

1 Giới thiệu về mẫu số liệu ghép nhóm

Mẫu số liệu ghép nhóm là mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số của các nhóm số liệu. Mỗi nhóm số liệu là tập hợp gồm các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định. Nhóm số liệu thường được cho dưới dạng $[a;b)$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.

Nhận xét:

- Mẫu số liệu ghép nhóm được dùng khi ta không thể thu thập được số liệu chính xác hoặc do yêu cầu của bài toán mà ta phải biểu diễn mẫu số liệu dưới dạng ghép nhóm để thuận lợi cho việc tổ chức, đọc và phân tích số liệu.
- Trong một số trường hợp, nhóm số liệu cuối cùng có thể lấy đầu mút bên phải.

2 Ghép nhóm mẫu số liệu

Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Chia miền giá trị của mẫu số liệu thành một số nhóm theo tiêu chí cho trước.

Bước 2: Đếm số giá trị của mẫu số liệu thuộc mỗi nhóm (tần số) và lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm.

Chú ý:

- Độ dài của nhóm $[a;b)$ là $b - a$
- Không nên chia thành quá nhiều nhóm hoặc quá ít nhóm. Các nhóm không giao nhau, các nhóm nên có độ dài như nhau và tổng độ dài các nhóm lớn hơn khoảng biến thiên.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định mẫu số liệu ghép nhóm

Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

- **Bước 1:** Chia miền giá trị của mẫu số liệu thành một số nhóm theo tiêu chí cho trước.
- **Bước 2:** Đếm số giá trị của mẫu số liệu thuộc mỗi nhóm (tần số) và lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm.

Chú ý:

- Độ dài của nhóm $[a;b)$ là $b - a$
- Không nên chia thành quá nhiều nhóm hoặc quá ít nhóm. Các nhóm không giao nhau, các nhóm nên có độ dài như nhau và tổng độ dài các nhóm lớn hơn khoảng biến thiên.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

Bài tập 2: Bảng thống kê sau cho biết thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên (VĐV) trong một giải chạy Marathon.

Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	145
Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2	5

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm sáu nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 3.

Bài tập 3: Một công ty may quần áo đồng phục học sinh cho biết cỡ áo theo chiều cao của học sinh được tính như sau:

Chiều cao (cm)	[150;160)	[160;167)	[167;170)	[170;175)	[175;180)
Cỡ áo	S	M	L	XL	XXL

Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét):

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167	168	168
168	168	169	169	170	171	171	172	172	174			

a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu với các nhóm đã cho ở bảng trên.

b) Công ty may 500 áo đồng phục cho học sinh lớp 11 thì nên may số lượng áo theo mỗi cỡ là bao nhiêu chiếc?

Bài tập 4: Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó.

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Số tiền (nghìn đồng)	[0;50)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

b) Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)
Số ngày	5	12	23	17

Bài tập 5: Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18	25	39	12	54	27	46	25	19	8	36	22	
20	19	17	44	5	18	23	28	25	34	46	27	16

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

Bài tập 6: Thời gian ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653	632	609	572	565	535	516	514	508	505	504	504	503	499	496	492
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

Bài tập 7: Cho mẫu số liệu về số tiền điện phải trả của 50 gia đình trong một tháng ở một khu phố (đơn vị: nghìn đồng).

Giá trị	[375; 450)	[450; 525)	[525; 600)	[600; 675)	[675; 750)	[750; 825)
Số lượng gia đình	6	15	10	6	9	4

Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

Bài tập 8: Bảng thống kê sau cho biết điện năng tiêu thụ của 30 hộ ở một khu dân cư trong một tháng như sau (đơn vị: kW):

50	47	30	65	63	70	38	34	48	53	33	39	32	40	50
55	50	61	37	37	43	35	65	60	31	33	41	45	55	59

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm 8 nhóm có độ dài bằng nhau và bảng 5.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;152)	5
[152;154)	18
[154;156)	40
[156;158)	26
[158;160)	8
[160;162)	3
Tổng	$N = 100$

Có bao nhiêu học sinh cao từ 156cm trở lên?

- A. 5. B. 37. C. 7. D. 12.

Câu 2: Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		$N = 100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

- A. 156,5. B. 157. C. 157,5. D. 158.

Câu 3: Đo chiều cao (tính bằng: cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả bao nhiêu nhóm?

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 12.

Câu 4: Đo chiều cao (tính bằng: cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

Giá trị đại diện của nhóm $[162;166)$ là

- A. 162. B. 164. C. 166. D. 4.

Câu 5: Khi thống kê điểm kiểm tra môn Toán của lớp 10A, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm được cho trong bảng sau:

Nhóm	Tần số
$[2;4)$	4
$[4;6)$	15
$[6;8)$	12
$[8;10]$	14
	$n = 45$

Độ dài mỗi nhóm của mẫu số liệu bằng

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 6: Khảo sát thời gian đọc sách trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Số học sinh	2	5	12	15	6

Giá trị đại diện của nhóm $[30;60)$ là

- A. 60. B. 40. C. 45. D. 30.

Câu 7: Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Số học sinh xem ti vi từ 60 phút đến dưới 80 phút là

- A. 9. B. 10. C. 12. D. 5.

Câu 8: Khảo sát nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$) tại một địa điểm trong 40 ngày thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	$[20;23)$	$[23;26)$	$[26;29)$	$[29;32)$	$[32;35)$
Số ngày	7	6	10	8	9

Số ngày có nhiệt độ từ 29°C đến dưới 32°C là:

- A. 8. B. 40. C. 10. D. 9.

Câu 9: Khảo sát tổng thời gian truy cập internet mỗi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Số học sinh	11	25	36	15	8	5

Xác định cỡ mẫu của mẫu số liệu trên

- A. 90. B. 100. C. 105. D. 110.

Câu 10: Chiều cao (đơn vị: cm) của số học sinh lớp 11A được cho trong bảng dưới đây:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số học sinh	4	8	12	10	6	4

Có bao nhiêu học sinh lớp 11A có chiều cao từ 165cm đến dưới 175cm ?

- A. 22 . B. 16 . C. 6 . D. 10 .

Câu 11: Khảo sát thời gian tự học trong ngày (đơn vị: giờ) của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)
Số học sinh	6	21	28	5

Xác định giá trị đại diện của nhóm [4; 6)

- A. 4 . B. 2 . C. 6 . D. 5 .

Câu 12: Đo cân nặng của một số học sinh lớp 11D cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Giá trị đại diện của nhóm [60,5; 65,5) là

- A. 55,5 . B. 58 . C. 60,5 . D. 5 .

Câu 13: Tìm hiểu thời gia xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Giá trị đại diện của nhóm [20; 25) là

- A. 22,5 . B. 23 . C. 20 . D. 5 .

Câu 14: Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho bằng bảng phân bố tần số ghép lớp như sau.

Số TT	Lớp của độ dài (cm)	Tần số
1	[10;20)	8
2	[20;30)	18
3	[30;40)	24
4	[40;50)	10
	Cộng	60

Hỏi số lá có chiều dài từ 30cm đến 50cm chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 50% . B. 56% . C. 56,7% . D. 57% .

Câu 15: Khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường được thống kê như bảng sau.

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
[70;80)	3
[80;90)	6
[90;100)	12
[100;110)	6
[110;120)	3
Cộng	30

Tần suất ghép nhóm của lớp $[100;110)$ là.

- A. 20% . B. 40% . C. 60% . D. 80% .

Câu 16: Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau là thành tích chạy 50m của học sinh lớp 11A ở trường THPT (đơn vị: giây)

6,3	6,2	6,5	6,8	6,9	8,2	8,6
6,6	6,7	7,0	7,1	7,2	8,3	8,5
7,4	7,3	7,2	7,1	7,0	8,4	8,1
7,1	7,3	7,5	7,5	7,6	8,7	
7,6	7,7	7,8	7,5	7,7	7,8	

Trong lớp 10A, số học sinh chạy 50m hết từ 7 giây đến dưới 8,5 giây chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 20,25% . B. 40,46% . C. 69,69% . D. 80,89% .

Câu 17: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Có bao nhiêu học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút?

- A. 24 . B. 15 . C. 2 . D. 20 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Theo Tổ chức Y tế Thế giới (WHO), thiếu máu là tình trạng giảm lượng huyết sắc tố (Hb) dẫn tới sự thiếu cung cấp oxygen cho các mô trong cơ thể. Đối với nam giới trên 15 tuổi, chỉ số Hb (đơn vị tính là gam/lít) lớn hơn hoặc bằng 130 được xem là không bị thiếu máu, từ 110 đến dưới 130 là thiếu máu mức nhẹ, từ 80 đến dưới 110 là thiếu máu mức vừa, dưới 80 là mức nặng. Đo chỉ số Hb của một số học sinh nam lớp 11 cho kết quả như bảng dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

132	135	137	131	129	125	140	147	138	137	128	112
127	129	125	98	139	138	139	141	149	105	136	133
137	138	108	133	136	141	144	134	136	137	142	

- a) Có 25 học sinh không bị thiếu máu
 b) Chỉ có 3 học sinh thiếu máu dưới mức trung bình
 c) Có 12 học sinh thiếu máu ở mức nhẹ
 d) Mẫu số liệu ghép nhóm theo mức độ thiếu máu là:

Chỉ số Hb (gam/lít)	$[80;110)$	$[110;130)$	Từ 130 trở lên
Số học sinh	25	7	3

Câu 2: Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến dưới 65	Từ 65 tuổi trở lên
Số người	23 371 882	65 429 451	7 416 651

- a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu không ghép nhóm
- b) Mẫu số liệu đã cho có ba nhóm và ba tần số tương ứng
- c) Dân số của Việt Nam từ 15 tuổi trở lên là 65429451 người.
- d) Dân số Việt Nam năm 2019 là 96 208 984 người

Câu 3: Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Tuổi thọ	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9;11)	[11; 13)
Số bóng đèn	4	20	26	42	8

- a) Mẫu số liệu đã cho có là mẫu số liệu ghép nhóm
- b) Có 24 bóng đèn có tuổi thọ ít hơn 7 nghìn giờ
- c) Có tất cả 100 bóng đèn được khảo sát
- d) Có 50 bóng đèn có tuổi thọ từ 9 nghìn giờ trở lên

Câu 4: Cho mẫu số liệu về chiều cao của các học sinh lớp 11B (đơn vị: cm)

156	159	160	161	162	162	163	163	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	167	167	168
168	168	169	169	169	170	170	170	171	172	173

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 17
- b) Có 12 em học sinh có chiều cao từ 166,5 cm trở lên
- c) Có 28 em học sinh có chiều cao nhỏ hơn 170 cm
- d) Mẫu số liệu ghép nhóm gồm năm nhóm có độ dài bằng nhau từ mẫu số liệu trên là:

Chiều cao	[156;159,5)	[159,5; 163)	[163; 166,5)	[166,5;170)	[170; 173,5)
Số học sinh	5	4	11	8	4

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;152)	5
[152;154)	18
[154;156)	40
[156;158)	26
[158;160)	8
[160;162)	3
Tổng	$N = 100$

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả bao nhiêu nhóm?

Câu 2: Thời gian hoàn thành quãng đường 100m của 40 học sinh lớp 11 được cho trong bảng số liệu dưới đây:

Thời gian (s)	[15;17)	[17;19)	[19;21)	[21;23)
Số học sinh	8	11	13	8

Hỏi có bao nhiêu học sinh có thời gian hoàn thành đường chạy dưới 19s?

Câu 3: Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Hỏi có bao nhiêu học sinh xem ti vi từ 40 phút trở lên trong một ngày ?

Câu 4: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Có bao nhiêu ngày cửa hàng đạt doanh thu từ 7 triệu trở lên?

Câu 5: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 165cm đến dưới 170cm

Câu 6: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát ghi lại ở bảng sau:



Mức giá (triệu đồng / m ²)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Hỏi có bao nhiêu khách hàng mua được nhà với mức giá nhỏ hơn 22 triệu đồng/m²

-----HẾT-----



BÀI 02 CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là \bar{x} và được tính bằng công thức: $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$

Trong đó : $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$

Chú ý:

- Đối với số liệu rời rạc, người ta thường sử dụng cho các nhóm dưới dạng $k_1 - k_2$, trong đó $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$
- Nhóm $k_1 - k_2$ được hiểu là nhóm gồm các giá trị $k_1, k_1 + 1, \dots, k_2$. Khi đó, ta cần hiệu chỉnh mẫu dữ liệu ghép nhóm để đưa về dạng Bảng 3.2 trước khi thực hiện tính toán các số đặc trưng bằng cách hiệu chỉnh nhóm $k_1 - k_2$ với $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ thành nhóm $[k_1 - 0,5; k_2 + 0,5)$.

Ý nghĩa: Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng đại diện cho mẫu số liệu.

2 Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Ý nghĩa: Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho trung vị của mẫu số liệu gốc, nó chia mẫu số liệu thành hai phần, mỗi phần chứa 50% giá trị.

3 Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.



Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1, 2, \dots, k$.

ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

Nhận xét: Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ r nhờ tính chất: có khoảng $\left(\frac{r \cdot n}{4}\right)$ giá trị nhỏ hơn tứ phân vị này.

Ý nghĩa: Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

4 Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.

Bước 2: Một được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lưu ý: Người ta chỉ định nghĩa một của mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có một hoặc có nhiều hơn một một.

Ý nghĩa: Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho một của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.



B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Số trung bình cộng và một của mẫu số liệu ghép nhóm

- Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là \bar{x} và được tính bằng công thức:

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$$

- Trong đó : $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$.

Để tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1:** Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.
- Bước 2:** Một được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Thống kê cân nặng của 30 học sinh trong một lớp học thu được kết quả như sau:

Cân nặng (kg)									
54	42	53	63	58	54	63	70	59	49
73	49	66	60	55	48	65	63	56	51
61	57	69	67	63	52	60	56	49	44

- Hãy tính cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên.
- Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép lần lượt là $[40;50)$; $[50;60)$; $[60;70)$; $[70;80)$.
- Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh trong lớp từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài tập 2: Kết quả điều tra thời gian chờ khám (đơn vị: phút) của bệnh nhân tại phòng khám của một bệnh viện ở Thành phố Hồ Chí Minh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$
Tần số	4	5	8	3

Hãy ước lượng thời gian trung bình chờ khám bệnh và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài tập 3: Thống kê chiều cao của 60 học sinh lớp 11 ở một trường trung học phổ thông (đơn vị: cm) thu được kết quả như sau:

157	163	146	150	176	162	147	151	176	161	149	152	177
165	148	153	176	169	152	155	170	144	168	160	170	143
167	160	170	142	166	160	165	141	174	161	166	144	173
162	175	156	161	172	175	157	162	171	176	160	158	170
176	164	159	170	175	163	160	170					

- Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép lần lượt là $[135;145)$; $[145;155)$; $[155;165)$; $[165;175)$; $[175;185)$.

b) Hãy ước lượng chiều cao trung bình của học sinh trong lớp học đó từ bảng tần số ghép nhóm đã lập ở câu a.

Bài tập 4: Cân lần lượt 40 quả cam (đơn vị gram) ta được kết quả sau (mẫu số liệu)

85	86	86	86	86	86	87	87	87	87	87	88	88	88	88	89
89	89	89	89	89	89	90	90	90	90	90	91	91	91	92	93
93	93	93	94	94	94	94	94	94							

a) Tính khối lượng trung bình của 40 quả cam

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	?	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam từ bảng tần số ghép nhóm trên.

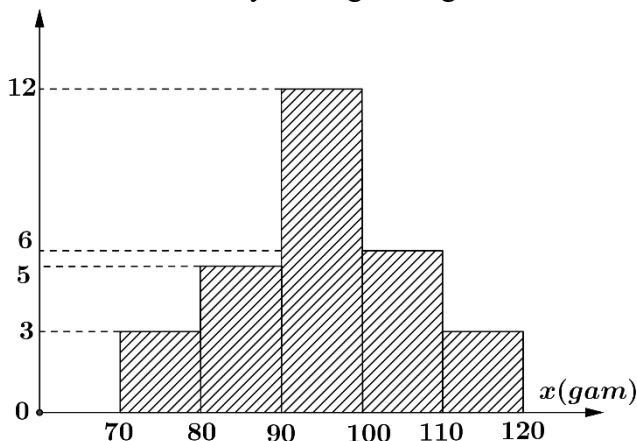
d) Dự đoán khối lượng quả cam xuất hiện nhiều nhất.

Bài tập 5: Điều tra về thu nhập của công nhân xí nghiệp X (đơn vị: nghìn đồng/ tháng), người ta ghi được bảng tần số ghép lớp sau đây:

Tiền lương	Số người
[800; 890]	15
[900; 990]	25
[1000; 1090]	28
[1100; 1190]	35
[1200; 1290]	40
[1300; 1390]	30
[1400; 1490]	27

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài tập 6: Kết quả đo khối lượng của 30 củ khoai tây ở nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Khối lượng 30 củ khoai tây

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm thi môn Toán của hai lớp 11A và 11B được cho trong bảng sau, biết mỗi lớp có 50 học sinh

Điểm thi	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Lớp nào có điểm thi trung bình cao hơn

- A. Điểm thi trung bình của lớp 11A cao hơn lớp 11B
- B. Điểm thi trung bình của lớp 11B cao hơn lớp 11A
- C. Điểm thi trung bình của lớp 11A bằng lớp 11B
- D. Đáp án khác.

Câu 2: Nhiệt độ trung bình của 12 tháng tại thành phố Hà Nội từ năm 1961 đến hết năm 1990 (30 năm) được cho trong bảng sau

Nhiệt độ (°C)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)	[18; 20)	[20; 22)
Tần số	1	3	12	9	5

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 15,7.
- B. 16,0.
- C. 17,5.
- D. 17,0.

Câu 3: Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm [90; 100) là

- A. 7.
- B. 8.
- C. 9.
- D. 10.

Câu 4: Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 chiếc lá và thu được kết quả như sau (đơn vị: mm)

Chiều dài (mm)	[5, 45; 5, 85)	[5, 85; 6, 25)	[6, 25; 6, 65)	[6, 65; 7, 05)	[7, 05; 7, 45)	[7, 45; 7, 85)
Tần số	5	9	15	19	16	8

Giá trị đại diện và độ dài của nhóm [6, 25; 6, 65) là

- A. 6,05 và 0,2.
- B. 6,45 và 0,2.
- C. 6,05 và 0,4.
- D. 6,45 và 0,4.

Câu 5: Thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)	[25; 27)	[27; 29)
Tần số	5	8	7	9	6

Dự đoán thời gian bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là

- A. 24,2 phút.
- B. 25,4 phút.
- C. 25,8 phút.
- D. 24,8 phút.

Câu 6: Cân nặng (đơn vị: kg) của 28 học sinh lớp 11 được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	[45;49)	[49;53)	[53;57)	[57;61)	[61;65)
Số học sinh	4	5	7	7	5

Cân nặng trung bình của 28 học sinh trên xấp xỉ bằng:

- A. 55,57(kg). B. 54,57(kg). C. 53,57(kg). D. 56,57(kg).

Câu 7: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2;2,5)	[2,5;3)	[3;3,5)	[3,5;4)	[4;4,5)	[4,5;5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

Giá trị đại diện của nhóm [2,5;3) là:

- A. 2,5. B. 2,75. C. 9. D. 3.

Câu 8: Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31	19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3	12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

Ghép nhóm số liệu trên thành các nhóm [0;5);[5;10);[10;15);[15;20);[20;25);[25;30)

[30;35). Tần số của nhóm [15;20) là:

- A. 8. B. 6. C. 10. D. 9.

Câu 9: Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho trong bảng sau:

Điểm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số thí sinh	1	2	4	6	15	12	10	6	3	1

Mốt của mẫu số liệu trên bằng

- A. 45,5. B. 46,5. C. 45. D. 47,5.

Câu 10: Một thư viện thống kê số lượng sách được mượn mỗi ngày trong 3 tháng ở bảng sau:

Số sách	[16;20)	[21;25)	[26;30)	[31;35)	[36;40)	[41;45)	[46;50)
Số ngày	3	6	15	27	22	14	5

Trong 3 tháng trên số sách được mượn mỗi ngày cao nhất gần bằng giá trị nào sau đây?

- A. 32. B. 34. C. 33. D. 35

Câu 11: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

- A. 8,2375(h). B. 8,4375(h). C. 8,754(h). D. 8,457(h).

Câu 12: Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	N = 40

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A. 28. B. 23. C. 32. D. 25.

Câu 13: Tìm cân nặng trung bình (đơn vị: kg) của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau

Cân nặng	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)	[50,5;55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)	[65,5;70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

- A. 51,81. B. 57,6. C. 58,7. D. 52,6.

Câu 14: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5;10,5)	[10,5;20,5)	[20,5;30,5)	[30,5;40,5)	[40,5;50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 17,42. B. 14,56. C. 17,16. D. 12,67.

Câu 15: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 18,37. B. 19,37. C. 19,73. D. 18,73.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

- a) Giá trị đại diện nhóm [150;155) bằng 152,5
- b) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là: 163,7 (gam)
- c) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là: 162,1 (gam)
- d) Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.

Câu 2: Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau:

Độ tuổi	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Số người	6	12	16	7	2

- a) Giá trị đại diện nhóm [50;60) là 55
- b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm [50;60)
- c) Nhóm chứa một là nửa khoảng [30;40)
- d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Câu 3: Một nhà thực vật học đo chiều dài trung bình của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5,45;5,85)	5,65	5
[5,85;6,25)	6,05	9
[6,25;6,65)	6,45	15
[6,65;7,05)	6,85	19
[7,05;7,45)	7,25	16
[7,45;7,85)	7,65	8
[7,85;8,25)	8,05	2

- a) Chiều dài trung bình của 74 lá cây xấp xỉ bằng 6,4 (milimét)
- b) Độ dài nhóm là 0,4
- c) Nhóm chứa một là: [7,05;7,45)
- d) Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ bằng 6,65.

Câu 4: Số cuộc điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Số ngày	5	13	7	3	2

- a) Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là: 8,1.
- b) Nhóm chứa một là: [5,5;8,5).
- c) Một của mẫu số liệu ghép nhóm là $\approx 7,21$.
- d) Người đó thực hiện tối đa khoảng 8 cuộc gọi mỗi ngày.

Câu 5: Thống kê số giờ tự học của học sinh tại một trường THPT trong một tuần, người ta ghi được kết quả sau (đơn vị: giờ).

14 12,5 15 16,5 17 14,5 13 15,5 16,5 17,5
 16,5 18,5 19 20 19,5 17 16,5 14 18 21
 15,5 13,5 12,5 14,5 17,5 19 19,5 20,5 20 17
 14,5 13 14,5 18 16 15 13 18,5 14,5 12,5

- a) Tổng số giờ tự học của học sinh là: 829,5 giờ.
- b) Tổng hợp kết quả tự học của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Giờ tự học	[12,5;14,5)	[14,5;16,5)	[16,5;18,5)	[18,5;20,5)	[20,5;22,5)
Số học sinh	9	13	17	9	2

- c) Thời gian trung bình học của mỗi học sinh dựa vào bảng tần số ghép nhóm tìm được ở ý b) là: 16,78.
- d) Khả năng tự học trong tuần cao nhất của học sinh là 16,28 giờ.

Câu 6: Một nhà nghiên cứu ghi lại thời gian (giờ) sử dụng Facebook của 30 học sinh trong 02 tuần. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau:

21 17 22 18 20 17 15 13 15 20
 15 12 18 17 25 17 21 15 12 18
 16 23 14 18 19 13 16 19 18 17

a) Số giờ trung bình của học sinh trong 02 tuần: 16,37 giờ.

b) Tổng hợp kết quả thời gian sử dụng Facebook của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số giờ	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)
Giá trị đại diện	13,5	16,5	18,5	21,5	24,5
Số học sinh	5	12	8	4	1

c) Nhóm chứa một của mẫu số liệu ý b) là nhóm [15;18).

d) Một của mẫu số liệu ý b) bằng 16,91.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Khảo sát số lần sử dụng Facebook của một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số lần sử dụng FB	[3;5]	[6;8]	[9;11]	[12;14]	[15;17]
Số ngày	2	5	11	8	4

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Câu 2: Bảng sau cho ta cân nặng của học sinh một lớp 11:

Cân nặng (kg)	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)	[50,5;55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2

Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11 đó.

Câu 3: Kết quả đo chiều cao của 250 cây dừa đột biến 3 năm tuổi ở một viện nghiên cứu được tổng hợp ở bảng sau:

Chiều cao (m^2)	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Số cây	36	45	83	65	21

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Câu 4: Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45

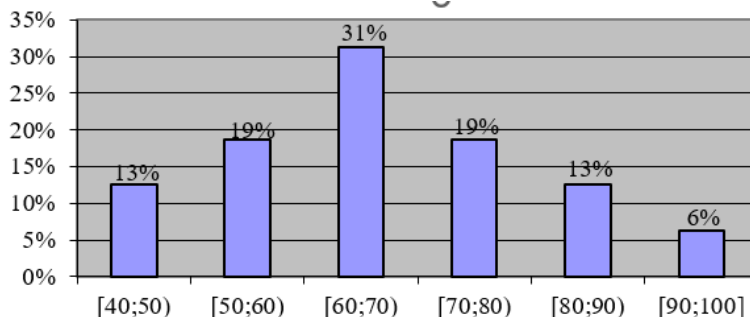
Công ty bất động sản Đất Vàng nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu xây nhà?

Câu 5: Người ta tiến hành phỏng vấn 50 người về phim chiếu rạp Lật mặt 6 của Lý Hải. Người điều tra yêu cầu cho điểm phim theo thang điểm 100. Kết quả được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau đây:

Số điểm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số người	4	7	9	18	12

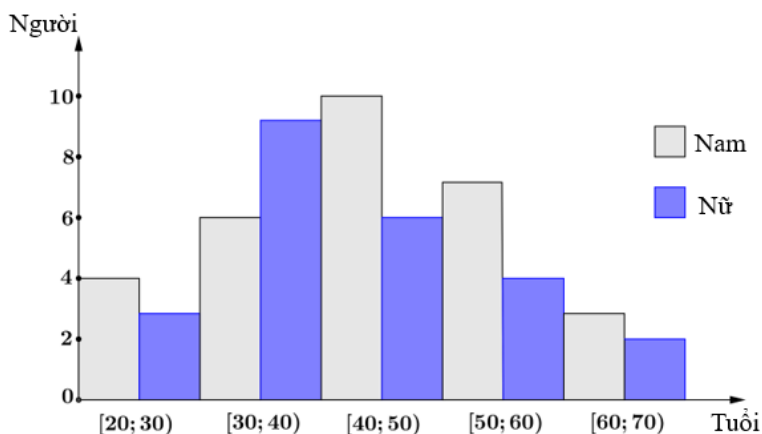
Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

Câu 6: Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



Hãy ước lượng một của mẫu số liệu trên?

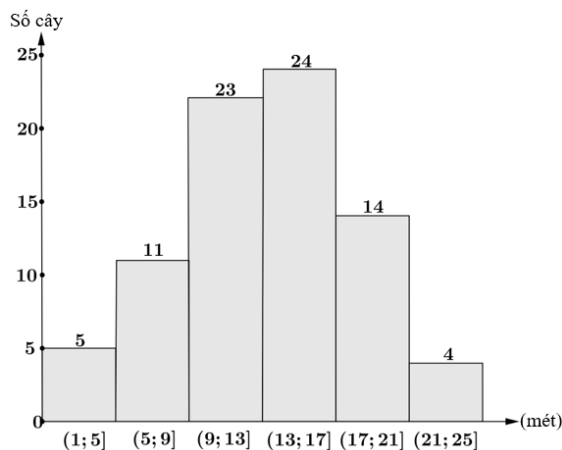
Câu 7: Một đại lí bảo hiểm đã thống kê số lượng khách mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày ở biểu đồ sau:



Biểu đồ số lượng khách hàng theo giới tính và độ tuổi

Hãy sử dụng dữ liệu trên để tư vấn cho đại lí bảo hiểm xác định khách hàng nam và nữ ở độ tuổi nào hay mua bảo hiểm nhất.

Câu 8: Kết quả đo chiều cao của 81 cây tre 2 năm tuổi ở một ngọn đồi được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây. Chiều cao 81 cây tre 2 năm tuổi:



Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng đơn vị)

-----HẾT-----

Dạng 2: Trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

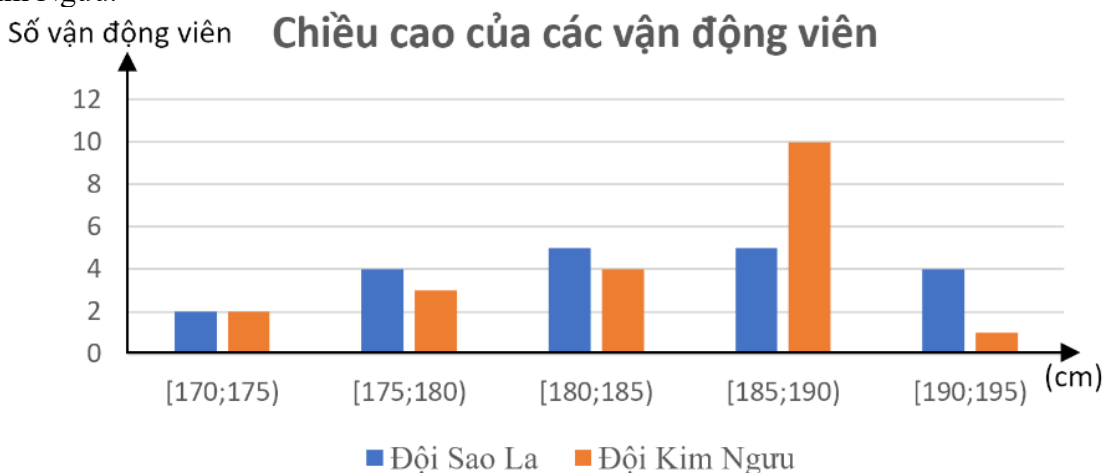
Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Biểu đồ bên dưới thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các vận động viên của hai đội bóng rổ Sao La và Kim Ngưu.



Hãy so sánh chiều cao của các vận động viên hai đội bóng theo số trung bình và trung vị.

Bài tập 2: Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm vận động viên được ghi lại ở bảng sau

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

- a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.
- b) Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ rộng bằng nhau, nhóm đầu tiên là $[4, 5)$.
- c) Hãy ước lượng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Bài tập 3: Một người thông kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau

Thời gian (giây)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300)$	$[300; 360)$
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài tập 3: Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám bệnh mỗi ngày trong tháng 4 năm 2022 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	$[1; 10]$	$[11; 20]$	$[21; 30]$	$[31; 40]$	$[41; 50]$
Số ngày	7	8	7	6	2

- a) Hãy ước lượng trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
- b) Quản lí phòng khám cho rằng có khoảng 25% số ngày khám có nhiều hơn 35 bệnh nhân đến khám. Nhận định trên có hợp lí không?

Bài tập 4: Lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng)

12,5	9,6	11,7	12,7	10,0	10,0	12,2	9,8	10,9	6,7	13,6	9,2
13,1	6,5	10,7	8,9	11,2	13,2	8,3	11,1	11,9	8,4	6,7	13,8

- a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.
- b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Lương tháng (triệu đồng)	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$
Số nhân viên	?	?	?	?

- c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài tập 5: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	24	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

- a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.
- b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	$[6; 10]$	$[11; 15]$	$[16; 20]$	$[21; 25]$
Số trận	?	?	?	?

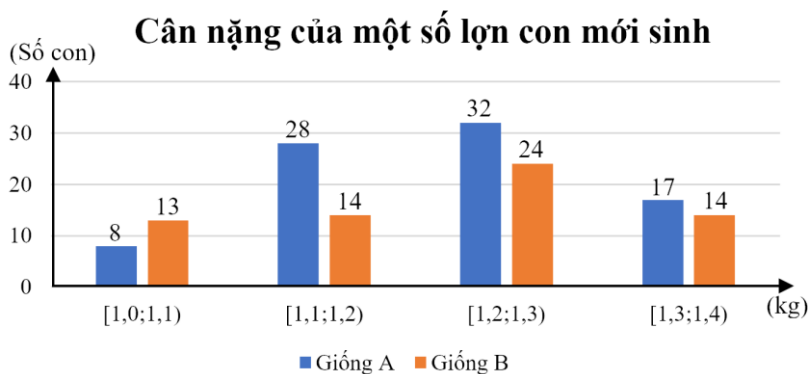
- c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Bài tập 6: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	$[0,9; 0,95)$	$[0,95; 1,0)$	$[1,0; 1,05)$	$[1,05; 1,1)$	$[1,1; 1,15)$
Số viên pin	10	20	35	15	5

Hãy ước lượng số trung bình, một và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài tập 7: Cân nặng của một số con lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở biểu đồ dưới đây (đơn vị: kg).



- Hãy so sánh cân nặng của lợn con mới sinh giống A và giống B theo số trung bình và trung vị.
- Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của cân nặng lợn con mới sinh giống A và của cân nặng lợn con mới sinh giống B.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm thi	[1,5;4,5)	[4,5;7,5)	[7,5;10,5)
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 6. B. 4,5. C. 7,5. D. 6,25.

Câu 2: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_3 = 13$. B. $Q_3 = 14$. C. $Q_3 = 15$. D. $Q_3 = 12$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 20) của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán, ta có bảng số liệu sau:

Điểm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)
Số học sinh	6	21	30	25	14	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 12,18. B. 12,81. C. 13,35. D. 13,53.

Câu 4: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [40;60). B. [20;40). C. [60;80). D. [80;100).

Câu 5: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A. [40;60). B. [20;40). C. [60;80). D. [80;100)

Câu 6: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9). B. [9;11). C. [11;13). D. [13;15).

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

Câu 8: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này

- A. 17. B. 18,1 C. 19,3 D. 18,5

Câu 9: Lương tháng của một số giáo viên của một trường THPT được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[3,5;5,5)	[5,5;7,5)	[7,5;9,5)	[9,5;11,5)	[11,5;13,5]
Số giáo viên	8	11	13	4	9

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $Q_2 = 8$. B. $Q_2 = 8,5$. C. $Q_2 = 8,04$. D. $Q_2 = 8,4$.

Câu 10: Khảo sát thời gian (giờ) tự học mỗi ngày của một số học sinh khối 11 được cho trong bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0,5;1,5)	[1,5;2,5)	[2,5;3,5)	[3,5;4,5)	[4,5;5,5)
Số học sinh	6	18	27	20	8

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thứ tự là

- A. 2,3;3,3;4,0. B. 1,5;2,5;3,5. C. 2,1;3,2;4,1. D. 2,3;3,1;3,9.

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	13	10	6

Trung vị mẫu số liệu trên gần số nào nhất?

- A. 41,23. B. 50,44. C. 51,54. D. 40,55.

Câu 12: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1)	[1;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 1,02. B. 1,07. C. 1,15. D. 1,2.

Câu 13: Kết quả khảo sát chiều cao của học sinh nam lớp 11A cho kết quả như bảng sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	1	7	12	3	2

Trung vị của mẫu ghép nhóm trên là

- A. 165. B. 160. C. 166,875. D. 161,875.

Câu 14: Trong một đề tài nghiên cứu về bệnh A, người ta ghi lại lại tuổi của bệnh nhân mắc bệnh này, số liệu thông kê được trình bày trong bảng sau:

Độ tuổi	[15;25)	[25;35)	[35;45)	[45;55)	[55;65)
Số bệnh nhân	10	12	14	9	5

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng

- A. 27,14. B. 47,14. C. 37,14. D. 57,14.

Câu 15: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ v (km / h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 167,21. B. 170,21. C. 175. D. 165.

Câu 16: Kết quả bài kiểm tra toán Giữa HKI của lớp 11 A được ghi lại ở bảng sau:

Điểm số	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10,5)
Số học sinh	1	5	22	10	7

Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định 50% học sinh trong lớp có điểm từ bao nhiêu trở lên?

- A. 4,5. B. 5,0. C. 5,5. D. 6,0

Câu 17: Bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

A. Là giá trị xấp xỉ cho tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và được sử dụng làm giá trị đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

- B. Chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự không giảm thành 3 phần đều nhau.
- C. Là giá trị xấp xỉ cho mẫu số liệu gốc và có thể lấy làm giá trị đại diện cho mẫu số liệu.
- D. Xác định chính xác bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.

Câu 18: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

Tứ phân vị của dãy số liệu trên lần lượt là

- A. $Q_1 = 11; Q_2 = 14; Q_3 = 21,5$.
 - B. $Q_1 = 10; Q_2 = 14; Q_3 = 21$.
 - C. $Q_1 = 12; Q_2 = 15; Q_3 = 22$.
 - D. $Q_1 = 11; Q_2 = 14; Q_3 = 23$.
- Câu 19:** Lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng)

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

Tứ phân vị của dãy số liệu trên lần lượt là

- A. $Q_1 = 9; Q_2 = 10; Q_3 = 12$.
 - B. $Q_1 = 9; Q_2 = 10,75; Q_3 = 12,3$.
 - C. $Q_1 = 9; Q_2 = 11; Q_3 = 13$.
 - D. $Q_1 = 10,73; Q_2 = 11; Q_3 = 13$.
- Câu 20:** Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám mỗi ngày trong tháng 6 năm 2020 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	[1;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]
Số ngày	7	5	10	6	2

Số bệnh nhân đến khám nhiều hơn 23 người trên ngày chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?

- A. 25% .
 - B. 50% .
 - C. 75% .
 - D. 10% .
- Câu 21:** Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số lượng	5	10	25	33	27

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [40;60).
 - B. [60;80).
 - C. [80;100).
 - D. [20;40).
- Câu 22:** Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (giờ)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)
Số lượng	6	12	13	10	3

Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất bao nhiêu giờ?

- A. 6 giờ.
- B. 6,5 giờ.
- C. 7 giờ.
- D. 7,2 giờ.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.
- b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 48$
- c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 61,5$

Câu 2: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.
- b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 1,98$.
- c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 6,5$.

Câu 3: Cho bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Tần số	3	8	12	12	4

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$.
- b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$.
- c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$

Câu 4: Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số cây	4	12	26	13	6

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.
- b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 32,79$.
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 19,69$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,44$.

Câu 5: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số pin	10	20	35	15	5

- a) Số trung bình của dãy số liệu là: 1,016.
- b) Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1,05;1,1)
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là: $Q_1 = 0,98$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là: $Q_3 = 1,248$.

Câu 6: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 80$.
- b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 8,15$.
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 7,58$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 8,63$

Câu 7: Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	[0,25;0,75)	[0,75;1,25)	[1,25;1,75)	[1,75;2,25)	[2,25;2,75)
Số lần	25	32	14	12	4

- a) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.
- b) Nhóm chứa một của số liệu là [0,75;1,25).
- c) Một của mẫu số liệu là $M_0 = 0,89$.
- d) Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 1,039$

Câu 8: Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

- a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 14$.
- b) Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $Q_3 = 11,5$.
- c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;10)	[11;15)	[16;20)	[21;25)
Số trận	4	8	2	6

- d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8,25$.

Câu 9: Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở bảng đây (đơn vị: kg)

Cân nặng (kg)	[1, 0; 1, 1)	[1, 1; 1, 2)	[1, 2; 1, 3)	[1, 3; 1, 4)
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	13	14	24	14

- a) Cân nặng trung bình của giống A là: 1,22.
- b) Cân nặng trung bình của giống B là: 1,21.
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{1A} = 1,15$.
- d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{1B} = 1,62$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Lượng mưa trung bình trong một tháng của một số tỉnh được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mm)

5,3	4,5	10,0	32,4	36,5	45,8	40,7	33,2	5,7	12,5	16,8	9,9
6,5	7,8	9,1	15,7	30,5	49,7	28,4	48,3	18,8	20,7	16,2	9,7

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên.

Câu 2: Số điểm của một đội bóng chuyên ghi được trong 23 séc đầu được cho ở bảng sau:

8	12	25	23	22	18	20	21	16	15	26	24
16	23	20	19	21	10	24	15	19	22	27	

Tìm trung vị của dãy số trên.

Câu 3: Lượng nước tiêu thụ của một số hộ gia đình được ghi lại kết quả như sau:

Lượng nước (m ³)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)
Số hộ gia đình	2	4	6	15	10	8	4	1

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 4: Sản lượng sữa mỗi ngày của một số con bò thuộc hai giống A và B được cho bởi bảng sau:

Sản lượng sữa (lít) Số con	[18; 20)	[20; 22)	[22; 24)	[24; 26)	[26; 28)
	Giống A	2	8	25	15
Giống B	8	28	10	6	4

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ ba của lượng sữa mỗi ngày của bò giống B.

Câu 5: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 2)	8	8
[2; 3)	10	18
[3; 4)	12	30
[4; 5)	9	39
[5; 6)	3	42

Số trung vị của mẫu số liệu là bao nhiêu?

Câu 6: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 2)	8	8
[2; 3)	10	18
[3; 4)	12	30
[4; 5)	9	39
[5; 6)	3	42

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

-----HẾT-----

1 Giới thiệu về mẫu số liệu ghép nhóm

Mẫu số liệu ghép nhóm là mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số của các nhóm số liệu. Mỗi nhóm số liệu là tập hợp gồm các giá trị của số liệu được ghép nhóm theo một tiêu chí xác định. Nhóm số liệu thường được cho dưới dạng $[a;b)$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.

Nhận xét:

- Mẫu số liệu ghép nhóm được dùng khi ta không thể thu thập được số liệu chính xác hoặc do yêu cầu của bài toán mà ta phải biểu diễn mẫu số liệu dưới dạng ghép nhóm để thuận lợi cho việc tổ chức, đọc và phân tích số liệu.
- Trong một số trường hợp, nhóm số liệu cuối cùng có thể lấy đầu mút bên phải.

2 Ghép nhóm mẫu số liệu

Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Chia miền giá trị của mẫu số liệu thành một số nhóm theo tiêu chí cho trước.

Bước 2: Đếm số giá trị của mẫu số liệu thuộc mỗi nhóm (tần số) và lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm.

Chú ý:

- Độ dài của nhóm $[a;b)$ là $b - a$
- Không nên chia thành quá nhiều nhóm hoặc quá ít nhóm. Các nhóm không giao nhau, các nhóm nên có độ dài như nhau và tổng độ dài các nhóm lớn hơn khoảng biến thiên.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định mẫu số liệu ghép nhóm

Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

- **Bước 1:** Chia miền giá trị của mẫu số liệu thành một số nhóm theo tiêu chí cho trước.
- **Bước 2:** Đếm số giá trị của mẫu số liệu thuộc mỗi nhóm (tần số) và lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm.

Chú ý:

- Độ dài của nhóm $[a;b)$ là $b - a$
- Không nên chia thành quá nhiều nhóm hoặc quá ít nhóm. Các nhóm không giao nhau, các nhóm nên có độ dài như nhau và tổng độ dài các nhóm lớn hơn khoảng biến thiên.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

Lời giải

Mẫu số liệu được chia thành 7 nhóm:

Có 6 nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 15 đến dưới 20 phút

Có 14 nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 20 đến dưới 25 phút

Có 25 nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 25 đến dưới 30 phút

Có 37 nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 30 đến dưới 35 phút

Có 21 nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 35 đến dưới 40 phút

Có 13 nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 40 đến dưới 45 phút

Có 9 nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 45 đến dưới 50 phút

Bài tập 2: Bảng thống kê sau cho biết thời gian chạy (phút) của 30 vận động viên (VĐV) trong một giải chạy Marathon.

Thời gian	129	130	133	134	135	136	138	141	142	143	144	145
Số VĐV	1	2	1	1	1	2	3	3	4	5	2	5

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm sáu nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 3.

Lời giải

Giá trị nhỏ nhất là 129, giá trị lớn nhất là 145 nên khoảng biến thiên là $145 - 129 = 16$.

Tổng độ dài của sáu nhóm là 18.

Để cho đối xứng, ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 127,5 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 145,5 ta được các nhóm là $[127,5;130,5)$, $[130,5;133,5)$, ..., $[142,5;145,5)$.

Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	[127,5;130,5)	[130,5;133,5)	[133,5;136,5)	[136,5;139,5)	[139,5;142,5)	[142,5;145,5)
Số VĐV	3	1	4	3	7	12

Bài tập 3: Một công ty may quần áo đồng phục học sinh cho biết cỡ áo theo chiều cao của học sinh được tính như sau:

Chiều cao (cm)	[150;160)	[160;167)	[167;170)	[170;175)	[175;180)
Cỡ áo	S	M	L	XL	XXL

Công ty muốn ước lượng tỉ lệ các cỡ áo khi may cho học sinh lớp 11 đã đo chiều cao của 36 học sinh nam khối 11 của một trường và thu được mẫu số liệu sau (đơn vị là centimét):

160	161	161	162	162	162	163	163	163	164	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	166	167	167	168	168
168	168	169	169	170	171	171	172	172	174			

- a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu với các nhóm đã cho ở bảng trên.
- b) Công ty may 500 áo đồng phục cho học sinh lớp 11 thì nên may số lượng áo theo mỗi cỡ là bao nhiêu chiếc?

Lời giải

a) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu với các nhóm đã cho là:

Chiều cao (cm)	[160;167)	[167;170)	[170;175)
Số học sinh	22	8	6

b) Tỉ lệ học sinh mặc vừa cỡ M là: $\frac{22}{36} \cdot 100 = 61,11\%$

Tỉ lệ học sinh mặc vừa cỡ L là: $\frac{8}{36} \cdot 100 = 22,22\%$

Tỉ lệ học sinh mặc vừa cỡ XL là: $\frac{6}{36} \cdot 100 = 16,67\%$

Số lượng áo cỡ M nên may là: $61,11\% \cdot 500 = 306$

Số lượng áo cỡ L nên may là: $22,22\% \cdot 500 = 111$

Số lượng áo cỡ XL nên may là: $16,67\% \cdot 500 = 83$

Bài tập 4: Trong các mẫu số liệu sau, mẫu nào là mẫu số liệu ghép nhóm? Đọc và giải thích mẫu số liệu ghép nhóm đó.

a) Số tiền mà sinh viên chi cho thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Số tiền (nghìn đồng)	[0;50)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)
Số sinh viên	5	12	23	17	3

b) Thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 40 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)
Số ngày	5	12	23	17

Lời giải

Cả hai mẫu số liệu đều là mẫu số liệu ghép nhóm

a) Có 5 sinh viên chi dưới 50 nghìn đồng cho việc thanh toán cước điện thoại trong tháng

Có 12 sinh viên chi từ 50 đến dưới 100 nghìn đồng cho việc thanh toán cước điện thoại trong tháng. Có 23 sinh viên chi từ 100 đến dưới 150 nghìn đồng cho việc thanh toán cước điện thoại trong tháng. Có 17 sinh viên chi từ 150 đến dưới 200 nghìn đồng cho việc thanh toán cước điện thoại trong tháng. Có 3 sinh viên chi từ 200 đến dưới 250 nghìn đồng cho việc thanh toán cước điện thoại trong tháng.

Như vậy, đa số sinh viên chi từ 100 đến dưới 150 nghìn đồng mỗi tháng cho cước điện thoại và có ít sinh viên chi trên 200 nghìn đồng cho cước điện thoại mỗi tháng.

b) Có 7 ngày có nhiệt độ từ 19°C đến dưới 22°C

Có 15 ngày có nhiệt độ từ 22°C đến dưới 25°C

Có 12 ngày có nhiệt độ từ 25°C đến dưới 28°C

Có 6 ngày có nhiệt độ từ 28°C đến dưới 31°C.

Bài tập 5: Số sản phẩm một công nhân làm được trong một ngày được cho như sau:

18	25	39	12	54	27	46	25	19	8	36	22	
20	19	17	44	5	18	23	28	25	34	46	27	16

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với sáu nhóm có độ dài bằng nhau.

Lời giải

Giá trị nhỏ nhất là: 5, giá trị lớn nhất là 54. Do đó khoảng biến thiên là $54 - 5 = 49$

Để chia thành 6 nhóm với độ dài bằng nhau ta lấy điểm đầu mút phải trái của nhóm đầu tiên là 3 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 57 với độ dài mỗi nhóm là 9.

Ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số sản phẩm	[3;12)	[12;21)	[21;30)	[30;39)	[39;48)	[48;57)
Số công nhân	2	8	8	2	4	1

Bài tập 6: Thời gian ra sân (giờ) của một số cựu cầu thủ ở giải ngoại hạng Anh qua các thời kì được cho như sau:

653	632	609	572	565	535	516	514	508	505	504	504	503	499	496	492
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với bảy nhóm có độ dài bằng nhau.

Lời giải

Giá trị lớn nhất là: 653, giá trị bé nhất là: 492. Khoảng biến thiên là: $653 - 492 = 161$

Để chia thành 7 nhóm có độ dài bằng nhau, ta lấy điểm đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 492, điểm đầu mút phải của nhóm cuối là 653 với độ dài mỗi nhóm là 23

Ta có mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian ra sân (giờ)	[492;515)	[515;538)	[538;561)	[461;584)	[584;584)	[607;630)	[630;653)
Số cầu thủ	9	2	0	2	0	1	2

Bài tập 7: Cho mẫu số liệu về số tiền điện phải trả của 50 gia đình trong một tháng ở một khu phố (đơn vị: nghìn đồng).

Giá trị	[375;450)	[450;525)	[525;600)	[600;675)	[675;750)	[750;825)
Số lượng gia đình	6	15	10	6	9	4

Đọc và giải thích mẫu số liệu này.

Lời giải

Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.

Có tất cả 6 nhóm là: từ 375 nghìn đồng đến dưới 450 nghìn đồng có 6 gia đình, từ 450 nghìn đồng đến dưới 525 nghìn đồng có 15 gia đình, từ 525 nghìn đồng đến dưới 600 nghìn đồng có 10 gia đình, từ 600 nghìn đồng đến dưới 675 nghìn đồng có 6 gia đình, từ 675 nghìn đồng đến dưới 750 nghìn đồng có 9 gia đình và từ 750 nghìn đồng đến dưới 825 nghìn đồng có 4 gia đình.

Bài tập 8: Bảng thống kê sau cho biết điện năng tiêu thụ của 30 hộ ở một khu dân cư trong một tháng như sau (đơn vị: kW):

50	47	30	65	63	70	38	34	48	53	33	39	32	40	50
55	50	61	37	37	43	35	65	60	31	33	41	45	55	59

Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang mẫu số liệu ghép nhóm gồm 8 nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 5.

Lời giải

Giá trị nhỏ nhất là 30, giá trị lớn nhất là 70 nên khoảng biến thiên là $70 - 30 = 40$.

Tổng độ dài của 8 nhóm là 40 nên ta được các nhóm như sau:

$$[30;35), [35;40), [40;45), [45;50), [50;55), [55;60), [60;65), [65;70].$$

Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Giá trị	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70]
Số lượng	6	5	3	3	4	3	3	3

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;152)	5
[152;154)	18
[154;156)	40
[156;158)	26
[158;160)	8
[160;162)	3
Tổng	$N = 100$

Hỏi có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 156cm trở lên?

- A. 5. **B.** 37. C. 7. D. 12.

Lời giải

Số học sinh có chiều cao từ 156cm trở lên là: $26 + 8 + 3 = 37$ học sinh.

Câu 2: Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		$N = 100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

- A. 156,5. **B.** 157. C. 157,5. D. 158.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là $\frac{156 + 158}{2} = 157$.

Câu 3: Đo chiều cao (tính bằng: cm) của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Số học sinh	25	50	200	175	50

Giá trị đại diện của nhóm $[30;60)$ là

- A. 60. B. 40. C. 45. D. 30.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm $[30;60)$ là $\frac{30+60}{2} = 45.$

Câu 7: Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Số học sinh xem ti vi từ 60 phút đến dưới 80 phút là

- A. 9. B. 10. C. 12. D. 5.

Lời giải

Từ bảng số liệu trên ta thấy:

Số học sinh xem ti vi từ 60 phút đến dưới 80 phút là: 10.

Câu 8: Khảo sát nhiệt độ ($^{\circ}C$) tại một địa điểm trong 40 ngày thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}C$)	$[20; 23)$	$[23; 26)$	$[26; 29)$	$[29; 32)$	$[32; 35)$
Số ngày	7	6	10	8	9

Số ngày có nhiệt độ từ $29^{\circ}C$ đến dưới $32^{\circ}C$ là:

- A. 8. B. 40. C. 10. D. 9.

Lời giải

Số ngày có nhiệt độ từ $29^{\circ}C$ đến dưới $32^{\circ}C$ là 8 ngày.

Câu 9: Khảo sát tổng thời gian truy cập internet mỗi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180)$
Số học sinh	11	25	36	15	8	5

Xác định cỡ mẫu của mẫu số liệu trên

- A. 90. B. 100. C. 105. D. 110.

Lời giải

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $11 + 25 + 36 + 15 + 8 + 5 = 100.$

Câu 10: Chiều cao (đơn vị: cm) của số học sinh lớp 11A được cho trong bảng dưới đây:

Chiều cao (cm)	$[150; 155)$	$[155; 160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$	$[175; 180)$
Số học sinh	4	8	12	10	6	4

Có bao nhiêu học sinh lớp 11A có chiều cao từ 165cm đến dưới 175cm ?

- A. 22. **B.** 16. C. 6. **D.** 10.

Lời giải

Dựa vào bảng số liệu đã cho, ta có:

Số học sinh lớp 11A có chiều cao từ 165cm đến dưới 165cm là $10 + 6 = 16$ em.

Câu 11: Khảo sát thời gian tự học trong ngày (đơn vị: giờ) của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)
Số học sinh	6	21	28	5

Xác định giá trị đại diện của nhóm [4;6)

- A. 4. **B.** 2. C. 6. **D.** 5.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm [4;6) bằng $\frac{4+6}{2} = 5$.

Câu 12: Đo cân nặng của một số học sinh lớp 11D cho trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Giá trị đại diện của nhóm [60,5;65,5) là

- A. 55,5. **B.** 58. C. 60,5. **D.** 5.

Lời giải

Trong mỗi khoảng cân ặng, giá trị đại diện trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Giá trị đại diện	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Câu 13: Tìm hiểu thời gia xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Giá trị đại diện của nhóm [20;25) là

- A.** 22,5. **B.** 23. C. 20. **D.** 5.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm [20;25) là $\frac{20+25}{2} = 22,5$

Câu 14: Độ dài của 60 lá dương xỉ trưởng thành được cho bằng bảng phân bố tần số ghép lớp như sau.

Số TT	Lớp của độ dài (cm)	Tần số
1	[10;20)	8
2	[20;30)	18
3	[30;40)	24
4	[40;50)	10
	Cộng	60

Hỏi số lá có chiều dài từ 30cm đến 50cm chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 50% . B. 56% . C. 56,7% . D. 57% .

Lời giải

Ta có tần suất của lớp [30;40) là $\frac{24 \times 100}{60} = 40$.

Tần suất của lớp [40;50) là $\frac{10 \times 100}{60} \approx 16,7$.

Vậy số lá có chiều dài từ 30cm đến 50cm chiếm $40\% + 16,7\% = 56,7\%$.

Câu 15: Khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường được thống kê như bảng sau.

Lớp khối lượng (gam)	Tần số
[70;80)	3
[80;90)	6
[90;100)	12
[100;110)	6
[110;120)	3
Cộng	30

Tần suất ghép nhóm của lớp [100;110) là.

- A. 20% . B. 40% . C. 60% . D. 80% .

Lời giải

Ta có tần suất ghép lớp của lớp [100;110) là $\frac{6 \cdot 100\%}{30} = 20\%$.

Câu 16: Cho các số liệu thống kê ghi trong bảng sau là thành tích chạy 50m của học sinh lớp 11A ở trường THPT (đơn vị: giây)

6,3	6,2	6,5	6,8	6,9	8,2	8,6
6,6	6,7	7,0	7,1	7,2	8,3	8,5
7,4	7,3	7,2	7,1	7,0	8,4	8,1
7,1	7,3	7,5	7,5	7,6	8,7	
7,6	7,7	7,8	7,5	7,7	7,8	

Trong lớp 10A, số học sinh chạy 50m hết từ 7 giây đến dưới 8,5 giây chiếm bao nhiêu phần trăm?

- A. 20,25% . B. 40,46% . C. 69,69% . D. 80,89% .

Giải

Từ các số liệu thống kê đã cho, ta xác định được:

Tần số của các lớp:

$$n_1 = 2; \quad n_2 = 5; \quad n_3 = 10;$$

$$n_4 = 9; \quad n_5 = 4; \quad n_6 = 3.$$

Tần suất của các lớp

$$f_1 \approx 6,06%; \quad f_2 \approx 15,15%; \quad f_3 \approx 30,30%;$$

$$f_4 \approx 27,27%; \quad f_5 \approx 12,12%; \quad f_6 = 9,10%.$$

Từ đó ta có bảng phân bố tần số ghép nhóm

Thành tích chạy 50 m của học sinh lớp 11A ở trường THPT:

Lớp thời gian chạy (giây)	Tần suất (%)
[6,0;6,5)	6,06
[6,5;7,0)	15,15
[7,0;7,5)	30,30
[7,5;8,0)	27,27
[8,0;8,5)	12,12
[8,5;9,0)	9,10
Cộng	100(%)

Số học sinh chạy 50m hết từ 7 giây đến dưới 8,5 giây chiếm số phần trăm là:

$$30,30\% + 27,27\% + 12,12\% = 69,69\% .$$

Câu 17: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Có bao nhiêu học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút?

A. 24 .

B. 15 .

C. 2 .

D. 20 .

Lời giải

Số học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút là 24.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Theo Tổ chức Y tế Thế giới (WHO), thiếu máu là tình trạng giảm lượng huyết sắc tố (Hb) dẫn tới sự thiếu cung cấp oxygen cho các mô trong cơ thể. Đối với nam giới trên 15 tuổi, chỉ số Hb (đơn vị tính là gam/lít) lớn hơn hoặc bằng 130 được xem là không bị thiếu máu, từ 110 đến dưới 130 là thiếu máu mức nhẹ, từ 80 đến dưới 110 là thiếu máu mức vừa, dưới 80 là mức nặng. Đo chỉ số Hb của một số học sinh nam lớp 11 cho kết quả như bảng dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

132	135	137	131	129	125	140	147	138	137	128	112
127	129	125	98	139	138	139	141	149	105	136	133
137	138	108	133	136	141	144	134	136	137	142	

- a) Có 25 học sinh không bị thiếu máu
- b) Chỉ có 3 học sinh thiếu máu dưới mức trung bình
- c) Có 12 học sinh thiếu máu ở mức nhẹ
- d) Mẫu số liệu ghép nhóm theo mức độ thiếu máu là:

Chỉ số Hb (gam/lít)	[80;110)	[110;130)	Từ 130 trở lên
Số học sinh	25	7	3

Lời giải

Có 25 học sinh có chỉ số Hb từ 130 trở lên (không bị thiếu máu), 7 học sinh có chỉ số Hb từ 110 đến dưới 130 (thiếu máu mức nhẹ), 3 học sinh có chỉ số Hb từ 80 đến dưới 110 (thiếu máu mức trung bình). Ta có mẫu số liệu ghép nhóm:

Chỉ số Hb (gam/lít)	[80;110)	[110;130)	Từ 130 trở lên
Số học sinh	25	7	3

- a) Đúng: Có 25 học sinh không bị thiếu máu
- b) Đúng: Chỉ có 3 học sinh thiếu máu dưới mức trung bình
- c) Sai: Có 7 học sinh thiếu máu ở mức nhẹ
- d) Đúng: Mẫu số liệu ghép nhóm theo mức độ thiếu máu là:

Chỉ số Hb (gam/lít)	[80;110)	[110;130)	Từ 130 trở lên
Số học sinh	25	7	3

Câu 2: Mẫu số liệu sau cho biết phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019.

Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến dưới 65	Từ 65 tuổi trở lên
Số người	23 371 882	65 429 451	7 416 651

- a) Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu không ghép nhóm

- b) Mẫu số liệu đã cho có ba nhóm và ba tần số tương ứng
- c) Dân số của Việt Nam từ 15 tuổi trở lên là 65 429 451 người.
- d) Dân số Việt Nam năm 2019 là 96 208 984 người

Lời giải

- a) Sai: Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.
- b) Đúng: Có ba nhóm là: Dưới 15 tuổi, Từ 15 đến dưới 65 tuổi, Từ 65 tuổi trở lên.
 Có 23 371 882 người dưới 15 tuổi; 65 420 451 người từ 15 đến dưới 65 tuổi và 7 416 651 người từ 65 tuổi trở lên.
- c) Sai: Dân số của Việt Nam từ 15 tuổi trở lên là $65\,429\,451 + 7\,416\,151 = 72\,845\,602$ người.
- d) Đúng: Dân số Việt Nam năm 2019 là $23\,371\,882 + 65\,420\,451 + 7\,416\,651 = 96\,208\,984$ người.

Câu 3: Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Tuổi thọ	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số bóng đèn	4	20	26	42	8

- a) Mẫu số liệu đã cho có là mẫu số liệu ghép nhóm
- b) Có 24 bóng đèn có tuổi thọ ít hơn 7 nghìn giờ
- c) Có tất cả 100 bóng đèn được khảo sát
- d) Có 50 bóng đèn có tuổi thọ từ 9 nghìn giờ trở lên

Lời giải

- a) Đúng: Mẫu số liệu đã cho là mẫu số liệu ghép nhóm.
- b) Đúng: Số bóng đèn có tuổi thọ ít hơn 7 nghìn giờ là $4 + 20 = 24$ bóng đèn.
- c) Đúng: Số bóng đèn được khảo sát là $4 + 20 + 26 + 42 + 8 = 100$ bóng đèn.
- d) Đúng: Số bóng đèn có tuổi thọ từ 9 nghìn giờ trở lên là $42 + 8 = 50$ bóng đèn.

Câu 4: Cho mẫu số liệu về chiều cao của các học sinh lớp 11B (đơn vị: cm)

156	159	160	161	162	162	163	163	164	164	164
165	165	165	165	165	166	166	166	167	167	168
168	168	169	169	169	170	170	170	171	172	173

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 17
- b) Có 12 em học sinh có chiều cao từ 166,5 cm trở lên

- c) Có 28 em học sinh có chiều cao nhỏ hơn 170 cm
 d) Mẫu số liệu ghép nhóm gồm năm nhóm có độ dài bằng nhau từ mẫu số liệu trên là:

Chiều cao	[156;159,5)	[159,5; 163)	[163; 166,5)	[166,5;170)	[170; 173,5)
Số học sinh	5	4	11	8	4

Lời giải

a) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của mẫu là 156; giá trị lớn nhất là 173 nên khoảng biến thiên là $173 - 156 = 17$. Ta cần mẫu số liệu thành 5 nhóm.

Để thuận tiện ta chọn đầu mút trái của nhóm đầu tiên là 156 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 173,5; độ dài mỗi nhóm là 3,5 ta được các nhóm là:

$$[156;159,5); [159,5;163); [163;166,5); [166,5;170); [170;173,5).$$

Đếm số giá trị thuộc mỗi nhóm, ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Chiều cao	[156;159,5)	[159,5; 163)	[163; 166,5)	[166,5;170)	[170; 173,5)
Số học sinh	2	4	13	8	6

- b) Sai: Có 14 em học sinh có chiều cao từ 166,5 cm trở lên
 c) Đúng: Có 28 em học sinh có chiều cao nhỏ hơn 170 cm
 d) Sai: Mẫu số liệu ghép nhóm gồm năm nhóm có độ dài bằng nhau từ mẫu số liệu trên là:

Chiều cao	[156;159,5)	[159,5; 163)	[163; 166,5)	[166,5;170)	[170; 173,5)
Số học sinh	2	4	13	8	6

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;152)	5
[152;154)	18
[154;156)	40
[156;158)	26
[158;160)	8
[160;162)	3
Tổng	$N = 100$

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả bao nhiêu nhóm?

Lời giải

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả 6 nhóm.

Câu 2: Thời gian hoàn thành quãng đường 100m của 40 học sinh lớp 11 được cho trong bảng số liệu dưới đây:

Thời gian (s)	[15;17)	[17;19)	[19;21)	[21;23)
Số học sinh	8	11	13	8

Hỏi có bao nhiêu học sinh có thời gian hoàn thành đường chạy dưới 19s?

Lời giải

Từ bảng số liệu ta thấy số học sinh có thời gian hoàn thành dưới 19s có số liệu ở nhóm thứ 1 và 2 nên có $8+11=19$ (học sinh).

Câu 3: Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Hỏi có bao nhiêu học sinh xem ti vi từ 40 phút trở lên trong một ngày ?

Lời giải

Từ bảng số liệu ta thấy số học sinh có thời gian xem ti vi từ 40 phút trở lên trong một ngày có số liệu ở nhóm thứ 3,4 và 5 nên có $12+10+6=28$ (học sinh).

Câu 4: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Có bao nhiêu ngày cửa hàng đạt doanh thu từ 7 triệu trở lên?

Lời giải

Số ngày cửa hàng đạt doanh thu từ 7 triệu trở lên là: $7+7+3+1=18$ ngày.

Câu 5: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 165cm đến dưới 170cm

Lời giải

Số học sinh cao từ 165cm đến dưới 170cm là 9 học sinh.

Câu 6: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng / m ²)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Hỏi có bao nhiêu khách hàng mua được nhà với mức giá nhỏ hơn 22 triệu đồng/m²

Lời giải

Số khách hàng mua được nhà với mức giá nhỏ hơn 22 triệu đồng/m² là $54 + 78 + 120 = 242$ khách hàng

-----HẾT-----

BÀI 02 CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là \bar{x} và được tính bằng công thức: $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$

Trong đó : $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$

Chú ý:

- Đối với số liệu rời rạc, người ta thường sử dụng cho các nhóm dưới dạng $k_1 - k_2$, trong đó $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$
- Nhóm $k_1 - k_2$ được hiểu là nhóm gồm các giá trị $k_1, k_1 + 1, \dots, k_2$. Khi đó, ta cần hiệu chỉnh mẫu dữ liệu ghép nhóm để đưa về dạng Bảng 3.2 trước khi thực hiện tính toán các số đặc trưng bằng cách hiệu chỉnh nhóm $k_1 - k_2$ với $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ thành nhóm $[k_1 - 0,5; k_2 + 0,5)$.

Ý nghĩa: Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho số trung bình của mẫu số liệu gốc, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng đại diện cho mẫu số liệu.

2 Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Ý nghĩa: Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho trung vị của mẫu số liệu gốc, nó chia mẫu số liệu thành hai phần, mỗi phần chứa 50% giá trị.

3 Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.



Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó là nhóm thứ $p: [a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1, 2, \dots, k$.

ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

Nhận xét: Ta cũng có thể xác định nhóm chứa tứ phân vị thứ r nhờ tính chất: có khoảng $\left(\frac{r \cdot n}{4}\right)$ giá trị nhỏ hơn tứ phân vị này.

Ý nghĩa: Các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho các tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng chia mẫu số liệu thành 4 phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

4 Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.

Bước 2: Một được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

Lưu ý: Người ta chỉ định nghĩa một của mẫu ghép nhóm có độ dài các nhóm bằng nhau. Một mẫu có thể không có một hoặc có nhiều hơn một một.

Ý nghĩa: Một của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho một của mẫu số liệu gốc, nó được dùng để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.



B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Số trung bình cộng và một của mẫu số liệu ghép nhóm

- Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu là \bar{x} và được tính bằng công thức:

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + \dots + m_kx_k}{n}$$

- Trong đó : $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu và $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ (với $i = 1, \dots, k$) là giá trị đại diện của nhóm $[a_i; a_{i+1})$.

Để tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm, ta thực hiện theo các bước sau:

- Bước 1:** Xác định nhóm có tần số lớn nhất (gọi là nhóm chứa một), giả sử là nhóm $j: [a_j; a_{j+1})$.
- Bước 2:** Một được xác định là $M_0 = a_j + \frac{m_j - m_{j-1}}{(m_j - m_{j-1}) + (m_j - m_{j+1})} \cdot h$, trong đó m_j là tần số nhóm j (quy ước $m_0 = m_{k+1} = 0$) và h là độ dài của nhóm.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Thống kê cân nặng của 30 học sinh trong một lớp học thu được kết quả như sau:

Cân nặng (kg)									
54	42	53	63	58	54	63	70	59	49
73	49	66	60	55	48	65	63	56	51
61	57	69	67	63	52	60	56	49	44

- Hãy tính cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên.
- Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép lần lượt là $[40;50)$; $[50;60)$; $[60;70)$; $[70;80)$.
- Hãy ước lượng cân nặng trung bình của học sinh trong lớp từ bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

- Cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên:

$$\bar{x} = (54 + 42 + 53 + 63 + 58 + 54 + 63 + 70 + 59 + 49 + 73 + 49 + 66 + 60 + 55 + 48 + 65 + 63 + 56 + 51 + 61 + 57 + 69 + 67 + 63 + 52 + 60 + 56 + 49 + 44) : 30 = 57,63$$

- Bảng tần số ghép nhóm:

Cân nặng (kg)	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Số học sinh	6	12	10	2

- Ta có bảng thống kê cân nặng học sinh theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Cân nặng đại diện	45	55	65	75
Số học sinh	6	12	10	2

Cân nặng trung bình của học sinh lớp học trên: $(45.6 + 55.12 + 65.10 + 75.2) : 30 = 57,67$

Bài tập 2: Kết quả điều tra thời gian chờ khám (đơn vị: phút) của bệnh nhân tại phòng khám của một bệnh viện ở Thành phố Hồ Chí Minh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Tần số	4	5	8	3

Hãy ước lượng thời gian trung bình chờ khám bệnh và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh theo giá trị đại diện:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Thời gian đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5
Tần số	4	5	8	3

Thời gian trung bình chờ khám bệnh $(22,5.4 + 27,5.5 + 32,5.8 + 37,5.3) : 20 = 30$.

Bài tập 3: Thống kê chiều cao của 60 học sinh lớp 11 ở một trường trung học phổ thông (đơn vị: cm) thu được kết quả như sau:

157	163	146	150	176	162	147	151	176	161	149	152	177
165	148	153	176	169	152	155	170	144	168	160	170	143
167	160	170	142	166	160	165	141	174	161	166	144	173
162	175	156	161	172	175	157	162	171	176	160	158	170
176	164	159	170	175	163	160	170					

a) Hãy thu gọn dữ liệu bằng cách lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm ghép lần lượt là [135;145) [145;155); [155;165); [165;175); [175;185).

b) Hãy ước lượng chiều cao trung bình của học sinh trong lớp học đó từ bảng tần số ghép nhóm đã lập ở câu a.

Lời giải

a) Bảng tần số ghép nhóm chiều cao của 60 học sinh lớp 11:

Chiều cao (cm)	[135;145)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)
Tần số	5	9	19	17	10

b) Ta có bảng thống kê thời gian chờ khám bệnh theo giá trị đại diện:

Chiều cao (phút)	[135;145)	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)
Chiều cao đại diện	140	150	160	170	180
Tần số	5	9	19	17	10

Chiều cao trung bình là $(140.5 + 150.9 + 160.19 + 170.17 + 180.10) : 60 = 163$ cm.

Bài tập 4: Cân lần lượt 40 quả cam (đơn vị gram) ta được kết quả sau (mẫu số liệu)

85	86	86	86	86	86	87	87	87	87	87	88	88	88	88	89
89	89	89	89	89	89	90	90	90	90	90	91	91	91	92	93
93	93	93	94	94	94	94	94	94							

a) Tính khối lượng trung bình của 40 quả cam

b) Tổng hợp lại số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	?	?	?	?	?

- c) Hãy ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam từ bảng tần số ghép nhóm trên.
 d) Dự đoán khối lượng quả cam xuất hiện nhiều nhất.

Lời giải

a) Khối lượng trung bình của 40 quả cam là:

$$\bar{x} = \frac{85 + 86.5 + 87.5 + 88.4 + 89.7 + 90.5 + 91.3 + 92 + 93.4 + 94.6}{40} = 91.9 (g)$$

b) Bảng tần số ghép nhóm:

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Số quả	6	9	11	4	10

c) Ước lượng trung bình khối lượng của 40 quả cam.

Khối lượng	[85;87)	[87;89)	[89;91)	[91;93)	[93;95)
Giá trị đại diện	86	88	90	92	94
Số quả	6	9	11	4	10

Khối lượng trung bình của 40 quả cam xấp xỉ bằng: $\frac{86.6 + 88.9 + 90.11 + 92.4 + 94.10}{40} = 90,15(g)$.

d) Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là [89;91)

Do đó: $u_m = 89; n_{m-1} = 9; n_{m+1} = 4; u_{m+1} - u_m = 91 - 89 = 2$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 89 + \frac{11-9}{(11-9)+(11-4)} \cdot 2 = \frac{805}{9} \approx 89,44(g)$

Vậy khả năng quả cam nặng 89,44(g) là cao nhất.

Bài tập 5: Điều tra về thu nhập của công nhân xí nghiệp X (đơn vị: nghìn đồng/ tháng), người ta ghi được bảng tần số ghép lớp sau đây:

Tiền lương	Số người
[800; 890]	15
[900; 990]	25
[1000; 1090]	28
[1100; 1190]	35
[1200; 1290]	40
[1300; 1390]	30
[1400; 1490]	27

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Hiệu chỉnh lại bảng số liệu ta có:

Tiền lương	[795;895)	[895;995)	[995;1095)	[1095;1195)	[1195;1295)	[1295;1395)	[1395;1495)
Giá trị đại diện	845	945	1045	1145	1245	1345	1445
Số người	15	25	28	35	40	30	27

Thu nhập trung bình của công nhân xấp xỉ bằng:

$$\bar{x} = \frac{845.15 + 945.25 + 1045.28 + 1145.35 + 1245.40 + 1345.30 + 1445.27}{200} = 1174.$$

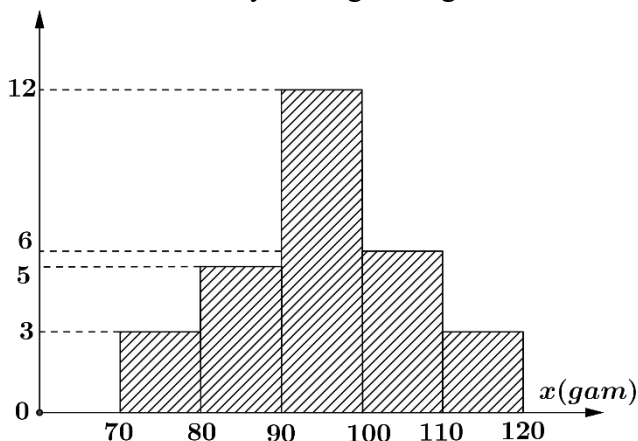
Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [1195;1295)

Do đó $u_m = 1195; n_{m-1} = 35, n_{m+1} = 30, u_{m+1} - u_m = 1295 - 1195 = 100.$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_0 = 1195 + \frac{40 - 35}{(40 - 35) + (40 - 30)} \cdot 100 = \frac{3685}{3} \approx 1228,33.$$

Bài tập 6: Kết quả đo khối lượng của 30 củ khoai tây ở nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Khối lượng 30 củ khoai tây

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Khối lượng	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)
Giá trị đại diện	75	85	95	105	115
Số củ	3	5	12	6	3

Khối lượng trung bình mỗi củ khoai tây là $\frac{75.3 + 85.5 + 95.12 + 105.6 + 115.3}{30} = \frac{553}{6} \approx 92,17(g).$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là [90;100)

Do đó $u_m = 90; n_{m-1} = 5, n_{m+1} = 6, u_{m+1} - u_m = 100 - 90 = 10.$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 90 + \frac{12 - 5}{(12 - 5) + (12 - 6)} \cdot 10 = \frac{1240}{13} \approx 95,38(g).$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm thi môn Toán của hai lớp 11A và 11B được cho trong bảng sau, biết mỗi lớp có 50 học sinh

Điểm thi	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Lớp nào có điểm thi trung bình cao hơn

- A. Điểm thi trung bình của lớp 11A cao hơn lớp 11B
- B. Điểm thi trung bình của lớp 11B cao hơn lớp 11A
- C. Điểm thi trung bình của lớp 11A bằng lớp 11B
- D. Đáp án khác.

Lời giải

Ta có bảng thống kê điểm thi môn Toán theo giá trị đại diện

Điểm thi	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Điểm thi đại diện	1	3	5	7	9
Lớp 11A	2	4	12	28	4
Lớp 11B	4	10	17	14	5

Điểm thi trung bình của lớp 11A là $(1.2 + 3.4 + 5.12 + 7.28 + 9.4) : 50 = 6,12$ cm

Điểm thi trung bình của lớp 11B là $(1.4 + 3.10 + 5.17 + 7.14 + 9.5) : 50 = 5,24$ cm

Vậy điểm thi trung bình của lớp 11A cao hơn lớp 11B.

Câu 2: Nhiệt độ trung bình của 12 tháng tại thành phố Hà Nội từ năm 1961 đến hết năm 1990 (30 năm) được cho trong bảng sau

Nhiệt độ (°C)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)	[18; 20)	[20; 22)
Tần số	1	3	12	9	5

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 15,7.
- B. 16,0.
- C. 17,5.
- D. 17,0.

Lời giải

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là nhóm [16; 18).

Nên ta có $u_m = 16, n_{m-1} = 3, n_m = 12, n_{m+1} = 9, u_{m+1} - u_m = 18 - 16 = 2$.

Mốt của mẫu số liệu trên là $M_0 = 16 + \frac{12 - 3}{(12 - 3) + (12 - 9)} \cdot 2 = 17,5$.

Câu 3: Kết quả kì thi trắc nghiệm môn Toán với thang điểm 100 của 32 học sinh được cho trong bảng sau

Điểm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Tần số	4	6	11	6	3	2

Độ dài của nhóm [90; 100) là

- A. 7. B. 8. C. 9. **D. 10.**

Lời giải

Độ dài của nhóm $[90;100)$ là $100 - 90 = 10$.

Câu 4: Một nhà thực vật học đo chiều dài của 74 chiếc lá và thu được kết quả như sau (đơn vị: mm)

Chiều dài (mm)	$[5,45;5,85)$	$[5,85;6,25)$	$[6,25;6,65)$	$[6,65;7,05)$	$[7,05;7,45)$	$[7,45;7,85)$
Tần số	5	9	15	19	16	8

Giá trị đại diện và độ dài của nhóm $[6,25;6,65)$ là

- A. 6,05 và 0,2. B. 6,45 và 0,2. C. 6,05 và 0,4. **D. 6,45 và 0,4.**

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm là $\frac{6,25 + 6,45}{2} = 6,45$.

Độ dài của nhóm là $6,65 - 6,25 = 0,4$.

Câu 5: Thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[19;21)$	$[21;23)$	$[23;25)$	$[25;27)$	$[27;29)$
Tần số	5	8	7	9	6

Dự đoán thời gian bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là

- A. 24,2 phút.** B. 25,4 phút. C. 25,8 phút. D. 24,8 phút.

Lời giải

Ta có bảng thống kê thời gian đi từ nhà đến trường của A theo giá trị đại diện

Thời gian (phút)	$[19;21)$	$[21;23)$	$[23;25)$	$[25;27)$	$[27;29)$
Thời gian đại diện	20	22	24	26	28
Tần số	5	8	7	9	6

Thời gian trung bình bạn A thường dành ra để đi từ nhà đến trường là $(20.5 + 22.8 + 24.7 + 26.9 + 28.6) : 35 = 24,2$.

Câu 6: Cân nặng (đơn vị: kg) của 28 học sinh lớp 11 được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Cân nặng	$[45;49)$	$[49;53)$	$[53;57)$	$[57;61)$	$[61;65)$
Số học sinh	4	5	7	7	5

Cân nặng trung bình của 28 học sinh trên xấp xỉ bằng:

- A. 55,57(kg).** B. 54,57(kg). C. 53,57(kg). D. 56,57(kg).

Lời giải

Cân nặng trung bình của 28 học sinh trên: $\bar{x} = \frac{47.4 + 51.5 + 55.7 + 59.7 + 63.5}{28} \approx 55,57(kg)$.

Câu 7: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2;2,5)$	$[2,5;3)$	$[3;3,5)$	$[3,5;4)$	$[4;4,5)$	$[4,5;5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5

Giá trị đại diện của nhóm $[2,5;3)$ là:

- A. 2,5. **B. 2,75.** C. 9. D. 3.

Lời giải

Câu 11: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này.

- A. 8,2375(h). **B.** 8,4375(h). C. 8,754(h). D. 8,457(h) .

Lời giải

Thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này là:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 2.5 + 16 \times 7.5 + 4 \times 12.5 + 2 \times 17.5 + 2 \times 22.5}{8 + 16 + 4 + 2 + 2} = 8,4375 \text{ (h)}$$

Câu 12: Điều tra về số tiền mua đồ dùng học tập trong một tháng của 40 học sinh, ta có mẫu số liệu như sau (đơn vị: nghìn đồng):

Giá trị (x)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	Cộng
Tần số (n)	2	5	15	8	9	1	N = 40

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A. 28 . **B.** 23 . C. 32 . **D.** 25 .

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu: $\bar{x} = \frac{12,5 \cdot 2 + 17,5 \cdot 5 + 22,5 \cdot 15 + 27,5 \cdot 8 + 32,5 \cdot 9 + 37,5 \cdot 1}{40} = 25 .$

Câu 13: Tìm cân nặng trung bình (đơn vị: kg) của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau

Cân nặng	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

- A.** 51,81 . **B.** 57,6 . C. 58,7 . **D.** 52,6 .

Lời giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là $n = 42$. Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D là:

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 43 + 7 \cdot 48 + 16 \cdot 53 + 4 \cdot 58 + 2 \cdot 63 + 3 \cdot 68}{42} \approx 51,81(kg)$$

Câu 14: Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 17,42. B. 14,56. C. 17,16. D. 12,67.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 10 nên nhóm chứa một là nhóm $[10,5; 20,5]$.

Ta có: $u_m = 10,5, u_{m+1} = 20,5, n_m = 10, n_{m+1} = 6; n_{m-1} = 2, u_{m+1} - u_m = 10$.

$$\text{Do đó: } M_o = 10,5 + \frac{10 - 2}{(10 - 2) + (10 - 6)} \times 10 = 17,16$$

Câu 15: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm này.

- A. 18,37. B. 19,37. C. 19,73. D. 18,73.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 24 nên nhóm chứa một là nhóm $[18,5; 21,5]$.

Ta có: $u_m = 18,5, u_{m+1} = 21,5, n_m = 24, n_{m+1} = 15; n_{m-1} = 2, u_{m+1} - u_m = 3$.

$$\text{Một của mẫu số liệu: } M_o = 18,5 + \frac{24 - 15}{(24 - 15) + (24 - 2)} \times 3 = 18,5 + \frac{27}{31} \approx 19,37$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

- a) Giá trị đại diện nhóm $[150;155)$ bằng 152,5
 b) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là: 163,7 (gam)
 c) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là: 162,1 (gam)
 d) Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.

Lời giải

a) Đúng: Bảng thống kê số lượng cam theo giá trị đại diện:

Cân nặng đại diện (gam)	152,5	157,5	162,5	167,5	172,5
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

b) Sai: Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là:

$$\bar{x}_A = \frac{152,5 \cdot 2 + 157,5 \cdot 6 + 162,5 \cdot 12 + 167,5 \cdot 4 + 172,5 \cdot 1}{25} = 161,7 \text{ (gam)}.$$

c) Sai: Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là:

$$\bar{x}_B = \frac{152,5 \cdot 1 + 157,5 \cdot 3 + 162,5 \cdot 7 + 167,5 \cdot 10 + 172,5 \cdot 4}{25} = 165,1 \text{ (gam)}.$$

d) Đúng: Ta thấy $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ nên nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.

Câu 2: Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	6	12	16	7	2

a) Giá trị đại diện nhóm [50;60) là 55

b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm [50;60)

c) Nhóm chứa một là nửa khoảng [30;40)

d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Lời giải

a) Đúng: Nhóm chứa một là nửa khoảng [30;40).

b) Đúng: Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm [50;60)

c) Đúng: Khi đó: $u_m = 30, n_m = 16, n_{m-1} = 12, n_{m+1} = 7, u_{m+1} - u_m = 40 - 30 = 10$.

Ta có một là: $M_0 = 30 + \frac{16 - 12}{(16 - 12) + (16 - 7)} \cdot 10 = \frac{430}{13} \approx 33,08$.

c) Sai: Vây độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 33 tuổi.

Câu 3: Một nhà thực vật học đo chiều dài trung bình của 74 lá cây (đơn vị: milimét) và thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[5,45; 5,85)	5,65	5
[5,85; 6,25)	6,05	9
[6,25; 6,65)	6,45	15
[6,65; 7,05)	6,85	19
[7,05; 7,45)	7,25	16
[7,45; 7,85)	7,65	8
[7,85; 8,25)	8,05	2

- a) Chiều dài trung bình của 74 lá cây xấp xỉ bằng 6,4 (milimet)
- b) Độ dài nhóm là 0,4
- c) Nhóm chứa mốt là: [7,05;7,45)
- d) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ bằng 6,65.

Lời giải

a) Sai: Chiều dài trung bình của 74 lá cây là:

$$\bar{x} = \frac{5,65 \cdot 5 + 6,05 \cdot 9 + 6,45 \cdot 15 + 6,85 \cdot 19 + 7,25 \cdot 16 + 7,65 \cdot 8 + 8,05 \cdot 2}{74} = \frac{5029}{740} \approx 6,8(\text{mm})$$

b) Đúng: Độ dài nhóm là 0,4

c) Sai: Nhóm chứa mốt là: [6,65;7,05)

Trong đó: $u_m = 6,65; u_{m+1} = 7,05; u_{m+1} - u_m = 0,4; n_m = 19; n_{m-1} = 15; n_{m+1} = 16$

d) Sai: Do đó mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 6,65 + \frac{19-15}{(19-15)+(19-16)} \cdot 0,4 \approx 6,88.$

Câu 4: Số cuộc điện thoại một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số cuộc gọi	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Số ngày	5	13	7	3	2

- a) Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là: 8,1.
- b) Nhóm chứa mốt là: [5,5;8,5).
- c) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là $\approx 7,21.$
- d) Người đó thực hiện tối đa khoảng 8 cuộc gọi mỗi ngày.

Lời giải

a) Sai: Ta viết lại bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là:

Số cuộc gọi	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Giá trị đại diện	4	7	10	13	16
Số ngày	5	13	7	3	2

Số cuộc gọi trung bình mỗi ngày là: $\bar{x} = \frac{4 \cdot 5 + 7 \cdot 13 + 10 \cdot 7 + 13 \cdot 3 + 16 \cdot 2}{30} = 8,4.$

b) Đúng: Nhóm chứa mốt là: [5,5;8,5).

Ta có: $u_m = 5,5; u_{m+1} = 8,5 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 3; n_m = 13; n_{m-1} = 5; n_{m+1} = 7.$

c) Đúng: Vậy mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 5,5 + \frac{13-5}{(13-5)+(13-7)} \cdot 3 = \frac{101}{14} \approx 7,21.$

d) Sai: Vậy người đó thực hiện tối đa khoảng 7 cuộc gọi mỗi ngày.

Câu 5: Thống kê số giờ tự học của học sinh tại một trường THPT trong một tuần, người ta ghi được kết quả sau (đơn vị: giờ).

14 12,5 15 16,5 17 14,5 13 15,5 16,5 17,5
 16,5 18,5 19 20 19,5 17 16,5 14 18 21
 15,5 13,5 12,5 14,5 17,5 19 19,5 20,5 20 17
 14,5 13 14,5 18 16 15 13 18,5 14,5 12,5

a) Tổng số giờ tự học của học sinh là: 829,5 giờ.

b) Tổng hợp kết quả tự học của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Giờ tự học	[12,5;14,5)	[14,5;16,5)	[16,5;18,5)	[18,5;20,5)	[20,5;22,5)
Số học sinh	9	13	17	9	2

c) Thời gian trung bình học của mỗi học sinh dựa vào bảng tần số ghép nhóm tìm được ở ý b) là: 16,78.

d) Khả năng tự học trong tuần cao nhất của học sinh là 16,28 giờ.

Lời giải

a) Sai: Tổng số giờ tự học của học sinh là: 819,5 giờ.

Số giờ tự học trung bình của học sinh: $\bar{x} = \frac{891,5}{50} = 16,39$ giờ.

b) Đúng:

Giờ tự học	[12,5;14,5)	[14,5;16,5)	[16,5;18,5)	[18,5;20,5)	[20,5;22,5)
Số học sinh	9	13	17	9	2

c) Đúng:

Giờ tự học	[12,5;14,5)	[14,5;16,5)	[16,5;18,5)	[18,5;20,5)	[20,5;22,5)
Giá trị đại diện	13,5	15,5	17,5	19,5	21,5
Số học sinh	9	13	17	9	2

Thời gian tự học trung bình: $\bar{x} = \frac{9.13,5 + 13.15,5 + 17.17,5 + 9.19,5 + 2.21,5}{50} = 16,78$.

d) Sai: Khả năng tự học trong tuần cao nhất của học sinh là 16,78 giờ.

Câu 6: Một nhà nghiên cứu ghi lại thời gian (giờ) sử dụng Facebook của 30 học sinh trong 02 tuần. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau:

21 17 22 18 20 17 15 13 15 20
 15 12 18 17 25 17 21 15 12 18
 16 23 14 18 19 13 16 19 18 17

a) Số giờ trung bình của học sinh trong 02 tuần: 16,37 giờ.

b) Tổng hợp kết quả thời gian sử dụng Facbook của học sinh vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Số giờ	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)
Giá trị đại diện	13,5	16,5	18,5	21,5	24,5
Số học sinh	5	12	8	4	1

c) Nhóm chứa một của mẫu số liệu ý b) là nhóm [15;18).

d) Một của mẫu số liệu ý b) bằng 16,91.

Lời giải

a) Sai: Tổng số thời gian sử dụng Facbook của 30 học sinh là: 521 giờ.

Số giờ trung bình của học sinh trong 02 tuần: $\bar{x} = \frac{521}{30} = 17,37$ giờ.

b) Đúng:

Số giờ	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)
Giá trị đại diện	13,5	16,5	18,5	21,5	24,5
Số học sinh	5	12	8	4	1

c) Đúng: Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm [15;18).

d) Đúng: Do đó: $u_m = 15; n_{m-1} = 5; n_m = 12; n_{m+1} = 8; u_{m+1} - u_m = 18 - 15 = 3,0$.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 15 + \frac{12 - 5}{(12 - 5) + (12 - 8)} \cdot 3 = 16,91$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Khảo sát số lần sử dụng Facebook của một người thực hiện mỗi ngày trong 30 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên được thống kê trong bảng sau:

Số lần sử dụng FB	[3;5]	[6;8]	[9;11]	[12;14]	[15;17]
Số ngày	2	5	11	8	4

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Do số lần sử dụng Facebook là số nguyên nên ta chỉnh lại như sau:

Số lần sử dụng FB	[2,5;5,5)	[5,5;8,5)	[8,5;11,5)	[11,5;14,5)	[14,5;17,5)
Số ngày	2	5	11	8	4

Nhóm chứa một là [8,5;11,5) do đó: $u_m = 8,5; n_{m-1} = 5; n_{m+1} = 8; u_{m+1} - u_m = 11,5 - 8,5 = 3$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 8,5 + \frac{11 - 5}{(11 - 5) + (11 - 8)} \cdot 3 = 10,5$

Câu 2: Bảng sau cho ta cân nặng của học sinh một lớp 11:

Cân nặng (kg)	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)	[50,5;55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2

Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11 đó.

Lời giải

Bảng thống kê cân nặng của học sinh theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63
Số học sinh	10	7	16	4	2

Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11 đó là:

$$\bar{x} = \frac{43 \cdot 10 + 48 \cdot 7 + 53 \cdot 16 + 58 \cdot 4 + 63 \cdot 2}{39} \approx 50,56 \text{ (kg)}$$

Câu 3: Kết quả đo chiều cao của 250 cây dừa đột biến 3 năm tuổi ở một viện nghiên cứu được tổng hợp ở bảng sau:

Chiều cao (m^2)	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Số cây	36	45	83	65	21

Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Chiều cao (m^2)	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Giá trị đại diện	8,65	8,95	9,25	9,55	9,85
Số cây	36	45	83	65	21

Chiều cao trung bình của 250 cây dừa đột biến xấp xỉ bằng:

$$\frac{8,65 \cdot 36 + 8,95 \cdot 45 + 9,25 \cdot 83 + 9,55 \cdot 65 + 9,85 \cdot 21}{250} = 9,238$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là [9,1;9,4)

Do đó: $u_m = 9,1; n_{m-1} = 45; n_{m+1} = 65; u_{m+1} - u_m = 9,4 - 9,1 = 0,3$

Một của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_o = 9,1 + \frac{83 - 45}{(83 - 45) + (83 - 65)} \cdot 0,3 \approx 9,3.$

Câu 4: Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45

Công ty bất động sản Đất Vàng nên xây nhà ở mức giá nào để nhiều người có nhu cầu xây nhà?

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là $[18;22)$

Do đó: $u_m = 18; n_{m-1} = 105; n_{m+1} = 96; u_{m+1} - u_m = 22 - 18 = 4$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_o = 18 + \frac{179 - 105}{(179 - 105) + (179 - 96)} \cdot 4 \approx 19,9$.

Dựa vào kết quả trên ta có thể dự đoán rằng nếu công ty bất động sản Đất Vàng xây nhà ở mức giá 19,9 triệu đồng/ mét vuông thì sẽ có nhiều người mua nhất.

Câu 5: Người ta tiến hành phỏng vấn 50 người về phim chiếu rạp Lật mặt 6 của Lý Hải. Người điều tra yêu cầu cho điểm phim theo thang điểm 100. Kết quả được trình bày trong bảng phân bố tần số ghép lớp sau đây:

Số điểm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Số người	4	7	9	18	12

Hãy ước lượng số trung bình và mốt của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

Lời giải

Số điểm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Giá trị đại diện	55	65	75	85	95
Số người	4	7	9	18	12

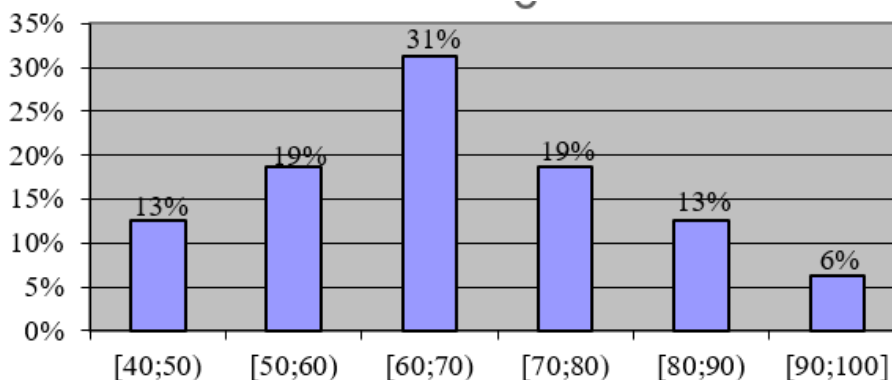
Điểm trung bình đánh giá phim Lật Mặt 6 bằng: $\frac{55 \cdot 4 + 65 \cdot 7 + 75 \cdot 9 + 85 \cdot 18 + 95 \cdot 12}{50} = 80,4$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là $[80;90)$

Do đó: $u_m = 80; n_{m-1} = 9; n_{m+1} = 12; u_{m+1} - u_m = 90 - 80 = 10$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_o = 80 + \frac{18 - 9}{(18 - 9) + (18 - 12)} \cdot 10 = 80,6$.

Câu 6: Kết quả điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây:



Hãy ước lượng mốt của mẫu số liệu trên?

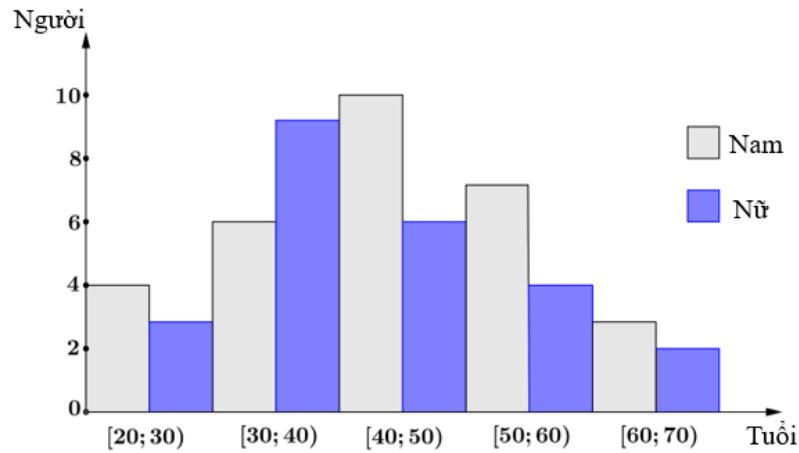
Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Lớp điểm	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100]
Tần số	4	6	10	6	4	2

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là: [60;70). Một của mẫu số liệu là: $60 + \frac{10-6}{10-6+10-6} \cdot 10 = 65$

Câu 7: Một đại lí bảo hiểm đã thống kê số lượng khách mua bảo hiểm nhân thọ trong một ngày ở biểu đồ sau:



Biểu đồ số lượng khách hàng theo giới tính và độ tuổi

Hãy sử dụng dữ liệu trên để tư vấn cho đại lí bảo hiểm xác định khách hàng nam và nữ ở độ tuổi nào hay mua bảo hiểm nhất.

Lời giải

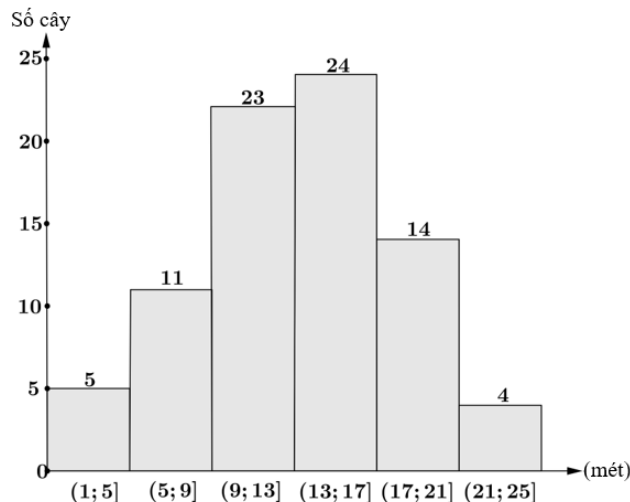
Mốt của mẫu số liệu đối với khách hàng nam là $M_o = 40 + \frac{10-6}{(10-6)+(10-7)} \cdot 10 \approx 46$

Nên với nam ở độ tuổi từ 40 đến 50 có nhu cầu mua bảo hiểm lớn nhất, đặc biệt là độ tuổi 46.

Mốt của mẫu số liệu đối với khách hàng nữ là $M_o = 30 + \frac{9-3}{(9-3)+(9-6)} \cdot 10 \approx 37$

Nên với nữ ở độ tuổi từ 30 đến 40 có nhu cầu mua bảo hiểm lớn nhất, đặc biệt là độ tuổi 37.

Câu 8: Kết quả đo chiều cao của 81 cây tre 2 năm tuổi ở một ngọn đồi được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây. Chiều cao 81 cây tre 2 năm tuổi:



Hãy ước lượng số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Chiều cao	[1; 5]	[5; 9]	[9; 13]	[13; 17]	[17; 21]	[21; 25]
Giá trị đại diện	3	7	11	15	19	23
Số cây	5	11	23	24	14	4

Chiều cao trung bình của các cây tre 2 năm tuổi trong ngọn đồi là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 3 + 11 \cdot 7 + 23 \cdot 11 + 24 \cdot 15 + 14 \cdot 19 + 4 \cdot 23}{81} \approx 13,123$$

Ta có: $u_m = 13, u_{m+1} = 17, n_m = 24, n_{m+1} = 14; n_{m-1} = 23, u_{m+1} - u_m = 4.$

Do đó một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $M_0 = 13 + \frac{24 - 23}{24 - 23 + 24 - 14} \cdot 4 \approx 13.$

-----HẾT-----

Dạng 2: Trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

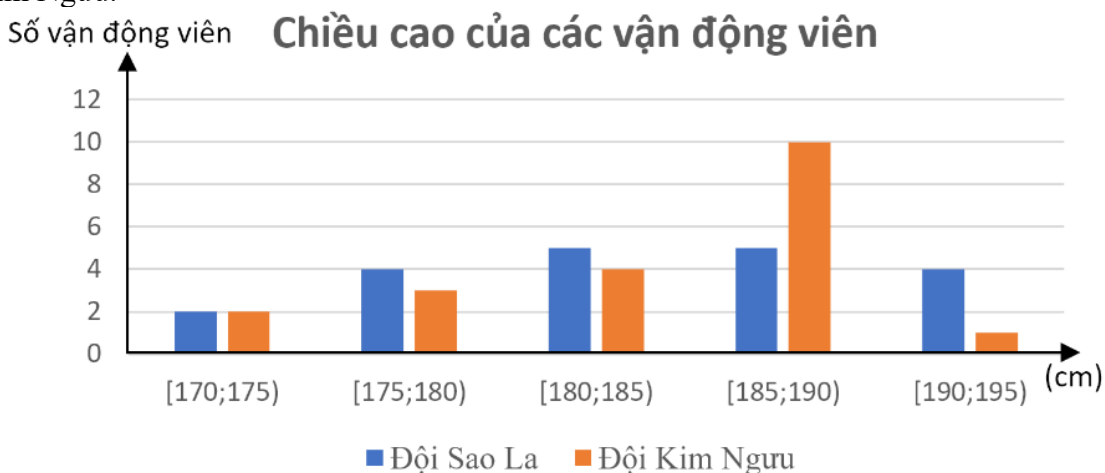
Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Biểu đồ bên dưới thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các vận động viên của hai đội bóng rổ Sao La và Kim Ngưu.



Hãy so sánh chiều cao của các vận động viên hai đội bóng theo số trung bình và trung vị.

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau

Chiều cao (cm)	[170;175)	[175;180)	[180;185)	[185;190)	[190;195)
Chiều cao đại diện	172,5	177,5	182,5	187,5	192,5
Đội Sao La	2	4	5	5	4
Đội Kim Ngưu	2	3	4	10	1

Theo số trung bình

Chiều cao trung bình của các vận động viên đội Sao La xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_1 = \frac{2 \times 172,5 + 4 \times 177,5 + 5 \times 182,5 + 5 \times 187,5 + 4 \times 192,5}{2 + 4 + 5 + 5 + 4} \approx 183,75 \text{ (cm)}$$

Chiều cao trung bình của các vận động viên đội Kim Ngưu xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_2 = \frac{2 \times 172,5 + 3 \times 177,5 + 4 \times 182,5 + 10 \times 187,5 + 1 \times 192,5}{2 + 3 + 4 + 10 + 1} \approx 183,75 \text{ (cm)}$$

Vậy theo chiều cao trung bình cả hai đội có chiều cao xấp xỉ như nhau.

Theo trung vị

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{20} là chiều cao của 20 thành viên đội Sao La xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$

Ta có $x_1, x_2 \in [170;175)$; $x_3, x_4, x_5, x_6 \in [175;180)$; $x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11} \in [180;185)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$ thuộc $[180;185)$

Số trung vị của mẫu số liệu đội Sao La là: $M_o = 180 + \frac{\frac{20}{2} - (2+4)}{5}(185 - 180) = 184.$

Gọi y_1, y_2, \dots, y_{20} là chiều cao của 20 thành viên đội Kim Ngưu xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{1}{2}(y_{10} + y_{11})$

Ta có $y_1, y_2 \in [170;175)$; $y_3, y_4, y_5 \in [175;180)$; $y_6, y_7, y_8, y_9 \in [180;185)$

$y_{10}, y_{11}, \dots, y_{19} \in [185;190)$; $y_{20} \in [190;195)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(y_{10} + y_{11})$ thuộc $[185;190)$

Số trung vị của mẫu số liệu đội Kim Ngưu là: $M_o' = 185 + \frac{\frac{20}{2} - (2+3+4)}{10}(190 - 185) = 185,5.$

Vậy theo trung vị, chiều cao của đội Kim Ngưu cao hơn so với đội Sao La.

Bài tập 2: Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm vận động viên được ghi lại ở bảng sau

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

- Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.
- Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ rộng bằng nhau, nhóm đầu tiên là [4,5).
- Hãy ước lượng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Lời giải

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{124} là thời gian chạy của 124 vận động viên xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{1}{2}(x_{62} + x_{63})$

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_5 \in [21; 21,5)$; $x_6, x_7, \dots, x_{17} \in [21,5; 22)$; $x_{18}, x_{19}, \dots, x_{49} \in [22; 22,5)$;

$x_{50}, x_{51}, \dots, x_{94} \in [22,5; 23)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(x_{62} + x_{63})$ thuộc $[22,5; 23)$

Số trung vị của mẫu số liệu trên là: $M_e = 22,5 + \frac{\frac{124}{2} - (5 + 12 + 32)}{45}(23 - 22,5) \approx 22,64$.

Vậy ban tổ chức nên chọn vận động viên có thời gian chạy không quá 22,64 (giây).

Bài tập 3: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau

Thời gian (giây)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Tổng số cuộc gọi là $8 + 10 + 7 + 5 + 2 + 1 = 33$ (cuộc gọi)

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{33} là thời gian thực hiện cuộc gọi xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_8 \in [0; 60)$; $x_9, x_{10}, \dots, x_{18} \in [60; 120)$; $x_{19}, x_{20}, \dots, x_{25} \in [120; 180)$;

$x_{26}, x_{27}, \dots, x_{30} \in [180; 240)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{33} là x_{17} .

Vì $x_{17} \in [60; 120)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 60 + \frac{\frac{2.33}{4} - 8}{10}(120 - 60) = 111$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{33} là x_9 . Vì $x_9 \in [60; 120)$ nên tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_1 = 60 + \frac{1.33}{4} - 8 \frac{4}{10} (120 - 60) = 61,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{33} là x_{26} . Vì $x_{26} \in [180; 240)$ nên tứ phân vị thứ ba

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_3 = 180 + \frac{3.33}{4} - (8+10+7) \frac{4}{5} (240 - 180) = 177.$$

Bài tập 3: Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám bệnh mỗi ngày trong tháng 4 năm 2022 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	[1;10]	[11; 20]	[21;30]	[31;40]	[41;50]
Số ngày	7	8	7	6	2

- a) Hãy ước lượng trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
 b) Quản lý phòng khám cho rằng có khoảng 25% số ngày khám có nhiều hơn 35 bệnh nhân đến khám. Nhận định trên có hợp lý không?

Lời giải

a) Do số bệnh nhân đến khám là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số bệnh nhân	[0,5;10,5)	[10,5;20,5)	[20,5;30,5)	[30,5;40,5)	[40,5;50,5)
Số ngày	7	8	7	6	2

Tổng số ngày khám là $7 + 8 + 7 + 6 + 2 = 30$ (cuộc gọi)

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{30} là số bệnh nhân đến khám mỗi ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_7 \in [0,5;10,5)$; $x_8, x_9, \dots, x_{15} \in [10,5;20,5)$; $x_{16}, x_{17}, \dots, x_{22} \in [20,5;30,5)$; $x_{23}, x_{24}, \dots, x_{28} \in [30,5;40,5) \dots$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{30} là x_{15} và x_{16} . Vì $x_{15} \in [10,5;20,5)$ và $x_{16} \in [20,5;30,5)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 20,5$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{30} là x_8 . Vì $x_8 \in [10,5;20,5)$ nên tứ phân vị thứ

$$\text{nhất của mẫu số liệu là } Q_1 = 10,5 + \frac{1.30}{4} - 7 \frac{4}{8} (20,5 - 10,5) = 11,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{30} là x_{22} . Vì $x_{22} \in [20,5;30,5)$ nên tứ phân vị thứ

$$\text{ba của mẫu số liệu là } Q_3 = 20,5 + \frac{3.30}{4} - (8+10) \frac{4}{7} (30,5 - 20,5) \approx 26,9.$$

b) Vì Q_1, Q_2, Q_3 đều nhỏ hơn 35 nên nhận định của đề bài không hợp lý.

Bài tập 4: Lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng)

12,5	9,6	11,7	12,7	10,0	10,0	12,2	9,8	10,9	6,7	13,6	9,2
13,1	6,5	10,7	8,9	11,2	13,2	8,3	11,1	11,9	8,4	6,7	13,8

- a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.
 b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	?	?	?	?

- c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

- a) Sắp xếp lại dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được dãy x_1, x_2, \dots, x_{24} .

Giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{1}{2}(x_{12} + x_{13}) = \frac{1}{2}(10,7 + 10,9) = 10,8$.

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = \frac{1}{2}(x_6 + x_7) = \frac{1}{2}(8,9 + 9,2) = 9,05$.

Giá trị tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = \frac{1}{2}(x_{18} + x_{19}) = \frac{1}{2}(12,2 + 12,5) = 12,35$.

- b) Hoàn thành bảng sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

- c) Ta có $x_1, x_2, \dots, x_3 \in [6;8)$; $x_4, x_5, \dots, x_9 \in [8;10)$; $x_{10}, x_{12}, \dots, x_{17} \in [10;12)$;
 $x_{18}, x_{19}, \dots, x_{24} \in [12;14)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{24} là x_{12} và x_{13} . Vì $x_{12}, x_{13} \in [10;12)$ nên tứ phân

vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 10 + \frac{\frac{2.24}{4} - (3+6)}{8}(12-10) = 10,75$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{24} là x_6 và x_7 . Vì $x_6, x_7 \in [8;10)$ nên tứ phân vị

thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 8 + \frac{\frac{1.24}{4} - 3}{6}(10-8) = 9$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{24} là x_{18} và x_{19} . Vì $x_{18}, x_{19} \in [12;14)$ nên tứ phân

vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.24}{4} - (3+6+8)}{7}(14-12) \approx 12,28$.

Bài tập 5: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	24	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

- a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.
 b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Số trận	?	?	?	?

- c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

- a) Sắp xếp lại dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được dãy x_1, x_2, \dots, x_{20} .

Giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) = \frac{1}{2}(14 + 14) = 14$.

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = \frac{1}{2}(x_5 + x_6) = \frac{1}{2}(11 + 11) = 11$.

Giá trị tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = \frac{1}{2}(21 + 22) = 21,5$.

- b) Hoàn thành bảng sau:

Điểm số	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Số trận	4	8	2	6

- c) Vì điểm số là số nguyên ta hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm như sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_4 \in [5,5;10,5)$; $x_5, x_6, \dots, x_{12} \in [10,5;15,5)$; $x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5)$; $x_{15}, x_{16}, \dots, x_{20} \in [20,5;25,5)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{20} là x_{10} và x_{11} . Vì $x_{10}, x_{11} \in [10,5;15,5)$ nên tứ

phần vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{2.20}{4} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 14,25$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{20} là x_5 và x_6 . Vì $x_5, x_6 \in [10,5;15,5)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{1.20}{4} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 11,125$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{20} là x_{15} và x_{16} . Vì $x_{15}, x_{16} \in [20,5;25,5)$ nên tứ

phần vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3.20}{4} - (4 + 8 + 2)}{6}(25,5 - 20,5) \approx 21,33$.

Bài tập 6: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

Hãy ước lượng số trung bình, mốt và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 0,925 + 20 \cdot 0,975 + 35 \cdot 1,025 + 15 \cdot 1,075 + 5 \cdot 1,125}{10 + 20 + 35 + 15 + 5} \approx 1,016$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm [1,0;1,05)

Mốt của mẫu số ghép nhóm trên là $M_o = 1,0 + \frac{35 - 20}{(35 - 20) + (35 - 15)} \cdot (1,05 - 1,0) \approx 1,021$

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{85} là điện lượng của mỗi viên pin tiểu xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_{10} \in [0,9;0,95)$; $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{30} \in [0,95;1,0)$; $x_{31}, x_{32}, \dots, x_{65} \in [1,0;1,05)$; $x_{66}, x_{67}, \dots, x_{80} \in [1,05;1,1) \dots$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{85} là x_{43} . Vì $x_{43} \in [1,0;1,05)$ nên tứ phân vị thứ hai

của mẫu số liệu là $Q_2 = 1,0 + \frac{\frac{2.85}{4} - (10 + 20)}{35} (1,05 - 1,0) \approx 1,018$.

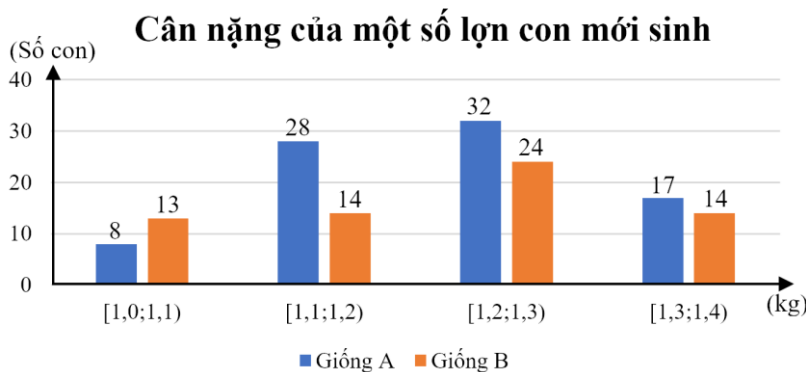
Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{85} là x_{21} và x_{22} . Vì $x_{21}, x_{22} \in [0,95;1,0)$ nên tứ

phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 0,95 + \frac{1.85}{20} - 10 (1,0 - 0,95) \approx 0,978$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{85} là x_{64} và x_{65} . Vì $x_{64}, x_{65} \in [1,0;1,05)$ nên tứ phân

vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 1,0 + \frac{3.85}{4} - (10 + 20) (1,05 - 1,0) \approx 1,048$.

Bài tập 7: Cân nặng của một số con lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở biểu đồ dưới đây (đơn vị: kg).



- a) Hãy so sánh cân nặng của lợn con mới sinh giống A và giống B theo số trung bình và trung vị.
- b) Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của cân nặng lợn con mới sinh giống A và của cân nặng lợn con mới sinh giống B.

Lời giải

a) Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Cân nặng (cm)	[1, 0;1,1)	[1,1;1,2)	[1,2;1,3)	[1,3;1,4)
Cân nặng đại diện	1,05	1,15	1,25	1,35
Giống A	8	28	32	17
Giống B	13	14	24	14

Theo số trung bình

Cân nặng trung bình của các lợn con mới sinh giống A xấp xỉ bằng

$$x_1 = \frac{8 \times 1,05 + 28 \times 1,15 + 32 \times 1,25 + 17 \times 1,35}{8 + 28 + 32 + 17} \approx 1,218 \text{ (kg)}$$

Cân nặng trung bình của các lợn con mới sinh giống B xấp xỉ bằng

$$x_2 = \frac{13 \times 1,05 + 14 \times 1,15 + 24 \times 1,25 + 14 \times 1,35}{13 + 14 + 24 + 14} = 1,21 \text{ (kg)}$$

Vậy theo cân nặng trung bình giống A nặng hơn giống B.

Theo trung vị:

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{85} là cân nặng của 85 con lợn giống A mới sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là x_{43}

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_8 \in [1, 0;1,1)$; $x_9, x_{10}, \dots, x_{36} \in [1, 1;1,2)$; $x_{37}, x_{38}, \dots, x_{68} \in [1, 2;1,3)$

Nhận thấy x_{43} thuộc $[1, 2;1,3)$

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống A là: $M_o = 1,2 + \frac{\frac{85}{2} - (8 + 28)}{32} (1,3 - 1,2) \approx 1,22$.

Gọi y_1, y_2, \dots, y_{65} là cân nặng của 65 con lợn giống B mới sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là y_{33} .

Ta có $y_1, y_2, \dots, y_{13} \in [1, 0;1,1)$; $y_{14}, y_{15}, \dots, y_{27} \in [1, 1;1,2)$; $y_{28}, y_{29}, \dots, y_{51} \in [1, 2;1,3)$.

Nhận thấy y_{33} thuộc $[1, 2;1,3)$

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống B là: $M_o' = 1,2 + \frac{\frac{65}{2} - (13 + 14)}{24} (1,3 - 1,2) \approx 1,155$

Vậy theo trung vị, cân nặng của lợn con giống A nặng hơn cân nặng của lợn con giống B.

b) Xét giống A:

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{85} là x_{21} và x_{22} . Vì $x_{21}, x_{22} \in [1, 1;1,2)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 1,1 + \frac{\frac{1.85}{4} - 8}{28} (1,2 - 1,1) \approx 1,147$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu x_1, x_2, \dots, x_{85} là x_{64} và x_{65} . Vì $x_{64}, x_{65} \in [1, 2;1,3)$ nên tứ phân

vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 1,2 + \frac{\frac{3.85}{4} - (8 + 28)}{35} (1,3 - 1,2) \approx 1,279$.

Xét giống B:

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu y_1, y_2, \dots, y_{65} là y_{16} và y_{17} . Vì $y_{16}, y_{17} \in [1, 1;1,2)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 1,1 + \frac{\frac{1.65}{4} - 13}{14} (1,2 - 1,1) \approx 1,123$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu y_1, y_2, \dots, y_{65} là y_{49} và y_{50} . Vì $y_{49}, y_{50} \in [1, 2; 1, 3)$ nên tứ phân

$$\text{vị thứ ba của mẫu số liệu là } Q_3 = 1,2 + \frac{\frac{3.65}{4} - (13+14)}{24} (1,3 - 1,2) \approx 1,29.$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm thi	[1,5;4,5)	[4,5;7,5)	[7,5;10,5)
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 6. B. 4,5. C. 7,5. **D. 6,25.**

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 7 + 18 + 10 = 35$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{35} là số điểm của 35 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó, trung vị là x_{18} thuộc nhóm $[4,5;7,5)$.

Ta xác định được $n = 35, n_m = 18, C = 7, u_m = 4,5, u_{m+1} = 7,5$.

$$\text{Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } M_e = 4,5 + \frac{\frac{35}{2} - 7}{18} (7,5 - 4,5) = 6,25$$

Câu 2: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_3 = 13$. **B. $Q_3 = 14$.** C. $Q_3 = 15$. D. $Q_3 = 12$.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[12;16)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó: $p = 4, a_4 = 12, m_4 = 4, m_1 + m_2 + m_3 = 2 + 4 + 7 = 13, a_5 - a_4 = 4$.

$$\text{Ta có: } Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.20}{4} - 13}{4} \cdot 4 = 14.$$

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 20) của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán, ta có bảng số liệu sau:

Điểm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)
Số học sinh	6	21	30	25	14	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 12,18. B. 12,81. C. 13,35. **D.** 13,53.

Lời giải

Số phần tử của mẫu là $n = 100$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$.

Vì cỡ mẫu $n = 100$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}) \in [12;14)$.

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $M_e = 12 + \left(\frac{50 - 27}{30}\right) \cdot 2 \approx 13,53$.

Câu 4: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A.** [40;60). B. [20;40). C. [60;80). D. [80;100).

Lời giải

Ta có: $n = 42$ nên trung vị của mẫu số liệu trên là $Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$

Mà $x_{21}, x_{22} \in [40;60)$

Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm [40;60)

Câu 5: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A. [40;60). B. [20;40). **C.** [60;80). D. [80;100)

Lời giải

Ta có: $n = 42$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là $Q_3 = x_{33}$

Mà $x_{33} \in [60;80)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm [60;80)

Câu 6: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9). **B.** [9;11). C. [11;13). D. [13;15).

Lời giải

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{20} là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó: $x_1, x_2 \in [5;7), x_3, \dots, x_9 \in [7;9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9;11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11;13), x_{20} \in [13;15)$

Do đó, trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm [9;11)

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 10. **B.** 11. C. 12. D. 13.

Lời giải

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{20} là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó: $x_1, x_2 \in [5;7), x_3, \dots, x_9 \in [7;9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9;11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11;13), x_{20} \in [13;15)$

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm [9;11)

$$n = 20, n_m = 7, C = 9, u_m = 9, u_{m+1} = 11$$

$$Q_3 = 9 + \frac{3 \cdot 20}{7} - 9 = 9 + \frac{4}{7}(11 - 9) \approx 10;71 \approx 11$$

Câu 8: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này

- A. 17. **B.** 18,1 C. 19,3 D. 18,5

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi x_1, \dots, x_{56} là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$. Do 2 giá trị x_{28}, x_{29} thuộc nhóm [15,5;18,5) nên nhóm

này chứa trung vị. Do đó, $p = 3; a_3 = 15,5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3$ và ta có

$$M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1.$$

Câu 9: Lương tháng của một số giáo viên của một trường THPT được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[3,5;5,5)	[5,5;7,5)	[7,5;9,5)	[9,5;11,5)	[11,5;13,5]
Số giáo viên	8	11	13	4	9

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $Q_2 = 8$. B. $Q_2 = 8,5$. C. $Q_2 = 8,04$. D. $Q_2 = 8,4$.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 8 + 11 + 13 + 4 + 9 = 45$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{45} là số tiền lương của 45 giáo viên và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai x_{23} thuộc nhóm $[7,5;9,5)$. Khi đó $Q_2 = 7,5 + \frac{\frac{2.45}{4} - 19}{13} (9,5 - 7,5) \approx 8,04$.

Câu 10: Khảo sát thời gian (giờ) tự học mỗi ngày của một số học sinh khối 11 được cho trong bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0,5;1,5)	[1,5;2,5)	[2,5;3,5)	[3,5;4,5)	[4,5;5,5)
Số học sinh	6	18	27	20	8

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thứ tự là

- A. 2, 3; 3, 3; 4, 0. B. 1, 5; 2, 5; 3, 5. C. 2, 1; 3, 2; 4, 1. D. 2, 3; 3, 1; 3, 9.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 6 + 18 + 27 + 20 + 8 = 79$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{79} là số giờ của 79 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có x_1, x_2, \dots, x_6 thuộc nhóm $[0,5;1,5)$, x_7, x_8, \dots, x_{24} thuộc nhóm $[1,5;2,5)$, $x_{25}, x_{26}, \dots, x_{51}$ thuộc nhóm $[2,5;3,5)$, $x_{52}, x_{53}, \dots, x_{71}$ thuộc nhóm $[3,5;4,5)$, $x_{72}, x_{73}, \dots, x_{79}$ thuộc nhóm $[4,5;6]$.

Tứ phân vị thứ nhất x_{20} thuộc nhóm $[1,5;2,5)$. Khi đó $Q_1 = 1,5 + \frac{\frac{79}{4} - 6}{18} (2,5 - 1,5) \approx 2,3$.

Tứ phân vị thứ hai x_{40} thuộc nhóm $[2,5;3,5)$. Khi đó $Q_2 = 2,5 + \frac{2.79}{27} - 24 (3,5 - 2,5) \approx 3,1$.

Tứ phân vị thứ ba x_{60} thuộc nhóm $[3,5;4,5)$. Khi đó $Q_3 = 3,5 + \frac{\frac{3.79}{20} - 51}{4} (4,5 - 3,5) \approx 3,9$

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	13	10	6

Trung vị mẫu số liệu trên gần số nào nhất?

- A. 41,23. B. 50,44. C. 51,54. D. 40,55.

Lời giải

Ta có: $M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$

$$\left. \begin{array}{l} n = 43 \\ n_m = 13 \\ C = 5 + 9 = 14 \\ u_{m+1} = 60 \\ u_m = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow M_e = 40 + \frac{\frac{43}{2} - 14}{13} \cdot (60 - 40) \approx 51,54.$$

Câu 12: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1)	[1;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 1,02. B. 1,07. C. 1,15. D. 1,2.

Lời giải

Số viên pin: $n = 10 + 20 + 35 + 15 + 5 = 85$

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là điện lượng của các viên pin theo thứ tự không giảm.

Do $x_1, \dots, x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}, \dots, x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}, \dots, x_{65} \in [1,0;1,05)$.

$x_{66}, \dots, x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}, \dots, x_{85} \in [1,1;1,15)$

Trung vị của dãy số liệu là X_{43} thuộc nhóm $[1,0;1,05)$.

Ta xác định được $n = 85; p = 3; m_3 = 35; m_1 + m_2 = 10 + 20 = 30; a_3 = 1; a_4 = 1,05$.

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_e = 1,0 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35} (1,05 - 1,0) = 1,02$.

Câu 13: Kết quả khảo sát chiều cao của học sinh nam lớp 11A cho kết quả như bảng sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	1	7	12	3	2

Trung vị của mẫu ghép nhóm trên là

- A. 165. B. 160. C. 166,875. **D. 161,875.**

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 1 + 7 + 12 + 3 + 2 = 25$.

Gọi x_1, \dots, x_{25} là chiều cao của 25 học sinh nam được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là x_{13} . Do giá trị x_{13} thuộc nhóm $x_{13} \in [160;165)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Suy ra $p = 3; a_3 = 160; m_3 = 12; m_1 + m_2 = 1 + 7 = 8; a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$.

$$\text{Ta có trung vị } M_e = 160 + \frac{\frac{25}{2} - 8}{12} \cdot 5 = 161,875.$$

Câu 14: Trong một đề tài nghiên cứu về bệnh A, người ta ghi lại lại tuổi của bệnh nhân mắc bệnh này, số liệu thông kê được trình bày trong bảng sau:

Độ tuổi	[15;25)	[25;35)	[35;45)	[45;55)	[55;65)
Số bệnh nhân	10	12	14	9	5

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng

- A. 27,14. B. 47,14. **C. 37,14.** D. 57,14.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 10 + 12 + 14 + 9 + 5 = 50$.

Gọi x_1, \dots, x_{50} là độ tuổi của 50 bệnh nhân và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$. Do 2 giá trị x_{25}, x_{26} thuộc nhóm $[35;45)$ nên nhóm này chứa trung vị. Suy ra $p = 3; a_3 = 35; m_3 = 14; m_1 + m_2 = 10 + 12 = 22; a_4 - a_3 = 45 - 35 = 10$.

$$\text{Ta có trung vị } M_e = 35 + \frac{\frac{50}{2} - 22}{14} \cdot 10 \approx 37,14.$$

Câu 15: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ v (km / h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.** 167,21. **B.** 170,21. **C.** 175. **D.** 165.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 18 + 28 + 35 + 43 + 41 + 35 = 200$.

Gọi x_1, \dots, x_{200} là tốc độ giao bóng của 200 lần và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$. Do 2 giá trị x_{100}, x_{101} thuộc nhóm $[165;170)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Suy ra $p = 4; a_4 = 165; m_4 = 43; m_1 + m_2 + m_3 = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 170 - 165 = 5$.

$$\text{Ta có trung vị } M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \cdot 5 = 167,21$$

Câu 16: Kết quả bài kiểm tra toán Giữa HKI của lớp 11 A được ghi lại ở bảng sau:

Điểm số	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10,5)
Số học sinh	1	5	22	10	7

Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định 50% học sinh trong lớp có điểm từ bao nhiêu trở lên?

- A.** 4,5. **B.** 5,0. **C.** 5,5. **D.** 6,0

Lời giải

Số học sinh trong lớp 10A1 là: $n = 1 + 5 + 22 + 10 + 7 = 45$

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{45}$ lần lượt là điểm số của các học sinh theo thứ tự không giảm.

Do $x_1 \in [0;2); x_2, \dots, x_6 \in [2;4); x_7, \dots, x_{28} \in [4;6); x_{29}, \dots, x_{38} \in [6;8); x_{39}; \dots; x_{45} \in [8;10,5)$.

Trung vị của dãy số liệu là $x_{23} \in [4;6)$.

Ta có: $n = 45; p = 3; m_3 = 22; m_1 + m_2 = 1 + 5 = 6; a_3 = 4; a_4 = 6$.

$$\text{Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } M_e = 4 + \frac{\frac{45}{2} - 6}{22} \cdot (6 - 4) = 5,5.$$

Vậy có 50% học sinh trong lớp 10A 1 từ 5,5 điểm trở lên.

Câu 17: Bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

A. Là giá trị xấp xỉ cho tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và được sử dụng làm giá trị đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

B. Chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự không giảm thành 3 phần đều nhau.

C. Là giá trị xấp xỉ cho mẫu số liệu gốc và có thể lấy làm giá trị đại diện cho mẫu số liệu.

D. Xác định chính xác bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.

Lời giải

mẫu số liệu là $Q_3 = 12 + \frac{3.24 - 17}{7} (14 - 12) = 12,3$

Câu 20: Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám mỗi ngày trong tháng 6 năm 2020 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	[1;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]
Số ngày	7	5	10	6	2

Số bệnh nhân đến khám nhiều hơn 23 người trên ngày chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?

- A. 25% . **B.** 50% . C. 75% . D. 10% .

Lời giải

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{30} là số bệnh nhân đến khám mỗi ngày và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$ thuộc $[20;30)$.

$$Q_2 = 20 + \frac{30}{2} - (7 + 5) \cdot 10 = 23$$

Như vậy có khoảng 50% số ngày có nhiều hơn 23 bệnh nhân đến khám.

Câu 21: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số lượng	5	10	25	33	27

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $[40;60)$. B. $[60;80)$. **C.** $[80;100)$. D. $[20;40)$.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 5 + 10 + 25 + 33 + 27 = 100$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 là giá trị của $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là giá trị của $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là giá trị của $\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$

Do $x_{75}; x_{76}$ thuộc nhóm $[80;100)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Vậy tứ phân vị thứ ba Q_3 thuộc nhóm $[80;100)$.

Câu 22: Phòng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (giờ)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)
Số lượng	6	12	13	10	3

Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất bao nhiêu giờ?

- A. 6 giờ. B. 6,5 giờ. C. 7 giờ. **D. 7,2 giờ.**

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 6 + 12 + 13 + 10 + 3 = 44$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 là giá trị của $\frac{x_{22} + x_{23}}{2}$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là giá trị của $\frac{x_{11} + x_{12}}{2}$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là giá trị của $\frac{x_{33} + x_{34}}{2}$

Do $x_{33}; x_{34}$ thuộc nhóm $[7;8)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 4; a_4 = 7; m_4 = 10; m_1 + m_2 + m_3 = 6 + 12 + 13 = 31; a_5 - a_4 = 1$ và ta có:

$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = a_4 + \frac{\frac{132}{4} - (m_1 + m_2 + m_3)}{m_4} \cdot (a_5 - a_4)$$

$$= 7 + \frac{33 - 31}{10} \cdot 1 = 7,2$$

Vậy tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 7,2$ nên 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất là 7,2 giờ.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.
 b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 48$
 c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$
 d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 61,5$

Lời giải

a) Đúng: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{40}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu: $\frac{x_{20} + x_{21}}{2} \in [50; 60)$.

Ta có: $n_m = 16; C_2 = 2 + 10 = 12; u_m = 50; u_{n+1} = 60$.

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ có trung vị $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \in [40; 50)$.

Ta có: $n_i = 10; C_1 = 2; u_i = 40; u_{i+1} = 50$.

b) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10}(50 - 40) = 48$

c) Sai: Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm cũng là trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 12}{16}(60 - 50) = 55$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{40}$ có trung vị $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in (60; 70)$.

Ta có: $n_j = 8; C_3 = 2 + 10 + 16 = 28; u_j = 60; u_{j+1} = 70$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.40}{4} - 28}{8}(70 - 60) = 62,5$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_1 = 48, Q_2 = 55, Q_3 = 62,5$.

Câu 2: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 1,98$.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 6,5$.

Lời giải

a) Đúng: Số lần gặp sự cố là số nguyên nên ta có thể sử dụng bảng tần số ghép nhóm sau:

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2, 5)	[2, 5; 4, 5)	[4, 5; 6, 5)	[6, 5; 8, 5)	[8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

b) Sai: Trung vị của của mẫu số liệu là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$ với $x_{50} \in [2, 5; 4, 5), x_{51} \in [4, 5; 6, 5)$.

Vì vậy, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33} (4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$$

c) Đúng: Suy ra tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 4,5. \text{ Xét nửa mẫu số liệu bên trái } x_1, x_2, x_3, \dots, x_{50} \text{ có trung vị } \frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [2,5; 4,5).$$

Ta có: $n_m = 33; C = 17; u_{m+1} = 4,5; u_m = 2,5$.

d) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{51}, x_{52}, \dots, x_{100}$ có trung vị

$$\frac{x_{75} + x_{76}}{2}; x_{75} \in [4,5; 6,5), x_{76} \in [6,5; 8,5) \text{ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm}$$

$$Q_3 = 6,5$$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,98; Q_2 = 4,5; Q_3 = 6,5$.

Câu 3: Cho bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Tần số	3	8	12	12	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$

Lời giải

a) Sai: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$.

b) Sai: Gọi x_1, x_2, \dots, x_{39} là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{20} \in [4; 6)$.

Ta có: $n_m = 12; C_2 = 3 + 8 = 11; u_m = 4; u_{m+1} = 6$.

Xét nửa mẫu số liệu bên trái x_1, x_2, \dots, x_{19} có trung vị $x_{10} \in [2; 4)$.

Ta có: $n_i = 8; C_1 = 3; x_i = 2; x_{i+1} = 4$. Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} (4 - 2) = \frac{59}{16} \approx 3,69.$$

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = M_e = 4 + \frac{\frac{39}{2} - 11}{12} (6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,42.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{39}$ có trung vị $x_{30} \in [6; 8)$.

Ta có: $n_j = 12; C_3 = 3 + 8 + 12 = 23; x_j = 6; x_j = 8$.

$$\text{Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: } Q_3 = 6 + \frac{\frac{3 \cdot 39}{4} - 23}{12} (8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,04.$$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 3,69; Q_2 = 5,42; Q_3 = 7,04$.

Câu 4: Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số cây	4	12	26	13	6

- Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.
- Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 32,79$.
- Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 19,69$.
- Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,44$.

Lời giải

a) Đúng: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.

Gọi x_1, x_2, \dots, x_{61} là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{31} \in [30; 35)$.

Ta có: $n_m = 26; C_1 = 4 + 12 = 16; u_m = 30; u_{m+1} = 35$.

b) Sai: Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_2 = M_e = 30 + \frac{\frac{61}{2} - 16}{26} (35 - 30) = \frac{1705}{52} \approx 32,79 \text{ (cm)}.$$

c) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên trái x_1, x_2, \dots, x_{30} có trung vị $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [25; 30)$.

Ta có: $n_i = 12; C_1 = 4; x_i = 25; x_{i+1} = 30$.

$$\text{Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: } Q_1 = 25 + \frac{\frac{61}{4} - 4}{12} (30 - 25) = \frac{475}{16} \approx 29,69 \text{ (cm)}.$$

d) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_{32}, x_{33}, \dots, x_{61}$ có trung vị $\frac{x_{46} + x_{47}}{2} \in [35; 40)$.

Ta có: $n_j = 13; C_3 = 4 + 12 + 26 = 42; x_i = 35; x_{i+1} = 40$.

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 35 + \frac{\frac{3.61}{13} - 42}{13}(40 - 35) = \frac{1895}{52} \approx 36,44$ (cm).

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 29,69; Q_2 = 32,79; Q_3 = 36,44.$$

Câu 5: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số pin	10	20	35	15	5

- a) Số trung bình của dãy số liệu là: 1,016.
- b) Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1,05;1,1)
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là: $Q_1 = 0,98$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là: $Q_3 = 1,248$.

Lời giải

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Giá trị đại diện	0,925	0,975	1,025	1,075	1,125
Số trận	10	20	35	15	5

a) Đúng: Số trung bình của dãy số liệu là:

$$\frac{0,925 \cdot 10 + 0,975 \cdot 20 + 1,025 \cdot 35 + 1,075 \cdot 15 + 1,125 \cdot 5}{85} = 1,016.$$

b) Sai: Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1;1,05)

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ lần lượt là điện lượng mỗi viên pin xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}; \dots; x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}; \dots; x_{65} \in [1,0;1,05)$;

$x_{66}; \dots; x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}; \dots; x_{85} \in [1,1;1,15)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ là $x_{43} \in [1;1,05)$.

c) Đúng: Ta xác định được $n = 85, n_m = 35, C = 30, u_m = 1, u_{m+1} = 1,05$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 1 + \frac{\frac{85}{35} - 30}{35}(1,05 - 1) = 1,02$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$.

Do $x_{21}, x_{22} \in [0,95;1)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{4} - 10}{20}(1 - 0,95) = 0,98.$$

d) Sai: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65})$.

Do $x_{64}, x_{65} \in [1;1,05)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 1 + \frac{\frac{3.85}{4} - 30}{35}(1,05 - 1) = 1,048.$$

Câu 6: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 80$.
- b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 8,15$.
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 7,58$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 8,63$

Lời giải

a) Sai: Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{82}$ lần lượt là điểm trung bình môn Toán của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

b) Đúng: Ta có: $x_1; \dots; x_8 \in [6,5;7); x_9; \dots; x_{18} \in [7;7,5); x_{19}; \dots; x_{34} \in [8;8,5);$

$x_{35}; \dots; x_{71} \in [8,5;9); x_{72}; \dots; x_{78} \in [7;7,5); x_{79}; \dots; x_{82} \in [9,5;10)$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{41} + x_{42})$ mà $x_{41}; x_{42} \in [8;8,5)$ nên tứ phân vị thứ hai

của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8 + \frac{\frac{82}{2} - 34}{24}(8,5 - 8) = 8,15$.

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $x_{21} \in [7,5;8)$.

Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: $Q_1 = 7,5 + \frac{\frac{82}{4} - 18}{16}(8 - 7,5) = 7,58$.

d) Đúng: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{62} \in [8,5;9)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 8,5 + \frac{\frac{3.82}{13} - 58}{13}(9 - 8,5) = 8,63$.

Câu 7: Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Số lần	25	32	14	12	4

- a) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.
- b) Nhóm chứa một của số liệu là [0, 75; 1, 25).
- c) Một của mẫu số liệu là $M_0 = 0,89$.
- d) Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 1,039$

Lời giải

Thời gian	[0, 25; 0, 75)	[0, 75; 1, 25)	[1, 25; 1, 75)	[1, 75; 2, 25)	[2, 25; 2, 75)
Giá trị đại diện	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
Số lần	25	32	14	12	4

a) Đúng: Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\frac{0,50.25 + 1,00.32 + 1,50.14 + 2,00.12 + 2,50.4}{87} = 1,14.$$

b) Đúng: Nhóm chứa một của số liệu là [0, 75; 1, 25).

c) Đúng: Một của mẫu số liệu là $M_0 = 0,75 + \frac{32 - 25}{(32 - 25) + (32 - 14)}(1,25 - 0,75) = 0,89$.

d) Đúng: Gọi x_1, x_2, \dots, x_{87} lần lượt là chỉ số mắt cận của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_{25} \in [0, 25; 0, 75); x_{26}, \dots, x_{57} \in [0, 75; 1, 25)$; nên trung vị của mẫu là $x_{44} \in [0, 75; 1, 25)$

Ta xác định được $n = 87, n_m = 32, C = 25, u_m = 0,75; u_{m+1} = 1,25$.

Nên khi đó: $M_e = 0,75 + \frac{\frac{87}{2} - 25}{32}(1,25 - 0,75) = 1,039$.

Câu 8: Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

- a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 14$.
- b) Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $Q_3 = 11,5$.
- c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;10)	[11;15)	[16;20)	[21;25)
Số trận	4	8	2	6

d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8,25$.

Lời giải

a) Đúng: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

$$6;8;8;10;11;11;12;13;14;14;14;15;18;18;21;22;23;24;25;25$$

b) Đúng: Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = \frac{14+14}{2} = 14$.

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu 6;8;8;10;11;11;12;13;14;14;

$$Q_1 = \frac{11+11}{2} = 9,05.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu 14;15;18;18;21;22;23;24;25;25

$$Q_3 = \frac{21+22}{2} = 21,5.$$

Điểm số	[6;10)	[11;15)	[16;20)	[21;25)
Số trận	4	8	2	6

d) Sai: Vì số trận là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đấu xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_4 \in [5,5;10,5); x_5; \dots; x_{12} \in [10,5;15,5); x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5); x_{15}; \dots; x_{20} \in [20,5;25,5)$

nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; \dots; x_{20}$ là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [10,5;15,5)$.

Ta xác định được $n = 20, n_m = 8, C = 4, u_m = 10,5; u_{m+1} = 15,5$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{20}{2} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 14,25$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6)$.

Do $x_5, x_6 \in [10,5;15,5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{20}{4} - 4}{8} (15,5 - 10,5) = 11,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$.

Do $x_{15}, x_{16} \in [20,5; 25,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{6} - 14}{6} (25,5 - 20,5) = 21,3.$$

Câu 9: Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở bảng đây (đơn vị: kg)

Cân nặng (kg)	[1,0;1,1)	[1,1;1,2)	[1,2;1,3)	[1,3;1,4)
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	13	14	24	14

- Cân nặng trung bình của giống A là: 1,22.
- Cân nặng trung bình của giống B là: 1,21.
- Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{1A} = 1,15$.
- Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{1B} = 1,62$.

Lời giải

a) Đúng: Cân nặng trung bình của giống A là:

$$\frac{1,05 \cdot 8 + 1,15 \cdot 28 + 1,25 \cdot 32 + 1,35 \cdot 17}{85} = 1,22.$$

b) Đúng: Cân nặng trung bình của giống B là:

$$\frac{1,05 \cdot 13 + 1,15 \cdot 14 + 1,25 \cdot 24 + 1,35 \cdot 14}{65} = 1,21.$$

Vậy theo số trung bình thì cân nặng của lợn con giống A lớn hơn giống B.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ lần lượt là cân nặng của mỗi con lợn giống A theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_8 \in [1,0;1,1); x_9; x_{10}; \dots; x_{36} \in [1,1;1,2); x_{37}; \dots; x_{68} \in [1,2;1,3); x_{69}; \dots; x_{85} \in [1,3;1,4)$ nên trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A là $x_{43} \in [1,2;1,3)$.

$$Q_{2A} = 1,2 + \frac{\frac{85}{2} - 36}{32} (1,3 - 1,2) = 1,22.$$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{65}$ lần lượt là cân nặng của mỗi con lợn giống B theo thứ tự không giảm. Do $y_1; \dots; y_{13} \in [1,0;1,1); y_{14}; \dots; y_{27} \in [1,1;1,2); y_{28}; \dots; y_{51} \in [1,2;1,3); y_{52}; \dots; y_{65} \in [1,3;1,4)$ nên trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B là $y_{33} \in [1,2;1,3)$.

$$Q_{2A} = 1,2 + \frac{\frac{65}{2} - 27}{24}(1,3 - 1,2) = 1,223.$$

Vậy theo số trung vị thì cân nặng trung bình của lợn giống A nhỏ hơn lợn giống B .

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu lợn con giống A là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22}) \in [1,1;1,2)$ nên tứ

phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{1A} = 1,1 + \frac{\frac{85}{2} - 8}{28}(1,2 - 1,1) = 1,15.$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu lợn con giống A là $\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65}) \in [1,2;1,3)$ nên tứ phân vị thứ

ba của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{3A} = 1,2 + \frac{\frac{3.85}{2} - 36}{32}(1,3 - 1,2) = 1,29.$

d) Sai: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu lợn con giống B là $\frac{1}{2}(y_{16} + y_{17}) \in [1,1;1,2)$ nên tứ

phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{1B} = 1,1 + \frac{\frac{65}{2} - 13}{14}(1,2 - 1,1) = 1,12.$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu lợn con giống B là $\frac{1}{2}(y_{49} + y_{50}) \in [1,2;1,3)$ nên tứ phân vị thứ

ba của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{3B} = 1,2 + \frac{\frac{3.65}{2} - 27}{24}(1,3 - 1,2) = 1,29.$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Lượng mưa trung bình trong một tháng của một số tỉnh được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mm)

5,3	4,5	10,0	32,4	36,5	45,8	40,7	33,2	5,7	12,5	16,8	9,9
6,5	7,8	9,1	15,7	30,5	49,7	28,4	48,3	18,8	20,7	16,2	9,7

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

4,5; 5,3; 5,7; 6,5; 7,8; 9,1; 10,0; 12,5; 15,7; 16,2; 16,8; 18,8; 19,7; 19,9; 20,7;
28,4; 30,5; 32,4; 33,2; 36,5; 40,7; 45,8; 48,3; 49,7

Vì cỡ mẫu $n = 24$ là số chẵn nên tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{1}{2} 18,8 + 19,7 = 19,25$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu:

4,5; 5,3; 5,7; 6,5; 7,8; 9,1; 10,0; 12,5; 15,7; 16,2; 16,8; 18,8.

Do đó $Q_1 = \frac{1}{2} (9,1 + 10) = 9,55$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu:

19,7; 19,9; 20,7; 28,4; 30,5; 32,4; 33,2; 36,5; 40,7; 45,8; 48,3; 49,7.

Do đó $Q_3 = \frac{1}{2} (32,4 + 33,2) = 32,8$

Câu 2: Số điểm của một đội bóng chuyên ghi được trong 23 séc đầu được cho ở bảng sau:

8	12	25	23	22	18	20	21	16	15	26	24
16	23	20	19	21	10	24	15	19	22	27	

Tìm trung vị của dãy số trên.

Lời giải

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

8; 10; 12; 15; 15; 16; 16; 18; 19; 19; 20; 20; 21; 21; 22; 22; 23; 23; 24; 24; 25; 26; 27

Vì cỡ mẫu $n = 23$ là số lẻ nên trung vị của dãy số liệu trên là $M_e = 20$

Câu 3: Lượng nước tiêu thụ của một số hộ gia đình được ghi lại kết quả như sau:

Lượng nước (m ³)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Số hộ gia đình	2	4	6	15	10	8	4	1

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots x_{50}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Vì cỡ mẫu $n = 50$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots x_{50}$ là

$\frac{1}{2} (x_{25} + x_{26}) \in [30;40)$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $M_e = 30 + \frac{\frac{50}{2} - 12}{15} (40 - 30) = \frac{116}{3}$

Câu 4: Sản lượng sữa mỗi ngày của một số con bò thuộc hai giống A và B được cho bởi bảng sau:

Sản lượng sữa (lít) \n Số con	[18;20)	[20;22)	[22;24)	[24;26)	[26;28)
Giống A	2	8	25	15	4
Giống B	8	28	10	6	4

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ ba của lượng sữa mỗi ngày của bò giống B.

Lời giải

Ta có bảng thống kê lượng sữa theo giá trị đại diện:

Sản lượng sữa đại diện (lít)	19	21	23	25	27
Số con					
Giống A	2	8	25	15	4
Giống B	8	28	10	6	4

Sản lượng sữa trung bình của giống A là: $\bar{x}_1 = \frac{19 \cdot 2 + 21 \cdot 8 + 23 \cdot 25 + 25 \cdot 15 + 27 \cdot 4}{54} = \frac{632}{27}$

Sản lượng sữa trung bình của giống B là: $\bar{x}_2 = \frac{19 \cdot 8 + 21 \cdot 28 + 23 \cdot 10 + 25 \cdot 6 + 27 \cdot 4}{56} = \frac{307}{14}$

Vậy sản lượng sữa trung bình bò giống A cao hơn sản lượng sữa trung bình bò giống B.

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{54}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm của giống bò A

Vì cỡ mẫu $n = 54$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{54}$ là:

$$\frac{1}{2} x_{27} + x_{28} \in 22; 24$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống bò A là: $M_e = 22 + \frac{\frac{54}{2} - 10}{25} (24 - 22) = 23,36$

Gọi $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots \leq y_{56}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm của giống bò B

Vì cỡ mẫu $n = 56$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots \leq y_{56}$ là

$$\frac{1}{2} x_{28} + x_{29} \in [20; 22)$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống bò B là: $M_e = 20 + \frac{\frac{56}{2} - 8}{28} (22 - 20) = \frac{150}{7}$

Giống bò B

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots \leq y_{56}$ là $\frac{1}{2} x_{14} + x_{15} \in [20; 22)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{56}{4} - 8}{28} \cdot (22 - 20) = \frac{143}{7}$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \dots \leq y_{36}$ là $\frac{1}{2} y_{42} + y_{43} \in [22; 24)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 22 + \frac{\frac{3.56}{10} - 36}{10} \cdot (24 - 22) = 23,2$

Câu 5: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 2)	8	8
[2; 3)	10	18
[3; 4)	12	30
[4; 5)	9	39
[5; 6)	3	42

Số trung vị của mẫu số liệu là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có số phân tử của mẫu là: $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{2} = 21$.

Mà $cf_2 = 18 < 21 < cf_3 = 30$ suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm [3; 4) có $r = 3; d = 1; n_3 = 12$ và nhóm 2 là nhóm [2; 3) có $cf_2 = 18$.

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 3 + \left(\frac{21 - 18}{12} \right) \cdot 1 = 3,25 \text{ (giờ)}.$$

Câu 6: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 2)	8	8
[2; 3)	10	18
[3; 4)	12	30
[4; 5)	9	39
[5; 6)	3	42

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có số phân tử của mẫu là: $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10,5$.

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm [2; 3) có $s = 2; h = 1; n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm [1; 2) có $cf_1 = 8$.



Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \left(\frac{10,5 - 8}{10} \right) \cdot 1 = 2,25 \text{ (giờ)}.$$

-----HẾT-----

