

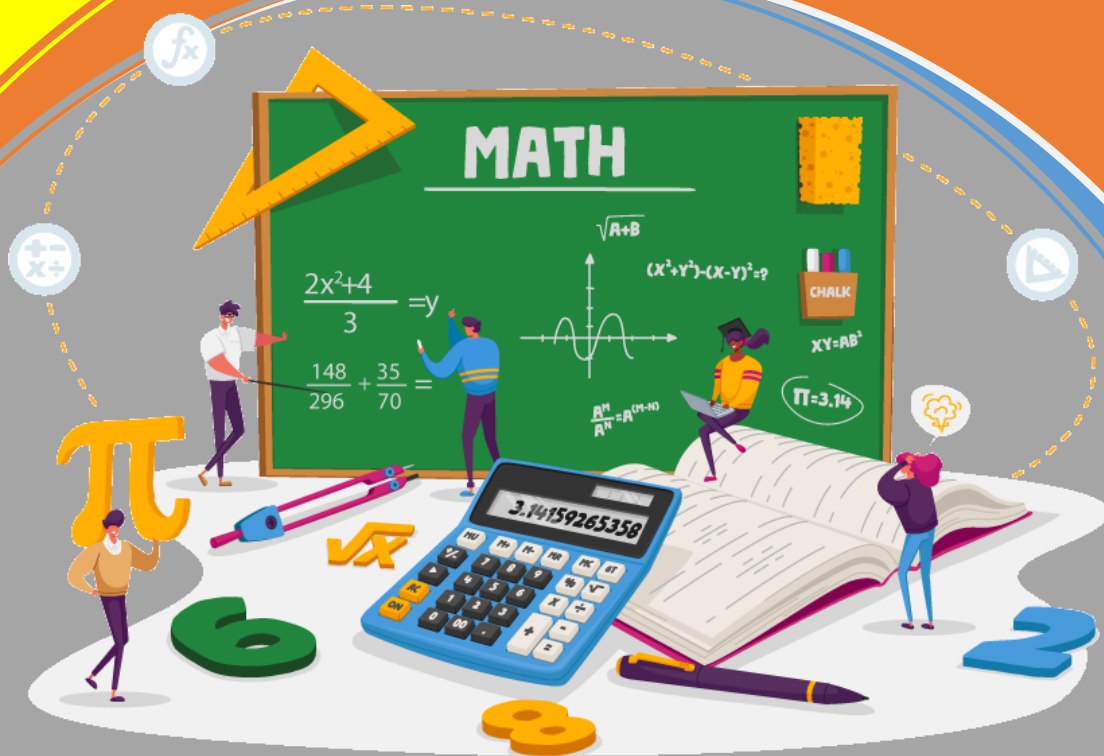
LÊ BÁ BẢO
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 11

Chuyên đề DÃY SỐ - CẤP SỐ

CẤP SỐ NHÂN

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



CHƯƠNG II

DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG. CẤP SỐ NHÂN

Chủ đề 2: CẤP SỐ NHÂN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với một số không đổi q . Số q được gọi là *công bội* của cấp số nhân.

Cấp số nhân (u_n) với công bội q được cho bởi hệ thức truy hồi: $u_n = u_{n-1}q, \forall n \geq 2$

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1 q^{n-1}, n \geq 2$

Chú ý:

Nếu u_k, u_{k+1}, u_{k+2} là ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân (u_n) thì $u_k u_{k+2} = (u_{k+1})^2$

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ NHÂN

Cho cấp số nhân (u_n) với công bội q . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.

Khi đó: $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân, trong trường hợp là cấp số nhân, hãy xác định số hạng đầu và công bội tương ứng?

a) $u_n = (-5)^{2n+1}$; b) $u_n = (-1)^n \cdot 3^{3n+1}$; c) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$.

Câu 2: Cho các cấp số nhân (u_n) với công bội q .

a) Biết $u_1 = 2, u_6 = 486$. Tìm q ;

b) Biết $q = \frac{2}{3}, u_4 = \frac{8}{21}$. Tìm u_1 ;

c) Biết $u_1 = 3, q = -2$. Hỏi số 192 là số hạng thứ mấy?

Câu 3: Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

a) $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 10 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 20 \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$

e) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240 \end{cases}$

g) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}$

h) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} = \frac{7}{12} \end{cases}$

k) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 30 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 340 \end{cases}$

Câu 4: a) Giữa các số 160 và 5, hãy chèn vào 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.

b) Giữa các số 243 và 1, hãy đặt thêm 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.

Câu 5: Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân biết tổng của chúng là 19 và tích là 216.

Câu 6: a) Tìm số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng công bội là 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối là 486.

b) Tìm công bội của một cấp số nhân có số hạng đầu là 7, số hạng cuối là 448 và tổng số các số hạng là 889.

Câu 7: a) Tìm 4 góc của một tứ giác, biết rằng các góc đó lập thành một cấp số nhân và góc cuối gấp 9 lần góc thứ hai.

b) Độ dài các cạnh của ΔABC lập thành một cấp số nhân. Chứng minh rằng: ΔABC có hai góc không quá 60° .

Câu 8: Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, trong đó số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất 35, còn số hạng thứ ba lớn hơn số hạng thứ tư 560.

Câu 9: Số số hạng của một cấp số nhân là một số chẵn. Tổng tất cả các số hạng của nó lớn gấp 3 lần tổng các số hạng có chỉ số lẻ. Xác định công bội của cấp số đó.

Câu 10: Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng tổng 3 số hạng đầu là $\frac{148}{9}$, đồng thời, theo thứ tự, chúng là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng.

Câu 11: Tìm 3 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng khi tăng số thứ hai thêm 2 thì các số đó tạo thành một cấp số cộng, còn nếu sau đó tăng số cuối thêm 9 thì chúng lại lập thành một cấp số nhân.

Câu 12: Tìm 4 số trong đó ba số đầu là ba số hạng kế tiếp của một cấp số nhân, còn ba số sau là ba số hạng kế tiếp của một cấp số cộng; tổng hai số đầu và cuối bằng 32, tổng hai số giữa bằng 24.

Câu 13: Tìm bốn số biết rằng ba số hạng đầu lập thành một cấp số nhân, ba số hạng sau lập thành một cấp số cộng. Tổng của hai số hạng đầu và cuối bằng 14, còn tổng của hai số ở giữa là 12?

Câu 14: Tổng của số hạng thứ hai và thứ tư của một cấp số nhân (*tăng nghiêm ngặt*) là 30, và tích của chúng bằng 144. Tìm tổng mười số hạng đầu tiên của dãy số đó?

Câu 15: Tìm các số dương a và b sao cho $a, a+2b, 2a+b$ lập thành một cấp số cộng và $(b+1)^2, ab+5, (a+1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

Câu 16: Chứng minh rằng nếu 3 số $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$ lập thành một cấp số cộng thì 3 số x, y, z lập thành một cấp số nhân.

Câu 17: Chứng minh rằng nếu 3 số dương a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân thì:
$$\frac{\log_a N}{\log_c N} = \frac{\log_a N - \log_b N}{\log_b N - \log_c N} \quad (a, b, c \neq 1, 0 < N \neq 1)$$

Câu 18: a) Tìm x để ba số $x, \sqrt{3}; x+2$ lập thành cấp số nhân

b) Cho cấp số nhân $u_5 = 2x - 3; u_{10} = x + 3; u_{15} = 5x - 3$. Tìm x .

Câu 19: Biết các số $x + 5y, 5x + 2y, 8x + y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $(y-1)^2, xy-1, (x+2)^2$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm x và y .

Câu 20: Tính các tổng sau:

a) $A = 10 + 10^2 + \dots + 10^n$

b) $B = 9 + 99 + \dots + \frac{999 \dots 9}{n \text{ số } 9}$

c) $C = 7 + 77 + 777 + \dots + \frac{777 \dots 7}{n \text{ số } 7}$

d) $D = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$

Câu 21: Tính các tổng sau:

a) $P_1 = 1 + 2.2 + 3.2^2 + \dots + 100.2^{99}$.

b) $P_2 = 1.x + 2.x^2 + \dots + nx^n$.

Câu 22: Tính các tổng sau:

a) $A = 5 + 5^2 + \dots + 5^n$

b) $B = 15 + 155 + \dots + \underbrace{1555\dots5}_{n \text{ số } 5}$

c) $C = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 2010.3^{2009}$

d) $D = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 + \dots + \left(x^n + \frac{1}{x^n}\right)^2 \quad (x \neq 0)$

e) $E = 1 + 4.5 + 7.5^2 + \dots + (3n-2)5^n$

f) $F = \frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{2n-1}{2^n}$

Câu 23: Cho cấp số nhân (u_n) và cho các số nguyên dương m, k với $m < k$. Chứng minh rằng:

$$|u_k| = \sqrt{u_{k-m} \cdot u_{k+m}}$$

Áp dụng: Hãy tìm một cấp số nhân với công bội âm, có 7 số hạng, số hạng thứ 3 bằng 2 và tích số hạng đầu và cuối bằng 18.

Câu 24: Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$ và $a, \frac{\sqrt{6}}{3}b, c$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính góc B, C của tam giác ABC .

Câu 25: Cho tam giác ABC cân tại A . Cạnh BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tính công bội q của cấp số nhân đó.

Câu 26: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1} \quad (n \geq 2) \end{cases}$. Xét dãy (v_n) biết $v_n = u_{n+1} - u_n \quad (n \geq 1)$

a) Chứng minh dãy (v_n) là một cấp số nhân.

b) Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Câu 27: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 4}{4} \quad (n \geq 1) \end{cases}$. Chứng minh: (u_n) vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

Câu 28: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12} \quad (n \geq 1) \end{cases}$. Chứng minh: (u_n) vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 29: Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $1; -1; 1; -1$.

B. $1; -3; 9; 10$.

C. $1; 0; 0; 0$.

D. $32; 16; 8; 4$.

Câu 30: Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. $1; -3; 9; -27; 54$.

B. $1; 2; 4; 8; 16$.

C. $1; -1; 1; -1; 1$.

D. $1; -2; 4; -8; 16$.

Câu 31: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = 3n$.

B. $u_n = 2^n$.

C. $u_n = \frac{1}{n}$.

D. $u_n = 2^n + 1$.

Câu 32: Cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{3}{5} \cdot 2^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân đó là

A. $u_1 = \frac{6}{5}, q = 2$. B. $u_1 = \frac{3}{5}, q = -2$. C. $u_1 = \frac{6}{5}, q = -2$ D. $u_2 = \frac{3}{5}, q = 2$.

Câu 33: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

A. $u_n = q.u_1^n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = u_1.q \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.
 C. $u_n = q.u_1^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = u_1.q^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 34: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. B. -4. C. $\frac{1}{3}$. D. 4.

Câu 35: Cấp số nhân (u_n) có $u_4 = 9, u_5 = 81$ có công bội là

A. 3. B. 72. C. 18. D. 9.

Câu 36: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 6$ và $u_5 = 162$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. B. -3. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 37: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 6. B. Thứ 8. C. Thứ 5. D. Thứ 7.

Câu 38: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 6 B. Số hạng thứ 7 C. Số hạng thứ 5 D. Số hạng thứ 8

Câu 39: Một cấp số nhân với công bội bằng -2 có số hạng thứ ba bằng 8 và số hạng cuối bằng -1024. Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng?

A. 11 B. 10 C. 9 D. 8

Câu 40: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2 = -6$. B. $u_2 = 1$. C. $u_2 = -18$. D. $u_2 = 6$.

Câu 41: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$. Biết (v_n)

là một cấp số nhân có công bội q . Khi đó

A. $q = \frac{2}{5}$. B. $q = 5$. C. $q = \frac{8}{5}$. D. $q = \frac{1}{5}$.

Câu 42: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8; u_5 = 64$. Giá trị của u_6 bằng

A. 512. B. 256. C. -128. D. -1024.

Câu 43: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8; u_5 = 64$. Giá trị của u_3 bằng

A. -16. B. 32. C. -32. D. 16.

Câu 44: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_4 = 60 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Tìm u_1 .

A. 3. B. 6. C. 2. D. 5.

Câu 45: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases}$. Khi đó công bội của cấp số nhân (u_n) là

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

- Câu 46:** Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng: $\begin{cases} u_{10} - u_1 = 511 \\ u_7 + u_4 + u_1 = 73 \end{cases}$.
- A. $u_1 = 1$. B. $u_1 = 2$. C. $u_1 = -1$. D. $u_1 = -2$.
- Câu 47:** Cho cấp số nhân u_n . Khi đó đẳng thức nào sau đây là đúng?
- A. $u_{2019} = \frac{u_{2018} + u_{2020}}{2}$. B. $|u_{2019}| = \sqrt{u_{2018} \cdot u_{2020}}$.
- C. $u_{2019}^2 = u_{2018} \cdot u_{2020}$. D. $u_{2019} = \sqrt{u_{2018} \cdot u_{2020}}$.
- Câu 48:** Ba số $2x-1, x, 2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm x .
- A. $\pm \frac{1}{3}$. B. $x = 1$. C. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\pm \sqrt{3}$.
- Câu 49:** Xác định x là số thực dương để $2x-3; x; 2x+3$ lập thành một cấp số nhân.
- A. $x = 3$. B. $x = \sqrt{3}$. C. $x = \pm \sqrt{3}$. D. $x = 5$.
- Câu 50:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x để ba số $1; x; x+2$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân?
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 51:** Viết thêm sáu số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu?
- A. -32768 . B. 16384 . C. -16384 . D. 32768 .
- Câu 52:** Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng
- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.
- Câu 53:** Với x là số nguyên dương, ba số $2x, 3x+3, 5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là
- A. $-\frac{250}{3}$. B. $\frac{250}{3}$. C. 250 . D. -250 .
- Câu 54:** Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tổng ba số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là
- A. 3. B. 7. C. 9. D. 5.
- Câu 55:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Tổng 4 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) bằng
- A. 162. B. -160 . C. -40 . D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 56:** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 9$ và công bội $q = -3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .
- A. 7. B. 36. C. -14 . D. 1.
- Câu 57:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6, u_5 = 48$. Tính S_5 .
- A. 33. B. -31 . C. 93. D. 11.
- Câu 58:** Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Tính tổng 5 số hạng đầu tiên S_5 của cấp số nhân.
- A. $S_5 = 93$. B. $S_5 = -45$. C. $S_5 = -93$. D. $S_5 = 45$.
- Câu 59:** Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4, S_3 = 13$. Biết $u_2 < 0$, giá trị của S_5 bằng

Câu 80: Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí một hình vuông kích thước $4m \times 4m$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, và tô kín màu lên hai tam giác đối diện (như hình vẽ). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Tính số tiền nước sơn để người thợ đó hoàn thành trang trí hình vuông như trên? Biết tiền nước sơn $1m^2$ là 60.000 đ.



- A. 575000 đ. B. 387500 đ. C. 465000 đ. D. 232500 đ.

Câu 81: Một quả bóng cao su từ độ cao 15 (m) so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng hai phần năm độ cao lần rơi ngay trước đó. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã bay (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

- A. 35 (m). B. 50 (m). C. 30 (m). D. 25 (m).

Câu 82: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k=1,2,\dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Câu 83: Biết rằng tồn tại đúng hai giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

- A. -342. B. -216. C. 344. D. 216.

IV. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân, trong trường hợp là cấp số nhân, hãy xác định số hạng đầu và công bội tương ứng?

- a) $u_n = (-5)^{2n+1}$; b) $u_n = (-1)^n \cdot 3^{3n+1}$; c) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$.

Lời giải:

a) Ta có: $\begin{cases} u_n = (-5)^{2n+1} \\ u_{n+1} = (-5)^{2n+3} \end{cases} \longrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = (-5)^2 = 25, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) cấp số nhân với $u_1 = (-5)^3 = -125$ và công bội $q = 25$.

b) Ta có: $\begin{cases} u_n = (-1)^n \cdot 3^{3n+1} \\ u_{n+1} = (-1)^{n+1} \cdot 3^{3n+4} \end{cases} \longrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = -3^3 = -27, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) cấp số nhân với $u_1 = -81$ và công bội $q = -27$.

c) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases} \longrightarrow u_1 = 2; u_2 = 4; u_3 = 16.$

Do $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$ nên (u_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 2: Cho các cấp số nhân (u_n) với công bội q .

- a) Biết $u_1 = 2, u_6 = 486$. Tìm q ;
 b) Biết $q = \frac{2}{3}, u_4 = \frac{8}{21}$. Tìm u_1 ;
 c) Biết $u_1 = 3, q = -2$. Hỏi số 192 là số hạng thứ mấy?

Lời giải:

a) Ta có: $u_6 = u_1 q^5 = 486 \Leftrightarrow q^5 = 243 \Leftrightarrow q = 9\sqrt{3}$.

b) Ta có: $u_4 = u_1 q^3 = \frac{8}{21} \Leftrightarrow u_1 = \frac{9}{7}$.

c) Ta có: $u_n = 192 = u_1 q^{n-1} \Leftrightarrow 192 = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow n = 7$.

Vậy 192 là số hạng thứ 7 của khai triển.

Câu 3: Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

a) $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 10 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 20 \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$

e) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240 \end{cases}$

g) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}$

h) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} = \frac{7}{12} \end{cases}$

k) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 30 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 340 \end{cases}$

Lời giải:

a) $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q^4 = 51 \\ u_1 q + u_1 q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q^4 = 51 & (1) \\ q(u_1 + u_1 q^4) = 102 & (2) \end{cases}$

Thay (1) vào (2) ta có: $51q = 102 \Leftrightarrow q = 2$ thay vào (1), ta được: $u_1 = 3$.

b) $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 10 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q - u_1 q^3 + u_1 q^4 = 10 \\ u_1 q^2 - u_1 q^4 + u_1 q^5 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(1 - q^2 + q^3) = 10 & (1) \\ u_1 q^2(1 - q^2 + q^3) = 20 & (2) \end{cases}$

Thay (1) vào (2) ta có: $q = 2$ thay vào (1), ta được: $u_1 = 1$.

h) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 21 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1 q} + \frac{1}{u_1 q^2} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 21 \\ \frac{1}{u_1} \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} \right) = \frac{7}{12} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 21 & (1) \\ \frac{1}{u_1} \cdot \frac{1 + q + q^2}{q^2} = \frac{7}{12} & (2) \end{cases}$

Xét $u_1 = 0$ và $q = 0$ không thỏa hệ, nên $(1) \Leftrightarrow 1 + q + q^2 = \frac{21}{u_1}$ (*) thay vào (2) ta có phương

$$\text{trình: } \frac{21}{u_1^2 q^2} = \frac{7}{12} \Leftrightarrow u_1^2 q^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q = 6 \\ u_1 q = -6 \end{cases}$$

$$\text{TH 1: } u_1 q = 6 \Leftrightarrow u_1 = \frac{6}{q} \text{ thay vào (*) ta có: } 6q^2 - 15q + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \Leftrightarrow u = 3 \\ q = \frac{1}{2} \Leftrightarrow u = 12 \end{cases}$$

TH 2: $u_1 q = -6 \Leftrightarrow u_1 = -\frac{6}{q}$ thay vào (*) ta có:

$$6q^2 + 27q + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{-9 + \sqrt{65}}{4} \Rightarrow u_1 = \frac{27 + 3\sqrt{65}}{2} \\ q = \frac{-9 - \sqrt{65}}{4} \Rightarrow u_1 = \frac{27 - 3\sqrt{65}}{2} \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 14 \\ u_1 \cdot (u_1 q) \cdot (u_1 q^2) = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 (1 + q + q^2) = 14 \\ (u_1 q)^3 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 (1 + q + q^2) = 14 \\ u_1 q = 4 \end{cases}$$

Để thấy $q = 0$ không thỏa hệ, ta có $u_1 q = 4 \Leftrightarrow u_1 = \frac{4}{q}$ thay vào phương trình trên ta có:

$$4q^2 - 10q + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \Leftrightarrow u_1 = 2 \\ q = \frac{1}{2} \Leftrightarrow u_1 = 8 \end{cases}$$

- Câu 4:** a) Giữa các số 160 và 5, hãy chèn vào 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.
b) Giữa các số 243 và 1, hãy đặt thêm 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.
- Câu 5:** Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân biết tổng của chúng là 19 và tích là 216.
- Câu 6:** a) Tìm số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng công bội là 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối là 486.
b) Tìm công bội của một cấp số nhân có số hạng đầu là 7, số hạng cuối là 448 và tổng số các số hạng là 889.
- Câu 7:** a) Tìm 4 góc của một tứ giác, biết rằng các góc đó lập thành một cấp số nhân và góc cuối gấp 9 lần góc thứ hai.
b) Độ dài các cạnh của ΔABC lập thành một cấp số nhân. Chứng minh rằng: ΔABC có hai góc không quá 60° .
- Câu 8:** Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, trong đó số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất 35, còn số hạng thứ ba lớn hơn số hạng thứ tư 560.
- Câu 9:** Số số hạng của một cấp số nhân là một số chẵn. Tổng tất cả các số hạng của nó lớn gấp 3 lần tổng các số hạng có chỉ số lẻ. Xác định công bội của cấp số đó.
- Câu 10:** Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng tổng 3 số hạng đầu là $\frac{148}{9}$, đồng thời, theo thứ tự, chúng là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng.
- Câu 11:** Tìm 3 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng khi tăng số thứ hai thêm 2 thì các số đó tạo thành một cấp số cộng, còn nếu sau đó tăng số cuối thêm 9 thì chúng lại lập thành một cấp số nhân.

Câu 12: Tìm 4 số trong đó ba số đầu là ba số hạng kế tiếp của một cấp số nhân, còn ba số sau là ba số hạng kế tiếp của một cấp số cộng; tổng hai số đầu và cuối bằng 32, tổng hai số giữa bằng 24.

Câu 13: Tìm bốn số biết rằng ba số hạng đầu lập thành một cấp số nhân, ba số hạng sau lập thành một cấp số cộng. Tổng của hai số hạng đầu và cuối bằng 14, còn tổng của hai số ở giữa là 12?

Lời giải:

Gọi 4 số phải tìm là a_1, a_2, a_3, a_4 . Theo đầu bài ta có hệ:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_2^2 = a_1 a_3 \\ 2a_3 = a_2 + a_4 \\ a_1 + a_4 = 14 \\ a_2 + a_3 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a_1 q^2 = a_1 q + a_2 + d & (1) \\ a_1 + a_2 + 2d = 14 & (2) \\ a_1 q + a_1 q^2 = 12 & (3) \\ a_2 + a_2 + d = 12 & (4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2^2 = a_1(a_2 + d) & (*) \\ a_2 + 2d = 14 - a_1 \\ a_1 = \frac{12}{q + q^2} \\ d = 12 - 2a_2 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta có kết quả: $(2, 4, 8, 12), \left(\frac{25}{2}, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

Câu 14: Tổng của số hạng thứ hai và thứ tư của một cấp số nhân (tăng nghiêm ngặt) là 30, và tích của chúng bằng 144. Tìm tổng mười số hạng đầu tiên của dãy số đó?

Lời giải:

Gọi cấp số nhân tăng nghiêm ngặt là (a_n) . Theo đầu bài ta có a_2, a_4 là hai nghiệm của phương trình:

$$t^2 - 30t + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6 \\ t = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2 = 6 \\ a_4 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 q = 6 \\ a_1 q^3 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 q = 6 \\ q^2 = 4 \\ a_1 q = 24 \\ q^2 = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Do cấp số nhân tăng nghiêm ngặt, cho nên $q > 1$, do vậy ta chọn $a_1 = 3, q = 2$

$$\text{Cho nên: } S_{10} = u_1 \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 3 \cdot (1024 - 1) = 3069$$

Câu 15: Tìm các số dương a và b sao cho $a, a + 2b, 2a + b$ lập thành một cấp số cộng và $(b + 1)^2, ab + 5, (a + 1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

Lời giải:

Ta có: $a, a + 2b, 2a + b$ lập thành một cấp số cộng $\Leftrightarrow a + (2a + b) = 2(a + 2b) \Leftrightarrow a = 3b$ (1)

Mặt khác:

$(b + 1)^2, ab + 5, (a + 1)^2$ lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow (b + 1)^2 (a + 1)^2 = (ab + 5)^2$

$$\Leftrightarrow [(b + 1)(a + 1)]^2 = (ab + 5)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (b + 1)(a + 1) = ab + 5 \\ (b + 1)(a + 1) = -ab - 5 \end{cases}$$

TH 1: $(b + 1)(a + 1) = ab + 5$, thay $a = 3b$ ta được phương trình:

$$(b + 1)(3b + 1) = 3b^2 + 5 \Leftrightarrow b = 1 \Leftrightarrow a = 3$$

TH 2: $(b + 1)(a + 1) = -ab - 5$, thay $a = 3b$ ta được phương trình:

$$(b + 1)(-3b + 1) = -3b^2 + 5 \Leftrightarrow -2b = 4 \Leftrightarrow b = -2 \text{ (loại)}$$

Câu 16: Chứng minh rằng nếu 3 số $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$ lập thành một cấp số cộng thì 3 số x, y, z lập thành một cấp số nhân.

Lời giải:

Ta có: $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$ lập thành một cấp số cộng

$$\Leftrightarrow \frac{2}{y-x} + \frac{2}{y-z} = \frac{2}{y} \Leftrightarrow \frac{(y-z) + (y-x)}{(y-x)(y-z)} = \frac{1}{y}$$

$$\Leftrightarrow y(2y-x-z) = (y-x)(y-z) \Leftrightarrow xz = y^2$$

$\Leftrightarrow x, y, z$ lập thành một cấp số nhân (đ.p.c.m)

Câu 17: Chứng minh rằng nếu 3 số dương a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân thì:

$$\frac{\log_a N}{\log_c N} = \frac{\log_a N - \log_b N}{\log_b N - \log_c N} \quad (a, b, c \neq 1, 0 < N \neq 1)$$

Lời giải:

Theo giả thiết, nếu ba số a, b, c lập thành cấp số nhân thì: $ac = b^2$ (1)

Lấy logarit cơ số N hai vế của (1) ta có:

$$\Leftrightarrow \log_N(ac) = \log_N b^2 \Leftrightarrow \log_N a + \log_N c = 2 \log_N b \quad (2)$$

Sử dụng công thức đổi cơ số:

$$(2) \Leftrightarrow \frac{1}{\log_a N} + \frac{1}{\log_c N} = \frac{2}{\log_b N} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_a N} - \frac{1}{\log_b N} = \frac{1}{\log_b N} - \frac{1}{\log_c N}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log_b N - \log_a N}{\log_a N \cdot \log_b N} = \frac{\log_c N - \log_b N}{\log_c N \cdot \log_b N} \Leftrightarrow \frac{\log_b N - \log_a N}{\log_c N - \log_b N} = \frac{\log_a N}{\log_c N}$$

$$\Rightarrow \frac{\log_a N - \log_b N}{\log_b N - \log_c N} = \frac{\log_a N}{\log_c N}$$

Câu 18: a) Tìm x để ba số $x, \sqrt{3}, x+2$ lập thành cấp số nhân

b) Cho cấp số nhân $u_5 = 2x - 3; u_{10} = x + 3; u_{15} = 5x - 3$. Tìm x .

Câu 19: Biết các số $x + 5y, 5x + 2y, 8x + y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $(y-1)^2, xy-1, (x+2)^2$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm x và y .

Câu 20: Tính các tổng sau:

a) $A = 10 + 10^2 + \dots + 10^n$

b) $B = 9 + 99 + \dots + \underbrace{999 \dots 9}_{n \text{ số } 9}$

c) $C = 7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777 \dots 7}_{n \text{ số } 7}$

d) $D = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$

Lời giải:

a) $A = 10 + 10^2 + \dots + 10^n$

Xem A là tổng của n số hạng của 1 cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 10, q = 10$

Suy ra: $A = 10 + 10^2 + \dots + 10^n = 10 \cdot \frac{1-10^n}{1-10} = \frac{10}{9}(10^n - 1)$

$$b) B = 9 + 99 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{n \text{ số } 9} = (10 - 1) + (10^2 - 1) + \dots + (10^n - 1) = 10 + 10^2 + \dots + 10^n - n$$

$$\text{Theo câu trên, suy ra: } B = 9 + 99 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{n \text{ số } 9} = \frac{10}{9}(10^n - 1) - n$$

$$c) C = 7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777\dots7}_{n \text{ số } 7} = \frac{7}{9} \left(9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{n \text{ số } 9} \right)$$

$$\text{Theo câu trên, suy ra: } C = 7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777\dots7}_{n \text{ số } 7} = \frac{7}{9} \left[\frac{10}{9}(10^n - 1) - n \right]$$

$$d) \text{Ta có: } S = \left(4 + 2 + \frac{1}{4} \right) + \left(16 + 2 + \frac{1}{16} \right) + \dots + \left(2^{2n} + 2 + \frac{1}{2^{2n}} \right)$$

$$= (4 + 16 + \dots + 2^{2n}) + 2n + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^{2n}} \right)$$

$$\Rightarrow S = 4 \cdot \frac{4^{n-1}}{3} + 2n + \frac{1}{4} \cdot \frac{2^{2n} - 1}{\frac{1}{4} - 1} = 4 \cdot \frac{4^n - 1}{3} + 2n + \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{2n} - 1}{2^{2n}}$$

$$= 2n + \frac{4^n - 1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 4^n + 1}{4^n} = 2n + \frac{(4^n - 1)(4^{n+1} + 1)}{3 \cdot 4^n}$$

Câu 21: Tính các tổng sau:

a) $P_1 = 1 + 2.2 + 3.2^2 + \dots + 100.2^{99}$.

b) $P_2 = 1.x + 2.x^2 + \dots + nx^n$.

Lời giải:

a) $P_1 = 1 + 2.2 + 3.2^2 + \dots + 100.2^{99}$ (1)

$\Rightarrow 2P_1 = 2 + 2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + 99.2^{99} + 100.2^{100}$ (2)

Lấy (1) trừ (2), ta được:

$$-P_1 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} - 100.2^{100}$$

$$\Rightarrow P_1 = 100.2^{100} - (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99}) = 100.2^{100} - \frac{2^{100} - 1}{2 - 1} = 99.2^{100} + 1$$

b) Đặt $P_0 = 1 + 2.x + 3.x^2 + \dots + nx^{n-1} \Rightarrow P_2 = xP_0 = 1.x + 2.x^2 + \dots + nx^n$.

TH 1: Xét $x = 0 \Rightarrow P_2 = 0$.

TH 2: Xét $x = 1 \Rightarrow P_2 = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

TH 3: Xét $x \neq 1$. Xét $P_0 = 1 + 2.x + 3.x^2 + \dots + nx^{n-1} \Rightarrow P_2 = xP_0 = 1.x + 2.x^2 + \dots + nx^n$.

$$P_2 - P_0 = P_2 - xP_2 = (1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1}) - nx^n$$

$$\Leftrightarrow P_2(1-x) = \frac{x^n - 1}{x - 1} - nx^n \Leftrightarrow P_2 = \frac{1}{x-1} \left[\frac{x^n - 1}{x-1} - nx^n \right]$$

Bài tập tương tự:

Câu 22: Tính các tổng sau:

$$a) A = 5 + 5^2 + \dots + 5^n$$

$$b) B = 15 + 155 + \dots + \underbrace{1555\dots5}_{n \text{ số } 5}$$

$$c) C = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 2010.3^{2009}$$

$$d) D = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 + \dots + \left(x^n + \frac{1}{x^n}\right)^2 \quad (x \neq 0)$$

$$e) E = 1 + 4.5 + 7.5^2 + \dots + (3n-2)5^n$$

$$f) F = \frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \dots + \frac{2n-1}{2^n}$$

Câu 23: Cho cấp số nhân (u_n) và cho các số nguyên dương m, k với $m < k$. Chứng minh rằng:

$$|u_k| = \sqrt{u_{k-m} \cdot u_{k+m}}$$

Áp dụng: Hãy tìm một cấp số nhân với công bội âm, có 7 số hạng, số hạng thứ 3 bằng 2 và tích số hạng đầu và cuối bằng 18.

Câu 24: Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$ và $a, \frac{\sqrt{6}}{3}b, c$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính góc B, C của tam giác ABC .

Lời giải:

$$\text{Theo giả thiết ta có hệ: } \begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ \frac{2}{3}b^2 = ac \Leftrightarrow b^2 = \frac{3}{2}ac \end{cases}$$

Từ đó suy ra:

$$a^2 = \frac{3}{2}ac + c^2 \Leftrightarrow 2a^2 = 3ac + 2c^2 \Leftrightarrow (2a+c)(a-2c) = 0 \Rightarrow a = 2c \quad (2a+c > 0)$$

$$\text{Mà: } \cos B = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ, C = 30^\circ.$$

Câu 25: Cho tam giác ABC cân tại A . Cạnh BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tính công bội q của cấp số nhân đó.

Lời giải:

Theo giả thiết: $AB = AC$ và BC, AH, AB lập thành cấp số cộng nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{1}{q} = \frac{BC}{AH} = \frac{2HC}{AH} = 2 \cot C \\ \frac{1}{q} = \frac{AH}{AB} = \sin B \end{cases} \Rightarrow 2 \cot C = \sin C \Leftrightarrow 2 \cos C = \sin^2 C = 1 - \cos^2 C$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 C + 2 \cos C - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos C = -1 + \sqrt{2} \quad (0 < C < 90^\circ)$$

$$\text{Do } C \text{ là nhọn cho nên } \sin C = \sqrt{2(\sqrt{2}-1)}$$

$$\text{Cho nên công bội của cấp số nhân là: } q = \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{\sqrt{2(\sqrt{2}-1)}} = \frac{1}{2} \sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$$

Câu 26: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1} \quad (n \geq 2) \end{cases}$. Xét dãy (v_n) biết $v_n = u_{n+1} - u_n \quad (n \geq 1)$

a) Chứng minh dãy (v_n) là một cấp số nhân.

b) Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Lời giải:

a) Ta có: $\forall n \geq 2: u_{n+1} - u_n = 2(u_n - u_{n-1}) \Leftrightarrow v_n = 2v_{n-1}$

Suy ra: (v_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

b) Do $u_n = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + \dots + (u_2 - u_1) + u_1 = v_{n-1} + v_{n-2} + \dots + v_1 + 1$

Mặt khác: $v_{n-1} + v_{n-2} + \dots + v_1 = S_{n-1} = \frac{1 \cdot [1 - 2^{n-1}]}{1 - 2} = 2^{n-1} - 1$.

Do đó, số hạng tổng quát của dãy (u_n) là: $u_n = 2^{n-1}$.

Câu 27: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 4}{4} \quad (n \geq 1) \end{cases}$. Chứng minh: (u_n) vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

Lời giải:

Ta có: $u_1 = 2, u_2 = 2, u_3 = 2 \dots$

Dự đoán: $u_n = 2 \quad (n \geq 1)$ (*). Ta chứng minh (*) bằng qui nạp toán học:

* Với $n = 1$: $u_1 = 2$ (Đúng)

* Giả sử (*) đúng với $n = k$ tức là: $u_k = 2 \quad (k \geq 1)$. Ta cần chứng minh (*) đúng với $n = k + 1$ tức là: $u_{k+1} = 2 \quad (k \geq 1)$.

* Thật vậy: Xét $u_{k+1} = \frac{u_k^2 + 4}{4} = \frac{4 + 4}{4} = 2$

Vậy $u_n = 2 \quad (n \geq 1)$, nên (u_n) vừa là cấp số cộng, vừa là cấp số nhân. (đ.p.c.m)

Bài tập tương tự:

Câu 28: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12} \quad (n \geq 1) \end{cases}$. Chứng minh: (u_n) vừa là cấp số cộng vừa là cấp số nhân.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 29: Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Lời giải:

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q ta có: $u_{n+1} = u_n \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

1; -1; 1; -1 là cấp số nhân với $q = -1$.

-1; 3; 9; 10 không là cấp số nhân.

1; 0; 0; 0 là cấp số nhân với $q = 0$.

32; 16; 8; 4 là cấp số nhân với $q = \frac{1}{2}$.

Câu 30: Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. 1; -3; 9; -27; 54.

B. 1; 2; 4; 8; 16.

C. 1; -1; 1; -1; 1.

D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải:

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công bội $q = -1$.

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = -2$.

Dãy $1; -3; 9; -27; 54$ không phải là cấp số nhân vì $-3 = 1 \cdot (-3); (-27) \cdot (-3) = 81 \neq 54$.

Câu 31: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = 3n$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = 2^n + 1$.

Lời giải:

Ta thấy, với $\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ dãy số $(u_n) = 2^n$ có tính chất: $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{2^n}{2^{n-1}} = 2$ nên là cấp số nhân với công bội $q = 2, u_1 = 2$.

Câu 32: Cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{3}{5} \cdot 2^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân đó là

- A. $u_1 = \frac{6}{5}, q = 2$. B. $u_1 = \frac{3}{5}, q = -2$. C. $u_1 = \frac{6}{5}, q = -2$ D. $u_1 = \frac{3}{5}, q = 2$.

Lời giải:

Ta có $u_1 = \frac{3}{5} \cdot 2^{1-1} = \frac{3}{5}$ và $u_2 = \frac{3}{5} \cdot 2^{2-1} = \frac{6}{5} \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 2$.

Vậy $u_1 = \frac{3}{5}$ và $q = 2$.

Câu 33: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_n = q u_1^n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = u_1 q \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n = q \cdot u_1^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = u_1 q^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải:

Công thức tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1 q^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 34: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4. C. $\frac{1}{3}$. D. 4.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Vậy $q = 3$.

Câu 35: Cấp số nhân (u_n) có $u_4 = 9, u_5 = 81$ có công bội là

- A. 3. B. 72. C. 18. D. 9.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} u_4 = 9 \\ u_5 = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_4 = 9 \\ u_4 \cdot q = 81 \end{cases} \Rightarrow q = 9$.

Câu 36: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 6$ và $u_5 = 162$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -3. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_5 = u_1 \cdot q^4 \\ u_2 = u_1 \cdot q \end{cases}$. Do đó: $u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{u_5}{u_2} = \frac{162}{6} = 27 \Rightarrow q = 3$.

Câu 37: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 6.

B. Thứ 8.

C. Thứ 5.

D. Thứ 7.

Lời giải:

Ta có: $u_n = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow n = 5$.

Vậy số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ 5 của cấp số.

Câu 38: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 6

B. Số hạng thứ 7

C. Số hạng thứ 5

D. Số hạng thứ 8

Lời giải:

Giả sử -192 là số hạng thứ n của (u_n) với $n \in \mathbb{N}^*$. Ta có

$$-192 = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow -192 = (-3) \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 64 = (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^6 = (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 6 = n-1 \Leftrightarrow 7 = n.$$

Do đó -192 là số hạng thứ 7 của (u_n) .

Câu 39: Một cấp số nhân với công bội bằng -2 có số hạng thứ ba bằng 8 và số hạng cuối bằng -1024 . Hỏi cấp số nhân đó có bao nhiêu số hạng?

A. 11

B. 10

C. 9

D. 8

Lời giải:

Ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 4u_1 \Rightarrow u_1 = 2$.

Ta lại có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot (-2)^{n-1} = -(-2)^n = -1024 \Rightarrow n = 10$. Vậy cấp số nhân có 10 số hạng.

Câu 40: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2 = -6$.

B. $u_2 = 1$.

C. $u_2 = -18$.

D. $u_2 = 6$.

Lời giải:

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = -2 \cdot 3 = -6$.

Câu 41: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$. Biết (v_n)

là một cấp số nhân có công bội q . Khi đó

A. $q = \frac{2}{5}$.

B. $q = 5$.

C. $q = \frac{8}{5}$.

D. $q = \frac{1}{5}$.

Lời giải:

Ta có $v_n = u_n - 2 \Rightarrow v_1 = u_1 - 2 = -1$ và $u_n = v_n + 2 \Rightarrow u_{n+1} = v_{n+1} + 2$.

$$\text{Suy ra } v_{n+1} + 2 = \frac{v_n + 2 + 8}{5} \Leftrightarrow v_{n+1} + 2 = \frac{1}{5}v_n + 2 \Leftrightarrow v_{n+1} = \frac{1}{5}v_n \Leftrightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{5}.$$

Vậy (v_n) là một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{5}$.

Câu 42: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8; u_5 = 64$. Giá trị của u_6 bằng

A. 512.

B. 256.

C. -128 .

D. -1024 .

Lời giải:

Gọi u_1 và q lần lượt là số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n)

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = -8 \\ u_5 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -8 \\ u_1 \cdot q^4 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -8 \\ q^3 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ q = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } u_6 = u_1 \cdot q^5 = 4 \cdot (-2)^5 = -128.$$

Câu 43: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8$; $u_5 = 64$. Giá trị của u_3 bằng

- A. -16. B. 32. C. -32. **D. 16.**

Lời giải:

$$\text{Ta có } u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q = -2.$$

$$\text{Vậy } u_3 = u_2 \cdot q = 16.$$

Câu 44: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_4 = 60 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Tìm u_1 .

- A. 3. B. 6. **C. 2.** D. 5.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^3 = 60 \\ u_1 \cdot q^2 + u_1 \cdot q^4 = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q(1 + q^2) = 60 \\ u_1 \cdot q^2(1 + q^2) = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } u_1 = 2.$$

Câu 45: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases}$. Khi đó công bội của cấp số nhân (u_n) là

- A. 2.** B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) . Khi đó:

$$\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q + u_1 q^6 = 198 \\ u_1 q^2 + u_1 q^7 = 396 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(1 + q^5) = 198 \\ u_1 q^2(1 + q^5) = 396 \end{cases} \Rightarrow q = 2.$$

Câu 46: Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng: $\begin{cases} u_{10} - u_1 = 511 \\ u_7 + u_4 + u_1 = 73 \end{cases}$.

- A. $u_1 = 1$.** B. $u_1 = 2$. C. $u_1 = -1$. D. $u_1 = -2$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_{10} - u_1 = 511 \\ u_7 + u_4 + u_1 = 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^9 - u_1 = 511 \\ u_1 \cdot q^6 + u_1 \cdot q^3 + u_1 = 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot (q^9 - 1) = 511 \\ u_1 \cdot (q^6 + q^3 + 1) = 73 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot (q^3 - 1) \cdot (q^6 + q^3 + 1) = 511 \\ u_1 \cdot (q^6 + q^3 + 1) = 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 - 1 = 7 \\ u_1 \cdot (q^6 + q^3 + 1) = 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 1 \end{cases}.$$

Câu 47: Cho cấp số nhân u_n . Khi đó đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $u_{2019} = \frac{u_{2018} + u_{2020}}{2}$. **B. $|u_{2019}| = \sqrt{u_{2018} \cdot u_{2020}}$.**
- C. $u_{2019}^2 = u_{2018} \cdot u_{2019}$. D. $u_{2019} = \sqrt{u_{2018} \cdot u_{2020}}$.

Lời giải:

Vì u_n là một cấp số nhân nên $u_n^2 = u_{n-1} \cdot u_{n+1} \Leftrightarrow |u_n| = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}}$.

Khi đó, với $n = 2019$ ta được $|u_{2019}| = \sqrt{u_{2018} \cdot u_{2020}}$.

Câu 48: Ba số $2x-1, x, 2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm x .

- A. $\pm \frac{1}{3}$. B. $x = 1$. **C. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$.** D. $\pm \sqrt{3}$.

Lời giải:

Ba số $2x-1, x, 2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên:

$$(2x-1)(2x+1) = x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 49: Xác định x là số thực dương để $2x-3; x; 2x+3$ lập thành một cấp số nhân.

- A. $x = 3$. **B. $x = \sqrt{3}$.** C. $x = \pm \sqrt{3}$. D. $x = 5$.

Lời giải:

Vì $2x-3; x; 2x+3$ ($x > 0$) theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên

$$x^2 = (2x-3)(2x+3) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}.$$

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x để ba số $1; x; x+2$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân?

- A. 2. B. 3. C. 1. **D. 0.**

Lời giải:

Để ba số $1; x; x+2$ theo thứ tự lập thành một cấp số

$$\text{nhân} \Leftrightarrow 1(x+2) = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy không có số nguyên dương nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 51: Viết thêm sáu số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu?

- A. -32768 .** B. 16384 . C. -16384 . D. 32768 .

Lời giải:

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_8 = 256 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_1 \cdot q^7 = 256 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{15} = u_1 \cdot q^{14} = -2 \cdot (-2)^{14} = -32768.$$

Câu 52: Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. **C. $x = 2$.** D. $x = 1$.

Lời giải:

Do ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên theo tính chất cấp số nhân ta được

$$x^2 \cdot x = 8 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 53: Với x là số nguyên dương, ba số $2x, 3x+3, 5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là

- A. $-\frac{250}{3}$. **B. $\frac{250}{3}$.** C. 250 . D. -250 .

Lời giải:

Ba số $2x, 3x+3, 5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên

$$2x(5x+5) = (3x+3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow x = 9 \text{ (do } x \text{ là số nguyên dương).}$$

$$\text{Với } x = 9, \text{ suy ra } q = \frac{3 \cdot 9 + 3}{2 \cdot 9} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là: } (5 \cdot 9 + 5) \cdot \frac{5}{3} = \frac{250}{3}.$$

Câu 54: Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tổng ba số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

- A. 3. **B. 7.** C. 9. D. 5.

Lời giải:

$$\text{Áp dụng công thức } S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \text{ ta có } S_3 = 1 \cdot \frac{1 - 2^3}{1 - 2} = 7.$$

Câu 55: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Tổng 4 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) bằng

- A. 162. B. -160. **C. -40.** D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } S_4 = \frac{u_1(q^4 - 1)}{q - 1} = \frac{2(81 - 1)}{-3 - 1} = -40.$$

Câu 56: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 9$ và công bội $q = -3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .

- A. 7.** B. 36. C. -14. D. 1.

Lời giải:

$$(u_n) \text{ là cấp số nhân nên ta có: } u_3 = u_1 \cdot q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{9}{(-3)^2} = 1$$

$$S_3 = u_1 \cdot \frac{1 - q^3}{1 - q} = 1 \cdot \frac{1 - (-3)^3}{1 + 3} = 7.$$

Câu 57: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$, $u_5 = 48$. Tính S_5 .

- A. 33.** B. -31. C. 93. D. 11.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 \cdot q = -6 \\ u_1 \cdot q^4 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -6 \\ q^3 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S_5 = \frac{3(1 - (-2)^5)}{1 - (-2)} = 33.$$

Câu 58: Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Tính tổng 5 số hạng đầu tiên S_5 của cấp số nhân.

- A. $S_5 = 93$.** B. $S_5 = -45$. C. $S_5 = -93$. D. $S_5 = 45$.

Lời giải:

$$\text{Áp dụng công thức tổng } n \text{ số hạng đầu của cấp số nhân ta có } S_5 = \frac{3 \cdot (2^5 - 1)}{2 - 1} = 93.$$

Câu 59: Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4, S_3 = 13$. Biết $u_2 < 0$, giá trị của S_5 bằng

- A. 11. B. 2. C. $\frac{35}{16}$. D. $\frac{181}{16}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_2 = 4 \\ S_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q = 4 \\ u_3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ u_1 \cdot q^2 = 9 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1+q}{q^2} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = -\frac{3}{4} \Rightarrow u_1 = 16 \Rightarrow u_2 = -12 < 0 \text{ (TM)} \\ q = 3 \Rightarrow u_1 = 1 \Rightarrow u_2 = 3 > 0 \text{ (L)} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } S_5 = u_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 16 \cdot \frac{\left(-\frac{3}{4}\right)^5 - 1}{-\frac{3}{4} - 1} = \frac{181}{16}.$$

Câu 60: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

- A. $S_8 = 1093$. B. $S_8 = 9841$. C. $S_8 = 3280$. D. $S_8 = 3820$.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

Ta có:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \quad (1) \\ u_1(q^3 - 1) = 26 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{q^3 - 1}{1 + q + q^2} = 2 \Rightarrow q - 1 = 2 \Rightarrow q = 3.$$

Thay $q = 3$ vào (1) ta được $u_1 = 1$.

Vậy tổng 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho là $S_8 = \frac{u_1(1 - q^8)}{1 - q} = 3280$.

Câu 61: Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $u_2 + S_4 = 43, S_3 = 13$. Tính S_6 .

- A. 182. B. 728. C. 364. D. 121.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

Ta có $S_3 = 13 \neq 0$ nên $u_1 \neq 0$.

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} u_2 + S_4 = 43 \\ S_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_2 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 43 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1q + u_1 + u_1q + u_1q^2 + u_1q^3 = 43 \\ u_1 + u_1q + u_1q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13u_1(1 + 2q + q^2 + q^3) = 43u_1(1 + q + q^2) \\ u_1 + u_1q + u_1q^2 = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13q^3 - 30q^2 - 17q - 30 = 0 \\ u_1 + u_1q + u_1q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S_6 = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1(1-3^6)}{1-3} = 364.$$

Câu 62: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 2020 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Gọi $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ là tổng

của n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

- A. 2020. B. $\frac{1}{3}$. **C. 3030.** D. 0.

Lời giải:

Ta có dãy số (u_n) $\begin{cases} u_1 = 2020 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ là một cấp số nhân có $\begin{cases} u_1 = 2020 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Do đó dãy số (u_n) là một cấp số nhân lùi vô hạn.

$$\text{Vậy } \lim S_n = S = u_1 \frac{1}{1-q} = 2020 \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = 3030.$$

Câu 63: Biết 3 số nguyên $3, x, y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân và 3 số $x, y, 9$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Khi đó $x + y$ bằng

- A. -5. B. 7. **C. 0.** D. 11.

Lời giải:

Do 3 số nguyên $3, x, y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân nên ta có

$$x^2 = 3y \Leftrightarrow \frac{x^2}{3} = y.$$

Do 3 số $x, y, 9$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên ta có

$$x + 9 = 2y \Leftrightarrow \frac{x+9}{2} = y \quad (2).$$

Thay vào ta được

$$3x + 27 = 2x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{9}{2} \end{cases}. \text{ Do } x \text{ là số nguyên nên } x = -3 \text{ thỏa mãn.}$$

$$\text{Vậy } x = -3 \Rightarrow y = \frac{x+9}{2} = 3. \text{ Suy ra } x + y = 0.$$

Câu 64: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n^2 + 2}; n \geq 1 \end{cases}$. Tính tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{2011}^2$:

- A. $S = 3^{2011} - 2012$.** B. $S = 3^{2011} - 2011$. C. $S = 3^{2011} - 1$. D. $S = 3^{2011}$.

Lời giải:

Xét dãy số (v_n) với $v_n = u_n^2 + 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Ta có: } v_{n+1} = u_{n+1}^2 + 1 = 3u_n^2 + 2 + 1 = 3(u_n^2 + 1) = 3v_n; \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$\Rightarrow (v_n)$ là cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = u_1^2 + 1 = 2$ và công bội $q = 3$.

$$\text{Vậy } S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{2011}^2 = v_1 - 1 + v_2 - 1 + v_3 - 1 + \dots + v_{2011} - 1$$

$$= v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{2011} - 2011 = v_1 \cdot \frac{q^{2011} - 1}{q - 1} - 2011 = 2 \cdot \frac{3^{2011} - 1}{2} - 2011 = 3^{2011} - 2012.$$

Câu 65: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$. B. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$. **C. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$.** D. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$.

Lời giải:

$$u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{u_5}{u_2} = \frac{54}{-2} = -27 \Rightarrow q = -3 \Rightarrow u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$S_{1000} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{1000}}{1 - q} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1 - (-3)^{1000}}{1 - (-3)} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$$

Câu 66: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết rằng tổng n số hạng đầu tiên bằng 21. Tìm n .

A. $n = 10$. **B. $n = 3$.** C. $n = 7$. D. Không có giá trị n .

Lời giải:

$$\text{Tổng } n \text{ số hạng là: } S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{3(1 - 2^n)}{1 - 2}$$

Mà tổng n số hạng đầu tiên bằng 21 nên ta có:

$$\frac{3(1 - 2^n)}{1 - 2} = 21 \Leftrightarrow 3 - 3 \cdot 2^n = -21 \Leftrightarrow 2^n = 8 \Leftrightarrow n = 3.$$

Câu 67: Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng: $u_1 + u_2 + u_3 = 21$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 567$.

A. 3. **B. $\frac{21}{13}$.** C. 9 D. $\frac{13}{21}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 567 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 21 \\ q^3(u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2) = 567 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 21 \\ q^3(u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2) = 567 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 21 \\ q^3 \cdot 21 = 567 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 + u_1 \cdot 3 + u_1 \cdot 3^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = \frac{21}{13} \end{cases}$$

Câu 68: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số hạng thứ bảy của cấp số nhân (u_n) có giá trị bằng

A. 6250. **B. 31250.** C. 136250. D. 39062

Lời giải:

$$\text{Ta có } P = 20u_1 - 10u_2 + u_3 = 2q^2 - 20q + 40 = 2(q^2 - 10q + 25) - 10 = 2(q - 5)^2 - 10 \geq -10.$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = -10 \Leftrightarrow q = 5.$$

$$\text{Khi đó } u_7 = u_1 \cdot q^6 = 2 \cdot 5^6 = 31250.$$

Câu 69: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = n^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3^{n-1}$.

Lời giải:

Ta có $u_1 = 3$ và $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$

Suy ra dãy số (u_n) là cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 3 \end{cases}$

Do đó $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

Câu 70: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi công thức $v_n = u_n - 2$.

Biết (v_n) là cấp số nhân có công bội q . Khi đó

A. $q = \frac{2}{5}$.

B. $q = 5$.

C. $q = \frac{8}{5}$.

D. $q = \frac{1}{5}$.

Lời giải:

Đặt $u_n = w_n + a \Rightarrow u_{n+1} = w_{n+1} + a$

$$\Rightarrow w_{n+1} + a = \frac{1}{5}(w_n + a) + \frac{8}{5} \Rightarrow w_{n+1} = \frac{1}{5}w_n - \frac{4}{5}a + \frac{8}{5}$$

Để (w_n) là cấp số nhân thì $-\frac{4}{5}a + \frac{8}{5} = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow u_n = w_n + 2 \Rightarrow u_1 = w_1 + 2 \Rightarrow w_1 = -1$

$$\Rightarrow w_n = w_1 \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = -1 \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} \Rightarrow u_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} + 2 \Rightarrow v_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} \Rightarrow q = \frac{1}{5}$$

Câu 71: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $2(u_3 + u_4 + u_5) = u_6 + u_7 + u_8$. Tính $\frac{u_8 + u_9 + u_{10}}{u_2 + u_3 + u_4}$

A. 4.

B. 1.

C. 8.

D. 2.

Lời giải:

Theo bài $2(u_3 + u_4 + u_5) = u_6 + u_7 + u_8$

$$\Leftrightarrow 2(u_3 + u_4 + u_5) = q(u_5 + u_6 + u_7) = q^2(u_4 + u_5 + u_6) = q^3(u_3 + u_4 + u_5) \Rightarrow q^3 = 2.$$

$$\text{Mà } \frac{u_8 + u_9 + u_{10}}{u_2 + u_3 + u_4} = \frac{q^6(u_2 + u_3 + u_4)}{u_2 + u_3 + u_4} = q^6 = 4.$$

Câu 72: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} 3u_1 = \sqrt{3u_1 - u_2} + u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n \geq 2^{2021}$.

A. 2021.

B. 1012.

C. 2022.

D. 1011.

Lời giải:

Ta có: $u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

$$\Rightarrow u_2 = 2u_1 \quad (1).$$

$$\text{Mà } 3u_1 = \sqrt{3u_1 - u_2} + u_2 + 6$$

$$\Leftrightarrow 3u_1 - u_2 - \sqrt{3u_1 - u_2} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{3u_1 - u_2}\right)^2 - \sqrt{3u_1 - u_2} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3u_1 - u_2} = 2(N) \\ \sqrt{3u_1 - u_2} = -3(L) \end{cases} \Leftrightarrow 3u_1 - u_2 = 4 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có:
$$\begin{cases} u_2 = 2u_1 \\ 3u_1 - u_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 4$$

$\Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân với công bội $q = 2, u_1 = 4$. Nên số hạng tổng quát là:

$$u_n = 2 \cdot 4^{n-1} = 2 \cdot 2^{2(n-1)} = 2^{2n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$u_n \geq 2^{2021} \Leftrightarrow 2^{2n-1} \geq 2^{2021} \Leftrightarrow 2n-1 \geq 2021 \Leftrightarrow n \geq 1011.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là 1011.

Câu 73: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là $12288 m^2$, diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng

A. $6 m^2$.

B. $12 m^2$.

C. $24 m^2$.

D. $3 m^2$.

Lời giải:

Gọi S là diện tích mặt đáy. Khi đó

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot S;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot T_1;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \cdot T_2 = \frac{1}{2^2} \cdot S;$$

...

$$T_{10} = \frac{1}{2^{10}} \cdot S = \frac{1}{2^{10}} \cdot 12288 = 12$$

Vậy diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng $12 m^2$.

Câu 74: Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

A. 81.

B. 82.

C. 80.

D. 79.

Lời giải:

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết:

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = 3240 \Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -81 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 80$.

Vậy có tất cả 80 hàng cây.

Câu 75: Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thắng 9 lần liên tiếp và thua ở lần thứ 10. Hỏi vị khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

A. Hòa vốn.

B. Thắng 20.000 đồng.

C. Thua 20.000 đồng.

D. Thắng 40.000 đồng.

Lời giải:

Số tiền du khách đặt cược là một cấp số nhân có $u_1 = 20.000; q = 2$.

Số tiền người đó thắng 9 lần liên tiếp là

$$S_9 = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = u_1 \cdot \frac{q^9 - 1}{q - 1} = 20000 \cdot \frac{2^9 - 1}{2 - 1} = 20000 \cdot (2^9 - 1)$$

Người đó thua ở lần thứ 10 $\Rightarrow u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 20000 \cdot 2^9$.

Vậy $S_9 - u_{10} = -20000$ đồng.

Câu 76: Sắp đến ngày sinh nhật của mẹ, Lan quyết định tiết kiệm tiền để mua quà tặng mẹ theo cách sau: ngày thứ nhất Lan bỏ ống tiết kiệm 1 nghìn đồng, ngày thứ hai Lan bỏ ống tiết kiệm 2 nghìn đồng, ngày thứ ba Lan bỏ ống tiết kiệm 4 nghìn đồng, ..., số tiền bỏ ống tiết kiệm của ngày thứ $n+1$ gấp đôi số tiền bỏ ống tiết kiệm của ngày thứ n . Số tiền Lan tiết kiệm được sau khi bỏ ống được 15 ngày là X nghìn đồng, hỏi X bằng bao nhiêu?

A. 32767 nghìn đồng.

B. 31797 nghìn đồng.

C. 12060 nghìn đồng.

D. 35067 nghìn đồng.

Lời giải:

Đáp án: 32767 nghìn đồng

Để thấy X là tổng của một cấp số nhân với $u_1 = 1; q = 2$.

$$\Rightarrow X = S_{15} = \frac{u_1(1 - q^{15})}{1 - q} = \frac{1(1 - 2^{15})}{-1} = 32767$$

Kết quả: $X = 32767$.

Câu 77: Một cơ sở khoan giếng có đơn giá như sau: giá của mét khoan đầu tiên là 50000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% so với giá của mét khoan ngay trước đó. Tính số tiền mà chủ nhà phải trả cho cơ sở khoan giếng để khoan được 50(m) giếng gần bằng số nào sau đây?

A. 20326446.

B. 21326446.

C. 23326446.

D. 22326446.

Lời giải:

Đặt u_1 là giá mét khoan đầu tiên, ..., u_{50} là giá mét khoan thứ 50.

Theo bài ra ta có $u_1; u_2; \dots; u_{50}$ là một cấp số nhân với công bội $q = 1 + 7\% = 1,07$.

Vậy số tiền mà chủ nhà phải trả cho cơ sở khoan giếng để khoan được 50(m) giếng là

$$S_{50} = \frac{u_1(1 - q^{50})}{1 - q} = \frac{50000 \cdot (1 - 1,07^{50})}{1 - 1,07} \approx 20.326.446.$$

Câu 78: Nhà bạn Minh cần khoan một cái giếng nước. Biết rằng giá tiền của mét khoan đầu tiên là 200.000đ và kể từ mét khoan thứ hai, giá tiền của mỗi mét sau tăng thêm 7% so với giá tiền của mét khoan ngay trước nó. Hỏi nếu nhà bạn An khoan cái giếng sâu 30m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 18895000đ.

B. 1422851đ.

C. 18892000đ.

D. 18892200đ.

Lời giải:

♦ Áp dụng tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân là $S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$ vào cấp số nhân có:

$$\begin{cases} u_1 = 200 \\ q = 1,007 \end{cases} \text{ thì } S_{30} = 200000 \cdot \frac{1 - 1,007^{30}}{1 - 1,007} = 188921572,6.$$

Câu 79: Ông A gửi 120 triệu đồng tiền vào ngân hàng với lãi suất 6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau 10 năm, tổng số tiền mà ông A nhận được là bao nhiêu, giả định

trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và ông A không rút tiền ra? (**Lấy kết quả gần đúng đến hàng phần trăm**)

A. 214,90 triệu đồng. **B.** 224,10 triệu đồng. **C.** 234,90 triệu đồng. **D.** 215,10 triệu đồng.

Lời giải:

Ta có $a = 120$ triệu đồng.

Đặt T_n là số tiền nhận được sau n năm.

Sau 1 năm số tiền có được (**cả gốc và lãi**) là $T_1 = a + a.6\% = a(1 + 0,06)$.

Sau 2 năm số tiền có được là $T_2 = a(1 + 0,06)^2$.

Gọi T là tổng tiền mà A nhận được sau 10 năm.

$$T = a(1 + 0,06)^{10} = 120.1.06^{10} = 214,90.$$

Câu 80: Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí một hình vuông kích thước $4m \times 4m$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, và tô kín màu lên hai tam giác đối diện (**như hình vẽ**). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Tính số tiền nước sơn để người thợ đó hoàn thành trang trí hình vuông như trên? Biết tiền nước sơn $1m^2$ là 60.000 đ.



A. 575000 đ.

B. 387500 đ.

C. 465000 đ.

D. 232500 đ.

Lời giải:

Diện tích hình vuông ban đầu là: $S = 4.4 = 16m^2$

Sau khi vẽ thêm hình vuông đầu thì diện tích phần tô sơn là: $S_1 = \frac{1}{4}S = 4$.

Hình vuông vẽ thêm lần đầu có diện tích là: $S' = \frac{1}{2}S = 8$

Sau khi vẽ thêm hình vuông thứ 2 thì diện tích phần tô sơn là: $S_2 = \frac{1}{4}S' = 2$.

Hình vuông vẽ thêm lần 2 có diện tích là: $S'' = \frac{1}{2}S' = 4$

Sau khi vẽ thêm hình vuông thứ 3 thì diện tích phần tô sơn là: $S_3 = \frac{1}{4}S'' = 1$.

Hình vuông vẽ thêm lần 3 có diện tích là: $S''' = \frac{1}{2}S'' = 2$

Sau khi vẽ thêm hình vuông thứ 4 thì diện tích phần tô sơn là: $S_4 = \frac{1}{4}S''' = \frac{1}{2}$.

Hình vuông vẽ thêm lần 4 có diện tích là: $S'''' = \frac{1}{2}S''' = 1$

Sau khi vẽ thêm hình vuông thứ 5 thì diện tích phần tô sơn là: $S_5 = \frac{1}{4}S'''' = \frac{1}{4}$.

Vậy diện tích phần tô sơn là: $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{31}{4}m^2$.

Số tiền nước sơn để người thợ đó hoàn thành trang trí hình vuông là: $\frac{31}{4} \cdot 60.000 = 465.000$.

Câu 81: Một quả bóng cao su từ độ cao 15 (m) so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng hai phần năm độ cao lần rơi ngay trước đó. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã bay (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

- A.** 35 (m). **B.** 50 (m). **C.** 30 (m). **D.** 25 (m).

Lời giải:

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng $\frac{2}{5}$ lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 15 \cdot \frac{2}{5} + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \dots + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 15 \cdot \frac{2}{5} = 6$ và công bội $q = \frac{2}{5}$.

$$\text{Suy ra } S_1 = 15 \cdot \frac{2}{5} + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \dots + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + \dots = \frac{6}{1 - \frac{2}{5}} = 10.$$

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là $S_2 = 15 + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \dots + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + \dots$

$$S_2 = 15 + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \dots + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 15$ và công bội $q = \frac{2}{5}$.

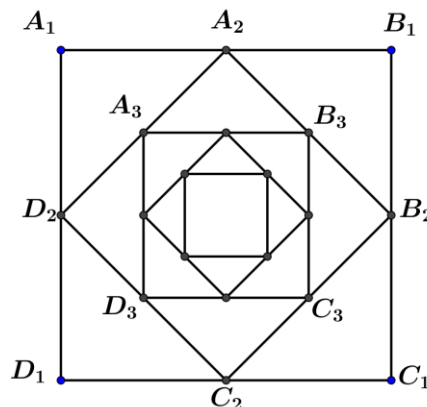
$$\text{Suy ra } S_2 = 15 + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots + 15 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n + \dots = \frac{15}{1 - \frac{2}{5}} = 25.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là $S_1 + S_2 = 10 + 25 = 35$ (m).

Câu 82: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k=1,2,\dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Lời giải:



Chu vi hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ là $u_1 = 4.1 = 4$

Ta có hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh $A_2B_2 = \frac{1}{2}A_1C_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, nên chu vi là $u_2 = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

Hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có cạnh $A_3B_3 = \frac{1}{2}D_2B_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2}$, nên chu vi là $u_3 = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$

Ta có nhận xét: Chu vi các hình vuông $\{u_n\}$ là cấp số nhân có $u_1 = 4$, công bội

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow u_n = u_1 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{n-1}.$$

Vậy chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là $u_{2018} = u_1 \cdot q^{2017} = 4 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^{2017} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Câu 83: Biết rằng tồn tại đúng hai giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

A. -342.

B. -216.

C. 344.

D. 216.

Lời giải:

gọi $x_1; x_2; x_3$ là nghiệm của phương trình và $x_1 < x_2 < x_3$

ta có $x_1; x_2; x_3$ lập thành cấp số nhân nên $x_2^2 = x_1 \cdot x_3$ (1)

theo Viet ta có $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = 7$ (2) và $x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 = \frac{c}{a} = 2(m^2 + 6m)$ (3)

từ (1), (2), (3) $\Rightarrow x_2 = \frac{2}{7}(m^2 + 6m)$

vì x_2 là nghiệm của phương trình nên ta có

$$\left[\frac{2}{7}(m^2 + 6m) \right]^3 = 8 \Rightarrow m^2 + 6m - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -7 \end{cases} \Rightarrow m_1^3 + m_2^3 = -342.$$



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ NHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. 1; -1; 1; -1. B. 1;3;5;7. C. 1; 2; 3;4. D. 1;4;9;16.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -6. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. 6.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

- A. $3 \cdot 2^{n-1}$. B. $3 \cdot 2^{n+2}$. C. $3 \cdot 2^n$. D. $3 \cdot 2^{n+1}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. $u_n = 7 - 3^n$. B. $u_n = 7 \cdot 3^n$. C. $u_n = \frac{7}{3n}$. D. $u_n = 7 - 3n$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$; $u_6 = 160$. Số hạng u_2 bằng

- A. 31. B. 10. C. 32. D. 3.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_n = q u_1^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = u_1 q, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n = q u_1^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = u_1 q^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 8: Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12$, $u_7 = 192$. Tìm u_{10} .

- A. $u_{10} = 1536$. B. $u_{10} = -1536$. C. $u_{10} = 3072$. D. $u_{10} = -3072$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = n^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3^{n-1}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8$; $u_5 = 64$. Giá trị của u_6 bằng

A. 512. B. 256. C. -128. D. -1024.

Câu 11: Viết thêm sáu số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu?

A. -32768 . B. 16384 . C. -16384 . D. 32768 .

Câu 12: Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn ba số $x, 2x, 1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số hạng đầu $u_1 = -\frac{8}{3}$.		
b)	Cấp số nhân có công bội $q = -\frac{3}{2}$.		
c)	Số hạng $u_5 = \frac{27}{2}$.		
d)	$-\frac{2187}{32}$ là số hạng thứ 8 của (u_n) .		

Câu 2: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có $u_1 = 3, u_3 = 12$ và công bội của cấp số nhân đó là số âm.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Công bội của cấp số nhân đó là $q = -2$.		
b)	Số hạng thứ 25 của cấp số nhân đó bằng $-3 \cdot 2^{24}$.		
c)	Tổng 101 số hạng đầu của cấp số nhân đó bằng $1 - 2^{101}$.		
d)	$u_{55} = \sqrt{u_{54} \cdot u_{56}}$.		

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9.		
b)	Công bội của cấp số nhân $q = 3$.		
c)	Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599.		
d)	Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân (u_n) .		

Câu 4: Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: "Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô". Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$.		
b)	Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8 .		
c)	Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tỉ tấn.		
d)	Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về		

	bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.		
--	---	--	--

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n) ?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = 2$. Biết tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng -1533. Tìm n .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 21 và theo thứ tự đó tạo thành một cấp số cộng và $a-1, b+1, c+7$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $P = 8a + 9b + 10c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ Poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Tính gần đúng đến hàng phần trăm khối lượng còn lại của 200 gam Poloni 210 sau 1656 ngày. (đơn vị: gam)

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

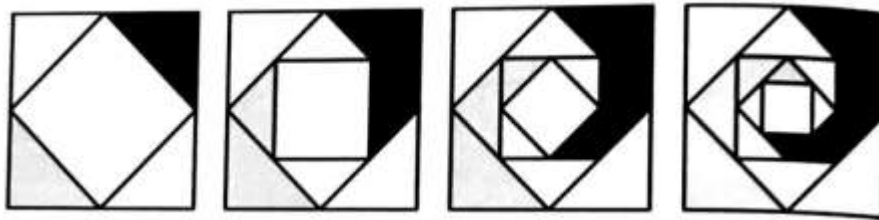
Câu 5. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là $12288m^2$, tính diện tích bề mặt trên cùng của tháp (đơn vị m^2)

Kết quả:

Trình bày:

.....

Câu 6. Các cạnh của hình vuông ban đầu có chiều dài 16 cm . Một hình vuông mới được hình thành bằng cách nối các điểm giữa của các cạnh của hình vuông ban đầu và hai trong số các hình tam giác kết quả được tô màu (tham khảo hình vẽ). Nếu quá trình này được lặp lại năm lần nữa, hãy xác định tổng diện tích của vùng được tô màu.



Kết quả:

Trình bày:

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 23 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ NHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A. $1; -1; 1; -1$

B. $1; 3; 5; 7$.

C. $1; 2; 3; 4$.

D. $1; 4; 9; 16$.

Lời giải:

Dãy hữu hạn $1; -1; 1; -1$ là một cấp số nhân với $u_1 = 1$; công bội $q = -1$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6 .

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3 .

D. 6 .

Lời giải:

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 3$.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

A. $3 \cdot 2^{n-1}$.

B. $3 \cdot 2^{n+2}$.

C. $3 \cdot 2^n$.

D. $3 \cdot 2^{n+1}$.

Lời giải:

Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ nên chọn đáp án **A**.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3^n$.

B. $u_n = 7 \cdot 3^n$.

C. $u_n = \frac{7}{3n}$.

D. $u_n = 7 - 3n$.

Lời giải:

Xét dãy số (u_n) có $u_n = 7 \cdot 3^n \Rightarrow u_{n+1} = 7 \cdot 3^{n+1}$.

Khi đó $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{7 \cdot 3^{n+1}}{7 \cdot 3^n} = 3 \Rightarrow u_{n+1} = 3u_n$.

Vậy dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 7 \cdot 3^n$ là một cấp số nhân với công bội $q = 3$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

A. 3 .

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải:

Ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

- Câu 6:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5; u_6 = 160$. Số hạng u_2 bằng
A. 31. **B.** 10. **C.** 32. **D.** 3.

Lời giải:

(u_n) là cấp số nhân công bội q nên:

$$u_6 = u_1 \cdot q^5 = 5 \cdot q^5 = 160 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q = 2 \longrightarrow u_2 = u_1 \cdot q = 10.$$

- Câu 7:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là
A. $u_n = q u_1^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $u_n = u_1 q, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n = q u_1^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $u_n = u_1 q^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- Câu 8:** Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12, u_7 = 192$. Tìm u_{10} .
A. $u_{10} = 1536$. **B.** $u_{10} = -1536$. **C.** $u_{10} = 3072$. **D.** $u_{10} = -3072$.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đề bài cho ($q < 0$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_3 = 12 = u_1 q^2 \\ u_7 = 192 = u_1 q^6 \end{cases} \Rightarrow \frac{u_1 q^6}{u_1 q^2} = \frac{192}{12} \Rightarrow q^4 = 16.$$

$$\text{Mà } q < 0 \Rightarrow q = -2 \Rightarrow u_1 = \frac{12}{q^2} = 3.$$

$$\text{Suy ra: } u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 3 \cdot (-2)^9 = -1536.$$

- Câu 9:** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .
A. $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = n^{n+1}$. **C.** $u_n = 3^{n+1}$. **D.** $u_n = 3^{n-1}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } u_1 = 3 \text{ và } \frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$$

$$\text{Suy ra dãy số } (u_n) \text{ là cấp số nhân với } \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 3 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n.$$

- Câu 10:** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8; u_5 = 64$. Giá trị của u_6 bằng
A. 512. **B.** 256. **C.** -128. **D.** -1024.

Lời giải:

Gọi u_1 và q lần lượt là số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n)

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = -8 \\ u_5 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -8 \\ u_1 \cdot q^4 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -8 \\ q^3 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ q = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } u_6 = u_1 \cdot q^5 = 4 \cdot (-2)^5 = -128.$$

- Câu 11:** Viết thêm sáu số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu?
A. -32768. **B.** 16384. **C.** -16384. **D.** 32768.

Lời giải:

Câu 2: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có $u_1 = 3$, $u_3 = 12$ và công bội của cấp số nhân đó là số âm.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Công bội của cấp số nhân đó là $q = -2$.	X	
b)	Số hạng thứ 25 của cấp số nhân đó bằng $-3 \cdot 2^{24}$.		X
c)	Tổng 101 số hạng đầu của cấp số nhân đó bằng $1 - 2^{101}$.		X
d)	$u_{55} = \sqrt{u_{54} \cdot u_{56}}$.	X	

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng: Vì dãy số (u_n) là một cấp số nhân có $u_1 = 3$, $u_3 = 12$ và công bội $q < 0$

$$\text{Suy ra } u_3 = u_1 \cdot q^2 \Rightarrow 3 \cdot q^2 = 12 \Rightarrow q = -2$$

$$\text{b) Sai: } u_{25} = u_1 \cdot q^{24} = 3 \cdot (-2)^{24} = 3 \cdot 2^{24}$$

$$\text{c) Sai: Tổng số hạng đầu của cấp số nhân đó là } S_{101} = \frac{u_1(1 - q^{101})}{1 - q} = \frac{3 \cdot [1 - (-2)^{101}]}{1 - (-2)} = 1 + 2^{101}$$

$$\text{d) Đúng: } \sqrt{u_{54} \cdot u_{56}} = \sqrt{\frac{u_{55}}{q} \cdot u_{55} \cdot q} = \sqrt{(u_{55})^2} = |u_{55}| = u_{55} \quad (u_{55} = u_1 \cdot q^{54} > 0).$$

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thoả mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9.	X	
b)	Công bội của cấp số nhân $q = 3$.		X
c)	Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599.	X	
d)	Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân (u_n) .		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (q^2 - 1) = 54 \\ u_1 q^2 (q^2 - 1) = 108 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{54}{q(q^2 - 1)} \\ \frac{1}{q} = \frac{54}{108} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{54}{2(2^2 - 1)} \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$$

a) Đúng: Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9

b) Sai: Công bội của cấp số nhân $q = 2$.

$$\text{c) Đúng: Ta có: } S_n = 4599 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = 4599 \Leftrightarrow \frac{9 \cdot (1 - 2^n)}{1 - 2} = 4599$$

$$\Leftrightarrow -9 \cdot (1 - 2^n) = 4599 \Leftrightarrow 1 - 2^n = -511 \Leftrightarrow 2^n = 512 \Leftrightarrow n = 9$$

Vậy tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599.

$$\text{d) Sai: Ta có: } u_k = 576 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{k-1} = 576 \Leftrightarrow 9 \cdot 2^{k-1} = 576 \Leftrightarrow 2^{k-1} = 64 \Leftrightarrow k - 1 = 6 \Leftrightarrow k = 7$$

Vậy số 576 là số hạng thứ 7 của cấp số nhân.

Câu 4: Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: “Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô”. Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$.	X	
b)	Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8 .		X
c)	Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tỉ tấn.		X
d)	Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$, khi đó số hạt thóc ở ô thứ 8 là $u_8 = u_1 q^7 = 2^7$.

Tổng số hạt thóc của 64 ô là: $S_{64} = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$ hạt thóc, do đó tổng khối lượng thóc trên 64 ô trên bàn cờ là: $(2^{64} - 1) \cdot \frac{20}{100} \approx 369 \times 10^{16} (g) = 3690$ (tỉ tấn).

Tương tự, ta có khối lượng thóc của 32 ô đầu tiên là $(2^{32} - 1) \cdot \frac{20}{100} = 858993459 \approx 859$ (tấn)

a) Đúng: Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$.

b) Sai: Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^7 .

c) Sai: Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 3690 tỉ tấn.

d) Sai: Cần 86 tàu để chở 859 tấn thóc.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n) ?

Kết quả:

6

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $u_n = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \Leftrightarrow n = 6$.

Vậy số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ 6 của cấp số.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = 2$. Biết tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng -1533. Tìm n .

Kết quả:

9

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\text{Ta có } -1533 = S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = -3 \cdot \frac{1-2^n}{1-2} = -3(2^n - 1) \Rightarrow 2^n = 512 = 2^9 \Leftrightarrow n = 9.$$

Câu 3. Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 21 và theo thứ tự đó tạo thành một cấp số cộng và $a-1, b+1, c+7$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $P = 8a + 9b + 10c$.

Kết quả:

193

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Từ đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b+c=21 \\ a+c=2b \\ (a-1)(c+7)=(b+1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=7 \\ a+c=14 \\ ac+7a-c-71=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=7 \\ a+c=14 \\ -a^2+22a-85=0 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ a=17 \end{cases}$$

Loại $a = 17$ (do $c = -3$)

Ta có: $a = 5 \Rightarrow c = 9$. Vậy $P = 8.5 + 9.7 + 10.9 = 193$.

Câu 4. Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ Poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Tính gần đúng đến hàng phần trăm khối lượng còn lại của 200 gam Poloni 210 sau 1656 ngày. (đơn vị: gam)

Kết quả:

0,05

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Kí hiệu u_n (gam) là khối lượng còn lại của 200 gam poloni sau n chu kì bán rã.

Ta có 1656 ngày gồm $\frac{1656}{138} = 12$ chu kì bán rã.

Như thế, khối lượng còn lại của 200 gam poloni 210 sau 1656 ngày (12 chu kì) là u_{12} .

Vì cứ sau một chu kì thì khối lượng của nguyên tố phóng xạ poloni 210 chỉ còn một nửa nên ta suy ra dãy số (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{200}{2} = 100$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Do đó $u_{12} = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{11} \approx 0,0488$ (gam).

Câu 5. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là $12288 m^2$, tính diện tích bề mặt trên cùng của tháp (đơn vị m^2)

Kết quả:

12

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Gọi S là diện tích mặt đáy. Khi đó

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot S;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot T_1 = \frac{1}{2^2} \cdot S;$$

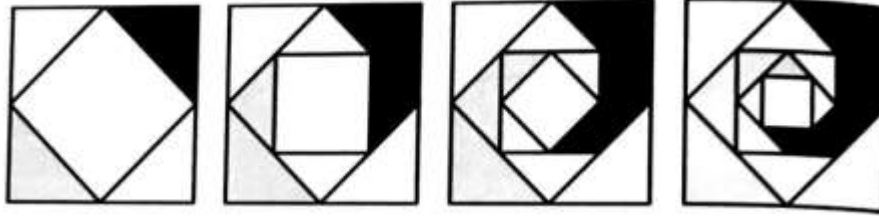
.....

$$T_{10} = \frac{1}{2^{10}} \cdot S = \frac{1}{2^{10}} \cdot 12288 = 12$$

Vậy diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng $12 m^2$.

Câu 6. Các cạnh của hình vuông ban đầu có chiều dài 16 cm. Một hình vuông mới được hình thành bằng cách nối các điểm giữa của các cạnh của hình vuông ban đầu và hai trong số các hình

tam giác kết quả được tô màu (tham khảo hình vẽ). Nếu quá trình này được lặp lại năm lần nữa, hãy xác định tổng diện tích của vùng được tô màu.



124

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi u_n là diện tích hai tam giác được tô màu ở lần thực hiện thứ n . Gọi a là độ dài cạnh của hình vuông ban đầu.

Ở lần 1 thì độ dài cạnh tam giác vuông cân là $\frac{a}{2}$ nên $u_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}$

và độ dài cạnh hình vuông sau đó là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ở lần 2 thì độ dài cạnh tam giác vuông cân là $\frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $u_2 = \frac{a^2}{2^3}$.

Ở lần 3 thì độ dài cạnh tam giác vuông cân là $\frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $u_3 = \frac{a^2}{2^4}$.

Như vậy, dãy số (u_n) là cấp số nhân với $u_1 = \frac{a^2}{4}$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Vậy tổng diện tích sau năm lần thực hiện là $S_5 = u_1 \frac{1-q^5}{1-q} = 124 \text{ (cm}^2\text{)}$.

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 23 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ NHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?
A. 1; -1; 1; -1. B. 1; -3; 9;10. C. 1; 0; 0;0. D. 32; 16; 8;4 .
- Câu 2:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 9. B. -9. C. $\frac{1}{4}$. D. 4 .
- Câu 3:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng
A. 64. B. 81. C. 12. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 4:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 3$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng
A. 3^{n-1} . B. 3^{n+2} . C. 3^{n+1} . D. 3^n .
- Câu 5:** Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q = 3$ biết $u_4 = 54$. Tìm số hạng u_1 .
A. $u_1 = 2$. B. $u_1 = -2$. C. $u_1 = 3$. D. $u_1 = -3$.
- Câu 6:** Biết $x^2; 8; x$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Giá trị của x bằng
A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.
- Câu 7:** Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases}$. Khi đó, công bội của cấp số nhân (u_n) là
A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.
- Câu 8:** Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết rằng tổng n số hạng đầu tiên bằng 21, tìm n .
A. $n = 10$. B. $n = 3$. C. $n = 7$. D. $n = 5$.
- Câu 9:** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 9$ và công bội $q = -3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .
A. 7. B. 36. C. -14. D. 1.
- Câu 10:** Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn: Các số $x + y, 2x + 3y, 9x + y$, theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, đồng thời các số $x - 1, y - 1, 2y - 2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng $T = x + y$.

- A. $T = 9$. B. $T = 7$. C. $T = 3$. D. $T = 5$.

Câu 11: Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con. Hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con?

- A. 10. B. 11. C. 26. D. 50.

Câu 12: Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thắng 9 lần liên tiếp và thua ở lần thứ 10. Hỏi vị khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

- A. Hòa vốn. B. Thắng 20.000 đồng.
C. Thua 20.000 đồng. D. Thắng 40.000 đồng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 6$ và $u_3 = 18$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Công bội của cấp số nhân là $q = 3$.		
b)	$u_{k-1} + u_{k+1} = u_k^2, 2 \leq k \in \mathbb{N}^*$.		
c)	Số hạng đầu của cấp số nhân là $u_1 = 1$.		
d)	Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho $S_{10} = 59048$.		

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số hạng $u_1 = 90$.		
b)	Công bội của cấp số nhân bằng 2.		
c)	Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân.		
d)	Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $\frac{3069}{16}$.		

Câu 3: Cho tứ giác ABCD có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số đo góc nhỏ nhất bằng 24° .		
b)	Số đo góc lớn nhất bằng 196° .		
c)	Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220° .		
d)	Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168° .		

Câu 4: Trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.		
b)	Số lá sen lập thành cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$.		
c)	Số lá sen lập thành cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$.		
d)	Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 9 hồ sẽ đầy lá sen.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$, $u_4 = 16$ và $u_n = 2048$. Tính tổng n số hạng đầu tiên của (u_n) .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$. Biết (v_n)

là một cấp số nhân có công bội $q = \frac{a}{b}$, $a; b \in \mathbb{N}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) , với công bội khác 0 và thỏa mãn: $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Tìm số hạng u_1 của cấp số nhân (u_n) .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Chu kì bán rã của Iốt phóng xạ $^{131}_{53}I$ dùng trong y tế là 8 ngày (nghĩa là sau 8 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Tính gần đúng đến hàng phần chục khối lượng còn lại của 200 gam Iốt phóng xạ $^{131}_{53}I$ sau 80 ngày. (đơn vị: gam)

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) .

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Do ảnh hưởng của dịch Covid 19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10% . Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân)?

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 23 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ NHÂN

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Lời giải:

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q ta có: $u_{n+1} = u_n \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

1; -1; 1; -1 là cấp số nhân với $q = -1$.

-1; 3; 9; 10 không là cấp số nhân.

1; 0; 0; 0 là cấp số nhân với $q = 0$.

32; 16; 8; 4 là cấp số nhân với $q = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 9.

B. -9.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 4.

Lời giải:

Công bội của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{3} = 4$

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64.

B. 81.

C. 12.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải:

$u_2 = u_1 \cdot q = 4 \cdot 3 = 12$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 3$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

A. 3^{n-1} .

B. 3^{n+2} .

C. 3^{n+1} .

D. 3^n .

Lời giải:

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q = 3$ biết $u_4 = 54$. Tìm số hạng u_1 .

A. $u_1 = 2$.

B. $u_1 = -2$.

C. $u_1 = 3$.

D. $u_1 = -3$.

Lời giải:

Áp dụng công thức $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3$.

$$\text{Vậy } u_1 = \frac{u_4}{q^3} = \frac{54}{27} = 2.$$

- Câu 6:** Biết $x^2; 8; x$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Giá trị của x bằng
A. $x = 4$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải:

Do ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên theo tính chất cấp số nhân ta được $x^2 \cdot x = 8^2 \Leftrightarrow x^3 = 64 \Leftrightarrow x = 4$.

- Câu 7:** Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases}$. Khi đó, công bội của cấp số nhân (u_n) là
A. 2 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 1 .

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) . Khi đó:

$$\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q + u_1 q^6 = 198 \\ u_1 q^2 + u_1 q^7 = 396 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (1 + q^5) = 198 \\ u_1 q^2 (1 + q^5) = 396 \end{cases} \Rightarrow q = 2.$$

- Câu 8:** Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết rằng tổng n số hạng đầu tiên bằng 21, tìm n .
A. $n = 10$. **B.** $n = 3$. **C.** $n = 7$. **D.** $n = 5$.

Lời giải:

$$\text{Tổng } n \text{ số hạng là: } S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{3(1-2^n)}{1-2}$$

Mà tổng n số hạng đầu tiên bằng 21 nên ta có:

$$\frac{3(1-2^n)}{1-2} = 21 \Leftrightarrow 3-3 \cdot 2^n = -21 \Leftrightarrow 2^n = 8 \Leftrightarrow n = 3.$$

- Câu 9:** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 9$ và công bội $q = -3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .
A. 7 . **B.** 36 . **C.** -14 . **D.** 1 .

Lời giải:

$$(u_n) \text{ là cấp số nhân nên ta có: } u_3 = u_1 \cdot q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{9}{(-3)^2} = 1$$

$$S_3 = u_1 \cdot \frac{1-q^3}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-(-3)^3}{1+3} = 7.$$

- Câu 10:** Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn: Các số $x + y, 2x + 3y, 9x + y$, theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, đồng thời các số $x - 1, y - 1, 2y - 2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng $T = x + y$.
A. $T = 9$. **B.** $T = 7$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = 5$.

Lời giải:

$$\text{Theo đề bài ta có } \begin{cases} (x+y) + (9x+y) = 2(2x+3y) \\ (x-1)(2y-2) = (y-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y = 0 & (1) \\ (y-1)(2x-y-1) = 0 & (2) \end{cases}$$

d) Đúng: Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho $S_{10} = 2 \frac{1-(3)^{10}}{1-(3)} = 59048$

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số hạng $u_1 = 90$.		X
b)	Công bội của cấp số nhân bằng 2.		X
c)	Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân.	X	
d)	Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng $\frac{3069}{16}$.	X	

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 168 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 168 \\ u_1q^3(1+q+q^2) = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_1 = 96 \end{cases}$$

a) Sai: Số hạng $u_1 = 96$.

b) Sai: Công bội của cấp số nhân bằng $q = \frac{1}{2}$.

c) Đúng: Ta có $24 = 96 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1}$

d) Đúng: Ta có $S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{96 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3069}{16}$.

Câu 3: Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số đo góc nhỏ nhất bằng 24° .	X	
b)	Số đo góc lớn nhất bằng 196° .		X
c)	Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220° .	X	
d)	Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168° .	X	

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Đặt $u_1; u_2; u_3; u_4$ theo thứ tự là số đo bốn góc của tứ giác $ABCD$, gọi q là công bội của cấp số nhân $u_1; u_2; u_3; u_4 \Rightarrow q = 2$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1-q^4}{1-q} = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1-2^4}{1-2} = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 24^\circ \\ q = 2 \end{cases}$$

Vậy số đo bốn góc của tứ giác $ABCD$ là: $24^\circ; 48^\circ; 96^\circ; 192^\circ$.

a) Đúng: Số đo góc nhỏ nhất bằng 24° .

- b) Sai: Số đo góc lớn nhất bằng 192° .
 c) Sai: Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 216° .
 d) Đúng: Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168° .

Câu 4: Trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.	X	
b)	Số lá sen lập thành cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$.	X	
c)	Số lá sen lập thành cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$.		X
d)	Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 9 hồ sẽ đầy lá sen.		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ngày đầu có $u_1 = 1$ lá sen.

Do số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước nên ta có cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$.

Vì ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen nên có $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 1 \cdot 3^9 = 3^9$ lá sen.

Ngày đầu có $v_1 = 9$ lá sen.

Do số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước nên ta có cấp số nhân (v_m) với $v_1 = 9$ và công bội $q = 3$.

Khi đó sau m ngày thì số lá sen là $v_m = v_1 \cdot q^{m-1} = 9 \cdot 3^{m-1}$.

Ta có $9 \cdot 3^{m-1} = 3^9 \Leftrightarrow 3^{m+1} = 3^9 \Leftrightarrow m+1 = 9 \Leftrightarrow m = 8$.

- a) Đúng: Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.
 b) Đúng: Số lá sen lập thành cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$.
 c) Sai: Số lá sen lập thành cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$.
 d) Sai: Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$, $u_4 = 16$ và $u_n = 2048$. Tính tổng n số hạng đầu tiên của (u_n) .

Kết quả:

4094

Trình bày:

.....

Lời giải:

Lập tỉ số $\frac{u_4}{u_1} = \frac{u_1 \cdot q^3}{u_1} = \frac{16}{2} \Rightarrow q^3 = 8$, ta được $q = 2$

Áp dụng công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Ta có: $2048 = 2 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow 2^n = 2048 = 2^{11} \Rightarrow n = 11$

Áp dụng công thức tổng n số hạng: $S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$

Ta có: $S_{11} = 2 \cdot \frac{1-2^{11}}{1-2} = 2 \cdot 2047 = 4094$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$. Biết (v_n)

là một cấp số nhân có công bội $q = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{N}; \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Kết quả:

6

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $v_n = u_n - 2 \Rightarrow v_1 = u_1 - 2 = -1$ và $u_n = v_n + 2 \Rightarrow u_{n+1} = v_{n+1} + 2$.

Suy ra $v_{n+1} + 2 = \frac{v_n + 2 + 8}{5} \Leftrightarrow v_{n+1} + 2 = \frac{1}{5}v_n + 2 \Leftrightarrow v_{n+1} = \frac{1}{5}v_n \Leftrightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{5}$.

Vậy (v_n) là một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{5} \rightarrow a = 1; b = 5$.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) , với công bội khác 0 và thỏa mãn: $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Tìm số hạng u_1 của cấp số nhân (u_n) .

Kết quả:

16

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Để thấy $u_1 \neq 0$ (do $u_1 + u_5 \neq 0$).

Gọi $q \neq 0$ là công bội của cấp số nhân (u_n) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^{19} = 8 \cdot u_1 \cdot q^{16} \\ u_1 + u_1 \cdot q^4 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = 8 \\ u_1 = \frac{272}{1+q^4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 16 \end{cases}.$$

Câu 4. Chu kì bán rã của Iốt phóng xạ $^{131}_{53}\text{I}$ dùng trong y tế là 8 ngày (nghĩa là sau 8 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Tính gần đúng đến hàng phần chục khối lượng còn lại của 200 gam Iốt phóng xạ $^{131}_{53}\text{I}$ sau 80 ngày. (đơn vị: gam)

Kết quả:

0,2

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Kí hiệu u_n (gam) là khối lượng còn lại của 200 gam Iốt phóng xạ $^{131}_{53}\text{I}$ sau n chu kì bán rã.

Ta có 80 ngày gồm $\frac{80}{8} = 10$ chu kì bán rã.

Như thế, khối lượng còn lại của 200 gam Iốt phóng xạ $^{131}_{53}\text{I}$ sau 80 ngày (10 chu kì) là u_{10} .

Vì cứ sau một chu kì thì khối lượng của Iốt phóng xạ $^{131}_{53}\text{I}$ chỉ còn một nửa nên ta suy ra dãy số (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{200}{2} = 100$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Do đó $u_{10} = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 \approx 0,2$ (gam).

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân (u_n) .

Kết quả:

1250

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Ta có $P = 20u_1 - 10u_2 + u_3 = 2q^2 - 20q + 40 = 2(q^2 - 10q + 25) - 10 = 2(q - 5)^2 - 10 \geq -10$.

Vậy $P_{\min} = -10 \Leftrightarrow q = 5$.

Khi đó $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 2.5^4 = 1250$.

Câu 6. Do ảnh hưởng của dịch Covid 19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân)?

Kết quả:

70,9

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có:

Doanh thu của công ty trong tháng 7: $T_7 = 6 \cdot (1 + 10\%)$;

Doanh thu của công ty trong tháng 8: $T_8 = 6 \cdot (1 + 10\%)^2$;

...

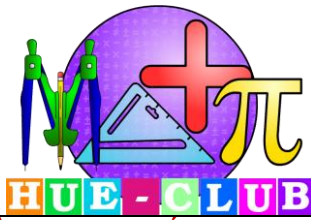
Doanh thu của công ty trong tháng 12: $T_{12} = 6 \cdot (1 + 10\%)^6$;

Do đó, theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là

$$T = 20 + 6 \cdot (1 + 10\%) + 6 \cdot (1 + 10\%)^2 + \dots + 6 \cdot (1 + 10\%)^6 = 20 + 6 \cdot (1 + 10\%) \cdot \frac{(1 + 10\%)^6 - 1}{10\%} \approx 70,9.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 23 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 11 - KNTT
CẤP SỐ NHÂN

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?
 A. 1; -1; 1; -1. B. 1; -3; 9; 10. C. 1; 0; 0; 0. D. 32; 16; 8; 4.
- Câu 2:** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?
 A. $u_n = 7 - 3^n$. B. $u_n = 7 \cdot 3^n$. C. $u_n = \frac{7}{3n}$. D. $u_n = 7 - 3n$.
- Câu 3:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đó bằng
 A. 1. B. 28. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{2}{5}$.
- Câu 4:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là
 A. $u_2 = -6$. B. $u_2 = 1$. C. $u_2 = -18$. D. $u_2 = 6$.
- Câu 5:** Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?
 A. Thứ 6. B. Thứ 8. C. Thứ 5. D. Thứ 7.
- Câu 6:** Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12, u_7 = 192$. Tìm u_{10} .
 A. $u_{10} = 1536$. B. $u_{10} = -1536$. C. $u_{10} = 3072$. D. $u_{10} = -3072$.
- Câu 7:** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .
 A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = n^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3^{n-1}$.
- Câu 8:** Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn ba số $x, 2x, 1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là
 A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 9:** Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết rằng tổng n số hạng đầu tiên bằng 21. Tìm n .
 A. $n = 10$. B. $n = 3$. C. $n = 7$. D. $n = 5$.
- Câu 10:** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 9$ và công bội $q = -3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .
 A. 7. B. 36. C. -14. D. 1.

Câu 11: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là $12288 m^2$, diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng

- A. $6 m^2$. B. $12 m^2$. C. $24 m^2$. D. $3 m^2$.

Câu 12: Do ảnh hưởng của dịch Covid 19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân)?

- A. 56,9. B. 70,9. C. 66,3. D. 80,3.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho dãy số (u_n) , biết $u_1 = 8, u_{n+1} = 4u_n - 9$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $v_n = u_n - 3$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$v_1 = 5$.		
b)	Dãy số (v_n) là một cấp số nhân có công bội $q = -3$.		
c)	Công thức của số hạng tổng quát v_n là $v_n = 5 \cdot (-3)^{n-1}$.		
d)	Công thức của số hạng tổng quát u_n là $u_n = 3 + 5 \cdot (-3)^{n-1}$.		

Câu 14: Một người lên kế hoạch để đọc một cuốn sách có 256 trang như sau: ngày thứ nhất đọc 1 trang sách, từ ngày thứ hai mỗi ngày đọc số trang gấp đôi số trang đã đọc của ngày liền trước đó.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Ngày thứ 5, người đó đọc 16 trang sách.		
b)	Số trang sách người đó đọc theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội là 2.		
c)	Số trang sách người đó đọc trong ngày thứ sáu bằng tổng số trang sách đã đọc trong năm ngày trước đó.		
d)	Người đó đọc hết cuốn sách trong một tuần.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 21 tạo thành một cấp số cộng và $a-1, b+1, c+7$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $P = 8a + 9b + 10c$.

Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Một loại vi khuẩn được nuôi cấy trong ống nghiệm, cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 20 vi khuẩn, tính số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 2 giờ.

Kết quả:

--	--	--	--

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k=1, 2, \dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2025}B_{2025}C_{2025}D_{2025}$ bằng $\frac{1}{2^m}$, tính m .

Kết quả:

Trình bày:

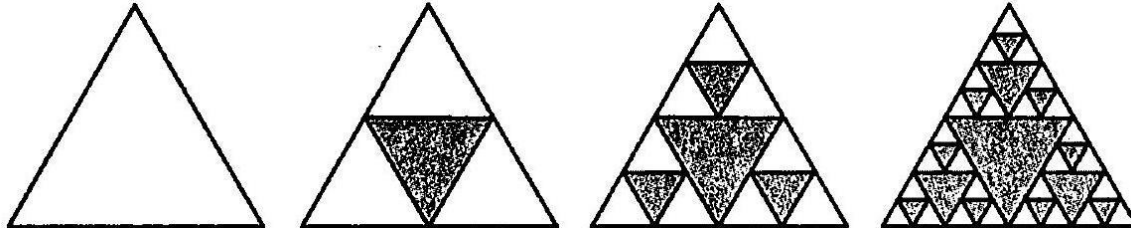
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Một tam giác đều có cạnh bằng 4 cm. Chia tam giác đều đó thành 4 tam giác đều bằng nhau và tô màu tam giác ở trung tâm. Với mỗi tam giác nhỏ chưa được tô màu, lại chia thành 4 tam giác đều bằng nhau và tô màu tam giác ở trung tâm. Cứ như thế, quá trình trên được lặp lại. Tính tổng diện tích phần đã được tô màu ở hình tô thứ 5 (đơn vị: cm^2 , làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: a) Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$$

b) Tìm các số dương a và b sao cho $a, a+2b, 2a+b$ lập thành một cấp số cộng và $(b+1)^2, ab+5, (a+1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

Trình bày:

.....

.....

.....
.....
.....

Câu 20: Chứng minh rằng nếu 3 số $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$ lập thành một cấp số cộng thì 3 số x, y, z lập thành một cấp số nhân.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

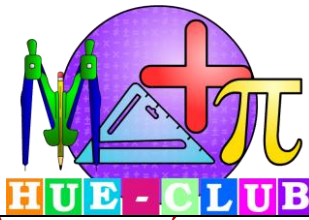
Câu 21: Một quả bóng được thả thẳng đứng từ độ cao 10 m rơi xuống đất và nảy lên. Giả sử sau mỗi một lần rơi xuống, nó nảy lên được một độ cao bằng 75% độ cao vừa rơi xuống. Tính tổng quãng đường quả bóng di chuyển được kể từ lúc thả xuống đến khi quả bóng chạm đất lần thứ 10 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 01 tháng 8 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**
CẤP SỐ NHÂN

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Lời giải:

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q ta có: $u_{n+1} = u_n \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

1; -1; 1; -1 là cấp số nhân với $q = -1$.

-1; 3; 9; 10 không là cấp số nhân.

1; 0; 0; 0 là cấp số nhân với $q = 0$.

32; 16; 8; 4 là cấp số nhân với $q = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3^n$.

B. $u_n = 7 \cdot 3^n$.

C. $u_n = \frac{7}{3n}$.

D. $u_n = 7 - 3n$.

Lời giải:

Xét dãy số (u_n) có $u_n = 7 \cdot 3^n \Rightarrow u_{n+1} = 7 \cdot 3^{n+1}$.

Khi đó $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{7 \cdot 3^{n+1}}{7 \cdot 3^n} = 3 \Rightarrow u_{n+1} = 3u_n$.

Vậy dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 7 \cdot 3^n$ là một cấp số nhân với công bội $q = 3$.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. 1.

B. 28.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải:

Công bội của cấp số nhân đó bằng $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{5}$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2 = -6$.

B. $u_2 = 1$.

C. $u_2 = -18$.

D. $u_2 = 6$.

Lời giải:

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = -2 \cdot 3 = -6$.

Câu 5: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 6.

B. Thứ 8.

C. Thứ 5.

D. Thứ 7.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \Leftrightarrow n = 6.$$

Vậy số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ 6 của cấp số.

Câu 6: Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12$, $u_7 = 192$. Tìm u_{10} .

A. $u_{10} = 1536$.

B. $u_{10} = -1536$.

C. $u_{10} = 3072$.

D. $u_{10} = -3072$.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đề bài cho ($q < 0$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_3 = 12 = u_1 q^2 \\ u_7 = 192 = u_1 q^6 \end{cases} \Rightarrow \frac{u_1 q^6}{u_1 q^2} = \frac{192}{12} \Rightarrow q^4 = 16.$$

$$\text{Mà } q < 0 \Rightarrow q = -2 \Rightarrow u_1 = \frac{12}{q^2} = 3.$$

$$\text{Suy ra: } u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 3 \cdot (-2)^9 = -1536.$$

Câu 7: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = n^{n+1}$.

C. $u_n = 3^{n+1}$.

D. $u_n = 3^{n-1}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } u_1 = 3 \text{ và } \frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$$

$$\text{Suy ra dãy số } (u_n) \text{ là cấp số nhân với } \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 3 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n.$$

Câu 8: Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn ba số $x, 2x, 1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải:

Giả sử (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = x, u_2 = 2x, u_3 = 1$.

$$\text{Theo tính chất của cấp số nhân, ta có } u_1 \cdot u_3 = u_2^2 \Leftrightarrow x \cdot 1 = (2x)^2 \Leftrightarrow 4x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

+) Với $x = 0$ ta được ba số $0, 0, 1$, không phải là cấp số nhân (loại).

+) Với $x = \frac{1}{4}$ ta được ba số $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$ là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Vậy tập hợp S có 1 phần tử.

Câu 9: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết rằng tổng n số hạng đầu tiên bằng 21. Tìm n .

A. $n = 10$.

B. $n = 3$.

C. $n = 7$.

D. $n = 5$.

Lời giải:

$$\text{Tổng } n \text{ số hạng là: } S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{3(1-2^n)}{1-2}$$

Mà tổng n số hạng đầu tiên bằng 21 nên ta có:

$$\frac{3(1-2^n)}{1-2} = 21 \Leftrightarrow 3-3 \cdot 2^n = -21 \Leftrightarrow 2^n = 8 \Leftrightarrow n = 3.$$

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 9$ và công bội $q = -3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .

A. 7.

B. 36.

C. -14.

D. 1.

Lời giải:

$$(u_n) \text{ là cấp số nhân nên ta có: } u_3 = u_1 \cdot q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{9}{(-3)^2} = 1$$

$$S_3 = u_1 \cdot \frac{1-q^3}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-(-3)^3}{1+3} = 7.$$

Câu 11: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là 12288 m^2 , diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng

A. 6 m^2 .

B. 12 m^2 .

C. 24 m^2 .

D. 3 m^2 .

Lời giải:

Gọi S là diện tích mặt đáy.

Khi đó:

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot S;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot T_1 = \frac{1}{2^2} \cdot S;$$

...

$$T_{10} = \frac{1}{2^{10}} \cdot S = \frac{1}{2^{10}} \cdot 12288 = 12$$

Vậy diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng 12 m^2 .

Câu 12: Do ảnh hưởng của dịch Covid 19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân)?

A. 56,9.

B. 70,9.

C. 66,3.

D. 80,3.

Lời giải:

Ta có:

$$\text{Doanh thu của công ty trong tháng 7: } T_7 = 6 \cdot (1+10\%);$$

$$\text{Doanh thu của công ty trong tháng 8: } T_8 = 6 \cdot (1+10\%)^2;$$

...

Doanh thu của công ty trong tháng 12: $T_{12} = 6 \cdot (1+10\%)^6$;

Do đó, theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là

$$T = 20 + 6 \cdot (1+10\%) + 6 \cdot (1+10\%)^2 + \dots + 6 \cdot (1+10\%)^6 = 20 + 6 \cdot (1+10\%) \cdot \frac{(1+10\%)^6 - 1}{10\%} \approx 70,9.$$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho dãy số (u_n) , biết $u_1 = 8, u_{n+1} = 4u_n - 9$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $v_n = u_n - 3$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$v_1 = 5$.		
b)	Dãy số (v_n) là một cấp số nhân có công bội $q = -3$.		
c)	Công thức của số hạng tổng quát v_n là $v_n = 5 \cdot (-3)^{n-1}$.		
d)	Công thức của số hạng tổng quát u_n là $u_n = 3 + 5 \cdot (-3)^{n-1}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

+ Ta có: $v_1 = u_1 - 3 = 8 - 3 = 5$

+ $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = 4u_n - 9 - 3 = 4u_n - 12 = 4(u_n - 3) = 4v_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số (v_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = 5$, công bội $q_1 = 4$.

+ $v_n = 5 \cdot 4^{n-1}; u_n = 3 + v_n = 3 + 5 \cdot 4^{n-1}$

Câu 14: Một người lên kế hoạch để đọc một cuốn sách có 256 trang như sau: ngày thứ nhất đọc 1 trang sách, từ ngày thứ hai mỗi ngày đọc số trang gấp đôi số trang đã đọc của ngày liền trước đó.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Ngày thứ 5, người đó đọc 16 trang sách.		
b)	Số trang sách người đó đọc theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội là 2.		
c)	Số trang sách người đó đọc trong ngày thứ sáu bằng tổng số trang sách đã đọc trong năm ngày trước đó.		
d)	Người đó đọc hết cuốn sách trong một tuần.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Gọi số sách đọc được ở ngày thứ u_n . Ta có: $u_1 = 1, u_2 = 2u_1 = 2, u_3 = 2u_2 = 4, u_4 = 2u_3 = 8, u_5 = 2u_4 = 16$.

Vậy ngày thứ 5 đọc được 16 trang sách.

b) Đúng.

Ngày thứ nhất đọc được 1 trang $\Rightarrow u_1 = 1$.

Từ ngày thứ hai mỗi ngày đọc số trang gấp đôi số trang đã đọc của ngày liền trước đó $\Rightarrow u_n = 2u_{n-1} (n > 1)$.

\Rightarrow Số trang sách đọc được lập thành cấp số nhân với công bội là 2.

Số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = u_1 \cdot 2^{n-1}$.

c) Sai.

Số trang sách đọc được ở ngày thứ 6 là: $u_6 = u_1 \cdot 2^5 = 32$.

Số sách đọc được ở 5 ngày trước đó là: $S_5 = \frac{u_1(1-2^5)}{1-2} = 31$.

d) Sai

Số trang sách đọc được trong 1 tuần: $S_7 = \frac{u_1(1-2^7)}{1-2} = 127$ (trang).

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 21 tạo thành một cấp số cộng và $a-1, b+1, c+7$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $P = 8a + 9b + 10c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đáp án: 193

Từ đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b+c=21 \\ a+c=2b \\ (a-1)(c+7)=(b+1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=7 \\ a+c=14 \\ ac+7a-c-71=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=7 \\ a+c=14 \\ -a^2+22a-85=0 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ a=17 \end{cases}$$

Loại $a=17$ (do $c=-3$)

Ta có: $a=5 \Rightarrow c=9$. Vậy $P = 8.5 + 9.7 + 10.9 = 193$.

Câu 16: Một loại vi khuẩn được nuôi cấy trong ống nghiệm, cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 20 vi khuẩn, tính số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 2 giờ.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đáp án: 1280

Ta có 2 giờ = 120 phút = 6.20 phút. Do đó, sau 2 giờ vi khuẩn phân đôi 6 lần.

Gọi u_n là số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau lần phân đôi thứ $n-1$.

Khi đó, dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_1 = 20$ và $q = 2$.

Ta có $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 20 \cdot 2^6 = 1280$.

Vậy sau 2 giờ, trong ống nghiệm có 1280 vi khuẩn.

Câu 17: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k=1, 2, \dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2025}B_{2025}C_{2025}D_{2025}$ bằng $\frac{1}{2^m}$, tính m .

Kết quả:

Trình bày:

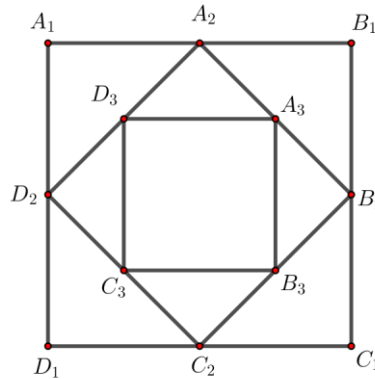
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



Đáp số: 1010

Hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $1 = u_1$.

Đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ bằng $\sqrt{2}$ nên hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{\sqrt{2}}{2} = u_2$.

Hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có đường chéo bằng 1 nên hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có cạnh bằng $\frac{1}{2} = u_3$.

Hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có đường chéo bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$ nên hình vuông $A_4B_4C_4D_4$ có cạnh bằng $\frac{1}{2\sqrt{2}} = u_4$.

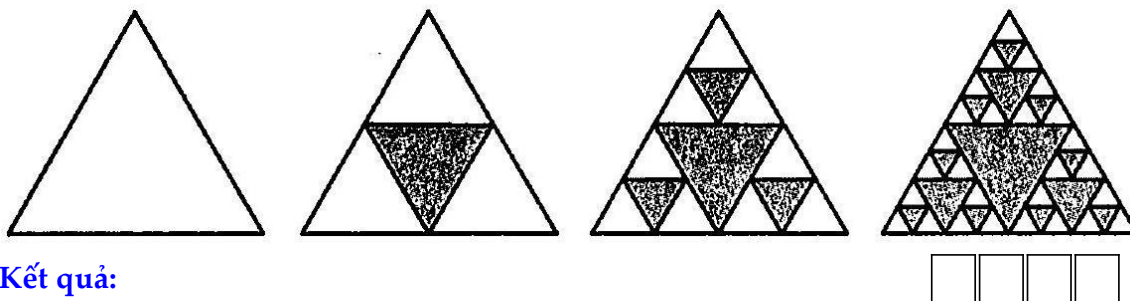
Cứ như thế độ dài các cạnh hình vuông tạo thành một cấp số nhân có $u_1 = 1$, công bội $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$

nên độ dài cạnh của hình vuông $A_{2025}B_{2025}C_{2025}D_{2025}$ là $u_{2025} = u_1 \cdot q^{2024} = \frac{1}{(\sqrt{2})^{2024}} = \frac{1}{2^{1012}}$.

\Rightarrow chu vi hình vuông $A_{2025}B_{2025}C_{2025}D_{2025}$ là $4u_{2025} = \frac{4}{2^{1012}} = \frac{1}{2^{1010}}$.

Câu 18: Một tam giác đều có cạnh bằng 4 cm. Chia tam giác đều đó thành 4 tam giác đều bằng nhau và tô màu tam giác ở trung tâm. Với mỗi tam giác nhỏ chưa được tô màu, lại chia thành 4 tam giác đều bằng nhau và tô màu tam giác ở trung tâm. Cứ như thế, quá trình trên được lặp lại. Tính tổng diện tích phần đã được tô màu ở hình tô thứ 5 (đơn vị: cm^2 , làm tròn kết

qua đến hàng phần trăm).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đáp án: 5,28

Gọi u_n là diện tích phần không được tô màu ở hình tô thứ n , S_0 là diện tích của tam giác ban đầu.

Ta có: $u_1 = \frac{3}{4} \cdot S_0$.

Do ở hình tô thứ n , diện tích phần không được tô màu bằng $\frac{3}{4}$ diện tích phần không được tô màu ở hình tô trước đó nên dãy (u_n) lập thành cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{4} \cdot S_0$, công bội $q = \frac{3}{4}$.

Do đó: $u_n = \frac{3}{4} \cdot S_0 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} = S_0 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$

Vậy diện tích phần đã được tô màu ở hình tô thứ n là: $S_n = S_0 \left[1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$.

Thay $n = 5$, ta được $S_5 = 4\sqrt{3} \cdot (1 - 0,75^5) \approx 5,28 \text{ (cm}^2\text{)}$.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: a) Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết: $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$.

b) Tìm các số dương a và b sao cho $a, a + 2b, 2a + b$ lập thành một cấp số cộng và $(b + 1)^2, ab + 5, (a + 1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

a) Ta có:
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q^4 = 51 \\ u_1q + u_1q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q^4 = 51 & (1) \\ q(u_1 + u_1q^4) = 102 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta có: $51q = 102 \Leftrightarrow q = 2$ thay vào (1), ta được: $u_1 = 3$.

b) Ta có: $a, a + 2b, 2a + b$ lập thành một cấp số cộng

$$\Leftrightarrow a + (2a + b) = 2(a + 2b) \Leftrightarrow a = 3b \quad (1)$$

Mặt khác:

$$(b+1)^2, ab+5, (a+1)^2 \text{ lập thành một cấp số nhân} \Leftrightarrow (b+1)^2(a+1)^2 = (ab+5)^2$$

$$\Leftrightarrow [(b+1)(a+1)]^2 = (ab+5)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (b+1)(a+1) = ab+5 \\ (b+1)(a+1) = -ab-5 \end{cases}$$

TH 1: $(b+1)(a+1) = ab+5$, thay $a = 3b$ ta được phương trình:

$$(b+1)(3b+1) = 3b^2 + 5 \Leftrightarrow b = 1 \Leftrightarrow a = 3$$

TH 2: $(b+1)(a+1) = -ab-5$, thay $a = 3b$ ta được phương trình:

$$(b+1)(-3b+1) = -3b^2 + 5 \Leftrightarrow -2b = 4 \Leftrightarrow b = -2 \text{ (loại)}$$

Câu 20: Chứng minh rằng nếu 3 số $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$ lập thành một cấp số cộng thì 3 số x, y, z lập thành một cấp số nhân.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Ta có: $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$ lập thành một cấp số cộng

$$\Leftrightarrow \frac{2}{y-x} + \frac{2}{y-z} = \frac{2}{y} \Leftrightarrow \frac{(y-z) + (y-x)}{(y-x)(y-z)} = \frac{1}{y}$$

$$\Leftrightarrow y(2y-x-z) = (y-x)(y-z) \Leftrightarrow xz = y^2$$

$\Leftrightarrow x, y, z$ lập thành một cấp số nhân (đ.p.c.m)

Câu 21: Một quả bóng được thả thẳng đứng từ độ cao 10 m rơi xuống đất và nảy lên. Giả sử sau mỗi một lần rơi xuống, nó nảy lên được một độ cao bằng 75% độ cao vừa rơi xuống. Tính tổng quãng đường quả bóng di chuyển được kể từ lúc thả xuống đến khi quả bóng chạm đất lần thứ 10 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét).

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Gọi u_n (m) là độ cao mà quả bóng đạt được sau khi nảy lên ở lần thứ n .

Ta có: $u_1 = 10 \cdot 0,75 = 7,5$.

Ta có, dãy (u_n) lập thành cấp số nhân có $u_1 = 7,5$ và công bội $q = 0,75$.

Kể từ lúc thả xuống đến khi quả bóng chạm đất lần thứ 10, quả bóng đã được nảy lên 9 lần rồi lại rơi xuống.

Do quãng đường quả bóng nảy lên và rơi xuống bằng nhau nên tổng quãng đường quả bóng di chuyển được kể từ lúc thả xuống đến khi quả bóng chạm đất lần thứ 10 là:

$$S = 10 + 2(u_1 + u_2 + \dots + u_9) = 10 + 2 \cdot 7,5 \cdot \frac{1 - (0,75)^9}{1 - 0,75} \approx 65,5 \text{ (m)}.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 01 tháng 8 năm 2025