x$. **B.** $(\Delta x)^2 + 4\Delta x$. **C.** $(\Delta x)^2 - 2\Delta x$. **D.** $(\Delta x)^2 + 2\Delta x - 5$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \Delta y &= f(1 + \Delta x) - f(1) = (1 + \Delta x)^2 + 2(1 + \Delta x) - 5 + 2 \\ &= (\Delta x)^2 + 4\Delta x. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x} + x$ tại điểm $x_0 = 4$ là

- A.** $y'(4) = \frac{9}{2}$. **B.** $y'(4) = 6$. **C.** $y'(4) = \frac{3}{2}$. **D.** $y'(4) = \frac{5}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1.$$

$$\text{Vậy } y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 1 = \frac{5}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$.

- A. $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$. B. $y' = \frac{2}{(x-1)^2}$. C. $y' = \frac{3}{(x-1)^2}$. D. $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Tính đạo hàm cấp 2 của hàm số $y = 2x - \sin x$.

- A. $y'' = \sin x$. B. $y'' = 2 + \sin x$. C. $y'' = \cos x$. D. $y'' = 2 - \sin x$.

Lời giải

Ta có $y' = 2 - \cos x \Rightarrow y'' = \sin x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Với $x > 0$, hàm số $y = \ln x$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y' = -\frac{1}{x^2}$. C. $y' = -\frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Ta có $y' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 1$. Giá trị của $f''(-1)$ bằng

- A. 6. B. 16. C. -16. D. -2.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 8x^3 - 8x$, $f''(x) = 24x^2 - 8$.

Vậy $f''(1) = 16$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan 3x$.

- A. $y' = \frac{3}{\cos^2 3x}$. B. $y' = \frac{-3}{\cos^2 3x}$. C. $y' = \frac{-3}{\sin^2 3x}$. D. $y' = \frac{1}{\cos^2 3x}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{3}{\cos^2 3x}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1; \frac{1}{3}\right)$ là

- A. $y = 3x - 2$. B. $y = -3x + 2$. C. $y = x - \frac{2}{3}$. D. $y = -x + \frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 + 2x - 2$ và $y'(1) = 1 + 2 - 2 = 1$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1; \frac{1}{3}\right)$ là

$$y = y'(1)(x - 1) + \frac{1}{3} = x - 1 + \frac{1}{3} = x - \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A.** Không tồn tại. **B.** $f'(0) = \frac{1}{16}$. **C.** $f'(0) = \frac{1}{4}$. **D.** $f'(0) = \frac{1}{32}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{3 - \sqrt{4-x}}{4} - \frac{1}{4}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4-x}}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - (4-x)}{4x(2 + \sqrt{4-x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4(2 + \sqrt{4-x})} = \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

Vậy $f'(0) = \frac{1}{16}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 12. Phương trình chuyển động của một chất điểm được biểu thị bởi công thức $s(t) = 4 - 2t + 4t^2 + 2t^3$, trong đó $t > 0$ và t tính bằng giây (s), $s(t)$ tính bằng mét (m). Tìm gia tốc a của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (s).

- A.** $a = 68 \text{ m/s}^2$. **B.** $a = 115 \text{ m/s}^2$. **C.** $a = 100 \text{ m/s}^2$. **D.** $a = 225 \text{ m/s}^2$.

Lời giải

Theo ứng dụng đạo hàm của hàm số ta có $v(t) = s'(t) = -2 + 8t + 6t^2$ và $a(t) = v'(t) = 8 + 12t$.

Vậy gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (s) là $a(5) = 68 \text{ m/s}^2$.

Chọn đáp án **A** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x - 3}$. Khi đó

- a)** $y'(1) = \frac{3}{2}$.
- b)** Tổng các nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng -6 .
- c)** Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; -\frac{3}{2}\right)$.
- d)** $y'(1) < y'(2)$.

Lời giải

$$y' = \frac{(x^2 + 1)'(x - 3) - (x - 3)'(x^2 + 1)}{(x - 3)^2} = \frac{2x(x - 3) - 1(x^2 + 1)}{(x - 3)^2} = \frac{x^2 - 6x - 1}{(x - 3)^2}.$$

- a) **S** Sai. Vì $y'(1) = -\frac{3}{2}$.
- b) **S** Sai. Tổng các nghiệm của phương trình $y' = 0$ bằng 6.
- c) **Đ** Đúng. Vì $y'(1) = -\frac{3}{2}$.
- d) **S** Sai. $y'(1) = -1 > y'(2) = -9$.

Chọn đáp án

a sai	b sai	c đúng	d sai
-------	-------	--------	-------

Câu 2. Cho đồ thị hàm số (C): $y = -2x^4 + x^2 + 3$. Biết rằng Δ là tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(1; 2)$.

- a) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là $\Delta: y = -6x + 8$.
- b) Hệ số góc của tiếp tuyến là -6 .
- c) Tiếp tuyến Δ cắt trục tung tại điểm $M(0; -8)$.
- d) Tiếp tuyến Δ cắt trục hoành tại điểm $N(1; 0)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -8x^3 + 2x \Rightarrow y'(1) = -6$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -2x^4 + x^2 + 3$ tại điểm $M(1; 2)$ là

$$\Delta: y = -6(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = -6x + 8.$$

- a) **Đ** Đúng vì phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là $\Delta: y = -6x + 8$.
- b) **Đ** Đúng vì hệ số góc của tiếp tuyến $y'(1) = -6$.
- c) **S** Sai vì thay $M(0; -8)$ vào Δ ta có $-8 = -6 \cdot 0 + 8$ (vô lí).
- d) **S** Sai vì thay $N(1; 0)$ vào Δ ta có $0 = -6 \cdot 1 + 8$ (vô lí).

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d sai
--------	--------	-------	-------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $f(x) = \sqrt{x^3 + 1} - 3x^2 + 5ax - 2$. Tìm a để $f'(2) = -5$. **Đáp án:**

1			
---	--	--	--

Lời giải

Ta có $f'(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3 + 1}} - 6x + 5a$.

Do $f'(2) = -5 \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 2^2}{2\sqrt{2^3 + 1}} - 6 \cdot 2 + 5a = -5 \Leftrightarrow a = -1$.

Đáp án:

1

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$. Biết rằng $y' = \frac{ax^2 + bx + 2}{(x^2 - x + 1)^2}$. Giá trị của $a^2 + b$

bằng

Đáp án:

Lời giải

Ta có $y' = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 - x + 1)^2}$. Suy ra $a = -2$ và $b = 0$, do đó $a^2 + b = 4$

Đáp án: □

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{9}{x}$ có đồ thị là (C). Biết tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(3;3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Tính diện tích tam giác đó.

Đáp án:

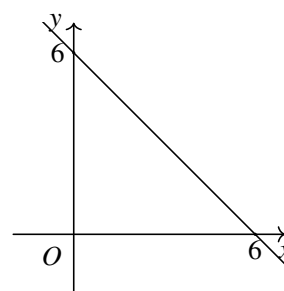
Lời giải

Ta có $y' = -9 \cdot \frac{1}{x^2}$, hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm M là

$$y'(3) = -\frac{9}{3^2} = -1.$$

Phương trình tiếp tuyến (Δ) với (C) tại tiếp điểm M là

$$y - 3 = -1(x - 3) \Leftrightarrow y = -x + 6.$$



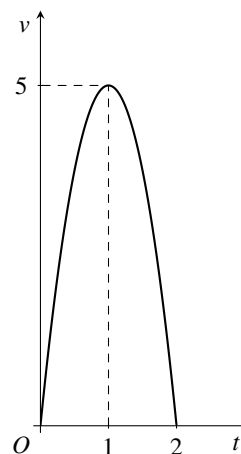
Biết (Δ) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm $A(6;0)$, $B(0;6)$ nên diện tích tam giác OAB vuông tại O bằng

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18 \text{ (đơn vị diện tích).}$$

Đáp án: □

Câu 4. Một vật chuyển động với vận tốc v (m/s) phụ thuộc thời gian t (s) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I(1;5)$ như hình vẽ bên. Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 1,5$ (s) bằng bao nhiêu?

Đáp án:



Lời giải

Giả sử đường parabol đi qua gốc tọa độ có dạng $y = at^2 + bt$.

Vì parabol đi qua các điểm $(2;0)$ và $(1;5)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10. \end{cases}$$

Vậy $v(t) = -5t^2 + 10t$, suy ra $a(t) = v'(t) = -10t + 10$.

Tại $t = 1,5$ (s) thì $a(1,5) = -10 \cdot 1,5 + 10 = -5$ (m/s²).

Đáp án: -5 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

- a) $y = (2x^3 + 3)^2$; b) $y = \cos 3x$; c) $y = \log_2(x^2 + 2)$.

Lời giải

a) $y = (2x^3 + 3)^2$.

Đặt $u = 2x^3 + 3$ thì $y = u^2$. Ta có $u'_x = 6x$ và $y'_u = 2u$.

Suy ra $y'_x = y'_u \cdot u'_x = 2u \cdot 6x = 2(2x^3 + 3) \cdot 6x = 12x(2x^3 + 3)$.

Vậy $y' = 12x(2x^3 + 3)$.

b) $y = \cos 3x$.

Đặt $u = 3x$ thì $y = \cos u$. Ta có $u'_x = 3$ và $y'_u = -\sin u$.

Suy ra $y'_x = y'_u \cdot u'_x = (-\sin u) \cdot 3 = (-\sin 3x) \cdot 3 = -3 \sin 3x$.

Vậy $y' = -3 \sin 3x$.

c) $y = \log_2(x^2 + 2)$.

Đặt $u = x^2 + 2$ thì $y = \log_2 u$. Ta có $u'_x = 2x$ và $y'_u = \frac{1}{u \ln 2}$.

Suy ra $y'_x = y'_u \cdot u'_x = \frac{1}{u \ln 2} \cdot 2x = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 2} \cdot 2x = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 2}$.

Vậy $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 2}$.

Câu 2. Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ song song với đường thẳng $y = -3x - 2$. Tìm tung độ giao điểm của Δ với trục tung.

Lời giải

Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 3$.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm.

Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -3x - 2$ nên

$$y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 6x_0 - 3 = -3 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 6x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2. \end{cases}$$

- Với $x_0 = 0$ thì $y_0 = -2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị là $y = -3x - 2$ (không thỏa mãn vì tiếp tuyến này trùng với đường thẳng đã cho).

- Với $x_0 = 2$ thì $y_0 = -4$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị là $y = -3x + 2$.

Vậy $\Delta: y = -3x + 2$. Do đó tung độ giao điểm của Δ với trục tung bằng 2.

Câu 3. Dân số (tính theo nghìn người) của một thành phố được cho bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$, trong đó t (được tính bằng năm) là khoảng thời gian kể từ năm 2015. Tìm tốc độ tăng dân số trong năm 2025 của thành phố đó.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thành phố đó (tính bằng nghìn người/ năm), ta có $f'(t) = \frac{120}{(t + 5)^2}$.

Từ năm 2015 đến năm 2025 nghĩa là $t = 10$.

Vậy tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 10$ là $f'(10) = \frac{120}{(10 + 5)^2} = \frac{8}{15} \approx 0,533$ (nghìn người/năm).

Câu 4. Biết hàm số $y = f(x) - f(3x)$ liên tục trên và có đạo hàm cấp hai với mọi $x \in \mathbb{R}$, biết $y''(3) = 5$, $y''(1) = 10$. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $g(x) = f(x) - f(9x)$ tại $x = 1$.

Lời giải

Đặt $h(x) = f(x) - f(3x)$; $g(x) = f(x) - f(9x)$.

Ta có $h'(x) = f'(x) - 3f'(3x) \Rightarrow h''(x) = f''(x) - 9f''(3x)$;

$g'(x) = f'(x) - 9f'(9x) \Rightarrow g''(x) = f''(x) - 81f''(9x) \Rightarrow g''(1) = f''(1) - 81f''(9)$.

Ta có
$$\begin{cases} h''(3) = f''(3) - 9f''(9) = 5 \Leftrightarrow 9f''(3) - 81f''(9) = 45 & (1) \\ h''(1) = f''(1) - 9f''(3) = 10. & (2) \end{cases}$$

Cộng từng vế (1) và (2) suy ra $g''(1) = f''(1) - 81f''(9) = 55$.

—Hết—

Câu 6. Cho hàm số $y = x^2 - x + 2$. Tính $y'(1)$.

- A. $y'(1) = -1$. B. $y'(1) = 1$. C. $y'(1) = 2$. D. $y'(1) = 0$.

Lời giải

$$y' = 2x - 1 \Rightarrow y'(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 - x^2)$ là

- A. $\frac{2x}{x^2 - 1}$. B. $\frac{-2x}{x^2 - 1}$. C. $\frac{1}{1 - x^2}$. D. $\frac{1}{x^2 - 1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{(1 - x^2)'}{1 - x^2} = \frac{-2x}{1 - x^2} = \frac{2x}{x^2 - 1}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Hàm số $y = 2^{2x}$ có đạo hàm là

- A. $y' = 2^{2x} \ln 2$. B. $y' = 2^{2x+1} \ln 2$. C. $y' = 2^{2x-1}$. D. $y' = 2x \cdot 2^{2x-1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = (2x)' \cdot 2^{2x} \ln 2 = 2 \cdot 2^{2x} \ln 2 = 2^{2x+1} \ln 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

- A. $y + 16 = -9(x + 3)$. B. $y = -9(x + 3)$.
C. $y - 16 = -9(x - 3)$. D. $y - 16 = -9(x + 3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = x^2 + 6x.$$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Do tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$ nên

$$y'(x_0) = -9 \Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 + 9 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -3.$$

$$\text{Khi đó, } y_0 = y(-3) = 16.$$

$$\text{Vậy } y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = -9(x + 3) + 16 \text{ hay } y - 16 = -9(x + 3).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Công thức tính đạo hàm của hàm số tại điểm x_0 là

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$.
C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$. D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$.

Lời giải

Theo định nghĩa $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{5}{(x+1)^2}$. **B.** $y' = \frac{-5}{(x+1)^2}$. **C.** $y' = \frac{5}{x+1}$. **D.** $y' = \frac{-5}{x+1}$.

Lời giải

$$y' = \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)' = \frac{(2x-3)'(x+1) - (x+1)'(2x-3)(x+1)^2}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2(x+1) - (2x-3)}{(x+1)^2} = \frac{2x+2-2x+3}{(x+1)^2} = \frac{5}{(x+1)^2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 12. Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{-2}{3\sqrt[3]{x^2}}$. **B.** $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$. **C.** $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}}$. **D.** $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(\sqrt[3]{u})' = \frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$ ta có $(\sqrt[3]{x^2})' = \frac{(x^2)'}{3\sqrt[3]{x^4}} = \frac{2x}{3x\sqrt[3]{x}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{2x+1}$ có đồ thị là (C). Khi đó

- a) $y'(0) = 7$.
- b) Đồ thị của hàm số y' đi qua điểm $A\left(1; \frac{7}{3}\right)$.
- c) $y'(1) < y'(2)$.
- d) Điểm M thuộc (C) có hoành độ $x_0 = 0$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng $y = 7x + 2024$.

Lời giải

$$y' = \frac{(x-3)'(2x+1) - (2x+1)'(x-3)}{(2x+1)^2} = \frac{2x+1-2(x-3)}{(2x+1)^2} = \frac{7}{(2x+1)^2}.$$

- a) **(Đ)** Đúng. Vì $y'(0) = 7$.
- b) **(S)** Sai. Vì $y'(1) = \frac{7}{9} \neq \frac{7}{3}$.
- c) **(S)** Sai. $y'(1) = \frac{7}{9} > y'(2) = \frac{7}{25}$.
- d) **(Đ)** Đúng. Vì ta có $y'(0) = 7$.

Chọn đáp án a đúng b sai c sai d đúng □

Câu 2. Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ m, với t là thời gian tính bằng giây. Khi đó

- a) $s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$.
- b) $s''(t) = 16\pi^2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$.
- c) Vận tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5$ s là $s'(5) = 6,505$ m/s.
- d) Gia tốc của vật tại thời điểm khi $t = 5$ s là $s''(5) \approx 152,533$ m/s².

Lời giải

- a) **D** Đúng. Vì ta có $s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$.
- b) **S** Sai. Vì ta có $s'(t) = -8\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ và $s''(t) = -16\pi^2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$.
- c) **D** Đúng. Vì vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ s là $s'(5) = -8\pi \sin\left(10\pi - \frac{\pi}{12}\right) \approx 6,505$ (m/s).
- d) **S** Sai. Vì gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ s là $s''(5) = -16\pi^2 \cos\left(10\pi - \frac{\pi}{12}\right) \approx -152,533$ (m/s²).

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d sai □

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sin 3x}{3} + \cos x - \sqrt{3}\left(\sin x + \frac{\cos 3x}{3}\right)$. Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ của phương trình $f'(x) = 0$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)? **Đáp án:** ,

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{3 \cos 3x}{3} - \sin x - \sqrt{3}\left(\cos x - \frac{3 \sin 3x}{3}\right) = \cos 3x - \sin x - \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x) \\ &= (\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x) - (\sqrt{3} \cos 3x + \sin x) = 2 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \\ &= 4 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right). \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x - \frac{\pi}{12} = k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Do $x \in [0; \pi]$ nên suy ra $x \in \left\{\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{12}; \frac{5\pi}{8}\right\}$.

Tổng các nghiệm là $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{8} \approx 2,6$.

Đáp án: □

Câu 2. Có bao nhiêu phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 2$, biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $\Delta : x + 6y + 6 = 0$? **Đáp án:**

2			
---	--	--	--

Lời giải

- $y' = 3x^2 + 3$
- Đường thẳng $\Delta : y = -\frac{1}{6}x - 1$ có hệ số góc $k = -\frac{1}{6}$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.
Ta có $y'(x_0) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow (3x_0^2 + 3) \left(-\frac{1}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -1 \end{cases}$.
- Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 6 \Rightarrow M(1; 6)$. Tiếp tuyến tại M là: $\Delta_1 : y = 6x$.
- Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2 \Rightarrow M(-1; -2)$. Tiếp tuyến tại M là: $\Delta_2 : y = 6x + 4$.

Đáp án:

2

 □

Câu 3. Dân số P (tính theo nghìn người) của một thành phố nhỏ được cho bởi công thức $P(t) = \frac{500t}{t^2 + 9}$, trong đó t là thời gian được tính bằng năm. Tìm tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 12$. (Kết quả làm tròn đến hằng phần mười).

Đáp án:

-	2	,	9
---	---	---	---

Lời giải

Ta có $P'(t) = \frac{500(t^2 + 9) - 500t \cdot 2t}{(t^2 + 9)^2} = \frac{-500t^2 + 4500}{(t^2 + 9)^2}$.

Tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 12$ là

$$P'(12) = \frac{-500 \cdot 12^2 + 4500}{(12^2 + 9)^2} \approx -2,9 \text{ (nghìn người/năm)}.$$

Đáp án:

-2,9

 □

Câu 4. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$ có đồ thị là (C) . Tìm hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến tại một điểm M trên đồ thị (C) .

Đáp án:

1	2		
---	---	--	--

Lời giải

Gọi điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tọa độ tiếp điểm và $y' = -3x^2 + 6x + 9$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm M là $y'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0 + 9$.

Ta thấy, hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm M là một hàm số có đồ thị là một parabol, có đỉnh $S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow S(1; 12)$ và hệ số $a = -3 < 0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất bằng 12 tại $x_0 = 1$.

Vậy hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến là $y'(1) = 12$.

Đáp án:

12

 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau

- a) $y = (1 - x)(1 - 2x)(1 - 3x);$ b) $y = (x + \sqrt{x})(x^2 + x + 1);$
 c) $y = x^2(x + 4)^3;$ d) $y = \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x^2}\right);$
 e) $y = (x^3 + 3x)(2 - x).$

Lời giải

a) Ta có

$$\begin{aligned} y &= (1 - x)(1 - 2x)(1 - 3x) \\ &= (1 - 3x + 2x^2)(1 - 3x) \\ &= 1 - 3x - 3x + 9x^2 + 2x^2 - 6x^3 \\ &= 1 - 6x + 11x^2 - 6x^3. \end{aligned}$$

Suy ra $y' = -6 + 22x - 18x^2.$

b) Ta có $y = (x + \sqrt{x})(x^2 + x + 1) = x^3 + x^2 + x - x^2\sqrt{x} - x\sqrt{x} - \sqrt{x}.$

Suy ra $y' = 3x^2 + 2x + 1 - \frac{5}{2}\sqrt{x^3} - \frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}.$

c) Ta có $y = x^2(x + 4)^3 = x^2(x^3 + 12x^2 + 48x + 64) = x^5 + 12x^4 + 48x^3 + 64x^2.$

Suy ra $y' = 5x^4 + 48x^3 + 144x^2 + 128x.$

d) Ta có $y = \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x^2}\right) = x - \frac{1}{x^2} - 1 + \frac{1}{x^3} \Rightarrow y' = 1 + \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4}.$

e) Ta có $y = (x^3 + 3x)(2 - x) = 2x^3 - x^4 + 6x - 3x^2 \Rightarrow y' = 6x^2 - 4x^3 + 6 - 6x.$

Câu 2. Cho hàm số $P(x) = ax^2 + bx + 3$, (a, b là các hằng số). Tìm a, b biết $P'(1) = 0$, $P''(1) = -2$.

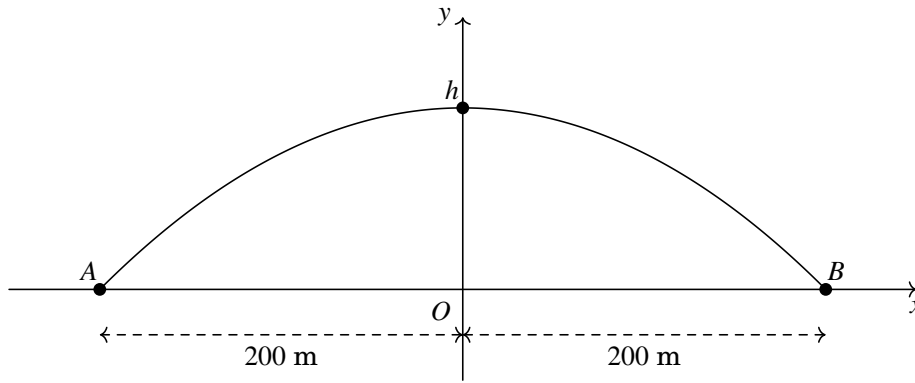
Lời giải

$P'(x) = 2ax + b, P''(x) = 2a.$

Giải hệ $\begin{cases} 2a \cdot 1 + b = 0 \\ 2a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2. \end{cases}$

Vậy $a = -1, b = 2.$

Câu 3. Người ta xây một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400 m (hình bên dưới). Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang như hình dưới đây). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm AB . Tia Ox trùng với tia OB , tia Oy vuông góc với tia Ox tại O .

Khi đó ta có $A(-200; 0)$, $B(200; 0)$.

Gọi chiều cao giới hạn của cầu là h ($h > 0$), suy ra đỉnh cầu có tọa độ $(0; h)$.

Ta tìm được phương trình parabol của cầu là $y = -\frac{h}{200^2}x^2 + h$.

Ta có $y' = -\frac{2h}{200^2}x$.

Suy ra hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu là $k = y' = -\frac{2h}{200^2}x$ với $-200 \leq x \leq 200$.

Do đó, $|k| = \left| -\frac{2h}{200^2}x \right| = \frac{2h}{200^2} \cdot |x| \leq \frac{2h}{200^2} \cdot 200 = \frac{h}{100}$.

Vì độ dốc của mặt cầu không quá 10° nên ta có $\frac{h}{100} \leq \tan 10^\circ \Leftrightarrow h \leq 17,6$.

Vậy chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu tới mặt đường là 17,6 m.

—Hết—

. ĐỀ SỐ 4

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^3$ bằng

- A.** $y' = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$. **B.** $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.
C. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$. **D.** $y' = 6\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

Lời giải

Ta có $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2\left(2x + \frac{2}{x^2}\right) = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Khi đó $y''(x)$ bằng

- A.** $y'' = \frac{1}{2} \cos 2x$. **B.** $P = 2 \sin 2x$. **C.** $y'' = 2 \cos 2x$. **D.** $y'' = 2 \cos x$.

Lời giải

Ta có $y' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$ và $y'' = 2 \cos 2x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2$ và $f''(x) = 6x$.

Vậy $f''(1) = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

- A.** $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$. **B.** $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$. **C.** $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$. **D.** $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{5}{(x+2)^2}$ và $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có hệ số góc bằng

- A.** 5. **B.** $-\frac{1}{5}$. **C.** -5. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$.

Ta có $f'(x) = \frac{-5}{(2x-3)^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là

$$f'(-1) = \frac{-5}{(2 \cdot (-1) - 3)^2} = \frac{-1}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = x^4 - 8x^2 + 9$ tại điểm M có hoành độ bằng -1 .

- A.** $y = 12x + 14$. **B.** $y = 12x - 14$. **C.** $y = 12x + 10$. **D.** $y = -20x - 22$.

Lời giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 16x \Rightarrow y'(-1) = 12.$$

$$M(-1; y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = 2.$$

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(-1; 2)$ có phương trình là

$$y = y'(-1)(x + 1) + 2 \Rightarrow y = 12x + 14.$$

Vậy tiếp tuyến cần tìm có phương trình là $y = 12x + 14$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A.** $(2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x} \ln 2$. **B.** $2^{x^2-3x} \ln 2$.
C. $(2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x}$. **D.** $(x^2 - 3x) \cdot 2^{x^2-3x+1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = (x^2 - 3x)' \cdot 2^{x^2-3x} \ln 2 = (2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x} \ln 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ là

- A.** $y' = -4x^3 + 8x$. **B.** $y' = 4x^2 - 8x$. **C.** $y' = 4x^3 - 8x$. **D.** $y' = -4x^2 + 8x$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = (x^4 - 4x^2 - 3)' = 4x^3 - 8x.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 9. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

- A.** $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$. **B.** $(2x - 1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.
C. $(x^2 - x) \cdot 2^{x^2-x-1}$. **D.** $(2x - 1) \cdot 2^{x^2-x}$.

Lời giải

Ta có $y' = (x^2 - x)' \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2 = (2x - 1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x^2+1}-1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

- A.** 2. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2+1}-1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{x^2(\sqrt{4x^2+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{\sqrt{4x^2+1}+1} = 2.$$

Vậy $f'(0) = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

- A.** $-\frac{8}{27}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{8}{27}$. **D.** $-\frac{4}{27}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = \frac{-2}{(2x-1)^2}$ và $f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}$.

Vậy $f''(-1) = -\frac{8}{27}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 12. Một chất điểm chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là:

- A.** 12 m/s². **B.** 17 m/s². **C.** 24 m/s². **D.** 14 m/s².

Lời giải

Ta có vận tốc của chuyển động $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 5$.

Gia tốc của chuyển động $a(t) = v'(t) = 6t - 6$.

Khi $t = 3$, ta được $a(3) = 12$ m/s².

Chọn đáp án **(A)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-x^2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a)** $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$. **b)** $y'' = \frac{-1}{(\sqrt{2x-x^2})^3}$.

c) $y^3 \cdot y'' = 1$. d) $y' + (x^3 - 2x^2) \cdot y'' = -\frac{1}{y}$.

Lời giải

a) **Đ** Đúng. Ta có $y' = (\sqrt{2x-x^2})' \Leftrightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{2x-x^2}} \cdot (2x-x^2)' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$.

b) **Đ** Đúng vì

$$\begin{aligned} y'' &= \frac{(1-x)' \cdot \sqrt{2x-x^2} - (\sqrt{2x-x^2})' \cdot (1-x)}{(\sqrt{2x-x^2})^2} \\ &= \frac{-\sqrt{2x-x^2} - \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \cdot (1-x)}{(\sqrt{2x-x^2})^2} \\ &= \frac{-(2x-x^2) - (1-x)^2}{\sqrt{2x-x^2} \cdot (\sqrt{2x-x^2})^2} \\ &= \frac{-1}{(\sqrt{2x-x^2})^3}. \end{aligned}$$

c) **S** Sai vì $y^3 \cdot y'' = (\sqrt{2x-x^2})^3 \cdot \frac{-1}{(\sqrt{2x-x^2})^3} = -1$.

d) **Đ** Đúng vì

$$y' + (x^3 + 2x^2) \cdot y'' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} + (x^3 - 2x^2) \cdot \frac{-1}{(\sqrt{2x-x^2})^3} = -\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} = -\frac{1}{y}.$$

Chọn đáp án

a đúng	b đúng	c sai	d đúng
--------	--------	-------	--------

 □

Câu 2. Vị trí của một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 3t$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét.

- a) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 3$ bằng 3 m/s.
- b) Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 2$ bằng 1,5 m/s².
- c) Vận tốc của vật tăng dần trong khoảng thời gian từ giây thứ 3 đến giây thứ 5.
- d) Trong thời gian từ giây thứ 1 đến giây thứ 4, vật có vận tốc nhỏ nhất bằng 1 m/s.

Lời giải

a) **Đ** Đúng. Ta có $v(t) = s'(t) = t^2 - 3t + 3$.

Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = s'(3) = 3^2 - 3 \cdot 3 + 3 = 3$ m/s.

b) **S Sai.** Ta có $a(t) = v'(t) = 2t - 3$.

Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 2$ là $a(2) = v'(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1 \text{ m/s}^2$.

c) **D Đúng.** Ta có $v(t) = \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$.

Bảng biến thiên

t	3	5
$v'(t)$	+	
$v(t)$	3	13

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy vận tốc của vật tăng dần trong khoảng thời gian từ giây thứ 3 đến giây thứ 5.

d) **S Sai.** Ta có $a(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$.

Bảng biến thiên

t	1	$\frac{3}{2}$	4
$a'(t)$	-	0	+
$v(t)$	1	$\frac{3}{4}$	7

Dựa vào bảng biến thiên, trong thời gian từ giây thứ 1 đến giây thứ 4, vật có vận tốc nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4} \text{ m/s}$.

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d sai

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -\log_2 x$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ có dạng $y = ax + b$. Tính $a + b$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Đáp án:

Lời giải

Theo giả thiết, ta có $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -1$, gọi điểm $M(2; -1)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có $y' = (-\log_2 x)' = -\frac{1}{x \ln 2}$ nên tiếp tuyến của đồ thị tại điểm M có hệ số góc là

$$y'(2) = \frac{-1}{2 \ln 2}.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị đã cho tại điểm M là

$$y + 1 = \frac{-1}{2 \ln 2}(x - 2) \Leftrightarrow y = \frac{-1}{2 \ln 2}x + \frac{1}{\ln 2} - 1.$$

Đáp án:

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2 \cdot g(x) + 36x = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Tính $A = 3f(2) + 4f'(2)$.

Đáp án:

1	0		
---	---	--	--

Lời giải

Theo giả thiết, ta có

$$f^3(2-x) - 2f^2(2+3x) + x^2 \cdot g(x) + 36x = 0, \forall x \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Cho $x = 0$, ta được

$$f^3(2) - 2f^2(2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2) = 0 \\ f(2) = 2. \end{cases} \tag{2}$$

Đạo hàm hai vế của (1), ta được

$$-3f^2(2-x) \cdot f'(2-x) - 12f(2+3x) \cdot f'(2+3x) + 2x \cdot g(x) + x^2 \cdot g'(x) + 36 = 0, \forall x \in \mathbb{R}. \tag{3}$$

Cho $x = 0$, ta được

$$-3f^2(2) \cdot f'(2) - 12f(2) \cdot f'(2) + 36 = 0 \Leftrightarrow -3f(2) \cdot f'(2) [f(2) + 4] + 36 = 0. \tag{4}$$

Từ (4) suy ra $f(2) \neq 0, f'(2) \neq 0$. Do đó, từ (2), ta được $f(2) = 2$. Khi đó, (4) trở thành

$$-3 \cdot 2 \cdot (2+4)f'(2) + 36 = 0 \Leftrightarrow f'(2) = 1.$$

Vậy $A = 3f(2) + 4f'(2) = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 10$.

Đáp án:

10

 □

Câu 3. Nhiệt độ cơ thể của một người trong thời gian bị bệnh được cho bởi công thức $T(t) = -0,1t^2 + 1,2t + 98,6$, trong đó T là nhiệt độ (tính theo đơn vị đo Fahrenheit) tại thời điểm t (tính theo ngày). Tìm tốc độ thay đổi nhiệt độ ở thời điểm $t = 2$.

Đáp án:

0	,	8	
---	---	---	--

Lời giải

Đạo hàm của hàm số T biểu thị tốc độ thay đổi của nhiệt độ.

Ta có $T'(t) = -0,2t + 1,2$.

Vậy tốc độ thay đổi nhiệt độ tại thời điểm $t = 2$ là $T'(2) = -0,2 \cdot 2 + 1,2 = 0,8^\circ F/\text{ngày}$.

Đáp án:

0,8

 □

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2; 1)$. Diện tích tam giác được tạo bởi Δ và các trục tọa độ bằng bao nhiêu?

Đáp án:

4	,	5	
---	---	---	--

Lời giải

- $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.
- Tại $x_0 = 2$. Suy ra $y'(2) = -1$.
- Phương trình tiếp tuyến Δ là $y = -(x-2) + 1 \Leftrightarrow y = -x + 3$.
- Tiếp tuyến Δ cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại $A(3;0), B(0;3)$.
- Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{9}{2}$.

Đáp án: 4,5 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Lời giải

Ta có $y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2} \Rightarrow y' = -\frac{3}{(x-2)^2}$ và $y'' = \frac{6}{(x-2)^3}$.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = x(x-1)(x-2) \dots (x-2021)$ tại điểm $x = 0$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)(x-2) \dots (x-2021)}{x}; \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (x-1)(x-2) \dots (x-2021) = (-1) \cdot (-2) \dots (-2021) = -2021!. \end{aligned}$$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $A(m; 1)$. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tính tổng bình phương các phần tử của tập S .

Lời giải

- Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Ta có $y' = -\frac{1}{(1-x)^2}$ với mọi $x \in \mathcal{D}$.
- Gọi Δ là tiếp tuyến đi qua điểm $A(m; 1)$ của (C) . Điểm $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của Δ và (C) , k là hệ số góc của Δ . Ta có $k = y'(x_0) = -\frac{1}{(1-x_0)^2}$.
- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(x_0; y_0)$ là $y = \frac{-1}{(1-x_0)^2} (x-x_0) + \frac{x_0-2}{1-x_0}$.
- Δ đi qua $A(m; 1)$ nên suy ra

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{-1}{(1-x_0)^2} (m-x_0) + \frac{x_0-2}{1-x_0} \\ \Rightarrow 2x_0^2 - 6x_0 + m + 3 &= 0 \quad (x_0 \neq 1) \quad (1) \end{aligned}$$

- Để có 1 tiếp tuyến qua $A(m; 1)$ thì phương trình (1) có 1 nghiệm $x_0 \neq 1$.
- TH1: Phương trình (1) có nghiệm kép khác 1. Tức là

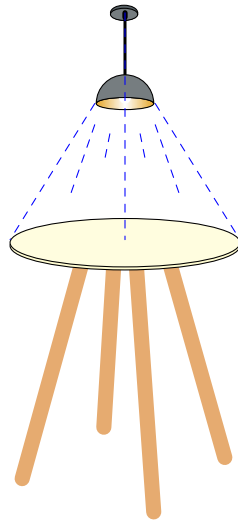
$$\begin{cases} \Delta' = 0 \\ 2 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + m + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 2(m + 3) = 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

- TH2: Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, một nghiệm bằng 1. Tức là

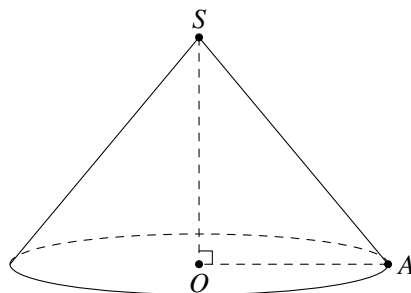
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 2 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + m + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 2(m + 3) > 0 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

- Vậy $S = \left\{1, \frac{3}{2}\right\}$. Suy ra $1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$.

Câu 4. Nhà Nam có một chiếc bàn hình tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$ m. Nam muốn treo một bóng đèn ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng của bóng đèn được biểu thị bởi công thức $C(\ell) = k \cdot \frac{\sin \alpha}{\ell^2}$. Trong đó, α là góc tạo bởi tia sáng (chiếu từ bóng đèn tới mép bàn) và mặt bàn; k là hằng số tỉ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng ($k > 0$); ℓ là khoảng cách từ bóng đèn tới mép bàn. Tính khoảng cách Nam cần treo bóng đèn tính từ mặt bàn.



Lời giải



Gọi S là vị trí treo bóng đèn, O là hình chiếu của S lên mặt bàn, $SA = \ell$ là khoảng cách từ bóng đèn tới mép bàn, $OA = \sqrt{2}$ là bán kính mặt bàn.

Ta có $\sin \alpha = \sin SAO = \frac{h}{\ell} = \frac{\sqrt{\ell^2 - r^2}}{\ell} = \frac{\sqrt{\ell^2 - 2}}{\ell}$, với $\ell > \sqrt{2}$.

Cường độ sáng là $C(\ell) = k \cdot \frac{\ell^2 - 2}{\ell^3} = k \sqrt{\frac{\ell^2 - 2}{\ell^6}}$, với $\ell > \sqrt{2}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{\ell^6}{\ell^2 - 2} &= \ell^4 + 2\ell^2 + 4 + \frac{8}{\ell^2 - 2} \\ &= (\ell^2 - 3)^2 + 11 + 8(\ell^2 - 2) + \frac{8}{\ell^2 - 2} \geq 0 + 11 + 2 \cdot 8 \\ &= 27. \end{aligned}$$

Do đó, giá trị lớn nhất của $\frac{\ell^2 - 2}{\ell^6}$ là $\frac{1}{27}$ khi $\begin{cases} \ell^2 = 3 \\ \ell^2 - 2 = \frac{1}{\ell^2 - 2} \end{cases} \Leftrightarrow \ell = \sqrt{3}$.

Suy ra mép bàn nhận nhiều ánh sáng nhất khi $\frac{\ell^2 - 2}{\ell^6}$ đạt giá trị lớn nhất với $\ell = \sqrt{3}$.

Vậy khoảng cách Nam cần treo bóng đèn tính từ mặt bàn là $h = 1$ m.

—Hết—

. ĐỀ SỐ 5

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \tan x$ là

- A. $y'' = 2 \tan x (1 - \tan^2 x)$. B. $y'' = 2 \tan x (1 + \tan^2 x)$.
 C. $y'' = -2 \tan x (1 - \tan^2 x)$. D. $y'' = -2 \tan (1 + \tan^2 x)$.

Lời giải

$$y' = \tan^2 x + 1; \quad y'' = 2 \tan x \cdot (\tan x)' = 2 \tan x \cdot (\tan^2 x + 1).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $f''(x)$ bằng

- A. $f''(x) = 2 \cos x$. B. $f''(x) = 2 \sin 2x$. C. $f''(x) = \cos 2x$. D. $f''(x) = 2 \cos 2x$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$; $f''(x) = 2 \cos 2x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{1}{1-x}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $y'' + y^3 = 0$. B. $y'' - y^3 = 0$. C. $y'' + 2y^3 = 0$. D. $y'' - 2y^3 = 0$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{1}{(1-x)^2}$, $y'' = \frac{2}{(1-x)^3}$. Suy ra $y'' - 2y^3 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Hàm số $y = -\frac{1}{\sin^2 x}$ là đạo hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \cot x$. C. $y = -\cot x$. D. $y = \frac{1}{\sin x}$.

Lời giải

Ta có $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

- A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$. B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$. C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$. D. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$.

Lời giải

Ta có $y = 3 - \frac{5}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{5}{(x+2)^2}; y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là?

- A. $y = x + 2$. B. $y = -x - 2$. C. $y = -x + 2$. D. $y = -x$.

Lời giải

Ta có $y(0) = \frac{0+2}{0+1} = 2$.

Ta có $y' = -\frac{-1}{(x+1)^2}$. Suy ra $y'(0) = -\frac{1}{(0+1)^2} = -1$.

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là

$$y = y'(0)(x - 0) + y(0) = -1(x - 0) + 2 = -x + 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 7. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = -3 \cos x$ tại điểm $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

- A. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$. B. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$. C. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. D. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

Lời giải

Ta có $y' = 3 \sin x$ và $y'' = 3 \cos x$.

Vậy $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, tính $f'(2)$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}} \Rightarrow f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 9. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = x^3$ tại điểm $M(-2; -8)$ là?

- A. 12. B. -12. C. -192. D. 192.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3x^2$.

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $f(x) = x^3$ tại điểm $M(-2; -8)$ là

$$f'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 = 12.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = (3x - 7)^5$. Tính $f''(2)$.

- A. $f''(2) = 0$. B. $f''(2) = 20$. C. $f''(2) = -180$. D. $f''(2) = 30$.

Do tiếp tuyến Δ song song với đường thẳng d nên $f'(x_0) = -4 \Leftrightarrow 2x_0^3 - 6x_0 = -4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ x_0 = 1. \end{cases}$

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{4043}{2}$. Phương trình tiếp tuyến $y = -4x + \frac{4043}{2}$ (loại) vì trùng d .

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 2020$.

Phương trình tiếp tuyến $y = -4x + 2012$ (nhận).

Chọn đáp án

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{2^x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) $y'(1) = 1$.

b) $y'(2) = -\frac{1}{2}$.

c) $y' \cdot 4^x = \frac{2^x}{x} - (\ln x) \cdot 2^x \cdot \ln 2$.

d) $y'(1) + y(1) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{(\ln x)' \cdot 2^x - \ln x \cdot (2^x)'}{2^{2x}} = \frac{\frac{2^x}{x} - (\ln x) \cdot 2^x \cdot \ln 2}{2^{2x}}$.

a) **S** Sai vì $y'(1) = \frac{1}{2}$.

b) **S** Sai vì $y'(2) = \frac{2 - 4 \cdot (\ln 2)^2}{16} = \frac{1 - 2 \cdot (\ln 2)^2}{8}$.

c) **Đ** Đúng vì $y' \cdot 4^x = \frac{\frac{2^x}{x} - (\ln x) \cdot 2^x \cdot \ln 2}{2^{2x}} \cdot 4^x = \frac{2^x}{x} - (\ln x) \cdot 2^x \cdot \ln 2$.

d) **Đ** Đúng.

Chọn đáp án

a sai	b sai	c đúng	d đúng
-------	-------	--------	--------

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}$ tại điểm $x = \frac{\pi}{6}$ (làm tròn đến phần trăm). Đáp án:

5	,	3	3
---	---	---	---

Lời giải

Ta có

$$y = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{-\cos 2x}{\frac{1}{2} \sin 2x} = -2 \cot 2x.$$

Do đó

$$y' = -2 \frac{-2}{\sin^2 2x} = \frac{4}{\sin^2 2x} \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{16}{3} \approx 5,33.$$

Đáp án:

5,33

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ có đồ thị (C) . Gọi S là tập các giá trị của m sao cho đồ thị (C) có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox . Tổng các phần tử của S là

Đáp án:

Lời giải

- Vì tiếp tuyến song song với trục Ox nên hệ số góc của tiếp tuyến $k = 0$.
- Gọi tiếp điểm là $M(x_0; y_0) \in (C)$, khi đó $y'(x_0) = 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 (y_0 = m - 2) \\ x_0 = \pm 1 (y_0 = m - 3) \end{cases}$.
- Để có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox , cần có một giá trị tung độ $y_0 \neq 0$ và giá trị còn lại bằng 0 (trùng Ox).
- TH1: $m - 2 \neq 0$ và $m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$.
- TH2: $m - 2 = 0$ và $m - 3 \neq 0 \Leftrightarrow m = 2$.
- Vậy $S = \{3; 2\}$.
- Suy ra tổng các giá trị các phần tử của S là $3 + 2 = 5$.

Đáp án:

Câu 3. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Quãng đường vật đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vật đạt vận tốc nhỏ nhất bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Đáp án: ,

Lời giải

Ta có $v = s'(t) = t^2 - 2t + 9 = (t - 1)^2 + 8 \geq 8 \Rightarrow v \geq 8$.
 Do đó vật đạt vận tốc nhỏ nhất bằng 8 khi $t = 1$.
 Vậy quãng đường vật đi được là $s(1) = \frac{1}{3}(1)^3 - (1)^2 + 9 \cdot 1 = \frac{25}{3} \approx 8,33$ m.
 Đáp án:

Câu 4. Dân số của một thị trấn ven biển (tính bằng nghìn người) được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = \frac{300t^2}{t^2 + 4}$, trong đó t là số năm kể từ năm 2020. Tìm tốc độ tăng dân số năm 2028. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Đáp án: ,

Lời giải

Ta có $P'(t) = \frac{600t(t^2 + 4) - 300t^2 \cdot 2t}{(t^2 + 4)^2} = \frac{-2400t}{(t^2 + 4)^2}$.
 Từ năm 2020 đến năm 2028 có $2028 - 2020 = 8$ năm.
 Tốc độ tăng dân số tại thời điểm $t = 8$ là $P'(8) = \frac{-2024 \cdot 8}{(8^2 + 4)^2} = -3,5$ (nghìn người/năm).
 Đáp án:

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = \tan(e^x + 1)$; b) $y = \sqrt{\sin 3x}$; c) $y = \cot(1 - 2^x)$.

Lời giải

Đạo hàm của các hàm số sau là

a) $y' = \frac{(e^x + 1)'}{\cos^2(e^x + 1)} = \frac{e^x}{\cos^2(e^x + 1)}$.

b) $y' = \frac{(\sin 3x)'}{2\sqrt{\sin 3x}} = \frac{3 \cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$.

c) $y' = \frac{(1 - 2^x)'}{\sin^2(1 - 2^x)} = \frac{2^x \ln 2}{\sin^2(1 - 2^x)}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ có đồ thị (C) và điểm $M(-1; 6) \in (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm M .

Lời giải

Ta có $f'(x) = 2x - 2$ nên $f'(-1) = -4$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(-1; 6)$ là

$$y = f'(-1)(x + 1) + 6 \Leftrightarrow y = -4x + 2.$$

Câu 3. Hàm số $S(r) = \frac{1}{r^4}$ có thể được sử dụng để xác định sức cản S của dòng máu có bán kính r (tính theo milimét) (theo Bách khoa toàn thư Y học "Harrison's internal medicine 21st edition"). Tìm tốc độ thay đổi của S theo r khi $r = 0,8$.

Lời giải

Ta có $S'(r) = \left(\frac{1}{r^4}\right)' = (r^{-4})' = -4r^{-5} = \frac{-4}{r^5}$.

Tìm tốc độ thay đổi của S theo r khi $r = 0,8$ là $S'(0,8) \simeq -12,207$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}}$. Tính tổng

$$T = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2023).$$

Lời giải

Tập xác định $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

Ta có $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}} = (\sqrt{x+2} + \sqrt{x}) - (\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}) = \sqrt{x} - \sqrt{x+1}$.

Suy ra $f'(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)$.

Vậy

$$\begin{aligned}T &= f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2023) \\&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2023}} - \frac{1}{\sqrt{2024}} \right) \\&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2024}} \right) \\&= \frac{\sqrt{2024} - 1}{2\sqrt{2024}} \approx 0,49.\end{aligned}$$

—Hết—

. ĐỀ SỐ 6

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

- A. $y = -x - 7$. B. $y = 7x - 14$. C. $y = 7x - 7$. D. $y = -x + 9$.

Lời giải

Với $x_0 = 2$ ta có $y_0 = f(x_0) = 7$.

Và $f'(x) = 3x^2 - 4x + 3 \Rightarrow f'(2) = 7$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = f'(2)(x - 2) + 7 \Leftrightarrow y = 7x - 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$ bằng

- A. $y' = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x - 2)^2}$. B. $y' = \frac{x^2 - 6x + 5}{(x - 2)^2}$. C. $y' = \frac{x^2 - 6x + 4}{(x - 2)^2}$. D. $y' = \frac{x^2 - 6x - 1}{(x - 2)^2}$.

Lời giải

Ta có

$$y' = \frac{(2x - 2)(x - 2) - (x^2 - 2x - 1)}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x - 2)^2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2 - 3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-3x}{\sqrt{2 - 3x^2}}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{2 - 3x^2}}$. C. $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2 - 3x^2}}$. D. $\frac{3x}{\sqrt{2 - 3x^2}}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = (\sqrt{2 - 3x^2})' = \frac{(2 - 3x^2)'}{2\sqrt{2 - 3x^2}} = \frac{-6x}{2\sqrt{2 - 3x^2}} = \frac{-3x}{\sqrt{2 - 3x^2}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \sin x + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{3}$ là

- A. $k = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $k = -\frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $y' = \cos x$.

Khi đó hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \sin x + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{\pi}{3}$ là

$$k = y' \left(\frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$$

Vậy $k = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Cho hàm số $y = x \cos x$. Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

- A. $y'' + y = \sin x + 2x \cos x$. B. $y'' + y = 2 \sin x$.
 C. $y'' + y = -\sin x + x \cos x$. D. $y'' + y = -2 \sin x$.

Lời giải

Ta có $y' = \cos x - x \sin x$ và $y'' = -2 \sin x - x \cos x$.

Khi đó $y'' + y = -2 \sin x - x \cos x + x \cos x = -2 \sin x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x+1} & \text{khi } x > 0 \\ x+1 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào là đúng về đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại $x = 0$?

- A. $f'(0) = -1$. B. $f'(0) = 0$. C. $f'(0) = 1$. D. Không tồn tại.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x+1-1}{x(\sqrt{4x+1}+1)} = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1-1}{x-0} = 1.$$

Do $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ nên $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ không tồn tại.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

- A. $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$. B. $y'' = 5x^4 - 12x^3$.
 C. $y'' = 20x^2 - 36x^3$. D. $y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Lời giải

Ta có $y = x^5 - 3x^4 + x + 1 \Rightarrow y' = 5x^4 - 12x^3 + 1 \Rightarrow y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{2x}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$.

Ta có $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x - x_0}$.
- C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x + x_0}$. D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) + f(x_0)}{x + x_0}$.

Lời giải

Theo định nghĩa đạo hàm ta có $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Hàm số $y = x^2 + x + 1$ có đạo hàm trên \mathbb{R} là

- A. $y' = 3x$. B. $y' = 2 + x$. C. $y' = x^2 + x$. D. $y' = 2x + 1$.

Lời giải

Ta có $y' = (x^2 + x + 1)' = 2x + 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ trên \mathbb{R} là

- A. $y' = -2 \sin 4x$. B. $y' = 2 \sin 4x$. C. $y' = -2 \cos 4x$. D. $y' = 2 \cos 4x$.

Lời giải

Ta có $y' = 2 \sin 2x \cdot (2 \cos 2x) = 4 \sin 2x \cos 2x = 2 \sin 4x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

- A. $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$. B. $y'' = 5x^4 - 12x^3$.
- C. $y'' = 20x^2 - 36x^3$. D. $y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Lời giải

Ta có $y = x^5 - 3x^4 + x + 1 \Rightarrow y' = 5x^4 - 12x^3 + 1 \Rightarrow y'' = 20x^3 - 36x^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

b) Đạo hàm $f'(x) = \frac{-5x + 7}{\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}}$.

c) Đạo hàm của hàm số tại $x_0 = 1$ là $f'(1) = 2$.

d) Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

Lời giải

a) **(Đ)** Điều kiện xác định là $-5x^2 + 14x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{9}{5}$.

Suy ra tập xác định $\mathcal{D} = \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

b) **D** Ta có $f'(x) = \frac{-5x+7}{\sqrt{-5x^2+14x-9}}, \forall x \in \left(1; \frac{9}{5}\right)$.

c) **S** $f'(1)$ không xác định (do $x = 1$ là nghiệm của mẫu của $f'(x)$).

d) **D** $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{-5x+7}{\sqrt{-5x^2+14x-9}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5x+7 < 0 \\ 1 < x < \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{7}{5} < x < \frac{9}{5}$.

Suy ra tập nghiệm là $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

Chọn đáp án a đúng b đúng c sai d đúng

Câu 2. Một vật được phóng theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 20 m/s thì độ cao của nó so với mặt đất (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi công thức $h = -2t^2 + 20t + 22$.

- a) Độ cao ban đầu của vật là 22 mét.
- b) Vận tốc của vật tại thời điểm t là $v(t) = -2t + 20$.
- c) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ s là $v(3) = 8$ m/s.
- d) Tại thời điểm vật chạm đất thì vận tốc của vật là 15 m/s.

Lời giải

- a) **D** Độ cao ban đầu của vật ứng với $t = 0$ là $h = 22$ mét.
- b) **S** Vận tốc của vật tại thời điểm t là $v(t) = h'(t) = -4t + 20$.
- c) **D** Tại thời điểm $t = 3$ thì $v(3) = -4 \cdot 3 + 20 = 8$ m/s.
- d) **S** Tại thời điểm vật chạm đất thì $h = 0 \Rightarrow -2t^2 + 20t + 22 = 0 \Rightarrow t = 11$ s.
 Khi đó vận tốc của vật là $v(11) = -4 \cdot 11 + 20 = -24$ m/s

Chọn đáp án a đúng b sai c đúng d sai

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3$ (kết quả khảo sát trong 12 tháng liên tục). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ mấy? **Đáp án:**

Lời giải

Ta có $f(t) = 35t^2 - \frac{5}{3}t^3 \Rightarrow f'(t) = 70t - 5t^2 (t > 0)$.

Vì $f'(t)$ có đồ thị là một parabol có bề lõm quay xuống nên đạt giá trị cực đại tại $t = -\frac{70}{2 \cdot (-5)} = 7$.

Vậy vào ngày thứ 7 tốc độ truyền bệnh là nhanh nhất.

Đáp án:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{2x + 3}$ có đạo hàm $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(2x + 3)^2}$. Khi đó giá trị của

biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$ bằng

Đáp án:

2	3	6	
---	---	---	--

Lời giải

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^2 + 4x - 1)' \cdot (2x + 3) - (2x + 3)' \cdot (x^2 + 4x - 1)}{(2x + 3)^2} \\ &= \frac{(2x + 4)(2x + 3) - 2(x^2 + 4x - 1)}{(2x + 3)^2} \\ &= \frac{4x^2 + 14x + 12 - 2x^2 - 8x + 2}{(2x + 3)^2} \\ &= \frac{2x^2 + 6x + 14}{(2x + 3)^2}. \end{aligned}$$

$\Rightarrow a = 2; b = 6; c = 14.$

Vậy $P = a^2 + b^2 + c^2 = 236.$

Đáp án:

236

 □

Câu 3. Nhiệt độ T (đơn vị: °C) của một tấm kim loại được làm nguội phụ thuộc vào thời gian t (phút) theo phương trình $T(t) = 100e^{-0.1t} + 20$. Tính tốc độ thay đổi nhiệt độ của tấm kim loại tại thời điểm $t = 5$ phút. Kết quả làm tròn tới hàng phần chục.

Đáp án:

-	6	,	1
---	---	---	---

Lời giải

Ta có $T'(t) = -10e^{-0.1t}$.

Thay $t = 5$ vào $T'(t)$ ta có $T'(5) = -10e^{-0.1 \cdot 5} = -10e^{-0.5} \approx -6,065.$

Đáp án:

-6,1

 □

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^2 e^{-2x}$. Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là bao nhiêu?

Đáp án:

1			
---	--	--	--

Lời giải

$f(x) = x^2 e^{-2x}.$

$f'(x) = 2x \cdot e^{-2x} + (-2x)' \cdot x^2 \cdot e^{-2x} = 2x \cdot e^{-2x} - 2x^2 \cdot e^{-2x} = (2x - 2x^2) e^{-2x}.$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow 2x(1 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $0 + 1 = 1.$

Đáp án:

1

 □

PHẦN 4. Tự luận.

Câu 1. Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = \left(\frac{2x - 1}{x + 2}\right)^5;$

b) $y = \frac{2x}{x^2 + 1};$

c) $y = e^x \cdot \sin^2 x;$

d) $y = \log(x + \sqrt{x})$

Lời giải

a)

$$\begin{aligned} y' &= 5 \cdot \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)' \\ &= 5 \cdot \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^4 \cdot \frac{2(x+2) - (2x-1)}{(x+2)^2} \\ &= 5 \cdot \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^4 \cdot \frac{5}{(x+2)^2} \\ &= 25 \cdot \left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^4 \cdot \frac{1}{(x+2)^2}; \end{aligned}$$

b) $y' = \frac{2(x^2+1) - 2x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2-2x^2}{(x^2+1)^2};$

c) $y' = e^x \cdot \sin^2 x + 2 \cdot e^x \cdot \sin x \cdot \cos x = e^x \cdot (\sin^2 x + \sin 2x);$

d) $y' = \frac{(x+\sqrt{x})'}{(x+\sqrt{x}) \ln 10} = \frac{1+\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(x+\sqrt{x}) \ln 10} = \frac{2\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}(x+\sqrt{x}) \ln 10}.$

Câu 2. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau

a) $y = x^3 - 4x^2 + 2x - 3;$

b) $y = x^2 e^x.$

Lời giải

Đạo hàm cấp 1 của các hàm số sau là

a) $y' = 3x^2 - 8x + 2.$

b) $y' = 2xe^x + x^2 e^x = e^x(2x + x^2).$

Đạo hàm cấp 2 của các hàm số trên là

a) $y'' = 6x - 8.$

b) $y'' = e^x(2x + x^2) + e^x(2 + 2x) = e^x(x^2 + 4x + 2).$

Câu 3. Hàm số $R(v) = \frac{600}{v}$ có thể dùng để xác định nhịp tim R của một người mà tim của người đó có thể lấy đi được 6000 ml máu trên mỗi phút và v ml máu trên mỗi nhịp đập (theo Bách khoa toàn thư Y học "Harrison's internal medicine 21st edition"). Tìm tốc độ thay đổi của nhịp tim khi lượng máu tim đẩy đi ở một nhịp là $v = 80$.

Lời giải

Ta có $R'(v) = -\frac{600}{v^2}.$

Tốc độ thay đổi của nhịp tim khi lượng máu tim đẩy đi ở một nhịp $v = 80$ là $R'(80) = -0,09375.$

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. Tính

$$S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017).$$

Lời giải

Ta có $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Do đó $S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}$.

—Hết—