TOÁN TỪ TÂM

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM

MỤC LỤC

B. Các dạng bài tập

C. Luyện tập

TOÁN TỪ TÂM

Chương 08

Bài 1. QUY TẮC ĐẾM

A. Lý thuyết

1. Quy tắc cộng

Định nghĩa

Một công việc X được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$, trong đó:

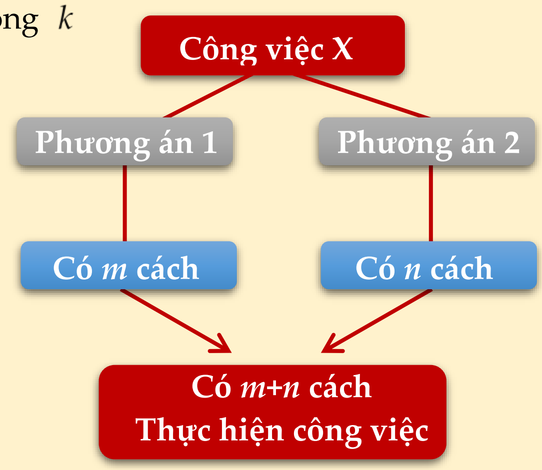
» Phương án A_1 có n_1 cách thực hiện.

» Phương án A_2 có n_2 cách thực hiện.

....

» Phương án A_k có n_k cách thực hiện.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n_1 + n_2 + ... + n_k$ cách.



Chú ý

» Số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.

» Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau:

Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

2. Quy tắc nhân

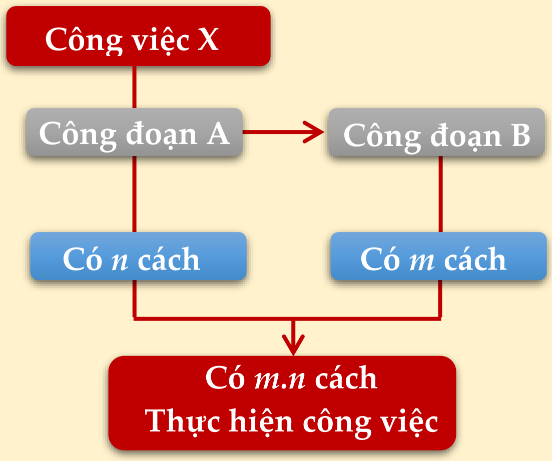
Định nghĩa

Một công việc X bao gồm hai công đoạn A và B .

» Công đoạn A có thể làm theo n cách.

» Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n.m$ cách.



3. Nhận xét chung:

⁂ *Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng:*

Quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

» **Bước 1:** Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$).

» **Bước 2:** Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$.

» **Bước 3:** Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$.

Quy tắc nhân, ta thực hiện các bước như sau:

» **Bước 1:** Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$ hoàn thành).

» **Bước 2:** Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$.

» **Bước 3:** Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1.x_2.\cdots.x_n$.

⁂ *Cách đếm gián tiếp (đếm phần bù)*

Trong trường hợp hành động H chia nhiều trường hợp thì ta đếm phần bù của bài toán như sau:

» **Trường hợp 1:** Đếm số phương án thực hiện hành động H (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất T hay không) ta được a phương án.

» **Trường hợp 2:** Đếm số phương án thực hiện hành động H không thỏa tính chất T ta được b phương án.

Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là: $a - b$.

TOÁN TỪ TÂM

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Quy tắc cộng

Phương pháp

✓ Một công việc X được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$, trong đó:

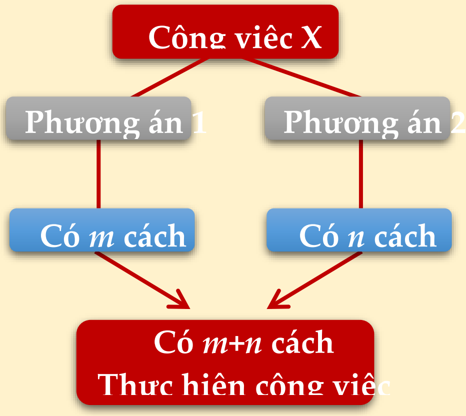
» Phương án A_1 có n_1 cách thực hiện.

» Phương án A_2 có n_2 cách thực hiện.

....

» Phương án A_k có n_k cách thực hiện.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n_1 + n_2 + ... + n_k$ cách.



Ví dụ 1.1.

Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

Lời giải

Ví dụ 1.2.

Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt?

Lời giải

Ví dụ 1.3.

Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau bằng bao nhiêu?

Lời giải

....

Ví dụ 1.4.

Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

....
....
....
....

Ví dụ 1.5.

Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn 1 bạn trong tổ để làm tổ trưởng?

Lời giải

....
....
....
....

Ví dụ 1.6.

Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ.
Hỏi có bao nhiêu cách lấy 1 viên bi trong hộp?

Lời giải

....
....
....
....

Ví dụ 1.7.

Trường THPT A có 4 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý và 4 học sinh giỏi Hóa. Trong lễ sơ kết học kì I, thầy hiệu trưởng muốn chọn 1 em trong số học sinh giỏi trên để đại diện nhận giấy khen. Nhưng vì số học sinh giỏi Hóa nằm trong đội văn nghệ nên không đại diện để nhận giáy khen được. Hỏi thầy hiệu trưởng có bao nhiêu cách chọn 1 em lên nhận thưởng?

Lời giải

....
....
....
....

Dạng 2. Quy tắc nhân

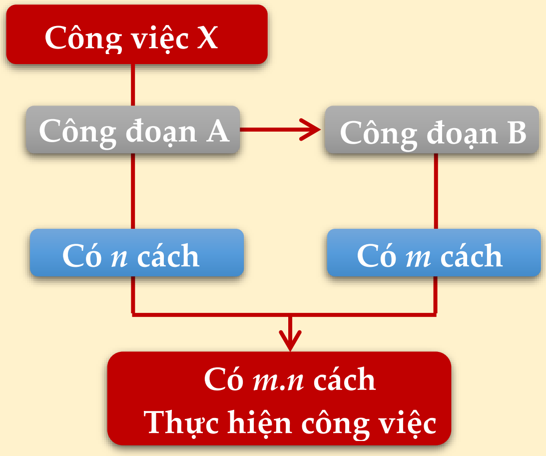
Phương pháp

✓ Một công việc X bao gồm hai công đoạn A và B.

» Công đoạn A có thể làm theo n cách.

» Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n.m$ cách.



Ví dụ 2.1.

Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 4 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố

Lời giải

Ví dụ 2.2.

Bạn An có 3 cái áo và 4 cái quần. Hỏi bạn An có mấy cách chọn

(1) Một cái quần hoặc một cái áo?

(2) Một bộ quần áo ?

Lời giải

Ví dụ 2.3.

Một người có 7 áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cà vạt trong đó có 2 cà vạt vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn bộ áo và cà vạt, nếu:

(1) Chọn áo nào cũng được, và cà vạt nào cũng được.

(2) Đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt vàng.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2.4.

Cho hai đường thẳng song song d, d'. Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d' lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh được chọn từ 25 đỉnh nói trên?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Dạng 3. Bài toán đếm số

Phương pháp

» **Bước 1.** Gọi số cần tìm là $n = \overline{a_1a_2\ldots a_k}$

» **Bước 2.** Liệt kê các tính chất của số n thỏa mãn yêu cầu

» **Bước 3.** Dựa vào tính chất xem bài toán có chia trường hợp không

» **Bước 4.** Thứ tự đếm (đếm ưu tiên)

Thứ 1. Đếm các chữ số có mặt trong tính chất.

Thứ 2. Đếm chữ số đầu tiên nếu nó chưa được đếm hoặc tập hợp ban đầu có chứa số 0.

Thứ 3. Đếm các chữ số còn lại.

» **Bước 5.** Sử dụng quy tắc cộng hoặc quy tắc nhân.

⁂ Các bài toán thường gặp:

Bài toán 1: Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên $x = \overline{a_1 \ldots a_n}$ ta cần lưu ý:

» $a_i \in \{0,1,2,\ldots,9\}$ và $a_1 \neq 0$.

» x là số chẵn $\Leftrightarrow a_n$ là số chẵn

» x là số lẻ $\Leftrightarrow a_n$ là số lẻ

» x chia hết cho $3 \Leftrightarrow a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ chia hết cho 3

» x chia hết cho $4 \Leftrightarrow \overline{a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 4

» x chia hết cho $5 \Leftrightarrow a_n \in \{0,5\}$

» x chia hết cho $6 \Leftrightarrow x$ là số chẵn và chia hết cho 3

» x chia hết cho $8 \Leftrightarrow \overline{a_{n-2}a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 8

» x chia hết cho $9 \Leftrightarrow a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ chia hết cho 9.

» x chia hết cho $11 \Leftrightarrow$ tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số nguyên chia hết cho 11.

» x chia hết cho $25 \Leftrightarrow$ hai chữ số tận cùng là $00, 25, 50, 75$.

Bài toán 2: Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế

Bài toán 3: Đếm số phương án liên quan đến hình học

Ví dụ 3.1.

Cho tập hợp $A = \{1,2,3,4,5\}$. Từ các phần tử của tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

....

....

....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3.2.

Cho tập hợp $B=\{0,1,2,3,4\}$ Tìm các phần tử thuộc tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3.3.

Cho tập hợp $C=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Tìm các phần tử của tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Dạng 4. Bài toán chọn đồ vật

Phương pháp

Để làm được bài toán này ta cần chú ý đến:

» Có bao nhiêu đồ vật để chọn?

» Chọn bao nhiêu đồ vật và có chia trường hợp hay không?

Ví dụ 4.1.

Một hộp chứa 3 quả cầu đỏ và 5 quả cầu xanh.
Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra hai quả cầu trong đó có duy nhất một quả xanh?

Lời giải

....
....
....
....

Ví dụ 4.2.

Một người có 5 cái quần và 7 cái áo. Người đó cần một bộ đồ đi dự tiệc gồm một quần và một áo. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 4.3.

Một giá sách có 3 quyển sách tham khảo Toán khác nhau, 2 quyển sách tham khảo Lý khác nhau và 4 quyển sách tham khảo Hóa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 quyển sách thảm khảo trong đó có đầu đủ ba môn?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 4.4.

Một hộp có chứa 5 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và 10 quả cầu trắng được đánh từ 1 đến 10. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn ra hai quả cầu sao cho tổng các số trên hai quả cầu là số lẻ?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

TOÁN TỪ TÂM

Dạng 5. Bài toán sắp xếp vị trí

Phương pháp

Ta quan tâm đến việc sắp xếp vị trí theo hàng ngang (kết quả tương tự như hàng dọc). Tùy theo trường hợp ta thường xếp lần lượt như sau:

» Xếp thỏa mãn điều kiện trước

» Xếp thỏa các người còn lại

Ví dụ 5.1.

Có 5 học sinh được xếp vào một ghế theo hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách xếp ?

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 5.2.

Một bàn dài gồm 8 ghế, có bao nhiêu cách xếp 8 người vào 8 ghế này sao cho Nam và Toàn luôn ngồi kề nhau.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 5.3.

Một bàn dài gồm 6 ghế, có bao nhiêu cách xếp 3 người Nam và 3 người nữ vào 6 ghế này sao cho Nam và Nữ ngồi xen kẽ nhau.

Lời giải

....

....

....

....

....

TOÁN TỪ TÂM

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

» Câu 2. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

» Câu 3. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

A. 31. **B.** 9. **C.** 53. **D.** 682.

» Câu 4. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 27. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

» Câu 5. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

A. 20. **B.** 3360. **C.** 31. **D.** 30.

» Câu 6. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

A. 20. **B.** 11. **C.** 30. **D.** 10.

» Câu 7. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiều cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

» Câu 8. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

» Câu 9. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

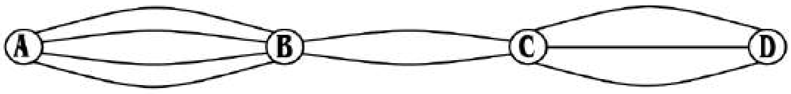
» Câu 10. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

» Câu 11. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

» **Câu 12.** Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

» **Câu 13.** Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

A. 392 **B.** 1023 **C.** 3014 **D.** 391

» **Câu 14.** Cho các số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

A. 12. **B.** 24. **C.** 64. **D.** 256.

» **Câu 15.** Từ các chữ số $1,\ 5,\ 6,\ 7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.

» **Câu 16.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.

» **Câu 17.** Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

» **Câu 18.** Cho các chữ số 1, 2, 3,., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172

» **Câu 19.** Từ các số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ

A. 360 **B.** 343 **C.** 480 **D.** 347

» **Câu 20.** Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

A. 81 **B.** 68 **C.** 42 **D.** 98

» **Câu 21.** Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

A. 190 **B.** 182 **C.** 280 **D.** 194

» **Câu 22.** Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

» **Câu 23.** Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

A. 180 **B.** 160. **C.** 90. **D.** 45.

» **Câu 24.** Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

A. 11523 **B.** 11520 **C.** 11346 **D.** 22311

» **Câu 25.** Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

A. 15120 **B.** 23523 **C.** 16862 **D.** 23145

» **Câu 26.** Cho tập $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

A. 660 **B.** 432 **C.** 679 **D.** 523

» **Câu 27.** Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32 **B.** 16 **C.** 80 **D.** 64

» **Câu 28.** Cho tập hợp số: $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$.Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A. 114 **B.** 144 **C.** 146 **D.** 148

» **Câu 29.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẻ:

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

» **Câu 30.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

» **Câu 31.** Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384 **B.** 120 **C.** 216 **D.** 600

» **Câu 32.** Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152. **B.** 10001. **C.** 1048577. **D.** 1048576.

» **Câu 33.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

» **Câu 34.** Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

» **Câu 35.** Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

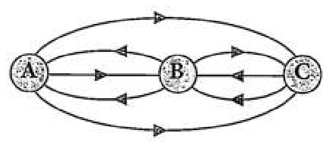
A. 12321 **B.** 21312 **C.** 12312 **D.** 21321

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 36.** Trong hộp bút của Lan có 4 chiếc bút chì, 5 chiếc bút bi và 2 chiếc bút máy (tất cả đều khác nhau), khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi là 20 (cách).		
(b)	Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút máy là 4 (cách).		
(c)	Số cách chọn 1 chiếc bút bi và 1 chiếc bút máy là 7 (cách).		
(d)	Số cách chọn 2 chiếc bút khác loại với nhau từ hộp bút của Lan là 38 (cách).		

» **Câu 37.** Hình sau đây biểu diễn các con đường một chiều nối các thành phố A, B và C, khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 2 cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà không đi qua thành phố B		
(b)	Có 1 cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà đi qua thành phố B		
(c)	Có 3 cách đi từ thành phố A đến thành phố B mà không đi qua thành phố C		
(d)	Có 3 cách đi từ thành phố A đến thành phố C rồi quay trở lại thành phố A		

» **Câu 38.** Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn đề tài về lịch sử: có 8 cách.		
(b)	Chọn đề tài về thiên nhiên: có 10 cách.		
(c)	Chọn đề tài về con người: có 7 cách.		
(d)	Mỗi thí sinh có 31 cách chọn		

» **Câu 39.** Cho các chữ số $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 387420489 số tự nhiên gồm 9 chữ số, được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$		
(b)	Có 40320 số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$		
(c)	Có 600 số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$		
(d)	Có 300 số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$		

» **Câu 40.** Một lớp học có 8 em học sinh ra ứng cử vào một trong các vị trí gồm lớp trưởng, lớp phó học tập và thủ quỹ, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn một học sinh vào vị trí lớp trưởng: có 8 cách		
(b)	Sau khi chọn lớp trưởng, thì chọn một học sinh vào vị trí lớp phó học tập: có 7 cách		
(c)	Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó, thì chọn một học sinh vào vị trí thủ quỹ: có 6 cách		
(d)	Có 21 cách chọn ra ba người vào ba vị trí lớp trưởng, lớp phó học tập và thủ quỹ		

» **Câu 41.** Lớp 10 A có 36 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra một ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn-thể và 1 lớp phó kỉ luật, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 36 cách chọn lớp trưởng		
(b)	Sau khi chọn lớp trưởng, có 36 cách chọn lớp phó học tập		
(c)	Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn - thể		

(d)	Số cách chọn một ban cán sự lớp là: 138		

» Câu 42. Có 3 học sinh nữ và 4 học sinh nam cùng xếp theo một hàng ngang, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 5040 cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh		
(b)	Có 208 cách xếp hàng để học sinh cùng giới đứng cạnh nhau		
(c)	Có 144 cách xếp hàng để học sinh nam và nữ xếp xen kẽ		
(d)	Có 700 cách xếp hàng để học sinh nữ đứng cạnh nhau		

» Câu 43. Cho số tự nhiên $\overline{abcde}$ với a,b,c,d,e là các số lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 100000 số		
(b)	Có 27216 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau		
(c)	Có 13440 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó là số lẻ		
(d)	Có 13776 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó chẵn		

» Câu 44. Một túi có 20 viên bi khác nhau trong đó có 7 bi đỏ, 8 bi xanh và 5 bi vàng, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn ba bi khác màu là 280 (cách).		
(b)	Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi xanh là 56 (cách).		
(c)	Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi vàng 40 (cách).		
(d)	Số cách chọn hai bi khác màu là: 96 (cách).		

» Câu 45. Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn ra một quyển sách từ số sách đã cho: 19 (cách).		
(b)	Số cách chọn ba quyển sách khác môn là: 240 (cách).		
(c)	Số cách chọn hai quyển gồm Tiếng Anh và Toán là: 11 (cách).		
(d)	Số cách chọn hai quyển sách khác môn là: 118 (cách).		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 46. Để đi từ thành phố A đến thành phố C, bắt buộc phải đi qua thành phố B. Biết rằng có 5 cách để đi từ thành phố A đến thành phố B, đồng thời có 3 cách để đi từ thành phố B đến thành phố C. Hỏi có bao nhiêu cách để đi từ thành phố A đến thành phố C?

✍ **Điền đáp số:** $\boxed{}$

» Câu 47. Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì kết quả nhận được luôn là sấp hoặc ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 10 lần thì có bao nhiêu khả năng xảy ra?

✍ **Điền đáp số:** $\boxed{}$

» Câu 48. Trong một cuộc thi thuyết trình, mỗi thí sinh phải lựa chọn một đề tài trong các chủ đề được đưa ra. Trong đó: chủ đề Kinh tế có 5 đề tài, chủ đề Văn hoá có 8 đề tài và chủ đề Xã hội có 10 đề tài. Hỏi mỗi thí sinh dự thi có bao nhiêu cách để lựa chọn đề tài thuyết trình?

✍ **Điền đáp số:** $\boxed{}$

» **Câu 49.** Nhãn của mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần thứ nhất là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái Tiếng Anh), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

Điền đáp số:

» **Câu 50.** Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau và không vượt quá 2022?

Điền đáp số:

» **Câu 51.** Một nhóm gồm 5 em học sinh (trong đó có một bạn tên Tùng) đang đứng xếp thành một hàng dọc, hỏi có bao nhiêu cách xếp: Bạn Tùng đứng đầu hàng?

Điền đáp số:

» **Câu 52.** Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 4?

Điền đáp số:

» **Câu 53.** Một lớp học có 18 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ đi tham dự một khóa học về an toàn giao thông do nhà trường tổ chức?

Điền đáp số:

» **Câu 54.** An muốn mua một cây bút chì và một cây bút mực. Bút mực có 8 màu, bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy An có bao nhiêu cách chọn?

Điền đáp số:

» **Câu 55.** Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau?

Điền đáp số:

» **Câu 56.** Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa tối đa 4 người?

Điền đáp số:

» **Câu 57.** Từ các chữ số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

Điền đáp số:

» **Câu 58.** Từ các chữ số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

Điền đáp số:

» **Câu 59.** Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người phụ nữ trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng.

Điền đáp số:

» **Câu 60.** Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0,1,2,4,5,6,8$

Điền đáp số:

---------------------------------- Hết ----------------------------------

Chương 08

Bài 2. HOÁN VỊ – TỔ HỢP – CHỈNH HỢP

A. Lý thuyết

1. Hoán vị

Định nghĩa

Định nghĩa ***Giai thừa***.

» Cho số tự nhiên $n \geq 1$, ta định nghĩa n giai thừa, ký hiệu bởi $n!$, là $n! = n.(n-1).(n-2)....2.1$.

Định nghĩa ***Hoán vị***.

Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$).

» Mỗi cách sắp xếp thứ tự của n phần tử tập hợp A là *hoán vị* của n phần tử này.

» *Số các hoán vị* của n phần tử tập hợp A được ký hiệu bởi P_n.

» Được xác định theo công thức:

$$P_n = n! = n.(n-1).(n-2)....2.1$$

Chú ý

Các hoán vị khác nhau chỉ khác nhau về thứ tự sắp xếp các phần tử.
Hoán vị của 3 phần tử *a, b, c* gồm: *a, b, c; a, c, b; b, a, c;...*

2. Chỉnh hợp

Định nghĩa

Cho tập A gồm n phần tử $(n \geq 1)$.

» Kết quả của việc lấy $\boxed{k}$ phần tử khác nhau từ $\boxed{n}$ phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập $\boxed{k}$ của $\boxed{n}$ phần tử của A (gọi tắt là chỉnh hợp n chập k của A).

» Số các chỉnh hợp chập $\boxed{k}$ của của một tập hợp có $\boxed{n}$ phần tử là:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ với } (1 \leq k \leq n).$$

» Quy ước: $0! = 1, A_n^0 = 1, A_n^n = P_n = n!$

Chú ý

Khi giải bài toán chọn trên tập X có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

» Chỉ chọn k phần tứ của X $(1 \le k \le n)$.

» Có sắp thự tự các phần tử đã chọn.

3. Tổ hợp

Định nghĩa

Cho tập A gồm n phần tử $(n \ge 1)$.

» Một tổ hợp chập $\boxed{k}$ của $\boxed{n}$ là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k,n là các số tự nhiên, $0 \le k \le n$).

» Số các chỉnh hợp chập $\boxed{k}$ của của một tập hợp có $\boxed{n}$ phần tử là:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ với } (1 \le k \le n).$$

Tính chất:

» Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \le k \le n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$.

» Cho các số nguyên n và k với $1 \le k \le n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ *(Công thức Pascal)*

B. Các dạng bài tập

Dạng 1. Hoán vị

Phương pháp

(1) Hoán vị các chữ số trong số tự nhiên.

(2) Hoán vị đồ vật.

» Tập hợp A là tập con có n phần tử của tập hợp $\{0,1,...8,9\}$ với $1 \le n \le 10$.

» Khi đó, số cách thành lập số tự nhiên x có n chữ số được lấy từ A là số hoán vị của n phần tử này, tức là có $P_n = n!$ số

(3) Hoán vị vòng quanh.

» Có n phần tử được sắp xếp trên một vòng tròn n vị trí. Số cách xếp sẽ là hoán vị của $n-1$ phần tử: $(n-1)!$.

» Thật vậy, mỗi cách xếp không thay đổi khi các phần tử lần lượt dời chỗ qua bên phải (hoặc trái) một vị trí. Như vậy, có n vị trí trên vòng tròn, nên có $\frac{n!}{n} = (n-1)!$ cách xếp.

(4) Hoán vị lặp.

» Cho k phần tử khác nhau $a_1, a_2, ..., a_k$. Một cách sắp xếp n phần tử trong đó gồm n_1 phần tử a_1, n_2 phần tử a_2, …, n_k phần tử a_k $(n_1 + n_2 + ... + n_k = n)$ theo một thứ tự nào đó được gọi là hoán vị lặp cấp n và kiểu $(n_1, n_2, ..., n_k)$ của k phần tử.

» Số các hoán vị lặp dạng như trên là $P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! ... n_k!}$.

Ví dụ 1.1.

Cho tập hợp $S = \{1,2,3,4\}$.

Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập A?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 1.2.

Một chồng sách gồm 4 quyển sách Toán khác nhau, 3 quyển sách Vật Lý khác nhau, 5 quyển sách Hóa Học khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách trên thành một hàng ngang sao cho

(1) Các quyển sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

(2) Các quyển sách toán đứng gần nhau.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 1.3.

Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 người ngồi xung quanh một bàn tròn để dự hội thảo?

Lời giải

....

....

....

....

Ví dụ 1.4.

Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ?

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 1.5.

Từ các chữ số $1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số, trong đó chữ số 1 xuất hiện 3 lần, các chữ số còn lại xuất hiện đúng một lần.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 1.6.

Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

TOÁN TỪ TÂM

Dạng 2. Chỉnh hợp trong bài toán đếm số

Phương pháp

Cách giải thông thường

- Gọi số cần tìm là $x = \overline{a_1a_2...a_n}$.
- Liệt kê các số x thỏa mãn điều kiện đề bài. Dựa vào tính chất bài toán xem có chia trường hợp hay không?
- Thứ tự đếm và sử dụng quy tắc cộng, nhân (nếu có).

Ví dụ 2.1.

Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

Ví dụ 2.2.

(1) Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau?

(2) Tính tổng của tất cả các số tìm được ở câu trên.

Lời giải

Ví dụ 2.3.

Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

(1) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 6 chữ số khác nhau và mỗi số chứa chữ số 5?

(2) Trong các số trên, có bao nhiêu số không chia hết cho 5?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2.4.

Cho tập $A=\{0;2;4;6\}$.

Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau?

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2.5.

Tìm số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các số $0;1;2;3;4;5$ sao cho trong mỗi số đó đều có mặt ít nhất chữ số 1 hoặc 2 ?

Lời giải

....
....
....
....
....

Dạng 3. Tổ hợp

Phương pháp

Khi giải bài toán chọn trên một tập hợp X có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

» Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X $(1 \le k \le n)$.

» Không phụ thuộc vào thứ tự sắp xếp các phần tử đã chọn.

Ví dụ 3.1.

Từ một đội tuyển bóng đá gồm 20 cầu thủ người ta cần cử 3 cầu thủ dự lễ bốc thăm chia bảng thi đấu. Hỏi có bao nhiêu cách cử ?

Lời giải

....

....

....

Ví dụ 3.2.

Một tổ gồm 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Cần lấy một nhóm 5 người trong đó có 2 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

Lời giải

....

....

....

Ví dụ 3.3.

Một hộp đựng 5 viên bi màu xanh, 7 viên bi màu vàng.
Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi bất kỳ ?

Lời giải

....

....

....

....

Ví dụ 3.4.

Có 15 đội bóng đá thi đấu theo thể thức vòng tròn tính điểm.
Hỏi cần phải tổ chức bao nhiêu trận đấu ?

Lời giải

....

....

....

....

Ví dụ 3.5.

Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn.

(1) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.

(2) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3.6.

Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau.

(1) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.

(2) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

A. 24. **B.** 720. **C.** 840. **D.** 35.

» Câu 2. Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

» Câu 3. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 12. **B.** 24. **C.** 42. **D.** 4^4.

» Câu 4. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** $4!$. **D.** 5.

» Câu 5. Từ tập $X=\{2,3,4,5,6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 125. **C.** 10. **D.** 6.

» Câu 6. Số véctơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là

A. P_6. **B.** C_6^2. **C.** A_6^2. **D.** 36.

» Câu 7. Số hoán vị của n phần tử là

A. $n!$. **B.** $2n$. **C.** n^2. **D.** n^n.

» Câu 8. Tập A gồm n phần tử $(n>0)$. Hỏi A có bao nhiêu tập con?

A. A_n^2. **B.** C_n^2. **C.** 2^n. **D.** 3^n.

» Câu 9. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2. **B.** A_{38}^2. **C.** $C_{20}^2C_{18}^1$. **D.** $C_{20}^1C_{18}^1$.

» Câu 10. Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2C_{20}^2$. **B.** $2A_{20}^2$. **C.** C_{20}^2. **D.** A_{20}^2.

» Câu 11. Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

A. A_{11}^5. **B.** C_{11}^5. **C.** $A_{11}^2.5!$. **D.** C_{10}^5.

» Câu 12. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 50. **B.** 100. **C.** 120. **D.** 45.

» Câu 13. Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S.

A. A_{10}^3. **B.** C_{10}^3. **C.** 30. **D.** 10^3.

» Câu 14. Cho tập hợp $S=\{1;2;3;4;5;6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S?

A. 360. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 20.

» Câu 15. Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 720. **B.** 10^3. **C.** 120. **D.** 210.

» Câu 16. Cho tập $M=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

A. $4!$. **B.** A_9^4. **C.** 4^9. **D.** C_9^4.

» Câu 17. Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

A. C_5^3. **B.** A_5^3. **C.** $3!$. **D.** 15.

» Câu 18. Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là.

A. A_{15}^3. **B.** $15!$. **C.** C_{15}^3. **D.** 15^3.

» Câu 19. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^5+C_{16}^5$. **B.** C_{25}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** C_{41}^5.

» Câu 20. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. **B.** 3×10. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^3.

» Câu 21. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

» Câu 22. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

A. 46656. **B.** 4320. **C.** 720. **D.** 360.

» Câu 23. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

A. $C_9^2.C_6^3$. **B.** $C_6^2+C_9^3$. **C.** $A_6^2.A_9^3$. **D.** $C_6^2.C_9^3$.

» Câu 24. Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

» Câu 25. Cho tập $A=\{0,1,\ 2,\ \ldots,\ 9\}$. Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A là?

A. 30420. **B.** 27162. **C.** 27216. **D.** 30240.

» Câu 26. Cho 10 điểm phân biệt $A_1,A_2,...,A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1,A_2,A_3,A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

A. 96 tam giác. **B.** 60 tam giác. **C.** 116 tam giác. **D.** 80 tam giác.

» Câu 27. Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là:

A. 10. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 22.

» Câu 28. Với đa giác lồi 10 cạnh thì số đường chéo là

A. 90. **B.** 45. **C.** 35. **D.** 55.

» Câu 29. Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường thẳng phân biệt song song với nhau và năm đường thẳng phân biệt vuông góc với bốn đường thẳng song song đó.

A. 60. **B.** 48. **C.** 20. **D.** 36.

» Câu 30. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

A. 110790. **B.** 119700. **C.** 117900. **D.** 110970.

» **Câu 31.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$. **B.** $3!C_3^2C_5^2$. **C.** $4!C_4^2C_5^2$. **D.** $3!C_4^2C_5^2$.

» **Câu 32.** Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120. **B.** 98. **C.** 150. **D.** 360.

» **Câu 33.** Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249. **B.** 1500. **C.** 3204. **D.** 2942.

» **Câu 34.** Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và vật lý thì có bao nhiêu cách.

A. 120. **B.** 90. **C.** 80. **D.** 220.

» **Câu 35.** Trong mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

A. 2017.2018. **B.** $C_{2017}^4+C_{2018}^4$. **C.** $C_{2017}^2.C_{2018}^2$. **D.** $2017+2018$.

» **Câu 36.** Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

A. 600. **B.** 25. **C.** 325. **D.** 30.

» **Câu 37.** Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

A. 1078. **B.** 1414. **C.** 1050. **D.** 1386.

» **Câu 38.** Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

A. $C_{15}^{10}.C_8^4$. **B.** $C_{15}^{10}+C_8^4$. **C.** $A_{15}^{10}.A_8^4$. **D.** $A_{15}^{10}+A_8^4$.

» **Câu 39.** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

A. 545. **B.** 462. **C.** 455. **D.** 456.

» **Câu 40.** Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

A. 10^3. **C.** A_{10}^3. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

» **Câu 41.** Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

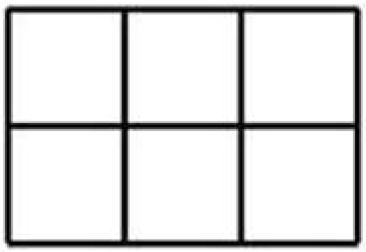
» **Câu 42.** Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế. Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

A. $4!.4!.2$. **B.** $4!.4!.2^4$. **C.** $4!.2$. **D.** $4!.4!$.

» Câu 43. Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

» Câu 44. Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

A. 3204 số. **B.** 249 số. **C.** 2942 số. **D.** 7440 số.

» Câu 45. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600. **B.** 518400. **C.** 725760. **D.** 103680.

» Câu 46. Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT A, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

A. $C_{15}^{7}C_{9}^{3}$. **B.** $C_{15}^{6}C_{9}^{4}$. **C.** $C_{15}^{3}C_{9}^{4}$. **D.** C_{30}^{2}.

» Câu 47. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60. **B.** 120. **C.** 12960. **D.** 90.

» Câu 48. Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

A. 243. **B.** 190. **C.** 120. **D.** 184.

» Câu 49. Thầy A có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu và số câu dễ không ít hơn 2?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

» Câu 50. Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

A. 1260. **B.** 40320. **C.** 120. **D.** 1728.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» Câu 51. Một trường trung học phổ thông có 20 bạn học sinh tham dự tọa đàm về tháng Thanh niên do Quận Đoàn tổ chức. Vị trí ngồi của trường là khu vực gồm 4 hàng ghế, mỗi hàng có 6 ghế, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có C_{20}^{6} cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên		

(b)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^{6} cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai		
(c)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_{8}^{6} cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba		
(d)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_{6}^{2} cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng		

» Câu 52. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).		
(b)	Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).		
(c)	Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).		
(d)	Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).		

» Câu 53. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng		
(b)	Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng		
(c)	Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng		
(d)	Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18		

» Câu 54. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách		
(b)	Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách		
(c)	Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách		
(d)	Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).		

» Câu 55. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A, 10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252		
(b)	Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A: có $C_5^2C_{15}^{13}$ cách.		
(c)	Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2C_{10}^{10}C_{15}^{3}$ cách.		
(d)	Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950		

» Câu 56. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý		
(b)	Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau		

(c)	Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau		
(d)	Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế		

» Câu 57. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG, khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách		
(b)	Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.		
(c)	Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1+C_4^1$ cách.		
(d)	Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn		

» Câu 58. Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B. Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có 3003 cách		
(b)	Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B, có 1848 cách		
(c)	Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B, có 924 cách		
(d)	Có 9504 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ		

» Câu 59. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách		
(b)	Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách		
(c)	Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách		
(d)	Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu		

» Câu 60. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp $12A$, 3 học sinh lớp $12B$ và 2 học sinh lớp $12C$. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách		
(b)	Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12A$ và $12B$ có: 21 cách		
(c)	Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12B$ và $12C$ có: 2 cách		
(d)	Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 61. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Có $\overline{1a1b00}$ $(a;b\in\mathbb{N})$ cách lập tổ công tác. Tính giá trị $T=ab+a^2$

Điền đáp số: ☐

» **Câu 62.** Lớp 10B có 15 bạn (trong đó có lớp trưởng) tham gia hoạt động trò chơi do Đoàn trường tổ chức. Trong trò chơi chạy tiếp sức, cô giáo phải xếp đội hình gồm 6 bạn và thứ tự chạy của họ. Cô giáo có $\overline{ab0240}$ $(a;b\in\mathbb{N})$ cách xếp đội hình để lớp trưởng là người chạy cuối. Tính giá trị $S=a+b$

Điền đáp số:

» **Câu 63.** Cho 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ sao cho điểm đầu và điểm cuối của mỗi vectơ đó là 2 trong 18 điểm đã cho?

Điền đáp số:

» **Câu 64.** Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Ta có $\overline{5abc00800}$ $(a;b;c\in\mathbb{N})$ cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ. Tính giá trị $P=a.b.c$

Điền đáp số:

» **Câu 65.** Một đa giác lồi có 14 đỉnh có bao nhiêu đường chéo?

Điền đáp số:

» **Câu 66.** Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Có bao nhiêu tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2?

Điền đáp số:

» **Câu 67.** Cho các số: $1,2,3,4,5$ lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau bắt đầu từ chữ số 2.

Điền đáp số:

» **Câu 68.** Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Có $\overline{a8b00}$ $(a;b\in\mathbb{N})$ cách sắp xếp để cho học sinh nam và học sinh nữ xen kẽ nhau. Tính giá trị b^2-a^2

Điền đáp số:

» **Câu 69.** Lớp 10 của một trường THPT có 40 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 2 bạn vào Đội Cờ đỏ và 3 bạn vào Ban chấp hành Chi Đoàn sao cho không có bạn nào kiêm cả hai nhiệm vụ. Thầy giáo chủ nhiệm có $\overline{6ab0080}$ $(a;b\in\mathbb{N})$ cách chọn. Tính $|b-a|$

Điền đáp số:

» **Câu 70.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 viên bi đỏ có bán kính khác nhau và 3 viên bi xanh bán kính bán kính giống nhau vào một dãy có 8 ô trống?

Điền đáp số:

» **Câu 71.** Từ các số $0,1,2,7,8,9$ tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

Điền đáp số:

» **Câu 72.** Số các số tự nhiên cần tìm có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần có dạng $\overline{1a1b00}\ \left(a;b\in\mathbb{N}\right)$. Tính $P=ab$

Điền đáp số:

» **Câu 73.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.

Điền đáp số:

» **Câu 74.** Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người?

Điền đáp số:

» **Câu 75.** Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

Điền đáp số:

» **Câu 76.** Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và cho biết số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

Điền đáp số:

» **Câu 77.** Cho đa giác đều có n cạnh $(n\geq 4)$. Tìm n để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh?

Điền đáp số:

» **Câu 78.** Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^{3}-3A_{n}^{2}=52(n-1)$.Tìm n

Điền đáp số:

» **Câu 79.** Cho các số tự nhiên m,n thỏa mãn đồng thời các điều kiện $C_{m}^{2}=153$ và $C_{m}^{n}=C_{m}^{n+2}$. Khi đó $m+n$ bằng:

Điền đáp số:

» **Câu 80.** Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt $(n\geq 2)$. Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n.

Điền đáp số:

---------------------------------- Hết ----------------------------------

Chương 08

Bài 3. NHỊ THỨC NEWTON

A Lý thuyết

1. Công thức nhị thức Newton

Định nghĩa

Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau:

» Với a,b là các số thực và n là sô nguyên dương, ta có

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^k a^{n-k}b^k+...+C_n^n b^n \quad (1)$$

» Quy ước $a^0=b^0=1$.

Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton)

» Số các hạng tử là $n+1$

» Số mũ của a giảm dần từ n đến 0,
Số mũ của b tăng dần từ 0 đến n,
Nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.

» Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.

» Số hạng thứ k (số hạng tổng quát) của khai triển là: $T_{k+1}=C_n^k a^{n-k}b^k$.

Hệ quả

» Với $a=b=1$, thì ta có $2^n=C_n^0+C_n^1+...+C_n^n$.

» Với $a=1$; $b=-1$, ta có $0=C_n^0-C_n^1+...+(-1)^k C_n^k+...+(-1)^n C_n^n$

TOÁN TỪ TÂM

2. Các dạng khai triển cơ bản nhị thức Newton

- ✓ $\left(x+1\right)^n = C_n^0x^n + C_n^1x^{n-1} + C_n^2x^{n-2} + ... + C_n^kx^{n-k} + ... + C_n^{n-1}x + C_n^n$
- ✓ $\left(1+x\right)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + ... + C_n^kx^k + ... + C_n^{n-1}x^{n-1} + C_n^nx^n$
- ✓ $\left(x-1\right)^n = C_n^0 - C_n^1x + C_n^2x^2 - ... + \left(-1\right)^k C_n^kx^k + ... + \left(-1\right)^{n-1} C_n^{n-1}x^{n-1} + \left(-1\right)^n C_n^nx^n$
- ✓ $C_n^k = C_n^{n-k}$
- ✓ $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}, \left(n \ge 1\right)$
- ✓ $k.C_n^k = \dfrac{\mathrm{k}.n!}{\left(n-k\right)!\mathrm{k}!} = \dfrac{n\left(n-1\right)!}{\left(n-k\right)!\left(k-1\right)!} = nC_{n-1}^{k-1}$
- ✓ $\dfrac{1}{k+1}C_n^k = \dfrac{k.n!}{\left(k+1\right)\left(n-k\right)!k!} = \dfrac{n\left(n-1\right)!}{\left(n+1\right)\left(n-k\right)!\left(k+1\right)!} = \dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$

3. Tam giác pascal

Trong công thức nhị thức Newton,

Cho $n = 0,1,\ldots$ và xếp các hệ số thành dòng, ta nhận được tam giác, gọi là tam giác Pascal.

$n = 0$: 1
$n = 1$: 1 1
$n = 2$: 1 2 1
$n = 3$: 1 3 3 1
$n = 4$: 1 4 6 4 1
$n = 5$: 1 5 10 10 5 1
$n = 6$: 1 6 15 20 15 6 1
$n = 7$: 1 7 21 35 35 21 7 1

Từ công thức $\mathrm{C}_n^k = \mathrm{C}_{n-1}^{k-1} + \mathrm{C}_{n-1}^k$ suy ra cách tính các số ở mỗi dòng dựa vào các số ở dòng trước nó. Chẳng hạn $\mathrm{C}_5^2 = \mathrm{C}_4^1 + \mathrm{C}_4^2 = 4 + 6 = 10$.

B. Các dạng bài tập

Dạng 1. Khai triển biểu thức

Phương pháp

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton

» Với $n=4$ ta có: $(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4$.

» Với $n=5$ ta có: $(a+b)^5 = C_5^0a^5 + C_5^1a^4b^1 + C_5^2a^3b^2 + C_5^3a^2b^3 + C_5^4a^1b^4 + C_5^5b^5$

$$= a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + b^5$$

Ví dụ 1.1.

Khai triển các biểu thức sau:

(1) $(x+y)^4$

(2) $(1+x)^4$

(3) $(a-b)^5$

(4) $(x+1)^5$

(5) $(2x-3)^4$

(6) $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 1.2.

Khai triển các biểu thức sau:

(1) $(3x-2y)^4$ (2) $(x-2y)^5$ (3) $(x+5)^4+(x-5)^4$

Lời giải

TOÁN TỪ TÂM

Dạng 2. *Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển*

Phương pháp

» Xác định số hạng tổng quát $T_k = C_n^k a^{n-k} b^k$ trong khai triển $(a+b)^n$ và kết hợp với yêu cầu của bài toán để thiết lập một phương trình, từ đó tìm ra kết quả mà bài toán yêu cầu.

Lưu ý: T_k là số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $(a+b)^n$ theo lũy thừa tăng dần của b.

» Đối cới các biểu thức dạng $(a+b+c)^k$ ta biến đổi $(a+b+c)^k = \left[a+(b+c)\right]^k$ rồi áp dụng khai triển nhị thức Newton 2 lần và tìm ra số hạng tổng quát.

Ví dụ 2.1.

Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 2.2.

Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 2.3.

Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2.4.

Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x\neq 0$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 2.5.

Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x\neq 0$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

....

....

Ví dụ 2.6.

Tìm số hạng chứa $\dfrac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\dfrac{1}{x^2}\right)^4$, $x\neq 0$.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 2.7.

Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$.

Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Dạng 3. *Tính tổng – Chứng minh đẳng thức*

Phương pháp

» Sử dụng tính chất của số C_n^k.

Cho số nguyên dương $n;k$ thỏa mãn $-1\le k\le n$ ta có các tính chất sau :

Tính chất 1. $C_n^k=C_n^{n-k}$.

Tính chất 2. $C_n^k=C_{n-1}^k+C_{n-1}^{k-1}$.

Tính chất 3. $kC_n^k=nC_{n-1}^{k-1}$.

Tính chất 4. $\dfrac{1}{k+1}C_n^k=\dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$.

» Một số kết quả hay sử dụng khi chứng minh đẳng thức , tính tổng có sử dụng công thức nhị thức Newton :

Kết quả 1 : $C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=2^n$.

Kết quả 2 : $C_n^0-C_n^1+C_n^2+...+(-1)^nC_n^n=0$.

Kết quả 3 : $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$

Kết quả 4 : $C_{2n}^1+C_{2n}^3+C_{2n}^5+...+C_{2n}^{2n-1}=2^{2n-1}$.

Ví dụ 3.1.

Tính tổng sau $S=C_{10}^0+C_{10}^1+...+C_{10}^{10}$

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 3.2.

Tính tổng sau $S=C_6^1+C_6^2+...+C_6^5$

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 3.3.

Tính tổng sau $S = C_6^0 + 2.C_6^1 + 2^2.C_6^2 + ... + 2^6 C_6^6$

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3.4.

Chứng minh đẳng thức $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Ví dụ 3.5.

Chứng minh đẳng thức $\frac{1}{k+1}C_n^k = \frac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải

....
....
....
....
....
....
....
....

....

....

Ví dụ 3.6.

Rút gọn biểu thức $S=\dfrac{1}{1.0!.2019!}+\dfrac{1}{2.1!2018!}+\dfrac{1}{3.2!.2017!}+...+\dfrac{1}{2020.2019!.0!}$

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Ví dụ 3.7.

Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^n$ (với x khác 0) biết $C_n^2C_n^{n-2}+2C_n^2C_n^3+C_n^3C_n^{n-3}=100$

Lời giải

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

TOÁN TỪ TÂM

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

» Câu 2. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^{k-1}a^kb^{5-k}$. **B.** $C_4^ka^{4-k}b^k$. **C.** $C_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $C_4^ka^{4-k}b^{4-k}$.

» Câu 3. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^k2^k3^{4-k}.x^{4-k}$. **B.** $C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$. **C.** $C_4^k2^{4-k}3^k.x^{4-k}$. **D.** $C_4^k2^k(-3)^{4-k}.x^{4-k}$.

» Câu 4. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

» Câu 5. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

» Câu 6. Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3+2A_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

» Câu 7. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

» Câu 8. Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.
B. $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.
C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$.
D. $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

» Câu 9. Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.
B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.
C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.
D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

» Câu 10. Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
B. $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.
D. $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

» **Câu 11.** Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(x-y)^5$. **B.** $(x+y)^5$. **C.** $(2x-y)^5$. **D.** $(x-2y)^5$.

» **Câu 12.** Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$. **B.** $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$. **D.** $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$

» **Câu 13.** Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

» **Câu 14.** Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.

A. $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$. **B.** $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3-y^4$.

C. $x^4+4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$. **D.** $x^4-4x^3y-4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$.

» **Câu 15.** Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

» **Câu 16.** Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

» **Câu 17.** Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là:

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6(3x)^2(2y)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

» **Câu 18.** Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4=a_0+a_1\sqrt[3]{2}+a_2\sqrt[3]{4}$. Tính (a_1a_2)

A. $a_1a_2=24$. **B.** $a_1a_2=8$. **C.** $a_1a_2=54$. **D.** $a_1a_2=36$.

» **Câu 19.** Giả sử có khai triển $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0+a_1+a_2=31$.

A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

» **Câu 20.** Tìm hệ số của x^2 trong khai triển: $f(x)=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

» **Câu 21.** Tìm hệ số của x^7 trong khai triển: $f(x)=\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x>0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

» **Câu 22.** Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của

$f\left(x\right)=\left(x^2+1\right)^n\left(x+2\right)^n$. Tìm n để $a_{3n-3}=26n$.

A. $n=11$. B. $n=5$. C. $n=12$. D. $n=10$

» **Câu 23.** Với $n\ge 4$, tổng $T=C_n^0+C_n^2+C_n^4+...$ bằng

A. 2^{2n-1} B. 2^{n-1} C. 2^n D. 2^n-1.

» **Câu 24.** Với $n\ge 4$, tổng $T=C_n^1+C_n^3+C_n^5+...$ bằng

A. 2^{2n-1} B. 2^{n-1} C. 2^n D. 2^n-1.

» **Câu 25.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4095$. Giá trị của n bằng

A. 14 B. 16 C. 13 D. 12

» **Câu 26.** Tổng $T=C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2k}+...+C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1} B. 2^{2n-1} C. $2^{2n}-1$ D. 2^{2n}

» **Câu 27.** Tính tổng $C_n^0-C_n^1+C_n^2+...+\left(-1\right)^n C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 0 B. 2^n C. 2^{n-1} D. 2^{n+1}

» **Câu 28.** Tính tổng $(C_n^0)^2+(C_n^1)^2+(C_n^2)^2+...+(C_n^n)^2$ ta được kết quả là:

A. C_{2n}^n B. C_{2n}^{2n-2} C. 2^{2n+1} D. 2^{2n}

» **Câu 29.** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^4$ để tính gần đúng số $\left(1,01\right)^4$.Tìm số đó?

A. $1,04$. B. $1,0406$. C. $1,040604$. D. 1.04060401.

» **Câu 30.** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^5$ để tính gần đúng số $\left(2,01\right)^5$. Tìm số đó?

A. 32.808. B. $32,80804$. C. $32,8$. D. $32,8080401$.

» **Câu 31.** Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^5$ để tính gần đúng số $\left(1,0002\right)^5$. Tìm số đó?

A. $32,02$. B. $32,024$. C. $32,0240072$. D. $32,024007$.

» **Câu 32.** Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^5$ để tính gần đúng số $\left(4,0002\right)^5$. Tìm số đó?

A. $1024,25$. B. $1024,256026$. C. $1024,25602$. D. $1024,256$.

» **Câu 33.** Tính giá trị của $H=C_{15}^0-2C_{15}^1+2^2C_{15}^2-...+2^{14}C_{15}^{14}-2^{15}C_{15}^{15}$

A. -3^{15}. B. 3^{15}. C. 1. D. -1.

» **Câu 34.** Tính giá trị của $K=3^{20}C_{20}^0-3^{19}.4.C_{20}^1+3^{18}.4^2.C_{20}^2-...-3.4^{19}.C_{20}^{19}+4^{20}.C_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. B. -7^{20}. C. -1. D. 1

» **Câu 35.** Trong khai triển biểu thức $F=\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8 B. 60 C. 58 D. 20

» **Câu 36.** Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1 + r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $\left(1+0,0865\right)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?

A. 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.
C. 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.

» Câu 37. Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

A. 229391769 nghìn người. **B.** 329391769 nghìn người.
C. 229391759 nghìn người. **D.** 228391769 nghìn người.

» Câu 38. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^5$.

A. 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 1.

» Câu 39. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3-\frac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810. **B.** 826. **C.** 810. **D.** 421.

» Câu 40. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(2x+\frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ với $x>0$, biết n là số tự nhiên lớn nhất thỏa mãn $A_n^5 \le 18A_{n-2}^4$.

A. 8064. **B.** 3360. **C.** 13440. **D.** 15360.

» Câu 41. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2 - C_n^2 = 105$.

A. -3003. **B.** -5005. **C.** 5005. **D.** 3003.

» Câu 42. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x-\frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^3 = \frac{4}{3}n + 2C_n^2$

A. 134 **B.** 144 **C.** 115 **D.** 141

» Câu 43. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{x^4}\right)^n$ với $x>0$, nếu biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 485. **B.** 525. **C.** 165. **D.** 238

» Câu 44. Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, trong khai triển $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa x là

A. 84. **B.** 672. **C.** 8. **D.** 5376.

» Câu 45. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2-3x+2)^6$ bằng

A. -6432. **B.** -4032. **C.** -1632. **D.** -5418.

» **Câu 46.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(1+x+x^2+x^3\right)^{10}$.

A. 582. **B.** 1902. **C.** 7752. **D.** 252.

» **Câu 47.** Hệ số của x^6 trong khai triển $(2x+1)^6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là

A. $\frac{1}{2}C_{14}^6$. **B.** $\frac{1}{4}C_{14}^6$. **C.** C_{14}^6. **D.** $4C_{14}^8$.

» **Câu 48.** Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(x-3)^8$ bằng

A. 1752 **B.** -1272 **C.** 1272 **D.** -1752

» **Câu 49.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)=x(1-2x)^5+x^2(1+3x)^{10}$.

A. 3240. **B.** 3320. **C.** 80. **D.** 259200.

» **Câu 50.** Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x)=\left(1+2x^2\right)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270. **B.** 162720. **C.** 126270. **D.** 126720.

B. *Câu hỏi – Trả lời đúng/sai*

» **Câu 51.** Khai triển $\left(x+\sqrt{2}\right)^4$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^2 là 12		
(b)	Hệ số của x^3 là $6\sqrt{2}$		
(c)	Hệ số của x là $8\sqrt{2}$		
(d)	Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4		

» **Câu 52.** Khai triển $(x+2y)^3+(2x-y)^3$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của của x^3 là 9		
(b)	Hệ số của của y^3 là 7		
(c)	Hệ số của x^2y là 6		
(d)	Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3		

» **Câu 53.** Khai triển $\left(x+\frac{1}{x}\right)^4$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^2 là $\frac{1}{4}$.		
(b)	Số hạng không chứa x là 6.		
(c)	Hệ số của x^4 là 1.		
(d)	Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.		

» **Câu 54.** Khai triển $(x+1)^5$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^4 là 5		
(b)	Số hạng không chứa x là 1		

(c)	$C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=3^5$		
(d)	$32C_5^0+16C_5^1+8C_5^2+4C_5^3+2C_5^4+C_5^5=3^5$		

» Câu 55. Khai triển $P=\left(x-\sqrt{3}\right)^5$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^4 trong khai triển là $5\sqrt{3}$.		
(b)	Hệ số của x^2 trong khai triển là $-30\sqrt{3}$.		
(c)	Hệ số của x^3 trong khai triển là 30.		
(d)	Hệ số của x trong khai triển là 45.		

» Câu 56. Khai triển $Q=(xy-1)^5$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng có chứa x^2y^2 là $-10x^2y^2$		
(b)	Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5.		
(c)	Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.		
(d)	Hệ số của xy trong khai triển là -10.		

» Câu 57. Khai triển $(1-x)^6$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^2 trong khai triển là C_6^2		
(b)	Hệ số của x^3 trong khai triển là C_6^3		
(c)	Hệ số của x^5 trong khai triển là $-C_6^5$		
(d)	$C_6^0-C_6^1+C_6^2-C_6^3+C_6^4-C_6^5+C_6^6=1$		

» Câu 58. Cho $\left(1-\dfrac{1}{2}x\right)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a_3=\dfrac{5}{2}$		
(b)	$a_5=-\dfrac{1}{32}$		
(c)	Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\dfrac{5}{2}$		
(d)	Tổng $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\dfrac{1}{16}$		

» Câu 59. Khai triển $(x-3)^4$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^4 trong khai triển là 1		
(b)	Hệ số của x^3 trong khai triển là -12		
(c)	Hệ số của x^2 trong khai triển là 54		
(d)	Tổng các hệ số của các hạng tử có bậc chẵn trong khai triển bằng 134.		

» Câu 60. Xét khai triển biểu thức $P(x)=(x+1)^4-(x-1)^4$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng tự do trong khai triển bằng 0.		
(b)	Hệ số của x trong khai triển là -8.		
(c)	Tổng các hệ số trong khai triển bằng 14.		
(d)	$P(x)>0$ khi $x\in(0;+\infty)$.		

» **Câu 61.** Xét khai triển biểu thức $\left(1+x+x^2\right)^4$ (sắp xếp theo thứ tự mũ giảm dần).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng tự do trong khai triển bằng 1.		
(b)	Trong khai triển có 9 hạng tử.		
(c)	Số hạng chính giữa trong khai triển bằng $18x^4$.		
(d)	Tổng các hệ số trong khai triển bằng 81.		

C. *Câu hỏi – Trả lời ngắn*

» **Câu 62.** Xác định hệ số của x^4y^3 trong khai triển biểu thức $\left(x^2+2y\right)^5$.

Điền đáp số: ☐

» **Câu 63.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Điền đáp số: ☐

» **Câu 64.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2-\dfrac{1}{x^2}\right)^4$.

Điền đáp số: ☐

» **Câu 65.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(3x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$.

Điền đáp số: ☐

» **Câu 66.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(2xy+\dfrac{3}{y}\right)^5$.

Điền đáp số: ☐

» **Câu 67.** Lớp $10A$ đề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ I có bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

Điền đáp số: ☐

» **Câu 68.** Cho tập hợp $X=\{a_1;a_2;a_3;a_4;a_5\}$. Số tập con của tập X có dạng 2^m $(m\in\mathbb{N})$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Điền đáp số: ☐

» **Câu 69.** Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_nx^n$ thỏa mãn $a_0+8a_1=2a_2+1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Điền đáp số: ☐

» **Câu 70.** Tìm hệ số của số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^2+C_{2n+1}^4+\ldots+C_{2n+1}^{2n}=1024$

Điền đáp số:

» **Câu 71.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+\frac{A_n^3}{n}=12$.

Điền đáp số:

» **Câu 72.** Giá trị của a bằng bao nhiêu để $S=C_{20}^1+2C_{20}^2+2^2\cdot C_{20}^3+\ldots+2^{19}C_{20}^{20}=\frac{3^a-1}{2}$.

Điền đáp số:

» **Câu 73.** Biết rằng $S=C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+\ldots+C_{20}^{20}=2^m\ (m\in\mathbb{N})$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:

» **Câu 74.** Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x)=\left(3x^2+2x+1\right)^{10}$.

Điền đáp số:

» **Câu 75.** Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0+2\cdot C_n^1+2^2\cdot C_n^2+\ldots+2^n\cdot C_n^n=59049$. Biết số hạng thứ 3 trong khai triển Newton của $\left(x^2-\frac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\frac{81}{2}n$. Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn?

Điền đáp số:

» **Câu 76.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\frac{n}{2x}+\frac{x}{2}\right)^{2n}, (x\neq 0)$, biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3+A_n^2=50$.

Điền đáp số:

» **Câu 77.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0+4C_n^1+4^2C_n^2+\ldots+4^nC_n^n=15625$. Tìm n.

Điền đáp số:

» **Câu 78.** Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+C_{2n}^6+\cdots\cdots+C_{2n}^{2n}=512$.

Điền đáp số:

» **Câu 79.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)=x(1-3x)^5-x^2(1+2x)^{10}$.

Điền đáp số:

» **Câu 80.** Tính tổng S tất cả các hệ số trong khai triển $(3x-4)^{17}$.

Điền đáp số:

---------------------------------- Hết ----------------------------------

Chương 08

Bài 1. QUY TẮC ĐẾM

A. Lý thuyết

1. Quy tắc cộng

Định nghĩa

Một công việc X được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$, trong đó:

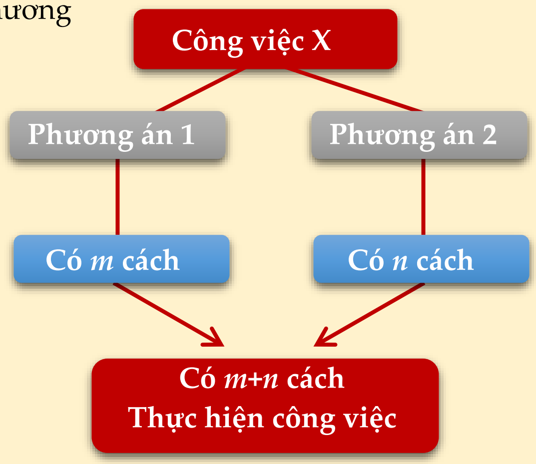
» Phương án A_1 có n_1 cách thực hiện.

» Phương án A_2 có n_2 cách thực hiện.

....

» Phương án A_k có n_k cách thực hiện.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n_1 + n_2 + ... + n_k$ cách.



Chú ý

» Số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.

» Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau:

Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

2. Quy tắc nhân

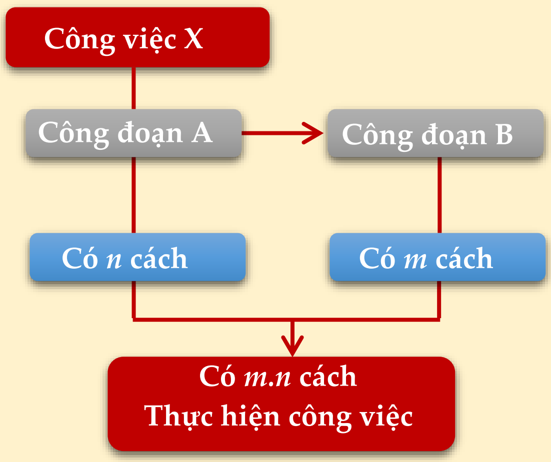
Định nghĩa

Một công việc X bao gồm hai công đoạn A và B.

» Công đoạn A có thể làm theo n cách.

» Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n.m$ cách.



3. Nhận xét chung:

⁂ *Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng:*

Quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

» Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$).

» Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$.

» Bước 3: Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$.

Quy tắc nhân, ta thực hiện các bước như sau:

» Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$ hoàn thành).

» Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$.

» Bước 3: Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1.x_2.\cdots.x_n$.

⁂ *Cách đếm gián tiếp (đếm phần bù)*

Trong trường hợp hành động H chia nhiều trường hợp thì ta đếm phần bù của bài toán như sau:

» Trường hợp 1: Đếm số phương án thực hiện hành động H (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất T hay không) ta được a phương án.

» Trường hợp 2: Đếm số phương án thực hiện hành động H không thỏa tính chất T ta được b phương án.

Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là: $a - b$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Quy tắc cộng

Phương pháp

✓ Một công việc X được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$, trong đó:

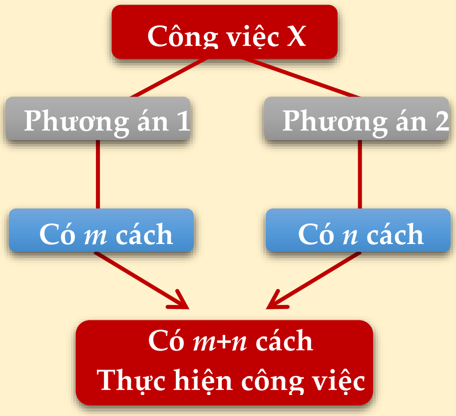
» Phương án A_1 có n_1 cách thực hiện.

» Phương án A_2 có n_2 cách thực hiện.

....

» Phương án A_k có n_k cách thực hiện.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n_1 + n_2 + ... + n_k$ cách.



Ví dụ 1.1.

Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

Lời giải

Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.

Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+4=9$ cách chọn mua áo.

Ví dụ 1.2.

Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt?

Lời giải

- Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.
- Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4+6+3=13$ cách chọn.

Ví dụ 1.3.

Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau bằng bao nhiêu?

Lời giải

- Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.
- Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.

- Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+6+10=24$ cách chọn.

Ví dụ 1.4.

Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.

Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280+325=605$ cách chọn.

Ví dụ 1.5.

Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn 1 bạn trong tổ để làm tổ trưởng?

Lời giải

Để chọn 1 bạn nam trong 4 bạn nam để làm tổ trưởng ta có: 4 cách.

Để chọn 1 bạn nữ trong 5 bạn nữ để làm tổ trưởng ta có: 5 cách.

Vậy theo quy tắc cộng ta có: $4+5=9$ cách chọn.

Ví dụ 1.6.

Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ.
Hỏi có bao nhiêu cách lấy 1 viên bi trong hộp?

Lời giải

Để lấy 1 viên bi xanh trong hộp ta có: 5 cách.

Để lấy 1 viên bi đỏ trong hộp ta có: 6 cách. Vậy theo quy tắc cộng ta có: $5+6=11$ cách.

Ví dụ 1.7.

Trường THPT A có 4 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý và 4 học sinh giỏi Hóa. Trong lễ sơ kết học kì I, thầy hiệu trưởng muốn chọn 1 em trong số học sinh giỏi trên để đại diện nhận giấy khen. Nhưng vì số học sinh giỏi Hóa nằm trong đội văn nghệ nên không đại diện để nhận giáy khen được. Hỏi thầy hiệu trưởng có bao nhiêu cách chọn 1 em lên nhận thưởng?

Lời giải

Để chọn 1 học sinh giỏi môn Toán làm đại diện ta có: 4 cách.

Để chọn 1 học sinh giỏi môn Lý làm đại diện ta có: 5 cách.

Vậy theo quy tắc cộng ta có: $4+5=9$ cách.

Dạng 2. Quy tắc nhân

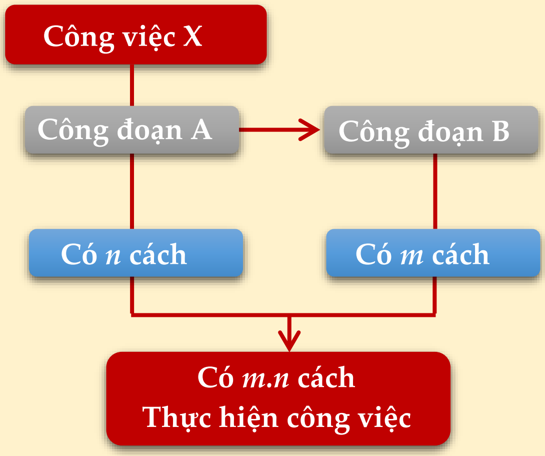
Phương pháp

✓ Một công việc X bao gồm hai công đoạn A và B.

» Công đoạn A có thể làm theo n cách.

» Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách.

Số cách hoàn thành: $n(X) = n.m$ cách.

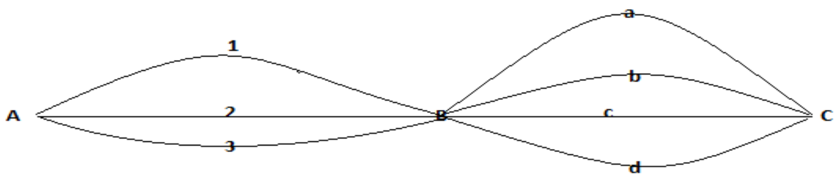


Ví dụ 2.1.

Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 4 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố

Lời giải

Cách 1: Làm bằng cách liệt kê các con đường đi:



Căn cứ vào sơ đồ trên, ta có các con đường đi là: 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3a, 3b, 3c, 3d.

Vậy có 12 con đường

Cách 2: Sử dụng quy tắc nhân

Để đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 6 con đường để đi. Với mỗi cách đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 4 cách đi từ thành phố B đến thành phố

Vậy có $3.4 = 12$ cách đi từ thành phố A đến.

Ví dụ 2.2.

Bạn An có 3 cái áo và 4 cái quần. Hỏi bạn An có mấy cách chọn

(1) Một cái quần hoặc một cái áo?

(2) Một bộ quần áo ?

Lời giải

(1) Một cái quần hoặc một cái áo?

Để chọn một cái quần hoặc một cái áo ta có hai phương án lựa chọn

Phương án A- Chọn một cái quần: Có 4 cách thực hiện.

Phương án B- Chọn một cái áo: Có 3 cách thực hiện.

Theo quy tắc cộng ta có: $4+3=7$ cách chọn một cái quần hoặc một cái áo.

(2) Một bộ quần áo ?

Để chọn một bộ quần áo, ta phải thực hiện hai công đoạn liên tiếp
Công đoạn 1- Chọn một cái quần: Có 4 cách thực hiện
Công đoạn 2- Chọn một cái áo: Có 3 cách thực hiện.
Theo quy tắc nhân ta có $4.3=12$ cách chọn một bộ quần áo.

Ví dụ 2.3.

Một người có 7 áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cà vạt trong đó có 2 cà vạt vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn bộ áo và cà vạt, nếu:

(1) Chọn áo nào cũng được, và cà vạt nào cũng được.

(2) Đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt vàng.

Lời giải

(1) Chọn áo nào cũng được, và cà vạt nào cũng được.

Số cách chọn 1 một bộ áo và cà vạt là: $7.5=35$.

(2) Đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt vàng.

Số cách chọn áo trắng không chọn cà vạt vàng là: $3.3=9$
Số cách chọn bộ áo và cà vạt sao cho không phải áo trắng và cà vạt bất kì trong 5 cái cà vạt là: $4.5=20$
Số cách chọn bộ áo và cà vạt sao cho áo trắng thì không chọn cà vạt vàng là: $9+20=29$

Ví dụ 2.4.

Cho hai đường thẳng song song d, d'. Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d' lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh được chọn từ 25 đỉnh nói trên?

Lời giải

Trường hợp 1: Lấy 2 điểm thuộc d, 1 điểm thuộc d':
Lấy điểm thứ nhất thuộc d có 10 cách, lấy điểm thứ hai thuộc d có 9 cách
Lấy điểm thuộc d' có 15 cách.
Vì sự thay đổi các đỉnh trong tam giác không tạo thành một tam giác mới nên hai đỉnh lấy trên d nếu đổi thứ tự lấy không tạo thành tam giác mới.

Do đó có $\dfrac{10\times 9}{2}\times 15=675$ tam giác

Trường hợp 2: Lấy 1 điểm thuộc d, 2 điểm thuộc d':
Lấy điểm thứ nhất thuộc d' có 15 cách, lấy điểm thứ hai thuộc d' có 14 cách
Lấy điểm thuộc d có 10 cách.
Vì sự thay đổi các đỉnh trong tam giác không tạo thành một tam giác mới nên hai đỉnh lấy trên d nếu đổi thứ tự lấy không tạo thành tam giác mới.

Do đó có $\dfrac{15\times 14}{2}\times 10=1050$ tam giác

Vậy có $675+1050=1725$ tam giác.

Dạng 3. Bài toán đếm số

Phương pháp

» **Bước 1.** Gọi số cần tìm là $n=\overline{a_1a_2\ldots a_k}$

» **Bước 2.** Liệt kê các tính chất của số n thỏa mãn yêu cầu

» **Bước 3.** Dựa vào tính chất xem bài toán có chia trường hợp không

» **Bước 4.** Thứ tự đếm (đếm ưu tiên)

Thứ 1. Đếm các chữ số có mặt trong tính chất.

Thứ 2. Đếm chữ số đầu tiên nếu nó chưa được đếm hoặc tập hợp ban đầu có chứa số 0.

Thứ 3. Đếm các chữ số còn lại.

» **Bước 5.** Sử dụng quy tắc cộng hoặc quy tắc nhân.

⁂ **Các bài toán thường gặp:**

Bài toán 1: Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên $x=\overline{a_1...a_n}$ ta cần lưu ý:

» $a_i\in\{0,1,2,...,9\}$ và $a_1\neq 0$.

» x là số chẵn $\Leftrightarrow a_n$ là số chẵn

» x là số lẻ $\Leftrightarrow a_n$ là số lẻ

» x chia hết cho $3\Leftrightarrow a_1+a_2+...+a_n$ chia hết cho 3

» x chia hết cho 4 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 4

» x chia hết cho $5\Leftrightarrow a_n\in\{0,5\}$

» x chia hết cho $6\Leftrightarrow x$ là số chẵn và chia hết cho 3

» x chia hết cho $8\Leftrightarrow \overline{a_{n-2}a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 8

» x chia hết cho $9\Leftrightarrow a_1+a_2+...+a_n$ chia hết cho 9.

» x chia hết cho $11\Leftrightarrow$ tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số nguyên chia hết cho 11.

» x chia hết cho $25\Leftrightarrow$ hai chữ số tận cùng là $00,25,50,75$.

Bài toán 2: Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế

Bài toán 3: Đếm số phương án liên quan đến hình học

Ví dụ 3.1.

Cho tập hợp $A=\{1,2,3,4,5\}$. Từ các phần tử của tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số cần tìm là $x=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Chọn a_1 có 5 cách.

Chọn a_2 có 4 cách.

Chọn a_3 có 3 cách.

Chọn a_4 có 2 cách.

Chọn a_5 có 1 cách.

Theo quy tắc nhân có tất cả $5.4.3.2.1=120$ số

Ví dụ 3.2.

Cho tập hợp $B=\{0,1,2,3,4\}$ Tìm các phần tử thuộc tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số cần tìm là $x=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$.

Khi đó để x là số tự nhiên thì a_1 phải khác 0. Chọn a_1 có 4 cách.

Chọn a_2 có 4 cách.

Chọn a_3 có 3 cách.

Chọn a_4 có 2 cách.

Chọn a_5 có 1 cách.

Theo quy tắc nhân có tất cả $4.4.3.2.1=96$ số.

Ví dụ 3.3.

Cho tập hợp $C=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Tìm các phần tử của tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số cần tìm là $x=\overline{a_1a_2a_3a_4}$

Vì x là số tự nhiên chẵn nên số tận cùng a_4 phải là số chẵn hay $a_4\in\{2,4,6,8\}$.

Khi đó a_4 có 4 cách chọn.

Chọn a_1 có 8 cách.

Chọn a_2 có 7 cách.

Chọn a_3 có 6 cách. Theo quy tắc nhân có tất cả $4.8.7.6=1344$ số thỏa mãn.

Dạng 4. Bài toán chọn đồ vật

Phương pháp

Để làm được bài toán này ta cần chú ý đến:

» Có bao nhiêu đồ vật để chọn?

» Chọn bao nhiêu đồ vật và có chia trường hợp hay không?

Ví dụ 4.1.

Một hộp chứa 3 quả cầu đỏ và 5 quả cầu xanh.
Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra hai quả cầu trong đó có duy nhất một quả xanh?

Lời giải

Ta chọn thỏa tính chất trước: chọn 1 quả cầu xanh từ 5 quả xanh trong hộp có 5 cách.

Khi chọn quả xanh rồi ta chọn 1 quả đỏ từ 3 quả đỏ có 3 cách.

Theo quy tắc nhân có tất cả $3.5 = 15$ cách chọn thỏa mãn.

Ví dụ 4.2.

Một người có 5 cái quần và 7 cái áo. Người đó cần một bộ đồ đi dự tiệc gồm một quần và một áo. Hỏi có bao nhiêu cách chọn khác nhau?

Lời giải

Để chọn được chọn một bồ quần áo gồm một quần và một áo ta cần:

Chọn 1 quần trong 5 quần có 5 cách.

Chọn 1 áo trong 7 áo có 7 cách.

Theo quy tắc nhân có tất cả $5.7 = 35$ cách chọn khác nhau.

Ví dụ 4.3.

Một giá sách có 3 quyển sách tham khảo Toán khác nhau, 2 quyển sách tham khảo Lý khác nhau và 4 quyển sách tham khảo Hóa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 quyển sách thảm khảo trong đó có đầu đủ ba môn?

Lời giải

Để chọn được một bộ sách tham khảo gồm ba môn Toán, Lý, Hóa ta lần lượt chọn:

Chọn một quyển sách Toán có 3 cách.

Chọn một quyển sách Lý có 2 cách.

Chọn một quyển sách Hóa có 4 cách.

Theo quy tắc nhân có tất cả $3.2.4 = 24$ cách chọn sách thỏa mãn.

Ví dụ 4.4.

Một hộp có chứa 5 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và 10 quả cầu trắng được đánh từ 1 đến 10. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn ra hai quả cầu sao cho tổng các số trên hai quả cầu là số lẻ?

Lời giải

Để tổng các số trên quả cầu là số lẻ thì phải bốc được hai quả cầu một quả đánh số chẵn và quả cầu còn lại được đánh số lẻ.

» ***Trường hợp 1:*** Bốc 1 quả cầy đỏ đánh số chẳn có 3 cách, bốc 1 quả cầu trắng đánh số lẻ có 5 cách.

Theo quy tắc nhân có $3.5=15$ cách.

» ***Trường hợp 2:*** Bốc 1 quả cầu đỏ đánh số lẻ có 2 cách., bốc 1 quả cầu trắng đánh số chẵn có 5 cách.

Theo quy tắc nhân có $2.5=10$ cách.

Vậy có tất cả $15+10=25$ cách.

Dạng 5. Bài toán sắp xếp vị trí

Phương pháp

Ta quan tâm đến việc sắp xếp vị trí theo hàng ngang (kết quả tương tự như hàng dọc).
Tùy theo trường hợp ta thường xếp lần lượt như sau:

» Xếp thỏa mãn điều kiện trước

» Xếp thỏa các người còn lại

Ví dụ 5.1.

Có 5 học sinh được xếp vào một ghế theo hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách xếp ?

Lời giải

Ta đánh số các ghế từ 1 đến 5.
Xếp 1 người đầu tiên vào 1 trong 5 ghế có 5 cách xếp.
Xếp người thứ hai vào 1 ghế trong 4 ghế có 4 cách xếp.
Xếp người thứ ba vào 1 ghế trong 3 ghế còn lại có 2 cách xếp.
Xếp người thứ tư vào 1 ghế trong 2 ghế còn lại có 2 cách xếp.
Xếp người thứ năm vào 1 ghế trong 1 ghế còn lại có 1 cách xếp.
Theo quy tắc nhân có 5.4.3.2.1 = 120 cách xếp

Ví dụ 5.2.

Một bàn dài gồm 8 ghế, có bao nhiêu cách xếp 8 người vào 8 ghế này sao cho Nam và Toàn luôn ngồi kề nhau.

Lời giải

Để Toàn và Nam luôn ngồi kề nhau thì ta coi hai người này làm một người
Khi đó ta xếp 7 người vào 7 ghế có 7.6.5.4.3.2.1 = 5040 cách xếp.
Khi xếp xong 7 người này rồi ta đổi vị trí của Nam và Toàn cho nhau có 2 cách.
Theo quy tắc nhân có tất cả 2.5040 = 10080 cách xếp.

Ví dụ 5.3.

Một bàn dài gồm 6 ghế, có bao nhiêu cách xếp 3 người Nam và 3 người nữ vào 6 ghế này sao cho Nam và Nữ ngồi xen kẽ nhau.

Lời giải

Ta đánh số 6 ghế liên tiếp từ 1 đến 6. xét các trường hợp
» *Trường hợp 1:* Nam ngồi các ghế chẵn có 3.2.1 = 6 cách xếp và xếp Nữ ngồi ghế lẻ có 3.2.1 =6 cách xếp. Theo quy tắc nhân có tất cả 6.6 = 36 cách xếp.
» *Trường hợp 2:* Tương tự như trường hợp một nhưng xếp Nam ngồi các ghế lẻ và Nữ ngồi các ghế chẵn ta cũng có 36 cách xếp.
Vậy có tất cả 36 + 36 = 72 cách xếp thỏa mãn.

Chương 08

Bài 1. QUY TẮC ĐẾM

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Lời giải

Chọn B

- Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.
- Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+6+10=24$ cách chọn.

» Câu 2. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Lời giải

Chọn D

- Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280+325=605$ cách chọn.

» Câu 3. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

A. 31. **B.** 9. **C.** 53. **D.** 682.

Lời giải

Chọn C

- Nếu chọn một học sinh lớp $11A$ có 31 cách.
- Nếu chọn một học sinh lớp $12B$ có 22 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $31+22=53$ cách chọn.

» Câu 4. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 27. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

- Nếu chọn một quả trắng có 6 cách.
- Nếu chọn một quả đen có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $6+3=9$ cách chọn.

» Câu 5. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

A. 20. **B.** 3360. **C.** 31. **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

- Nếu chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.
- Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách.
- Nếu chọn đề tài về con người có 10 cách.
- Nếu chọn đề tài về văn hóa có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+7+10+6=31$ cách chọn.

» Câu 6. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

A. 20. **B.** 11. **C.** 30. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 11 học sinh, ta có 11 cách chọn.

» Câu 7. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải

Chọn B

Để chọn một bộ "quần-áo-cà vạt", ta có:

- Có 4 cách chọn quần.
- Có 6 cách chọn áo.
- Có 3 cách chọn cà vạt.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4\times6\times3=72$ cách.

» Câu 8. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Lời giải

Chọn D

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

- Có 12 cách chọn hộp màu đỏ.
- Có 18 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12\times18=216$ cách.

» Câu 9. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Lời giải

Chọn B

Để chọn ba bông hoa có đủ cả ba màu, ta có:

- Có 5 cách chọn hoa hồng trắng.
- Có 6 cách chọn hoa hồng đỏ.
- Có 7 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5\times6\times7=210$ cách.

» Câu 10. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Lời giải

Chọn B

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 280 cách chọn học sinh nam.
- Có 325 cách chọn học sinh nữ.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $280\times325=91000$ cách.

» Câu 11. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Lời giải

Chọn D

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà không là vợ chồng, ta có

- Có 10 cách chọn người đàn ông.
- Có 9 cách chọn người đàn bà.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $9\times10=90$ cách.

» Câu 12. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?

A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

- Từ $A\longrightarrow B$ có 4 cách.
- Từ $B\longrightarrow C$ có 2 cách.
- Từ $C\longrightarrow D$ có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4\times2\times3=24$ cách.

» Câu 13. Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

A. 392 **B.** 1023 **C.** 3014 **D.** 391

Lời giải

Chọn A

Ta chọn các quả cầu theo trình tự sau

Chọn quả xanh: 7 cách chọn
Chọn quả cầu vàng: có 7 cách chọn
Chọn quả cầu đỏ: có 8 cách chọn
Vậy có tất cả $7.7.8=392$ cách chọn.

» Câu 14. Cho các số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

A. 12. **B.** 24. **C.** 64. **D.** 256.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là: $\overline{abcd}$, $a\neq 0$, khi đó:
a có 4 cách chọn
b có 3 cách chọn
c có 2 cách chọn
d có 1 cách chọn
Vậy có: $4.3.2.1=24$ số.

» Câu 15. Từ các chữ số $1,\ 5,\ 6,\ 7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.

Lời giải

Chọn B

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{1,\ 5,\ 6,\ 7\}$.
Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:
- a được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.
- d được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4\times4\times4\times4=256$ số cần tìm.

» Câu 16. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $(a,\ b)\in A=\{0,2,4,6,8\}$ và $a\neq 0$.
Trong đó:
- a được chọn từ tập $A\backslash\{0\}$ nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 5 cách chọn.

Như vậy, ta có $4\times5=20$ số cần tìm.

» Câu 17. Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{0,1,2,3,4,5\}$.
Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d=\{1,3,5\}\Rightarrow d$: có 3 cách chọn.
Khi đó a: có 4 cách chọn, b: có 4 cách chọn và c: có 3 cách chọn.
Vậy có tất cả $3\times4\times4\times3=144$ số cần tìm.

» Câu 18. Cho các chữ số 1, 2, 3,., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172

Lời giải

Chọn A

Gọi số cần lập $x=\overline{abcd}$, $a,b,c,d\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Vì x chẵn nên $d\in\{2,4,6,8\}$. Đồng thời $x\le 2011\Rightarrow a=1$

- $a=1\Rightarrow a$ có 1 cách chọn, khi đó d có 4 cách chọn; b,c có 7.6 cách

Suy ra có: $1.4.6.7=168$ số

» Câu 19. Từ các số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ

A. 360 **B.** 343 **C.** 480 **D.** 347

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần lập $x=\overline{abcd}$; $a,b,c,d\in\{1,2,3,4,5,6,7\}$ và a,b,c,d đôi một khác nhau.

Vì số x cần lập là số lẻ nên d phải là số lẻ. Ta lập x qua các công đoạn sau.

Bước 1: Có 4 cách **chọn d**

Bước 2: Có 6 cách **chọn a**

Bước 3: Có 5 cách **chọn b**

Bước 4: Có 4 cách **chọn c**

Vậy có 480 số thỏa yêu cầu bài toán.

» Câu 20. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

A. 81 **B.** 68 **C.** 42 **D.** 98

Lời giải

Chọn A

Để xếp A ta có 3 cách lên một trong ba toa

Với mỗi cách xếp A ta có 3 cách xếp B lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A,B ta có 3 cách xếp C lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A,B,C ta có 3 cách xếp D lên toa tàu

Vậy có $3.3.3.3=81$ cách xếp 4 người lên toa tàu.

» Câu 21. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

A. 190 **B.** 182 **C.** 280 **D.** 194

Lời giải

Chọn A

Cứ mỗi đội phải thi đấu với 19 đội còn lại nên có 19.20 trận đấu.

Tuy nhiên theo cách tính này thì một trận đấu chẳng hạn A gặp B được tính hai lần.

Do đó số trận đấu thực tế diễn ra là: $\dfrac{19.20}{2}=190$ trận.

» Câu 22. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Lời giải

Chọn C

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có : $6!.A_5^3 = 43200$ cách.

» Câu 23. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

A. 180 **B.** 160. **C.** 90. **D.** 45.

Lời giải

Chọn A

Mỗi đội sẽ gặp 9 đội khác trong hai lượt trận sân nhà và sân khách. Có $10.9 = 90$ trận.

Mỗi đội đá 2 trận sân nhà, 2 trận sân khách. Nên số trận đấu là $2.90 = 180$ trận.

» Câu 24. Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

A. 11523 **B.** 11520 **C.** 11346 **D.** 22311

Lời giải

Chọn B

Vì chữ số đứng đầu chẵn nên a_1 có 4 cách chọn, chữ số đứng cuối lẻ nên a_8 có 4 cách chọn. Các số còn lại có $6.5.4.3.2.1$ cách chọn

Vậy có $4^2.6.5.4.3.2.1 = 11520$ số thỏa yêu cầu bài toán.

» Câu 25. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

A. 15120 **B.** 23523 **C.** 16862 **D.** 23145

Lời giải

Chọn A

Vì x lẻ và không chia hết cho 5 nên $d \in \{1,3,7\} \Rightarrow d$ có 3 cách chọn

Số các chọn các chữ số còn lại là: $7.6.5.4.3.2.1$

Vậy 15120 số thỏa yêu cầu bài toán.

» Câu 26. Cho tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

A. 660 **B.** 432 **C.** 679 **D.** 523

Lời giải

Chọn A

Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập, $e \in \{0,5\}, a \neq 0$

• $e = 0 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn $a,b,c,d : 6.5.4.3$

Trường hợp này có 360 số

$e = 5 \Rightarrow e$ có một cách chọn, số cách chọn $a,b,c,d : 5.5.4.3 = 300$

Trường hợp này có 300 số

Vậy có 660 số thỏa yêu cầu bài toán.

» Câu 27. Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32 **B.** 16 **C.** 80 **D.** 64

Lời giải

Chọn D

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3...a_{10}}$

Bước 1: Xếp số 2 ở vị trí lẻ a_1, a_3, …, a_9 hoặc vị trí chẵn a_2, a_2, …, a_{10} có 2 cách.

Bước 2: Xếp các số 1 hoặc 3 vào các vị trí còn lại có 2^5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $2.2^5 = 64$ cách.

» Câu 28. Cho tập hợp số: $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$.Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A. 114 **B.** 144 **C.** 146 **D.** 148

Lời giải

Chọn B

Ta có một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số chia hết cho 3. Trong tập A có các tập con các chữ số chia hết cho 3 là $\{0,1,2,3\}$, $\{0,1,2,6\}$, $\{0,2,3,4\}$, $\{0,3,4,5\}$, $\{1,2,4,5\}$, $\{1,2,3,6\}$, $\{1,3,5,6\}$.

Vậy số các số cần lập là: $4(4!-3!)+3.4!=144$ số.

» Câu 29. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẻ:

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Lời giải

Chọn B

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: $3.2.1$ cách xếp.

Xếp 3 nữ có: $3.2.1$ cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

» Câu 30. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$.

Do số cần lập là số lẻ và phải có mặt chữ số 3 nên ta có các trường hợp.

TH1: $a=3$ khi đó số có dạng $\overline{3bcd}$.

Có 2 cách chọn d.

Có 4 cách chọn a.

Có 3 cách chọn c.

Theo quy tắc nhân có $1.4.3.2 = 24$.

TH2: $b=3$ khi đó số có dạng $\overline{a3cd}$.

Có 2 cách chọn d.

Có 3 cách chọn a.

Có 3 cách chọn c.

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$.

TH3: $c=3$ khi đó số có dạng $\overline{ab3d}$.

Có 2 cách chọn d.

Có 3 cách chọn a.

Có 3 cách chọn b.

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2=18$.

TH4: $d=3$ khi đó số có dạng $\overline{abc3}$.

Có 4 cách chọn a.

Có 4 cách chọn b.

Có 3 cách chọn c.

Theo quy tắc nhân có $4.4.3.1=48$.

Theo quy tắc cộng có $24+18+18+48=108$.

» Câu 31. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384 **B.** 120 **C.** 216 **D.** 600

Lời giải

Chọn A

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6!-5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5!-4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đúng cạnh nhau là: $6!-5!-(2.5!-4!)=384$.

» Câu 32. Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152. **B.** 10001. **C.** 1048577. **D.** 1048576.

Lời giải

Chọn C

Mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn.

$\Rightarrow 10$ câu hỏi có $4^{10}=1048576$ phương án trả lời khác nhau.

Vậy nếu có nhiều hơn 1048576 phiếu hợp lệ thì luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống nhau nên số phiếu hợp lệ tối thiểu cần phát là 1048577 phiếu.

» Câu 33. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6\in\{1;3;5\}$ và $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5+a_6)=1$

❍ Với $a_6=1$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=2 \Rightarrow \begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{2,3,6\} \\ a_4,a_5\in\{4,5\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{2,4,5\} \\ a_4,a_5\in\{3,6\} \end{cases}$

❍ Với $a_6=3$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=4 \Rightarrow \begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{2;4;5\} \\ a_4,a_5\in\{1,6\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{1,4,6\} \\ a_4,a_5\in\{2,5\} \end{cases}$

❍ Với $a_6=5$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=6 \Rightarrow \begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{2,3,6\} \\ a_4,a_5\in\{1,4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1,a_2,a_3\in\{1,4,6\} \\ a_4,a_5\in\{2,3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3!.2!=12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6.12 = 72$ số cần tìm.

» Câu 34. Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Lời giải

Chọn D

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

- Số cách tô cạnh AB: 6 cách.
- Số cách tô cạnh BC: 5 cách.
- Số cách tô cạnh CD: 4 cách.
- Số cách tô cạnh AD: 4 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.4.4 = 480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

- Số cách tô cạnh AB: 6 cách.
- Số cách tô cạnh BC: 5 cách.
- Số cách tô cạnh CD: 1 cách.
- Số cách tô cạnh AD: 5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.1.5 = 150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480 + 150 = 630$ cách.

» Câu 35. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321 **B.** 21312 **C.** 12312 **D.** 21321

Lời giải

Chọn B

Mỗi số số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3 = 60$ số.

Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng là như nhau và bằng $60:5 = 12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là:

$S = 12.(1+2+3+4+6)(100+10+1) = 21312$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» Câu 36. Trong hộp bút của Lan có 4 chiếc bút chì, 5 chiếc bút bi và 2 chiếc bút máy (tất cả đều khác nhau), khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi là 20 (cách).		
(b)	Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút máy là 4 (cách).		
(c)	Số cách chọn 1 chiếc bút bi và 1 chiếc bút máy là 7 (cách).		
(d)	Số cách chọn 2 chiếc bút khác loại với nhau từ hộp bút của Lan là 38 (cách).		

Lời giải

(a) Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi là 20 (cách).

Chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút bi có $4 \cdot 5 = 20$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(b) Số cách chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút máy là 4 (cách).

Chọn 1 chiếc bút chì và 1 chiếc bút máy có $4 \cdot 2 = 8$ (cách).

» **Chọn** SAI.

(c) *Số cách chọn 1 chiếc bút bi và 1 chiếc bút máy là 7 (cách).*

Chọn 1 chiếc bút bi và 1 chiếc bút máy có $5 \cdot 2 = 10$ (cách).

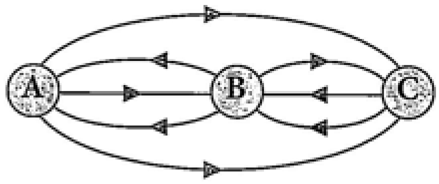
» **Chọn** SAI.

(d) *Số cách chọn 2 chiếc bút khác loại với nhau từ hộp bút của Lan là 38 (cách).*

Áp dụng quy tắc cộng, ta có số cách chọn 2 chiếc bút khác loại với nhau từ hộp bút của Lan là: $20 + 8 + 10 = 38$ (cách).

» **Chọn** ĐÚNG.

» **Câu 37.** Hình sau đây biểu diễn các con đường một chiều nối các thành phố A, B và C, khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 2 cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà không đi qua thành phố B		
(b)	Có 1 cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà đi qua thành phố B		
(c)	Có 3 cách đi từ thành phố A đến thành phố B mà không đi qua thành phố C		
(d)	Có 3 cách đi từ thành phố A đến thành phố C rồi quay trở lại thành phố A		

Lời giải

(a) Có 2 cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà không đi qua thành phố B

Di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà không đi qua thành phố B có 2 cách.

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) Có 1 cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà đi qua thành phố B

Di chuyển từ thành phố A đến thành phố C mà đi qua thành phố B có 1 cách.

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) Có 3 cách đi từ thành phố A đến thành phố B mà không đi qua thành phố C

Đi từ thành phố A đến thành phố B mà không đi qua thành phố C có 3 cách

» **Chọn** ĐÚNG.

(d) Có 3 cách đi từ thành phố A đến thành phố C rồi quay trở lại thành phố A

Đi từ thành phố A đến thành phố C rồi quay trở lại thành phố A có $3 \cdot 4 = 12$ (cách).

» **Chọn** SAI.

» **Câu 38.** Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn đề tài về lịch sử: có 8 cách.		
(b)	Chọn đề tài về thiên nhiên: có 10 cách.		

(c)	Chọn đề tài về con người: có 7 cách.		
(d)	Mỗi thí sinh có 31 cách chọn		

Lời giải

(a) *Chọn đề tài về lịch sử: có 8 cách.*

Chọn đề tài về lịch sử: có 8 cách.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Chọn đề tài về thiên nhiên: có 10 cách.*

Chọn đề tài về thiên nhiên: có 7 cách.

» Chọn SAI.

(c) *Chọn đề tài về con người: có 7 cách.*

Chọn đề tài về con người: có 10 cách.

» Chọn SAI.

(d) *Mỗi thí sinh có 31 cách chọn*

Chọn đề tài về văn hóa: có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+7+10+6=31$ cách chọn.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Có 1170 số chẵn gồm bốn chữ số được lập từ các chữ số* $0,1,2,3,4,5,6$

Gọi $\overline{abcd}$ là số thoả mãn điều kiện đề bài.

Chọn d có 4 cách $(0,2,4,6)$.

Chọn a có 6 cách $(1,2,3,4,5,6)$.

Chọn b có 7 cách $(0,1,2,3,4,5,6)$.

Chọn c có 7 cách $(0,1,2,3,4,5,6)$.

Vậy có thể lập được $4\cdot6\cdot7\cdot7=1176$ số thoả mãn đề bài.

» Chọn SAI.

» Câu 39. Cho các chữ số $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 387420489 số tự nhiên gồm 9 chữ số, được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$		
(b)	Có 40320 số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$		
(c)	Có 600 số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$		
(d)	Có 300 số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$		

Lời giải

(a) *Có* 387420489 *số tự nhiên gồm 9 chữ số, được tạo thành từ các chữ số* $1,2,3,4,5,6,7,8,9$

Lập số tự nhiên gồm 9 chữ số từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có 9^9 cách.

Vậy có $9^9=387420489$ số thoả mãn đề bài.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Có* 40320 *số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số* $1,2,3,4,5,6,7,8,9$

Mỗi số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau chọn từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ là một hoán vị của 9 phần tử nên có $9!=362880$ số thoả mãn đề bài.

» Chọn SAI.

(c) *Có 600 số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$*

Gọi $\overline{abcdef}$ là số thoả mãn đề bài.

Chọn a có 5 cách (a khác 0).

Chọn b,c,d,e,f có $5!=120$ cách.

Vậy có $5.5!=600$ số thoả mãn đề bài.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Có 300 số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, được tạo thành từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$*

Gọi $\overline{abcd}$ là số thoả mãn đề bài.

Chọn a có 5 cách (a khác 0).

Chọn b,c,d có $A_5^3=60$ cách.

Vậy có $5.60=300$ số thoả mãn đề bài.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 40. Một lớp học có 8 em học sinh ra ứng cử vào một trong các vị trí gồm lớp trưởng, lớp phó học tập và thủ quỹ, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn một học sinh vào vị trí lớp trưởng: có 8 cách		
(b)	Sau khi chọn lớp trưởng, thì chọn một học sinh vào vị trí lớp phó học tập: có 7 cách		
(c)	Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó, thì chọn một học sinh vào vị trí thủ quỹ: có 6 cách		
(d)	Có 21 cách chọn ra ba người vào ba vị trí lớp trưởng, lớp phó học tập và thủ quỹ		

Lời giải

(a) *Chọn một học sinh vào vị trí lớp trưởng: có 8 cách.*

Giai đoạn 1: Chọn một học sinh vào vị trí lớp trưởng: có 8 cách.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Sau khi chọn lớp trưởng, thì chọn một học sinh vào vị trí lớp phó học tập: có 7 cách.*

Giai đoạn 2: Chọn một học sinh vào vị trí lớp phó học tập: có 7 cách.

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó, thì chọn một học sinh vào vị trí thủ quỹ: có 6 cách.*

Giai đoạn 3: Chọn một học sinh vào vị trí thủ quỹ: có 6 cách.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Có 21 cách chọn ra ba người vào ba vị trí lớp trưởng, lớp phó học tập và thủ quỹ*

Số cách thực hiện công việc là: $8\times7\times6=336$ (cách).

» Chọn SAI.

» Câu 41. Lớp 10 A có 36 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra một ban cán sự lớp gồm: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn-thể và 1 lớp phó kỉ luật, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 36 cách chọn lớp trưởng		

(b)	Sau khi chọn lớp trưởng, có 36 cách chọn lớp phó học tập		
(c)	Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn - thể		
(d)	Số cách chọn một ban cán sự lớp là: 138		

Lời giải

Việc chọn một ban cán sự lớp là thực hiện liên tiếp bốn hành động:

(a) *Có 36 cách chọn lớp trưởng.*

Có 36 cách chọn lớp trưởng.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Sau khi chọn lớp trưởng, có 36 cách chọn lớp phó học tập.*

Sau khi chọn lớp trưởng, có 35 cách chọn lớp phó học tập.

» Chọn SAI.

(c) *Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn - thể.*

Sau khi chọn lớp trưởng và lớp phó học tập, có 34 cách chọn lớp phó văn - thể.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Số cách chọn một ban cán sự lớp là: 138.*

Sau khi chọn lớp trưởng, lớp phó học tập và lớp phó văn - thể, có 33 cách chọn lớp phó kỉ luật.

Vậy số cách chọn một ban cán sự lớp là: 36 · 35. 34. 33= 1413720.

» Chọn SAI.

» Câu 42. Có 3 học sinh nữ và 4 học sinh nam cùng xếp theo một hàng ngang, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 5040 cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh		
(b)	Có 208 cách xếp hàng để học sinh cùng giới đứng cạnh nhau		
(c)	Có 144 cách xếp hàng để học sinh nam và nữ xếp xen kẽ		
(d)	Có 700 cách xếp hàng để học sinh nữ đứng cạnh nhau		

Lời giải

(a) *Có 5040 cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh*

Xếp một học sinh vào vị trí thứ nhất: có 7 cách.

Xếp một học sinh vào vị trí thứ hai: có 6 cách.

Các vị trí tiếp theo lần lượt có số cách tương ứng là $5,4,3,2,1$ (cách).

Vậy số cách xếp hàng tùy ý 7 học sinh trên là: $7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Có 208 cách xếp hàng để học sinh cùng giới đứng cạnh nhau*

Xếp các em nữ trong một hàng 3 người, ta có: $3\times2\times1=6$ (cách).

Xếp các em nam trong một hàng 4 người, ta có: $4\times3\times2\times1=24$ (cách).

Số cách hoán đổi vị trí của hai nhóm trên là 2.

Vậy số cách xếp học sinh thỏa mãn là: $6\times24\times2=288$ (cách).

» Chọn SAI.

(c) *Có 144 cách xếp hàng để học sinh nam và nữ xếp xen kẽ*

Hàng được xếp phải thỏa mãn: Nam-Nữ-Nam-Nữ-Nam-Nữ-Nam.

Chọn một nam sinh cho vị trí thứ nhất: có 4 cách.

Chọn một nữ sinh cho vị trí thứ hai: có 3 cách.

Số cách chọn học sinh cho các vị trí tiếp theo lần lượt là: $3,2,2,1$.

Vậy số cách xếp thỏa mãn là: $4\times3\times3\times2\times2\times1=144$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(d) Có 700 cách xếp hàng để học sinh nữ đứng cạnh nhau

Gọi X là nhóm gồm 3 học sinh nữ.

Số cách xếp 3 học sinh trong X là: $3\times2\times1=6$ (cách).

Lúc này ta có 5 phần tử để đưa vào hàng gồm có X cùng với 4 nam sinh (X được tính là 1 phần tử).

Chọn 1 phần tử cho vị trí thứ nhất: có 5 (cách).

Số cách chọn phần tử cho các vị trí tiếp theo lần lượt là $4,3,2,1$.

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $6\times5\times4\times3\times2\times1=720$ (cách).

» Chọn SAI.

» Câu 43. Cho số tự nhiên $\overline{abcde}$ với a,b,c,d,e là các số lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 100000 số		
(b)	Có 27216 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau		
(c)	Có 13440 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó là số lẻ		
(d)	Có 13776 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó chẵn		

Lời giải

(a) Có 100000 số

Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$ với a,b,c,d,e là các số lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

Vì các số được chọn là tùy ý nên số cách chọn mỗi chữ số a,b,c,d,e đều là 10 (cách).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $9.10^4=90000$ (số).

» Chọn SAI.

(b) Có 27216 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau

Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$.

Chọn $a: a\neq0\Rightarrow$ Có 9 cách chọn a.

Chọn $b: b\neq a\Rightarrow$ Có 9 cách chọn b.

Theo quy luật trên thì số cách chọn c,d,e lần lượt là $8,7,6$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: 9.9.8.7.6 $=27216$ (số).

» Chọn ĐÚNG.

(c) Có 13440 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó là số lẻ

Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcde}$.

Chọn $e\in\{1;3;5;7;9\}\Rightarrow$ Có 5 cách chọn e.

Chọn a với $a\neq0, a\neq e\Rightarrow$ Có 8 cách chọn a.

Mỗi chữ số b,c,d lần lượt có $8,7,6$ cách chọn.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $5.8.8.7.6=13440$ (số)

» Chọn ĐÚNG.

(d) Có 13776 số mà các chữ số a,b,c,d,e đôi một khác nhau và số tự nhiên đó chẵn

Cách giải 1:

Trường hợp 1: $e=0$.

Chọn a khác 0 (tức là a cũng khác e): có 9 cách chọn.

Mỗi chữ số b,c,d lần lượt có $8,7,6$ cách chọn. Khi đó, ta có được: $1.9.8.7.6 = 3024$ (số).

Trường hợp 2: $e\in\{2;4;6;8\}$. Chọn e: có 4 cách chọn.

Chọn a với $a\neq 0, a\neq e$, ta có 8 cách chọn.

Mỗi chữ số b,c,d lần lượt có $8,7,6$ cách chọn. Khi đó ta có được: $4.8.8.7.6=10752$ (số).

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn: $3024+10752=13776$ (số).

Cách giải 2:

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt là 27216 (số).

Số các số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số phân biệt là 13440 (số).

Theo quy tắc loại trừ, ta có số các số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số phân biệt:

$27216-13440=13776$ (số).

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 44. Một túi có 20 viên bi khác nhau trong đó có 7 bi đỏ, 8 bi xanh và 5 bi vàng, khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	Số cách chọn ba bi khác màu là 280 (cách).		
(b)	Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi xanh là 56 (cách).		
(c)	Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi vàng 40 (cách).		
(d)	Số cách chọn hai bi khác màu là: 96 (cách).		

Lời giải

(a) *Số cách chọn ba bi khác màu là 280 (cách).*

Việc chọn ba viên bi khác màu phải tiến hành ba giai đoạn liên tiếp:

Giai đoạn 1: Chọn một viên bi đỏ: có 7 cách.

Giai đoạn 2: Chọn một viên bi xanh: có 8 cách.

Giai đoạn 3: Chọn một viên bi vàng: có 5 cách.

Số cách chọn ba bi khác màu là $7\times 8\times 5=280$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi xanh là 56 (cách).*

Trường hợp 1: Hai viên khác màu là bi đỏ và bi xanh.

Giai đoạn 1: Chọn một viên bi đỏ: có 7 cách.

Giai đoạn 2: Chọn một viên bi xanh: có 8 cách.

Số cách chọn trường hợp này là $7\times 8=56$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Số cách chọn hai viên khác màu bi đỏ và bi vàng 40 (cách).*

Trường hợp 2: Hai viên khác màu là bi đỏ và bi vàng.

Tương tự trường hợp 1, ta có: $7\times 5=35$ (cách).

» Chọn SAI.

(d) *Số cách chọn hai bi khác màu là: 96 (cách).*

Trường hợp 3: Hai viên khác màu là bi xanh và bi vàng.

Tương tự trường hợp 1, ta có: $8\times 5=40$ (cách).

Vậy số cách chọn hai bi khác màu là: $56+35+40=131$ (cách).

» Chọn SAI.

» Câu 45. Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn ra một quyển sách từ số sách đã cho: 19 (cách).		
(b)	Số cách chọn ba quyển sách khác môn là: 240 (cách).		
(c)	Số cách chọn hai quyển gồm Tiếng Anh và Toán là: 11 (cách).		
(d)	Số cách chọn hai quyển sách khác môn là: 118 (cách).		

Lời giải

(a) Số cách chọn ra một quyển sách từ số sách đã cho: 19 (cách).

Số cách chọn ra một quyển sách từ số sách đã cho: $5+6+8=19$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(b) Số cách chọn ba quyển sách khác môn là: 240 (cách).

Giai đoạn 1: Chọn một quyển sách Tiếng Anh: có 5 (cách).

Giai đoạn 2: Chọn một quyển sách Toán: có 6 (cách).

Giai đoạn 3: Chọn một quyển sách Tiếng Việt: có 8 (cách).

Số cách chọn ba quyển sách khác môn là: $5\times6\times8=240$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(c) Số cách chọn hai quyển gồm Tiếng Anh và Toán là: 11 (cách).

Trường hợp 1: Chọn được hai quyển gồm Tiếng Anh và Toán.

Số cách chọn là $5\times6=30$ (cách).

Trường hợp 2: Chọn được hai quyển gồm Tiếng Anh và Tiếng Việt.

Số cách chọn là $5\times8=40$ (cách).

Trường hợp 3: Chọn được hai quyển gồm Toán và Tiếng Việt.

Số cách chọn là $6\times8=48$ (cách).

» Chọn SAI.

(d) Số cách chọn hai quyển sách khác môn là: 118 (cách).

Số cách chọn hai quyển sách khác môn là: $30+40+48=118$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

C. *Câu hỏi – Trả lời ngắn*

» Câu 46. Để đi từ thành phố A đến thành phố C, bắt buộc phải đi qua thành phố B. Biết rằng có 5 cách để đi từ thành phố A đến thành phố B, đồng thời có 3 cách để đi từ thành phố B đến thành phố C. Hỏi có bao nhiêu cách để đi từ thành phố A đến thành phố C?

Lời giải

✔Trả lời: 15

Có 5 cách để đi từ thành phố A đến thành phố B, và có 3 cách để đi từ thành phố B đến thành phố C. Áp dụng quy tắc nhân, ta có số cách di chuyển từ thành phố A đến thành phố C là: 5·3=15 (cách).

» Câu 47. Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì kết quả nhận được luôn là sấp hoặc ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 10 lân thì có bao nhiêu khả năng xảy ra?

Lời giải

✔Trả lời: 1024

Với mỗi đồng xu được gieo, ta có 2 khả năng có thể xảy ra (sấp hoặc ngửa). Áp dụng quy tắc nhân, ta có số khả năng xảy ra khi gieo một đồng xu hai mặt 10 lần là $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=1024$ (khả năng).

» Câu 48. Trong một cuộc thi thuyết trình, mỗi thí sinh phải lựa chọn một đề tài trong các chủ đề được đưa ra. Trong đó: chủ đề Kinh tế có 5 đề tài, chủ đề Văn hoá có 8 đề tài và chủ đề Xã hội có 10 đề tài. Hỏi mỗi thí sinh dự thi có bao nhiêu cách để lựa chọn đề tài thuyết trình?

Lời giải

✓Trả lời: 23

Có $5+8+10=23$ đề tài thuyết trình.

» Câu 49. Nhãn của mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần thứ nhất là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái Tiếng Anh), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

Lời giải

✓Trả lời: 650

Số cách chọn phần thứ nhất có 26 cách.

Số cách chọn phần thứ hai có 25 cách (25 số nguyên dương nhỏ hơn 26).

Vậy có nhiều nhất $26.25=650$ chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau.

» Câu 50. Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau và không vượt quá 2022?

Lời giải

✓Trả lời: 336

Gọi $\overline{abcd}$ là số thoả mãn điều kiện đề bài.

Vì $\overline{abcd}$ không vượt quá 2022 nên $a=1$ có 1 cách chọn.

Chọn b,c,d có $A_8^3=336$ cách.

Vậy có $1.336=336$ số thoả mãn đề bài.

» Câu 51. Một nhóm gồm 5 em học sinh (trong đó có một bạn tên Tùng) đang đứng xếp thành một hàng dọc, hỏi có bao nhiêu cách xếp: Bạn Tùng đứng đầu hàng?

Lời giải

✓Trả lời: 24

Giai đoạn 1: Xếp bạn Tùng đứng ở đầu hàng: có 1 cách.

Giai đoạn 2: Chọn một học sinh đứng vị trí tiếp theo: có 4 cách.

Giai đoạn 3: Chọn một học sinh đứng vị trí tiếp theo: có 3 cách.

Giai đoạn 4: Chọn một học sinh đứng vị trí tiếp theo: có 2 cách.

Giai đoạn 5: Chọn một học sinh đứng cuối hàng: có 1 cách.

Số cách xếp một hàng thỏa mãn là $1\times4\times3\times2\times1=24$ (cách).

» Câu 52. Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt và chia hết cho 4?

Lời giải

✓Trả lời: 72

Gọi số tự nhiên cần tìm: $\overline{abcd}$.

Nhận xét: Một số tụ nhiên (gồm nhiều chữ số) chia hết cho 4 khi hai chữ số cuối của nó hình thành một số tư nhiên chia hết cho 4.

Theo đề, ta có $\overline{cd}\in\{04,12,20,24,32,40,52\}$.

Trường hợp 1: $\overline{cd}\in\{04,20,40\}$, có 3 cách chọn $\overline{cd}$.

Chọn a: có 4 cách; chọn b: 3 cách.

Vậy số các số thỏa mãn là $3.4.3=36$ (số).

Trường hợp 2: $\overline{cd} \in \{12, 24, 32, 52\}$, có 4 cách chọn.

Chọn a: có 3 cách; chọn b: có 3 cách. Số các số thỏa mãn là $4.3 \cdot 3 = 36$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là $36 + 36 = 72$ (số).

» Câu 53. Một lớp học có 18 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ đi tham dự một khóa học về an toàn giao thông do nhà trường tổ chức?

Lời giải

✓Trả lời: 360

Việc chọn ra 1 nam sinh và 1 nữ sinh cần tiến hành liên tiếp hai giai đoạn:

Giai đoạn 1: Chọn một nam sinh: có 18 cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn một nữ sinh: có 20 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn thỏa mãn: $18 \times 20 = 360$ (cách).

» Câu 54. An muốn mua một cây bút chì và một cây bút mực. Bút mực có 8 màu, bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy An có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

✓Trả lời: 64

Giai đoạn 1: Chọn bút mực: có 8 màu.

Giai đoạn 2: Chọn bút chì: có 8 màu.

Số cách chọn đủ 2 bút là: $8 \times 8 = 64$ (cách).

» Câu 55. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau?

Lời giải

✓Trả lời: 156

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số là $\overline{abcd}$.

Trường hợp 1: $d = 0$.

Chọn d: có 1 cách. Chọn $a(a \neq 0)$: có 5 cách.

Số cách chọn b, c lần lượt là 4,3.

Số các số tự nhiên trong trường hợp này là $1 \times 5 \times 4 \times 3 = 60$.

Trường hợp 2: $d \in \{2;4\}$.

Chọn d: có 2 cách. Chọn $a(a \neq 0, a \neq d)$: có 4 cách.

Số cách chọn b, c lần lượt là 4,3.

Số các số tự nhiên trong trường hợp này là $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn đề bài là $60 + 96 = 156$.

» Câu 56. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A, B, C, D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa tối đa 4 người?

Lời giải

✓Trả lời: 81

Xếp A lên một trong 3 toa tàu: có 3 cách.

Xếp B lên một trong 3 toa tàu: có 3 cách.

Tương tự, số cách xếp C và D cũng là 3 cách.

Với mỗi cách xếp A ta có 3 cách xếp B lên toa tàu.

Vậy số cách xếp thỏa mãn là $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ (cách).

» Câu 57. Từ các chữ số $1, 5, 6, 7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

Lời giải

✓Trả lời: 256

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $a,b,c,d \in A = \{1,5,6,7\}$

Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

- a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn,
- b được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn,
- c được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn,
- d được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ số cần tìm.

» Câu 58. Từ các chữ số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

Lời giải

✓Trả lời: 24

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $a,b,c,d \in A = \{1;5;6;7\}$

Vì số cần tìm có 4 chữ số khác nhau nên:

- a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn,
- b được chọn từ tập $A \setminus \{a\}$ (có 3 phần tử) nên có 3 cách chọn,
- c được chọn từ tập $A \setminus \{a,b\}$ (có 2 phần tử) nên có 2 cách chọn,
- d được chọn từ tập $A \setminus \{a,b,c\}$ (có 1 phần tử) nên có 1 cách chọn.

Như vậy, ta có 4.3.2.1 = 24 số cần tìm.

» Câu 59. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người phụ nữ trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng.

Lời giải

✓Trả lời: 90

Cách 1: Chọn 1 người trong 10 người đàn ông có 10 cách,

Chọn 1 người trong 9 người phụ nữ không là vợ của người đàn ông đã chọn có 9 cách.

Vậy có $10.9 = 90$ cách chọn

Cách 2: Có 10 cách chọn 1 người đàn ông,

Có 10 cách chọn 1 người phụ nữ.

Số cách chọn một người đàn ông và một người phụ nữ bất kỳ là: 10.10

Số cách chọn một người đàn ông và một người phụ nữ là vợ chồng của nhau là: $10.1 = 10$

Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng: $10.10 - 10 = 90$

» Câu 60. Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0,1,2,4,5,6,8$

Lời giải

✓Trả lời: 520

Gọi $x = \overline{abcd}; a,b,c,d \in \{0;1;2;4;5;6;8\}$.

Cách 1: Tính trực tiếp:

Vì x là số chẵn nên $d \in \{0;2;4;6;8\}$.

TH 1: $d = 0 \Rightarrow$ có 1 cách chọn d,

Với mỗi cách chọn d ta có 6 cách chọn $a \in \{1;2;4;5;6;8\}$,

Với mỗi cách chọn a,d ta có 5 cách chọn $b \in \{1;2;4;5;6;8\} \setminus \{a\}$,

Với mỗi cách chọn a,b,d ta có 4 cách chọn $c \in \{1;2;4;5;6;8\} \setminus \{a,b\}$,

Suy ra trong trường hợp này có $1.6.5.4 = 120$ số.

TH 2: $d \neq 0 \Rightarrow d \in \{2,4,6,8\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn d,

Với mỗi cách chọn d, do $a \neq 0$ nên ta có 5 cách chọn $a \in \{1;2;4;5;6;8\} \setminus \{d\}$,

Với mỗi cách chọn a,d ta có 5 cách chọn $b \in \{1;2;4;5;6;8\} \setminus \{a\}$,

Với mỗi cách chọn a,b,d ta có 4 cách chọn $c \in \{1;2;4;5;6;8\} \setminus \{a,b\}$,

Suy ra trong trường hợp này có $4.5.5.4 = 400$ số.

Vậy có tất cả $120 + 400 = 520$ số cần lập.

Cách 2: Tính gián tiếp (đếm phần bù)

Gọi $A = \{$ số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0;1;2;4;5;6;8\}$,

$B = \{$ số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0;1;2;4;5;6;8\}$,

$C = \{$ số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0;1;2;4;5;6;8\}$

Ta có: $n(C) = n(A) - n(B)$.

Dễ dàng tính được: $n(A) = 6.6.5.4 = 720$.

Ta đi tính $n(B)$?

$x = \overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d \in \{1;5\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn,

Với mỗi cách chọn d ta có 5 cách chọn a (vì $a \neq 0, a \neq d$),

Với mỗi cách chọn a,d ta có 5 cách chọn b,

Với mỗi cách chọn a,b,d ta có 4 cách chọn c,

Suy ra $n(B) = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 200$,

Vậy $n(C) = n(A) - n(B) = 720 - 200 = 520$.

------------------------------ Hết ------------------------------

Chương 08

Bài 2. HOÁN VỊ – TỔ HỢP – CHỈNH HỢP

A Lý thuyết

1. Hoán vị

Định nghĩa

*Định nghĩa **Giai thừa**.*

» Cho số tự nhiên $n \ge 1$, ta định nghĩa n giai thừa, ký hiệu bởi $n!$, là $n! = n.(n-1).(n-2)....2.1$.

*Định nghĩa **Hoán vị**.*

Cho tập hợp A có n phần tử $(n \ge 1)$.

» Mỗi cách sắp xếp thứ tự của n phần tử tập hợp A là *hoán vị* của n phần tử này.

» *Số các hoán vị* của n phần tử tập hợp A được ký hiệu bởi P_n.

» Được xác định theo công thức:

$$P_n = n! = n.(n-1).(n-2)....2.1$$

Chú ý

Các hoán vị khác nhau chỉ khác nhau về thứ tự sắp xếp các phần tử.
Hoán vị của 3 phần tử a, b, c gồm: $a, b, c; a, c, b; b, a, c;...$

2. Chỉnh hợp

Định nghĩa

Cho tập A gồm n phần tử $(n \ge 1)$.

» Kết quả của việc lấy $\boxed{k}$ phần tử khác nhau từ $\boxed{n}$ phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập $\boxed{k}$ của $\boxed{n}$ phần tử của A (gọi tắt là chỉnh hợp n chập k của A).

» Số các chỉnh hợp chập $\boxed{k}$ của của một tập hợp có $\boxed{n}$ phần tử là:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ với } (1 \le k \le n).$$

» Quy ước: $0! = 1, A_n^0 = 1, A_n^n = P_n = n!$

Chú ý

Khi giải bài toán chọn trên tập X có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

» Chỉ chọn k phần tứ của X $(1 \le k \le n)$.

» Có sắp thự tự các phần tử đã chọn.

3. Tổ hợp

Định nghĩa

Cho tập A gồm n phần tử $(n \geq 1)$.

- Một tổ hợp chập $\boxed{k}$ của $\boxed{n}$ là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k,n là các số tự nhiên, $0 \leq k \leq n$).
- Số các chỉnh hợp chập $\boxed{k}$ của của một tập hợp có $\boxed{n}$ phần tử là:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ với } (1 \leq k \leq n).$$

Tính chất:

- Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$.
- Cho các số nguyên n và k với $1 \leq k \leq n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ *(Công thức Pascal)*

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Hoán vị

Phương pháp

(1) Hoán vị các chữ số trong số tự nhiên.

(2) Hoán vị đồ vật.

» Tập hợp A là tập con có n phần tử của tập hợp $\{0,1,...8,9\}$ với $1 \le n \le 10$.

» Khi đó, số cách thành lập số tự nhiên x có n chữ số được lấy từ A là số hoán vị của n phần tử này, tức là có $P_n = n!$ số

(3) Hoán vị vòng quanh.

» Có n phần tử được sắp xếp trên một vòng tròn n vị trí. Số cách xếp sẽ là hoán vị của $n-1$ phần tử: $(n-1)!$.

» Thật vậy, mỗi cách xếp không thay đổi khi các phần tử lần lượt dời chỗ qua bên phải (hoặc trái) một vị trí. Như vậy, có n vị trí trên vòng tròn, nên có $\frac{n!}{n} = (n-1)!$ cách xếp.

(4) Hoán vị lặp.

» Cho k phần tử khác nhau $a_1, a_2, ..., a_k$. Một cách sắp xếp n phần tử trong đó gồm n_1 phần tử a_1, n_2 phần tử a_2, …, n_k phần tử a_k $(n_1 + n_2 + ... + n_k = n)$ theo một thứ tự nào đó được gọi là hoán vị lặp cấp n và kiểu $(n_1, n_2, ..., n_k)$ của k phần tử.

» Số các hoán vị lặp dạng như trên là $P_n(n_1, n_2, ..., n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! ... n_k!}$.

Ví dụ 1.1.

Cho tập hợp $S = \{1, 2, 3, 4\}$.

Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập A?

Lời giải

Gọi $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ là số cần tìm, $a_i \in S$, $\forall i = \overline{1,4}$.

Mỗi hoán vị của 4 phần tử tập hợp A ta được 1 số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm, ví dụ như $x = 3214$.

Do vậy, ta được $P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$ số.

Ví dụ 1.2.

Một chồng sách gồm 4 quyển sách Toán khác nhau, 3 quyển sách Vật Lý khác nhau, 5 quyển sách Hóa Học khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách trên thành một hàng ngang sao cho

(1) Các quyển sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

(2) Các quyển sách toán đứng gần nhau.

Lời giải

(1) Các quyển sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

Xếp 4 quyển sách toán thành một nhóm đứng gần nhau có $P_4 = 4! = 24$ cách xếp.

Xếp 3 quyển sách Vật Lí thành một nhóm gần nhau có $P_3 = 3! = 6$ cách xếp

Xếp 5 quyển sách Hóa Học thành một nhóm gần nhau có $P_5 = 5! = 120$ cách xếp.

Xếp 3 nhóm sách trên lên giá sách có $P_3 = 3! = 6$ cách xếp.

Vậy có 24.6.120.6 = 103680 cách xếp các cuốn sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

(2) Các quyển sách toán đứng gần nhau.

Xếp 4 quyển sách Toán thành một nhóm đứng gần nhau có $P_4 = 4! = 24$ cách xếp.

Coi nhóm sách Toán là một quyển sách lớn, xếp quyển sách lớn đó và 8 quyển sách còn lại có $P_9 = 9!$ cách xếp.

Vậy có $24.9! = 8709120$ cách xếp các cuốn sách Toán đứng gần nhau.

Ví dụ 1.3.

Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 người ngồi xung quanh một bàn tròn để dự hội thảo?

Lời giải

Sắp theo nguyên tắc hoán vị vòng quanh, có $9! = 362880$ cách sắp xếp.

Ví dụ 1.4.

Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ?

Lời giải

Chọn 1 bạn nam ngồi cố định vào 1 vị trí, 9 bạn còn lại sẽ hoán vị vòng quanh bạn này theo nguyên tắc là nam nữ xen kẽ.

Khi đó các bạn nam còn lại sẽ ở vị trí mang số $3,5,7,9$ và nữ sẽ ở vị trí số $2,4,6,8,10$ (theo chiều kim đồng hồ).

Ở mỗi vị trí của mình, các nam và nữ được hoán vị cho nhau.

Do đó, có $1.4!.5! = 2880$ cách sắp xếp.

Ví dụ 1.5.

Từ các chữ số $1,2,3,4$ có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số, trong đó chữ số 1 xuất hiện 3 lần, các chữ số còn lại xuất hiện đúng một lần.

Lời giải

Xếp các chữ số $1,1,1,2,3,4$ thành một hàng có $\frac{6!}{3!}=120$ cách xếp (do đổi chỗ 3 chữ số 1 thì hàng không thay đổi).

Vậy có 120 số thỏa mãn yêu cầu.

Ví dụ 1.6.

Từ các chữ số $0,1,2,3,4$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Lời giải

Xếp các chữ số $0,1,2,2,2,3,4$ thành một hàng có $\frac{7!}{3!}$ cách xếp.

Xếp các chữ số $0,1,2,2,2,3,4$ thành một hàng sao cho chữ số 0 đứng đầu có $\frac{6!}{3!}$ cách xếp.

Vậy có $\frac{7!}{3!}-\frac{6!}{3!}=1440$ số thỏa mãn yêu cầu.

Dạng 2. Chỉnh hợp trong bài toán đếm số

Phương pháp

Cách giải thông thường

- Gọi số cần tìm là $x = \overline{a_1a_2...a_n}$.
- Liệt kê các số x thỏa mãn điều kiện đề bài. Dựa vào tính chất bài toán xem có chia trường hợp hay không?
- Thứ tự đếm và sử dụng quy tắc cộng, nhân (nếu có).

Ví dụ 2.1.

Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập bằng cách lấy 5 chữ số khác nhau từ chín chữ số đã cho và xếp chúng theo một thứ tự nhất định.

Mỗi số như vậy được coi là một chỉnh hợp chập 5 của 9.

Vậy số các số đó là $A_9^5 = 9.8.7.6.5 = 15120$.

Ví dụ 2.2.

(1) Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau?

(2) Tính tổng của tất cả các số tìm được ở câu trên.

Lời giải

(1) Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau?

Mỗi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập bằng cách lấy bốn chữ số khác nhau từ chín chữ số đã cho và xếp chúng theo một thứ tự nhất định.
Mỗi số như vậy được coi là một chỉnh hợp chập 4 của 9.
Vậy số các số đó là $A_9^4 = 9.8.7.6 = 3024$.

(2) Tính tổng của tất cả các số tìm được ở câu trên.

Ta chia S số ở câu (1) thành $\frac{S}{2}$ cặp số có dạng $\left(\overline{x_1x_2x_3x_4};\overline{y_1y_2y_3y_4}\right)$ trong đó $x_i + y_i = 10$.

Tổng mỗi cặp như vậy đều bằng 11110.

Vậy tổng của tất cả các số đó bằng $T = \frac{1}{2}.A_9^4.11110 = 16798320$.

Ví dụ 2.3.

Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

(1) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 6 chữ số khác nhau và mỗi số chứa chữ số 5?

(2) Trong các số trên, có bao nhiêu số không chia hết cho 5?

Lời giải

(1) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm có 6 chữ số khác nhau và mỗi số chứa chữ số 5?

Một số gồm 6 chữ số phân biệt hình thành từ $A:\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, $\left(a_i\in A;i=\overline{1,6};a_i\neq a_j,i\neq j\right)$

Để số tìm được phải có mặt chữ số 5, ta thấy: $5\in\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6\}$ có 6 cách chọn.

Mỗi bộ số dành cho 5 vị trí còn lại ứng với một chỉnh hợp chập 5 của các phần tử của tập $A\setminus\{5\}$ có 8 phần tử. Suy ra có A_8^5 cách chọn.

Như vậy ta được $6.A_8^5=40320$ số.

(2) Trong các số trên, có bao nhiêu số không chia hết cho 5?

Trong các số trên, những số chia hết cho 5 có $a_6=5$, tức là có A_8^5 số.

Vậy số các số tìm thấy không chia hết cho 5 là $6A_8^5-A_8^5=33600$ số.

Ví dụ 2.4.

Cho tập $A=\{0;2;4;6\}$.

Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau?

Lời giải

Số gồm 3 chữ số khác nhau được lập từ A: $\overline{a_1a_2a_3}$ với $a_i\in A,i=\overline{1,3}$ và $a_i\neq a_j;i\neq j$.

Trong đó $a_1\neq 0$ nên có 4 cách chọn a_1.

Mỗi bộ (a_2,a_3) ứng với một chỉnh hợp chập 2 của các phần tử của tập $A\setminus\{a_1\}$: có 4 phần tử nên có A_4^2 cách chọn.

Vậy số các số thỏa mãn đề bài là $4.A_4^2=48$ (số).

Ví dụ 2.5.

Tìm số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các số $0;1;2;3;4;5$ sao cho trong mỗi số đó đều có mặt ít nhất chữ số 1 hoặc 2 ?

Lời giải

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau: $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ với a_1 có 5 cách, vậy có $5.A_5^3=300$ số.

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau, không chứa 1 và 2 là $\overline{b_1b_2b_3b_4}$ với $b_1\in\{0,3,4,5\}$, b_1 có 3 cách chọn, 3 số còn lại có A_3^3 cách, vậy có $3.A_3^3=18$ cách.

Vậy số các số cần tìm là $300-18=282$ số.

Dạng 3. Tổ hợp

Phương pháp

Khi giải bài toán chọn trên một tập hợp X có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

» Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X $(1 \le k \le n)$.

» Không phụ thuộc vào thứ tự sắp xếp các phần tử đã chọn.

Ví dụ 3.1.

Từ một đội tuyển bóng đá gồm 20 cầu thủ người ta cần cử 3 cầu thủ dự lễ bốc thăm chia bảng thi đấu. Hỏi có bao nhiêu cách cử ?

Lời giải

Mỗi cách cử ra 3 cầu thủ dự lễ bốc thăm chia bảng thi đấu là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử. Do đó số cách cử là $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Ví dụ 3.2.

Một tổ gồm 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Cần lấy một nhóm 5 người trong đó có 2 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

Lời giải

Lấy một nhóm 5 người trong đó có 2 nữ và 3 nam được thực hiện theo 2 công đoạn.

Chọn 2 nữ trong 6 nữ có C_6^2 cách.

Chọn 3 nữ trong 8 nữ có C_8^3 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $C_6^2.C_8^3 = 840$ cách chọn.

Ví dụ 3.3.

Một hộp đựng 5 viên bi màu xanh, 7 viên bi màu vàng.
Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi bất kỳ ?

Lời giải

Số cách lấy ra 6 viên bất kỳ (không phân biệt màu) trong 12 viên bi là một tổ hợp chập 6 của 12 viên bi.

Vậy ta có $C_{12}^6 = 924$ cách.

Ví dụ 3.4.

Có 15 đội bóng đá thi đấu theo thể thức vòng tròn tính điểm.
Hỏi cần phải tổ chức bao nhiêu trận đấu ?

Lời giải

Lấy hai đội bất kỳ trong 15 đội bóng tham gia thi đấu ta được một trận đấu.
Vậy số trận đấu chính là một tổ hợp chập 2 của 15 phần tử (đội bóng đá).

Như vậy, ta có $C_{15}^{2}=105$ trận đấu.

Ví dụ 3.5.

Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn.

(1) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.

(2) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

Lời giải

(1) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.

Chọn 1 bó hoa gồm 7 bông, trong đó có đúng 1 bông hồng đỏ, 6 bông hồng còn lại chọn trong 8 bông (gồm vàng và trắng) .

Số cách chọn: $C_4^1.C_8^6=112$ cách.

(2) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

Trường hợp 1: Chọn 3 bông vàng, 3 bông đỏ và 1 bông trắng, có $C_5^3.C_4^3.C_3^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 4 bông vàng và 3 bông đỏ , có $C_5^4.C_4^3$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 3 bông vàng và 4 bông đỏ , có $C_5^3.C_4^4$ cách.

Theo quy tắc cộng có: $C_5^3.C_4^3.C_3^1+C_5^4.C_4^3+C_5^3.C_4^4$.

Ví dụ 3.6.

Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau.

(1) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.

(2) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

Lời giải

(1) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.

Bước 1: Chọn 2 bi đỏ trong 5 bi đỏ, có C_5^2 cách chọn .

Bước 2: Có C_{13}^4 cách chọn 4 bi trong 13 viên bi xanh và vàng.

Vậy ta có $C_5^2.C_{13}^4=7150$ cách.

(2) Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

Trường hợp 1: Chọn 3 xanh, 3 đỏ, ta có $C_9^3C_5^3$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 2 xanh, 2 đỏ, 2 vàng, ta có $C_9^2C_5^2C_4^2$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 1 xanh, 1 đỏ, 4 vàng, ta có $C_9^1C_5^1C_4^4$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có: $C_9^3.C_5^3+C_9^2.C_5^2.C_4^2+C_9^1.C_5^1.C_4^4=3045$ cách.

Chương 08

Bài 2. HOÁN VỊ – TỔ HỢP – CHỈNH HỢP

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

A. 24. **B.** 720. **C.** 840. **D.** 35.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A_7^4=\frac{7!}{3!}=840$.

» Câu 2. Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn A

Câu hỏi lí thuyết.

» Câu 3. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 12. **B.** 24. **C.** 42. **D.** 4^4.

Lời giải

Chọn B

Mỗi số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4 là một hoán vị của 4 phần tử. Vậy số các số cần tìm là: $4!=24$ số.

» Câu 4. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** $4!$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

» Câu 5. Từ tập $X=\{2,3,4,5,6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 125. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3=60$.

» Câu 6. Số véctơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là

A. P_6. **B.** C_6^2. **C.** A_6^2. **D.** 36.

Lời giải

Chọn C

Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là A_6^2.

» Câu 7. Số hoán vị của n phần tử là

A. $n!$. **B.** $2n$. **C.** n^2. **D.** n^n.

Lời giải

Chọn A

Sô hoán vị của tập có n phần tử bằng $n!$.

» Câu 8. Tập A gồm n phần tử $(n>0)$. Hỏi A có bao nhiêu tập con?

A. A_n^2. **B.** C_n^2. **C.** 2^n. **D.** 3^n.

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm k phần tử của tập A là C_n^k.

Số tất cả các tập con của tập A là $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^k+\cdots+C_n^n=(1+1)^n=2^n$.

» Câu 9. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2. **B.** A_{38}^2. **C.** $C_{20}^2C_{18}^1$. **D.** $C_{20}^1C_{18}^1$.

Lời giải

Chọn D

Chọn một nam trong 20 nam có C_{20}^1 cách.

Chọn một nữ trong 18 nữ có C_{18}^1 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một đôi nam nữ là $C_{20}^1C_{18}^1$.

» Câu 10. Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2C_{20}^2$. **B.** $2A_{20}^2$. **C.** C_{20}^2. **D.** A_{20}^2.

Lời giải

Chọn C

Số tập con có hai phần tử của A là C_{20}^2.

» Câu 11. Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

A. A_{11}^5. **B.** C_{11}^5. **C.** $A_{11}^2.5!$. **D.** C_{10}^5.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm là số chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử nên số cách chọn là A_{11}^5.

» Câu 12. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 50. **B.** 100. **C.** 120. **D.** 45.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^2=45$.

» Câu 13. Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S.

A. A_{10}^3. **B.** C_{10}^3. **C.** 30. **D.** 10^3.

Lời giải

Chọn B

Số tập con gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập hợp gồm 10 phần tử ban đầu là tổ hợp chập 3 của 10. Đáp án C_{10}^3.

» Câu 14. Cho tập hợp $S=\{1;2;3;4;5;6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S?

A. 360. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Từ tập S lập được $A_6^4=360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

» Câu 15. Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 720. **B.** 10^3. **C.** 120. **D.** 210.

Lời giải

Chọn C

Số cách phân công là $C_{10}^3=120$.

» Câu 16. Cho tập $M=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

A. $4!$. **B.** A_9^4. **C.** 4^9. **D.** C_9^4.

Lời giải

Chọn B

Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là A_9^4.

» Câu 17. Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

A. C_5^3. **B.** A_5^3. **C.** $3!$. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là C_5^3.

» Câu 18. Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là.

A. A_{15}^3. **B.** $15!$. **C.** C_{15}^3. **D.** 15^3.

Lời giải

Chọn C

Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là: C_{15}^3.

» Câu 19. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^5+C_{16}^5$. **B.** C_{25}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** C_{41}^5.

Lời giải

Chọn D

Chọn 5 học sinh trong lớp có 41 học sinh là số tập con có 5 phần tử chọn trong 41 phần tử nên số cách chọn là C_{41}^5.

» Câu 20. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. **B.** 3×10. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^3.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3.

» Câu 21. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

Lời giải

Chọn C

Số các số tự nhiên thỏa yêu cầu là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Do đó, số các số tự nhiên cần tìm bằng $A_6^4=360$.

» Câu 22. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

A. 46656. **B.** 4320. **C.** 720. **D.** 360.

Lời giải

Chọn C

Số cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc là số hoán vị của 6 phần tử.

Vậy có $P_6=6!=720$ cách.

» Câu 23. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

A. $C_9^2.C_6^3$. **B.** $C_6^2+C_9^3$. **C.** $A_6^2.A_9^3$. **D.** $C_6^2.C_9^3$.

Lời giải

Chọn D

Cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam là $C_6^2.C_9^3$.

» Câu 24. Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

Lời giải

Chọn C

Số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$ là A_9^3.

» Câu 25. Cho tập $A=\{0,1,\ 2,\ \dots,\ 9\}$. Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A là?

A. 30420. **B.** 27162. **C.** 27216. **D.** 30240.

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}, a\neq 0$.

- Chọn a có 9 cách.
- Chọn b,c,d,e từ 9 số còn lại có $A_9^4=3024$ cách.

Vậy có $9\times 3024=27216$.

» Câu 26. Cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, ..., A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

A. 96 tam giác. **B.** 60 tam giác. **C.** 116 tam giác. **D.** 80 tam giác.

Lời giải

Chọn C

Số cách lấy 3 điểm từ 10 điểm phân biệt là $C_{10}^3 = 120$.

Số cách lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 là $C_4^3 = 4$.

Khi lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thì sẽ không tạo thành tam giác.

Như vậy, số tam giác tạo thành $120 - 4 = 116$ tam giác.

» Câu 27. Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là:

A. 10. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 22.

Lời giải

Chọn B

Hai đường tròn cho tối đa hai giao điểm. Và 5 đường tròn phân biệt cho số giao điểm tối đa khi 2 đường tròn bất kỳ trong 5 đường tròn đôi một cắt nhau.

Vậy số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là $2.C_5^2 = 20$.

» Câu 28. Với đa giác lồi 10 cạnh thì số đường chéo là

A. 90. **B.** 45. **C.** 35. **D.** 55.

Lời giải

Chọn C

Đa giác lồi 10 cạnh thì có 10 đỉnh. Lấy hai điểm bất kỳ trong 10 đỉnh của đa giác lồi ta được số đoạn thẳng gồm cạnh và đường chéo của đa giác lồi.

Vậy số đường chéo cần tìm là $C_{10}^2 - 10 = \dfrac{10!}{8!.2!} - 10 = 35$.

» Câu 29. Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường thẳng phân biệt song song với nhau và năm đường thẳng phân biệt vuông góc với bốn đường thẳng song song đó.

A. 60. **B.** 48. **C.** 20. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Cứ 2 đường thẳng song song với 2 đường thẳng vuông góc với chúng cắt nhau tại bốn điểm là 4 đỉnh của hình chữ nhật.

Vậy lấy 2 đường thẳng trong 4 đường thẳng song song và lấy 2 đường thẳng trong 5 đường thẳng vuông góc với 4 đường đó ta được số hình chữ nhật là $C_4^2.C_5^2 = 60$.

» Câu 30. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

A. 110790. **B.** 119700. **C.** 117900. **D.** 110970.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 3 học sinh nữ là: $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Số cách chọn 2 bạn học sinh nam là: $C_{15}^2 = 105$ cách.

Số cách chọn 5 bạn thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $1140 \times 105 = 119700$.

» Câu 31. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$. **B.** $3!C_3^2C_5^2$. **C.** $4!C_4^2C_5^2$. **D.** $3!C_4^2C_5^2$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 2 số chẵn trong tập hợp $\{2;4;6;8\}$ là: C_4^2 cách.

Số cách chọn 2 số lẻ trong tập hợp $\{1;3;5;7;9\}$ là: C_5^2 cách.

Số cách hoán vị 4 chữ số đã chọn lập thành 1 số tự nhiên là: $4!$ cách.

Vậy có $4!\times C_4^2\times C_5^2$ số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

» Câu 32. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120. **B.** 98. **C.** 150. **D.** 360.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh C_9^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh chỉ có 2 lớp: $C_7^5+C_6^5+C_5^5$

Vậy số cách chọn 5 học sinh có cả 3 lớp là $C_9^5-\left(C_7^5+C_6^5+C_5^5\right)=98$.

» Câu 33. Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249. **B.** 1500. **C.** 3204. **D.** 2942.

Lời giải

Chọn B

Chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4 nên ta có thể có 154 hoặc 451

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$, sau đó ta chèn thêm 154 hoặc 451 để có được số gồm 6 chữ số cần tìm.

TH1: $a\neq 0$, số cách chọn a là 6, số cách chọn b và c là A_6^2, sau đó chèn 154 hoặc 451 vào 4 vị trí còn lại nên có $6.A_6^2.4.2$ cách

TH2: $a=0$, số cách chọn a là 1, số cách chọn b và c là A_6^2, sau đó chèn 154 hoặc 451 vào vị trí trước a có duy nhất 1 cách nên có $A_6^2.2$ cách

Vậy có $6.A_6^2.4.2+A_6^2.2=1500$.

» Câu 34. Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và vật lý thì có bao nhiêu cách.

A. 120. **B.** 90. **C.** 80. **D.** 220.

Lời giải

Chọn B

Ta có các trường hợp sau:

TH1: Chọn được 1 nhà vật lý nam, hai nhà toán học nữ có $C_4^1C_3^2=12$ cách chọn.

TH2: Chọn được 1 nhà vật lý nam, một nhà toán học nữ và một nhà toán học nam có $C_4^1C_3^1C_5^1=60$ cách chọn.

TH3: Chọn được 2 nhà vật lý nam, một nhà toán học nữ có $C_4^2C_3^1=18$ cách chọn.

Vậy, có $12+60+18=90$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

» Câu 35. Trong mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

A. 2017.2018. **B.** $C_{2017}^4+C_{2018}^4$. **C.** $C_{2017}^2.C_{2018}^2$. **D.** $2017+2018$.

Lời giải

Chọn C

Mỗi hình bình hành tạo thành từ hai cặp cạnh song song nhau. Vì vậy số hình bình hành tạo thành chính là số cách chọn 2 cặp đường thẳng song song trong hai nhóm đường thẳng trên.

Chọn 2 đường thẳng song song từ 2017 đường thẳng song song có C_{2017}^2.

Chọn 2 đường thẳng song song từ 2018 đường thẳng song song có C_{2018}^2.

Vậy có $C_{2017}^2.C_{2018}^2$.

» Câu 36. Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

A. 600. **B.** 25. **C.** 325. **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: Chọn 1 nam và 3 nữ.
Trường hợp 2: Chọn 2 nam và 2 nữ.
Trường hợp 3: Chọn 3 nam và 1 nữ.
Trường hợp 4: Chọn 4 nam.
Số cách chọn cần tìm là $C_6^1C_5^3+C_6^2C_5^2+C_6^3C_5^1+C_6^4=325$ cách chọn.

» Câu 37. Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

A. 1078. **B.** 1414. **C.** 1050. **D.** 1386.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là $C_6^2.C_8^4=1050$ cách.

» Câu 38. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

A. $C_{15}^{10}.C_8^4$. **B.** $C_{15}^{10}+C_8^4$. **C.** $A_{15}^{10}.A_8^4$. **D.** $A_{15}^{10}+A_8^4$.

Lời giải

Chọn A

Để lập được được một đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau ta thực hiện qua 2 giaoi đoạn.

Giai đoạn 1: Chọn 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau từ 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau có C_{15}^{10} cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 4 câu hỏi tự luận khác nhau từ 8 câu hỏi tự luận khác nhau có C_8^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{15}^{10}.C_8^4$ cách lập đề thi.

» **Câu 39.** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

A. 545. **B.** 462. **C.** 455. **D.** 456.

Lời giải

Chọn C

Chọn 5 học sinh bất kỳ từ tổ 11 học sinh có số cách chọn là C_{11}^{5}.

Số cách chọn 5 học sinh mà chỉ toàn nữ hoặc toàn nam là $C_5^5 + C_6^5$.

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là $C_{11}^{5} - \left(C_5^5 + C_6^5\right) = 455$.

» **Câu 40.** Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

A. 10^3. **C.** A_{10}^{3}. **C.** C_{10}^{3}. **D.** A_{10}^{7}.

Lời giải

Chọn C

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, tạo thành duy nhất 1 tam giác.

Vậy, với 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, số tam giác tạo thành là C_{10}^{3}.

» **Câu 41.** Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^{6} = 5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_6^6 = 1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_9^6 = 84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^{6} - C_6^6 = 461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^{6} - C_6^6 = 209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là $5005 - 1 - 84 - 461 - 209 = 4250$ cách.

» **Câu 42.** Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế. Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

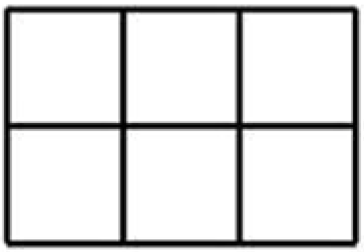
A. $4!.4!.2$. **B.** $4!.4!.2^4$. **C.** $4!.2$. **D.** $4!.4!$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 1: 8 cách. Có 4 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 1.
Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 2: 6 cách. Có 3 cách chọn 1bạn ngồi vào ghế số 2.
Chọn 4 bạn ngồi vào ghế số 3: 4 cách. Có 2 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 3.
Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 4: 2 cách. Có 1cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 4.

» **Câu 43.** Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Lời giải

Chọn D

Tô màu theo nguyên tắc:

Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được chọn có 6 cách tô. Do đó, có $6.C_3^2$ cách tô.

Tô 3 ô vuông 3 cạnh: ứng với 1 ô vuông có 3 cách tô màu 1 trong 3 cạnh theo màu của cạnh đã tô trước đó, chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3.C_2^1=6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

Tô 2 ô vuông 2 cạnh: ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh. Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có: $6.C_3^2.6^3.4=15552$ cách tô.

» **Câu 44.** Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

A. 3204 số. **B.** 249 số. **C.** 2942 số. **D.** 7440 số.

Lời giải

Chọn D

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321.

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4=840$ cách chọn bốn số a, b, c, d nên có $A_7^4=840$ số.

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123.

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3=120$ cách chọn ba số b, c, d.

Theo quy tắc nhân có $6.4.A_6^3=2880$ số

Theo quy tắc cộng có $840+2880=3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840+2880)=7440$

» **Câu 45.** Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600. **B.** 518400. **C.** 725760. **D.** 103680.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $3!$.

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng: $4!$.

Số cách xếp 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $5!$.

Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng: $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3!.4!.5!.3! = 103680$ cách.

» Câu 46. Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT A, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

A. $C_{15}^{7}C_{9}^{3}$. **B.** $C_{15}^{6}C_{9}^{4}$. **C.** $C_{15}^{3}C_{9}^{4}$. **D.** C_{30}^{2}.

Lời giải

Chọn B

Có duy nhất một cách chia 30 quyển sách thành 15 bộ, mỗi bộ gồm hai quyển sách khác loại, trong đó có:

+ 4 bộ giống nhau gồm 1 toán và 1 hóa.

+ 5 bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 lí.

+ 6 bộ giống nhau gồm 1 lí và toán.

Số cách trao phần thưởng cho 15 học sinh được tính như sau:

+ Chọn ra 4 người để trao bộ sách toán và hóa $\Rightarrow$ có C_{15}^{4} cách.

+ Chọn ra 5 người để trao bộ sách hóa và lí $\Rightarrow$ có C_{11}^{5} cách.

+ Còn lại 6 người trao bộ sách toán và lí $\Rightarrow$ có 1 cách.

Vậy số cách trao phần thưởng là $C_{15}^{4}.C_{11}^{5} = C_{15}^{6}.C_{9}^{4} = 630630$.

» Câu 47. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60. **B.** 120. **C.** 12960. **D.** 90.

Lời giải

Chọn D

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

* Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

Trường hợp này có $C_3^1\left(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2\right)$ cách chọn.

* Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1\left(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2\right) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

» Câu 48. Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

A. 243. **B.** 190. **C.** 120. **D.** 184.

Lời giải

Chọn B

Có C_{14}^{3} cách chọn 3 viên bi tùy ý.

Chọn 3 viên bi cùng số 1 có $C_{4}^{3}=4$ cách chọn.

Chọn 3 viên bi cùng số 2 có $C_{4}^{3}=4$ cách chọn.

Chọn 3 viên bi cùng số 3 có 1 cách chọn.

Chọn 2 viên số 1 và 1 viên khác số 1 có $C_{4}^{2}.C_{10}^{1}=60$.

Chọn 2 viên số 2 và 1 viên khác số 2 có $C_{4}^{2}.C_{10}^{1}=60$.

Chọn 2 viên số 3 và 1 viên khác số 3 có $C_{3}^{2}.C_{11}^{1}=33$.

Chọn 2 viên số 4 và 1 viên khác số 4 có $C_{2}^{2}.C_{12}^{1}=12$.

Như vậy số cách chọn theo yêu cầu là $C_{14}^{3}-4-4-1-60-60-33-12=190$.

» Câu 49. Thầy A có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu và số câu dễ không ít hơn 2 ?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Lời giải

Chọn A

TH1: Trong 5 câu có 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó, có : $C_{15}^{2}.C_{10}^{2}.C_{5}^{1}=23625$ đề.

TH2: Trong 5 câu có 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó, có : $C_{15}^{2}.C_{10}^{1}.C_{5}^{2}=10500$ đề.

TH3: Trong 5 câu có 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó, có : $C_{15}^{3}.C_{10}^{1}.C_{5}^{1}=22750$ đề.

Vậy tất cả có số đề là : $23625+10500+22750=56875$ đề.

» Câu 50. Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

A. 1260. **B.** 40320. **C.** 120. **D.** 1728.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: dùng tổ hợp

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_{9}^{2} cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_{7}^{3} cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_{4}^{4} cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_{9}^{2}\,C_{7}^{3}\,C_{4}^{4}=1260$ số.

Cách 2: dùng hoán vị lặp

Số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $\dfrac{9!}{2!3!4!}=1260$ số.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» Câu 51. Một trường trung học phổ thông có 20 bạn học sinh tham dự tọa đàm về tháng Thanh niên do Quận Đoàn tổ chức. Vị trí ngồi của trường là khu vực gồm 4 hàng ghế, mỗi hàng có 6 ghế, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có C_{20}^{6} cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên		
(b)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^{6} cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai		

(c)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_8^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba		
(d)	Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_6^2 cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng		

Lời giải

(a) *Có C_{20}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên*

Mỗi cách chọn 6 bạn trong 20 bạn để ngồi vào hàng ghế đầu tiên là một chỉnh hợp chập 6 của 20.

Vậy có A_{20}^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế đầu tiên.

» Chọn SAI.

(b) *Sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên, có A_{14}^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai*

Mỗi cách chọn 6 bạn trong 14 bạn để ngồi vào hàng ghế thứ hai là một chỉnh hợp chập 6 của 14.

Vậy có A_{14}^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ hai sau khi sắp xếp xong hàng ghế đầu tiên.

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ hai, có A_8^6 cách sắp xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba*

Mỗi cách chọn 6 bạn trong 8 bạn để ngồi vào hàng ghế thứ ba là một chỉnh hợp chập 6 của 8.

Vậy có A_8^6 cách xếp 6 bạn ngồi vào hàng ghế thứ ba sau khi sắp xếp xong hai hàng ghế đầu.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Sau khi sắp xếp xong hàng ghế thứ ba, có C_6^2 cách sắp xếp các bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng*

Còn lại 2 bạn ngồi vào hàng ghế cuối cùng.

Mỗi cách chọn 2 ghế trong 6 ghế để xếp chỗ ngồi cho 2 bạn là một chỉnh hợp chập 2 của 6.

Vậy có A_6^2 cách xếp 2 bạn còn lại ngồi vào hàng ghế cuối cùng.

» Chọn SAI.

» Câu 52. Có 5 nam sinh và 3 nữ sinh cần được xếp vào một hàng dọc, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).		
(b)	Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).		
(c)	Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).		
(d)	Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).		

Lời giải

(a) *Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc là: 40320 (cách).*

Số cách xếp 8 học sinh theo một hàng dọc: $P_8 = 8! = 40320$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Số cách xếp học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là: 1440 (cách).*

Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ, Y là nhọm 5 học sinh nam.

Số cách xếp trong $X : 3!$; số cách xếp trong $Y : 5!$.

Số cách hoán đổi X, Y: 2!.

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!5!2! = 1440$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Số cách xếp học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau là: 4320 (cách).*

Gọi X là nhóm 3 học sinh nữ. Khi ấy số cách xếp trong X : 3!.

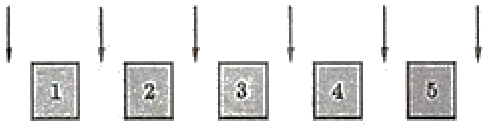
Số cách xếp nhóm X với 5 học sinh nam (ta xem có 6 đơn vị): 6!

Vậy số cách xếp thỏa mãn đề bài: $3!6! = 4320$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Số cách xếp không có em nữ nào đứng cạnh nhau là: 2400 (cách).*

Sắp xếp trước cho 5 nam sinh, số cách hình vẽ): C_6^3 (cách).



Sắp xếp 3 nữ sinh vào 3 vị trí vừa được chọn: 3 ! (cách).

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn là: $5!C_6^3 3! = 14400$.

» Chọn SAI.

Lưu ý: Việc chọn 3 vị trí thì 6 vị trí để sắp xếp 3 nữ sinh vào có thể đươc thực hiện gộp bởi công thức A_6^3. Khi đó số cách xếp thỏa mãn là $5!A_6^3$.

» Câu 53. Một đoàn tàu nhỏ có 3 toa khách đỗ ở sân ga. Có 3 hành khách không quen biết cùng bước lên tàu, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng		
(b)	Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng		
(c)	Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng		
(d)	Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18		

Lời giải

(a) *Số khả năng khách lên tàu tùy ý là 9 khả năng*

Khách lên tàu tùy ý nên mỗi khách sẽ có 3 lựa chọn.

Vậy số khả năng thỏa mãn là $3 \times 3 \times 3 = 27$.

» Chọn SAI.

(b) *Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 1 khả năng*

Số khả năng 3 hành khách lên cùng một toa là 3

» Chọn SAI.

(c) *Số khả năng mỗi khách lên một toa là 6 khả năng*

Số cách chọn 3 toa để xếp 3 hành khách là: $A_3^3 = 3! = 6$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Số khả năng có 2 hành khách cùng lên một toa, hành khách thứ ba thì lên toa khác là 18*

Giai đoạn 1: Chia 3 hành khách ra làm hai nhóm X, Y: một nhóm có 2 người và một nhóm có 1 người. Số cách thực hiện là: $C_3^2 \times 1$.

Giai đoạn 2: Chọn 2 trong 3 toa tàu để xếp hai nhóm vào, số cách thực hiện là A_3^2.

Vậy số cách xếp khách lên tàu thỏa mãn là $C_3^2 \times 1 \times A_3^2 = 18$.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 54. Có 5 bông hồng, 4 bông trắng (mỗi bông đều khác nhau về hình dáng). Một người cần chọn một bó bông từ số bông này

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách		
(b)	Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách		
(c)	Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách		
(d)	Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).		

Lời giải

(a) Số cách chọn 4 bông tùy ý là 126 cách

Số cách chọn 4 bông từ 9 bông: $C_9^4=126$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(b) Số cách chọn 4 bông mà số bông mỗi màu bằng nhau là 50 cách

Số cách chọn 2 bông hồng từ 5 bông hồng: C_5^2 (cách).

Số cách chọn 2 bông trắng từ 4 bông trắng: C_4^2 (cách).

Số cách chọn một bó bông thỏa mãn đề bài: $C_5^2\cdot C_4^2=60$ (cách).

» Chọn SAI.

(c) Số cách chọn 4 bông, trong đó có 3 bông hồng và 1 bông trắng là: 30 cách

Số cách chọn 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3\cdot C_4^1=40$ (cách).

» Chọn SAI.

(d) Số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: 120 (cách).

Cách giải 1: Làm trực tiếp.

Trường hợp 1: 3 bông hồng, 1 bông trắng: có $C_5^3\cdot C_4^1=40$ (cách).

Trường hợp 2: 2 bông hồng, 2 bông trắng: có $C_5^2\cdot C_4^2=60$ (cách).

Trường hợp 3: 1 bông hồng, 3 bông trắng: có $C_5^1\cdot C_4^3=20$ (cách).

Theo quy tắc cộng ta có tất cả $40+60+20=120$ (cách chọn).

Cách giải 2: Phương pháp loại trừ.

Số cách chọn 4 bông từ 9 bông (tùy ý): $C_9^4=126$ (cách).

Số cách chọn 4 bông chỉ một màu (hồng hoặc trắng): $C_5^4+C_4^4=6$ (cách).

Vậy số cách chọn 4 bông có đủ hai màu: $126-6=120$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 55. Từ một nhóm 30 học sinh lớp 12 gồm 15 học sinh khối A,10 học sinh khối B và 5 học sinh khối C, cần chọn ra 15 học sinh, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252		
(b)	Số cách chọn để có 2 học sinh khối C,13 học sinh khối B hoặc khối A: có $C_5^2C_{15}^{13}$ cách.		
(c)	Số cách chọn để có 2 học sinh khối C,10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2C_{10}^{10}C_{15}^3$ cách.		

(d)	Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950		

Lời giải

(a) Số cách chọn để học sinh mỗi khối là bằng nhau là 252252

Số cách chọn 5 học sinh mỗi khối (A,B,C) lần lượt là: $C_{15}^5, C_{10}^5, C_5^5$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_{15}^5 \times C_{10}^5 \times C_5^5 = 756756$ (cách).

» Chọn SAI.

(b) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A: có $C_5^2 C_{15}^{13}$ cách.

Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B hoặc khối A: có $C_5^2 C_{25}^{13}$ cách.

» Chọn ĐÚNG.

(c) Số cách chọn để có 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.

Chọn 2 học sinh khối C, 13 học sinh khối B và khối A không thỏa mãn yêu cầu.

Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh khối C, 10 học sinh khối B và 3 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^{10} C_{15}^3$ cách.

» Chọn ĐÚNG.

(d) Số cách chọn để có ít nhất 5 học sinh khối A và có đúng 2 học sinh khối C là 51861950

Trường hợp 2: Chọn 2 học sinh khối C, 9 học sinh khối B và 4 học sinh khối A có $C_5^2 C_{10}^9 C_{15}^4$ cách.

Vậy số cách chọn thỏa mãn là $C_5^2 C_{25}^{13} - C_{10}^{10} C_{15}^3 - C_{10}^9 C_{15}^4 = 51861950$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 56. An và Bình cùng 7 bạn khác rủ nhau đi xem bóng đá. Cả 9 bạn được xếp vào 9 ghế theo hàng ngang, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý		
(b)	Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau		
(c)	Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau		
(d)	Có 5040 cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế		

Lời giải

(a) Có 362880 cách xếp chỗ ngồi tùy ý

Xếp tùy ý 9 bạn lên hàng ghé nằm ngang, ta có $9! = 362880$ (cách xếp).

» Chọn ĐÚNG.

(b) Có 40320 cách xếp An và Bình ngồi cạnh nhau

Xếp chỗ cho An và Bình ngồi cạnh nhau (thành nhóm X), số cách xếp trong X là $2!$.

Số cách xếp nhóm X với 7 người còn lại (ta xem là hoán vị của 8 phần tử), số cách xếp là $8!$.

Số cách xếp hàng thỏa mãn là $2!8! = 80640$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(c) Có 282240 cách xếp An và Bình không ngồi cạnh nhau

Số cách xếp 9 bạn vào 9 chỗ là 9! cách.

Vậy số cách xếp để An và Bình không ngồi cạnh nhau là: $9! - 2!8! = 282240$ (cách).

» Chọn ĐÚNG.

(d) Có 5040 *cách xếp để An và Bình ngồi 2 đầu dãy ghế*

Số cách xếp để An, Bình ngồi 2 đầu dãy ghế là: $2!.7! = 10080$

» **Chọn** SAI.

» **Câu 57.** Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam, chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG, khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 cách		
(b)	Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 cách.		
(c)	Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ cách.		
(d)	Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn		

Lời giải

(a) Chọn 1 giáo viên nữ có C_3^1 *cách*

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý có C_4^2 *cách.*

▫ Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách,

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý có $C_5^1 + C_4^1$ *cách.*

▫ Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

Trường hợp này có $C_3^1\left(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2\right)$ cách chọn.

» **Chọn** SAI.

(d) Có 80 cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn

Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn.

Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách.

Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1\left(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2\right) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

» **Chọn** SAI.

» **Câu 58.** Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B. Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có 3003 cách		
(b)	Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B, có 1848 cách		
(c)	Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B, có 924 cách		

(d)	Có 9504 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ		

Lời giải

(a) *Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có 3003 cách*

Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có $C_{14}^{6}=3003$ cách

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B, có 1848 cách*

Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B, có $C_{12}^{4}=495$ cách

» Chọn SAI.

(c) *Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B, có 924 cách*

Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B, có $C_{12}^{6}=924$ cách

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Có 9504 cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.*

Suy ra số cách chọn 6 bạn có mặt A,B nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ là: $C_{14}^{6}-C_{12}^{4}-C_{12}^{6}=1584$ cách,

Chọn 1 tổ trưởng từ nhóm 6 bạn này, có 6 cách.

Vậy có $1584.6=9504$ cách chọn thỏa yêu câu đề.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 59. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng, chọn ngẫu nhiên 4 viên bi, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách		
(b)	Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách		
(c)	Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách		
(d)	Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu		

Lời giải

(a) *Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: 300 cách.*

Chọn 2 bi xanh, 1 bi đỏ và 1 bi vàng có: $C_{6}^{2}\cdot 5.4=300$ cách.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: 120 cách.*

Chọn 1 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng có: $6.C_{5}^{2}.4=240$ cách.

» Chọn SAI.

(c) *Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: 180 cách.*

Chọn 1 bi xanh, 1 bi đỏ và 2 bi vàng có: $6.5\cdot C_{4}^{2}=180$ cách.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Có 600 cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp sao cho có đủ cả ba màu.*

Vậy có $300+240+180=720$ cách.

» Chọn SAI.

» **Câu 60.** Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp $12A$, 3 học sinh lớp $12B$ và 2 học sinh lớp $12C$. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng, khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách		
(b)	Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12A$ và $12B$ có: 21 cách		
(c)	Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12B$ và $12C$ có: 2 cách		
(d)	Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn		

Lời giải

(a) Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: 120 cách.

Chọn 5 học sinh tùy ý từ 9 học sinh có: $C_9^5 = 126$ cách.

» **Chọn** SAI.

(b) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12A$ và $12B$ có: 21 cách.

* Chọn 5 học sinh có cả học sinh 2 lớp, xảy ra các tình huống sau:

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12A$ và $12B$ có: $C_7^5 = 21$ cách.

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12B$ và $12C$ có: 2 cách.

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12B$ và $12C$ có: $C_5^5 = 1$ cách.

» **Chọn** SAI.

(d) Có 90 cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn

Chọn 5 học sinh chỉ có lớp $12A$ và $12C$ có: $C_6^5 = 6$ cách.

* Chọn 5 học sinh chỉ có một lớp duy nhất: không có.

Vậy số cách chọn 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh là:
$126-(21+6+1)=98$ cách.

» **Chọn** SAI.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 61.** Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Có $\overline{1a1b00}$ $(a;b\in\mathbb{N})$ cách lập tổ công tác. Tính giá trị $T=ab+a^2$

Lời giải

✔*Trả lời: 4*

- Chọn 2 trong 15 nam làm tổ trưởng và tổ phó có A_{15}^2 cách.

- Chọn 3 tổ viên, trong đó có nữ.

+ Chọn 1 nữ và 2 nam có $5.C_{13}^2$ cách,

+ Chọn 2 nữ và 1 nam có $13.C_5^2$ cách,

+ Chọn 3 nữ có C_5^3 cách.

Vậy có $A_{15}^2\left(5\cdot C_{13}^2+13\cdot C_5^2+C_5^3\right)=111300$ cách.

Khi đó $\begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \to T=ab+a^2=4$

» **Câu 62.** Lớp 10B có 15 bạn (trong đó có lớp trưởng) tham gia hoạt động trò chơi do Đoàn trường tổ chức. Trong trò chơi chạy tiếp sức, cô giáo phải xếp đội hình gồm 6 bạn và thứ tự chạy của họ. Cô giáo có $\overline{ab0240}$ $(a;b\in\mathbb{N})$ cách xếp đội hình để lớp trưởng là người chạy cuối. Tính giá trị $S=a+b$

Lời giải

✓Trả lời: 6

Lớp trưởng là người chạy cuối: có 1 cách xếp.
Mỗi cách xếp đội hình 5 bạn còn lại trong 14 bạn là một chỉnh hợp chập 5 của 14 phần tử nên số cách xếp đội hình theo yêu cầu là: $A_{14}^{5}.1=240240$.

Khi đó $\begin{cases}a=2\\b=4\end{cases}\rightarrow S=a+b=6$

» Câu 63. Cho 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu vecto khác $\vec{0}$ sao cho điểm đầu và điểm cuối của mỗi vecto đó là 2 trong 18 điểm đã cho?

Lời giải

✓Trả lời: 306

Mỗi cách chọn một vectơ là một cách chọn 2 điểm trong 18 điểm đã cho rồi xếp thứ tự điểm đầu và điểm cuối, tức là một chỉnh hợp chập 2 của 18 phần tử. Vậy số vectơ thoả mãn đề bài là: $A_{18}^{2}=306$.

» Câu 64. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4
Dãy 2	Ghế 1	Ghế 2	Ghế 3	Ghế 4

Một đội chơi có 15 người gồm 7 nam và 8 nữ. Chọn ngẫu nhiên 8 bạn ngồi vào hai dãy ghế để tham gia trả lời câu hỏi. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Ta có $\overline{5abc00800}$ $(a;b;c\in\mathbb{N})$ cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ. Tính giá trị $P=a.b.c$

Lời giải

✓Trả lời: 36

Vì mỗi bạn nam ngồi đối diện một bạn nữ nên có 4 bạn nam và 4 bạn nữ được chọn ngồi vào hai dãy ghế.
Chọn 1 bạn nam thứ nhất xếp vào chỗ bất kì trong 8 chỗ có $7.8=56$ cách.
Chọn 1 bạn nam thứ hai xếp vào chỗ bất kì trong 7 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất có $6.6=36$ cách.
Chọn 1 bạn nam thứ ba xếp vào chỗ bất kì trong 6 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai có $5.4=20$ cách.
Chọn 1 bạn nam thứ tư xếp vào chỗ bất kì trong 5 chỗ còn lại và không đối diện với bạn nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba có $4.2=8$ cách.
Chọn 4 bạn nữ và xếp vào 4 ghế còn lại có A_8^4 cách.
Vậy có $56\cdot36\cdot20\cdot8\cdot A_8^4=541900800$ cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ.

Khi đó $\begin{cases}a=4\\b=1\\c=9\end{cases}\rightarrow P=a.b.c=36$

» Câu 65. Một đa giác lồi có 14 đỉnh có bao nhiêu đường chéo?

Lời giải

✓*Trả lời: 77*

Tổng số đoạn thẳng lập được từ $n(n>3)$ đỉnh là C_n^2. Trong số các đoạn thẳng đó thì có n cạnh của đa giác, còn lại là đường chéo.

Vậy số đường chéo của đa giác n đỉnh là: $C_n^2 - n = \dfrac{n!}{2!(n-2)!} - n = \dfrac{n(n-3)}{2}$. Với $n = 14$ ta có số đường chéo của đa giác lồi 14 đỉnh là: $\dfrac{14(14-3)}{2} = 77$.

» Câu 66. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Có bao nhiêu tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2?

Lời giải

✓*Trả lời: 5950*

Trường hợp 1: 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc d_2.

Số tam giác lập được là: $C_{17}^1 \cdot C_{20}^2 = 3230$.

Trường hợp $2:2$ điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc d_2.

Số tam giác lập được là: $C_{17}^2 \cdot C_{20}^1 = 2720$.

Vậy có $3230 + 2720 = 5950$ tam giác thoả mãn đề bài.

» Câu 67. Cho các số: $1,2,3,4,5$ lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau bắt đầu từ chữ số 2.

Lời giải

✓*Trả lời: 24*

Gọi số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{abcde}$.

Chọn $a = 2$: có 1 cách. Chọn $b(b \ne a)$: có 4 cách.

Chọn $c(c \ne a, c \ne b)$: có 3 cách. Chọn $d(d \ne a, d \ne b, d \ne c)$: có 2 cách.

Chọn e: có 1 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn là: $1.4.3.2.1 = 24$.

» Câu 68. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng ngang. Có $\overline{a8b00}$ $(a;b \in \mathbb{N})$ cách sắp xếp để cho học sinh nam và học sinh nữ xen kẽ nhau. Tính giá trị $b^2 - a^2$

Lời giải

✓*Trả lời: 60*

Ta xếp 5 nam sinh trước tiên, số cách xếp là 5!.

Giữa các nam sinh và hai đầu, cuối hàng sẽ có 6 vị trí (đánh số từ 1 đến 6) để có thể sắp xếp 5 nữ sinh vào sao cho nam, nữ xen kẻ.

Trường hợp 1: 5 nữ sinh xếp vào vị trí từ số 1 đến số 5, số cách xếp là $5!$.

Trường hợp 2: 5 nữ sinh xếp vào vị trí từ số 2 đến số 6, số cách xếp là 5!.

Vậy số cách xếp hàng thỏa mãn đề bài là $5!(5!+5!) = 28800$.

Khi đó $\begin{cases} a = 2 \\ b = 8 \end{cases} \to b^2 - a^2 = 60$

» Câu 69. Lớp 10 của một trường THPT có 40 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm cần chọn 2 bạn vào Đội Cờ đỏ và 3 bạn vào Ban chấp hành Chi Đoàn sao cho không có bạn nào kiêm cả hai nhiệm vụ. Thầy giáo chủ nhiệm có $\overline{6ab0080}$ $(a;b \in \mathbb{N})$ cách chọn. Tính $|b-a|$

Lời giải

✓*Trả lời: 2*

Chọn 2 bạn trong số 40 bạn vào Đội Cờ đỏ: có C_{40}^2 cách.

Chọn 3 trong số 38 bạn còn lại vào Ban chấp hành Chi đoàn: có C_{38}^3 cách. Theo quy tắc nhân, có $C_{40}^2 C_{38}^3 = 6580080$ cách chọn thỏa mãn.

Khi đó $\begin{cases} a = 5 \\ b = 7 \end{cases} \to |b - a| = 2$

» Câu 70. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 viên bi đỏ có bán kính khác nhau và 3 viên bi xanh bán kính bán kính giống nhau vào một dãy có 8 ô trống?

Lời giải

✓Trả lời: 6720

Do 4 bi đỏ có bán kính khác nhau nên ta quan tâm đến thứ tự sắp xếp của chúng.
Xếp 4 bi đỏ vào 8 ô trống sẽ có A_8^4 cách.
Sau khi xếp bi đỏ rồi, còn lại: $8 - 4 = 4$ ô trống.
Do 3 bi xanh giống nhau nên ta bỏ qua thứ tự sắp xếp giữa chúng. Đặt 3 bi xanh vào 3 trong 4 ô trống còn lại, ta có C_4^3 cách.
Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn là: $A_8^4 \cdot C_4^3 = 6720$ (cách).

» Câu 71. Từ các số $0,1,2,7,8,9$ tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

Lời giải

✓Trả lời: 288

Gọi $\overline{abcde}$ là số cần tìm.
Chọn e có 3 cách,
Chọn $a \neq 0$ và $a \neq e$ có 4 cách,
Chọn 3 trong 4 số còn lại sắp vào b,c,d có A_4^3 cách.
Vậy có $3 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 288$ số.

» Câu 72. Số các số tự nhiên cần tìm có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần có dạng $\overline{1a1b00}\ (a;b \in \mathbb{N})$. Tính $P = ab$

Lời giải

✓Trả lời: 10

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách,
Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí),
Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0, Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.
Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Khi đó $\begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow P = ab = 10$

» Câu 73. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.

Lời giải

✓Trả lời: 15

Tổng 5 chữ số bằng 3 thì tập hợp các số đó có thể là $\{0;1;2\}, \{1;1;1\}, \{3;0\}$.

TH1: số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 0,1 chữ số 1 và 1 chữ số 2.
Chọn chữ số xếp vào vị trí đầu có 2 cách, xếp chữ số còn lại vào 4 vị trí cuối có 4 cách nên có: $2.4 = 8$ (số).
TH2: số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 1,2 chữ số 0 có 6 số.
Xếp số 1 vào vị trí đầu có 1 cách, 2 số 1 còn lại vào 4 vị trí cuối có C_4^2 cách nên có: $C_4^2 = 6$ (số).
TH3: số có 5 chữ số gồm 1 chữ số 3,4 chữ số 0 có 1 số.
Vậy có $8+6+1=15$ số thoả yêu cầu bài toán.

» Câu 74. Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người?

Lời giải

✓Trả lời: 45

Chọn một nhóm 2 người, có C_6^2 cách chọn.
Chọn nhóm thứ hai có 2 người, có C_4^2 cách chọn.
Hai nhóm còn lại có: 2 cách chia.
Số cách chia 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người là: $\dfrac{C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 45$ cách. (do trùng ở hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người).

» Câu 75. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

Lời giải

✓Trả lời: 36

Có hai người mà mỗi người nhận một đồ vật và một người nhận hai đồ vật, Chọn hai người để mỗi người nhận một đồ vật: có C_3^2 cách chọn,
Chọn hai đồ vật trao cho hai người: có A_4^2 cách chọn,
Hai đồ vật còn lại trao cho người cuối cùng.
Vậy số cách chia là: $C_3^2 \cdot A_4^2 = 36$ cách.

» Câu 76. Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và cho biết số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

Lời giải

✓Trả lời: 182

Gọi số vận động viên nam là n,
Số ván các vận động viên nam chơi với nhau là $2.C_n^2 = n(n-1)$,
Số ván các vận động viên nam chơi với các vận động viên nữ là 2.2. $n = 4n$.
Vậy ta có $n(n-1) - 4n = 84 \Rightarrow n = 12$.
Vậy số ván các vận động viên chơi là $2C_{14}^2 = 182$.

» Câu 77. Cho đa giác đều có n cạnh $(n \geq 4)$. Tìm n để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh?

Lời giải

✓Trả lời: 5

Tổng số đường chéo và cạnh của đa giác là: $C_n^2 \Rightarrow$ Số đường chéo của đa giác là $C_n^2 - n$
Ta có: Số đường chéo bằng số cạnh

$\Leftrightarrow C_n^2 - n = n \Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!} = 2n \Leftrightarrow n(n-1) = 4n \Leftrightarrow n-1 = 4 \Leftrightarrow n = 5.$

» Câu 78. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$ .Tìm n

Lời giải

✓Trả lời: 13

Điều kiện $\begin{cases} n \in N \\ n \geq 2 \end{cases}$.

Ta có $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1) \Leftrightarrow 3\dfrac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - 3\dfrac{n!}{(n-2)!} = 52(n-1)$.

$\Leftrightarrow \dfrac{(n+1)n(n-1)}{2} - 3n(n-1) = 52(n-1) \Leftrightarrow (n+1)n - 6n = 104$

$\Leftrightarrow n^2 - 5n - 104 = 0. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 13 \text{ (tm)} \\ n = -8 \text{ (l)} \end{array}\right.$. Vậy $n = 13$.

» Câu 79. Cho các số tự nhiên m, n thỏa mãn đồng thời các điều kiện $C_m^2 = 153$ và $C_m^n = C_m^{n+2}$. Khi đó $m+n$ bằng:

Lời giải

✓Trả lời: 26

Theo tính chất $C_m^n = C_m^{m-n}$ nên từ $C_m^n = C_m^{n+2}$ suy ra $2n + 2 = m$.

$C_m^2 = 153 \Leftrightarrow \dfrac{m(m-1)}{2} = 153 \Rightarrow m = 18$. Do đó $n = 8$.

Vậy $m + n = 26$.

» Câu 80. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt $(n \geq 2)$. Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n.

Lời giải

✓Trả lời: 15

Ta thấy: Cứ một điểm bất kì trên đường thẳng d_1 với hai điểm phân biệt trên d_2 hoặc cứ một điểm bất kì trên đường thẳng d_2 với hai điểm phân biệt trên d_1 tạo thành một tam giác,

Vậy tổng số tam giác thỏa mãn đề bài là $10 \cdot C_n^2 + nC_{10}^2 = 1725$

$\Leftrightarrow 5n(n-1) + 45n - 1725 = 0 \Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 1725 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 15 \\ n = -23 \end{array}\right.$. Vậy $n = 15$.

---------------------------------- Hết ----------------------------------

Chương 08 Bài 3. NHỊ THỨC NEWTON

A Lý thuyết

1. Công thức nhị thức Newton

Định nghĩa

Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau:

» Với a,b là các số thực và n là sô nguyên dương, ta có

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n \quad (1)$$

» Quy ước $a^0=b^0=1$.

Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton)

» Số các hạng tử là $n+1$

» Số mũ của a giảm dần từ n đến 0,
Số mũ của b tăng dần từ 0 đến n,
Nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.

» Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.

» Số hạng thứ k (số hạng tổng quát) của khai triển là: $T_{k+1}=C_n^ka^{n-k}b^k$.

Hệ quả

» Với $a=b=1$, thì ta có $2^n=C_n^0+C_n^1+...+C_n^n$.

» Với $a=1$; $b=-1$, ta có $0=C_n^0-C_n^1+...+(-1)^kC_n^k+...+(-1)^nC_n^n$

2. Các dạng khai triển cơ bản nhị thức Newton

- ✓ $(x+1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \ldots + C_n^k x^{n-k} + \ldots + C_n^{n-1} x + C_n^n$
- ✓ $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \ldots + C_n^k x^k + \ldots + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n$
- ✓ $(x-1)^n = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - \ldots + (-1)^k C_n^k x^k + \ldots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} x^{n-1} + (-1)^n C_n^n x^n$
- ✓ $C_n^k = C_n^{n-k}$
- ✓ $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}, \ (n \ge 1)$
- ✓ $k.C_n^k = \dfrac{\mathrm{k}.n!}{(n-k)!\mathrm{k}!} = \dfrac{n(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!} = nC_{n-1}^{k-1}$
- ✓ $\dfrac{1}{k+1}C_n^k = \dfrac{k.n!}{(k+1)(n-k)!k!} = \dfrac{n(n-1)!}{(n+1)(n-k)!(k+1)!} = \dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$

3. Tam giác pascal

Trong công thức nhị thức Newton,

Cho $n = 0, 1, \ldots$ và xếp các hệ số thành dòng, ta nhận được tam giác, gọi là tam giác Pascal.

$n = 0$: 1
$n = 1$: 1 1
$n = 2$: 1 2 1
$n = 3$: 1 3 3 1
$n = 4$: 1 4 6 4 1
$n = 5$: 1 5 10 10 5 1
$n = 6$: 1 6 15 20 15 6 1
$n = 7$: 1 7 21 35 35 21 7 1

Từ công thức $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ suy ra cách tính các số ở mỗi dòng dựa vào các số ở dòng trước nó. Chẳng hạn $C_5^2 = C_4^1 + C_4^2 = 4 + 6 = 10$.

B Các dạng bài tập

Dạng 1. Khai triển biểu thức

Phương pháp

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton

» Với $n=4$ ta có: $(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4$.

» Với $n=5$ ta có: $(a+b)^5 = C_5^0a^5 + C_5^1a^4b^1 + C_5^2a^3b^2 + C_5^3a^2b^3 + C_5^4a^1b^4 + C_5^5b^5$

$= a^5 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + b^5$

Ví dụ 1.1.

Khai triển các biểu thức sau:

(1) $(x+y)^4$

(2) $(1+x)^4$

(3) $(a-b)^5$

(4) $(x+1)^5$

(5) $(2x-3)^4$

(6) $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$

Lời giải

(1) $(x+y)^4$

Áp dụng công thức ta được $(x+y)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3y + C_4^2x^2y^2 + C_4^3xy^3 + C_4^4y^4$

(2) $(1+x)^4$

Ta có $(1+x)^4 = C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3x + C_4^2 1^2x^2 + C_4^3 1x^3 + C_4^4x^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4$.

(3) $(a-b)^5$

Ta có: $(a-b)^5 = a^5 - 5a^4b^1 + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5a^1b^4 - b^5$.

(4) $(x+1)^5$

Ta có: $(x+1)^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$.

(5) $(2x-3)^4$

$(2x-3)^4 = C_4^0(2x)^4 + C_4^1(2x)^3(-3) + C_4^2(2x)^2(-3)^2 + C_4^3 2x(-3)^3 + C_4^4(-3)^4$.

$= 16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81$.

(6) $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$

Ta có $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$

$=C_4^0\left(x^2\right)^4+C_4^1\left(x^2\right)^3.\left(\dfrac{1}{x}\right)+C_4^2\left(x^2\right)^2.\left(\dfrac{1}{x}\right)^2+C_4^3\left(x^2\right).\left(\dfrac{1}{x}\right)^3+C_4^4\left(\dfrac{1}{x}\right)^4$

$=C_4^0x^8+C_4^1x^6.\left(\dfrac{1}{x}\right)+C_4^2x^4.\dfrac{1}{x^2}+C_4^3\left(x^2\right).\left(\dfrac{1}{x^3}\right)+C_4^4\left(\dfrac{1}{x^4}\right)=x^8+4x^5+6x^2+\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x^4}.$

Ví dụ 1.2.

Khai triển các biểu thức sau:

(1) $(3x-2y)^4$ (2) $(x-2y)^5$ (3) $(x+5)^4+(x-5)^4$

Lời giải

(1) $(3x-2y)^4$

Ta có: $(3x-2y)^4=C_4^0(3x)^4+C_4^1(3x)^3(-2y)^1+C_4^2(3x)^2(-2y)^2+C_4^13x(-2y)^3+C_4^0(-2y)^4$

$=81x^4-216x^3y+216x^2y^2-96xy^3+16y^4$

(2) $(x-2y)^5$

Ta có: $(x-2y)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4(-2y)+C_5^2x^3(-2y)^2+C_5^3x^2(-2y)^3+C_5^4x(-2y)^4+C_5^5(-2y)^5$

$=x^5-10x^4y+40x^3y^2-80x^2y^3+80xy^4-32y^5$

(3) $(x+5)^4+(x-5)^4$

Ta có: $(x+5)^4+(x-5)^4$

$=C_4^0x^4+C_4^1x^35+C_4^2x^25^2+C_4^3x5^3+C_4^45^4+C_4^0x^4-C_4^1x^35+C_4^2x^25^2-C_4^3x5^3+C_4^45^4$

$=2\left(C_4^0x^4+C_4^2x^25^2+C_4^45^4\right)=2.\left(x^4+150x^2+625\right)=2x^4+300x^2+1250$

Dạng 2. Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển

Phương pháp

» Xác định số hạng tổng quát $T_k = C_n^k a^{n-k} b^k$ trong khai triển $(a+b)^n$ và kết hợp với yêu cầu của bài toán để thiết lập một phương trình, từ đó tìm ra kết quả mà bài toán yêu cầu.

Lưu ý: T_k là số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $(a+b)^n$ theo lũy thừa tăng dần của b.

» Đối cói các biểu thức dạng $(a+b+c)^k$ ta biến đổi $(a+b+c)^k = [a+(b+c)]^k$ rồi áp dụng khai triển nhị thức Newton 2 lần và tìm ra số hạng tổng quát.

Ví dụ 2.1.

Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Lời giải

Ta xét khai triển $(2x-1)^4$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1} = C_4^k (2x)^{4-k} (-1)^k = (-1)^k C_4^k 2^{4-k} x^{4-k}$

Số hạng chứa x^3 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $4-k=3 \Rightarrow k=1$.

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển là: $C_4^1 (-1)^1 2^3 x^3 = -32x^3$.

Ví dụ 2.2.

Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Lời giải

Ta xét khai triển $(2+3x)^5$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1} = C_5^k 2^{5-k} (3x)^k = C_5^k 2^{5-k} 3^k x^k$.

Số hạng chứa x^4 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $k=4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển là: $C_5^4 2^{5-4} 3^4 = 810$.

Ví dụ 2.3.

Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Lời giải

Ta xét khai triển $(3x-2)^4$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1} = C_4^k (3x)^{4-k} (-2)^k = C_4^k 3^{4-k} (-2)^k x^{4-k}$.

Số hạng chứa x trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $4-k=1 \Rightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x trong khai triển là: $C_4^3 3^{4-3} (-2)^3 x = -96x$.

Ví dụ 2.4.

Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x\neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k.\left(\frac{x}{2}\right)^{4-k}\left(\frac{4}{x}\right)^k=C_4^k.(2)^{3k-4}(x)^{4-2k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn:
$4-2k=0\Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^2.(2)^{3.2-4}=24$.

Ví dụ 2.5.

Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x\neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k(2x)^k\left(\frac{3}{x}\right)^{4-k}=C_4^k2^k3^{4-k}x^{2k-4}$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn:
$2k-4=0\Leftrightarrow k=2$.
Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^22^23^2=216$.

Ví dụ 2.6.

Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$, $x\neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=(-1)^kC_4^k2^{4-k}x^{4-3k}$.

Số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-3k=-2\Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển là $(-1)^2C_4^22^{4-2}x^{4-3.2}=\frac{24}{x^2}$.

Ví dụ 2.7.

Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$.

Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Lời giải

Ta có: $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^{n} 2^k C_n^k x^k ; (k \in \mathbb{N})$.

Suy ra: $a_k = 2^k C_n^k$.

Thay $a_0 = 2^0 C_n^0 = 1$, $a_1 = 2C_n^1$, $a_2 = 4C_n^2$ vào giả thiết ta có: $1 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow 2C_n^1 = C_n^2$

$\Leftrightarrow 2\dfrac{n!}{(n-1)!} = \dfrac{n!}{(n-2)!2!} \Leftrightarrow 2n = \dfrac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = 5 \end{array}\right.$.

Do n là số nguyên dương nên $n = 5$.

Dạng 3. Tính tổng – Chứng minh đẳng thức

Phương pháp

» Sử dụng tính chất của số C_n^k.

Cho số nguyên dương $n;k$ thỏa mãn $-1 \le k \le n$ ta có các tính chất sau :

Tính chất 1. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Tính chất 2. $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$.

Tính chất 3. $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$.

Tính chất 4. $\frac{1}{k+1}C_n^k = \frac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$.

» Một số kết quả hay sử dụng khi chứng minh đẳng thức , tính tổng có sử dụng công thức nhị thức Newton :

Kết quả 1 : $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^n$.

Kết quả 2 : $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n = 0$.

Kết quả 3 : $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2n} = 2^{2n-1}$

Kết quả 4 : $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + ... + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}$.

Ví dụ 3.1.

Tính tổng sau $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + ... + C_{10}^{10}$

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k a^{10-k} b^k$.

Ta chọn $a = b = 1$, thu được $(1+1)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1 + ... + C_{10}^{10}$.

Vậy $S = 2^{10} = 1024$.

Ví dụ 3.2.

Tính tổng sau $S = C_6^1 + C_6^2 + ... + C_6^5$

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^6 = \sum_{k=0}^{6} C_6^k a^{6-k} b^k$.

Ta chọn $a = b = 1$, thu được $(1+1)^6 = C_6^0 + C_6^1 + ... + C_6^6$.

Do đó $S = 2^6 - C_6^0 - C_6^6 = 62$.

Vậy $S = 62$.

Ví dụ 3.3.

Tính tổng sau $S = C_6^0 + 2.C_6^1 + 2^2.C_6^2 + ... + 2^6 C_6^6$

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^6=\sum_{k=0}^{6}C_6^k a^{6-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=2$, thu được $(1+2)^6=C_6^0+2.C_6^1+2^2.C_6^2+...+2^6C_6^6$.

Vậy $S=3^6=729$.

Ví dụ 3.4.

Chứng minh đẳng thức $kC_n^k=nC_{n-1}^{k-1}$.

Lời giải

Ta có $kC_n^k=k\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{n!(n-1)!}{(k-1)!\left[n-1-(k-1)\right]!}=nC_{n-1}^{k-1}$.

Ví dụ 3.5.

Chứng minh đẳng thức $\dfrac{1}{k+1}C_n^k=\dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải

Ta có $\dfrac{1}{k+1}C_n^k=\dfrac{n!}{(k+1)k!(n-k)!}=\dfrac{(n+1)!}{(n+1)(k+1)!\left[n+1-(k+1)\right]!}=\dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$..

Ví dụ 3.6.

Rút gọn biểu thức $S=\dfrac{1}{1.0!.2019!}+\dfrac{1}{2.1!2018!}+\dfrac{1}{3.2!.2017!}+...+\dfrac{1}{2020.2019!.0!}$

Lời giải

Ta có $S=\sum_{k=0}^{2019}\dfrac{1}{(k+1)k!(2019-k)!}=\sum_{k=0}^{2019}\dfrac{2020!}{2020!(k+1)!(2020-(k+1))!}=\dfrac{1}{2020!}\sum_{k=0}^{2019}C_{2020}^{k+1}$

Xét nhị thức $(x+1)^{2020}=\sum_{k=0}^{2020}C_{2020}^k.x^k=1+\sum_{k=1}^{2020}C_{2020}^k.x^k$

Cho $x=1\Rightarrow\sum_{k=1}^{2020}C_{2020}^k=\sum_{k=0}^{2019}C_{2020}^{k+1}=2^{2020}-1$.

Vậy: $S=\dfrac{2^{2020}-1}{2020!}$.

Ví dụ 3.7.

Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^n$ (với x khác 0) biết $C_n^2C_n^{n-2}+2C_n^2C_n^3+C_n^3C_n^{n-3}=100$

Lời giải

Ta có kết quả $C_n^k=C_n^{n-k}$. Do đó $C_n^{n-2}=C_n^2,C_n^{n-3}=C_n^3$.

Suy ra $C_n^2C_n^{n-2} + 2C_n^2C_n^3 + C_n^3C_n^{n-3} = 100 \Leftrightarrow C_n^2 + C_n^3 = 10 \Leftrightarrow n = 4 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^4$.

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $T_{k+1} = C_4^k x^{4-k}\left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_4^k x^{4-k}(-x)^{-k}$.

Số hạng không chứa x ứng với $4 - k - k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy số hạng không chứa x là $T_3 = C_4^2 = 6$.

Chương 08

Bài 3. NHỊ THỨC NEWTON

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

» Câu 2. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^{k-1}a^kb^{5-k}$. **B.** $C_4^ka^{4-k}b^k$. **C.** $C_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $C_4^ka^{4-k}b^{4-k}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển $(a+b)^4$ là $C_n^ka^{n-k}b^k=C_4^ka^{4-k}b^k$.

» Câu 3. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^k2^k3^{4-k}.x^{4-k}$. **B.** $C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$. **C.** $C_4^k2^{4-k}3^k.x^{4-k}$. **D.** $C_4^k2^k(-3)^{4-k}.x^{4-k}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển $(2x-3)^4$ là $C_4^k(2x)^{4-k}(-3)^k=C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$.

» Câu 4. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Lời giải

Chọn A

Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ chính là giá trị của biểu thức $(2x-3)^4$ tại $x=1$.

Vậy $S=(1-2.1)^4=1$.

» Câu 5. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(x+2y)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k x^{4-k}(2y)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k.2^k.x^{4-k}y^k$.

Số hạng chứa x^2y^2 trong khai triển trên ứng với $\begin{cases}4-k=2\\k=2\end{cases}\Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của x^2y^2 trong khai triển của $(x+2y)^4$ là $C_4^2.2^2=24$.

» Câu 6. Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3+2A_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $n\ge 3; n\in\mathbb{N}$.

$A_n^3+2A_n^2=48\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!}+2.\frac{n!}{(n-2)!}=48\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)+2.n(n-1)=48$

$\Leftrightarrow n^3-n^2-48=0\Leftrightarrow n=4$ (thỏa).

Ta có $(1-3x)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-3x)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-3)^k x^k$.

Hệ số của x^3 trong khai triển trên ứng với $k=3$.

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển $(1-3x)^4$ là $C_4^3.(-3)^3=-108$.

» Câu 7. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k\left(\frac{1}{x}\right)^{4-k}\left(x^3\right)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k x^{4k-4}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển trên ứng với $4k-4=0\Leftrightarrow k=1$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$ là $C_4^1=4$.

» Câu 8. Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.

B. $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.

C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$.

D. $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

Lời giải

Chọn A

$(x-1)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4+C_5^2x^3+C_5^3x^2+C_5^4x+C_5^5=x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.

» Câu 9. Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Lời giải

Chọn D

$(3x+4)^5=C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4.4+C_5^2(3x)^3.4^2+C_5^3(3x)^2.4^3+C_5^4(3x)^1.4^4+C_5^5.4^5$

$=243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

» Câu 10. Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

B. $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

D. $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

Lời giải

Chọn C

$(1-2x)^5=C_5^0+C_5^1(-2x)^1+C_5^2(-2x)^2+C_5^3(-2x)^3+C_5^4(-2x)^4+C_5^5(-2x)^5$

$=1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

» Câu 11. Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(x-y)^5$. **B.** $(x+y)^5$. **C.** $(2x-y)^5$. **D.** $(x-2y)^5$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $P(x)$ có dấu đan xen nên loại đáp án B.

Hệ số của x^5 bằng 1 nên loại đáp án C và còn lại hai đáp án A và D thì chỉ có A phù hợp (vì khai triển số hạng cuối của đáp án A là $-y^5$).

» Câu 12. Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$.

B. $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

D. $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$

Lời giải

Chọn B

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^5=C_5^0.x^5+C_5^1.x^4.\left(\frac{-1}{x}\right)^1+C_5^2x^3\left(\frac{-1}{x}\right)^2+C_5^3x^2\left(\frac{-1}{x}\right)^3+C_5^4x^1\left(\frac{-1}{x}\right)^4+C_5^5\left(\frac{-1}{x}\right)^5$

$=\ x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

» Câu 13. Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

Lời giải

Chọn A

$\left(xy+2\right)^5=C_5^0\left(xy\right)^5+C_5^1\left(xy\right)^4.2^1+C_5^2\left(xy\right)^3.2^2+C_5^3\left(xy\right)^2.2^3+C_5^4\left(xy\right)^1.2^4+C_5^5.2^5$

$=x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

» Câu 14. Khai triển theo công thức nhị thức Newton $\left(x-y\right)^4$.

A. $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$. **B.** $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3-y^4$.

C. $x^4+4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$. **D.** $x^4-4x^3y-4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$.

Lời giải

Chọn A

$\left(x-y\right)^4=x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$

» Câu 15. Đa thức $P\left(x\right)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $\left(1-2x\right)^5$. **B.** $\left(1+2x\right)^5$. **C.** $\left(2x-1\right)^5$. **D.** $\left(x-1\right)^5$.

Lời giải

Chọn C

Vì hệ số của x^5 là 32 và dấu trong khai triển đan xen nên chọn đáp án C.

» Câu 16. Trong khai triển $\left(2a-b\right)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

$\left(2a-b\right)^5=\left(2a\right)^5-5\left(2a\right)^4b+10\left(2a\right)^3b^2-10\left(2a\right)^2b^3+5\left(2a\right)b^4-b^5$

$=32a^5-80a^4b+80a^3b^2-40a^2b^3+10ab^4-b^5$

» Câu 17. Số hạng chính giữa trong khai triển $\left(3x+2y\right)^4$ là:

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6\left(3x\right)^2\left(2y\right)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

Lời giải

Chọn D

$\left(3x+2y\right)^4=\left(3x\right)^4+4\left(3x\right)^3\left(2y\right)+6\left(3x\right)^2\left(2y\right)^2+4\left(3x\right)\left(2y\right)^3+\left(2y\right)^4$

Suy ra hệ số chính giữa trong khai triển trên là: $6\left(3x\right)^2\left(2y\right)^2=36C_4^2x^2y^2$.

» Câu 18. Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4=a_0+a_1\sqrt[3]{2}+a_2\sqrt[3]{4}$. Tính $\left(a_1a_2\right)$

A. $a_1a_2=24$. **B.** $a_1a_2=8$. **C.** $a_1a_2=54$. **D.** $a_1a_2=36$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4=1^4+4.1^3\left(\sqrt[3]{2}\right)^1+6.1^2\left(\sqrt[3]{2}\right)^2+4.1^1\left(\sqrt[3]{2}\right)^3+\left(\sqrt[3]{2}\right)^4=1+4\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{4}+8+2\sqrt[3]{2}$

$=9+6\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{4}$.

Suy ra $(a_1a_2) = 6.6 = 36$.

» Câu 19. Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.

A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-2x)^n = C_n^0 1^n (-2x)^0 + C_n^1 1^{n-1}(-2x) + C_n^2 1^{n-2}(-2x)^2 + ... = 1 - 2C_n^1 x + 4C_n^2 x^2 + ...$

Vậy $a_0 = 1$; $a_1 = -2C_n^1$; $a_2 = 4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0 + a_1 + a_2 = 31$ nên ta có:

$1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 31 \Leftrightarrow 1 - 2\dfrac{n!}{1!(n-1)!} + 4\dfrac{n!}{2!(n-2)!} = 31 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) = 31$

$\Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 30 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 15 = 0 \Rightarrow n = 5$.

Từ đó ta có $a_4 = C_5^4(-2)^4 = 80$.

» Câu 20. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển: $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 = 33 \Rightarrow n = 4$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1} = C_4^k (x^3)^{4-k}\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k = 2^k C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là : $2^2C_4^2 = 24$.

» Câu 21. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển: $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 = 33 \Rightarrow n = 4$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1} = C_4^k (x^3)^{4-k}\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k = 2^k C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là : $2^2C_4^2 = 24$.

» Câu 22. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x) = (x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 11$. **B.** $n = 5$. **C.** $n = 12$. **D.** $n = 10$

Lời giải

Chọn B

$$f(x)=(x^2+1)^n(x+2)^n=\left(\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^{2n-2k}\right)\left(\sum_{i=0}^{n}C_n^i x^{n-i}2^i\right)=\sum_{k=0}^{n}\left(\sum_{i=0}^{n}C_n^k C_n^i 2^i x^{3n-2k-i}\right),\ (0\le i,k\le n)$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow 3n-(2k+i)=3n-3 \Leftrightarrow 2k+i=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=i=1 \\ k=0,\ i=3 \end{array}\right.$

$\Rightarrow a_{3n-3}=2C_n^1C_n^1+2^3C_n^0C_n^3=26n \Leftrightarrow n=5$.

» Câu 23. Với $n\ge 4$, tổng $T=C_n^0+C_n^2+C_n^4+...$ bằng

A. 2^{2n-1} B. 2^{n-1} C. 2^n D. 2^n-1.

Lời giải

Chọn B

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k \quad (*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\ldots+C_n^{n-1}+C_n^n$. (1)

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$. (2)

Lấy $(1)+(2)\Rightarrow 2^n=2T$

Vậy $T=2^{n-1}$.

» Câu 24. Với $n\ge 4$, tổng $T=C_n^1+C_n^3+C_n^5+...$ bằng

A. 2^{2n-1} B. 2^{n-1} C. 2^n D. 2^n-1.

Lời giải

Chọn D

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k \quad (*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\ldots+C_n^{n-1}+C_n^n$. (1)

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$. (2)

Lấy $(1)-(2)\Rightarrow 2^n=2T$

Vậy $T=2^{n-1}$.

» Câu 25. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4095$. Giá trị của n bằng

A. 14 B. 16 C. 13 D. 12

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4095\Rightarrow C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4096$

Mà $C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=2^n$ nên suy ra

$2^n=4096\Leftrightarrow n=12$

» Câu 26. Tổng $T=C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2k}+...+C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1} B. 2^{2n-1} C. $2^{2n}-1$ D. 2^{2n}

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_n^0+C_n^2+C_n^4+...=2^{n-1}$

Áp dụng hệ thức trên, ta có $T=C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+...+C_{2n}^{2k}+...+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$.

» **Câu 27.** Tính tổng $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 0 B. 2^n C. 2^{n-1} D. 2^{n+1}

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + ... + C_n^n b^n$.

Chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ ta được : $(1-1)^n = C_n^0.1^n + C_n^1.1^{n-1}.(-1) + C_n^2.1^{n-2}.(-1)^2 + ... + C_n^n.(-1)^n$

$\Leftrightarrow 0 = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n$.

» **Câu 28.** Tính tổng $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + ... + (C_n^n)^2$ ta được kết quả là:

A. C_{2n}^n B. C_{2n}^{2n-2} C. 2^{2n+1} D. 2^{2n}

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $(1+x)^m.(1+x)^n = (1+x)^{m+n}$ ta có:

$C_m^0.C_n^k + C_m^1.C_n^{k-1} + C_m^2.C_n^{k-2} + ... + C_m^m.C_n^{k-m} = C_{m+n}^k$, $m \le k \le n$. (hệ số chứa x^k ở cả hai vế).

Áp dụng với khai triển $(1+x)^n.(1+x)^n = (1+x)^{2n}$ ta có hệ số chứa x^n bằng nhau nên:

$C_n^0.C_n^n + C_n^1.C_n^{n-1} + ... + C_n^n.C_n^0 = C_{2n}^n \Leftrightarrow (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + ... + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$

» **Câu 29.** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,01)^4$.Tìm số đó?

A. $1,04$. B. $1,0406$. C. $1,040604$. D. 1.04060401.

Lời giải

Chọn A

$(1,01)^4 = (1+0.01)^4 = C_4^0 + C_4^1.0,01 + C_4^2.0,01^2 + C_4^3.0,01^3 + C_4^4.0,01^4$.

Khi đó: $(1,01)^4 \approx C_4^0 + C_4^1.0,01 = 1,04$.

» **Câu 30.** Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,01)^5$. Tìm số đó?

A. 32.808. B. $32,80804$. C. $32,8$. D. $32,8080401$.

Lời giải

Chọn C

$(2,01)^5 = (2+0.01)^5 = C_5^0.2^5 + C_5^1.2^4.0,01 + C_5^2.2^3.0,01^2 + C_5^3.2^2.0,01^3 + C_5^4.2.0,01^4 + C_5^5.0,01^5$.

Khi đó: $(2,01)^5 \approx C_5^0.2^5 + C_5^1.2^4.0,01 = 32,8$

» **Câu 31.** Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $32,02$. B. $32,024$. C. $32,0240072$. D. $32,024007$.

Lời giải

Chọn C

$(2,0003)^5 = (2+0.0003)^5 = 2^5.C_5^0 + 2^4.C_5^1.0,0003 + 2^3.C_5^2.0,0003^2 + 2^2 C_5^3.0,0003^3$

$+2C_5^4.0,0003^4+C_5^5.0,0003^5$.

Khi đó: $(2,0003)^5 \approx C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,0003+C_5^2.2^3.0,0003^2+C_5^3.2^2.0,0003^3=32,0240072$.

» Câu 32. Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $1024,25$. **B.** $1024,256026$. **C.** $1024,25602$. **D.** $1024,256$.

Lời giải

Chọn C

$(4,0002)^5=(4+0.0002)^5=4^5.C_5^0+4^4.C_5^1.0,0002+4^3.C_5^2.0,0002^2+4^2C_5^3.0,0002^3$

$+4C_5^4.0,0002^4+C_5^5.0,0002^5$.

Khi đó: $(4,0002)^5 \approx C_5^0.4^5+C_5^1.4^4.0,0002+C_5^2.4^3.0,0002^2+C_5^3.4^2.0,0002^3=1024,256026$.

» Câu 33. Tính giá trị của $H=C_{15}^0-2C_{15}^1+2^2C_{15}^2-...+2^{14}C_{15}^{14}-2^{15}C_{15}^{15}$

A. -3^{15}. **B.** 3^{15}. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

$(1+x)^{15}=C_{15}^0+C_{15}^1x+C_{15}^2x^2+...+C_{15}^{14}x^{14}+C_{15}^{15}x^{15}$.

Chọn $x=-2$, ta được $C_{15}^0-2C_{15}^1+2^2C_{15}^2-...+2^{14}C_{15}^{14}-2^{15}C_{15}^{15}=(1-2)^{15}=-1$

» Câu 34. Tính giá trị của $K=3^{20}C_{20}^0-3^{19}.4.C_{20}^1+3^{18}.4^2.C_{20}^2-...-3.4^{19}.C_{20}^{19}+4^{20}.C_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. **B.** -7^{20}. **C.** -1. **D.** 1

Lời giải

Chọn D

$(3+x)^{20}=3^{20}C_{20}^0+3^{19}C_{20}^1x+3^{18}C_{20}^2x^2+...+3C_{20}^{19}x^{19}+C_{20}^{20}x^{20}$.

Chọn $x=-4$,ta được $3^{20}C_{20}^0-3^{19}.4.C_{20}^1+3^{18}.4^2.C_{20}^2-...-3.4^{19}.C_{20}^{19}+4^{20}.C_{20}^{20}=(3-4)^{20}=1$

» Câu 35. Trong khai triển biểu thức $F=\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8 **B.** 60 **C.** 58 **D.** 20

Lời giải

Chọn B

Ta có số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_5^k\left(\sqrt{3}\right)^{5-k}\left(\sqrt[3]{2}\right)^k$

Ta thấy bậc hai của căn thức là 2 và 3 là hai số nguyên tố, do đó để T_{k+1} là một số nguyên

thì $\begin{cases} k\in\mathbb{N} \\ 0\le k\le 5 \\ (5-k)\vdots 2 \\ k\vdots 3 \end{cases} \Leftrightarrow k=3 \Rightarrow T_4=C_5^3\left(\sqrt{3}\right)^2\left(\sqrt[3]{2}\right)^3$

Vậy trong khai triển có giá trị lớn nhất là số hạng nguyên là $T_4=60$.

» Câu 36. Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1 + r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi

20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $\left(1+0,0865\right)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi)?

A. 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.
C. 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $C = A\left(1+r\right)^5$ với $A = 20$ triệu $r = 8,65\%$,$n = 5$ *quí.*

$\left(1+x\right)^5 = C_5^0 + C_5^1x + C_5^2x^2 + C_5^3x^3 + C_5^4x^4 + C_5^5x^5$

$\left(1+0,0865\right)^5 \approx C_5^0 + C_5^1.0,0865 + C_5^2\left(0,0865\right)^2 = 1 + 5.0,0865 + 10.\left(0,0865\right)^2 = 1,5073225 =$

Vậy số tiền thu được sau 5 quý là: $C = 20.1,5073225 = 30.14645$ triệu đồng.

» Câu 37. Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A\left(1+r\right)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $\left(1+0,015\right)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất?

A. 229391769 nghìn người. **B.** 329391769 nghìn người.
C. 229391759 nghìn người. **D.** 228391769 nghìn người.

Lời giải

Chọn A

Lấy năm 2015 làm mốc và tính dân số năm 2015 thì $n = 2020 - 2015 = 5$

Áp dụng công thức $S = A\left(1+r\right)^n$ với $A = 212.942.000$, $r = 1,5\%$.

$$\left(1+x\right)^5 = C_5^0 + C_5^1x + C_5^2x^2 + C_5^3x^3 + C_5^4x^4 + C_5^5x^5$$

$\left(1+0,015\right)^5 \approx C_5^0 + C_5^1.0,015 + C_5^2\left(0,015\right)^2 = 1 + 5.0,015 + 10.\left(0,015\right)^2 = 1,07725$

Ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2020 là: $212.942.000 \times 1,07725 = 229391769,5$.

Vậy dân số quốc gia đó là 229391769 nghìn người.

» Câu 38. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^5$.

A. 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát trong khai trển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^5$ là: $T_k = C_5^k\left(x^2\right)^{5-k}.\left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_5^kx^{10-5k}$.

Số hạng cần tìm không chứa x nên ta có: $10 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $T_2 = C_5^2 = 10$.

» Câu 39. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810. **B.** 826. **C.** 810. **D.** 421.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(3x^3-\dfrac{2}{x^2}\right)^5=\sum\limits_{k=0}^{5}(-1)^k.C_5^k.\left(3x^3\right)^{5-k}.\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{5}(-1)^k.C_5^k.3^{5-k}.2^kx^{15-5k}$.

Số hạng chứa x^{10} ứng với $15-5k=10\Leftrightarrow k=1$.

Hệ số của số hạng chứa x^{10} là $(-1)^1C_5^1.3^4.2^1=-810$.

» Câu 40. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(2x+\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ với $x>0$, biết n là số tự nhiên lớn nhất thỏa mãn $A_n^5\le 18A_{n-2}^4$.

A. 8064. **B.** 3360. **C.** 13440. **D.** 15360.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}n\ge 6\\ n\in\mathbb{Z}\end{cases}$

Khi đó $A_n^5\le 18A_{n-2}^4\Leftrightarrow\dfrac{n!}{(n-5)!}\le 18.\dfrac{(n-2)!}{(n-6)!}$

$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)\le 18(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$

$\Leftrightarrow n(n-1)\le 18(n-5)\ \Leftrightarrow n^2-19n+90\le 0\ \Leftrightarrow 9\le n\le 10\xrightarrow{n\to\max}n=10$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(2x+\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{10}$ là $T_{k+1}=C_{10}^k.(2x)^{10-k}.\left(\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^k$

$=C_{10}^k.2^{10-k}.x^{10-k}.x^{-\frac{k}{5}}\ =C_{10}^k.2^{10-k}.x^{\frac{50-6k}{5}}$.

Tìm k sao cho $\dfrac{50-6k}{5}=4\ \Leftrightarrow k=5$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là $C_{10}^5.2^{10-5}=8064$.

» Câu 41. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2-\dfrac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2-C_n^2=105$.

A. -3003. **B.** -5005. **C.** 5005. **D.** 3003.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A_n^2-C_n^2=105\Leftrightarrow\dfrac{n!}{(n-2)!}-\dfrac{n!}{2!(n-2)!}=105$

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}n(n-1)=105\ \Leftrightarrow n^2-n-210=0\ \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=15\\ n=-14\ (L)\end{array}\right.$.

Suy ra số hạng tổng quát trong khai triển: $T_{k+1}=C_{15}^k.\left(x^2\right)^{15-k}.\left(-\dfrac{1}{x}\right)^k=C_{15}^k.(-1)^k.x^{30-3k}$.

Tìm $30-3k=0\Leftrightarrow k=10$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{15}^{10}.(-1)^{10}=3003$.

» Câu 42. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x-\frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^3=\frac{4}{3}n+2C_n^2$

A. 134 **B.** 144 **C.** 115 **D.** 141

Lời giải

Chọn B

Điều kiện : $n\ge 3, n\in\mathbb{Z}$.

Ta có $C_n^3=\frac{4}{3}n+2C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!}=\frac{4}{3}n+\frac{n!}{(n-2)!}\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)=8n+6n(n-1)$

$\Leftrightarrow n^2-3n+2=8+6n-6 \Leftrightarrow n^2-9n=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=0 \\ n=9 \end{array}\right.$. Đối chiếu điều kiện ta được $n=9$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x-\frac{2}{x}\right)^9$, là : $C_9^k x^{9-k}.\frac{(-2)^k}{x^k}=(-2)^k C_9^k x^{9-2k}$

Số hạng này chứa x^5 ứng với $9-2k=5 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của số hạng đó là $4.C_9^2=144$.

» Câu 43. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{x^4}\right)^n$ với $x>0$, nếu biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2-C_n^1=44$.

A. 485. **B.** 525. **C.** 165. **D.** 238

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $n\in\mathbb{N}, n\ge 2$

$C_n^2-C_n^1=44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2}-n=44 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=11\ (tm) \\ n=-8 \end{array}\right.$

Ta có $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{x^4}\right)^{11}=\sum_{k=0}^{11}C_{11}^k\left(x\sqrt{x}\right)^{11-k}\left(\frac{1}{x^4}\right)^k=\sum_{k=0}^{11}C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\frac{33-11k}{2}=0 \Leftrightarrow k=3$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triểnlà $C_{11}^3=165$.

» Câu 44. Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2-n=27$, trong khai triển $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa x là

A. 84. **B.** 672. **C.** 8. **D.** 5376.

Lời giải

Chọn B

$C_n^2-n=27 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!}-n=27 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2}-n=27 \Leftrightarrow n^2-3n-54=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=9\ (TM) \\ n=-6\ (L) \end{array}\right.$

Xét khai triển $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^9$ có số hạng tổng quát

$T_{k+1}=C_9^k x^{9-k}.\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k=C_9^k.2^k x^{9-3k}$

Số hạng không chứa x nên $9-3k=0\Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng không chứa x là: $T_4=C_9^3.2^3=672$.

» Câu 45. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6$ bằng

A. -6432. **B.** -4032. **C.** -1632. **D.** -5418.

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

$\left(x^2-3x+2\right)^6=\left(x-1\right)^6\left(x-2\right)^6$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x-1\right)^6$ là $C_6^k.x^k\left(-1\right)^{6-k}$ với $k=0;1;2...;6$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x-2\right)^6$ là $C_6^i.x^i\left(-2\right)^{6-i}$ với $i=0;1;2...;6$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6=\left(x-1\right)^6\left(x-2\right)^6$ là

$$C_6^k x^k\left(-1\right)^{6-k}.C_6^i x^i\left(-2\right)^{6-i}=C_6^kC_6^i x^{i+k}\left(-1\right)^{12-i-k}.\left(2\right)^{6-i}$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $i+k=7$. Kết hợp với điều kiện ta được các nghiệm

$i=1\Rightarrow k=6\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^6C_6^1\left(-1\right)^5.\left(2\right)^5=-192$

$i=2\Rightarrow k=5\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^5C_6^2\left(-1\right)^5.\left(2\right)^4=-1440$

$i=3\Rightarrow k=4\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^4C_6^3\left(-1\right)^5.\left(2\right)^3=-2400$

$i=4\Rightarrow k=3\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^3C_6^4\left(-1\right)^5.\left(2\right)^2=-1200$

$i=5\Rightarrow k=2\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^2C_6^5\left(-1\right)^5.\left(2\right)^1=-180$

$i=6\Rightarrow k=1\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^1C_6^6\left(-1\right)^5.\left(2\right)^0=-6$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6$ bằng -5418

Cách 2.

$\left(x^2-3x+2\right)^6=\left(x^2+\left(-3x+2\right)\right)^6$

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $C_6^k.\left(x^2\right)^{6-k}\left(-3x+2\right)^k$ với $k=0;1;2...;6$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(-3x+2\right)^k$ là $C_k^i.2^{k-i}\left(-3x\right)^i$ với $0\le i\le k$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6$ là $C_6^k.\left(x^2\right)^{6-k}C_k^i.2^{k-i}\left(-3x\right)^i$

$=C_6^kC_k^i.2^{k-i}\left(-3\right)^i.\left(x^{12-2k+i}\right)$

Số hạng chứa x^7 ứng với $12-2k+i=7\Leftrightarrow 2k-i=5$. Kết hợp với điều kiện ta được các nghiệm

$k=3\Rightarrow i=1\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^3C_3^1 2^2\left(-3\right)^1=-720$

$k=4 \Rightarrow i=3 \Rightarrow$ hệ số là $=C_6^4C_4^3(-3)^3.(2)^1=-3240$

$k=5 \Rightarrow i=5 \Rightarrow$ hệ số là $=C_6^5C_5^5(2)^0.(-3)^5=-1458$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2-3x+2)^6$ bằng -5418.

» Câu 46. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1+x+x^2+x^3)^{10}$.

A. 582. **B.** 1902. **C.** 7752. **D.** 252.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(1+x+x^2+x^3)^{10}=(1+x^2)^{10}(1+x)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k.x^{2k}.\sum_{i=0}^{10}C_{10}^i.x^i=\sum_{k=0}^{10}\sum_{i=0}^{10}C_{10}^k.C_{10}^i.x^{2k+i}$

Hệ số của số hạng chứa x^5 nên $2k+i=5$.

Trường hợp 1: $k=0$, $i=5$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^0.C_{10}^5$.

Trường hợp 2: $k=1$, $i=3$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^1.C_{10}^3$.

Trường hợp 3: $k=2$, $i=1$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^2.C_{10}^1$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^0.C_{10}^5+C_{10}^1.C_{10}^3+C_{10}^2.C_{10}^1=1902$.

» Câu 47. Hệ số của x^6 trong khai triển $(2x+1)^6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là

A. $\frac{1}{2}C_{14}^6$. **B.** $\frac{1}{4}C_{14}^6$. **C.** C_{14}^6. **D.** $4C_{14}^8$.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển $(2x+1)^6=(1+2x)^6=\sum_{k=0}^{n}C_6^k1^{6-k}(2x)^k=\sum_{k=0}^{n}C_6^k2^kx^k$

$$\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4=\left(x+\frac{1}{2}\right)^8=\left(\frac{1}{2}+x\right)^8=\sum_{j=0}^{8}C_j^8\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}x^j$$

Vậy $(2x+1)^6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4=\sum_{k=0}^{n}C_6^k2^kx^k.\sum_{j=0}^{8}C_8^j\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}x^j=\sum_{k=0}^{n}C_6^k2^k.\sum_{j=0}^{8}C_8^j\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}x^{j+k}$

Số hạng của khai triển chứa x^6 khi $j+k=6$

Xét bảng:

k	0	1	2	3
j	6	5	4	3
$C_6^k2^k.C_8^J\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}$	$C_6^02^0.C_8^6\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$C_6^12^1.C_8^5\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$C_6^22^2.C_8^4\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$C_6^32^3.C_8^3\left(\frac{1}{2}\right)^5$
k	4	5	6	
j	2	1	0	
$C_6^k2^k.C_8^J\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}$	$C_6^42^4.C_8^2\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$C_6^52^5.C_8^3\left(\frac{1}{2}\right)^5$	$C_6^62^6.C_8^0\left(\frac{1}{2}\right)^2$	

Vậy hệ số x^6 trong khai triển $(2x+1)^6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là $\frac{3003}{4}=\frac{1}{4}C_{14}^6$.

» Câu 48. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(x-3)^8$ bằng

A. 1752 **B.** -1272 **C.** 1272 **D.** -1752

Lời giải

Chọn B

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x\left(2x-1\right)^6$ là $C_6^4 2^4\left(-1\right)^2=240$.

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $\left(x-3\right)^8$ là $C_8^5\left(-3\right)^3=-1512$.

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x\left(2x-1\right)^6+\left(x-3\right)^8$ là $240-1512=-1272$.

» Câu 49. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P\left(x\right)=x\left(1-2x\right)^5+x^2\left(1+3x\right)^{10}$.

A. 3240. **B.** 3320. **C.** 80. **D.** 259200.

Lời giải

Chọn B

Khai triển $P\left(x\right)$ có số hạng tổng quát $xC_5^k\left(-2x\right)^k+x^2C_{10}^m\left(3x\right)^m=\left(-2\right)^kC_5^kx^{k+1}+3^mC_{10}^mx^{m+2}$ ($k\in\mathbb{N}$, $k\le 5$, $m\in\mathbb{N}$, $m\le 10$)

Hệ số của x^5 ứng với k, m thỏa hệ $\begin{cases}k+1=5\\m+2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=4\\m=3\end{cases}$.

Vậy hệ số cần tìm là $\left(-2\right)^4C_5^4+3^3C_{10}^3=3320$.

» Câu 50. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P\left(x\right)=\left(1+2x^2\right)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270. **B.** 162720. **C.** 126270. **D.** 126720.

Lời giải

Chọn D

Khai triển: $P\left(x\right)=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k2^kx^{2k}=\sum\limits_{k=0}^{12}a_kx^{2k}$ với $a_k=C_{12}^k2^k$.

$a_{k+1}>a_k$ 90° $C_{12}^{k+1}2^{k+1}>C_{12}^k2^k$ 90° $\dfrac{2}{k+1}>\dfrac{1}{12-k}\Leftrightarrow k<\dfrac{23}{3}\Leftrightarrow k\le 7$.

Như vậy $a_0<a_1<a_2<...<a_8$.

$a_{k+1}<a_k$ 90° $C_{12}^{k+1}2^{k+1}<C_{12}^k2^k$ 90° $\dfrac{2}{k+1}<\dfrac{1}{12-k}\Leftrightarrow k>\dfrac{23}{3}\Leftrightarrow k\ge 8$.

Như vậy $a_8>a_9>a_{10}>...>a_{12}$.

Vậy hệ số có giá trị lớn nhất là $a_8=C_{12}^8 2^8=126720$.

B. *Câu hỏi – Trả lời đúng/sai*

» Câu 51. Khai triển $\left(x+\sqrt{2}\right)^4$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^2 là 12		
(b)	Hệ số của x^3 là $6\sqrt{2}$		
(c)	Hệ số của x là $8\sqrt{2}$		
(d)	Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4		

Lời giải

Ta có: $\left(x+\sqrt{2}\right)^4=C_4^0x^4+C_4^1x^3\left(\sqrt{2}\right)+C_4^2x^2\left(\sqrt{2}\right)^2+C_4^3x\left(\sqrt{2}\right)^3+C_4^4\left(\sqrt{2}\right)^4$

$=x^4+4\sqrt{2}x^3+12x^2+8\sqrt{2}x+4$.

(a) Hệ số của x^2 là 12

Hệ số của x^2 trong khai triển là 12.

» Chọn ĐÚNG.

(b) Hệ số của x^3 là $6\sqrt{2}$

Hệ số của x^3 trong khai triển là $4\sqrt{2}$.

» Chọn SAI.

(c) Hệ số của x là $8\sqrt{2}$

Hệ số của x trong khai triển là $8\sqrt{2}$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4

Số hạng không chứa x trong khai triển trên bằng 4.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 52. Khai triển $(x+2y)^3+(2x-y)^3$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của của x^3 là 9		
(b)	Hệ số của của y^3 là 7		
(c)	Hệ số của x^2y là 6		
(d)	Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3		

Lời giải

Ta có: $(x+2y)^3+(2x-y)^3=C_3^0x^3+C_3^1x^2(2y)+C_3^2x(2y)^2+C_3^3(2y)^3$

$$+C_3^0(2x)^3+C_3^1(2x)^2(-y)+C_3^2(2x)(-y)^2+C_3^3(-y)^3$$

$=x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3+8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$

$=9x^3-6x^2y+18xy^2+7y^3$.

(a) Hệ số của của x^3 là 9

Hệ số của x^3 trong khai triển là 9.

» Chọn ĐÚNG.

(b) Hệ số của của y^3 là 7

Hệ số của y^3 trong khai triển là 7.

» Chọn ĐÚNG.

(c) Hệ số của x^2y là 6

Hệ số của x^2y trong khai triển là 6.

» Chọn SAI.

(d) Tổng các hệ số của số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y bằng -3

Có hai số hạng mà lũy thừa của x lớn hơn lũy thừa của y là $9x^3-6x^2y$.

Tổng hệ số của chúng: $9+(-6)=3$.

» Chọn SAI.

» Câu 53. Khai triển $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^4$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^2 là $\dfrac{1}{4}$.		
(b)	Số hạng không chứa x là 6.		
(c)	Hệ số của x^4 là 1.		
(d)	Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.		

Lời giải

Ta có: $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^4=C_4^0x^4+C_4^1x^3\left(\dfrac{1}{x}\right)+C_4^2x^2\left(\dfrac{1}{x}\right)^2+C_4^3x\left(\dfrac{1}{x}\right)^3+C_4^4\left(\dfrac{1}{x}\right)^4=x^4+4x^2+6+\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{1}{x^4}$.

(a) Hệ số của x^2 là $\dfrac{1}{4}$.

Hệ số của x^2 trong khai triển là 4.

» Chọn SAI.

(b) Số hạng không chứa x là 6.

Số hạng không chứa x là 6.

» Chọn ĐÚNG.

(c) Hệ số của x^4 là 1.

Hệ số của x^4 trong khai triển là 1.

» Chọn ĐÚNG.

(d) Sau khi khai triển, biểu thức có 5 số hạng.

Sau khi khai triển, biểu thức có 6 số hạng.

» Chọn SAI.

» Câu 54. Khai triển $(x+1)^5$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^4 là 5		
(b)	Số hạng không chứa x là 1		
(c)	$C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=3^5$		
(d)	$32C_5^0+16C_5^1+8C_5^2+4C_5^3+2C_5^4+C_5^5=3^5$		

Lời giải

Ta có: $(x+1)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4+C_5^2x^3+C_5^3x^2+C_5^4x+C_5^5\,(*)$

$=1+5x+10x^2+10x^3+5x^4+x^5$.

(a) Hệ số của x^4 là 5

» Chọn ĐÚNG.

(b) Số hạng không chứa x là 1

» Chọn ĐÚNG.

(c) $C_5^0+C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=3^5$.

Từ khai triển (*), thay $x=1$, ta được: $(1+1)^5 = C_5^0\cdot 1^5 + C_5^1\cdot 1^4 + C_5^2\cdot 1^3 + C_5^3\cdot 1^2 + C_5^4\cdot 1 + C_5^5$

$= C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$.

Vậy $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 2^5$.

» Chọn SAI.

(d) $32C_5^0 + 16C_5^1 + 8C_5^2 + 4C_5^3 + 2C_5^4 + C_5^5 = 3^5$.

Từ khai triển (*), thay $x=2$, ta được:

$(2+1)^5 = C_5^0\cdot 2^5 + C_5^1\cdot 2^4 + C_5^2\cdot 2^3 + C_5^3\cdot 2^2 + C_5^4\cdot 2 + C_5^5$

$= 32C_5^0 + 16C_5^1 + 8C_5^2 + 4C_5^3 + 2C_5^4 + C_5^5 = S$

Vậy $S = 3^5$.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 55. Khai triển $P = \left(x-\sqrt{3}\right)^5$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^4 trong khai triển là $5\sqrt{3}$.		
(b)	Hệ số của x^2 trong khai triển là $-30\sqrt{3}$.		
(c)	Hệ số của x^3 trong khai triển là 30.		
(d)	Hệ số của x trong khai triển là 45.		

Lời giải

Ta có: $P = \left(x-\sqrt{3}\right)^5 = C_5^0x^5 + C_5^1x^4\left(-\sqrt{3}\right) + C_5^2x^3\left(-\sqrt{3}\right)^2 + C_5^3x^2\left(-\sqrt{3}\right)^3$

$+ C_5^4x\left(-\sqrt{3}\right)^4 + C_5^5\left(-\sqrt{3}\right)^5$

$= x^5 - 5\sqrt{3}x^4 + 30x^3 - 30\sqrt{3}x^2 + 45x - 9\sqrt{3}$.

(a) Hệ số của x^4 trong khai triển là $5\sqrt{3}$.

Hệ số của x^4 trong khai triển là $-5\sqrt{3}$.

» Chọn SAI.

(b) Hệ số của x^2 trong khai triển là $-30\sqrt{3}$.

Hệ số của x^2 trong khai triển là $-30\sqrt{3}$.

» Chọn ĐÚNG.

(c) Hệ số của x^3 trong khai triển là 30.

Hệ số của x^3 trong khai triển là 30.

» Chọn ĐÚNG.

(d) Hệ số của x trong khai triển là 45.

Hệ số của x trong khai triển là 45.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 56. Khai triển $Q = (xy-1)^5$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng có chứa x^2y^2 là $-10x^2y^2$		
(b)	Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5.		

(c)	Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.		
(d)	Hệ số của xy trong khai triển là -10.		

Lời giải

Ta có: $Q=(xy-1)^5=C_5^0(xy)^5+C_5^1(xy)^4(-1)+C_5^2(xy)^3(-1)^2$

$+C_5^3(xy)^2(-1)^3+C_5^4(xy)(-1)^4+C_5^5(-1)^5$

$=x^5y^5-5x^4y^4+10x^3y^3-10x^2y^2+5xy-1$.

(a) *Số hạng có chứa x^2y^2 là $-10x^2y^2$*

Số hạng có chứa x^2y^2 trong khai triển là $-10x^2y^2$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5.*

Hệ số của x^4y^4 trong khai triển là -5.

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.*

Hệ số của x^3y^3 trong khai triển là 10.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Hệ số của xy trong khai triển là -10.*

Hệ số của xy trong khai triển là 5.

» Chọn SAI.

» Câu 57. Khai triển $(1-x)^6$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^2 trong khai triển là C_6^2		
(b)	Hệ số của x^3 trong khai triển là C_6^3		
(c)	Hệ số của x^5 trong khai triển là $-C_6^5$		
(d)	$C_6^0-C_6^1+C_6^2-C_6^3+C_6^4-C_6^5+C_6^6=1$		

Lời giải

Ta có: $(1-x)^6=C_6^0-C_6^1x+C_6^2x^2-C_6^3x^3+C_6^4x^4-C_6^5x^5+C_6^6x^6$

$=1-6x+15x^2-20x^3+15x^4-6x^5+x^6$

$=x^6-6x^5+15x^4-20x^3+15x^2-6x+1\ (*)$.

(a) *Hệ số của x^2 trong khai triển là C_6^2*

» Chọn ĐÚNG.

(b) *Hệ số của x^3 trong khai triển là C_6^3*

» Chọn SAI.

(c) *Hệ số của x^5 trong khai triển là $-C_6^5$*

» Chọn ĐÚNG.

(d) $C_6^0-C_6^1+C_6^2-C_6^3+C_6^4-C_6^5+C_6^6=1$

Thay $x=1$ vào $(*)$, ta được: $(1-1)^6=C_6^0-C_6^1+C_6^2-C_6^3+C_6^4-C_6^5+C_6^6=S$.

Vậy $S=0$.

» Chọn SAI.

» Câu 58. Cho $\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a_3=\frac{5}{2}$		
(b)	$a_5=-\frac{1}{32}$		
(c)	Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$		
(d)	Tổng $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{1}{16}$		

Lời giải

$$\left(1-\frac{1}{2}x\right)^5=C_5^0+C_5^1\left(-\frac{1}{2}x\right)+C_5^2\left(-\frac{1}{2}x\right)^2+C_5^3\left(-\frac{1}{2}x\right)^3+C_5^4\left(-\frac{1}{2}x\right)^4+C_5^5\left(-\frac{1}{2}x\right)^5$$

$$=1-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}x^2-\frac{5}{4}x^3+\frac{5}{16}x^4-\frac{1}{32}x^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5 \quad (*).$$

Suy ra: $a_0=1,a_1=-\frac{5}{2},a_2=\frac{5}{2},a_3=-\frac{5}{4},a_4=\frac{5}{16},a_5=-\frac{1}{32}$.

(a) $a_3=\frac{5}{2}$

» Chọn SAI.

(b) $a_5=-\frac{1}{32}$

» Chọn ĐÚNG.

(c) Hệ số lớn nhất trong tất cả hệ số là $\frac{5}{2}$

Ta thấy hệ số lớn nhất tìm được là $a_2=\frac{5}{2}$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) Tổng $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{1}{16}$

Thay $x=1$ vào $(*)$, ta được: $\left(1-\frac{1}{2}\right)^5=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$.

Vậy $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{1}{32}$.

» Chọn SAI.

» Câu 59. Khai triển $(x-3)^4$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hệ số của x^4 trong khai triển là 1		
(b)	Hệ số của x^3 trong khai triển là -12		

(c)	Hệ số của x^2 trong khai triển là 54		
(d)	Tổng các hệ số của các hạng tử có bậc chẵn trong khai triển bằng 134.		

Lời giải

Ta có: $(x-3)^4 = x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81$.

***(a)** Hệ số của x^4 trong khai triển là 1*

Từ khai triển trên ta thấy: hệ số của x^4 là 1

» Chọn ĐÚNG.

***(b)** Hệ số của x^3 trong khai triển là -12*

Hệ số của x^3 là -12

» Chọn ĐÚNG.

***(c)** Hệ số của x^2 trong khai triển là 54*

Hệ số của x^2 là 54

» Chọn ĐÚNG.

***(d)** Tổng các hệ số của các hạng tử có bậc chẵn trong khai triển bằng 134.*

Tổng các hệ số đó $1+54+81=136$.

» Chọn SAI.

» Câu 60. Xét khai triển biểu thức $P(x)=(x+1)^4-(x-1)^4$.

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	Số hạng tự do trong khai triển bằng 0.		
(b)	Hệ số của x trong khai triển là -8.		
(c)	Tổng các hệ số trong khai triển bằng 14.		
(d)	$P(x)>0$ khi $x\in(0;+\infty)$.		

Lời giải

Ta có: $P(x)=(x+1)^4+(x-1)^4 = x^4+4x^3+6x^2+4x+1-(x^4-4x^3+6x^2-4x+1)=8x^3+8x.$

***(a)** Số hạng tự do trong khai triển bằng 0.*

Số hạng tự do trong khai triển bằng 0.

» Chọn ĐÚNG.

***(b)** Hệ số của x trong khai triển là -8.*

Hệ số của x trong khai triển là 8.

» Chọn SAI.

***(c)** Tổng các hệ số trong khai triển bằng 14.*

Tổng các hệ số trong khai triển là $8+8=16$.

» Chọn SAI.

***(d)** $P(x)>0$ khi $x\in(0;+\infty)$.*

Ta có: $P(x)>0 \Leftrightarrow 8x^3+8x>0 \Leftrightarrow 8x(x^2+1)>0 \Leftrightarrow x>0$.

Vậy $P(x)>0 \Leftrightarrow x\in(0;+\infty)$.

» Chọn ĐÚNG.

» **Câu 61.** Xét khai triển biểu thức $\left(1+x+x^2\right)^4$ (sắp xếp theo thứ tự mũ giảm dần).

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số hạng tự do trong khai triển bằng 1.		
(b)	Trong khai triển có 9 hạng tử.		
(c)	Số hạng chính giữa trong khai triển bằng $18x^4$.		
(d)	Tổng các hệ số trong khai triển bằng 81.		

Lời giải

Ta có:

$$\left(1+x+x^2\right)^4=\left[\left(1+x\right)+x^2\right]^4=\left(1+x\right)^4+4.\left(1+x\right)^3.x^2+6.\left(1+x\right)^2.\left(x^2\right)^2+4.\left(1+x\right).\left(x^2\right)^3+\left(x^2\right)^4$$

$$=\left(1+4x+6x^2+4x^3+x^4\right)+4x^2\left(1+3x+3x^2+x^3\right)+6x^4\left(1+2x+x^2\right)+4x^6\left(1+x\right)+x^8$$

$$=x^8+4x^7+10x^6+16x^5+19x^4+16x^3+10x^2+4x+1.$$

(a) Số hạng tự do trong khai triển bằng 1.

Số hạng tự do trong khai triển bằng 1.

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) Trong khai triển có 9 hạng tử.

Trong khai triển có 9 hạng tử.

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) Số hạng chính giữa trong khai triển bằng $18x^4$.

Số hạng chính giữa trong khai triển bằng $19x^4$.

» **Chọn** SAI.

(d) Tổng các hệ số trong khai triển bằng 81.

Tổng các hệ số trong khai triển là: $1+4+10+16+19+16+10+4+1=81$.

» **Chọn** ĐÚNG.

C. *Câu hỏi – Trả lời ngắn*

» **Câu 62.** Xác định hệ số của x^4y^3 trong khai triển biểu thức $\left(x^2+2y\right)^5$.

Lời giải

✓Trả lời: 80

Ta có: $\left(x^2+2y\right)^5=\left(x^2\right)^5+5\cdot\left(x^2\right)^4\cdot 2y+10\cdot\left(x^2\right)^3\cdot(2y)^2+10\cdot\left(x^2\right)^2\cdot(2y)^3+5\cdot x^2\cdot(2y)^4+(2y)^5$

$=x^{10}+10x^8y+40x^6y^2+80x^4y^3+80x^2y^4+32y^5$.

Suy ra hệ số của x^4y^3 trong khai triển biểu thức $\left(x^2+2y\right)^5$ là 80.

» **Câu 63.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Lời giải

✓Trả lời: 810

Ta xét khai triển $(2+3x)^5$ có số hạng tổng quát là:

$T_{k+1}=C_5^k2^{5-k}(3x)^k=C_5^k2^{5-k}3^kx^k$.

Số hạng chứa x^4 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn: $k=4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển là: $C_5^4 2^{5-4} 3^4 = 810$.

» **Câu 64.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \dfrac{1}{x^2}\right)^4$.

Lời giải

✓Trả lời: 24

Xét số hạng tổng quát

$T_{k+1} = C_4^k \left(2x^2\right)^{4-k} \left(-\dfrac{1}{x^2}\right)^k = C_4^k 2^{4-k} x^{8-2k} (-1)^k \dfrac{1}{x^{2k}} = C_4^k 2^{4-k} x^{8-4k} (-1)^k$ (với $0 \le k \le 4, k \in N)$.

Số hạng không chứa x ứng với $8 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy số hạng không chứa x là $T_3 = C_4^2 2^2 (-1)^2 = 24$.

» **Câu 65.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(3x^2 + \dfrac{2}{x}\right)^6$.

Lời giải

✓Trả lời: 2160

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$C_6^k \cdot \left(3x^2\right)^{6-k} \cdot \left(\dfrac{2}{x}\right)^k = C_6^k \cdot 3^{6-k} \cdot x^{12-2k} \cdot \dfrac{2^k}{x^k} = C_6^k \cdot 3^{6-k} \cdot 2^k \cdot x^{12-3k}$

Số hạng không chứa x tương ứng với: $12 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy số hạng không chứa x là: $C_6^4 \cdot 3^{6-4} \cdot 2^4 = 2160$.

» **Câu 66.** Tìm hệ số của số hạng chứa $x^3 y$ trong khai triển $\left(2xy + \dfrac{3}{y}\right)^5$.

Lời giải

✓Trả lời: 720

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng:

$C_5^k \cdot (2xy)^{5-k} \cdot \left(\dfrac{3}{y}\right)^k = C_5^k \cdot 2^{5-k} \cdot x^{5-k} \cdot y^{5-k} \cdot \dfrac{3^k}{y^k} = C_5^k \cdot 2^{5-k} \cdot 3^k \cdot x^{5-k} \cdot y^{5-2k}$

Số hạng chứa $x^3 y$ tương ứng với: $\begin{cases} 5 - k = 3 \\ 5 - 2k = 1 \end{cases} \Leftrightarrow k = 2$

Vậy số hạng chứa $x^3 y$ là: $C_5^2 \cdot 2^{5-2} \cdot 3^2 \cdot x^3 y = 720 x^3 y$.

» **Câu 67.** Lớp $10A$ đề nghị các tổ chọn thành viên để tập kịch. Tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch của lớp. Hỏi tổ I có bao nhiêu cách chọn thành viên để tập kịch? Biết rằng tổ I có 5 người.

Lời giải

✓Trả lời: 31

Vì tổ I phải chọn ít nhất một thành viên để tham gia đội kịch nên số cách chọn thành viên của tổ I là: $C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = (1+1)^5 - C_5^0 = 2^5 - 1 = 31$.

» **Câu 68.** Cho tập hợp $X = \{a_1; a_2; a_3; a_4; a_5\}$. Số tập con của tập X có dạng 2^m $(m \in \mathbb{N})$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Lời giải

✔Trả lời: 5

Số tập con không có phần tử nào của X là $1 = C_5^0$ (đó là tập rỗng).

Số tập con của X có 1 phần tử, 2 phần tử, 3 phần tử, 4 phần tử, 5 phần tử lần lượt là $C_5^1, C_5^2, C_5^4, C_5^5$.

Vậy tổng số tập hợp con của X là $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^4 + C_5^5$.

Khai triển biểu thức $(1+x)^5$ theo nhị thức Newton, ta được:

$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5 \ (*)$.

Thay $x = 1$ vào $(*)$: $(1+1)^5 = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$.

Vậy số tập con của X là 2^5.

» Câu 69. Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Lời giải

✔Trả lời: 5

Ta có: $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^{n} 2^k C_n^k x^k; (k \in N)$. Suy ra: $a_k = 2^k C_n^k$. Thay $a_0 = 2^0 C_n^0 = 1$, $a_1 = 2C_n^1, a_2 = 4C_n^2$ vào giả thiết ta có: $1 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow 2C_n^1 = C_n^2$

$$\Leftrightarrow 2\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} \Leftrightarrow 2n = \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = 5 \end{array}\right..$$

Do n là số nguyên dương nên $n = 5$.

» Câu 70. Tìm hệ số của số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \ldots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$

Lời giải

✔Trả lời: 15

Ta có $(x+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^{2n+1} + C_{2n+1}^1 x^{2n} + \ldots + C_{2n+1}^{2n} x + C_{2n+1}^{2n+1}$ (1).

Thay $x = 1$ vào (1) ta được $2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \ldots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$ (2).

Thay $x = -1$ vào (1) ta được $0 = -C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 - \ldots - C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$ (3).

Lấy $(2) - (3)$ vế theo vế ta được $2^{2n+1} = 2\left(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + \ldots + C_{2n+1}^{2n}\right)$.

Theo đề $2^{2n+1} = 2.1024 \Leftrightarrow n = 5$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ là:

$$T_{k+1} = C_5^k \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{5-k} \cdot \left(-\frac{2}{3}x^2\right)^k = C_5^k \cdot (-1)^k \cdot 3^{5-2k} \cdot 2^{2k-5} x^{2k}.$$

Ta có bảng sau

k	0	1	2	3	4	5
$C_5^k \cdot (-1)^k \cdot 3^{5-2k} \cdot 2^{2k-5}$	$\frac{243}{32}$	$-\frac{135}{8}$	15	$-\frac{20}{3}$	$\frac{40}{27}$	$-\frac{32}{243}$

Vậy số hạng có hệ số nguyên là $15x^4$.

» Câu 71. Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+\dfrac{A_n^3}{n}=12$.

Lời giải

✓Trả lời: -54

Xét $C_n^2+\dfrac{A_n^3}{n}=12$ (1) (Điều kiện: $n\in N, n\geq 3$).

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!}+\dfrac{n!}{n\cdot(n-3)!}=12 \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2}+(n-1)(n-2)=12$

$\Leftrightarrow 3n^2-7n-20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=4 \\ n=\dfrac{-5}{3}\end{array}\right.$. Do $n\in\mathbb{N}$ nên $n=4$.

Với $n=4$ thì

$P(x)=\left(3+x-x^2\right)^4=\sum\limits_{k=0}^{4}C_4^k3^{4-k}\left[x(1-x)\right]^k=\sum\limits_{k=0}^{4}C_4^k3^{4-k}x^k\left(\sum\limits_{i=0}^{k}C_k^i(-1)^ix^i\right)$,

$\Rightarrow P(x)=\sum\limits_{k=0}^{4}\sum\limits_{i=0}^{k}C_4^kC_k^i3^{4-k}(-1)^i x^{i+k}$

Theo đề bài số hạng chứa x^2 thỏa mãn với

$i+k=2(i,k\in N, 0\leq i\leq k\leq 4)\Rightarrow \left[\begin{array}{l} i=0, \\ k=2 \\ i=1, \\ k=1\end{array}\right.$,

Vậy số hạng chứa x^2 là $\left[C_4^2C_2^03^2(-1)^0+C_4^1C_1^13^3(-1)^1\right]x^2=-54x^2$.

» Câu 72. Giá trị của a bằng bao nhiêu để $S=C_{20}^1+2C_{20}^2+2^2\cdot C_{20}^3+\ldots+2^{19}C_{20}^{20}=\dfrac{3^a-1}{2}$.

Lời giải

✓Trả lời: 20

Ta có $2S=2\cdot C_{20}^1+2^2C_{20}^2+2^3\cdot C_{20}^3+\ldots+2^{20}\cdot C_{20}^{20}$.

Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum\limits_{k=0}^{20}C_{20}^ka^{20-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=2$, thu được $(1+2)^{20}=C_{20}^0+2\cdot C_{20}^1+\ldots+2^{20}\cdot C_{20}^{20}$.

Do đó $2S=(1+2)^{20}-C_{20}^0=3^{20}-1$. Vậy $S=\dfrac{3^{20}-1}{2}$.

» Câu 73. Biết rằng $S=C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+\ldots+C_{20}^{20}=2^m$ $(m\in\mathbb{N})$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Lời giải

✓Trả lời: 19

Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum\limits_{k=0}^{20}C_{20}^ka^{20-k}b^k$.

Chọn $a=b=1$, ta thu được $(1+1)^{20}=C_{20}^0+C_{20}^1+C_{20}^2+C_{20}^3\ldots+C_{20}^{20}$.

Chọn $a=1;b=-1$, ta thu được $(1-1)^{20}=C_{20}^0-C_{20}^1+C_{20}^2-C_{20}^3+\ldots+C_{20}^{20}$.

Cộng theo vế hai phương trình ta được $2^{20}=2.\left(C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+\ldots+C_{20}^{20}\right)$

$\Leftrightarrow 2S=2^{20}\Leftrightarrow S=2^{19}$.

» Câu 74. Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x)=\left(3x^2+2x+1\right)^{10}$.

Lời giải

✔Trả lời: 8085

$f(x)=\left(1+2x+3x^2\right)^{10}=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(2x+3x^2\right)^k$

$=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k\sum\limits_{i=0}^{k}C_k^i(2x)^{k-i}\cdot\left(3x^2\right)^i=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k\sum\limits_{i=0}^{k}C_k^i2^{k-i}\cdot3^ix^{k+i}\ ,0\le i\le k\le10.$

Do đó $k+i=4$ với các trường hợp $i=0,k=4$ hoặc $i=1,k=3$ hoặc $i=k=2$.

Vậy hệ số chứa $x^4:2^4C_{10}^4\cdot C_4^0+2^23^1C_{10}^3\cdot C_3^1+3^2C_{10}^2\cdot C_2^2=8085$.

» Câu 75. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0+2\cdot C_n^1+2^2\cdot C_n^2+\ldots+2^n\cdot C_n^n=59049$. Biết số hạng thứ 3 trong khai triển Newton của $\left(x^2-\dfrac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\dfrac{81}{2}n$. Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn?

Lời giải

✔Trả lời: 2

$C_n^0+2\cdot C_n^1+2^2\cdot C_n^2+\ldots+2^n\cdot C_n^n=59049\Rightarrow(1+2)^n=59049\Leftrightarrow3^n=3^{10}\Leftrightarrow n=10$.

Ta được nhị thức $\left(x^2-\dfrac{3}{x}\right)^{10}$.

Số hạng thứ ba của khai triển là $T_3=C_{10}^2\cdot\left(x^2\right)^8\cdot\left(-\dfrac{3}{x}\right)^2=405x^{14}$.

Theo giả thiết ta có: $405x^{14}=\dfrac{81}{2}n\Leftrightarrow405x^{14}=405\Leftrightarrow x^{14}=1\Leftrightarrow x=\pm1$.

» Câu 76. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\dfrac{n}{2x}+\dfrac{x}{2}\right)^{2n},(x\ne0)$, biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3+A_n^2=50$.

Lời giải

✔Trả lời: -10

Điều kiện $n\in N,n\ge3$. Ta có: $A_n^2-C_n^3=10\Leftrightarrow\dfrac{n!}{(n-2)!}-\dfrac{n!}{3!(n-3)!}=10$

$\Leftrightarrow n(n-1)-\dfrac{1}{6}n(n-1)(n-2)=10\Leftrightarrow-\dfrac{1}{6}n^3+\dfrac{3}{2}n^2-\dfrac{4}{3}n-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=-2\\n=6\\n=5\end{array}\right.$.

So điều kiện nhận $n=6$ hay $n=5$.

Khi $n=6$, ta có $\left(x^2-\dfrac{2}{x^3}\right)^6=\sum\limits_{k=0}^{6}C_6^kx^{2(6-k)}\left(\dfrac{-2}{x^3}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{6}C_6^k(-2)^kx^{12-5k}$,

Để có x^5 thì $12-5k=5\Leftrightarrow k=\dfrac{7}{5}$ (loại).

Khi $n=5$, ta có $\left(x^2-\frac{2}{x^3}\right)^5=\sum_{k=0}^{5}C_5^k x^{2(5-k)}\left(\frac{-2}{x^3}\right)^k=\sum_{k=0}^{5}C_5^k(-2)^k x^{10-5k}$,

Để có x^5 thì $10-5k=5\Leftrightarrow k=1$,

Vậy $a_5=C_5^1(-2)=-10$.

» Câu 77. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0+4C_n^1+4^2C_n^2+\ldots+4^nC_n^n=15625$. Tìm n.

Lời giải

✔Trả lời: 6

Xét khai triển $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+\ldots+C_n^nx^n$.

Chọn $x=4$; ta có: $5^n=C_n^0+4C_n^1+4^2C_n^2+\ldots+4^nC_n^n$.

Suy ra: $15625=5^n\Leftrightarrow 5^6=5^n\Leftrightarrow n=6$.

» Câu 78. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+C_{2n}^6+\cdots\cdots+C_{2n}^{2n}=512$.

Lời giải

✔Trả lời: 5

Xét $(1+1)^{2n}=\sum_{k=0}^{2n}C_{2n}^k\cdot 1^{2n-k}\cdot 1^k=C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+C_{2n}^3+C_{2n}^4+\cdots+C_{2n}^{2n}$

Xét $(1-1)^{2n}=\sum_{k=0}^{2n}C_{2n}^k\cdot 1^{2n-k}\cdot(-1)^k=C_{2n}^0-C_{2n}^1+C_{2n}^2-C_{2n}^3+C_{2n}^4-\cdots+C_{2n}^{2n}$

Lấy (1) +(2) $\Rightarrow 2^{2n}+0^{2n}=2\cdot\left(C_{2n}^0+C_{2n}^2+C_{2n}^4+C_{2n}^6+\cdots+C_{2n}^{2n}\right)$

$\Leftrightarrow 2^{2n}=2.512\Leftrightarrow 2^{2n}=1024\Leftrightarrow 2^{2n}=2^{10}\Leftrightarrow 2n=10\Leftrightarrow n=5$.

» Câu 79. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)=x(1-3x)^5-x^2(1+2x)^{10}$.

Lời giải

✔Trả lời: -555

Hệ số của x^5 trong khai triển cũng là tổng hệ số của x^5 trong khai triển hai biểu thức thành phần.

* Số hạng tổng quát trong khai triển $(1-3x)^5$ có dạng: $C_5^k\cdot 1^{5-k}\cdot(-3x)^k=C_5^k\cdot(-3)^k\cdot x^k$

Số hạng chứa x^4 tương ứng với: $k=4$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x(1-3x)^5$ là: $C_5^4\cdot(-3)^4=405$.

* Số hạng tổng quát trong khai triển $(1+2x)^{10}$ có dạng: $C_{10}^h\cdot 1^{10-h}\cdot(2x)^h=C_{10}^h\cdot 2^h\cdot x^h$

Số hạng chứa x^3 tương ứng với: $h=3$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x^2(1+2x)^{10}$ là: $C_{10}^3\cdot 2^3=960$.

Kết luận: Hệ số của x^5 trong khai triển đã cho là: $405-960=-555$.

» Câu 80. Tính tổng S tất cả các hệ số trong khai triển $(3x-4)^{17}$.

Lời giải

✔Trả lời: -1

Ta có: $(3x-4)^{17}=C_{17}^0\cdot(3x)^{17}+C_{17}^1\cdot(3x)^{16}\cdot(-4)+C_{17}^2\cdot(3x)^{15}\cdot(-4)^2+\ldots+C_{17}^{17}\cdot(-4)^{17}$

Để tìm tổng tất cả hệ số của khai triển trên, ta thay $x=1$ vào khai triển trên, ta được:

$S=C_{17}^0\cdot(3\cdot 1)^{17}+C_{17}^1\cdot(3\cdot 1)^{16}\cdot(-4)+C_{17}^2\cdot(3\cdot 1)^{15}\cdot(-4)^2+\ldots+C_{17}^{17}\cdot(-4)^{17}=(3\cdot 1-4)^{17}=-1$

Vậy tổng tất cả hệ số của khai triển trên là $S=-1$

---------------------------------- Hết ----------------------------------