

LÊ BÁ BẢO

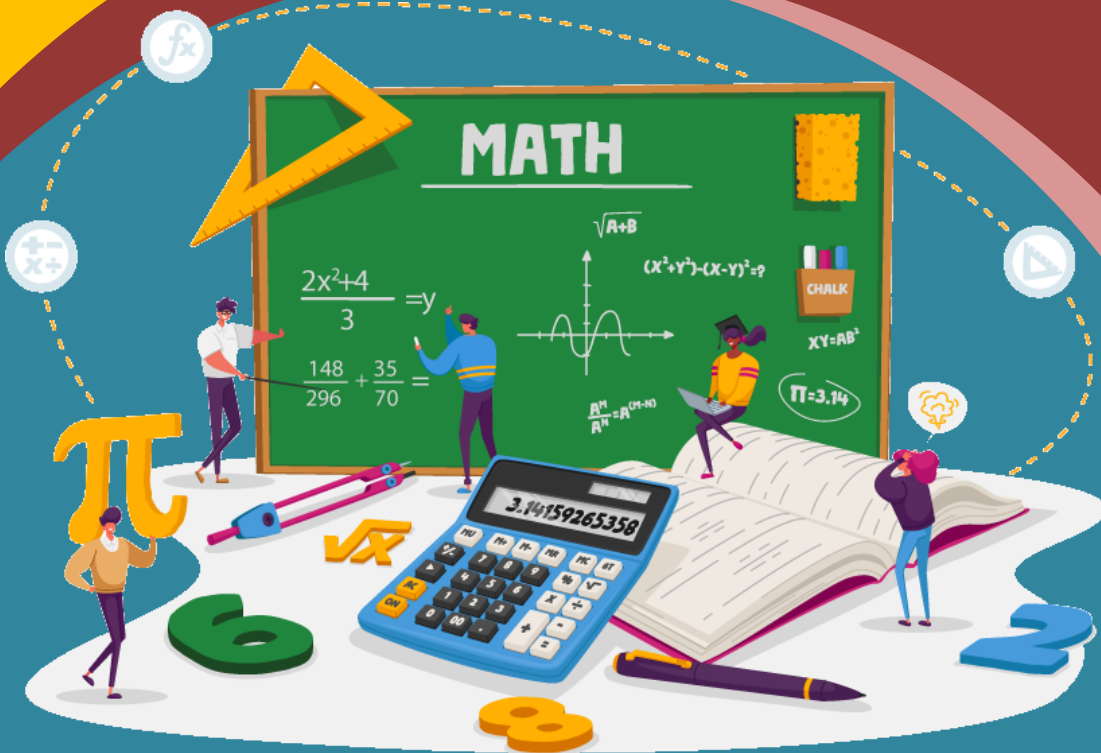
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

# TOÁN 12

*Chuyên đề HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ*

## HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ OXYZ

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



**Chủ đề 2: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

**I. LÝ THUYẾT**

**1. Hệ trục tọa độ trong không gian**

Trong không gian ba trục  $Ox, Oy, Oz$  đôi một vuông góc với nhau tại gốc  $O$  của mỗi trục. Gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ .

- Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes vuông góc  $Oxyz$ , hay đơn giản là hệ tọa độ  $Oxyz$ .

- Điểm  $O$  được gọi là gốc tọa độ.

- Các mặt phẳng  $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$  đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.

Không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  còn được gọi là không gian  $Oxyz$ .

**2. Tọa độ của điểm, tọa độ của vectơ trong không gian**

**a) Tọa độ của điểm trong không gian**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho một điểm  $M$  tùy ý. Bộ ba số  $(x; y; z)$  duy nhất sao cho  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  được gọi là tọa độ của điểm  $M$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ .

Khi đó, ta viết  $M = (x; y; z)$  hoặc  $M(x; y; z)$ , trong đó  $x$  là hoành độ,  $y$  là tung độ và  $z$  là cao độ của  $M$ .

**Nhận xét.** Nếu điểm  $M$  có tọa độ  $(x; y; z)$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$  thì:

- Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên các trục  $Ox, Oy$  và  $Oz$  có tọa độ lần lượt là  $(x; 0; 0), (0; y; 0), (0; 0; z)$ .

- Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên các mặt phẳng  $(Oxy), (Oyz)$  và  $(Oxz)$  có tọa độ lần lượt là  $(x; y; 0), (0; y; z), (x; 0; z)$ .

**b) Tọa độ của vectơ trong không gian**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a}$  tùy ý. Bộ ba số  $(x; y; z)$  duy nhất sao cho  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  được gọi là tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ .

Khi đó, ta viết  $\vec{a} = (x; y; z)$  hoặc  $\vec{a}(x; y; z)$ .

**Nhận xét.**

- Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  cũng là tọa độ của điểm  $M$  sao cho  $\vec{OM} = \vec{a}$ .

- Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a} = (x; y; z)$  và  $\vec{b} = (x'; y'; z')$ . Khi đó,  $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$

**c) Tọa độ của vectơ theo tọa độ hai đầu mút**

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$  và  $N(x_N; y_N; z_N)$ . Khi đó:

$$\vec{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M)$$

**II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây thuộc trục tung  $Oy$  ?

- A.  $Q(0; -10; 0)$ .      B.  $P(10; 0; 0)$ .      C.  $N(0; 0; -10)$ .      D.  $M(-10; 0; 10)$ .

- Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0;1;0)$ , góc giữa đường thẳng  $OA$  và mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng  
**A.**  $60^\circ$ .                      **B.**  $45^\circ$ .                      **C.**  $90^\circ$ .                      **D.**  $0^\circ$ .
- Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , biết tọa độ hình chiếu của điểm  $A$  lên các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt là  $M(1;0;0), N(0;-2;0), P(0;0;3)$ . Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{OA}$  là  
**A.**  $(-1;2;3)$ .                      **B.**  $(1;2;3)$ .                      **C.**  $(1;-2;3)$ .                      **D.**  $(-1;2;-3)$ .
- Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(a;b;c); B(m;n;p)$ . Điều kiện để  $A, B$  nằm về hai phía của mặt phẳng  $(Oyz)$  là  
**A.**  $cp < 0$ .                      **B.**  $bn < 0$ .                      **C.**  $am < 0$ .                      **D.**  $c + p < 0$ .
- Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u}(2;4;-1)$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?  
**A.**  $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .                      **B.**  $\vec{u} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ .                      **C.**  $|\vec{u}| = 2 + 4 - 1$ .                      **D.**  $|\vec{u}| = 2^2 + 4^2 - 1^2$ .
- Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$ . Tọa độ của  $\vec{a}$  là  
**A.**  $(-2;1;3)$                       **B.**  $(2;-3;1)$                       **C.**  $(2;1;3)$ .                      **D.**  $(2;1;-3)$
- Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$ . Tọa độ  $\vec{a}$  là  
**A.**  $(1;0;2)$ .                      **B.**  $(1;0;-2)$ .                      **C.**  $(1;2;0)$ .                      **D.**  $(1;-2;0)$ .
- Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{i} - 4\vec{k}$ . Tọa độ của  $\vec{u}$  là  
**A.**  $(2;-3;-4)$ .                      **B.**  $(-3; 2;-4)$ .                      **C.**  $(-3;2;4)$ .                      **D.**  $(3;-2;4)$ .
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , cho  $\overrightarrow{OM} = (2;-3;-1)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$ .                      **B.**  $M(-2;3;1)$ .                      **C.**  $M(-1;-3;2)$ .                      **D.**  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ .
- Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$ . Tọa độ của điểm  $M$  là  
**A.**  $(2;0;1)$ .                      **B.**  $(0;2;1)$ .                      **C.**  $(1;2;0)$ .                      **D.**  $(2;1;0)$ .
- Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là  
**A.**  $(3;17;2)$ .                      **B.**  $(-3;-17;2)$ .                      **C.**  $(3;5;-2)$ .                      **D.**  $(3;-2;5)$ .
- Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các véc tơ  $\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{i}, \vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{k} - 2\vec{j}$  và  $\vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $\vec{a} = (2;1;0), \vec{b} = (-1;-2;2), \vec{c} = (2;0;-3)$ .                      **B.**  $\vec{a} = (2;1;0), \vec{b} = (-1;2;-2), \vec{c} = (2;-3;0)$ .  
**C.**  $\vec{a} = (1;2;0), \vec{b} = (-1;-2;2), \vec{c} = (2;-3;0)$ .                      **D.**  $\vec{a} = (1;2;0), \vec{b} = (-1;-2;2), \vec{c} = (2;0;-3)$ .
- Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.** Tọa độ  $\overrightarrow{OM}$  là  $(a;b;c)$ .  
**B.** Tọa độ hình chiếu của  $M$  lên  $Ox$  là  $(a;0;0)$ .  
**C.** Điểm  $M$  thuộc  $Oz$  khi và chỉ khi  $a = b = 0$ .  
**D.** Khoảng cách từ  $M$  đến  $(Oxy)$  bằng  $c$ .

- Câu 14:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vecto  $\vec{a} = (1; 1; -3)$ ;  $\vec{b} = (2; 2; -2)$ ;  $\vec{c} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$  và  $\vec{d} = (1; 1; -1)$ .  
Cặp vecto nào sau đây cùng phương?  
A.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .                      B.  $\vec{a}$  và  $\vec{d}$ .                      C.  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$ .                      D.  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$ .
- Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$  cho 4 điểm  $M(1; 2; 3)$ ,  $N(-1; 0; 4)$ ,  $P(2; -3; 1)$ ,  $Q(2; 1; 2)$ . Cặp vecto nào sau đây là véc to cùng phương?  
A.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{PQ}$ .                      B.  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{NP}$ .                      C.  $\overrightarrow{MQ}$  và  $\overrightarrow{NP}$ .                      D.  $\overrightarrow{MP}$  và  $\overrightarrow{NQ}$ .
- Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A, B$  với  $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$ . Tìm tọa độ của vecto  $\overrightarrow{AB}$ .  
A.  $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 4)$ .                      B.  $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -4)$ .                      C.  $\overrightarrow{AB} = (7; 1; 2)$ .                      D.  $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$ .
- Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2; 3; 5)$ . Tọa độ của vecto  $\overrightarrow{OA}$  là  
A.  $(-2; 3; 5)$ .                      B.  $(2; -3; 5)$ .                      C.  $(-2; -3; 5)$ .                      D.  $(2; -3; -5)$ .
- Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$ . Tọa độ của vecto  $\overrightarrow{OM}$  là  
A.  $(a; b; c)$ .                      B.  $(-a; b; c)$ .                      C.  $(-a; -b; -c)$ .                      D.  $(-a; b; -c)$ .
- Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vecto  $\vec{a} = (-1; -2; 3)$ . Tìm tọa độ của vecto  $\vec{b} = (2; y; z)$ , biết rằng vecto  $\vec{b}$  cùng phương với vecto  $\vec{a}$ .  
A.  $\vec{b} = (2; 4; -6)$ .                      B.  $\vec{b} = (2; -4; 6)$ .                      C.  $\vec{b} = (2; 4; 6)$ .                      D.  $\vec{b} = (2; -3; 3)$ .
- Câu 20:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vecto  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là  
A.  $(3; 3; -1)$                       B.  $(-1; -1; -3)$                       C.  $(3; 1; 1)$                       D.  $(1; 1; 3)$
- Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vecto  $\overrightarrow{BA}$  có tọa độ là  
A.  $(-1; -2; -3)$ .                      B.  $(3; 4; 1)$ .                      C.  $(1; 2; 3)$ .                      D.  $(-3; -4; -1)$ .
- Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M, N$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$  và  $\overrightarrow{ON} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ . Tọa độ của vecto  $\overrightarrow{MN}$  là  
A.  $M = (1; 2; -2)$ .                      B.  $M = (1; -1; 2)$ .                      C.  $M = (-1; -2; 2)$ .                      D.  $M = (2; 0; 1)$ .
- Câu 23:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 5)$  lên trục  $Ox$  có tọa độ là  
A.  $(0; 2; 0)$ .                      B.  $(0; 0; 5)$ .                      C.  $(1; 0; 0)$ .                      D.  $(0; 2; 5)$ .
- Câu 24:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; -1; 1)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  
A.  $(3; 0; 0)$ .                      B.  $(3; -1; 0)$ .                      C.  $(0; 0; 1)$ .                      D.  $(0; -1; 0)$ .
- Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 2; -5)$ . Điểm đối xứng của điểm  $M$  qua trục  $Oz$  là  
A.  $M_1(-3; -2; -5)$ .                      B.  $M_2(0; 0; -5)$ .                      C.  $M_3(2; 3; 5)$ .                      D.  $M_4(0; 0; 5)$ .
- Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  
A.  $(0; 0; -1)$ .                      B.  $(2; 0; -1)$ .                      C.  $(0; 1; 0)$ .                      D.  $(2; 0; 0)$ .
- Câu 27:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là

- A.  $(2;0;1)$ .                      B.  $(2;-2;0)$ .                      C.  $(0;-2;1)$ .                      D.  $(0;0;1)$ .
- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(1;-4;-5)$ . Tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua mặt phẳng  $Oxz$  là  
 A.  $(1;-4;5)$ .                      B.  $(-1;4;5)$ .                      C.  $(1;4;5)$ .                      D.  $(1;4;-5)$ .
- Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;-5;4)$ . Tọa độ của điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là  
 A.  $(2;5;4)$ .                      B.  $(2;-5;-4)$ .                      C.  $(2;5;-4)$ .                      D.  $(-2;-5;4)$ .
- Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hai vectơ  $\vec{a} = (1;1;-3)$  và  $\vec{b} = (1;m^2;-3)$  bằng nhau.  
 A.  $m = 2$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = -1$ .                      D.  $m = \pm 1$ .
- Câu 31:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1;m-1;4)$  và  $\vec{v} = (1;3;2n)$ . Biết  $\vec{u} = \vec{v}$  khi đó giá trị của  $m;n$  là  
 A.  $m = 4;n = 2$ .                      B.  $m = 2;n = 2$ .                      C.  $m = 4;n = 4$ .                      D.  $m = 2;n = 4$ .
- Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (-1;2x-1;1-3z)$  và  $\vec{b} = (2+3y;-1;-2)$ . Khi  $\vec{a} = \vec{b}$  thì tổng  $T = x + 2y^2 + 3z^3$  bằng  
 A. 2.                      B. 5.                      C. 1.                      D. 4.
- Câu 33:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3;1;0)$  và  $\vec{MN} = (-1;-1;0)$ . Tìm tọa độ của điểm  $N$ .  
 A.  $N(4;2;0)$ .                      B.  $N(-4;-2;0)$ .                      C.  $N(-2;0;0)$ .                      D.  $N(2;0;0)$ .
- Câu 34:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (-3;2;1)$  và điểm  $A(4;6;-3)$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  thỏa mãn  $\vec{AB} = \vec{a}$ .  
 A.  $(7;4;-4)$ .                      B.  $(1;8;-2)$ .                      C.  $(-7;-4;4)$ .                      D.  $(-1;-8;2)$ .
- Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(0;1;2)$ ,  $N(7;3;2)$ ,  $P(-5;-3;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $Q$  thỏa mãn  $\vec{MN} = \vec{QP}$ .  
 A.  $Q(-12;-5;2)$ .                      B.  $Q(-12;5;2)$ .                      C.  $Q(12;5;2)$ .                      D.  $Q(-2;-1;2)$ .
- Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2;-2;1)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  
 A.  $(2;0;1)$ .                      B.  $(2;-2;0)$ .                      C.  $(0;-2;1)$ .                      D.  $(0;0;1)$ .
- Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1;1;2)$ ,  $B(2;-1;1)$  và  $C(3;2;-3)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành.  
 A.  $(4;0;-4)$ .                      B.  $(0;-2;6)$ .                      C.  $(4;2;-4)$ .                      D.  $(2;4;-2)$ .
- Câu 38:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;-1;3)$ ,  $C(-3;5;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.  
 A.  $D(-2;8;-3)$ .                      B.  $D(-4;8;-3)$ .                      C.  $D(-2;2;5)$ .                      D.  $D(-4;8;-5)$ .

- Câu 39:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$ , với  $A(1;2;1)$ ,  $B(-3;0;3)$ ,  $C(2;4;-1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABDC$  là hình bình hành.  
**A.**  $D(6;-6;3)$ .      **B.**  $D(-2;2;1)$ .      **C.**  $D(6;-6;-3)$ .      **D.**  $D(6;6;-3)$ .
- Câu 40:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCE$  với  $A(3;1;2)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(2;3;0)$ . Tọa độ đỉnh  $E$  là  
**A.**  $(4;4;1)$ .      **B.**  $(0;2;-1)$ .      **C.**  $(1;1;2)$ .      **D.**  $(1;3;-1)$ .
- Câu 41:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;-1;3)$ ,  $C(-2;3;3)$ . Điểm  $M(a;b;c)$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCM$ , khi đó  $P = a^2 + b^2 - c^2$  có giá trị bằng  
**A.** 42.      **B.** -50.      **C.** -48.      **D.** 44.
- Câu 42:** Trong không gian  $Oxyz$  cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(1,0,1)$ ,  $B(2,1,2)$ ,  $D(1,-1,1)$ ,  $C'(4,5,-5)$ . Tọa độ  $A'$  là  
**A.**  $A'(4,6,-5)$ .      **B.**  $A'(-3,4,-1)$ .      **C.**  $A'(3,5,-6)$ .      **D.**  $A'(3,5,6)$ .
- Câu 43:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với các đỉnh  $A(-1;1;2)$ ,  $B(-3;2;1)$ ,  $D(0;-1;2)$  và  $A'(2;1;2)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C'$ .  
**A.**  $C'(-1;3;1)$ .      **B.**  $C'(-3;0;3)$ .      **C.**  $C'(0;1;0)$ .      **D.**  $C'(1;0;1)$ .
- Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết tọa độ các đỉnh  $A(-3;2;1)$ ,  $C(4;2;0)$ ,  $B'(-2;1;1)$ ,  $D'(3;5;4)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  của hình hộp.  
**A.**  $A'(-3;3;3)$ .      **B.**  $A'(-3;-3;-3)$ .      **C.**  $A'(-3;-3;3)$ .      **D.**  $A'(-3;3;1)$ .
- Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(1;0;1)$ ,  $B(2;1;2)$ ,  $D(1;-1;1)$ ,  $C'(4;5;-5)$ . Tính tọa độ đỉnh  $A'$  của hình hộp đã cho.  
**A.**  $A'(4;6;-5)$ .      **B.**  $A'(2;0;2)$ .      **C.**  $A'(3;5;-6)$ .      **D.**  $A'(3;4;-6)$ .

### III. LỜI GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây thuộc trục tung  $Oy$ ?  
**A.**  $Q(0;-10;0)$ .      **B.**  $P(10;0;0)$ .      **C.**  $N(0;0;-10)$ .      **D.**  $M(-10;0;10)$ .
- Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0;1;0)$ , góc giữa đường thẳng  $OA$  và mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng  
**A.**  $60^\circ$ .      **B.**  $45^\circ$ .      **C.**  $90^\circ$ .      **D.**  $0^\circ$ .

**Lời giải:**

Ta có  $OA \perp (Oxz)$  nên góc giữa đường thẳng  $OA$  và mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng  $90^\circ$ .

- Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , biết tọa độ hình chiếu của điểm  $A$  lên các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt là  $M(1;0;0)$ ,  $N(0;-2;0)$ ,  $P(0;0;3)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{OA}$  là  
**A.**  $(-1;2;3)$ .      **B.**  $(1;2;3)$ .      **C.**  $(1;-2;3)$ .      **D.**  $(-1;2;-3)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $A(1;-2;3)$  và  $O(0;0;0)$  nên  $\overline{OA}(1;-2;3)$

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(a;b;c); B(m;n;p)$ . Điều kiện để  $A, B$  nằm về hai phía của mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A.  $cp < 0$ .                      B.  $bn < 0$ .                      **C.  $am < 0$ .**                      D.  $c + p < 0$ .

**Lời giải:**

Ta có phương trình mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $x = 0$ .

Do vậy  $A$  và  $B$  nằm về hai phía của mặt phẳng  $(Oyz)$  khi và chỉ khi hoành độ của điểm  $A$  và hoành độ của điểm  $B$  trái dấu. Điều này xảy ra khi  $am < 0$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u}(2;4;-1)$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.  $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .**                      B.  $\vec{u} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ .                      C.  $|\vec{u}| = 2 + 4 - 1$ .                      D.  $|\vec{u}| = 2^2 + 4^2 - 1^2$ .

**Lời giải:**

Ta có  $\vec{u} = (2;4;-1) \Leftrightarrow \vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$ . Tọa độ của  $\vec{a}$  là

- A.  $(-2;1;3)$                       **B.  $(2;-3;1)$**                       C.  $(2;1;3)$ .                      D.  $(2;1;-3)$

**Lời giải:**

$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (2;-3;1)$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$ . Tọa độ  $\vec{a}$  là

- A.  $(1;0;2)$ .                      **B.  $(1;0;-2)$ .**                      C.  $(1;2;0)$ .                      D.  $(1;-2;0)$ .

**Lời giải:**

Tọa độ của  $\vec{a}$   $(1;0;-2)$ .

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{i} - 4\vec{k}$ . Tọa độ của  $\vec{u}$  là

- A.  $(2;-3;-4)$ .                      **B.  $(-3;2;-4)$ .**                      C.  $(-3;2;4)$ .                      D.  $(3;-2;4)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{i} - 4\vec{k}$  suy ra tọa độ của  $\vec{u} = (-3;2;-4)$ .

**Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , cho  $\vec{OM} = (2;-3;-1)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$ .**                      B.  $M(-2;3;1)$ .                      C.  $M(-1;-3;2)$ .                      D.  $\vec{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\vec{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$ . Tọa độ của điểm  $M$  là

- A.  $(2;0;1)$ .**                      B.  $(0;2;1)$ .                      C.  $(1;2;0)$ .                      D.  $(2;1;0)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $\vec{OM} = (2;0;1)$  nên điểm  $M$  có tọa độ là  $(2;0;1)$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là

- A.  $(3;17;2)$ .                      **B.  $(-3;-17;2)$ .**                      C.  $(3;5;-2)$ .                      D.  $(3;-2;5)$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\vec{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k} \Leftrightarrow A(-3;-17;2)$ .

**Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các véc tơ  $\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{i}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{k} - 2\vec{j}$  và  $\vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\vec{a} = (2; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (-1; -2; 2)$ ,  $\vec{c} = (2; 0; -3)$ .      B.  $\vec{a} = (2; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (-1; 2; -2)$ ,  $\vec{c} = (2; -3; 0)$ .

C.  $\vec{a} = (1; 2; 0)$ ,  $\vec{b} = (-1; -2; 2)$ ,  $\vec{c} = (2; -3; 0)$ .      D.  $\vec{a} = (1; 2; 0)$ ,  $\vec{b} = (-1; -2; 2)$ ,  $\vec{c} = (2; 0; -3)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{i} = \vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (1; 2; 0)$ ;

$\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{k} - 2\vec{j} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (-1; -2; 2)$ ;

$\vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{k} = 2\vec{i} + 0\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{c} = (2; 0; -3)$ .

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Tọa độ  $\overrightarrow{OM}$  là  $(a; b; c)$ .

B. Tọa độ hình chiếu của  $M$  lên  $Ox$  là  $(a; 0; 0)$ .

C. Điểm  $M$  thuộc  $Oz$  khi và chỉ khi  $a = b = 0$ .

D. Khoảng cách từ  $M$  đến  $(Oxy)$  bằng  $c$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $d(M, (Oxy)) = |c|$ , nên mệnh đề B sai.

**Câu 14:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a} = (1; 1; -3)$ ;  $\vec{b} = (2; 2; -2)$ ;  $\vec{c} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$  và  $\vec{d} = (1; 1; -1)$ .

Cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

A.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

B.  $\vec{a}$  và  $\vec{d}$ .

C.  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$ .

D.  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$ .

**Lời giải:**

Vì  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{-3}{-2}$  nên hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương. **Chọn A** sai.

Vì  $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} \neq \frac{-3}{-1}$  nên hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{d}$  không cùng phương. **Chọn B** sai.

Ta có  $\vec{c} = (2; 2; -6) = 2(1; 1; -3) = 2\vec{a}$  suy ra  $\vec{a}$  và  $\vec{c}$  cùng phương.

Vì  $\frac{2}{2} = \frac{2}{2} \neq \frac{-2}{-6}$  nên hai vectơ  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  không cùng phương. **Chọn D** sai.

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$  cho 4 điểm  $M(1; 2; 3)$ ,  $N(-1; 0; 4)$ ,  $P(2; -3; 1)$ ,  $Q(2; 1; 2)$ . Cặp vectơ nào sau đây là véc tơ cùng phương?

A.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{PQ}$ .

B.  $\overrightarrow{OM}$  và  $\overrightarrow{NP}$ .

C.  $\overrightarrow{MQ}$  và  $\overrightarrow{NP}$ .

D.  $\overrightarrow{MP}$  và  $\overrightarrow{NQ}$ .

**Lời giải:**

Ta có.

$\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$ ,  $\overrightarrow{NP} = (3; -3; -3)$ ;  $\overrightarrow{MP} = (1; -5; -2)$ ,  $\overrightarrow{NQ} = (3; 1; -2)$ ;  $\overrightarrow{MQ} = (1; -1; -1)$ ;

$\overrightarrow{MN} = (-2; -2; 1)$ ,  $\overrightarrow{PQ} = (0; 4; 1)$

Xét đáp án C ta thấy  $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} = \frac{-1}{-3} \Rightarrow \overrightarrow{MQ}$  và  $\overrightarrow{NP}$  cùng phương.

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A, B$  với  $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$ .

A.  $\overline{AB} = (-3; -3; 4)$ .      B.  $\overline{AB} = (3; 3; -4)$ .      C.  $\overline{AB} = (7; 1; 2)$ .      D.  $\overline{AB} = (2; -1; 3)$ .

**Lời giải:**

Từ giả thiết ta có  $A(2; -1; 3)$ ,  $B(5; 2; -1)$  nên  $\overline{AB} = (3; 3; -4)$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2; 3; 5)$ . Toạ độ của vectơ  $\overline{OA}$  là  
 A.  $(-2; 3; 5)$ .      B.  $(2; -3; 5)$ .      C.  $(-2; -3; 5)$ .      D.  $(2; -3; -5)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $A(-2; 3; 5)$  nên toạ độ của vectơ là  $\overline{OA} = (-2; 3; 5)$ .

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$ . Toạ độ của vectơ  $\overline{OM}$  là  
 A.  $(a; b; c)$ .      B.  $(-a; b; c)$ .      C.  $(-a; -b; -c)$ .      D.  $(-a; b; -c)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $\overline{OM} = (a; b; c)$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vectơ  $\vec{a} = (-1; -2; 3)$ . Tìm toạ độ của vectơ  $\vec{b} = (2; y; z)$ , biết rằng vectơ  $\vec{b}$  cùng phương với vectơ  $\vec{a}$ .  
 A.  $\vec{b} = (2; 4; -6)$ .      B.  $\vec{b} = (2; -4; 6)$ .      C.  $\vec{b} = (2; 4; 6)$ .      D.  $\vec{b} = (2; -3; 3)$ .

**Lời giải:**

Vectơ  $\vec{b}$  cùng phương với vectơ  $\vec{a} \Leftrightarrow \frac{2}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ z = -6 \end{cases}$ .

Vậy  $\vec{b} = (2; 4; -6)$ .

**Câu 20:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có toạ độ là  
 A.  $(3; 3; -1)$       B.  $(-1; -1; -3)$       C.  $(3; 1; 1)$       D.  $(1; 1; 3)$

**Lời giải:**

$\overline{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2))$  hay  $\overline{AB} = (1; 1; 3)$ .

**Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -1)$  và  $B(2; 3; 2)$ . Vectơ  $\overline{BA}$  có toạ độ là  
 A.  $(-1; -2; -3)$ .      B.  $(3; 4; 1)$ .      C.  $(1; 2; 3)$ .      D.  $(-3; -4; -1)$ .

**Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M, N$  thỏa mãn hệ thức  $\overline{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$  và  $\overline{ON} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ . Toạ độ của vectơ  $\overline{MN}$  là  
 A.  $M = (1; 2; -2)$ .      B.  $M = (1; -1; 2)$ .      C.  $M = (-1; -2; 2)$ .      D.  $M = (2; 0; 1)$ .

**Lời giải:**

- ♦ Điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overline{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$  nên toạ độ điểm  $M(2; 1; 0)$ .
- ♦ Điểm  $N$  thỏa mãn hệ thức  $\overline{ON} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  nên toạ độ điểm  $N(1; -1; 2)$ .
- ♦ Khi đó  $\overline{MN} = (-1; -2; 2)$ .

**Câu 23:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 5)$  lên trục  $Ox$  có toạ độ là  
 A.  $(0; 2; 0)$ .      B.  $(0; 0; 5)$ .      C.  $(1; 0; 0)$ .      D.  $(0; 2; 5)$ .

**Lời giải:**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 5)$  lên trục  $Ox$  có toạ độ là  $(1; 0; 0)$

- Câu 24:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; -1; 1)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  
**A.**  $(3; 0; 0)$ .                      **B.**  $(3; -1; 0)$ .                      **C.**  $(0; 0; 1)$ .                      **D.**  $(0; -1; 0)$ .

**Lời giải:**

Gọi  $M'$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3; -1; 1)$  lên trục  $Oz$ . Ta có  $M'(0; 0; 1)$ .

- Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 2; -5)$ . Điểm đối xứng của điểm  $M$  qua trục  $Oz$  là  
**A.**  $M_1(-3; -2; -5)$ .                      **B.**  $M_2(0; 0; -5)$ .                      **C.**  $M_3(2; 3; 5)$ .                      **D.**  $M_4(0; 0; 5)$ .

**Lời giải:**

Điểm đối xứng của điểm  $M(3; 2; -5)$  qua trục  $Oz$  là  $M_1(-3; -2; -5)$ .

- Câu 26:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; 1; -1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  
**A.**  $(0; 0; -1)$ .                      **B.**  $(2; 0; -1)$ .                      **C.**  $(0; 1; 0)$ .                      **D.**  $(2; 0; 0)$ .

- Câu 27:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  
**A.**  $(2; 0; 1)$ .                      **B.**  $(2; -2; 0)$ .                      **C.**  $(0; -2; 1)$ .                      **D.**  $(0; 0; 1)$ .

**Lời giải:**

Hình chiếu của  $M(2; -2; 1)$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  thì cao độ bằng 0.

- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(1; -4; -5)$ . Tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxz)$  là  
**A.**  $(1; -4; 5)$ .                      **B.**  $(-1; 4; 5)$ .                      **C.**  $(1; 4; 5)$ .                      **D.**  $(1; 4; -5)$ .

**Lời giải:**

Đối xứng của điểm  $A(1; -4; -5)$  qua mặt phẳng  $Oxz$  là điểm  $A'(1; 4; -5)$ .

- Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -5; 4)$ . Tọa độ của điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là  
**A.**  $(2; 5; 4)$ .                      **B.**  $(2; -5; -4)$ .                      **C.**  $(2; 5; -4)$ .                      **D.**  $(-2; -5; 4)$ .

**Lời giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M(2; -5; 4)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$ , ta có  $H(0; -5; 4)$ .

Vì  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  nên  $H$  là trung điểm  $MM'$ . Khi đó

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = -2 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = -5 \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M'(-2; -5; 4).$$

- Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hai vecto  $\vec{a} = (1; 1; -3)$  và  $\vec{b} = (1; m^2; -3)$  bằng nhau.  
**A.**  $m = 2$ .                      **B.**  $m = 1$ .                      **C.**  $m = -1$ .                      **D.**  $m = \pm 1$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=1 \\ m^2=1 \Leftrightarrow m=\pm 1. \\ -3=-3 \end{cases}$$

**Câu 31:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vecto  $\vec{u} = (1; m-1; 4)$  và  $\vec{v} = (1; 3; 2n)$ . Biết  $\vec{u} = \vec{v}$  khi đó giá trị của  $m; n$  là

- A.**  $m = 4; n = 2$ .      **B.**  $m = 2; n = 2$ .      **C.**  $m = 4; n = 4$ .      **D.**  $m = 2; n = 4$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=1 \\ m-1=3 \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ n=2 \end{cases} \\ 4=2n \end{cases}$$

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vecto  $\vec{a} = (-1; 2x-1; 1-3z)$  và  $\vec{b} = (2+3y; -1; -2)$ . Khi  $\vec{a} = \vec{b}$  thì tổng  $T = x + 2y^2 + 3z^3$  bằng

- A.** 2.      **B.** 5.      **C.** 1.      **D.** 4.

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -1=2+3y \\ 2x-1=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow T = 0 + 2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot 1^3 = 5. \\ 1-3z=-2 \end{cases}$$

**Câu 33:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 1; 0)$  và  $\overrightarrow{MN} = (-1; -1; 0)$ . Tìm tọa độ của điểm  $N$ .

- A.**  $N(4; 2; 0)$ .      **B.**  $N(-4; -2; 0)$ .      **C.**  $N(-2; 0; 0)$ .      **D.**  $N(2; 0; 0)$ .

**Lời giải:**

Gọi  $N(x; y; z)$  là điểm cần tìm. Ta có:  $\overrightarrow{MN} = (x-3; y-1; z)$ .

$$\text{Khi đó theo giả thiết ta có } \begin{cases} x-3=-1 \\ y-1=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow N(2; 0; 0). \\ z=0 \end{cases}$$

**Câu 34:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (-3; 2; 1)$  và điểm  $A(4; 6; -3)$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ .

- A.**  $(7; 4; -4)$ .      **B.**  $(1; 8; -2)$ .      **C.**  $(-7; -4; 4)$ .      **D.**  $(-1; -8; 2)$ .

**Lời giải:**

Giả sử  $B(a; b; c)$  khi đó  $\overrightarrow{AB} = (a-4; b-6; c+3)$ .

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} a-4=-3 \\ b-6=2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=8 \\ c=-2 \end{cases} \Rightarrow B(1; 8; -2). \\ c+3=1 \end{cases}$$

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(0;1;2)$ ,  $N(7;3;2)$ ,  $P(-5;-3;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $Q$  thỏa mãn  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ .

- A.  $Q(-12;-5;2)$ .      B.  $Q(-12;5;2)$ .      C.  $Q(12;5;2)$ .      D.  $Q(-2;-1;2)$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_M = x_P - x_Q \\ y_N - y_M = y_P - y_Q \\ z_N - z_M = z_P - z_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = -5 - x_Q \\ 2 = -3 - y_Q \\ 0 = 2 - z_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = -12 \\ y_Q = -5 \\ z_Q = 2 \end{cases}.$$

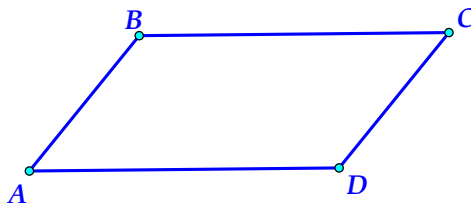
**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2;-2;1)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

- A.  $(2;0;1)$ .      B.  $(2;-2;0)$ .      C.  $(0;-2;1)$ .      D.  $(0;0;1)$ .

**Câu 37:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1;1;2)$ ,  $B(2;-1;1)$  và  $C(3;2;-3)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $(4;0;-4)$ .      B.  $(0;-2;6)$ .      C.  $(4;2;-4)$ .      D.  $(2;4;-2)$ .

**Lời giải:**



Giả sử  $D(x; y; z)$  ta có  $\overrightarrow{AD} = (x-1; y-1; z-2)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (1; 3; -4)$ .

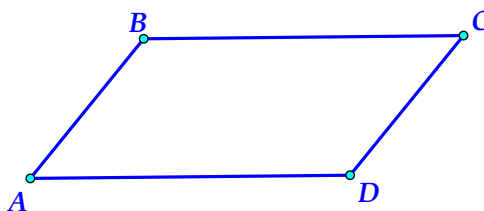
$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=3 \\ z-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=-2 \end{cases}.$$

Vậy  $D(2;4;-2)$ .

**Câu 38:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;-1)$ ,  $B(2;-1;3)$ ,  $C(-3;5;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $D(-2;8;-3)$ .      B.  $D(-4;8;-3)$ .      C.  $D(-2;2;5)$ .      D.  $D(-4;8;-5)$ .

**Lời giải:**



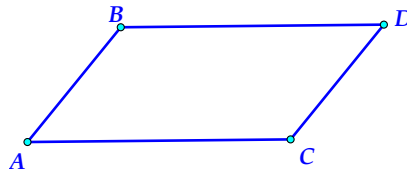
Ta có:  $\overrightarrow{BA} = (-1; 3; -4)$  và 3 điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 3 = -1 \\ y_D - 5 = 3 \\ z_D - 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 8 \\ z_D = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4; 8; -3).$$

**Câu 39:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$ , với  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(-3; 0; 3)$ ,  $C(2; 4; -1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABDC$  là hình bình hành.

- A.  $D(6; -6; 3)$ .      **B.  $D(-2; 2; 1)$ .**      C.  $D(6; -6; -3)$ .      D.  $D(6; 6; -3)$ .

**Lời giải:**



Gọi  $D(x; y; z)$ .

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 2)$ ,  $\overrightarrow{CD} = (x - 2; y - 4; z + 1)$ .

$$\text{Tứ giác } ABDC \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = -4 \\ y - 4 = -2 \\ z + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D(-2; 2; 1).$$

**Câu 40:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCE$  với  $A(3; 1; 2)$ ,  $B(1; 0; 1)$ ,  $C(2; 3; 0)$ . Tọa độ đỉnh  $E$  là

- A.  $(4; 4; 1)$ .**      B.  $(0; 2; -1)$ .      C.  $(1; 1; 2)$ .      D.  $(1; 3; -1)$ .

**Lời giải:**

Ta gọi  $E(x; y; z)$ .

Và có  $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -1)$ .

$\overrightarrow{EC} = (2 - x; 3 - y; -z)$ .

$$\text{Mà } ABCE \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -2 \\ 3 - y = -1 \\ -z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}.$$

Vậy  $E(4; 4; 1)$ .

**Câu 41:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(2; -1; 3)$ ,  $C(-2; 3; 3)$ . Điểm  $M(a; b; c)$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCM$ , khi đó  $P = a^2 + b^2 - c^2$  có giá trị bằng

- A. 42.      B. -50.      C. -48.      **D. 44.**

**Lời giải:**

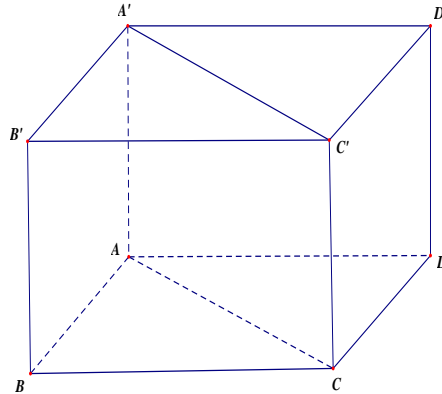
$$\text{Tứ giác } ABCM \text{ là hình bình hành khi và chỉ khi: } \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 = 1 - 2 \\ b - 3 = 2 - (-1) \\ c - 3 = -1 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 6 \\ c = -1 \end{cases}$$

Suy ra:  $P = a^2 + b^2 - c^2 = (-3)^2 + 6^2 - (-1)^2 = 44$ .

**Câu 42:** Trong không gian  $Oxyz$  cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  biết  $A(1,0,1)$ ,  $B(2,1,2)$ ,  $D(1,-1,1)$ ,  $C'(4,5,-5)$ . Tọa độ  $A'$  là

- A.  $A'(4,6,-5)$ .      B.  $A'(-3,4,-1)$ .      **C.  $A'(3,5,-6)$ .**      D.  $A'(3,5,6)$ .

**Lời giải:**



Gọi  $C(x, y, z)$ .  $\overrightarrow{AD} = (0, -1, 0)$ ;  $\overrightarrow{BC} = (x-2, y-1, z-2)$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y-1=-1 \Rightarrow C(2,0,2) \\ z-2=0 \end{cases} \text{ Do đó } \overrightarrow{AC} = (1,0,1).$$

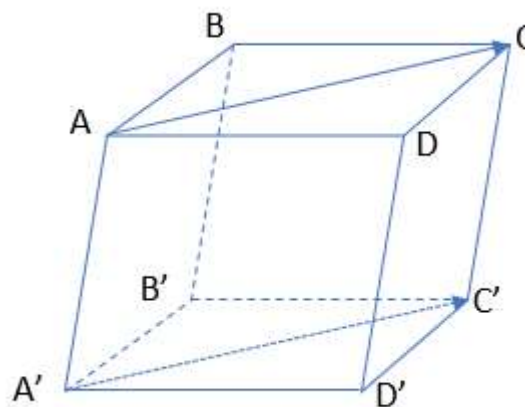
$$\text{Gọi } A'(a,b,c); \overrightarrow{A'C'} = (4-a, 5-b, -5-c); \text{ mà } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=1 \\ 5-b=0 \Rightarrow A'(3,5,-6) \\ -5-c=1 \end{cases}$$

**Câu 43:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với các đỉnh  $A(-1;1;2)$   $B(-3;2;1)$ ,  $D(0;-1;2)$  và  $A'(2;1;2)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C'$ .

- A.  $C'(-1;3;1)$ .      B.  $C'(-3;0;3)$ .      C.  $C'(0;1;0)$ .      **D.  $C'(1;0;1)$ .**

**Lời giải:**

Ta có



$$\overrightarrow{AB} = (-2;1;-1), \overrightarrow{AD} = (1;-2;0).$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD} = \overline{A'C'} \Rightarrow \overline{A'C'} = (-1; -1; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} - 2 = -1 \\ y_{C'} - 1 = -1 \Rightarrow C'(1; 0; 1). \\ z_{C'} - 2 = -1 \end{cases}$$

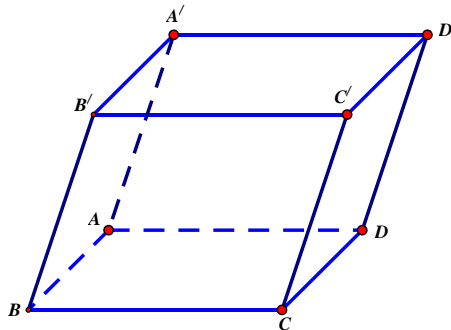
**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết tọa độ các đỉnh  $A(-3; 2; 1)$ ,  $C(4; 2; 0)$ ,  $B'(-2; 1; 1)$ ,  $D'(3; 5; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  của hình hộp.

- A.**  $A'(-3; 3; 3)$ .      **B.**  $A'(-3; -3; -3)$ .      **C.**  $A'(-3; -3; 3)$ .      **D.**  $A'(-3; 3; 1)$ .

**Lời giải:**

Gọi  $A'(x_1; y_1; z_1)$ ,  $C'(x_2; y_2; z_2)$ .

Tâm của hình bình hành  $A'B'C'D'$  là  $I\left(1; 3; \frac{5}{2}\right)$ .



Do  $I$  là trung điểm của  $A'C'$  nên 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ y_1 + y_2 = 6. \\ z_1 + z_2 = 5 \end{cases}$$

Ta có  $\overline{AC} = (7; 0; -1)$  và  $\overline{A'C'} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$ .

Do  $ACC'A'$  là hình bình hành nên 
$$\begin{cases} x_2 - x_1 = 7 \\ y_2 - y_1 = 0. \\ z_2 - z_1 = -1 \end{cases}$$

Xét các hệ phương trình:

$$\cdot \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 - x_1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 4 \end{cases} \quad \cdot \begin{cases} y_1 + y_2 = 6 \\ y_2 - y_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 3 \end{cases} \quad \cdot \begin{cases} z_1 + z_2 = 5 \\ z_2 - z_1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = 2 \end{cases}$$

Vậy  $A'(-3; 3; 3)$ .

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(2; 1; 2)$ ,  $D(1; -1; 1)$ ,  $C'(4; 5; -5)$ . Tính tọa độ đỉnh  $A'$  của hình hộp đã cho.

- A.**  $A'(4; 6; -5)$ .      **B.**  $A'(2; 0; 2)$ .      **C.**  $A'(3; 5; -6)$ .      **D.**  $A'(3; 4; -6)$ .

**Lời giải:**

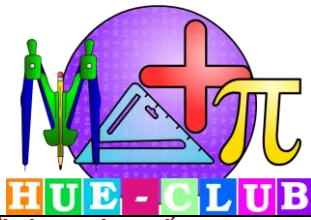
Theo quy tắc hình hộp ta có:  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .

Suy ra  $\overline{AA'} = \overline{AC'} - \overline{AB} - \overline{AD}$ .

Lại có:  $\overline{AC'} = (3; 5; -6)$ ,  $\overline{AB} = (1; 1; 1)$ ,  $\overline{AD} = (0; -1; 0)$ .

Do đó:  $\overline{AA'} = (2; 5; -7)$ .

Suy ra  $A'(3;5;-6)$ .



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

## HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

### Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

### NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây thuộc trục tung  $Oy$  ?  
A.  $Q(0; -10; 0)$ .      B.  $P(10; 0; 0)$ .      C.  $N(0; 0; -10)$ .      D.  $M(-10; 0; 10)$ .
- Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0; 1; 0)$ , góc giữa đường thẳng  $OA$  và mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng  
A.  $60^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $0^\circ$ .
- Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , biết tọa độ hình chiếu của điểm  $A$  lên các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt là  $M(1; 0; 0), N(0; -2; 0), P(0; 0; 3)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{OA}$  là  
A.  $(-1; 2; 3)$ .      B.  $(1; 2; 3)$ .      C.  $(1; -2; 3)$ .      D.  $(-1; 2; -3)$ .
- Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(a; b; c); B(m; n; p)$ . Điều kiện để  $A, B$  nằm về hai phía của mặt phẳng  $(Oyz)$  là  
A.  $cp < 0$ .      B.  $bn < 0$ .      C.  $am < 0$ .      D.  $c + p < 0$ .
- Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (2; 4; -1)$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?  
A.  $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .      B.  $\vec{u} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ .      C.  $|\vec{u}| = 2 + 4 - 1$ .      D.  $|\vec{u}| = 2^2 + 4^2 - 1^2$ .
- Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$  cho 4 điểm  $M(1; 2; 3), N(-1; 0; 4), P(2; -3; 1), Q(2; 1; 2)$ . Cặp vectơ nào sau đây là vectơ cùng phương ?  
A.  $\overline{MN}$  và  $\overline{PQ}$ .      B.  $\overline{OM}$  và  $\overline{NP}$ .      C.  $\overline{MQ}$  và  $\overline{NP}$ .      D.  $\overline{MP}$  và  $\overline{NQ}$ .
- Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2; 3; 5)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{OA}$  là  
A.  $(-2; 3; 5)$ .      B.  $(2; -3; 5)$ .      C.  $(-2; -3; 5)$ .      D.  $(2; -3; -5)$ .
- Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là  
A.  $(3; 3; -1)$       B.  $(-1; -1; -3)$       C.  $(3; 1; 1)$       D.  $(1; 1; 3)$
- Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 2; -5)$ . Điểm đối xứng của điểm  $M$  qua trục  $Oz$  là  
A.  $M_1(-3; -2; -5)$ .      B.  $M_2(0; 0; -5)$ .      C.  $M_3(2; 3; 5)$ .      D.  $M_4(0; 0; 5)$ .
- Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; m - 1; 4)$  và  $\vec{v} = (1; 3; 2n)$ . Biết  $\vec{u} = \vec{v}$  khi đó giá trị của  $m; n$  là

- A.  $m = 4; n = 2$ .      B.  $m = 2; n = 2$ .      C.  $m = 4; n = 4$ .      D.  $m = 2; n = 4$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(0;1;2)$ ,  $N(7;3;2)$ ,  $P(-5;-3;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $Q$  thỏa mãn  $\overline{MN} = \overline{QP}$ .

- A.  $Q(-12;-5;2)$ .      B.  $Q(-12;5;2)$ .      C.  $Q(12;5;2)$ .      D.  $Q(-2;-1;2)$ .

**Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1;1;2)$ ,  $B(2;-1;1)$  và  $C(3;2;-3)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $(4;0;-4)$ .      B.  $(0;-2;6)$ .      C.  $(4;2;-4)$ .      D.  $(2;4;-2)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-2;1;-1)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hình chiếu vuông góc của điểm $M$ trên mặt phẳng $(Oxz)$ có tọa độ là $M_1(-2;0;-1)$ .		
b)	Hình chiếu vuông góc của điểm $M$ trên trục $Oy$ có tọa độ là $M_2(0;0;-1)$ .		
c)	Điểm đối xứng của điểm $M$ qua mặt phẳng $(Oxy)$ có tọa độ là $M_3(2;-1;1)$ .		
d)	Điểm đối xứng của điểm $M$ qua mặt phẳng $(Oyz)$ có tọa độ là $M_4(2;1;-1)$ .		

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0;-3;5)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hình chiếu vuông góc của điểm $A$ trên trục $Oz$ có tọa độ là $A_1(0;0;5)$ .		
b)	Điểm $A$ thuộc trục hoành.		
c)	$\overline{AO} = -3\vec{j} + 5\vec{k}$ .		
d)	Gọi $I \in Oy$ sao cho $AI$ nhỏ nhất, khi đó $I(0;-3;0)$ .		

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (-2;1;-3)$ ,  $\vec{b} = (-1;-3;2)$  và điểm  $A(4;6;-3)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ .		
b)	Tọa độ điểm $B(2;7;-6)$ thì $\vec{a} = \overline{AB}$ .		
c)	Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.		
d)	Cho $M(2;4;0)$ thì $\overline{AM} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ .		

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết  $A(2;4;0)$ ,  $B(4;0;0)$ ,  $C(-1;4;-7)$  và  $D'(6;8;10)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overline{BA} = (-2;4;0)$ .		
b)	Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $C$ xuống trục		

	hoành là $(-1; 0; 0)$ .		
c)	Toạ độ của tâm hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $(1; 1; -2)$ .		
d)	Toạ độ của điểm $B'(13; 0; 17)$ .		

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (-1; 2x - 1; 1 - 3z)$  và  $\vec{b} = (2 + 3y; -1; -2)$ . Khi  $\vec{a} = \vec{b}$  thì tổng  $T = x + 2y^2 + 3z^3$  bằng bao nhiêu?

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho 3 điểm  $A(-1; 0; 2)$ ;  $B(-3; 2; 4)$  và  $C(1; 3; 0)$ . Giả sử  $D(a; b; c)$  là đỉnh còn lại của hình bình hành  $ABCD$ , tính  $T = a^2 + b^2 + c^2$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

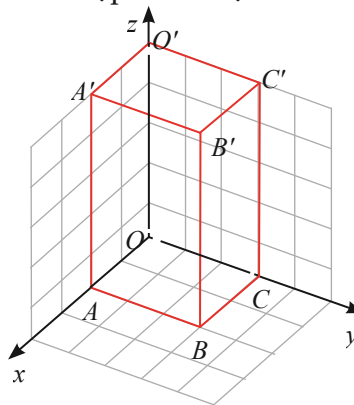
.....

.....

.....

.....

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $OABC.O'A'B'C'$  như hình vẽ, biết  $B'(2; 3; 5)$ .



Biết toạ độ đỉnh  $B$  là  $(a; b; c)$ . Tính  $a + b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

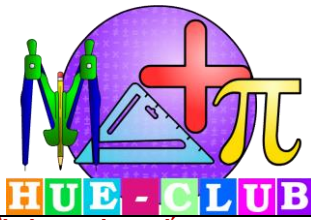
.....

.....

.....







ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

## HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây thuộc trục tung  $Oy$  ?

- A.  $Q(0; -10; 0)$ .      B.  $P(10; 0; 0)$ .      C.  $N(0; 0; -10)$ .      D.  $M(-10; 0; 10)$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(0; 1; 0)$ , góc giữa đường thẳng  $OA$  và mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng

- A.  $60^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $0^\circ$ .

**Lời giải:**

Ta có  $A \in Oy \Rightarrow OA \perp (Oxz)$  nên góc giữa đường thẳng  $OA$  và mặt phẳng  $(Oxz)$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , biết tọa độ hình chiếu của điểm  $A$  lên các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt là  $M(1; 0; 0)$ ,  $N(0; -2; 0)$ ,  $P(0; 0; 3)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{OA}$  là

- A.  $(-1; 2; 3)$ .      B.  $(1; 2; 3)$ .      C.  $(1; -2; 3)$ .      D.  $(-1; 2; -3)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $A(1; -2; 3)$  và  $O(0; 0; 0)$  nên  $\overline{OA} = (1; -2; 3)$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(a; b; c); B(m; n; p)$ . Điều kiện để  $A, B$  nằm về hai phía của mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A.  $cp < 0$ .      B.  $bn < 0$ .      C.  $am < 0$ .      D.  $c + p < 0$ .

**Lời giải:**

Ta có phương trình mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $x = 0$ .

Do vậy  $A$  và  $B$  nằm về hai phía của mặt phẳng  $(Oyz)$  khi và chỉ khi hoành độ của điểm  $A$  và hoành độ của điểm  $B$  trái dấu. Điều này xảy ra khi  $am < 0$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (2; 4; -1)$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.  $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .      B.  $\vec{u} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ .      C.  $|\vec{u}| = 2 + 4 - 1$ .      D.  $|\vec{u}| = 2^2 + 4^2 - 1^2$ .

**Lời giải:**

Ta có  $\vec{u} = (2; 4; -1) \Leftrightarrow \vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$  cho 4 điểm  $M(1; 2; 3)$ ,  $N(-1; 0; 4)$ ,  $P(2; -3; 1)$ ,  $Q(2; 1; 2)$ . Cặp vectơ nào sau đây là vectơ cùng phương ?

- A.  $\overline{MN}$  và  $\overline{PQ}$ .      B.  $\overline{OM}$  và  $\overline{NP}$ .      C.  $\overline{MQ}$  và  $\overline{NP}$ .      D.  $\overline{MP}$  và  $\overline{NQ}$ .

**Lời giải:**

Ta có.

$$\overline{OM} = (1; 2; 3), \overline{NP} = (3; -3; -3); \overline{MP} = (1; -5; -2), \overline{NQ} = (3; 1; -2); \overline{MQ} = (1; -1; -1);$$
$$\overline{MN} = (-2; -2; 1), \overline{PQ} = (0; 4; 1)$$

Xét đáp án C ta thấy  $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} = \frac{-1}{-3} \Rightarrow \overline{MQ}$  và  $\overline{NP}$  cùng phương.

- Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-2; 3; 5)$ . Toạ độ của vectơ  $\overline{OA}$  là  
**A.**  $(-2; 3; 5)$ .      **B.**  $(2; -3; 5)$ .      **C.**  $(-2; -3; 5)$ .      **D.**  $(2; -3; -5)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $A(-2; 3; 5)$  nên toạ độ của vectơ  $\overline{OA} = (-2; 3; 5)$ .

- Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có toạ độ là  
**A.**  $(3; 3; -1)$       **B.**  $(-1; -1; -3)$       **C.**  $(3; 1; 1)$       **D.**  $(1; 1; 3)$

**Lời giải:**

$$\overline{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) \text{ hay } \overline{AB} = (1; 1; 3).$$

- Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 2; -5)$ . Điểm đối xứng của điểm  $M$  qua trục  $Oz$  là  
**A.**  $M_1(-3; -2; -5)$ .      **B.**  $M_2(0; 0; -5)$ .      **C.**  $M_3(2; 3; 5)$ .      **D.**  $M_4(0; 0; 5)$ .

**Lời giải:**

Điểm đối xứng của điểm  $M(3; 2; -5)$  qua trục  $Oz$  là  $M_1(-3; -2; -5)$ .

- Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (1; m - 1; 4)$  và  $\vec{v} = (1; 3; 2n)$ . Biết  $\vec{u} = \vec{v}$  khi đó giá trị của  $m; n$  là  
**A.**  $m = 4; n = 2$ .      **B.**  $m = 2; n = 2$ .      **C.**  $m = 4; n = 4$ .      **D.**  $m = 2; n = 4$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ m - 1 = 3 \\ 4 = 2n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 2 \end{cases}.$$

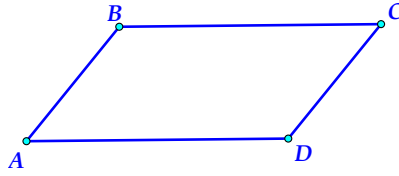
- Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(0; 1; 2)$ ,  $N(7; 3; 2)$ ,  $P(-5; -3; 2)$ . Tìm toạ độ điểm  $Q$  thỏa mãn  $\overline{MN} = \overline{QP}$ .  
**A.**  $Q(-12; -5; 2)$ .      **B.**  $Q(-12; 5; 2)$ .      **C.**  $Q(12; 5; 2)$ .      **D.**  $Q(-2; -1; 2)$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } \overline{MN} = \overline{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_M = x_P - x_Q \\ y_N - y_M = y_P - y_Q \\ z_N - z_M = z_P - z_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = -5 - x_Q \\ 2 = -3 - y_Q \\ 0 = 2 - z_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = -12 \\ y_Q = -5 \\ z_Q = 2 \end{cases}.$$

- Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 1; 2)$ ,  $B(2; -1; 1)$  và  $C(3; 2; -3)$ . Tìm toạ độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành.  
**A.**  $(4; 0; -4)$ .      **B.**  $(0; -2; 6)$ .      **C.**  $(4; 2; -4)$ .      **D.**  $(2; 4; -2)$ .

**Lời giải:**



Giả sử  $D(x; y; z)$ , ta có:  $\overrightarrow{AD} = (x-1; y-1; z-2)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (1; 3; -4)$ .

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=3 \\ z-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ z=-2 \end{cases}.$$

Vậy  $D(2; 4; -2)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-2; 1; -1)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hình chiếu vuông góc của điểm $M$ trên mặt phẳng $(Oxz)$ có tọa độ là $M_1(-2; 0; -1)$ .		
b)	Hình chiếu vuông góc của điểm $M$ trên trục $Oy$ có tọa độ là $M_2(0; 0; -1)$ .		
c)	Điểm đối xứng của điểm $M$ qua mặt phẳng $(Oxy)$ có tọa độ là $M_3(2; -1; 1)$ .		
d)	Điểm đối xứng của điểm $M$ qua mặt phẳng $(Oyz)$ có tọa độ là $M_4(2; 1; -1)$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

b) Sai. Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  $M_2(0; 1; 0)$ .

c) Sai. Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  $M_0(-2; 1; 0)$ .

Nên  $M_3$  là điểm đối xứng của điểm  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$  thì  $M_0$  là trung điểm của  $MM_3$ , vậy  $M_3(-2; 1; 1)$ .

d) Đúng. Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $M_0(0; 1; -1)$ .

Nên  $M_4$  là điểm đối xứng của điểm  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  thì  $M_0$  là trung điểm của  $MM_4$ , vậy  $M_4(2; 1; -1)$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0; -3; 5)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hình chiếu vuông góc của điểm $A$ trên trục $Oz$ có tọa độ là $A_1(0; 0; 5)$ .		
b)	Điểm $A$ thuộc trục hoành.		
c)	$\overrightarrow{AO} = -3\vec{j} + 5\vec{k}$ .		
d)	Gọi $I \in Oy$ sao cho $AI$ nhỏ nhất, khi đó $I(0; -3; 0)$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

b) Sai. Điểm  $A \in (Oyz), A \neq O$ .

c) Sai. Vì  $\vec{OA} = -3\vec{j} + 5\vec{k}$ .

d) Đúng. Gọi  $I \in Oy$  sao cho  $AI$  nhỏ nhất, khi đó  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên trục  $Oy$ , vậy  $I(0; -3; 0)$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (-2; 1; -3), \vec{b} = (-1; -3; 2)$  và điểm  $A(4; 6; -3)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ .		
b)	Tọa độ điểm $B(2; 7; -6)$ thì $\vec{a} = \vec{AB}$ .		
c)	Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.		
d)	Cho $M(2; 4; 0)$ thì $\vec{AM} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

b) Đúng : Vì  $\vec{a} = \vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = x_B - 4 \\ 1 = y_B - 6 \\ -3 = z_B + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 7 \\ z_B = -6 \end{cases} \Rightarrow B(2; 7; -6)$ .

c) Sai: Vì  $\frac{-2}{-1} \neq \frac{1}{-3} \neq \frac{-3}{2}$ .

d) Ta có:  $M(2; 4; 0) \rightarrow \vec{AM} = (-2; -2; 3) = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết  $A(2; 4; 0), B(4; 0; 0), C(-1; 4; -7)$  và  $D'(6; 8; 10)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\vec{BA} = (-2; 4; 0)$ .		
b)	Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $C$ xuống trục hoành là $(-1; 0; 0)$ .		
c)	Tọa độ của tâm hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $(1; 1; -2)$ .		
d)	Tọa độ của điểm $B'(13; 0; 17)$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

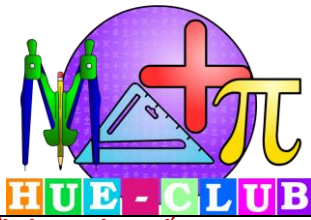












ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

## HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

### Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

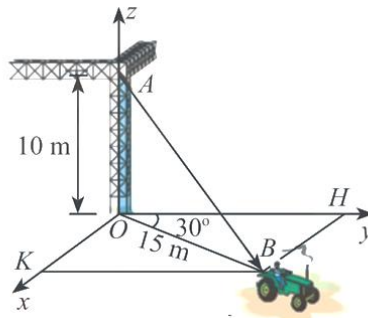
### NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$ ?
- A.  $M(3;4;0)$ .      B.  $P(-2;0;3)$ .      C.  $Q(2;0;0)$ .      D.  $N(0;4;-1)$ .
- Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$ . Tọa độ của  $\vec{a}$  là
- A.  $(-2;1;3)$       B.  $(2;-3;1)$       C.  $(2;1;3)$ .      D.  $(2;1;-3)$
- Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. Tọa độ  $\overline{OM}$  là  $(a;b;c)$ .  
 B. Tọa độ hình chiếu của  $M$  lên  $Ox$  là  $(a;0;0)$ .  
 C. Điểm  $M$  thuộc  $Oz$  khi và chỉ khi  $a = b = 0$ .  
 D. Khoảng cách từ  $M$  đến  $(Oxy)$  bằng  $c$ .
- Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A, B$  với  $\overline{OA} = (2; -1; 3)$ ,  $\overline{OB} = (5; 2; -1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\overline{AB}$ .
- A.  $\overline{AB} = (-3; -3; 4)$ .      B.  $\overline{AB} = (3; 3; -4)$ .      C.  $\overline{AB} = (7; 1; 2)$ .      D.  $\overline{AB} = (2; -1; 3)$ .
- Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 5)$  lên trục  $Ox$  có tọa độ là
- A.  $(0; 2; 0)$ .      B.  $(0; 0; 5)$ .      C.  $(1; 0; 0)$ .      D.  $(0; 2; 5)$ .
- Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hai vectơ  $\vec{a} = (1; 1; -3)$  và  $\vec{b} = (1; m^2; -3)$  bằng nhau.
- A.  $m = 2$ .      B.  $m = 1$ .      C.  $m = -1$ .      D.  $m = \pm 1$ .
- Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -2; 3)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là
- A.  $(1; 0; 3)$ .      B.  $(1; 0; 0)$ .      C.  $(1; -2; 0)$ .      D.  $(0; -2; 3)$ .
- Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-3; 5; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.
- A.  $D(-2; 8; -3)$ .      B.  $D(-4; 8; -3)$ .      C.  $D(-2; 2; 5)$ .      D.  $D(-4; 8; -5)$ .

- Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$ . Tìm điểm  $M' \in Ox$  sao cho độ dài đoạn thẳng  $MM'$  ngắn nhất.  
**A.**  $M'(-1; 0; 0)$ .      **B.**  $M'(1; 0; 0)$ .      **C.**  $M'(1; 0; \sqrt{3})$ .      **D.**  $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$ .
- Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -1; -3)$ . Tìm tọa độ của điểm  $M'$  đối xứng với điểm  $M$  qua trục  $Oy$ .  
**A.**  $(2; 1; -3)$ .      **B.**  $(-2; -1; 3)$ .      **C.**  $(2; -1; -3)$ .      **D.**  $(-2; -1; -3)$ .
- Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với các đỉnh  $A(-1; 1; 2)$ ,  $B(-3; 2; 1)$ ,  $D(0; -1; 2)$  và  $A'(2; 1; 2)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C'$ .  
**A.**  $C'(-1; 3; 1)$ .      **B.**  $C'(-3; 0; 3)$ .      **C.**  $C'(0; 1; 0)$ .      **D.**  $C'(1; 0; 1)$ .
- Câu 12:** Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp  $AB$  trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ bên dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng  $1m$ .



Biết tọa độ của vectơ  $\overline{AB} = (a; b; c)$ . Tính  $2a + c$ .

- A.** 7.      **B.** 3.      **C.** 10.      **D.** 5.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(x; y; z)$ .

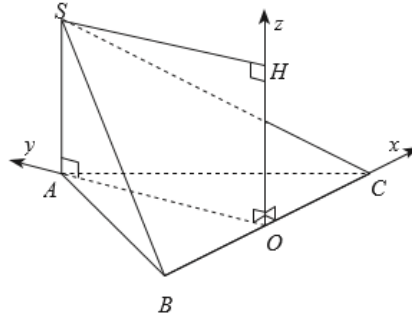
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Nếu $M'$ là hình chiếu vuông góc của $M$ xuống mặt phẳng $(Oxz)$ thì $M'(x; 0; z)$ .		
b)	Nếu $M'$ đối xứng với $M$ qua $Oy$ thì $M'(x; y; -z)$ .		
c)	Nếu $M'$ đối xứng với $M$ qua mặt phẳng $(Oxy)$ thì $M'(-x; -y; z)$ .		
d)	Nếu $M'$ đối xứng với $M$ qua gốc tọa độ $O$ thì $M'(2x; 2y; 0)$ .		

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (-1; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 1; 0)$ ,  $\vec{c} = (1; 1; 1)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Độ dài vectơ $\vec{a}$ bằng $\sqrt{2}$ .		
b)	Vectơ $\vec{b}$ vuông góc với $\vec{a}$ .		
c)	Vectơ $\vec{b}$ vuông góc với $\vec{c}$ .		
d)	Tọa độ vectơ $3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ bằng $(-2; 4; -1)$ .		



**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 2,  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA$  bằng 1. Thiết lập hệ toạ độ như hình vẽ.



Biết toạ độ đỉnh  $S$  là  $(a;b;c)$ . Tính  $a + \sqrt{3}b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết toạ độ các đỉnh  $A(-3; 2; 1)$ ,  $C(4; 2; 0)$ ,  $B'(-2; 1; 1)$ ,  $D'(3; 5; 4)$ . Biết đỉnh  $A'(a;b;c)$ , tính  $a + b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

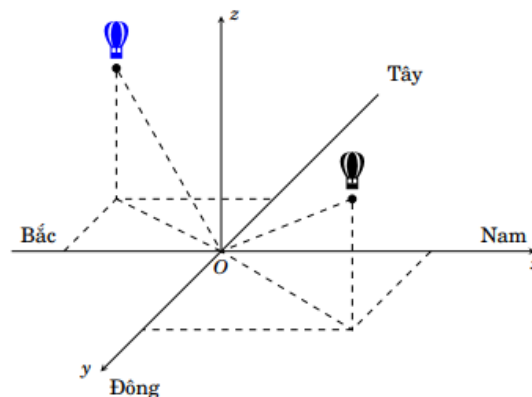
.....

.....

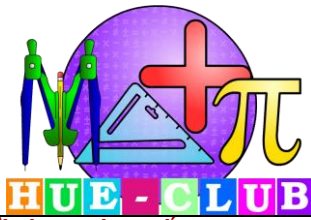
.....

.....

**Câu 5:** Một chiếc khinh khí cầu bay lên từ điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục  $Oxyz$  với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với tia  $Ox$  hướng về phía nam, tia  $Oy$  hướng về phía đông và tia  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.







# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

## HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$ ?

- A.  $M(3;4;0)$ .      B.  $P(-2;0;3)$ .      C.  $Q(2;0;0)$ .      **D.  $N(0;4;-1)$ .**

**Lời giải:**

Mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$  có phương trình là  $x = 0 \Rightarrow N(0;4;-1) \in (Oyz)$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$ . Tọa độ của  $\vec{a}$  là

- A.  $(-2;1;3)$       **B.  $(2;-3;1)$**       C.  $(2;1;3)$ .      D.  $(2;1;-3)$

**Lời giải:**

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2; -3; 1).$$

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(a; b; c)$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Tọa độ  $\overrightarrow{OM}$  là  $(a; b; c)$ .  
 B. Tọa độ hình chiếu của  $M$  lên  $Ox$  là  $(a; 0; 0)$ .  
 C. Điểm  $M$  thuộc  $Oz$  khi và chỉ khi  $a = b = 0$ .  
**D. Khoảng cách từ  $M$  đến  $(Oxy)$  bằng  $c$ .**

**Lời giải:**

Ta có:  $d(M, (Oxy)) = |c|$ , nên mệnh đề D sai.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A, B$  với  $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 3)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (5; 2; -1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$ .

- A.  $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 4)$ .      **B.  $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -4)$ .**      C.  $\overrightarrow{AB} = (7; 1; 2)$ .      D.  $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$ .

**Lời giải:**

Từ giả thiết ta có  $A(2; -1; 3)$ ,  $B(5; 2; -1)$  nên  $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -4)$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 5)$  lên trục  $Ox$  có tọa độ là

- A.  $(0; 2; 0)$ .      B.  $(0; 0; 5)$ .      **C.  $(1; 0; 0)$ .**      D.  $(0; 2; 5)$ .

**Lời giải:**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 5)$  lên trục  $Ox$  có tọa độ là  $(1; 0; 0)$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hai vectơ  $\vec{a} = (1; 1; -3)$  và  $\vec{b} = (1; m^2; -3)$  bằng nhau.

- A.  $m = 2$ .      B.  $m = 1$ .      C.  $m = -1$ .      **D.  $m = \pm 1$ .**

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1. \\ -3 = -3 \end{cases}$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -2; 3)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

- A.  $(1; 0; 3)$ .      B.  $(1; 0; 0)$ .      C.  $(1; -2; 0)$ .      **D.  $(0; -2; 3)$ .**

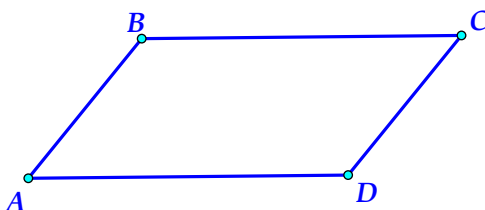
**Lời giải:**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $A'(0; -2; 3)$ .

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-3; 5; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $D(-2; 8; -3)$ .      **B.  $D(-4; 8; -3)$ .**      C.  $D(-2; 2; 5)$ .      D.  $D(-4; 8; -5)$ .

**Lời giải:**



Ta có:  $\vec{BA} = (-1; 3; -4)$  và 3 điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \vec{BA} = \vec{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 3 = -1 \\ y_D - 5 = 3 \\ z_D - 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 8 \\ z_D = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4; 8; -3).$$

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$ . Tìm điểm  $M' \in Ox$  sao cho độ dài đoạn thẳng  $MM'$  ngắn nhất.

- A.  $M'(-1; 0; 0)$ .      **B.  $M'(1; 0; 0)$ .**      C.  $M'(1; 0; \sqrt{3})$ .      D.  $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$ .

**Lời giải:**

$MM'$  ngắn nhất khi điểm  $M'$  là hình chiếu điểm  $M$  trên trục  $Ox \Rightarrow M'(1; 0; 0)$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -1; -3)$ . Tìm tọa độ của điểm  $M'$  đối xứng với điểm  $M$  qua trục  $Oy$ .

- A.  $(2; 1; -3)$ .      **B.  $(-2; -1; 3)$ .**      C.  $(2; -1; -3)$ .      D.  $(-2; -1; -3)$ .

**Lời giải:**

Điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  có điểm đối xứng qua trục  $Oy$  là điểm  $M'(-x_0; y_0; -z_0)$ .

Vậy điểm  $M(2; -1; -3)$  có điểm đối xứng qua trục  $Oy$  là điểm  $M'(-2; -1; 3)$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với các đỉnh  $A(-1; 1; 2)$ ,  $B(-3; 2; 1)$ ,  $D(0; -1; 2)$  và  $A'(2; 1; 2)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C'$ .

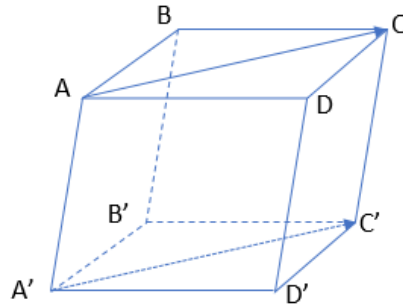
A.  $C'(-1;3;1)$ .

B.  $C'(-3;0;3)$ .

C.  $C'(0;1;0)$ .

**D.  $C'(1;0;1)$ .**

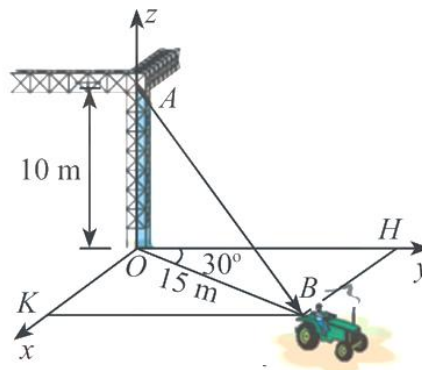
*Lời giải:*



Ta có:  $\vec{AB} = (-2;1;-1)$ ,  $\vec{AD} = (1;-2;0)$ ,  $\vec{AA'} = (3;0;0)$ .

Theo quy tắc hình hộp:  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = (2; -1; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} + 1 = 2 \\ y_{C'} - 1 = -1 \Rightarrow C'(1;0;1). \\ z_{C'} - 2 = -1 \end{cases}$

**Câu 12:** Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp  $AB$  trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ bên dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng  $1m$ .



Biết tọa độ của vectơ  $\vec{AB} = (a;b;c)$ . Tính  $2a + c$ .

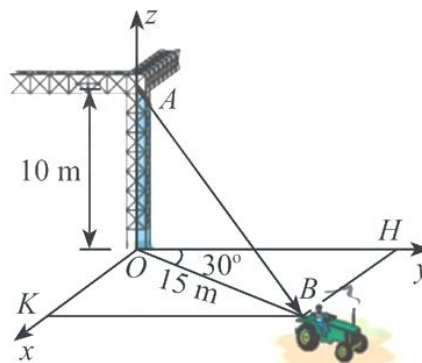
A. 7.

B. 3.

C. 10.

**D. 5.**

*Lời giải*



Ta có:  $\vec{OA} = 10\vec{k} \Rightarrow A(0;0;10)$  và  $OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$ ;  $OK = HB = OB \cdot \sin 30^\circ = \frac{15}{2}$

$$\Rightarrow B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right) \Rightarrow \overline{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right) \longrightarrow \begin{cases} a = \frac{15}{2} \\ c = -10 \end{cases} \longrightarrow 2a + c = 5.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(x; y; z)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Nếu $M'$ là hình chiếu vuông góc của $M$ xuống mặt phẳng $(Oxz)$ thì $M'(x; 0; z)$ .		
b)	Nếu $M'$ đối xứng với $M$ qua $Oy$ thì $M'(x; y; -z)$ .		
c)	Nếu $M'$ đối xứng với $M$ qua mặt phẳng $(Oxy)$ thì $M'(-x; -y; z)$ .		
d)	Nếu $M'$ đối xứng với $M$ qua gốc tọa độ $O$ thì $M'(2x; 2y; 0)$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng.

b) Sai, vì nếu  $M'$  đối xứng với  $M$  qua  $Oy$  thì  $M'(-x; y; -z)$ .

c) Sai, vì nếu  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$  thì  $M'(x; y; -z)$ .

d) Sai, vì nếu  $M'$  đối xứng với  $M$  qua gốc tọa độ  $O$  thì  $M'(-x; -y; -z)$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a} = (-1; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (1; 1; 0)$ ,  $\vec{c} = (1; 1; 1)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Độ dài vectơ $\vec{a}$ bằng $\sqrt{2}$ .		
b)	Vectơ $\vec{b}$ vuông góc với $\vec{a}$ .		
c)	Vectơ $\vec{b}$ vuông góc với $\vec{c}$ .		
d)	Tọa độ vectơ $3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ bằng $(-2; 4; -1)$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng, vì  $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0} = \sqrt{2}$ .

b) Đúng, vì  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0$ .

c) Sai, vì  $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2$ .

d) Đúng.

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 0; 3)$ ;  $B(2; 3; -4)$ ;  $C(-3; 1; 2)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Điểm $A$ thuộc mặt phẳng $(Oxz)$ .		
b)	$\overline{BC} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$ .		
c)	Điểm $D$ thỏa mãn $\overline{AB} = \overline{CD}$ là $D(-2; 4; -5)$ .		

d)	Điểm $P$ thỏa mãn $PABC$ là hình bình hành là $P(-4; -2; -9)$ .		
----	---	--	--

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

b) Sai, vì  $\overrightarrow{BC}(-5; -2; 6)$ , nên  $\overrightarrow{BC} = -5\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ .

c) Đúng,  $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -7)$ ;  $\overrightarrow{CD} = (x+3; y-1; z-2)$ .

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \\ z = -5 \end{cases} \Rightarrow D(-2; 4; -5).$$

d) Sai,  $\overrightarrow{AB}(1; 3; -7)$ ;  $\overrightarrow{PC}(-3-x; 1-y; 2-z)$ .

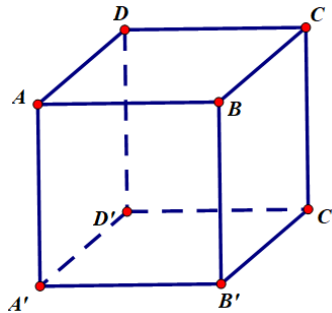
$$PABC \text{ là hình bình hành khi và chỉ khi } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -3-x \\ 3 = 1-y \\ -7 = 2-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow P(-4; -2; 9).$$

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(3; 0; 0)$ ,  $D(0; 3; 0)$ ,  $D'(0; 3; -3)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Điểm $B$ thuộc trục hoành.		
b)	Tọa độ điểm $A'$ là $A'(0; 0; -3)$ .		
c)	Điểm $B'$ thuộc mặt phẳng $(Oxy)$ .		
d)	Tọa độ điểm $C'$ là $C'(3; 3; 3)$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) Đúng.

b) Đúng.  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} = (0; 0; -3) \Rightarrow A'(0; 0; -3)$ .

c) Sai.  $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} = (0; 0; -3) \Rightarrow B'(3; 0; -3)$ .

d) Sai. Ta có  $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$ ,  $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} = (0; 0; -3)$ .

Theo quy tắc hình hộp:  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = (3; 3; -3)$ . Vì  $A(0; 0; 0)$  nên  $C'(3; 3; -3)$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (1; 2; 1)$  và  $\vec{b} = (m; n; 1)$ . Biết rằng vectơ  $\vec{a} = \vec{b}$ , khi đó giá trị  $m + 2n$  bằng bao nhiêu?









.....  
.....  
.....  
**Lời giải:**

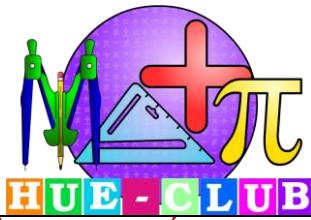
$AM$  ngắn nhất khi và chỉ khi  $M$  là hình chiếu của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz) \Rightarrow M(0; 7; 24)$

$$\Rightarrow T = a - 2b + c = 0 - 14 + 24 = 10.$$

**HẾT**

---

*Huế, 17h20' Ngày 13 tháng 7 năm 2024*



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

## HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

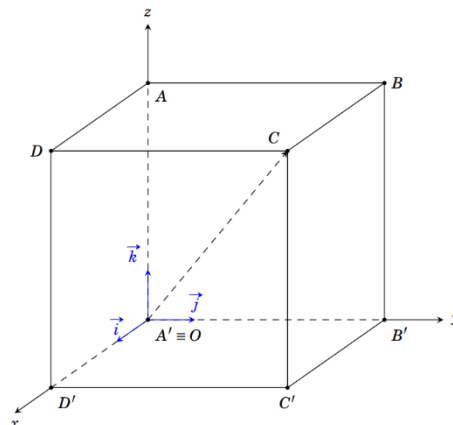
**Định hướng cấu trúc 2025**

### NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

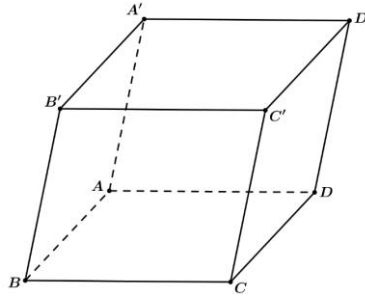
**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $\vec{i}$ ;  $\vec{j}$ ;  $\vec{k}$  là các vectơ đơn vị, khi đó với  $M(x; y; z)$  thì  $\overline{OM}$  bằng  
 A.  $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .      B.  $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ .      C.  $x\vec{j} + y\vec{i} + z\vec{k}$ .      D.  $-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ .
- Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-2; 5; 0)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên trục  $Oy$  là điểm  
 A.  $M'(0; 5; 0)$ .      B.  $M'(0; -5; 0)$ .      C.  $M'(2; 5; 0)$ .      D.  $M'(-2; 0; 0)$ .
- Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  có tọa độ là  
 A.  $(2; 0; 1)$ .      B.  $(2; -2; 0)$ .      C.  $(0; -2; 1)$ .      D.  $(0; 0; 1)$ .
- Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ  $(Oyz)$ ?  
 A.  $M(3; 4; 0)$ .      B.  $P(-2; 0; 3)$ .      C.  $Q(2; 0; 0)$ .      D.  $N(0; 4; -1)$ .
- Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là  
 A.  $(-1; -1; -3)$ .      B.  $(3; 1; 1)$ .      C.  $(1; 1; 3)$ .      D.  $(3; 3; -1)$ .
- Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(-1; -1; 1)$  và  $N(2; 3; -2)$ . Vectơ  $\overline{NM}$  có tọa độ là  
 A.  $(3; 4; -3)$ .      B.  $(-3; -4; 3)$ .      C.  $(-1; -2; 1)$ .      D.  $(1; 2; -1)$ .
- Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đỉnh  $A'$  trùng với gốc  $O$  và các đỉnh  $D', B', A$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy, Oz$  như hình vẽ. Giả sử đỉnh  $C$  có tọa độ là  $(2; 3; 4)$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Khi đó, tọa độ điểm  $B$  là



- A.  $B(3; 0; 4)$ .      B.  $B(0; 3; 4)$ .      C.  $B(2; 4; 0)$ .      D.  $B(0; 2; 4)$ .

- Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tọa độ điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(1;2;3)$  qua gốc tọa độ  $O$ .  
**A.**  $(-1;2;3)$ .      **B.**  $(-1;-2;3)$ .      **C.**  $(-1;-2;-3)$ .      **D.**  $(1;2;-3)$ .
- Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;0;3)$ ,  $B(2;3;-4)$ ,  $C(-3;1;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.  
**A.**  $D(-4;-2;9)$ .      **B.**  $D(-4;2;9)$ .      **C.**  $D(4;-2;9)$ .      **D.**  $D(4;2;-9)$ .
- Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0;0;1)$ ,  $B'(1;0;0)$ ,  $C'(1;1;0)$ . Tìm tọa độ của điểm  $D$ .



- A.**  $D(0;1;1)$ .      **B.**  $D(0;-1;1)$ .      **C.**  $D(0;1;0)$ .      **D.**  $D(1;1;1)$ .
- Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho véc-tơ  $\vec{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là  
**A.**  $(3;17;-2)$ .      **B.**  $(-3;-17;2)$ .      **C.**  $(3;-2;5)$ .      **D.**  $(3;5;-2)$ .
- Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ điểm đối xứng của  $M(1;2;3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là  
**A.**  $(0;2;3)$ .      **B.**  $(-1;-2;-3)$ .      **C.**  $(-1;2;3)$ .      **D.**  $(1;2;-3)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  và  $\vec{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tọa độ của vectơ $\vec{i}$ là $(0;1;0)$ .		
b)	Tọa độ của vectơ $\vec{OA}$ là $(x;y;z)$ .		
c)	Tọa độ của điểm $B$ là $(x';y';z')$ .		
d)	Nếu $\vec{OA} = \vec{OB}$ thì $x = x', y = y', z = z'$ .		

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2;1;-2)$  và  $B(1;1;0)$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\vec{OB} = (1;1;0)$ .		
b)	$\vec{BA} = (3;0;2)$ .		
c)	Điểm $I \in (Oxz)$ sao cho $AI$ nhỏ nhất, khi đó $I(-2;0;-2)$ .		
d)	Gọi điểm $C(x-1;3-y;z-4)$ , biết $\vec{OC} = \vec{i}$ , khi đó $T = x + y + z = 3$ .		

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(8;4;3)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
------------	--	------	-----



**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $B(0;3;1)$ ,  $C(-3;6;4)$ . Biết điểm  $M(a;b;c)$  là điểm nằm trên đoạn  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Tính  $-2a - b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2;3;1)$ ,  $B(2;1;0)$ ,  $C(-3;-1;1)$ . Gọi  $D(a;b;c)$  là điểm sao cho  $ABCD$  là hình thang có cạnh đáy  $AD$  và diện tích hình thang  $ABCD$  bằng 4 lần diện tích tam giác  $ABC$ . Tính  $a + b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

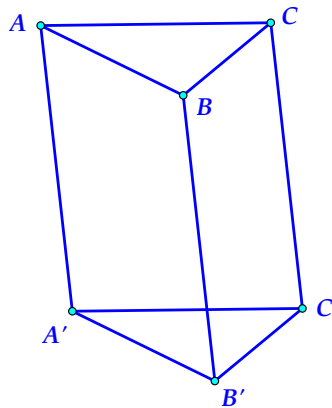
.....

.....

.....

.....

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đỉnh  $A(1;-2;3)$ ,  $B(-2;0;1)$ ,  $A'(3;2;2)$  và  $C'(4;3;-2)$ . Biết đỉnh  $B'(a;b;c)$ , tính  $a + b + c$ .



**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $I$ , với tọa độ các đỉnh  $B(3;1;0)$ ,  $D(0;4;-6)$ . Biết  $I(a;b;c)$ , tính  $2a + 2b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

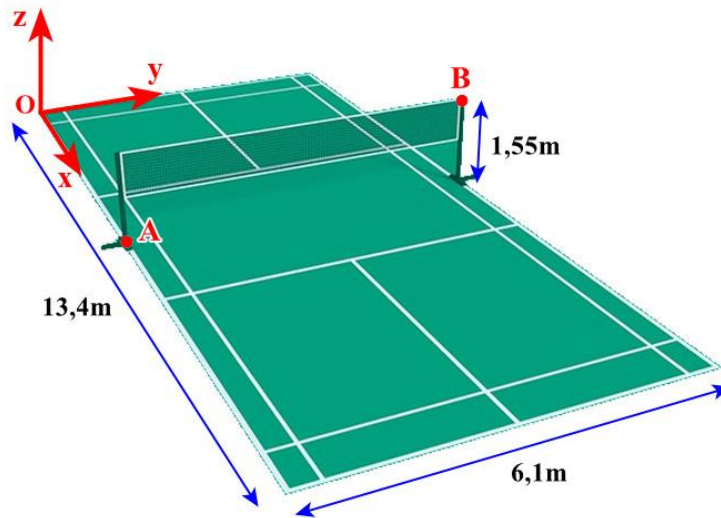
.....

.....

.....

.....

**Câu 6:** Hình dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục  $Oxyz$  cho sân đó (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai điểm  $A, B$  như hình. Biết tọa độ của  $\overline{AB} = (a; b; c)$ . Tính  $a + 10b + 100c$ .



**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

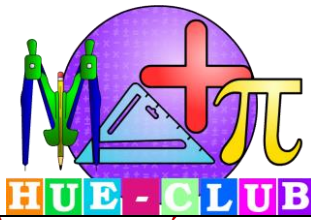
.....

.....

.....

**HẾT**

*Huế, 17h20' Ngày 05 tháng 8 năm 2024*



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03\_TrNg 2025

# TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

## HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $\vec{i}$ ;  $\vec{j}$ ;  $\vec{k}$  là các vectơ đơn vị, khi đó với  $M(x; y; z)$  thì  $\overline{OM}$  bằng  
**A.**  $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .      **B.**  $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ .      **C.**  $x\vec{j} + y\vec{i} + z\vec{k}$ .      **D.**  $-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$ .

**Lời giải:**

$$\overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-2; 5; 0)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên trục  $Oy$  là điểm  
**A.**  $M'(0; 5; 0)$ .      **B.**  $M'(0; -5; 0)$ .      **C.**  $M'(2; 5; 0)$ .      **D.**  $M'(-2; 0; 0)$ .

**Lời giải:**

Với  $M(a; b; c) \Rightarrow$  hình chiếu vuông góc của  $M$  lên trục  $Oy$  là  $M_1(0; b; 0)$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng ( $Oxy$ ) có tọa độ là  
**A.**  $(2; 0; 1)$ .      **B.**  $(2; -2; 0)$ .      **C.**  $(0; -2; 1)$ .      **D.**  $(0; 0; 1)$ .

**Lời giải:**

Ta có hình chiếu của điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  trên mặt phẳng ( $Oxy$ ) là điểm  $M'(x_0; y_0; 0)$ .

Do đó hình chiếu của điểm  $M(2; -2; 1)$  trên mặt phẳng ( $Oxy$ ) là điểm  $M'(2; -2; 0)$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ ( $Oyz$ )?  
**A.**  $M(3; 4; 0)$ .      **B.**  $P(-2; 0; 3)$ .      **C.**  $Q(2; 0; 0)$ .      **D.**  $N(0; 4; -1)$ .

**Lời giải:**

Mặt phẳng tọa độ ( $Oyz$ ) có phương trình là  $x = 0 \Rightarrow N(0; 4; -1) \in (Oyz)$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là  
**A.**  $(-1; -1; -3)$ .      **B.**  $(3; 1; 1)$ .      **C.**  $(1; 1; 3)$ .      **D.**  $(3; 3; -1)$ .

**Lời giải:**

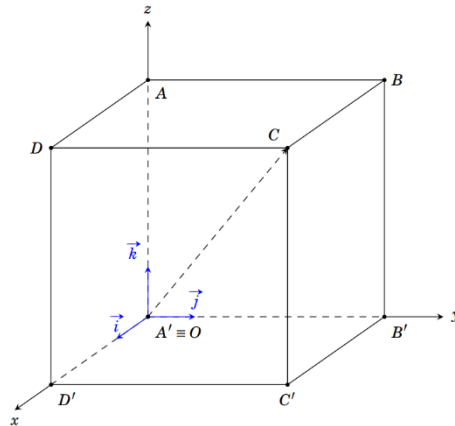
$$\overline{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2)) \text{ hay } \overline{AB} = (1; 1; 3).$$

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(-1; -1; 1)$  và  $N(2; 3; -2)$ . Vectơ  $\overline{NM}$  có tọa độ là  
**A.**  $(3; 4; -3)$ .      **B.**  $(-3; -4; 3)$ .      **C.**  $(-1; -2; 1)$ .      **D.**  $(1; 2; -1)$ .

**Lời giải:**

$$\overline{NM} = (x_M - x_N; y_M - y_N; z_M - z_N) = (-3; -4; 3).$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đỉnh  $A'$  trùng với gốc  $O$  và các đỉnh  $D', B', A$  lần lượt thuộc các tia  $Ox, Oy, Oz$  như hình vẽ. Giả sử đỉnh  $C$  có tọa độ là  $(2;3;4)$  đối với hệ tọa độ  $Oxyz$ . Khi đó, tọa độ điểm  $B$  là



- A.  $B(3;0;4)$ .      **B.  $B(0;3;4)$ .**      C.  $B(2;4;0)$ .      D.  $B(0;2;4)$ .

**Lời giải:**

Ta có  $B$  là hình chiếu của  $C$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  suy ra  $B(0;3;4)$ .

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm tọa độ điểm  $M'$  là điểm đối xứng của điểm  $M(1;2;3)$  qua gốc tọa độ  $O$ .

- A.  $(-1;2;3)$ .      B.  $(-1;-2;3)$ .      **C.  $(-1;-2;-3)$ .**      D.  $(1;2;-3)$ .

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;0;3), B(2;3;-4), C(-3;1;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.

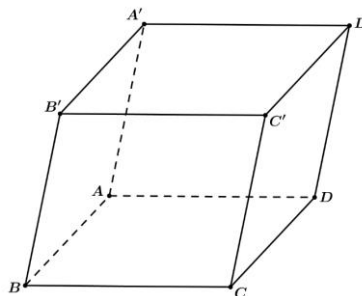
- A.  $D(-4;-2;9)$ .**      B.  $D(-4;2;9)$ .      C.  $D(4;-2;9)$ .      D.  $D(4;2;-9)$ .

**Lời giải:**

Gọi  $D(x; y; z)$ . Để  $ABCD$  là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow (1;3;-7) = (-3-x; 1-y; 2-z) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow D(-4; -2; 9).$$

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0;0;1), B'(1;0;0), C'(1;1;0)$ . Tìm tọa độ của điểm  $D$ .



- A.  $D(0;1;1)$ .**      B.  $D(0;-1;1)$ .      C.  $D(0;1;0)$ .      D.  $D(1;1;1)$ .

**Lời giải:**

Gọi tọa độ điểm  $D(a;b;c)$ .

Suy ra  $\overline{CD} = (a-1; b-1; c)$  và  $\overline{B'A} = (-1; 0; 1)$ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{C'D} = \overrightarrow{B'A} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 = -1 \\ b-1 = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm  $D(0;1;1)$ .

- Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho véc-tơ  $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là  
**A.**  $(3;17;-2)$ .      **B.**  $(-3;-17;2)$ .      **C.**  $(3;-2;5)$ .      **D.**  $(3;5;-2)$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 12\vec{j} - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k}.$$

Suy ra  $\overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k}$  nên  $A(-3;-17;2)$ .

- Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , tọa độ điểm đối xứng của  $M(1;2;3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là  
**A.**  $(0;2;3)$ .      **B.**  $(-1;-2;-3)$ .      **C.**  $(-1;2;3)$ .      **D.**  $(1;2;-3)$ .

**Lời giải:**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oyz) \Rightarrow H(0;2;3)$ .

Gọi  $M'$  là điểm đối xứng với  $M(1;2;3)$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$ .

$\Rightarrow H$  là trung điểm của  $MM' \Rightarrow \overrightarrow{HM'} = \overrightarrow{MH} \Rightarrow M'(-1;2;3)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

- Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  và  $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tọa độ của vectơ $\vec{i}$ là $(0;1;0)$ .		
b)	Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là $(x;y;z)$ .		
c)	Tọa độ của điểm $B$ là $(x';y';z')$ .		
d)	Nếu $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ thì $x = x', y = y', z = z'$ .		

**Lời giải:**

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai.

Tọa độ của vectơ  $\vec{i}$  là  $(1;0;0)$ .

b) Đúng.

Vì  $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  nên  $\overrightarrow{OA} = (x;y;z)$ .

c) Đúng.

Vì  $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$  thì  $B(x';y';z')$ .

d) Đúng.

Ta có  $\overrightarrow{OA} = (x;y;z), \overrightarrow{OB} = (x';y';z')$ .

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} \Leftrightarrow x = x', y = y', z = z'$ .

- Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2;1;-2)$  và  $B(1;1;0)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{OB} = (1;1;0)$ .		

b)	$\overrightarrow{BA} = (3; 0; 2)$ .		
c)	Điểm $I \in (Oxz)$ sao cho $AI$ nhỏ nhất, khi đó $I(-2; 0; -2)$ .		
d)	Gọi điểm $C(x-1; 3-y; z-4)$ , biết $\overrightarrow{OC} = \vec{i}$ , khi đó $T = x + y + z = 3$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

b) Sai,  $\overrightarrow{BA} = (-3; 0; -2)$ .

c) Đúng, Điểm  $I \in (Oxz)$  sao cho  $AI$  nhỏ nhất.

Toạ độ hình chiếu của điểm  $A$  xuống mặt phẳng  $(Oxz)$  là:  $(-2; 0; -2)$ .

d) Sai. Vì  $\overrightarrow{OC} = \vec{i} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ 3-y=0 \\ z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow T = x + y + z = 9$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(8; 4; 3)$ .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hình chiếu vuông góc của $M$ trên trục $Ox$ là điểm $(0; 4; 3)$ .		
b)	Hình chiếu vuông góc của $M$ trên trục $Oz$ là điểm $(0; 0; 3)$ .		
c)	Hình chiếu vuông góc của $M$ trên mặt phẳng $Oxz$ là điểm $(8; 0; 3)$ .		
d)	$\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .		

**Lời giải:**

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

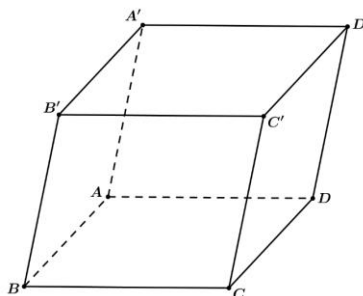
a) Sai. Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$  là điểm  $(8; 0; 0)$ .

b) Đúng. Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Oz$  là điểm  $(0; 0; 3)$ .

c) Đúng. Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên mặt phẳng  $Oxz$  là điểm  $(8; 0; 3)$ .

d) Đúng. Vì  $\overrightarrow{OM} = (8; 4; 3)$  nên  $\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(3; 0; 0)$ ,  $D(0; 3; 0)$ ,  $D'(0; 3; -3)$ .



Khẳng định		Đúng	Sai
------------	--	------	-----

a)	Điểm $B$ thuộc trục hoành.		
b)	Tọa độ điểm $A'$ là $A'(0; 0; -3)$ .		
c)	Điểm $B'$ thuộc mặt phẳng $(Oxy)$ .		
d)	Tọa độ điểm $C'$ là $C'(3; 3; 3)$ .		

**Lời giải:**

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

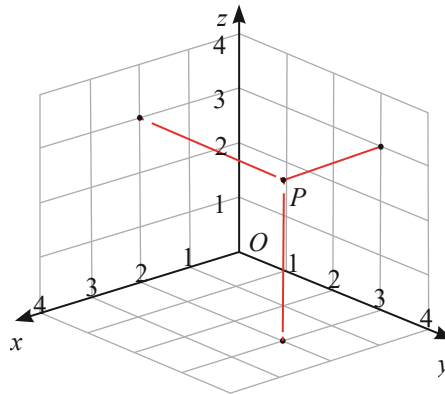
b) Đúng. Do tứ giác  $ADD'A'$  là hình bình hành nên  $\overline{AA'} = \overline{DD'}$   $\longrightarrow$   $A'(0; 0; -3)$ .

c) Sai. Do tứ giác  $ABB'A'$  là hình bình hành nên  $\overline{AA'} = \overline{BB'}$   $\longrightarrow$   $B'(3; 0; 3) \notin (Oxy)$ .

d) Sai. Do tứ giác  $ADC'B'$  là hình bình hành nên  $\overline{AD} = \overline{B'C'}$   $\longrightarrow$   $C'(3; 0; -3)$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $P$  được biểu diễn trong hình vẽ dưới đây:



Biết điểm  $P(a; b; c)$ , tính  $a + b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Điểm  $P(2; 3; 3) \longrightarrow a = 2; b = 3; c = 3 \longrightarrow a + b + c = 8$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $B(0; 3; 1)$ ,  $C(-3; 6; 4)$ . Biết điểm  $M(a; b; c)$  là điểm nằm trên đoạn  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Tính  $-2a - b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải:**

Giả sử  $M(x; y; z)$ . Vì  $M$  là điểm nằm trên đoạn  $BC$  thỏa  $MC = 2MB$  nên  $\overline{MC} = -2\overline{MB}$ .

$$\text{Hay } \begin{cases} x_C - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_C - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_C - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2x_B + x_C}{3} \\ y_M = \frac{2y_B + y_C}{3} \\ z_M = \frac{2z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = a = -1 \\ y_M = b = 4 \\ z_M = c = 2 \end{cases} .$$

Vậy  $-2a - b + c = 0$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2;3;1)$ ,  $B(2;1;0)$ ,  $C(-3;-1;1)$ . Gọi  $D(a;b;c)$  là điểm sao cho  $ABCD$  là hình thang có cạnh đáy  $AD$  và diện tích hình thang  $ABCD$  bằng 4 lần diện tích tam giác  $ABC$ . Tính  $a + b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

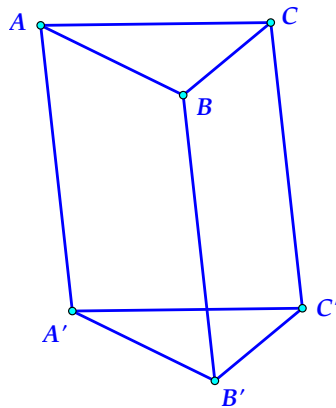
**Lời giải:**

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 4S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(BC, AD)(BC + AD) = 4 \cdot \frac{1}{2}d(BC, AD)BC$$

$$\Leftrightarrow BC + AD = 4BC \Leftrightarrow AD = 3BC. \text{ Do } ABCD \text{ là hình thang có đáy } AD \Rightarrow \overline{AD} = 3\overline{BC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 = -15 \\ b - 3 = -6 \\ c - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -17 \\ b = -3 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -16.$$

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đỉnh  $A(1;-2;3)$ ,  $B(-2;0;1)$ ,  $A'(3;2;2)$  và  $C'(4;3;-2)$ . Biết đỉnh  $B'(a;b;c)$ , tính  $a + b + c$ .



**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....

.....

.....

.....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
**Lời giải:**

Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (-2 - 1; 0 - (-2); 1 - 3) = (-3; 2; -2),$$

$$\overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - x_A; y_{A'} - y_A; z_{A'} - z_A) = (3 - 1; 2 - (-2); 2 - 3) = (2; 4; -1).$$

\* Gọi tọa độ của điểm  $B'$  là  $(x; y; z)$  thì  $\overrightarrow{BB'} = (x + 2; y; z - 1)$  vì  $ABC.A'B'C'$  là hình lăng trụ nên  $ABB'A'$  là hình bình hành, suy ra  $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$ .

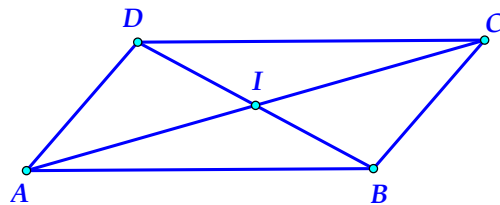
$$\text{Do đó } \begin{cases} x + 2 = 2 \\ y = 4 \\ z - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \\ z = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } B'(0; 4; 0).$$

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $I$ , với tọa độ các đỉnh  $B(3; 1; 0), D(0; 4; -6)$ . Biết  $I(a; b; c)$ , tính  $2a + 2b + c$ .

**Kết quả:**

**Trình bày:**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
**Lời giải:**



Gọi  $I(a; b; c)$  suy ra  $\overrightarrow{BI} = (a - 3; b - 1; c)$ ,  $\overrightarrow{ID} = (-a; 4 - b; -6 - c)$ .

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình bình hành tâm } I \text{ nên } \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{ID} \Rightarrow \begin{cases} a - 3 = -a \\ b - 1 = 4 - b \\ c = -6 - c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{5}{2} \\ c = -3 \end{cases}.$$





## ĐỀ ÔN TẬP:

### BÀI 2: HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-2)$  và  $B(2;2;1)$ . Vectơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là  
**A.**  $(-1;-1;-3)$ .      **B.**  $(3;1;1)$ .      **C.**  $(1;1;3)$ .      **D.**  $(3;3;-1)$ .
- Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có các điểm  $A(1;0;3)$ ,  $B(2;3;-4)$ ,  $C(-3;1;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.  
**A.**  $(-4;-2;9)$ .      **B.**  $(4;2;9)$ .      **C.**  $(-2;4;-5)$ .      **D.**  $(6;2;-3)$ .
- Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(1;0;1)$ ,  $B(2;1;2)$ ,  $D(1;-1;1)$ . Tính tọa độ đỉnh  $C$  của hình hộp.  
**A.**  $C(4;6;-5)$ .      **B.**  $C(2;0;2)$ .      **C.**  $C(3;5;-6)$ .      **D.**  $C(3;4;-6)$ .
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\overline{OM} = (1;5;2)$ ,  $\overline{ON} = (3;7;-4)$ ,  $K(-1;3;1)$ . Gọi  $P$  là điểm đối xứng với  $M$  qua  $N$ . Tìm tọa độ vectơ  $\overline{KP}$ .  
**A.**  $\overline{KP} = (6;6;-11)$ .      **B.**  $\overline{KP} = (8;6;-11)$ .      **C.**  $\overline{KP} = (6;6;-4)$ .      **D.**  $\overline{KP} = (3;3;-2)$ .
- Câu 5:** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm là  $A(1;3;-1)$ ,  $\overline{AB} = (3;-1;5)$ . Tọa độ của  $\overline{OB}$  là  
**A.**  $\overline{OB} = (-2;4;-6)$ .      **B.**  $\overline{OB} = (2;-4;6)$ .      **C.**  $\overline{OB} = (-4;-2;-4)$ .      **D.**  $\overline{OB} = (4;2;4)$ .
- Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;3)$ . Tìm tọa độ  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua trục  $Oy$ .  
**A.**  $A'(1;-2;3)$ .      **B.**  $A'(1;2;-3)$ .      **C.**  $A'(-1;2;3)$ .      **D.**  $A'(-1;2;-3)$ .
- Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $I$  có tọa độ các đỉnh  $B(3;1;0)$ ,  $D(0;4;-6)$ . Tìm tọa độ điểm  $I$ .  
**A.**  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$ .      **B.**  $I(3;5;-6)$ .      **C.**  $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right)$ .      **D.**  $I(-3;5;-6)$ .
- Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thỏa  $\overline{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ . Tìm tọa độ điểm đối xứng  $M'$  của  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxz)$ .  
**A.**  $M'(-3;-5;7)$ .      **B.**  $M'(3;5;-7)$ .      **C.**  $M'(-3;5;7)$ .      **D.**  $M'(3;-5;-7)$ .
- Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có điểm  $A$  trùng với gốc tọa độ  $O$ , điểm  $B$  nằm trên tia  $Ox$ , điểm  $D$  nằm trên tia  $Oy$ , điểm  $A'$  nằm trên tia  $Oz$ . Biết  $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$ . Gọi tọa độ của  $C'$  là  $(a;b;c)$  khi đó biểu thức  $a + b - c$  có giá trị là.  
**A.**  $-4$ .      **B.**  $9$ .      **C.**  $3$ .      **D.**  $6$ .
- Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có điểm  $B$  trùng với gốc tọa độ  $O$  và tọa độ các điểm  $A(3;0;0)$ ,  $D(3;1;0)$ ,  $B'(0;0;5)$ . Gọi tọa độ  $C'(m;n;p)$ . Tính  $m^2 + n^2 + p^2$ .  
**A.**  $26$ .      **B.**  $9$ .      **C.**  $16$ .      **D.**  $37$ .
- Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2;3;1)$ ,  $\vec{b} = (-1;5;2)$ ,  $\vec{c} = (4;-1;3)$  và  $\vec{x} = (-3;22;5)$ . Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?  
**A.**  $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$ .      **B.**  $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ .      **C.**  $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ .      **D.**  $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ .
- Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết  $A(2;4;0)$ ,  $B(4;0;0)$ ,  $C(-1;4;-7)$  và  $D'(6;8;10)$ . Tọa độ điểm  $B'$  là

A.  $B'(8;4;10)$ .

B.  $B'(6;12;0)$ .

C.  $B'(10;8;6)$ .

D.  $B'(13;0;17)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1;0;-2), B(-2;3;4), C(4;-6;1)$ .

- a) Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác là  $(1;-1;1)$ .
- b)  $\vec{AB} = (3;-3;6), \vec{AC} = (-3;6;-3)$ .
- c) Tam giác  $ABC$  là tam giác cân.
- d) Nếu  $ABDC$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $D$  là  $(7;-9;-5)$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vecto  $\vec{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  và  $\vec{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$ .

- a) Tọa độ của vecto  $\vec{i}$  là  $(0;1;0)$ .
- b) Tọa độ của vecto  $\vec{OA}$  là  $(x; y; z)$ .
- c) Tọa độ của điểm  $B$  là  $(x'; y'; z')$ .
- d) Nếu  $\vec{OA} = \vec{OB}$  thì  $x = x', y = y', z = z'$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $M(8;4;3)$ .

- a) Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$  là điểm  $(0;4;3)$ .
- b) Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Oz$  là điểm  $(0;0;3)$ .
- c) Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên mặt phẳng  $Oxz$  là điểm  $(8;0;3)$ .
- d)  $\vec{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .

**Câu 4:** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai điểm  $M(-4;3;-1)$  và  $N(2;-1;-3)$ .

- a) Tìm tọa độ vecto  $\vec{OM} = (-4;3;-1)$ .
- b) Cho vecto  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  và  $\vec{AM} = \vec{v}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là:  $A(5;1;2)$ .
- c) Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\triangle OMN$ . Tọa độ hình chiếu của  $G$  trên  $(Oxy)$  là  $(0;0;-\frac{4}{3})$ .
- d)  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Tọa độ của vecto  $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\vec{ON} - \frac{1}{2}\vec{OI}$  là  $(\frac{9}{2}; \frac{-5}{2}; -7)$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

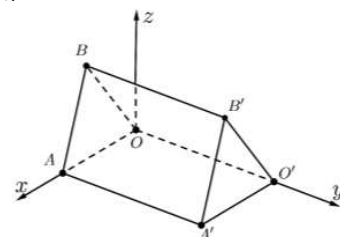
**Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\triangle ABC$  biết  $A(2;0;0), B(0;2;0), C(1;1;3)$ .  $H(x_0; y_0; z_0)$  là chân đường cao hạ từ đỉnh  $A$  xuống  $BC$ . Khi đó  $x_0 + y_0 + z_0$  bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Kết quả:**

**Câu 2:** Những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác  $OAB.O'A'B'$  như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm  $A'$  và  $B'$  có tọa độ lần lượt là  $(240;450;0)$  và  $(120;450;300)$ . Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là  $a$  cm và chiều rộng là  $b$  cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là  $c$  cm. Tính  $a + b + c$  (kàm tròn đến hàng đơn vị).



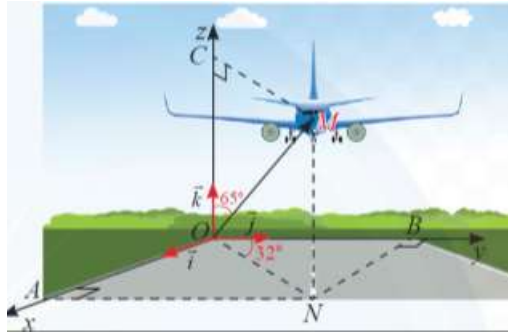
Hình 1



Hình 2

**Kết quả:**

**Câu 3:** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ  $Oxyz$  được thiết lập như hình bên dưới, cho biết  $M(a;b;c)$  là vị trí của máy bay,  $OM = 14$ ,  $NOB = 32^\circ$ ,  $MOC = 65^\circ$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a + b + c$ .

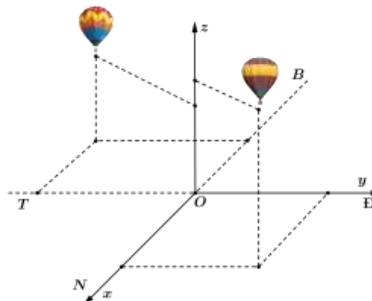


**Kết quả:**

**Câu 4:** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $A(800;500;7)$  đến điểm  $B(940;550;9)$  trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $C(x; y; z)$ . Tính  $x + y + z$ .

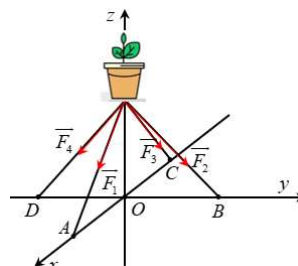
**Kết quả:**

**Câu 5:** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là  $a$  km theo hướng nam và  $b$  km theo hướng tây. Tính tổng  $2a + 3b$ .



**Kết quả:**

**Câu 6:** Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt  $S(0;0;30)$  và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là  $A(30;0;0)$ ,  $B(0;30;0)$ ,  $C(-30;0;0)$ ,  $D(0;-30;0)$  (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn  $60N$  và được phân bố thành bốn lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính  $|\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4|$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



**Kết quả:**

-----HẾT-----

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-2)$  và  $B(2;2;1)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là  
**A.**  $(-1;-1;-3)$ .      **B.**  $(3;1;1)$ .      **C.**  $(1;1;3)$ .      **D.**  $(3;3;-1)$ .

*Lời giải:*

Ta có:  $\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2))$  hay  $\overrightarrow{AB} = (1;1;3)$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có các điểm  $A(1;0;3)$ ,  $B(2;3;-4)$ ,  $C(-3;1;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.  
**A.**  $(-4;-2;9)$ .      **B.**  $(4;2;9)$ .      **C.**  $(-2;4;-5)$ .      **D.**  $(6;2;-3)$ .

*Lời giải:*

Gọi  $D(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x+3; y-1; z-2)$  và  $\overrightarrow{BA} = (-1;-3;7)$ .

Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi:

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = -1 \\ y-1 = -3 \\ z-2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow C(-4;-2;9)$$

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(1;0;1)$ ,  $B(2;1;2)$ ,  $D(1;-1;1)$ . Tính tọa độ đỉnh  $C$  của hình hộp.  
**A.**  $C(4;6;-5)$ .      **B.**  $C(2;0;2)$ .      **C.**  $C(3;5;-6)$ .      **D.**  $C(3;4;-6)$ .

*Lời giải:*

Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \\ z_B - z_A = z_C - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = 2 \end{cases} \Rightarrow C(2;0;2)$

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\overrightarrow{OM} = (1;5;2)$ ,  $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4)$ ,  $K(-1;3;1)$ . Gọi  $P$  là điểm đối xứng với  $M$  qua  $N$ . Tìm tọa độ vectơ  $\overrightarrow{KP}$ .  
**A.**  $\overrightarrow{KP} = (6;6;-11)$ .      **B.**  $\overrightarrow{KP} = (8;6;-11)$ .      **C.**  $\overrightarrow{KP} = (6;6;-4)$ .      **D.**  $\overrightarrow{KP} = (3;3;-2)$ .

*Lời giải:*

Ta có:  $\overrightarrow{OM} = (1;5;2) \Rightarrow M(1;5;2)$ ,  $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4) \Rightarrow N(3;7;-4)$ .

Vì  $P$  là điểm đối xứng với  $M$  qua  $N$  nên  $N$  là trung điểm của  $MP$  ta suy ra được:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_M = x_P - x_N \\ y_N - y_M = y_P - y_N \\ z_N - z_M = z_P - z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = 5 \\ y_P = 9 \\ z_P = -10 \end{cases} \Rightarrow P(5;9;-10). \text{ Khi đó } \overrightarrow{KP} = (6;6;-11).$$

**Câu 5:** Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm là  $A(1;3;-1)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (3;-1;5)$ . Tọa độ của  $\overrightarrow{OB}$  là  
**A.**  $\overrightarrow{OB} = (-2;4;-6)$ .      **B.**  $\overrightarrow{OB} = (2;-4;6)$ .      **C.**  $\overrightarrow{OB} = (-4;-2;-4)$ .      **D.**  $\overrightarrow{OB} = (4;2;4)$ .

*Lời giải:*

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (3;-1;5) \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 3 \\ y_B - y_A = -1 \\ z_B - z_A = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 1 = 3 \\ y_B - 3 = -1 \\ z_B + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 4 \\ y_B = 2 \\ z_B = 4 \end{cases}$$

Vậy  $B(4;2;4)$  hay  $\overrightarrow{OB} = (4;2;4)$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;3)$ . Tìm tọa độ  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua trục  $Oy$ .  
**A.**  $A'(1;-2;3)$ .      **B.**  $A'(1;2;-3)$ .      **C.**  $A'(-1;2;3)$ .      **D.**  $A'(-1;2;-3)$ .

*Lời giải:*

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A(1;2;3)$  lên  $Oy$ . Suy ra  $H(0;2;0)$

$$\text{Khi đó } H \text{ là trung điểm đoạn } AA' \text{ nên ta có } \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -1 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -3 \end{cases} \Rightarrow A'(-1;2;-3).$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $I$  có tọa độ các đỉnh  $B(3;1;0)$ ,  $D(0;4;-6)$ . Tìm tọa độ điểm  $I$ .

**A.**  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$ .      **B.**  $I(3;5;-6)$ .      **C.**  $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right)$ .      **D.**  $I(-3;5;-6)$ .

**Lời giải:**

Gọi  $I(a;b;c)$  suy ra  $\overrightarrow{BI} = (a-3; b-1; c)$ ,  $\overrightarrow{ID} = (-a; 4-b; -6-c)$ .

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình bình hành tâm } I \text{ nên } \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{ID} \Rightarrow \begin{cases} a-3 = -a \\ b-1 = 4-b \\ c = -6-c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{5}{2} \\ c = -3 \end{cases}. \text{ Vậy}$$

$$I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$$

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thỏa  $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ . Tìm tọa độ điểm đối xứng  $M'$  của  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxz)$ .

**A.**  $M'(-3; -5; 7)$ .      **B.**  $M'(3; 5; -7)$ .      **C.**  $M'(-3; 5; 7)$ .      **D.**  $M'(3; -5; -7)$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k} \Rightarrow M(3; 5; -7)$ .

Tọa độ hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxz)$  là  $H(3; 0; -7)$ .

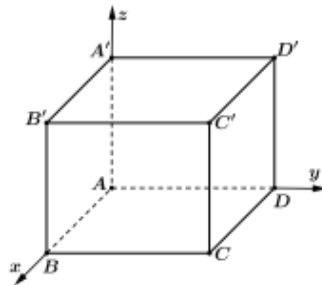
Gọi  $M'(a; b; c)$  là điểm đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxz)$ , suy ra  $\overrightarrow{MH} = \overrightarrow{HM'}$  mà

$$\overrightarrow{MH} = (0; -5; 0), \overrightarrow{HM'} = (a-3; b; c+7) \text{ nên } \begin{cases} a-3 = 0 \\ b = -5 \\ c+7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \\ c = -7 \end{cases}. \text{ Vậy } M'(3; -5; -7).$$

**Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có điểm  $A$  trùng với gốc tọa độ  $O$ , điểm  $B$  nằm trên tia  $Ox$ , điểm  $D$  nằm trên tia  $Oy$ , điểm  $A'$  nằm trên tia  $Oz$ . Biết  $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$ . Gọi tọa độ của  $C'$  là  $(a; b; c)$  khi đó biểu thức  $a + b - c$  có giá trị là

**A.**  $-4$ .      **B.**  $9$ .      **C.**  $3$ .      **D.**  $6$ .

**Lời giải:**



Theo giả thiết có  $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ ;  $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$ ;  $\overrightarrow{AA'} = 3\vec{k}$ ;

Áp dụng quy tắc hình hộp ta có:  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .

Do đó điểm  $C'$  có tọa độ là  $(2;4;3)$ . Vậy  $a+b-c=2+4-3=3$

**Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có điểm  $B$  trùng với gốc tọa độ  $O$  và tọa độ các điểm  $A(3;0;0)$ ,  $D(3;1;0)$ ,  $B'(0;0;5)$ . Gọi tọa độ  $C'(m;n;p)$ . Tính  $m^2+n^2+p^2$

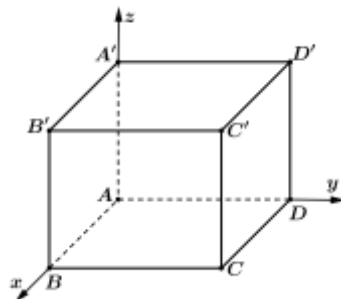
**A.** 26.

**B.** 9.

**C.** 16.

**D.** 37.

**Lời giải:**



Vì tọa độ điểm  $A(3;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = 3\vec{i}$ ; tọa độ điểm  $D(3;1;0) \Rightarrow \overrightarrow{BD} = 3\vec{i} + \vec{j}$

Mặt khác:  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = 3\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{i} = \vec{j}$

Vì tọa độ điểm  $B'(0;0;5) \Rightarrow \overrightarrow{BB'} = 5\vec{k}$

Ta có  $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow C'(0;1;5)$ . Vậy  $m^2+n^2+p^2=26$

**Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2;3;1)$ ,  $\vec{b} = (-1;5;2)$ ,  $\vec{c} = (4;-1;3)$  và  $\vec{x} = (-3;22;5)$ . Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

**A.**  $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$ . **B.**  $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ . **C.**  $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ . **D.**  $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ .

**Lời giải:**

Đặt:  $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ ,  $m, n, p \in \mathbb{R}$ .

$$\Rightarrow (-3;22;5) = m.(2;3;1) + n.(-1;5;2) + p.(4;-1;3) \Rightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases} (I).$$

Giải hệ phương trình (I) ta được:  $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}$ . Vậy  $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ .

**Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết  $A(2;4;0)$ ,  $B(4;0;0)$ ,  $C(-1;4;-7)$  và  $D'(6;8;10)$ . Tọa độ điểm  $B'$  là

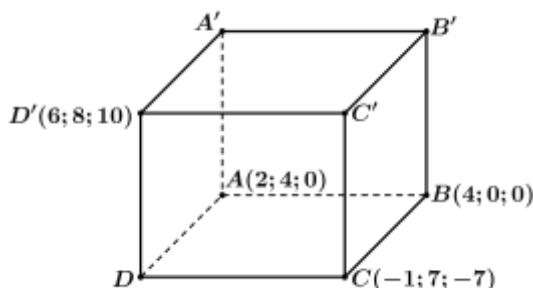
**A.**  $B'(8;4;10)$ .

**B.**  $B'(6;12;0)$ .

**C.**  $B'(10;8;6)$ .

**D.**  $B'(13;0;17)$ .

**Lời giải:**



Giả sử  $D(a;b;c)$ ,  $B'(a';b';c')$ . Gọi  $O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2};4;\frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \\ c = -7 \end{cases}$ .

Vậy  $\overrightarrow{DD'} = (9; 0; 17)$ ,  $\overrightarrow{BB'} = (a' - 4; b'; c')$ .

Do  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp nên  $\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'}$   $\Rightarrow \begin{cases} a' = 13 \\ b' = 0 \\ c' = 17 \end{cases}$ . Vậy  $B'(13; 0; 17)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

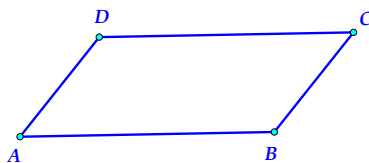
**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(1; 0; -2)$ ,  $B(-2; 3; 4)$ ,  $C(4; -6; 1)$ .

- Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác là  $(1; -1; 1)$ .
- $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 6)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (-3; 6; -3)$ .
- Tam giác  $ABC$  là tam giác cân.
- Nếu  $ABDC$  là hình bình hành thì tọa độ điểm  $D$  là  $(7; -9; -5)$ .

**Lời giải:**

$$\text{a) Đúng: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -1 \Rightarrow G(1; -1; 1) \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

- Sai. Do  $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 6)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (3; -6; 3)$ .
- Đúng. Do  $AB = AC = 3\sqrt{6}$  nên tam giác  $ABC$  cân tại  $A$
- Đúng.



Gọi  $D(x; y; z)$ , vì  $ABDC$  là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (3; -3; -6) = (x - 4; y + 6; z - 1) \Leftrightarrow (x; y; z) = (7; -9; -5).$$

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho vecto  $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  và  $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$ .

- Tọa độ của vecto  $\vec{i}$  là  $(0; 1; 0)$ .
- Tọa độ của vecto  $\overrightarrow{OA}$  là  $(x; y; z)$ .
- Tọa độ của điểm  $B$  là  $(x'; y'; z')$ .
- Nếu  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$  thì  $x = x', y = y', z = z'$ .

**Lời giải:**

- Sai: Tọa độ của vecto  $\vec{i}$  là  $(1; 0; 0)$ .
- Đúng: Vì  $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  nên  $\overrightarrow{OA} = (x; y; z)$ .
- Đúng: Vì  $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$  thì  $B(x'; y'; z')$ .
- Đúng: Ta có  $\overrightarrow{OA} = (x; y; z)$ ,  $\overrightarrow{OB} = (x'; y'; z')$  mà  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} \Leftrightarrow x = x', y = y', z = z'$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $M(8; 4; 3)$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

- Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$  là điểm  $(0; 4; 3)$ .
- Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Oz$  là điểm  $(0; 0; 3)$ .
- Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên mặt phẳng  $Oxz$  là điểm  $(8; 0; 3)$ .
- $\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .

**Lời giải:**

- a) Sai: Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$  là điểm  $(8;0;0)$ .  
b) Đúng: Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Oz$  là điểm  $(0;0;3)$ .  
c) Đúng: Hình chiếu vuông góc của  $M$  trên mặt phẳng  $Oxz$  là điểm  $(8;0;3)$ .  
d) Đúng: Vì  $\overrightarrow{OM} = (8;4;3)$  nên  $\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ .

**Câu 4:** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai điểm  $M(-4;3;-1)$  và  $N(2;-1;-3)$

- a) Tìm tọa độ vectơ  $\overrightarrow{OM} = (-4;3;-1)$   
b) Cho vectơ  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  và  $\overrightarrow{AM} = \vec{v}$ . Tọa độ của điểm  $A$  là:  $A(5;1;2)$   
c) Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\triangle OMN$ . Tọa độ hình chiếu của  $G$  trên  $(Oxy)$  là  $\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$   
d)  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\overrightarrow{ON} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OI}$  là  $\left(\frac{9}{2};\frac{-5}{2};-7\right)$

**Lời giải:**

- a) Đúng: Tọa độ vectơ  $\overrightarrow{OM}$  tương đương với tọa độ điểm  $M(-4;3;-1)$   
b) Sai: Ta có  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  nên  $\vec{v} = (1;2;-3)$ , giả sử tọa độ của  $A(x_A; y_A; z_A)$

$$\text{Theo giả thiết } \overrightarrow{AM} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - x_A = 1 \\ 3 - y_A = 2 \\ -1 - z_A = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -5 \\ y_A = 1 \\ z_A = 2 \end{cases} \longrightarrow A(-5;1;2)$$

- c) Sai: Ta có  $G\left(-\frac{2}{3};\frac{2}{3};-\frac{4}{3}\right)$ . Tọa độ hình chiếu của  $G$  trên  $(Oxy)$  là  $\left(-\frac{2}{3};\frac{2}{3};0\right)$ .

- d) Sai:  $I$  là trung điểm của  $MN$  nên tọa độ  $I$  xác định bởi công thức

$$\begin{cases} \frac{x_M + x_N}{2} = x_I \\ \frac{y_M + y_N}{2} = y_I \\ \frac{z_M + z_N}{2} = z_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-4 + 2}{2} = x_I \\ \frac{3 - 1}{2} = y_I \\ \frac{-1 - 3}{2} = z_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = x_I \\ 1 = y_I \\ -2 = z_I \end{cases} \Leftrightarrow I(-1;1;-2)$$

$$\text{Theo giả thiết } \vec{w} = 3\vec{i} + 2\overrightarrow{ON} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OI} = 3(1;0;0) + 2(2;-1;-3) - \frac{1}{2}(-1;1;-2)$$

$$\Rightarrow \vec{w} = \left(\frac{15}{2};-\frac{5}{2};-5\right).$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\triangle ABC$  biết  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(1;1;3)$ .  $H(x_0; y_0; z_0)$  là chân đường cao hạ từ đỉnh  $A$  xuống  $BC$ . Khi đó  $x_0 + y_0 + z_0$  bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Kết quả:**

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BC} = (1;-1;3); \overrightarrow{BH} = (x_0; y_0 - 2; z_0)$$

$$\text{Vì } B, C, H \text{ thẳng hàng nên } \overrightarrow{BH} = t\overrightarrow{BC}, t \in \mathbb{R}. \text{ Ta có } \begin{cases} x_0 = t \\ y_0 - 2 = -t \\ z_0 = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Khi đó: } H(t; 2-t; 3t) \in BC \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t-2; 2-t; 3t).$$

Mặt khác:  $H$  là chân đường cao hạ từ đỉnh  $A$  xuống  $BC$  nên

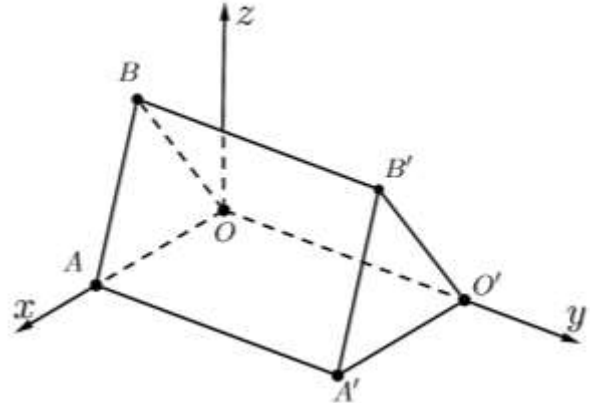
$$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow t - 2 - 2 + t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{11}.$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{4}{11}; \frac{18}{11}; \frac{12}{11}\right) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = \frac{34}{11} \approx 3,09.$$

**Câu 2:** Những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác  $OAB.O'A'B'$  như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm  $A'$  và  $B'$  có tọa độ lần lượt là  $(240;450;0)$  và  $(120;450;300)$ . Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là  $a$  cm và chiều rộng là  $b$  cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là  $c$  cm. Tính  $a + b + c$  (kàm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

**Kết quả:**

**Lời giải:**

Vì điểm  $A'$  có tọa độ là  $(240;450;0)$  nên khoảng cách từ  $A'$  đến các trục  $Ox, Oy$  lần lượt là 450cm và 240cm  $\Rightarrow A'A = 450$ cm và  $A'O' = 240$ cm.

Từ giả thiết suy ra  $\overrightarrow{A'B'} = (-120;0;300)$

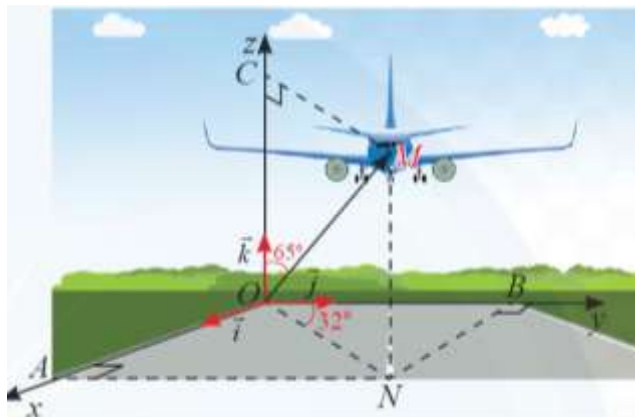
Do đó:  $A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vì  $O'O = A'A = 450$ cm và  $O'$  nằm trên trục  $Oy$  nên tọa độ của điểm  $O'$  là  $(0;450;0)$ .

Do đó:  $\overrightarrow{O'B'} = (120;0;300)$  và  $O'B' = |\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$  (cm).

Vậy mỗi căn lều gỗ có chiều dài là 450cm, chiều rộng là 240cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là 323 cm  $\Rightarrow a + b + c = 1013$ .

**Câu 3:** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  được thiết lập như hình bên dưới, cho biết  $M(a;b;c)$  là vị trí của máy bay,  $OM = 14$ ,  $NOB = 32^\circ$ ,  $MOC = 65^\circ$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = a + b + c$ ?



**Kết quả:**

**Lời giải:**

Tam giác  $OCM$  vuông tại  $C$  có  $OC = OM \cdot \cos 65^\circ = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,9$   
 Mặt khác:  $CM = OM \cdot \sin 65^\circ = 14 \cdot \sin 65^\circ \approx 12,7$  và  $ON = CM$ ,  $AN = OB$ .

Ta lại có:  $AON = 90^\circ - BON = 58^\circ$

Tam giác  $OAN$  vuông tại  $A$  có  $OA = ON \cdot \cos 58^\circ = 12,7 \cdot \cos 58^\circ \approx 6,7$

Hơn nữa  $AN = ON \cdot \sin 58^\circ = 12,7 \cdot \sin 58^\circ \approx 10,8$ .

Khi đó:  $\vec{OM} = OA\vec{i} + OB\vec{j} + OC\vec{k} = 6,7\vec{i} + 10,8\vec{j} + 5,9\vec{k} \Rightarrow M(6,7; 10,8; 5,9)$ .

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = 6,7 \\ b = 10,8 \\ c = 5,9 \end{cases} \Rightarrow T = a + b + c = 6,7 + 10,8 + 5,9 = 23,4.$$

**Câu 4:** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $A(800; 500; 7)$  đến điểm  $B(940; 550; 9)$  trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $C(x; y; z)$ . Tính  $x + y + z$ .

**Kết quả:**

**Lời giải:**

Vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $C(x; y; z)$ .

Vì hướng của máy bay không đổi nên  $\vec{AB}$  và  $\vec{BC}$  cùng hướng.

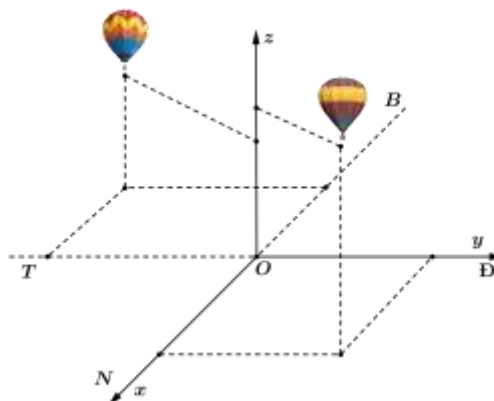
Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ  $A$  đến  $B$  gấp đôi thời gian bay từ  $B$  đến  $C$  nên  $AB = 2BC$ .

$$\text{Do đó } \vec{BC} = \frac{1}{2} \vec{AB} = \left( \frac{940 - 800}{2}; \frac{550 - 500}{2}; \frac{9 - 7}{2} \right) = (70; 25; 1).$$

$$\text{Mặt khác, } \vec{BC} = (x - 940; y - 550; z - 9) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 70 \\ y - 550 = 25 \\ z - 9 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Từ đó } \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 10 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 1595.$$

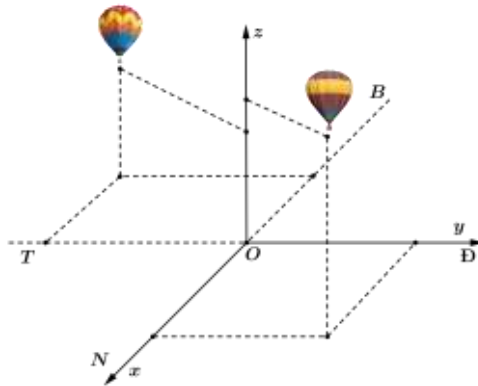
**Câu 5:** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là  $a$  km theo hướng nam và  $b$  km theo hướng tây. Tính tổng  $2a + 3b$ .



**Kết quả:**

**Lời giải:**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía nam, trục  $Oy$  hướng về phía đông và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí  $A, B$  ta có  $A\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2}; -3; \frac{3}{5}\right)$ .

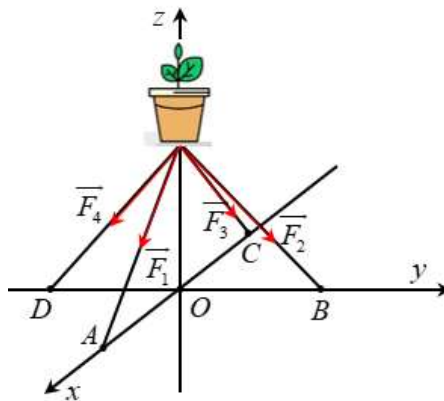
Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$ ,  $C\left(\frac{5}{2}; 2; -\frac{4}{5}\right)$ . Khi đó

$$I = BC \cap (Oxy).$$

$$\overrightarrow{BC} = \left(4; 5; -\frac{7}{5}\right). I \in (Oxy) \Rightarrow I(x; y; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \left(x + \frac{3}{2}; y + 3; -\frac{3}{5}\right)$$

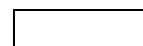
$$\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BI} \text{ cùng phương nên } \frac{x + \frac{3}{2}}{4} = \frac{y + 3}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{14} \\ b = \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 3.$$

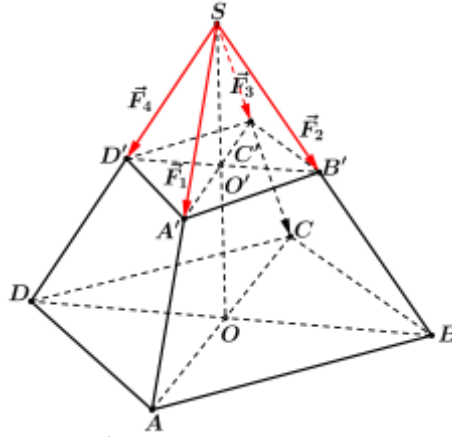
**Câu 6:** Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt  $S(0;0;30)$  và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là  $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$  (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn  $60N$  và được phân bố thành bốn lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính  $|\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4|$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



**Kết quả:**

**Lời giải:**





Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có:  $\vec{SA} = (30; 0; -30)$ ,  $\vec{SB} = (0; 30; -30)$ ,  $\vec{SC} = (-30; 0; -30)$ ,  $\vec{SD} = (0; -30; -30)$

$\Rightarrow SA = SB = SC = SD = 30\sqrt{2}$ . Do đó  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều.

Các vecto  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  có điểm đầu tại  $S$  và điểm cuối lần lượt là  $A', B', C', D'$ .

Ta có:  $SA' = SB' = SC' = SD'$  nên  $S.A'B'C'D'$  cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi  $\vec{F}$  là trọng lực tác dụng lên chậu cây và  $O'$  là tâm của hình vuông  $A'B'C'D'$ .

Ta có:  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{SA'} + \vec{SB'} + \vec{SC'} + \vec{SD'} = 4\vec{SO'}$

Ta có:  $|\vec{F}| = 60 \Rightarrow |\vec{SO'}| = SO = 15$ .

Do tam giác  $SO'A'$  vuông cân nên

$$SA' = SO'\sqrt{2} = 15\sqrt{2} = \frac{1}{2}SA \Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{SA'} = \frac{1}{2}\vec{SA} = (15; 0; -15)$$

Chúng minh tương tự ta cũng có:

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{2}\vec{SB} = (0; 15; -15), \vec{F}_3 = \frac{1}{2}\vec{SC} = (-15; 0; -15), \vec{F}_4 = \frac{1}{2}\vec{SD} = (0; -15; -15)$$

Suy ra:  $\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4 = (-30; -30; -150) \Rightarrow |\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4| = 90\sqrt{3} \approx 156$ .

-----HẾT-----