CHƯƠNG 8

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 01 QUY TẮC ĐẾM

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Quy tắc cộng và sơ đồ hình cây

Quy tắc cộng: Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

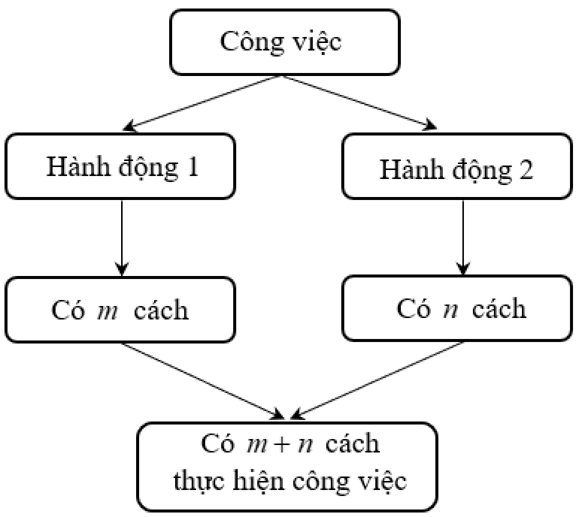
- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện.
- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là : $n_1 + n_2$ cách
Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiên, hành động kia có n cách thực hiên không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m+n$ cách thực hiện.

Chú ý: Số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.

Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

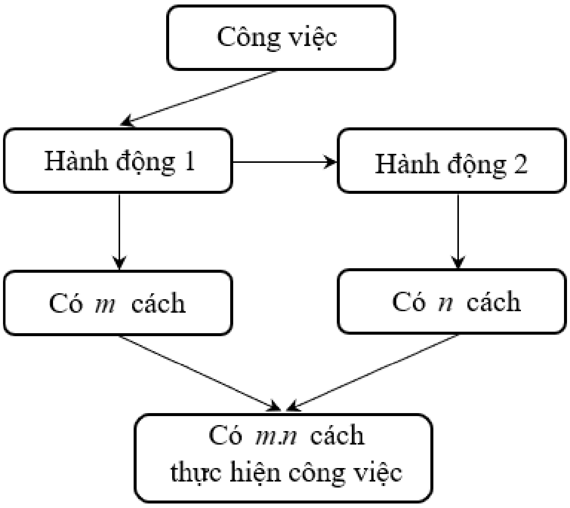
Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$. Nếu hành động A_1 có m_1 cách thực hiện, hành động A_2 có m_2 cách thực hiện,…, hành động A_k có m_k cách thực hiện và các cách thực hiên của các hành động trên không trùng nhau thì công việc đó có $m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_k$ cách thực hiện.



2 Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m.n$ cách thực hiện.

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi k hành động $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ liên tiếp. Nếu hành động A_1 có m_1 cách thực hiện, ứng với mỗi cách thực hiện hành động A_1 có m_2 cách thực hiện hành động A_2,…, có m_k cách thực hiện hành động A_k thì công việc đó có $m_1.m_2.m_3.....m_k$ cách hoàn thành.



B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Quy tắc cộng

Phương pháp: Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

- **Bước 1:** Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$).
- **Bước 2:** Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$.
- **Bước 3:** Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là:

$$x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n.$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Một lớp học có 15 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn một học sinh đi dự trại hè của trường?

Bài tập 2: Một tổ trong lớp 10A có ba học sinh nữ là Đào, Hồng, Dung và bốn học sinh nam là Sơn, Tùng, An, Tiến. Giáo viên có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong tổ đó để kiểm tra vở bài tập?

Bài tập 3: Mai có 10 cuốn truyện ngắn, 8 cuốn tiểu thuyết và 3 truyện tranh (các sách khác nhau từng đôi một). Mai đồng ý cho Nam mượn một cuốn sách trong số đó để đọc, Nam có bao nhiêu cách chọn một cuốn sách để mượn?

Bài tập 4: Mỗi ngày có 3 chuyến xe khách, 2 chuyến tàu hoả và 1 chuyến máy bay từ thành phố A đến thành phố B. Mỗi ngày có bao nhiêu cách chọn chuyến đi chuyển từ thành phố A đến thành phố B bằng một trong ba loại phương tiện trên?

Bài tập 5: Một bó hoa gồm có: 5 bông hồng trắng, 6 bông hồng đỏ và 7 bông hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy 1 bông hoa?

Bài tập 6: Trong một hộp có 10 quả cầu trắng và 5 quả cầu đen. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

Bài tập 7: Lớp 10A có 30 học sinh và lớp 10B có 32 học sinh, có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh từ 2 lớp trên để tham gia đội công tác xã hội?

Bài tập 8: Một nhà hang có 3 loại rượu, 4 loại bia và 6 loại nước ngọt. Thực khách cần chọn đúng 1 loại thức uống. Hỏi có mấy cách chọn?

Bài tập 9: Giữa thành phố Hồ Chí Minh và Hà Nội có 3 loại phương tiện giao thông: đường bộ, đường sắt và đường hang không. Hỏi có mấy cách chọn phương tiện giao thong để đi từ thành phố Hồ Chí Minh đến Hà Nội rồi quay về?

Bài tập 10: Một cửa hàng bán đồ ăn có bán bánh mì và nước ép trái cây. Có các loại bánh mì: bánh mì thịt, bánh mì trứng, bánh mì hamburger, nước ép trái cây có các loại: ổi, cam, dâu, dưa hấu. Dung chỉ còn đủ tiền để mua 1 bánh mì hoặc một ly nước ép, hỏi Dung có bao nhiêu cách để lựa chọn?

Bài tập 11: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là bao nhiêu?

Bài tập 12: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Bài tập 13: Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

Bài tập 14: Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên giá sách có 8 quyển sách Văn và 10 quyển sách Toán, các quyển này đôi một phân biệt. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một quyển sách trên giá?

A. 80. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 18.

Câu 2: Lớp 10A có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 học sinh tham gia cuộc thi "RING THE GOLDEN BELL"?

A. 20. **B.** 45. **C.** 25. **D.** 500.

Câu 3: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ?

A. 11. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 4: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

A. 9. **B.** 54. **C.** 15. **D.** 6.

Câu 5: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ?

A. 7. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 35.

Câu 6: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ?

A. 8. **B.** 15. **C.** 56. **D.** 7.

Câu 7: Có bao nhiêu cách chọn một quả cam từ một giỏ đựng trái cây, biết trong giỏ có 5 quả cam sành và 7 quả cam canh?

A. 35. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 5.

Câu 8: Từ thành phố A đến thành phố B có 5 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 6 con đường đi. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B?

A. 5^6. **B.** 30. **C.** 11. **D.** $5!.6!$.

Câu 9: Trong một hộp bút gồm có 8 cây bút bi, 6 cây bút chì và 10 cây bút màu. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một cây bút từ hộp bút đó?

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Câu 10: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

A. 9. **B.** 54. **C.** 15. **D.** 6.

Câu 11: Một nhóm có 5 bạn giỏi Toán, 3 bạn giỏi Văn và 1 bạn giỏi cả Toán lẫn Văn. Hỏi nhóm đó có bao nhiêu bạn giỏi Toán hoặc Văn?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 12: Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh làm lớp trưởng?

A. 25. **B.** 45. **C.** 20. **D.** 500.

Câu 13: Một công việc được hoàn thành bằng cách chọn một trong hai hành động. Hành động thứ nhất có m cách thực hiện và hành động thứ hai có n cách thực hiện. Số cách hoàn thành công việc đã cho bằng:

A. m^n. **B.** $m.n$. **C.** $m+n$. **D.** n^m.

Câu 14: Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo).

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 15: Một lớp có 39 bạn nam và 10 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp?

A. 49. **B.** 10. **C.** 390. **D.** 39.

Câu 16: Một lớp 10A có 16 nam và 28 nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh lớp 10A để tham gia thi an toàn giao thong do trường tổ chức?

A. 28. **B.** 16. **C.** 44. **D.** 22.

Câu 17: Nếu một công việc được chia thành hai trường hợp để thực hiện, trường hợp thứ nhất có m cách thực hiện, trường hợp thứ hai có n cách thực hiện và mỗi cách thực hiện ở trường hợp này không trùng với bất kì cách thực hiện nào ở trường hợp kia. Khi đó số cách thực hiện công việc nói trên là:

A. $m.n$. **B.** $m+n$. **C.** $m!+n!$ **D.** $m!.n!$.

Câu 18: Trong một hộp bút gồm có 8 cây bút bi, 6 cây bút chì và 10 cây bút màu. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một cây bút từ hộp bút đó?

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Câu 19: Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 20: Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Câu 21: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Câu 22: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Câu 23: Một người có 5 cái quần khác nhau, 7 cái áo khác nhau, 9 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 12. **B.** 315. **C.** 6615. **D.** 21.

Câu 24: Có bao nhiêu số nguyên dương không lớn hơn 2020 mà chia hết cho 2 hoặc cho 3?

A. 1684 **B.** 1683 **C.** 1347. **D.** 1348.

Câu 25: Trên giá sách có 6 quyển sách Toán khác nhau, 7 quyển sách Văn khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 2 quyển sách thuộc 2 môn khác nhau?

A. 146. **B.** 336. **C.** 420. **D.** 210.

Câu 26: Một trường trung học phổ thông có 26 học sinh giỏi khối 12 và 43 học sinh giỏi khối 11, 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh giỏi để đi dự trại hè?

A. 23 **B.** 128 **C.** 43 **D.** 69

Câu 27: Tổ I có 6 học sinh nam, 4 học sinh nữ; tổ II có 5 nam, 5 nữ. Có bao nhiêu cách chọn mỗi tổ một học sinh lên bảng?

A. 100. **B.** 600. **C.** 20. **D.** 72.

Câu 28: Một hộp có chứa 12 bi đỏ, 9 bi xanh và 8 bi vàng. Số cách chọn được một bi trong hộp đó là:

A. 96. **B.** 864. **C.** 108. **D.** 29.

Câu 29: Một bó hoa có 6 hoa hồng trắng, 7 hoa hoa hồng đỏ và 8 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy một bông hoa.

A. 336. **B.** 48. **C.** 42. **D.** 21.

Câu 30: Trong kì thi đánh giá năng lực năm 2024 của Đại học Quốc Gia Hà Nội, tháng 3 có 2 ca thi khác nhau, tháng 5 có 3 ca thi khác nhau. An đăng kí tham gia thi tháng 3 và tháng 5, mỗi tháng chỉ chọn một ca. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn

A. 6. **B.** 15. **C.** 9. **D.** 10.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.

b) Chọn đề tài về thiên nhiên có 10 cách.

c) Chọn đề tài về văn hóa hoặc con người có 17 cách.

d) Mỗi thí sinh có 31 cách chọn.

Câu 2: Một cửa hàng có 7 bông hoa Ly, 15 bông hoa Hồng và 6 bông hoa Lan. Bạn Nam muốn mua 1 số bông hoa từ cửa hàng đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 28 cách chọn mua 1 bông hoa từ cửa hàng.

b) Có 630 cách chọn mua một bó gồm 3 bông khác loại từ cửa hàng.

c) Có 2766 cách chọn mua 2 bông khác loại từ cửa hàng.

d) Có 13 cách chọn mua 1 bông Hồng từ cửa hàng.

Câu 3: Trong một khoảng thời gian là a ngày, tại thị trấn Quảng Phú, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 7 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 4 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số ngày mưa và lạnh là 11.

b) Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 4.

c) Số ngày có ít nhất 2 trong 3 đặc điểm: mưa, gió, lạnh là 11.

d) Giá trị của a là 13.

Câu 4: Một chiếc hộp đựng các viên bi khác nhau, trong đó có 4 viên bi màu đỏ, 3 viên bi màu xanh và 2 viên bi màu vàng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ là 4.

b) Số cách chọn ra 1 viên bi không có màu đỏ hoặc màu vàng là 6.

c) Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ hoặc màu xanh là 12.

d) Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ hoặc màu xanh hoặc màu vàng là 9.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong một trường THPT, khối 10 có 365 học sinh nam và 315 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự trại hè. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Câu 2: Trong một trường THPT, khối 10 có 240 học sinh nam và 315 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự khai mạc hội thi Robocon dành cho học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Câu 3: Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh giỏi từ lớp 10A hoặc lớp 11A. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 10A có 15 học sinh giỏi và lớp 11A có 18 học sinh giỏi?

Câu 4: Để tặng thưởng học sinh của 1 tổ, giáo viên chuẩn bị trên bàn có 7 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau. Một học sinh muốn chọn một phần thưởng là một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi thì số cách chọn khác nhau là:

Câu 5: Trong trường THPT, khối 10 có 160 học sinh đạt học lực giỏi môn Toán, 140 học sinh đạt học lực giỏi môn Ngoại ngữ, 50 học sinh đạt học lực giỏi cả 2 môn Toán, Tiếng Anh và 200 học sinh không đạt giỏi môn nào trong 2 môn Toán, Ngoại ngữ. Hỏi khối 10 trường đó có bao nhiêu học sinh?

Câu 6: Trong một trường THPT, khối 10 có 240 học sinh nam và 315 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự khai mạc hội thi Robocon dành cho học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Câu 7: Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh giỏi từ lớp 10A hoặc lớp 11A. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 10A có 15 học sinh giỏi và lớp 11A có 18 học sinh giỏi?

----------------HẾT----------------

Dạng 2: Quy tắc nhân

Phương pháp: Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc nhân, ta thực hiện các bước như sau:

- **Bước 1:** Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$ hoàn thành).
- **Bước 2:** Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$.
- **Bước 3:** Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là:

$$x = x_1.x_2.\cdots.x_n.$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh (có kích thước đôi một khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách để chọn được 2 hộp bút khác màu?

Bài tập 2: Một người có 6 cái áo khác nhau, 5 cái quần khác nhau và 4 cái cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bộ đồng phục gồm áo, quần và cà vạt?

Bài tập 3: Thực hiện các yêu cầu sau:

a) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các chữ số

$$1;\, 2;\, 3;\, 4;\, 5;\, 6;\, 7;\, 8;\, 9\,?$$

Bài tập 4: Có bao nhiêu số điện thoại gồm 10 chữ số, trong đó hai số đầu là 09?

Bài tập 5: Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số lấy từ tập hợp $A=\{0;1;\,2;\,3;\,4;\,5\}$ mà số đó chia hết cho 5?

Bài tập 6: Tủ lạnh nhà bạn An có 20 hộp sữa và 15 cái bánh quy, trong đó có 12 hộp sữa có hương dâu và 8 hộp sữa sô cô la, 8 cái bánh quy hương sô cô la và 7 cái bánh quy hương dâu. Bạn An đang cần lựa 1 món bánh sô cô la và 1 hộp sữa dâu để ăn bữa chiều. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn?

Bài tập 7: Một thùng trong đó có 19 hộp đựng bút màu đỏ, 15 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là

Bài tập 8: Cho tập hợp $A=\{1;2;4;5;7;8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một.

Bài tập 9: Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số chẵn.

Bài tập 10: Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.

Bài tập 11: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có sáu chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3.

Bài tập 12: Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam A, một người nữ B không được ngồi kề nhau?

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Có 3 kiểu đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 2: Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ " quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Câu 3: Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Câu 4: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

A. 24. **B.** 48. **C.** 480. **D.** 60.

Câu 5: Một bó có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Câu 6: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Câu 7: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Câu 8: Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

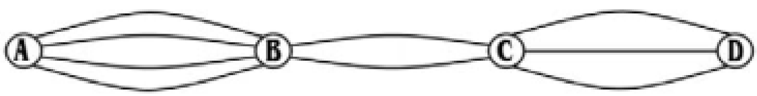
Câu 9: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Câu 10: An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

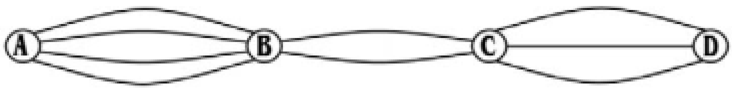
A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Câu 11: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Câu 12: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



A. 1296 **B.** 784 **C.** 576. **D.** 324

Câu 13: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt?

A. 720. **B.** 120. **C.** 96. **D.** 600.

Câu 14: Từ các chữ số $2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số

A. 1296. **B.** 24. **C.** 360. **D.** 720.

Câu 15: Bạn Mai có ba cái áo màu khác nhau và hai quần kiểu khác nhau. Hỏi Mai có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo

A. 10. **B.** 20. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 16: Một tổ gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Số cách chọn ra 2 học sinh gồm 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ từ tổ đó là

A. 10. **B.** 90. **C.** 45. **D.** 24.

Câu 17: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số này lẻ và không chia hết cho 5?

A. 20100 **B.** 12260 **C.** 40320 **D.** 15120

Câu 18: Lớp 11A gồm có 29 học sinh nữ và 14 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ vào đội văn nghệ của nhà trường?

A. 406. **B.** 29. **C.** 43. **D.** 903.

Câu 19: Cho $1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?

A. 3125 **B.** Đáp án khác **C.** 120 **D.** 96

Câu 20: Lớp 12A1 có 20 bạn nữ và 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ và một bạn nam của lớp 12A1 để tham gia hoạt động ngoại khóa của trường?

A. 630. **B.** 36. **C.** 320. **D.** 1220.

Câu 21: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!

Câu 22: Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 26.

Câu 23: Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 26 cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;\ldots;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;\ldots;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Câu 24: Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160. **B.** 240. **C.** 180. **D.** 120.

Câu 25: Từ các chữ số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.

Câu 26: Từ các chữ số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

A. 36. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 14.

Câu 27: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.

Câu 28: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Câu 29: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Câu 30: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu chữ số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.

Câu 31: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 32: Số các số lẻ có hai chữ số khác nhau là

A. 10. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 40.

Câu 33: Từ $X = \{0,1,2,3,4,5\}$ chọn ra số các số chia hết cho 5 có 3 chữ số khác nhau. Số các số này là:

A. 36. **B.** 40. **C.** 32. **D.** 320.

Câu 34: Có 10000 vé số được đánh số từ 0000 đến 9999. Số các vé có 4 chữ số khác nhau là:

A. 30240. **B.** 5040. **C.** 10000. **D.** 2520.

Câu 35: Từ $X = \{1,2,3\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số mà chữ số 1 có mặt đúng 3 lần, còn các chữ số khác có mặt đúng 1 lần?

A. 60. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 30.

Câu 36: Số các số nguyên gồm 3 chữ số khác nhau là:

A. 810. **B.** 648. **C.** 729. **D.** 720.

Câu 37: Từ $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ có bao nhiêu cách chọn 1 số hoặc chẵn hoặc là nguyên tố?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 38: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình?

A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Câu 39: Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái, phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 625.

Câu 40: Biển số xe máy của tỉnh A có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái, kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;...;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;...;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Câu 41: Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?

A. 72. **B.** 74. **C.** 76. **D.** 78.

Câu 42: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Câu 43: Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại?

A. 1000. **B.** 100000. **C.** 10000. **D.** 1000000.

Câu 44: Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

A. 190. **B.** 182. **C.** 280. **D.** 194.

Câu 45: Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384. **B.** 120 **C.** 216 **D.** 600

Câu 46: Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152. **B.** 10001. **C.** 1048577. **D.** 1048576.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $5,6,7,8,9.$ Tính tổng tất cả các số thuộc tập $S.$

A. 9333420. **B.** 46666200. **C.** 9333240. **D.** 46666240.

Câu 48: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Câu 49: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

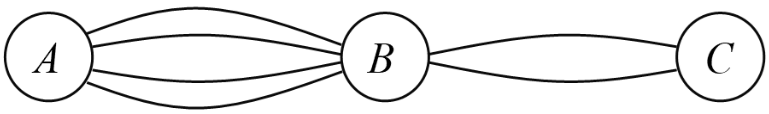
A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Câu 50: Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321 **B.** 21312 **C.** 12312 **D.** 21321

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Có 2 cách đi từ thành phố C đến thành phố B.

b) Có tất cả 6 con đường trong hình vẽ.

c) Có 6 cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua B chỉ một lần.

d) Có 8 cách đi xuất phát từ thành phố B đến thành phố A và quay ngược lại thành phố B.

Câu 2: Cho tập $A=\{1;2;3;4\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 16 số có 2 chữ số từ các chữ số ở tập A.

b) Có thể lập được 16 số có 2 chữ số khác nhau từ các chữ số ở tập A.

c) Có thể lập được 8 số chẵn có 2 chữ số khác nhau từ các chữ số ở tập A.

d) Có thể lập được 8 số lẻ có 2 chữ số từ các chữ số ở tập A.

Câu 3: Trên một giá sách có 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Vật lí và 6 quyển sách Hóa học. Các quyển sách đôi một khác nhau. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 15 cách lấy một quyển sách tùy ỳ từ giá sách.

b) Có 9 cách lấy một quyển sách Toán hoặc Vật lý từ giá sách.

c) Có 10 cách lấy hai quyển sách gồm Toán và Hóa học từ giá sách.

d) Có 120 cách lấy ba quyển sách có đủ ba môn học từ giá sách.

Câu 4: Cho tập hợp $A=\{1,2,3,4,5\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Từ A lập được 25 số có hai chữ số.
b) Từ A lập được 125 số có ba chữ số khác nhau.
c) Từ A lập được 24 số chẵn có ba chữ số khác nhau.
d) Từ A lập được 101 số lẻ có ba chữ số khác nhau.

Câu 5: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5,6,7$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 8 số có một chữ số.
b) Có thể lập được 56 số có hai chữ số khác nhau.
c) Có thể lập được 25 số chẵn có hai chữ số khác nhau.
d) Có thể lập được 22 số có ba chữ số khác nhau chứa chứ số 2 và chia hết cho 5.

Câu 6: Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 60 cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em.
b) Có 35 cách chọn ba học sinh trong đó có đúng một học sinh lớp 12.
c) Có 30 cách chọn hai học sinh của đúng hai khối.
d) Có 12 cách chọn một học sinh giỏi của trường để phát biểu.

Câu 7: Từ các chữ số $1,2,3,4,5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 5 số có một chữ số.
b) Có thể lập được 20 số có hai chữ số.
c) Có thể lập được 60 số có ba chữ số khác nhau.
d) Có thể lập được 32 số có ba chữ số khác nhau không nhỏ hơn 342.

Câu 8: Cho các chữ số 1, 2, 3. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Từ các chữ số đã cho lập được 27 số có 3 chữ số.

b) Từ các chữ số đã cho lập được 9 số có 3 chữ số và là số chẵn.

c) Tổng các số có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số đã cho là 1332.

d) Số các số 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị là 62.

HẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Một bó có 8 hoa hồng trắng, 7 hoa hồng đỏ và 10 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

Câu 2: Có 9 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

Câu 3: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

Câu 4: Một thùng có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

Câu 5: Có 4 bông hoa hồng khác nhau, có 6 bông hoa lan khác nhau, có 5 bông hoa cúc khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại.

Câu 6: Cần xếp 3 nam, 3 nữ vào 1 hàng có 6 ghế (mỗi bạn một ghế). Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.

Câu 7: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một loại nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

Câu 8: Đội tuyển học sinh giỏi Toán gồm 10 em: 5 nam và 5 nữ. Muốn chọn ra 1 bạn nam làm tổ trưởng, 1 bạn nữ làm tổ phó và 1 thư ký. Số cách chọn là:

Câu 9: Từ các số $0,1,2,3,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 120. **B.** 72. **C.** 69. **D.** 54.

Câu 10: Đội tuyển học sinh giỏi Toán gồm 10 em: 5 nam và 5 nữ. Muốn chọn ra 1 bạn nam làm tổ trưởng, 1 bạn nữ làm tổ phó và 1 thư ký. Số cách chọn là:

Câu 11: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số và chia hết cho 15?

-----------------HẾT-----------------

BÀI 02 HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Hoán vị

Định nghĩa: Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi cách sắp xếp thứ tự của n phần tử tập hợp A là hoán vị của n phần tử này.

- Số các hoán vị của n phần tử tập hợp A được ký hiệu bởi P_n.
- Được xác định theo công thức: $P_n = n! = n.(n-1).(n-2)....2.1$

Giai thừa: Cho số tự nhiên $n \geq 1$, ta định nghĩa n giai thừa, ký hiệu bởi $n!$ là: $n! = n.(n-1).(n-2)....2.1$
Chú ý: Các hoán vị khác nhau chỉ khác nhau về thứ tự sắp xếp các phần tử. Hoán vị của 3 phần tử *a, b, c* gồm: *a, b, c; a, c, b; b, a, c;...*

2 Chỉnh hợp

Định nghĩa: Cho tập A gồm n phần tử $(n \geq 1)$:

- Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau từ n phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là chỉnh hợp n chập k của A).
- Số các chỉnh hợp chập k của của một tập hợp có n phần tử là:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ với } (1 \leq k \leq n).$$

- Quy ước: $0! = 1;\ A_n^0 = 1;\ A_n^n = P_n = n!$

3 Tổ hợp

Định nghĩa: Cho tập A gồm n phần tử $(n \geq 1)$.

- Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k,n là các số tự nhiên, $0 \leq k \leq n$).
- Số các chỉnh hợp chập k của của một tập hợp có n phần tử là:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ với } (1 \leq k \leq n).$$

Tính chất:

- Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$.
- Cho các số nguyên n và k với $1 \leq k \leq n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ *(Công thức Pascal)*

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Hoán vị

Phương pháp: Các dạng bài tập về hoán vị

Hoán vị đồ vật:

- Tập hợp A là tập con có n phần tử của tập hợp $\{0,1,...8,9\}$ với $1 \le n \le 10$.
- Khi đó, số cách thành lập số tự nhiên x có n chữ số được lấy từ A là số hoán vị của n phần tử này tức là có $P_n = n!$ số

Hoán vị vòng quanh

- Có n phần tử được sắp xếp trên một vòng tròn n vị trí. Số cách xếp sẽ là hoán vị của $n-1$ phần tử: $(n-1)!$
- Thật vậy, mỗi cách xếp không thay đổi khi các phần tử lần lượt dời chỗ qua bên phải (hoặc trái) một vị trí. Như vậy, có n vị trí trên vòng tròn, nên có $\frac{n!}{n} = (n-1)!$ cách xếp.

Hoán vị lặp

- Cho k phần tử khác nhau $a_1, a_2, ..., a_k$. Một cách sắp xếp n phần tử trong đó gồm n_1 phần tử a_1, n_2 phần tử a_2, …, n_k phần tử a_k $(n_1 + n_2 + ... + n_k = n)$ theo một thứ tự nào đó được gọi là hoán vị lặp cấp n và kiểu $(n_1, n_2, ..., n_k)$ của k phần tử.
- Số các hoán vị lặp dạng như trên là $P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!...!n_k!}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho tập hợp $S = \{1,2,3,4\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập *A?*

Bài tập 2:Một chồng sách gồm 4 quyển sách Toán khác nhau, 3 quyển sách Vật Lý khác nhau, 5 quyển sách Hóa Học khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách trên thành một hàng ngang sao cho

a) Các quyển sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

b) Các quyển sách toán đứng gần nhau.

Bài tập 3: Có bao nhiêu cách xếp 5 bạn học sinh A, B, C, D, E vào 5 ghế dài sao cho:

a) Bạn C ngồi chính giữa?

b) Hai bạn A và E ngồi ở hai đầu ghế?

Bài tập 4: Trên giá sách dài có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Văn và 3 quyển sách Tiếng Anh. Các quyển sách đều khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên sao cho:

a) Các quyển sách xếp một cách tuỳ ý?

b) Các quyển sách xếp theo từng môn liền nhau?

c) Các quyển sách xếp theo từng môn và sách Toán xếp ở giữa?

Bài tập 5: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 viên bi đỏ khác nhau và 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu không xếp cạnh nhau?

Bài tập 6: Một lớp học có ba cán bộ lớp là A,B,C. Có bao nhiêu cách chọn một lớp trưởng, một lớp phó, một bí thư từ ba cán bộ lớp A,B,C?

Bài tập 7: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{1;2;3;4;5\}$?

Bài tập 8: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{0;1;2;3;4\}$?

Bài tập 9: Có bao nhiêu cách sắp chỗ ngồi cho 6 người vào 6 ghế xếp thành một dãy?

Bài tập 10: Có bao nhiêu cách sắp chỗ ngồi cho 6 người vào 6 ghế xếp xung quanh một bàn tròn, nếu không có sự phân biệt giữa các ghế này?

Bài tập 11: Có hai dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam, 5 nữ vào 2 dãy ghế trên có bao nhiêu cách nếu:

a) Nam và nữ được xếp tùy ý.

b) Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.

Bài tập 12: Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh sao cho:

a) Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau ?

b) Những học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau ?

Bài tập 13: Một trường trung học phổ thông có 4 học sinh giỏi khối 12, có 5 học sinh giỏi khối 11, có 6 học sinh giỏi khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 15 học sinh trên thành một hàng ngang để đón đoàn đại biểu, nếu:

a) Các học sinh được xếp bất kì.

b) Các học sinh trong cùng một khối phải đứng kề nhau.

Bài tập 14: Trả lời các câu hỏi sau:

a) Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho nam và nữ ngồi xen kẻ nhau?

b) Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho mỗi bà đều ngồi cạnh chồng của mình?

Bài tập 15: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau, biết tổng của 3 chữ số này bằng 18?

Dạng 2: Chỉnh hợp

Phương pháp: Khi giải một bài toán chọn trên một tập X có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

- Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X $(1 \le k \le n)$.
- Có sắp xếp thứ tự các phần tử đã chọn.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 4 người ngồi vào 6 chỗ trên một ghế dài?

Bài tập 2: Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

Bài tập 3: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

Bài tập 4: Xếp 6 bạn học sinh nam và 3 bạn học sinh nữ A, B, C ngồi trên một hàng ngang có 9 ghế sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Số cách xếp chỗ ngồi cho 9 học sinh đó sao cho mỗi bạn nữ ngồi giữa hai học sinh nam là.

Bài tập 5: Có bao nhiêu cách sắp xếp cho 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ ngồi quanh một bàn tròn sao cho không có hai học sinh nữ nào cạnh nhau? (Nếu có hai cách sắp xếp mà cách xếp này quay quanh vòng tròn được cách sắp xếp kia thì ta coi chỉ là một cách sắp xếp).

Bài tập 6: Trả lời các yêu cầu sau đây:

a) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó là số chẵn?

c) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và số đó là số lẻ ?

Bài tập 7: Xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ thành một hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách xếp:

a) Nam nữ đứng xen kẻ

b) Nữ luôn đứng cạnh nhau

c) Không có 2 nam nào đứng cạnh nhau

Bài tập 8: Có thể lập ra được bao nhiêu số điện thoại di động có 10 chữ số bắt đầu là 0908, các chữ số còn lại khác nhau đôi một, khác với 4 chữ số đầu và phải có mặt chữ số 6.

Dạng 3: Tổ hợp

Phương pháp: Khi giải bài toán chọn trên một tập hợp X có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

- Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X $(1 \le k \le n)$.
- Không phụ thuộc vào thứ tự sắp xếp các phần tử đã chọn

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Một lớp có 20 học sinh nam, 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách để giáo viên chủ nhiệm chọn ra một ban chấp hành Đoàn 3 người sao cho ban chấp hành có ít nhất 1 nữ.

Bài tập 2: Từ một bó gồm 5 bông hoa đỏ, 6 bông hoa vàng, 7 bông hoa tím. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 bông hoa có đủ cả 3 màu.

Bài tập 3: Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề để kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho mỗi đề thi nhất thiết phải có đủ 3 loại (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2?

Bài tập 4: Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh khối 10, 4 học sinh khối 11 và 3 học sinh khối 12. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 khối trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

Bài tập 5: Cho một đa giác đều n đỉnh ($n \in \mathbb{N}$ và $n \ge 3$). Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Bài tập 6: Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn:

a) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.
b) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

Bài tập 7: Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau.

a) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.
b) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

Bài tập 8: Có một hộp đựng 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng.

a) Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi, trong đó có 2 viên bi xanh và có nhiều nhất 2 viên bi vàng và phải có đủ 3 màu.

b). Có bao nhiêu cách lấy ra 9 viên bi có đủ 3 màu.

Bài tập 9: Một đội cảnh sát giao thông gồm 15 người trong đó có 12 nam. Hỏi có bao nhiêu cách phân đội cảnh sát giao thông đó về 3 chốt giao thông sao cho mỗi chốt có 4 nam và 1 nữ.

Bài tập 10: Môt lớp có 20 học sinh trong đó có 14 nam, 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập 1 đội gồm 4 học sinh trong đó có.

a) Số nam và nữ bằng nhau.

b) Có ít nhất 1 nữ.

Bài tập 11: Một đội văn nghệ gồm 20 người, trong đó có 10 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người, sao cho:

a) Có đúng 2 nam trong 5 người đó?

b) Có ít nhất 2 nam, ít nhất 1 nữ trong 5 người đó

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Số các hoán vị của 4 phần tử là:
A. 24 **B.** 12 **C.** 4 **D.** 48

Câu 2: Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng ngang?
A. $8!$. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 8^8.

Câu 3: Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm có 9 học sinh giữ chức danh tổ trưởng và tổ phó?
A. 2^9. **B.** C_9^2. **C.** 9^2. **D.** A_9^2.

Câu 4: Cho tập $X=\{1,2,3,4,5\}$. Viết được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lấy từ tập X ?
A. $30!$. **B.** $11!$. **C.** $5!$. **D.** $6!$.

Câu 5: Trong một trận chung kết bóng đá cần phải đá luân lưu 11 mét để phân định thắng thua. Huấn luyện viên cần trình với trọng tài một danh sách 3 cầu thủ trong 7 cầu thủ đang có trên sân để lần lượt theo thứ tự đá đủ 3 quả sút luân lưu (mỗi cầu thủ đá đúng một lần). Huấn luyện viên có tất cả bao nhiêu cách chọn?
A. 70. **B.** 2187. **C.** 823543.. **D.** 210.

Câu 6: Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 2?
A. 12 số. **B.** 20 số. **C.** 60 số. **D.** 25 số.

Câu 7: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 6 chữ số khác nhau trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ?
A. 8400. **B.** 42000. **C.** 60480. **D.** 33600.

Câu 8: Từ các chữ số $1;2;3;4;5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?
A. 120. **B.** 5. **C.** 625. **D.** 24.

Câu 9: Có thể tạo thành bao nhiêu véc-tơ khác vectơ không từ mười điểm phân biệt trên mặt phẳng?
A. 10!. **B.** C_{10}^2. **C.** 10. **D.** A_{10}^2.

Câu 10: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.
A. 816. **B.** 18. **C.** $8!$. **D.** 604.

Câu 11: Nếu một đa giác lồi có 44 đường chéo thì đa giác đó có bao nhiêu cạnh?
A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 12: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó có 3 chữ số $1;2;3$ và chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?
A. 2942. **B.** 5880. **C.** 3204. **D.** 7440.

Câu 13: Cho tập hợp $M=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3 mà các chữ số thuộc tập M?
A. 180. **B.** 200. **C.** 160. **D.** 140.

Câu 14: Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 11, có 7 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số trong tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$?

A. 144. **B.** 288. **C.** 720. **D.** 4320.

Câu 15: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau.

A. 500. **B.** 405. **C.** 360. **D.** 328.

Câu 16: Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

A. 72. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 180.

Câu 17: Có bao nhiêu số gồm 7 chữ số khác nhau đôi một được lập bằng cách dùng 7 chữ số $1,2,3,4,5,7,9$ sao cho hai chữ số chẵn không đứng liền nhau?

A. 3600. **B.** 1440. **C.** 5040. **D.** 4320.

Câu 18: Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1.

A. 2802. **B.** 2280. **C.** 65. **D.** 2520.

Câu 19: Xét biển số xe là dãy gồm 2 chữ cái đứng trước và 4 chữ số đứng sau. Các chữ cái được lấy từ 26 chữ cái A, B, …, Z. Các chữ số được lấy từ 10 chữ số 0, 1, …, 9. Có bao nhiêu biển số xe có hai chữ cái khác nhau đồng thời có đúng hai chữ số lẻ và hai chữ số lẻ đó giống nhau.

A. 81.250. **B.** 65.000. **C.** 13.000. **D.** 975.000.

Câu 20: Một lớp học gồm có 40 học sinh, cần chọn một ban cán sự lớp gồm 3 người với các chức vụ: Lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó lao động. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. $3!$. **B.** A_{40}^{3}. **C.** C_{40}^{3}. **D.** $40!$.

Câu 21: Sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn C luôn ngồi chính giữa là

A. 120. **B.** 24. **C.** 60. **D.** 16.

Câu 22: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

A. 2942. **B.** 5880. **C.** 7440. **D.** 3204.

Câu 23: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần).

A. 3991680. **B.** $12!$. **C.** 35831808. **D.** $7!$.

Câu 24: Cho 6 chữ số $4,5,6,7,8,9$. Số các số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau lập thành từ 6 chữ số đó.

A. 120. **B.** 60. **C.** 256. **D.** 216.

Câu 25: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau, trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có mặt chữ số 1?

A. 151200. **B.** 60480. **C.** 3024. **D.** 33600.

Câu 26: Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

A. 15. **B.** 12. **C.** 1440. **D.** 30.

Câu 27: Trong một dạ hội cuối năm ở một cơ quan, ban tổ chức phát ra 100 vé xổ số đánh số từ 1 đến 100 cho 100 người. Xổ số có 4 giải: 1 giải nhất, 1 giải nhì, 1 giải ba, 1 giải tư. Kết quả là việc công bố ai trúng giải nhất, giải nhì, giải ba, giải tư. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể nếu biết rằng người giữ vé số 47 được giải nhất?

A. 944109. **B.** 941409. **C.** 941094. **D.** 156849.

Câu 28: Cho đa giác đều có 100 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác tù được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều đã cho?

A. 58800. **B.** 1176. **C.** 235200. **D.** 117600.

Câu 29: Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy ?

A. 80640. **B.** 108864. **C.** 145152. **D.** 217728.

Câu 30: Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?

A. 4374. **B.** 139968. **C.** 756. **D.** 15552.

Câu 31: Một lớp học có 40 học sinh gồm 15 nam và 25 nữ. Giáo viên cần chọn 3 học sinh tham gia lao động. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

A. 9880. **B.** 59280. **C.** 2300. **D.** 455.

Câu 32: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ đi lao động?

A. $C_6^1 + C_9^1$. **B.** $C_6^1 C_{15}^1$. **C.** $C_6^1 + C_{15}^1$. **D.** $C_6^1.C_9^1$.

Câu 33: Một hộp bánh trung thu có 4 bánh dẻo gồm các loại nhân khác nhau và 6 bánh nướng có các loại nhân khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 6 cái bánh để phát cho các em thiếu nhi?

A. 240. **B.** 151200. **C.** 14200. **D.** 210.

Câu 34: Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ, số cách chọn 3 em học sinh đi dự đại hội đoàn trong đó có nhiều nhất 1 em nữ là

A. 12102. **B.** 8300. **C.** 6000. **D.** 1200.

Câu 35: Có 10 y tá và 3 bác sĩ. Hỏi có bao nhiêu cách lập nhóm công tác gồm 1 bác sĩ làm trưởng đoàn, 1 y tá làm phó đoàn và 5 y tá làm thành viên?

A. 8730. **B.** 3780 **C.** 3870 **D.** 7830

Câu 36: Một hộp có 7 quả cầu xanh, 9 quả cầu đỏ và 12 quả cầu vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quả cầu có đúng 2 màu?

A. 3276. **B.** 1095. **C.** 2859. **D.** 2181.

Câu 37: Một hộp chứa 18 viên bi gồm 3 bi đỏ, 6 bi xanh và 9 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên từ hộp ra 2 quả bi. Có bao nhiêu cách để 2 bi được chọn khác màu?

A. 72. **B.** 45. **C.** 153. **D.** 99.

Câu 38: Trong kho đèn trang trí đang còn 6 bóng đèn loại I, 8 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. 686. **B.** 6480. **C.** 680. **D.** 6460.

Câu 39: Cho tập A gồm n điểm phân biệt trên mặt phẳng sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Tìm n sao cho số tam giác có 3 đỉnh lấy từ 3 điểm thuộc A gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ 3 điểm thuộc A.

A. $n = 7$. **B.** $n = 12$. **C.** $n = 9$. **D.** $n = 11$.

Câu 40: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với a, b, $c \in \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$ sao cho $a < b < c$.

A. 35. **B.** 56. **C.** 294. **D.** 45.

Câu 41: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 17 điểm vừa nói trên.

A. 525. **B.** 680. **C.** 155. **D.** 600.

Câu 42: Từ 2 chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có 2 chữ số 1 đứng cạnh nhau?

A. 54. **B.** 110. **C.** 55. **D.** 108.

Câu 43: Có sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và bốn quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 4. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ba quả cầu vừa khác màu vừa khác số?

A. 64. **B.** 96. **C.** 128. **D.** 32.

Câu 44: Có 3 bức thư và 3 con tem. Hỏi có bao nhiêu cách dán tem lên 3 bức thư, biết mỗi bức thư chỉ dán 1 con tem.

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** $2!$.

Câu 45: Một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 quả cầu đen. Có bao nhiêu cách lấy 2 quả cầu cùng màu từ hộp đó?

A. 21. **B.** 42. **C.** 10. **D.** 24.

Câu 46: Một giải thể thao chỉ có ba giải là nhất, nhì, ba. Trong số 20 vận động viên đi thi, có bao nhiêu khả năng mà ba người có thể được ban tổ chức trao giải nhất, nhì, ba?

A. 1140. **B.** 6840. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 47: Cho một đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp 1 đường tròn. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để đa giác tạo thành là một hình chữ nhật?

A. 60. **B.** 38. **C.** 45. **D.** 30

Câu 48: Một công ty có 9 nam và 13 nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Công ty muốn chọn 1 đội chơi tham dự teambuilding gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người trong số 22 người đó nhưng không có cặp vợ chồng nào?

A. 24054. **B.** 24075. **C.** 24090. **D.** 24072.

Câu 49: Lớp 12A5 của trường THPT Nguyễn Công Trứ có 15 học sinh giỏi theo từng tổ như sau: tổ 1 có 5 học sinh, tổ 2 có 5 học sinh và tổ 3 có 5 học sinh. Nhà trường cần chọn một đội tuyển gồm 10 học sinh tham gia thi HSG cấp tỉnh. Tính số cách lập đội tuyển sao cho có học sinh cả ba tổ và có nhiều nhất 2 học sinh tổ 1.

A. 59. **B.** 50. **C.** 506. **D.** 500.

Câu 50: Một nhóm 9 người gồm ba đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau?

A. 288. **B.** 864. **C.** 24. **D.** 576.

Câu 51: Thầy Tuấn có 10 phần thưởng khác nhau trong đó có 4 cặp sách, 3 hộp bút, 3 quyển vở. Thầy muốn lấy ra 5 món quà và tặng cho 5 em học sinh A,B,C,D,E mỗi em một phần thưởng. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng cho các em học sinh sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại phần thưởng trên đều còn ít nhất một phần thưởng.

A. 204 cách. **B.** 24480 cách. **C.** 720 cách. **D.** 2520 cách.

Câu 52: Tổ 1 lớp 10A có 3 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Có bao nhiêu cách xếp các học sinh tổ 1 thành một hàng dọc sao cho không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau?

A. 4800. **B.** 3600. **C.** 7200. **D.** 9600.

Câu 53: Một hộp đựng 20 quả cầu được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ba quả cầu từ hộp trên rồi cộng số ghi trên đó lại. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy để kết quả thu được là một số chia hết cho 3?

A. 390. **B.** 120. **C.** 384. **D.** 502.

Câu 54: ừ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7;8$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm có 5 chữ số dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$.

A. 52. **B.** 26 **C.** 282 **D.** 56

Câu 55: Cho đa giác đều có 15 đỉnh, gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Trong số các tam giác đó có bao nhiêu tam giác là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều?

A. 64. **B.** 70. **C.** 72. **D.** 90.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 5 cách xếp 5 học sinh nữ vào 5 chỗ ngồi.

b) Có 10! cách xếp 10 học sinh vào 10 ghế.

c) Có $5!.5!$ cách xếp nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

d) Có $2.5!$ cách xếp học sinh cùng giới ngồi cạnh nhau.

Câu 2: Cho các chữ số 0, 2, 3, 8, 9. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 16.

b) Số các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 20.

c) Số các số tự nhiên lẻ có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 10.

d) Số các số tự nhiên lẻ có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 8.

Câu 3: Cho tập $S = \{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có $6.6!$ số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập S.

b) Có 144 số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập S sao cho 3 chữ số 1, 2, 3 luôn đứng cạnh nhau

c) Có $6!$ số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lấy từ tập $S \setminus \{0\}$

d) Có $3.5.5!$ số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho số đó là số chẵn

Câu 4: Sắp xếp 5 bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lan vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 120 cách sắp xếp tùy ý.

b) Có 16 cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa.

c) Có 12 cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế

d) Có 48 cách sắp xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.

Câu 5: Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 40320 cách xếp tùy ý.

b) Có 720 cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau.

c) Có 4320 cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau.

d) Có 2880 cách xếp học sinh nam luôn đứng cạnh nhau.

Câu 6: An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 5040 cách xếp chỗ ngồi.

b) Có 40320 cách xếp bạn An ngồi chính giữa.

c) Có 80640 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

d) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau.

Câu 7: Xếp 5 học sinh nam và 2 học sinh nữ vào một ghế dài. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 5040 cách xếp ngẫu nhiên.

b) Có 240 cách xếp để học sinh cùng giới ngồi cạnh nhau.

c) Có 240 cách xếp để 2 học sinh nữ ngồi ở 2 đầu ghế.

d) Có 3600 cách xếp để 2 học sinh nữ không ngồi cạnh nhau.

Câu 8: Từ 5 học sinh không có bạn nào trùng tên nhau trong đó có bạn Hoa và Hồng. Xếp 5 bạn đó vào một bàn dài 5 chỗ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 120 cách xếp tùy ý.

b) Có 24 cách xếp Hoa và Hồng ngồi cạnh nhau.

c) Có 12 cách xếp Hoa và Hồng ngồi ở hai đầu bàn.

d) Có 36 cách xếp Hoa và Hồng ngồi cách nhau đúng một bạn.

Câu 9: Từ các chữ số $1,3,5,7,9$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 120 số có năm chữ số khác nhau.

b) Có thể lập được 90 số có bốn chữ số khác nhau trong đó phải có mặt chữ số 5.

c) Có thể lập được 48 số có năm chữ số khác nhau trong đó chữ số $7,9$ luôn đứng cạnh nhau.

d) Có thể lập được 20 số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

Câu 10: Xếp 7 bạn nam và 6 bạn nữ thành một hàng ngang. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có $13!$ cách sắp xếp các bạn thành 1 hàng ngang

b) Nam nữ đứng xen kẻ thì có $7!.6!$ cách sắp xếp.

b) Nữ luôn đứng cạnh nhau thì có 3628800 cách sắp xếp.

c) Có $7!.A_8^6$ cách xếp không có 2 nữ nào đứng cạnh nhau.

Câu 11: Từ các chữ số $A=\{1;3;4;7;8\}$ lập thành số có 3 chữ số đôi một khác nhau. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 24 số mà trong đó không có mặt chữ số 1.

b) Có 36 số là số lẻ.

c) Có 36 số là số chẵn.

d) Trong các số được tạo thành thì số chẵn nhiều hơn số lẻ.

Câu 12: Lớp 10A1 trường THPT Ten Lơ Man có 44 học sinh, trong đó có 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số cách sắp xếp 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam thành một hàng dọc là: 18!.26!

b) Có $4!$ cách xếp khác nhau cho 4 HS ngồi vào 6 chỗ trên một bàn dài.

c) GVCN cần lập ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập và 1 lớp phó kỉ luật. Có $3!$ cách lập.

d) Lớp trưởng cần chọn ra 5 bạn và xếp thứ tự thuyết trình cho 5 bạn này. Có A_{44}^5 cách chọn.

Câu 13: Cho tập hợp $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ A là 4^7.

b) Số các số tự nhiên có ba chữ số lẻ khác nhau được lập từ A là A_4^3.

c) Số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau được lập từ A là $4A_6^3$.

d) Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau trong đó có một chữ số chẵn và ba chữ số lẻ được lập từ A là $12A_4^3$.

Câu 14: Xếp 6 bạn trong đó có Bình và An thành một hàng dọc. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có $6!$ cách xếp bất kì.

b) Có $4!$ cách xếp sao cho Bình hoặc An đứng đầu hàng.

c) Có $2.5!$ cách xếp sao cho Bình và An đứng cạnh nhau.

d) Có $4!A_5^2$ cách xếp Bình và An không đứng cạnh nhau.

Câu 15: Lớp 10A có 30 học sinh gồm 13 bạn nữ và 17 bạn nam, trong đó bạn Khang (nam) làm lớp trưởng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn ra hai bạn gồm một nam và một nữ tham gia vào Đội cờ đỏ. Số cách chọn là 220 cách.

b) Chọn ra ba bạn trực nhật lớp, trong đó phân công một bạn quét lớp, một bạn quét sân và một bạn lau bảng. Số cách chọn là 24360.

c) Chọn ra ba bạn tham gia hoạt động thiện nguyện, trong đó phải có lớp trưởng và có ít nhất một nữ. Số cách chọn là 286.

d) Sắp xếp học sinh để chụp ảnh kỉ yếu trong đó có 14 bạn đứng hàng trước và 16 bạn đứng hàng sau. Số cách sắp xếp là $14!.16!$.

Câu 16: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7;8;9$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 4536 số có bốn chữ số khác nhau.

b) Có thể lập được 13440 số lẻ có năm chữ số khác nhau.

c) Có thể lập được 2240 số chẵn có bốn chữ số khác nhau.

d) Có thể lập được 36960 số lẻ gồm sáu chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600000.

Câu 17: Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5\}$. Lập các số tự nhiên từ tập A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) số các số có hai chữ số là 25;

b) số các số lẻ có hai chữ số khác nhau là 15

c) số các số chẵn có ba chữ số khác nhau là 52;

d) gọi T là số các số số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó nhất thiết phải có chữ số 0 và 3. Tổng các chữ số của T bằng 8.

Câu 18: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số đoạn thẳng có hai đầu mút được tạo nên từ 12 đỉnh trên là A_{12}^{2}.

b) Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ được tạo nên từ 12 đỉnh trên là. A_{12}^{2}

c) Số đường chéo của đa giác là 52.

d) Số hình chữ nhật có 4 đỉnh được lập từ 12 đỉnh trên là C_{12}^{4}

Câu 19: Trong một lớp có 16 bạn nữ, 18 bạn nam. Chọn ra 5 bạn tham gia đợt tình nguyện mùa hè xanh. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có C_{34}^{5} cách chọn 5 bạn bất kỳ.

b) Có C_{16}^{5} cách chọn 5 bạn đều là nữ.

c) Có $C_{16}^{2}+C_{18}^{3}$ cách chọn 5 bạn trong đó có 3 bạn nữ, 2 bạn nam.

d) Có $C_{16}^{1}+C_{18}^{4}$ cách chọn 5 bạn trong đó có 1 bạn nữ, 4 bạn nam.

Câu 20: Trong một hộp có 10 quả cầu đỏ, 7 quả cầu xanh. Lấy ra 3 quả cầu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có C_{10}^{3} cách lấy ra 3 quả cầu đỏ.

b) Có A_{7}^{3} cách lấy ra 3 quả cầu xanh.

c) Có $C_{10}^{3}+C_{7}^{3}$ cách lấy ra 3 quả cầu cùng màu.

d) Có $C_{17}^{3}-\left(C_{10}^{1}C_{7}^{2}+C_{10}^{2}C_{7}^{1}\right)$ cách lấy ra 3 quả cầu khác màu.

Câu 21: Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách.

b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách.

c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách.

d) Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.

Câu 22: Có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ xếp vào một bàn dài. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 120 cách xếp các học sinh ngồi tùy ý.

b) Có 12 cách xếp sao cho học sinh nam và học sinh nữ ngồi xen kẽ.

c) Có 24 cách xếp sao cho học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau.

d) Có 24 cách xếp sao cho học sinh nữ luôn ngồi hai đầu bàn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cần xếp một nhóm 4 học sinh ngồi vào một dãy 4 chiếc ghế. Nếu bạn Nga (một thành viên trong nhóm) nhất định muốn ngồi vào chiếc ghế ngoài cùng bên trái, thì có bao nhiêu cách xếp?

Câu 2: Có 4 quyển sách toán khác nhau, 3 quyển sách lý khác nhau, 2 quyển sách hoá khác nhau. Có bao nhiêu cách xếp số sách đó trên một giá nằm ngang sao cho các sách cùng loại nằm cạnh nhau.

Câu 3: Cho các chữ số $0;2;3;4;5;7;8$. Từ các chữ số đó có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 20 và luôn xuất hiện chữ số 4.

Câu 4: Cho đa giác đều có $2n$ cạnh $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ nội tiếp trong một đường tròn. Biết rằng số tam giác có đỉnh lấy trong $2n$ đỉnh trên gấp 20 lần số hình chữ nhật lấy trong $2n$ đỉnh. Tìm n?

Câu 5: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số trong đó chữ số 1 xuất hiện 3 lần, các chữ số còn lại xuất hiện đúng 1 lần.

Câu 6: Cho một đa giác đều 12 đỉnh $A_1A_2...A_{12}$ nội tiếp đường tròn O. Từ 12 đỉnh của đa giác đều trên tạo thành bao nhiêu hình chữ nhật nội tiếp đường tròn O.

Câu 7: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

Câu 8: Cô giáo chọn trong lớp 3 bạn học sinh là An, Bình và Cường để làm ban cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó học tập, lớp phó lao động. Hỏi cô có bao nhiêu cách phân công 3 bạn làm các chức vụ trên.

Câu 9: Phòng tranh của một họa sĩ có 12 bức tranh. Họa sĩ đó có bao nhiêu cách chọn ra 3 bức tranh trong đó để tham dự triển lãm nghệ thuật?

Câu 10: Một nhóm học sinh gồm 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ?

Câu 11: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ?

Câu 12: Từ các chữ số 0,1,2,3,4 có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Câu 13: Từ các chữ số $1,\ 2,3,4,5,\ 6$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm tám chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

Câu 14: Từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt trong đó có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn?

Câu 15: Từ các chữ số của tập hợp $\{0;1;2;3;4;5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

Câu 16: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 15 và mỗi chữ số đều không vượt quá 5.

Câu 17: Cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, ..., A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

Câu 18: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12**C.** Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

Câu 19: Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

Câu 20: Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia.

-----------------HẾT-----------------

BÀI 03 NHỊ THỨC NEWTON

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Công thức nhị thức Newton

Định nghĩa: Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau. Với a,b là các số thực và $n \in \mathbb{N}^*$ thì:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^k a^{n-k} b^k + \ldots + C_n^n b^n$$

2 Nhận xét

- Trong khai triển $(a \pm b)^n$ có $n+1$ số hạng và các hệ số của các cặp số hạng cách đều số hạng đầu và số hạng cuối thì bằng nhau: $C_n^k = C_n^{n-k}$
- Số hạng tổng quát dạng: $T_{n+1} = C_n^k . a^{n-k} . b^k$ và số hạng thứ N thì $k = n-1$
- Trong khai triển $(a-b)^n$ thì dấu đan nhau, nghĩa là $+$, rồi $-$, rồi $+$,…
- Số mũ của a giảm dần, số mũ của b tăng dần nhưng tổng số mũ của a và b bằng n.

3 Tam giác Pascal

Các hệ số của khai triển: $(a+b)^0, (a+b)^1, (a+b)^2, \ldots, (a+b)^n$ có thể sắp xếp thành một tam giác gọi là tam giác PASCAL

$$\begin{array}{llllllll}
n=0: & 1 \\
n=1: & 1 & 1 \\
n=2: & 1 & 2 & 1 \\
n=3: & 1 & 3 & 3 & 1 \\
n=4: & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
n=5: & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\
n=6: & 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \\
n=7: & 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1
\end{array}$$

……………………………………………

Từ công thức: $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ suy ra cách tính các số ở mỗi dòng dựa vào các số ở dòng trước nó.

Chẳng hạn: $C_5^2 = C_4^1 + C_4^2 = 4 + 6 = 10$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Khai triển biểu thức

Phương pháp: Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton: Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau. Với a,b là các số thực và $n\in\mathbb{N}^*$ thì:

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n$$

- Với $n=4$ ta có: $(a+b)^4=C_4^0a^4+C_4^1a^3b+C_4^2a^2b^2+C_4^3ab^3+C_4^4b^4$.
- Với $n=5$ ta có: $(a+b)^5=C_5^0a^5+C_5^1a^4b^1+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4a^1b^4+C_5^5b^5$
$=a^5+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+b^5$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Khai triển các đa thức sau:

a) $(x+3)^4$ b) $(3x+2y)^4$

c) $(x+5)^4+(x-5)^4$ d) $(x-2y)^5$

e) $(x+y)^4$ f) $(1+x)^4$

g) $(x-y)^5$ h) $(x+1)^5$

i) $(2x-3)^4$ j) $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$

Bài tập 2: Biểu diễn $\left(3+\sqrt{2}\right)^5-\left(3-\sqrt{2}\right)^5$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a,b là các số nguyên.

Bài tập 3: Khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$ dưới dạng tổng quát, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^5+...+C_{2n+1}^{2n+1}=1024$.

Bài tập 4: a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,05)^4$ để tính giá trị gần đúng của $1,05^4$.

b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,05^4$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a

Bài tập 5: Khai triển các đa thức sau:

a) $(x+1)^5$ b) $(x-1)^5$

c) $(x+2)^5$ d) $(2x+y)^5$

e) $(x-3y)^5$ f) $(2x+3y)^5$

Dạng 2: Tìm hệ số hoặc số hạng trong khai triển nhị thức Newton

Phương pháp: Cần nhớ một số công thức sau:

⊕ $T_{n+1} = C_n^k.a^{n-k}.b^k$

⊕ $x^m.x^n = x^{m+n}$

⊕ $\dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

⊕ $(x.y)^n = x^n.y^n$

⊕ $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Bài tập 2: Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Bài tập 3: Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Bài tập 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Bài tập 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3+\dfrac{1}{x}\right)^5$ (với $x \neq 0$).

Bài tập 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{4}{x}\right)^4$ với $x \neq 0$.

Bài tập 7: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\dfrac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x \neq 0$.

Bài tập 8: Tìm số hạng chứa $\dfrac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\dfrac{1}{x^2}\right)^4$, $x \neq 0$.

Bài tập 9: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2-\dfrac{1}{x^2}\right)^4$.

Bài tập 10: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x+\dfrac{2}{x^4}\right)^n$.

Bài tập 11: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Bài tập 12: Tìm hệ số của x^{10} trong khải triển thành đa thức của $\left(1+x+x^2+x^3\right)^5$

Bài tập 13: Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^2+C_{2n+1}^4+...+C_{2n+1}^{2n}=1024$.

Bài tập 14: Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P\left(x\right)=\left(3+x-x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+\frac{A_n^3}{n}=12.$

Bài tập 15: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(3x^2+x\right)^6+x^2\left(2x^2-\frac{1}{x}\right)^7$.

Dạng 3: Tính tổng hoặc chứng minh đẳng thức

Phương pháp:

- Sử dụng công thức nhị thức Newton:

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n$$

- Sử dụng tính chất của C_n^k.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tính tổng của các đẳng thức sau:

a) $S=C_{10}^0+C_{10}^1+...+C_{10}^{10}$

b) $S=C_6^1+C_6^2+...+C_6^5$

c) $S=C_6^0+2.C_6^1+2^2.C_6^2+...+2^6C_6^6$

d) $S=C_{12}^0-C_{12}^1+C_{12}^2-...-C_{12}^{11}+C_{12}^{12}$

e) $S=C_{20}^1+2C_{20}^2+2^2.C_{20}^3+...+2^{19}C_{20}^{20}$

f) $S=C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+...+C_{20}^{20}$

g) $S=C_{2019}^1.3^{2018}.2-C_{2019}^2.3^{2017}.2^2+C_{2019}^3.3^{2016}.2^3-...-C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018}+C_{2019}^{2019}.2^{2019}$

h) $S=C_{2021}^0.4^{2021}-C_{2021}^1.4^{2010}.2+C_{2021}^2.4^{2019}.2^2-C_{2021}^3.4^{2018}.2^3-...+C_{2021}^{2020}.4^1.2^{2020}$

Bài tập 2: Cho đa thức $P(x)=(1-x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

Bài tập 3: Cho $n\in\mathbb{N}^*$. Tính tổng $S=2^7C_{2n}^0-2^8C_{2n}^1+2^9C_{2n}^2-2^{10}C_{2n}^3+...-2^{2n+6}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n+7}C_{2n}^{2n}$.

Bài tập 4: Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức $S=3C_n^0+7C_n^1+11C_n^2+...+(4n+3)C_n^n$ theo n.

Bài tập 5: Rút gọn biểu thức $S=\dfrac{1}{1.0!.2019!}+\dfrac{1}{2.1!2018!}+\dfrac{1}{3.2!.2017!}+...+\dfrac{1}{2020.2019!.0!}$

Bài tập 6: Chứng minh đẳng thức $kC_n^k=nC_{n-1}^{k-1}$.

Bài tập 7: Chứng minh đẳng thức $\dfrac{1}{k+1}C_n^k=\dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong khai triển $(x+1)^{2022}$ có chứa bao nhiêu số hạng?

A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2024.

Câu 2: Tìm hệ số của x^3 trong khai triển Newton biểu thức $(2x+1)^5$

A. -80. **B.** 10. **C.** 40. **D.** 80.

Câu 3: Trong khai triển $(x+1)^n$ $(n \in \mathbb{R})$ có chứa 18 số hạng vậy n bằng

A. 16. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 14.

Câu 4: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển Newton biểu thức $(2x-3)^5$

A. -270. **B.** -80. **C.** 240. **D.** -240.

Câu 5: Trong khai triển $(2x+1)^5$ hệ số của số hạng chứa x^5 là

A. 32. **B.** 10. **C.** 100. **D.** 1000.

Câu 6: Thu gọn biểu thức $A=\left(2+\sqrt{3}\right)^5-\left(2-\sqrt{3}\right)^5$ ta được $A=a+b\sqrt{3}$ với a,b là các số nguyên. Tính tổng $a+b$.

A. -209. **B.** 209. **C.** -418. **D.** 418.

Câu 7: Trong khai triển nhị thức Newton của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 8: Trong khai triển nhị thức Newton của $(2x-3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 9: Trong khai triển nhị thức Newton của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^{k-1}a^k b^{5-k}$. **B.** $C_4^k a^{4-k} b^k$. **C.** $C_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $C_4^k a^{4-k}b^{4-k}$.

Câu 10: Trong khai triển nhị thức Newton của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^k 2^k 3^{4-k}.x^{4-k}$. **B.** $C_4^k 2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$. **C.** $C_4^k 2^{4-k}3^k.x^{4-k}$. **D.** $C_4^k 2^k(-3)^{4-k}.x^{4-k}$.

Câu 11: Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Câu 12: Trong khai triển nhị thức Newton của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là

A. $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1. **D.** $12x$.

Câu 13: Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Newton của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Câu 14: Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Newton của $P(x)=4x^2+x(x-2)^4$.

A. $28x^2$. **B.** $-28x^2$. **C.** $-24x^2$. **D.** $24x^2$.

Câu 15: Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3+2A_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Newton của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

Câu 16: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 17: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$. **B.** $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.

C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$. **D.** $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

Câu 18: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x-y)^5$.

A. $x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ **B.** $x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

C. $x^5-5x^4y-10x^3y^2-10x^2y^3-5xy^4+y^5$ **D.** $x^5+5x^4y-10x^3y^2+10x^2y^3-5xy^4+y^5$.

Câu 19: Khai triển của nhị thức $(x-2)^5$.

A. $x^5-100x^4+400x^3-800x^2+800x-32$. **B.** $5x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

C. $x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$. **D.** $x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$.

Câu 20: Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Câu 21: Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$. **B.** $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$. **D.** $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

Câu 22: Khai triển nhị thức $(2x+y)^5$. Ta được kết quả là

A. $32x^5+16x^4y+8x^3y^2+4x^2y^3+2xy^4+y^5$.

B. $32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

C. $2x^5+10x^4y+20x^3y^2+20x^2y^3+10xy^4+y^5$.

D. $32x^5+10000x^4y+80000x^3y^2+400x^2y^3+10xy^4+y^5$.

Câu 23: Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$. **B.** $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$. **D.** $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$

Câu 24: Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

Câu 25: Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.

A. $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$. **B.** $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3-y^4$.

C. $x^4+4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$. **D.** $x^4-4x^3y-4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$.

Câu 26: Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Câu 27: Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Câu 28: Tìm hệ số của đơn thức a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a+2b)^5$.

A. 160. **B.** 80. **C.** 20. **D.** 40.

Câu 29: Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là:

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6(3x)^2(2y)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

Câu 30: Trong khai triển $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{12}$ số hạng chứa x^6 là

A. $264x^6$. **B.** 264. **C.** $100x^6$. **D.** 100.

Câu 31: Khai triển Newton biểu thức $P(x)=(2-3x)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$. Tính $S=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$

A. 9. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 32: Số dân của tỉnh A vào năm 2022 vào khoảng 2 triệu người, tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là $r=1{,}5\%$, đến năm 2027 số dân của tỉnh đó vào khoảng bao nhiêu người?

A. $2.154.568$. **B.** $3.400.000$. **C.** $3.300.000$. **D.** $2.400.000$.

Câu 33: Hệ số của số hạng thứ chính giữa trong khai triển $\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^{10}$ là

A. $-C_{10}^5 2^5 x^5$. **B.** $C_{10}^5 2^5 x^5$. **C.** $C_{10}^5 2^5$. **D.** $-C_{10}^5 2^5$.

Câu 34: Số hạng chứa x^4 trong khai triển đa thức $(2x^2+3x+1)(2x+1)^4$ là

A. $160x^4$. **B.** 160. **C.** $80x^4$. **D.** 80.

Câu 35: Cho nhị thức $(2x+3y)^n$. Tìm n biết hệ số của số hạng thứ 3 chia cho số hạng thứ 2 trong khai triển theo số mũ giảm dần của x bằng $\frac{9}{2}$.

A. $n=5$. **B.** $n=6$. **C.** $n=7$. **D.** $n=8$.

Câu 36: Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4=a_0+a_1\sqrt[3]{2}+a_2\sqrt[3]{4}$. Tính (a_1a_2)

A. $a_1a_2=24$. **B.** $a_1a_2=8$. **C.** $a_1a_2=54$. **D.** $a_1a_2=36$.

Câu 37: Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển $\left(\sqrt{x}+\frac{2}{x}\right)^4, x>0$ là số hạng thứ mấy?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 38: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(x^3-\frac{1}{x^2}\right)^5$.

A. -10. **B.** -5. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 39: Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.

A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Câu 40: Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Khi đó ta có $3n^4$ bằng

A. 7203. **B.** 1875. **C.** 1296. **D.** 6561.

Câu 41: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển: $f(x)=\left(x^3+\frac{1}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11$.

A. 20. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 15.

Câu 42: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển: $f(x)=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 43: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển: $f(x)=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 44: Cho khai triển: $(3x-5)^n = \sum_{i=0}^{n} a_ix^i$. Biết: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^nC_n^n = 243$. Khi đó hãy tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_{n-1}$.

A. 3093. **B.** -3157. **C.** 3157. **D.** -3093.

Câu 45: Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x)=(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n=11$. **B.** $n=5$. **C.** $n=12$. **D.** $n=10$

Câu 46: Cho khai triển: $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$, biết n thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm hệ số lớn nhất của khai triển.

A. 160. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 105.

Câu 47: Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^3 + C_n^4 + ... + C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0

Câu 48: Với $n \geq 4$, tổng $T = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + ...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** $2^n - 1$.

Câu 49: Tổng $T = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^k C_n^k + ... + (-1)^n C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0.

Câu 50: Với $n \geq 4$, tổng $T = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + ...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** $2^n - 1$.

Câu 51: Biểu thức $P = C_n^k + C_n^{k+1}$ bằng

A. C_{n+1}^{k+1} **B.** C_{n+1}^k **C.** C_{n+1}^k **D.** C_n^k.

Câu 52: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^7 + C_n^8 = C_{n+1}^9$. Giá trị của số n bằng

A. 16 **B.** 24. **C.** 18. **D.** 17.

Câu 53: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=8(n+2)$.

A. 14 **B.** 13 **C.** 16 **D.** 15

Câu 54: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4095$. Giá trị của n bằng

A. 14 **B.** 16 **C.** 13 **D.** 12

Câu 55: Tổng $T=C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2k}+...+C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1} **B.** 2^{2n-1} **C.** $2^{2n}-1$ **D.** 2^{2n}

Câu 56: Cho $T=C_{2022}^1+C_{2022}^3+C_{2022}^5+.....+C_{2022}^{2021}$. Tính biểu thức $T=2^n$ thì n bằng

A. 2023 **B.** 2022 **C.** 2021 **D.** 2020

Câu 57: Tính tổng $\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+...+\mathrm{C}_n^n$. ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $n!$ **D.** 2^{n+1}

Câu 58: Tính tổng $\mathrm{C}_n^0-\mathrm{C}_n^1+\mathrm{C}_n^2+...+(-1)^n\mathrm{C}_n^n$. ta được kết quả là:

A. 0. **B.** 2^n **C.** 2^{n-1} **D.** 2^{n+1}

Câu 59: Tính tổng $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n}$ ta được kết quả là:

A. 2^{n-1} **B.** 2^n **C.** 2^{2n-1} **D.** 2^{2n+1}

Câu 60: Xét khai triểm $(1+2x+x^2)^{20}=a_0+a_1x+...+a_{40}x^{40}$. Tổng $S=a_0+a_1+...+a_{40}$ là:

A. 4^{40} **B.** 2^{20} **C.** 2^{40} **D.** 4^{10}

Câu 61: Tính tổng $n.2^{n-1}.C_n^0+(n-1).2^{n-2}.3.C_n^1+(n-2).2^{n-3}.3^2.C_n^2+...+3^{n-1}.C_n^{n-1}$ ta được kết quả là:

A. 5^n **B.** $n.5^n$ **C.** $n.5^{n-1}$ **D.** 5^{n-1}

Câu 62: Tính tổng $C_n^1+2\frac{C_n^2}{C_n^1}+3\frac{C_n^3}{C_n^2}+....+n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$ ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $\frac{n(n-1)}{2}$ **D.** $\frac{n(n+1)}{2}$

Câu 63: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,01)^4$.Tìm số đó?

A. $1,04$. **B.** $1,0406$. **C.** $1,040604$. **D.** 1.04060401.

Câu 64: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,01)^5$. Tìm số đó?

A. 32.808. **B.** $32,80804$. **C.** $32,8$. **D.** $32,8080401$.

Câu 65: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,02)^4$. Tìm số đó?

A. $1,08$. **B.** 1.0824. **C.** $1,08243$. **D.** $1,082432$.

Câu 66: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,03)^5$. Tìm số đó?

A. $34,473$. **B.** $34,47$. **C.** $34,47308$. **D.** $34,473088$.

Câu 67: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,03)^5$. Tìm số đó?

A. $1,15$. **B.** $1,1592$. **C.** $1,159274$. **D.** $1,15927407$.

Câu 68: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(4,001)^4$. Tìm số đó?

A. $256,2560963$. **B.** $256,25$. **C.** $256,256$. **D.** $256,256096$.

Câu 69: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $32,02$. **B.** $32,024$. **C.** $32,0240072$. **D.** $32,024007$.

Câu 70: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $1024,25$. **B.** $1024,256026$. **C.** $1024,25602$. **D.** $1024,256$.

Câu 71: Tính giá trị của $H = C_{15}^0 - 2C_{15}^1 + 2^2C_{15}^2 - ... + 2^{14}C_{15}^{14} - 2^{15}C_{15}^{15}$

A. -3^{15}. **B.** 3^{15}. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 72: Tính giá trị của $K = 3^{20}C_{20}^0 - 3^{19}.4.C_{20}^1 + 3^{18}.4^2.C_{20}^2 - ... - 3.4^{19}.C_{20}^{19} + 4^{20}.C_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. **B.** -7^{20}. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 73: Trong khai triển biểu thức $F = \left(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}\right)^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8. **B.** 60. **C.** 58. **D.** 20.

Câu 74: Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1 + r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?

A. 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.

C. 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.

Câu 75: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là $212.942.000$ người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

A. 229391769 nghìn người. **B.** 329391769 nghìn người.

C. 229391759 nghìn người. **D.** 228391769 nghìn người.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ (với n là số nguyên dương) thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $a_0 = 1$.

b) $n = 5$.

c) Hệ số của x^5 trong khai triển là 32.

d) Hệ số lớn nhất trong khai triển là 40.

Câu 2: Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(xy+2)^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Biểu thức triển khai có 5 số hạng.

b) Số hạng thứ 3 là $40x^3y^3$

c) Số hạng chứa x^2y^2 trong khai triển là 80.

d) Tổng hệ số của các số hạng trong khai triển là 243.

Câu 3: Khai triển $(x+2y)^3+(2x-y)^3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của của x^3 là 9.

b) Hệ số của của y^3 là 7.

c) Hệ số của x^2y là 6.

d) Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3.

Câu 4: Khai triển $\left(x+\sqrt{2}\right)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^2 là 12

b) Hệ số của x^3 là $6\sqrt{2}$

c) Hệ số của x là $8\sqrt{2}$

d) Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4

Câu 5: Khai triển $(x+2y)^3+(2x-y)^3$. $\left(x+\sqrt{2}\right)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của của x^3 là 9

b) Hệ số của của y^3 là 7

c) Hệ số của x^2y là 6

d) Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3

Câu 6: Khai triển $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^2 là $\dfrac{1}{4}$.

b) Số hạng không chứa x là 6.

c) Hệ số của x^4 là 1.

d) Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.

Câu 7: Khai triển $(x+1)^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^4 là 5

b) Số hạng không chứa x là 1

c) $C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=3^5$

d) $32C_5^0+16C_5^1+8C_5^2+4C_5^3+2C_5^4+C_5^5=3^5$

Câu 8: Khai triển $P=\left(x-\sqrt{3}\right)^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^4 trong khai triển là $5\sqrt{3}$.

b) Hệ số của x^2 trong khai triển là $-30\sqrt{3}$.

c) Hệ số của x^3 trong khai triển là 30.

d) Hệ số của x trong khai triển là 45.

Câu 9: Khai triển $Q=(xy-1)^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng có chứa x^2y^2 là $-10x^2y^2$

b) Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5.

c) Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.

d) Hệ số của xy trong khai tri$-5\sqrt{3}$ển là -10.

Câu 10: Khai triển $(1-x)^6$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^2 trong khai triển là C_6^2

b) Hệ số của x^3 trong khai triển là C_6^3

c) Hệ số của x^5 trong khai triển là $-C_6^5$

d) $C_6^0-C_6^1+C_6^2-C_6^3+C_6^4-C_6^5+C_6^6=1$

Câu 11: Cho $\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $a_3=\frac{5}{2}$

b) $a_5=-\frac{1}{32}$

c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$

d) Tổng $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{1}{16}$

Câu 12: Khai triển $(x-3)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^4 trong khai triển là 1

b) Hệ số của x^3 trong khai triển là -12

c) Hệ số của x^2 trong khai triển là 54

d) Tổng các hệ số của các hạng tử có bậc chẵn trong khai triển bằng 134.

Câu 13: Xét khai triển biểu thức $P(x)=(x+1)^4-(x-1)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng tự do trong khai triển bằng 0.

b) Hệ số của x trong khai triển là -8.

c) Tổng các hệ số trong khai triển bằng 14.

d) $P(x)>0$ khi $x\in(0;+\infty)$.

Câu 14: Xét khai triển biểu thức $(1+x+x^2)^4$ (sắp xếp theo thứ tự mũ giảm dần). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng tự do trong khai triển bằng 1.

b) Trong khai triển có 9 hạng tử.

c) Số hạng chính giữa trong khai triển bằng $18x^4$.

d) Tổng các hệ số trong khai triển bằng 81.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong khai triển $(3x+2)^5$ thì hệ số của x^3 bằng bao nhiêu?

Câu 2: Trong khai triển $(1-2x)^5$ có tổng các hệ số là bao nhiêu?

Câu 3: Trên quầy có 5 tờ vé số khác nhau. Một khách hàng có bao nhiêu lựa chọn mua một số vé trong các vé xổ số đó (tính cả không mua vé nào).

Câu 4: Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Vậy số tự nhiên n bằng bao nhiêu?

Câu 5: Tính tổng $S = C_4^0 - 3C_4^1 + 9C_4^2 - 27C_4^3 + 81C_4^4$.

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = \left(3 + x - x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + \dfrac{A_n^3}{n} = 12$.

Câu 7: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(2xy + \dfrac{3}{y}\right)^5$.

Câu 8: Lớp $10A$ đề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ I có bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

Câu 9: Biết rằng $S = C_{20}^0 + C_{20}^2 + C_{20}^4 + \ldots + C_{20}^{20} = 2^m \ (m \in \mathbb{N})$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Câu 10: Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + 2\cdot C_n^1 + 2^2\cdot C_n^2 + \ldots + 2^n\cdot C_n^n = 59049$. Biết số hạng thứ 3 trong khai triển Newton của $\left(x^2 - \dfrac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\dfrac{81}{2}n$. Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn?

Câu 11: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\dfrac{n}{2x} + \dfrac{x}{2}\right)^{2n}, (x \neq 0)$, biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

Câu 12: Ông A có 500 triệu đồng và ông B có 600 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 6% / năm và 4% / năm. Với giải thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi P_n sau n tháng được tính bởi công thức $P_n = P_0(1+r)^n$ trong đó P_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Newtơn, ước lượng đến năm bao nhiêu thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

-----------------HẾT-----------------

CHƯƠNG 8

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 01 QUY TẮC ĐẾM

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Quy tắc cộng và sơ đồ hình cây

Quy tắc cộng: Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện.
- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện.

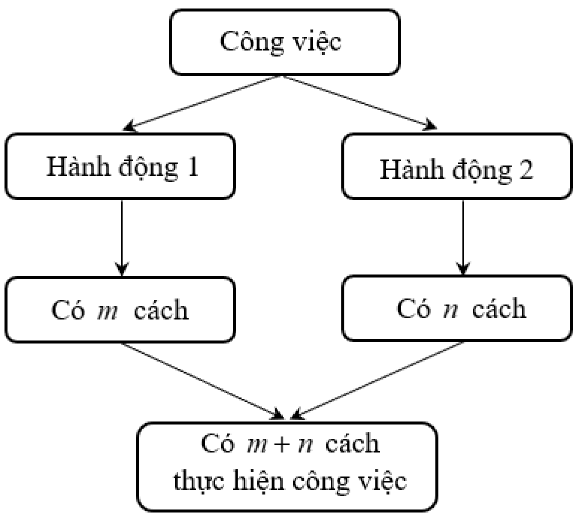
Khi đó số cách thực hiện công việc là : n_1+n_2 cách

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiên, hành động kia có n cách thực hiên không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m+n$ cách thực hiện.

Chú ý: Số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.

Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$.

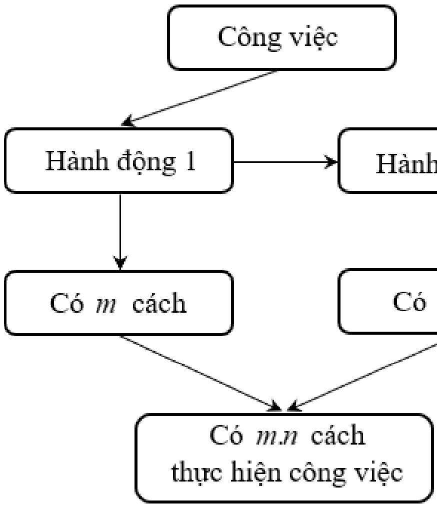
Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động $A_1,A_2,A_3,...,A_k$. Nếu hành động A_1 có m_1 cách thực hiện, hành động A_2 có m_2 cách thực hiện,…, hành động A_k có m_k cách thực hiện và các cách thực hiên của các hành động trên không trùng nhau thì công việc đó có $m_1+m_2+m_3+...+m_k$ cách thực hiện.



2 Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m.n$ cách thực hiện.

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi k hành động $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ liên tiếp. Nếu hành động A_1 có m_1 cách thực hiện, ứng với mỗi cách thực hiện hành động A_1 có m_2 cách thực hiện hành động A_2,…, có m_k cách thực hiện hành động A_k thì công việc đó có $m_1.m_2.m_3.....m_k$ cách hoàn thành.



B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Quy tắc cộng

Phương pháp: Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

- **Bước 1:** Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$).
- **Bước 2:** Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$.
- **Bước 3:** Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là:

$$x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n.$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Một lớp học có 15 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn một học sinh đi dự trại hè của trường?

Lời giải

Có hai phương án để chọn một học sinh đi dự trại hè của trường:

Chọn 1 học sinh nam có 15 cách

Chọn 1 học sinh nữ có 25 cách.

Áp dụng quy tắc cộng, ta có số cách chọn một học sinh đi dự trại hè là: $15 + 25 = 40$ cách.

Bài tập 2: Một tổ trong lớp 10A có ba học sinh nữ là Đào, Hồng, Dung và bốn học sinh nam là Sơn, Tùng, An, Tiến. Giáo viên có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong tổ đó để kiểm tra vở bài tập?

Lời giải

Để chọn một học sinh, giáo viên thực hiện 1 trong 2 sự lựa chọn sau:

Chọn một học sinh nữ có 3 cách.

Chọn một học sinh nam có 4 cách.

Theo quy tắc cộng thì số cách chọn 1 học sinh để kiểm tra vở là: $3 + 4 = 7$ cách.

Bài tập 3: Mai có 10 cuốn truyện ngắn, 8 cuốn tiểu thuyết và 3 truyện tranh (các sách khác nhau từng đôi một). Mai đồng ý cho Nam mượn một cuốn sách trong số đó để đọc, Nam có bao nhiêu cách chọn một cuốn sách để mượn?

Lời giải

Truyện ngắn …… 10 cuốn

Tiểu thuyết ………8 cuốn

Truyện tranh……….3 cuốn

Để chọn một cuốn sách đọc vào ngày cuối tuần, bạn Nam thực hiện 1 trong 3 sự lựa chọn sau:

Chọn một cuốn truyện ngắn có 10 cách.

Chọn một cuốn tiểu thuyết có 8 cách.

Chọn một truyện tranh có 3 cách.

Theo quy tắc cộng thì số cách chọn một cuốn sách là: $10 + 8 + 3 = 21$ cách.

Bài tập 4: Mỗi ngày có 3 chuyến xe khách, 2 chuyến tàu hoả và 1 chuyến máy bay từ thành phố A đến thành phố B. Mỗi ngày có bao nhiêu cách chọn chuyến đi chuyển từ thành phố A đến thành phố B bằng một trong ba loại phương tiện trên?

Lời giải

Việc di chuyển tử A đến B có ba phương án thực hiện.

Di chuyển bằng xe khách có 3 cách chọn chuyến.

Di chuyển bằng tàu hoà có 2 cách chọn chuyến.

Di chuyển bằng máy bay có 1 cách chọn chuyến.

Áp dụng quy tắc cộng, ta có số cách chọn chuyến để di chuyển tử A đến B là $3+2+1=6$ cách.

Bài tập 5: Một bó hoa gồm có: 5 bông hồng trắng, 6 bông hồng đỏ và 7 bông hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy 1 bông hoa?

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn bông hồng trắng có 5 cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn bông hồng đỏ có 6 cách chọn.

Trường hợp 3: Chọn bông hồng vàng có 7 cách chọn.

Vậy có $5+6+7=18$ cách.

Bài tập 6: Trong một hộp có 10 quả cầu trắng và 5 quả cầu đen. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

Lời giải

Có 10 cách chọn một quả cầu trắng và 5 cách chọn một quả cầu đen.

Vậy cách chọn một trong các quả cầu ấy là: $10+5=15$ (cách).

Bài tập 7: Lớp 10A có 30 học sinh và lớp 10B có 32 học sinh, có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh từ 2 lớp trên để tham gia đội công tác xã hội?

Lời giải

Có 30 cách chọn một học sinh lớp 10A và 32 cách chọn một học sinh lớp 10B.

Vậy số cách chọn một học sinh từ 2 lớp trên là: $30+32=62$ cách.

Bài tập 8: Một nhà hang có 3 loại rượu, 4 loại bia và 6 loại nước ngọt. Thực khách cần chọn đúng 1 loại thức uống. Hỏi có mấy cách chọn?

Lời giải

Chọn rượu có 3 cách; chọn bia có 4 cách, chọn nước ngọt có 6 cách.

Vậy có $3+4+6=13$ cách chọn.

Bài tập 9: Giữa thành phố Hồ Chí Minh và Hà Nội có 3 loại phương tiện giao thông: đường bộ, đường sắt và đường hang không. Hỏi có mấy cách chọn phương tiện giao thong để đi từ thành phố Hồ Chí Minh đến Hà Nội rồi quay về?

Lời giải

Đi từ thành phố Hồ Chí Minh đến Hà Nội có 3 cách chọn phương tiện.

Khi đi về từ Hà Nội đến Hồ Chí Minh có 3 cách.

Vậy có $3.3=9$ cách chọn.

Bài tập 10: Một cửa hàng bán đồ ăn có bán bánh mì và nước ép trái cây. Có các loại bánh mì: bánh mì thịt, bánh mì trứng, bánh mì hamburger, nước ép trái cây có các loại: ổi, cam, dâu, dưa hấu. Dung chỉ còn đủ tiền để mua 1 bánh mì hoặc một ly nước ép, hỏi Dung có bao nhiêu cách để lựa chọn?

Lời giải

Có hai phương án để Dung lựa chọn:

Chọn 1 bánh mì có 3 cách chọn.

Chọn 1 ly nước ép trái cây có 4 cách chọn.

Áp dụng quy tắc cộng, ta có số cách chọn lựa chọn của Dung là $3+4=7$ cách chọn.

Bài tập 11: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là bao nhiêu?

Lời giải

Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.

Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.

Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+6+10=24$ cách chọn.

Bài tập 12: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.

Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280+325=605$ cách chọn.

Bài tập 13: Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

Lời giải

Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

Nếu chọn một quả trắng có 6 cách.

Nếu chọn một quả đen có 3 cách.

Theo quy tắc cộng, ta có 6 + 3 = 9 cách chọn.

Bài tập 14: Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

Lời giải

Nếu chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.

Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách.

Nếu chọn đề tài về con người có 10 cách.

Nếu chọn đề tài về văn hóa có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+7+10+6=31$ cách chọn.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên giá sách có 8 quyển sách Văn và 10 quyển sách Toán, các quyển này đôi một phân biệt. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một quyển sách trên giá?

A. 80. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 18.

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn 1 quyển sách là sách Văn có 8 cách.

Trường hợp 2: Chọn 1 quyển sách là sách Toán có 10 cách.

Do đó chọn 1 quyển sách trên giá có: $8+10=18$ cách.

Câu 2: Lớp 10A có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 học sinh tham gia cuộc thi “RING THE GOLDEN BELL”?

A. 20. **B.** 45. **C.** 25. **D.** 500.

Lời giải

Chọn 1 học sinh nam có 25 cách. Chọn 1 học sinh nữ có 20 cách.

Theo quy tắc cộng ta có số cách chọn ra 1 học sinh tham gia cuộc thi “RING THE GOLDEN BELL” là $25+20=45$.

Câu 3: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ?

A. 11. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Phương án 1: Chọn một bạn nam có 5 cách.

Phương án 2: Chọn một bạn nữ có 6 cách.

Theo quy tắc cộng ta có: $5+6=11$ cách.

Câu 4: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

A. 9. **B.** 54. **C.** 15. **D.** 6.

Lời giải

Theo quy tắc cộng, ta có số cách chọn là $6+9=15$.

Câu 5: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ?

A. 7. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 35.

Lời giải

Có 12 học sinh (cả nam và nữ) chọn 1 học sinh nên có 12 cách chọn.

Câu 6: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ?

A. 8. **B.** 15. **C.** 56. **D.** 7.

Lời giải

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ là $7+8=15$ (cách).

Câu 7: Có bao nhiêu cách chọn một quả cam từ một giỏ đựng trái cây, biết trong giỏ có 5 quả cam sành và 7 quả cam canh?

A. 35. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 5.

Lời giải

Theo quy tắc cộng, số cách chọn một quả cam thỏa yêu cầu bài toán là $7+5=12$.

Câu 8: Từ thành phố A đến thành phố B có 5 con đường đi, từ thành phố B đến thành phố C có 6 con đường đi. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B?

A. 5^6. **B.** 30. **C.** 11. **D.** $5!.6!$.

Lời giải

Ta có: Số cách đi từ thành phố A đến thành phố B: 5 (cách).

Số cách đi từ thành phố B đến thành phố C: 6 (cách).

Cuối cùng số cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải qua thành phố B là $5.6=30$ (cách).

Câu 9: Trong một hộp bút gồm có 8 cây bút bi, 6 cây bút chì và 10 cây bút màu. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một cây bút từ hộp bút đó?

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Lời giải

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách chọn ra một cây bút từ hộp bút đó là $8+6+10=24$.

Câu 10: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

A. 9. **B.** 54. **C.** 15. **D.** 6.

Lời giải

Chọn 1 học sinh từ 15 học sinh ta có 15 cách chọn.

Câu 11: Một nhóm có 5 bạn giỏi Toán, 3 bạn giỏi Văn và 1 bạn giỏi cả Toán lẫn Văn. Hỏi nhóm đó có bao nhiêu bạn giỏi Toán hoặc Văn?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Số bạn giỏi Toán hoặc giỏi Văn trong nhóm đó là $5+3-1=7$.

Câu 12: Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh làm lớp trưởng?

A. 25. **B.** 45. **C.** 20. **D.** 500.

Lời giải

Số cách chọn ra một học sinh làm lớp trưởng là: $25+20=45$

Vậy số cách chọn là 45.

Câu 13: Một công việc được hoàn thành bằng cách chọn một trong hai hành động. Hành động thứ nhất có m cách thực hiện và hành động thứ hai có n cách thực hiện. Số cách hoàn thành công việc đã cho bằng:

A. m^n. **B.** $m.n$. **C.** $m+n$. **D.** n^m.

Lời giải

Theo mô tả qui tắc cộng ta chọn C

Câu 14: Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo).

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Để mua một áo sơ mi cỡ 39 có 5 sự lựa chọn.

Để mua một áo sơ mi cỡ 40 có 4 sự lựa chọn.

Theo quy tắc cộng để mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40 có $5+4=9$

Câu 15: Một lớp có 39 bạn nam và 10 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp?

A. 49. **B.** 10. **C.** 390. **D.** 39.

Lời giải

Số cách chọn một bạn phụ trách quỹ lớp là $39+10=49$ cách.

Câu 16: Một lớp 10A có 16 nam và 28 nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh lớp 10A để tham gia thi an toàn giao thong do trường tổ chức?

A. 28. **B.** 16. **C.** 44. **D.** 22.

Lời giải

Chọn một học sinh nam có 16 cách chọn

Chọn một học sinh nữ có 28 cách chọn

Vậy có 16 + 28 = 44 cách chọn

Câu 17: Nếu một công việc được chia thành hai trường hợp để thực hiện, trường hợp thứ nhất có m cách thực hiện, trường hợp thứ hai có n cách thực hiện và mỗi cách thực hiện ở trường hợp này không trùng với bất kì cách thực hiện nào ở trường hợp kia. Khi đó số cách thực hiện công việc nói trên là:

A. $m.n$. **B.** $m+n$. **C.** $m!+n!$ **D.** $m!.n!$.

Lời giải

Theo quy tắc cộng công việc được thực hiện bởi $m+n$ cách.

Câu 18: Trong một hộp bút gồm có 8 cây bút bi, 6 cây bút chì và 10 cây bút màu. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một cây bút từ hộp bút đó?

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Lời giải

Áp dụng quy tắc cộng:

Số cách chọn ra một cây bút từ hộp bút đó là $8+6+10=24$.

Câu 19: Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.

Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+4=9$ cách chọn mua áo.

Câu 20: Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải

Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.

Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.

Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4+6+3=13$ cách chọn.

Câu 21: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Lời giải

Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.

Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.

Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+6+10=24$ cách chọn.

Câu 22: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Lời giải

Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.

Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280+325=605$ cách chọn.

Câu 23: Một người có 5 cái quần khác nhau, 7 cái áo khác nhau, 9 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 12. **B.** 315. **C.** 6615. **D.** 21.

Lời giải

Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 5 cách.

Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 7 cách.

Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 9 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+7+9=21$ cách chọn.

Câu 24: Có bao nhiêu số nguyên dương không lớn hơn 2020 mà chia hết cho 2 hoặc cho 3?

A. 1684 **B.** 1683 **C.** 1347 . **D.** 1348.

Lời giải

Giả sử a là số nguyên dương cần tìm $(1 \le a \le 2020)$.

a chia hết cho 2 có $2020:2=1010$ số.

a chia hết cho 3 có $2019:3=673$ số.

a chia hết cho 2 và 3 có $2016:6=336$ số.

Vậy số số nguyên thỏa mãn đề bài là: $1010+673-336=1347$.

Câu 25: Trên giá sách có 6 quyển sách Toán khác nhau, 7 quyển sách Văn khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 2 quyển sách thuộc 2 môn khác nhau?

A. 146. **B.** 336. **C.** 420. **D.** 210.

Lời giải

Số cách lấy 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Văn là : $6.7=42$ cách.

Số cách lấy 1 quyển sách Toán và 1 quyển sách Tiếng Anh là : $6.8=48$ cách.

Số cách lấy 1 quyển sách Tiếng Anh và 1 quyển sách Văn là : $8.7=56$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng ta có : $42+48+56=146$ cách.

Câu 26: Một trường trung học phổ thông có 26 học sinh giỏi khối 12 và 43 học sinh giỏi khối 11, 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh giỏi để đi dự trại hè?

A. 23 **B.** 128 **C.** 43 **D.** 69

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 12 có 26 cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 11 có 43 cách chọn.

Trường hợp 3: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 10 có 59 cách chọn.

Theo quy tắc cộng có $26+43+59=128$ cách chọn.

Câu 27: Tổ I có 6 học sinh nam, 4 học sinh nữ; tổ II có 5 nam, 5 nữ. Có bao nhiêu cách chọn mỗi tổ một học
sinh lên bảng?

A. 100. **B.** 600. **C.** 20. **D.** 72.

Lời giải

Số lượng học sinh tổ I là: $6+4=10$.

Số lượng học sinh tổ II là: $5+5=10$.

Số cách chọn mỗi tổ một học sinh là $10.10=100$ cách.

Câu 28: Một hộp có chứa 12 bi đỏ, 9 bi xanh và 8 bi vàng. Số cách chọn được một bi trong hộp đó là:

A. 96. **B.** 864. **C.** 108. **D.** 29.

Lời giải

Để chọn được 1 bi trong hộp:

Phương án 1: Chọn được bi đỏ có 12 cách.

Phương án 2: Chọn được bi xanh có 9 cách.

Phương án 3: Chọn được bi vàng có 8 cách.

Theo quy tắc cộng ta có: $12+9+8=29$

Câu 29: Một bó hoa có 6 hoa hồng trắng, 7 hoa hoa hồng đỏ và 8 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy một bông hoa.

A. 336. **B.** 48. **C.** 42. **D.** 21.

Lời giải

Chọn một bông hoa hồng trắng có 6 cách.

Chọn một bông hoa hồng đỏ có 7 cách.

Chọn một bông hoa hồng vàng có 8 cách.

Theo quy tắc cộng có $6+7+8=21$ cách.

Câu 30: Trong kì thi đánh giá năng lực năm 2024 của Đại học Quốc Gia Hà Nội, tháng 3 có 2 ca thi khác nhau, tháng 5 có 3 ca thi khác nhau. An đăng kí tham gia thi tháng 3 và tháng 5, mỗi tháng chỉ chọn một ca. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn

A. 6. **B.** 15. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Số cách chọn một ca thi từ 6 ca thi là 6 cách chọn.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.

b) Chọn đề tài về thiên nhiên có 10 cách.

c) Chọn đề tài về văn hóa hoặc con người có 17 cách.

d) Mỗi thí sinh có 31 cách chọn.

Lời giải

a) Đúng: Chọn đề tài về lịch sử: có 8 cách.

b) Sai: Chọn đề tài về thiên nhiên: có 7 cách.

c) Sai: Chọn đề tài về văn hóa hoặc con người: có 16 cách.

d) Đúng: Theo qui tắc cộng, ta có $8+7+10+6=31$ cách chọn.

Câu 2: Một cửa hàng có 7 bông hoa Ly, 15 bông hoa Hồng và 6 bông hoa Lan. Bạn Nam muốn mua 1 số bông hoa từ cửa hàng đó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 28 cách chọn mua 1 bông hoa từ cửa hàng.

b) Có 630 cách chọn mua một bó gồm 3 bông khác loại từ cửa hàng.

c) Có 2766 cách chọn mua 2 bông khác loại từ cửa hàng.

d) Có 13 cách chọn mua 1 bông Hồng từ cửa hàng.

Lời giải

a) Đúng: Chọn mua 1 bông hoa, ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn mua 1 bông Ly: có 7 cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn mua 1 bông Hồng: có 15 cách chọn.

Trường hợp 3: Chọn mua 1 bông Lan: có 7 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $7+15+6=28$ cách chọn.

b) Đúng: Chọn mua 1 bó gồm 3 bông hoa khác loại ta thực hiện liên tiếp 3 công đoạn.

Công đoạn 1: Chọn mua 1 bông Ly: có 7 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn mua 1 bông Hồng: có 15 cách chọn.

Công đoạn 3: Chọn mua 1 bông Lan: có 7 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $7.15.6=630$ cách chọn.

c) Sai: Chọn mua 2 bông hoa khác loại, ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn mua 1 bông Ly và 1 bông Hồng: có $7.15=105$ cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn mua 1 bông Ly và 1 bông Lan: có $7.6=42$ cách chọn.

Trường hợp 3: Chọn mua 1 bông Lan và 1 bông Hồng: có $6.15=90$ cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $105+42+90=237$ cách chọn.

d) Sai: Số cách chọn 1 bông Hồng từ cửa hàng là 15 cách.

Câu 3: Trong một khoảng thời gian là a ngày, tại thị trấn Quảng Phú, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 7 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 4 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số ngày mưa và lạnh là 11.

b) Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 4.

c) Số ngày có ít nhất 2 trong 3 đặc điểm: mưa, gió, lạnh là 11.

d) Giá trị của a là 13.

Lời giải

a) Sai: Số ngày mưa và lạnh là $1+3=4$.

b) Sai: Số ngày chỉ lạnh hoặc chỉ gió là 0.

c) Đúng: $4+3+3+1=11$.

d) Đúng: $a=4+3+3+1+2=13$.

Câu 4: Một chiếc hộp đựng các viên bi khác nhau, trong đó có 4 viên bi màu đỏ, 3 viên bi màu xanh và 2 viên bi màu vàng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ là 4.

b) Số cách chọn ra 1 viên bi không có màu đỏ hoặc màu vàng là 6.

c) Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ hoặc màu xanh là 12.

d) Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ hoặc màu xanh hoặc màu vàng là 9.

Lời giải

a) Đúng: Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ là 4.

b) Sai: Chọn ra 1 viên bi không có màu đỏ hoặc màu vàng, nên viên bi được chọn phải là viên bi có màu xanh.

Vậy ta có 3 cách chọn.

c) Sai: Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ hoặc màu xanh là: $4+3=7$.

d) Đúng: Số cách chọn ra 1 viên bi có màu đỏ hoặc màu xanh hoặc màu vàng là: $4+3+2=9$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong một trường THPT, khối 10 có 365 học sinh nam và 315 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự trại hè. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Nếu chọn một học sinh nam có 365 cách.

Nếu chọn một học sinh nữ có 315 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $365+315=680$ cách chọn.

Câu 2: Trong một trường THPT, khối 10 có 240 học sinh nam và 315 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự khai mạc hội thi Robocon dành cho học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Chọn một học sinh khối 10 đi dự khai mạc hội thi có hai phương án thực hiện:

Chọn một học sinh nam có 240 cách.

Chọn một học sinh nữ có 315 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách chọn một học sinh khối 10 đi dự khai mạc hội thi là: $240+315=555$ cách.

Câu 3: Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh giỏi từ lớp 10A hoặc lớp 11A. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 10A có 15 học sinh giỏi và lớp 11A có 18 học sinh giỏi?

Lời giải

Phương án 1: Chọn một học sinh giỏi từ lớp 10A: có 15 cách chọn.

Phương án 2: Chọn một học sinh giỏi từ lớp 11A: có 18 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, nhà trường có $15+18=33$ cách chọn một học sinh thoả mãn.

Câu 4: Để tặng thưởng học sinh của 1 tổ, giáo viên chuẩn bị trên bàn có 7 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau. Một học sinh muốn chọn một phần thưởng là một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi thì số cách chọn khác nhau là:

Lời giải

Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 7 cách.

Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $7+6=13$ cách chọn.

Câu 5: Trong trường THPT, khối 10 có 160 học sinh đạt học lực giỏi môn Toán, 140 học sinh đạt học lực giỏi môn Ngoại ngữ, 50 học sinh đạt học lực giỏi cả 2 môn Toán, Tiếng Anh và 200 học sinh không đạt giỏi môn nào trong 2 môn Toán, Ngoại ngữ. Hỏi khối 10 trường đó có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Gọi số phần tử của tập hợp học sinh khối 10 giỏi toán và ngoại ngữ lần lượt là $n(A), n(B)$.

Khi đó số học sinh giỏi toán, ngoại ngữ là $n(A\cup B)$

Theo bài ra ta có: $n(A)=160, n(B)=140, n(A\cap B)=50$

Ta có $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=160+140-50=250$

Vậy khối 10 đó có $250+200=450$ học sinh.

Câu 6: Trong một trường THPT, khối 10 có 240 học sinh nam và 315 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự khai mạc hội thi Robocon dành cho học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Chọn một học sinh khối 10 đi dự khai mạc hội thi có hai phương án thực hiện:

Chọn một học sinh nam có 240 cách.

Chọn một học sinh nữ có 315 cách.

Theo quy tắc cộng, số cách chọn một học sinh khối 10 đi dự khai mạc hội thi là: $240+315=555$ cách.

Câu 7: Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh giỏi từ lớp 10A hoặc lớp 11A. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 10A có 15 học sinh giỏi và lớp 11A có 18 học sinh giỏi?

Lời giải

Phương án 1: Chọn một học sinh giỏi từ lớp 10A: có 15 cách chọn.

Phương án 2: Chọn một học sinh giỏi từ lớp 11A: có 18 cách chọn.

Theo quy tắc cộng, nhà trường có $15+18=33$ cách chọn một học sinh thoả mãn.

-----------------HẾT-----------------

Dạng 2: Quy tắc nhân

Phương pháp: Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc nhân, ta thực hiện các bước như sau:

- **Bước 1:** Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$ hoàn thành).
- **Bước 2:** Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$.
- **Bước 3:** Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là:

$$x = x_1.x_2.\cdots.x_n.$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh (có kích thước đôi một khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách để chọn được 2 hộp bút khác màu?

Lời giải

Theo quy tắc nhân ta có $12.18 = 216$ cách chọn 2 hộp bút khác màu.

Bài tập 2: Một người có 6 cái áo khác nhau, 5 cái quần khác nhau và 4 cái cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bộ đồng phục gồm áo, quần và cà vạt?

Lời giải

Theo quy tắc nhân, số cách chọn đồng phục là: $6.5.4 = 120$ cách.

Bài tập 3: Thực hiện các yêu cầu sau:

a) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các chữ số

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\,?$$

Lời giải

a) Gọi số cần tìm dạng $\overline{abcd}$ với $a \neq 0$.

Chọn a: có 9 cách chọn.

Chọn b: có 10 cách chọn.

Chọn c: có 10 cách chọn.

Chọn d: có 10 cách chọn.

Vậy có $9.10.10.10 = 9\,000$ số thỏa mãn bài.

b) Gọi số cần tìm dạng $\overline{abcd}$.

Chọn a: có 9 cách chọn.

Chọn b: có 8 cách chọn.

Chọn c: có 7 cách chọn.

Chọn d: có 6 cách chọn.

Vậy có $9.8.7.6 = 3\,024$ số thỏa mãn bài.

Bài tập 4: Có bao nhiêu số điện thoại gồm 10 chữ số, trong đó hai số đầu là 09?

Lời giải

Vì hai chữ số đầu là 09 nên hai số đầu tiên chỉ có 1 cách chọn.

Các chữ số sau do không yêu cầu khác nhau nên mỗi số có 10 cách chọn.

Mà còn 8 chữ số nên số các số điện thoại theo yêu cầu bài toán là 10^8.

Bài tập 5: Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số lấy từ tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ mà số đó chia hết cho 5?

Lời giải

Gọi số tự nhiên chia hết cho 5 và có 3 chữ số là $x=\overline{abc}$, $a\neq 0$, $c\in\{0;5\}$.

Khi đó có 2 cách chọn c; có 5 cách chọn a; có 6 cách chọn b.

Vậy có tất cả $2.5.6=60$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Bài tập 6: Tủ lạnh nhà bạn An có 20 hộp sữa và 15 cái bánh quy, trong đó có 12 hộp sữa có hương dâu và 8 hộp sữa sô cô la, 8 cái bánh quy hương sô cô la và 7 cái bánh quy hương dâu. Bạn An đang cần lựa 1 món bánh sô cô la và 1 hộp sữa dâu để ăn bữa chiều. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Để bạn An chọn 1 hộp sữa hương sô cô la và 1 bánh quy hương dâu thì trải qua 2 giai đoạn

Giai đoạn 1: Chọn 1 hộp sữa hương dâu trong 12 hộp sữa hương dâu có 12 cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 1 bánh quy sô cô la trong 8 bánh quy sô cô la có 8 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân có $8.12=96$ cách chọn 1 hộp sữa hương sô cô la và 1 bánh quy hương dâu.

Bài tập 7: Một thùng trong đó có 19 hộp đựng bút màu đỏ, 15 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là

Lời giải

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

Có 19 cách chọn hộp màu đỏ.

Có 15 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $19.15=285$ cách.

Bài tập 8: Cho tập hợp $A=\{1;2;4;5;7;8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một.

Lời giải

Gọi số có bốn chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ trong đó $a_1\neq a_2\neq a_3\neq a_4$.

Khi đó ta trải qua các giai đoạn sau

Giai đoạn 1: Chọn a_1 có 6 cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn a_2 có 5 cách chọn (vì không trùng với số a_1 vừa chọn).

Giai đoạn 3: Chọn a_3 có 4 cách chọn (vì không trùng với số a_1,a_2 vừa chọn).

Giai đoạn 4: Chọn a_4 có 3 cách chọn (vì không trùng với số a_1,a_2,a_3 vừa chọn).

Vậy theo quy tắc nhân có $6.5.4.3=360$ số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một.

Bài tập 9: Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số chẵn.

Lời giải

Gọi số có bốn chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ trong đó $a_1;a_2;a_3;a_4$ đôi một khác nhau, $a_1\neq 0$ và $a_4\in\{0;2;4;6\}$.

Khi đó ta có hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: $a_4=0$

Khi đó ta có các giai đoạn sau

Giai đoạn 1: Chọn a_4 có 1 cách chọn (vì $a_4=0$).

Giai đoạn 2: Chọn a_1 có 6 cách chọn (vì vừa chắc chắn khác 0 do đã khác a_4).

Giai đoạn 3: Chọn a_2 có 5 cách chọn (vì a_2 không trùng với số với số a_1,a_4 vừa chọn).

Giai đoạn 4: Chọn a_3 có 4 cách chọn (vì a_3 không trùng với số a_1, a_2, a_4 vừa chọn).

Vậy theo quy tắc nhân có $1.6.5.4 = 120$ số.

Trường hợp 2: $a_4 \neq 0$

Khi đó ta có các giai đoạn sau

Giai đoạn 1: Chọn a_4 có 3 cách chọn (vì $a_4 \in \{2;4;6\}$).

Giai đoạn 2: Chọn a_1 có 5 cách chọn (vì vừa khác 0 vừa không trùng với số a_4 vừa chọn).

Giai đoạn 3: Chọn a_2 có 5 cách chọn (vì a_2 có thể bằng 0 và không trùng với số với số a_1, a_4 vừa chọn).

Giai đoạn 4: Chọn a_3 có 4 cách chọn (vì a_3 có thể bằng 0 không trùng với số a_1, a_2, a_4 vừa chọn).

Vậy theo quy tắc nhân có $3.5.5.4 = 300$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $300 + 120 = 420$ số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số chẵn.

Bài tập 10: Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.

Lời giải

Gọi số có bốn chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ trong đó $a_1 \neq a_2 \neq a_3 \neq a_4, a_1 \neq 0$ và $a_4 \in \{1;3;5;7\}$.

Khi đó ta trải qua các giai đoạn sau

Giai đoạn 1: Chọn a_4 có 4 cách chọn (vì $a_4 \in \{1;3;5;7\}$).

Giai đoạn 2: Chọn a_1 có 6 cách chọn (vì vừa khác 0 vừa không trùng với số a_4 vừa chọn).

Giai đoạn 3: Chọn a_2 có 6 cách chọn (vì a_2 có thể bằng 0 và không trùng với số với số a_1, a_4 vừa chọn).

Giai đoạn 4: Chọn a_3 có 5 cách chọn (vì a_3 có thể bằng 0 không trùng với số a_1, a_2, a_4 vừa chọn).

Vậy theo quy tắc nhân có $4.6.6.5 = 720$ số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập từ A sao cho các chữ số khác nhau từng đôi một và là số lẻ.

Bài tập 11: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có sáu chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3.

Lời giải

Đặt nhóm hai chữ số $2,3$ là a.

Trường hợp 1. Nếu số cần tìm có dạng $\overline{aa_1a_2a_3a_4}$ với a_1, a_2, a_3, a_4 thuộc $\{0,1,4,5\}$.

Hoán vị hai chữ số 2 và 3 trong nhóm a nên có 2 cách.

Chọn thứ tự a_1, a_2, a_3, a_4 thuộc $\{0,1,4,5\}$ nên có $4.3.2.1 = 24$ cách.

Do đó có tất cả $24.2 = 48$ số trong trường hợp này.

Trường hợp 2. Nếu số cần tìm có dạng $\overline{a_1aa_2a_3a_4}$ với a_1, a_2, a_3, a_4 thuộc $\{0,1,4,5\}$ và $a_1 \neq 0$

Chọn a_1 thuộc $\{1,4,5\}$ nên có 3 cách.

Hoán vị hai chữ số 2 và 3 trong nhóm a nên có 2 cách.

Chọn thứ tự a_2, a_3, a_4 thuộc $\{0,1,4,5\}\setminus\{a_1\}$ nên có $3.2.1=6$ cách.

Do đó có tất cả $3.2.6=36$ số trong trường hợp này.

Tương tự cho các trường hợp số có dạng $\overline{a_1a_2aa_3a_4}$, $\overline{a_1a_2a_3aa_4}$, $\overline{a_1a_2a_3a_4a}$.

Suy ra có $3.36=108$

Vậy có tất cả $48+36+108=192$ số cần tìm.

Bài tập 12: Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam A, một người nữ B không được ngồi kề nhau?

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tuỳ ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6.3.2.2.1.1=72$ cách.

Ta sẽ tìm số cách sắp xếp A và B ngồi cạnh nhau.

Trường hợp 1: Cho cặp nam nữ A, B đó ngồi vào chỗ thứ nhất và chỗ thứ hai, có 2 cách. Tiếp đến, chỗ thứ ba có 2 cách chọn, chỗ thứ tư có 2 cách chọn, chỗ thứ năm có 1 cách chọn, chỗ thứ sáu có 1 cách chọn.

Sơ đồ minh họa: Quy ước gọi 2 nam còn lại không phải A là C và D, gọi 2 nữ còn lại không phải B là E và F.

A	B	C (hoặc D) 2 cách chọn	E (hoặc F) 2 cách chọn	D	F

Trường hợp 2: Cho cặp nam nữ A, B đó ngồi vào chỗ thứ hai và chỗ thứ ba. Khi đó, chỗ thứ nhất có 2 cách chọn, chỗ thứ tư có 2 cách chọn, chỗ thứ năm có 1 cách chọn, chỗ thứ sáu có 1 cách chọn.

Sơ đồ minh họa:

E(hoặc F) Có 2 cách chọn	A	B	C (hoặc D) 2 cách chọn	F	D

Trường hợp 3: khi cặp nam nữ A, B đó ngồi vào chỗ thứ ba và thứ tư.

Trường hợp 4: khi cặp A và B ngồi vào vị trí thứ tư và thứ năm.

Trường hợp 5: khi cặp A và B ngồi vào vị trí thứ năm và thứ sáu.

Vậy có: $5.2.2.2.1.1.=40$ cách.

Do A và B không ngồi cạnh nhau nên có cách sắp xếp là: $72-40=32$ (cách).

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Có 3 kiểu đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có :

Có 3 cách chọn mặt.

Có 4 cách chọn dây.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $3.4=12$ cách.

Câu 2: Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ " quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải

Để chọn một bộ "quần-áo-cà vạt", ta có :

Có 4 cách chọn quần.

Có 6 cách chọn áo.

Có 3 cách chọn cà vạt.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4.6.3=72$ cách.

Câu 3: Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Lời giải

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

Có 12 cách chọn hộp màu đỏ.

Có 18 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12.18=216$ cách.

Câu 4: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

A. 24. **B.** 48. **C.** 480. **D.** 60.

Lời giải

Để chọn "một cây bút chì - một cây bút bi - một cuốn tập", ta có:

Có 8 cách chọn bút chì.

Có 6 cách chọn bút bi.

Có 10 cách chọn cuốn tập.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8.6.10 = 480$ cách.

Câu 5: Một bó có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Lời giải

Để chọn ba bông hoa có đủ ba màu (nghĩa là 1 hoa hồng trắng - 1 hoa hồng đỏ -1 hoa hồng vàng), ta có:

Có 5 cách chọn hoa hồng trắng.

Có 6 cách chọn hoa hồng đỏ.

Có 7 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5.6.7 = 210$ cách.

Câu 6: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Lời giải

Để chọn thực đơn, ta có:

Có 5 cách chọn một món ăn.

Có 5 cách chọn một loại quả.

Có 3 cách chọn một nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 5 \times 3 = 75$ cách.

Câu 7: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Lời giải

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:
Có 280 cách chọn học sinh nam.
Có 325 cách chọn học sinh nữ.
Vậy theo qui tắc nhân ta có $280 \times 325 = 91000$ cách.

Câu 8: Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Lời giải

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
Có 4 cách chọn học sinh khối 11.

Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ cách.

Câu 9: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Lời giải

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà không là vợ chồng, ta có

Có 10 cách chọn người đàn ông.

Có 9 cách chọn người đàn bà.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $9 \times 10 = 90$ cách.

Câu 10: An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

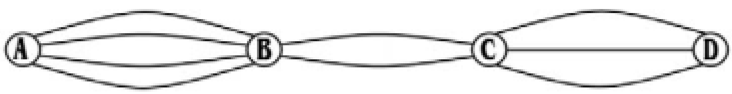
Lời giải

Từ nhà An đến nhà Bình có 4 cách.

Từ nhà Bình đến nhà Cường có 6 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 = 24$ cách.

Câu 11: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải

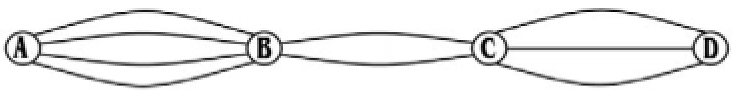
Từ A đến B có 4 cách.

Từ B đến C có 2 cách.

Từ C đến D có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 2 \times 3 = 24$ cách.

Câu 12: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



A. 1296 **B.** 784 **C.** 576. **D.** 324

Lời giải

Từ kết quả câu trên, ta có:

Từ A đến D có 24 cách.

Tương tự, từ D đến A có 24 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24\times 24=576$ cách.

Câu 13: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt?

A. 720. **B.** 120. **C.** 96. **D.** 600.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$

a có 5 cách chọn

b có 5 cách chọn

c có 4 cách chọn

d có 3 cách chọn

e có 2 cách chọn

Theo quy tắc nhân ta có: $5.5.4.3.2=600$.

Câu 14: Từ các chữ số $2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số

A. 1296. **B.** 24. **C.** 360. **D.** 720.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số $\overline{abcd}\left(a,b,c,d\in\{2,3,4,5,6,7\}\right)$. Với mỗi chữ số a,b,c,d đều có 6 cách chọn. Do đó số các số lập được là: $6^4=1296$.

Câu 15: Bạn Mai có ba cái áo màu khác nhau và hai quần kiểu khác nhau. Hỏi Mai có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo

A. 10. **B.** 20. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Số cách chọn một bộ quần áo là $2.3=6$ (cách).

Câu 16: Một tổ gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Số cách chọn ra 2 học sinh gồm 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ từ tổ đó là

A. 10. **B.** 90. **C.** 45. **D.** 24.

Lời giải

Chọn 1 học sinh nam từ 6 học sinh nam có: $C_6^1=6$.

Chọn 1 học sinh nữ từ 4 học sinh nữ có: $C_4^1=4$.

Vậy chọn ra 2 học sinh gồm 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ có: $6\times 4=24$.

Câu 17: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số này lẻ và không chia hết cho 5?

A. 20100 **B.** 12260 **C.** 40320 **D.** 15120

Lời giải

Chữ số cuối có 3 cách chọn là $\{1;3;7\}$.

Số cách chọn các chữ số còn lại là $7.6.5.4.3.2.1 \Rightarrow 15120$ số cần tìm.

Câu 18: Lớp 11A gồm có 29 học sinh nữ và 14 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ vào đội văn nghệ của nhà trường?

A. 406. **B.** 29. **C.** 43. **D.** 903.

Lời giải

Có 14 cách chọn một học sinh nam và 29 cách chọn một học sinh nữ nên có $14.29 = 406$ (cách) chọn đồng thời một học sinh nam và một học sinh nữ.

Câu 19: Cho $1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?

A. 3125 **B.** Đáp án khác **C.** 120 **D.** 96

Lời giải

Số tự nhiên có 5 chữ số như vậy có dạng $\overline{abcde}$; trong đó $a,b,c,d,e \in \{1,2,3,4,5\}$.

Từ đó theo qui tắc nhân, ta có số các số cần tìm là: $5.5.5.5.5 = 3125$.

Câu 20: Lớp 12A1 có 20 bạn nữ và 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ và một bạn nam của lớp 12A1 để tham gia hoạt động ngoại khóa của trường?

A. 630. **B.** 36. **C.** 320. **D.** 1220.

Lời giải

Số cách chọn 1 bạn nữ và 1 bạn nam của lớp 12A1 là $20.16 = 320$ cách

Câu 21: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!

Lời giải

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.

Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.

Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.

Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.

Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.

Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.

Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3991680$ cách.

Câu 22: Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 26.

Lời giải

Một chiếc nhãn gồm phần đầu và phần thứ hai $\in \{1;2;\ldots;25\}$.

Có 24 cách chọn phần đầu.

Có 25 cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 25 = 600$ cách.

Câu 23: Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 26 cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;\ldots;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;\ldots;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Lời giải

Giả sử biển số xe là $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$.

Có 26 cách chọn a_1

Có 9 cách chọn a_2

Có 10 cách chọn a_3

Có 10 cách chọn a_4

Có 10 cách chọn a_5

Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 2340000$ biển số xe.

Câu 24: Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160. **B.** 240. **C.** 180. **D.** 120.

Lời giải

Ta có $253125000 = 2^3 \cdot 3^4.5^8$ nên mỗi ước số tự nhiên của số đã cho đều có dạng $2^m \times 3^n \times 5^p$ trong đó $m,n,p \in \mathbb{N}$ sao cho $0 \le m \le 3; 0 \le n \le 4; 0 \le p \le 8$.

Có 4 cách chọn m.

Có 5 cách chọn n.

Có 9 cách chọn p.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 5 \times 9 = 180$ ước số tự nhiên.

Câu 25: Từ các chữ số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d) \in A = \{1,5,6,7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

b được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

c được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

d được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4\times4\times4\times4=256$ số cần tìm.

Câu 26: Từ các chữ số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

A. 36. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 14.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{1,5,6,7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số khác nhau nên:

a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

b được chọn từ tập $A\setminus\{a\}$ (có 3 phần tử) nên có 3 cách chọn.

c được chọn từ tập $A\setminus\{a,b\}$ (có 2 phần tử) nên có 2 cách chọn.

d được chọn từ tập $A\setminus\{a,b,c\}$ (có 1 phần tử) nên có 1 cách chọn.

Như vậy ta có $4.3.2.1=24$ số cần tìm.

Câu 27: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $(a,b)\in A=\{0,2,4,6,8\}$ và $a\neq0$.

Trong đó :

a được chọn từ tập $A\setminus\{0\}$ (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

b được chọn từ tập A (có 5 phần tử) nên có 5 cách chọn.

Như vậy, ta có $4.5=20$ số cần tìm.

Câu 28: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Lời giải

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A=\{1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a,b)\in A$.

Trong đó :

a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6.6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiêu bé hơn 100.

Câu 29: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $\{a,b,c,d\} \in A = \{0,1,2,3,4,5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d = \{1,3,5\} \Rightarrow d$ có 3 cách chọn.

Khi đó a có 4 cách chọn (khác 0 và d), b có 4 cách chọn và c có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3.4.4.3 = 144$ số cần tìm.

Câu 30: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu chữ số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $\{a,b,c,d\} \in A = \{0,1,2,3,4,5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d = \{0,2,4\}$.

Trường hợp 1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó

a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.

b được chọn từ tập $A \setminus \{0,a\}$ nên có 4 cách chọn.

c được chọn từ tập $A \setminus \{0,a,b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy có tất cả $5.4.3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

Trường hợp 2. Nếu $d = \{2;4\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Khi đó a có 4 cách chọn (khác 0 và d), b có 4 cách chọn và c có 3 cách chọn.

Như vậy có tất cả $2.4.4.3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

Câu 31: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Đăt $X = \{1,2,3,4\}$, $n = \overline{a_1a_2a_3}$

a_1 có 4 cách chọn

a_2 có 3 cách chọn

a_3 có 2 cách chọn

Vậy có 24 số.

Câu 32: Số các số lẻ có hai chữ số khác nhau là

A. 10. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 40.

Lời giải

Gọi $X=\{0,1,\ldots,9\}, n=\overline{a_1a_2} \quad (a_1 \neq a_2)$

a_1 có 5 cách chọn

a_2 có 8 cách chọn

Vậy có 40 số.

Câu 33: Từ $\mathrm{X}=\{0,1,2,3,4,5\}$ chọn ra số các số chia hết cho 5 có 3 chữ số khác nhau. Số các số này là:

A. 36. **B.** 40. **C.** 32. **D.** 320.

Lời giải

$X=\{0,1,2,3,4,5\}$; $n=\overline{a_1a_2a_3}$

Nếu $a_3=5$ thì a_1 có 4 cách chọn; a_2 có 4 cách chọn

Nếu $a_3=0$ thì a_1 có 5 cách chọn; a_2 có 4 cách chọn

Vậy có: $16+20=36$ số.

Câu 34: Có 10000 vé số được đánh số từ 0000 đến 9999. Số các vé có 4 chữ số khác nhau là:

A. 30240. **B.** 5040. **C.** 10000. **D.** 2520.

Lời giải

Gọi số in trên vé $n=\overline{a_1a_2a_3a_4}$

a_1 có 10 cách chọn

a_2 có 9 cách chọn

a_3 có 8 cách chọn

a_4 có 7 cách chọn

Vậy số cần tìm là 5040.

Câu 35: Từ $\mathrm{X}=\{1,2,3\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số mà chữ số 1 có mặt đúng 3 lần, còn các chữ số khác có mặt đúng 1 lần?

A. 60. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 30.

Lời giải

Xem số phải lập như một dãy có 5 ô trống.

Đặt số 2 vào có 5 cách.

Đặt số 3 vào có 4 cách.

Đặt 3 chữ số 1 vào có 1 cách.

Vậy có 20 cách.

Câu 36: Số các số nguyên gồm 3 chữ số khác nhau là:

A. 810. **B.** 648. **C.** 729. **D.** 720.

Lời giải

Gọi $n=\overline{a_1a_2a_3}$.

a_1 có 9 cách chọn

a_2 có 9 cách chọn

a_3 có 8 cách chọn

Số cần tìm: $9\times 9\times 8=648$.

Câu 37: Từ $\mathrm{X}=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ có bao nhiêu cách chọn 1 số hoặc chẵn hoặc là nguyên tố?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

$X=\{1,2,\ldots,9\}$

Gọi A là tập con của X chứa số chẵn.

$A=\{2,4,6,8\}\Rightarrow n(A)=4$

B là tập con của X mà chứa số nguyên tố.

$B=\{2,3,5,7\}\Rightarrow n(B)=4$

Ta có $A\cap B=\{2\}\Rightarrow n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

Chú ý: Ta dễ dàng liệt kê $\mathrm{A}\cup\mathrm{B}=\{2,4,6,8,3,5,7\}\Rightarrow n(A\cup B)=7$.

Câu 38: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình?

A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Lời giải

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.

Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.

Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.

Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.

Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.

Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.

Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12\times11\times10\times9\times8\times7\times6=3991680$ cách.

Câu 39: Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái, phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn $26.$ Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 625.

Lời giải

Một chiếc nhãn gồm phần đầu và phần thứ hai $\in\{1;2;...;25\}$.

Có 24 cách chọn phần đầu.

Có 25 cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24\times25=600$ cách.

Câu 40: Biển số xe máy của tỉnh A có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái, kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;...;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;...;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Lời giải

Giả sử biển số xe là $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$.

Có 26 cách chọn a_1

Có 9 cách chọn $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

Có 10 cách chọn a_3

Có 10 cách chọn a_4

Có 10 cách chọn a_5

Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26\times9\times10\times10\times10\times10=2340000$ biển số xe.

Câu 41: Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?

A. 72. **B.** 74. **C.** 76. **D.** 78.

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tuỳ ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6.3.2.2.1.1=72$ cách.

Câu 42: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?

A. 6. **<u>B</u>.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Lời giải

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: $3.2.1$ cách xếp.

Xếp 3 nữ có: $3.2.1$ cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2=72$ cách xếp.

Câu 43: Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại?

A. 1000. **B.** 100000. **<u>C</u>.** 10000. **D.** 1000000.

Lời giải

Gọi số điện thoại cần tìm có dạng $\overline{790abcd}$.

Khi đó: a có 10 cách chọn, b có 10 cách chọn, c có 10 cách chọn, d có 10 cách chọn.

Nên có tất cả $10.10.10.10=10^4$ số.

Câu 44: Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

<u>A</u>. 190. **B.** 182. **C.** 280. **D.** 194.

Lời giải

Cứ mỗi đội phải thi đấu với 19 đội còn lại nên có 19.20 trận đấu. Tuy nhiên theo cách tính này thì một trận đấu chẳng hạn A gặp B được tính hai lần. Do đó số trận đấu thực tế diễn ra là: $\frac{19.20}{2}=190$ trận.

Câu 45: Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

<u>A</u>. 384. **B.** 120 **C.** 216 **D.** 600

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6!-5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5!-4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đúng cạnh nhau là: $6!-5!-(2.5!-4!)=384$.

Câu 46: Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152. **B.** 10001. **<u>C</u>.** 1048577. **D.** 1048576.

Lời giải

Mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn $\Rightarrow 10$ câu hỏi có $4^{10}=1048576$ phương án trả lời khác nhau.

Vậy nếu có nhiều hơn 1048576 phiếu hợp lệ thì luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống nhau nên số phiếu hợp lệ tối thiểu cần phát là 1048577 phiếu.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $5,6,7,8,9$. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S.

A. 9333420. **B.** 46666200. **C.** 9333240. **D.** 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ $5,6,7,8,9$ là $5!=120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số $5,6,7,8,9$ xuất hiện ở hàng đơn vị là $4!=24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5+6+7+8+9)=840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1+10+10^2+10^3+10^4)=9333240$.

Câu 48: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Lời giải

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6\in\{1;3;5\}$ và $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5+a_6)=1$

Với $a_6=1$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=2 \Rightarrow \begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{2,3,6\} \\ a_4,a_5\in\{4,5\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{2,4,5\} \\ a_4,a_5\in\{3,6\} \end{cases}$

Với $a_6=3$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=4 \Rightarrow \begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{2;4;5\} \\ a_4,a_5\in\{1,6\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{1,4,6\} \\ a_4,a_5\in\{2,5\} \end{cases}$

Với $a_6=5$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=6 \Rightarrow \begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{2,3,6\} \\ a_4,a_5\in\{1,4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{1,4,6\} \\ a_4,a_5\in\{2,3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3!.2!=12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6.12=72$ số cần tìm.

Câu 49: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Lời giải

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

Số cách tô cạnh AB: 6 cách.

Số cách tô cạnh BC: 5 cách.

Số cách tô cạnh CD: 4 cách.

Số cách tô cạnh AD: 4 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.4.4=480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

Số cách tô cạnh AB: 6 cách.

Số cách tô cạnh BC: 5 cách.

Số cách tô cạnh CD: 1 cách.

Số cách tô cạnh AD: 5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.1.5=150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480+150=630$ cách.

Câu 50: Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321 **B.** 21312 **C.** 12312 **D.** 21321

Lời giải

Mỗi số số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3=60$ số.

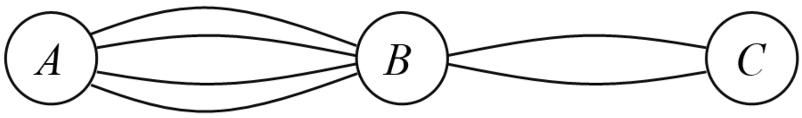
Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng là như nhau và bằng $60:5=12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là:

$S=12.(1+2+3+4+6)(100+10+1)=21312$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Có 2 cách đi từ thành phố C đến thành phố B.

b) Có tất cả 6 con đường trong hình vẽ.

c) Có 6 cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua B chỉ một lần.

d) Có 8 cách đi xuất phát từ thành phố B đến thành phố A và quay ngược lại thành phố B.

Lời giải

a) Đúng: Chỉ có 2 con đường nối từ thành phố C đến thành phố B.

b) Đúng: Có 4 con đường nối từ thành phố A đến thành phố B.

Có 2 con đường nối từ thành phố B đến thành phố C.

Do đó có tất cả $4+2=6$ con đường.

c) Sai: Có 4 con đường nối từ thành phố A đến thành phố B.

Có 2 con đường nối từ thành phố B đến thành phố C.

Do đó số cách đi từ thành phố A đến thành phố C là: $4.2=8$.

d) Sai: Đi từ thành phố A đến thành phố B có 4 cách và ngược lại.

Do đó, số cách đi cần tìm là $4.4=16$.

Câu 2: Cho tập $A=\{1;2;3;4\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 16 số có 2 chữ số từ các chữ số ở tập A.

b) Có thể lập được 16 số có 2 chữ số khác nhau từ các chữ số ở tập A.

c) Có thể lập được 8 số chẵn có 2 chữ số khác nhau từ các chữ số ở tập A.

d) Có thể lập được 8 số lẻ có 2 chữ số từ các chữ số ở tập A.

Lời giải

a) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $a;b\in A$

Vì số cần tìm có 2 chữ số nên a có 4 cách chọn, b có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4.4=16$ số có hai chữ số được lập từ tập hợp A.

b) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $a;b\in A$

Vì số cần tìm có 2 chữ số khác nhau nên a có 4 cách chọn, b có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $4.3=12$ số có hai chữ số khác nhau được lập từ tập hợp A.

c) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $a;b\in A$

Vì số cần tìm là số chẵn có 2 chữ số khác nhau nên b có 2 cách chọn, a có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2.3=6$ số chẵn có hai chữ số khác nhau được lập từ tập hợp A.

d) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $a;b\in A$

Vì số cần tìm là số lẻ có 2 chữ số nên b có 2 cách chọn, a có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $2.4=8$ số lẻ có hai chữ số được lập từ tập hợp A.

Câu 3: Trên một giá sách có 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Vật lí và 6 quyển sách Hóa học. Các quyển sách đôi một khác nhau. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Có 15 cách lấy một quyển sách tùy ỳ từ giá sách.

b) Có 9 cách lấy một quyển sách Toán hoặc Vật lý từ giá sách.

c) Có 10 cách lấy hai quyển sách gồm Toán và Hóa học từ giá sách.

d) Có 120 cách lấy ba quyển sách có đủ ba môn học từ giá sách.

Lời giải

a) Đúng: Trên giá sách có $4+5+6=15$ quyển sách.

Lấy 1 quyển tùy ý từ 15 quyển nên có 15 cách lấy.

b) Đúng: Lấy một quyển sách Toán hoặc Vật lý từ giá sách.

Lấy một quyển Toán: có 4 cách lấy.

Lấy một quyển Vật lý: có 5 cách lấy

Việc lấy sách được hoàn thành bởi một trong hai hành động trên nên theo quy tắc cộng có $4+5=9$ cách lấy.

c) Sai: Lấy hai quyển sách gồm Toán và Hóa học từ giá sách.

Lấy một quyển Toán: có 4 cách lấy.

Lấy một quyển Hóa học: có 6 cách lấy.

Việc lấy sách được hoàn thành bởi liên tiếp hai hành động trên nên theo quy tắc nhân có $4.6=24$ cách lấy.

d) Đúng: Lấy ba quyển sách có đủ ba môn học từ giá sách.

Lấy một quyển Toán: có 4 cách lấy.

Lấy một quyển Vật lý: có 5 cách lấy

Lấy một quyển Hóa học: có 6 cách lấy.

Việc lấy sách được hoàn thành bởi liên tiếp ba hành động trên nên theo quy tắc nhân có $4.5.6=120$ cách lấy.

Câu 4: Cho tập hợp $A=\{1,2,3,4,5\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Từ A lập được 25 số có hai chữ số.
b) Từ A lập được 125 số có ba chữ số khác nhau.
c) Từ A lập được 24 số chẵn có ba chữ số khác nhau.
d) Từ A lập được 101 số lẻ có ba chữ số khác nhau.

Lời giải

a) Đúng: Theo qui tắc nhân có $5.5=25$ số có hai chữ số.

b) Sai: Gọi số có 3 chữ số khác nhau là $\overline{abc}$.
Chọn a có 5 cách.

Chọn b có 4 cách.

Chọn c có 3 cách.

Suy ra có $5.4.3=60$ số có ba chữ số khác nhau.

c) Đúng: Gọi số chẵn có ba chữ số khác nhau là $\overline{abc}$.
Chọn c có 2 cách.

Chọn a có 4 cách.

Chọn b có 3 cách.

Suy ra có $2.4.3=24$ số chẵn có ba chữ số khác nhau.

d) Sai: Gọi số lẻ có ba chữ số khác nhau là $\overline{abc}$.
Chọn c có 3 cách.

Chọn a có 4 cách.

Chọn b có 3 cách.

Suy ra có $3.4.3=36$ số lẻ có ba chữ số khác nhau.

Câu 5: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5,6,7$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 8 số có một chữ số.
b) Có thể lập được 56 số có hai chữ số khác nhau.
c) Có thể lập được 25 số chẵn có hai chữ số khác nhau.
d) Có thể lập được 22 số có ba chữ số khác nhau chứa chứ số 2 và chia hết cho 5.

Lời giải

a) Đúng: Có thể lập được 8 số có một chữ số.

b) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ trong đó $a,b\in\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$.

Có 7 cách chọn a và mỗi cách chọn a thì có 7 cách chọn b. Vậy theo quy tắc nhân có 49 số.

c) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ trong đó $a,b \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$.

TH1: số có dạng $\overline{a0}$ có 7 số vì a có 7 cách chọn.

TH2: số có dạng $\overline{a2}$ có 6 số vì a có 6 cách chọn.

TH3: số có dạng $\overline{a4}$ có 6 số vì a có 6 cách chọn.

TH4: số có dạng $\overline{a6}$ có 6 số vì a có 6 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng có 25 số chẵn có hai chữ số khác nhau.

d) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$ trong đó $a,b,c \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$.

TH1: số có dạng $\overline{2b0}$ có 6 số vì b có 6 cách chọn.

TH2: số có dạng $\overline{a20}$ có 6 số vì a có 6 cách chọn.

TH3: số có dạng $\overline{2b5}$ có 6 số vì b có 6 cách chọn.

TH4: số có dạng $\overline{a25}$ có 5 số vì a có 5 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng có 23 số chẵn có hai chữ số khác nhau.

Câu 6: Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Có 60 cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em.
b) Có 35 cách chọn ba học sinh trong đó có đúng một học sinh lớp 12.
c) Có 30 cách chọn hai học sinh của đúng hai khối.
d) Có 12 cách chọn một học sinh giỏi của trường để phát biểu.

Lời giải

a) Đúng: Có 5 cách chọn học sinh khối 12.

Có 4 cách chọn học sinh khối 11.

Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ cách.

b) Sai: Có 5 cách chọn học sinh khối 12.

Có 7 học sinh của hai khối 10 và 11, chọn học sinh thứ hai có 7 cách chọn, chọn học sinh thứ ba có 6 cách chọn. Với cách chọn lớp 10 và 11 như trên thì mỗi trường hợp lặp lại 2 lần.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $\frac{1}{2}(5 \times 7 \times 6) = 105$ cách chọn.

c) Sai: Nếu chọn 1 học sinh khối 12 và 1 học sinh khối 11 có $5.4 = 20$ cách chọn.

Nếu chọn 1 học sinh khối 11 và 1 học sinh khối 10 có $4.3 = 12$ cách chọn.

Nếu chọn 1 học sinh khối 10 và 1 học sinh khối 12 có $3.5 = 15$ cách chọn.

Theo qui tắc cộng, ta có $20 + 12 + 15 = 47$ cách chọn.

d) Đúng: Nếu chọn 1 học sinh khối 12 có 5 cách chọn.

Nếu chọn 1 học sinh khối 11 có 4 cách.

Nếu chọn 1 học sinh khối 10 có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+4+3=12$ cách chọn.

Câu 7: Từ các chữ số $1,2,3,4,5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 5 số có một chữ số.

b) Có thể lập được 20 số có hai chữ số.

c) Có thể lập được 60 số có ba chữ số khác nhau.

d) Có thể lập được 32 số có ba chữ số khác nhau không nhỏ hơn 342.

Lời giải

a) Đúng: Các số có một chữ số là $1,2,3,4,5$.

b) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ trong đó $a,b\in\{1,2,3,4,5\}$.

Có 5 cách chọn $a\in\{1,2,3,4,5\}$ và có 5 cách chọn $b\in\{1,2,3,4,5\}$.

Theo quy tắc nhân, ta có số các số cần tìm là $5.5=25$ (số).

c) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$ trong đó a,b,c khác nhau và $a,b,c\in\{1,2,3,4,5\}$.

Có 5 cách chọn $a\in\{1,2,3,4,5\}$, có 4 cách chọn b (khác a) và có 3 cách chọn c (khác a và khác b)

Theo quy tắc nhân, ta có số các số cần tìm là $5.4.3=60$ (số).

d) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$ trong đó a,b,c khác nhau và $a,b,c\in\{1,2,3,4,5\}$.

Từ giả thiết có $\overline{abc}\ge 342$, suy ra $a\ge 3$. Do đó, $a\in\{3,4,5\}$.

TH1: nếu $a=3$ thì $\overline{3bc}\ge 342$ khi $b\ge 4$, tức là $b\in\{4,5\}$.

Với $b=4$, để $\overline{34c}\ge 342$ thì $c\ge 2$, c khác 3 và 4 (vì ba chữ số khác nhau), suy ra có 2 cách chọn $c\in\{2,5\}$.

Theo quy tắc nhân có số các số có dạng $\overline{34c}$ là $1.1.2=2$ (số).

Với $b=5$, để $\overline{35c}\ge 342$ thì có 3 cách chọn $c\in\{1,2,4\}$ (vì c khác 3 và 5)

Theo quy tắc nhân có số các số có dạng $\overline{35c}$ là $1.1.3=3$ (số).

Vậy theo quy tắc cộng, ta có số các số trong TH1 là : $2+3=5$ (số).

TH2: nếu $a=4$ thì $\overline{4bc}\ge 342$.

Ta có có 4 cách chọn $b\in\{1,2,3,5\}$ và có 3 cách chọn $c\in\{1,2,3,5\}\setminus\{b\}$.

Vậy theo quy tắc nhân có số các số có dạng $\overline{4bc}$ là $1.4.3=12$ (số).

TH3: nếu $a=5$ thì tương tự cũng có 12 số dạng $\overline{5bc}$.

Vậy theo quy tắc cộng, ta có tất cả $5+12+12=29$ (số).

Câu 8: Cho các chữ số 1, 2, 3. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Từ các chữ số đã cho lập được 27 số có 3 chữ số.

b) Từ các chữ số đã cho lập được 9 số có 3 chữ số và là số chẵn.

c) Tổng các số có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số đã cho là 1332.

d) Số các số 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị là 62.

Lời giải

a) Đúng: Từ các chữ số đã cho lập được 3.3.3 = 27 số có 3 chữ số.

b) Đúng: Số cần lập có dạng: $\overline{ab2}$. Số các số thoả mãn là 3.3.1 = 9 số.

c) Đúng: Số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số đã cho là: 3.2.1 = 6 số

Ở 6 số này thì con số 1, số 2, số 3 đều xuất hiện 2 lần ở các hàng đơn vị hay chục hay hàng trăm. Nên tổng là: $(3+3+2+2+1+1)(100+10+1)=1332$.

Chú ý: có thể cộng sáu số lập được là: 123+132+231+213+312+321=1332.

d) Sai: Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3..a_{10}}$.

Bước 1: Xếp số 2 ở vị trí lẻ $a_1,a_3,..a_9$ hoặc vị trí chẵn $a_2,a_4,..a_{10}$ có 2 cách.

Bước 2: Xếp các số 1 hoặc 3 vào các vị trí còn lại có 2^5 cách.

Ta có $2.2^5=64$ số.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Một bó có 8 hoa hồng trắng, 7 hoa hồng đỏ và 10 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

Lời giải

Để chọn ba bông hoa có đủ ba màu (nghĩa là 1 hoa hồng trắng - 1 hoa hồng đỏ -1 hoa hồng vàng), ta có:

Có 8 cách chọn hoa hồng trắng.

Có 7 cách chọn hoa hồng đỏ.

Có 10 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8\times7\times10=560$ cách.

Câu 2: Có 9 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

Lời giải

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng ta tiến hành hai công đoạn liên tiếp:

Công đoạn 1: Chọn một người đàn ông trong chín người đàn ông lên phát biểu có 9 cách chọn

Công đoạn 2:Chọn một người đàn bà trong chín người đàn bà còn lại sao cho người đó không phải là vợ của người đàn ông đã chọn thì có 8 cách.

Theo quy tắc nhân thì có $9.8 = 72$ cách.

Câu 3: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số chẵn có bốn chữ số khác nhau có dạng là $\overline{abcd}$ với $d \in \{0,2,4\}$

TH1: Chọn $d = 0$ có 1 cách. Khi đó

Chọn a có 5 cách vì $a \ne 0$

Chọn b có 5 cách

Chọn c có 4 cách

Theo quy tắc nhân số các số là $1.5.5.4 = 100$ số.

TH2: Chọn $d \in \{2,4\}$ có 2 cách. Khi đó

Chọn a có 4 cách vì $a \ne 0; a \ne d$

Chọn b có 4 cách vì $b \ne a; b \ne d$

Chọn c có 3 cách vì $c \ne a; c \ne d; c \ne b$

Theo quy tắc nhân số các số là $2.4.4.3 = 96$ số.

Vậy theo quy tắc cộng số các số cần tìm là $100 + 96 = 196$ số.

Câu 4: Một thùng có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

Lời giải

Có 12 cách chọn một hộp màu đỏ, có 18 cách chọn một hộp màu xanh. Theo quy tắc nhân thì số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là $12.18 = 216$.

Câu 5: Có 4 bông hoa hồng khác nhau, có 6 bông hoa lan khác nhau, có 5 bông hoa cúc khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại.

Lời giải

Có 4 cách chọn một bông hoa hồng, 6 cách chọn một bông hoa lan, 5 cách chọn một bông hoa cúc để cắm vào lọ.

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn 3 bông hoa để cắm sao cho hoa trong lọ phải có một bông hoa của mỗi loại là: $4.6.5 = 120$ cách.

Câu 6: Cần xếp 3 nam, 3 nữ vào 1 hàng có 6 ghế (mỗi bạn một ghế). Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tuỳ ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6.3.2.2.1.1 = 72$ cách.

Câu 7: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một loại nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

Lời giải

Chọn 1 món ăn trong 5 món: Có 5 cách chọn.

Chọn 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng: Có 5 cách chọn.

Chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống: Có 3 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, có 5.5.3 = 75 cách chọn thực đơn gồm 1 món ăn, 1 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống.

Câu 8: Đội tuyển học sinh giỏi Toán gồm 10 em: 5 nam và 5 nữ. Muốn chọn ra 1 bạn nam làm tổ trưởng, 1 bạn nữ làm tổ phó và 1 thư ký. Số cách chọn là:

Lời giải

Chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng có 5 cách chọn.

Mỗi cách chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng có 5 cách chọn 1 bạn nữ làm tổ phó.

Mỗi cách chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng và 1 bạn nữ làm tổ phó thì có 8 cách chọn 1 bạn làm thư ký.

Theo quy tắc nhân: $5.5.8 = 200$ cách chọn.

Câu 9: Từ các số $0,1,2,3,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 120. **B.** 72. **C.** 69. **<u>D</u>.** 54.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$.

d có 3 cách chọn, $d \notin \{0,5\}$.

a có 3 cách chọn, $a \neq 0, a \neq d$.

b có 3 cách chọn, $b \neq a, b \neq d$.

có 2 cách chọn, $c \neq a, c \neq d, c \neq b$.

$\Rightarrow$ có $3.3.3.2 = 54$ số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ các số $0,1,2,3,5$ không chia hết cho 5.

Câu 10: Đội tuyển học sinh giỏi Toán gồm 10 em: 5 nam và 5 nữ. Muốn chọn ra 1 bạn nam làm tổ trưởng, 1 bạn nữ làm tổ phó và 1 thư ký. Số cách chọn là:

Lời giải

Chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng có 5 cách chọn.

Mỗi cách chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng có 5 cách chọn 1 bạn nữ làm tổ phó.

Mỗi cách chọn 1 bạn nam làm tổ trưởng và 1 bạn nữ làm tổ phó thì có 8 cách chọn 1 bạn làm thư ký.

Theo quy tắc nhân: $5.5.8 = 200$ cách chọn.

Câu 11: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số và chia hết cho 15?

Lời giải

Trong 8 chữ số đã cho có 2 chữ số chia hết cho 3; 3 chữ số chia 3 dư 1 và 3 chữ số chia 3 dư 2.

Gọi số thỏa mãn yêu cầu bài toán có dạng $X = \overline{abcd}\ (1 \le a,b,c,d \le 9)$.

Để $X \vdots 15 \Rightarrow X \vdots 3$ và $X \vdots 5$

$X \vdots 5 \Rightarrow d = 5$.

$X \vdots 3 \Rightarrow a+b+c+5 \vdots 3 \Rightarrow a+b+c$ chia 3 dư 1. Ta xét 3 trường hợp:

Trường hợp 1: $a+b$ chia hết cho 3 và c chia 3 dư 1 thì có 3 cách chọn c.
Nếu a và b cùng chia hết cho 3 có: $2.2 = 4$ cách
Nếu a chia 3 dư 1, b chia cho 3 dư 2 có: $3.3.2 = 18$ cách.
Suy ra có $(4+18).3 = 66$ số.

Trường hợp 2: $a+b$ chia 3 dư 1 và c chia hết cho 3 thì có 2 cách chọn c.
Nếu a và b cùng chia 3 dư 2 có: $3.3 = 9$ cách
Nếu a chia 3 dư 1, b chia hết cho 3 có: $3.2.2 = 12$ cách.
Suy ra có $(9+12).2 = 42$ số.

Trường hợp 3: $a+b$ chia 3 dư 2 và c chia 3 dư 2 thì có 3 cách chọn c.
Nếu a và b cùng chia 3 dư 1 có: $3.3 = 9$ cách
Nếu a chia 3 dư 2, b chia hết cho 3 có: $3.2.2 = 12$ cách.
Suy ra có $(9+12).3 = 63$ số.

Vậy có $66+42+63 = 171$ số.

-----------------HẾT-----------------

BÀI 02 HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Hoán vị

Định nghĩa: Cho tập hợp A có n phần tử ($n \ge 1$). Mỗi cách sắp xếp thứ tự của n phần tử tập hợp A là hoán vị của n phần tử này.

- Số các hoán vị của n phần tử tập hợp A được ký hiệu bởi P_n.
- Được xác định theo công thức: $P_n = n! = n.(n-1).(n-2)....2.1$

Giai thừa: Cho số tự nhiên $n \ge 1$, ta định nghĩa n giai thừa, ký hiệu bởi $n!$ là: $n! = n.(n-1).(n-2)....2.1$
Chú ý: Các hoán vị khác nhau chỉ khác nhau về thứ tự sắp xếp các phần tử. Hoán vị của 3 phần tử *a, b, c* gồm: *a, b, c; a, c, b; b, a, c;...*

2 Chỉnh hợp

Định nghĩa: Cho tập A gồm n phần tử $(n \ge 1)$:

- Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau từ n phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là chỉnh hợp n chập k của A).
- Số các chỉnh hợp chập k của của một tập hợp có n phần tử là:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ với } (1 \le k \le n).$$

- Quy ước: $0! = 1;\ A_n^0 = 1;\ A_n^n = P_n = n!$

3 Tổ hợp

Định nghĩa: Cho tập A gồm n phần tử $(n \ge 1)$.

- Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k,n là các số tự nhiên, $0 \le k \le n$).
- Số các chỉnh hợp chập k của của một tập hợp có n phần tử là:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ với } (1 \le k \le n).$$

Tính chất:

- Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \le k \le n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$.
- Cho các số nguyên n và k với $1 \le k \le n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ *(Công thức Pascal)*

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Hoán vị

Phương pháp: Các dạng bài tập về hoán vị

Hoán vị đồ vật:

- Tập hợp A là tập con có n phần tử của tập hợp $\{0,1,...8,9\}$ với $1 \le n \le 10$.
- Khi đó, số cách thành lập số tự nhiên x có n chữ số được lấy từ A là số hoán vị của n phần tử này tức là có $P_n = n!$ số

Hoán vị vòng quanh

- Có n phần tử được sắp xếp trên một vòng tròn n vị trí. Số cách xếp sẽ là hoán vị của $n-1$ phần tử: $(n-1)!$
- Thật vậy, mỗi cách xếp không thay đổi khi các phần tử lần lượt dời chỗ qua bên phải (hoặc trái) một vị trí. Như vậy, có n vị trí trên vòng tròn, nên có $\frac{n!}{n} = (n-1)!$ cách xếp.

Hoán vị lặp

- Cho k phần tử khác nhau $a_1, a_2, ..., a_k$. Một cách sắp xếp n phần tử trong đó gồm n_1 phần tử a_1, n_2 phần tử a_2, …, n_k phần tử a_k $(n_1 + n_2 + ... + n_k = n)$ theo một thứ tự nào đó được gọi là hoán vị lặp cấp n và kiểu $(n_1, n_2, ..., n_k)$ của k phần tử.
- Số các hoán vị lặp dạng như trên là $P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1!n_2!...!n_k!}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho tập hợp $S = \{1,2,3,4\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập *A?*

Lời giải

Gọi $x = \overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số cần tìm, $a_i \in S$, $\forall i = \overline{1,4}$.

Mỗi hoán vị của 4 phần tử tập hợp A ta được 1 số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm, ví dụ như $x = 3214$.

Do vậy, ta được $P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$ số.

Bài tập 2:Một chồng sách gồm 4 quyển sách Toán khác nhau, 3 quyển sách Vật Lý khác nhau, 5 quyển sách Hóa Học khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách trên thành một hàng ngang sao cho

a) Các quyển sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

b) Các quyển sách toán đứng gần nhau.

Lời giải

a) Xếp 4 quyển sách toán thành một nhóm đứng gần nhau có $P_4 = 4! = 24$ cách xếp.

Xếp 3 quyển sách Vật Lí thành một nhóm gần nhau có $P_3 = 3! = 6$ cách xếp

Xếp 5 quyển sách Hóa Học thành một nhóm gần nhau có $P_5 = 5! = 120$ cách xếp.

Xếp 3 nhóm sách trên lên giá sách có $P_3 = 3! = 6$ cách xếp.

Vậy có 24.6.120.6 = 103680 cách xếp các cuốn sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

b) Xếp 4 quyển sách Toán thành một nhóm đứng gần nhau có $P_4 = 4! = 24$ cách xếp.

Coi nhóm sách Toán là một quyển sách lớn, xếp quyển sách lớn đó và 8 quyển sách còn lại có $P_9 = 9!$ cách xếp.

Vậy có $24.9! = 8709120$ cách xếp các cuốn sách Toán đứng gần nhau.

Bài tập 3: Có bao nhiêu cách xếp 5 bạn học sinh A, B, C, D, E vào 5 ghế dài sao cho:

a) Bạn C ngồi chính giữa?

b) Hai bạn A và E ngồi ở hai đầu ghế?

Lời giải

a) Xếp bạn C ngồi ở chính giữa: có 1 cách xếp.

Xếp 4 bạn còn lại vào 4 vị trí còn lại: có $P_4 = 4! = 12$ cách xếp.

Theo quy tắc nhân: có $1.12 = 12$ cách xếp.

b) Xếp 2 bạn A và E ngồi ở hai đầu ghế : có $2!$ cách xếp.

Xếp 3 bạn còn lại vào 3 vị trí còn lại : có $3!$ cách xếp.

Theo quy tắc nhân: có $2!.3! = 4.6 = 24$ cách xếp.

Bài tập 4: Trên giá sách dài có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Văn và 3 quyển sách Tiếng Anh. Các quyển sách đều khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên sao cho:

a) Các quyển sách xếp một cách tuỳ ý?

b) Các quyển sách xếp theo từng môn liền nhau?

c) Các quyển sách xếp theo từng môn và sách Toán xếp ở giữa?

Lời giải

a) Trên giá sách có tổng cộng: $5+4+3=12$ quyển sách.

Mỗi một cách xếp tuỳ ý các quyển sách trên giá là một hoán vị của 12 phần tử.

Vậy có $P_{12} = 12! = 479001600$ cách xếp.

b) Xem mỗi loại sách là một khối thống nhất ("buộc" mỗi loại thành 1 bó), ta có $3!$ cách xếp 3 khối này. Có $5!$ cách xếp sách Toán, có $4!$ cách xếp sách Văn, có $3!$ cách xếp sách Tiếng Anh. Theo quy tắc nhân : có $3!.5!.4!.3! = 103680$ cách xếp.

c) Xem mỗi loại sách là một khối thống nhất (như trên), ta có $2!$ cách xếp 2 môn còn lại ở hai bên sách Toán.

Ứng với mỗi cách, có $5!$ cách xếp sách Toán, có $4!$ cách xếp sách Văn, có $3!$ cách xếp sách Tiếng Anh.

Theo quy tắc nhân: có $2!.5!.4!.3! = 34560$ cách xếp.

Bài tập 5: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 viên bi đỏ khác nhau và 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu không xếp cạnh nhau?

Lời giải

Sắp xếp 5 bi đỏ, có 5! cách.

Chọn vị trí để sắp xếp bi đen xen giữa các bi đỏ, có 2 cách (bi đen đứng đầu hoặc bi đỏ đứng đầu).

Sắp xếp 5 bi đen vào vị trí đã chọn, có 5! cách.

Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là 5!.2.5! = 28800 cách.

Bài tập 6: Một lớp học có ba cán bộ lớp là A,B,C. Có bao nhiêu cách chọn một lớp trưởng, một lớp phó, một bí thư từ ba cán bộ lớp A,B,C?

Lời giải

Mỗi một cách chọn là một hoán vị của 3 phần tử. Do đó có $P_3 = 3! = 6$ cách chọn.

Bài tập 7: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{1;2;3;4;5\}$?

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt được lấy từ tập $\{1;2;3;4;5\}$ là một hoán vị của 5 phần tử.

Vậy có $P_5 = 5! = 120$ số

Bài tập 8: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{0;1;2;3;4\}$?

Lời giải

Số các số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{0;1;2;3;4\}$ (kể cả số 0 đứng đầu) là: $P_5 = 5! = 120$ số

Số các số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{0;1;2;3;4\}$ có số 0 đứng đầu là: $P_4 = 4! = 24$ số

Vậy có $120 - 24 = 96$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán

Bài tập 9: Có bao nhiêu cách sắp chỗ ngồi cho 6 người vào 6 ghế xếp thành một dãy?

Lời giải

Mỗi một cách sắp xếp là một hoán vị của 6 phần tử

Do đó có $P_6 = 6! = 720$ cách xếp.

Bài tập 10: Có bao nhiêu cách sắp chỗ ngồi cho 6 người vào 6 ghế xếp xung quanh một bàn tròn, nếu không có sự phân biệt giữa các ghế này?

Lời giải

Vì bàn tròn không phân biệt đầu cuối nên để xếp 6 người ngồi quanh một bàn tròn ta cố định 1 người và xếp 5 người còn lại quanh người đã cố định. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách xếp

Chú ý:

Có $n!$ cách xếp n người vào n ghế xếp thành một dãy.

Có $(n-1)!$ cách xếp n người vào n ghế xếp quanh một bàn tròn nếu không có sự phân biệt giữa các ghế.

Bài tập 11: Có hai dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam, 5 nữ vào 2 dãy ghế trên có bao nhiêu cách nếu :

a) Nam và nữ được xếp tùy ý.

b) Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.

Lời giải

a) Mỗi cách xếp 5 nam và 5 nữ vào hai dãy ghế một cách tùy ý là một hoán vị của 10 người. Vậy có $10! = 3628800$ cách xếp.

b) Chọn 1 dãy để xếp nam ngồi vào có 2 cách; xếp 5 nam vào dãy ghế đã chọn có $5!$ cách; xếp 5 nữ vào dãy ghế còn lại có $5!$ cách. Vậy có tất cả là $2.5!.5!$ cách xếp thỏa điều kiện bài toán.

Bài tập 12: Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh sao cho:

a) Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau ?

b) Những học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau ?

Lời giải

a) **Cách 1:** Xếp 5 học sinh nam ngồi vào vị trí chẵn có $5!$ cách, sau đó xếp 5 học sinh nữ vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách $\Rightarrow$ có $5!.5!$ cách.

Cách 2: Xếp 5 học sinh nam ngồi vào vị trí lẻ có $5!$ cách, sau đó xếp 5 học sinh nữ vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách $\Rightarrow$ có $5!.5!$ cách.

Vậy tất cả có $2.5!.5! = 28800$ cách.

b) Xem 5 nam là 1 tổ và 5 nữ là một tổ, ta có 2 tổ. Xếp 2 tổ ngồi vào bàn ta có $2!$ cách.

Đổi chỗ 5 nam cho nhau có $5!$ cách, đổi chỗ 5 nữ cho nhau có $5!$ cách.

Vậy ta có $2!.5!.5! = 28800$ cách.

Bài tập 13: Một trường trung học phổ thông có 4 học sinh giỏi khối 12, có 5 học sinh giỏi khối 11, có 6 học sinh giỏi khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 15 học sinh trên thành một hàng ngang để đón đoàn đại biểu, nếu:

a) Các học sinh được xếp bất kì.

b) Các học sinh trong cùng một khối phải đứng kề nhau.

Lời giải

a) Mỗi cách sắp xếp 15 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 15 phần tử.

Vậy có $15!$cách xếp 15 học sinh thành một hàng ngang.

b) Xếp các khối có 3! cách xếp.

Xếp các bạn trong khối 12 có $4!$ cách.

Xếp các bạn trong khối 11 có $5!$ cách.

Xếp các bạn trong khối 10 có $6!$ cách.

Theo quy tắc nhân có $3!.4!.5!.6! = 12441600$ cách xếp thỏa yêu cầu.

Bài tập 14: Trả lời các câu hỏi sau:

a) Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho nam và nữ ngồi xen kẻ nhau?

b) Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho mỗi bà đều ngồi cạnh chồng của mình?

Lời giải

a) Ta tiến hành xếp chỗ ngồi theo hai công đoạn.

Xếp 6 nam ngồi quanh bàn tròn, có $(6-1)! = 5!$ cách xếp.

Ta xem 6 người nam vừa xếp là 6 vách ngăn, vì 6 người nam ngồi quanh bàn tròn nên có 6 khoảng trống để xếp 6 người nữ nên có 6! cách xếp.

Theo quy tắc nhân có $5!.6! = 86400$ cách.

b) Ta tiến hành xếp chỗ ngồi theo hai công đoạn.

Xếp 6 người chồng ngồi quanh bàn tròn, có $(6 – 1)! = 5!$ cách xếp (Vì vợ ngồi gần chồng).

Mỗi cặp vợ chồng đổi chổ cho nhau có 1 cách xếp mới nên có 2^6 cách .

Theo quy tắc nhân có $5!.2^6 = 7680$ cách.

Bài tập 15: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau, biết tổng của 3 chữ số này bằng 18?

Lời giải

Gọi số cần tìm $n = \overline{abc}, (a \neq 0)$.

Từ tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ta có những tập con của A gồm 3 phần tử sao cho tổng của chúng bằng 18 là $\{9,8,1\};\{9,6,3\};\{9;5;4\};\{8;7;3\};\{8;6;4\};\{7;6;5\};\{2;7;9\}$.

Vậy có 7 tập con có 3 phần tử thuộc A sao cho tổng của 3 phần tử này bằng 18.

Hoán vị 3 phần tử trong 1 tập con này ta được một số cần tìm. Suy ra có tất cả $3!.7 = 42$ số thỏa yêu cầu.

Dạng 2: Chỉnh hợp

Phương pháp: Khi giải một bài toán chọn trên một tập X có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

- Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X $(1 \le k \le n)$.
- Có sắp xếp thứ tự các phần tử đã chọn.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 4 người ngồi vào 6 chỗ trên một ghế dài?

Lời giải

Mỗi cách xếp khác nhau cho 4 người ngồi vào 6 chỗ trên một ghế dài là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

Vậy có $A_6^4 = 360$ cách.

Bài tập 2: Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

Lời giải

Mỗi vectơ thỏa đề là một chỉnh hợp chập 2 của 6 nên có $A_6^2 = 30$ vectơ.

Bài tập 3: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

Lời giải

Gọi số cần tìm là: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Trường hợp 1: $a_5 = 0$

Khi đó có một cách chọn a_5.

Có A_9^4 cách chọn ra 4 trong 9 số còn lại và xếp vào các vị trí còn lại.

Suy ra có: $1.A_9^4 = A_9^4$ số.

Trường hợp 2: $a_5 \in \{2;4;6;8\}$

Khi đó có 4 cách chọn a_5.

Xếp chữ số 0 vào 1 trong 3 vị trí a_2, a_3, a_4 có 3 cách.

Có A_8^3 cách chọn 3 số trong 8 số còn lại và xếp vào các vị trí còn lại.

Suy ra có: $4.3.A_8^3$ số.

Vậy có $A_9^4 + 4.3.A_8^3 = 7056$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài tập 4: Xếp 6 bạn học sinh nam và 3 bạn học sinh nữ A,B,C ngồi trên một hàng ngang có 9 ghế sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Số cách xếp chỗ ngồi cho 9 học sinh đó sao cho mỗi bạn nữ ngồi giữa hai học sinh nam là.

Lời giải

Xếp 6 học sinh nam có $6!$ cách xếp.

Giữa 6 học sinh nam có 5 khoảng trống.

Chọn 3 khoảng trống trong 5 khoảng trống trên và xếp 3 học sinh nữ A,B,C vào có: A_5^3 cách.

Vậy số cách xếp thỏa mãn yêu cầu là: $6!.A_5^3 = 43200$ cách.

Bài tập 5: Có bao nhiêu cách sắp xếp cho 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ ngồi quanh một bàn tròn sao cho không có hai học sinh nữ nào cạnh nhau? (Nếu có hai cách sắp xếp mà cách xếp này quay quanh vòng tròn được cách sắp xếp kia thì ta coi chỉ là một cách sắp xếp).

Lời giải

Giả sử đã xếp chỗ cho 5 học sinh nam. Vì ba học sinh nữ không ngồi cạnh nhau nên họ được chọn 3 trong năm vị trí xen kẽ giữa các họ sinh nam, số cách chọn là A_5^3. Vì hai cách xếp vị trí cho 8 người với cùng một thứ tự quanh bàn tròn được coi là một nên ta có thể chọn trước vị trí cho một học sinh nam nào đó, số hoán vị của 4 học sinh nam còn lại vào các vị trí là 4!

Theo quy tắc nhân, số khả năng phải tìm là 4! $A_5^3 = 1440$ (cách)

Vậy số cách xếp thỏa mãn là: 1440 cách.

Bài tập 6: Trả lời các yêu cầu sau đây:

a) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó là số chẵn?

c) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và số đó là số lẻ ?

Lời giải

a) Gọi $M = \overline{abcde}, (a \neq 0)$ là số có 5 chữ số khác nhau.

Ta có a có 9 cách chọn nên có A_9^4 cách chọn 4 số xếp vào 4 vị trí $\overline{bcde}$.

Vậy có $9.A_9^4 = 27216$ số.

b) Gọi $A = \overline{abcde}$ là số có 5 chữ số và A là số chẵn.

Ta có a có 9 cách chọn; chọn b,c,d mỗi số có 10 cách chọn; e có 5 cách chọn.

Vậy có $9.10^3.5 = 45000$ số.

c) Gọi $B = \overline{abcde}$ là số có 5 chữ số và B là số lẻ.

Ta có e có 5 cách chọn; a có 8 cách chọn ; có A_8^3 cách chọn chữ số xếp vào ba vị trí b,c,d .

Vậy có $5.8.A_8^3 = 13440$ số.

Bài tập 7: Xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ thành một hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách xếp:

a) Nam nữ đứng xen kẻ

b) Nữ luôn đứng cạnh nhau

c) Không có 2 nam nào đứng cạnh nhau

Lời giải

a) **Trường hợp 1:** Bạn nam đứng đầu có 5 cách chọn, kế đến là bạn nữ có 5 cách chọn, kế đến là bạn nam có 4 cách chọn, kế đến là 1 bạn nữ có 4 cách chọn , ... cuối cùng xếp 1 bạn nữ có 1 cách chọn.

Suy ra tổng số cách xếp 5!.5! cách .

Trường hợp 2: Bạn nữ đứng đầu, xếp hoàn toàn tương tự như trường hợp 1, suy ra tổng số cách sếp của trường hợp này là 5!.5!

Kết luận theo quy tắc cộng tổng số cách xếp nam nữ xen kẽ nhau là $5!.5! + 5!.5! = 28800$ cách

b) Gọi nhóm bạn nữ là nhóm X. Số cách xếp 5 bạn nam và X là 6! cách

ứng với mỗi cách xếp trên có 5! cách xếp 5 bạn nữ trong nhóm X .

Theo quy tắc nhân có $6!.5! = 86400$ cách xếp .

c) Bước đầu tiên xếp 5 bạn nữ đứng kề nhau có 5! cách xếp. Để các bạn nam không đứng kế nhau ta xen các bạn nam vào giữa các bạn nữ.

Giữa 5 bạn nữ có 4 vị trí và thêm 2 vị trí đầu và cuối, tổng cộng có 6 vị trí để xếp 5 bạn nam.

Chọn 5 vị trí trong 6 vị trí để xếp các bạn nam có A_6^5 cách.

Theo quy tắc nhân có $5!.A_6^5 = 86400$ cách xếp thỏa yêu cầu bài toán .

Bài tập 8: Có thể lập ra được bao nhiêu số điện thoại di động có 10 chữ số bắt đầu là 0908, các chữ số còn lại khác nhau đôi một, khác với 4 chữ số đầu và phải có mặt chữ số 6.

Lời giải

Gọi số điện thoại có dạng $\overline{0908abcdef}$

Chọn 1 vị trí trong 6 vị trí $\overline{abcdef}$ để xếp chữ số 6 có 6 cách chọn.

Chọn 5 chữ số trong 6 chữ số là $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ để xếp vào 5 vị trí còn lại, có A_6^5 cách.

Kết luận có $6.A_6^5 = 4320$ số điện thoại thỏa yêu cầu.

Dạng 3: Tổ hợp

Phương pháp: Khi giải bài toán chọn trên một tập hợp X có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

- Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X $\left(1 \le k \le n\right)$.
- Không phụ thuộc vào thứ tự sắp xếp các phần tử đã chọn

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Một lớp có 20 học sinh nam, 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách để giáo viên chủ nhiệm chọn ra một ban chấp hành Đoàn 3 người sao cho ban chấp hành có ít nhất 1 nữ.

Lời giải

Số cách chọn 3 học sinh tùy ý từ 35 học sinh là: $N = C_{35}^3 = 6545$ cách.

Số cách chọn 3 học sinh không có nữ là: $\overline{n} = C_{20}^3 = 1140$ cách.

Vậy số cách chọn 3 học sinh có ít nhất 1 nữ là: $n = N - \overline{n} = C_{35}^3 - C_{20}^3 = 5405$ cách.

Bài tập 2: Từ một bó gồm 5 bông hoa đỏ, 6 bông hoa vàng, 7 bông hoa tím. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 bông hoa có đủ cả 3 màu.

Lời giải

Trường hợp 1: 2 hoa đỏ, 1 hoa vàng, 1 hoa tím: $n_1 = C_5^2.C_6^1.C_7^1 = 420$ cách.

Trường hợp 2: 1 hoa đỏ, 2 hoa vàng, 1 hoa tím: $n_2 = C_5^1.C_6^2.C_7^1 = 525$ cách.

Trường hợp 3: 1 hoa đỏ, 1 hoa vàng, 2 hoa tím: $n_3 = C_5^1.C_6^1.C_7^2 = 630$ cách.

Vậy số cách chọn 4 bông hoa có đủ 3 màu là: $n = n_1 + n_2 + n_3 = 1575$ cách.

Bài tập 3: Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề để kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho mỗi đề thi nhất thiết phải có đủ 3 loại (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2?

Lời giải

Mỗi đề kiểm tra phải có số câu dễ là 2 hoặc 3, nên ta có các trường hợp sau:

Đề có 2 câu dễ, 2 câu trung bình, 1 câu khó, thì có số cách chọn là: $C_{15}^2.C_{10}^2.C_5^1 = 23625$.

Đề có 2 câu dễ, 1 câu trung bình, 2 câu khó, thì có số cách chọn là: $C_{15}^2.C_{10}^1.C_5^2 = 10500$.

Đề có 3 câu dễ, 1 câu trung bình, 1 câu khó, thì có số cách chọn là: $C_{15}^3.C_{10}^1.C_5^1 = 22750$.

Vì các cách chọn trên đôi một khác nhau, nên số đề kiểm tra có thể lập được là:

$$23625 + 10500 + 22750 = 56875$$

Bài tập 4: Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh khối 10, 4 học sinh khối 11 và 3 học sinh khối 12. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 khối trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh mà mỗi khối có ít nhất một em được tính như sau:

Khối 10 có 2 học sinh, các khối 11, 12 mỗi khối có 1 học sinh. Số cách chọn là: $C_5^2.C_4^1.C_3^1 = 120$.

Khối 11 có 2 học sinh, các khối 10, 12 mỗi khối có 1 học sinh. Số cách chọn là: $C_5^1.C_4^2.C_3^1 = 90$.

Khối 12 có 2 học sinh, các khối 10, 11 mỗi khối có 1 học sinh. Số cách chọn là: $C_5^1.C_4^1.C_3^2 = 60$.

Suy ra, số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một học sinh là: $120 + 90 + 60 = 270$.

Vậy số cách chọn phải tìm là: $495 - 270 = 225$.

Bài tập 5: Cho một đa giác đều n đỉnh ($n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$). Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Lời giải

Số đường chéo của đa giác đều n đỉnh là: $C_n^2 - n = \dfrac{n(n-1)}{2} - n = \dfrac{n^2 - 3n}{2}$.

Từ đề bài ta có phương trình: $\dfrac{n^2 - 3n}{2} = 27 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 9 \\ n = -6 \end{array}\right.$.

Do $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên ta được giá trị n cần tìm là: $n = 9$.

Bài tập 6: Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn:

a) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.
b) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

Lời giải

a) Chọn 1 bó hoa gồm 7 bông, trong đó có đúng 1 bông hồng đỏ, 6 bông hồng còn lại chọn trong 8 bông (gồm vàng và trắng) . Số cách chọn: $C_4^1.C_8^6 = 112$ cách.

b) Có các trường hợp sau xảy ra thỏa yêu cầu bài toán:

Trường hợp 1: Chọn 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng đỏ và 1 bông hồng trắng

Khi đó có $C_5^3.C_4^3.C_3^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 4 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ có $C_5^4.C_4^3$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 3 bông hồng vàng và 4 bông hồng đỏ có $C_5^3.C_4^4$ cách.

Theo quy tắc cộng có: $C_5^3.C_4^3.C_3^1 + C_5^4.C_4^3 + C_5^3.C_4^4$ cách.

Bài tập 7: Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau.

a) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.
b) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

Lời giải

a) Ta lần lượt thức hiện các công đoạn sau:

Chọn 2 bi đỏ trong 5 bi đỏ, có C_5^2 cách chọn .

Có C_{13}^4 cách chọn 4 bi trong 13 viên bi xanh và vàng.

Vậy ta có $C_5^2.C_{13}^4 = 7150$ cách.

b) Số bi xanh, đỏ, vàng được chọn có 3 trường hợp là:

Trường hợp 1: Chọn 3 xanh, 3 đỏ, ta có $C_9^3C_5^3$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 2 xanh, 2 đỏ, 2 vàng, ta có $C_9^2C_5^2C_4^2$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 1 xanh, 1 đỏ, 4 vàng, ta có $C_9^1C_5^1C_4^4$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có: $C_9^3.C_5^3 + C_9^2.C_5^2.C_4^2 + C_9^1.C_5^1.C_4^4 = 3045$ cách.

Bài tập 8: Có một hộp đựng 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng.

a) Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi, trong đó có 2 viên bi xanh và có nhiều nhất 2 viên bi vàng và phải có đủ 3 màu.

b). Có bao nhiêu cách lấy ra 9 viên bi có đủ 3 màu.

Lời giải

a) Các trường hợp xảy ra theo yêu cầu đề:

Trường hơp 1: 2 xanh, 2 vàng, 2 đỏ, có: $C_5^2.C_4^2.C_6^2$ cách.

Trường hợp 2: 2 xanh,1 vàng, 3 đỏ, có: $C_5^2.C_4^1.C_6^3$ cách.

Vậy có : $C_5^2.C_4^2.C_6^2 + C_5^2.C_4^1.C_6^3 = 1700$ cách.

b) Sử dụng phương pháp gián tiếp: Lấy ra 9 viên bi trong 15 viên bi bất kỳ, có C_{15}^9 cách.

Trường hợp 1: lấy 9 viên bi chỉ có 2 màu là xanh và đỏ, có C_{11}^9 cách.

Trường hợp 2: lấy 9 viên bi chỉ có 2 màu là xanh và vàng, có C_9^9 cách.

Trường hợp 3: lấy ra 9 viên bi chỉ có màu đỏ và vàng, có C_{10}^9 cách.

Vậy có $C_{15}^9 - \left(C_{11}^9 + C_9^9 + C_{10}^9\right) = 4984$ cách.

Bài tập 9: Một đội cảnh sát giao thông gồm 15 người trong đó có 12 nam. Hỏi có bao nhiêu cách phân đội cảnh sát giao thông đó về 3 chốt giao thông sao cho mỗi chốt có 4 nam và 1 nữ.

Lời giải

Chọn 4 nam trong 12 nam và chọn 1 nữ trong 3 nữ, có $C_{12}^4.C_3^1$ cách.

Chọn 4 nam trong 8 nam còn lại và chọn 1 nữ trong 2 nữ còn lại, có $C_8^4.C_2^1$ cách.

4 nam còn lại và 1 nữ còn lại bắt buộc phải về công tác ở chốt giao thông cuối cùng, nên có 1 cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_{12}^4.C_3^1.C_8^4.C_2^1.1 = 207900$ cách chọn.

Bài tập 10: Môt lớp có 20 học sinh trong đó có 14 nam, 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập 1 đội gồm 4 học sinh trong đó có.

a) Số nam và nữ bằng nhau.

b) Có ít nhất 1 nữ.

Lời giải

a) Chọn 2 nam trong 14 nam, có C_{14}^2 cách.

Chọn 2 nữ trong 6 nữ,có C_6^2 cách.

Vậy số cách chọn nhóm có 2 nam, 2 nữ là $C_{14}^2.C_6^2=1365$ cách.

b) Cách 1: Xét các trường hợp xảy ra cụ thể:

Trường hợp 1: Chọn 1 nữ, 3 nam có $6.C_{14}^3=2184$ cách

Trường hợp 2: Chọn 2 nữ, 2 nam có $C_{14}^2.C_6^2=1365$ cách

Trường hợp 3: Chọn 3 nữ,1 nam có $C_6^3.14=280$ cách

Trường hợp 4: Chọn 4 nữ thì có $C_6^4=15$ cách

Vậy số cách chọn cần tìm là: $2184+1365+280+15=3844$ cách.

Cách 2: Sử dụng phần bù:

Chọn 4 bạn bất kỳ trong 20 bạn, có C_{20}^4 cách.

Chọn 4 bạn đều nam, có C_{14}^4 cách.

Suy ra chọn 4 bạn có ít nhất 1 nữ: $C_{20}^4-C_{14}^4=3844$ cách chọn.

Bài tập 11: Một đội văn nghệ gồm 20 người, trong đó có 10 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người, sao cho:

a) Có đúng 2 nam trong 5 người đó?

b) Có ít nhất 2 nam, ít nhất 1 nữ trong 5 người đó

Lời giải

a) Số cách chọn 2 nam , 3 nữ là: $C_{10}^2C_{10}^3=5400$ cách.

b) Có các trường hợp xảy ra thỏa yêu cầu của đề như sau:

Trường hợp 1: Có 2 nam và 3 nữ. Số cách chọn 5400 cách.

Trường hợp 2: Có 3 nam và 2 nữ. Số cách chọn: $C_{10}^3C_{10}^2=5400$

Trường hợp 3: Có 4 nam và 1 nữ. Số cách chọn: $C_{10}^4C_{10}^1=2100$

Tổng cộng 3 trường hợp ta có $5400+5400+2100=12900$ cách.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Số các hoán vị của 4 phần tử là:

A. 24 **B.** 12 **C.** 4 **D.** 48

Lời giải

Áp dụng công thức: $P_n = n! \Rightarrow P_4 = 24$

Câu 2: Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng ngang?

A. $8!$. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 8^8.

Lời giải

Mỗi cách xếp 8 em học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 8 phần tử. Vậy có $8!$ cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc.

Câu 3: Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm có 9 học sinh giữ chức danh tổ trưởng và tổ phó?

A. 2^9. **B.** C_9^2. **C.** 9^2. **D.** A_9^2.

Lời giải

Số cách chọn 2 học sinh từ một tổ gồm có 9 học sinh giữ chức danh tổ trưởng và tổ phó là A_9^2.

Câu 4: Cho tập $X = \{1,2,3,4,5\}$. Viết được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lấy từ tập X?

A. $30!$. **B.** $11!$. **C.** $5!$. **D.** $6!$.

Lời giải

Mỗi số có 5 chữ số khác nhau được lập từ X là một hoán vị của 5 phần tử của X.

Vậy số các số có 5 chữ số khác nhau được lấy từ tập X là $P_5 = 5!$.

Câu 5: Trong một trận chung kết bóng đá cần phải đá luân lưu 11 mét để phân định thắng thua. Huấn luyện viên cần trình với trọng tài một danh sách 3 cầu thủ trong 7 cầu thủ đang có trên sân để lần lượt theo thứ tự đá đủ 3 quả sút luân lưu (mỗi cầu thủ đá đúng một lần). Huấn luyện viên có tất cả bao nhiêu cách chọn?

A. 70. **B.** 2187. **C.** 823543.. **D.** 210.

Lời giải

Mỗi cách chọn ra 3 cầu thủ trong 7 cầu thủ để thực hiện đá luân lưu (theo thứ tự) là một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử. vậy số cách chọn là $A_7^3 = 210$ cách.

Câu 6: Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 2?

A. 12 số. **B.** 20 số. **C.** 60 số. **D.** 25 số.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có ba chữ số có dạng: $\overline{abc}$ với $a,b,c \in \{1;2;3;5;7\}$.

Vì $\overline{abc}$ chia hết cho 2 nên có một cách chọn $c = 2$.

Vì $a \neq b \neq c$ nên số cách chọn a và b là: A_4^2.

Mỗi cách chọn được bộ ba số a, b, c thỏa mãn điều kiện trên cho ta một số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy có $1.A_4^2 = 12$ (số).

Câu 7: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 6 chữ số khác nhau trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ?

A. 8400. **B.** 42000. **C.** 60480. **D.** 33600.

Lời giải

Chọn vị trí thứ nhất là số lẻ có 5 cách.

Chọn vị trí thứ sáu trong các chữ số $\{0;2;4;6;8\}$ có 5 cách.

4 vị trí còn lại có A_8^4 cách. Vậy có $5.5.A_8^4 = 42000$ số.

Câu 8: Từ các chữ số $1;2;3;4;5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?

A. 120. **B.** 5. **C.** 625. **D.** 24.

Lời giải

Có thể lập được $5! = 120$ số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu đề bài

Câu 9: Có thể tạo thành bao nhiêu véc-tơ khác vectơ không từ mười điểm phân biệt trên mặt phẳng?

A. $10!$. **B.** C_{10}^2. **C.** 10. **D.** A_{10}^2.

Lời giải

Mỗi vectơ khác vectơ không được tạo thành bằng cách lấy hai điểm từ mười điểm đã cho và phân biệt thứ tự điểm đầu và điểm cuối. Như vậy, mỗi véc-tơ là một chỉnh hợp chập 2 của 10. Vậy số các vectơ tạo thành là A_{10}^2.

Câu 10: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

A. 816. **B.** 18. **C.** $8!$. **D.** 604.

Lời giải

TH1: Chỉ có một cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau, khi đó buộc các bà vợ phải ngồi cùng một bên, các ông chồng ngồi cùng một bên so với cặp vợ chồng đó $\Rightarrow$ có $(2.3!.3!).A_4^1 = 288$ (cách xếp).

TH2: Có đúng hai cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^2.2.6 = 288$ (cách xếp).

TH3: Có đúng ba cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^3.2.2 = 192$ (cách xếp).

TH4: Tất cả bốn cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^4 = 48$ (cách xếp).

Vậy có tất cả $288 + 288 + 192 + 48 = 816$ (cách xếp) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 11: Nếu một đa giác lồi có 44 đường chéo thì đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Gọi n là số đỉnh của đa giác $(n \ge 3)$.

Tổng số đường chéo và số cạnh của đa giác trên là $\frac{A_n^2}{2}$, trong đó n là số cạnh của đa giác.

Ta có $\frac{A_n^2}{2} = n + 44 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = n + 44 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n(n-1) - n - 44 = 0$

$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 11 \\ n = -8 \text{ (l)} \end{array}\right.$. Vậy đa giác đó có 11 cạnh.

Câu 12: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó có 3 chữ số $1;2;3$ và chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

A. 2942. **B.** 5880. **C.** 3204. **D.** 7440.

Lời giải

1	2	3	4	5	6	7

Có 5 cách chọn vị trí để xếp bộ ba chữ số $\{1,2,3\}$.

Có A_7^4 cách sắp xếp 4 chữ số được chọn từ tập hợp $\{0,4,5,6,7,8,9\}$.

Theo quy tắc nhân trường hợp này có $5.2!A_7^4$ cách sắp xếp.

Trong các trường hợp ở trên có những trường hợp chữ số 0 đứng đầu:

Có $4.2!.A_6^3$ số dạng này.

Vậy số các số tự nhiên thoả mãn bài ra là $5.2!A_7^4 - 4.2!A_6^3 = 7440$.

Câu 13: Cho tập hợp $M = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3 mà các chữ số thuộc tập M?

A. 180. **B.** 200. **C.** 160. **D.** 140.

Lời giải

Đặt $A = \{0,3,6\}$, $B = \{1,4,7\}$, $C = \{2,5,8\}$.

Gọi $\overline{abc}$ là số cần tìm (a,b,c đôi một khác nhau và $\overline{abc}$ chia hết cho 3).

Giả sử a có thể bằng 0.

Trường hợp 1: ba số a,b,c cùng thuộc một tập A,B,C. Ta có 3.3! số.

Trường hợp 2: ba số a,b,c mỗi số thuộc một tập A,B,C. Ta có $3!.3^3$ số.

Vậy có $3.3! + 3!.3^3 = 180$ số.

Xét $a = 0$.

Ta có $\overline{0bc}$ chia hết cho 3 khi hai số b,c một số lấy ở B một số lấy ở C hoặc cả hai số b,c khác 0 và đều thuộc tập A. Số cách lập là 3.3.2 +2 = 20 số.

Vậy số các số cần tìm là: 180 – 20 = 160 (số).

Câu 14: Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 11, có 7 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số trong tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$?

A. 144. **B.** 288. **C.** 720. **D.** 4320.

Lời giải

Gọi số cần lập là $m = \overline{abcdefg}$

Vì m chia hết cho 11 nên $|a + c + e + g - (b + d + f)|$ là số chia hết cho 11.

Ta có $a + b + c + d + e + f + g = 0 + 1 + ... + 6 = 21$.

Đặt $\begin{cases} a+c+e+g=x \\ b+d+f=y \end{cases} (x;\, y \in \mathbb{N})$

Ta có hệ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=21 \\ x-y=0 \end{cases} (\text{VN}) \\ \begin{cases} x+y=21 \\ x-y=\pm 11 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=16 \\ y=5 \end{cases} \\ \begin{cases} x=5 \\ y=16 \end{cases} \end{array}\right.$

Nếu $\begin{cases} a+c+e+g=5 \\ b+d+f=16 \end{cases} \Rightarrow$ Không tồn tại vì các chữ số a, b. đôi một khác nhau.

Nếu $\begin{cases} a+c+e+g=16 \\ b+d+f=5 \end{cases} \Rightarrow \{b;d;f\}$ là các nhóm số $\{0;1;4\}$ hoặc $\{0;2;3\}$.

Với mỗi trường hợp trên sẽ lập được $4!.3!=144$ số.

Vậy có $144.2=288$ số cần tìm.

Câu 15: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau.

A. 500. **B.** 405. **C.** 360. **D.** 328.

Lời giải

Xét hai trường hợp.

TH1: Chữ số tận cùng là 0 có 1 cách chọn chữ số tận cùng.

Có A_9^2 cách chọn hai chữ số đầu.

Do đó có 1* A_9^2 = 72 số.

TH2: Chữ số tận cùng là 2, 4, 6, 8 có 4 cách chọn chữ số tận cùng.

Có 8 cách chọn chữ số đầu tiên.

Có 8 cách chọn chữ số ở giữa.

Do đó có 4*8*8 = 256 số.

Vậy có 72 + 256 = 328 số thỏa mãn bài toán.

Câu 16: Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

A. 72. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 180.

Lời giải

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên chẵn là A_3^2.

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên lẻ là A_3^2.

Còn lại 2 vé cho hai bạn còn lại có $2!$ cách.

Vậy số cách chọn là: $A_3^2.A_3^2.2!=72$ cách.

Câu 17: Có bao nhiêu số gồm 7 chữ số khác nhau đôi một được lập bằng cách dùng 7 chữ số $1,2,3,4,5,7,9$ sao cho hai chữ số chẵn không đứng liền nhau?

A. 3600. **B.** 1440. **C.** 5040. **D.** 4320.

Lời giải

Dùng 7 chữ số đã cho, ta lập được tất cả $7!$ số có 7 chữ số.

Trong đó số các số có 2 chữ số chẵn đứng liền nhau là $2.6!$ số.

Vậy: số cần tìm có $7!-(2.6!)=3600$ số.

Câu 18: Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1.

A. 2802. **B.** 2280. **C.** 65. **D.** 2520.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$ với $a,b,c,d,e\in A$ và $a>0$, các chữ số khác nhau.

TH1: $a=1$. Số cách các chữ số còn lại là $A_7^4=840$.

TH2: $a\neq 1$.

Để chọn vị trí cho chữ số 1 có 2 cách.

Để hữ số a có 6 cách.

Để các chữ số còn lại có A_6^3.

Do đó có $2.6.A_6^3$ số lập được.

Vậy có $A_7^4+2.6.A_6^3=2280$ số thỏa mãn đề bài.

Câu 19: Xét biển số xe là dãy gồm 2 chữ cái đứng trước và 4 chữ số đứng sau. Các chữ cái được lấy từ 26 chữ cái A, B, …, Z. Các chữ số được lấy từ 10 chữ số 0, 1, …, 9. Có bao nhiêu biển số xe có hai chữ cái khác nhau đồng thời có đúng hai chữ số lẻ và hai chữ số lẻ đó giống nhau.

A. 81.250. **B.** 65.000. **C.** 13.000. **D.** 975.000.

Lời giải

Chọn chữ cái thứ nhất có 26 cách.

Chọn chữ cái thứ hai có 25 cách.

Chữ số chẵn thứ nhất chọn từ $\{0,2,4,6,8\}$. Nên có 5 cách.

Chữ số chẵn thứ hai chọn từ $\{0,2,4,6,8\}$. Nên có 5 cách.

Xếp 2 chữ số chẵn này vào 4 vị trí, nên có A_4^2 cách xếp.

Hai chữ số lẻ giống nhau có thể là $(1,1),(3,3),(5,5),(7,7),(9,9)$ và được xếp vào hai chỗ còn lại nên có 5 cách.

Vậy: số biển xe cần tìm là: $A_4^2.650.5^3=975.000$ (biển số xe).

Câu 20: Một lớp học gồm có 40 học sinh, cần chọn một ban cán sự lớp gồm 3 người với các chức vụ: Lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó lao động. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. $3!$. **B.** A_{40}^3. **C.** C_{40}^3. **D.** $40!$.

Lời giải

Vì chọn ra 3 người từ 40 người sau đó sắp xếp chức vụ cho 3 người đó nên số cách chọn là A_{40}^3

Câu 21: Sắp xếp năm bạn học sinh A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn C luôn ngồi chính giữa là

A. 120. **B.** 24. **C.** 60. **D.** 16.

Lời giải

Xếp bạn C ngồi giữa có 1 cách. Mỗi cách xếp 4 bạn học sinh A, B, D, E vào 4 chỗ còn lại là một hoán vị của 4 phần tử nên có có $4!$ cách. Vậy có 24 cách xếp.

Câu 22: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

A. 2942. **B.** 5880. **C.** 7440. **D.** 3204.

Lời giải

1	2	3				

Có 5 cách chọn vị trí để xếp bộ ba chữ số $\{1,2,3\}$.

Có A_7^4 cách sắp xếp 4 chữ số được chọn từ tập hợp $\{0,4,5,6,7,8,9\}$.

Theo quy tắc nhân trường hợp này có $5.2!A_7^4$ cách sắp xếp.

Trong các trường hợp ở trên có những trường hợp chữ số 0 đứng đầu:

Có $4.2!.A_6^3$ số dạng này.

Vậy số các số tự nhiên thoả mãn bài ra là $5.2!A_7^4 - 4.2!A_6^3 = 7440$.

Câu 23: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần).

A. 3991680. **B.** $12!$. **C.** 35831808. **D.** $7!$.

Lời giải

Vì 1 tuần có 7 ngày nên có $A_{12}^7 = 3991680$ (kế hoạch).

Câu 24: Cho 6 chữ số $4,5,6,7,8,9$. Số các số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau lập thành từ 6 chữ số đó.

A. 120. **B.** 60. **C.** 256. **D.** 216.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc}$. Chọn c: có 3 cách $\left(c \in \{4;6;8\}\right)$

Chọn $\overline{ab}$: có A_5^2 cách

Theo quy tắc nhân, có $3.A_5^2 = 60$ (số).

Câu 25: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau, trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có mặt chữ số 1?

A. 151200. **B.** 60480. **C.** 3024. **D.** 33600.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abcdef}$ $(a \neq 0)$. Xếp chữ số 0 vào các vị trí từ b đến f có 5 cách xếp. Còn lại 5 vị trí, ta chọn 5 trong 8 chữ số để xếp vào 5 vị trí này có A_8^5. Suy ra tất cả có $5.A_8^5 = 33600$ số.

Câu 26: Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

A. 15. **B.** 12. **C.** 1440. **D.** 30.

Lời giải

Mỗi cặp sắp thứ tự gồm hai điểm (A,B) cho ta một vectơ có điểm đầu A và điểm cuối B và ngược lại. Như vậy, mỗi vectơ có thể xem là một chỉnh hợp chập 2 của tập hợp 6 điểm đã cho. Suy ra có $A_6^2=30$ cách.

Câu 27: Trong một dạ hội cuối năm ở một cơ quan, ban tổ chức phát ra 100 vé xổ số đánh số từ 1 đến 100 cho 100 người. Xổ số có 4 giải: 1 giải nhất, 1 giải nhì, 1 giải ba, 1 giải tư. Kết quả là việc công bố ai trúng giải nhất, giải nhì, giải ba, giải tư. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể nếu biết rằng người giữ vé số 47 được giải nhất?

A. 944109. **B.** 941409. **C.** 941094. **D.** 156849.

Lời giải

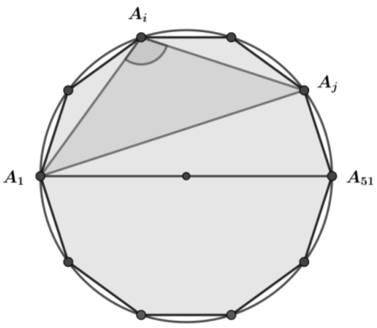
Vì người giữ vé số 47 trúng giải nhất nên mỗi kết quả ứng với một chỉnh hợp chập 3 của 99 phần tử, do đó ta có: $A_{99}^3=941094$ kết quả.

Câu 28: Cho đa giác đều có 100 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác tù được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều đã cho?

A. 58800. **B.** 1176. **C.** 235200. **D.** 117600.

Lời giải

Đánh số các đỉnh là A_1, A_2,…, A_{100}.



Xét đường kính A_1A_{51} của đường tròn ngoại tiếp đa giác đều đã cho. Đường kính này chia 98 đỉnh còn lại của đa giác đều làm hai phần, mỗi phần 49 đỉnh: từ A_2 đến A_{50} và từ A_{52} đến A_{100}.

Khi đó mỗi tam giác có dạng $A_1A_iA_j$ là tam giác tù (tại A_i hoặc A_j) khi và chỉ khi A_i, A_j cùng nằm trên nửa đường tròn tức là cùng thuộc một phần mô tả ở trên.

Chọn đỉnh A_1 có 100 cách.

Chọn nửa đường tròn có 2 cách.

Chọn 2 đỉnh A_i, A_j có $\frac{A_{49}^2}{2!}$ cách.

Giả sử tam giác $A_1A_iA_j$ là tam giác tù tại A_i thế thì tam giác $A_jA_iA_1$ cũng được đếm thêm 1 lần vào số các tam giác tù kể trên. Tuy nhiêu hai tam giác này chỉ là một, vậy ta đã đếm lặp hai lần.

Tóm lại số tam giác tù có thể lập được là $\frac{100.2.\frac{A_{49}^2}{2!}}{2}=117600$

Câu 29: Có hai học sinh lớp $A,$ ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp $B.$ Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy ?

A. 80640. **B.** 108864. **C.** 145152. **D.** 217728.

Lời giải

Xét các trường hợp sau :

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2!.8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2!.A_4^1.7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2!.A_4^2.6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2!.A_4^3.5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2!.A_4^4.4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!\left(8!+A_4^1 7!+A_4^2 6!+A_4^3 5!+A_4^4 4!\right)=145152$ cách.

Câu 30: Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?

A. 4374. **B.** 139968. **C.** 756. **D.** 15552.

Lời giải

Tô màu theo nguyên tắc:

Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được chọn có 6 cách tô.(Bổ sung: chọn 2 ô trong 4 ô, tô 1 màu, còn 2 ô còn lại tô màu thứ 2 nên có $C_4^2=6$ cách). Do đó, có $6.3=18$ cách tô.(Ô vuông này phải chọn ô ở giữa thì mới tạo ra 3 ô vuông ở bước 2 có một cạnh đã được tô)

Tô 3 ô vuông có 3 cạnh chưa được tô (một cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông này, do một cạnh đã được tô màu nên có 3 cách tô màu này cho 1 trong 3 cạnh còn lại theo màu của cạnh đã tô trước đó. Chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3.2=6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

Tô 2 ô vuông còn lại có 2 cạnh đã được tô màu trước đó <u>(có 2 cạnh đã được tô trước đó)bỏ:</u> ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh (2 cạnh tô trước cùng màu hay khác nhau không ảnh hưởng số cách tô). Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có: $18.6^3.4=15552$ cách tô.

Câu 31: Một lớp học có 40 học sinh gồm 15 nam và 25 nữ. Giáo viên cần chọn 3 học sinh tham gia lao động. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

A. 9880. **B.** 59280. **C.** 2300. **D.** 455.

Lời giải

Mỗi cách chọn ra 3 học sinh để tham gia lao động từ 40 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 40 phần tử.

Vậy có $C_{40}^{3}=9880$ cách.

Câu 32: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ đi lao động?

A. $C_6^1+C_9^1$. **B.** $C_6^1C_{15}^1$. **C.** $C_6^1+C_{15}^1$. **D.** $C_6^1.C_9^1$.

Lời giải

Chọn 1 học sinh nam từ 6 học sinh nam có: C_6^1 cách chọn.

Chọn 1 học sinh nữ từ 9 học sinh nữ có: C_9^1 cách chọn.

Vậy có $C_6^1C_9^1$ cách chọn 2 học sinh đi lao động trong đó có đúng 1 nam và 1 nữ.

Câu 33: Một hộp bánh trung thu có 4 bánh dẻo gồm các loại nhân khác nhau và 6 bánh nướng có các loại nhân khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 6 cái bánh để phát cho các em thiếu nhi?

A. 240. **B.** 151200. **C.** 14200. **D.** 210.

Lời giải

Mỗi cách lấy ra 6 cái bánh trong 10 bánh là một tổ hợp chập 6 của tập 10 phần tử.

Vậy có $C_{10}^{6}=210$ cách lấy ra 6 bánh để phát cho các em thiếu nhi.

Câu 34: Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ, số cách chọn 3 em học sinh đi dự đại hội đoàn trong đó có nhiều nhất 1 em nữ là

A. 12102. **B.** 8300. **C.** 6000. **D.** 1200.

Lời giải

Chọn 3 em có 1 em nữ có $C_{25}^{2}C_{20}^{1}$ cách.

Chọn 3 em trong đó không có em nữ nào có C_{25}^{3} cách.

Số cách chọn 3 em học sinh trong đó có nhiều nhất 1 em nữ là: $C_{25}^{2}C_{20}^{1}+C_{25}^{3}=8300$ cách.

Câu 35: Có 10 y tá và 3 bác sĩ. Hỏi có bao nhiêu cách lập nhóm công tác gồm 1 bác sĩ làm trưởng đoàn, 1 y tá làm phó đoàn và 5 y tá làm thành viên?

A. 8730. **B.** 3780 **C.** 3870 **D.** 7830

Lời giải

Chọn một bác sĩ làm trưởng đoàn có 3 cách chọn.

Chọn một y tá làm phó đoàn có 10 cách chọn.

Chọn 5 y tá làm thành viên có C_9^5 cách chọn.

Vậy có $3.10.C_9^5=3780$ cách chọn.

Câu 36: Một hộp có 7 quả cầu xanh, 9 quả cầu đỏ và 12 quả cầu vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quả cầu có đúng 2 màu?

A. 3276. **B.** 1095. **C.** 2859. **D.** 2181.

Lời giải

Số cách chọn 3 quả cầu từ hộp là: $C_{28}^3 = 3276$ cách.

Số cách chọn 3 quả cầu có đúng 1 màu là: $C_7^3 + C_9^3 + C_{12}^3 = 339$ cách.

Số cách chọn 3 quả cầu có đủ 3 màu là: $7.9.12 = 756$ cách.

Khi đó, số cách chọn ra 3 quả cầu có đúng 2 màu là: $3276 - 339 - 756 = 2181$ cách.

Câu 37: Một hộp chứa 18 viên bi gồm 3 bi đỏ, 6 bi xanh và 9 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên từ hộp ra 2 quả bi. Có bao nhiêu cách để 2 bi được chọn khác màu?

A. 72. **B.** 45. **C.** 153. **D.** 99.

Lời giải

Chọn được 1 bi đỏ và 1 bi xanh, có: $C_3^1 \cdot C_6^1 = 18$ cách.

Chọn được 1 bi đỏ và 1 bi vàng, có: $C_3^1 \cdot C_9^1 = 27$ cách.

Chọn được 1 bi vàng và 1 bi xanh, có: $C_6^1 \cdot C_9^1 = 54$ cách.

Vậy để chọn được 2 bi khác màu có: $18 + 27 + 54 = 99$ cách.

Câu 38: Trong kho đèn trang trí đang còn 6 bóng đèn loại I, 8 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. 686. **B.** 6480. **C.** 680. **D.** 6460.

Lời giải

Có 3 trường hợp xảy ra:

TH1: Lấy được 5 bóng đèn loại I có C_6^5 cách

TH2: Lấy được 4 bóng đèn loại I, 1 bóng đèn loại II có $C_6^4.C_8^1$ cách

TH3: Lấy được 3 bóng đèn loại I, 2 bóng đèn loại II có $C_6^3.C_8^2$ cách

Theo quy tắc cộng, có $C_6^5 + C_6^4.C_8^1 + C_6^3.C_8^2 = 686$ cách

Câu 39: Cho tập A gồm n điểm phân biệt trên mặt phẳng sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Tìm n sao cho số tam giác có 3 đỉnh lấy từ 3 điểm thuộc A gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ 3 điểm thuộc A.

A. $n = 7$. **B.** $n = 12$. **C.** $n = 9$. **D.** $n = 11$.

Lời giải

Theo đề bài: $C_n^3 = 3C_n^2$ (1) (với $n \ge 3$, $n \in \mathbb{N}$)

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{3.n!}{2!(n-2)!} \Leftrightarrow \frac{1}{6} = \frac{3}{2(n-2)} \Leftrightarrow n = 11.$$

Câu 40: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với a, b, $c \in \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$ sao cho $a < b < c$.

A. 35. **B.** 56. **C.** 294. **D.** 45.

Lời giải

Vì số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với a, b, $c \in \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$ sao cho $a < b < c$ ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự tăng dần.

Do đó các số được lập là $C_7^3 = 35$.

Câu 41: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 17 điểm vừa nói trên.

A. 525. **B.** 680. **C.** 155. **D.** 600.

Lời giải

TH1: Tam giác có một đỉnh thuộc d_1 và hai đỉnh thuộc d_2.

Số cách chọn một điểm trong 10 thuộc d_1: C_{10}^1.

Số cách chọn bộ hai điểm trong 7 điểm thuộc d_2: C_7^2.

TH này có $C_{10}^1.C_7^2$ tam giác.

TH2: Tam giác có một đỉnh thuộc d_2 và hai đỉnh thuộc d_1.

Số cách chọn bộ hai điểm trong 10 thuộc d_1: C_{10}^2.

Số cách chọn một điểm trong 7 điểm thuộc d_2: C_7^1.

TH này có $C_{10}^2.C_7^1$ tam giác.

Vậy có tất cả: $C_{10}^1.C_7^2 + C_{10}^2.C_7^1 = 525$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Từ 2 chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có 2 chữ số 1 đứng cạnh nhau?

A. 54. **B.** 110. **C.** 55. **D.** 108.

Lời giải

TH1: Có 8 chữ số 8: Có 1 số

TH2: Có 1 chữ số 1, 7 chữ số 8: Có 8 cách xếp chữ số 1 nên có 8 số.

TH3: Có 2 chữ số 1, 6 chữ số 8.

Xếp 6 số 8 ta có 1 cách.

Từ 6 số 8 ta có có 7 chỗ trống để xếp 2 số 1.

Nên ta có: $C_7^2 = 21$ số.

TH4: Có 3 chữ số 1, 5 chữ số 8.

Tương tự **TH3**, từ 5 chữ số 8 ta có 6 chỗ trống để xếp 3 chữ số 1.

Nên có: $C_6^3 = 20$ số.

TH5: Có 4 chữ số 1, 4 chữ số 8.

Từ 4 chữ số 8 ta có 5 chỗ trống để xếp 4 chữ số 1.

Nên có: $C_5^4 = 5$.

Vậy có: $1+8+21+20+5=55$ số.

Câu 43: Có sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và bốn quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 4. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ba quả cầu vừa khác màu vừa khác số?

A. 64. **B.** 96. **C.** 128. **D.** 32.

Lời giải

Chọn 1 quả cầu vàng có 4 cách.

Chọn 1 quả cầu đỏ khác số với quả cầu vàng vừa chọn có 4 cách.

Chọn 1 quả cầu xanh khác số với quả cầu đỏ và quả cầu vàng vừa chọn có 4 cách.

Vậy có $4.4.4 = 64$ cách lấy thỏa mãn.

Câu 44: Có 3 bức thư và 3 con tem. Hỏi có bao nhiêu cách dán tem lên 3 bức thư, biết mỗi bức thư chỉ dán 1 con tem.

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** $2!$.

Lời giải

Dán 3 con tem lên 3 bức thư có $3! = 6$ cách.

Câu 45: Một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 quả cầu đen. Có bao nhiêu cách lấy 2 quả cầu cùng màu từ hộp đó?

A. 21. **B.** 42. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải

Trường hợp 1: lấy 2 quả cầu trắng có C_6^2 cách.

Trường hợp 2: lấy 2 quả cầu đen có C_4^2 cách.

Vậy có $C_6^2 + C_4^2 = 21$ cách lấy thỏa mãn.

Câu 46: Một giải thể thao chỉ có ba giải là nhất, nhì, ba. Trong số 20 vận động viên đi thi, có bao nhiêu khả năng mà ba người có thể được ban tổ chức trao giải nhất, nhì, ba?

A. 1140. **B.** 6840. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Số khả năng là $A_{20}^3 = 6840$.

Câu 47: Cho một đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp 1 đường tròn. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để đa giác tạo thành là một hình chữ nhật?

A. 60. **B.** 38. **C.** 45. **D.** 30

Lời giải

Để tạo thành một hình chữ nhật cần có 2 đường chéo đi qua tâm đường tròn nội tiếp đa giác đều. Đa giác có 20 cạnh sẽ có 10 đường chéo qua tâm. Vậy số hình chữ nhật tạo thành là $C_{10}^{2}=45$.

Câu 48: Một công ty có 9 nam và 13 nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Công ty muốn chọn 1 đội chơi tham dự teambuilding gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người trong số 22 người đó nhưng không có cặp vợ chồng nào?

A. 24054. **B.** 24075. **C.** 24090. **D.** 24072.

Lời giải

Ta có các trường hợp sau

TH1: Chọn 5 người từ 18 người không có cặp vợ chồng nào, trường hợp này có C_{18}^{5} cách.

TH2: chọn 1 người từ 2 cặp vợ chồng và 4 người từ 18 người: có $C_{4}^{1}.C_{18}^{4}$ cách.

TH3: chọn 2 người từ 2 cặp vợ chồng sao cho không phải là một cặp và 3 người từ 18 người: có $(C_{4}^{2}-2)C_{18}^{3}$ cách.

Vậy có 24072 cách.

Câu 49: Lớp 12A5 của trường THPT Nguyễn Công Trứ có 15 học sinh giỏi theo từng tổ như sau: tổ 1 có 5 học sinh, tổ 2 có 5 học sinh và tổ 3 có 5 học sinh. Nhà trường cần chọn một đội tuyển gồm 10 học sinh tham gia thi HSG cấp tỉnh. Tính số cách lập đội tuyển sao cho có học sinh cả ba tổ và có nhiều nhất 2 học sinh tổ 1.

A. 59. **B.** 50. **C.** 506. **D.** 500.

Lời giải

Ta có các trường hợp sau

TH1: Có đúng 1 học sinh tổ 1, 9 học sinh còn lại chọn từ tổ 1 và tổ 2: có $C_{5}^{1}.C_{10}^{9}$ cách.

TH2: Có 2 học sinh tổ 1, 8 học sinh còn lại chọn từ tổ 1 và tổ 2: có $C_{5}^{2}.C_{10}^{8}$ cách.

Vậy có 500 cách.

Câu 50: Một nhóm 9 người gồm ba đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau?

A. 288. **B.** 864. **C.** 24. **D.** 576.

Lời giải

Dùng phương pháp vách ngăn:

Xếp 4 người phụ nữ có $4!$ cách.

Khi đó có 3 chỗ để xếp 2 trẻ em ngồi giữa 2 người phụ nữ: có A_{3}^{2} cách.

Sau khi xếp 4 người phụ nữ và 2 trẻ em thì có 3 chỗ để xếp 3 người đàn ông sao cho không có 2 người nào ngồi cạnh nhau. Có $3!$

Vậy có $3!.A_{3}^{2}.4!=864$ cách.

Câu 51: Thầy Tuấn có 10 phần thưởng khác nhau trong đó có 4 cặp sách, 3 hộp bút, 3 quyển vở. Thầy muốn lấy ra 5 món quà và tặng cho 5 em học sinh A,B,C,D,E mỗi em một phần thưởng. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng cho các em học sinh sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại phần thưởng trên đều còn ít nhất một phần thưởng.

A. 204 cách. **B.** 24480 cách. **C.** 720 cách. **D.** 2520 cách.

Lời giải

Tìm bài toán đối đó là tìm số cách sao cho sau khi tặng xong có 1 loại phần thưởng là hết.

TH1: Hết cặp sách:

Số cách chọn 4 cặp sách là 1 cách.

Số cách chọn 1 trong 6 phần thưởng còn lại: 6 cách.

Số cách tặng 5 phần thưởng đó cho 5 em học sinh là $A_5^5 = 120$ cách.

Vậy có $6.120 = 720$ cách.

TH2: Hết hộp bút:

Số cách chọn 3 hộp bút là 1 cách.

Số cách chọn 2 trong 7 phần thưởng còn lại là C_7^2 cách.

Vậy có 21 cách chọn sách.

Số cách tặng 5 phần thưởng đó cho 5 em học sinh là $A_5^5 = 120$ cách.

Vậy có $21.120 = 2520$ cách.

TH3: Hết vở: Tương tự trường hợp 2 thì có 2520 cách.

Số cách chọn 5 phần thưởng trong 10 phần thưởng và tặng cho 5 em là $C_{10}^5.A_5^5 = 30240$ cách.

Vậy số cách chọn sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại phần thưởng trên đều còn ít nhất một phần thưởng.

là $30240 - 720 - 2520 - 2520 = 24480$ cách.

Câu 52: Tổ 1 lớp 10A có 3 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Có bao nhiêu cách xếp các học sinh tổ 1 thành một hàng dọc sao cho không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau?

A. 4800. **B.** 3600. **C.** 7200. **D.** 9600.

Lời giải

Xếp các bạn nam trước có $5!$ cách, tạo ra 6 khoảng trống.

Xếp 3 bạn nữ vào các khoảng trống đó có A_5^3 cách.

Do đó, có $5!.A_5^3 = 7200$ cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu.

Câu 53: Một hộp đựng 20 quả cầu được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ba quả cầu từ hộp trên rồi cộng số ghi trên đó lại. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy để kết quả thu được là một số chia hết cho 3?

A. 390. **B.** 120. **C.** 384. **D.** 502.

Lời giải

Chia 20 quả cầu trong hộp làm ba nhóm:

Nhóm 1 gồm các quả cầu mang số chia hết cho 3, có 6 quả.

Nhóm 2 gồm các quả cầu mang số chia cho 3 dư 1, có 7 quả.

Nhóm 3 gồm các quả cầu mang số chia cho 3 dư 2, có 7 quả.

Lấy ba quả cầu từ hộp trên rồi cộng số ghi trên đó lại, được một số chia hết cho 3 có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: lấy 3 quả cầu ở nhóm 1, có C_6^3 cách.

Trường hợp 2: lấy 3 quả cầu ở nhóm 2, có C_7^3 cách.

Trường hợp 3: lấy 3 quả cầu ở nhóm 3, có C_7^3 cách.

Trường hợp 4: lấy mỗi phần 1 quả cầu có $C_6^1.C_7^1.C_7^1$ cách.

Vậy có $C_6^3+C_7^3+C_7^3+C_6^1.C_7^1.C_7^1=384$ cách lấy được ba quả cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 54: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7;8$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm có 5 chữ số dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$.

A. 52. **B.** 26 **C.** 282 **D.** 56

Lời giải

Vì $a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$ nên $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5\in\{1;2;...;8\}$.

Mỗi cách chọn 5 số thuộc tập trên cho ta duy nhất số thỏa yêu cầu bài toán. Vậy có $C_8^5=56$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 55: Cho đa giác đều có 15 đỉnh, gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Trong số các tam giác đó có bao nhiêu tam giác là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều?

A. 64. **B.** 70. **C.** 72. **D.** 90.

Lời giải

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

Xét một đỉnh A bất kì của đa giác đều: có 7 cặp đỉnh của đa giác đối xứng với nhau qua OA, hay có 7 tam giác cân tại đỉnh A.

Như vậy, với mỗi đỉnh của đa giác có 7 tam giác nhận nó làm đỉnh tam giác cân.

Số tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác là $\frac{15}{3}=5$ tam giác.

Tuy nhiên, trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại ba đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $7.15-3.5=90$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 5 cách xếp 5 học sinh nữ vào 5 chỗ ngồi.

b) Có 10! cách xếp 10 học sinh vào 10 ghế.

c) Có $5!.5!$ cách xếp nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

d) Có $2.5!$ cách xếp học sinh cùng giới ngồi cạnh nhau.

Lời giải

a) Sai: có $5!$ cách xếp 5 học sinh nữ vào 5 chỗ ngồi.

b) Đúng: có $10!$ cách xếp 10 học sinh vào 10 ghế.

c) Sai: Trường hợp 1: xếp 5 học sinh nam ngồi vào vị trí chẵn có $5!$ cách, sau đó xếp 5 học sinh nữ vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách.

Trường hợp 2:xếp 5 học sinh nam ngồi ở vị trí lẻ cũng tương tự như vậy $\Rightarrow$ có $2.5!.5!$ cách xếp nam, nữ ngồi xem kẽ nhau.

d) Sai: Xem 5 nam là 1 tổ và 5 nữ là một tổ, ta có 2 tổ. Xếp 2 tổ ngồi vào bàn ta có $2!$ cách. Đổi chỗ 5 nam cho nhau có $5!$ cách, đổi chỗ 5 nữ cho nhau có $5!$ cách.

Vậy ta có $2!.5!.5! = 28800$ cách.

Câu 2: Cho các chữ số 0, 2, 3, 8, 9. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 16.

b) Số các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 20.

c) Số các số tự nhiên lẻ có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 10.

d) Số các số tự nhiên lẻ có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 8.

Lời giải

a) Đúng: Gọi số tự nhiên có hai chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là $\overline{ab}$.

Số cách chọn số a khác 0 là 4 cách.

Số cách chọn số b khác a là 4 cách.

Vậy có 4.4 = 16 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Sai: Số các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 16.

c) Sai: Gọi số tự nhiên lẻ có hai chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là $\overline{ab}$.

Số cách chọn số b là 2 cách.

Số cách chọn số a khác 0 và khác b là 3 cách.

Vậy có 2.3 = 6 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d) Sai: Số các số tự nhiên lẻ có 2 chữ số khác nhau được lập từ năm chữ số trên là 6.

Câu 3: Cho tập $S=\{0;1;2;3;4;5;6\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có $6.6!$ số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập S.

b) Có 144 số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập S sao cho 3 chữ số 1, 2, 3 luôn đứng cạnh nhau

c) Có $6!$ số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lấy từ tập $S\setminus\{0\}$

d) Có $3.5.5!$ số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho số đó là số chẵn

Lời giải

a) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ trong đó $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6;a_7\in S$

Chọn $a_1(a_1\neq 0)$: có 6 cách chọn

Ta có: $a_2;a_3;a_4;a_5;a_6;a_7$ có số cách chọn là số hoán vị của 6 phần tử: $6!$

Vậy có $6.6!$ số

b) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ trong đó $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6;a_7\in S$

TH1: Chọn $a_1;a_2;a_3\in\{1;2;3\},(a_1\neq 0)$ có $3!$ cách chọn

Chọn $a_4;a_5;a_6;a_7$ có số cách chọn là số hoán vị của 4 phần tử còn lại: $4!$ cách chọn

Do vậy ta được $3!.\,4!=144$ số

TH2: Các số $1;2;3$ nằm ở ba trong 4 vị trí $a_4;a_5;a_6;a_7$ có: $4.3.2=24$ cách sắp xếp

Chọn $a_1\in\{4;5;6\}$ có: 3 cách chọn

Còn 3 vị trí còn lại có số cách chọn là số hoán vị của 3 phần tử còn lại từ tập S: $3!$ cách chọn

Do vậy ta có: $24.3.3!=432$ số

Tổng cộng có 576 số

c) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ trong đó $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6\in S\setminus\{0\}$

Ta có: $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6$ có số cách chọn là số hoán vị của 6 phần tử: $6!$

Do vậy ta có $6!$ số

d) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ trong đó $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6;a_7\in S$

TH1: Chọn $a_7=0$: có 1 cách chọn

Chọn $a_1;a_2;a_3;a_4;a_5;a_6$ có số cách chọn là số hoán vị của 6 phần tử: $6!$

Do vậy ta có $6!$ số

TH2: Chọn $a_7 \in \{2,4,6\}$: có 3 cách chọn

Chọn $a_1(a_1 \neq 0; a_1 \neq a_7)$: có 5 cách chọn

Chọn $a_2; a_3; a_4; a_5; a_6$ có số cách chọn là số hoán vị của 5 phần tử: $5!$

Do vậy ta có: $3.5.5!$ số

Vậy tổng có: $6! + 3.5.5!$

Câu 4: Sắp xếp 5 bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lan vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 120 cách sắp xếp tùy ý.

b) Có 16 cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa.

c) Có 12 cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế

d) Có 48 cách sắp xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.

Lời giải

a) Đúng: Số cách sắp xếp 5 bạn vào ghế dài 5 chỗ ngồi là: $P_5 = 5! = 120$.

b) Sai: Xếp bạn Chi ngồi giữa có 1 cách.

Số cách xếp 4 bạn sinh An, Bình, Dũng, Lệ vào 4 chỗ còn lại là một hoán vị của 4 phần tử nên có có $4!$ cách.

Vậy có 24 cách xếp.

c) Đúng: Xếp An và Dũng ngồi hai đầu ghế có $2!$ cách xếp.

Số cách xếp 3 bạn Bình, Chi, Lệ vào 3 ghế còn lại là một hoán vị của 3 phần tử nên có có $3!$ cách.

Vậy có $2!.3! = 12$ cách.

d) Đúng: Coi An và Bình là một phần tử, 3 học sinh còn lại mỗi bạn là một phần tử.

Xếp 4 phần tử này vào ghế dài thì có $4!$ cách

Tương ứng với mỗi cách xếp ở trên thì sẽ có $2!$ cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

Theo quy tắc nhân ta có: $4!.2! = 48$ cách sắp xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

Câu 5: Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 40320 cách xếp tùy ý.

b) Có 720 cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau.

c) Có 4320 cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau.

d) Có 2880 cách xếp học sinh nam luôn đứng cạnh nhau.

Lời giải

a) Đúng: Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc: $P_8 = 8! = 40320$ (cách).

b) Sai: Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhóm 5 học sinh nam. Số cách xếp trong X :3!; số cách xếp trong Y : 5 !. Số cách hoán đổi X, Y : 2!.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1440$ (cách).

c) Đúng: Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong X : 3!. Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam: 6 !.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4320$ (cách).

d) Đúng: Gọi X là nhóm 5 học sinh nam. Khi ấy số cách xếp trong X : 5!. Số cách xếp nhóm X với 3 học sinh nữ: 4 !.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $5!4! = 2880$ (cách).

Câu 6: An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Có 5040 cách xếp chỗ ngồi.

b) Có 40320 cách xếp bạn An ngồi chính giữa.

c) Có 80640 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau.

d) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau.

Lời giải

a) Sai: Xếp tùy ý 9 bạn lên hàng ghé nằm ngang, ta có $9! = 362880$ (cách).

b) Đúng: Xếp bạn An ngồi chính giữa, hoán vị 8 bạn còn lại ta có $8! = 40320$ (cách).

c) Đúng: Xếp chỗ cho An và Bình ngồi cạnh nhau (thành nhóm X), số cách xếp trong X là 2 !.

Số cách xếp nhóm X với 7 người còn lại (ta xem là hoán vị của 8 phần từ), số cách xếp là 8 !.

Số cách xếp hàng thỏa mãn là $2!8! = 80640$ (cách).

d) Đúng: Số cách xếp 9 bạn vào 9 chỗ là 9 ! cách. Vậy số cách xếp để An và Binh không ngồi cạnh nhau là: $9! - 2!8! = 282240$ (cách).

Câu 7: Xếp 5 học sinh nam và 2 học sinh nữ vào một ghế dài. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Có 5040 cách xếp ngẫu nhiên.

b) Có 240 cách xếp để học sinh cùng giới ngồi cạnh nhau.

c) Có 240 cách xếp để 2 học sinh nữ ngồi ở 2 đầu ghế.

d) Có 3600 cách xếp để 2 học sinh nữ không ngồi cạnh nhau.

Lời giải

a) Đúng: Số cách xếp ngẫu nhiên 7 học sinh không kể nam nữ lên ghế là: $P_7 = 5040$.

b) Sai: Các học sinh cùng giới ngồi cạnh nhau, ta coi các bạn nam là nhóm A, các bạn nữ là nhóm B. Xếp 2 nhóm này lên ghế có: $2!=2$ cách.

Hoán vị 5 học sinh nam có: $5!=120$ cách
Hoán vị 2 học sinh nữ có: $2!=2$ cách
Vậy số cách xếp để học sinh cùng giới ngồi cạnh nhau là $2.120.2=480$ cách.
c) Đúng: Xếp 2 học sinh nữ vào 2 đầu ghế có: $2!=2$ cách.

Xếp 5 học sinh nam vào 5 vị trí ở giữa có: $5!=120$ cách
Vậy số cách xếp để 2 học sinh nữ ngồi ở 2 đầu ghế là $2.120=240$ cách.
d) Đúng: Để 2 học sinh nữ ngồi cạnh nhau ta coi 2 học sinh nữ là nhóm A

Xếp nhóm A và 5 học sinh nam ghế có: $6!=720$ cách.
Hoán vị 2 học sinh nữ có: $2!=2$ cách
Vậy số cách xếp để 2 học sinh nữ ngồi cạnh nhau là $720.2=1440$ cách.
Suy ra xếp 7 học sinh vào ghế, số cách xếp để 2 học sinh nữ không ngồi cạnh nhau là $5040-1440=3600$.

Câu 8: Từ 5 học sinh không có bạn nào trùng tên nhau trong đó có bạn Hoa và Hồng. Xếp 5 bạn đó vào một bàn dài 5 chỗ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
a) Có 120 cách xếp tùy ý.

b) Có 24 cách xếp Hoa và Hồng ngồi cạnh nhau.

c) Có 12 cách xếp Hoa và Hồng ngồi ở hai đầu bàn.

d) Có 36 cách xếp Hoa và Hồng ngồi cách nhau đúng một bạn.

Lời giải

a) Đúng: Số cách xếp tùy ý 5 bạn vào bàn dài 5 chỗ là: $P_5=5!=120$.

b) Sai: Coi 2 bạn Hoa và Hồng là một phần tử, 3 học sinh còn lại mỗi học sinh là một phần tử.

Xếp 4 phần tử này vào bàn dài thì có $4!$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó lại có 2! cách mà Hoa và Hồng ngồi cạnh nhau.

Do đó có $4!.2!=48$ cách xếp Hoa và Hồng ngồi cạnh nhau.

c) Đúng: Xếp 2 bạn Hoa và Hồng vào 2 đầu bàn có 2! cách xếp.

Xếp 3 bạn vào 3 vị trí còn lại có 3! cách.

Vậy có 2!.3! = 12 cách xếp Hoa và Hồng ngồi ở hai đầu bàn.

d) Đúng: Giả sử bàn dài 5 chỗ được đánh số như hình vẽ:

1	2	3	4	5

Có 3 cách chọn vị trí sao cho khi xếp Hoa và Hồng vào thì cách nhau đúng 1 bạn đó là các vị trí 1 và 3; 2 và 4; 3 và 5.

Ứng với mỗi vị trí đó xếp 2 bạn Hoa và Hồng vào thì có 2! cách.

Xếp 3 bạn vào 3 vị trí còn lại thì có 3! cách.

Do đó có 3.2!.3! =36 cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 9: Từ các chữ số $1,3,5,7,9$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 120 số có năm chữ số khác nhau.

b) Có thể lập được 90 số có bốn chữ số khác nhau trong đó phải có mặt chữ số 5.

c) Có thể lập được 48 số có năm chữ số khác nhau trong đó chữ số $7,9$ luôn đứng cạnh nhau.

d) Có thể lập được 20 số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

Lời giải

a) Đúng: Mỗi số tự nhiên tạo thành là một hoán vị của năm số đã cho. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ (số).

b) Sai: Số cách lập số có bốn chữ số khác nhau từ các chữ số $1,3,5,7,9$:

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ trong đó a,b,c,d khác nhau.

Chọn a có 5 cách, chọn b có 4 cách, chọn c có 3 cách, chọn d có 2 cách do đó có $5.4.3.2 = 120$ (số)

Số cách lập số có bốn chữ số khác nhau trong đó không có mặt chữ số 5 là $4! = 24$ (số)

Vậy có $120 - 24 = 96$ số có bốn chữ số khác nhau trong đó phải có mặt chữ số 5.

c) Đúng: Xét $A = \{1,3,5,79\}$ và $B = \{1,3,5,97\}$. Từ mỗi tập A và B ta lập được $4!$ số có năm chữ số khác nhau trong đó số 7 và 9 luôn đứng cạnh nhau. Vậy có $2.4! = 48$ (số).

d) Đúng: Các bộ ba số lấy từ 5 số đã cho có tổng chia hết cho 3 là $\{1;3;5\},\{1;5;9\},\{3;5;7\},\{5;7;9\}$

Từ mỗi bộ này ta lập được $3!$ số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

Vậy có tất cả $4.3! = 24$ số.

Câu 10: Xếp 7 bạn nam và 6 bạn nữ thành một hàng ngang. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có $13!$ cách sắp xếp các bạn thành 1 hàng ngang

b) Nam nữ đứng xen kẻ thì có $7!.6!$ cách sắp xếp.

b) Nữ luôn đứng cạnh nhau thì có 3628800 cách sắp xếp.

c) Có $7!.A_8^6$ cách xếp không có 2 nữ nào đứng cạnh nhau.

Lời giải

a) Đúng: Có 13 bạn nên có 13! Cách xếp 13 bạn thành 1 hàng ngang

b) Sai: **Trường hợp 1:** Bạn nam đứng đầu có 7 cách chọn, kế đến là bạn nữ có 6 cách chọn, kế đến là bạn nam có 6 cách chọn, kế đến là 1 bạn nữ có 5 cách chọn,. cuối cùng xếp 1 bạn nữ có 1 cách chọn. Suy ra tổng số cách xếp $7!.6!$cách.

Trường hợp 2: Bạn nữ đứng đầu, xếp hoàn toàn tương tự như trường hợp 1, suy ra tổng số cách sếp của trường hợp này là 6!.7!

Kết luận theo quy tắc cộng tổng số cách xếp nam nữ xen kẽ nhau là 7!.6! + 6!.7! = 2. 7!.6!

c) Sai: Gọi nhóm bạn nữ là nhóm X. Số cách xếp 7 bạn nam và X là 8! cách

ứng với mỗi cách xếp trên có 6! cách xếp 6 bạn nữ trong nhóm X.

Theo quy tắc nhân có 8!.6! = 29030400 cách xếp.

d) Đúng: Bước đầu tiên xếp 7 bạn nam đứng kề nhau có 7! cách xếp. Để các bạn nữ không đứng kế nhau ta xen các bạn nữ vào giữa các bạn nam, giữa 7 bạn nam có 6 vị trí và thêm 2 vị trí đầu và cuối, tổng cộng có 8 vị trí để xếp 6 bạn nữ. Chọn 6 vị trí trong 8 vị trí để xếp các bạn nam, có A_8^6 cách.

Theo quy tắc nhân có $7!.A_8^6$ cách xếp thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 11: Từ các chữ số $A=\{1;3;4;7;8\}$ lập thành số có 3 chữ số đôi một khác nhau. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 24 số mà trong đó không có mặt chữ số 1.

b) Có 36 số là số lẻ.

c) Có 36 số là số chẵn.

d) Trong các số được tạo thành thì số chẵn nhiều hơn số lẻ.

Lời giải

a) Đúng: Do số được tạo thành không có mặt chữ số 1 nên ta có tập hợp $B=\{3;4;7;8\}$

Ta chọn 3 chữ số bất kì trong tập hợp B để có được số các số có 3 chữ số đôi một khác nhau không có mặt chữ số 1. Số các số cần tìm là: $A_4^3=24$ (số).

b) Đúng: Gọi $\overline{abc}$ là số có 3 chữ số cần tìm.

Do số cần tìm là số lẻ nên ta:

chọn $c\in\{1;3;7\}$: có 3 cách.

chọn $\overline{ab}$: có A_4^2 cách

Áp dụng quy tắc nhân ta có: $3.A_4^2=36$ số cần tìm.

c) Sai: Gọi $\overline{abc}$ là số có 3 chữ số cần tìm.

Do số cần tìm là số chẵn nên ta:

chọn $c\in\{4;8\}$: có 2 cách.

chọn $\overline{ab}$: có A_4^2 cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có: $2.A_4^2=24$ số cần tìm.

d) Sai:

Câu 12: Lớp 10A1 trường THPT Ten Lơ Man có 44 học sinh, trong đó có 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số cách sắp xếp 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam thành một hàng dọc là: 18!.26!

b) Có $4!$ cách xếp khác nhau cho 4 HS ngồi vào 6 chỗ trên một bàn dài.

c) GVCN cần lập ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập và 1 lớp phó kỉ luật. Có $3!$ cách lập.

d) Lớp trưởng cần chọn ra 5 bạn và xếp thứ tự thuyết trình cho 5 bạn này. Có A_{44}^5 cách chọn.

Lời giải

a) Sai: Có $44!$ cách sắp xếp 18 học sinh sinh nữ và 26 học sinh nam thành một hàng dọc

b) Sai: Có A_6^4 cách xếp khác nhau cho 4 HS ngồi vào 6 chỗ trên một bàn dài.

c) Sai: Có A_{44}^3 cách lập ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập và 1 lớp phó kỉ luật.

d) Đúng

Câu 13: Cho tập hợp $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ A là 4^7.

b) Số các số tự nhiên có ba chữ số lẻ khác nhau được lập từ A là A_4^3.

c) Số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau được lập từ A là $4A_6^3$.

d) Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau trong đó có một chữ số chẵn và ba chữ số lẻ được lập từ A là $12A_4^3$.

Lời giải

a) Sai: Mỗi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ A là một chỉnh hợp chập 4 của 7 nên số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ A là $A_7^4 = 840$ số.

b) Đúng: Để lập một số tự nhiên có ba chữ số lẻ khác nhau được lập từ A ta lấy ba chữ số lẻ từ bốn chữ số lẻ của A và sắp xếp ba chữ số lấy được vào ba vị trí hàng đơn vị, hàng chục và hàng trăm. Mỗi kết quả của quá trình trên là một chỉnh hợp chập 3 của 4 nên số các số tự nhiên có ba chữ số lẻ khác nhau được lập từ A là $A_4^3 = 24$ số.

c) Sai: Để lập một số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau được lập từ A ta thực hiện lần lượt 2 bước sau:
Bước 1: Chọn chữ số hàng đơn vị là chữ số chẵn, có 3 cách chọn.
Bước 2: Lấy ba trong sáu chữ số còn lại của A và sắp xếp vào các vị trí hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn. Mỗi kết quả của quá trình này là một chỉnh hợp chập 3 của 6 nên có A_6^3 cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân ta được số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau được lập từ A là $3A_6^3 = 360$ số.

d) Đúng: Để lập một số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau trong đó có một chữ số chẵn và ba chữ số lẻ được lập từ A ta thực hiện lần lượt 2 bước sau:
Bước 1: Chọn một chữ số chẵn và xếp vào một trong bốn vị trí hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn. Có $3.4 = 12$ cách.
Bước 2: Lấy ba chữ số lẻ trong bốn chữ số lẻ và xếp vào bốn vị trí còn lại. Có A_4^3 cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta được số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau trong đó có một chữ số chẵn và ba chữ số lẻ được lập từ A là $12A_4^3 = 288$ số.

Câu 14: Xếp 6 bạn trong đó có Bình và An thành một hàng dọc. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có $6!$ cách xếp bất kì.

b) Có $4!$ cách xếp sao cho Bình hoặc An đứng đầu hàng.

c) Có $2.5!$ cách xếp sao cho Bình và An đứng cạnh nhau.

d) Có $4!A_5^2$ cách xếp Bình và An không đứng cạnh nhau.

Lời giải

a) Đúng: Số các xếp 6 bạn thành một hàng dọc là $6!$.
b) Sai: Chọn Bình hoặc An đứng đầu hàng có 2 cách
Xếp 4 bạn còn lại có $4!$ cách

Vậy số cách xếp 6 bạn sao cho Bình hoặc An đứng đầu hàng là $2.4!$.

c) Đúng: Xếp Bình và An đứng cạnh nhau có 2 cách
Xếp Bình, An và 4 bạn còn lại có $5!$ cách

Vậy có $2.5!$ cách xếp sao cho Bình và An đứng cạnh nhau.

d) Đúng: Xếp 4 bạn còn lại có $4!$ cách

Xếp Bình và An vào 2 trong 5 khe trống có A_5^2 cách

Vậy có $4!A_5^2$ cách xếp Bình và An không đứng cạnh nhau.

Câu 15: Lớp 10A có 30 học sinh gồm 13 bạn nữ và 17 bạn nam, trong đó bạn Khang (nam) làm lớp trưởng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn ra hai bạn gồm một nam và một nữ tham gia vào Đội cờ đỏ. Số cách chọn là 220 cách.

b) Chọn ra ba bạn trực nhật lớp, trong đó phân công một bạn quét lớp, một bạn quét sân và một bạn lau bảng. Số cách chọn là 24360.

c) Chọn ra ba bạn tham gia hoạt động thiện nguyện, trong đó phải có lớp trưởng và có ít nhất một nữ. Số cách chọn là 286.

d) Sắp xếp học sinh để chụp ảnh kỉ yếu trong đó có 14 bạn đứng hàng trước và 16 bạn đứng hàng sau. Số cách sắp xếp là $14!.16!$.

Lời giải

a) Sai: Số cách chọn ra hai bạn gồm một nam và một nữ là $13.17 = 221$ cách.

b) Đúng: Số cách chọn 3 bạn từ 30 bạn và có sắp xếp theo công việc là $A_{30}^3 = 24360$.

c) Đúng: **Trường hợp 1:** 1 bạn nữ và 2 bạn nam (trong đó có bạn Khang lớp trưởng và một bạn nam trong 16 nam còn lại), số cách chọn: $13.16 = 208$.

Trường hợp 2: 2 bạn nữ và bạn Khang lớp trưởng, số cách chọn: $\dfrac{13.12}{2}.1 = 78$.

Vậy số cách chọn là: $208 + 78 = 286$.

d) Sai: Số cách sắp xếp là $A_{30}^{14}.16!$.

Câu 16: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7;8;9$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có thể lập được 4536 số có bốn chữ số khác nhau.

b) Có thể lập được 13440 số lẻ có năm chữ số khác nhau.

c) Có thể lập được 2240 số chẵn có bốn chữ số khác nhau.

d) Có thể lập được 36960 số lẻ gồm sáu chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600000.

Lời giải

a) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$, trong đó a,b,c,d khác nhau.

$a \neq 0 \Rightarrow a$ có 9 cách chọn.

Chọn $\overline{bcd}$ có A_9^3 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có 4536 số.

b) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$, trong đó a,b,c,d,e khác nhau.

Vì số cần tìm là số lẻ nên $e \in \{1;3;5;7;9\}$. Do đó, e có 5 cách chọn.

$\begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq e \end{cases} \Rightarrow a$ có 8 cách chọn.

Chọn $\overline{bcd}$ có A_8^3 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có 13440 số.

c) Sai: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$, trong đó a,b,c,d khác nhau.

Vì số cần tìm là số chẵn nên $d \in \{0;2;4;6;8\}$.

TH1: $d=0$

d có 1 cách chọn.

$\begin{cases} a\neq 0 \\ a\neq d\left(d=0\right) \end{cases} \Rightarrow a$ có 9 cách chọn.

Chọn $\overline{bc}$ có A_8^2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có 504 số.

TH2: $d\in\left\{2;4;6;8\right\}$

d có 4 cách chọn.

$\begin{cases} a\neq 0 \\ a\neq d;\ \left(d\in\left\{2;4;6;8\right\}\right) \end{cases} \Rightarrow a$ có 8 cách chọn.

Chọn $\overline{bc}$ có A_8^2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có 1792 số.

Theo quy tắc cộng, ta có 2296 số.

d) Đúng: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcdef}$, trong đó a,b,c,d,e,f khác nhau.

Vì số cần tìm là số lẻ và nhỏ hơn 600000 nên $\begin{cases} a\in\left\{1;2;3;4;5\right\} \\ f\in\left\{1;3;5;7;9\right\} \end{cases}$.

TH1: $a\in\left\{1;3;5\right\}$

a có 3 cách chọn.

$\begin{cases} f\in\left\{1;3;5;7;9\right\} \\ f\neq a \end{cases} \Rightarrow f$ có 4 cách chọn.

Chọn $\overline{bcde}$ có A_8^4 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có 20160 số.

TH2: $a\in\left\{2;4\right\}$

a có 2 cách chọn.

$\begin{cases} f\in\left\{1;3;5;7;9\right\} \\ f\neq a \end{cases} \Rightarrow f$ có 5 cách chọn.

Chọn $\overline{bcde}$ có A_8^4 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có 16800 số.

Theo quy tắc cộng, ta có 36960 số.

Câu 17: Cho tập $A=\left\{0;1;2;3;4;5\right\}$. Lập các số tự nhiên từ tập A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) số các số có hai chữ số là 25;

b) số các số lẻ có hai chữ số khác nhau là 15

c) số các số chẵn có ba chữ số khác nhau là 52;

d) gọi T là số các số số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó nhất thiết phải có chữ số 0 và 3. Tổng các chữ số của T bằng 8.

Lời giải

a) Sai: Số các số có hai chữ số là $5.6=30$

b) Sai: Số các số lẻ có hai chữ số là $3.4=12$

c) Đúng: Số các số chẵn có ba chữ số khác nhau là $1.A_5^2+2.4.4=52$.

d) Sai: Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}\left(a\neq 0\right)$

Tìm số các số có 5 chữ số khác nhau mà có mặt 0 và 3 không xét đến vị trí a.

Xếp 0 và 3 vào 5 vị trí có: A_5^2 cách.

3 vị trí còn lại có A_4^3 cách.

Suy ra có $A_5^2.A_4^3$ số.

Tìm số các số có 5 chữ số khác nhau mà có mặt 0 và 3 với $a=0$.

Xếp 3 có 4 cách và 3 vị trí còn lại có A_4^3 cách.

Suy ra có $4.A_4^3$ số. Vậy số các số cần tìm thoả mãn yêu cầu bài toán là $A_5^2.A_4^3-4.A_4^3=384$.

Câu 18: Cho đa giác đều 12 đỉnh. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số đoạn thẳng có hai đầu mút được tạo nên từ 12 đỉnh trên là A_{12}^2.

b) Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ được tạo nên từ 12 đỉnh trên là. A_{12}^2

c) Số đường chéo của đa giác là 52.

d) Số hình chữ nhật có 4 đỉnh được lập từ 12 đỉnh trên là C_{12}^4

Lời giải

a) Sai: Một đoạn thẳng được tao nên từ 2 điểm và 2 điểm này không có thứ tự nên số đoạn thẳng được tạo nên từ 12 đỉnh trên là $C_{12}^2=66$.

b) Đúng: Một vectơ khác vectơ $\vec{0}$ được tạo nên từ 2 điểm và 2 điểm này có thứ tự nên số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ được tạo nên từ 12 đỉnh trên là $A_{12}^2=132$.

c) Sai: Cứ 2 đỉnh của đa giác sẽ tạo thành một đoạn thẳng (bao gồm cả cạnh và đường chéo).

Khi đó số đoạn thẳng là $C_{12}^2=66$.

Số đường chéo là: $66-12=54$.

d) Sai: Đa giác đều 12 đỉnh thì có số đường chéo đi qua tâm là $\dfrac{12}{2}=6$.

Mỗi hình chữ nhật được tạo nên từ hai đường chéo đi qua tâm nên số hình chữ nhật là $C_6^2=15$.

Câu 19: Trong một lớp có 16 bạn nữ, 18 bạn nam. Chọn ra 5 bạn tham gia đợt tình nguyện mùa hè xanh. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có C_{34}^5 cách chọn 5 bạn bất kỳ.

b) Có C_{16}^5 cách chọn 5 bạn đều là nữ.

c) Có $C_{16}^2+C_{18}^3$ cách chọn 5 bạn trong đó có 3 bạn nữ, 2 bạn nam.

d) Có $C_{16}^1+C_{18}^4$ cách chọn 5 bạn trong đó có 1 bạn nữ, 4 bạn nam.

Lời giải

a) Đúng: Chọn 5 bạn trong 34 bạn là C_{34}^5.

b) Đúng: Chọn 5 bạn nữ trong 16 bạn là C_{16}^5.

c) Sai: Chọn 5 bạn trong đó có 3 bạn nữ, 2 bạn nam là $C_{16}^3.C_{18}^2$.

d) Sai: Chọn 5 bạn trong đó có 1 bạn nữ, 4 bạn nam là $C_{16}^1.C_{18}^4$.

Câu 20: Trong một hộp có 10 quả cầu đỏ, 7 quả cầu xanh. Lấy ra 3 quả cầu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có C_{10}^3 cách lấy ra 3 quả cầu đỏ.

b) Có A_7^3 cách lấy ra 3 quả cầu xanh.

c) Có $C_{10}^3 + C_7^3$ cách lấy ra 3 quả cầu cùng màu.

d) Có $C_{17}^3 - \left(C_{10}^1 C_7^2 + C_{10}^2 C_7^1\right)$ cách lấy ra 3 quả cầu khác màu.

Lời giải

a) Đúng: Lấy ra 3 quả cầu đỏ trong 10 quả đỏ là C_{10}^3.

b) Sai: Lấy ra 3 quả cầu xanh trong 7 quả đỏ là C_7^3. Vậy b sai.

c) Đúng: Lấy ra 3 quả cầu cùng màu có thể là 3 quả cầu đỏ hoặc 3 quả cầu xanh nên có $C_{10}^3 + C_7^3$

d) Sai: Lấy ra 3 quả cầu khác màu có thể là 1 quả cầu đỏ-2 quả cầu xanh hoặc 2 quả cầu đỏ hoặc 1 quả cầu xanh. Nên ta có $\left(C_{10}^1 C_7^2 + C_{10}^2 C_7^1\right)$.

Câu 21: Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách.

b) Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách.

c) Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách.

d) Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.

Lời giải

Xét phép thử : chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng.

a) Đúng: Số cách chọn được 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng là: $C_6^2.5.4 = 300$

b) Sai: Số cách chọn được 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng là: $6.C_5^2.4 = 240$

c) Đúng: Số cách chọn được 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng là: $6.5.C_4^2 = 180$

d) Sai: Để chọn được 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu gồm 3 trường hợp:

Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng. Có 300 cách.

Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng. Có 240 cách.

Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng. Có 180 cách.

Vậy có tất cả 720 cách chọn 4 viên bi có đủ cả ba màu.

Câu 22: Có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ xếp vào một bàn dài. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 120 cách xếp các học sinh ngồi tùy ý.

b) Có 12 cách xếp sao cho học sinh nam và học sinh nữ ngồi xen kẽ.

c) Có 24 cách xếp sao cho học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau.

d) Có 24 cách xếp sao cho học sinh nữ luôn ngồi hai đầu bàn.

Lời giải

Đánh số chỗ ngồi lần lượt là $1,2,3,4,5$.

a) Đúng: Xếp 5 học sinh vào 5 chỗ ngồi có $5!=120$ cách.

b) Đúng: Vì có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ ngồi xen kẽ nhau nên học sinh nam phải ngồi ở vị trí số 1, 3, 5 và học sinh nữ ngồi ở vị trí 2, 4.

Xếp 3 học sinh nam có $3!$ cách, xếp 2 học sinh nữ có $2!$ cách. Như vậy có $3!.2!=12$ cách.

c) Sai: Xếp 2 học sinh nữ có $2!$ cách.

Coi 2 học sinh nữ là một phần tử x, xếp x và 3 học sinh nam có $4!$ cách. Như vậy có $2!.4!=48$ cách.

d) Sai: Xếp 2 học sinh nữ vào vị trí số 1 và số 5 có $2!$ cách.

Xếp 3 học sinh vào các vị trí $2,3,4$ có $3!$ cách. Như vậy có $2!.3!=12$ cách.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cần xếp một nhóm 4 học sinh ngồi vào một dãy 4 chiếc ghế. Nếu bạn Nga (một thành viên trong nhóm) nhất định muốn ngồi vào chiếc ghế ngoài cùng bên trái, thì có bao nhiêu cách xếp?

Lời giải

Ta có: Nếu bạn Nga ngồi vào ghế ngoài cùng bên trái, thì cần xếp ba bạn còn lại vào 3 ghế còn lại, số cách sắp xếp chính là số các hoán vị của 3 phần tử, nên có: $3!$ cách xếp.

Vậy có 6 cách sắp xếp 4 bạn vào bốn ghế ngồi với ghế ngoài cùng bên trái bạn Nga ngồi.

Câu 2: Có 4 quyển sách toán khác nhau, 3 quyển sách lý khác nhau, 2 quyển sách hoá khác nhau. Có bao nhiêu cách xếp số sách đó trên một giá nằm ngang sao cho các sách cùng loại nằm cạnh nhau.

Lời giải

Đề xếp những quyển sách trên theo yêu cầu bài toán ta tiến hành các giai đoạn sau:

Giai đoạn 1: Xếp 4 quyển sách toán ta có $4!$ cách.

Giai đoạn 2: Xếp 3 quyển sách lý ta có $3!$ cách.

Giai đoạn 3: Xếp 2 quyển sách hoá ta có $2!$ cách.

Giai đoạn 4: Xem các sách cùng loại toán, lý, hoá lần lượt là các tập hợp: T, L, H. Xếp ba tập hợp này ta có $3!$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân ta có: $4!.3!.2!.3!=1728$ cách.

Câu 3: Cho các chữ số $0;2;3;4;5;7;8$. Từ các chữ số đó có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 20 và luôn xuất hiện chữ số 4.

Lời giải

Vì số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 20 thì hai chữ số cuối cùng phải chia hết cho 20

nên suy ra $d=0$. Vậy gọi số có 4 chữ số khác nhau là $\overline{abc0}$.

TH1: Nếu $c=4$: chọn c có 1 cách chọn và chọn a,b có $A_5^2=20$ cách.

TH2: Nếu $c\neq 4$: chọn c có 2 cách chọn và đưa số 4 vào 2 vị trí a,b có 2 cách.

Sau khi đưa 4 vào một trong hai vị trí a hoặc b thì còn 4 số đưa vào một vị trí còn lại.

Theo quy tắc nhân: $2.2.4=16$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng: $20+16=36$.

Câu 4: Cho đa giác đều có $2n$ cạnh $A_1,A_2,...,A_{2n}$ nội tiếp trong một đường tròn. Biết rằng số tam giác có đỉnh lấy trong $2n$ đỉnh trên gấp 20 lần số hình chữ nhật lấy trong $2n$ đỉnh. Tìm n?

Lời giải

Số tam giác có 3 đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1,A_2,...,A_{2n}$ là: C_{2n}^3.

Ta thấy ứng với 2 đường chéo đi qua tâm O của đa giác $A_1A_2...A_{2n}$ cho tương ứng một hình chữ nhật có 4 đỉnh là 4 điểm trong $2n$ điểm $A_1,A_2,...,A_{2n}$. Ngược lại mỗi hình chữ nhật như vậy sẽ cho tương ứng 2 đường chéo đi qua tâm của đa giác.

Mà số đường chéo đi qua tâm của đa giác là n nên số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm bằng: C_n^2.

Theo giả thiết: $C_{2n}^3=20.C_n^2 \Leftrightarrow \dfrac{(2n)(2n-1)(2n-2)}{3!}=20.\dfrac{n(n-1)}{2}\Rightarrow n=8$.

Câu 5: Từ các chữ số $0;1;2;3;4;5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số trong đó chữ số 1 xuất hiện 3 lần, các chữ số còn lại xuất hiện đúng 1 lần.

Lời giải

Gọi $\bar{n}=\overline{a_1a_2...a_8}$ thỏa mãn đề bài.

Cách 1:

TH1: Nếu $a_1=1$ thì có C_7^2 cách sắp 2 chữ số 1 vào 7 vị trí $\overline{a_2...a_8}$.

Có $5!$ cách sắp 5 chữ số $0;2;3;4;5$.

Trường hợp này có $C_7^2.5!$ số.

TH2: Nếu $a_1\neq 1$ thì có C_7^3 cách sắp 3 chữ số 1 vào 7 vị trí $\overline{a_2...a_8}$.

Có 4 cách chọn a_1, có $4!$ cách sắp 4 còn lại.

Trường hợp này có $C_7^3.4.4!$ số.

Vậy có $C_7^2.5!+C_7^3.4.4!=5880$ số.

Cách 2:

Có $C_8^3.5!$ số có 8 chữ số tính cả $a_1=0$. Trong đó có $C_7^3.4!$ số có $a_1=0$.

Vậy có $C_8^3.5!-C_7^3.4!=5880$.

Câu 6: Cho một đa giác đều 12 đỉnh $A_1A_2...A_{12}$ nội tiếp đường tròn O. Từ 12 đỉnh của đa giác đều trên tạo thành bao nhiêu hình chữ nhật nội tiếp đường tròn O.

Lời giải

Gọi đường chéo của đa giác đều $A_1A_2...A_{12}$ đi qua tâm đường tròn (O) là đường chéo lớn thì đa giác đã cho có $\dfrac{12}{2}=6$ đường chéo lớn.

Mỗi hình chữ nhật là hình có các đỉnh là 4 đỉnh trong 12 đỉnh $A_1A_2...A_{12}$ và có các đường chéo là hai đường chéo lớn. Do đó số hình chữ nhật được tạo thành là số cách chọn 2 đường chéo lớn trong 6 đường chéo lớn.

Suy ra số hình chữ nhật tạo thành là $C_6^2=15$.

Câu 7: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

Lời giải

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

Số cách tô cạnh AB: 6 cách.

Số cách tô cạnh BC: 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).
Số cách tô cạnh CD: 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và BC).

Số cách tô cạnh AD: 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và CD).

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.4.4=480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

Số cách tô cạnh AB: 6 cách.

Số cách tô cạnh BC: 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Số cách tô cạnh CD: 1 cách (tô cùng màu với cạnh AB).

Số cách tô cạnh AD: 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.1.5=150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480+150=630$ cách.

Câu 8: Cô giáo chọn trong lớp 3 bạn học sinh là An, Bình và Cường để làm ban cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó học tập, lớp phó lao động. Hỏi cô có bao nhiêu cách phân công 3 bạn làm các chức vụ trên.

Lời giải

Mỗi cách phân công 3 bạn An, Bình và Cường để làm các chức vụ lớp trưởng, lớp phó học tập, lớp phó lao động là một hoán vị của 3 bạn trên. Do đó số cách phân công là $P_3 = 3! = 6$.

Câu 9: Phòng tranh của một họa sĩ có 12 bức tranh. Họa sĩ đó có bao nhiêu cách chọn ra 3 bức tranh trong đó để tham dự triển lãm nghệ thuật?

Lời giải

Vì các bức tranh chọn ra không sắp xếp thứ tự nên mỗi cách chọn 3 bức tranh trong 12 bức tranh là một tổ hợp chập 3 của 12. Do đó số cách chọn là $C_{12}^3 = 220$.

Câu 10: Một nhóm học sinh gồm 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ?

Lời giải

Xếp 4 học sinh nam thành hàng dọc có $4!$ cách xếp.

Giữa 4 học sinh nam có 5 khoảng trống ta xếp các bạn nữ vào vị trí đó nên có $5!$ cách xếp.

Theo quy tắc nhân có $4!5! = 2880$ cách xếp thoả mãn bài ra.

Câu 11: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ?

Lời giải

Chọn 1 bạn nam ngồi cố định vào 1 vị trí, 9 bạn còn lại sẽ hoán vị xung quanh bạn này theo nguyên tắc là nam nữ xen kẽ. Khi đó, các bạn nam còn lại sẽ ở vị trí mang số 3,5,7,9 và nữ sẽ ở vị trí số 2, 4, 6, 8, 10 (theo chiều kim đồng hồ). Ở mỗi vị trí của mình, các nam và nữ được hoán vị cho nhau. Do đó, có $1.4!.5! = 2880$ cách sắp xếp.

Câu 12: Từ các chữ số 0,1,2,3,4 có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Lời giải

Xếp các chữ số $0,1,2,2,2,3,4$ thành một hàng có $\frac{7!}{3!}$ cách xếp.

Xếp các chữ số $0,1,2,2,2,3,4$ thành một hàng sao cho chữ số 0 đứng đầu có $\frac{6!}{3!}$ cách xếp.

Vậy có $\frac{7!}{3!} - \frac{6!}{3!} = 1440$ số thỏa mãn yêu cầu.

Câu 13: Từ các chữ số $1,\ 2,3,4,5,\ 6$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm tám chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

Lời giải

Bước 1: ta xếp các số lẻ: có các số lẻ là $1,\ 1,\ 1, 3, 5$ vậy có $\frac{5!}{3!}$ cách xếp.

Bước 2: ta xếp 3 số chẵn $2, 4, 6$ xen kẽ 5 số lẻ trên có 6 vị trí để xếp 3 số vậy có A_6^3 cách xếp.

Vậy có $\frac{5!}{3!}.\mathrm{A}_6^3 = 2400$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14: Từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt trong đó có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn?

Lời giải

Chọn 2 chữ số lẻ từ 7 chữ số đã cho có C_4^2 cách.

Chọn 2 chữ số chẵn từ 7 chữ số đã cho có C_3^2 cách.

Với 4 chữ số đã chọn ta xếp vào 4 vị trí có $4!$ cách.

Do đó có $C_4^2.C_3^2.4! = 432$ số.

Câu 15: Từ các chữ số của tập hợp $\{0;1;2;3;4;5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

Lời giải

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$.

Chọn một số cho a_1 ta có 5 cách chọn.

Tiếp theo ta bỏ số a_1 và số 0 thì từ tập hợp đã cho chúng ta còn lại 4 số. Ta chọn 3 số từ 4 số đó ta có C_4^3 cách chọn.

Chúng ta xếp số 0 và 3 số vừa mới chọn vào 4 vị trí a_2, a_3, a_4, a_5 ta được $4!$ cách xếp.

Chọn cho các số cho a_2, a_3, a_4, a_5 có mặt chữ số 0 ta có $C_5^3.4!$ cách chọn.

Số số tự nhiên thỏa yêu cầu đề bài có thể lập được là: $5.4!.C_4^3 = 480$.

Câu 16: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 15 và mỗi chữ số đều không vượt quá 5.

Lời giải

Mỗi chữ số đều không vượt quá 5. Ta lập số từ tập hợp $\{0;1;2;3;4;5\}$

Số chia hết cho 15 là số vừa chia hết cho 3 vừa chia hết cho 5. Do đó tận cùng nó là 0 hoặc 5.

Trường hợp 1:

Số cần lập có dạng $\overline{abc0}$ với $a;b;c \in \{1;2;3;4;5\}$

Tổng $a+b+c+0$ phải chia hết cho $3 \Rightarrow a+b+c$ chia hết cho 3.

Có 4 tập hợp $\{a;b;c\}$ có tổng các phần tử chia hết cho 3: $\{1;2;3\};\{2;3;4\};\{3;4;5\};\{1;3;5\}$.

Suy ra có $4.3! = 24$ số

Trường hợp 2:

Số cần lập có dạng $\overline{abc5}$ với $a;b;c \in \{0;1;2;3;4\}$

Tổng $a+b+c+5$ phải chia hết cho 3 $\Rightarrow a+b+c$ chia cho 3 dư 1.

Có 3 tập hợp $\{a;b;c\}$ có tổng các phần tử chia 3 dư 1: $\{0;1;3\};\{0;3;4\};\{1;2;4\}$

Có $2.(3!-2!)+3!=14$ số.

Vậy có tất cả $24+14=38$ số thỏa đề bài.

Câu 17: Cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, ..., A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

Lời giải

Số cách lấy 3 điểm từ 10 điểm phân biệt là $C_{10}^3 = 120$.

Số cách lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 là $C_4^3 = 4$.

Khi lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thì sẽ không tạo thành tam giác.

Như vậy, số tam giác tạo thành $120-4=116$ tam giác.

Câu 18: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12**C.** Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120. **<u>B</u>.** 98. **C.** 150. **D.** 360.

Lời giải

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh C_9^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh chỉ có 2 lớp: $C_7^5 + C_6^5 + C_5^5$

Vậy số cách chọn 5 học sinh có cả 3 lớp là $C_9^5 - \left(C_7^5 + C_6^5 + C_5^5\right) = 98$.

Câu 19: Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

Lời giải

Trường hợp 1: Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 bình: Số cách lấy: $C_3^1C_4^1C_5^1 = 60$

Trường hợp 2: Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 bình: Số cách lấy: $C_4^1C_3^1C_5^1 = 60$

Trường hợp 3: Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 bình: Số cách lấy: $C_5^1C_6^1C_2^1 = 60$

Vậy có $60.3=180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 bình.

Câu 20: Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia.

Lời giải

Bài toán: dùng biến cố đối tìm số cách chọn ra 5 bạn trong đó có Hạnh và Huy.

Bước 1: Chọn nhóm 3 học sinh trong 14 học sinh (không tính Huy và Hạnh): $C_{14}^{3}=364$ cách.

Bước 2: Chọn 2 học sinh Huy và Hạnh có 1 cách.

Vậy ta có 364 cách chọn ra 5 học sinh trong tổ mà có hai học sinh Huy và Hạnh.

Chọn ra 5 học sinh bất kì trong 16 học sinh $C_{16}^{5}=4368$ cách.

Vậy cô chủ nhiệm có số cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia là: $4368-364=4004$ (cách)

-----------------HẾT-----------------

BÀI 03 NHỊ THỨC NEWTƠN

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Công thức nhị thức Newton

Định nghĩa: Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau. Với a,b là các số thực và $n\in\mathbb{N}^*$ thì:

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n$$

2 Nhận xét

- Trong khai triển $(a\pm b)^n$ có $n+1$ số hạng và các hệ số của các cặp số hạng cách đều số hạng đầu và số hạng cuối thì bằng nhau: $C_n^k=C_n^{n-k}$
- Số hạng tổng quát dạng: $T_{n+1}=C_n^k.a^{n-k}.b^k$ và số hạng thứ N thì $k=n-1$
- Trong khai triển $(a-b)^n$ thì dấu đan nhau, nghĩa là $+$, rồi $-$, rồi $+$,…
- Số mũ của a giảm dần, số mũ của b tăng dần nhưng tổng số mũ của a và b bằng n.

3 Tam giác Pascal

Các hệ số của khai triển: $(a+b)^0,(a+b)^1,(a+b)^2,...,(a+b)^n$ có thể sắp xếp thành một tam giác gọi là tam giác PASCAL

$$\begin{array}{llllllllll}
n=0: & 1 \\
n=1: & 1 & 1 \\
n=2: & 1 & 2 & 1 \\
n=3: & 1 & 3 & 3 & 1 \\
n=4: & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\
n=5: & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\
n=6: & 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \\
n=7: & 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1
\end{array}$$

....

Từ công thức: $C_n^k=C_{n-1}^{k-1}+C_{n-1}^k$ suy ra cách tính các số ở mỗi dòng dựa vào các số ở dòng trước nó.

Chẳng hạn: $C_5^2=C_4^1+C_4^2=4+6=10$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Khai triển biểu thức

Phương pháp: Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton: Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau. Với a,b là các số thực và $n \in \mathbb{N}^*$ thì:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + C_n^n b^n$$

- Với $n=4$ ta có: $(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4$.
- Với $n=5$ ta có: $(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b^1 + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a^1 b^4 + C_5^5 b^5$
  $= a^5 + 5a^4 b^1 + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5a^1 b^4 + b^5$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Khai triển các đa thức sau:

a) $(x+3)^4$ b) $(3x+2y)^4$

c) $(x+5)^4 + (x-5)^4$ d) $(x-2y)^5$

e) $(x+y)^4$ f) $(1+x)^4$

g) $(x-y)^5$ h) $(x+1)^5$

i) $(2x-3)^4$ j) $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^4$

Lời giải

a) $x+3\ ^4 = C_4^0 x^4 + C_4^1 x^3.3 + C_4^2 x^2.3^2 + C_4^3 x.3^3 + C_4^4 3^4 = x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 108x + 81$.

b) $3x+2y\ ^4 = C_4^0\ 3x\ ^4 + C_4^1\ 3x\ ^3.2y + C_4^2\ 3x\ ^2.\ 2y\ ^2 + C_4^3\ 3x\ .\ 2y\ ^3 + C_4^4\ 2y\ ^4$

$= 81x^4 + 216x^3 y + 216x^2 y^2 + 96xy^3 + 16y^4$.

c) $x+5\ ^4 + \ x-5\ ^4 = C_4^0 x^4 + C_4^1 x^3.5 + C_4^2 x^2.5^2 + C_4^3 x.5^3 + C_4^4.5^4 + C_4^0 x^4 - C_4^1 x^3.5 + C_4^2 x^2.5^2$

$-C_4^3 x.5^3 + C_4^4.5^4$

$= 2C_4^0 x^4 + 2C_4^2 x^2.5^2 + 2C_4^4.5^4 = 2x^4 + 300x^2 + 1250$.

d) $x-2y\ ^5 = C_5^0 x^5 - C_5^1 x^4.\ 2y\ + C_5^2 x^3.\ 2y\ ^2 - C_5^3 x^2.\ 2y\ ^3 + C_5^4 x.\ 2y\ ^4 - C_5^5\ 2y\ ^5$

$= x^5 - 10x^4 y + 40x^3 y^2 - 80x^2 y^3 + 80xy^4 - 32y^5$.

e) Áp dụng công thức ta được $(x+y)^4 = C_4^0 x^4 + C_4^1 x^3 y + C_4^2 x^2 y^2 + C_4^3 xy^3 + C_4^4 y^4$

f) $(1+x)^4 = C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3 x + C_4^2 1^2 x^2 + C_4^3 1x^3 + C_4^4 x^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4$.

g) $(x-y)^5 = x^5 - 5x^4y^1 + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5x^1y^4 - y^5$.

h) $(x+1)^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$.

i) $(2x-3)^4 = C_4^0(2x)^4 + C_4^1(2x)^3(-3) + C_4^2(2x)^2(-3)^2 + C_4^3 2x(-3)^3 + C_4^4(-3)^4$.

$= 16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81$.

j) $= C_4^0(x^2)^4 + C_4^1(x^2)^3.\left(\frac{1}{x}\right) + C_4^2(x^2)^2.\left(\frac{1}{x}\right)^2 + C_4^3(x^2).\left(\frac{1}{x}\right)^3 + C_4^4\left(\frac{1}{x}\right)^4$

$= C_4^0x^8 + C_4^1x^6.\left(\frac{1}{x}\right) + C_4^2x^4.\frac{1}{x^2} + C_4^3(x^2).\left(\frac{1}{x^3}\right) + C_4^4\left(\frac{1}{x^4}\right) = x^8 + 4x^5 + 6x^2 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^4}$.

Bài tập 2: Biểu diễn $3+\sqrt{2}^{\ 5} - 3-\sqrt{2}^{\ 5}$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a,b là các số nguyên.

Lời giải

Ta có:

$$3+\sqrt{2}^{\ 5} - 3-\sqrt{2}^{\ 5} = C_5^0 3^5 + C_5^1 3^4\sqrt{2} + C_5^2 3^3 \ \sqrt{2}^{\ 2} + C_5^3 3^2 \ \sqrt{2}^{\ 3} + C_5^4 3 \ \sqrt{2}^{\ 4} + C_5^5 \ \sqrt{2}^{\ 5}$$

$$-C_5^0 3^5 + C_5^1 3^4\sqrt{2} - C_5^2 3^3 \ \sqrt{2}^{\ 2} + C_5^3 3^2 \ \sqrt{2}^{\ 3} - C_5^4 3 \ \sqrt{2}^{\ 4} + C_5^5 \ \sqrt{2}^{\ 5}$$

$$= 2C_5^1 3^4\sqrt{2} + 2C_5^3 3^2 \ \sqrt{2}^{\ 3} + 2C_5^5 \ \sqrt{2}^{\ 5} = 810\sqrt{2} + 360\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 1178\sqrt{2}.$$

Bài tập 3: Khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$ dưới dạng tổng quát, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + ... + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

Lời giải

Ta có: $$\begin{cases} \sum_{k=0}^{2n+1} C_{2n+1}^k = 2^{2n+1} \\ \sum_{i=0}^{n} C_{2n+1}^{2i+1} = \sum_{i=0}^{n} C_{2n+1}^{2i} \end{cases} \Rightarrow \sum_{i=0}^{n} C_{2n+1}^{2i+1} = 2^{2n} = 1024 \Rightarrow n = 5$$

Suy ra $(2-3x)^{2n} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k}.(-3)^k x^k$.

Bài tập 4: a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,05)^4$ để tính giá trị gần đúng của $1,05^4$.

b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,05^4$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a

Lời giải

a) $(1+0,05)^4 \approx C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3 0,05^1 = 1 + 0,2 = 1,2$

b) Cách bấm: 1.05^4=

Hiển thị

Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a là 0,01550625.

Bài tập 5: Khai triển các đa thức sau:

a) $(x+1)^5$ b) $(x-1)^5$

c) $(x+2)^5$ d) $(2x+y)^5$

e) $(x-3y)^5$ f) $(2x+3y)^5$

Lời giải

a) Ta có: $(x+1)^5 = x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.

b) Ta có: $(x-1)^5 = x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$.

c) Ta có: $(x+2)^5 = x^5+5x^4 2^1+10x^3 2^2+10x^2 2^3+5x^1 2^4+2^5$

$= x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$.

d) Ta có: $(2x+y)^5 = (2x)^5+5(2x)^4 y^1+10(2x)^3 y^2+10(2x)^2 y^3+5(2x)^1 y^4+y^5$

$= 32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

e) Ta có: $(x-3y)^5 = x^5-5x^4(3y)^1+10x^3(3y)^2-10x^2(3y)^3+5x^1(3y)^4-(3y)^5$

$= x^5-15x^4y+90x^3y^2-270x^2y^3+405xy^4-243y^5$.

f) Ta có:

$(2x+3y)^5 = (2x)^5+5(2x)^4(3y)^1+10(2x)^3(3y)^2+10(2x)^2(3y)^3+5(2x)^1(3y)^4+(3y)^5$

$= 32x^5+240x^4y+720x^3y^2+1080x^2y^3+810xy^4+243y^5$.

Dạng 2: Tìm hệ số hoặc số hạng trong khai triển nhị thức Newton

Phương pháp: Cần nhớ một số công thức sau:

⊕ $T_{n+1} = C_n^k.a^{n-k}.b^k$

⊕ $x^m.x^n = x^{m+n}$

⊕ $\dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

⊕ $(x.y)^n = x^n.y^n$

⊕ $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Lời giải

Xét khai triển $(2x-1)^4$ có số hạng tổng quát là: $T_{k+1} = C_4^k(2x)^{4-k}(-1)^k = (-1)^k C_4^k 2^{4-k} x^{4-k}$

Số hạng chứa x^3 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $4-k=3 \Rightarrow k=1$.

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển là: $C_4^1(-1)^1 2^3 x^3 = -32x^3$.

Bài tập 2: Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Lời giải

Xét khai triển $(2+3x)^5$ có số hạng tổng quát là: $T_{k+1} = C_5^k 2^{5-k}(3x)^k = C_5^k 2^{5-k} 3^k x^k$.

Số hạng chứa x^4 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $k=4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển là: $C_5^4 2^{5-4} 3^4 = 810$.

Bài tập 3: Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Lời giải

Xét khai triển $(3x-2)^4$ có số hạng tổng quát là: $T_{k+1} = C_4^k(3x)^{4-k}(-2)^k = C_4^k 3^{4-k}(-2)^k x^{4-k}$.

Số hạng chứa x trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $4-k=1 \Rightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x trong khai triển là: $C_4^3 3^{4-3}(-2)^3 x = -96x$.

Bài tập 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Lời giải

Đặt $(1-2x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_5x^5$.

Cho $x=1$ ta có tổng các hệ số $a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_5 = (1-2)^5 = -1$.

Bài tập 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3 + \dfrac{1}{x}\right)^5$ (với $x \neq 0$).

Lời giải

Xét khai triển $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là $T_{k+1}=C_5^k\left(\frac{1}{x}\right)^k.\left(x^3\right)^{5-k}=C_5^k.x^{15-4k}$.

Số hạng chứa x^3 tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $15-4k=3 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_5^3=10$.

Bài tập 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x\neq 0$.

Lời giải

Xét khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k.\left(\frac{x}{2}\right)^{4-k}\left(\frac{4}{x}\right)^k=C_4^k.(2)^{3k-4}(x)^{4-2k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-2k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^2.(2)^{3.2-4}=24$.

Bài tập 7: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x\neq 0$.

Lời giải

Xét khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k(2x)^k\left(\frac{3}{x}\right)^{4-k}=C_4^k2^k3^{4-k}x^{2k-4}$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $2k-4=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^22^23^2=216$.

Bài tập 8: Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$, $x\neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=(-1)^kC_4^k2^{4-k}x^{4-3k}$.

Số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-3k=-2 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển là $(-1)^2C_4^22^{4-2}x^{4-3.2}=\frac{24}{x^2}$.

Bài tập 9: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2-\frac{1}{x^2}\right)^4$.

Lời giải

Xét số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_4^k\left(2x^2\right)^{4-k}\left(-\frac{1}{x^2}\right)^k=C_4^k 2^{4-k}x^{8-2k}(-1)^k\frac{1}{x^{2k}}=C_4^k 2^{4-k}x^{8-4k}(-1)^k$ (với $0\le k\le 4$).

Số hạng không chứa x ứng với $8-4k=0\Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x là $T_3=C_4^2 2^2(-1)^2=24$.

Bài tập 10: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x+\frac{2}{x^4}\right)^n$.

Lời giải

Điều kiện: $n\ge 2, n\in\mathbb{N}^*$ (1)

Khi đó: $C_n^1+C_n^2=15\Leftrightarrow n+\frac{n(n-1)}{2}=15\Leftrightarrow n^2+n-30=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=5\\n=-6\end{array}\right.\Rightarrow n=5.$

Suy ra $\left(x+\frac{2}{x^4}\right)^5=\sum_{k=0}^{5}C_5^k.2^k x^{5-k}.\left(\frac{1}{x^4}\right)^k=\sum_{k=0}^{5}C_5^k.2^k x^{5-5k}$

Số hạng không chứa x tương ứng $5-5k=0\Leftrightarrow k=1$

Suy ra số hạng không chứa x là: $C_5^1.2^1=10$

Bài tập 11: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$ thỏa mãn $a_0+8a_1=2a_2+1$. Tìm giá trị của số nguyên dương *n.*

Lời giải

Ta có: $(1+2x)^n=\sum_{k=0}^{n}2^kC_n^kx^k;(k\in\mathbb{N})$ suy ra: $a_k=2^kC_n^k$.

Thay $a_0=2^0C_n^0=1$, $a_1=2C_n^1$, $a_2=4C_n^2$ vào giả thiết ta có: $1+16C_n^1=8C_n^2+1\Leftrightarrow 2C_n^1=C_n^2$

$\Leftrightarrow 2\frac{n!}{(n-1)!}=\frac{n!}{(n-2)!2!}\Leftrightarrow 2n=\frac{n(n-1)}{2}\Leftrightarrow n^2-5n=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=0\\n=5\end{array}\right.$.

Do n là số nguyên dương nên $n=5$.

Bài tập 12: Tìm hệ số của x^{10} trong khải triển thành đa thức của $\left(1+x+x^2+x^3\right)^5$

Lời giải

Ta có $\left(1+x+x^2+x^3\right)^5=\left[(1+x)+x^2(1+x)\right]^5=\left[(1+x).\left(1+x^2\right)\right]^5=(1+x)^5.\left(1+x^2\right)^5$.

Xét khai triển $(1+x)^5.(1+x^2)^5=\sum_{k=0}^{5}C_5^k x^k.\sum_{l=0}^{5}C_5^l x^{2l}=\sum_{k=0}^{5}\left(C_5^k.\sum_{l=0}^{5}C_5^l.x^{k+2l}\right)$

Số hạng chứa x^{10} tương ứng với k,l thỏa mãn $k+2l=10\Leftrightarrow k=10-2l.$

Kết hợp với điều kiện ta có hệ: $\begin{cases}k=10-2l\\0\le k\le 5,\ k\in N\\0\le l\le 5,\ l\in\ N\end{cases}\Leftrightarrow (k,l)\in\{(0;5),(2;4),(4;3)\}.$

Vậy hệ số của x^{10} bằng tổng các $C_5^k.C_5^l$ thỏa mãn $C_5^0.C_5^5+C_5^2.C_5^4+C_5^4.C_5^3=101.$

Bài tập 13: Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^2+C_{2n+1}^4+...+C_{2n+1}^{2n}=1024$.

Lời giải

Ta có $(x+1)^{2n+1}=C_{2n+1}^0x^{2n+1}+C_{2n+1}^1x^{2n}+...+C_{2n+1}^{2n}x+C_{2n+1}^{2n+1}\quad(1).$

Thay $x=1$ vào (1) ta được $2^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+...+C_{2n+1}^{2n}+C_{2n+1}^{2n+1}\quad(2).$

Thay $x=-1$ vào (1) ta được $0=-C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1-...-C_{2n+1}^{2n}+C_{2n+1}^{2n+1}\quad(3).$

Lấy $(2)-(3)$ vế theo vế ta được $2^{2n+1}=2\left(C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^{2n}\right).$

Theo đề $2^{2n+1}=2.1024\Leftrightarrow n=5.$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)^n$ là

$$T_{k+1}=C_5^k.\left(\frac{3}{2}\right)^{5-k}.\left(-\frac{2}{3}x^2\right)^k=C_5^k.(-1)^k.3^{5-2k}.2^{2k-5}x^{2k}.$$

Ta có bảng sau:

k	0	1	2	3	4	5
$C_5^k.(-1)^k.3^{5-2k}.2^{2k-5}$	$\frac{243}{32}$	$-\frac{135}{8}$	15	$-\frac{20}{3}$	$\frac{40}{27}$	$-\frac{32}{243}$

Vậy số hạng có hệ số nguyên là $15x^4$.

Bài tập 14: Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x)=(3+x-x^2)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+\frac{A_n^3}{n}=12.$

Lời giải

Xét $C_n^2+\frac{A_n^3}{n}=12\ \ (1)$ (Điều kiện : $n\in\mathbb{Z},\ n\ge 3$).

Khi đó: $(1) \Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!} + \dfrac{n!}{n.(n-3)!} = 12 \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2} + (n-1)(n-2) = 12$

$\Leftrightarrow 3n^2 - 7n - 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 4\ (thoa\ man) \\ n = \dfrac{-5}{3}\ (loai) \end{array}\right.$

Với $n = 4$ thì $P(x) = \left(3 + x - x^2\right)^4 = \sum\limits_{k=0}^{4} C_4^k 3^{4-k}\left[x(1-x)\right]^k = \sum\limits_{k=0}^{4} C_4^k 3^{4-k} x^k \left(\sum\limits_{i=0}^{k} C_k^i (-1)^i x^i\right)$

$\Rightarrow P(x) = \sum\limits_{k=0}^{4}\sum\limits_{i=0}^{k} C_4^k C_k^i 3^{4-k}(-1)^i x^{i+k}$

Theo đề bài số hạng chứa x^2 thỏa mãn với $i + k = 2\ (i,k \in \mathbb{Z}, 0 \le i \le k \le 4) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} i = 0, k = 2 \\ i = 1, k = 1 \end{array}\right.$

Vậy số hạng chứa x^2 là $\left[C_4^2 C_2^0 3^2 (-1)^0 + C_4^1 C_1^1 3^3 (-1)^1\right] x^2 = -54x^2$.

Bài tập 15: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(3x^2 + x\right)^6 + x^2\left(2x^2 - \dfrac{1}{x}\right)^7$.

Lời giải

Ta có: $\left(3x^2 + x\right)^6 = \sum\limits_{k=0}^{6} C_6^k.\left(3x^2\right)^{6-k}.x^k = \sum\limits_{k=0}^{6} C_6^k.3^{6-k}.x^{12-k}$.

$\left(2x^2 - \dfrac{1}{x}\right)^7 = \sum\limits_{l=0}^{7} C_7^l.\left(2x^2\right)^{7-l}.\left(-\dfrac{1}{x}\right)^l = \sum\limits_{l=0}^{7} C_7^l.2^{7-l}.(-1)^l.x^{14-3l}$.

Hệ số của x^{10} ứng với $k = l = 2$ bằng: $C_6^2.3^4 + C_7^2.2^5 = 1887$.

Dạng 3: Tính tổng hoặc chứng minh đẳng thức

Phương pháp:

- Sử dụng công thức nhị thức Newton:

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n$$

- Sử dụng tính chất của C_n^k.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tính tổng của các đẳng thức sau:

a) $S=C_{10}^0+C_{10}^1+...+C_{10}^{10}$

b) $S=C_6^1+C_6^2+...+C_6^5$

c) $S=C_6^0+2.C_6^1+2^2.C_6^2+...+2^6C_6^6$

d) $S=C_{12}^0-C_{12}^1+C_{12}^2-...-C_{12}^{11}+C_{12}^{12}$

e) $S=C_{20}^1+2C_{20}^2+2^2.C_{20}^3+...+2^{19}C_{20}^{20}$

f) $S=C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+...+C_{20}^{20}$

g) $S=C_{2019}^1.3^{2018}.2-C_{2019}^2.3^{2017}.2^2+C_{2019}^3.3^{2016}.2^3-...-C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018}+C_{2019}^{2019}.2^{2019}$

h) $S=C_{2021}^0.4^{2021}-C_{2021}^1.4^{2010}.2+C_{2021}^2.4^{2019}.2^2-C_{2021}^3.4^{2018}.2^3-...+C_{2021}^{2020}.4^1.2^{2020}$

Lời giải

a) Xét khai triển $(a+b)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k a^{10-k}b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^{10}=C_{10}^0+C_{10}^1+...+C_{10}^{10}$ nên $S=2^{10}=1024$.

b) Xét khai triển $(a+b)^6=\sum_{k=0}^{6}C_6^k a^{6-k}b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^6=C_6^0+C_6^1+...+C_6^6$ nên do đó $S=2^6-C_6^0-C_6^6=62$.

c) Xét khai triển $(a+b)^6=\sum_{k=0}^{6}C_6^k a^{6-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=2$ thu được $(1+2)^6=C_6^0+2.C_6^1+2^2.C_6^2+...+2^6C_6^6$ nên $S=3^6=729$.

d) Xét khai triển $(a+b)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k a^{12-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=-1$, thu được $(1-1)^{12}=C_{12}^0-C_{12}^1+C_{12}^2-...-C_{12}^{11}+C_{12}^{12}$ nên $S=0^{12}=0$.

e) Ta có $2S=2.C_{20}^1+2^2C_{20}^2+2^3.C_{20}^3+...+2^{20}.C_{20}^{20}$. Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^k a^{20-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=2$, thu được $(1+2)^{20}=C_{20}^0+2.C_{20}^1+...+2^{20}.C_{20}^{20}$.

Do đó $2S=(1+2)^{20}-C_{20}^0=3^{20}-1$ nên $S=\dfrac{3^{20}-1}{2}$.

f) Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^k a^{20-k}b^k$.

Chọn $a=b=1$, ta thu được $(1+1)^{20}=C_{20}^0+C_{20}^1+C_{20}^2+C_{20}^3...+C_{20}^{20}$.

Chọn $a=1;b=-1$, ta thu được $(1-1)^{20}=C_{20}^0-C_{20}^1+C_{20}^2-C_{20}^3+...+C_{20}^{20}$.

Cộng theo vế hai phương trình ta được

$2^{20}=2.\left(C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+...+C_{20}^{20}\right)\Leftrightarrow 2S=2^{20}\Leftrightarrow S=2^{19}$.

g) Xét $A=(a+b)^{2019}=\sum_{k=0}^{2019}C_{2019}^k a^{2019-k}b^k$

$=C_{2019}^0.a^{2019}+C_{2019}^1.a^{2018}.b+C_{2019}^2.a^{2017}.b^2+C_{2019}^3.a^{2016}.b^3+...+C_{2019}^{2018}.a^1.b^{2018}+C_{2019}^{2019}.b^{2019}$

Ta chọn $a=-3,b=2$, khi đó

$(-3+2)^{2019}=-C_{2019}^0.3^{2019}+\underbrace{C_{2019}^1.3^{2018}.2-C_{2019}^2.3^{2017}.2^2+C_{2019}^3.3^{2016}.2^3+...-C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018}+C_{2019}^{2019}.2^{2019}}_{S}$

$\Rightarrow S=(-3+2)^{2019}+C_{2019}^0.3^{2019}=(-1)^{2019}+3^{2019}=3^{2019}-1$.

h) $A=(a+b)^{2021}=\sum_{k=0}^{2021}C_{2021}^k a^{2021-k}b^k$

$=C_{2021}^0.a^{2021}+C_{2021}^1.a^{2020}.b+C_{2021}^2.a^{2019}.b^2+C_{2021}^3.a^{2018}.b^3+...+C_{2021}^{2020}.a^1.b^{2020}+C_{2021}^{2021}.b^{2021}$

Ta chọn $a=4,b=-2$, khi đó

$(4-2)^{2021}=\underbrace{C_{2021}^0.4^{2021}-C_{2021}^1.4^{2020}.2+C_{2021}^2.4^{2019}.2^2-C_{2021}^3.4^{2018}.2^3+...+C_{2021}^{2020}.4.2^{2020}}_{S}-C_{2021}^{2021}.2^{2021}$

Khi đó: $S=(4-2)^{2021}+C_{2021}^{2021}.2^{2021}=2^{2021}+2^{2021}=2^{2022}$.

Bài tập 2: Cho đa thức $P(x)=(1-x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

Lời giải

Ta có $P(x)=(1-x)^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k(-1)^k x^k$. Khi đó tổng các hệ số của đa thức $P(x)$ là

$$S=C_8^0-C_8^1+...-C_8^7+C_8^8.$$

Xét khai triển $(a+b)^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k a^{8-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=-1$, thu được $(1-1)^8=C_8^0-C_8^1+C_8^2-...-C_8^7+C_8^8$.

Vậy tổng các hệ số của đa thức $P(x)$ bằng 0.

Bài tập 3: Cho $n\in\mathbb{N}^*$. Tính tổng $S=2^7C_{2n}^0-2^8C_{2n}^1+2^9C_{2n}^2-2^{10}C_{2n}^3+...-2^{2n+6}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n+7}C_{2n}^{2n}$.

Lời giải

Ta có: $S=2^7\left[C_{2n}^0-2^1C_{2n}^1+2^2C_{2n}^2-2^3C_{2n}^3+...-2^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n}C_{2n}^{2n}\right]$.

Xét khai triển Newton:

$(x-2)^{2n}=C_{2n}^0x^{2n}(-2)^0+C_{2n}^1x^{2n-1}.(-2)^1+C_{2n}^2x^{2n-2}.(-2)^2+...+C_{2n}^{2n-1}x^1(-2)^{2n-1}+C_{2n}^{2n}(-2)^{2n}$

Tại $x=1$ ta có $1=(-1)^{2n}=C_{2n}^0-2^1C_{2n}^1+2^2C_{2n}^2-2^3C_{2n}^3+...-2^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n}C_{2n}^{2n}$

Vậy $S=2^7.(-1)^{2n}=2^7$.

Bài tập 4: Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức $S=3C_n^0+7C_n^1+11C_n^2+...+(4n+3)C_n^n$ theo n.

Lời giải

Ta có $S=(0.4+3)C_n^0+(1.4+3)C_n^1+(2.4+3)C_n^2+...+(n.4+3)C_n^n$.

Suy ra: $S=4\left(C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+...+n.C_n^n\right)+3\left(C_n^0+C_n^1+...+C_n^n\right)$.

Xét khai triển $(x+1)^n=C_n^0x^0+C_n^1.x^1+...+C_n^nx^n$.

Khi $x=1\Rightarrow C_n^0+C_n^1+...+C_n^n=2^n$.

Mặt khác ta lại có: $k.C_n^k=k.\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{n(n-1)!}{(k-1)!\left[(n-1)-(k-1)\right]!}=n.C_{n-1}^{k-1}$

Do đó: $C_n^1+2.C_n^2+3C_n^3+...+n.C_n^n=n\left(C_{n-1}^0+C_{n-1}^1+C_{n-1}^2+...+C_{n-1}^{n-1}\right)$

Tương tự xét khai triển $(x+1)^{n-1}=C_{n-1}^0x^0+C_{n-1}^1.x^1+...+C_{n-1}^{n-1}x^{n-1}$

Khi $x=1\Rightarrow C_{n-1}^0+C_{n-1}^1+C_{n-1}^2+...+C_{n-1}^{n-1}=2^{n-1}$ nên $S=4n.2^{n-1}+3.2^n=(2n+3).2^n$.

Bài tập 5: Rút gọn biểu thức $S=\dfrac{1}{1.0!.2019!}+\dfrac{1}{2.1!2018!}+\dfrac{1}{3.2!.2017!}+...+\dfrac{1}{2020.2019!.0!}$

Lời giải

Ta có $S=\sum\limits_{k=0}^{2019}\dfrac{1}{(k+1)k!(2019-k)!}=\sum\limits_{k=0}^{2019}\dfrac{2020!}{2020!(k+1)!(2020-(k+1))!}=\dfrac{1}{2020!}\sum\limits_{k=0}^{2019}C_{2020}^{k+1}$

Xét nhị thức $(x+1)^{2020}=\sum\limits_{k=0}^{2020}C_{2020}^k.x^k=1+\sum\limits_{k=1}^{2020}C_{2020}^k.x^k$

Cho $x=1\Rightarrow\sum\limits_{k=1}^{2020}C_{2020}^k=\sum\limits_{k=0}^{2019}C_{2020}^{k+1}=2^{2020}-1$ nên $S=\dfrac{2^{2020}-1}{2020!}$.

Bài tập 6: Chứng minh đẳng thức $kC_n^k=nC_{n-1}^{k-1}$.

Lời giải

Ta có $kC_n^k=k\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{n!(n-1)!}{(k-1)!\left[n-1-(k-1)\right]!}=nC_{n-1}^{k-1}$.

Bài tập 7: Chứng minh đẳng thức $\dfrac{1}{k+1}C_n^k=\dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải

Ta có $\dfrac{1}{k+1}C_n^k=\dfrac{n!}{(k+1)k!(n-k)!}=\dfrac{(n+1)!}{(n+1)(k+1)!\left[n+1-(k+1)\right]!}=\dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong khai triển $(x+1)^{2022}$ có chứa bao nhiêu số hạng?

A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2024.

Lời giải

Số số hạng trong khai triển $(x+1)^{2022}$ là 2023.

Câu 2: Tìm hệ số của x^3 trong khai triển Newton biểu thức $(2x+1)^5$

A. -80. **B.** 10. **C.** 40. **D.** 80.

Lời giải

Ta có: $(2x+1)^5 = C_5^0(2x)^5 + C_5^1(2x)^4 + C_5^2(2x)^3 + C_5^3(2x)^2 + C_5^4 2x + C_5^5$

Do đó số hạng chứa x^3 là $C_5^3(2x)^3 = 8C_5^3x^3 = 80x^3$

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển Newton biểu thức $(2x+1)^5$ là 80

Câu 3: Trong khai triển $(x+1)^n$ $(n \in \mathbb{R})$ có chứa 18 số hạng vậy n bằng

A. 16. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Trong khai triển $(x+1)^n$ $(n \in \mathbb{N})$ có chứa $n+1$ số hạng, do đó $n+1=18 \Leftrightarrow n=17$.

Câu 4: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển Newton biểu thức $(2x-3)^5$

A. -270. **B.** -80. **C.** 240. **D.** -240.

Lời giải

Ta có:

$$(2x-3)^5 = C_5^0(2x)^5 + C_5^1(2x)^4(-3) + C_5^2(2x)^3(-3)^2 + C_5^3(2x)^2(-3)^3 + C_5^4(2x)(-3)^4 + C_5^5(-3)^5$$

Do đó số hạng chứa x^4 là $C_5^1(2x)^4(-3) = -240x^4$

Vậy hệ số của x^4 trong khai triển Newton biểu thức $(2x-3)^5$ là -240.

Câu 5: Trong khai triển $(2x+1)^5$ hệ số của số hạng chứa x^5 là

A. 32. **B.** 10. **C.** 100. **D.** 1000.

Lời giải

Ta có $(2x+1)^5 = \sum_{i=0}^{5} C_5^i (2x)^{5-i} 1^i = \sum_{i=0}^{5} C_5^i 2^{5-i} x^i$.

Do đó hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển là $C_5^0 2^5 = 32$.

Câu 6: Thu gọn biểu thức $A=\left(2+\sqrt{3}\right)^5-\left(2-\sqrt{3}\right)^5$ ta được $A=a+b\sqrt{3}$ với a,b là các số nguyên. Tính tổng $a+b$.

A. -209. **B.** 209. **C.** -418. **D.** 418.

Lời giải

Ta có: $\left(2+\sqrt{3}\right)^5=C_5^0 2^5+C_5^1 2^4\sqrt{3}+C_5^2 2^3\left(\sqrt{3}\right)^2+C_5^3 2^2\left(\sqrt{3}\right)^3+C_5^4 2\left(\sqrt{3}\right)^4+C_5^5\left(\sqrt{3}\right)^5$

$\left(2-\sqrt{3}\right)^5=C_5^0 2^5-C_5^1 2^4\sqrt{3}+C_5^2 2^3\left(\sqrt{3}\right)^2-C_5^3 2^2\left(\sqrt{3}\right)^3+C_5^4 2\left(\sqrt{3}\right)^4-C_5^5\left(\sqrt{3}\right)^5$

Do đó $A=2\left[C_5^1 2^4\sqrt{3}+C_5^3 2^2\left(\sqrt{3}\right)^3+C_5^5\left(\sqrt{3}\right)^5\right]=418\sqrt{3}$. Vậy $a+b=418$.

Câu 7: Trong khai triển nhị thức Newton của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Trong khai triển nhị thức Newton của $(a+b)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Câu 8: Trong khai triển nhị thức Newton của $(2x-3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Trong khai triển nhị thức Newton của $(2x-3)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Câu 9: Trong khai triển nhị thức Newton của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^{k-1}a^k b^{5-k}$. **B.** $C_4^k a^{4-k}b^k$. **C.** $C_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $C_4^k a^{4-k}b^{4-k}$.

Lời giải

Số hạng tổng quát của khai triển $(a+b)^4$ là $C_n^k a^{n-k}b^k=C_4^k a^{4-k}b^k$.

Câu 10: Trong khai triển nhị thức Newton của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^k 2^k 3^{4-k}.x^{4-k}$. **B.** $C_4^k 2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$. **C.** $C_4^k 2^{4-k}3^k.x^{4-k}$. **D.** $C_4^k 2^k(-3)^{4-k}.x^{4-k}$.

Lời giải

Số hạng tổng quát của khai triển $(2x-3)^4$ là $C_4^k(2x)^{4-k}(-3)^k=C_4^k 2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$.

Câu 11: Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Lời giải

Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(2x-3)^4$ chính là giá trị của biểu thức $(2x-3)^4$ tại $x=1$.

Vậy $S=(1-2.1)^4=1$.

Câu 12: Trong khai triển nhị thức Newton của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là

A. $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1. **D.** $12x$.

Lời giải

Ta có $(1+3x)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(3x)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k3^kx^k$.

Do đó số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x ứng với $k=1$, tức là $C_4^13^1x=12x$.

Câu 13: Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Newton của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Lời giải

Ta có $(x+2y)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^kx^{4-k}(2y)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k.2^k.x^{4-k}y^k$.

Số hạng chứa x^2y^2 trong khai triển trên ứng với $\begin{cases}4-k=2\\k=2\end{cases}\Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của x^2y^2 trong khai triển của $(x+2y)^4$ là $C_4^2.2^2=24$.

Câu 14: Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Newton của $P(x)=4x^2+x(x-2)^4$.

A. $28x^2$. **B.** $-28x^2$. **C.** $-24x^2$. **D.** $24x^2$.

Lời giải

Ta có $P(x)=4x^2+x(x-2)^4=4x^2+x\sum_{k=0}^{4}C_4^kx^{4-k}(-2)^k=4x^2+\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-2)^kx^{5-k}$.

Số hạng chứa x^2 (ứng với $k=3$) trong khai triển $P(x)$ là $\left[4+C_4^3(-2)^3\right]x^2=-28x^2$.

Câu 15: Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3+2A_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Newton của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

Lời giải

Điều kiện: $n\ge 3; n\in\mathbb{N}$.

$A_n^3+2A_n^2=48\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-3)!}+2.\dfrac{n!}{(n-2)!}=48\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)+2.n(n-1)=48$

$\Leftrightarrow n^3-n^2-48=0\Leftrightarrow n=4$ (thỏa).

Ta có $(1-3x)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-3x)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-3)^kx^k$.

Hệ số của x^3 trong khai triển trên ứng với $k=3$.

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển $(1-3x)^4$ là $C_4^3.(-3)^3=-108$.

Câu 16: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\dfrac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Ta có $\left(\dfrac{1}{x}+x^3\right)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k\left(\dfrac{1}{x}\right)^{4-k}(x^3)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^kx^{4k-4}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển trên ứng với $4k-4=0\Leftrightarrow k=1$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$ là $C_4^1=4$.

Câu 17: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$. **B.** $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.

C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$. **D.** $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

Lời giải

$(x-1)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4+C_5^2x^3+C_5^3x^2+C_5^4x+C_5^5=x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.

Câu 18: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x-y)^5$.

A. $x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ **B.** $x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

C. $x^5-5x^4y-10x^3y^2-10x^2y^3-5xy^4+y^5$ **D.** $x^5+5x^4y-10x^3y^2+10x^2y^3-5xy^4+y^5$.

Lời giải

$(x-y)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4(-y)+C_5^2x^3(-y)^2+C_5^3x^2(-y)^3+C_5^4x(-y)^4+C_5^5(-y)^5$

$=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$.

Câu 19: Khai triển của nhị thức $(x-2)^5$.

A. $x^5-100x^4+400x^3-800x^2+800x-32$. **B.** $5x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

C. $x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$. **D.** $x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$.

Lời giải

$(x-2)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4(-2)+C_5^2x^3(-2)^2+C_5^3x^2(-2)^3+C_5^4x(-2)^4+C_5^5(-2)^5$

$=x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

Câu 20: Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Lời giải

$(3x+4)^5=C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4.4+C_5^2(3x)^3.4^2+C_5^3(3x)^2.4^3+C_5^4(3x)^1.4^4+C_5^5.4^5$

$=243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Câu 21: Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$. **B.** $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$. **D.** $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

Lời giải

$(1-2x)^5=C_5^0+C_5^1(-2x)^1+C_5^2(-2x)^2+C_5^3(-2x)^3+C_5^4(-2x)^4+C_5^5(-2x)^5$

$=1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

Câu 22: Khai triển nhị thức $(2x+y)^5$. Ta được kết quả là

A. $32x^5+16x^4y+8x^3y^2+4x^2y^3+2xy^4+y^5$.

B. $32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

C. $2x^5+10x^4y+20x^3y^2+20x^2y^3+10xy^4+y^5$.

D. $32x^5+10000x^4y+80000x^3y^2+400x^2y^3+10xy^4+y^5$.

Lời giải

$(2x+y)^5=C_5^0(2x)^5+C_5^1(2x)^4y+C_5^2(2x)^3y^2+C_5^3(2x)^2y^3+C_5^4(2x)y^4+C_5^5y^5$

$=32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

Câu 23: Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$.

B. $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

D. $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$

Lời giải

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^5=C_5^0.x^5+C_5^1.x^4.\left(\frac{-1}{x}\right)^1+C_5^2x^3\left(\frac{-1}{x}\right)^2+C_5^3x^2\left(\frac{-1}{x}\right)^3+C_5^4x^1\left(\frac{-1}{x}\right)^4+C_5^5\left(\frac{-1}{x}\right)^5$

$=\ x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

Câu 24: Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

Lời giải

$(xy+2)^5=C_5^0(xy)^5+C_5^1(xy)^4.2^1+C_5^2(xy)^3.2^2+C_5^3(xy)^2.2^3+C_5^4(xy)^1.2^4+C_5^5.2^5$

$=x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

Câu 25: Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.

A. $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$.

B. $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3-y^4$.

C. $x^4+4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$.

D. $x^4-4x^3y-4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$.

Lời giải

$(x-y)^4=x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$

Câu 26: Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

Vì hệ số của x^5 là 32 và dấu trong khai triển đan xen nên chọn đáp án **C.**

Câu 27: Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

A. –80. **B.** 80. **C.** –10. **D.** 10.

Lời giải

$(2a-b)^5=(2a)^5-5(2a)^4b+10(2a)^3b^2-10(2a)^2b^3+5(2a)b^4-b^5$

$=32a^5-80a^4b+80a^3b^2-40a^2b^3+10ab^4-b^5$

Câu 28: Tìm hệ số của đơn thức a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a+2b)^5$.

A. 160. **B.** 80. **C.** 20. **D.** 40.

Lời giải

Ta có: $(a+2b)^5=a^5+5a^4(2b)+10a^3(2b)^2+10a^2(2b)^3+5a(2b)^4+(2b)^5$

$=a^5+10a^4b+40a^3b^2+80a^2b^3+80ab^4+32b^5$

Suy ra hệ số của a^3b^2 trong khai triển trên là: 40.

Câu 29: Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là:

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6(3x)^2(2y)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

Lời giải

$(3x+2y)^4=(3x)^4+4(3x)^3(2y)+6(3x)^2(2y)^2+4(3x)(2y)^3+(2y)^4$

Suy ra hệ số chính giữa trong khai triển trên là: $6(3x)^2(2y)^2=36C_4^2x^2y^2$.

Câu 30: Trong khai triển $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{12}$ số hạng chứa x^6 là

A. $264x^6$. **B.** 264. **C.** $100x^6$. **D.** 100.

Lời giải

Ta có $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{12}=\sum_{i=0}^{12}C_{12}^ix^{12-i}\left(\frac{-2}{x^2}\right)^i=\sum_{i=0}^{12}C_{12}^i(-2)^ix^{12-3i}$.

Từ yêu cầu bài toán ta có $12-3i=6\Leftrightarrow i=2$

Do đó số hạng chứa x^6 trong khai triển là $C_{12}^2(-2)^2x^6=264x^6$.

Câu 31: Khai triển Newton biểu thức $P(x)=(2-3x)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$. Tính $S=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$

A. 9. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $S=a_4+a_3+a_2+a_1+a_0=P(1)=1$

Câu 32: Số dân của tỉnh A vào năm 2022 vào khoảng 2 triệu người, tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là $r=1{,}5\%$, đến năm 2027 số dân của tỉnh đó vào khoảng bao nhiêu người?

A. $2.154.568$. **B.** $3.400.000$. **C.** $3.300.000$. **D.** $2.400.000$.

Lời giải

Ta có số dân của tỉnh A vào năm 2022 là 2 triệu người nên

Số dân của tỉnh A vào năm 2023 là $2+2.1{,}5\%=2(1+1{,}5\%)$ (triệu người).

Số dân của tỉnh A vào năm 2024 là $2(1+1,5\%)+2(1+1,5\%).1,5\%=2(1+1,5\%)^2$ (triệu người)

Tương tự số dân của tỉnh A vào năm 2027 là $2(1+1,5\%)^5=2.154.568$(triệu người) .

Câu 33: Hệ số của số hạng thứ chính giữa trong khai triển $\left(x^2-\dfrac{2}{x}\right)^{10}$ là

A. $-C_{10}^5 2^5 x^5$. **B.** $C_{10}^5 2^5 x^5$. **C.** $C_{10}^5 2^5$. **D.** $-C_{10}^5 2^5$.

Lời giải

Ta có: $\left(x^2-\dfrac{2}{x}\right)^{10}=\sum\limits_{k=0}^{10} C_{10}^k\left(x^2\right)^{10-k}.\left(\dfrac{-2}{x}\right)^k$.

Số hạng chính giữa ứng với $k=5$. Khi đó hệ số của nó là: $C_{10}^5.(-2)^5=-C_{10}^5 2^5$.

Câu 34: Số hạng chứa x^4 trong khai triển đa thức $\left(2x^2+3x+1\right)(2x+1)^4$ là

A. $160x^4$. **B.** 160. **C.** $80x^4$. **D.** 80.

Lời giải

Ta có $\left(2x^2+3x+1\right)(2x+1)^4=(x+1)(2x+1)(2x+1)^4=(x+1)(2x+1)^5$

$(x+1)(2x+1)^5=(x+1)\sum\limits_{i=0}^{5} C_5^i(2x)^{5-i}1^i=(x+1)\sum\limits_{i=0}^{5} C_5^i 2^{5-i}x^{5-i}=\sum\limits_{i=0}^{5} C_5^i 2^{5-i}x^{6-i}+\sum\limits_{i=0}^{5} C_5^i 2^{5-i}x^{5-i}$

Số hạng chứa x^4 trong khai triển là $C_5^2 2^3 x^4+C_5^1 2^4 x^4=160x^4$.

Câu 35: Cho nhị thức $(2x+3y)^n$. Tìm n biết hệ số của số hạng thứ 3 chia cho số hạng thứ 2 trong khai triển theo số mũ giảm dần của x bằng $\dfrac{9}{2}$.

A. $n=5$. **B.** $n=6$. **C.** $n=7$. **D.** $n=8$.

Lời giải

Ta có: $(2x+3y)^n=\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k(2x)^{n-k}.(3y)^k$.

Hệ số của số hạng thứ 2 ứng với $k=1$ là: $P_2=C_n^1 2^{n-1}.3^1$.

Hệ số của số hạng thứ 3 ứng với $k=2$ là: $P_3=C_n^2 2^{n-2}.3^2$.

Suy ra: $\dfrac{C_n^2 2^{n-2}.3^2}{C_n^1 2^{n-1}.3^1}=\dfrac{9}{2}\Leftrightarrow\dfrac{n(n-1).2^{n-2}.3^2}{2n.2^{n-1}.3}=\dfrac{9}{2}\Leftrightarrow n-1=6\Leftrightarrow n=7.$

Câu 36: Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4=a_0+a_1\sqrt[3]{2}+a_2\sqrt[3]{4}$. Tính $\left(a_1a_2\right)$

A. $a_1a_2=24$. **B.** $a_1a_2=8$. **C.** $a_1a_2=54$. **D.** $a_1a_2=36$.

Lời giải

Ta có $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4=1^4+4.1^3\left(\sqrt[3]{2}\right)^1+6.1^2\left(\sqrt[3]{2}\right)^2+4.1^1\left(\sqrt[3]{2}\right)^3+\left(\sqrt[3]{2}\right)^4=1+4\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{4}+8+2\sqrt[3]{2}$

$=9+6\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{4}$.

Suy ra $(a_1a_2)=6.6=36$.

Câu 37: Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển $\left(\sqrt{x}+\frac{2}{x}\right)^4, x>0$ là số hạng thứ mấy?

A. 5. **B.** 3. **<u>C</u>.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\left(\sqrt{x}+\frac{2}{x}\right)^4=\left(\sqrt{x}\right)^4+4\left(\sqrt{x}\right)^3\left(\frac{2}{x}\right)+6\left(\sqrt{x}\right)^2\left(\frac{2}{x}\right)^2+4\left(\sqrt{x}\right)\left(\frac{2}{x}\right)^3+\left(\frac{2}{x}\right)^4$

$=x^2+8\sqrt{x}+24\frac{1}{x}+32\frac{\sqrt{x}}{x^3}+16\frac{1}{x^4}$.

Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển trên ứng với số hạng thứ 2.

Câu 38: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(x^3-\frac{1}{x^2}\right)^5$.

<u>A</u>. -10. **B.** -5. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Ta có:

$\left(x^3-\frac{1}{x^2}\right)^5=\left(x^3\right)^5-5\left(x^3\right)^4\left(\frac{1}{x^2}\right)+10\left(x^3\right)^3\left(\frac{1}{x^2}\right)^2-10\left(x^3\right)^2\left(\frac{1}{x^2}\right)^3+5\left(x^3\right)\left(\frac{1}{x^2}\right)^4-\left(\frac{1}{x^2}\right)^5$.

$=x^{15}-5x^{10}+10x^5-10+5\frac{1}{x^5}-\frac{1}{x^{10}}$

Số hạng không chứa x trong khai triển là (-10).

Câu 39: Giả sử có khai triển $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0+a_1+a_2=31$.

<u>A</u>. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Lời giải

Ta có $(1-2x)^n=C_n^0 1^n(-2x)^0+C_n^1 1^{n-1}(-2x)+C_n^2 1^{n-2}(-2x)^2+...=1-2C_n^1x+4C_n^2x^2+...$

Vậy $a_0=1$; $a_1=-2C_n^1$; $a_2=4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0+a_1+a_2=31$ nên ta có:

$1-2C_n^1+4C_n^2=31\Leftrightarrow 1-2\frac{n!}{1!(n-1)!}+4\frac{n!}{2!(n-2)!}=31\Leftrightarrow 1-2n+2n(n-1)=31$

$\Leftrightarrow 2n^2-4n-30=0\Leftrightarrow n^2-2n-15=0\Rightarrow n=5$.

Từ đó ta có $a_4=C_5^4(-2)^4=80$.

Câu 40: Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Khi đó ta có $3n^4$ bằng

A. 7203. **<u>B</u>.** 1875. **C.** 1296. **D.** 6561.

Lời giải

Số hạng tổng quát khai triển của $(1-3x)^n$ là $T_{k+1}=C_n^k(-3x)^k=(-3)^kC_n^kx^k$.

$\Rightarrow$ hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ ứng với $k=2$.

Khi đó $(-3)^2C_n^2=90\Leftrightarrow 9\frac{n(n-1)}{2}=90\Leftrightarrow n(n-1)=20\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=-4\\ n=5\end{array}\right.\Rightarrow 3n^4=1875$.

Câu 41: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển: $f(x)=\left(x^3+\frac{1}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết: $C_n^0+C_n^1+C_n^2=11$.

A. 20. **<u>B</u>.** 6. **C.** 7. **D.** 15.

Lời giải

Ta có: $C_n^0+C_n^1+C_n^2=11 \Leftrightarrow 1+n+\frac{n(n-1)}{2}=11 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=4 \\ n=-5 \end{array}\right.$.

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x)=\left(x^3+\frac{1}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1}=C_4^k\left(x^3\right)^{4-k}\left(\frac{1}{x^2}\right)^k=C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12-5k=2 \Leftrightarrow k=2$.
Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là: $C_4^2=6$.

Câu 42: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển: $f(x)=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **<u>B</u>.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $C_n^0+2C_n^1+4C_n^2=33 \Rightarrow n=4$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x)=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1}=C_4^k\left(x^3\right)^{4-k}\left(\frac{2}{x^2}\right)^k=2^k C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12-5k=2 \Leftrightarrow k=2$.
Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là : $2^2C_4^2=24$.

Câu 43: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển: $f(x)=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **<u>B</u>.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $C_n^0+2C_n^1+4C_n^2=33 \Rightarrow n=4$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x)=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1}=C_4^k\left(x^3\right)^{4-k}\left(\frac{2}{x^2}\right)^k=2^k C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12-5k=2 \Leftrightarrow k=2$.
Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là : $2^2C_4^2=24$.

Câu 44: Cho khai triển: $(3x-5)^n=\sum_{i=0}^{n} a_i x^i$. Biết: $C_n^0+2C_n^1+4C_n^2+...+2^nC_n^n=243$. Khi đó hãy tính tổng $S=a_0+a_1+a_2+...+a_{n-1}$.

<u>A</u>. 3093. **B.** –3157. **C.** 3157. **D.** –3093.

Lời giải

Ta có: $C_n^0+2C_n^1+4C_n^2+...+2^nC_n^n=243 \Leftrightarrow (1+2)^n=243 \Leftrightarrow 3^n=3^5 \Leftrightarrow n=5$.

Ta có: $f(x)=(3x-5)^5$

$=C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4(-5)+C_5^2(3x)^3(-5)^2+C_5^3(3x)^2(-5)^3+C_5^4(3x)(-5)^4+C_5^5(-5)^5$

Tổng là: $S=C_5^0 3^5+C_5^1 3^4(-5)+C_5^2 3^3(-5)^2+C_5^3 3^2(-5)^3+C_5^4.3.(-5)^4=f(1)-C_5^5(-5)^5$

$=(3-5)^5+5^5=3093$.

Câu 45: Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x)=(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3}=26n$.

A. $n=11$. **B.** $n=5$. **C.** $n=12$. **D.** $n=10$

Lời giải

$$f(x)=(x^2+1)^n(x+2)^n=\left(\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^{2n-2k}\right)\left(\sum_{i=0}^{n}C_n^i x^{n-i}2^i\right)=\sum_{k=0}^{n}\left(\sum_{i=0}^{n}C_n^k C_n^i 2^i x^{3n-2k-i}\right),\ (0\le i,k\le n)$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow 3n-(2k+i)=3n-3\Leftrightarrow 2k+i=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k=i=1\\k=0,\,i=3\end{array}\right.$

$\Rightarrow a_{3n-3}=2C_n^1C_n^1+2^3C_n^0C_n^3=26n\Leftrightarrow n=5$.

Câu 46: Cho khai triển: $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, biết n thỏa mãn $a_0+8a_1=2a_2+1$. Tìm hệ số lớn nhất của khai triển.

A. 160. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 105.

Lời giải

Ta có: $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k(2x)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k2^kx^k$.

$\Rightarrow a_k=C_n^k2^k\Rightarrow a_0=C_n^0,\ a_1=2C_n^1,\ a_2=2^2C_n^2$.

Nên $a_0+8a_1=2a_2+1\Leftrightarrow C_n^0+16C_n^1=8C_n^2+1\Leftrightarrow 1+16n=\dfrac{8n(n-1)}{2!}+1\Leftrightarrow n=5$.

Suy ra ta có khai triển : $(1+2x)^5=\sum_{k=0}^{5}C_5^k2^kx^k$ $\Rightarrow$Hệ số của khai triển là: $a_k=C_5^k2^k$.

Ta có: a_k là hệ số lớn nhất $\Leftrightarrow\begin{cases}a_k\ge a_{k+1}\\a_k\ge a_{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C_5^k2^k\ge C_5^{k+1}2^{k+1}\\C_5^k2^k\ge C_5^{k-1}2^{k-1}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{5!}{k!(5-k)!}2^k\ge\dfrac{5!}{(k+1)!(5-k-1)!}2^{k+1}\\\dfrac{5!}{k!(5-k)!}2^k\ge\dfrac{5!}{(k-1)!(5-k+1)!}2^{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{5-k}\ge\dfrac{2}{k+1}\\\dfrac{2}{k}\ge\dfrac{1}{5-k+1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k+1\ge 10-2k\\12-2k\ge k\end{cases}$$

$\Leftrightarrow 11\le 3k\le 12\Leftrightarrow\dfrac{11}{3}\le k\le 4\Rightarrow\left[\begin{array}{l}k=3\\k=4\end{array}\right.$.

Vậy hệ số lớn nhất của khai triển là : $a_3=C_5^32^3=80=a_4=C_5^42^4=80$.

Câu 47: Tổng $T=C_n^0+C_n^1+C_n^3+C_n^4+.....+C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0

Lời giải

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\ldots+C_n^{n\text{-}1}+C_n^n$.

Câu 48: Với $n\ge 4$, tổng $T=C_n^0+C_n^2+C_n^4+...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 2^n-1.

Lời giải

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\ldots+C_n^{n-1}+C_n^n$. (1)

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$. (2)

Lấy $(1)+(2)\Rightarrow 2^n=2T$

Vậy $T=2^{n-1}$.

Câu 49: Tổng $T=C_n^0-C_n^1+C_n^2+\ldots+(-1)^k C_n^k+\ldots+(-1)^n C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0.

Lời giải

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$.

Câu 50: Với $n\ge 4$, tổng $T=C_n^1+C_n^3+C_n^5+\ldots$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 2^n-1.

Lời giải

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\ldots+C_n^{n-1}+C_n^n$. (1)

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$. (2)

Lấy $(1)-(2)\Rightarrow 2^n=2T$

Vậy $T=2^{n-1}$.

Câu 51: Biểu thức $P=C_n^k+C_n^{k+1}$ bằng

A. C_{n+1}^{k+1} **B.** C_{n+1}^k **C.** C_{n+1}^k **D.** C_n^k.

Lời giải

Áp dụng $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}$

Câu 52: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^7+C_n^8=C_{n+1}^9$. Giá trị của số n bằng

A. 16 **B.** 24. **C.** 18. **D.** 17.

Lời giải

Điều kiện: $n\ge 8;n\in\mathbb{N}$.

Áp dụng $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}$

Ta có $C_n^7+C_n^8=C_{n+1}^9\Leftrightarrow C_{n+1}^8=C_{n+1}^9\Leftrightarrow\dfrac{(n+1)!}{8!(n-7)!}=\dfrac{(n+1)!}{9!(n-8)!}\Leftrightarrow\dfrac{1}{n-7}=\dfrac{1}{9}\Leftrightarrow n=16$.

Câu 53: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^n=8(n+2)$.

A. 14 **B.** 13 **C.** 16 **D.** 15

Lời giải

Điều kiện: $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=8(n+2)\Leftrightarrow\left(C_{n+3}^{n}+C_{n+3}^{n+1}\right)-C_{n+3}^{n}=8(n+2)$

$\Leftrightarrow C_{n+3}^{n+1}=8(n+2)\Leftrightarrow\dfrac{(n+2)(n+3)}{2!}=8(n+2)$

$\Leftrightarrow n+3=8.2!\Leftrightarrow n+3=16\Leftrightarrow n=13$.

Câu 54: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4095$. Giá trị của n bằng

A. 14 **B.** 16 **C.** 13 **D.** 12

Lời giải

Ta có $C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4095\Rightarrow C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4096$

Mà $C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=2^n$ nên suy ra

$2^n=4096\Leftrightarrow n=12$

Câu 55: Tổng $T=C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2k}+...+C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1} **B.** 2^{2n-1} **C.** $2^{2n}-1$ **D.** 2^{2n}

Lời giải

Ta có $C_n^0+C_n^2+C_n^4+...=2^{n-1}$

Áp dụng hệ thức trên, ta có $T=C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2k}+...+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$.

Câu 56: Cho $T=C_{2022}^1+C_{2022}^3+C_{2022}^5+.....+C_{2022}^{2021}$. Tính biểu thức $T=2^n$ thì n bằng

A. 2023 **B.** 2022 **C.** 2021 **D.** 2020

Lời giải

Ta có $C_n^1+C_n^3+C_n^5+.....+C_n^n=2^{n-1}$

Áp dụng $T=C_{2022}^1+C_{2022}^3+C_{2022}^5+.....+C_{2022}^{2021}=2^{2021}$

Do đó $n=2021$.

Câu 57: Tính tổng $C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $n!$ **D.** 2^{n+1}

Lời giải

Xét khai triển: $(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+...+C_n^nb^n$.

Chọn $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$ ta được : $(1+1)^n=C_n^0.1^n+C_n^1.1^{n-1}.1+C_n^2.1^{n-2}.1^2+...+C_n^n.1^n$

$\Leftrightarrow 2^n=C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n$.

Câu 58: Tính tổng $C_n^0-C_n^1+C_n^2+...+(-1)^nC_n^n$. ta được kết quả là:

A. 0. **B.** 2^n **C.** 2^{n-1} **D.** 2^{n+1}

Lời giải

Xét khai triển: $(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+...+C_n^nb^n$.

Chọn $\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$ ta được : $(1-1)^n=C_n^0.1^n+C_n^1.1^{n-1}.(-1)+C_n^2.1^{n-2}.(-1)^2+...+C_n^n.(-1)^n$

$\Leftrightarrow 0=C_n^0-C_n^1+C_n^2+...+(-1)^nC_n^n$.

Câu 59: Tính tổng $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n}$ ta được kết quả là:

A. 2^{n-1} **B.** 2^n **C.** 2^{2n-1} **D.** 2^{2n+1}

Lời giải

Xét khai triển: $(a+b)^{2n}=C_{2n}^0a^{2n}+C_{2n}^1a^{2n-1}b+C_{2n}^2a^{2n-2}b^2+...+C_{2n}^{2n}b^{2n}$.

Chọn $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$ ta được : $2^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+...+C_{2n}^{2n}$ (1)

Chọn $\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$ ta được : $0=C_{2n}^0-C_{2n}^1+C_{2n}^2-C_{2n}^3+C_{2n}^4+...-C_{2n}^{2n-1}+C_{2n}^{2n}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$.

Câu 60: Xét khai triểm $(1+2x+x^2)^{20}=a_0+a_1x+...+a_{40}x^{40}$. Tổng $S=a_0+a_1+...+a_{40}$ là:

A. 4^{40} **B.** 2^{20} **C.** 2^{40} **D.** 4^{10}

Lời giải

Xét khai triển: $(1+2x+x^2)^{20}=(1+x)^{40}=C_{40}^0+C_{40}^1x+C_{40}^2x^2+...+C_{40}^{40}x^{40}$.

Chọn $x=1$ ta được $S=a_0+a_1+...+a_{40}=2^{40}$.

Câu 61: Tính tổng $n.2^{n-1}.C_n^0+(n-1).2^{n-2}.3.C_n^1+(n-2).2^{n-3}.3^2.C_n^2+...+3^{n-1}.C_n^{n-1}$ ta được kết quả là:

A. 5^n **B.** $n.5^n$ **C.** $n.5^{n-1}$ **D.** 5^{n-1}

Lời giải

Ta có: $n.2^{n-1}.C_n^0+(n-1).2^{n-2}.3.C_n^1+(n-2).2^{n-3}.3^2.C_n^2+...+3^{n-1}.C_n^{n-1}$

$$=\sum_{k=0}^{n-1}(n-k).2^{n-k-1}.3^k.C_n^k=\sum_{k=0}^{n-1}n.2^{n-k-1}.3^k.C_{n-1}^{n-k-1}=n.(2+3)^{n-1}=n.5^{n-1}$$

Câu 62: Tính tổng $C_n^1+2\frac{C_n^2}{C_n^1}+3\frac{C_n^3}{C_n^2}+....+n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$ ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $\frac{n(n-1)}{2}$ **D.** $\frac{n(n+1)}{2}$

Lời giải

Ta có: $\frac{C_n^k}{C_n^{k-1}}=\frac{n-k+1}{k}$.

Suy ra: $C_n^1+2\frac{C_n^2}{C_n^1}+3\frac{C_n^3}{C_n^2}+....+n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}=n+2.\frac{n-1}{2}+3\frac{n-2}{3}+...+n.\frac{1}{n}$

$$=n+(n-1)+(n-2)+...+2+1=\frac{n(n+1)}{2}.$$

Câu 63: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,01)^4$ .Tìm số đó?

A. $1,04$. **B.** $1,0406$. **C.** $1,040604$. **D.** 1.04060401.

Lời giải

$(1,01)^4=(1+0.01)^4=C_4^0+C_4^1.0,01+C_4^2.0,01^2+C_4^3.0,01^3+C_4^4.0,01^4$.

Khi đó: $(1,01)^4\approx C_4^0+C_4^1.0,01=1,04$.

Câu 64: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,01)^5$. Tìm số đó?

A. 32.808. **B.** $32,80804$. **C.** $32,8$. **D.** $32,8080401$.

Lời giải

$(2,01)^5=(2+0.01)^5=C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,01+C_5^2.2^3.0,01^2+C_5^3.2^2.0,01^3+C_5^4.2.0,01^4+C_5^5.0,01^5$.

Khi đó: $(2,01)^5 \approx C_5^0.2^5 + C_5^1.2^4.0,01 = 32,8$

Câu 65: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,02)^4$. Tìm số đó?

A. $1,08$. **B.** 1.0824. **C.** $1,08243$. **D.** $1,082432$.

Lời giải

$(1,02)^4 = (1+0,02)^4 = C_4^0 + C_4^1.0,02 + C_4^2.0,02^2 + C_4^3.0,02^3 + C_4^4.0,02^4$.

Khi đó: $(1,02)^4 \approx C_4^0 + C_4^1.0,02 + C_4^2.0,02^2 = 1,0824$.

Câu 66: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,03)^5$. Tìm số đó?

A. $34,473$. **B.** $34,47$. **C.** $34,47308$. **D.** $34,473088$.

Lời giải

$(2,03)^5 = (2+0.03)^5 = C_5^0.2^5 + C_5^1.2^4.0,03 + C_5^2.2^3.0,03^2 + C_5^3.2^2.0,03^3 + C_5^4.2.0,03^4 + C_5^5.0,03^5$.

Khi đó: $(2,03)^5 \approx C_5^0.2^5 + C_5^1.2^4.0,03 + C_5^2.2^5.0,03^2 = 34,473$

Câu 67: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,03)^5$. Tìm số đó?

A. $1,15$. **B.** $1,1592$. **C.** $1,159274$. **D.** $1,15927407$.

Lời giải

$(1,03)^5 = (1+0.03)^5 = C_5^0 + C_5^1.0,03 + C_5^2.0,03^2 + C_5^3.0,03^3 + C_5^4.0,03^4 + C_5^5.0,03^5$.

Khi đó: $(1,03)^5 \approx C_5^0 + C_5^1.0,03 + C_5^2.0,03^2 + C_5^3.0,03^3 = 1,159274$

Câu 68: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(4,001)^4$. Tìm số đó?

A. $256,2560963$. **B.** $256,25$. **C.** $256,256$. **D.** $256,256096$.

Lời giải

$(4,001)^4 = (4+0.001)^4 = C_4^0.4^4 + C_4^1.4^3.0,001 + C_4^2.4^2.0,001^2 + C_4^3.4^3.0,001^3 + C_4^4.4^4.0,001^4$.

Khi đó: $(4,001)^4 \approx C_4^0.4^4 + C_4^1.4^3.0,001 + C_4^2.4^2.0,001^2 + C_4^3.4^3.0.001^3 = 256,2560963$.

Câu 69: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $32,02$. **B.** $32,024$. **C.** $32,0240072$. **D.** $32,024007$.

Lời giải

$(2,0003)^5 = (2+0.0003)^5 = 2^5.C_5^0 + 2^4.C_5^1.0,0003 + 2^3.C_5^2.0,0003^2 + 2^2C_5^3.0,0003^3$

$+2C_5^4.0,0003^4 + C_5^5.0,0003^5$.

Khi đó: $(2,0003)^5 \approx C_5^0.2^5 + C_5^1.2^4.0,0003 + C_5^2.2^3.0,0003^2 + C_5^3.2^2.0,0003^3 = 32,0240072$.

Câu 70: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $1024,25$. **B.** $1024,256026$. **C.** $1024,25602$. **D.** $1024,256$.

Lời giải

$(4,0002)^5 = (4+0.0002)^5 = 4^5.C_5^0 + 4^4.C_5^1.0,0002 + 4^3.C_5^2.0,0002^2 + 4^2C_5^3.0,0002^3$

$+4C_5^4.0,0002^4 + C_5^5.0,0002^5$.

Khi đó: $(4,0002)^5 \approx C_5^0.4^5 + C_5^1.4^4.0,0002 + C_5^2.4^3.0,0002^2 + C_5^3.4^2.0,0002^3 = 1024,256026$.

Câu 71: Tính giá trị của $H = C_{15}^0 - 2C_{15}^1 + 2^2C_{15}^2 - ... + 2^{14}C_{15}^{14} - 2^{15}C_{15}^{15}$

A. -3^{15}. **B.** 3^{15}. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

$(1+x)^{15} = C_{15}^0 + C_{15}^1x + C_{15}^2x^2 + ... + C_{15}^{14}x^{14} + C_{15}^{15}x^{15}$.

Chọn $x = -2$, ta được $C_{15}^0 - 2C_{15}^1 + 2^2C_{15}^2 - ... + 2^{14}C_{15}^{14} - 2^{15}C_{15}^{15} = (1-2)^{15} = -1$

Câu 72: Tính giá trị của $K = 3^{20}C_{20}^0 - 3^{19}.4.C_{20}^1 + 3^{18}.4^2.C_{20}^2 - ... - 3.4^{19}.C_{20}^{19} + 4^{20}.C_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. **B.** -7^{20}. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

$(3+x)^{20} = 3^{20}C_{20}^0 + 3^{19}C_{20}^1x + 3^{18}C_{20}^2x^2 + ... + 3C_{20}^{19}x^{19} + C_{20}^{20}x^{20}$.

Chọn $x = -4$,ta được $3^{20}C_{20}^0 - 3^{19}.4.C_{20}^1 + 3^{18}.4^2.C_{20}^2 - ... - 3.4^{19}.C_{20}^{19} + 4^{20}.C_{20}^{20} = (3-4)^{20} = 1$

Câu 73: Trong khai triển biểu thức $F = \left(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}\right)^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8. **B.** 60. **C.** 58. **D.** 20.

Lời giải

Ta có số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_5^k\left(\sqrt{3}\right)^{5-k}\left(\sqrt[3]{2}\right)^k$

Ta thấy bậc hai của căn thức là 2 và 3 là hai số nguyên tố, do đó để T_{k+1} là một số nguyên thì

$$\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \le k \le 5 \\ (5-k) \vdots 2 \\ k \vdots 3 \end{cases} \Leftrightarrow k = 3 \Rightarrow T_4 = C_5^3\left(\sqrt{3}\right)^2\left(\sqrt[3]{2}\right)^3$$

Vậy trong khai triển có giá trị lớn nhất là số hạng nguyên là $T_4 = 60$.

Câu 74: Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là C = A(1 + r)^N (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?

A. 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.

C. 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.

Lời giải

Áp dụng công thức $C = A(1+r)^5$ với $A = 20$ triệu $r = 8,65\%$, $n = 5$ *quí*.

$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1x + C_5^2x^2 + C_5^3x^3 + C_5^4x^4 + C_5^5x^5$

$(1+0,0865)^5 \approx C_5^0 + C_5^1.0,0865 + C_5^2(0,0865)^2 = 1 + 5.0,0865 + 10.(0,0865)^2 = 1,5073225 =$

Vậy số tiền thu được sau 5 quý là: $C = 20.1,5073225 = 30.14645$ triệu đồng.

Câu 75: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm

2015 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

A. 229391769 nghìn người. **B.** 329391769 nghìn người.
C. 229391759 nghìn người. **D.** 228391769 nghìn người.

Lời giải

Lấy năm 2015 làm mốc và tính dân số năm 2015 thì $n=2020-2015=5$

Áp dụng công thức $S=A(1+r)^n$ với $A=212.942.000$, $r=1,5\%$.

$(1+x)^5=C_5^0+C_5^1x+C_5^2x^2+C_5^3x^3+C_5^4x^4+C_5^5x^5$

$(1+0,015)^5\approx C_5^0+C_5^1.0,015+C_5^2(0,015)^2=1+5.0,015+10.(0,015)^2=1,07725$

Ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2020 là: $212.942.000\times 1,07725=229391769,5$

Vậy dân số quốc gia đó là 229391769 nghìn người.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$ (với n là số nguyên dương) thỏa mãn $a_0+8a_1=2a_2+1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $a_0=1$.

b) $n=5$.

c) Hệ số của x^5 trong khai triển là 32.

d) Hệ số lớn nhất trong khai triển là 40.

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $(1+2x)^n=\sum_{k=0}^{n}2^kC_n^kx^k;(k\in\mathbb{N})$ suy ra $a_k=2^kC_n^k$ nên: $a_0=2^0C_n^0=1$.

b) Đúng: Thay $a_0=1$, $a_1=2C_n^1$, $a_2=4C_n^2$ vào giả thiết ta có: $1+16C_n^1=8C_n^2+1\Leftrightarrow 2C_n^1=C_n^2$

$$\Leftrightarrow 2\frac{n!}{(n-1)!}=\frac{n!}{(n-2)!2!}\Leftrightarrow 2n=\frac{n(n-1)}{2}\Leftrightarrow n^2-5n=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=0\\n=5\end{array}\right..$$

Do n là số nguyên dương nên $n=5$.

c) Đúng: $(1+2x)^5=C_5^0+C_5^1 2x+C_5^2(2x)^2+C_5^3(2x)^3+C_5^4(2x)^4+C_5^5(2x)^5$

$=1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

d) Sai: Hệ số lớn nhất trong khai triển là 80.

Câu 2: Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(xy+2)^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Biểu thức triển khai có 5 số hạng.

b) Số hạng thứ 3 là $40x^3y^3$

c) Số hạng chứa x^2y^2 trong khai triển là 80.

d) Tổng hệ số của các số hạng trong khai triển là 243.

Lời giải

a) Sai: Do $n=5$ nên khai triển có 6 số hạng.

b) Đúng: $(xy+2)^5 = x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

c) Sai: Số hạng chứa x^2y^2 là $80x^2y^2$

d) Đúng: Áp dụng công thức ta có: $1+10+40+80+80+32=243$.

Câu 3: Khai triển $(x+2y)^3+(2x-y)^3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của của x^3 là 9.

b) Hệ số của của y^3 là 7.

c) Hệ số của x^2y là 6.

d) Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3.

Lời giải

Ta có: $(x+2y)^3+(2x-y)^3 = C_3^0x^3+C_3^1x^2(2y)+C_3^2x(2y)^2+C_3^3(2y)^3$

$+C_3^0(2x)^3+C_3^1(2x)^2(-y)+C_3^2(2x)(-y)^2+C_3^3(-y)^3$

$=x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3+8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3=9x^3-6x^2y+18xy^2+7y^3$.

a) Đúng: Hệ số của của x^3 là 9.

b) Đúng: Hệ số của của y^3 là 7.

c) Sai: Hệ số của x^2y là -6.

d) Sai: Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng 3.

Câu 4: Khai triển $\left(x+\sqrt{2}\right)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^2 là 12

b) Hệ số của x^3 là $6\sqrt{2}$

c) Hệ số của x là $8\sqrt{2}$

d) Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4

Lời giải

Ta có: $\left(x+\sqrt{2}\right)^4 = C_4^0x^4+C_4^1x^3\left(\sqrt{2}\right)+C_4^2x^2\left(\sqrt{2}\right)^2+C_4^3x\left(\sqrt{2}\right)^3+C_4^4\left(\sqrt{2}\right)^4$

$=x^4+4\sqrt{2}x^3+12x^2+8\sqrt{2}x+4$.

a) Đúng: Hệ số của x^2 trong khai triển là 12.

b) Sai: Hệ số của x^3 trong khai triển là $4\sqrt{2}$.

c) Đúng: Hệ số của x trong khai triển là $8\sqrt{2}$.

d) Đúng: Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4.

Câu 5: Khai triển $(x+2y)^3+(2x-y)^3$. $\left(x+\sqrt{2}\right)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của của x^3 là 9

b) Hệ số của của y^3 là 7

c) Hệ số của x^2y là 6

d) Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3

Lời giải

Ta có: $(x+2y)^3+(2x-y)^3=C_3^0x^3+C_3^1x^2(2y)+C_3^2x(2y)^2+C_3^3(2y)^3$

$+C_3^0(2x)^3+C_3^1(2x)^2(-y)+C_3^2(2x)(-y)^2+C_3^3(-y)^3$

$=x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3+8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$

$=9x^3-6x^2y+18xy^2+7y^3$.

a) Đúng: Hệ số của x^3 trong khai triển là 9.

b) Đúng: Hệ số của y^3 trong khai triển là 7.

c) Sai: Hệ số của x^2y trong khai triển là 6.

d) Sai: Có hai số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y là $9x^3-6x^2y$.

Tổng hệ số của chúng: $9+(-6)=3$.

Câu 6: Khai triển $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^2 là $\dfrac{1}{4}$.

b) Số hạng không chứa x là 6.

c) Hệ số của x^4 là 1.

d) Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.

Lời giải

Ta có: $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^4=C_4^0x^4+C_4^1x^3\left(\dfrac{1}{x}\right)+C_4^2x^2\left(\dfrac{1}{x}\right)^2+C_4^3x\left(\dfrac{1}{x}\right)^3+C_4^4\left(\dfrac{1}{x}\right)^4=x^4+4x^2+6+\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}$.

a) Sai: Hệ số của x^2 trong khai triển là 4.

b) Đúng: Số hạng không chứa x là 6.

c) Đúng: Hệ số của x^4 trong khai triển là 1.

d) Sai: Sau khi khai triển, biểu thức có 6 số hạng.

Câu 7: Khai triển $(x+1)^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^4 là 5

b) Số hạng không chứa x là 1

c) $C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=3^5$

d) $32C_5^0+16C_5^1+8C_5^2+4C_5^3+2C_5^4+C_5^5=3^5$

Lời giải

Ta có: $(x+1)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4+C_5^2x^3+C_5^3x^2+C_5^4x+C_5^5\,(*)$

$=1+5x+10x^2+10x^3+5x^4+x^5$.

a) Đúng:

b) Đúng:

c) Sai: Từ khai triển (*), thay $x=1$, ta được:

$(1+1)^5=C_5^0.1^5+C_5^1.1^4+C_5^2.1^3+C_5^3.1^2+C_5^4.1+C_5^5\ =C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5$.

Vậy $C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=2^5$.

d) Đúng: Từ khai triển (*), thay $x=2$, ta được:

$(2+1)^5=C_5^0.2^5+C_5^1.2^4+C_5^2.2^3+C_5^3.2^2+C_5^4.2+C_5^5$

$=32C_5^0+16C_5^1+8C_5^2+4C_5^3+2C_5^4+C_5^5=S$

Vậy $S=3^5$.

Câu 8: Khai triển $P=\left(x-\sqrt{3}\right)^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^4 trong khai triển là $5\sqrt{3}$.

b) Hệ số của x^2 trong khai triển là $-30\sqrt{3}$.

c) Hệ số của x^3 trong khai triển là 30.

d) Hệ số của x trong khai triển là 45.

Lời giải

Ta có: $P=\left(x-\sqrt{3}\right)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4\left(-\sqrt{3}\right)+C_5^2x^3\left(-\sqrt{3}\right)^2+C_5^3x^2\left(-\sqrt{3}\right)^3$

$+C_5^4x\left(-\sqrt{3}\right)^4+C_5^5\left(-\sqrt{3}\right)^5=x^5-5\sqrt{3}x^4+30x^3-30\sqrt{3}x^2+45x-9\sqrt{3}.$

a) Sai: Hệ số của x^4 trong khai triển là .

b) Đúng: Hệ số của x^2 trong khai triển là $-30\sqrt{3}$.

c) Đúng: Hệ số của x^3 trong khai triển là 30.

d) Đúng: Hệ số của x trong khai triển là 45.

Câu 9: Khai triển $Q=(xy-1)^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng có chứa x^2y^2 là $-10x^2y^2$

b) Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5.

c) Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.

d) Hệ số của xy trong khai tri$-5\sqrt{3}$ển là -10.

Lời giải

Ta có: $Q=(xy-1)^5=C_5^0(xy)^5+C_5^1(xy)^4(-1)+C_5^2(xy)^3(-1)^2$

$+C_5^3(xy)^2(-1)^3+C_5^4(xy)(-1)^4+C_5^5(-1)^5=x^5y^5-5x^4y^4+10x^3y^3-10x^2y^2+5xy-1.$

a) Đúng: Số hạng có chứa x^2y^2 trong khai triển là $-10x^2y^2$.

b) Đúng: Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5.

c) Đúng: Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.

d) Sai: Hệ số của xy trong khai triển là 5.

Câu 10: Khai triển $(1-x)^6$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^2 trong khai triển là C_6^2

b) Hệ số của x^3 trong khai triển là C_6^3

c) Hệ số của x^5 trong khai triển là $-C_6^5$

d) $C_6^0-C_6^1+C_6^2-C_6^3+C_6^4-C_6^5+C_6^6=1$

Lời giải

Ta có: $(1-x)^6=C_6^0-C_6^1x+C_6^2x^2-C_6^3x^3+C_6^4x^4-C_6^5x^5+C_6^6x^6$

$=1-6x+15x^2-20x^3+15x^4-6x^5+x^6$

$=x^6-6x^5+15x^4-20x^3+15x^2-6x+1\,(*)$.

a) Đúng:

b) Sai:

c) Đúng:

d) Sai: Thay $x=1$ vào $(*)$, ta được: $(1-1)^6=C_6^0-C_6^1+C_6^2-C_6^3+C_6^4-C_6^5+C_6^6=S$.

Vậy $S=0$.

Câu 11: Cho $\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $a_3=\frac{5}{2}$

b) $a_5=-\frac{1}{32}$

c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$

d) Tổng $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{1}{16}$

Lời giải

$\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5=C_5^0+C_5^1\left(-\frac{1}{2}x\right)+C_5^2\left(-\frac{1}{2}x\right)^2+C_5^3\left(-\frac{1}{2}x\right)^3+C_5^4\left(-\frac{1}{2}x\right)^4+C_5^5\left(-\frac{1}{2}x\right)^5$

$=1-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}x^2-\frac{5}{4}x^3+\frac{5}{16}x^4-\frac{1}{32}x^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5 \quad (*)$.

Suy ra: $a_0=1, a_1=-\frac{5}{2}, a_2=\frac{5}{2}, a_3=-\frac{5}{4}, a_4=\frac{5}{16}, a_5=-\frac{1}{32}$.

a) Sai:

b) Đúng:

c) Đúng: Ta thấy hệ số lớn nhất tìm được là $a_2 = \frac{5}{2}$.

d) Sai: Thay $x = 1$ vào $(*)$, ta được: $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$.

Vậy $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{1}{32}$.

Câu 12: Khai triển $(x-3)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hệ số của x^4 trong khai triển là 1

b) Hệ số của x^3 trong khai triển là -12

c) Hệ số của x^2 trong khai triển là 54

d) Tổng các hệ số của các hạng tử có bậc chẵn trong khai triển bằng 134.

Lời giải

Ta có: $(x-3)^4 = x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81$.

a) Đúng: Từ khai triển trên ta thấy: hệ số của x^4 là 1

b) Đúng: Hệ số của x^3 là -12

c) Đúng: Hệ số của x^2 là 54

d) Sai: Tổng các hệ số đó $1 + 54 + 81 = 136$.

Câu 13: Xét khai triển biểu thức $P(x) = (x+1)^4 - (x-1)^4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng tự do trong khai triển bằng 0.

b) Hệ số của x trong khai triển là -8.

c) Tổng các hệ số trong khai triển bằng 14.

d) $P(x) > 0$ khi $x \in (0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $P(x) = (x+1)^4 + (x-1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 - \left(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1\right) = 8x^3 + 8x.$

a) Đúng: Số hạng tự do trong khai triển bằng 0.

b) Sai: Hệ số của x trong khai triển là 8.

c) Sai: Tổng các hệ số trong khai triển là $8 + 8 = 16$.

d) Đúng: Ta có: $P(x) > 0 \Leftrightarrow 8x^3 + 8x > 0 \Leftrightarrow 8x\left(x^2 + 1\right) > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy $P(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; +\infty)$.

Câu 14: Xét khai triển biểu thức $\left(1 + x + x^2\right)^4$ (sắp xếp theo thứ tự mũ giảm dần). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng tự do trong khai triển bằng 1.

b) Trong khai triển có 9 hạng tử.

c) Số hạng chính giữa trong khai triển bằng $18x^4$.

d) Tổng các hệ số trong khai triển bằng 81.

Lời giải

Ta có:

$$\left(1 + x + x^2\right)^4 = \left[(1+x) + x^2\right]^4 = (1+x)^4 + 4.(1+x)^3.x^2 + 6.(1+x)^2.\left(x^2\right)^2 + 4.(1+x).\left(x^2\right)^3 + \left(x^2\right)^4$$

$=\left(1+4x+6x^2+4x^3+x^4\right)+4x^2\left(1+3x+3x^2+x^3\right)+6x^4\left(1+2x+x^2\right)+4x^6\left(1+x\right)+x^8$

$=x^8+4x^7+10x^6+16x^5+19x^4+16x^3+10x^2+4x+1$.

a) Đúng: Số hạng tự do trong khai triển bằng 1.

b) Đúng: Trong khai triển có 9 hạng tử.

c) Sai: Số hạng chính giữa trong khai triển bằng $19x^4$.

d) Đúng: Tổng các hệ số trong khai triển là: $1+4+10+16+19+16+10+4+1=81$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong khai triển $\left(3x+2\right)^5$ thì hệ số của x^3 bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $\left(3x+2\right)^5=243x^5+810x^4+1080x^3+720x^2+240x+32$

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển là: $1080x^3$.

Câu 2: Trong khai triển $\left(1-2x\right)^5$ có tổng các hệ số là bao nhiêu?

Lời giải

Đặt $\left(1-2x\right)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_5x^5$.

Cho $x=1$ ta có tổng các hệ số $a_0+a_1+a_2+...+a_5=\left(1-2\right)^5=-1$.

Câu 3: Trên quầy có 5 tờ vé số khác nhau. Một khách hàng có bao nhiêu lựa chọn mua một số vé trong các vé xổ số đó (tính cả không mua vé nào).

Lời giải

Số cách mua vé số là số tập con của tập chứa 5 phần tử: $C_5^0+C_5^1+...+C_5^5=\left(1+1\right)^5=2^5=32$.

Câu 4: Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $\left(1+2x\right)^n$ bằng 180. Vậy số tự nhiên n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $T_{k+1}=C_n^k.2^kx^k$. Khi đó hệ số của x^2 trong khai triển bằng 180.

Suy ra $C_n^2.2^2=180\Leftrightarrow\dfrac{n!}{(n-2)!.2!}.2^2=180\Leftrightarrow n\left(n-1\right)=90\Leftrightarrow n^2-n-90=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=10\\n=-9(l)\end{array}\right.$

Vậy $n=10$.

Câu 5: Tính tổng $S=C_4^0-3C_4^1+9C_4^2-27C_4^3+81C_4^4$.

Lời giải

Ta có $S=C_4^0-3C_4^1+3^2C_4^2-3^3C_4^3+3^4C_4^4$

Khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(1-x\right)^4$, ta có: $\left(1-x\right)^4=C_4^0-C_4^1x+C_4^2x^2-C_4^3x^3+C_4^4x^4$.

Cho $x=3$ thì ta được $VT=\left(1-3\right)^4=16$ và $VP=C_4^0-3C_4^1+3^2C_4^2-3^3C_4^3+3^4C_4^4$

Suy ra $C_4^0-3C_4^1+3^2C_4^2-3^3C_4^3+3^4C_4^4=16$.

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+\dfrac{A_n^3}{n}=12$.

Lời giải

Xét $C_n^2+\dfrac{A_n^3}{n}=12$ (1) (Điều kiện: $n\in N, n\ge 3$).

$(1)\Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!}+\dfrac{n!}{n.(n-3)!}=12\Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2}+(n-1)(n-2)=12$

$\Leftrightarrow 3n^2-7n-20=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=4 \\ n=\dfrac{-5}{3}\end{array}\right.$. Do $n\in\mathbb{N}$ nên $n=4$.

Với $n=4$ thì $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^4=\sum\limits_{k=0}^{4}C_4^k3^{4-k}\left[x(1-x)\right]^k=\sum\limits_{k=0}^{4}C_4^k3^{4-k}x^k\left(\sum\limits_{i=0}^{k}C_k^i(-1)^ix^i\right)$

$\Rightarrow P(x)=\sum\limits_{k=0}^{4}\sum\limits_{i=0}^{k}C_4^kC_k^i3^{4-k}(-1)^ix^{i+k}$

Theo đề bài số hạng chứa x^2 thỏa mãn với $i+k=2(i,k\in N, 0\le i\le k\le 4)\Rightarrow \left[\begin{array}{l} i=0, \\ k=2 \\ i=1, \\ k=1\end{array}\right.$,

Vậy số hạng chứa x^2 là $\left[C_4^2C_2^03^2(-1)^0+C_4^1C_1^13^3(-1)^1\right]x^2=-54x^2$.

Câu 7: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(2xy+\dfrac{3}{y}\right)^5$.

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$C_5^k.(2xy)^{5-k}.\left(\dfrac{3}{y}\right)^k=C_5^k.2^{5-k}.x^{5-k}.y^{5-k}.\dfrac{3^k}{y^k}=C_5^k.2^{5-k}.3^k.x^{5-k}.y^{5-2k}$

Số hạng chứa x^3y tương ứng với: $\begin{cases}5-k=3\\5-2k=1\end{cases}\Leftrightarrow k=2$

Vậy số hạng chứa x^3y là: $C_5^2\cdot 2^{5-2}\cdot 3^2\cdot x^3y=720x^3y$.

Câu 8: Lớp $10A$ đề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ I có bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

Lời giải

Vì tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch nên số cách chọn thành viên của tổ I là: $C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=(1+1)^5-C_5^0=2^5-1=31$.

Câu 9: Biết rằng $S=C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+\ldots+C_{20}^{20}=2^m$ $(m\in\mathbb{N})$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum\limits_{k=0}^{20}C_{20}^ka^{20-k}b^k$.

Chọn $a=b=1$, ta thu được $(1+1)^{20}=C_{20}^{0}+C_{20}^{1}+C_{20}^{2}+C_{20}^{3}\ldots+C_{20}^{20}$.

Chọn $a=1;b=-1$, ta thu được $(1-1)^{20}=C_{20}^{0}-C_{20}^{1}+C_{20}^{2}-C_{20}^{3}+\ldots+C_{20}^{20}$.

Cộng theo vế hai phương trình ta được $2^{20}=2.\left(C_{20}^{0}+C_{20}^{2}+C_{20}^{4}+\ldots+C_{20}^{20}\right)$

$\Leftrightarrow 2S=2^{20}\Leftrightarrow S=2^{19}$.

Câu 10: Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0+2\cdot C_n^1+2^2\cdot C_n^2+\ldots+2^n\cdot C_n^n=59049$. Biết số hạng thứ 3 trong khai triển Newton của $\left(x^2-\dfrac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\dfrac{81}{2}n$. Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn?

Lời giải

$C_n^0+2\cdot C_n^1+2^2\cdot C_n^2+\ldots+2^n\cdot C_n^n=59049\Rightarrow(1+2)^n=59049\Leftrightarrow 3^n=3^{10}\Leftrightarrow n=10$.

Ta được nhị thức $\left(x^2-\dfrac{3}{x}\right)^{10}$.

Số hạng thứ ba của khai triển là $T_3=C_{10}^2.\left(x^2\right)^8.\left(-\dfrac{3}{x}\right)^2=405x^{14}$.

Theo giả thiết ta có: $405x^{14}=\dfrac{81}{2}n\Leftrightarrow 405x^{14}=405\Leftrightarrow x^{14}=1\Leftrightarrow x=\pm1$.

Câu 11: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\dfrac{n}{2x}+\dfrac{x}{2}\right)^{2n},(x\neq0)$, biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3+A_n^2=50$.

Lời giải

Điều kiện $n\in N,n\geq3$. Ta có: $A_n^2-C_n^3=10\Leftrightarrow\dfrac{n!}{(n-2)!}-\dfrac{n!}{3!(n-3)!}=10$

$$\Leftrightarrow n(n-1)-\frac{1}{6}n(n-1)(n-2)=10\Leftrightarrow-\frac{1}{6}n^3+\frac{3}{2}n^2-\frac{4}{3}n-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=-2\\n=6\\n=5\end{array}\right..$$

So điều kiện nhận $n=6$ hay $n=5$.

Khi $n=6$, ta có $\left(x^2-\dfrac{2}{x^3}\right)^6=\displaystyle\sum_{k=0}^{6}C_6^kx^{2(6-k)}\left(\dfrac{-2}{x^3}\right)^k=\sum_{k=0}^{6}C_6^k(-2)^kx^{12-5k}$,

Để có x^5 thì $12-5k=5\Leftrightarrow k=\dfrac{7}{5}$ (loại).

Khi $n=5$, ta có $\left(x^2-\dfrac{2}{x^3}\right)^5=\displaystyle\sum_{k=0}^{5}C_5^kx^{2(5-k)}\left(\dfrac{-2}{x^3}\right)^k=\sum_{k=0}^{5}C_5^k(-2)^kx^{10-5k}$,

Để có x^5 thì $10-5k=5\Leftrightarrow k=1$,

Vậy $a_5=C_5^1(-2)=-10$.

Câu 12: Ông A có 500 triệu đồng và ông B có 600 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 6% / năm và 4% / năm. Với giải thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vỗn lẫn lãi P_n sau n tháng được tính bởi công thức $P_n=P_0(1+r)^n$ trong đó P_0 là số tiền gửi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Newton, ước lượng đến năm bao nhiêu thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

Lời giải

Gọi P là số tiền ban đầu gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, P_n lần lượt là số tiền nhận được sau n năm. Khi đó: $P_n = P(1+r)^n$. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $P_n = P(1+r)^n$ để tính số tiền sau n năm của hai ông thì

Số tiền ông A thu được là: $500\left(1+\dfrac{6}{100}\right)^n \approx 500\left(C_n^0 + C_n^1.\dfrac{6}{100}\right)$

Số tiền ông B thu được là: $600\left(1+\dfrac{4}{100}\right)^n \approx 600\left(C_n^0 + C_n^1.\dfrac{4}{100}\right)$

Theo giả thiết: $500\left(C_n^0 + C_n^1.\dfrac{6}{100}\right) = 600\left(C_n^0 + C_n^1.\dfrac{4}{100}\right) \Leftrightarrow 6n = 100 \Leftrightarrow n \approx 16,7.$

$\Rightarrow$ Phải đến quá nửa năm thứ 17 thì mỗi người nhận được số tiền bằng nhau.

-----------------HẾT-----------------