

LÊ BÁ BẢO

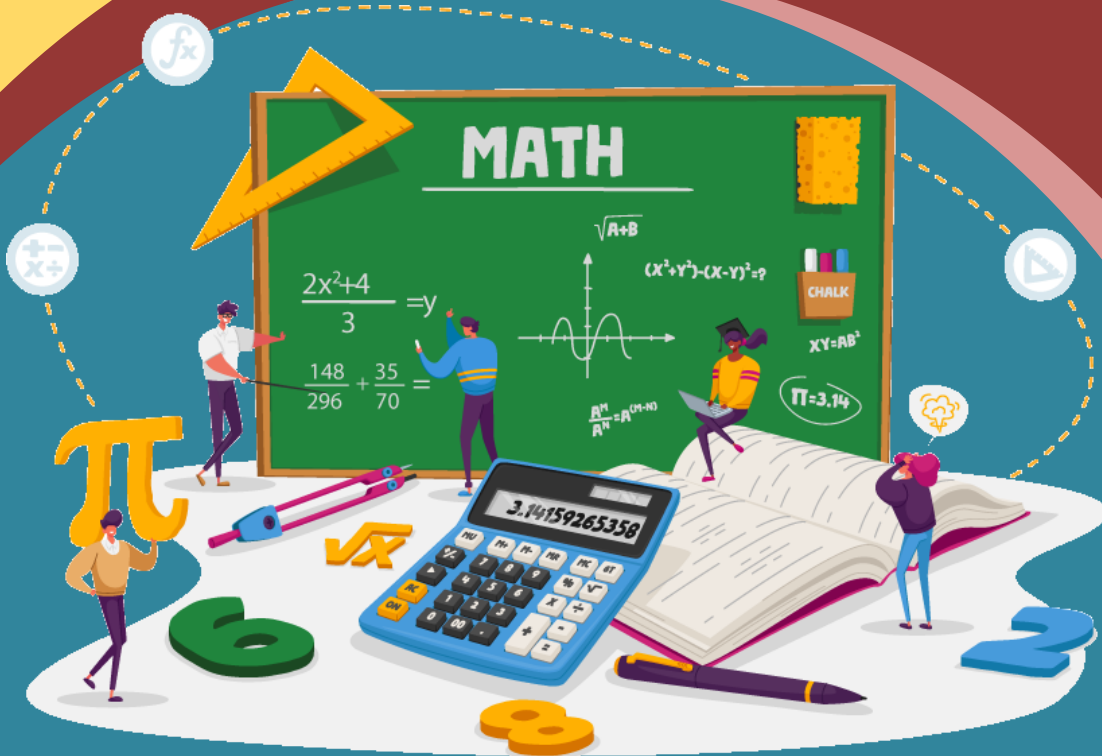
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 11

Chuyên đề LƯỢNG GIÁC

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



CHƯƠNG I HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Chủ đề 2: CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. CÔNG THỨC CỘNG

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

(giả sử các biểu thức đều có nghĩa)

2. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

(giả sử các biểu thức đều có nghĩa)

3. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$$

$$\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

4. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TỔNG THÀNH TÍCH

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

5. MỘT SỐ KẾT QUẢ CẦN LƯU Ý

1) $\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$

$\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$

2) Đặt $t = \tan \frac{a}{2}$. Lúc đó: $\sin a = \frac{2t}{1+t^2}$; $\cos a = \frac{1-t^2}{1+t^2}$; $\tan a = \frac{2t}{1-t^2}$

3) $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$ $\cos a - \sin a = \sqrt{2} \cos\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$

$1 + \sin 2a = (\sin a + \cos a)^2$

$1 - \sin 2a = (\sin a - \cos a)^2$

$$\tan a + \cot a = \frac{2}{\sin 2a}$$

$$\cot a - \tan a = 2\cot 2a$$

(giả sử các biểu thức đều có nghĩa)

II. BÀI TẬP MINH HỌA

Câu 1: Không sử dụng máy tính, tính các giá trị lượng giác sau: $\cos 795^\circ$, $\sin 18^\circ$, $\tan \frac{7\pi}{12}$, $\cot \frac{5\pi}{8}$.

Câu 2: Không sử dụng máy tính, tính giá trị biểu thức lượng giác sau:

a) $A = \frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ}$

b) $B = (1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 25^\circ)$

c) $C = \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ$

d) $D = \sin^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{2\pi}{9} + \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9}$

Câu 3: Không sử dụng máy tính, tính giá trị biểu thức lượng giác sau:

a) $A = \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$;

b) $B = \sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ$;

c) $C = \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5}$;

d) $D = \cos^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{2\pi}{7} + \cos^2 \frac{3\pi}{7}$.

Câu 4: Cho α, β thỏa mãn $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính $\cos(\alpha - \beta)$ và $\sin(\alpha + \beta)$.

Câu 5: Cho $\cos 2x = -\frac{4}{5}$, với $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin x$, $\cos x$, $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 6: Cho $\cos 4\alpha + 2 = 6\sin^2 \alpha$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\tan 2\alpha$.

Câu 7: Cho $\frac{1}{\tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 7$. Tính $\cos 4\alpha$.

Câu 8: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \cot \frac{\alpha}{2}$ với $0 < \alpha < \pi$. Tính $\tan\left(\frac{\alpha + 2013\pi}{2}\right)$.

Câu 9: Cho $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$, $\tan \alpha = -2 \tan \beta$. Tính $A = \sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{8}\right) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{8}\right) + \sin\left(\beta - \frac{5\pi}{12}\right) \sin\left(\beta - \frac{\pi}{12}\right)$.

Câu 10: Chứng minh rằng với mọi góc lượng giác α làm cho biểu thức xác định thì

a) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{3}{4} + \frac{\cos 4\alpha}{4}$;

b) $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4\alpha$;

c) $\frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \cot^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

Câu 11: Cho $0 < \alpha < \pi, \alpha \neq \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng:

a) $\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha} = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$;

b) $\frac{\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha}}{\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha}} = \tan\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 12: Chứng minh rằng:

a) $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$;

b) $\cot \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\beta}{2} = 2$ với $\sin \alpha + \sin \beta = 3 \sin(\alpha + \beta), \alpha + \beta \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$;

c) $\frac{\sin \alpha + \sin \beta \cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha - \sin \beta \sin(\alpha + \beta)} = \tan(\alpha + \beta).$

Câu 13: Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào x :

a) $A = \cos^2 \alpha + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} + \alpha \right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right);$

b) $B = \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{6} \right) \cdot \cos \left(\alpha + \frac{3\pi}{4} \right).$

Câu 14: Đơn giản biểu thức sau: (giả sử các biểu thức có nghĩa)

a) $A = \frac{\cos a + 2 \cos 2a + \cos 3a}{\sin a + \sin 2a + \sin 3a};$ b) $B = \frac{\cos \left(a + \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(a - \frac{\pi}{3} \right)}{\cot a - \cot \frac{a}{2}};$

c) $C = \cos a + \cos(a + b) + \cos(a + 2b) + \dots + \cos(a + nb) \quad (n \in \mathbb{N}).$

Câu 15: Cho $\sin(a + b) = 2 \cos(a - b)$. Chứng minh rằng biểu thức $M = \frac{1}{2 - \sin 2a} + \frac{1}{2 - \sin 2b}$ không phụ thuộc vào a, b .

Câu 16: Chứng minh rằng với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì

a) $2 \cot^2 \alpha \geq 1 + \cos 2\alpha;$

b) $\cot \alpha \geq 1 + \cot 2\alpha.$

Câu 17: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng: $\left(\sin \alpha + \frac{1}{2 \cos \alpha} \right) \left(\cos \alpha + \frac{1}{2 \sin \alpha} \right) \geq 2.$

Câu 18: Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức sau:

a) $A = \sin x + \cos x;$

b) $B = \sin^4 x + \cos^4 x.$

Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức $A = 2 - 2 \sin x - \cos 2x$

Câu 20: Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có:

a) $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2};$

b) $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2(1 + \cos A \cos B \cos C);$

c) $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C.$

Câu 21: Chứng minh trong mọi tam giác ABC không vuông, ta đều có:

a) $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C;$

b) $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1.$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 22: Với a, b là các góc bất kì, đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}.$

B. $\cos(a - b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$

C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$

D. $2 \cos a \cos b = \cos(a - b) + \cos(a + b).$

Câu 23: Cho góc x bất kì, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x.$ **B.** $\sin 2x = \sin x \cos x.$ **C.** $\sin 2x = 2 \cos x.$ **D.** $\sin 2x = 2 \sin x.$

Câu 24: Cho góc a bất kì, đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a.$

B. $\sin^2 3a + \cos^2 3a = 3.$

Câu 35: Tính giá trị của biểu thức $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$, biết $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $\frac{9}{7}$. D. $\frac{7}{9}$.

Câu 36: Biểu thức $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right)$ được viết lại thành

- A. $\sin a + \frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin a + \frac{1}{2} \cos a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin a - \frac{1}{2} \cos a$. D. $\frac{1}{2} \sin a - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a$.

Câu 37: Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$. B. $\frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$. C. $\frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$. D. $\frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$.

Câu 38: Giá trị biểu thức $\frac{\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}}$ bằng

- A. 1. B. -1. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính $\cos 2\alpha$.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $-\frac{1}{8}$.

Câu 40: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\sin 2\alpha$.

- A. $\frac{7}{9}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. C. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 41: Cho $\cos x = -\frac{3}{5}$. Tính $\cos 2x$.

- A. $-\frac{7}{25}$. B. $-\frac{3}{10}$. C. $-\frac{8}{9}$. D. $\frac{7}{25}$.

Câu 42: Tính giá trị biểu thức $P = (1 - 3 \cos 2\alpha)(2 + 3 \cos 2\alpha)$, biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

- A. $\frac{49}{27}$. B. $\frac{50}{27}$. C. $\frac{48}{27}$. D. $\frac{42}{27}$.

Câu 43: Cho biết $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$. Tính $\sin 2x$.

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. -1.

Câu 44: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1$. Tính giá trị $\sin 2\alpha$.

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. B. $\frac{24}{25}$. C. $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$. D. $-\frac{24}{25}$.

- Câu 45:** Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $P = \frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.
- A. $P = -\frac{2\sqrt{5}}{3}$. B. $P = \frac{3}{2}$. C. $P = \frac{2\sqrt{5}}{3}$. D. $P = -\frac{3}{2}$.
- Câu 46:** Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ bằng
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $-\frac{1}{3}$.
- Câu 47:** Cho α và β là hai góc nhọn mà $\tan \alpha = \frac{1}{7}$ và $\tan \beta = \frac{3}{4}$. Góc $\alpha + \beta$ có giá trị bằng
- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.
- Câu 48:** Nếu $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\sin 2\alpha$ bằng
- A. $\frac{\pi}{2}$. B. 1. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 49:** Biết $\sin a = -\frac{4}{5}$, $\cos b = \frac{3}{5}$ $\left(\pi < a < \frac{3\pi}{2}, 0 < b < \frac{\pi}{2}\right)$, tính $\cos(a-b)$.
- A. $\frac{7}{25}$. B. 0. C. -1. D. $-\frac{33}{65}$.
- Câu 50:** Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.
- A. $\frac{16}{65}$. B. $-\frac{18}{65}$. C. $\frac{18}{65}$. D. $-\frac{16}{65}$.
- Câu 51:** Giá trị của $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng bao nhiêu khi $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$?
- A. $\frac{48 + 25\sqrt{3}}{11}$. B. $\frac{8 - 5\sqrt{3}}{11}$. C. $\frac{8 - \sqrt{3}}{11}$. D. $\frac{48 - 25\sqrt{3}}{11}$.
- Câu 52:** Rút gọn biểu thức $M = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ ta được
- A. $M = \sqrt{3} \sin x$. B. $M = -\sqrt{3} \cos x$. C. $M = -\sqrt{3} \sin x$. D. $M = \sqrt{3} \cos x$.
- Câu 53:** Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.
- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 54:** Cho $\sin a = \frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính $\tan\left(\frac{\pi}{6} - a\right)$.
- A. $\frac{-48 + 25\sqrt{3}}{11}$. B. $\frac{-48 + 25\sqrt{3}}{39}$. C. $\frac{48 + 25\sqrt{3}}{11}$. D. $\frac{48 + 25\sqrt{3}}{39}$.

Câu 55: Cho biết $\tan x = \frac{5}{7}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 5 \sin 2x + 7 \cos 2x$.

- A. $P = 13$. B. $P = 7$. C. $P = 2$. D. $P = 9$.

Câu 56: Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Tính $P = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ theo m .

- A. $\frac{m}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{m}{2}$. C. $2m$. D. $m\sqrt{2}$.

Câu 57: Biết $\sin a = \frac{5}{13}$, $\cos b = -\frac{3}{5}$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < b < \pi$. Tính $\cos(a+b)$.

- A. $-\frac{63}{65}$. B. $\frac{21}{65}$. C. $-\frac{16}{65}$. D. $-\frac{56}{65}$.

Câu 58: Cho các góc α, β thỏa $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

- A. $\frac{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}{9}$. C. $\frac{2\sqrt{10} - 2}{9}$. D. $-\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$.

Câu 59: Cho $\tan(2a + b + 1) = 2$; $\tan(b - 3a + 2024) = 10$. Giá trị của $\tan(2023 - 5a)$ bằng:

- A. $-\frac{8}{21}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{8}{21}$. D. $-\frac{7}{15}$.

Câu 60: Cho ΔABC nếu có quan hệ $\sin A(\cos B + \cos C) = \sin B + \sin C$ thì đó là tam giác gì?

- A. Tam giác đều. B. Tam giác cân.
C. Tam giác vuông cân. D. Tam giác vuông.

Câu 61: Rút gọn biểu thức $M = \cos(115^\circ) \cdot \cos(-365^\circ) + \sin(115^\circ) \cdot \sin(-365^\circ)$.

- A. $M = \cos(-245^\circ)$. B. $M = \sin(480^\circ)$. C. $M = \sin(-245^\circ)$. D. $M = \cos(480^\circ)$.

Câu 62: Rút gọn biểu thức $A = \sin(x - y) \cos y + \cos(x - y) \sin y$.

- A. $A = \cos x$. B. $A = \sin x$. C. $A = \sin x \cdot \cos 2y$. D. $A = \cos x \cdot \cos 2y$.

Câu 63: Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 64: Chọn đẳng thức đúng.

- A. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \sin a}{2}$. B. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \sin a}{2}$.
C. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos a}{2}$. D. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos a}{2}$.

Câu 65: Biểu thức $2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ bằng

- A. $\sin 2\alpha$. B. $\cos 2\alpha$. C. $\sin \alpha$. D. $\cos \alpha$.

Câu 66: Biểu thức $4 \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ bằng

- A. $-3 + 4 \sin^2 \alpha$. B. $4 + 3 \sin^2 \alpha$. C. $3 - 4 \sin^2 \alpha$. D. $\sin^2 \alpha$.

- Câu 67:** Cho $\cos 2\alpha = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $A = 2\sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha$.
A. $A = 3 + m$. **B.** $A = 4 + 2m$. **C.** $A = 4 + m$. **D.** $A = 3 - m$.
- Câu 68:** Cho tam giác ABC thỏa mãn $2\sin A \cdot \sin B = 1 + \cos C$, khẳng định nào sau đây đúng?
A. Tam giác ABC vuông tại C . **B.** Tam giác ABC vuông tại A .
C. Tam giác ABC cân tại C . **D.** Tam giác ABC cân tại A .
- Câu 69:** Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A = 2\sin B \cos C$ và $A = 50^\circ$, khẳng định nào sau đây đúng?
A. $B = 60^\circ$. **B.** $C = 75^\circ$. **C.** $B = 65^\circ$. **D.** $C = 55^\circ$.
- Câu 70:** Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$, tính giá trị biểu thức $P = 2\tan \alpha + \tan 2\alpha$.
A. $P = \frac{8}{3}$. **B.** $P = \frac{2}{3}$. **C.** $P = \frac{4}{3}$. **D.** $P = 2$.
- Câu 71:** Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$, khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\sin 2\alpha = \frac{3}{8}$. **B.** $\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$. **C.** $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$. **D.** $\sin 2\alpha = -\frac{3}{8}$.
- Câu 72:** Tính giá trị $A = \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$.
A. $A = \frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $A = \frac{1}{2}$. **C.** $A = \frac{1}{4}$. **D.** $A = \sqrt{3}$.
- Câu 73:** Cho biết $\sin^4 x = a + b \cdot \cos 2x + \cos 4x$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $S = a + b + c$.
A. $S = 1$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 0$.
- Câu 74:** Cho góc α thỏa mãn $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ mà $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Tính $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$
A. $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{5}}{10}$.
- Câu 75:** Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = \frac{1}{4}$. Tính $\cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta)$.
A. $\frac{25}{144}$. **B.** $\frac{-19}{144}$. **C.** $\frac{5}{144}$. **D.** $\frac{-119}{144}$.
- Câu 76:** Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta được kết quả nào sau đây?
A. $A = \sin x - \cos x$. **B.** $A = \cos x + \sin x$. **C.** $A = -\sin x - \cos x$. **D.** $A = \cos x - \sin x$.
- Câu 77:** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 3x}{2\cos x}$.
A. $A = \sin 4x$. **B.** $A = \sin x$. **C.** $A = \sin 2x$. **D.** $A = \cos 2x$.
- Câu 78:** Rút gọn biểu thức $\frac{4\sin 2x \cdot \cos 2x}{\cos 3x + \cos x}$ (với điều kiện biểu thức có nghĩa), ta được biểu thức có dạng $\frac{a \sin 2x}{b \cos x}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của $a^2 + b$ bằng
A. 2. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 3.
- Câu 79:** Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a - \cos 5a}{\sin 4a + \sin 2a}$ (với $\sin 4a + \sin 2a \neq 0$) ta được:
A. $P = 2 \cot a$. **B.** $P = 2 \cos a$. **C.** $P = 2 \tan a$. **D.** $P = 2 \sin a$.

- Câu 80:** Rút gọn biểu thức: $\frac{2 \sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha}$ bằng:
- A. $\tan^2 \alpha$. B. $-\tan^2 \alpha$. C. $\tan^2 2\alpha$. D. $\cot^2 \alpha$.
- Câu 81:** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 3x}{2 \cos x}$.
- A. $A = \sin 4x$. B. $A = \sin x$. C. $A = \sin 2x$. D. $A = \cos 2x$.
- Câu 82:** Biến đổi thành tích biểu thức $\frac{\sin 7\alpha - \sin 5\alpha}{\sin 7\alpha + \sin 5\alpha}$ ta được
- A. $\tan 5\alpha \cdot \tan \alpha$. B. $\cos \alpha \cdot \sin \alpha$. C. $\cos 2\alpha \cdot \sin 3\alpha$. D. $\cot 6\alpha \cdot \tan \alpha$.
- Câu 83:** Biết $\tan x = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $I = \frac{\cos 5x + \cos 3x}{\sin 5x - \sin 3x}$.
- A. $I = \frac{1}{3}$. B. $I = -\frac{1}{3}$. C. $I = 3$. D. $I = -3$.
- Câu 84:** Giả sử biểu thức $M = \frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}$ có nghĩa, khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $M = \tan 2\alpha$. B. $M = \cot 2\alpha$. C. $M = -\tan 2\alpha$. D. $M = -\cot 2\alpha$.
- Câu 85:** Biểu thức $\frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng
- A. $\cos 2\alpha$. B. $\cot 2\alpha$. C. $\tan 2\alpha$. D. $\sin 2\alpha$.
- Câu 86:** Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sin 2x - \sin x}{1 - \cos x + \cos 2x}$ (với điều kiện biểu thức có nghĩa) ta được kết quả
- A. $P = \cot x$. B. $P = \tan x$. C. $P = \cos x$. D. $P = \sin x$.
- Câu 87:** Biểu thức thu gọn của biểu thức $B = \left(\frac{1}{\cos 2x} + 1 \right) \cdot \tan x$ là
- A. $\tan 2x$. B. $\cot 2x$. C. $\cos 2x$. D. $\sin x$.
- Câu 88:** Rút gọn biểu thức $\frac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1}$ bằng
- A. $-2 \cos \alpha$. B. $\cos \alpha$. C. $2 \cos \alpha$. D. $2 \sin \alpha$.
- Câu 89:** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 2a + \sin 5a - \sin 3a}{1 + \cos a - 2 \sin^2 2a}$.
- A. $\cos a$. B. $\sin a$. C. $2 \cos a$. D. $2 \sin a$.
- Câu 90:** Với điều kiện xác định, hãy rút gọn biểu thức $A = \frac{(\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2}{\cot x - \tan x}$.
- A. $A = \frac{2}{\cot 2x}$. B. $A = 4$. C. $A = \frac{4}{\cot 2x}$. D. $A = \frac{8}{\cot 2x}$.
- Câu 91:** Cho góc nhọn α thỏa mãn $\cos \alpha = 2 \sin \alpha$, khẳng định nào sau đây sai?
- A. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. B. $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\cot \alpha = 2$. D. $\sin 2\alpha = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.
- Câu 92:** Nếu α, β, γ là ba góc nhọn và thỏa mãn $\tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma$ thì
- A. $\alpha + \beta + \gamma = 45^\circ$. B. $\alpha + \beta + \gamma = 60^\circ$.
 C. $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$. D. $\alpha + \beta + \gamma = 120^\circ$.

Câu 93: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \sin \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$.

- A. 2. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Câu 94: Giá trị lớn nhất của biểu thức $\sin^4 x + \cos^7 x$ là

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 95: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sin \alpha + \sqrt{3}\cos \alpha$.

- A. 2. B. $-1 - \sqrt{3}$. C. -2. D. 0.

Câu 96: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$.

- A. $M + 4m = 0$. B. $M + 4m = 2$. C. $M + 4m = 4$. D. $M + 4m = 1$.

Câu 97: Cho $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sin^4 x + \cos^4 x$.

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 0.

Câu 98: Cho tam giác ABC . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2 \cos A + 2 \cos B + 2\sqrt{3} \cos C$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

IV. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Không sử dụng máy tính, tính các giá trị lượng giác sau: $\cos 795^\circ, \sin 18^\circ, \tan \frac{7\pi}{12}, \cot \frac{5\pi}{8}$.

Lời giải:

Vì $795^\circ = 75^\circ + 2.360^\circ = 30^\circ + 45^\circ + 2.360^\circ$ nên

$$\cos 795^\circ = \cos 75^\circ = \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Vì $54^\circ + 36^\circ = 90^\circ$ nên $\sin 54^\circ = \cos 36^\circ$

Mà $\cos 36^\circ = \cos(2.18^\circ) = 1 - 2\sin^2 18^\circ$

$$\begin{aligned} &= \sin 18^\circ \cdot (1 - 2\sin^2 18^\circ) + 2\sin 18^\circ \cos^2 18^\circ = \sin 18^\circ \cdot (1 - 2\sin^2 18^\circ) + 2\sin 18^\circ (1 - \sin^2 18^\circ) \\ &= 3\sin 18^\circ - 4\sin^3 18^\circ. \end{aligned}$$

Do đó $3\sin 18^\circ - 4\sin^3 18^\circ = 1 - 2\sin^2 18^\circ \Leftrightarrow (\sin 18^\circ - 1)(4\sin^2 18^\circ + 2\sin 18^\circ - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \sin 18^\circ = 1 \text{ hoặc } \sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \text{ hoặc } \sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

Vì $0 < \sin 18^\circ < 1$ nên $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

$$\tan \frac{7\pi}{12} = \tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3}; \quad \cot \frac{5\pi}{8} = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = -\tan \frac{\pi}{8}.$$

$$\text{Ta lại có } 1 = \tan \frac{\pi}{4} = \tan \left(2 \cdot \frac{\pi}{8} \right) = \frac{2 \tan \frac{\pi}{8}}{1 - \tan^2 \frac{\pi}{8}}$$

$$\text{Suy ra } 1 - \tan^2 \frac{\pi}{8} = 2 \tan \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow \tan^2 \frac{\pi}{8} + 2 \tan \frac{\pi}{8} - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan \frac{\pi}{8} = -1 - \sqrt{2} \text{ hoặc } \tan \frac{\pi}{8} = -1 + \sqrt{2}$$

$$\text{Do } \tan \frac{\pi}{8} > 0 \text{ nên } \tan \frac{\pi}{8} = -1 + \sqrt{2}. \text{ Vậy } \cot \frac{5\pi}{8} = 1 - \sqrt{2}.$$

Câu 2: Không sử dụng máy tính, tính giá trị biểu thức lượng giác sau:

$$\text{a) } A = \frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ}$$

$$\text{b) } B = (1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 25^\circ)$$

$$\text{c) } C = \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ$$

$$\text{d) } D = \sin^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{2\pi}{9} + \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9}$$

Lời giải:

$$\text{a) Ta có } \cos 290^\circ = \cos(180^\circ + 90^\circ + 20^\circ) = -\cos(90^\circ + 20^\circ) = \sin 20^\circ$$

$$\sin 250^\circ = \sin(180^\circ + 90^\circ - 20^\circ) = -\sin(90^\circ - 20^\circ) = -\cos 20^\circ$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\sqrt{3} \cos 20^\circ} = \frac{\sqrt{3} \sin 20^\circ - \sin 20^\circ}{\sqrt{3} \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = 4 \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ - \frac{1}{2} \sin 20^\circ}{\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} \\ &= 4 \frac{\sin 60^\circ \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \sin 20^\circ}{\sqrt{3} \sin 40^\circ} = \frac{4 \sin 40^\circ}{\sqrt{3} \sin 40^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) Cách 1: Ta có } B &= \left(1 + \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} \right) \left(1 + \frac{\sin 25^\circ}{\cos 25^\circ} \right) = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} \cdot \frac{\sin 25^\circ + \cos 25^\circ}{\cos 25^\circ} \\ &= \sqrt{2} \cdot \frac{\sin 20^\circ \cos 45^\circ + \cos 20^\circ \sin 45^\circ}{\cos 20^\circ} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sin 25^\circ \cos 45^\circ + \cos 25^\circ \sin 45^\circ}{\cos 25^\circ} = 2 \frac{\sin 65^\circ \sin 70^\circ}{\cos 20^\circ \cos 25^\circ} = 2. \end{aligned}$$

$$\text{Cách 2: Ta có } \tan 45^\circ = \tan(20^\circ + 25^\circ) = \frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ}$$

$$\text{Suy ra } 1 = \frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ} \Leftrightarrow \tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \tan 25^\circ = 1 \Leftrightarrow (1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 25^\circ) = 2.$$

Vậy $B = 2$.

$$\text{c) } C = \tan 9^\circ + \tan 81^\circ - (\tan 27^\circ + \tan 63^\circ)$$

$$= \frac{\sin 9^\circ \cos 81^\circ + \sin 81^\circ \cos 9^\circ}{\cos 9^\circ \cos 81^\circ} - \frac{\sin 27^\circ \cos 63^\circ + \sin 63^\circ \cos 27^\circ}{\cos 27^\circ \cos 63^\circ}$$

$$= \frac{1}{\cos 9^\circ \sin 9^\circ} - \frac{1}{\cos 27^\circ \sin 27^\circ} = \frac{2}{\sin 18^\circ} - \frac{2}{\sin 54^\circ} = \frac{2(\sin 54^\circ - \sin 18^\circ)}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ} = \frac{4 \cos 36^\circ \cdot \sin 18^\circ}{\sin 18^\circ \cdot \sin 54^\circ} = 4$$

$$\text{d) } D = \sin^2 \frac{\pi}{9} + \sin^2 \frac{2\pi}{9} + \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9} = \left(\sin \frac{\pi}{9} + \sin \frac{2\pi}{9} \right)^2 - \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9}$$

Suy ra $T = -\frac{1}{2}$.

$$\text{Vậy } D = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}.$$

Câu 4: Cho α, β thỏa mãn $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính $\cos(\alpha - \beta)$ và $\sin(\alpha + \beta)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \sin \alpha + \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta = \frac{3}{2} \quad (2)$$

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được:

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta = 2$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2(\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta) = 2 \Leftrightarrow 2 \cos(\alpha - \beta) = 0$$

Vậy $\cos(\alpha - \beta) = 0$. (*)

$$\text{Từ giả thiết ta có } (\sin \alpha + \sin \beta)(\cos \alpha + \cos \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 2\alpha + \sin 2\beta) + \sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Mặt khác: $\sin 2\alpha + \sin 2\beta = 2 \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = 0$ (Do $\cos(\alpha - \beta) = 0$ từ (*))

$$\text{Suy ra } \sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 5: Cho $\cos 2x = -\frac{4}{5}$, với $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin x$, $\cos x$, $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải:

Vì $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin x > 0$, $\cos x > 0$.

$$\text{Áp dụng công thức hạ bậc, ta có: } \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{9}{10} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{\sqrt{10}};$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{Ta có: } \sin 2x = 2 \sin x \cos x = \frac{3}{5}.$$

Theo công thức cộng, ta có:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2\sqrt{10}};$$

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 2x \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \sin 2x = -\frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} = -\frac{\sqrt{2}}{10}.$$

Câu 6: Cho $\cos 4\alpha + 2 = 6\sin^2 \alpha$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\tan 2\alpha$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \cos 4\alpha + 2 = 6\sin^2 \alpha \Leftrightarrow 2\cos^2 2\alpha - 1 + 2 = 3(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 2\alpha + 3\cos 2\alpha - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \\ \cos 2\alpha = -2 \end{cases} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \text{ (Vì } \cos 2\alpha + 2 > 0)$$

$$\text{Ta có: } 1 + \tan^2 2\alpha = \frac{1}{\cos^2 2\alpha} \Rightarrow \tan^2 2\alpha = \frac{1}{\cos^2 2\alpha} - 1 = 3.$$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \pi < 2\alpha < 2\pi$ nên $\sin 2\alpha < 0$. Mặt khác $\cos 2\alpha > 0$ do đó $\tan 2\alpha < 0$.

$$\text{Vậy } \tan 2\alpha = -\sqrt{3}.$$

Câu 7: Cho $\frac{1}{\tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 7$. Tính $\cos 4\alpha$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \frac{1}{\tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 7 \Leftrightarrow \frac{\sin^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha} = 7$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + 1) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + 1)}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = 7$$

$$\Leftrightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 1 = 7\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 1 = 7\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow 2 = 9\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Leftrightarrow 8 = 9(2\sin \alpha \cos \alpha)^2$$

$$\Leftrightarrow 8 = 9\sin^2 2\alpha \Leftrightarrow 16 = 9(1 - \cos 4\alpha) \Leftrightarrow \cos 4\alpha = -\frac{7}{9}.$$

$$\text{Vậy } \cos 4\alpha = -\frac{7}{9}.$$

Câu 8: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \cot \frac{\alpha}{2}$ với $0 < \alpha < \pi$. Tính $\tan\left(\frac{\alpha + 2013\pi}{2}\right)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \sin \alpha = 2\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = 2\cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2\tan \frac{\alpha}{2}}{\tan^2 \frac{\alpha}{2} + 1}$$

$$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{\tan^2 \frac{\alpha}{2} + 1}$$

$$\text{Do đó: } \sin \alpha + \cos \alpha = \cot \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow \frac{2\tan \frac{\alpha}{2}}{\tan^2 \frac{\alpha}{2} + 1} + \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{\tan^2 \frac{\alpha}{2} + 1} = \frac{1}{\tan \frac{\alpha}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{\alpha}{2} \left(1 + 2 \tan \frac{\alpha}{2} - \tan^2 \frac{\alpha}{2} \right) = 1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow \tan^3 \frac{\alpha}{2} - \tan^2 \frac{\alpha}{2} - \tan \frac{\alpha}{2} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\tan \frac{\alpha}{2} - 1 \right) \left(\tan \frac{\alpha}{2} + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \pm 1$$

Vì $0 < \alpha < \pi \Rightarrow 0 < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$ do đó $\tan \frac{\alpha}{2} > 0$ nên $\tan \frac{\alpha}{2} = 1 \Rightarrow \cot \frac{\alpha}{2} = 1$

$$\text{Ta có } \tan \left(\frac{\alpha + 2013\pi}{2} \right) = \tan \left(\frac{\alpha}{2} + 2006\pi + \frac{\pi}{2} \right) = -\cot \frac{\alpha}{2} = -1$$

$$\text{Vậy } \tan \left(\frac{\alpha + 2013\pi}{2} \right) = -1.$$

Lưu ý: Ta có thể biểu diễn $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ qua $t = \tan \frac{\alpha}{2}$ như sau:

$$\sin \alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \cos \alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \tan \alpha = \frac{2t}{1-t^2}, \cot \alpha = \frac{1-t^2}{2t}$$

(với α làm các biểu thức có nghĩa)

Câu 9: Cho $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}, \tan \alpha = -2 \tan \beta$. Tính $A = \sin \left(\alpha + \frac{3\pi}{8} \right) \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{8} \right) + \sin \left(\beta - \frac{5\pi}{12} \right) \sin \left(\beta - \frac{\pi}{12} \right)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\text{và } \tan \alpha = -2 \tan \beta \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \beta = -2 \sin \beta \cos \alpha \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được } \begin{cases} \cos \alpha \sin \beta = -\frac{1}{3} \\ \sin \alpha \cos \beta = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 \alpha \sin^2 \beta = \frac{1}{9} \\ \sin^2 \alpha \cos^2 \beta = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1 - \sin^2 \alpha) \sin^2 \beta = \frac{1}{9} \\ \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) = \frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1 - \sin^2 \alpha) \sin^2 \beta = \frac{1}{9} \\ \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \left(1 - \sin^2 \beta - \frac{1}{3} \right) \sin^2 \beta = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \sin^4 \beta - \frac{2}{3} \sin^2 \beta + \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow \left(\sin^2 \beta - \frac{1}{3} \right)^2 = 0 \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Do đó } \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có } \sin \left(\alpha + \frac{3\pi}{8} \right) \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{8} \right) = \frac{1}{2} \left[\sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right) - \sin \frac{\pi}{4} \right] = \frac{1}{2} \left(\cos 2\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - 2 \sin^2 \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - 2 \cdot \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{2 + 3\sqrt{2}}{12}$$

$$\sin \left(\beta - \frac{\pi}{12} \right) \cos \left(\beta - \frac{5\pi}{12} \right) = \frac{1}{2} \left[\sin \left(2\beta - \frac{\pi}{2} \right) + \sin \frac{\pi}{3} \right] = \frac{1}{2} \left[-\cos 2\beta + \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left(-1 + 2\sin^2 \beta + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(-1 + 2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{-2 + 3\sqrt{2}}{12}$$

$$\text{Do đó } A = -\frac{2 + 3\sqrt{2}}{12} + \frac{-2 + 3\sqrt{2}}{12} = -\frac{1}{3}.$$

Câu 10: Chứng minh rằng với mọi góc lượng giác α làm cho biểu thức xác định thì

a) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{3}{4} + \frac{\cos 4\alpha}{4}$; b) $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4\alpha$;
 c) $\frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \cot^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right)$.

Lời giải:

a) Ta có $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha$
 $= 1 - \frac{1 - \cos 4\alpha}{4} = \frac{3}{4} + \frac{\cos 4\alpha}{4}$

b) Ta có: $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3 = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha)$
 $= \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2\alpha = 1 - \frac{3}{8} (1 - \cos 4\alpha)$
 $= \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4\alpha.$

c) Ta có $\frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}$
 $= \frac{\left[\sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right]^2}{\left[\sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right]^2} = \frac{2 \cos^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)}{2 \sin^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)} = \cot^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right).$

Cách khác: $\cot^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \left(\frac{1}{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right)} \right)^2 = \left(\frac{1 - \tan \frac{\pi}{4} \tan \alpha}{\tan \frac{\pi}{4} + \tan \alpha} \right)^2 = \left(\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} \right)^2 = \frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}.$

Câu 11: Cho $0 < \alpha < \pi, \alpha \neq \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng:

a) $\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha} = 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$; b) $\frac{\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha}}{\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha}} = \tan \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right).$

Lời giải:

a) Do $0 < \alpha < \pi \rightarrow \frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{4}$ nên $\sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) > 0, \sin \alpha > 0$

Đẳng thức tương đương với $(\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha})^2 = 4 \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$

$$\Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{1 + \cos \alpha} \sqrt{1 - \cos \alpha} = 2 \left[1 - \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \right] \Leftrightarrow \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha \Leftrightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ (luôn đúng)} \Rightarrow \text{đ.p.c.m.}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } VT &= \frac{(\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha})^2}{(\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha})(\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha})} \\ &= \frac{2 + 2\sqrt{1 + \cos \alpha} \sqrt{1 - \cos \alpha}}{2 \cos \alpha} = \frac{1 + \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{1 + |\sin \alpha|}{\cos \alpha}. \end{aligned}$$

Vì $0 < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$ do đó

$$\begin{aligned} VT &= \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2}{\left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right) \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \right)} \\ &= \frac{\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sqrt{2} \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right)}{\sqrt{2} \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right)} = \tan \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = VP \Rightarrow \text{đ.p.c.m.} \end{aligned}$$

Câu 12: Chứng minh rằng:

a) $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$;

b) $\cot \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\beta}{2} = 2$ với $\sin \alpha + \sin \beta = 3 \sin(\alpha + \beta)$, $\alpha + \beta \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$;

c) $\frac{\sin \alpha + \sin \beta \cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha - \sin \beta \sin(\alpha + \beta)} = \tan(\alpha + \beta)$.

Lời giải:

a) Ta có $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = -\frac{1}{2} [\cos 2\alpha - \cos 2\beta]$

$$= -\frac{1}{2} [(1 - 2 \sin^2 \alpha) - (1 - 2 \sin^2 \beta)] = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

b) Từ giả thiết ta có $2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = 6 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$

Do $\alpha + \beta \neq k2\pi \Rightarrow \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \neq 0$ suy ra $\cos \frac{\alpha - \beta}{2} = 3 \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} = 3 \left(\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \Leftrightarrow \cot \frac{\alpha}{2} \cot \frac{\beta}{2} = 2 \Rightarrow \text{đ.p.c.m.}$$

c) Ta có $VT = \frac{\sin \alpha + \frac{1}{2} [\sin(\alpha + 2\beta) + \sin(-\alpha)]}{\cos \alpha - \left(-\frac{1}{2} \right) [\cos(\alpha + 2\beta) - \cos(-\alpha)]} = \frac{\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\beta)}{\cos \alpha + \cos(\alpha + 2\beta)}$

$$= \frac{2 \sin(\alpha + \beta) \cos(-\beta)}{2 \cos(\alpha + \beta) \cos(-\beta)} = \tan(\alpha + \beta) = VP \Rightarrow \text{đ.p.c.m.}$$

Câu 13: Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào x :

a) $A = \cos^2 \alpha + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} + \alpha \right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right);$

b) $B = \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{6} \right) \cdot \cos \left(\alpha + \frac{3\pi}{4} \right).$

Lời giải:

a) Ta có: $A = \cos^2 \alpha + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} + \alpha \right) + \cos^2 \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right)$

$$= \frac{1}{2} \left[3 + \cos 2\alpha + \cos \left(\frac{4\pi}{3} + 2\alpha \right) + \cos \left(\frac{4\pi}{3} - 2\alpha \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[3 + \cos 2\alpha + 2 \cos \frac{4\pi}{3} \cos 2\alpha \right] = \frac{3}{2}.$$

b) Vì $\alpha + \frac{\pi}{6} = \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right)$

và $\cos \left(\alpha + \frac{3\pi}{4} \right) = -\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$ nên

$$B = \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \cos \left[\left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) - \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right] = \cos \left(-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}.$$

Câu 14: Đơn giản biểu thức sau: (giả sử các biểu thức có nghĩa)

a) $A = \frac{\cos a + 2 \cos 2a + \cos 3a}{\sin a + \sin 2a + \sin 3a};$

b) $B = \frac{\cos \left(a + \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(a - \frac{\pi}{3} \right)}{\cot a - \cot \frac{a}{2}};$

c) $C = \cos a + \cos(a + b) + \cos(a + 2b) + \dots + \cos(a + nb) \quad (n \in \mathbb{N}).$

Lời giải:

a) $A = \frac{(\cos a + \cos 3a) + 2 \cos 2a}{(\sin a + \sin 3a) + 2 \sin 2a} = \frac{2 \cos 2a \cos a + 2 \cos 2a}{2 \sin 2a \cos a + 2 \sin 2a} = \frac{2 \cos 2a (\cos a + 1)}{2 \sin 2a (\cos a + 1)} = \cot 2a$

b) Ta có $\cos \left(a + \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(a - \frac{\pi}{3} \right) = 2 \cos a \cos \frac{\pi}{3} = \cos a$

và $\cot a - \cot \frac{a}{2} = \frac{\cos a}{\sin a} - \frac{\cos \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}} = \frac{\sin \frac{a}{2} \cos a - \cos \frac{a}{2} \sin a}{\sin a \sin \frac{a}{2}} = \frac{\sin \left(\frac{a}{2} - a \right)}{\sin a \sin \frac{a}{2}} = \frac{-\sin \frac{a}{2}}{\sin a \sin \frac{a}{2}} = -\frac{1}{\sin a}.$

$$\text{Suy ra } B = \frac{\cos a}{-\frac{1}{\sin a}} = -\sin a \cos a = -\frac{\sin 2a}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{c) Ta có } C \cdot 2 \sin \frac{b}{2} &= 2 \sin \frac{b}{2} \cos a + 2 \sin \frac{b}{2} \cos(a+b) + 2 \sin \frac{b}{2} \cos(a+2b) + \dots + 2 \sin \frac{b}{2} \cos(a+nb) \\ &= \sin\left(\frac{b}{2} + a\right) + \sin\left(\frac{b}{2} - a\right) + \sin\left(\frac{3b}{2} + a\right) + \sin\left(-\frac{b}{2} - a\right) + \sin\left(\frac{5b}{2} + a\right) + \sin\left(-\frac{3b}{2} - a\right) \\ &\quad + \dots + \sin\left(\frac{(2n+1)b}{2} + a\right) + \sin\left(-\frac{(2n-1)b}{2} - a\right) \\ &= \sin\left(\frac{b}{2} - a\right) + \sin\left(\frac{(2n+1)b}{2} + a\right) = 2 \sin(n+1)b \cos\left(\frac{nb}{2} - a\right) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } C = \frac{\sin(n+1)b \cos\left(\frac{nb}{2} - a\right)}{\sin \frac{b}{2}}.$$

Câu 15: Cho $\sin(a+b) = 2 \cos(a-b)$. Chứng minh rằng biểu thức $M = \frac{1}{2 - \sin 2a} + \frac{1}{2 - \sin 2b}$ không phụ thuộc vào a, b .

Lời giải:

$$\text{Ta có } M = \frac{4 - (\sin 2a + \sin 2b)}{(2 - \sin 2a)(2 - \sin 2b)} = \frac{4 - (\sin 2a + \sin 2b)}{4 - 2(\sin 2a + \sin 2b) + \sin 2a \sin 2b}$$

$$\text{Ta có } \sin 2a + \sin 2b = 2 \sin(a+b) \cos(a-b)$$

$$\text{Mà } \sin(a+b) = 2 \cos(a-b) \Rightarrow \sin^2(a+b) = 4 \cos^2(a-b)$$

$$\text{nên } \cos 2(a+b) - \cos 2(a-b) = 1 - 2 \sin^2(a+b) - [2 \cos^2(a-b) - 1]$$

$$= 2 - 2[\sin^2(a+b) + \cos^2(a-b)] = 2 - 10 \cos^2(a-b)$$

$$\text{Suy ra } M = \frac{4 - 4 \cos^2(a-b)}{4 - 8 \cos^2(a-b) - \frac{1}{2} \cdot [2 - 10 \cos^2(a-b)]} = \frac{4 - 4 \cos^2(a-b)}{3 - 3 \cos^2(a-b)} = \frac{4}{3}. (\text{đ.p.c.m}).$$

Câu 16: Chứng minh rằng với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì

a) $2 \cot^2 \alpha \geq 1 + \cos 2\alpha;$

b) $\cot \alpha \geq 1 + \cot 2\alpha.$

Lời giải:

a) Bất đẳng thức tương đương với

$$2 \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right) \geq 2 \cos^2 \alpha \Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \geq 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \sin^2 \alpha \geq 2 \Leftrightarrow \sin^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin^2 \alpha - 1)^2 \geq 0 \text{ (đúng) (đ.p.c.m).}$$

Cách khác: Áp dụng BĐT Cauchy: $\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \sin^2 \alpha \geq 2\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin^2 \alpha} = 2$.

b) Bất đẳng thức tương đương với

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \geq \frac{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \Leftrightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \geq \frac{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} \quad (*)$$

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha > 0 \end{cases}$ nên $(*) \Leftrightarrow 2 \cos^2 \alpha \geq \sin 2\alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$\Leftrightarrow 1 \geq \sin 2\alpha$ (đúng) (đ.p.c.m)

Câu 17: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng: $\left(\sin \alpha + \frac{1}{2 \cos \alpha}\right) \left(\cos \alpha + \frac{1}{2 \sin \alpha}\right) \geq 2$.

Lời giải:

Ta có $\left(\sin \alpha + \frac{1}{2 \cos \alpha}\right) \left(\cos \alpha + \frac{1}{2 \sin \alpha}\right) = \sin \alpha \cos \alpha + \frac{1}{4 \sin \alpha \cos \alpha} + 1$

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha \cos \alpha > 0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có:

$$\sin \alpha \cos \alpha + \frac{1}{4 \sin \alpha \cos \alpha} \geq 2\sqrt{\sin \alpha \cos \alpha \cdot \frac{1}{4 \sin \alpha \cos \alpha}} = 1$$

Suy ra $\left(\sin \alpha + \frac{1}{2 \cos \alpha}\right) \left(\cos \alpha + \frac{1}{2 \sin \alpha}\right) \geq 2$ (đ.p.c.m)

Câu 18: Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức sau:

a) $A = \sin x + \cos x$;

b) $B = \sin^4 x + \cos^4 x$.

Lời giải:

a) Ta có $A^2 = (\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 + \sin 2x$

Vì $\sin 2x \leq 1$ nên $A^2 = 1 + \sin 2x \leq 1 + 1 = 2$ suy ra $-\sqrt{2} \leq A \leq \sqrt{2}$.

Khi $x = \frac{\pi}{4}$ thì $A = \sqrt{2}$, $x = -\frac{3\pi}{4}$ thì $A = -\sqrt{2}$

Do đó $\max A = \sqrt{2}$ và $\min A = -\sqrt{2}$.

b) Ta có $B = \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{1 - 2 \cos 2x + \cos^2 2x}{4} + \frac{1 + 2 \cos 2x + \cos^2 2x}{4}$
 $= \frac{2 + 2 \cos^2 2x}{4} = \frac{2 + 1 + \cos 4x}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 4x$

Vì $-1 \leq \cos 4x \leq 1$ nên $\frac{1}{2} \leq \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \cos 4x \leq 1$ suy ra $\frac{1}{2} \leq B \leq 1$.

Vậy $\max B = 1$ khi $\cos 4x = 1$ và $\min B = \frac{1}{2}$ khi $\cos 4x = -1$.

Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức $A = 2 - 2 \sin x - \cos 2x$

Lời giải:

Ta có $A = 2 - 2 \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = 2 \sin^2 x - 2 \sin x + 1$

Đặt $t = \sin x, \forall x \in \mathbb{R} \longrightarrow |t| \leq 1$

Khi đó biểu thức trở thành: $A = 2t^2 - 2t + 1$

Xét hàm số $y = 2t^2 - 2t + 1$ với $|t| \leq 1$.

Bảng biến thiên:

t	-1	$\frac{1}{2}$	1
y	5	$\frac{1}{2}$	1

Từ bảng biến thiên suy ra $\max A = 5$ khi $t = -1$ hay $\sin x = 1$.

$\min A = \frac{1}{2}$ khi $t = \frac{1}{2}$ hay $\sin x = \frac{1}{2}$.

Câu 20: Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có:

- $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$;
- $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2(1 + \cos A \cos B \cos C)$;
- $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$.

Lời giải:

$$a) VT = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2}$$

$$\text{Mặt khác trong tam giác } ABC \text{ ta có } A+B+C = \pi \Rightarrow \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$$

$$\text{Suy ra } \sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}, \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } VT &= 2 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{C}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right) \\ &= 4 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} = VP \Rightarrow \text{ĐPCM.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) VT &= \frac{1 - \cos 2A}{2} + \frac{1 - \cos 2B}{2} + 1 - \cos^2 C = 2 - \frac{\cos 2A + \cos 2B}{2} - \cos^2 C \\ &= 2 - \cos(A+B) \cos(A-B) - \cos^2 C \end{aligned}$$

$$\text{Vì } A+B+C = \pi \Rightarrow \cos(A+B) = -\cos C$$

$$\text{nên } VT = 2 + \cos C \cos(A-B) + \cos C \cos(A+B)$$

$$= 2 + \cos C [\cos(A-B) + \cos(A+B)]$$

$$= 2 + \cos C \cdot 2 \cos A \cos B = 2(1 + \cos A \cos B \cos C) = VP \Rightarrow \text{đ.p.c.m.}$$

$$c) VT = 2 \sin(A+B) \cos(A-B) + 2 \sin C \cos C$$

$$\text{Vì } A+B+C = \pi \Rightarrow \cos C = -\cos(A+B), \sin(A+B) = \sin C \text{ nên}$$

$$VT = 2 \sin C \cos(A-B) - 2 \sin C \cos(A+B) = 2 \sin C [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$= 2 \sin C \cdot [-2 \sin A \sin(-B)] = 4 \sin A \sin B \sin C = VP \Rightarrow \text{đ.p.c.m.}$$

Câu 21: Chứng minh trong mọi tam giác ABC không vuông, ta đều có:

- $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$;
- $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1$.

Lời giải:

a) Đẳng thức tương đương với $\tan A + \tan B = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C - \tan C$
 $\Leftrightarrow \tan A + \tan B = \tan C(\tan A \tan B - 1)$ (*)

Do tam giác ABC không vuông nên $A + B \neq \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \tan A \tan B - 1 = \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B} - 1 = \frac{\sin A \sin B - \cos A \cos B}{\cos A \cos B} = -\frac{\cos(A+B)}{\cos A \cos B} \neq 0$$

$$\text{Suy ra (*)} \Leftrightarrow \frac{\tan A + \tan B}{\tan A \tan B - 1} = \tan C \Leftrightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\tan C$$

$$\Leftrightarrow \tan(A+B) = -\tan C.$$

Đẳng thức cuối đúng vì $A + B + C = \pi \Rightarrow$ đ.p.c.m.

b) Vì $A + B + C = \pi \Rightarrow \cot(A+B) = -\cot C$

Theo công thức cộng ta có:

$$\cot(A+B) = \frac{1}{\tan(A+B)} = \frac{1 - \tan A \tan B}{\tan A + \tan B} = \frac{1 - \frac{1}{\cot A \cot B}}{\frac{1}{\cot A} + \frac{1}{\cot B}} = \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot A + \cot B}$$

$$\text{Suy ra } \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot A + \cot B} = -\cot C \Rightarrow \cot A \cot B - 1 = -\cot C(\cot A + \cot B)$$

Hay $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1$. đ.p.c.m.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 22: Với a, b là các góc bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

D. $2 \cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$.

Câu 23: Cho góc x bất kì, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.

B. $\sin 2x = \sin x \cos x$.

C. $\sin 2x = 2 \cos x$.

D. $\sin 2x = 2 \sin x$.

Câu 24: Cho góc a bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

B. $\sin^2 3a + \cos^2 3a = 3$.

C. $\sin 4a = 2 \sin 2a \cos 2a$.

D. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Lời giải:

Đáp án **A, C** là công thức nhân đôi \Rightarrow đúng.

Đáp án **D** là công thức cộng \Rightarrow đúng.

Đáp án **B** sai vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \forall \alpha \Rightarrow \sin^2 3a + \cos^2 3a = 1$.

Câu 25: Cho góc a bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

C. $\cos 2a = 1 - 2 \cos^2 a$.

D. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

Câu 26: Cho góc a bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\cos 2a = 2 \cos a - 1$.

B. $2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$.

C. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

D. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$.

Lời giải:

Ta có: $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$ nên **A** sai.

Và: $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a \Leftrightarrow 2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$ nên B đúng.

Câu 27: Cho góc a bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

B. $\cos 2a = 2\sin a \cos a$

C. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$.

Câu 28: Cho góc a bất kì, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

B. $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$.

C. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.

D. $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$.

Câu 29: Với a, b là các góc bất kì, đẳng thức nào sau đây sai? (giả sử các biểu thức lượng giác đều có nghĩa)

A. $\tan(a - \pi) = \tan a$.

B. $\sin a + \sin b = 2\sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a = \tan a \cos a$.

D. $\cos(a - b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$.

Lời giải:

$$\sin a + \sin b = 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

Vậy chọn B.

Câu 30: Với a, b là các góc bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) - \cos(a + b)]$.

B. $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) + \cos(a + b)]$.

C. $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a + b) - \cos(a - b)]$.

D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a - b) + \sin(a + b)]$.

Lời giải:

Áp dụng công thức biến đổi tích thành tổng thì $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) + \cos(a + b)]$.

Câu 31: Với a, b là các góc bất kì, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\sin(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.

B. $\sin(a + b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

C. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

D. $\sin(a + b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$.

Lời giải:

Theo công thức cộng ta có $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 32: Cho góc a bất kì, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\sin a - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos a$.

B. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos a - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a$.

C. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a + \frac{1}{2}$.

D. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a - \frac{1}{2}\cos a$.

Lời giải:

Ta có: $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin a \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}\cos a - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a$.

Câu 33: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{3}{4} - \frac{\cos 4\alpha}{4}$.

B. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{3}{4} + \frac{\cos 4\alpha}{4}$.

C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{3}{4} + \frac{\cos 4\alpha}{2}$

D. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{3}{2} - \frac{\cos 4\alpha}{4}$

Lời giải:

Ta có: $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4\alpha}{2} = \frac{3}{4} + \frac{\cos 4\alpha}{4}$.

Câu 34: Cho góc x bất kì, đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$.

B. $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{5}{8} + \frac{3}{4} \cos 4x$.

C. $\sin^4 x - \cos^4 x = -\cos 2x$.

D. $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cos 4x$.

Lời giải:

Ta có: $\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{\sin^2 2x}{2} = 1 - \frac{1 - \cos 4x}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$.

Câu 35: Tính giá trị của biểu thức $P = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$, biết $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. 1.

C. $\frac{9}{7}$.

D. $\frac{7}{9}$.

Lời giải:

Ta có: $P = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$.

Câu 36: Biểu thức $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right)$ được viết lại thành

A. $\sin a + \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin a + \frac{1}{2} \cos a$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin a - \frac{1}{2} \cos a$.

D. $\frac{1}{2} \sin a - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a$.

Lời giải:

Ta có $\sin\left(a + \frac{\pi}{6}\right) = \sin a \cos \frac{\pi}{6} + \cos a \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a + \frac{1}{2} \cos a$.

Câu 37: Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$.

B. $\frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$.

C. $\frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$.

D. $\frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\sin a \cos b - \cos a \sin b} \xrightarrow{(*)} \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$

Lưu ý: Bước (*), chia cả tử và mẫu cho $\cos a \cos b$

Câu 38: Giá trị biểu thức $\frac{\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}}$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

$$\frac{\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}} = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{10} \right)}{\cos \left(\frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{5} \right)} = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{6} \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{3} \right)} = 1.$$

Câu 39: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính $\cos 2\alpha$.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$. **D. $-\frac{1}{8}$.**

Lời giải:

Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{9}{16} = -\frac{1}{8}$.

Câu 40: Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\sin 2\alpha$.

- A. $\frac{7}{9}$. **B. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$.** C. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\sin \alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Theo giả thiết: $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Vậy $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{9}$.

Câu 41: Cho $\cos x = -\frac{3}{5}$. Tính $\cos 2x$.

- A. $-\frac{7}{25}$.** B. $-\frac{3}{10}$. C. $-\frac{8}{9}$. D. $\frac{7}{25}$.

Lời giải:

Ta có $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{25}$.

Câu 42: Tính giá trị biểu thức $P = (1 - 3\cos 2\alpha)(2 + 3\cos 2\alpha)$, biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

- A. $\frac{49}{27}$. B. $\frac{50}{27}$. C. $\frac{48}{27}$. **D. $\frac{42}{27}$.**

Lời giải:

Ta có: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2(\alpha) = 1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

Khi đó: $P = (1 - 3\cos 2\alpha)(2 + 3\cos 2\alpha) = \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{9}\right) \left(2 + 3 \cdot \frac{1}{9}\right) = \frac{14}{9} = \frac{14 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{42}{27}$.

Câu 43: Cho biết $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$. Tính $\sin 2x$.

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -1 .

Lời giải:

$$\sin x + \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{3}{4}.$$

Câu 44: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1$. Tính giá trị $\sin 2\alpha$.

A. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

B. $\frac{24}{25}$.

C. $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

D. $-\frac{24}{25}$.

Lời giải:

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

Từ giả thiết ta có: $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1 \Leftrightarrow \sin \alpha = -2 \cos \alpha - 1$ (1).

Mặt khác: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \forall \alpha$ (2).

Thế (1) vào (2), ta được: $(-2 \cos \alpha - 1)^2 + \cos^2 \alpha = 1$

$$\Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha + 4 \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0 (\text{loại}) \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}.$$

Với $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ta có $\sin \alpha = -2 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) - 1 = \frac{3}{5}$.

Vậy $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$.

Câu 45: Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $P = \frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

A. $P = -\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $P = \frac{3}{2}$.

C. $P = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

D. $P = -\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Ta có $P = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin \alpha + \cos \alpha} = 2 \cos \alpha$.

Từ hệ thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, suy ra $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên ta chọn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \rightarrow P = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 46: Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1 .

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\alpha - \tan\frac{\pi}{4}}{1 + \tan\alpha \tan\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{3}.$$

Câu 47: Cho α và β là hai góc nhọn mà $\tan\alpha = \frac{1}{7}$ và $\tan\beta = \frac{3}{4}$. Góc $\alpha + \beta$ có giá trị bằng

- A. $\frac{\pi}{6}$. **B. $\frac{\pi}{4}$.** C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 48: Nếu $\tan\alpha + \cot\alpha = 2$, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $\frac{\pi}{2}$. **B. 1.** C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \tan\alpha + \cot\alpha = 2 &\Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} = 2 \Leftrightarrow 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 1 \Leftrightarrow \sin 2\alpha = 1. \end{aligned}$$

Câu 49: Biết $\sin a = -\frac{4}{5}$, $\cos b = \frac{3}{5}$ $\left(\pi < a < \frac{3\pi}{2}, 0 < b < \frac{\pi}{2}\right)$, tính $\cos(a - b)$.

- A. $\frac{7}{25}$. B. 0. **C. -1.** D. $-\frac{33}{65}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5} \text{ do } \pi < a < \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{và } \sin b = \sqrt{1 - \cos^2 b} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \text{ do } 0 < b < \frac{\pi}{2}.$$

$$\Rightarrow \cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b = -\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{4}{5} = -1.$$

Câu 50: Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos\beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

- A. $\frac{16}{65}$. B. $-\frac{18}{65}$. C. $\frac{18}{65}$. **D. $-\frac{16}{65}$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{12}{13} \text{ (Do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi)$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \sin^2 \beta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin \beta = \frac{4}{5} \quad (\text{Do } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$$

$$\text{Suy ra: } \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} = -\frac{16}{65}.$$

Câu 51: Giá trị của $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng bao nhiêu khi $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$)?

- A. $\frac{48+25\sqrt{3}}{11}$. B. $\frac{8-5\sqrt{3}}{11}$. C. $\frac{8-\sqrt{3}}{11}$. **D. $\frac{48-25\sqrt{3}}{11}$.**

Lời giải:

$$\text{Mà } \sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \cos \alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Suy ra: } \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \alpha + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \alpha} = \frac{-\frac{3}{4} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{-3 + 4\sqrt{3}}{4 + 3\sqrt{3}} = \frac{48 - 25\sqrt{3}}{11}.$$

Câu 52: Rút gọn biểu thức $M = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ ta được

- A. $M = \sqrt{3} \sin x$. B. $M = -\sqrt{3} \cos x$. C. $M = -\sqrt{3} \sin x$. **D. $M = \sqrt{3} \cos x$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } M = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = 2 \sin \frac{\pi}{3} \cos x = \sqrt{3} \cos x.$$

Câu 53: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\frac{1}{3}$.** B. $-\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = \frac{1}{3}.$$

Câu 54: Cho $\sin a = \frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính $\tan\left(\frac{\pi}{6} - a\right)$.

- A. $\frac{-48+25\sqrt{3}}{11}$. B. $\frac{-48+25\sqrt{3}}{39}$. **C. $\frac{48+25\sqrt{3}}{11}$.** D. $\frac{48+25\sqrt{3}}{39}$.

Lời giải:

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < a < \pi \text{ nên } \cos a < 0.$$

$$\text{Kết hợp từ } \sin^2 a + \cos^2 a = 1 \text{ suy ra } \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\frac{3}{5}.$$

Ta có $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = -\frac{4}{3}$.

Vậy $\tan\left(\frac{\pi}{6} - a\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{6} - \tan a}{1 + \tan\frac{\pi}{6} \tan a} = \frac{48 + 25\sqrt{3}}{11}$.

Câu 55: Cho biết $\tan x = \frac{5}{7}$. Tính giá trị của biểu thức $P = 5 \sin 2x + 7 \cos 2x$.

A. $P = 13$.

B. $P = 7$.

C. $P = 2$.

D. $P = 9$.

Lời giải:

$$P = 5 \sin 2x + 7 \cos 2x = 10 \sin x \cos x + 14 \cos^2 x - 7 = \cos^2 x \left(10 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} + 14 \right) - 7$$

$$= \left(\frac{1}{1 + \tan^2 x} \right) (10 \tan x + 14) - 7 = \left(\frac{1}{1 + \frac{25}{49}} \right) \left(10 \cdot \frac{5}{7} + 14 \right) - 7 = 7$$

Câu 56: Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Tính $P = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ theo m .

A. $\frac{m}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{m}{2}$.

C. $2m$.

D. $m\sqrt{2}$.

Lời giải:

Ta có $P = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \alpha + \cos \alpha) = \frac{m}{\sqrt{2}}$.

Câu 57: Biết $\sin a = \frac{5}{13}$, $\cos b = -\frac{3}{5}$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < b < \pi$. Tính $\cos(a+b)$.

A. $-\frac{63}{65}$.

B. $\frac{21}{65}$.

C. $-\frac{16}{65}$.

D. $-\frac{56}{65}$.

Lời giải:

Ta có: $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} \rightarrow \cos a = \pm \frac{12}{13}$.

Vì $0 < a < \frac{\pi}{2}$ nên suy ra $\cos a > 0$, ta chọn $\cos a = \frac{12}{13}$.

Ta có: $\sin^2 b = 1 - \cos^2 b = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \rightarrow \sin b = \pm \frac{4}{5}$.

Vì $\frac{\pi}{2} < b < \pi$ nên suy ra $\sin b > 0$, ta chọn $\sin b = \frac{4}{5}$.

$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b = \frac{12}{13} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{56}{65}$.

Câu 58: Cho các góc α, β thỏa $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

A. $\frac{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{9}$.

B. $\frac{\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}{9}$.

C. $\frac{2\sqrt{10} - 2}{9}$.

D. $-\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$.

Lời giải:

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi$ nên suy ra $\begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}$

Ta có: $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\sin \beta = -\sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Suy ra $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$.

Câu 59: Cho $\tan(2a + b + 1) = 2$; $\tan(b - 3a + 2024) = 10$. Giá trị của $\tan(2023 - 5a)$ bằng:

A. $-\frac{8}{21}$.

B. $\frac{7}{15}$.

C. $\frac{8}{21}$.

D. $-\frac{7}{15}$.

Lời giải:

Ta có: $\tan(2023 - 5a) = \tan[(b - 3a + 2024) - (2a + b + 1)]$
 $= \frac{\tan(b - 3a + 2024) - \tan(2a + b + 1)}{1 + \tan(b - 3a + 2024)\tan(2a + b + 1)} = \frac{8}{21}$.

Câu 60: Cho $\triangle ABC$ nếu có quan hệ $\sin A(\cos B + \cos C) = \sin B + \sin C$ thì đó là tam giác gì?

A. Tam giác đều.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác vuông cân.

D. Tam giác vuông.

Lời giải:

Ta có: $\sin A(\cos B + \cos C) = \sin B + \sin C \Leftrightarrow \sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$

$$\Leftrightarrow \sin A = \frac{2\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}{2\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}; \quad \left(\begin{array}{l} \cos\left(\frac{B+C}{2}\right) \neq 0 \\ \cos\left(\frac{B-C}{2}\right) \neq 0 \end{array} \right)$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2} = \frac{\cos\frac{A}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \Leftrightarrow \sin^2\frac{A}{2} = \frac{1}{2}; \quad \left(\cos\frac{A}{2} \neq 0 \right)$$

$$\Leftrightarrow \sin\frac{A}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0 \Rightarrow A = \frac{\pi}{2}.$$

Câu 61: Rút gọn biểu thức $M = \cos(115^\circ) \cdot \cos(-365^\circ) + \sin(115^\circ) \cdot \sin(-365^\circ)$.

A. $M = \cos(-245^\circ)$.

B. $M = \sin(480^\circ)$.

C. $M = \sin(-245^\circ)$.

D. $M = \cos(480^\circ)$.

Lời giải:

Ta có công thức: $\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

$\Rightarrow M = \cos(115^\circ) \cdot \cos(-365^\circ) + \sin(115^\circ) \cdot \sin(-365^\circ) = \cos[115^\circ - (-365^\circ)] = \cos(480^\circ)$.

Câu 62: Rút gọn biểu thức $A = \sin(x - y)\cos y + \cos(x - y)\sin y$.

A. $A = \cos x$.

B. $A = \sin x$.

C. $A = \sin x \cdot \cos 2y$.

D. $A = \cos x \cdot \cos 2y$.

Lời giải:

Ta có $A = (\sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y)\cos y + (\cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y)\sin y$

$$= \sin x \cdot \cos^2 y - \cos x \cdot \sin y \cdot \cos y + \cos x \cdot \cos y \cdot \sin y + \sin x \cdot \sin^2 y = \sin x \cdot (\cos^2 y + \sin^2 y) = \sin x$$

Vậy $A = \sin x$.

Câu 63: Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D. $-\frac{3}{4}$.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2\sin x \cos x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{3}{4}.$$

Câu 64: Chọn đẳng thức đúng.

- A.** $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \sin a}{2}$. B. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \sin a}{2}$.
- C. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos a}{2}$. D. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos a}{2}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right)}{2} = \frac{1 + \sin(-a)}{2} = \frac{1 - \sin a}{2}.$$

Câu 65: Biểu thức $2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ bằng

- A. $\sin 2\alpha$. **B. $\cos 2\alpha$.** C. $\sin \alpha$. D. $\cos \alpha$.

Lời giải:

$$2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} \left[\cos 2\alpha - \cos \frac{\pi}{2} \right] = \cos 2\alpha.$$

Câu 66: Biểu thức $4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ bằng

- A. $-3 + 4\sin^2 \alpha$. B. $4 + 3\sin^2 \alpha$. **C. $3 - 4\sin^2 \alpha$.** D. $\sin^2 \alpha$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = 4\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{2} \left[\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha + \frac{\pi}{6} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha - \frac{\pi}{6} + \alpha\right) \right]$$

$$= 2 \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) + \sin \frac{\pi}{6} \right] = 2 \left[\cos 2\alpha + \frac{1}{2} \right] = 3 - 4\sin^2 \alpha.$$

Câu 67: Cho $\cos 2\alpha = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $A = 2\sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha$.

- A.** $A = 3 + m$. B. $A = 4 + 2m$. C. $A = 4 + m$. D. $A = 3 - m$.

Lời giải:

- A. $S = 1$. B. $S = -1$. C. $S = 4$. **D. $S = 0$.**

Lời giải:

$$\begin{aligned} \sin^4 x &= (\sin^2 x)^2 = \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x) \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 + \cos 4x}{2} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{8}\cos 4x \end{aligned}$$

Suy ra $a = \frac{3}{8}, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{8}$. Vậy $S = a + b + c = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 0$.

Câu 74: Cho góc α thỏa mãn $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ mà $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Tính $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$

- A. $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{5}}{5}$. **D. $\frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{5}}{10}$.**

Lời giải:

Biến đổi: $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha$ (1)

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} & (\text{loại}) \\ \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5} & (\text{nhận do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi) \end{cases}$

Thay vào (1) ta được: $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = \frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{5}}{10}$.

Câu 75: Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = \frac{1}{4}$. Tính $\cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta)$.

- A. $\frac{25}{144}$. B. $\frac{-19}{144}$. C. $\frac{5}{144}$. **D. $\frac{-119}{144}$.**

Lời giải:

Ta có: $\cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}(\cos 2\alpha + \cos 2\beta) = \frac{1}{2}(2\cos^2 \alpha - 1 + 2\cos^2 \beta - 1)$
 $= \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 1 = \frac{-119}{144}$.

Câu 76: Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta được kết quả nào sau đây ?

- A. $A = \sin x - \cos x$. B. $A = \cos x + \sin x$. C. $A = -\sin x - \cos x$. **D. $A = \cos x - \sin x$.**

Lời giải:

$$A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x.$$

Câu 77: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 3x}{2\cos x}$.

- A. $A = \sin 4x$. B. $A = \sin x$. **C. $A = \sin 2x$.** D. $A = \cos 2x$.

Lời giải:

$$A = \frac{\sin x + \sin 3x}{2\cos x} = \frac{\sin 3x + \sin x}{2\cos x} = \frac{2\sin 2x \cos x}{2\cos x} = \sin 2x.$$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } M &= \frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \frac{(\sin \alpha + \sin 3\alpha) + \sin 2\alpha}{(\cos \alpha + \cos 3\alpha) + \cos 2\alpha} \\ &= \frac{2 \sin 2\alpha \cos \alpha + \sin 2\alpha}{2 \cos 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha(2 \cos \alpha + 1)}{\cos 2\alpha(2 \cos \alpha + 1)} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \tan 2\alpha. \end{aligned}$$

Câu 85: Biểu thức $\frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng

- A. $\cos 2\alpha$. B. $\cot 2\alpha$. **C. $\tan 2\alpha$.** D. $\sin 2\alpha$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha} = \frac{1 + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha - 1 + 2 \sin^2 2\alpha}{1 + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha + 2 \cos^2 2\alpha - 1} = \frac{2 \sin 2\alpha (\cos 2\alpha + \sin 2\alpha)}{2 \cos 2\alpha (\sin 2\alpha + \cos 2\alpha)} = \tan 2\alpha.$$

Câu 86: Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sin 2x - \sin x}{1 - \cos x + \cos 2x}$ (với điều kiện biểu thức có nghĩa) ta được kết quả

- A. $P = \cot x$. **B. $P = \tan x$.** C. $P = \cos x$. D. $P = \sin x$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } P = \frac{2 \sin x \cos x - \sin x}{2 \cos^2 x - \cos x} = \frac{\sin x(2 \cos x - 1)}{\cos x(2 \cos x - 1)} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x.$$

Câu 87: Biểu thức thu gọn của biểu thức $B = \left(\frac{1}{\cos 2x} + 1\right) \cdot \tan x$ là

- A. $\tan 2x$.** B. $\cot 2x$. C. $\cos 2x$. D. $\sin x$.

Lời giải:

$$B = \left(\frac{1}{\cos 2x} + 1\right) \cdot \tan x = \frac{1 + \cos 2x}{\cos 2x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2 \cos^2 x}{\cos 2x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2 \cos x \cdot \sin x}{\cos 2x} = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \tan 2x.$$

Câu 88: Rút gọn biểu thức $\frac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1}$ bằng

- A. $-2 \cos \alpha$. B. $\cos \alpha$. **C. $2 \cos \alpha$.** D. $2 \sin \alpha$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1} &= \frac{2 \cos^2 \alpha + 2 \cdot \cos 2\alpha \cdot \cos \alpha}{\cos 2\alpha + \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha (\cos \alpha + \cos 2\alpha)}{\cos 2\alpha + \cos \alpha} \\ &= 2 \cos \alpha. \end{aligned}$$

Câu 89: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 2a + \sin 5a - \sin 3a}{1 + \cos a - 2 \sin^2 2a}$.

- A. $\cos a$. B. $\sin a$. C. $2 \cos a$. **D. $2 \sin a$.**

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{\sin 2a + (\sin 5a - \sin 3a)}{\cos a + (1 - 2 \sin^2 2a)} = \frac{2 \sin a \cos a + 2 \cos 4a \sin a}{\cos a + \cos 4a} = \frac{2 \sin a (\cos a + \cos 4a)}{\cos a + \cos 4a} \\ &= 2 \sin a. \end{aligned}$$

Câu 90: Với điều kiện xác định, hãy rút gọn biểu thức $A = \frac{(\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2}{\cot x - \tan x}$.

A. $A = \frac{2}{\cot 2x}$. B. $A = 4$. C. $A = \frac{4}{\cot 2x}$. D. $A = \frac{8}{\cot 2x}$.

Lời giải:

Ta có: $A = \frac{(\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2}{\cot x - \tan x}$
 $= \frac{\tan^2 x + 2 \tan x \cot x + \cot^2 x - \tan^2 x + 2 \tan x \cot x - \cot^2 x}{\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{4}{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x}} = \frac{4}{2 \cot 2x} = \frac{2}{\cot 2x}$.

Câu 91: Cho góc nhọn α thỏa mãn $\cos \alpha = 2 \sin \alpha$, khẳng định nào sau đây sai?

A. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. B. $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\cot \alpha = 2$. D. $\sin 2\alpha = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải:

Với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha > 0 \end{cases}$. Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow (2 \sin \alpha)^2 + \sin^2 \alpha = 1$
 $\Leftrightarrow 5 \sin^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{4}{5} \\ \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{cases} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{5}$. Vậy D sai.

Câu 92: Nếu α, β, γ là ba góc nhọn và thỏa mãn $\tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma$ thì

A. $\alpha + \beta + \gamma = 45^\circ$. B. $\alpha + \beta + \gamma = 60^\circ$.
 C. $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$. D. $\alpha + \beta + \gamma = 120^\circ$.

Lời giải:

$\tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos \gamma$.
 $\Rightarrow \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos \gamma - \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = 0 \Rightarrow \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 0$.
 $\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$ (do α, β, γ nhọn).

Câu 93: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \sin \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$.

A. 2. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

Lời giải:

Ta có: $M = \sin \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \cos \frac{\pi}{3} = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$
 $\Rightarrow -1 \leq M \leq 1$, vậy $M_{\max} = 1$.

Câu 94: Giá trị lớn nhất của biểu thức $\sin^4 x + \cos^7 x$ là

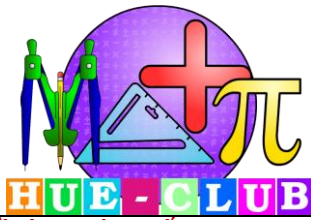
A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} \sin^4 x \leq \sin^2 x \\ \cos^7 x \leq \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow \sin^4 x + \cos^7 x \leq \sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

$$\max_{(0;1)} f(t) = \frac{7\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = \frac{7\sqrt{3}}{3}, \text{ dấu bằng xảy ra khi: } \begin{cases} \cos \frac{A-B}{2} = 1 \\ \sin \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ \sin \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6} \end{cases}.$$



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Với x là góc bất kì và các biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào dưới đây đúng?
A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. **B.** $\sin 2x = \sin x \cos x$. **C.** $\sin 2x = 2 \cos x$. **D.** $\sin 2x = 2 \sin x$.
- Câu 2:** Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính $\sin 2\alpha$.
A. $\frac{2\sqrt{5}}{9}$. **B.** $-\frac{2\sqrt{5}}{9}$. **C.** $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$. **D.** $\frac{4\sqrt{5}}{9}$.
- Câu 3:** Với a, b là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \sin b + \sin a \cdot \sin b$. **B.** $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.
C. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$. **D.** $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.
- Câu 4:** Tính giá trị biểu thức $P = (1 - 3 \cos 2\alpha)(2 + 3 \cos 2\alpha)$ biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.
A. $\frac{49}{27}$. **B.** $\frac{50}{27}$. **C.** $\frac{48}{27}$. **D.** $\frac{42}{27}$.
- Câu 5:** Với a, b là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây **sai**?
A. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. **B.** $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$ **D.** $\sin 4a = 4 \sin a \cdot \cos a$.
- Câu 6:** Biểu thức $\tan\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$ được viết lại thành
A. $\frac{1 + \tan a}{1 - \tan a}$. **B.** $\frac{1 - \tan a}{1 + \tan a}$. **C.** $\frac{\tan a}{1 - \tan a}$. **D.** $\frac{\tan a}{1 + \tan a}$.
- Câu 7:** Cho hai góc lượng giác a, b ($0 < a; b < \frac{\pi}{2}$) thỏa mãn $\tan a = \frac{1}{7}; \tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.
A. $\frac{5\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $-\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.
- Câu 8:** Rút gọn biểu thức $M = \frac{\sin x + \sin 3x}{2 \cos x}$ (với giả thiết biểu thức có nghĩa).
A. $M = \sin 4x$. **B.** $M = \sin x$. **C.** $M = \sin 2x$. **D.** $M = \cos 2x$.
- Câu 9:** Cho $\cos 2\alpha = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $A = 2 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha$.

- A. $A = 3 + m$. B. $A = 4 + 2m$. C. $A = 4 + m$. D. $A = 3 - m$.

Câu 10: Với a, b là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$. B. $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.
 C. $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \sin(a+b)]$. D. $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Câu 11: Với a, b là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.
 C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. D. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

Câu 12: Cho A, B, C là ba là các góc nhọn thỏa mãn $\tan A = \frac{1}{2}$; $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A+B+C$ bằng

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Với x là góc bất kì và biểu thức có nghĩa, các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.		
b)	$\cos 2x = 2 \sin^2 x - 1$.		
c)	$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$.		
d)	$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin 2x}$.		

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.		
b)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$.		
c)	$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.		
d)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$.		

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.		
b)	$\sin 3x \cos x = \frac{1}{2} (\sin 4x - \sin 2x)$.		
c)	$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.		
d)	$\cos 3x \cos x = \frac{1}{2} (\cos 4x + \cos 2x)$.		

Câu 4: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$ và $\cos b = \frac{-2}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < b < \pi$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.		
b)	$\sin b = \frac{\sqrt{21}}{5}$.		
c)	$\sin(a+b) = \frac{a+b\sqrt{42}}{15}; a; b \in \mathbb{Z}$ và $a+b=0$.		
d)	$\cos(a-b) = \frac{m\sqrt{21}+n\sqrt{2}}{15}; m; n \in \mathbb{Z}$ và $m+n=1$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin 2x$ (quy tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Biết $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$ và $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{a}$. Tính a .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Biết

$\sin(\alpha + \beta) = \frac{-a - b\sqrt{10}}{9}; (a; b \in \mathbb{N})$. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Biết rằng $\cos x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = k \cos 3x$, tính k (dạng thập phân).

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

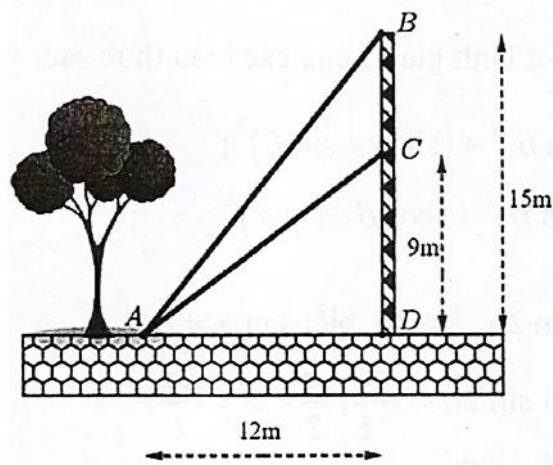
Câu 5: Biết với mọi x thì $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \cos 4x; (a; b \in \mathbb{Q})$. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Câu 6: Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$.



Gọi góc nhọn $\alpha = BAC$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó và $\tan \alpha = \frac{m}{n}; m; n \in \mathbb{N}; \frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$.

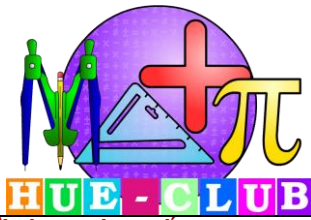
Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h00' Ngày 30 tháng 6 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với x là góc bất kì và các biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào dưới đây đúng?
A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. **B.** $\sin 2x = \sin x \cos x$. **C.** $\sin 2x = 2 \cos x$. **D.** $\sin 2x = 2 \sin x$.

Câu 2: Cho góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính $\sin 2\alpha$.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{9}$. **B.** $\frac{-2\sqrt{5}}{9}$. **C.** $\frac{-4\sqrt{5}}{9}$. **D.** $\frac{4\sqrt{5}}{9}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \sin \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$

Do $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha < 0 \rightarrow$ chọn $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$.

$$\text{Vậy } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{-4\sqrt{5}}{9}.$$

Câu 3: Với a, b là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \sin b + \sin a \cdot \sin b$. **B.** $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.
C. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$. **D.** $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

Lời giải:

Theo công thức cộng ta có: $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.

Câu 4: Tính giá trị biểu thức $P = (1 - 3 \cos 2\alpha)(2 + 3 \cos 2\alpha)$ biết $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

A. $\frac{49}{27}$. **B.** $\frac{50}{27}$. **C.** $\frac{48}{27}$. **D.** $\frac{42}{27}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2(\alpha) = 1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$\text{Khi đó } P = (1 - 3 \cos 2\alpha)(2 + 3 \cos 2\alpha) = \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{9}\right) \left(2 + 3 \cdot \frac{1}{9}\right) = \frac{14}{9} = \frac{14 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{42}{27}.$$

Câu 5: Với a, b là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.
 C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$ D. $\sin 4a = 4 \sin a \cos a$.

Lời giải:

Ta có $\sin 4a = 2 \sin 2a \cos 2a$. Vậy khẳng định D sai.

Câu 6: Biểu thức $\tan\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$ được viết lại thành

- A. $\frac{1 + \tan a}{1 - \tan a}$. B. $\frac{1 - \tan a}{1 + \tan a}$. C. $\frac{\tan a}{1 - \tan a}$. D. $\frac{\tan a}{1 + \tan a}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \tan\left(a + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan a + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan a \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{1 + \tan a}{1 - \tan a}.$$

Câu 7: Cho hai góc lượng giác a, b ($0 < a; b < \frac{\pi}{2}$) thỏa mãn $\tan a = \frac{1}{7}; \tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

- A. $\frac{5\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $-\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}} = 1. \text{ Do đó: } a+b = \frac{\pi}{4}$$

Câu 8: Rút gọn biểu thức $M = \frac{\sin x + \sin 3x}{2 \cos x}$ (với giả thiết biểu thức có nghĩa).

- A. $M = \sin 4x$. B. $M = \sin x$. C. $M = \sin 2x$. D. $M = \cos 2x$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } M = \frac{\sin x + \sin 3x}{2 \cos x} = \frac{\sin 3x + \sin x}{2 \cos x} = \frac{2 \sin 2x \cos x}{2 \cos x} = \sin 2x.$$

Câu 9: Cho $\cos 2\alpha = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $A = 2 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha$.

- A. $A = 3 + m$. B. $A = 4 + 2m$. C. $A = 4 + m$. D. $A = 3 - m$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = m \\ \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{m+1}{2} \\ \sin^2 \alpha = \frac{1-m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } A = 2 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha = 2 \cdot \frac{1-m}{2} + 4 \cdot \frac{m+1}{2} = 3 + m.$$

Câu 10: Với a, b là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$. B. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.
 C. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \sin(a+b)]$. D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$.

Câu 11: Với a, b là các góc bất kì. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

$$A. \cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}.$$

$$B. \cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}.$$

$$C. \sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}.$$

$$D. \sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}.$$

Lời giải:

$$\text{Ta có } \cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}.$$

Câu 12: Cho A, B, C là ba góc nhọn thỏa mãn $\tan A = \frac{1}{2}$; $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A+B+C$ bằng

A. $\frac{\pi}{5}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{7}{9}.$$

$$\text{Suy ra } \tan(A+B+C) = \tan[(A+B)+C] = \frac{\tan(A+B) + \tan C}{1 - \tan(A+B) \cdot \tan C} = \frac{\frac{7}{9} + \frac{1}{8}}{1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{8}} = 1$$

$$\text{Vậy } A+B+C = \frac{\pi}{4}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Với x là góc bất kì và biểu thức có nghĩa, các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x.$	X	
b)	$\cos 2x = 2 \sin^2 x - 1.$		X
c)	$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}.$	X	
d)	$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin 2x}.$		X

Lời giải:

b) Ta có: $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x.$

d) Ta có: $\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x}.$

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b.$	X	
b)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x.$	X	
c)	$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$	X	
d)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x.$		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

d) Ta có: $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x.$

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)].$	X	
b)	$\sin 3x \cos x = \frac{1}{2} (\sin 4x - \sin 2x).$		X
c)	$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)].$		X
d)	$\cos 3x \cos x = \frac{1}{2} (\cos 4x + \cos 2x).$	X	

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

b) Ta có: $\sin 3x \cos x = \frac{1}{2} (\sin 4x + \sin 2x).$

Câu 4: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$ và $\cos b = \frac{-2}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < b < \pi.$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$	X	
b)	$\sin b = \frac{\sqrt{21}}{5}.$	X	
c)	$\sin(a+b) = \frac{a+b\sqrt{42}}{15}; a; b \in \mathbb{Z} \text{ và } a+b=0.$	X	
d)	$\cos(a-b) = \frac{m\sqrt{21} + n\sqrt{2}}{15}; m; n \in \mathbb{Z} \text{ và } m+n=1.$		X

Lời giải:

Ta có: $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos a = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}.$

Do $0 < a < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos a > 0 \rightarrow$ Chọn $\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$

Ta có: $\sin^2 b = 1 - \cos^2 b = \frac{21}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin b = \frac{\sqrt{21}}{5} \\ \sin b = \frac{-\sqrt{21}}{5} \end{cases}.$

Do $\frac{\pi}{2} < b < \pi$ nên $\sin b > 0 \rightarrow$ Chọn $\sin b = \frac{\sqrt{21}}{5}.$

Lúc đó:

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b = \frac{-2 + 2\sqrt{42}}{15} \longrightarrow a = -2; b = 2.$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b = \frac{\sqrt{21} - 4\sqrt{2}}{15} \longrightarrow m = 1; n = -4.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin 2x$ (quy tròn đến hàng phần trăm).

Kết quả:

0,63

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos x = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do } 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \cos x > 0 \longrightarrow \text{Chọn } \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Ta có: } \sin 2x = 2 \sin x \cos x = \frac{4\sqrt{2}}{9} \approx 0,63.$$

Câu 2: Biết $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$ và $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{a}$. Tính a .

Kết quả:

9

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9} \longrightarrow a = 9.$$

Câu 3: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Biết

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{-a - b\sqrt{10}}{9}; (a; b \in \mathbb{N}). \text{ Tính } a + b.$$

Kết quả:

4

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}; \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}.$$

$$\text{Vậy } \sin(\alpha + \beta) = \frac{-2 - 2\sqrt{10}}{9} \longrightarrow a = 2; b = 2.$$

Câu 4: Biết rằng $\cos x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = k \cos 3x$, tính k (dạng thập phân).

Kết quả:

0,25

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\begin{aligned} \cos x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) &= \frac{1}{2} \cos x \left(\cos \frac{2\pi}{3} + \cos 2x\right) \\ &= \frac{1}{2} \cos x \cos 2x - \frac{1}{4} \cos x = \frac{1}{4} (\cos 3x + \cos x) - \frac{1}{4} \cos x = \frac{1}{4} \cos 3x \longrightarrow k = \frac{1}{4} = 0,25. \end{aligned}$$

Câu 5: Biết với mọi x thì $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \cos 4x$; ($a; b \in \mathbb{Q}$). Tính $a + b$.

Kết quả:

1

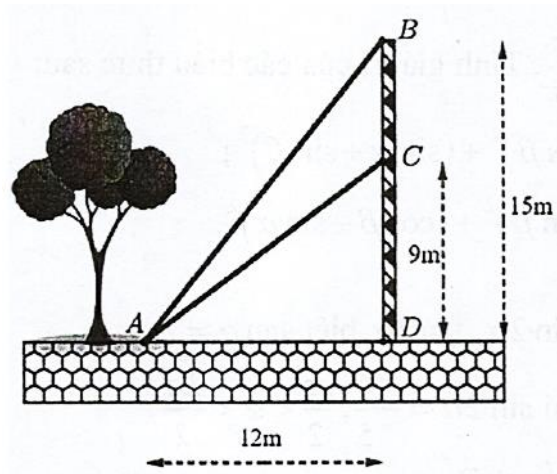
Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin^6 x + \cos^6 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) \\ &= 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = 1 - \frac{3}{8} (1 - \cos 4x) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x \longrightarrow a = \frac{5}{8}; b = \frac{3}{8}. \end{aligned}$$

Câu 6: Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$.



Gọi góc nhọn $\alpha = BAC$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó và $\tan \alpha = \frac{m}{n}; m, n \in \mathbb{N}; \frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Kết quả:

39

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

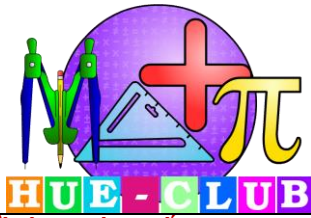
Lời giải:

Ta có:

$$\tan \alpha = \tan(BAD - CAD) = \frac{\tan BAD - \tan CAD}{1 + \tan BAD \tan CAD} = \frac{\frac{15}{12} - \frac{9}{12}}{1 + \frac{15}{12} \cdot \frac{9}{12}} = \frac{8}{31} \rightarrow m = 8; n = 31.$$

HẾT

Huế, 10h00' Ngày 30 tháng 6 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha.$

B. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\sin\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha.$

C. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha.$

D. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha.$

Câu 2: Đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a.$

B. $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a.$

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1.$

D. $\sin 2a = 2\sin a \cos a.$

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$

B. $\tan(a-b) = \tan a \tan b - \cot a \cot b.$

C. $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$

D. $\tan(a+b) = \tan a \cot a + \tan b \cot a.$

Câu 4: Cho $\tan(a+b) = 3$, $\tan(a-b) = 2$. Tính $\tan 2a$.

A. -1.

B. $\frac{1}{2}.$

C. $-\frac{5}{6}.$

D. $\frac{6}{5}.$

Câu 5: Đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}.$

B. $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}.$

C. $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}.$

D. $\cos x - \cos y = 2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}.$

Câu 6: Tính giá trị của biểu thức $A = \tan\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$ biết $\tan x = 3$.

A. 2.

B. $-\frac{1}{2}.$

C. $\frac{1}{2}.$

D. -2.

Câu 7: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sin\alpha + \sqrt{3}\cos\alpha$.

A. 2.

B. $-1 - \sqrt{3}.$

C. -2.

D. 0.

Câu 8: Cho $\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị biểu thức $P = \cos\alpha \cdot \cos 3\alpha$.

- A. $-\frac{9}{25}$. B. $-\frac{4}{25}$. C. $\frac{4}{25}$. D. $\frac{9}{25}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC bất kì thỏa mãn $2 \sin A \cdot \sin B = 1 + \cos C$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tam giác ABC vuông tại C . B. Tam giác ABC vuông tại A .
 C. Tam giác ABC cân tại C . D. Tam giác ABC cân tại A .

Câu 10: Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{3}{5}$, giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

- A. $-\frac{238}{225}$. B. $\frac{238}{225}$. C. $-\frac{56}{225}$. D. $-\frac{112}{225}$.

Câu 11: Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$.

- A. $P = \tan a$. B. $P = \cot a$. C. $P = \cot 3a$. D. $P = \tan 3a$.

Câu 12: Cho biết $\sin^4 x = a + b \cdot \cos 2x + c \cos 4x$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = -1$. C. $S = 4$. D. $S = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$.		
b)	$\sin^2 2x = \frac{1 - \cos^2 4x}{2}$.		
c)	$\cos^2 4x = \frac{1 + \cos 8x}{4}$.		
d)	$\tan 4x = \frac{2 \tan 2x}{1 - \tan^2 2x}$.		

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x$.		
b)	$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.		
c)	$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.		
d)	$\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.		

Câu 3: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.		
b)	$\sin 2x = \frac{-4\sqrt{2}}{9}$.		
c)	$\cos 2x = \frac{7}{9}$.		

d)	$\tan 2x = \frac{a\sqrt{2}}{b}; a; b \in \mathbb{N}; \frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a + b = 11$.		
----	---	--	--

Câu 4: Cho $\sin a = \frac{-1}{3}$ với $\frac{-\pi}{2} < a < 0$ và $\cos b = \frac{1}{3}$ với $0 < b < \frac{\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.		
b)	$\sin b = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.		
c)	$\sin(a - b) = -1$.		
d)	$\cos(a + b) = \frac{m\sqrt{2}}{n}; m; n \in \mathbb{Z}; \frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m + n = 13$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ mà $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Biết $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{a\sqrt{15} - b\sqrt{5}}{10}, (a; b \in \mathbb{N})$, tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Với α là góc bất kì để biểu thức có nghĩa và $\frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha} = \frac{m \tan \alpha}{1 + n \tan^2 \alpha}, (m; n \in \mathbb{Q})$. Tính $m + n$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Cho $\sin a - \cos a = \frac{1}{5} (90^\circ < a < 270^\circ)$. Tính giá trị của biểu thức $\tan 2a$. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

Trình bày:

.....

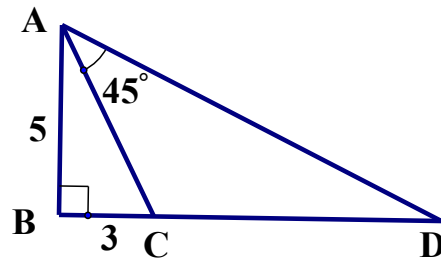
.....

.....

.....

.....

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại B và có hai cạnh góc vuông là $AB = 5$, $BC = 3$. Vẽ điểm D nằm trên tia đối của tia CB thỏa mãn $CAD = 45^\circ$ (Xem hình minh họa). Tính độ dài cạnh CD .



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 5: Biết rằng với mọi góc x thì $\sin 5x - 2\sin x(\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$. Tìm k .

Kết quả:

Trình bày:

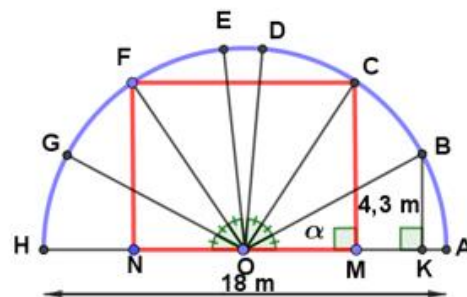
.....

.....

.....

.....

Câu 6: Đèo Hải Vân là ranh giới tự nhiên của thành phố Đà Nẵng và tỉnh Thừa Thiên-Huế. Hầm được khởi công ngày 27/8/2000 và khánh thành ngày 5/6/2005. Đây là hầm đường bộ dài nhất, hiện đại nhất Đông Nam Á và là một trong 30 đường hầm dài nhất trên thế giới. Trong kiến trúc, có hình nửa đường tròn để có thể chịu lực tốt. Trong hình bên, cổng Đèo Hải Vân được ghép bởi sáu cung vật liệu tốt chịu lực tốt hai bên tạo thành các cung AB , BC , CD , EF , FG , GH bằng nhau và một cung vật liệu tốt chốt ở đỉnh. Cho $AH = 18m$, $BK = 4,3m$. Biết rằng hình chữ nhật $MNFC$ có MN là khoảng cách hai làn xe, CM là chiều cao cho phép của các xe lưu thông (Xem hình minh họa). Tính chiều cao CM cho phép của các xe lưu thông. (Làm tròn đến hàng phần trăm)



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

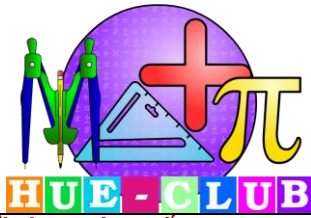
.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h00' Ngày 03 tháng 7 năm 2024



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha.$

B. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\sin\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha.$

C. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha.$

D. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha.$

Lời giải:

Ta có: $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\alpha \cos\frac{\pi}{6} - \sin\alpha \sin\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha.$

Câu 2: Đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a.$

B. $\sin 2a = \cos^2 a - \sin^2 a.$

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1.$

D. $\sin 2a = 2\sin a \cos a.$

Lời giải:

Ta có: $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$ nên A và C đúng.
 $\sin 2a = 2\sin a \cos a$ nên B sai và D đúng. Đáp án B.

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$

B. $\tan(a-b) = \tan a \cdot \tan b - \cot a \cdot \cot b.$

C. $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$

D. $\tan(a+b) = \tan a \cot a + \tan b \cdot \cot a.$

Lời giải:

Ta có: $\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$ và $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$

Câu 4: Cho $\tan(a+b) = 3$, $\tan(a-b) = 2$. Tính $\tan 2a$.

A. -1.

B. $\frac{1}{2}.$

C. $-\frac{5}{6}.$

D. $\frac{6}{5}.$

Lời giải:

Ta có: $\tan 2a = \tan(a+b+a-b) = \frac{\tan(a+b) + \tan(a-b)}{1 - \tan(a+b) \cdot \tan(a-b)} = \frac{3+2}{1-3 \cdot 2} = -1.$

Câu 5: Đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}.$

B. $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}.$

C. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.

D. $\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$ nên **D** sai.

Câu 6: Tính giá trị của biểu thức $A = \tan\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$ biết $\tan x = 3$.

A. 2.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -2.

Lời giải:

Ta có: $A = \tan\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\tan x - \tan \frac{3\pi}{4}}{1 + \tan x \cdot \tan \frac{3\pi}{4}} = \frac{3 - (-1)}{1 + 3 \cdot (-1)} = -2$.

Câu 7: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha$.

A. 2.

B. $-1 - \sqrt{3}$.

C. -2.

D. 0.

Lời giải:

Ta có: $\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha = 2 \left(\frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha \right) = 2 \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$.

Do $-2 \leq 2 \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) \leq 2$ nên giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha$ bằng -2 , đạt được

khi $\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = -1$.

Câu 8: Cho $\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$.

A. $-\frac{9}{25}$.

B. $-\frac{4}{25}$.

C. $\frac{4}{25}$.

D. $\frac{9}{25}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức: $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

Suy ra $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha = \frac{1}{2} (\cos 4\alpha + \cos(-2\alpha)) = \frac{1}{2} (\cos 4\alpha + \cos 2\alpha)$

$= \frac{1}{2} (2 \cos^2 2\alpha - 1 + \cos 2\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \left(2 \cdot \frac{9}{25} - 1 + \frac{3}{5} \right) = \frac{4}{25}$. Đáp án C.

Câu 9: Cho tam giác ABC bất kì thỏa mãn $2 \sin A \cdot \sin B = 1 + \cos C$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại C.

B. Tam giác ABC vuông tại A.

C. Tam giác ABC cân tại C.

D. Tam giác ABC cân tại A.

Lời giải:

Ta có: $2 \sin A \cdot \sin B = 1 + \cos C \Leftrightarrow \cos(A-B) - \cos(A+B) = 1 + \cos C$

$\Leftrightarrow \cos(A-B) - \cos(180^\circ - C) = 1 + \cos C$

$\Leftrightarrow \cos(A-B) + \cos C = 1 + \cos C \Leftrightarrow \cos(A-B) = 1$ (1)

Do A, B, C là các góc của tam giác nên từ (1) suy ra: $A - B = 0 \Leftrightarrow A = B$.

Câu 10: Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{3}{5}$, giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng

- A. $-\frac{238}{225}$. B. $\frac{238}{225}$. **C. $-\frac{56}{225}$.** D. $-\frac{112}{225}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos(a+b)\cos(a-b) &= \frac{1}{2}[\cos(a+b+a-b) + \cos((a+b)-(a-b))] = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) \\ &= \frac{1}{2}(2\cos^2 a - 1 + 1 - 2\sin^2 b) = \frac{1}{2}\left(2 \cdot \frac{1}{9} - 2 \cdot \frac{9}{25}\right) = \frac{-56}{225}. \end{aligned}$$

Câu 11: Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a + 2\cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2\sin 3a + \sin 5a}$.

- A. $P = \tan a$. B. $P = \cot a$. **C. $P = \cot 3a$.** D. $P = \tan 3a$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \frac{\cos a + 2\cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2\sin 3a + \sin 5a} = \frac{(\cos 5a + \cos a) + 2\cos 3a}{(\sin 5a + \sin a) + 2\sin 3a} \\ &= \frac{2\cos 3a \cdot \cos 2a + 2\cos 3a}{2\sin 3a \cos 2a + 2\sin 3a} = \frac{2\cos 3a(1 + \cos 2a)}{2\sin 3a(1 + \cos 2a)} = \frac{\cos 3a}{\sin 3a} = \cot 3a. \end{aligned}$$

Câu 12: Cho biết $\sin^4 x = a + b \cdot \cos 2x + c \cos 4x$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = -1$. C. $S = 4$. **D. $S = 0$.**

Lời giải:

$$\begin{aligned} \sin^4 x &= (\sin^2 x)^2 = \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x) \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 + \cos 4x}{2} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{8}\cos 4x \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{3}{8}, b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{8}. \text{ Vậy } S = a + b + c = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$.	X	
b)	$\sin^2 2x = \frac{1 - \cos^2 4x}{2}$.		X
c)	$\cos^2 4x = \frac{1 + \cos 8x}{4}$.		X
d)	$\tan 4x = \frac{2 \tan 2x}{1 - \tan^2 2x}$.	X	

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$\text{b) } \sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}.$$

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
--	------------	------	-----

a)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos x.$	X	
b)	$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$	X	
c)	$\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$	X	
d)	$\cos x - \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$	X	

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

b) Ta có: $\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4}\right) = \sin x + \cos x.$

Câu 3: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$	X	
b)	$\sin 2x = \frac{-4\sqrt{2}}{9}.$		X
c)	$\cos 2x = \frac{7}{9}.$	X	
d)	$\tan 2x = \frac{a\sqrt{2}}{b}; a; b \in \mathbb{N}; \frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a + b = 11.$	X	

Lời giải:

Ta có: $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos x = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$

Do $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos x > 0 \rightarrow$ Chọn $\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$

Ta có:

$\sin 2x = 2\sin x \cos x = \frac{4\sqrt{2}}{9};$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = \frac{7}{9};$

$\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \rightarrow a = 4; b = 7 \rightarrow a + b = 11.$

Câu 4: Cho $\sin a = \frac{-1}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < a < 0$ và $\cos b = \frac{1}{3}$ với $0 < b < \frac{\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$	X	
b)	$\sin b = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$	X	

c)	$\sin(a-b) = -1.$	X	
d)	$\cos(a+b) = \frac{m\sqrt{2}}{n}; m; n \in \mathbb{Z}; \frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m+n=13.$	X	

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos^2 a = 1 - \sin^2 a = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos a = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do } \frac{-\pi}{2} < a < 0 \text{ nên } \cos a > 0 \longrightarrow \text{Chọn } \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Ta có: } \sin^2 b = 1 - \cos^2 b = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin b = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \sin b = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do } 0 < b < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \sin b > 0 \longrightarrow \text{Chọn } \sin b = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Lúc đó:

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = -1;$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b = \frac{4\sqrt{2}}{9} \longrightarrow m=4; n=9.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ mà $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Biết $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{a\sqrt{15} - b\sqrt{5}}{10}, (a; b \in \mathbb{N})$, tính $a+b$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Biến đổi: } \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (loại)} \\ \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (nhận do } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi) \end{cases}$$

$$\text{Thay vào (1) ta được: } \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = \frac{\sqrt{15} - 2\sqrt{5}}{10} \longrightarrow a=1; b=2.$$

Câu 2: Với α là góc bất kì để biểu thức có nghĩa và $\frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha} = \frac{m \tan \alpha}{1 + n \tan^2 \alpha}, (m; n \in \mathbb{Q})$. Tính $m + n$.

Kết quả:

1

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $\frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha} = \frac{1 + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha - 1 + 2 \sin^2 2\alpha}{1 + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha + 2 \cos^2 2\alpha - 1} = \frac{2 \sin 2\alpha (\cos 2\alpha + \sin 2\alpha)}{2 \cos 2\alpha (\sin 2\alpha + \cos 2\alpha)} = \tan 2\alpha$.

Suy ra: $\frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha} = \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \rightarrow m = 2; n = -1$.

Câu 3: Cho $\sin a - \cos a = \frac{1}{5} (90^\circ < a < 270^\circ)$. Tính giá trị của biểu thức $\tan 2a$. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Kết quả:

3,43

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $\sin a - \cos a = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \sin a = \cos a + \frac{1}{5}$

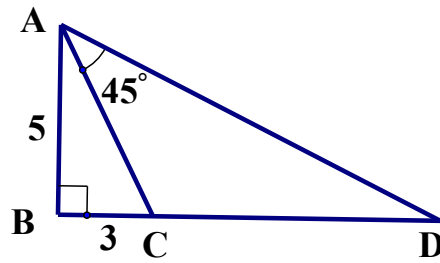
Mặt khác: $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$

Thay vào ta có: $\left(\cos a + \frac{1}{5}\right)^2 + \cos^2 a = 1 \Leftrightarrow 2 \cos^2 a + \frac{2}{5} \cos a - \frac{24}{25} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{-4}{5} \\ \cos a = \frac{3}{5} \end{cases}$

Vì $90^\circ < a < 270^\circ \Rightarrow \cos a < 0$. Do đó $\cos a = \frac{-4}{5}$

Suy ra $\sin a = \cos a + \frac{1}{5} = \frac{-3}{5} \Rightarrow \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} = \frac{24}{7} \approx 3,43$.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại B và có hai cạnh góc vuông là $AB = 5, BC = 3$. Vẽ điểm D nằm trên tia đối của tia CB thỏa mãn $CAD = 45^\circ$ (Xem hình minh họa). Tính độ dài cạnh CD.



Kết quả:

17

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Xét tam giác ABC vuông tại B có: $\tan BAC = \frac{3}{5}$.

Ta lại có: $BAD = BAC + CAD$

$$\Rightarrow \tan BAD = \tan(BAC + CAD) = \tan(BAC + 45^\circ) = \frac{\tan BAC + \tan 45^\circ}{1 - \tan BAC \cdot \tan 45^\circ} = \frac{\frac{3}{5} + 1}{1 - \frac{3}{5} \cdot 1} = 4.$$

Xét tam giác ABD vuông tại B có

$$\tan BAD = \frac{BD}{AB} \Rightarrow BD = \tan BAD \cdot AB = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\Rightarrow CD = BD - BC = 20 - 3 = 17.$$

Câu 5: Biết rằng với mọi góc x thì $\sin 5x - 2 \sin x(\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$. Tìm k .

Kết quả:

1

Trình bày:

.....

.....

.....

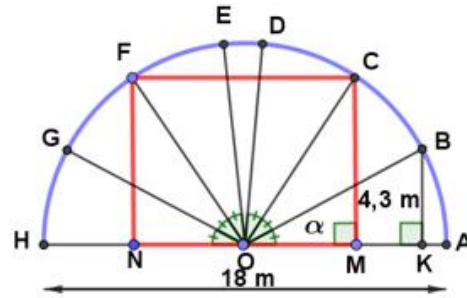
.....

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \sin 5x - 2 \sin x(\cos 4x + \cos 2x) &= \sin 5x - 2 \sin x \cos 4x - 2 \sin x \cos 2x \\ &= \sin 5x - (\sin 5x - \sin 3x) - (\sin 3x - \sin x) = \sin x \longrightarrow k = 1. \end{aligned}$$

Câu 6: Đèo Hải Vân là ranh giới tự nhiên của thành phố Đà Nẵng và tỉnh Thừa Thiên-Huế. Hàm được khởi công ngày 27/8/2000 và khánh thành ngày 5/6/2005. Đây là hầm đường bộ dài nhất, hiện đại nhất Đông Nam Á và là một trong 30 đường hầm dài nhất trên thế giới. Trong kiến trúc, có hình nửa đường tròn để có thể chịu lực tốt. Trong hình bên, cổng Đèo Hải Vân được ghép bởi sáu cung vật liệu tốt chịu lực tốt hai bên tạo thành các cung AB, BC, CD, EF, FG, GH bằng nhau và một cung vật liệu tốt chốt ở đỉnh. Cho $AH = 18m$, $BK = 4,3m$. Biết rằng hình chữ nhật MNFC có MN là khoảng cách hai làn xe, CM là chiều cao cho phép của

các xe lưu thông (Xem hình minh họa). Tính chiều cao CM cho phép của các xe lưu thông.
(Làm tròn đến hàng phần trăm)



Kết quả:

7,55

Trình bày:

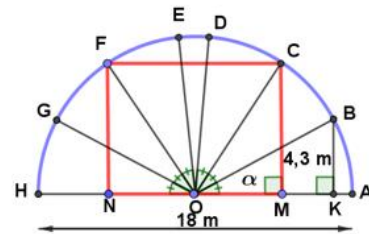
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



Ta có: $OA = OB = \frac{18}{2} = 9 \text{ m.}$

Xét tam giác OBK vuông tại K, có: $\sin BOK = \frac{BK}{OB} = \frac{4,3}{9} \Rightarrow \cos BOK = \sqrt{1 - \left(\frac{4,3}{9}\right)^2} \approx 0.88$

Xét tam giác OCM vuông tại M, có:

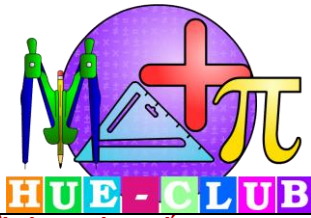
$$\sin COM = \frac{CM}{OC} \Leftrightarrow CM = OC \cdot \sin COM = OC \cdot \sin(2 \cdot BOK)$$

$$\text{Mà } \sin(2BOK) = 2 \sin BOK \cdot \cos BOK = 2 \cdot \frac{4,3}{9} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{4,3}{9}\right)^2}$$

$$\Rightarrow CM = 9 \cdot 2 \cdot \frac{4,3}{9} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{4,3}{9}\right)^2} \approx 7,55 \text{ m.}$$

HẾT

Huế, 10h00' Ngày 03 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = \frac{1}{4}$. Tính $\cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta)$.

- A. $\frac{25}{144}$. B. $\frac{-19}{144}$. C. $\frac{5}{144}$. D. $\frac{-119}{144}$.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ta được

- A. $\sqrt{2} \sin x$. B. $-\sqrt{2} \sin x$. C. $\sqrt{2} \cos x$. D. $-\sqrt{2} \cos x$.

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

- A. $\cos(a - b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$. B. $\cos(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.
C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin a - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a$. B. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos a - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a$.
C. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a + \frac{1}{2}$. D. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a - \frac{1}{2} \cos a$.

Câu 5: Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

- A. $\cos 6a = \cos^2 3a - \sin^2 3a$. B. $\cos 6a = 1 - 2 \sin^2 3a$.
C. $\cos 6a = 1 - 6 \sin^2 a$. D. $\cos 6a = 2 \cos^2 3a - 1$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $\cos A = \frac{5}{13}$, $\cos B = \frac{3}{5}$. Tính $\cos C$.

- A. $\frac{23}{65}$. B. $\frac{23}{56}$. C. $\frac{33}{65}$. D. $\frac{-33}{65}$.

Câu 7: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính $\cos 2\alpha$.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $-\frac{1}{8}$.

Câu 8: Nếu $\cos(a + b) = 0$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|\sin(a + 2b)| = |\sin 2a|$. B. $|\sin(a + 2b)| = |\sin b|$.

C. $|\sin(a + 2b)| = |\cos a|$.

D. $|\sin(a + 2b)| = |\cos b|$.

Câu 9: Rút gọn $M = \sin(x - y) \cos y + \cos(x - y) \sin y$.

A. $M = \cos x$.

B. $M = \sin x$.

C. $M = \sin x \cos 2y$.

D. $M = \cos x \cos 2y$.

Câu 10: Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \sin a}{2}$.

B. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \sin a}{2}$.

C. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos a}{2}$.

D. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos a}{2}$.

Câu 11: Gọi $M = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$ thì

A. $M = 2 \cos 2x (\cos x + 1)$.

B. $M = 4 \cos 2x \left(\frac{1}{2} + \cos x\right)$.

C. $M = \cos 2x (2 \cos x - 1)$.

D. $M = \cos 2x (2 \cos x + 1)$.

Câu 12: Cho $\cos 2\alpha = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $P = 2 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha$.

A. $P = 3 + m$.

B. $P = 4 + 2m$.

C. $P = 4 + m$.

D. $P = 3 - m$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.		
b)	$\sin 4x = 4 \sin x \cos x$.		
c)	$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x$.		
d)	$(\sin x - \cos x)^2 = \sin 2x - 1$.		

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \cos x$.		
b)	$\sin 3x - \sin x = 2 \sin 2x \sin x$.		
c)	$\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cos x$.		
d)	$\cos 3x - \cos x = -2 \cos 2x \cos x$.		

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.		
b)	$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x$.		
c)	$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.		
d)	$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x$.		

Câu 4: Cho $\sin x = \frac{2}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.		

b)	$\tan x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.		
c)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a+b\sqrt{15}}{6}; a; b \in \mathbb{N}$ và $a + b = 3$.		
d)	$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{m+n\sqrt{15}}{6}; m; n \in \mathbb{N}$ và $m + n = 1$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Biết $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a-b\sqrt{6}}{6}, (a; b \in \mathbb{N})$, tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$ và $\cos b = \frac{-2}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < b < \pi$. Biết $\cos(a - b) = \frac{\sqrt{21} - m\sqrt{2}}{15}$. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Với các giá trị x thỏa mãn $\frac{\sin 2x - \sin x}{1 - \cos x + \cos 2x} = m \tan x$. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Biết α, β, γ là ba góc nhọn trong tam giác, thỏa mãn đồng thời $\tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma$ và $\alpha + \beta + \gamma = m^\circ$. Tính m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 5: Cho góc α, β thỏa mãn đồng thời $5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta)$ và $\tan(\alpha + \beta) = m \tan \beta$. Tính m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 6: Biết rằng $\cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) - 2\sin\frac{\pi}{12} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} + 2x\right) = a \sin bx$ với mọi giá trị của góc lượng giác x ; trong đó $a; b \in \mathbb{R}$. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

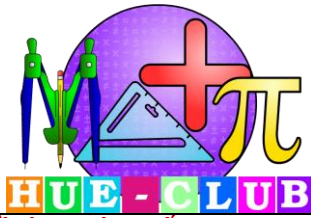
.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h00' Ngày 04 tháng 7 năm 2024



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = \frac{1}{4}$. Tính $\cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta)$.

A. $\frac{25}{144}$.

B. $\frac{-19}{144}$.

C. $\frac{5}{144}$.

D. $\frac{-119}{144}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta) &= \frac{1}{2}(\cos 2\alpha + \cos 2\beta) = \frac{1}{2}(2\cos^2 \alpha - 1 + 2\cos^2 \beta - 1) \\ &= \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 1 = \frac{-119}{144}. \end{aligned}$$

Câu 2: Rút gọn biểu thức $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ta được

A. $\sqrt{2} \sin x$.

B. $-\sqrt{2} \sin x$.

C. $\sqrt{2} \cos x$.

D. $-\sqrt{2} \cos x$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) &= -2 \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{4} - x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \\ &= -2 \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4} = -\sqrt{2} \sin x \end{aligned}$$

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

A. $\cos(a - b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$.

B. $\cos(a + b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.

C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Lời giải:

Ta có $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Câu 4: Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin a - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a$.

B. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos a - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a$.

C. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a + \frac{1}{2}$.

D. $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a - \frac{1}{2} \cos a$.

Lời giải:

Ta có: $\cos\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a \cos \frac{\pi}{3} - \sin a \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cos a - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin a$.

Câu 5: Đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $\cos 6a = \cos^2 3a - \sin^2 3a$.

B. $\cos 6a = 1 - 2\sin^2 3a$.

C. $\cos 6a = 1 - 6\sin^2 a$.

D. $\cos 6a = 2\cos^2 3a - 1$.

Lời giải:

Áp dụng công thức $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$, ta được $\cos 6a = \cos^2 3a - \sin^2 3a = 2\cos^2 3a - 1 = 1 - 2\sin^2 3a$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $\cos A = \frac{5}{13}$, $\cos B = \frac{3}{5}$. Tính $\cos C$.

A. $\frac{23}{65}$.

B. $\frac{23}{56}$.

C. $\frac{33}{65}$.

D. $\frac{-33}{65}$.

Lời giải:

Ta có: $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (A + B)$.

Mà $\cos A = \frac{5}{13} > 0$, $\cos B = \frac{3}{5} > 0$ nên A, B là góc nhọn.

Ta có $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{12}{13}$; $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{4}{5}$.

$\cos C = \cos[180^\circ - (A + B)] = -\cos(A + B) = -\cos A \cos B + \sin A \sin B = \frac{33}{65}$.

Câu 7: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính $\cos 2\alpha$.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$.

D. $-\frac{1}{8}$.

Lời giải:

Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{9}{16} = -\frac{1}{8}$.

Câu 8: Nếu $\cos(a + b) = 0$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|\sin(a + 2b)| = |\sin 2a|$.

B. $|\sin(a + 2b)| = |\sin b|$.

C. $|\sin(a + 2b)| = |\cos a|$.

D. $|\sin(a + 2b)| = |\cos b|$.

Lời giải:

Ta có: $\cos(a + b) = 0 \Leftrightarrow a + b = \frac{\pi}{2} + k\pi \rightarrow a = -b + \frac{\pi}{2} + k\pi$.

$\Rightarrow |\sin(a + 2b)| = \left| \sin\left(-b + 2b + \frac{\pi}{2} + k\pi\right) \right| = |\cos(b + k\pi)| = |\cos b|$.

Cách khác: Ta có $\cos(a + b) = 0 \Rightarrow |\sin(a + b)| = 1$

Khi đó $\sin(a + 2b) = \sin[(a + b) + b] = \sin(a + b)\cos b + \cos(a + b)\sin b = \sin(a + b)\cos b$

$\Rightarrow |\sin(a + 2b)| = |\sin(a + b)| \cdot |\cos b| = |\cos b|$

Câu 9: Rút gọn $M = \sin(x - y)\cos y + \cos(x - y)\sin y$.

A. $M = \cos x$.

B. $M = \sin x$.

C. $M = \sin x \cos 2y$.

D. $M = \cos x \cos 2y$.

Lời giải:

Áp dụng công thức $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$, ta được:

$$M = \sin(x-y)\cos y + \cos(x-y)\sin y = \sin[(x-y)+y] = \sin x.$$

Câu 10: Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \sin a}{2}.$

B. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \sin a}{2}.$

C. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos a}{2}.$

D. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos a}{2}.$

Lời giải:

Ta có: $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right)}{2} = \frac{1 + \sin(-a)}{2} = \frac{1 - \sin a}{2}.$

Câu 11: Gọi $M = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$ thì

A. $M = 2 \cos 2x (\cos x + 1).$

B. $M = 4 \cos 2x \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos x\right).$

C. $M = \cos 2x (2 \cos x - 1).$

D. $M = \cos 2x (2 \cos x + 1).$

Lời giải:

Ta có: $M = \cos x + \cos 2x + \cos 3x = (\cos x + \cos 3x) + \cos 2x$
 $= 2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x = \cos 2x (2 \cos x + 1).$

Câu 12: Cho $\cos 2\alpha = m$. Tính theo m giá trị của biểu thức $P = 2 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha$.

A. $P = 3 + m.$

B. $P = 4 + 2m.$

C. $P = 4 + m.$

D. $P = 3 - m.$

Lời giải:

Ta có
$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{1 + m}{2} \\ \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \frac{1 - m}{2} \end{cases}$$

Do đó $P = 2 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha = 2 \cdot \frac{1 - m}{2} + 4 \cdot \frac{1 + m}{2} = 3 + m.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x.$	X	
b)	$\sin 4x = 4 \sin x \cos x.$		X
c)	$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin 2x.$	X	
d)	$(\sin x - \cos x)^2 = \sin 2x - 1.$		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

b) Ta có: $\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x.$

d) Ta có: $(\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1 - \sin 2x.$

Câu 2: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \cos x.$	X	
b)	$\sin 3x - \sin x = 2 \sin 2x \sin x.$		X

c)	$\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cos x.$	X	
d)	$\cos 3x - \cos x = -2 \cos 2x \cos x.$		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

b) Ta có: $\sin 3x - \sin x = 2 \cos 2x \sin x.$

d) Ta có: $\cos 3x - \cos x = -2 \sin 2x \sin x.$

Câu 3: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b.$		X
b)	$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x.$		X
c)	$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b.$	X	
d)	$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x.$	X	

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Ta có: $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$

b) Ta có: $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos x \cos \frac{\pi}{6} - \sin x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x.$

Câu 4: Cho $\sin x = \frac{2}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}.$	X	
b)	$\tan x = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$	X	
c)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a+b\sqrt{15}}{6}; a; b \in \mathbb{N}$ và $a+b=3.$	X	
d)	$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{m+n\sqrt{15}}{6}; m; n \in \mathbb{N}$ và $m+n=1.$		X

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \cos x = \frac{-\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do } 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \cos x > 0 \longrightarrow \text{Chọn } \cos x = \frac{\sqrt{5}}{3} \longrightarrow \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Lúc đó: } \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{2 + \sqrt{15}}{6} \longrightarrow a = 2; b = 1.$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos x \cos \frac{\pi}{6} + \sin x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{2 + \sqrt{15}}{6} \longrightarrow m = 2; n = 1.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Biết $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a - b\sqrt{6}}{6}, (a; b \in \mathbb{N})$, tính $a + b$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos x = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Do $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0 \rightarrow$ Chọn $\cos x = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$.

$$\text{Ta có: } \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1 - 2\sqrt{6}}{6} \rightarrow a = 1; b = 2.$$

Câu 2: Cho $\sin a = \frac{1}{3}$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$ và $\cos b = \frac{-2}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < b < \pi$. Biết $\cos(a - b) = \frac{\sqrt{21} - m\sqrt{2}}{15}$. Tìm m .

Kết quả:

4

Trình bày:

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos^2 a = 1 - \sin^2 a = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \cos a = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Do $0 < a < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos a > 0 \rightarrow$ Chọn $\cos a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$$\text{Ta có: } \sin^2 b = 1 - \cos^2 b = \frac{21}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin b = \frac{\sqrt{21}}{5} \\ \sin b = \frac{-\sqrt{21}}{5} \end{cases}$$

Do $\frac{\pi}{2} < b < \pi$ nên $\sin b > 0 \rightarrow$ Chọn $\sin b = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

$$\text{Lúc đó: } \cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b = \frac{\sqrt{21} - 4\sqrt{2}}{15} \rightarrow m = 4.$$

Câu 3: Với các giá trị x thỏa mãn $\frac{\sin 2x - \sin x}{1 - \cos x + \cos 2x} = m \tan x$. Tìm m .

Kết quả:

1

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\text{Ta có } P = \frac{2 \sin x \cos x - \sin x}{2 \cos^2 x - \cos x} = \frac{\sin x (2 \cos x - 1)}{\cos x (2 \cos x - 1)} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x \longrightarrow m = 1.$$

Câu 4: Biết α, β, γ là ba góc nhọn trong tam giác, thỏa mãn đồng thời $\tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma$ và $\alpha + \beta + \gamma = m^\circ$. Tính m .

Kết quả:

90

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \tan(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos \gamma \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos \gamma.$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos \gamma - \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \gamma = 0 \Rightarrow \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 0.$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 90^\circ \text{ (do } \alpha, \beta, \gamma \text{ nhọn và dương).}$$

Câu 5: Biết góc α là góc nhọn thỏa mãn đồng thời $5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta)$ và $\tan(\alpha + \beta) = m \tan \beta$.
Tính m .

Kết quả:

4

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } 5 \sin \alpha = 3 \sin(\alpha + 2\beta) \Rightarrow \sin(\alpha + 2\beta) = \frac{5}{3} \sin \alpha.$$

$$\frac{\tan(\alpha + \beta)}{\tan \beta} = \frac{\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}}{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \beta}{\cos(\alpha + \beta) \cdot \sin \beta} = \frac{\frac{1}{2} [\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\beta)]}{\frac{1}{2} [-\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\beta)]} = \frac{\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\beta)}{-\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\beta)}$$

$$= \frac{\sin \alpha + \frac{5}{3} \sin \alpha}{-\sin \alpha + \frac{5}{3} \sin \alpha} = \frac{1 + \frac{5}{3}}{-1 + \frac{5}{3}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{2}{3}} = 4 \longrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 4 \tan \beta \longrightarrow m = 4.$$

Câu 6: Biết rằng $\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)-2\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{12}+2x\right)=a\sin bx$ với mọi giá trị của góc lượng giác x ; trong đó $a; b \in \mathbb{R}$. Tính $a+b$.

Kết quả:

4

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

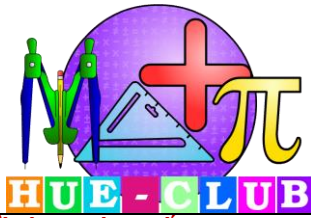
Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)-2\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{12}+2x\right) \\ & = -\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)\right)-2\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{12}+2x\right) \\ & = 2\sin\frac{5\pi}{12}\sin\left(\frac{\pi}{12}+2x\right)-2\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{12}+2x\right) \\ & = 2\left(\sin\left(\frac{\pi}{12}+2x\right)\cos\frac{\pi}{12}-\cos\left(\frac{\pi}{12}+2x\right)\sin\frac{\pi}{12}\right) = 2\sin\left(\left(\frac{\pi}{12}+2x\right)-\frac{\pi}{12}\right) = 2\sin 2x. \end{aligned}$$

Suy ra $a=2, b=2$. Vậy $a+b=4$.

HẾT

Huế, 10h00' Ngày 04 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin a + \cos a = -\sqrt{2} \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $\sin a + \cos a = -\sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 2: Biểu thức $\frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng

A. $-\tan^4 \alpha$.

B. $\tan^4 \alpha$.

C. $-\cot^4 \alpha$.

D. $\cot^4 \alpha$.

Câu 3: Nếu biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b đều là các góc nhọn và dương thì $\sin(a - b)$ là

A. $\frac{20}{220}$.

B. $-\frac{20}{220}$.

C. $\frac{21}{221}$.

D. $\frac{22}{221}$.

Câu 4: Nếu $\tan x = 0,5$; $\sin y = \frac{3}{5}$ ($0^\circ < y < 90^\circ$) thì $\tan(x + y)$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 5: Gọi $M = \tan x - \tan y$ thì

A. $M = \tan(x - y)$.

B. $M = \frac{\sin(x + y)}{\cos x \cdot \cos y}$.

C. $M = \frac{\sin(x - y)}{\cos x \cdot \cos y}$.

D. $M = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$.

Câu 6: Biết $\tan \frac{7\pi}{12} = a + b\sqrt{3}$; ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính $a + b$.

A. -3.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 7: Biết $\cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ = a + b\sqrt{3}$, ($a, b \in \mathbb{Q}$), tính $a + 2b$.

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 8: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \sin a}{2}$.

B. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \sin a}{2}$.

C. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 - \cos a}{2}$.

D. $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2}\right) = \frac{1 + \cos a}{2}$.

Câu 9: Rút gọn biểu thức $M = \frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos^2 x - 1}$.

A. $M = \tan 2x$.

B. $M = \sin x$.

C. $M = 2 \tan x$.

D. $M = 2 \sin x$.

Câu 10: Rút gọn biểu thức $A = \frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}$.

A. $\sin 2\alpha$.

B. $\cos 2\alpha$.

C. $\tan 2\alpha$.

D. $\cot 2\alpha$.

Câu 11: Cho $\tan(a+b) = 3$, $\tan(a-b) = 2$. Tính $\tan 2a$.

A. -1 .

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Câu 12: Đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.

B. $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.

C. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$.

D. $\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.		
b)	$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$.		
c)	$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin 2x}$.		
d)	$\cot x - \tan x = \cot 2x$.		

Câu 2: Cho biết $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos x > 0$.		
b)	$\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.		
c)	$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.		
d)	$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a\sqrt{6} - b}{8}; (a; b \in \mathbb{N})$ và $a + b = 4$.		

Câu 3: Các đẳng thức dưới đây đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos 3x$.		
b)	$\sin 3x + \sin 2x = 2 \sin 2x \cos \frac{x}{2}$.		
c)	$\cos 4x - \cos x = -2 \sin \frac{5x}{2} \sin \frac{3x}{2}$.		
d)	$\sin 5x - \sin x = 2 \cos 3x \sin 2x$.		

Câu 4: Cho biết $\tan x = \sqrt{2}$ và $0^\circ < x < 90^\circ$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos x > 0$.		
b)	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.		
c)	$\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.		
d)	$\cos(x - 30^\circ) = \frac{a + b\sqrt{6}}{6}; (a; b \in \mathbb{N})$ và $a + b = 2$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Với m là giá trị bất kì trên đoạn $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để $\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 2: hãy tính gần đúng đến hàng phần trăm giá trị của $P + Q$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Biết rằng $\sin 5x - 2 \sin x (\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$. Tính k .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Cho tam giác ABC . Biết $\sin A + \sin B + \sin C = k \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$, tìm k .

Kết quả:

Trình bày:

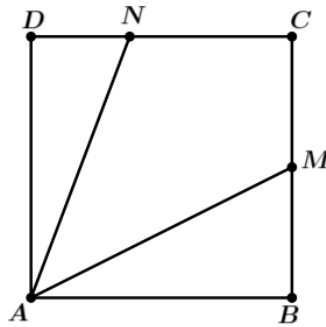
.....

.....

.....

.....

Câu 5: Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$ bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu chùm sáng phân kì sang phía góc C . Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia AM và AN mà ở đó các điểm $M \in BC$; $N \in DC$ sao cho $BM = \frac{1}{2}BC, DN = \frac{1}{3}DC$.



Biết góc chiếu sáng của đèn pin thỏa mãn yêu cầu bằng m° , tính m .

Kết quả:

Trình bày:

.....

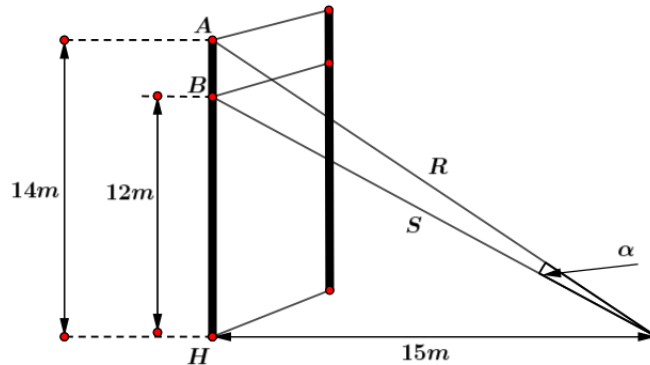
.....

.....

.....

.....

Câu 6: Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14 m . Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 12 m . Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15 m .



Với α là góc giữa hai sợi cáp trên thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{a}{b}; (a; b \in \mathbb{N}); \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

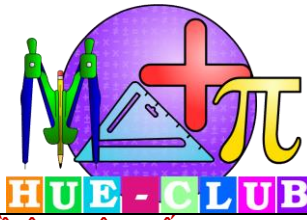
.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h00' Ngày 9 tháng 7 năm 2024



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

B. $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.

C. $\sin a + \cos a = -\sqrt{2} \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

D. $\sin a + \cos a = -\sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải:

Ta có: $\sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 2: Biểu thức $\frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng

A. $-\tan^4 \alpha$.

B. $\tan^4 \alpha$.

C. $-\cot^4 \alpha$.

D. $\cot^4 \alpha$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha} &= \frac{3 - 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2(1 - 2 \sin^2 \alpha)^2 - 1}{3 + 4(2 \cos^2 \alpha - 1) + 2(2 \cos^2 \alpha - 1)^2 - 1} \\ &= \frac{8 \sin^2 \alpha - 8 \sin^2 \alpha + 8 \sin^4 \alpha}{8 \cos^2 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 8 \cos^4 \alpha} = \tan^4 \alpha. \end{aligned}$$

Câu 3: Nếu biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b đều là các góc nhọn và dương thì $\sin(a - b)$ là

A. $\frac{20}{220}$.

B. $-\frac{20}{220}$.

C. $\frac{21}{221}$.

D. $\frac{22}{221}$.

Lời giải:

Ta có a, b đều là các góc nhọn và dương.

$$\sin a = \frac{8}{17} \Rightarrow \cos a = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \frac{15}{17}.$$

$$\tan b = \frac{5}{12} \Rightarrow \cos b = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{25}{144}}} = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin b = \tan b \cdot \cos b = \frac{5}{13}.$$

$$\Rightarrow \sin(a - b) = \frac{8}{17} \cdot \frac{12}{13} - \frac{15}{17} \cdot \frac{5}{13} = \frac{21}{221}.$$

Câu 4: Nếu $\tan x = 0,5$; $\sin y = \frac{3}{5}$ ($0^\circ < y < 90^\circ$) thì $\tan(x + y)$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

$$\tan x = 0.5 = \frac{1}{2}, \sin y = \frac{3}{5} \left(0 < y < 90^\circ\right) \Rightarrow \cos y = \frac{4}{5} \Rightarrow \tan y = \frac{3}{4}.$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = 2.$$

Câu 5: Gọi $M = \tan x - \tan y$ thì

A. $M = \tan(x-y).$

B. $M = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y}.$

C. $M = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}.$

D. $M = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}.$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } M = \tan x - \tan y = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x \cos y - \cos x \sin y}{\cos x \cos y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}.$$

Câu 6: Biết $\tan \frac{7\pi}{12} = a + b\sqrt{3}; (a; b \in \mathbb{Z}).$ Tính $a + b.$

A. -3.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \tan \frac{7\pi}{12} = \tan \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3} \longrightarrow a = -2; b = -1.$$

Câu 7: Biết $\cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ = a + b\sqrt{3}, (a; b \in \mathbb{Q}),$ tính $a + 2b.$

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ &= (\cos^2 15^\circ)^2 - (\sin^2 15^\circ)^2 = (\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)(\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ) \\ &= \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos(2 \cdot 15^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \longrightarrow a = 0; b = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Câu 8: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2} \right) = \frac{1 - \sin a}{2}.$

B. $\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2} \right) = \frac{1 + \sin a}{2}.$

C. $\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2} \right) = \frac{1 - \cos a}{2}.$

D. $\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2} \right) = \frac{1 + \cos a}{2}.$

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{a}{2} \right) = \frac{1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} + a \right)}{2} = \frac{1 - \sin a}{2}.$$

Câu 9: Rút gọn biểu thức $M = \frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos^2 x - 1}.$

A. $M = \tan 2x.$

B. $M = \sin x.$

C. $M = 2 \tan x.$

D. $M = 2 \sin x.$

Lời giải:

Ta có: $\frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos^2 x - 1} = \frac{2 \cos 2x \sin x}{\cos 2x} = 2 \sin x.$

Câu 10: Rút gọn biểu thức $A = \frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}.$

A. $\sin 2\alpha.$

B. $\cos 2\alpha.$

C. $\tan 2\alpha.$

D. $\cot 2\alpha.$

Lời giải:

Ta có: $A = \frac{(1 - \cos 4\alpha) + \sin 4\alpha}{(1 + \cos 4\alpha) + \sin 4\alpha} = \frac{2 \sin^2 2\alpha + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha}{2 \cos^2 2\alpha + 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha}$
 $= \frac{2 \sin 2\alpha (\sin 2\alpha + \cos 2\alpha)}{2 \cos 2\alpha (\sin 2\alpha + \cos 2\alpha)} = \tan 2\alpha.$

Câu 11: Cho $\tan(a+b) = 3, \tan(a-b) = 2.$ Tính $\tan 2a.$

A. $-1.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. $-\frac{5}{6}.$

D. $\frac{6}{5}.$

Lời giải:

Ta có: $\tan 2a = \tan[(a+b) + (a-b)] = \frac{\tan(a+b) + \tan(a-b)}{1 - \tan(a+b) \cdot \tan(a-b)} = -1.$

Câu 12: Đẳng thức nào dưới đây sai?

A. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}.$

B. $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$

C. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}.$

D. $\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$

Lời giải:

Ta có: $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$ nên **D** sai. Đáp án D.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$	X	
b)	$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}.$	X	
c)	$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin 2x}.$		X
d)	$\cot x - \tan x = \cot 2x.$		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

c) Ta có: $\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x}.$

d) Ta có: $\cot x - \tan x = \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{2 \cos 2x}{\sin 2x} = 2 \cot 2x.$

Câu 2: Cho biết $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}.$

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos x > 0.$	X	

b)	$\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.	X	
c)	$\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.		X
d)	$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a\sqrt{6}-b}{8}; (a; b \in \mathbb{N})$ và $a+b=4$.		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng: Vì $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos x > 0$.

b) Đúng: Ta có: $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

c) Sai: $\tan x = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) Sai: $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}-3}{6} \rightarrow a=1; b=3$.

Câu 3: Các đẳng thức dưới đây đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos 3x$.		X
b)	$\sin 3x + \sin 2x = 2 \sin 2x \cos \frac{x}{2}$..		X
c)	$\cos 4x - \cos x = -2 \sin \frac{5x}{2} \sin \frac{3x}{2}$.	X	
d)	$\sin 5x - \sin x = 2 \cos 3x \sin 2x$.	X	

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai. $\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos x$.

b) Sai. $\sin 3x + \sin 2x = 2 \sin \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}$.

Câu 4: Cho biết $\tan x = \sqrt{2}$ và $0^\circ < x < 90^\circ$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\cos x > 0$.	X	
b)	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.	X	
c)	$\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.	X	
d)	$\cos(x - 30^\circ) = \frac{a+b\sqrt{6}}{6}; (a; b \in \mathbb{N})$ và $a+b=2$.		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Vì $0 < x < 90^\circ$ nên $\cos x > 0$.

b) Đúng: Ta có: $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

c) Đúng: Mặt khác: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \tan x \cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

d) Sai: $\cos(x - 30^\circ) = \cos x \cos 30^\circ + \sin x \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 + \sqrt{6}}{6} \rightarrow a = 3; b = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Với m là giá trị bất kì trên đoạn $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để $\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$?

Kết quả:

2

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có: $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha \right) = \sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$.

Vì $-1 \leq \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1$ nên $-\sqrt{2} \leq \sin \alpha + \cos \alpha \leq \sqrt{2}$. Suy ra $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

Ta lại có $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + \sin 2\alpha$.

Suy ra $\sin 2\alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1 = m^2 - 1$.

Khi đó, $\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$ hay $m^2 - 1 = -\frac{3}{4}$ suy ra $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m = -\frac{1}{2}$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 2: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \beta = \frac{12}{13}$ và $0^\circ < \alpha; \beta < 90^\circ$. Biết $P = \sin(\alpha + \beta)$ và $Q = \cos(\alpha - \beta)$. Khi đó hãy tính gần đúng đến hàng phần trăm giá trị của $P + Q$.

Kết quả:

1,83

Trình bày:

.....

Lời giải:

Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$.

Vì $0^\circ < \beta < 90^\circ$ nên $\sin \beta > 0 \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}$.

Khi đó: $P = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{56}{65}$

$Q = \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{63}{65}$.

Suy ra giá trị biểu thức $P+Q = \frac{56}{65} + \frac{63}{65} = \frac{119}{65} \approx 1,83$.

Câu 3: Biết rằng $\sin 5x - 2 \sin x(\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$. Tính k .

Kết quả:

1

Trình bày:

.....

Lời giải:

$$\begin{aligned} \sin 5x - 2 \sin x(\cos 4x + \cos 2x) &= \sin 5x - 2 \sin x \cos 4x - 2 \sin x \cos 2x \\ &= \sin 5x - (\sin 5x - \sin 3x) - (\sin 3x - \sin x) = \sin x \longrightarrow k = 1. \end{aligned}$$

Câu 4: Cho tam giác ABC . Biết $\sin A + \sin B + \sin C = k \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$, tìm k .

Kết quả:

4

Trình bày:

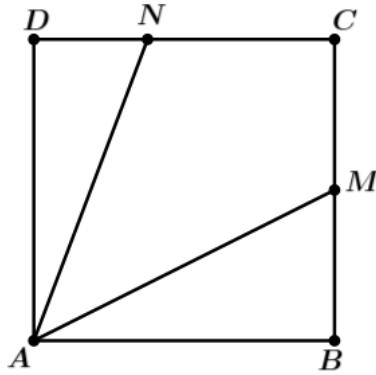
.....

Lời giải:

$$\begin{aligned} VT &= \sin A + \sin B + \sin C = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &= 2 \sin \frac{\pi-C}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \cos \frac{\pi-C}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &= 2 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &= 2 \cos \frac{C}{2} \left(\cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right) \\ &= 2 \cos \frac{C}{2} \cdot 2 \cos \frac{A-B+A+B}{4} \cdot \cos \frac{A-B-A-B}{4} \\ &= 4 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} \cos \frac{-B}{2} = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \end{aligned}$$

Vậy $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \longrightarrow k = 4$.

Câu 5: Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$ bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu chùm sáng phân kì sang phía góc C . Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia AM và AN mà ở đó các điểm $M \in BC$; $N \in DC$ sao cho $BM = \frac{1}{2}BC$, $DN = \frac{1}{3}DC$.



Biết góc chiếu sáng của đèn pin thỏa mãn yêu cầu bằng m° , tính m .

Kết quả:

45

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Trong tam giác vuông ABM , $\tan BAM = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2}$.

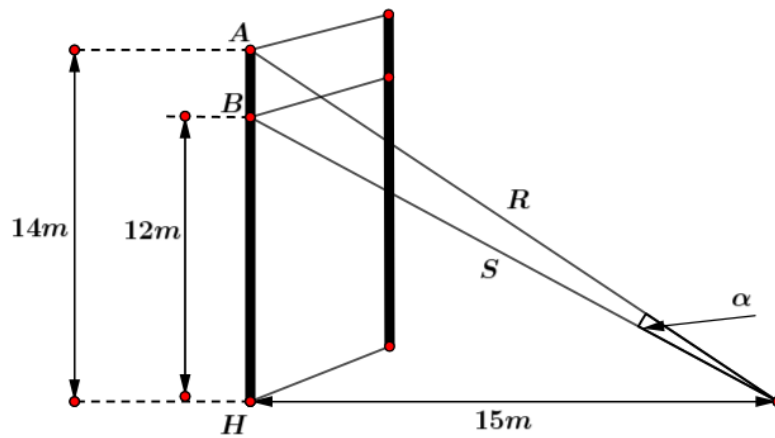
Trong tam giác vuông ADN , $\tan DAN = \frac{DN}{DA} = \frac{1}{3}$.

$$\text{Do đó: } \tan(BAM + DAN) = \frac{\tan BAM + \tan DAN}{1 - \tan BAM \tan DAN} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 1$$

Do $\tan(BAM + DAN) = 1$ nên $BAM + DAN = 45^\circ \Rightarrow MAN = 90^\circ - (BAM + DAN) = 45^\circ$.

Vậy góc chiếu sáng của đèn pin bằng 45° .

Câu 6: Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 14 m . Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 12 m . Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15 m .



Với α là góc giữa hai sợi cáp trên thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{a}{b}; (a; b \in \mathbb{N}); \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.

Kết quả:**Trình bày:**

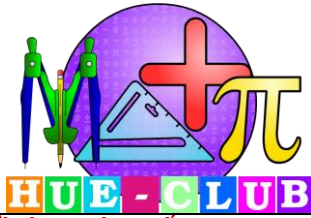
.....

.....

.....

.....

Lời giải:Ta có: $\alpha = AOH - BOH$.Trong tam giác vuông AOH ta có: $\tan AOH = \frac{AH}{OH} = \frac{14}{15}$.Trong tam giác vuông BOH ta có: $\tan BOH = \frac{BH}{OH} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.
$$\text{Vậy } \tan \alpha = \tan(AOH - BOH) = \frac{\tan AOH - \tan BOH}{1 + \tan AOH \cdot \tan BOH} = \frac{\frac{14}{15} - \frac{4}{5}}{1 + \frac{14}{15} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{10}{131} \rightarrow a = 10; b = 131.$$
HẾT*Huế, 10h00' Ngày 9 tháng 7 năm 2024*



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $P = \sin 32^\circ \cdot \cos 18^\circ + \cos 32^\circ \cdot \sin 18^\circ$ ta được

- A. $P = \sin 14^\circ$. B. $P = \cos 14^\circ$. C. $P = \cos 50^\circ$. D. $P = \sin 50^\circ$.

Câu 2: Giá trị của biểu thức $Q = \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$ là

- A. $Q = \frac{1}{2}$. B. $Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $Q = \frac{-1}{2}$. D. $Q = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3: Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi góc x ?

- A. $\sin^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$. B. $\sin^2 x = \frac{1 + \cos x}{2}$. C. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$. D. $\cos^2 x = \frac{1 - \cos x}{2}$.

Câu 4: Cho $\cos x = \frac{4}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. Giá trị của $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{24}{25}$. B. $-\frac{24}{25}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 5: Đẳng thức nào dưới đây đúng với mọi góc a, b ?

- A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. B. $\cos a + \cos b = \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.
C. $\cos a - \cos b = -2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$. D. $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

Câu 6: Đẳng thức nào dưới đây đúng với mọi góc a, b ?

- A. $\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$. B. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.
C. $\sin a - \sin b = -2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$. D. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a-b}{2} \cdot \sin \frac{a+b}{2}$.

Câu 7: Đẳng thức nào dưới đây **sai** với mọi góc a ?

- A. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$ B. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.
C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Câu 8: Với điều kiện có nghĩa, đẳng thức nào dưới đây đúng với mọi góc a ?

- A. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$. B. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$. C. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan a}$. D. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan a}$.

Câu 9: Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $1 + \cos^2 a = \frac{3 + \cos a}{2}$.

B. $1 + \cos^2 a = \frac{3 + \cos 2a}{2}$.

C. $1 + \cos^2 a = \frac{3 - \cos 2a}{2}$.

D. $1 + 2 \cos^2 a = \frac{3 + \cos 2a}{2}$.

Câu 10: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Giá trị $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{3}-12}{10}$.

D. $\frac{\sqrt{3}+12}{10}$.

Câu 11: Cho $\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$ $\left(\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi\right)$. Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 12: Đẳng thức nào dưới đây sai với mọi góc x, y ?

A. $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$.

B. $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$.

C. $\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$.

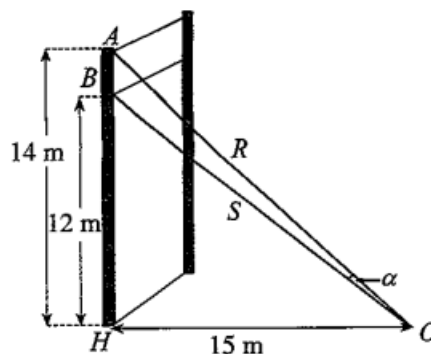
D. $\cos x \sin y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) - \sin(x-y)]$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho $\cos x = \frac{1}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.		
b)	$\sin 2x = \frac{4\sqrt{2}}{9}$.		
c)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.		
d)	$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a+b\sqrt{6}}{6}, a; b \in \mathbb{N}$ và $a+b=4$.		

Câu 14: Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng ở vị trí cách mặt đất 14m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào vị trí cách mặt đất 12m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn vào mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15m (Hình 3). Gọi α là góc giữa hai sợi cáp trên.



Hình 3

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin(AOB + BOH) = \sin AOB \cos BOH + \cos AOB \sin BOH.$		
b)	$\cos \alpha = \cos AOH \cos BOH - \sin AOH \sin BOH.$		
c)	$\tan BOH = \frac{14}{15}, \tan AOH = \frac{4}{5}.$		
d)	$\tan \alpha = \frac{10}{131}.$		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho $\sin x = \frac{5}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Biết giá trị của $\tan 2x = -\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P = 2b - a$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Rút gọn biểu thức $P = \cos 4x - 4 \cos 2x + 3$ ta được $P = a(\sin x)^n + b$ với $a, b, n \in \mathbb{N}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + n$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 18: Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Hỏi góc $a + b$ bao nhiêu độ?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

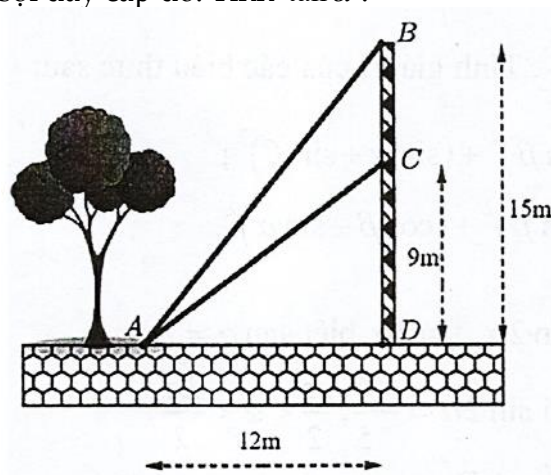
Câu 19: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

Trình bày:

Câu 20: Chứng minh: $\tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \frac{4}{\sin^2 2x}$.

Trình bày:

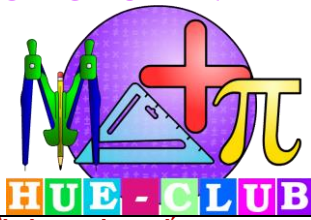
Câu 21: Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Gọi góc nhọn $\alpha = BAC$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó. Tính $\tan \alpha$.



Trình bày:

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 6 năm 2025



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $P = \sin 32^\circ \cdot \cos 18^\circ + \cos 32^\circ \cdot \sin 18^\circ$ ta được

A. $P = \sin 14^\circ$.

B. $P = \cos 14^\circ$.

C. $P = \cos 50^\circ$.

D. $P = \sin 50^\circ$.

Lời giải:

Áp dụng công thức cộng ta có

$$P = \sin 32^\circ \cdot \cos 18^\circ + \cos 32^\circ \cdot \sin 18^\circ = \sin(32^\circ + 18^\circ) = \sin 50^\circ.$$

Câu 2: Giá trị của biểu thức $Q = \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$ là

A. $Q = \frac{1}{2}$.

B. $Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $Q = \frac{-1}{2}$.

D. $Q = \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức nhân đôi ta có

$$Q = \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ = \cos(2 \cdot 75^\circ) = \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 3: Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi góc x ?

A. $\sin^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$.

B. $\sin^2 x = \frac{1 + \cos x}{2}$.

C. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$.

D. $\cos^2 x = \frac{1 - \cos x}{2}$.

Lời giải:

Theo công thức hạ bậc, ta có: $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$.

Câu 4: Cho $\cos x = \frac{4}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. Giá trị của $\sin 2x$ bằng

A. $\frac{24}{25}$.

B. $-\frac{24}{25}$.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải:

Vì $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ nên $\sin x < 0$ và $\sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} = -\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$.

$$\text{Do đó: } \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{4}{5} = -\frac{24}{25}.$$

Câu 5: Đẳng thức nào dưới đây đúng với mọi góc a, b ?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos a + \cos b = \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

C. $\cos a - \cos b = -2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

D. $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

Câu 6: Đẳng thức nào dưới đây đúng với mọi góc a, b ?

A. $\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

B. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a - \sin b = -2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$.

D. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a-b}{2} \cdot \sin \frac{a+b}{2}$.

Câu 7: Đẳng thức nào dưới đây **sai** với mọi góc a ?

A. $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

B. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$.

C. $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$.

D. $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$.

Lời giải:

Phương án B sai vì $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$.

Câu 8: Với điều kiện có nghĩa, đẳng thức nào dưới đây đúng với mọi góc a ?

A. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$.

B. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$.

C. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan a}$.

D. $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan a}$.

Câu 9: Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $1 + \cos^2 a = \frac{3 + \cos a}{2}$.

B. $1 + \cos^2 a = \frac{3 + \cos 2a}{2}$.

C. $1 + \cos^2 a = \frac{3 - \cos 2a}{2}$.

D. $1 + 2 \cos^2 a = \frac{3 + \cos 2a}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $1 + \cos^2 a = 1 + \frac{1 + \cos 2a}{2} = \frac{3 + \cos 2a}{2}$.

Câu 10: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Giá trị $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3} - 4}{10}$.

B. $\frac{3\sqrt{3} + 4}{10}$.

C. $\frac{\sqrt{3} - 12}{10}$.

D. $\frac{\sqrt{3} + 12}{10}$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$.

Ta có: $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \frac{1}{2} \left(\frac{-4}{5}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3\sqrt{3} - 4}{10}$.

Câu 11: Cho $\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$ ($\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$). Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải:

Ta có: $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \frac{1 - \frac{3}{5}}{2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ (vì $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$).

Câu 12: Đẳng thức nào dưới đây **sai** với mọi góc x, y ?

A. $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$.

B. $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$.

C. $\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$.

D. $\cos x \sin y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) - \sin(x-y)]$.

Lời giải:

Ta có: $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)]$. Vậy phương án B sai.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho $\cos x = \frac{1}{3}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.		
b)	$\sin 2x = \frac{4\sqrt{2}}{9}$.		
c)	$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.		
d)	$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a+b\sqrt{6}}{6}, a; b \in \mathbb{N}$ và $a+b=4$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

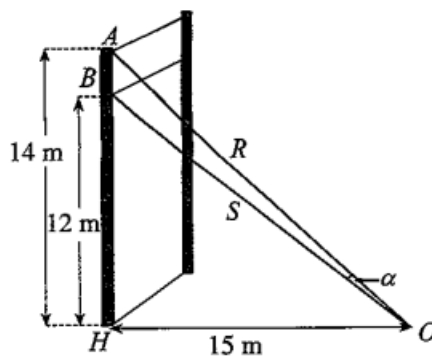
$$\text{Ta có: } \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \sin x = \frac{-2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

$$\text{Do } 0 < x < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \sin x > 0 \longrightarrow \text{Chọn } \sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \longrightarrow \sin 2x = 2 \sin x \cos x = \frac{4\sqrt{2}}{9}.$$

$$\text{Lúc đó: } \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1+2\sqrt{6}}{6};$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1+2\sqrt{6}}{6} \longrightarrow a=1; b=2 \longrightarrow a+b=3.$$

Câu 14: Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng ở vị trí cách mặt đất 14m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào vị trí cách mặt đất 12m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn vào mặt đất tại một vị trí cách chân cột 15m (Hình 3). Gọi α là góc giữa hai sợi cáp trên.



Hình 3

Khẳng định		Đúng	Sai

a)	$\sin(AOB + BOH) = \sin AOB \cos BOH + \cos AOB \sin BOH.$		
b)	$\cos \alpha = \cos AOH \cos BOH - \sin AOH \sin BOH.$		
c)	$\tan BOH = \frac{14}{15}, \tan AOH = \frac{4}{5}.$		
d)	$\tan \alpha = \frac{10}{131}.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

Ta có: $\sin(AOB + BOH) = \sin AOB \cos BOH + \cos AOB \sin BOH.$

b) Sai.

Ta có: $\cos \alpha = \cos(AOH - BOH) = \cos AOH \cos BOH + \sin AOH \sin BOH.$

c) Sai.

Trong tam giác vuông AOH , $\tan AOH = \frac{AH}{OH} = \frac{14}{15}.$

Trong tam giác vuông BOH , $\tan BOH = \frac{BH}{OH} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}.$

d) Đúng.

Ta có: $\tan \alpha = \tan(AOH - BOH) = \frac{\tan AOH - \tan BOH}{1 + \tan AOH \tan BOH} = \frac{\frac{14}{15} - \frac{4}{5}}{1 + \frac{14}{15} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{10}{131}$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho $\sin x = \frac{5}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Biết giá trị của $\tan 2x = -\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính

$P = 2b - a.$

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$, do $\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x = -\frac{12}{13}.$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{5}{12}$, $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = -\frac{120}{119}$. Vậy $P = 2b - a = 118.$

Câu 16: Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2.$

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

$$\begin{aligned} M &= \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta + \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta \\ &= 2 + 2 \cos \alpha \cos \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta = 2 + 2 \cos(\alpha - \beta) = 2 + 2 \cos \frac{\pi}{3} = 3 \end{aligned}$$

Câu 17: Rút gọn biểu thức $P = \cos 4x - 4 \cos 2x + 3$ ta được $P = a(\sin x)^n + b$ với $a, b, n \in \mathbb{N}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + n$.

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
Lời giải:

$$\begin{aligned} \cos 4x - 4 \cos 2x + 3 &= 2 \cos^2 2x - 1 - 4(1 - 2 \sin^2 x) + 3 \\ &= 2(1 - 2 \sin^2 x)^2 - 4(1 - 2 \sin^2 x) + 2 = 2(1 - 4 \sin^2 x + 4 \sin^4 x) - 4 + 8 \sin^2 x + 2 \\ &= 8 \sin^4 x \longrightarrow a = 8; n = 4; b = 0. \end{aligned}$$

Vậy $T = a + b + n = 12$.

Câu 18: Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Hỏi góc $a + b$ bao nhiêu độ?

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
Lời giải:

$$\text{Ta có: } \tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}} = 1, \text{ suy ra } a + b = 45^\circ.$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}; \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}.$$

$$\text{Vậy } \sin(\alpha + \beta) = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}.$$

Câu 20: Chứng minh: $\tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \frac{4}{\sin^2 2x}$.

Trình bày:

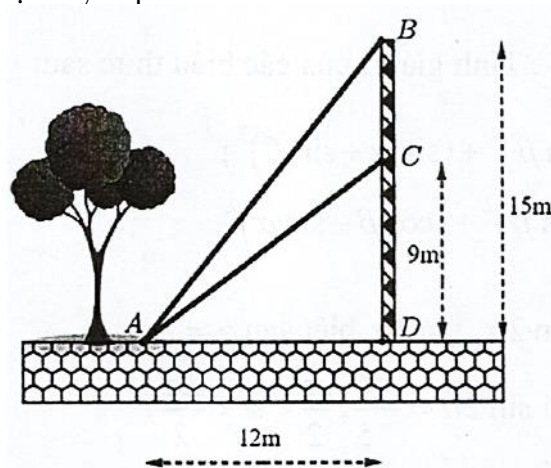
Lời giải:

$$VT = \tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \frac{4}{\sin^2 2x} \Leftrightarrow (\tan^2 x + 1) + (\cot^2 x + 1) = \frac{4}{\sin^2 2x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x} \Leftrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x} \Leftrightarrow \frac{1}{(\sin x \cos x)^2} = \frac{4}{\sin^2 2x} \Leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{4} \sin^2 2x} = \frac{4}{\sin^2 2x} = VP$$

Câu 21: Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Gọi góc nhọn $\alpha = \angle BAC$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó. Tính $\tan \alpha$.



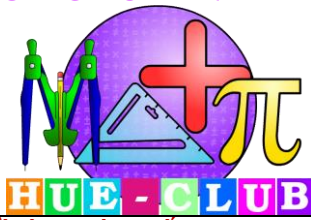
Trình bày:

.....
.....
Lời giải:

$$\text{Ta có: } \tan \alpha = \tan(BAD - CAD) = \frac{\tan BAD - \tan CAD}{1 + \tan BAD \tan CAD} = \frac{\frac{15}{12} - \frac{9}{12}}{1 + \frac{15}{12} \cdot \frac{9}{12}} = \frac{8}{31}.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 6 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 06_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $P = \cos 32^\circ \cdot \cos 18^\circ - \sin 32^\circ \cdot \sin 18^\circ$, ta được

- A. $P = \sin 14^\circ$. B. $P = \cos 14^\circ$. C. $P = \sin 50^\circ$. D. $P = \cos 50^\circ$.

Câu 2: Giá trị của biểu thức $Q = \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$ là

- A. $Q = \frac{1}{2}$. B. $Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $Q = \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $Q = \frac{1}{4}$.

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\cos^2 x = \frac{1 - \cos x}{2}$. B. $\sin^2 x = \frac{1 + \cos x}{2}$.
C. $\cos^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$. D. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$.

Câu 4: Cho $\cos x = -\frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Giá trị của $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{24}{25}$. B. $-\frac{24}{25}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 5: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\cos a \cdot \cos b = 2[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$. B. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.
C. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$. D. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}\left(\cos \frac{a+b}{2} + \cos \frac{a-b}{2}\right)$.

Câu 6: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$. B. $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) - \sin(a-b)]$.
C. $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$. D. $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $M = \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha$.

- A. $M = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$. B. $M = -\frac{1}{2} \sin 4\alpha$. C. $M = \frac{3}{4} \sin 4\alpha$. D. $M = \frac{1}{4} \sin 4\alpha$.

Câu 8: Cho $\tan a = 2$. Tính $\tan 2a$.

- A. $-\frac{4}{3}$. B. $\frac{4}{5}$. C. -4 . D. $-\frac{2}{7}$.

Câu 9: Rút gọn biểu thức sau $T = \cos\left(2a + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2a - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $T = \sin 2a$. B. $T = \cos 2a$. C. $T = 3 \sin a$. D. $T = -\sin 2a$.

Câu 10: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Giá trị $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ bằng

A. $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$. B. $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$. C. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$. D. $\frac{\sqrt{3}+12}{10}$.

Câu 11: Cho $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 12: $\sin 3x \cdot \cos x$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}(\sin 4x + \cos 2x)$. B. $\frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 2x)$.

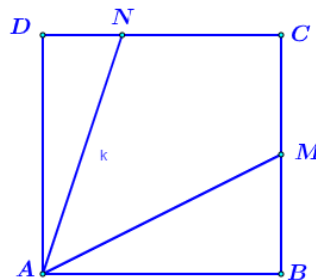
C. $\frac{1}{2}(\sin 4x - \sin 2x)$. D. $\frac{1}{2}(\sin 4x + \sin 2x)$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos \alpha < 0$.		
b)	$\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.		
c)	$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{-\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}$.		
d)	$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) = \frac{a\sqrt{2} + b\sqrt{10}}{18}$, ($a, b \in \mathbb{N}$) và $a + b = 5$.		

Câu 14: Một mảnh giấy hình vuông $ABCD$, bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu chùm sáng phân kì sang góc C . Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia AM và AN , ở đó các điểm M, N lần lượt thuộc BC, CD sao cho $BM = \frac{1}{2}BC, DN = \frac{1}{3}DC$ (Hình 4).



Hình 4

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin(AOB + BOH) = \sin AOB \cos BOH + \cos AOB \sin BOH$.		

b)	$\cos(BAM + DAN) = \cos BAM \cos DAN - \sin BAM \sin DAN .$		
c)	$\tan BAM = \frac{1}{3}, \tan DAN = \frac{1}{2} .$		
d)	$MAN = 45^\circ .$		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho $\sin x - \cos x = \frac{1}{5}$ và $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\tan 2x$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Thu gọn biểu thức $P = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{\cos x + \cos 2x}$ ta được kết quả là $a \cdot \cos bx$, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}$.
 Tính giá trị của biểu thức $T = a + 5b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Cho tam giác ABC có $\cos A = \frac{4}{5}$ và $\cos B = \frac{5}{13}$. Tính $130 \cos C - 31$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 18: Biết rằng $A = \sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{2 - \sqrt{a}}{4}$ với $a > 0$. Tìm a .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho góc x thỏa mãn $\cos x = \frac{2}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. Tính:

a) $\sin x; \tan x; \cot x$.

b) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right); \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right); \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

c) $\sin 2x; \cos 2x; \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 20: a) Chứng minh: $(\tan 2x - \tan x) \cos 2x = \tan x$.

b) Rút gọn các biểu thức $N = \frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$.

Trình bày:

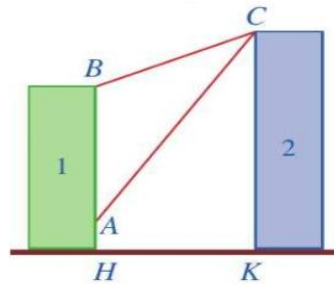
.....

.....

.....

.....

Câu 21: Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20\text{ m}$. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C . Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Hãy tính số đo góc ACB (theo đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Biết rằng chiều cao của chung cư thứ hai là $CK = 32\text{ m}$, $AH = 6\text{ m}$, $BH = 24\text{ m}$.



Hình 19

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 6 năm 2025



TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $P = \cos 32^\circ \cdot \cos 18^\circ - \sin 32^\circ \cdot \sin 18^\circ$, ta được

- A. $P = \sin 14^\circ$. B. $P = \cos 14^\circ$. C. $P = \sin 50^\circ$. **D. $P = \cos 50^\circ$.**

Lời giải:

Áp dụng công thức cộng ta có

$$P = \sin 32^\circ \cdot \cos 18^\circ + \cos 32^\circ \cdot \sin 18^\circ = \sin(32^\circ + 18^\circ) = \sin 50^\circ$$

Câu 2: Giá trị của biểu thức $Q = \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$ là

- A. $Q = \frac{1}{2}$. B. $Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $Q = \frac{\sqrt{3}}{4}$. **D. $Q = \frac{1}{4}$.**

Lời giải:

Áp dụng công thức nhân đôi ta có

$$Q = \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{1}{2} \sin(2 \cdot 15^\circ) = \frac{1}{2} \sin 30^\circ = \frac{1}{4}$$

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\cos^2 x = \frac{1 - \cos x}{2}$. B. $\sin^2 x = \frac{1 + \cos x}{2}$.
 C. $\cos^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$. **D. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$.**

Lời giải:

Theo công thức hạ bậc, ta có: $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$.

Câu 4: Cho $\cos x = -\frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Giá trị của $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{24}{25}$. **B. $-\frac{24}{25}$.** C. $-\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải:

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ nên } \sin x > 0 \text{ và } \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Do đó: } \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}.$$

Câu 5: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\cos a \cdot \cos b = 2[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$. **B. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.**

C. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$. D. $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{a+b}{2} + \cos \frac{a-b}{2} \right)$.

Câu 6: Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$. B. $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$.

C. $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$. D. $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $M = \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha$.

A. $M = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$. B. $M = -\frac{1}{2} \sin 4\alpha$. C. $M = \frac{3}{4} \sin 4\alpha$. D. $M = \frac{1}{4} \sin 4\alpha$.

Lời giải:

Ta có

$$A = \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha = \frac{1}{4} \sin 4\alpha.$$

Câu 8: Cho $\tan a = 2$. Tính $\tan 2a$.

A. $-\frac{4}{3}$. B. $\frac{4}{5}$. C. -4 . D. $-\frac{2}{7}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

Câu 9: Rút gọn biểu thức sau $T = \cos\left(2a + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2a - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $T = \sin 2a$. B. $T = \cos 2a$. C. $T = 3 \sin a$. D. $T = -\sin 2a$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } T = \cos\left(2a + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2a - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cos 2a \cos \frac{\pi}{3} = \cos 2a.$$

Câu 10: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Giá trị $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ bằng

A. $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$. B. $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$. C. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$. D. $\frac{\sqrt{3}+12}{10}$.

Lời giải:

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3-4\sqrt{3}}{10}$$

Câu 11: Cho $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải:

Ta có:

$$\circledast \frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0.$$

$$\circledast \frac{3\pi}{2} < 2\alpha < 2\pi \Rightarrow \cos 2\alpha > 0.$$

$$\circledast \cos^2 2\alpha = 1 - \sin^2 2\alpha = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{3}{5}.$$

$$\circledast \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = \frac{1 - \frac{3}{5}}{2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 12: $\sin 3x \cdot \cos x$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}(\sin 4x + \cos 2x).$

B. $\frac{1}{2}(\cos 4x - \cos 2x).$

C. $\frac{1}{2}(\sin 4x - \sin 2x).$

D. $\frac{1}{2}(\sin 4x + \sin 2x).$

Lời giải:

Ta có: $\sin 3x \cdot \cos x = \frac{1}{2}(\sin 4x + \sin 2x).$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\cos \alpha < 0.$		
b)	$\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}.$		
c)	$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{-\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}.$		
d)	$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) = \frac{a\sqrt{2} + b\sqrt{10}}{18}, (a; b \in \mathbb{N})$ và $a + b = 5.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng.

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0.$

b) Đúng.

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}.$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

c) Đúng.

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{-\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}.$$

d) Đúng.

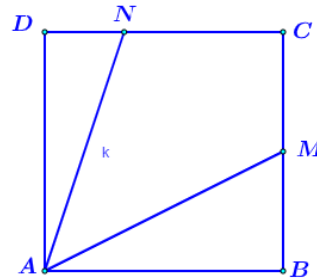
$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{-\sqrt{5}}{3} = \frac{-4\sqrt{5}}{9}.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha\right) = \sin \frac{\pi}{4} \cos 2\alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin 2\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{9} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{-4\sqrt{5}}{9}\right) = \frac{\sqrt{2} + 4\sqrt{10}}{18}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases} \longrightarrow a + b = 5.$$

Câu 14: Một mảnh giấy hình vuông $ABCD$, bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu chùm sáng phân kì sang góc C . Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia AM và AN , ở đó các điểm M, N lần lượt thuộc BC, CD sao cho $BM = \frac{1}{2}BC, DN = \frac{1}{3}DC$ (Hình 4).



Hình 4

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\sin(AOB + BOH) = \sin AOB \cos BOH + \cos AOB \sin BOH$.		
b)	$\cos(BAM + DAN) = \cos BAM \cos DAN - \sin BAM \sin DAN$.		
c)	$\tan BAM = \frac{1}{3}, \tan DAN = \frac{1}{2}$.		
d)	$MAN = 45^\circ$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Ta có: $\sin(AOB + BOH) = \sin AOB \cos BOH + \cos AOB \sin BOH$.

b) Đúng.

Ta có $\cos(BAM + DAN) = \cos BAM \cos DAN - \sin BAM \sin DAN$.

c) Sai.

Tam giác ABM vuông tại B có $\tan BAM = \frac{BM}{AB} = \frac{1}{2}$

Tam giác ADN vuông tại D có $\tan DAN = \frac{DN}{AD} = \frac{1}{3}$.

d) Đúng.

Ta có: $\tan(BAM + DAN) = \frac{\tan BAM + \tan DAN}{1 - \tan BAM \tan DAN} = 1 \longrightarrow BAM + DAN = 45^\circ$.

Suy ra: $\widehat{MAN} = 45^\circ$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho $\sin x - \cos x = \frac{1}{5}$ và $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\tan 2x$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có } \cos x - \sin x = \frac{1}{5} \Rightarrow (\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin 2x = \frac{1}{25} \Rightarrow \sin 2x = \frac{24}{25}.$$

$$\text{Ta có } \cos^2 2x = 1 - \sin^2 2x = 1 - \frac{576}{625} = \frac{49}{625}.$$

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < 2x < \pi \Rightarrow \cos 2x = -\frac{7}{25}. \text{ Vậy } \tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = -\frac{24}{7} \approx -3,4.$$

Câu 16: Thu gọn biểu thức $P = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{\cos x + \cos 2x}$ ta được kết quả là $a \cdot \cos bx$, $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}$.

Tính giá trị của biểu thức $T = a + 5b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } P = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{\cos x + \cos 2x} = \frac{1 + \cos x + 2\cos^2 x - 1 + 4\cos^3 x - 3\cos x}{\cos x + 2\cos^2 x - 1}$$

$$= \frac{4\cos^3 x + 2\cos^2 x - 2\cos x}{2\cos^2 x + \cos x - 1} = \frac{2\cos x(2\cos^2 x + \cos x - 1)}{2\cos^2 x + \cos x - 1} = 2\cos x.$$

$$\text{Vậy } T = a + 5b = 2 + 5 = 7.$$

Câu 17: Cho tam giác ABC có $\cos A = \frac{4}{5}$ và $\cos B = \frac{5}{13}$. Tính $130\cos C - 31$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $\cos C = -\cos(A+B) = \sin A \sin B - \cos A \cos B = \sqrt{1-\cos^2 A} \cdot \sqrt{1-\cos^2 B} - \cos A \cos B$
 $= \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} \cdot \sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{16}{65}.$

Do đó $130 \cos C - 31 = 130 \cdot \frac{16}{65} - 31 = 1.$

Câu 18: Biết rằng $A = \sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{2-\sqrt{a}}{4}$ với $a > 0$. Tìm a .

Kết quả:

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có $A = \sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{4\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{2-\sqrt{3}}{4}.$

Vậy $a = 3$.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Cho góc x thỏa mãn $\cos x = \frac{2}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. Tính:

a) $\sin x; \tan x; \cot x$.

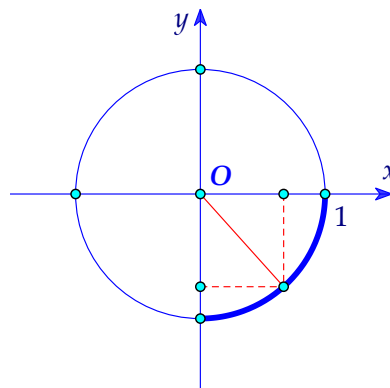
b) $\sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right); \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right); \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right).$

c) $\sin 2x; \cos 2x; \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right).$

Trình bày:

.....

Lời giải:



$$a) \text{ Ta có: } \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \sin x = \frac{-\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$

Do $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ nên $\sin x < 0 \rightarrow$ chọn $\sin x = \frac{-\sqrt{5}}{3}$.

$$+) \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\sqrt{5}}{2}; \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$$

$$b) \text{ Ta có: } \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-\sqrt{5}}{3}\right) + \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{6};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{-\sqrt{5}}{3} = \frac{2 - \sqrt{15}}{6};$$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} = -9 + 4\sqrt{5}$$

$$c) \text{ Ta có: } \sin 2x = 2 \sin x \cos x = \frac{-4\sqrt{5}}{9};$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{-1}{9};$$

$$\text{Vậy } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x \cos \frac{\pi}{4} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{4} = \frac{-4\sqrt{5}}{9} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{-1}{9}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{-4\sqrt{10} + \sqrt{2}}{18}$$

Câu 20: a) Chứng minh: $(\tan 2x - \tan x) \cos 2x = \tan x$.

$$b) \text{ Rút gọn các biểu thức } N = \frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$$

Trình bày:

.....

Lời giải:

$$a) \text{ Ta có: } VT = (\tan 2x - \tan x) \cos 2x = \left(\frac{\sin 2x}{\cos 2x} - \frac{\sin x}{\cos x}\right) \cos 2x = \frac{\sin 2x \cos x - \sin x \cos 2x}{\cos x \cos 2x} \cdot \cos 2x$$

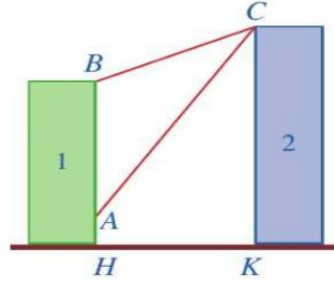
$$= \frac{\sin(2x - x)}{\cos x \cos 2x} \cdot \cos 2x = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x = VP \text{ (đ.p.c.m)}$$

$$b) \text{ Ta có } \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha; \cos 4\alpha = 2 \cos^2 2\alpha - 1 = 2(1 - 2 \sin^2 \alpha)^2 - 1$$

$$\text{Do đó: } N = \frac{3 - 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2(1 - 2 \sin^2 \alpha)^2 - 1}{3 + 4(2 \cos^2 \alpha - 1) + 2(2 \cos^2 \alpha - 1)^2 - 1} = \frac{8 \sin^2 \alpha - 8 \sin^2 \alpha + 8 \sin^4 \alpha}{8 \cos^2 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 8 \cos^4 \alpha} = \tan^4 \alpha$$

Câu 21: Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng là $HK = 20\text{ m}$. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C . Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất, cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Hãy tính số

đo góc ACB (theo đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Biết rằng chiều cao của chung cư thứ hai là $CK = 32\text{ m}$, $AH = 6\text{ m}$, $BH = 24\text{ m}$.



Hình 19

Trình bày:

.....

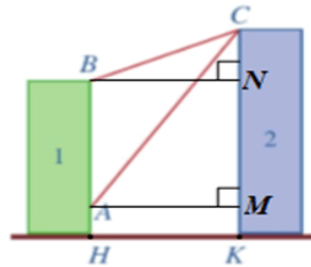
.....

.....

.....

Lời giải:

Kẻ $AM \perp CK$, $BN \perp CK$ ta có:



$$BN = AM = HK = 20\text{ m}$$

$$CN = CK - NK = CK - BH = 32 - 24 = 8(\text{m})$$

$$MN = AB = BH - AH = 24 - 6 = 18(\text{m})$$

$$CM = CN + MN = 8 + 18 = 26(\text{m})$$

Đặt $BCN = \alpha$, $ACM = \beta$.

$$\text{Xét } \triangle BCN \text{ vuông tại } N \text{ có: } \tan \alpha = \frac{BN}{CN} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2};$$

$$\text{Xét } \triangle ACM \text{ vuông tại } M \text{ có: } \tan \beta = \frac{AM}{CM} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13};$$

$$\text{Ta có: } \tan ACB = \tan(BCN - ACM) = \tan(\alpha - \beta)$$

$$\Rightarrow \tan ACB = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{10}{13}}{1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{13}} = \frac{45}{76} \Rightarrow ACB = \tan^{-1}\left(\frac{45}{76}\right) \approx 30,6^\circ$$

Vậy $ACB \approx 30,6^\circ$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 12 tháng 6 năm 2025