ThS. Nguyễn Tiến Hà

ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT 2026

- 2091 Bài toán
- 22 Chủ đề trọng tâm
- 30 Đề thi thử

NTH LƯU HÀNH NỘI BỘ

MỤC LỤC

Trang

PHẦN I. 12 CHỦ ĐỀ TRẮC NGHIỆM (1020 Bài toán)

- Chủ đề 01. Phương trình lượng giác cơ bản (50 Câu) 001-011
- Chủ đề 02. Cấp số cộng, cấp số nhân (50 Câu) 012-017
- Chủ đề 03. Thống kê – Mẫu số liệu ghép nhóm (60 Câu) 018-031
- Chủ đề 04. Vectơ và Hệ tọa độ trong không gian (50 Câu) 032-044
- Chủ đề 05. Mũ – logarit (100 Câu) 045-060
- Chủ đề 06. Thể tích khối đa diện, khoảng cách (90 Câu) 061-087
- Chủ đề 07. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số (80 Câu) 088-103
- Chủ đề 08. Nguyên hàm (100 Câu) 104-119
- Chủ đề 09. Tích phân (80 Câu) 120-130
- Chủ đề 10. Ứng dụng tích phân (80 Câu) 131-147
- Chủ đề 11. Hình học Oxyz (160 Câu) 148-178
- Chủ đề 12. Đơn điệu, cực trị, min max, đồ thị hàm số (120 Câu) 179-205

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (400 Bài toán)

- Chủ đề 13. Bài toán ứng dụng đạo hàm (121 Câu) 206-238
- Chủ đề 14. Bài toán đại lượng thay đổi (ứng dụng vi phân, nguyên hàm) (69 Câu) 239-265
- Chủ đề 15. Bài toán xác suất, thống kê (110 Câu) 266-298
- Chủ đề 16. Bài toán ứng dụng hình học (100 Câu) 299-341

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN (671 Bài toán)

- Chủ đề 17. Bài toán khoảng cách (126 Câu) 342-380
- Chủ đề 18. Bài toán thực tế ứng dụng đạo hàm (124 Câu) 381-403
- Chủ đề 19. Bài toán thực tế ứng dụng hình học (100 Câu) 404-430
- Chủ đề 20. Bài toán thực tế ứng dụng tích phân (129 Câu) 431-484
- Chủ đề 21. Bài toán xác suất nâng cao (100 Câu) 485-449
- Chủ đề 22. Dạng toán chuyên đề lớp 10-11 (92 Câu) 450-516

PHẦN IV. 30 ĐỀ THI THỬ TN (660 Bài toán)

- Đề 01-05. 517-536
- Đề 06-10. 537-564
- Đề 11-15. 565-583
- Đề 16-20. 584-605
- Đề 21-25. 606-627
- Đề 26-30. 628-650

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Có File Word dành cho giáo viên. Có trọn bộ lời giải chi tiết cho học sinh
Hãy vào nhóm sau để đăng ký

CĐ ÔTN 2026 (Thầy Hà)-GV
Nhóm Zalo

CĐ ÔTN 2026 (Thầy Hà)-HS
Nhóm Zalo

NHÓM GIÁO VIÊN **NHÓM HỌC SINH**

Kết bạn Zalo: 0949.888.993 (số này không nhận cuộc gọi) **- Thầy Nguyễn Tiến Hà**

LỜI TỰA

Kỳ thi **Tốt nghiệp THPT 2026** là một dấu mốc quan trọng trong hành trình học tập của mỗi học sinh. Đó không chỉ là một kỳ kiểm tra kiến thức, mà còn là thử thách về bản lĩnh, tư duy và sự kiên trì. Với mong muốn đồng hành cùng các em trong chặng đường chinh phục môn Toán năm 2026, Thầy Hà sưu tầm và biên tập lại cuốn tài liệu **"Chuyên đề ôn thi Tốt nghiệp 2026 môn Toán"** như một tài liệu hệ thống, đầy đủ và bám sát cấu trúc đề thi mới nhất.

Tài liệu này được xây dựng công phu với 22 chủ đề tóm tắt lý thuyết cùng với 2091 bài toán chọn lọc và 30 đề thi thử chất lượng cao, nhằm giúp học sinh rèn luyện toàn diện từ nền tảng đến nâng cao, từ nhận biết đến vận dụng và vận dụng cao.

Tài liệu gồm 2 cuốn: Quyển đề bài 650 trang, Quyển lời giải chi tiết 1438 trang

Nội dung gồm bốn phần chính:

PHẦN I. 12 CHỦ ĐỀ TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN (1020 bài toán)

+ Hệ thống hóa toàn bộ kiến thức trọng tâm theo 12 chuyên đề cốt lõi trong chương trình. Mỗi chủ đề được sắp xếp khoa học, đa dạng mức độ, giúp học sinh nắm vững lý thuyết, thành thạo kỹ năng và nhận diện dạng bài nhanh chóng.

PHẦN II. 4 CHỦ ĐỀ CÂU HỎI ĐÚNG – SAI (400 bài toán)

+ Bám sát xu hướng ra đề mới, rèn luyện tư duy chính xác, khả năng phân tích bản chất vấn đề và tránh các "bẫy" thường gặp trong đề thi.

PHẦN III. 6 CHỦ ĐỀ CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN (671 bài toán)

+ Giúp học sinh nâng cao khả năng trình bày tư duy logic, tính toán nhanh gọn và chính xác – yếu tố then chốt để tối ưu điểm số.

PHẦN IV. 30 ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP (660 bài toán)

+ Các đề thi được biên soạn theo đúng cấu trúc đề Tốt nghiệp BGD chương trình mới, đảm bảo độ phân hóa hợp lý, giúp học sinh làm quen áp lực phòng thi, rèn chiến thuật phân bổ thời gian và tự đánh giá năng lực bản thân. Đặc biệt, Thầy Hà còn tặng thêm các đề thi thử mới được cập nhật liên tục trong nhóm riêng, nhằm giúp các em luôn được tiếp cận với những dạng toán sát thực tế nhất.

Trong quá trình sưu tầm và biên tập, tôi có sử dụng một số bài toán hay nhưng chưa rõ nguồn gốc nên không trích dẫn được tác giả, xuất xứ, rất mong quý thầy cô bổ sung, góp ý trên tinh thần xây dựng. Đa số các bài toán còn lại tôi đều có trích rõ nguồn trong file đáp án dành cho giáo viên.

Bên cạnh sự tâm huyết và nỗ lực, tôi hiểu rằng trong quá trình biên tập và trình bày, tài liệu khó tránh khỏi những thiếu sót nhất định. Rất mong nhận được những ý kiến đóng góp chân thành từ quý thầy cô và các em học sinh để nội dung ngày càng được hoàn thiện hơn trong những lần tái bản sau.

Mỗi góp ý của quý vị không chỉ giúp nâng cao chất lượng cuốn tài liệu mà còn là nguồn động viên quý báu để tôi tiếp tục cống hiến nhiều hơn cho công tác giảng dạy và biên soạn tài liệu học tập.

Thầy Hà tin rằng, khi các em nghiêm túc luyện tập đủ và đúng với hệ thống bài toán trong cuốn này, điểm số môn Toán sẽ không còn là điều quá xa vời. Thành công không đến từ may mắn, mà đến từ sự chuẩn bị kỹ lưỡng và bền bỉ mỗi ngày.

Xin trân trọng cảm ơn sự tin tưởng và đồng hành của quý thầy cô cùng các em học sinh.
Chúc các em học tập hiệu quả, vững vàng tâm lý, tự tin bước vào kỳ thi TN.THPT 2026 và đạt được kết quả xứng đáng với nỗ lực của mình.

ThS. Nguyễn Tiến Hà
Founder TT Chuyên Toán NTH Math - TP.HCM.
Giáo viên Toán 11 & 12 tại Trí Việt - IELTS Master - TP.HCM.
Giáo viên chuyên dạy luyện thi TN-ĐH và Bồi dưỡng HSG, Olympic.
GVBM 12 và Tổ trưởng Tổ Toán - Trường THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM (5 cơ sở).
Email: habtn@moet.edu.vn
https://www.tiktok.com/@tienha_math
https://www.facebook.com/ThayHaPowerMath

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 1

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

K12 – CHỦ ĐỀ 1

§1. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đường tròn lượng giác và dấu của các giá trị lượng giác

Cung phần tư Giá trị LG	I $0^\circ < \alpha < 90^\circ$	II $90^\circ < \alpha < 180^\circ$	III $180^\circ < \alpha < 270^\circ$	IV $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
$\sin\alpha$	+	+	–	–
$\cos\alpha$	+	–	–	+
$\tan\alpha$	+	–	+	–
$\cot\alpha$	+	–	+	–

2. Công thức lượng giác cơ bản

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$	$1 + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$	$\tan\alpha.\cot\alpha = 1$

3. Cung liên kết

Cung đối nhau	Cung bù nhau	Cung phụ nhau	Cung hơn kém π
$\cos(-a) = \cos a$	$\sin(\pi - a) = \sin a$	$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right) = \cos a$	$\sin(\pi + a) = -\sin a$
$\sin(-a) = -\sin a$	$\cos(\pi - a) = -\cos a$	$\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$	$\cos(\pi + a) = -\cos a$
$\tan(-a) = -\tan a$	$\tan(\pi - a) = -\tan a$	$\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right) = \cot a$	$\tan(\pi + a) = \tan a$
$\cot(-a) = -\cot a$	$\cot(\pi - a) = -\cot a$	$\cot\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right) = \tan a$	$\cot(\pi + a) = \cot a$

4. Công thức cộng cung

$\sin(a \pm b) = \sin a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \sin b.$	$\cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \sin a \cdot \sin b.$

5. Công thức nhân đôi và hạ bậc

Nhân đôi	Hạ bậc
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$	$\sin^2\alpha = \dfrac{1 - \cos 2\alpha}{2}$
$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha \end{cases}$	$\cos^2\alpha = \dfrac{1 + \cos 2\alpha}{2}$

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

6. Công thức biến đổi tổng thành tích

$\cos a+\cos b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\cos a-\cos b=-2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$
$\sin a+\sin b=2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\sin a-\sin b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$

7. Công thức biến đổi tích thành tổng

$\cos a\cdot\cos b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\cos(a-b)+\cos(a+b)\right]$	$\sin a\cdot\sin b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\cos(a-b)-\cos(a+b)\right]$
$\sin a\cdot\cos b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\sin(a-b)+\sin(a+b)\right]$	

8. Bảng giá trị lượng giác một số góc đặc biệt

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0	360^0
	0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{3\pi}{4}$	$\dfrac{5\pi}{6}$	π	2π
$\sin\alpha$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0	0
$\cos\alpha$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0	$-\dfrac{1}{2}$	$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	-1	1
$\tan\alpha$	0	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	kxđ	$-\sqrt{3}$	-1	$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	0	0

9. Công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản

Với $k\in\mathbb{Z}$, ta có các phương trình lượng giác cơ bản sau:

- $\sin a=\sin b\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b+k2\pi\\a=\pi-b+k2\pi\end{array}\right.$
- $\cos a=\cos b\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b+k2\pi\\a=-b+k2\pi\end{array}\right.$
- $\tan a=\tan b\Leftrightarrow a=b+k\pi$
- $\cot a=\cot b\Leftrightarrow a=b+k\pi$

Nếu đề bài cho dạng độ (α°) *thì ta sẽ chuyển* $k2\pi\to k360^\circ$, $k\pi\to k180^\circ$, *với* $\pi=180^\circ$.

10. Với $k\in\mathbb{Z}$, ta cần nhớ những trường hợp nghiệm đặc biệt

$\circ\left\{\begin{array}{l}+\ \sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\+\ \sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi\\+\ \sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$	$\circ\left\{\begin{array}{l}+\ \cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi\\+\ \cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\+\ \cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\end{array}\right.$
$\circ\left\{\begin{array}{l}+\ \tan x=0\Leftrightarrow x=k\pi\\+\ \tan x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\+\ \tan x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$	$\circ\left\{\begin{array}{l}+\ \cot x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\+\ \cot x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\+\ \cot x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN 1. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

A. $S = \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $S = \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $S = \left\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

A. $S = \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi \mid \ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $S = \left\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \mid \ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $S = \left\{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 3: **(Chuyên Lê Quý Đôn-Vũng Tàu)** Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ là

A. $x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \dfrac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: **(Chuyên Thăng Long - Lâm Đồng)** Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi.$

B. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi.$

C. $x = \pi + k2\pi;\ x = \dfrac{\pi}{8} + k2\pi.$

D. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi.$

Câu 5: **(THPT Cao Nguyên)** Nghiệm của phương trình $\sin\dfrac{x}{2} = 1$ là

A. $x = \pi + k2\pi$.

B. $x = k2\pi$.

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

D. $x = \pi + k4\pi$.

Câu 6: **(THPT Việt Đức - Hà Nội)** Phương trình $\sin x = \sin\alpha$ có họ nghiệm là

A. $x = \pm\alpha + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pi - \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7: **(THPT Yên Hòa - Hà Nội)** Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = \pi + k2\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 8: **(THPT Yên Phong 1 - BN)** Nghiệm của phương trình $2\sin x - 1 = 0$ là

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathrm{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ $k \in \mathrm{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ $k \in \mathrm{Z}$. **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi,\ k \in \mathrm{Z}$.

Câu 9: **(THPT Nguyễn Du - Hà Nội)** Phương trình $1 - \cos 2x = 0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\left\{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 10: **(Chuyên Lê Quý Đôn - VT)** Tất cả nghiệm của phương trình $2\cos x = -1$ là

A. $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k\pi\ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi\ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi\ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 11: **(THPT Buôn Ma Thuột)** Giải phương trình $2\cos x = 1$ được nghiệm là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{-\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 12: **(THPT Buôn Ma Thuột)** Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi m là

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$. **B.** $m > 1$. **C.** $-1 \le m \le 1$. **D.** $m < -1$.

Câu 13: **(THPT - Lương Thế Vinh - HN)** Phương trình $\cos x - 1 = 0$ có nghiệm là

A. $x = k\pi$. **B.** $x = k2\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = \pi + k2\pi$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: **(THPT Việt Đức - HN)** Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos 60^\circ$ là

A. $x = 120^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = 60^\circ + k360^\circ \\ x = 120^\circ + k360^\circ \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm 60^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15: **(THPT Nguyễn Thị Minh Khai - HN)** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan\dfrac{x}{3} + 3 = 0$ là

A. $S = \left\{-\dfrac{\pi}{9} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $S = \left\{-\dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{-\pi + k3\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $S = \left\{\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 16: **(Chuyên Thăng Long - LĐ)** Giải phương trình $\sqrt{3}\tan x - 1 = 0$.

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

B. $x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{2}\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

D. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi\ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

Câu 17: **(THPT Buôn Ma Thuột)** Nghiệm của phương trình $\tan x - 1 = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}$.

B. $x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi$.

C. $x = \dfrac{-\pi}{4} + k\pi$.

D. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 18: **(THPT Đoàn Thị Điểm)** Chọn khẳng định sai.

A. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 19: **(THPT Việt Đức HN)** Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan\dfrac{\pi}{3}$ là

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 20: **(THPT Cao Nguyên)** Nghiệm của phương trình $\cot 2x = -\sqrt{3}$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 21: **(THPT Buôn Ma Thuột)** Tìm nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$.

A. $x = 60^0 + k.180^0$.

B. $x = 60^0 + k.360^0$.

C. $x = 30^0 + k.180^0$.

D. $x = -60^0 + k.180^0$.

Câu 22: **(THPT Buôn Ma Thuột)** Phương trình $3\cot x - \sqrt{3} = 0$ có họ nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 23: **(THPT Đoàn Thị Điểm)** Nghiệm của phương trình $\cot x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\left(k \in Z\right)$.

B. $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi\left(k \in Z\right)$.

C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi\left(k \in Z\right)$.

D. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi\left(k \in Z\right)$.

Câu 24: **(THPT - Đống Đa - HN)** Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 25: **(Thuận Thành 1 - Bắc Ninh)** Phương trình $\cos x = 0$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

B. $x = k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

D. $x = k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 26: **(LôMôNôXốp - Lần 1)** Nghiệm của phương trình $\sin x = \dfrac{1}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 27: **(Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc)** Cho phương trình $\sin x = \dfrac{1}{2}$ nghiệm của phương trình là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 28: **(Sở Bạc Liêu - Cụm 1)** Phương trình $\cos x = \cos\dfrac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là

A. $x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$ **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

C. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$ **D.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Câu 29: **(Sơn Tây - Hà Nội)** Giải phương trình $\cos x = 1$.

A. $x = \dfrac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 30: **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ)** Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào sai?

A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\cos x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$. **D.** $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 31: **(Lê Văn Thịnh - Bắc Ninh)** Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.\left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 32: **(SGD Vĩnh Phúc)** Phương trình $2\sin x-\sqrt{3}=0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 33: **(Lý Nhân Tông - Bắc Ninh)** Chọn đáp án sai trong các câu sau:

A. $\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.

B. $\cot x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

C. $\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k\pi$.

D. $\tan x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi$.

Câu 34: **(Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang)** Phương trình $2\cos x-1=0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right),\dfrac{\pi}{6}+l2\pi\left(l\in\mathbb{Z}\right)\right\}$.

D. $\left\{-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right),-\dfrac{\pi}{6}+l2\pi\left(l\in\mathbb{Z}\right)\right\}$.

Câu 35: **(Chuyên ĐH Vinh)** Tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x=\cot x$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{4},k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

☆☆☆

PHẦN 2. BÀI TẬP NÂNG CAO 1

Câu 36: **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ)** Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0;30]$ của phương trình $\tan x=\tan 3x$.

A. 55π. **B.** $\dfrac{171\pi}{2}$. **C.** 45π. **D.** $\dfrac{190\pi}{2}$.

Câu 37: **(THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM)** Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ bằng

A. $\dfrac{\pi}{9}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $-\dfrac{\pi}{9}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 38: **(THPT Trần Phú - Hải Phòng)** Phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$ có số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 39: **(THPT Hà Huy Tập)** Phương trình $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 40: **(SGD Kiên Giang)** Gọi n là số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x+30^0\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ trên khoảng $\left(-180^0;180^0\right)$. Tìm n.

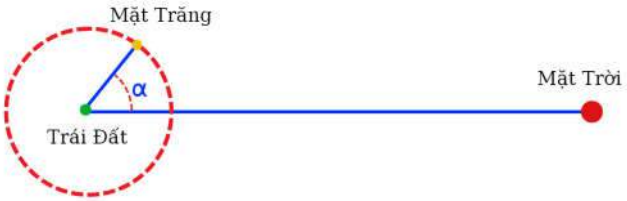
A. $n=5$. **B.** $n=3$. **C.** $n=4$. **D.** $n=6$.

PHẦN 3. BÀI TẬP NÂNG CAO 2 (Toán thực tế)

Câu 41: Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $\left(0\le t\le 24\right)$ cho bởi công thức $h=3\cos\left(\frac{\pi t}{12}+\frac{\pi}{3}\right)+12$. Hỏi vào thời điểm nào trong ngày, mực nước của con kênh đạt 12 mét.

A. 2h; 14h. **B.** 2h. **C.** 8h; 20h. **D.** 20h.

Câu 42: Khi Mặt Trăng quay quanh Trái Đất, mặt đối diện với Trái Đất thường chỉ được Mặt Trời chiếu sáng một phần. Các pha của Mặt Trăng mô tả mức độ phần bề mặt của nó được Mặt Trời chiếu sáng. Khi góc giữa Mặt Trời, Trái Đất và Mặt Trăng là α $(0^\circ\le\alpha\le 360^\circ)$ thì tỉ lệ F của phần Mặt Trăng được chiếu sáng cho bởi công thức $F=\frac{1}{2}(1-\cos\alpha)$.Xác định α khi $F=0,5$ (trăng bán nguyệt đầu tháng hoặc trăng bán nguyệt cuối tháng).



A. $\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 43: Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 400\,m/s$ hợp với phương ngang một góc α. Trong Vật lý, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \dfrac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$, ở đó $g = 9,8\,m/s^2$ là gia tốc trọng trường. Tính tầm xa mà quả đạn đạt tới (tức là khoảng cách từ vị trí bắn đến điểm quả đạn chạm đất) khi góc bắn $\alpha = 45°$.

A. $\dfrac{800000}{49}(m)$. **B.** $\dfrac{160000}{49}(m)$. **C.** $\dfrac{80000}{49}(m)$. **D.** $\dfrac{490000}{16}(m)$.

Câu 44: Số giờ ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40^0 bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\left[\dfrac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$ với $t \in Z$ và $0 < t \le 365$. Hỏi thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày nào trong năm?

A. Ngày thứ 80 và 262. **B.** Ngày thứ 80.
C. Ngày thứ 171. **D.** Ngày thứ 171 và 353

Câu 45: Số giờ có ánh sáng mặt trời của Thành phố Đà Nẵng năm 2023 được cho bởi công thức $y = 3\sin\left(\dfrac{\pi}{180}(x+60)\right) + 14$ với $1 \le x \le 365$ là số ngày trong năm. Ngày nào sau đây của năm 2023 thì số giờ có ánh sáng mặt trời của Đà Nẵng lớn nhất.

A. $30/01$. **B.** $29/01$. **C.** $31/01$. **D.** $30/03$.

Câu 46: Một quả tên lửa tự chế được học sinh bắn ra với vận tốc ban đầu $v_0 = 30\,m/s$ hợp với phương ngang một góc α. Trong Vật lý, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả tên lửa được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả tên lửa tuân theo phương trình $y = \dfrac{-g.\left(1+\tan^2\alpha\right)}{2v_0^2}x^2 + x\tan\alpha$, ở đó $g = 9,8\,m/s^2$ là gia tốc trọng trường. Quả tên lửa đó rơi xuống điểm cách vị trí bắn $60m$. Tìm góc bắn α.

A. $\left[\begin{array}{l}\alpha \approx 29°24'\\ \alpha \approx 60°36'\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}\alpha \approx 20°24'\\ \alpha \approx 69°36'\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}\alpha \approx 20°36'\\ \alpha \approx 69°24'\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}\alpha \approx 29°36'\\ \alpha \approx 60°24'\end{array}\right.$.

Câu 47: Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 2\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

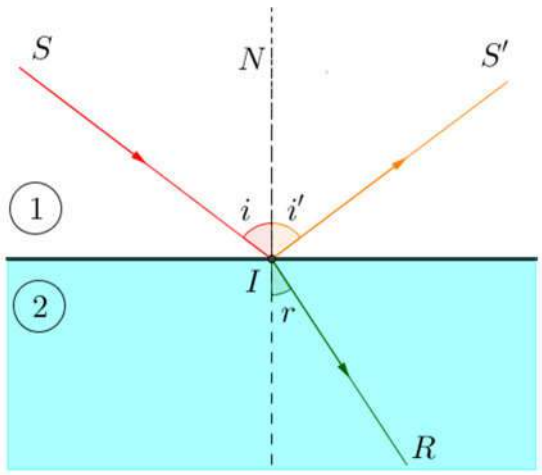
Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 48: Khi một tia sáng truyền từ không khí vào mặt nước thì một phần tia sáng bị phản xạ trên bề mặt, phần còn lại bị khúc xạ như trong hình. Góc tới i liên hệ với góc khúc xạ r bởi Định luật khúc xạ ánh sáng: $\dfrac{\sin i}{\sin r}=\dfrac{n_2}{n_1}$.

Ở đây, n_1 và n_2 tương ứng là chiết suất của môi trường 1 (không khí) và môi trường 2 (chất lỏng).



Một tia sáng truyền trong không khí (có chiết suất là $n_1=1$) tới gặp mặt thoáng của chất lỏng (có chiết suất $n_2=\sqrt{3}$) ta được hai tia phản xạ và khúc xạ vuông góc với nhau. Tính góc tới.

A. $i=50°$. **B.** $i=30°$. **C.** $i=60°$. **D.** $i=70°$.

Câu 49: Nghiệm của phương trình $\cot x\left(\sin 3x-1\right)=0$ có các điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác tạo thành đa giác có diện tích bằng

A. $2\sqrt{3}$ đvdt. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ đvdt. **C.** $\sqrt{3}$ đvdt. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ đvdt.

Câu 50: Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0=400\,m/s$ hợp với phương ngang một góc α. Trong Vật lý, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y=\dfrac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$, ở đó $g=9,8\,m/s^2$ là gia tốc trọng trường. Tìm góc bắn α để quả đạn đạt độ cao lớn nhất.

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 2

CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

K12 – CHỦ ĐỀ 2

§2. CẤP SỐ CỘNG CẤP SỐ NHÂN CƠ BẢN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

	CẤP SỐ CỘNG	CẤP SỐ NHÂN
1. Định nghĩa:	• $u_{n+1}=u_n+d,\ n\in\mathbb{N}^*$	• $u_{n+1}=u_n.q,\ q\in\mathbb{N}^*$
2. Số hạng tổng quát:	• $u_n=u_1+(n-1)d,\ n\geq 2$	• $u_n=u_1.q^{n-1},\ n\geq 2$
3. Tính chất:	• $u_{k+1}+u_{k-1}=2u_k,\ k\geq 2$	• $u_k^2=u_{k-1}.u_{k+1},\ n\geq 2$
4. Tổng n số hạng đầu:	• $S_n=\dfrac{n}{2}(u_1+u_n)$.	• $S_n=\dfrac{u_1.(1-q^n)}{1-q}$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN CƠ BẢN

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_5 bằng

A. 14. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 12.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=4$ và công sai $d=-3$. Giá trị của u_5 bằng

A. -11. **B.** -8. **C.** 19. **D.** 16.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. **B.** 81. **C.** 12. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=9$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 18. **D.** 7.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_7 = -10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 4$ và $d = 8$. Số hạng u_{20} của cấp số cộng đã cho bằng

A. 156. **B.** 165. **C.** 12. **D.** 245.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $d = -3$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng

A. 26. **B.** -26. **C.** -105. **D.** 105.

Câu 9: Cho cấp số cộng $2;5;8;11;14...$ Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 14.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = \dfrac{1}{2}$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 2^8. **B.** 2^9. **C.** $\dfrac{1}{2^{10}}$. **D.** $\dfrac{37}{2}$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\dfrac{1}{2}$; $u_6 = 16$. Tìm q?

A. $q = \pm 2$. **B.** $q = 2$. **C.** $q = -2$. **D.** $q = \dfrac{33}{10}$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 8$ và công bội $q = 3$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số nhân đã cho bằng

A. 24. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_4 = -26$. Công sai của (u_n) bằng

A. -27. **B.** -9. **C.** -26. **D.** $\sqrt[3]{-26}$.

Câu 14: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 21$. Tìm n?

A. $n = 10$. **B.** $n = 3$. **C.** $n = 7$. **D.** $n = -3$.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_2 = 2$ và $u_3 = 5$. Giá trị của u_5 bằng

A. 12. **B.** 15. **C.** 11. **D.** 25.

Câu 16: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 32. **B.** 64. **C.** 42. **D.** -64.

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_3 = -1$ và $u_4 = 2$. Công sai d bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tổng của 2019 số hạng đầu bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. 4 080 399. **B.** 4 800 399. **C.** 4 399 080. **D.** 8 154 741.

Câu 19: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n+1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

A. 4039. **B.** 4390. **C.** 4930. **D.** 4093.

Câu 20: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2019} bằng

A. 2.3^{2018}. **B.** 3.2^{2018}. **C.** 2.3^{2019}. **D.** 3.2^{2019}.

Câu 21: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

A. $q = 3$. **B.** $q = 5$. **C.** $q = \dfrac{3}{2}$. **D.** $q = \dfrac{2}{3}$.

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99}.

A. 401. **B.** 403. **C.** 402. **D.** 404.

Câu 23: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$; $d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 226. **B.** 225. **C.** 223. **D.** 224.

Câu 24: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 ..... + u_{10}$ bằng

A. $S_{10} = 110$. **B.** $S_{10} = 100$. **C.** $S_{10} = 21$. **D.** $S_{10} = 19$.

Câu 25: Cho cấp số nhân. (u_n). có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

A. $q = 3$. **B.** $q = 5$. **C.** $q = \dfrac{3}{2}$. **D.** $q = \dfrac{2}{3}$.

Câu 26: Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó 2 ghế. Tính tổng số ghế ở nhà hát đó.

A. 1000. **B.** 2000. **C.** 1001. **D.** 2002.

Câu 27: Anh Nam được nhận vào làm việc ở một công ty về công nghệ với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Công ty sẽ tăng thêm lương cho anh Nam mỗi năm là 20 triệu đồng. Số tiền lương mà anh Nam nhận ở năm thứ 10 làm việc cho công ty đó là

A. 280 triệu đồng. **B.** 100 triệu đồng. **C.** 180 triệu đồng. **D.** 190 triệu đồng.

Câu 28: Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng là

A. 680 triệu đồng. **B.** 460 triệu đồng. **C.** 800 triệu đồng. **D.** 625 triệu đồng.

Câu 29: Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ở hàng liền trước nó). Muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu số hàng ghế là

A. 20. **B.** 29. **C.** 30. **D.** 21.

Câu 30: Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là $45\,\text{cm}, 43\,\text{cm}, 41\,\text{cm}, \ldots, 31\,\text{cm}$. Tính chiều dài thanh gỗ mà người đó cần mua, giả sử chiều dài các mối nối (phần gỗ bị cắt thành mùn cưa) là không đáng kể.

A. 608 cm. **B.** 304 cm. **C.** 300 cm. **D.** 600 cm.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 31: Nhà hát bậc dốc hình tròn đã được xây dựng từ thời La Mã. Các dãy chỗ ngồi được xếp theo hình cung tròn mà số chỗ ngồi tăng dần từ trong ra ngoài. Một nhà hát như thế có số chỗ ngồi ở các dãy tính từ trong ra ngoài lập thành cấp số cộng $12,16,20,\ldots$ Số chỗ ngồi của dãy cuối cùng là 72. Tính tổng số chỗ ngồi trong nhà hát.

A. 672. **B.** 670. **C.** 872. **D.** 870.

Câu 32: Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 10.125.000 đồng. **B.** 4.000.000 đồng. **C.** 52.500.000 đồng. **D.** 50.500.000 đồng.

Câu 33: Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

A. 81. **B.** 82. **C.** 80. **D.** 79.

Câu 34: Ông A có một mảnh vườn và ông muốn trồng hoa theo hình tháp gồm nhiều hàng theo quy luật như sau: hàng thứ nhất 3 cây hoa, hàng thứ 2 trồng 6 cây hoa, kể từ hàng thứ 2 trở đi thì hàng sau nhiều hơn hàng trước 4 cây hoa. Biết giá một cây hoa là 5000 đồng và mảnh vườn của ông A có thể trồng được 30 hàng như vậy. Hỏi ông A phải chi một khoảng tiền để trồng hoa là bao nhiêu?

A. 7.990.000 đồng. **B.** 9.005.000 đồng.

C. 9.150.000 đồng. **D.** 8.990.000 đồng.

Câu 35: Chu vi một đa giác là $158cm$, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3cm$. Biết cạnh lớn nhất là $44cm$, số cạnh của đa giác đó là

A. 4. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 15.

Câu 36: Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh X được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 35cm và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi 7cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 189cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 63cm. Hỏi giá thành làm cầu thang đó gần với số nào dưới đây nếu giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1250000 đồng trên một mét vuông?

A. 9500000 đồng. **B.** 11000000 đồng. **C.** 10000000 đồng. **D.** 10500000 đồng.

Câu 37: Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng 5. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2023, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền?

A. 7260000 đồng. **B.** 7381000 đồng. **C.** 7140000 đồng. **D.** 7503000 đồng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 38: Đầu năm 2023, dân số của một quốc gia là khoảng 100 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là $0,8\%$. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số (triệu người) của quốc gia đó vào cuối năm 2050 (làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. 124,996. **B.** 124,004. **C.** 124,995. **D.** 124,003.

Câu 39: Một gia đình mua một ô tô với giá 2 tỉ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc ô tô này lại giảm 10% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị còn lại của chiếc xe đó sau 3 năm sử dụng (đơn vị triệu đồng).

A. 1458. **B.** 1620. **C.** 2. **D.** 1375.

Câu 40: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 7 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng $\frac{3}{4}$ diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là 200 m^2). Tính diện tích mặt trên cùng (đơn vị m^2 và làm tròn đến hàng phần chục).

A. 13.3. **B.** 26.7. **C.** 17.8. **D.** 35.6.

Câu 41: Dân số của tỉnh Nam Định hiện nay là 8 triệu người. Biết rằng tỉ lệ tăng dân số hằng năm của tỉnh Nam Định là 2%. Hỏi dân số của tỉnh Nam Định sau 2 năm nữa sẽ là bao nhiêu?

A. 8233200. **B.** 8323200. **C.** 8322300. **D.** 8332200.

Câu 42: Tiền công khoan giếng của một cơ sở khoan giếng như sau: giá của mét khoan đầu tiên là 10000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 5% giá của mét khoan ngay trước nó. Hỏi giá mét khoan thứ 3 sẽ là bao nhiêu?

A. 10125. **B.** 11025. **C.** 11052. **D.** 12015.

Câu 43: Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 3 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt gấp 2 lần số hạt ở ô thứ nhất, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt gấp hai lần số hạt ở ô thứ hai,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 3145725 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

A. 16. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 22.

Câu 44: Một vi khuẩn E.coli cứ sau 20 phút lại nhân đôi thành 2 vi khuẩn E.coli mới khoẻ mạnh. Hỏi sau 24h, một vi khuẩn E.coli tạo ra bao nhiêu vi khuẩn E.coli?

A. 2^{71}. **B.** 2^{72}. **C.** $2^{72}-1$. **D.** $2^{71}-1$.

Câu 45: Ngày 1/1/2023, cô An kí hợp đồng dạy tại một trường THPT với mức lương khởi điểm là 5 000 000 đồng/tháng. Cứ sau 5 năm, lương của cô sẽ tăng gấp đôi so với năm ngay trước đó. Sau 20 năm giảng dạy, tổng tiền lương của cô An là bao nhiêu?

A. 375000000. **B.** 4500000000. **C.** 450000000. **D.** 2100000000.

Câu 46: Ngân hàng Agribank quy định như sau đối với việc gửi tiền tiết kiệm theo thể thức có kì hạn: "Khi kết thúc kì hạn gửi tiền mà người gửi không đến rút tiền thì toàn bộ số tiền (bao gồm cả vốn và lãi) sẽ được chuyển gửi tiếp với kì hạn như kì hạn mà người gửi đã gửi".

Ông Khôi Nguyên gửi 100 triệu đồng với kì hạn 1 tháng vào ngân hàng Agribank với lãi suất $0,5\%$. Hỏi sau 1 năm, kể từ ngày gửi, ông Khôi Nguyên mới đến ngân hàng để rút tiền thì số tiền rút được (gồm cả vốn và lãi) là bao nhiêu?

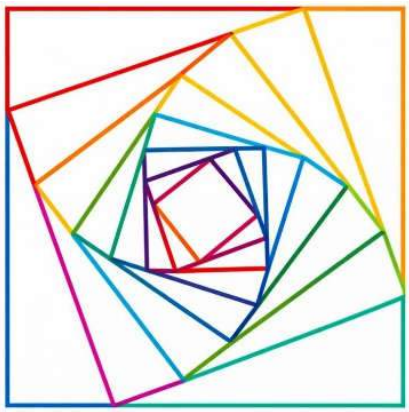
A. 160167781. **B.** 106167781. **C.** 161067781. **D.** 106167718.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 47: Một cuộc "mua-bán" giữa một nhà tỉ phú và một nhà toán học như sau: Liên tục trong 30 ngày, mỗi ngày nhà toán học "bán" cho nhà tỉ phú 10 triệu đồng với giá 1 đồng ở ngày đầu tiên và kể từ ngày thứ hai, mỗi ngày nhà tỉ phú phải "mua" với giá gấp đôi giá của ngày hôm trước. Hỏi nhà tỉ phú đã lãi được bao nhiêu trong cuộc "mua-bán" này?

A. 773741823. **B.** -773741823. **C.** 737741823. **D.** 773741832.

Câu 48: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng a. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông C_2 (Hình vẽ).



Từ hình vuông C_2 lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông C_1, C_2, C_3 ,.., C_n. Gọi S_i là diện tích của hình vuông $C_i\left(i \in \{1,2,3,...\}\right)$.

Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + ... + S_n + ...$ Biết $T = \dfrac{200}{3}$, tính a?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 49: Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa). Tính (chính xác đến hàng phần trăm) khối lượng còn lại của 20 gam poloni 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm).

A. $2,02.10^{-15}$. **B.** $2,22.10^{-15}$. **C.** $2,21.10^{-15}$. **D.** $2,23.10^{-15}$.

Câu 50: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, .C_2. là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1. Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2. Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, ..., C_n, ...$ Tính tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy.

A. $\dfrac{1023}{1024}$. **B.** $\dfrac{1023}{512}$. **C.** $\dfrac{1023}{256}$. **D.** $\dfrac{1023}{128}$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 3

§3. MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khoảng biến thiên

➢ Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	...	$[u_k;u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

➢ Nếu n_1 và n_{k+1} cùng khác 0 thì $R = u_{k+1} - u_1$.

2. Khoảng tứ phân vị

➢ Cho Tứ phân vị thứ i, kí hiệu là Q_i với $i = 1,2,3$ của mẫu số liệu ghép nhóm được xác định như sau:

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{i.n}{4} - C}{n_m}.\left(u_{m+1} - u_m\right)$$

➢ Trong đó:

- $n = n_1 + n_2 + ... + n_k$ là cỡ mẫu.
- $[u_m;u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.
- n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.
- $C = n_1 + n_2 + ... + n_{m-1}$.

➢ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho ở bảng trên, kí hiệu Δ_Q, là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba Q_3 và tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm đó, tức là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

3. Phương sai

➢ Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[a_1;a_2)$	...	$[a_i;a_{i+1})$	...	$[a_k;a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

➢ Phương sai S^2 được tính như sau:

- **Bước 1:** Tính giá trị đại diện mỗi nhóm $x_i = \dfrac{a_i + a_{i+1}}{2}; i = 1,2,3,...,k$.
- **Bước 2:** Tính $n = m_1 + m_2 + ... + m_k$.
- **Bước 3:** Tính $\overline{x} = \dfrac{m_1.x_1 + m_2.x_2 + ... + m_k.x_k}{n}$.
- **Bước 4:** Tính $S^2 = \dfrac{m_1.\left(x_1 - \overline{x}\right)^2 + m_2.\left(x_2 - \overline{x}\right)^2 + ... + m_k.\left(x_k - \overline{x}\right)^2}{n}$
- **Hoặc:** $S^2 = \dfrac{1}{n}\left(m_1.x_1^{\,2} + m_2.x_2^{\,2} + ... + m_k.x_k^{\,2}\right) - \left(\overline{x}\right)^2$.

4. Độ lệch chuẩn

➢ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm kí hiệu S.

➢ Độ lệch chuẩn là căn bậc hai số học của phương sai $= \sqrt{S^2}$.

5. Chú ý

➢ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có thể được tính theo công thức sau:

$$S^2 = \frac{1}{n}\left(n_1c_1^2 + n_2c_2^2 + ... + n_kc_k^2\right) - \overline{x}^2$$

➢ Trong thống kê, người ta còn dùng đại lượng sau để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[n_1\left(c_1 - \overline{x}\right)^2 + n_2\left(c_2 - \overline{x}\right)^2 + ... + n_k\left(c_k - \overline{x}\right)^2\right]$$

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Một người chia thời lượng (đơn vị:giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Tần số	10	11	8	6	4	1

Tứ phân vị thứ ba Q_3 (đơn vị:giây) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 100. **B.** 95. **C.** 105. **D.** 90.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Một người chia thời lượng (đơn vị: giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau.

Nhóm	$[0;40)$	$[40;80)$	$[80;120)$	$[120;160)$	$[160;200)$	$[200;240)$
Tần số	11	10	6	8	4	1

Tứ phân vị thứ ba Q_3 (đơn vị: giây) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 140. **B.** 135. **C.** 145. **D.** 130.

Câu 3: **(THPT Triệu Sơn 3 - Thanh Hóa)** Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1=3, Q_2=5, Q_3=9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 4: **(SGD Hà Tĩnh)** Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. $\Delta_Q = Q_1 - Q_2$. **B.** $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. **C.** $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$. **D.** $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$.

Câu 5: Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $R=5$. **B.** $R=24$. **C.** $R=25$. **D.** $R=10$.

Câu 6: **(Cụm trường THPT Hải Dương)** Cho mẫu số liệu ghép nhóm như bảng dưới đây

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	$\cdots$	$[u_k;u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	$\cdots$	c_k
Tần số	n_1	n_2	$\cdots$	n_k

Khi đó phương sai của mẫu số liệu được xác định theo công thức

A. $s^2=\dfrac{1}{n}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)+\cdots+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)\right]$.

B. $s^2=\dfrac{1}{n}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)^2+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)^2+\cdots+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)^2\right]$.

C. $s^2=\dfrac{1}{n^2}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)^2+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)^2+\cdots+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)^2\right]$.

D. $s^2=\dfrac{1}{n^2}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)+\cdots+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)\right]$.

Câu 7: **(Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng)** Lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 24 tháng của một nhà đầu tư tài chính được cho trong bảng sau:

Nhóm	$[5;15)$	$[15;25)$	$[25;35)$	$[35;45)$	$[45;55)$
Tần số	3	7	9	4	1

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

A. $[35;45)$. **B.** $[25;35)$. **C.** $[15;25)$. **D.** $(45;55)$.

Câu 8: Mỗi ngày bác Nam đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Nam trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $0,9$. **B.** $0,975$. **C.** $0,5$. **D.** $0,575$.

Câu 9: **(THPT Yên Lạc - Vĩnh Phúc)** Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả bơ được cho trong bảng sau:

Cân nặng (g)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số quả	2	4	7	8	3	1

Tứ phân vị thứ ba (Q_3) của mẫu số liệu trên thuộc nhóm thứ mấy (các nhóm đánh số thứ tự từ trái sang phải)?

A. Nhóm thứ 5. **B.** Nhóm thứ 2. **C.** Nhóm thứ 3. **D.** Nhóm thứ 4.

Câu 10: Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho dưới bảng sau

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	$\cdots$	$[u_k;u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	$\cdots$	c_k
Tần số	n_1	n_2	$\cdots$	n_k

Gọi $\overline{x}=\dfrac{u_1n_1+u_2n_2+\ldots+u_kn_k}{n}$ là giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm. Khi đó phương sai của mẫu số liệu được xác định theo công thức

A. $s^2=\dfrac{1}{n}\left(n_1.u_1^2+n_2.u_2^2+\ldots+n_k.u_k^2\right)-\left(\overline{x}\right)^2$.

B. $s^2=\dfrac{1}{n^2}\left(n_1.u_1^2+n_2.u_2^2+\ldots+n_k.u_k^2\right)+\left(\overline{x}\right)^2$.

C. $s^2=\dfrac{1}{n}\left(n_1.u_1^2+n_2.u_2^2+\ldots+n_k.u_k^2\right)+\left(\overline{x}\right)^2$.

D. $s^2=\dfrac{1}{n}\left(n_1.u_1+n_2.u_2+\ldots+n_k.u_k\right)-\left(\overline{x}\right)^2$.

Câu 11: **(THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc)** Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5]$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. $18,1$. **B.** $15,25$. **C.** 21. **D.** 20.

Câu 12: **(Cụm trường THPT Hải Dương)** Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, người ta thu được bảng số liệu sau:

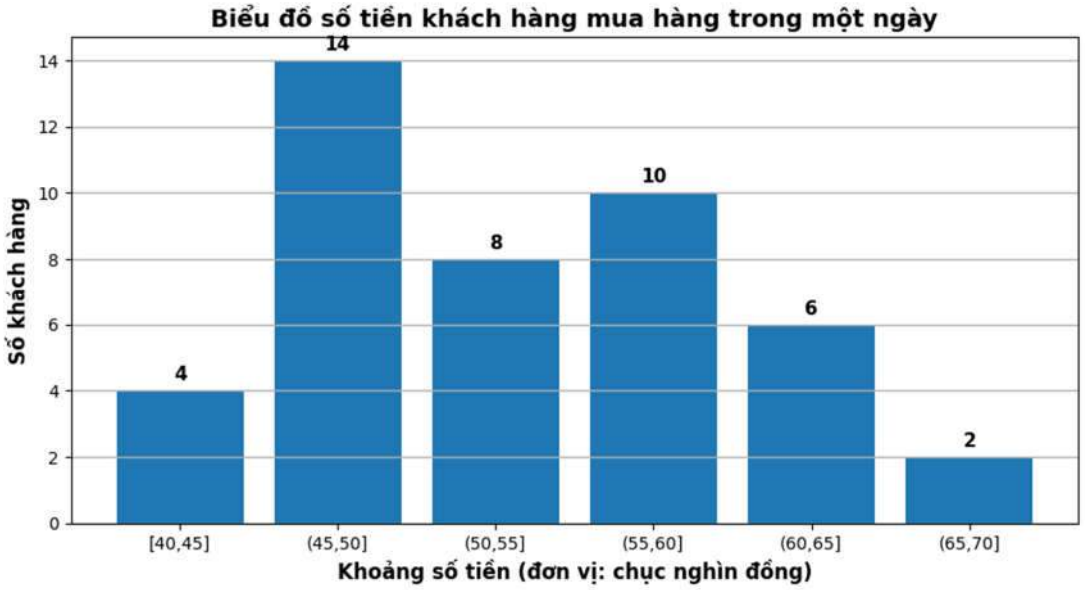
Thời gian (giờ)	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$
Số lượng	6	12	13	10	3

Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $1,97$. **B.** $1,87$. **C.** $1,79$. **D.** $1,78$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ dưới đây.



Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 53,2. **B.** 46,1. **C.** 30. **D.** 11.

Câu 14: **(THPT Cụm trường Hải Dương)** Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị centimét).

Doanh thu	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Số ngày	4	10	14	6	4	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm nào dưới đây?

A. $[50;60)$. **B.** $[40;50)$. **C.** $[70;80)$. **D.** $[60;70)$.

Câu 15: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của 100 học sinh.

Cự li (m)	$[19;19,5)$	$[19,5;20)$	$[20;20,5)$	$[20,5;21)$	$[21;21,5)$
Số học sinh	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $0,53$. **B.** $4,75$. **C.** $4,63$. **D.** $4,38$.

Câu 16: **(SGD Vĩnh Phúc)** Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác An trong 20 ngày được thống kê ở bảng sau:

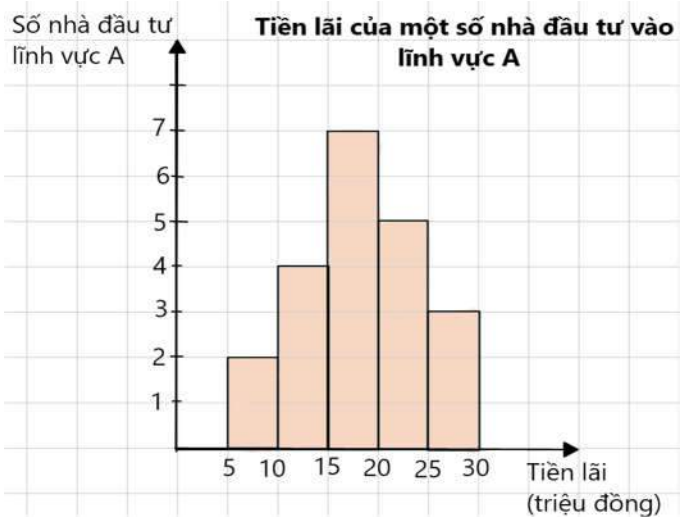
Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $0,975$. **B.** $0,9$. **C.** $0,5$. **D.** $0,575$.

Câu 17: Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào lĩnh vực A cho kết quả bằng biểu đồ dưới đây. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu số nhà đầu tư vào lĩnh vực A gần bằng với giá trị nào sau đây?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. $5,8$. **B.** $6,5$. **C.** $4,3$. **D.** $7,3$.

Câu 18: **(Cụm trường Nghệ An)** Một cửa hàng quần áo khảo sát một số khách hàng xem họ dự định mua quần áo cho trẻ em với mức giá nào (đơn vị: nghìn đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$	$[180;210)$
Số khách hàng	20	75	48	25	12

Khoảng $[a;b)$, $(a,b\in R)$ chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên. Tính tổng $S=a+b$ được kết quả là

A. 210. **B.** 150. **C.** 45. **D.** 30.

Câu 19: Hai phương án đầu tư có số lợi nhuận trung bình bằng nhau. Chọn khẳng định đúng.

A. Phương án nào có độ lệch chuẩn càng nhỏ thì phương án đầu tư đó càng rủi ro.
B. Phương án nào có độ lệch chuẩn càng lớn thì phương án đầu tư đó càng ít rủi ro.
C. Phương án nào có độ lệch chuẩn càng lớn thì phương án đầu tư đó càng rủi ro.
D. Hai phương án có độ lệch chuẩn bằng nhau thì hai phương án đầu tư không có rủi ro.

Câu 20: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$	$[26;30)$
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $R=4$. **B.** $R=20$. **C.** $R=9$. **D.** $R=108$.

Câu 21: **(SGD Bình Phước)** Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1:

Nhóm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Tần số	1	2	10	15	2

M_2:

Nhóm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Tần số	0	1	15	13	1

Gọi s_1^2, s_2^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_1^2=2s_2^2$. **B.** $s_1^2=\dfrac{15}{8}s_2^2$. **C.** $s_1^2=\dfrac{9}{5}s_2^2$. **D.** $3s_1^2=s_2^2$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 22: Bạn Nam rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Nam được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 23,75. **B.** 27,5. **C.** 31,88. **D.** 8,125.

Câu 23: Điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) như sau:

68	79	65	85	52	81	55	65	49	42	68	66	56	57	65	72
69	60	50	63	74	88	78	95	41	87	61	72	59	47	90	74

Lập mẫu số liệu ghép nhóm với các nhóm $[40;50)$; $[50;60)$; $[60;70)$; $[70;80)$; $[80;90)$; $[90;100)$. Phương sai là

A. $s^2 = 190,23$. **B.** $s^2 = 66,875$. **C.** $s^2 = 196,37$. **D.** $s^2 = 13,79$.

Câu 24: Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của 125 chiếc xe ô tô khi đi qua một điểm đo tốc độ.

Tốc độ (km/h)	$[50;52)$	$[52;54)$	$[54;56)$	$[56;58)$	$[58;60)$
Tần số tương đối (%)	32	25,6	20	16	6,4

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

A. 6,329. **B.** 6,328. **C.** 2,515. **D.** 2,516.

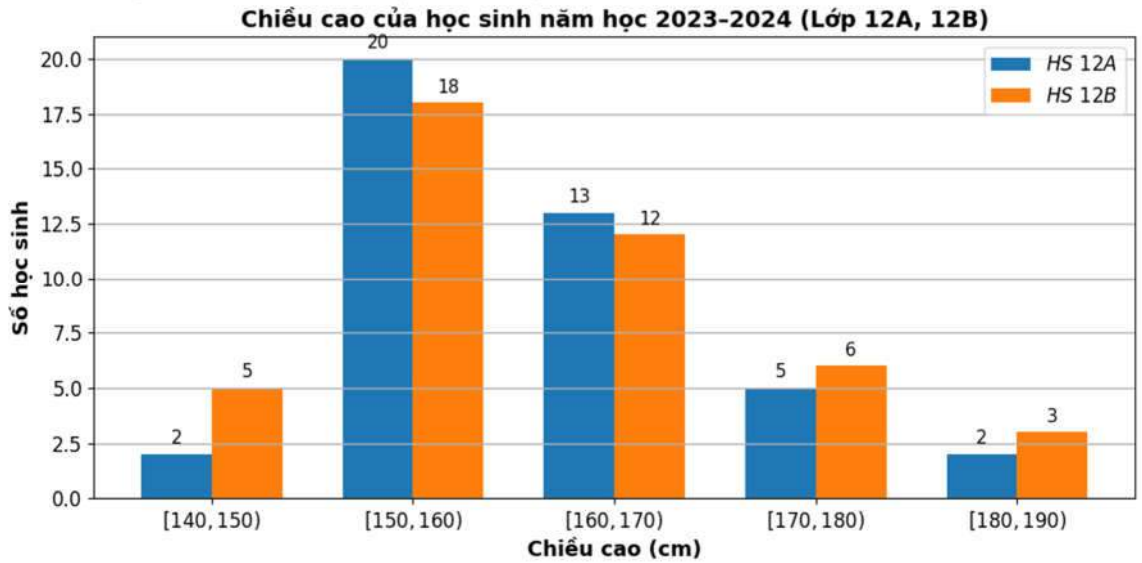
Câu 25: **(Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa)** Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở bảng sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[40;45)$	42,5	4
$[45;50)$	47,5	14
$[50;55)$	52,5	8
$[55;60)$	57,5	10
$[60;65)$	62,5	6
$[65;70)$	67,5	2

Biết số trung bình của mẫu số liệu đã cho là $\overline{x} \approx 53,18$. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) là

A. $s^2 = 46,12$. **B.** $s^2 = 46,1$. **C.** $s^2 = 46,21$. **D.** $s^2 = 46,2$.

Câu 26: Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về chiều cao của học sinh lớp 12A, 12B năm học 2023-2024 của một trường THPT. Chọn khẳng định đúng



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. Khi so sánh về độ lệch chuẩn của 2 lớp thì hs lớp 12A đồng đều hơn học sinh lớp 12B.
B. Khi so sánh về độ lệch chuẩn của 2 lớp thì hs lớp 12B đồng đều hơn học sinh lớp 12A.
C. Độ lệch chuẩn về mẫu số liệu được cho trong bảng của lớp 12A là 114 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
D. Độ lệch chuẩn về mẫu số liệu được cho trong bảng của lớp 12B là 10,69 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 27: **(THPT Phúc Thọ - Hà Nội)** Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2024 tại Hà Nội (đơn vị %) người ta được một mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Độ ẩm	$[71;74)$	$[74;77)$	$[77;80)$	$[80;83)$	$[83;86)$
Số tháng	1	1	2	6	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 134,25. **B.** 3,34. **C.** 80,25. **D.** 11,1875.

Câu 28: Một cửa hàng trang sức khảo sát một số khách hàng xem họ dự định mua trang sức với mức giá nào (đơn vị: triệu đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)
Số khác hàng	20	75	48	23	12

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 9,98. **B.** 15. **C.** 4,43. **D.** 14,41.

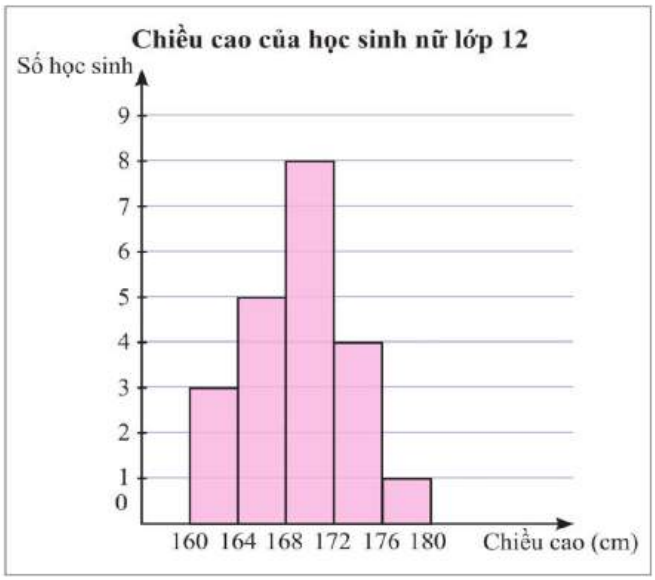
Câu 29: **(SGD Bắc Ninh)** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy trong môt sô ngày gần đây của bạn Chi được thống kê lại bằng bảng sau:

Thời gian (phút)	$(20;25)$	$(25;30)$	$(30;35)$	$(35;40)$	$(40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 33. **B.** 34,77. **C.** 32. **D.** 31,24.

Câu 30: Cho biểu đồ



Xét mẫu số liệu mới gồm các giá trị đại diện của các nhóm, tần số của mỗi giá trị đại diện bằng tần số của nhóm tương ứng. Hãy tính phương sai của mẫu số liệu mới (làm tròn đến hàng phần chục).

A. 18,2. **B.** 18,1. **C.** 18,3. **D.** 18,4.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 31: **(THPT Hà Trung - Thanh Hóa)** Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (Nguồn: *Niên giám thống kê* 2021, *NXB Thống kê,* 2022).

Nhóm	Tần số
$[16,8;19,8)$	2
$[19,8;22,8)$	3
$[22,8;25,8)$	2
$[25,8;28,8)$	1
$[28,8;31,8)$	4
	N=12

Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

A. $4,55$. **B.** $4,56$. **C.** $4,6$. **D.** $4,5$.

Câu 32: Số liệu đo chiều cao của 450 học sinh lớp 10 được cho trong bảng sau:

Nhóm chiều cao	Số học sinh
$[150;155)$	50
$[155;160)$	123
$[160;165)$	117
$[165;170)$	66
$[170;175)$	44
$[175;180)$	32
$[180;185]$	18

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là

A. 5. **B.** 10. **C.** 35. **D.** 45.

Câu 33: **(SGD Quảng Ninh)** Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 12 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Số học sinh	75	125	250	82	18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

A. 874. **B.** 875. **C.** 873. **D.** 872.

Câu 34: **(SGD Thái Nguyên)** Mỗi ngày bác Lan đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Lan trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm này có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây.

A. $0,25$. **B.** $0,27$. **C.** $0,42$. **D.** $0,36$.

Câu 35: **(THPT Hướng Hóa - Quảng Trị)** Số tiền ghi trên hoá đơn của 150 khách hàng lấy ngẫu nhiên trong một ngày của một siêu thị cho ở bảng dưới đây

Số tiền (nghìn đồng)	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$	$[250;300)$
Tần số	6	9	39	66	30

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên

A. $49,24$. **B.** 210. **C.** 2425. **D.** $49,41$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 36: **(THPT Triệu Sơn 1 - Thanh Hóa)** Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của một nhà đầu tư được cho như sau:

Lợi nhuận	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$
Số tháng	2	4	8	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là S. Chọn khẳng định đúng nhất trong 4 khẳng định sau:

A. $S=9,95$. **B.** $S\approx 109,5$. **C.** $S=11,95$. **D.** $S\approx 10,95$.

Câu 37: **(Chuyên KHTN Hà Nội)** Thống kê độ tuổi tập thể dục thể thao hàng ngày trong một cụm dân cư có bảng số liệu sau:

Độ tuổi	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$
Số người	10	6	15	19	25

Tính phương sai của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $189,66$. **B.** $13,68$. **C.** $187,13$. **D.** $187,03$.

Câu 38: Thống kê lợi nhuận hằng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của hai nhà đầu tư được cho như sau:

Lợi nhuận	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$
Số tháng	4	5	1	7	3

Bảng 1. Lợi nhuận hằng tháng của nhà đầu tư A

Lợi nhuận	$[500;510)$	$[510;520)$	$[520;530)$	$[530;540)$	$[540;550)$
Số tháng	3	5	2	6	4

Bảng 2. Lợi nhuận hằng tháng của nhà đầu tư B

Phát biểu nào sau đây sai?

A. Lợi nhuận trung bình một tháng của nhà đầu tư A là 22,5 triệu đồng.

B. Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hằng tháng của nhà đầu tư A nhỏ hơn nhà đầu tư B.

C. Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hằng tháng của hai nhà đầu tư A, B khác nhau.

D. Nhà đầu tư B rủi ro hơn lĩnh vực A.

Câu 39: **(THPT Lê Thánh Tông - Nguyễn Khuyến)** Bảng số liệu ghép nhóm về chiều cao đo được (đơn vị: cm) của 30 học sinh nam lớp 12A2 đầu năm học $2024-2025$ của một trường THPT được cho như sau:

Chiều cao	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Tần số	3	7	10	7	3

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $\dfrac{\sqrt{285}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{287}}{3}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{71}$.

Câu 40: **(KHTN Hà Nội)** Khảo sát trọng lượng của một số quả mít được trồng trong một nông trường ta có số liệu sau:

Trọng lượng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số quả	6	12	19	9	4

Tìm độ lệch tiêu chuẩn của mẫu số liệu trên. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $2,19$. **B.** $8,72$. **C.** $4,80$. **D.** $2,20$.

Câu 41: **(Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi)** Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Mẫu số liệu M_1	Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
	Tần số	6	4	8	6	4

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Mẫu số liệu M_2	Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
	Tần số	9	6	12	9	6

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_1 = 2s_2$. **B.** $s_1 = s_2$. **C.** $s_2 = \frac{3}{2}s_1$. **D.** $s_1 = \frac{3}{2}s_2$.

Câu 42: Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 12A được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	2	8	18	12

Phương sai của mẫu số liệu là

A. $8,5$. **B.** $0,15$. **C.** $0,7$. **D.** 6.

Câu 43: Bảng số liệu dưới đây biểu diễn mức lương trung bình các nhân viên của công ty A và công ty B

Mức lương TB (triệu đồng)	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Số nhân viên công ty A	4	6	17	12	1
Số nhân viên công ty B	6	8	14	10	2

Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Mức lương trung bình của công ty A là $7,7$.

B. Độ lệch chuẩn về mức lương trung bình của công ty B lớn hơn công ty A.

C. Mức lương trung bình của công ty B là 8.

D. Mức lương trung bình của công ty A phân tán hơn công ty B.

Câu 44: **(SGD Vĩnh Phúc)** Thống kê điểm kiểm tra học kì I môn Toán của các học sinh lớp 12A và 12B ở bảng

Điểm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
12A	1	0	11	22	6
12B	0	6	8	14	12

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Điểm trung bình của lớp 12A là 8,4 (làm tròn đến hàng phần chục).

B. Điểm trung bình của lớp 12A nhỏ hơn lớp 12B.

C. So sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 12A học đồng đều hơn học sinh lớp 12B.

D. Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B là $1,05$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 45: Tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau được thống kê qua bảng sau:

Lượng mưa	$[140;240)$	$[240;340)$	$[340;440)$	$[440;540)$
Số tháng	3	7	7	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $\Delta_Q = \frac{1000}{7}$. **B.** $\Delta_Q = 181$. **C.** $\Delta_Q = \frac{1877}{100}$. **D.** $\Delta_Q = \frac{1700}{7}$.

Câu 46: **(Đề Tham Khảo BGD 2025)** Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[1;16)$	$[16;18)$
Tần số	3	4	8	6	4

M_2

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_1 = s_2$. **B.** $s_1 = 2s_2$. **C.** $2s_1 = s_2$. **D.** $4s_1 = s_2$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 47: **(THPT Hàm Rồng - Thanh Hóa)** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,13. **D.** 0,36.

Câu 48: **(THPT Khoa Học Giáo Dục - Hà Nội)** Dũng là một học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp trong bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. $14,38$. **B.** $3,63$. **C.** $10,75$. **D.** $1,75$.

Câu 49: **(THPT Bắc Đông Quan - Thái Bình)** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7. **B.** 7,6. **C.** 8,6. **D.** 8.

Câu 50: **(Cụm THPT Hoàn Kiếm - Hai Bà Trưng - Hà Nội)** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của dân cư khu phố A như sau:

Nhóm	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Số người	24	26	20	15	11	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

A. $23,95$. **B.** 60. **C.** $33,94$. **D.** $22,95$.

Câu 51: Một cửa hàng trang sức khảo sát một số khách hàng xem họ dự định mua trang sức với mức giá nào (đơn vị: triệu đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)
Số khách hàng	20	75	48	23	12

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $9,98$. **B.** 15. **C.** $4,43$. **D.** $14,41$.

Câu 52: **(SGD Lai Châu)** Trọng lượng của 20 củ sâm trong một lô củ sâm được thu hoạch sau sáu năm trồng tại một cơ SGD trồng sâm Lai Châu có bảng tần số ghép nhóm sau (đơn vị: gam):

Nhóm	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)
Tần số	3	7	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là

A. $3,3$. **B.** $9,5$. **C.** $6,7$. **D.** $8,6$.

Câu 53: **(Chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai)** Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9. **B.** 0,975. **C.** 0,5. **D.** 0,575.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 54: Bảng dưới đây thống kê cân nặng của 45 học sinh lớp 10 tại một trường THPT

Nhóm(Số cân nặng)	Giá trị đại diện	Tần số
$[40;44)$	42	8
$[44;48)$	46	12
$[48;52)$	50	8
$[52;56)$	54	10
$[56;62)$	58	7
		45

Khi đó độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $1,15$. **B.** $5,39$. **C.** $2,15$. **D.** $3,25$.

Câu 55: **(SGD Phú Thọ)** Hai mẫu số liệu ghép nhóm A, B có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm A

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Tần số	8	9	5	6	2

Nhóm B

Nhóm	$[0,3;10,3)$	$[10,3;20,3)$	$[20,3;30,3)$	$[30,3;40,3)$	$[40,3;50,3)$
Tần số	16	18	10	12	4

Gọi $\Delta_{Q_A}, \Delta_{Q_B}$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm A, B. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\Delta_{Q_B} = 2\Delta_{Q_A}$. **B.** $\Delta_{Q_B} = 0,3 + \Delta_{Q_A}$. **C.** $\Delta_{Q_B} = \Delta_{Q_A}$. **D.** $\Delta_{Q_B} = 0,3\Delta_{Q_A}$.

Câu 56: **(SGD Sơn La)** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây.

Nhóm (đơn vị: triệu đồng)	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu đã cho (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. $8,81$. **B.** $9,12$. **C.** $8,96$. **D.** $8,93$.

Câu 57: **(SGD Hòa Bình)** Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,5;3,0)$	$[3,0;3,5)$	$[3,5;4,0)$	$[4,0;4,5)$	$[4,5;5,0)$
Số ngày	3	6	5	4	2
	3	9	14	18	20

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 0,9. **B.** 0,96. **C.** 0,97. **D.** 0,8.

Câu 58: **(Cụm trường THPT Hải Dương)** Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. 43. **B.** 30. **C.** 37. **D.** 25.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 59: **(SGD Quảng Bình)** Điểm kiểm tra 15 phút của lớp $12A$ được cho bởi bảng sau

Điểm	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*) là

A. $2,10$. **B.** $4,84$. **C.** $2,09$. **D.** $6,94$.

Câu 60: **(THPT Cụm trường Hải Dương)** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng).

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 13. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 11.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 4

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 4

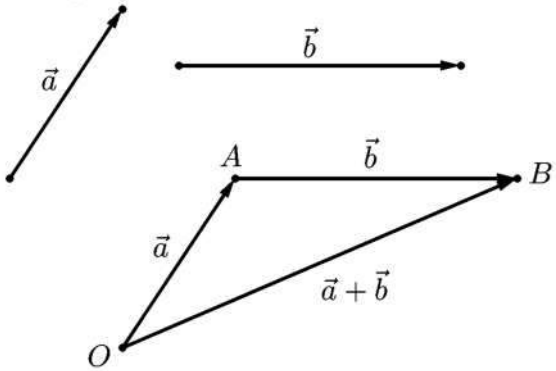
§4. CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tổng của hai vectơ

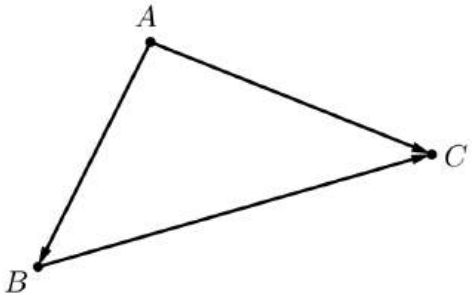
Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$. Lấy điểm O bất kì và hai điểm A, B sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$. Ta gọi $\overrightarrow{OB}$ là ***tổng của hai vectơ*** $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a} + \vec{b}$.

Phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là ***phép cộng vectơ.***



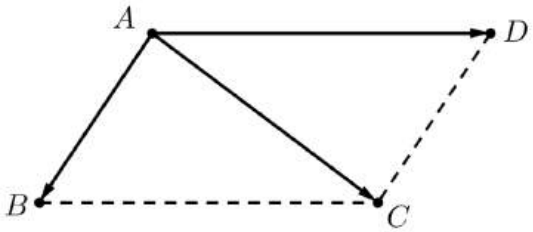
2. Quy tắc ba điểm

Với ba điểm A, B, C ta có: $\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$.



3. Quy tắc hình bình hành

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì ta có $\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.}$

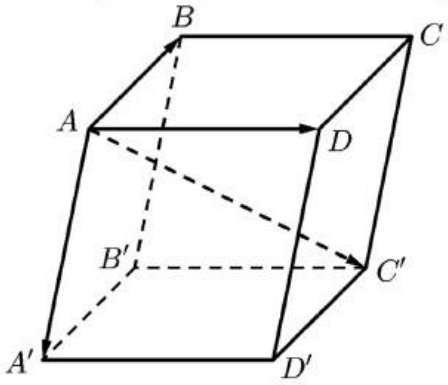


NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

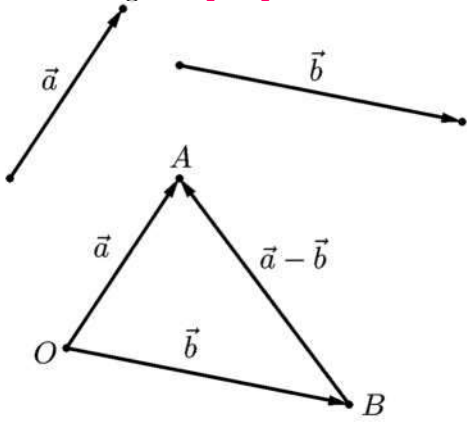
4. Quy tắc hình hộp

Cho hình hộp $ABCD.A'B'CD'$. Ta có: $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}.}$



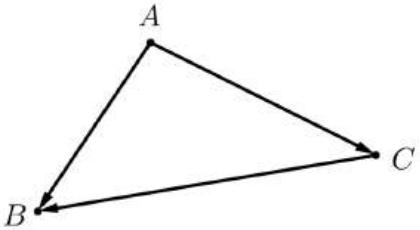
5. Hiệu của hai vectơ

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$. Ta gọi $\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$ là ***hiệu của hai vectơ*** $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a}-\vec{b}$. Phép lấy hiệu của hai vectơ được gọi là ***phép trừ vectơ***.



6. Quy tắc hiệu hai vectơ

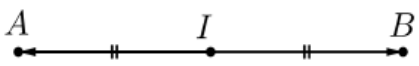
Trong không gian, với ba điểm A, B, C ta có: $\boxed{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}.}$

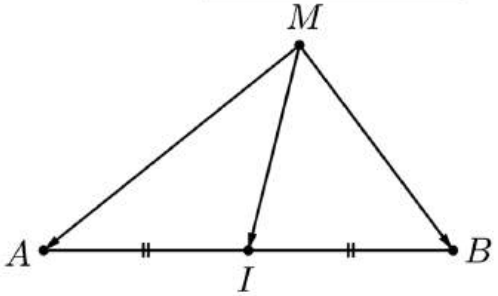


7. Hệ thức trung điểm đoạn thẳng

Trong không gian, cho đoạn thẳng AB và một điểm M tùy ý.

Khi đó: Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}}$.



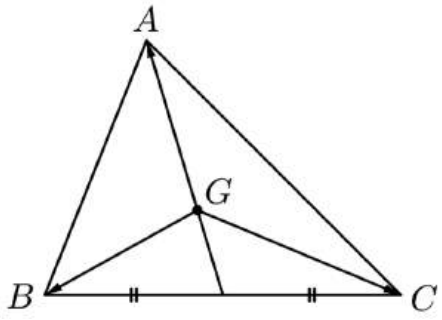


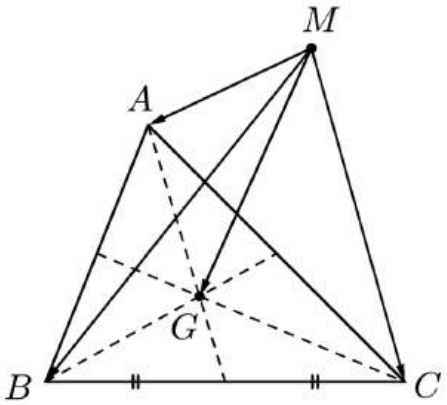
NGUYỄN TIẾN HÀ

8. Hệ thức trọng tâm tam giác

Trong không gian, cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý.

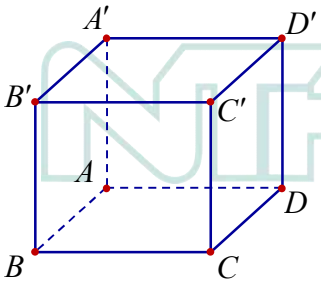
Điểm G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0} \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}}$.





B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Đẳng thức nào sau đây **sai?**

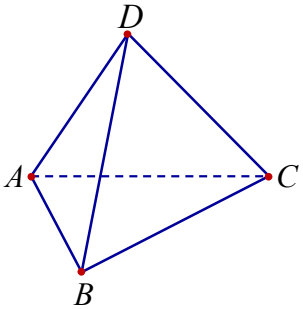
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$.

D. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

Câu 2: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G.



Đẳng thức nào sau đây **sai?**

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

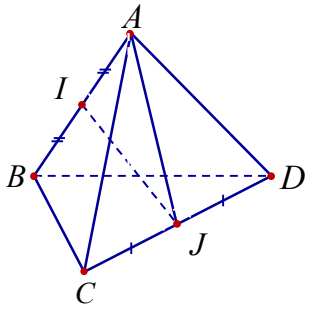
C. $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

D. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD.



Đẳng thức nào sau đây **sai?**

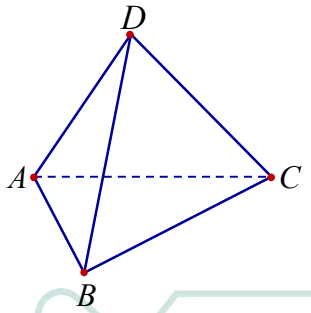
A. $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$.

B. $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

C. $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}\right)$.

D. $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$.



Đẳng thức nào sau đây **đúng?**

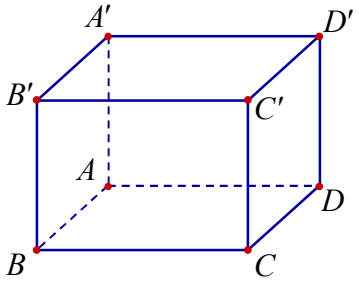
A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Đẳng thức nào sau đây **đúng?**

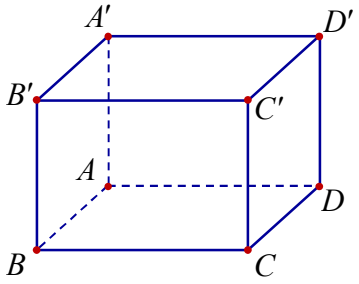
A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

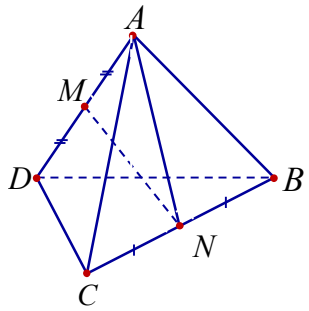


Đẳng thức nào sau đây **đúng?**

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

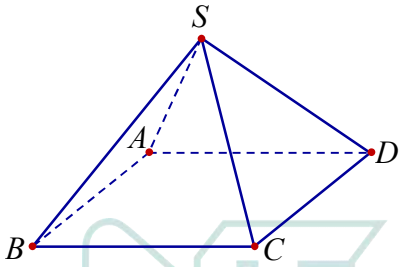
A. $\overrightarrow{A'D}=\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'C}$.
B. $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}$.
D. $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC'}$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC.



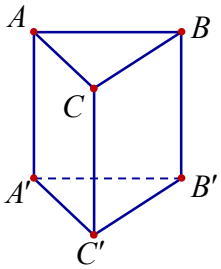
Khẳng định nào sau đây **sai?**
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}$.
B. $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.
D. $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.



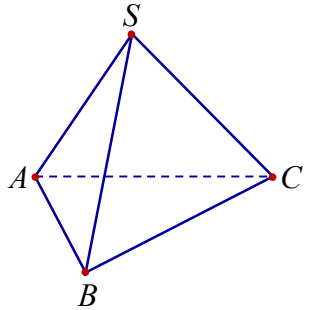
Khẳng định nào sau đây **đúng?**
A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$.
B. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.
D. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$.

Câu 9: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$.



Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB?
A. $\overrightarrow{A'B'}$. **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{A'C'}$. **D.** $\overrightarrow{A'B}$.

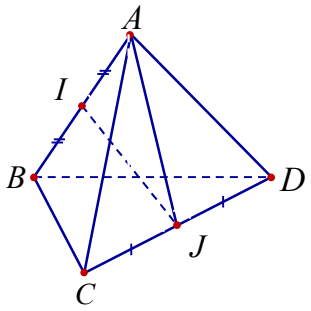
Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC.



Khẳng định nào sau đây **đúng?**
A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SG}$.
B. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SG}$.
C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=3\overrightarrow{SG}$.
D. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=4\overrightarrow{SG}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

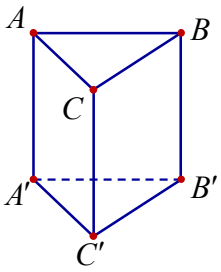
Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD, G là trung điểm của IJ.



Đẳng thức nào sau đây **đúng?**

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{IJ}$.
C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{JI}$.
D. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=-2\overrightarrow{JI}$.

Câu 12: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}, \overrightarrow{AB}=\vec{b}, \overrightarrow{AC}=\vec{c}, \overrightarrow{BC}=\vec{d}$.



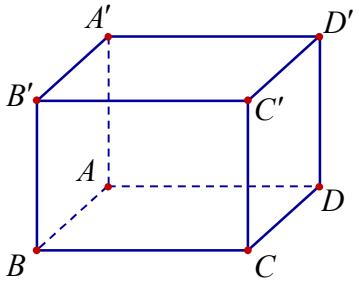
Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$.
B. $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$.
C. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.
D. $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=0$.

Câu 13: Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}$.
C. $\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.
D. $\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$.

Câu 14: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

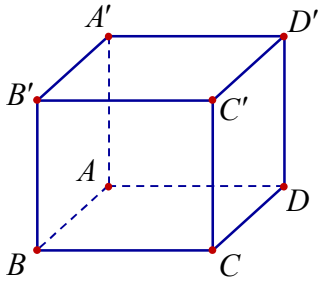


Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{D'C'}$. **B.** $\overrightarrow{BA}$. **C.** $\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 15: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Chọn đẳng thức **đúng**.

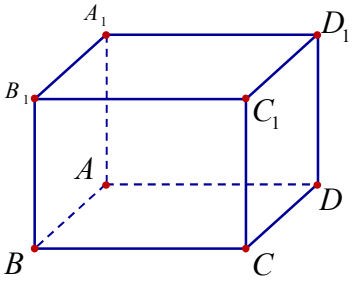
A. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

B. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

D. $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O.



Khẳng định nào **sai?**

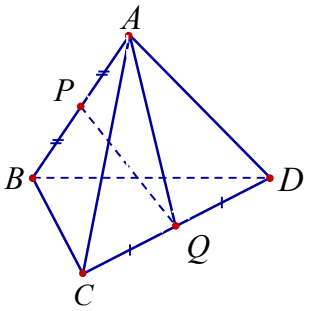
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD_1}$.

B. $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC_1}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D_1A}=\vec{0}$.

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AD_1}+\overrightarrow{D_1O}+\overrightarrow{OC_1}$.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD.



Chọn đẳng thức **đúng.**

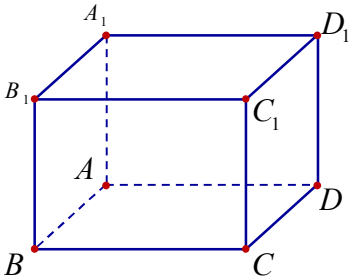
A. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

B. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

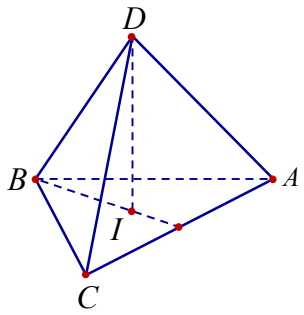


Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

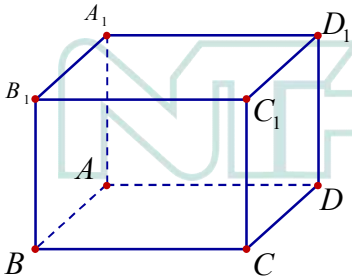
A. $\overrightarrow{CA_1}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC_1}$.
B. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{CA_1}+2\overrightarrow{C_1C}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AA_1}$.
D. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=2\overrightarrow{AC}$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC.



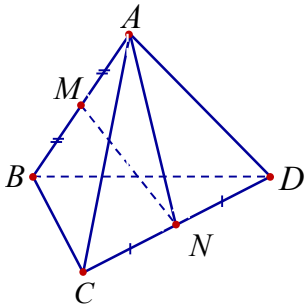
Chọn đẳng thức **đúng.**
A. $\overrightarrow{SI}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$.
B. $\overrightarrow{SI}=3\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$.
C. $\overrightarrow{SI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$.
D. $6\overrightarrow{SI}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$.

Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.



Đẳng thức nào **sai**?
A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{B_1A_1}$.
B. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D_1C_1}+\overrightarrow{D_1A_1}=\overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB_1}=\overrightarrow{BD_1}$.
D. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN.

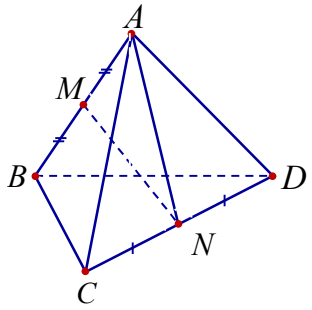


Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=4\overrightarrow{MG}$.
C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GD}$.
D. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 22: Cho tứ diện đều $ABCD$, M và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh AB và CD.



Mệnh đề nào sau đây **sai?**

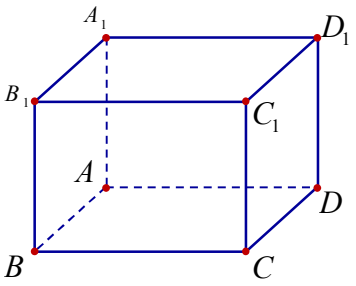
A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=-4\overrightarrow{NM}$.

D. $\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}-4\overrightarrow{MN}=\vec{0}$.

Câu 23: Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, với K là trung điểm CC_1.



Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

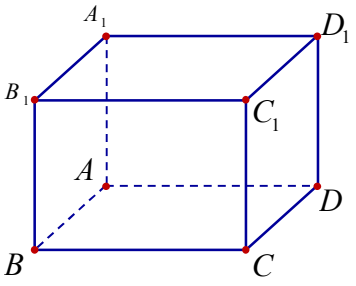
A. $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$.

B. $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AA_1}$.

C. $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$.

D. $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$.

Câu 24: Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp.



Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai?**

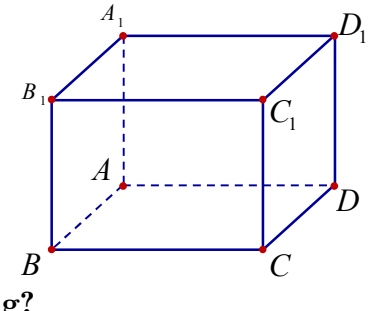
A. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=2\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{CA_1}+2\overrightarrow{CC_1}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AA_1}$.

D. $\overrightarrow{CA_1}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC_1}$.

Câu 25: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.



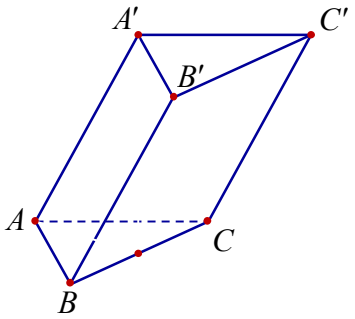
Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$.

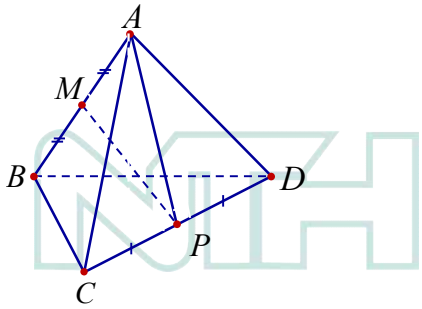


Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $\overrightarrow{B'C}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$.

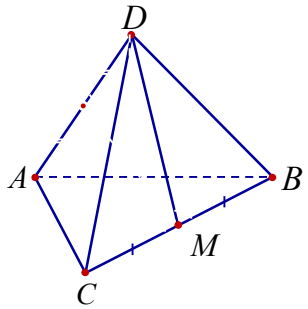


Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d})$. **B.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b})$.

C. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b})$. **D.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c})$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$, gọi M là trung điểm của BC.



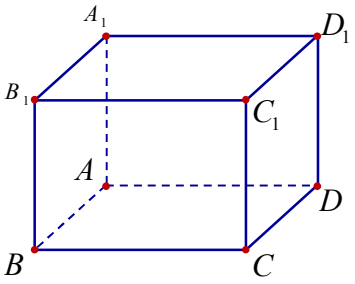
Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$. **B.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

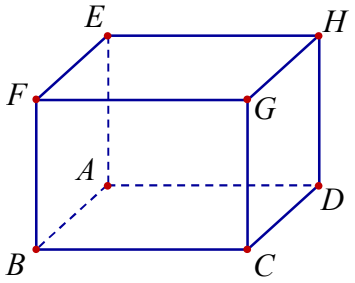


Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Các véc tơ $\overrightarrow{A_1C_1}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}$ đồng phẳng. **B.** Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

C. Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng. **D.** Các véc tơ $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.

Câu 30: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$.

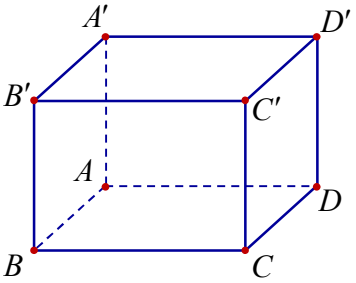


Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{EK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. **B.** $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. **D.** $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IK}$, $\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

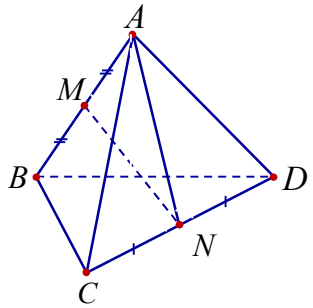
Câu 31: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Bộ 3 vectơ nào sau đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{C'D}, \overrightarrow{A'B'}$. **D.** $\overrightarrow{B'D}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'}$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm AB và CD .

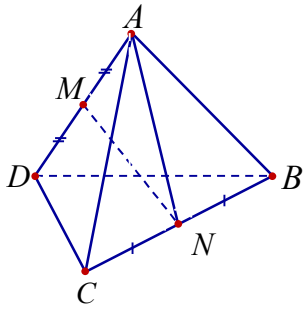


Ba vectơ nào đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

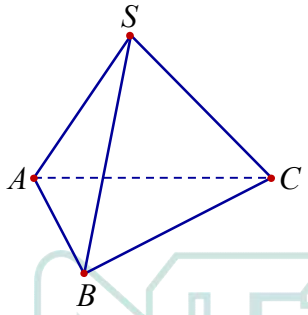
A. Các vectơ $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.

B. Các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

C. Các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.

D. Các vectơ $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{CM}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

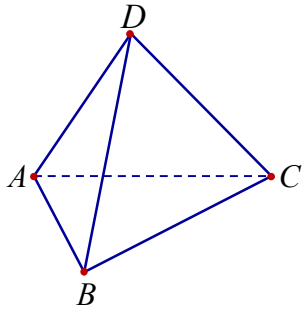
Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a.



Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

A. 60°. **B.** 120°. **C.** 30°. **D.** 90°.

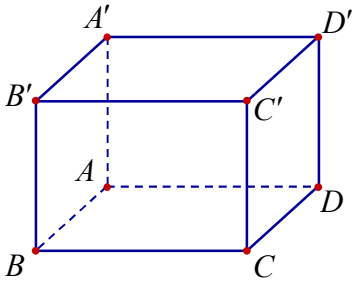
Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{CAB} = \widehat{DAB} = 60^\circ$, $AB = AD = AC$.



Gọi φ là góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. $\varphi = 60^\circ$. **B.** $\cos\varphi = \dfrac{1}{4}$. **C.** $\varphi = 90^\circ$. **D.** $\cos\varphi = \dfrac{3}{4}$.

Câu 36: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\cos\left(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}\right)$.



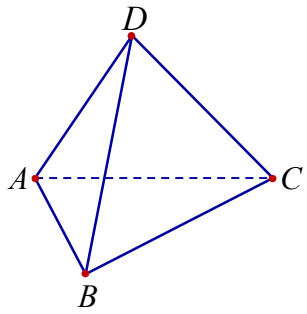
NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=0$. **B.** $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=1$.

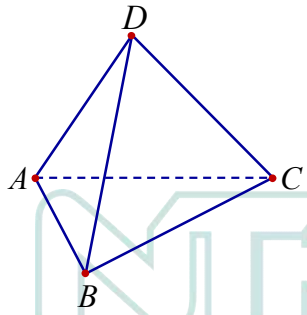
C. $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\cos\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{A'C'}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.



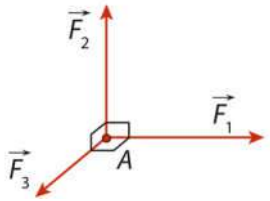
A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 38: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right)$ bằng



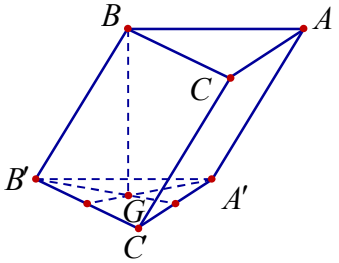
A. $\dfrac{a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{3a^2}{2}$.

Câu 39: Một chất điểm chịu tác động bởi 3 lực $\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3$ có chung điểm đặt A và có giá vuông góc với nhau từng đôi một. Biết cường độ của các lực $\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3$ lần lượt là $10N, 8N$ và $5N$, xác định hợp lực của 3 lực và tính cường độ của hợp lực (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A. $13,7$. **B.** $12,7$. **C.** $14,7$. **D.** $11,7$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$.



Khi đó $\overrightarrow{AG}$ bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

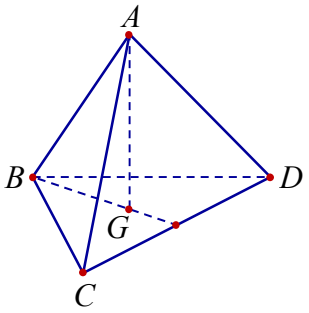
A. $\vec{a}+\frac{1}{6}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$. **B.** $\vec{a}+\frac{1}{3}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$. **C.** $\vec{a}+\frac{1}{2}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$. **D.** $\vec{a}+\frac{1}{4}\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$

Câu 41: Cho tam giác ABC có $AB=2$; $AC=5$, gọi AD là phân giác trong của góc A (D thuộc cạnh BC). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AD}=\frac{5}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD}=\frac{5}{7}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AD}=\frac{-5}{7}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AD}=-\frac{5}{7}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Đặt $\vec{x}=\overrightarrow{AB},\vec{y}=\overrightarrow{AC},\vec{z}=\overrightarrow{AD}$.

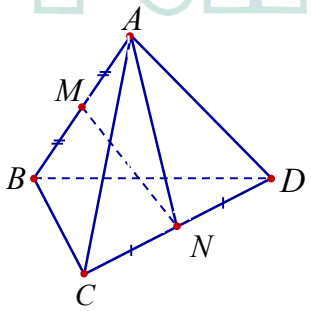


Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}(\vec{x}+\vec{y}+\vec{z})$. **B.** $\overrightarrow{AG}=-\frac{2}{3}(\vec{x}+\vec{y}+\vec{z})$.

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\vec{x}+\vec{y}+\vec{z})$. **D.** $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{3}(\vec{x}+\vec{y}+\vec{z})$.

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm P,Q sao cho $3\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AD}$, $3\overrightarrow{BQ}=2\overrightarrow{BC}$.

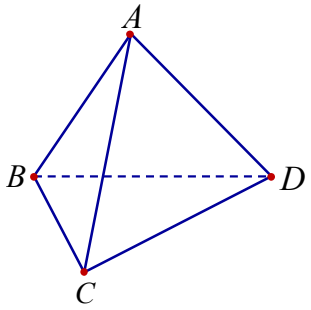


Các vectơ $\overrightarrow{MP}$, $\overrightarrow{MQ}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng khi chúng thỏa mãn đẳng thức vectơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{MN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{MP}+\frac{3}{4}\overrightarrow{MQ}$. **B.** $\overrightarrow{MQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}+\frac{1}{2}\overrightarrow{MQ}$.

C. $\overrightarrow{MN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MP}+\frac{2}{3}\overrightarrow{MQ}$. **D.** $\overrightarrow{MN}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MP}+\frac{3}{2}\overrightarrow{MQ}$.

Câu 44: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác BCD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$.



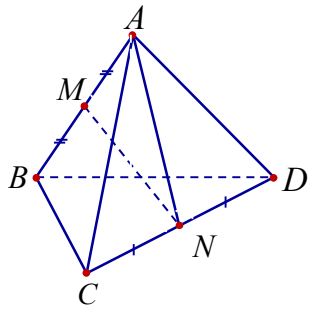
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Phân tích vectơ $\overrightarrow{MG}$ theo $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$. **B.** $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

C. $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$. **D.** $\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$.

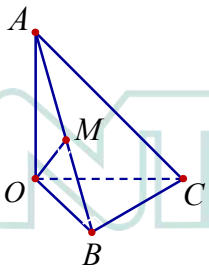
Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$. M và N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD.



Bộ ba vectơ nào dưới đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{MN}$. **D.** $\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{MA}$.

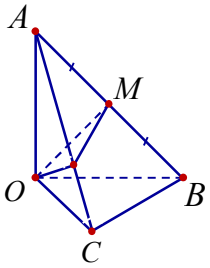
Câu 46: Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$.



Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. $135°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 47: Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB.

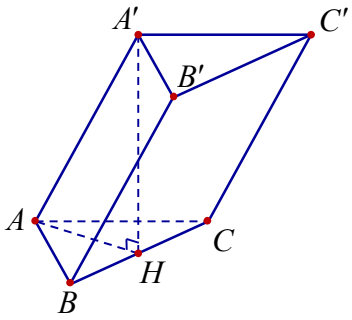


Góc hợp bởi hai véc tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. 120°. **B.** 150°. **C.** 135°. **D.** 60°.

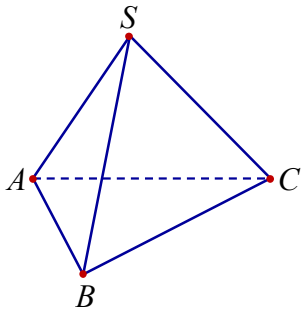
Câu 48: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC). M là trung điểm cạnh CC'. Tính cosin góc α giữa hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{BM}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{22}}{11}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{33}}{11}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{11}}{11}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{22}}{11}$.

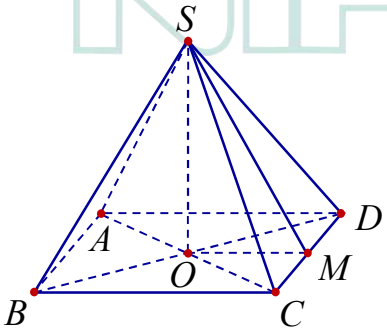
Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và góc $\widehat{CAB} = 30°$.



Giá trị $\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}\right)$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $0,83$. **B.** $0,37$. **C.** $0,45$. **D.** $0,71$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD.



Giá trị $\overrightarrow{MS}.\overrightarrow{CB}$ bằng

A. $\dfrac{a^2}{2}$. **B.** $-\dfrac{a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

---------HẾT---------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12 CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 5

MŨ - LOGARIT

K12 – CHỦ ĐỀ 5 §5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ-LOGARIT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Công thức mũ

Cho a và b là các số thực dương x và y là những số thực tùy ý.

❶ $a^n = \underbrace{a.a.a...a}_{n \text{ số } a}$	❻ $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$
❷ $a^{x+y} = a^x.a^y$	❼ $\sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}, \ (y \geq 2; \ y \in \mathbb{Z}^+)$
❸ $a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y} \Rightarrow a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	❽ $\left[u(x)\right]^0 = 1, \ \forall u(x) \neq 0$
❹ $a^{x.y} = (a^x)^y = (a^y)^x$	❾ $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \ (n \geq 2; \ n \in \mathbb{Z}^+)$
❺ $a^x.b^x = (a.b)^x$	❿ $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$

Công thức lôgarit

Cho $0 < a \neq 1$ và $b, \ c > 0$.

❶ $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$	❻ $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
❷ $\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n}\log_a b$	❼ $\log_a b^n = \begin{cases} n.\log_a b & \text{khi } \alpha \text{ lẻ} \\ n.\log_a \lvert b \rvert & \text{khi } \alpha \text{ chẵn} \end{cases}$
❸ $\log_a b = \log_a c.\log_c b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a} = \dfrac{\log_b c}{\log_a c}$	❽ $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b = \dfrac{\ln b}{\ln a}$
❹ $\log_a 1 = 0, \quad \log_a a = 1$	❾ $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow b = a^{\log_a b}$
❺ $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$	❿ $\begin{cases} \ln b = \log_e b \\ \lg b = \log b = \log_{10} b \end{cases}$

I. HÀM SỐ MŨ

1. **Định nghĩa**: Cho số thực dương $a \neq 1$. Hàm số $y = a^x$ được gọi là hàm số mũ cơ số a.
2. **Tập xác định:** $y = a^{P(x)}$ xác định khi $P(x)$ xác định.

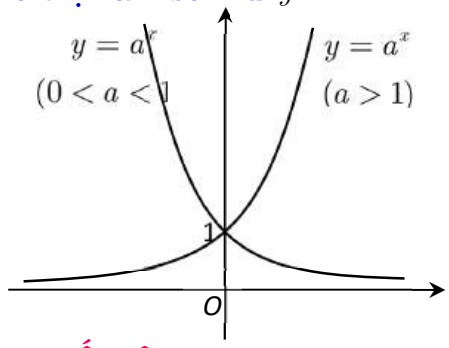
   Đối với $y = a^x$ thì có TXĐ: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
3. **Tập giá trị:** Tập giá trị của hàm số mũ là $T = (0; +\infty)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

4. Đạo hàm: $\boxed{(a^u)' = u'.a^u \ln a} \Rightarrow$
- $(a^x)' = a^x.\ln a.$
- $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$.
- $(\mathrm{e}^u)' = u'.\mathrm{e}^u.$

5. Đồ thị hàm số mũ $y = a^x$



Tập xác định	$\mathscr{D} = (-\infty;+\infty)$.
Đạo hàm	$y' = a^x \ln a.$
Đơn điệu	• $a > 1$: hàm số đồng biến. • $0 < a < 1$: nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Ox là tiệm cận ngang.
Đồ thị	Đi qua điểm $(0;1)$ và $(1;a)$, nằm về phía trên trục hoành $(y = a^x > 0,\ \forall x \in \mathbb{R})$.

II. HÀM SỐ LÔGARIT

1. Định nghĩa: Cho $0 < a \neq 1$. Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là hàm số lôgarit cơ số a.

2. Tập xác định: $y = \log_a[P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.

Nếu a chứa biến x thì bổ sung $a \neq 1, a > 0$.

Đặc biệt:

① $y = \ln[P(x)]$ hoặc $y = \log[P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.

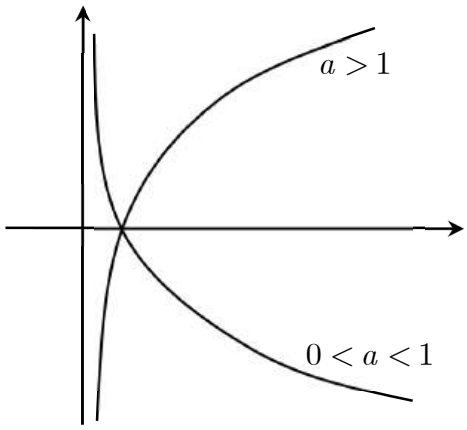
② $y = \log_a[P(x)]^n \Rightarrow$ điều kiện:
- $P(x) > 0$: n lẻ
- $P(x) \neq 0$: n chẵn

3. Tập giá trị: Tập giá trị của hàm số logarit là $T = \mathbb{R}$.

4. Đạo hàm: $\boxed{(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \ln a}} \Rightarrow (\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}.$

Đặc biệt $\left(\ln|x|\right)' = \dfrac{1}{x}$ và $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}.$

5. Đồ thị hàm số lôgarit $y = \log_a x$



Tập xác định	$\mathscr{D} = (0;+\infty)$.
Đạo hàm	$y' = \dfrac{1}{x \ln a}.$
Đơn điệu	• $a > 1$: hàm số đồng biến. • $0 < a < 1$: hàm số nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Oy là tiệm cận đứng.
Đồ thị	Đi qua các điểm $(1;0)$ và $(a;1)$, nằm về phía phải trục tung.

Nhận xét:

Đồ thị của các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$, $(0 < a \neq 1)$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$, (góc phần tư thứ nhất và thứ ba trong hệ trục Oxy).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

1. Phương trình mũ cơ bản $a^x = b,\ (a > 0,\ a \neq 1)$.

① Nếu $b > 0$ thì phương trình $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$.

② Nếu $b \leq 0$ thì phương trình $a^x = b$ vô nghiệm (do $a^x > 0$).

2. Phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x = b,\ (a > 0,\ a \neq 1)$.

Theo định nghĩa lôgarit, ta có phương trình $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

3. Phương trình đưa về cùng cơ số

Đặt điều kiện, rồi sử dụng công thức mũ và lôgarit để đưa về một trong những dạng sau:

① Nếu $a > 0,\ a \neq 1$ thì $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

② Dạng $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0,\ g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$.

Lưu ý : Sau khi giải tìm nghiệm, ta nên so sánh với điều kiện ban đầu.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ & BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1. Bất phương trình mũ cơ bản $a^x > b,\ (a > 0,\ a \neq 1)$.

- Nếu $b \leq 0$ thì tập nghiệm là $S = \mathbb{R}$ vì $a^x > 0 \geq b,\ \forall x \in \mathbb{R}$.
- Nếu $b > 0$:
  - ✓ Với $a > 1$ thì bất phương trình $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$.
  - ✓ Với $0 < a < 1$ thì bất phương trình $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$.

2. Bất phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x > b,\ (a > 0,\ a \neq 1)$.

- Nếu $a > 1$ thì bất phương trình $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình $\log_a x \Leftrightarrow 0 < x < a^b$.

3. Bất phương trình mũ và lôgarit đưa về cùng cơ số

Tìm điều kiện và dùng các công thức mũ hoặc lôgarit đưa về các dạng cơ bản:

- Dạng $a^{f(x)} > a^{g(x)}$:
  - ✓ Nếu $a > 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$. (cùng chiều khi $a > 1$).
  - ✓ Nếu $0 < a < 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$. (ngược chiều khi $0 < a < 1$).
- Dạng $\log_a f(x) > \log_a g(x)$:
  - ✓ Nếu $a > 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ (cùng chiều khi $a > 1$).
  - ✓ Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ (ngược chiều khi $0 < a < 1$).

Lưu ý : Sau khi giải tìm nghiệm, ta phải so sánh với điều kiện ban đầu.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

PHẦN 1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ & LOGARIT

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Nghiệm của phương trình $2^{2x+1}=8$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x-1\right)=2$ là

A. $x=\frac{5}{2}$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=\frac{7}{2}$.

Câu 3: **(THPT Lương Thế Vinh - HN)** Nghiệm duy nhất của phương trình $4^{x+1}=2\sqrt{2}$ là

A. $x=\frac{3}{4}$. **B.** $x=-\frac{3}{4}$. **C.** $x=\frac{1}{4}$. **D.** $x=-\frac{1}{4}$.

Câu 4: **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Phương trình $\log_3\left(3x-2\right)=3$ có nghiệm là

A. $x=\frac{25}{3}$. **B.** $x=87$. **C.** $x=\frac{29}{3}$. **D.** $x=\frac{11}{3}$.

Câu 5: **(Chuyên Bắc Giang)** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)=0$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 13. **D.** 7.

Câu 6: **(Vted - Đề số 22)** Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x+1}=\frac{2}{3}$. Tính tổng các phần tử của tập S.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 7: **(THPT Thanh Thủy - Phú Thọ)** Tập nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)+\log_{\frac{1}{2}}(x-2)=1$ là

A. $\left\{3\right\}$. **B.** $\left\{-1;2\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1+\sqrt{11}}{2}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{1\pm\sqrt{11}}{2}\right\}$.

Câu 8: **(Vted - Đề số 08)** Gọi $x_1;x_2\left(x_1<x_2\right)$ là hai nghiệm của phương trình $\log_2\left(-x^2-3x+18\right)=3$. Giá trị x_1+3x_2 bằng

A. -13. **B.** 1. **C.** 13. **D.** -1.

Câu 9: **(THPT Thái Phiên - HP)** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-x\ln 2+1}=4$ bằng

A. $1+2\log_3 2$. **B.** $1-2\log_3 2$. **C.** $1-2\ln 2$. **D.** $1+2\ln 2$.

Câu 10: **(Chuyên Thái Bình)** Giải phương trình $\log_{25}\left(x+1\right)=\frac{1}{2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $x=4$. **B.** $x=6$. **C.** $x=24$. **D.** $x=0$.

Câu 11: **(Vted - Đề số 11)** Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x+4}=16$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\{0;2\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Câu 12: **(THPT Lý Nhân Tông)** Phương trình $\log_3(3x-2)=3$ có nghiệm là

A. $\frac{25}{3}$. **B.** $\frac{29}{3}$. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** 87.

Câu 13: **(Chuyên Nguyễn Tất Thành - Yên Bái)** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x}=9$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 14: **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang)** Phương trình $5^{2x^2+5x+4}=25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 1. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** -1. **D.** $-\frac{5}{2}$.

Câu 15: **(THPT Thăng Long - Hà Nội)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+x+3)=2$ là

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -6.

Câu 16: **(THPT Yên Định - Thanh Hóa)** Tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2-2x}=27$.

A. $S=\{1;3\}$. **B.** $S=\{-3;1\}$. **C.** $S=\{-3;-1\}$. **D.** $S=\{-1;3\}$.

Câu 17: **(THPT Trần Phú - Hà Tĩnh)** Phương trình $\log_2(2x)=3$ có nghiệm là

A. 2. **B.** 4. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** 8.

Câu 18: **(THPT Cụm Trần Kim Hưng - Hưng Yên)** Tích các nghiệm của phương trình $\log_5(5^x-4)=1-x$ là

A. -1. **B.** -5. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 19: **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang)** Số nghiệm của phương trình $\log(x^2-1)=\log x$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 20: **(THPT Thị Xã Quảng Trị)** Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x^2-3}=27$.

A. $S=\{3\}$. **B.** $S=\{\sqrt{3}\}$. **C.** $S=\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\}$. **D.** $S=\{-3;3\}$.

Câu 21: **(Chuyên Sơn La)** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+2x)=1$ là

A. $\{1;-3\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\{-3\}$.

Câu 22: **(THPT Sơn Tây - Hà Nội)** Nghiệm của phương trình $5^{x-1}=\left(\frac{1}{25}\right)^x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 23: **(THPT Cụm Sóc Sơn - Hà Nội)** Tích các nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 5.

Câu 24: **(Vted - Đề số 14)** Tập nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-2x\right)=-3$ là

A. $\{-2;4\}$. **B.** $\{-4;2\}$. **C.** $\{-4;-2\}$. **D.** $\{2;4\}$.

Câu 25: **(Vted - Đề số 07)** Nghiệm của phương trình $2^{7x-1}=8^{2x-1}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 26: **(Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa)** Tập nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-4x+9\right)=2$ là

A. $\{0;4\}$. **B.** $\{-4;0\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{0\}$.

Câu 27: **(THPT Lê Văn Hưu)** Nghiệm của phương trình $9^{2x+1}=81$ là

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=-\frac{3}{2}$.

Câu 28: **(PT Đề Tham Khảo BGD)** Tập nghiệm của phương trình $\log_6\left[x\left(5-x\right)\right]=1$ là

A. $\{2;3\}$. **B.** $\{4;6\}$. **C.** $\{1;-6\}$. **D.** $\{-1;6\}$.

Câu 29: **(THPT Ninh Bình - Bạc Liêu)** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x}=8^{2-x}$ bằng

A. -6. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 30: **(THPT Lê Văn Hưu)** Tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_2\left(x+2\right)^2-1=0$ là

A. $\{-1;0\}$. **B.** $\{-4\}$. **C.** $\{0;-4\}$. **D.** $\{0\}$.

Câu 31: **(SGD Cần Thơ)** Nghiệm của phương trình $2^{x+1}.4^{x-1}.\frac{1}{8^{1-x}}=16^x$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 32: **(SGD Điện Biên)** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1}=\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Tính $x_1^2+x_2^2$.

A. 17. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 33: **(THPT Yên Khánh - Ninh Bình)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\left(2x^2-5x+2\right)\left[\log_x\left(7x-6\right)-2\right]=0$ bằng

A. $\frac{17}{2}$. **B.** 9. **C.** 8. **D.** $\frac{19}{2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 34: **(THPT Kinh Môn - Hải Dương)** Cho a, b là hai số thực khác 0, biết: $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-8ab}$. Tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng

A. $-\frac{8}{7}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $-\frac{4}{21}$.

Câu 35: **(Chuyên Hạ Long)** Số nghiệm của phương trình $(x+3)\log_2(5-x^2)=0$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 36: **(THPT Lý Thánh Tông)** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{5+\sqrt{21}}\right)^x + \left(\sqrt{5-\sqrt{21}}\right)^x = 5.2^{\frac{x}{2}}$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 37: **(Đề 03 Vted)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_6\left(3.4^x+2.9^x\right)=x+1$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 38: **(ĐTD - Đề số 06)** Phương trình $4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1$ có các nghiệm là

A. $x\in\{\pm1;2\}$. **B.** $x\in\{\pm1;2;-5\}$. **C.** $x\in\{\pm1\}$. **D.** $x\in\{\pm1;-5\}$.

Câu 39: **(ĐTĐ - Đề VDC)** Hai số thực dương a,b thỏa $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 40: **(ĐTD - Đề 01)** Tìm tích các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0$

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 41: **(HQG - TPHCM)** Nếu $a>0$, $b>0$ thỏa mãn $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(a+b)$ thì $\frac{a}{b}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 42: **(VDC - Đề số 4)** Biết rằng phương trình $(x-2)^{\log_2[4(x-2)]}=4.(x-2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Tính $2x_1-x_2$.

A. 1. **B.** 3. **C.** -5. **D.** -1.

Câu 43: **(THPT Nguyễn Khuyến)** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+2)+\log_4(x-5)^2+\log_{\frac{1}{2}}8=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 44: **(THPT Kinh Môn - Hải Dương)** Cho a, b là hai số thực khác 0, biết: $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-8ab}$. Tỉ số $\frac{a}{b}$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $-\frac{8}{7}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $-\frac{4}{21}$.

Câu 45: **(THPT Lê Văn Hưu)** Cho phương trình $\log_4\left(x+1\right)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8\left(4+x\right)^3$. Tổng các nghiệm của phương trình trên bằng

A. $4+2\sqrt{6}$. **B.** -4. **C.** $4-2\sqrt{6}$. **D.** $2-2\sqrt{3}$.

Câu 46: **(THPT Cổ Loa – Hà Nội)** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2019}.3^x+3^{2018}.2^x=6^x+2^{2019}.3^{2018}$ bằng

A. 1. **B.** 536. **C.** 4037. **D.** 5.

Câu 47: **(Chuyên Bắc Giang)** Số nghiệm của phương trình $\left(x-2\right)\left[\log_{0,5}\left(x^2-5x+6\right)+1\right]=0$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 48: **(THPT Quảng Xương - Thanh Hóa)** Số nghiệm của phương trình $\log_2\frac{2^x+4}{2^x+12}=x-3$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 49: **(THPT Thị Xã Quảng Trị)** Phương trình $\log\left(x^3-4x^2+4x-1\right)=\log\left(x-1\right)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 50: **(HKI THPT Bình Dương)** Số nghiệm của phương trình $6^x-2^{x+1}-3^{x+1}+6=0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 51: **(THPT Lý Thánh Tông)** Bất phương trình $\log_3\left(3x-1\right)<\log_3\left(x+7\right)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 52: **(THPT Nông Cống 2 - Thanh Hóa)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-x}-9<0$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 53: **(THPT Sơn Tây - Hà Nội)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\frac{3x-1}{x+1}\right)\le 0$ là

A. $\left(-\infty;-1\right)\cup\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;3\right]$.

C. $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left[3;+\infty\right)$.

Câu 54: **(Love book - Đề số 15)** Bất phương trình $\left(\frac{9}{7}\right)^{3x-2x^2}\ge\frac{9}{7}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 55: **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang)** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}\left(3x-2\right)>\log_{\frac{1}{4}}\left(10-x\right)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 9.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 56: **(Love book - Đề số 15)** Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 57: **(Vted - Đề số 10)** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{3-2x} \geq 0$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 58: **(Vted - Đề số 23)** Có bao nhiêu nghiệm nguyên của bất phương trình $\frac{1}{2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{(x-1)^2}}$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 59: **(Vted - Đề số 03)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ bằng

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=(-1;2)$.

Câu 60: **(Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa)** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2+3x} \leq 16$

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 61: **(Vted Đề số 14)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

A. $(-1;6)$. **B.** $\left(\frac{5}{2};6\right)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 62: **(THPT Chu Văn An - Hà Nội)** Bất phương trình $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2x+3}$ có nghiệm là

A. $x \leq -4$. **B.** $x > -4$. **C.** $x < -4$. **D.** $x \geq -4$.

Câu 63: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left[x^2-1\right] \geq 3$

A. $[-2;2]$. **B.** $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $[-3;3]$.

Câu 64: **(THPT Hùng Vương - Bình Phước)** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 65: **(THPT Liên trường - TP Vinh)** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}(15x+2) > \log_{0,8}(13x+8)$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 66: **(THPT Thanh Thủy - Phú Thọ)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x^2-3}$ là

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $(1;3)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 67: **(Chuyên ĐHSP Hà Nội)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x > 2$ là

A. $\left(0;\frac{1}{4}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(2^{0,5};+\infty\right)$.

Câu 68: **(SGD Ninh Bình)** Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $5^{x^2-3x} < 625$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 69: **(Chuyên ĐHSP - Hà Nội)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 70: **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S=(-\infty;2)$ **B.** $S=(-\infty;1)$ **C.** $S=(1;+\infty)$ **D.** $S=(2;+\infty)$

Câu 71: **(ĐTD - Đề 26)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\frac{1}{8};1\right)$. **C.** $(1;8)$. **D.** $\left(\frac{1}{8};3\right)$.

Câu 72: **(THPT Cụm Trần Kim Hưng - Hưng Yên)** Giải bất phương trình $\left(\frac{4}{5}\right)^{x^2+x} < \left(\frac{5}{4}\right)^{x-3}$.

A. $\left[\begin{array}{l} x \le -3 \\ x \ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x < -3 \\ x > 1 \end{array}\right.$. **C.** $-3 < x < 1$. **D.** $-3 \le x \le 1$.

Câu 73: **(Love book - Đề số 15)** Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 74: **(Đề Thi Thử Vted)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

A. $S=(-\infty;-2)$. **B.** $S=(1;+\infty)$. **C.** $S=(-2;+\infty)$. **D.** $S=(-1;+\infty)$.

Câu 75: **(THPT Cẩm Giàng - Hải Dương)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\frac{1}{8};3\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{8};1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{8};+\infty\right)$.

Câu 76: **(THPT Lý Nhân Tông)** Nghiệm của bất phương trình $\lg(3-2x) \ge \lg(x+1)$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $-1<x\le\dfrac{2}{3}$. **B.** $x\ge-\dfrac{2}{3}$. **C.** $1\le x<\dfrac{3}{2}$. **D.** $-1\le x\le\dfrac{2}{3}$.

Câu 77: **(PT Đề Tham Khảo BGD)** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-4x}<27$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 78: **(THPT Lê Văn Hưu)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0$ là

A. $\left(-\infty;2\right)\cup\left(3;+\infty\right)$. **B.** $\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;3\right)$.

Câu 79: **(Chuyên Quốc Học Huế)** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-x^2+3x}<\dfrac{1}{4}$.

A. $S=\left[1;2\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;1\right)$. **C.** $S=\left(1;2\right)$. **D.** $S=\left(2;+\infty\right)$.

Câu 80: **(THPH Ngô Quyền Hải Phòng)** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+2x-8\right)\ge-4$ là

A. 6. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 81: **(THPT Ba Đình - Hà Nội)** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7}>3^{2x-21}$

A. 7. **B.** 6. **C.** vô số. **D.** 8.

Câu 82: **(Chuyên Quang Trung - Bình Phước)** Nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)+\log_2\dfrac{4-x}{x-1}>1$ là $\left(a;b\right)$. Tính $S=a^2+b^2$.

A. 5. **B.** 25. **C.** 17. **D.** 20.

Câu 83: **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x}<\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2x-6}$

A. $\left(0;6\right)$. **B.** $\left(-\infty;6\right)$. **C.** $\left(0;64\right)$. **D.** $\left(6;+\infty\right)$.

Câu 84: **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2\left(x-1\right)\le\log_2\left(5-x\right)+1$

A. $\left[3;5\right]$. **B.** $\left(1;3\right]$. **C.** $\left[1;3\right]$. **D.** $\left(1;5\right)$.

Câu 85: **(THPT Nguyễn Đức Cảnh)** Bất phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^{2x-1}<\left(\sqrt{2}+1\right)^{x+3}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $\left[-100;100\right]$?

A. 98. **B.** 99. **C.** 100. **D.** 101.

Câu 86: **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{25}x^2\le\log_5\left(4-x\right)$.

A. $\left(-\infty;2\right)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2]$. **D.** $\left(-\infty;0\right)\cup(0;2]$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 87: **(THPT Thiệu Hóa - Thanh Hóa)** Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{1-2x} > \dfrac{1}{125}$ là

A. $S=(0;2)$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=(-\infty;-3)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Câu 88: **(Chuyên Quang Trung - Bình Phước)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-1\right) > \log_2 \dfrac{1}{x^2-1}$ là

A. $\left[2;+\infty\right)$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 89: **(THPT Yên Khánh - Ninh Bình)** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2+4x-14} \geq 7+4\sqrt{3}$ là

A. $\left[-6;2\right]$. **B.** $\left(-\infty-6\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

C. $\left(-6;2\right)$. **D.** $\left(-\infty;-6\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

Câu 90: **(THPT Cầu Giấy - Hà Nội)** **Tập** nghiệm của bất phương trình $\log_{0,9}\left(x^2-9\right) > \log_{0,9}\left(8x\right)$ là

A. $\left(9;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;9\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(9;+\infty\right)$. **D.** $\left(3;9\right)$.

Câu 91: **(THPT Thực Hành Cao Nguyên)** Giải bất phương trình $\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x^2-3} < \left(3-2\sqrt{2}\right)^{-2x}$

A. $-1<x<3$. **B.** $-3<x<1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>1 \end{array}\right.$.

Câu 92: **(Chuyên KHTN)** Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{\log\left(x^2-9\right)}{\log\left(3-x\right)} \leq 1$ là

A. $\left(-4;-3\right)$. **B.** $\left[-4;-3\right)$. **C.** $\left(3;4\right]$. **D.** $\left(3;-4\right]$.

Câu 93: **(SGD Bình Thuận)** Nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{9x^2-10x+7} \geq \left(\dfrac{1}{5}\right)^{3+2x}$ là

A. $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $x<\dfrac{2}{3}$. **C.** $x>\dfrac{2}{3}$. **D.** $x\neq\dfrac{2}{3}$.

Câu 94: **(Chuyên - ĐH Vinh)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x-1\right)+\log_3\left(11-2x\right)\geq 0$

A. $\left(-\infty;4\right]$. **B.** $\left(1;4\right]$. **C.** $\left(1;4\right)$. **D.** $\left[4;\dfrac{11}{2}\right)$.

Câu 95: **(SGD Lào Cai)** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \dfrac{25}{4}$ là

A. $\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right]$. **D.** $\left[1;+\infty\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 96: **(Chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp)** Giải bất phương trình $\log_2\left(3x-2\right)>\log_2\left(6-5x\right)$ được tập nghiệm là $\left(a;b\right)$. Hãy tính tổng $S=a+b$.

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{11}{5}$. **C.** $\dfrac{28}{15}$. **D.** $\dfrac{31}{6}$.

Câu 97: **(Chuyên Quang Trung - Bình Phước)** Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_3\left(x-1\right)+\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(8-x\right)>0$ là

A. $\left(\dfrac{9}{2};8\right)$. **B.** $\left(\dfrac{9}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(1;8\right)$. **D.** $\left(3;8\right)$.

Câu 98: **(Đề TN THPT Đợt 2 - năm 2020)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(18-x^2\right)\geq 2$

A. $\left(-\infty;3\right]$. **B.** $\left(0;3\right]$. **C.** $\left[-3;3\right]$. **D.** $\left(-\infty;-3\right]\cup\left[3;+\infty\right)$.

Câu 99: **(SGD - Ninh Bình)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2-4x\right)\leq\log_2\left(5x\right)$ là

A. $\left(4;9\right]$. **B.** $\left[9;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;9\right]$. **D.** $\left[0;9\right]$.

Câu 100: **(Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2\geq\log_2 x$ là

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left[1;+\infty\right)$.

C. $\left(0;1\right]$. **D.** $\left(-\infty;0\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 6

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 6

§6. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Thể tích khối chóp

$$\boxed{V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3}\cdot S_{\text{đáy}}.\ \text{chiều cao}} = \boxed{\frac{1}{3}\cdot S_{\text{đáy}}.\ d\left(\text{đỉnh; mặt phẳng đáy}\right)} \Rightarrow V_{\text{tứ diện đều}} = \frac{(\text{cạnh})^3.\sqrt{2}}{12}$$

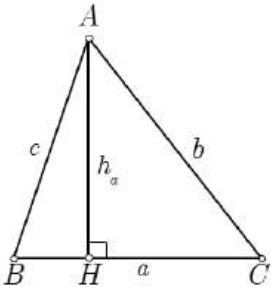
2. Xác định diện tích đáy thường gặp

① Diện tích tam giác thường

$$\boxed{S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ \ (Heron).}$$

Trong đó:

- $a,\ b,\ c$ là độ dài ba cạch của tam giác.
- h_a là chiều cao xuất phát từ đỉnh A.
- $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác.
- $R,\ r$ lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác.



② Diện tích tam giác đặc biệt

- $\boxed{S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2}\times(\text{tích hai cạnh góc vuông})}$.
- $\boxed{S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}}$.
- $\boxed{S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2\times\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow$ Chiều cao tam giác đều $= \dfrac{\text{cạnh}\times\sqrt{3}}{2}$.

③ Diện tích hình chữ nhật: $\boxed{S_{\text{Hình chữ nhật}} = \text{dài}\times\text{rộng}}$.

- Diện tích hình vuông: $S_{\text{Hình vuông}} = (\text{cạnh})^2$.
- Đường chéo hình vuông $=$ cạnh $\times\sqrt{2}$.

④ Diện tích hình thang: $\boxed{S_{\text{Hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn}+\text{đáy bé})\times\text{chiều cao}}{2}}$.

$\Rightarrow$ Diện tích hình bình hành: S_{hbh} = đường cao $\times$ cạnh đáy tương ứng.

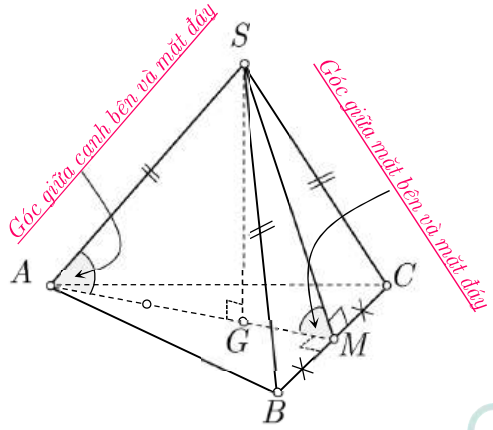
= tích hai cạnh liên tiếp $\times$ sin góc kẹp.

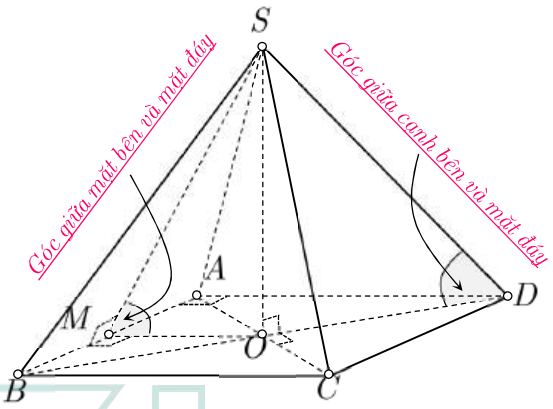
⑤ Diện tích tứ giác có 2 đường chéo vuông góc: $\boxed{S = \frac{\text{Tích hai đường chéo}}{2}}$.

$\Rightarrow$ Diện tích hình thoi: $S_{\text{Hình thoi}} = \dfrac{\text{Tích 2 đường chéo}}{2}$.

3. Các tính chất cần nhớ về hình chóp đều

- ***Đáy là đa giác đều*** *(hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông).*
- ***Chân đường cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy*** *(hình chóp tam giác đều có chân đường cao trùng với trọng tâm G, hình chóp tứ giác đều có chân đường cao trùng với tâm O của hình vuông).*
- *Các mặt bên là những tam giác cân và bằng nhau.*
- *Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau.*
- *Góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau.*



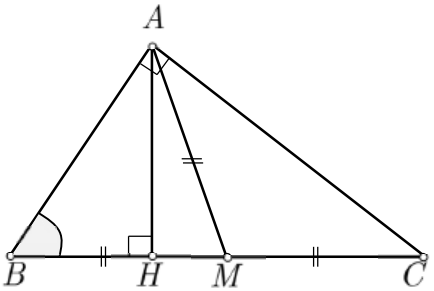


4. Các hệ thức trong tam giác

① Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A, có AH là đường cao, AM là trung tuyến. Khi đó:

- Pitago: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \begin{cases} \bullet\ BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} \\ \bullet\ AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} \\ \bullet\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} \end{cases}$.
- $AB^2 = BH.BC$ và $AC^2 = CH.CB$.
- $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$ và $AH^2 = HB.HC$.
- Trung tuyến: $AM = \dfrac{1}{2}BC$.
- $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{\text{đối}}{\text{huyền}} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{\text{kề}}{\text{huyền}} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{\text{đối}}{\text{kề}} = \dfrac{AC}{AB}$.



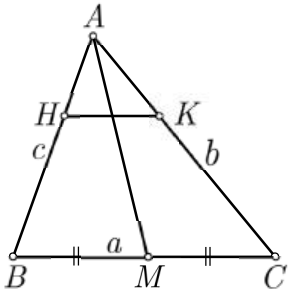
② Hệ thức lượng trong tam giác thường

Cho tam giác ABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

- **Định lý hàm sin:** $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

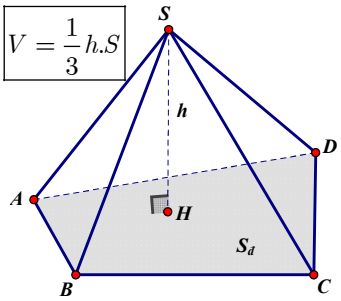
- **Định lý hàm cos:**
  - $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A} \Rightarrow \cos\widehat{A} = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
  - $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\widehat{B} \Rightarrow \cos\widehat{B} = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$.
  - $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\widehat{C} \Rightarrow \cos\widehat{C} = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
- **Công thức trung tuyến:** $AM^2 = \dfrac{AB^2 + AC^2}{2} - \dfrac{BC^2}{4}$.
- **Định lý Thales:**
  - $HK \parallel BC \Rightarrow \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{AK}{AC} = \dfrac{HK}{BC} = k$
  - $\dfrac{S_{\Delta AHK}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\dfrac{AH}{AB}\right)^2 = \left(\dfrac{HK}{BC}\right)^2 = k^2$.



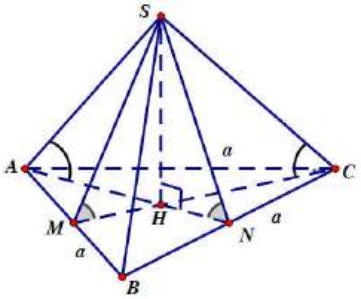
5. Một số trường hợp thường gặp về khối chóp

5.1. Hình chóp:

$\boxed{V = \dfrac{1}{3}h.S}$



5.2. Hình chóp tam giác đều

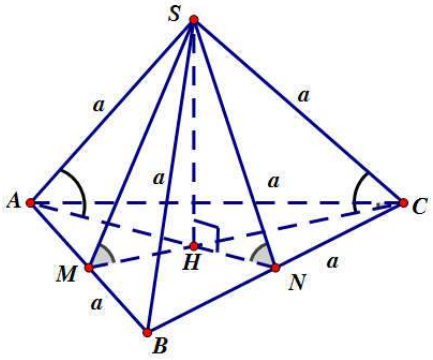


Tất cả cạnh bên bằng nhau.

- Đáy là tam giác đều cạnh a.
- $SH \perp (ABC)$ với H là trọng tâm (cũng là trực tam) ΔABC.

$\begin{cases} S_d = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ SH = h \end{cases} \rightarrow \boxed{V = \dfrac{1}{3}h.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}$

5.3. Tứ diện đều:

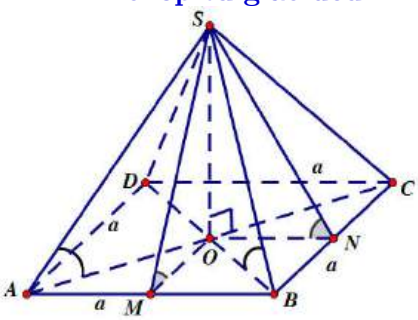


- Đây cũng là hình chóp tam giác đều, đặc biệt là cạnh bên bằng cạnh đáy.

Thể tích: $\boxed{V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}}$.

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:
$\left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \widehat{SAH}$
$= \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \widehat{SCH}$
Góc giữa mặt bên và mặt đáy:
$\left(\widehat{(SAB),(ABC)}\right) = \widehat{SMH}$
$= \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \widehat{SNH}$.

5.4. Hình chóp tứ giác đều:



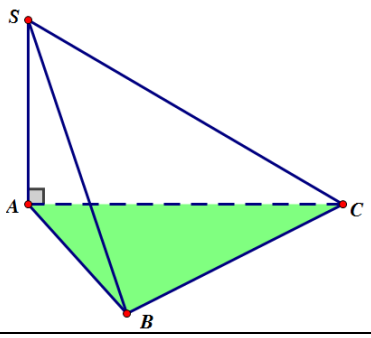
- Tất cả cạnh bên bằng nhau.
- Đáy là hình vuông cạnh a.
- $SO \perp (ABCD)$ với O là tâm hình vuông $ABCD$.
- $\begin{cases} S_{đ} = a^2 \\ SO = h \end{cases} \rightarrow \boxed{V = \dfrac{1}{3}h.a^2}$

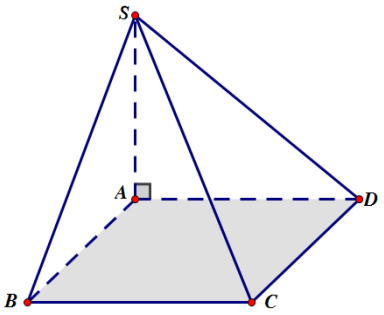
Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:
$\left(\widehat{SA,(ABCD)}\right) = \widehat{SAO}$
$= \left(\widehat{SB,(ABCD)}\right) = \widehat{SBO}$.
Góc giữa mặt bên và mặt đáy:
$\left(\widehat{(SAB),(ABCD)}\right) = \widehat{SMO}$
$= \left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right) = \widehat{SNO}$.

5.5. Hình chóp có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy.	Đáy là tam giác	Đáy là tứ giác đặc biệt

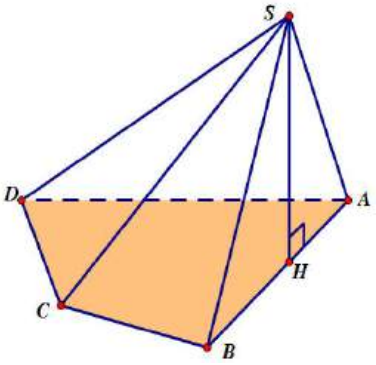
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

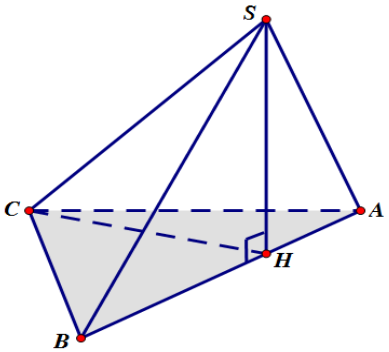




5.6. Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy.



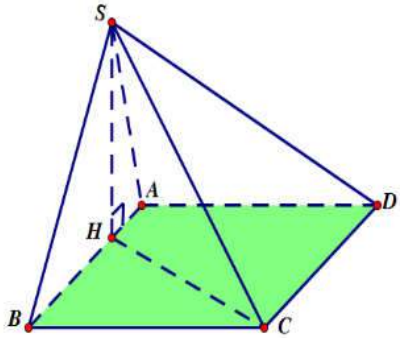
Đáy là tam giác



- Đường cao $h = SH$ cũng là đường cao của ΔSAB.
- Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:

$$\begin{cases} \widehat{(SA,(ABC))} = \widehat{SAH} \\ \widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{SCH} \end{cases}.$$

Đáy là tứ giác đặc biệt



Đường cao $h = SH$ cũng là đường cao của ΔSAB.

- Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:

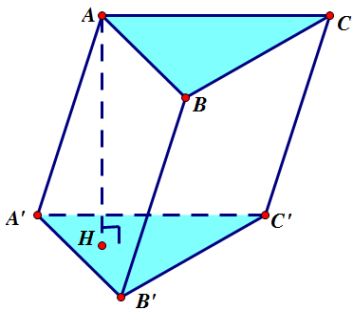
$$\begin{cases} \widehat{(SA,(ABCD))} = \widehat{SAH} \\ \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{SCH} \end{cases}.$$

6. Một số trường hợp thường gặp về khối lăng trụ

6.1. Hình lăng trụ thường:

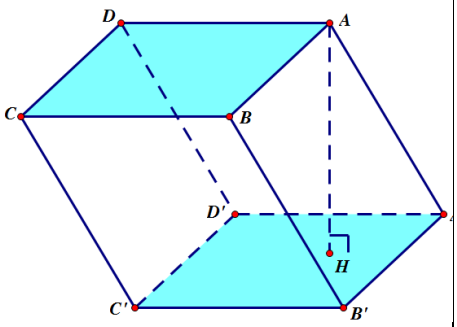
- Hai đáy là hai hình giống nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song.
- Các cạnh bên song song và bằng nhau. Các mặt bên là các hình bình hành.
- Thể tích: $\boxed{V = h.S_{đ}}$.

Đáy là tam giác



$$\boxed{V = AH.S_{\Delta ABC} = AH.S_{\Delta A'B'C'}}$$

Đáy là tứ giác



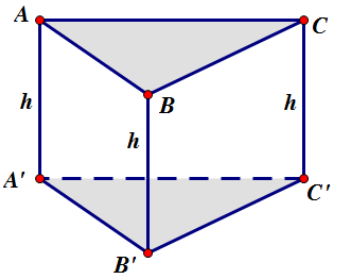
$$\boxed{V = AH.S_{ABCD} = AH.S_{A'B'C'D'}}$$

6.2. Hình lăng trụ đứng:

- Các cạnh bên cùng vuông góc với hai mặt đáy nên mỗi cạnh bên cũng là đường cao của lăng trụ.

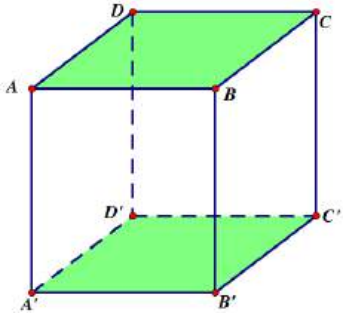
☞ **Lăng trụ tam giác đều:** Là **lăng trụ đứng** và có hai đáy là hai **tam giác đều** bằng nhau.

Đáy là tam giác



- Thể tích: $\boxed{V = h.S_{đ}}$ với $h = AA' = BB' = CC'$.

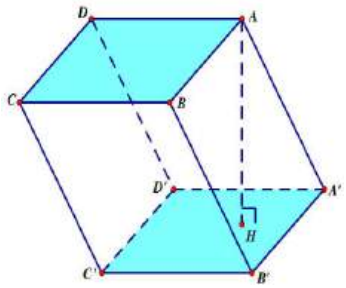
Đáy là tứ giác



- Thể tích: $\boxed{V = h.S_{đ}}$ với $h = AA' = BB' = CC' = DD'$

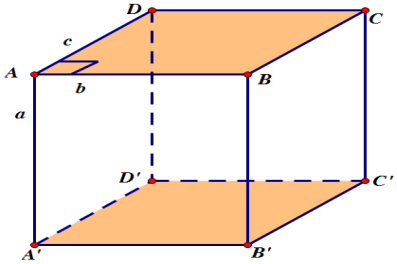
NGUYỄN TIẾN HÀ

6.3. Hình hộp:



- Là lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành.
- Thể tích: $\boxed{V = h.S_{đ}}$.

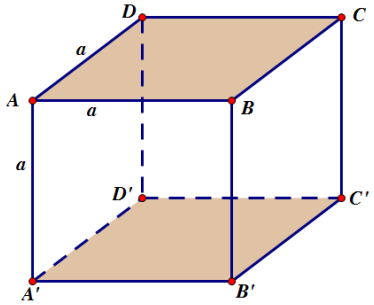
6.4. Hình hộp chữ nhật:



- Là lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật.

$\boxed{V = abc}$ với a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật.

6.5. Hình lập phương:



- Là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

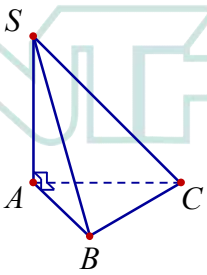
$\boxed{V = a^3}$ với a là cạnh của hình lập phương.

NGUYỄN TIẾN HÀ

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

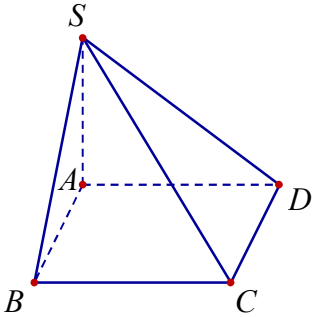
DẠNG 1. CHÓP CẠNH BÊN VUÔNG ĐÁY

Câu 1. **(THPT Chuyên Bắc Ninh)** Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = 3a$, $SB = 4a$, $SC = 5a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$.



A. $V = 20a^3$. **B.** $V = 10a^3$. **C.** $V = \dfrac{5a^3}{2}$. **D.** $V = 5a^3$.

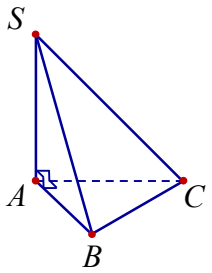
Câu 2. **(THPT Cầu Giấy - Hà Nội)** Nếu khối chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = b$, $AD = c$, $ABCD$ là hình chữ nhật thì khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng



A. $V = \dfrac{1}{2}abc$. **B.** $V = \dfrac{1}{6}abc$. **C.** $V = \dfrac{1}{3}abc$. **D.** $V = abc$.

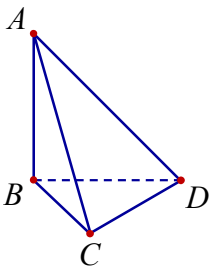
Câu 3. **(THPT Lê Lai - Thanh Hóa)** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Tính thế tích của khối chóp $S.ABC$.

NGUYỄN TIẾN HÀ



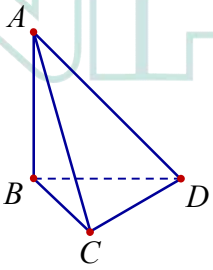
A. $\frac{1}{6}a^3$. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $\frac{1}{2}a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 4. **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SB = 2a$.



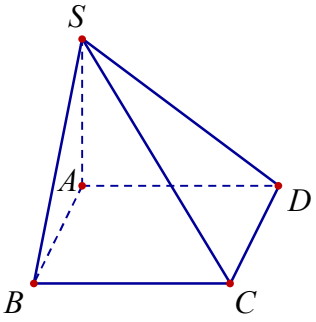
A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 5. **(THPT Nhân Chính - Hà Nội)** Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$.



A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3}{12}$.

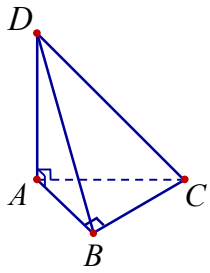
Câu 6. **(Chuyên Thái Nguyên)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

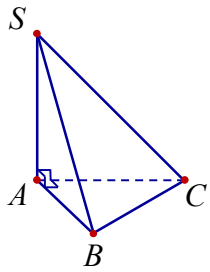
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7. **(THPT An Lão - Hải Phòng)** Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD=10$, $AB=10$, $BC=24$. Tính thể tích của tứ diện $ABCD$.



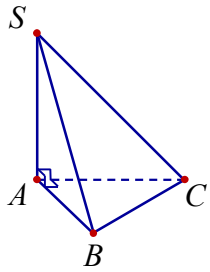
A. $V=1200$. **B.** $V=960$. **C.** $V=400$. **D.** $V=\dfrac{1300}{3}$.

Câu 8. **(THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh)** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



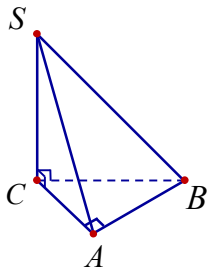
A. $6a^3$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 9. **(THPT Thanh Chương - Nghệ An)** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và $SA=\dfrac{a}{2}$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=AC=a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng



A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

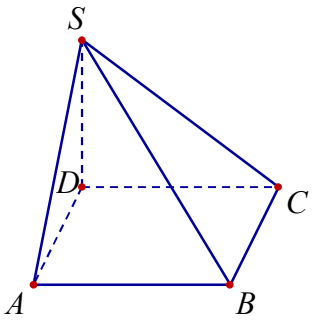
Câu 10. **(Chuyên Đại Học Vinh)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AB=a$, cạnh bên $SC=3a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.



A. $\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $3a^3$.

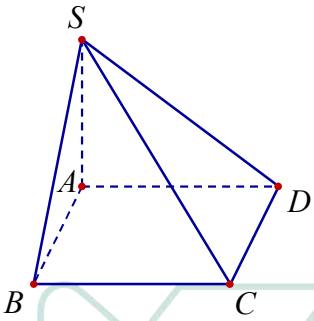
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 11. **(THPT Kinh Môn - Hải Dương)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật với $AB=3a$, $BC=a$, cạnh bên $SD=3a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



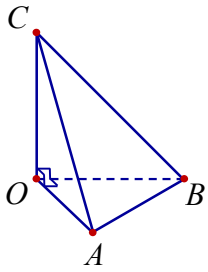
A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 12. **(THPT Đô Lương 3 - Nghệ An)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với đáy $\left(ABCD\right)$ và $SA=a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là



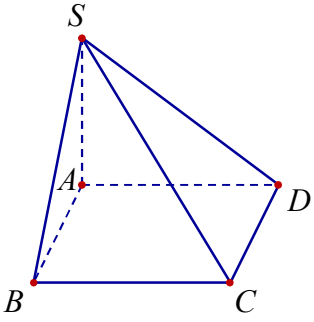
A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Câu 13. **(THPT Thái Phiên - Hải Phòng)** Cho khối chóp $O.ABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau $OA=a$, $OB=OC=2a$. Thể tích của khối chóp $OABC$ bằng



A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $2a^3$.

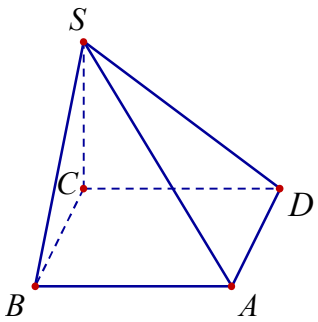
Câu 14. **(Chuyên ĐH Vinh)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp bằng $S.ABCD$.



A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

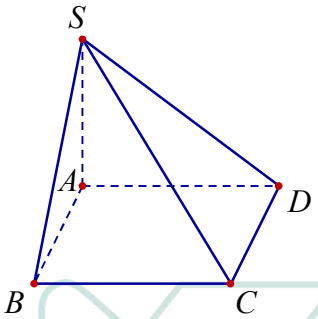
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 15. **(Chuyên Thái Bình)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, đường thẳng SC vuông góc với mặt đáy. Gọi V là thể tích khối chóp. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



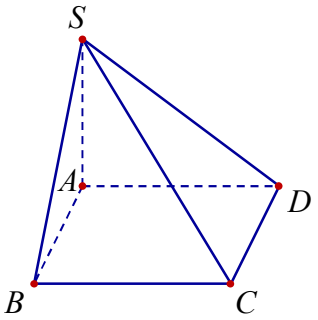
A. $V=\dfrac{1}{3}SC.AB.AC$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}SC.AB^2$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}SA.AB.AC$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}SA.AB^2$.

Câu 16. **(Chuyên KHTN - ĐHQG HN)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA\perp\left(ABCD\right)$, $SA=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng



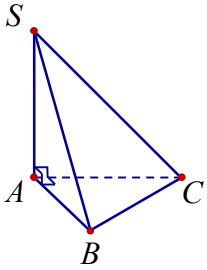
A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $4a^3$.

Câu 17. **(Chuyên Nguyễn Đình Chiểu - Tiền Giang)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng



A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

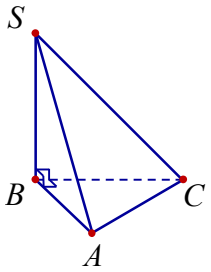
Câu 18. **(SGD Điện Biên)** Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ có SA là đường cao, đáy là tam giác BAC vuông cân tại A; $SA=AB=a$



A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{9}$.

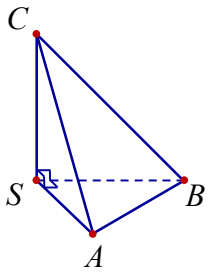
NGUYỄN TIỀN HÀ
NGUYỄN TIỀN HÀ

Câu 19. **(SGD Hà Tĩnh)** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông cân tại B, $SA = AB = 6$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. 72. **B.** 108. **C.** 36. **D.** 216.

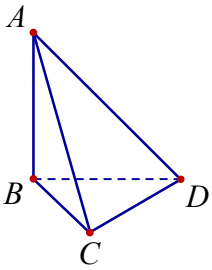
Câu 20. **(SGD Ninh Bình)** Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = 3$, $SB = 4$, $SC = 5$, thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. 30. **B.** 60. **C.** 10. **D.** 20.

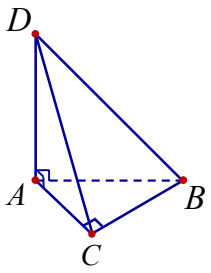
DẠNG 2. CHÓP MẶT BÊN VUÔNG ĐÁY

Câu 21. **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.



A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

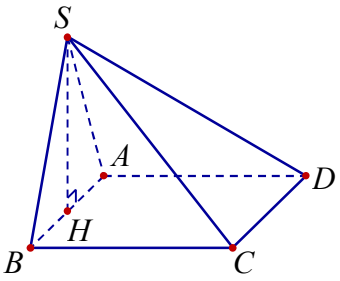
Câu 22. **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a$, $SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỷ số $\dfrac{a^3}{3V}$ bằng



A. $\dfrac{\sqrt{5}}{80}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{40}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{20}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{80}$.

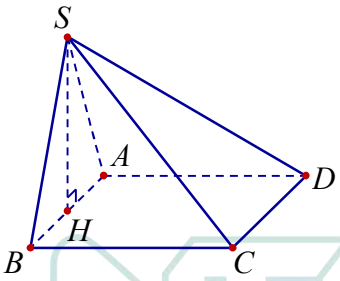
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 23. **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$. Mặt bên $\left(SAB\right)$ là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



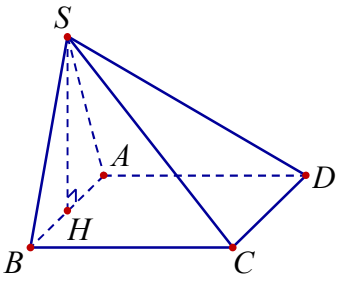
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. **(Vted - Đề số 11)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **C.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 25. **(Chuyên KHTN)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $\left(ABCD\right)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

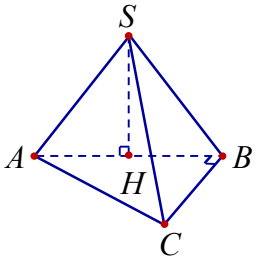


A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 26. **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

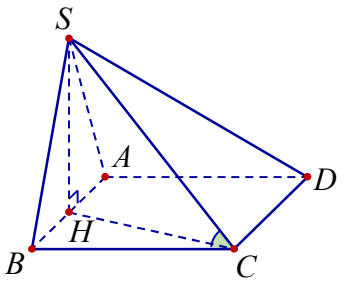
A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.



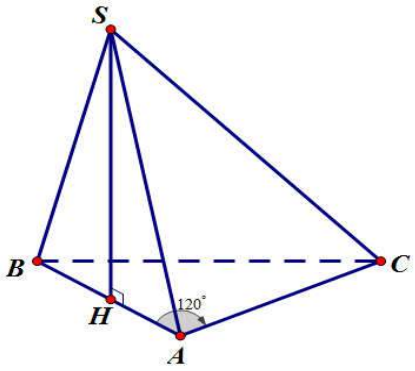
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 27. **(Chuyên Nguyễn Tất Thành -Yên Bái)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4a^3}{3}$. Tính độ dài SC.



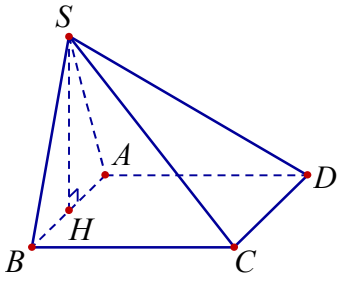
A. $SC=6a$. **B.** $SC=3a$. **C.** $SC=2a$. **D.** $SC=\sqrt{6}a$.

Câu 28. **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



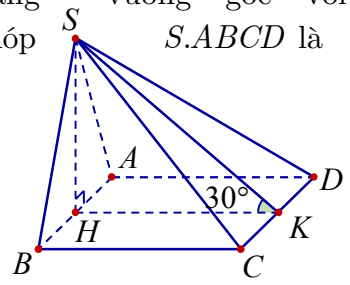
A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 29. **(THPT Nghĩa Hưng - Nam Định)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông đường chéo $AC=2\sqrt{2}\,a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là



A. a^3. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}\,a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}\,a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}\,a^3}{3}$.

Câu 30. **(THPT Thiệu Hoá - Thanh)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

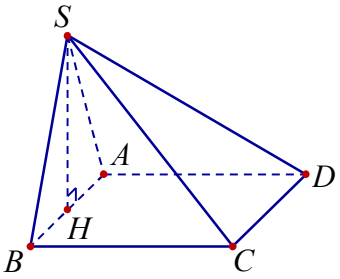


A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{36}$.

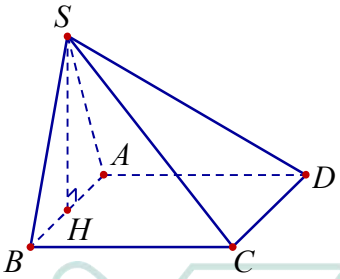
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 31. **(THPT Ngô Gia Tự - Vĩnh Phúc)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a,\ AD=a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích V của hình chóp $S.ABCD$ là



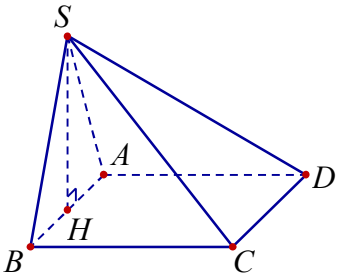
A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32. **(THPT Yên Mỹ - Hưng Yên)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là



A. $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 33. **(THPT Lý Nhân Tông)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

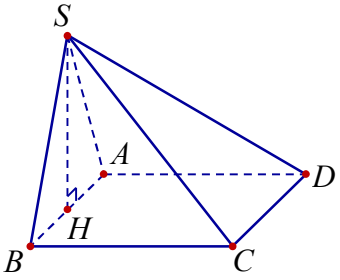


A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 34. **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA=2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

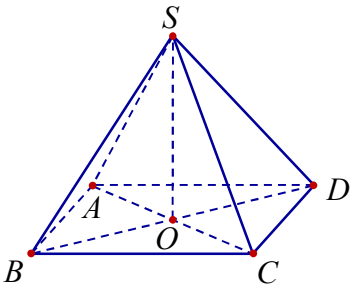
A. $V=2a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.



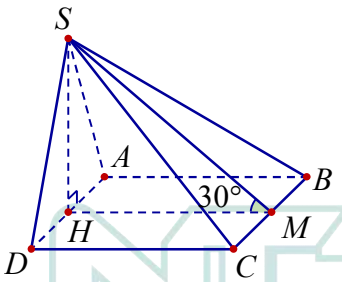
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 35. **(PT Chuyên Đại học Vinh)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAC là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng $\left(SAC\right)$ bằng 60°. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



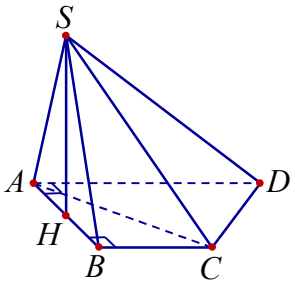
A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $V=\sqrt{6}a^3$.

Câu 36. **(PT Chuyên Đại học Vinh)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$, biết rằng mặt phẳng $\left(SBC\right)$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30°.



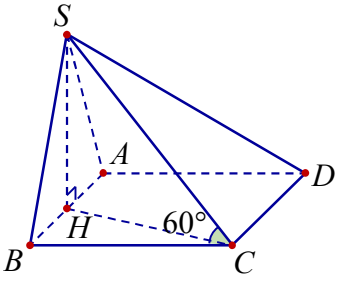
A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 37. **(PT Chuyên - Đại học Vinh)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết rằng $SC=a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 38. **(PT Chuyên Đại học Vinh)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng 60°.

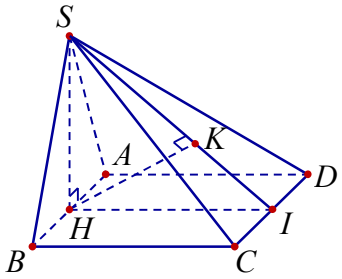


A. $V=18a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=18a^3\sqrt{15}$.

C. $V=9a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{2}$.

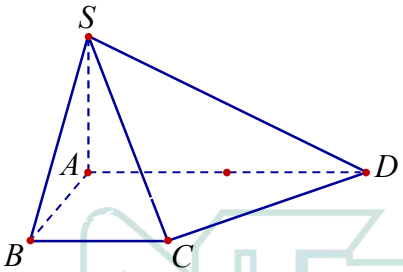
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 39. **(PT Chuyên Đại học Vinh)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\dfrac{3a}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=2a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=3a^3\sqrt{3}$.

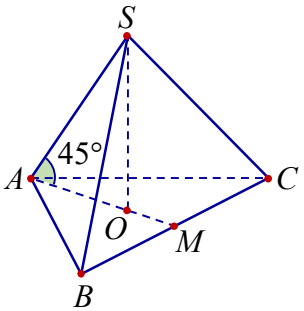
Câu 40. **(THPH Ngô Quyền Hải Phòng)** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=a$, $AD=2BC=2a$, $SA\perp\left(ABCD\right)$ và cạnh SD tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng



A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

DẠNG 3. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

Câu 41. **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích khối chóp đó là

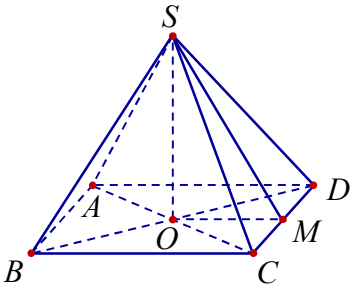


A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{36}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 42. **(Chuyên Thái Bình)** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x. Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích của khối chóp bằng

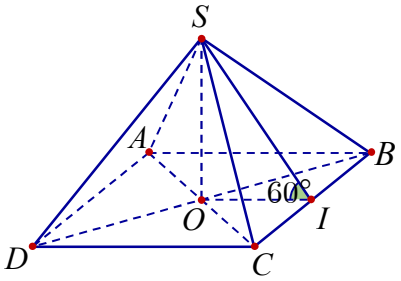
A. $\dfrac{\sqrt{3}}{12}x^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^3$.

C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}x^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}x^3$.



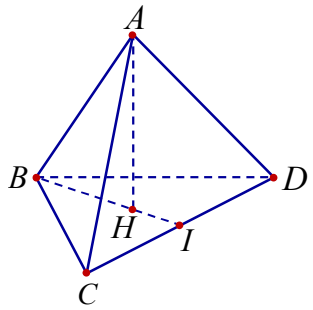
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 43. **(THPT Trần Phú - Hải Phòng)** Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



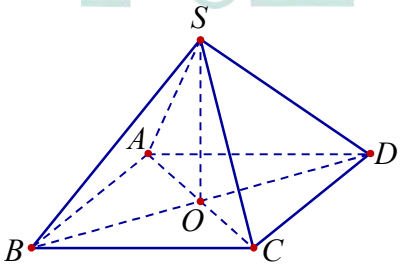
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 44. **(THPT Nông Cống 2 - Thanh Hóa)** Thể tích của khối tứ diện đều cạnh là 2019 bằng



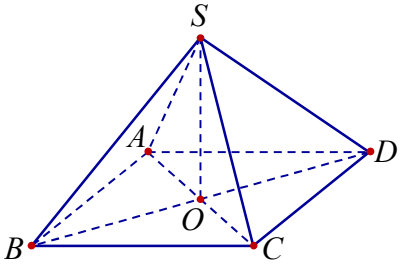
A. $\dfrac{2019^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{2019^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\dfrac{2019^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{2019^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 45. **(THPT Nông Cống 2 - Thanh Hóa)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng a, cạnh đáy bằng $\dfrac{a}{2}$. Thể tích khối chóp bằng



A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{48}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{24}$.

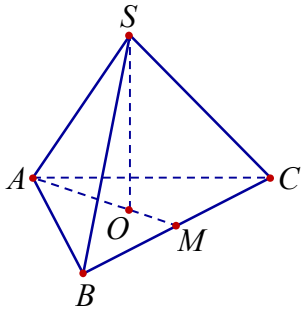
Câu 46. **(PT Đề Tham Khảo BGD)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, các cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng



A. $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

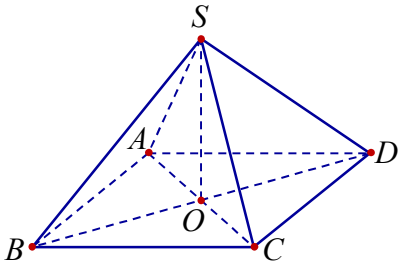
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 47. **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $SA=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



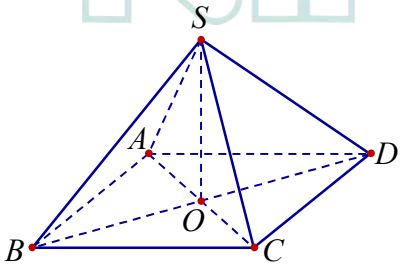
A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

Câu 48. **(THPT Nghĩa Hưng - Nam Định)** Khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ có thể tích V bằng



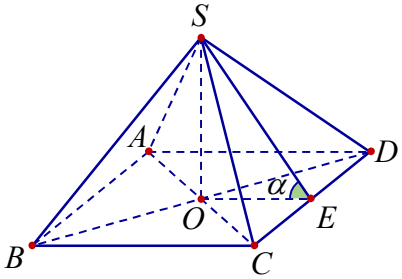
A. $V=\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 49. **(THPT Lương Tài - Bắc Ninh)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.



A. $V=9a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=6a^3$.

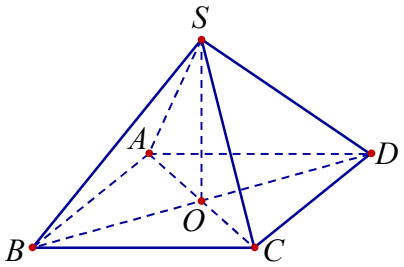
Câu 50. **(THPT Lê Quý Đôn - Điện Biên)** Cho khối chóp tứ giác đều cạnh bằng a, góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 45^0. Tính thể tích của khối chóp đó.



A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

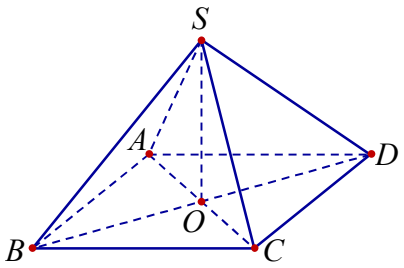
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 51. **(THPT Yên Phong - Bắc Ninh)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho



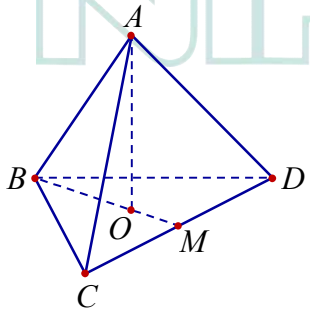
A. $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{7}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 52. **(THPT Liên trường - TP Vinh - Nghệ An)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng



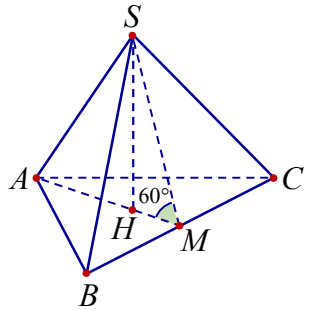
A. $4\sqrt{5}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 53. **(THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên tạo với đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.



A. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

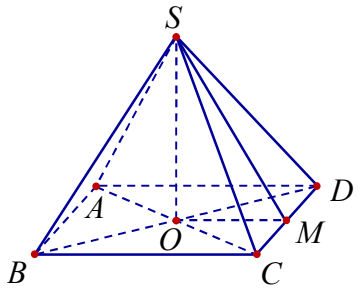
Câu 54. **(THPT Minh Khai - Hà Tĩnh)** Cho hình chóp tam giác đều $SABC$ cạnh đáy bằng a, các mặt bên tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Thể tích V của khối chóp theo a bằng.



A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

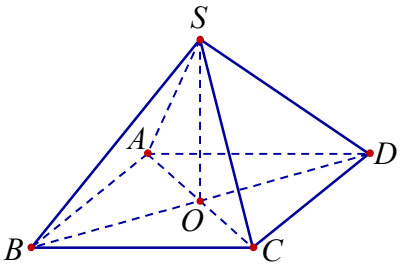
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 55. **(Chuyên Trần Phú - Hải Phòng)** Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng



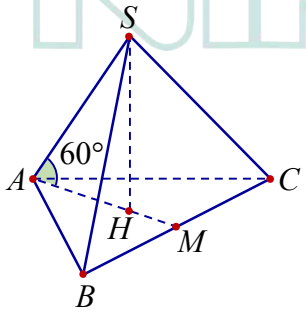
A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 56. **(Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp)** Đáy của một hình chóp là hình vuông có diện tích bằng 4. Các mặt bên của nó là những tam giác đều. Thể tích của khối chóp là



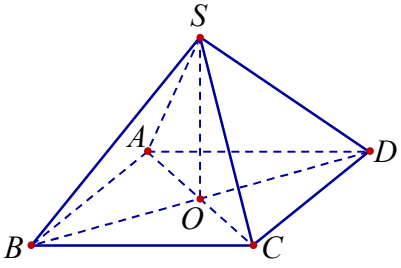
A. $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 57. **(Chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội)** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích của khối chóp đó bằng



A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

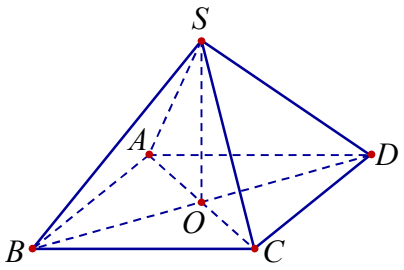
Câu 58. **(THPT Triệu Thái - Vĩnh Phúc)** Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng



A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

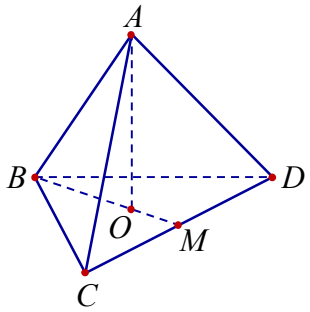
Câu 59. **(SGD Điện Biên)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. $V=4\sqrt{7}a^3$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

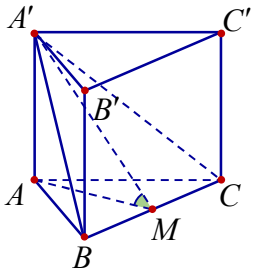
Câu 60. **(SGD Lào Cai)** Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.



A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$.

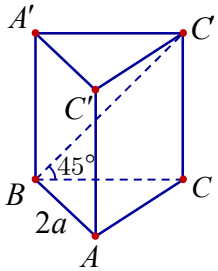
DẠNG 4. THỂ TÍCH LĂNG TRỤ ĐỨNG, LĂNG TRỤ ĐỀU

Câu 61. **(THPT Chuyên Bắc Ninh)** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ tạo với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $8a^3\sqrt{3}$. **B.** $8a^3$. **C.** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{8a^3}{3}$.

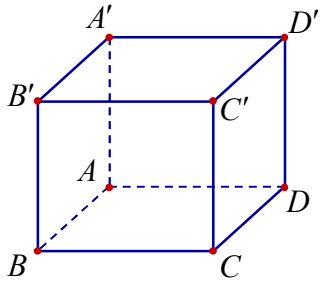
Câu 62. **(Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB=AC=a$, góc giữa BC' và $\left(ABC\right)$ bằng 45°. Tính thể tích khối lăng trụ.



A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

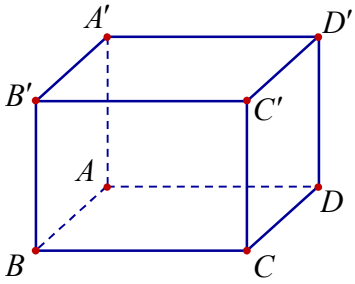
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 63. **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang)** Cho hình khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60^\circ$ và $AA'=2a$. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



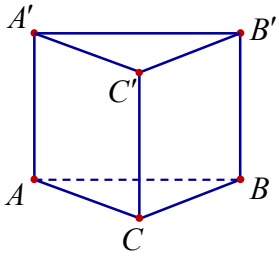
A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 64. **(THPT Yên Dũng 2 - Bắc Giang)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, $AB'=a\sqrt{5}$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng



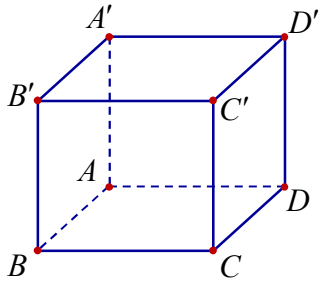
A. $2a^3\sqrt{2}$. **B.** $a^3\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Câu 65. **(THPT Cụm Vũng Tàu)** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA=BC=a$, biết $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60°. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

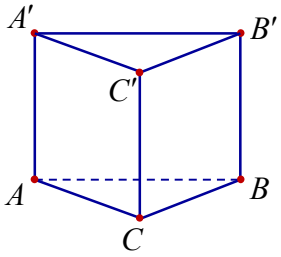
Câu 66. **(Chuyên ĐHSP - Hà Nội)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a,\ AB=3a,\ AC=5a$. Thể tích khối hộp đã cho là



A. $5a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $15a^3$.

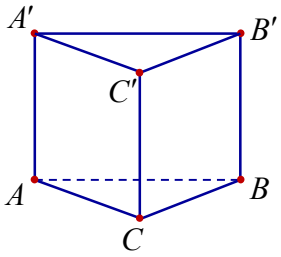
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 67. **(Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa)** Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ.



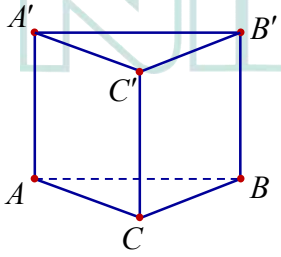
A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 68. **(Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$, $AA'=3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ đó.



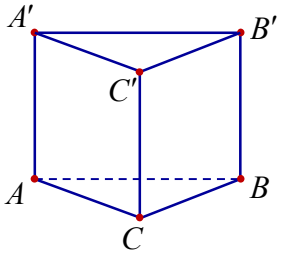
A. $V=3a^3$. **B.** $V=3a^2$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=6a^3$.

Câu 69. **(THPT Nhân Chính - Hà Nội)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ΔABC vuông tại B, $AB=a, \widehat{BAC}=60°; AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ là



A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 70. **(Chuyên Thái Nguyên)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác với $AB=a, AC=2a$ và $\widehat{BAC}=120°$, $AA'=2a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



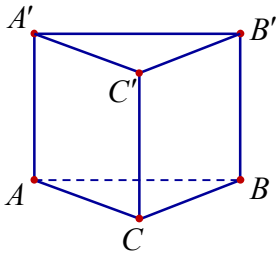
A. $V=a^3\sqrt{15}$. **B.** $V=\frac{4a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $V=4a^3\sqrt{5}$.

Câu 71. **(THPT Nghĩa Hưng - Nam Định)** Cho hình hộp chữ nhật có diện tích của ba mặt lần lượt là $60cm^2$, $72cm^2$, $81cm^2$. Khi đó thể tích V của khối hình hộp chữ nhật gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 595. **B.** 592. **C.** 593. **D.** 594.

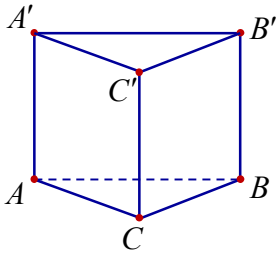
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 72. **(THPT Cẩm Giàng - Hải Dương)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60^\circ$. Đường thẳng BC' tạo với $\left(ACC'A'\right)$ một góc 30°. Tính thể tích V của khối trụ $ABC.A'B'C'$.



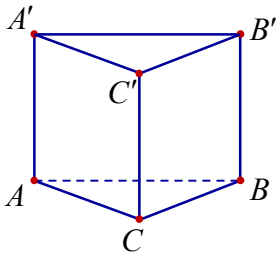
A. $V=a^3\sqrt{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 73. **(THPT Lý Nhân Tông)** Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông tại A. Cho $AC=AB=2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng 30°.Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



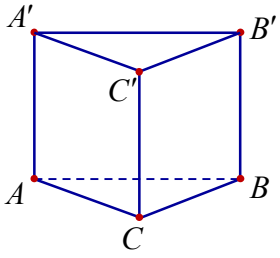
A. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 74. **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, biết $AB=a$, $AC=2a$ và $A'B=3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{5}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

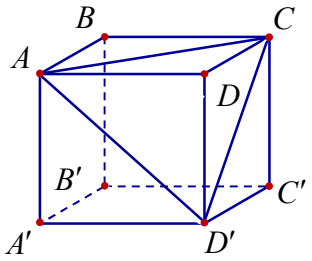
Câu 75. **(THPT Tô Hiến Thành - Thanh Hóa)** Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A, $AC=AB=2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng 30°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là



A. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

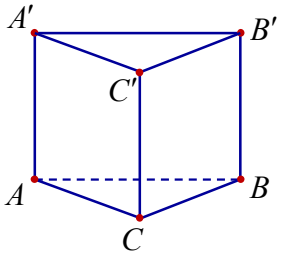
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 76. **(THPT Đoàn Thượng - Hải Dương)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lập phương.



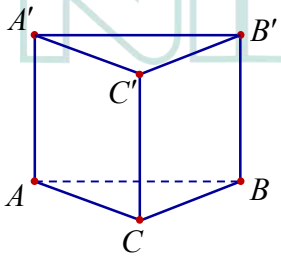
A. $V = a^3$. **B.** $V = 8a^3$. **C.** $V = 2\sqrt{2}a^3$. **D.** $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 77. **(THPT Bạch Đằng - Quảng Ninh)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng bao nhiêu?



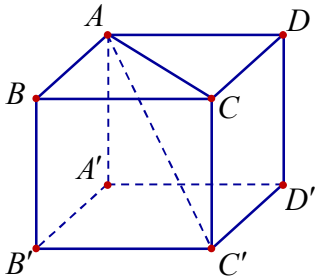
A. a^3. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 78. **(THPT Vân Giang - Hưng Yên)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ là



A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

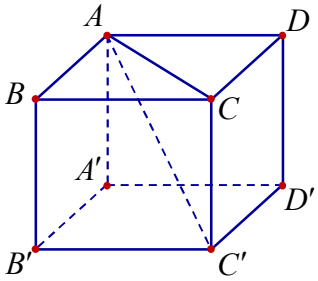
Câu 79. **(THPT Thiệu Hóa - Thanh Hóa)** Hình lập phương có độ dài đường chéo bằng $3a$, thể tích hình lập phương bằng



A. $27a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $9\sqrt{3}a^3$

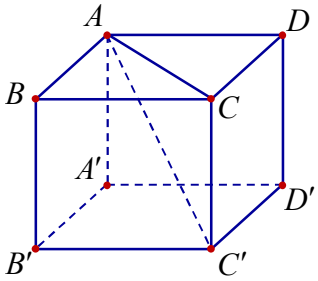
Câu 80. **(Chuyên Bắc Giang)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = a$, $BC = 2a$, $AC' = a\sqrt{21}$. Tính thể tích V của khối hộp.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



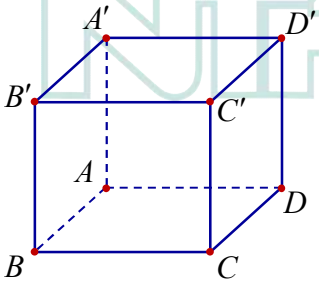
A. $4a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $\dfrac{8}{3}a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 81. **(Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa)** Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB=a$, $AD=2a$, $AC'=a\sqrt{14}$ là



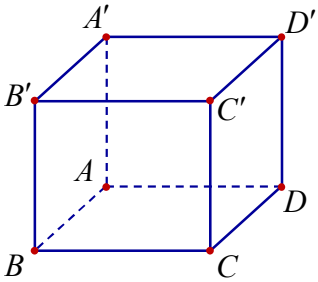
A. $V=6a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{5}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 82. **(Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An)** Cho hình hộp chữ nhật có diện tích ba mặt lần lượt là $6a^2;8a^2;12a^2$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật đó.



A. $24a^3$. **B.** $18a^3$ **C.** $8a^3$. **D.** $12a^3$.

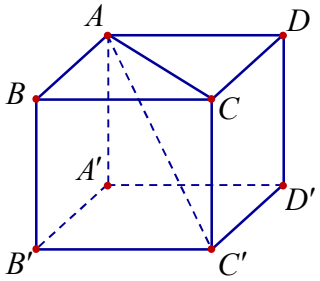
Câu 83. **(Chuyên ĐHSP Hà Nội)** Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=3a$, $AC=4a$, $BD=5a$, $ABCD$ là hình thoi. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng



A. $60a^3$. **B.** $20a^3$. **C.** $30a^3$. **D.** $27a^3$.

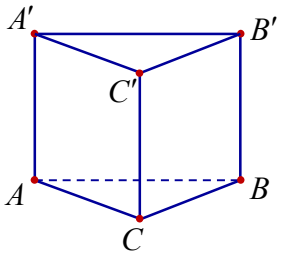
Câu 84. **(SGD Lạng Sơn)** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA'=3a$ và đường chéo $AC'=5a$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



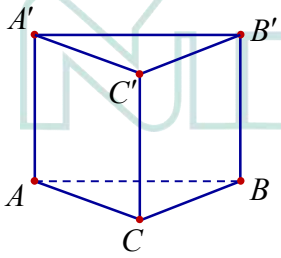
A. $V=8a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Câu 85. **(SGD Phú Thọ)** Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a\sqrt{3}$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng 45°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



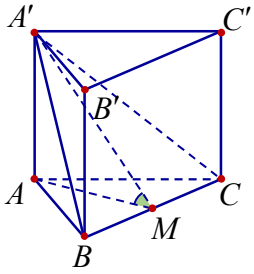
A. $\dfrac{9\sqrt{2}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{9a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{8}$.

Câu 86. **(SGD Quảng Nam)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC=a$ và mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

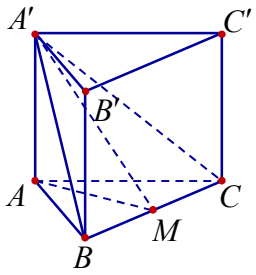
Câu 87. **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $\left(A'BC\right)$ và $\left(ABC\right)$ là 30°, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $8\sqrt{3}$. **B.** 8. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

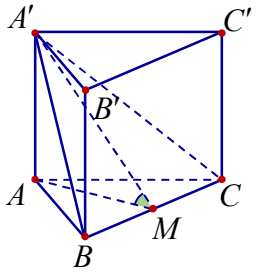
Câu 88. **(THPT Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa)** Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ bằng $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



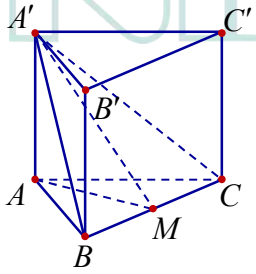
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 89. **(THPT - Thiệu Hoá - Thanh Hoá)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 90. **(THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12 CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 7

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

K12 – CHỦ ĐỀ 7

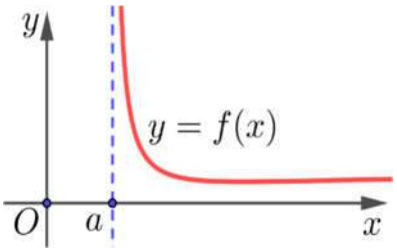
§7. ĐƯỜNG TIỆM CẬN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đường tiệm cận đứng:

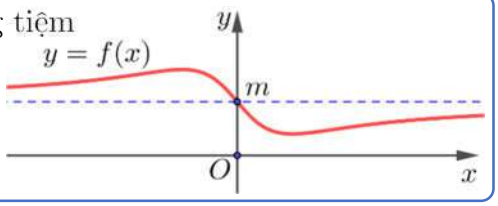
Định nghĩa: Đường thẳng $x=a$ được gọi là một đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đúng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thoả mãn:

- $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=-\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=-\infty$



2. Đường tiệm cận ngang:

Định nghĩa: Đường thẳng $y=m$ được gọi là một đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số nếu: $\lim f(x)=m$ hoặc $\lim f(x)=m$

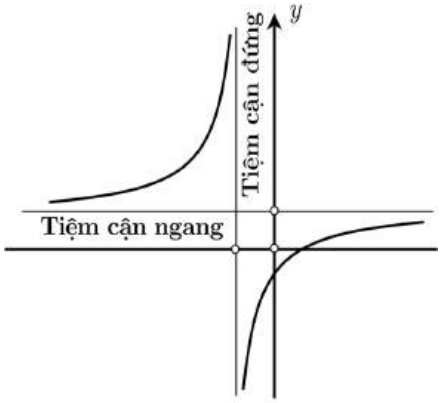


➤ **Đặc biệt:**

Đối với hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.

Có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.

Và tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$.



NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

3. Đường tiệm cận xiên:

Định nghĩa: Đường thẳng $y=ax+b, a\neq 0$, được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu

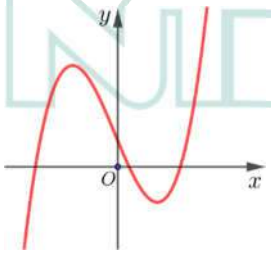
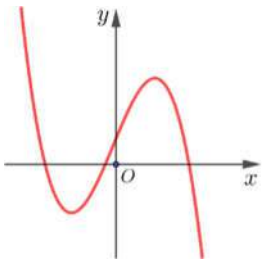
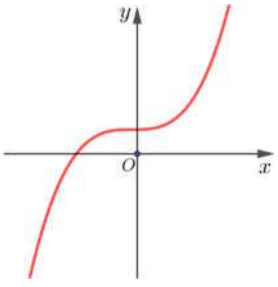
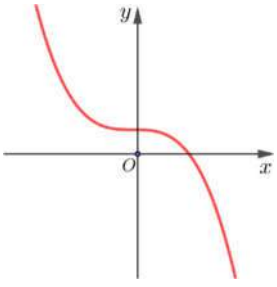
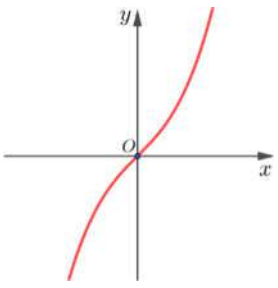
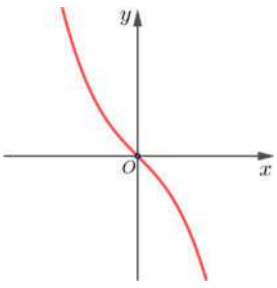
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ hoặc
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$

➢ **Chú ý:** Đối với hàm số phân thức $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ ta có thể chia đa thức để biến đổi về dạng $f(x)=a'x+b'+\dfrac{e}{mx+n}$ với $e\neq 0$ **(hs nghe bài giảng 4 cách trên lớp)**

Suy ra $y=a'x+b'$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

4. Nhận dạng đường tiệm cận qua đồ thị hàm số

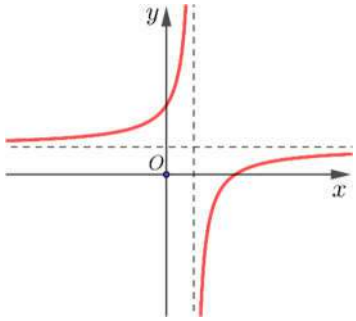
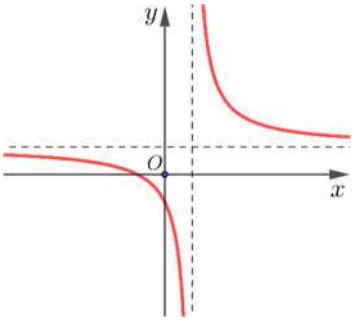
a) Hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a\neq 0)$: Không có tiệm cận

Trường hợp	$a>0$	$a<0$
Phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $(b^2-3ac>0)$		
Phương trình $y'=0$ có nghiệm kép $(b^2-3ac=0)$		
Phương trình $y'=0$ vô nghiệm $(b^2-3ac<0)$		

- *Chú ý: Cách nhận biết dấu của các hệ số a,b,c,d học sinh nghe bài giảng trên lớp.*

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\quad \left(c\neq 0,\ ad-bc\neq 0\right)$

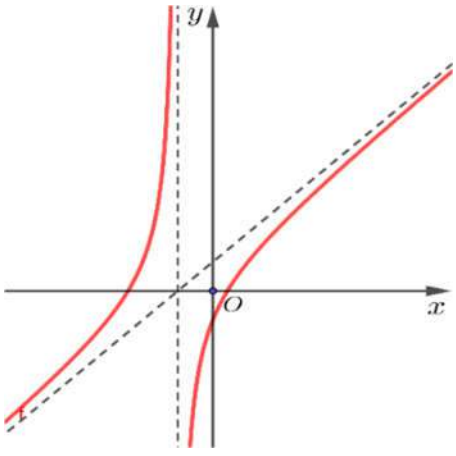
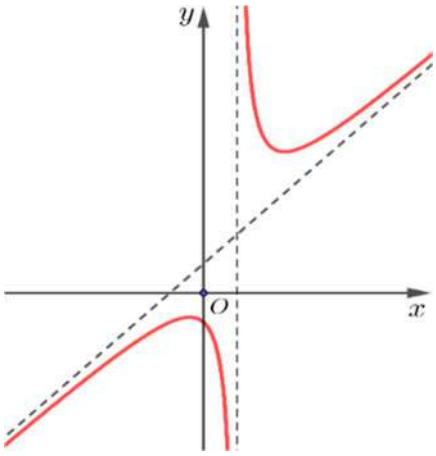
$D=ad-bc>0$	$D=ad-bc<0$
	

Chú ý:

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.
- Các điểm đặc biệt: Giao điểm với $Ox: A\left(\dfrac{-b}{a};0\right)$, Giao điểm với $Oy: B\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$.

  Giao của hai đường tiệm cận $I\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$ là tâm đối xứng.

c) Hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\left(a\neq 0\right)$

$y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép	$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt
	

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Chú ý:

- Ta luôn tách được $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}=\dfrac{a}{d}x+f+\dfrac{m}{dx+e}$.
- Khi đó đồ thị hàm số có tiện cận đứng $x=-\dfrac{e}{d}$, Tiệm cận xiên $y=\dfrac{a}{d}x+f$.
- Đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ luôn nhận điểm $I\left(x_0;y_0\right)$ làm tâm đối xứng, trong đó x_0 là nghiệm của phương trình $y''=0$ và $y_0=y\left(x_0\right)$.
- Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0, ad-bc\neq 0\right)$:
  - Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm tâm đối xứng;
  - Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm trục đối xứng.
- Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}\left(a\neq 0, m\neq 0\right)$:
  - Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng;
  - Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm trục đối xứng.

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

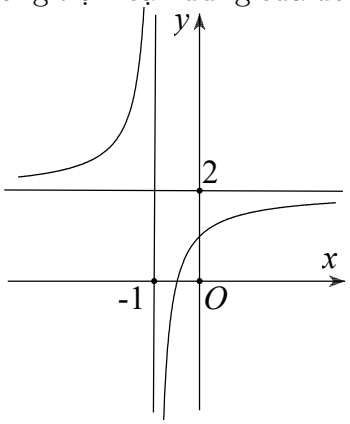
Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(ac\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ / $+\infty$	$\searrow$	1

Đường tiệm cần của đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(ac\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình dưới. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



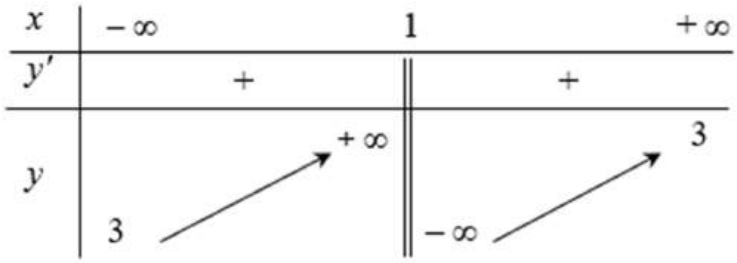
A. $y=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 3: **(BGD MĐ101-Năm 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

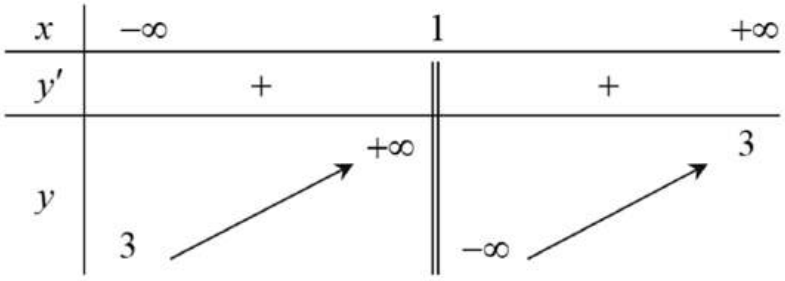
Câu 4: **(BGD MĐ102-Năm 2023)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 5: **(BGD MĐ103-Năm 2023)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 6: **(BGD MĐ104-Năm 2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 7: **(BGD MĐ101-Năm 2022)** Tiệm cân ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

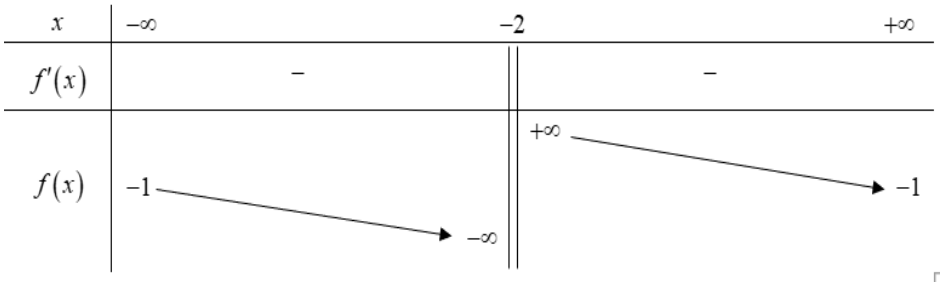
A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Câu 8: **(BGD MĐ102-Năm 2022)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

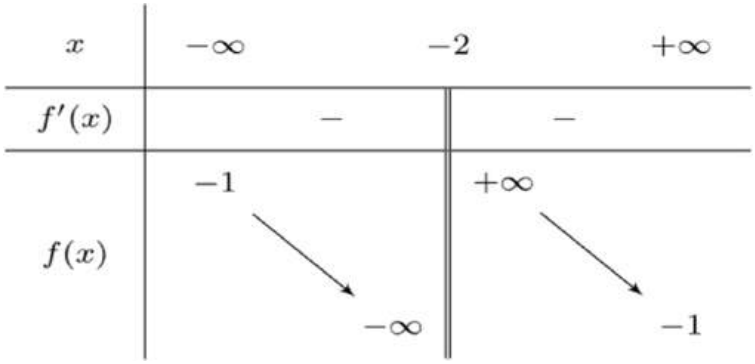
Câu 9: (BGD MĐ103-Năm 2022) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Câu 10: (BGD MĐ104-Năm 2022) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 11: (BGD Năm 2020-2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 12: (BGD MĐ101-Năm 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 13: (BGD MĐ102-Năm 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 14: (BGD MĐ103-Năm 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\dfrac{-1}{2}$. **D.** $x=-1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 15: **(BGD MĐ104-Năm 2021)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 16: **(BGD MĐ101-Năm 2021)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-4$. **B.** $y=1$. **C.** $y=4$. **D.** $y=-1$.

Câu 17: **(BGD MĐ102-Năm 2021)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=-1$.

Câu 18: **(BGD MĐ103-Năm 2021)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 19: **(BGD MĐ104-Năm 2021)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-3$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=3$. **D.** $y=1$.

Câu 20: **(BGD Năm 2020)** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 21: **(BGD Năm 2020)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 22: **(BGD MĐ101-Năm 2020)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{4}$. **B.** $y=4$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 23: **(BGD MĐ102-Năm 2020)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $y=\dfrac{1}{5}$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=5$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 24: **(BGD MĐ103-Năm 2020)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Câu 25: **(BGD MĐ104-Năm 2020)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 26: **(BGD Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ t hị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 27: **(BGD Năm 2017)** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

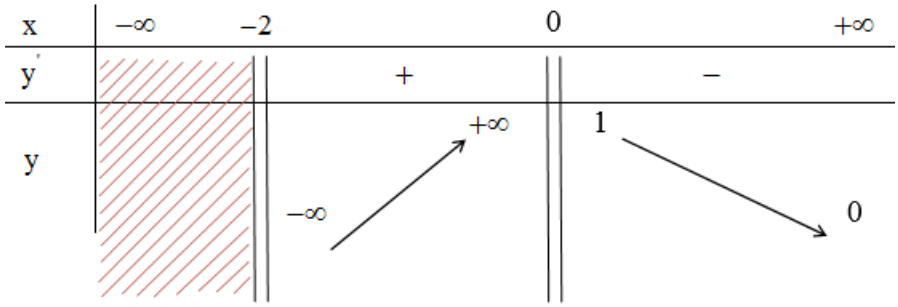
A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 28: **(BGD Năm 2017)** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$ và $x=-2$. **B.** $x=-3$.

C. $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 29: **(BGD Năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 30: **(BGD MĐ101-Năm 2017)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 31: **(BGD MĐ102-Năm 2017)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 32: **(BGD MĐ103-Năm 2017)** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Câu 33: **(BGD MĐ104-Năm 2017)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 34: **(BGD Năm 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Câu 35: **(BGD MĐ101-Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 36: **(BGD MĐ102-Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

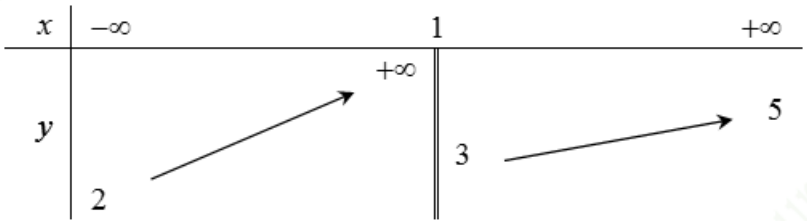
Câu 37: **(BGD MĐ103-Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 38: **(BGD MĐ104-Năm 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39: **(BGD-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

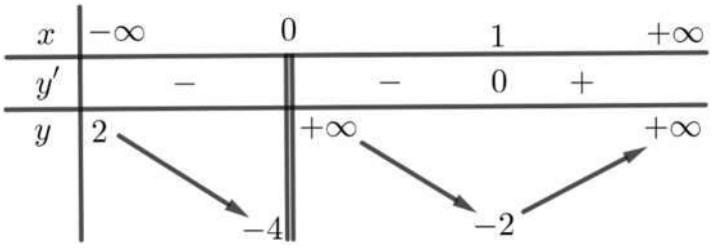


Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 40: **(BGD MĐ101-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

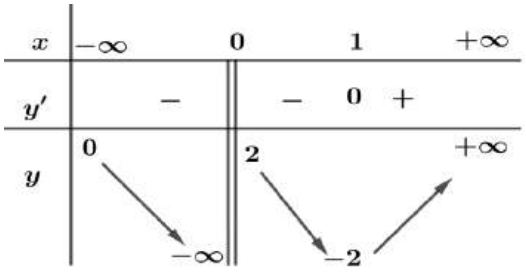
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

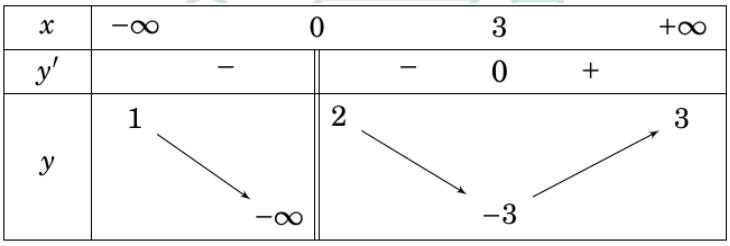
Câu 41: **(BGD MĐ102-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

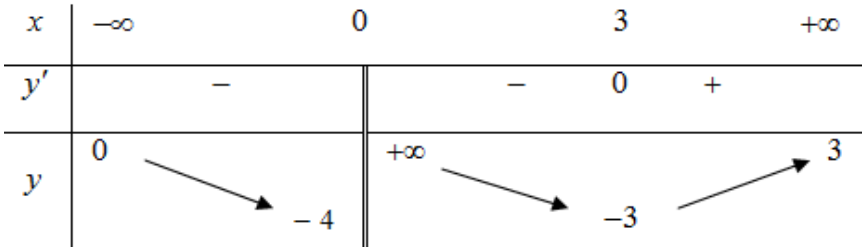
Câu 42: **(BGD MĐ103-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 43: **(BGD MĐ104-Năm 2019)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 44: **(THPT Cầu Giấy-Hà Nội)** Nếu hàm số $y=f\left(x\right)$ thỏa mãn điều kiện $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=-1$ thì số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 45: **(THPT Minh Châu-Hưng Yên)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=y_0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=-\infty$. Tìm kết luận đúng trong các kết luận sau.

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=y_0$

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=y_0$

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận

D. Đồ thị hàm số có cả tiệm cận đứng, tiệm cận ngang

Câu 46: **(THPT Nghĩa Hưng - Nam Định)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=2$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=-2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\left(C\right)$ không có tiệm cận ngang.

B. $\left(C\right)$ có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

C. $\left(C\right)$ có đúng một tiệm cận ngang.

D. $\left(C\right)$ có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

Câu 47: **(THPT Yên Mỹ - Hưng Yên)** Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=3$ và $y=-3$

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=3$ và $x=-3$

Câu 48: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh Phúc)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $x=1$ và $x=-1$.

Câu 49: **(Chuyên Lê Thánh Tông)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.

B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y=0$.

C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là trục hoành.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 50: **(SGD Hà Nam)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y=-1$ làm tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x-2}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2+x}$. **C.** $y=x^4-x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x-1$.

Câu 51: **(Chuyên Vĩnh Phúc)** Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{3x-4}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{-x+1}{-2x+1}$.

Câu 52: **(THPT Ba Đình - Hà Nội)** Cho hàm số $y=\dfrac{3x+5}{2x-3}$ có đường cong $\left(C\right)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left(C\right)$ không tồn tại tiệm cận. **B.** $\left(C\right)$ nhận $y=\dfrac{3}{2}$ làm tiệm cận đứng.

C. $\left(C\right)$ có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{3}{2}$. **D.** $\left(C\right)$ có hai tiệm cận đứng.

Câu 53: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 54: **(THPT Minh Châu-Hưng Yên)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x^2}{x^2+2x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Câu 55: **(Chuyên Đại Học Vinh)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ có tiệm cận ngang là

A. $y=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=1$.

Câu 56: **(SGD Bạc Liêu)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 57: **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang)** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^4-5x^2+4}$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 58: **(THPT Nguyễn Huệ - Huế)** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

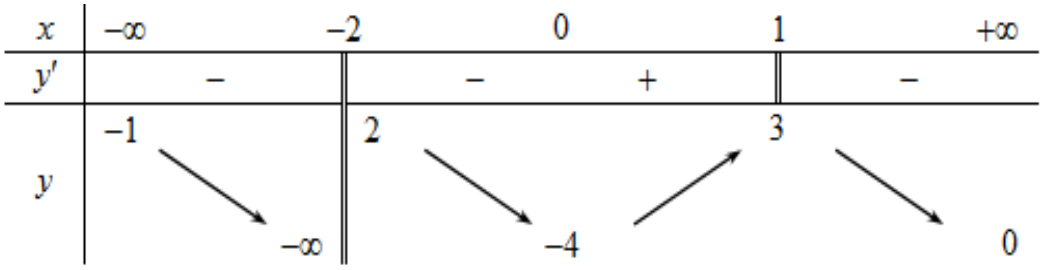
A. $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+1}{x}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 59: **(SGD Phú Thọ)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x-2}$ có số đường tiệm cận đứng là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

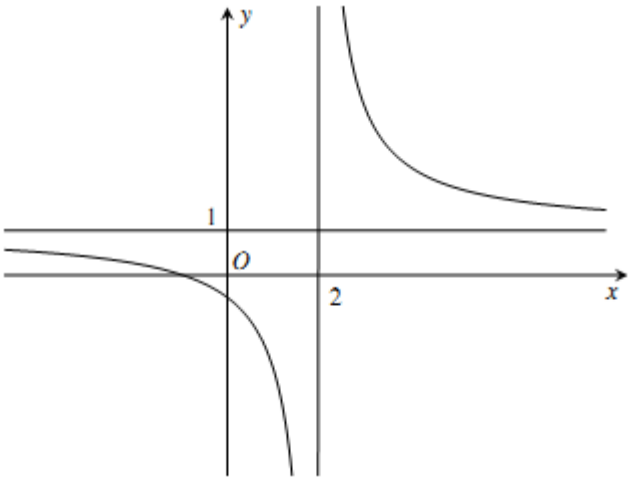
Câu 60: **(Chuyên Thái Bình)** Hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên dưới đây



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 61: **(Chuyên Quang Trung - Bình Phước)** Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$, có đồ thị như hình vẽ. Tính $T=a+b$.



A. $T=2$. **B.** $T=0$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=3$.

Câu 62: **(Chuyên Quang Trung - Bình Phước)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

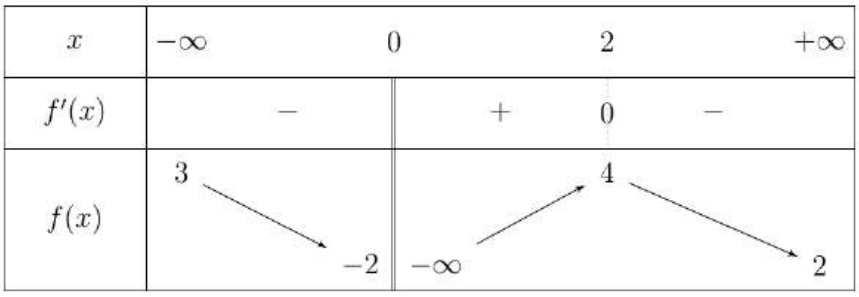
x	$-\infty$		-2		2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$
$f(x)$	0	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$
		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

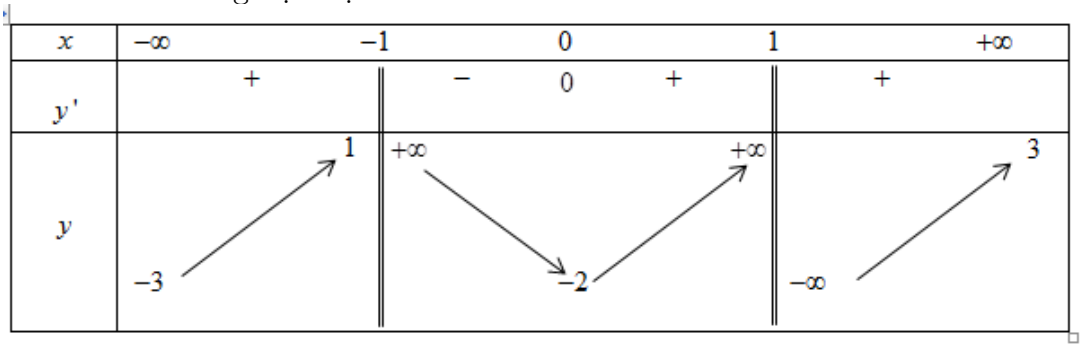
Câu 63: **(Chuyên Quang Trung-Bình Phước)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

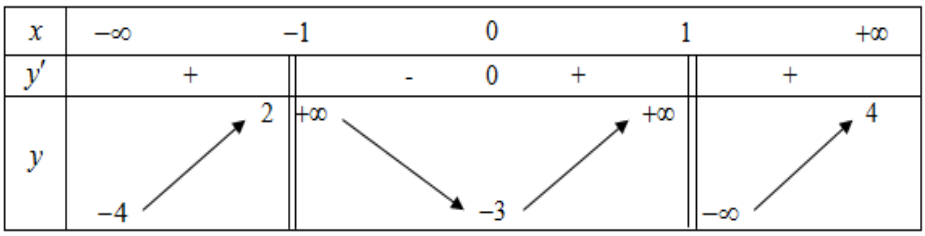
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3

Câu 64: **(THPT Vân Giang - Hưng Yên)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm1\right\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

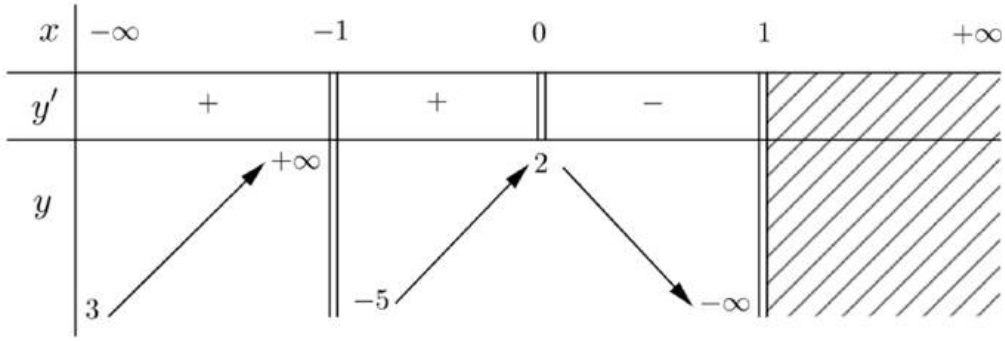
Câu 65: **(THPT Ninh Bình - Bạc Liêu)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm1\right\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 2 **C.** 4. **D.** 3.

Câu 66: **(THPT Lệ Thủy - Quảng Trị)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

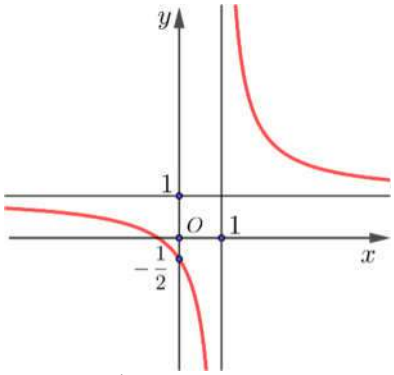
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 67: **(Chuyên Bắc Giang)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	4	↘	$+\infty$	↘	2
			$-\infty$						

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

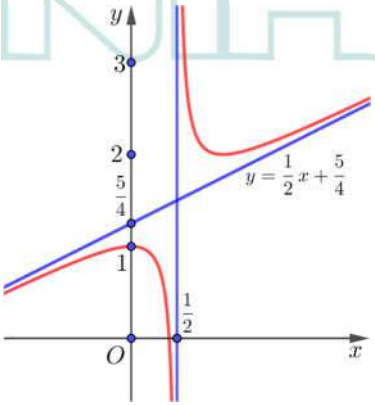
Câu 68: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$

Câu 69: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-1}{2x-1}$ có đồ thị như sau:



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=2x-1$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}$. **D.** $x=1$.

Câu 70: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-16}{x+5}$ là

A. $y=2x+5$. **B.** $y=x+5$. **C.** $y=x-5$. **D.** $y=2x-5$.

Câu 71: Hàm số nào sau đây có một tiệm cận?

A. $y=\dfrac{x+3}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+3x-2}{x+3}$. **C.** $y=\dfrac{4}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Câu 72: Đường thẳng $2y+1=0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{1-2x}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$.

Câu 73: Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của hàm số nào sau đây?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+3}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 74: Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x-1}{x-2}$. Tiệm cận xiên của đồ thì hàm số là đường thẳng

A. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x+3$.

Câu 75: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=2x-1-\dfrac{1}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=x+1$. **B.** $y=2x-1$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=2x+1$.

Câu 76: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=x+3+\dfrac{1}{2x+1}$ có phương trình là

A. $y=2x+1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x+3$. **D.** $y=2x-1$.

Câu 77: Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+3x}{x-2}$.

A. $y=2x-5$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=x+5$. **D.** $y=x-5$.

Câu 78: Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-2}$.

A. $y=x+1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=x-1$.

Câu 79: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2-3x}{x+5}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $\left(5;3\right)$. **B.** $\left(-4;-5\right)$. **C.** $\left(6;-1\right)$. **D.** $\left(2;-10\right)$.

Câu 80: Xác định toạ độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+2}{x-1}$.

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(1;1\right)$. **C.** $\left(1;-1\right)$. **D.** $\left(1;0\right)$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 8

NGUYÊN HÀM-TÍCH PHÂN

K12 – CHỦ ĐỀ 8

§8. NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Khái niệm nguyên hàm và tính chất

1. Khái niệm nguyên hàm

— Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Hàm số $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu: $F'(x)=f(x),\ \forall x\in K$.

— Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì **họ nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K là: $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C,\ const=C\in\mathbb{R}$.

2. Tính chất: Nếu $f(x),\ g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K và $k\neq 0$ thì ta luôn có:

① $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C,\ \int f''(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C,\ \int f'''(x)\mathrm{d}x=f''(x)+C,\ldots$.

② $F'(x)=f(x)$ (định nghĩa).

Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với C là hằng số tùy ý)

	Nguyên hàm cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
1	$\int 0\mathrm{d}x=C.$	$\int k\mathrm{d}x=kx+C.$
2	$\int x^n\mathrm{d}x=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C.$	$\int (ax+b)^n\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}\dfrac{(ax+b)^{n+1}}{n+1}+C.$
3	$\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\lvert x\rvert+C.$	$\int \dfrac{1}{ax+b}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}\ln\lvert ax+b\rvert+C.$
4	$\int \dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{x}+C.$	$\int \dfrac{1}{(ax+b)^2}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{1}{ax+b}+C.$
5	$\int \sqrt{x}\,dx=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}+C$	$\int \sqrt{ax+b}\,dx=\dfrac{2}{3a}(ax+b)\sqrt{ax+b}+C$
6	$\int \dfrac{1}{2\sqrt{x}}dx=\sqrt{x}+C$	$\int \dfrac{1}{2\sqrt{ax+b}}dx=\dfrac{1}{a}\sqrt{ax+b}+C$
7	$\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C.$	$\int a^{\alpha x+\beta}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\alpha}\dfrac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a}+C.$
8	$\int e^x dx=e^x+C$	$\int e^{ax+b}dx=\dfrac{1}{a}e^{ax+b}+C$

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

9	$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$	$\int \sin\left(ax+b\right)dx = -\dfrac{1}{a}\cos\left(ax+b\right) + C$
10	$\int \cos x\,dx = \sin x + C$	$\int \cos\left(ax+b\right)dx = \dfrac{1}{a}\sin\left(ax+b\right) + C$
11	$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + C$	$\int \dfrac{1}{\cos^2\left(ax+b\right)}dx = \dfrac{1}{a}\tan\left(ax+b\right) + C$
12	$\int \left(1+\tan^2 x\right)dx = \tan x + C$	$\int \left[1+\tan^2\left(ax+b\right)\right].dx = \dfrac{1}{a}\tan\left(ax+b\right) + C$
13	$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + C$	$\int \dfrac{1}{\sin^2\left(ax+b\right)}dx = -\dfrac{1}{a}\cot\left(ax+b\right) + C$
14	$\int \left(1+\cot^2 x\right)dx = -\cot x + C$	$\int \left[1+\cot^2\left(ax+b\right)\right]dx = -\dfrac{1}{a}\cot\left(ax+b\right) + C$
15	$\int \dfrac{1}{x^2-1}dx = \dfrac{1}{2}\ln\left\|\dfrac{x-1}{x+1}\right\| + C$	$\int \dfrac{1}{x^2-a^2}dx = \dfrac{1}{2a}\ln\left\|\dfrac{x-a}{x+a}\right\| + C$
♦ **Chú ý:** Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì khi lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\dfrac{1}{a}\cdot$		

NGUYỄN TIẾN HÀ

Nhóm công thức nguyên hàm của hàm lượng giác cần nhớ:

1. Công thức nhân đôi và hạ bậc

Nhân đôi	Hạ bậc
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$	$\sin^2\alpha = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\cos 2x$
$\cos 2\alpha = \begin{cases}\cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha\end{cases}$	$\cos^2\alpha = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\cos 2x$

2. Công thức biến đổi tổng thành tích

$\cos a + \cos b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\cos a - \cos b = -2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$
$\sin a + \sin b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\sin a - \sin b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$
Đặc biệt	
$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$	
$\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$	

NGUYỄN TIẾN HÀ

3. Công thức biến đổi tích thành tổng

$\cos a\cdot\cos b = \dfrac{1}{2}\cdot\left[\cos(a-b)+\cos(a+b)\right]$	$\sin a\cdot\sin b = \dfrac{1}{2}\cdot\left[\cos(a-b)-\cos(a+b)\right]$
$\sin a\cdot\cos b = \dfrac{1}{2}\cdot\left[\sin(a-b)+\sin(a+b)\right]$	

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **(BGD MĐ101-Năm 2023)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}dx = x^{\frac{4}{3}} + C$.
B. $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$.
C. $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{2}{3}} + C$.
D. $\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 2: **(BGD MĐ102-Năm 2023)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^5\mathrm{d}x = 5x^4 + C$.
B. $\int x^5\mathrm{d}x = x^6 + C$.
C. $\int x^5\mathrm{d}x = \frac{1}{6}x^6 + C$.
D. $\int x^5\mathrm{d}x = \frac{x^5}{\ln 5} + C$.

Câu 3: **(BGD MĐ101-Năm 2023)** Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + x^2 + C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - x^2 + C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 4: **(BGD MĐ101-Năm 2022)** Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x^2 + C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - x^2 + C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x^2 + C$.

Câu 5: **(BGD MĐ103-Năm 2022)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x + C$.
B. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x+1} + C$.
C. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{x+1} + C$.
D. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Câu 6: **(BGD MĐ104-Năm 2022)** Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.
B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.
C. $f_1(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.
D. $f_2(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 7: **(BGD MĐ103-Năm 2022)** Cho hàm số $f(x) = 1 + \mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^x + C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + 2\mathrm{e}^{2x} + C$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \mathrm{e}^{2x} + C$.

Câu 8: **(BGD -Năm 2021)** Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = 3x^3 - x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 - x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 - C$.

Câu 9: **(BGD MĐ101-Năm 2022)** Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \tan 2x + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\cot 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x - \frac{1}{2}\tan 2x + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\tan 2x + C$.

Câu 10: **(BGD-Năm 2022)** Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = -2\sin 2x + C$.

Câu 11: **(BGD-Năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$.

Câu 12: **(BGD-Năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

A. $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = \frac{1}{5}\ln|5x-2| + C$.

B. $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$.

C. $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = -\frac{1}{2}\ln|5x-2| + C$.

D. $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = 5\ln|5x-2| + C$.

Câu 13: **(BGD MĐ101-Năm 2021)** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 27. **B.** 29. **C.** 12. **D.** 33.

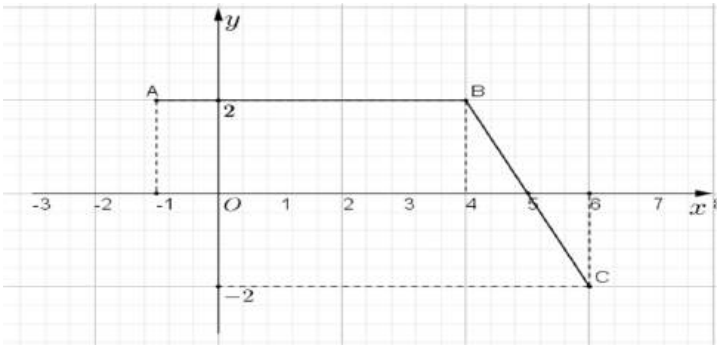
NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: (BGD MĐ103-Năm 2021) Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{khi } x\geq 1\\ 3x^2+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 23. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 21.

Câu 15: (BGD MĐ103-Năm 2021) Cho hàm số $y=f(x)$, liên tục trên $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thoả mãn $F(-1)=-1$. Giá trị của $F(5)+F(6)$ bằng



A. 23. **B.** 21 **C.** 25 **D.** 19

Câu 16: (BGD MĐ101-Năm 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$ **B.** x^4+x^2+C **C.** x^5+x^3+C. **D.** $4x^3+2x+C$

Câu 17: (BGD-Năm 2020) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

A. $\sin x+3x^2+C$. **B.** $-\sin x+3x^2+C$.

C. $\sin x+6x^2+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 18: (BGD-Năm 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

A. $\int 7^x\,\mathrm{d}x=\frac{7^x}{\ln 7}+C$. **B.** $\int 7^x\,\mathrm{d}x=7^{x+1}+C$.

C. $\int 7^x\,\mathrm{d}x=\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $\int 7^x\,\mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$.

Câu 19: (BGD MĐ104-Năm 2017) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thoả mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$.

A. $F(x)=-\cos x+\sin x+3$. **B.** $F(x)=-\cos x+\sin x-1$.

C. $F(x)=-\cos x+\sin x+1$. **D.** $F(x)=\cos x-\sin x+3$.

Câu 20: (BGD MĐ103-Năm 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $f\left(x\right)=3x-5\cos x+15$. **B.** $f\left(x\right)=3x-5\cos x+2$.

C. $f\left(x\right)=3x+5\cos x+5$. **D.** $f\left(x\right)=3x+5\cos x+2$.

Câu 21: **(THPT Diễn Châu 5 - Nghệ An 2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ thoả mãn $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{2x}+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f\left(x\right)=e^{2x}$. **B.** $f\left(x\right)=\frac{1}{2}e^{2x}$. **C.** $f\left(x\right)=2e^{x}$. **D.** $f\left(x\right)=2e^{2x}$.

Câu 22: **(THPT Triệu Sơn 3 - Thanh Hóa 2025)** $\int\left(\sin x+4x^{3}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\cos x+4x^{4}+C$. **B.** $\cos x+x^{4}+C$. **C.** $\cos x+12x^{2}+C$. **D.** $-\cos x+x^{4}+C$.

Câu 23: **(THPT Lý Thường Kiệt-Hà Nội 2025)** Nếu $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin 5x\sin 2x$ thì

A. $F\left(x\right)=\frac{\cos 3x}{6}-\frac{\cos 7x}{14}+C$. **B.** $F\left(x\right)=\frac{\cos 3x}{6}+\frac{\cos 7x}{14}+C$.

C. $F\left(x\right)=\frac{\sin 3x}{6}-\frac{\sin 7x}{14}+C$. **D.** $F\left(x\right)=\frac{\sin 3x}{6}-\frac{\cos 7x}{14}+C$.

Câu 24: **(THPT Triệu Sơn 4 - Thanh Hóa 2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)=e^{x}+2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}+2x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x-2}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}-2x+C$.

Câu 25: **(THPT NK-LTT TPHCM 2025)** Biết $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x+C$ thì $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\sin x+C'$. **B.** $\cos x+C'$. **C.** $-\sin x+C'$. **D.** $-\cos x+C'$.

Câu 26: **(Chuyên Vinh 2025)** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x-\sin x$ là

A. $\frac{x^{2}}{2}+\cos x+C$. **B.** $x^{2}-\cos x+C$. **C.** $\frac{x^{2}}{2}-\cos x+C$. **D.** $2x^{2}+\cos x+C$.

Câu 27: **(Chuyên KHTN Hà Nội 2025)** Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin^{2}x$ là

A. $\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+C$. **C.** $\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{2}+C$.

Câu 28: **(Cụm trường THPT Hải Dương 2025)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2026\sin x$

A. $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=-2026\cos x+C$. **B.** $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=\sin 1013x+C$.

C. $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=1013\sin^{2}x+C$. **D.** $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=2026\cos x+C$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 29: **(THPT Trần Nguyên Hãn - Hải Phòng 2025)** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2025^{x}$?

A. $F_{4}\left(x\right)=\dfrac{2025^{x}}{\ln 2025}$.

B. $F_{2}\left(x\right)=2025^{x}\ln 2025$.

C. $F_{1}\left(x\right)=2025^{x}$.

D. $F_{3}\left(x\right)=\dfrac{2025^{x}}{\log 2025}$.

Câu 30: **(THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc 2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x-e^{x}$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos x+e^{x}+C$.

B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x-e^{x}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos x-e^{x}+C$.

D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x-e^{x}+C$.

Câu 31: **(Sở Vĩnh Phúc 2025)** Một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos^{2}x$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $F\left(x\right)=-\sin 2x$.

B. $F\left(x\right)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{4}\sin 2x$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{2}\sin 2x$.

D. $F\left(x\right)=-\cos 2x$.

Câu 32: **(Cụm trường Hưng Yên 2025)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{5x-12}$.

A. $\int\dfrac{dx}{5x-12}=\dfrac{1}{5}\ln\left|12-5x\right|+C$.

B. $\int\dfrac{dx}{5x-12}=-\dfrac{1}{5}\ln\left|5x-12\right|+C$.

C. $\int\dfrac{dx}{5x-12}=5\ln\left|5x-12\right|+C$.

D. $\int\dfrac{dx}{5x-12}=\ln\left|5x-12\right|+C$.

Câu 33: **(Cụm trường Hải Dương 2025)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^{2}-2x+2025$ là

A. $F\left(x\right)=x^{3}-x^{2}+2025x$.

B. $F\left(x\right)=x^{3}-x^{2}+2025$.

C. $F\left(x\right)=6x-2$.

D. $F\left(x\right)=x^{3}-x^{2}$.

Câu 34: **(Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình 2025)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^{2}-3x+2}{x}$ là

A. $\dfrac{1}{2}x^{2}-3x+C$.

B. $\dfrac{1}{2}x^{2}-3x+2\ln\left|x\right|+C$.

C. $\dfrac{1}{2}x^{2}-2\ln x+C$.

D. $\ln\left|\dfrac{x^{2}-3x+2}{x}\right|+C$.

Câu 35: **(Sở Phú Thọ 2025)** Họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x^{3}}$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $-\dfrac{3}{x^4}+C$. **B.** $-\dfrac{1}{x^2}+C$. **C.** $-\dfrac{1}{2x^2}+C$. **D.** $-\dfrac{1}{4x^4}+C$.

Câu 36: **(Sở Ninh Bình 2025)** Nguyên hàm của hàm số $2x+\cos x$ là

A. $x^2+\sin x+C$. **B.** $2x+\sin x+C$. **C.** $2x-\sin x+C$. **D.** $x^2-\sin x+C$.

Câu 37: **(Sở Bắc Giang 2025)** Gọi $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x-\dfrac{1}{x}$ thoả mãn $F\left(1\right)=1$. Tính $F\left(-1\right)$.

A. $F\left(-1\right)=1$. **B.** $F\left(-1\right)=2$. **C.** $F\left(-1\right)=-1$. **D.** $F\left(-1\right)=0$.

Câu 38: **(Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng 2025)** Họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3e^x$ là

A. $3e^x$. **B.** $3xe^x+C$. **C.** $3e^x+C$. **D.** $-3e^x+C$.

Câu 39: **(KHTN Hà Nội 2025)** Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x+\mathrm{e}^{2x}$ là

A. $\dfrac{x^2+\mathrm{e}^{2x}}{2}+C$. **B.** $\dfrac{x^2+\mathrm{e}^{x}}{2}+C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{\mathrm{e}^{2x+1}}{2x+1}+C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}+2\mathrm{e}^{2x}+C$.

Câu 40: **(THPT Lê Hồng Phong - Hải Phòng 2025)** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3^{x-1}.5^{x+1}$ là

A. $\dfrac{3^{x-1}.5^{x+1}}{\ln 3.\ln 5}+C$. **B.** $3^{x-1}.5^{x+1}+C$. **C.** $\dfrac{5.15^x}{3}+C$. **D.** $\dfrac{5.15^x}{3\ln 15}+C$.

Câu 41: **(Cụm trường THPT Hải Dương 2025)** Cho $y=F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=-3x^2+4x+2$ và $F\left(1\right)=2$. Tính $F\left(-1\right)$.

A. $F\left(-1\right)=0$. **B.** $F\left(-1\right)=4$.

C. $F\left(-1\right)=-x^3+2x^2+2x-1$. **D.** $F\left(-1\right)=-x^3+2x^2+2x+C$.

Câu 42: **(Sở Bạc Liêu 2025)** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2025x^{2024}$ là

A. $\dfrac{1}{2023}x^{2023}+C$. **B.** $x^{2025}+C$. **C.** $\dfrac{1}{2025}x^{2025}+C$. **D.** $2024x^{2024}+C$.

Câu 43: **(NK-LTT TP.HCM 2025)** Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^2+\sin x$ là

A. $x^3+\cos x+C$. **B.** $x^3+\sin x+C$. **C.** $x^3-\cos x+C$. **D.** $x^3-\sin x+C$.

Câu 44: **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ 2025)** Trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$, hàm số $F\left(x\right)=\sin x-x$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f\left(x\right)=-\cos x-1$. **B.** $h\left(x\right)=-\cos x-\dfrac{x^2}{2}+C$.

C. $k\left(x\right)=\cos x-\dfrac{x^2}{2}+C$. **D.** $g\left(x\right)=\cos x-1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 45: **(Sở Tuyên Quang 2025)** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^3+x$ là

A. x^3+x+C. **B.** $3x^2+1+C$. **C.** x^4+x^2+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 46: **(Sở Yên Bái 2025)** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2026x^{2025}+e^x$ là

A. $x^{2026}+e^x+C$. **B.** $2026x+e^x+C$.

C. $2026x^{2026}+e^x+C$. **D.** $x^{2026}-e^x+C$.

Câu 47: **(Sở Bắc Ninh 2025)** Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=e^x+2x$ thỏa mãn $F\left(0\right)=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $F\left(x\right)=e^x+x^2+1$. **B.** $F\left(x\right)=e^x+x+1$.

C. $F\left(x\right)=e^x+x^2$. **D.** $F\left(x\right)=e^x+2x^2$.

Câu 48: **(THPT Đô Lương 1 - Nghệ An 2025)** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x+4x^3$ là

A. $-\cos x+4x^4+C$. **B.** $\cos x+x^4+C$. **C.** $-\cos x+x^4+C$. **D.** $\cos x+4x^4+C$.

Câu 49: **(Sở Hòa Bình 2025)** Hàm số $F\left(x\right)=5^x+2025$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f\left(x\right)=5^x\ln 5+2025x$. **B.** $f\left(x\right)=5^x\ln 5$.

C. $f\left(x\right)=\frac{5^x}{\ln 5}+2025x$. **D.** $f\left(x\right)=\frac{5^x}{\ln 5}+2025x+C$.

Câu 50: **(Sở Lào Cai 2025)** Nguyễn hàm $F\left(x\right)$ của hàm số của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{x}+e$ là

A. $F\left(x\right)=-\frac{1}{x^2}+e^x+C$. **B.** $F\left(x\right)=\ln\left|x\right|+ex+C$.

C. $F\left(x\right)=\ln\left|x\right|+e^x+C$. **D.** $F\left(x\right)=\ln x+e+C$.

Câu 51: **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang 2025)** Tìm tất cả nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}$.

A. $\frac{1}{2}x^2-\ln\left|x\right|$. **B.** $\frac{1}{2}x^2-\ln\left|x\right|+C$. **C.** $\frac{1}{2}x^2-\ln x+C$. **D.** $1-\ln\left|x\right|+C$.

Câu 52: **(Liên Trường Nghệ An 2025)** Tìm nguyên hàm $\int\left(-5x^2-x+3\right)\mathrm{d}x$.

A. $-10x-1+C$. **B.** $-\frac{5x^3}{3}+\frac{13x^2}{2}+3x+C$.

C. $-\frac{5x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+10x+C$. **D.** $-\frac{5x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+3x+C$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 53: **(Liên Trường Nghệ An 2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)=3^x+\sin x$. Một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $F\left(x\right)=3^x\ln 3+\cos x$.

B. $F\left(x\right)=3^x+\sin x$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{3^x}{\ln 3}-\cos x$.

D. $F\left(x\right)=\dfrac{3^x}{\ln 3}-\sin x$.

Câu 54: **(THPT DTNT - Nghệ An 2025)** Hàm số $f\left(x\right)=-4x^7-5\sin x+10\ln\left|x\right|+10$ là một nguyên hàm của hàm số nào?

A. $-28x^6+5\cos x+\dfrac{10}{x}$.

B. $-\dfrac{1}{2}x^8+5\cos x+\dfrac{10}{x}+10x+C$.

C. $-\dfrac{1}{2}x^8+5\cos x+\dfrac{10}{x}$.

D. $-28x^6-5\cos x+\dfrac{10}{x}$.

Câu 55: **(Sở Vũng Tàu 2025)** Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C\ \left(0<a\neq 1\right)$.

B. $\int \sin x\,\mathrm{d}x=\cos x+C$.

C. $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\left|x\right|+C\ \left(x\neq 0\right)$.

D. $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C$.

Câu 56: **(Sở Vũng Tàu 2025)** Họ nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x+\dfrac{1}{x}$ là

A. $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+\ln x+C$.

B. $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3}{2}x^2+\ln x+C$.

C. $F\left(x\right)=2x-3-\dfrac{1}{x^2}+C$.

D. $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+\ln\left|x\right|+C$.

Câu 57: **(Sở Hậu Giang 2025)** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=e$ là

A. x^e+C.

B. $\dfrac{e^2}{2}+C$.

C. $ex+C$.

D. $\dfrac{ex}{\log e}+C$.

Câu 58: **(Sở Lai Châu 2025)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int 2025^x dx=\dfrac{2025^{x+1}}{x+1}+C$.

B. $\int 2025^x dx=\dfrac{2025^{x+1}}{\ln 2025}+C$.

C. $\int 2025^x dx=2025^x.\ln 2025+C$.

D. $\int 2025^x dx=\dfrac{2025^x}{\ln 2025}+C$.

Câu 59: **(THPT Nguyễn Quốc Trinh - Hà Nội 2025)** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int\dfrac{dx}{x}=\dfrac{-1}{x^2}+C$.

B. $\int\dfrac{dx}{x}=\dfrac{1}{x^2}+C$.

C. $\int\dfrac{dx}{x}=\ln x+C$.

D. $\int\dfrac{dx}{x}=\ln\left|x\right|+C$.

Câu 60: **(Cụm chuyên môn Đak-Lak 2025)** Tìm khẳng định sai

A. $\int\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]dx=\int f\left(x\right)dx+\int g\left(x\right)dx$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

B. $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

C. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$.

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, a < c < b$.

Câu 61: **(Sở Hải Phòng 2025)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2024}$ là.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2023}.x^{2023} + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2024.x^{2023} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2025}.x^{2025} + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^{2025} + C$.

Câu 62: **(Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa 2025)** Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, hàm số $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_3(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$.

B. $f_4(x) = -\frac{1}{4}\cos 2x$.

C. $f_2(x) = \cos 2x$.

D. $f_1(x) = -\cos 2x$.

Câu 63: **(THPT Bắc Đông Quan - Thái Bình 2025)** Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó $F(x)$ bằng

A. $F(x) = 3x^3 + 5$.

B. $F(x) = x^3 - 5$.

C. $F(x) = x^3 + 5$.

D. $F(x) = 6x + 5$.

Câu 64: **(Sở Thái Bình 2025)** Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là

A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23$.

B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21$.

C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17$.

D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19$.

Câu 65: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^3 x$, biết $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$.

A. $F(x) = \frac{3}{4}\cos x - \frac{1}{12}\cos 3x - \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

B. $F(x) = -\frac{3}{4}\cos x + \frac{1}{12}\cos 3x + \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

C. $F(x) = \frac{\sin^4 x}{4} - \frac{1}{64}$.

D. $F(x) = -\frac{3}{4}\cos x + \frac{1}{4}\cos 3x + \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 66: Cho hàm số $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 20x^3 - 6x + c$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^5 - x^3 + c$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^5 - x^3 + 2x + c$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 20x^3 - 6x + 2$.

Câu 67: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^3 x$ là

A. $\frac{1}{12}\sin 3x - \frac{3}{4}\sin x + C$. **B.** $\frac{1}{12}\sin 3x + \frac{3}{4}\sin 2x + C$.

C. $-\frac{1}{12}\sin 3x + \frac{3}{4}\sin x + C$. **D.** $\frac{1}{12}\sin 3x + \frac{3}{4}\sin x + C$.

Câu 68: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x.\cos 2x$.

A. $F(x) = \frac{1}{4}\left(x - \sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x\right) + C$. **B.** $F(x) = -\frac{1}{4}\left(x + \sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x\right) + C$.

C. $F(x) = x + \sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$. **D.** $F(x) = \frac{1}{4}\left(x + \sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x\right) + C$.

Câu 69: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = \sin^2 x.\cos 2x$.

A. $G(x) = \frac{1}{4}\left(x - \sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x\right) + C$. **B.** $G(x) = \frac{1}{4}\left(x + \sin 2x - \frac{1}{4}\sin 4x\right) + C$.

C. $G(x) = x - \sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$. **D.** $G(x) = -\frac{1}{4}\left(x - \sin 2x + \frac{1}{4}\sin 4x\right) + C$.

Câu 70: **(Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM)** Tìm nguyên hàm $\int \left(2 + \mathrm{e}^{3x}\right)^2 \mathrm{d}x$.

A. $I = 4x + \frac{4}{3}\mathrm{e}^{3x} - \frac{1}{6}\mathrm{e}^{2x} + C$. **B.** $I = 3x + \frac{4}{3}\mathrm{e}^{3x} + \frac{1}{6}\mathrm{e}^{6x} + C$.

C. $I = 4x + \frac{4}{3}\mathrm{e}^{3x} + \frac{1}{6}\mathrm{e}^{6x} + C$. **D.** $I = 4x + \frac{4}{3}\mathrm{e}^{3x} + \frac{5}{6}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Câu 71: **(Đề HK2 - Toán 12)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x\left(1 + \mathrm{e}^{-x}\right)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{-x} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Câu 72: **(THPT-Lê Thuy - Quảng Bình)** Tính nguyên hàm $\int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}\right)dx$

A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$.

C. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. **D.** $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.

Câu 73: **(Đề thi thử TN THPT)** Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $-\cot x+x^2-\dfrac{\pi^2}{16}$. **B.** $\cot x-x^2+\dfrac{\pi^2}{16}$. **C.** $-\cot x+x^2-1$. **D.** $\cot x+x^2-\dfrac{\pi^2}{16}$.

Câu 74: Biết $F\left(x\right)$ là 1 nguyên hàm của $f\left(x\right)=\cos^2 x$ và $F\left(\pi\right)=1$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{5}{4}+\dfrac{3\pi}{8}$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3}{4}-\dfrac{3\pi}{8}$. **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{5}{4}-\dfrac{3\pi}{8}$. **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{3\pi}{8}$.

Câu 75: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x+\dfrac{3}{2x+1}$ là

A. $-\cos 2x+3\ln\left|2x+1\right|+C$. **B.** $-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{3}{2}\ln\left|2x+1\right|+C$.

C. $-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{3}{2}\ln\left(2x+1\right)+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{3}{2}\ln\left(2x+1\right)+C$.

Câu 76: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^4+2x-4$. Trong các khẳng đinh sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x^5+2x^2-4x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{5}x^5-x^2-4x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{5}x^5+x^2-4x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=4x^3+C$.

Câu 77: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3x+5}$ là

A. $\dfrac{1}{3}\ln\left(3x+5\right)+C$ **B.** $\dfrac{1}{3}\ln\left|3x+5\right|+C$

C. $\ln\left|3x+5\right|+C$ **D.** $\dfrac{1}{\ln 3}\ln\left|3x+5\right|+C$

Câu 78: Nguyên hàm của $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x\sqrt{x}}$ là

A. $\dfrac{-\sqrt{x}}{2}+C$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{x}}+C$. **C.** $\dfrac{-2}{\sqrt{x}}+C$. **D.** $\dfrac{\sqrt{x}}{2}+C$.

Câu 79: Nếu $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin 5x\sin 2x$ thì

A. $F\left(x\right)=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\sin 7x}{14}+C$. **B.** $F\left(x\right)=\dfrac{\sin 3x}{6}-\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{\cos 3x}{6}-\dfrac{\cos 7x}{14}+C$. **D.** $F\left(x\right)=\dfrac{\cos 3x}{6}+\dfrac{\cos 7x}{14}+C$.

Câu 80: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin^2 x$ là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **C.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{4}+C$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 81: **(THCS-THPT Trần Cao Vân - TPHCM)** Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2+3\sin x+\dfrac{2}{x}$ là

A. $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}+3\cos x+2\ln\left|x\right|+C$.

B. $F\left(x\right)=2x-3\cos x+2\ln\left|x\right|+C$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}-3\cos x+\ln\left|x\right|+C$.

D. $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}-3\cos x+2\ln\left|x\right|+C$.

Câu 82: **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=6x^2-\sin 2x.$

A. $2x^3+\cos 2x+C.$

B. $2x^3+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C.$

C. $2x^3-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C.$

D. $3x^2+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C.$

Câu 83: **(THPT Sơn Tây - Hà Nội)** Tìm $\int \sin 5x.\cos x\ \mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1}{5}\cos 5x+\mathrm{C}$.

B. $-\dfrac{1}{8}\cos 4x-\dfrac{1}{12}\cos 6x+C.$

C. $-\dfrac{1}{5}\cos 5x+C.$

D. $\dfrac{1}{8}\cos 4x+\dfrac{1}{12}\cos 6x+C.$

Câu 84: **(THPT Ngô Sĩ Liên - Bắc Giang)** Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2-3x+\dfrac{1}{x}$ trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$ là

A. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\dfrac{1}{x^2}+C$.

B. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\ln\left|x\right|+C$.

C. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\ln x+C$.

D. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}-\ln\left|x\right|+C$.

Câu 85: **(Đề 02 -Vted)** Họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x+1}$ là

A. $-\dfrac{1}{\left(x+1\right)^2}+C$.

B. $-\ln\left|x+1\right|+C$.

C. $-\dfrac{1}{2}\ln\left(x+1\right)^2+C$.

D. $\ln\left|2x+2\right|+C$.

Câu 86: **(Vted - Đề số 08)** Họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x+e^x-5x$ là

A. $-\cos x+e^x-\dfrac{5}{2}x^2+C$.

B. $\cos x+e^x-5x+C$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $\cos x + e^x - \frac{5}{2}x^2 + C$. **D.** $-\cos x + \frac{e^x}{x+1} - \frac{5}{2}x^2 + C$.

Câu 87: **(Vted - Đề số 11)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $x^2 - \tan x + C$. **B.** $x^2 + \tan x + C$. **C.** $x^2 + \cot x + C$. **D.** $x^2 - \cot x + C$.

Câu 88: **(Vted - Đề số 11)** Trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$ là

A. $x + C$. **B.** $\tan x - \cot x + C$.

C. $\tan x + \cot x + C$. **D.** $-\tan x + \cot x + C$.

Câu 89: **(Vted- Đề số 11)** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ là

A. $x^2 - \tan x + C$. **B.** $x^2 + \tan x + C$. **C.** $x^2 + \cot x + C$. **D.** $x^2 - \cot x + C$.

Câu 90: **(Chuyên ĐHSP - Hà Nội)** Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^{-2x}$?

A. $y = -\frac{e^{-2x}}{2}$. **B.** $y = -2e^{-2x} + C\,(C \in \mathbb{R})$.

C. $y = 2e^{-2x} + C\,(C \in \mathbb{R})$. **D.** $y = \frac{e^{-2x}}{2}$.

Câu 91: **(Chuyên Nguyễn Trãi-Hải Dương)** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x$, $f(0) = 2$. Hàm $f(x)$ là

A. $y = 2e^x + 2x$. **B.** $y = 2e^x + 2$. **C.** $y = e^{2x} + x + 2$. **D.** $y = e^{2x} + x + 1$.

Câu 92: **(THPT Chu Văn An - Hà Nội)** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}$ là

A. $\tan\frac{x}{2} + C$. **B.** $-2\tan\frac{x}{2} + C$. **C.** $-\frac{1}{2}\tan\frac{x}{2} + C$. **D.** $2\tan\frac{x}{2} + C$.

Câu 93: **(THCS -THPT Nguyễn Khuyến)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 94: **(THPT Cẩm Giàng - Hải Dương)** Tính $\int (x - \sin 2x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$. **B.** $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. **C.** $x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 95: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh Phúc)** Cho $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$

A. $\dfrac{5}{4}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 96: **(THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An)** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{3x+2}$ là

A. $\dfrac{2}{3}\left(3x+2\right)\sqrt{3x+2}+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\left(3x+2\right)\sqrt{3x+2}+C$.

C. $\dfrac{2}{9}\left(3x+2\right)\sqrt{3x+2}+C$. **D.** $\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{\sqrt{3x+2}}+C$.

Câu 97: **(THPT Yên Lạc)** Tìm nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{3x}$, biết $F\left(0\right)=1$.

A. $F\left(x\right)=\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+\dfrac{2}{3}$. **B.** $F\left(x\right)=\mathrm{e}^{3x}+1$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+\dfrac{1}{3}$. **D.** $F\left(x\right)=3\mathrm{e}^{3x}-2$.

Câu 98: **(THPT Lê Văn Hưu)** Nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=2x+\dfrac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ là

A. $-\cot x+x^2-\dfrac{\pi^2}{16}$. **B.** $\cot x-x^2+\dfrac{\pi^2}{16}$. **C.** $-\cot x+x^2-1$. **D.** $\cot x+x^2-\dfrac{\pi^2}{16}$.

Câu 99: **(THPT Minh Khai - Hà Tĩnh)** Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x-2}$, biết $F\left(1\right)=2$. Giá trị của $F\left(0\right)$ bằng

A. $2+\ln 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** $2+\ln\left(-2\right)$. **D.** $\ln\left(-2\right)$.

Câu 100: **(THPT Yên Định - Thanh Hóa)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^4+2}{x^2}$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2}{x}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1}{x}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12 CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 9

NGUYÊN HÀM-TÍCH PHÂN

K12 – CHỦ ĐỀ 9 §9. TÍCH PHÂN CƠ BẢN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa tích phân và tính chất

Định nghĩa tích phân

- Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ thì hiệu số $F(b)-F(a)$ gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.
- Khi đó $\boxed{\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)}$ (a cận dưới, b cận trên).
- Đối với biến số lấy tích phân, có thể chọn bất kì một chữ khác nhau thay cho x, nghĩa là

$$I=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t=\cdots=F(b)-F(a)$$ *(không phụ thuộc biến mà phụ thuộc 2 cận)*

Tính chất của tích phân

① $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$ và $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$.

② $\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x=k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$, với $k\neq 0$.

③ $\int_a^b [f(x)\pm g(x)]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)x\pm\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

④ $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

⑤ $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_a^b$, $\int_a^b f''(x)\mathrm{d}x=f'(x)\Big|_a^b$, $\int_a^b f'''(x)\mathrm{d}x=f''(x)\Big|_a^b$,....

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 7.

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 2: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_0^3 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Câu 3: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 5$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x = -4$ thì $\int_1^4 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -9. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 4: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_0^3 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 5: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 6$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_1^4 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -11. **C.** 1. **D.** 11.

Câu 6: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_1^4 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 7: (ĐTK BGD - 2021) Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 5$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** -10. **D.** -7.

Câu 8: (BGD - Năm 2020) Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\int_1^2 \left[f(x) + g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 6.

Câu 9: (BGD - Năm 2020) Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 2$.

Khi đó $\int_1^2 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 10: (BGD - Năm 2020) Biết $\int_0^1 \left[f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x = 4$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 11: (BGD - Năm 2020) Biết $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\int_2^3 \left[f(x) + g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 12: (BGD - Năm 2020) Biết $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 4$ và $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\int_2^3 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 13: (ĐTK BGD - Năm 2020) Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 14: (BGD - Năm 2019) Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2; \int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = -4$. Khi đó $\int_0^1 \left[f(x) + g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 15: (BGD - Năm 2019) Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 6$, khi đó $\int_1^2 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Câu 16: (BGD - Năm 2019) Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và s, khi đó $\int_0^1 \left[f(x) + g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 17: (BGD - Năm 2019) Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = -2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = 3$, khi đó $\int_0^1 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 18: (BGD - Năm 2019) Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int_0^1 \left[f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

Câu 19: (BGD - Năm 2017) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 1$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = \dfrac{7}{2}$.

Câu 20: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[2f(x) - 1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 21: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_0^2 \left[2f(x) - 1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 14

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 22: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_0^2 \left[2f\left(x\right)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 23: (BGD - Năm 2021) Nếu $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int\limits_0^2 \left[2f\left(x\right)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 24: (ĐTK BGD - Năm 2021) Nếu $\int\limits_1^3 \left[2f\left(x\right)+1\right]\mathrm{d}x = 5$ thì $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 25: (BGD - Năm 2021) Biết $\int\limits_0^1 \left[f\left(x\right)+2x\right]\mathrm{d}x = 5$. Khi đó $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 26: (BGD - Năm 2020) Biết $\int\limits_0^1 \left[f\left(x\right)+2x\right]dx = 3$. Khi đó $\int\limits_0^1 f\left(x\right)dx$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27: (BGD - Năm 2020) Biết $\int\limits_0^1 \left[f\left(x\right)+2x\right]\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 28: (BGD - Năm 2020) Biết $F\left(x\right) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^2 \left[2+f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\dfrac{13}{3}$. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 29: (BGD - Năm 2018) $\int\limits_1^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{3x-2}$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $\dfrac{1}{3}\ln 2$. **C.** $\dfrac{2}{3}\ln 2$. **D.** $\ln 2$.

Câu 30: (BGD - Năm 2018) $\int\limits_0^1 e^{3x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}\left(e^4-e\right)$. **B.** e^4-e. **C.** $\dfrac{1}{3}\left(e^4+e\right)$. **D.** e^3-e.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 31: **(BGD - Năm 2020)** Biết $F\left(x\right)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^3\left[1+f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** $\dfrac{26}{3}$. **D.** $\dfrac{32}{3}$.

Câu 32: **(BGD - Năm 2020)** Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

Giá trị của $\int\limits_1^3\left[1+f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 22. **C.** 26. **D.** 28.

Câu 33: **(BGD - Năm 2020)** Biết $F\left(x\right)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^2\left[2+f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{23}{4}$. **B.** 7. **C.** 9. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Câu 34: **(BGD - Năm 2019)** Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2-2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. **D.** $\dfrac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Câu 35: **(BGD - Năm 2019)** Cho hàm số $f\left(x\right)$. Biết $f\left(0\right)=4$ và $f'\left(x\right)=2\sin^2 x+1, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi^2-4}{16}$.

Câu 36: **(BGD - Năm 2019)** Cho hàm số $f\left(x\right)$. Biết $f\left(0\right)=4$ và $f'\left(x\right)=2\cos^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2+2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. **D.** $\dfrac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Câu 37: **(BGD - Năm 2018)** $\int\limits_1^2\dfrac{\mathrm{d}x}{2x+3}$ bằng

A. $2\ln\dfrac{7}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln 35$. **C.** $\ln\dfrac{7}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{7}{5}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 38: (BGD - Năm 2018) $\int\limits_1^2 \mathrm{e}^{3x-1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2\right)$. **B.** $\frac{1}{3}\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2$. **C.** $\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2$. **D.** $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^5+\mathrm{e}^2\right)$.

Câu 39: (BGD - Năm 2018) Tích phân $\int\limits_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$. **B.** $\log\frac{5}{3}$. **C.** $\ln\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Câu 40: (BGD - Năm 2017) Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{\ln x}{x}$. Tính $I=F\left(e\right)-F\left(1\right)$.

A. $I=e$. **B.** $I=\frac{1}{e}$. **C.** $I=\frac{1}{2}$. **D.** $I=1$.

Câu 41: (BGD - Năm 2017) Cho $\int\limits_{-1}^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{-1}^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-1$. Tính $I=\int\limits_{-1}^2\left[x+2f\left(x\right)-3g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{5}{2}$. **B.** $I=\frac{7}{2}$. **C.** $I=\frac{17}{2}$. **D.** $I=\frac{11}{2}$.

Câu 42: (BGD - Năm 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(x)=3x+5\cos x+5$. **B.** $f(x)=3x+5\cos x+2$.
C. $f(x)=3x-5\cos x+2$. **D.** $f(x)=3x-5\cos x+15$.

Câu 43: (BGD - Năm 2019) Cho hàm số $f\left(x\right)$. Biết $f\left(0\right)=4$ và $f'\left(x\right)=2\cos^2 x+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi^2+4}{16}$. **B.** $\frac{\pi^2+14\pi}{16}$. **C.** $\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}$. **D.** $\frac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Câu 44: (BGD - Năm 2019) Cho $\int\limits_0^1 \frac{x\mathrm{d}x}{\left(x+2\right)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 45: (THPT Hùng Vương - Bình Thuận 2025) Biết $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, a là số thực thỏa mãn $0<a<\pi$ và $\int\limits_0^a f\left(x\right)dx=\int\limits_a^\pi f\left(x\right)dx=1$. Tính $\int\limits_0^\pi f\left(x\right)dx$.

A. 0. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 46: **(Chuyên KHTN Hà Nội 2025)** Cho $\int_0^1 f(x)dx = 1$ và $\int_0^2 f(x)dx = -4$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 47: **(Sở Thanh Hóa 2025)** Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 \left[4f(x) - 3\right]dx$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 48: **(Cụm THPT Hải Dương 2025)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a;c]$. Nếu biết $\int_a^b f(x)dx = -5$ và $\int_b^c f(x)dx = 10$, thì giá trị của $\int_a^c f(x)dx$ là bao nhiêu?

A. 5. **B.** -5. **C.** 15. **D.** -15.

Câu 49: **(THPT Trần Phú - Vĩnh Phúc 2025)** Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 4t + 8(\text{m/s})$, với thời gian t tính bằng giây. Tính quảng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 8$ đến $t = 10$.

A. $89(\text{m})$. **B.** $87(\text{m})$. **C.** $86(\text{m})$. **D.** $88(\text{m})$.

Câu 50: **(Sở Thừa Thiên Huế 2025)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(3) = -1; f(b) = 3$. Khi đó $\int_a^b f'(x)dx$ bằng

A. -3. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 51: **Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình 2025)** Biết $\int_0^9 f(x)dx = 37$ và $\int_0^9 \left[3f(x) - 2g(x)\right]dx = 61$. Tính $\int_0^9 g(x)dx$ bằng

A. -25. **B.** 25. **C.** -86. **D.** 86.

Câu 52: **(Sở Phú Thọ 2025)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a;b]$. Nếu $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x = 8$ thì tích phân $\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 11. **B.** -5. **C.** 5. **D.** -11.

Câu 53: **(Sở Ninh Bình 2025)** Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ và $F(4) = 9$, $F(1) = 3$. Giá trị của $\int_1^4 \left[f(x) + 2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 8. **C.** -4. **D.** 12.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 54: (Sở Thái Nguyên 2025) Nếu $\int\limits_{-3}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int\limits_{-3}^{1}\left[2-5f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 6. **C.** 12. **D.** -4.

Câu 55: (KHTN Hà Nội 2025) Cho $\int\limits_{0}^{2}\left[f\left(x\right)-3x^2\right]\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int\limits_{0}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 56: (Sở Quảng Bình 2025) Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_{5}^{9} f\left(x\right)\mathrm{d}x=25$ thì $\int\limits_{9}^{5} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 25. **C.** -25. **D.** 5.

Câu 57: (Sở Bạc Liêu 2025) Nếu $\int\limits_{0}^{4} f\left(x\right)dx=6$ và $\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx=-5$ thì $\int\limits_{1}^{0} f\left(x\right)dx$ bằng

A. 11. **B.** -11. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 58: (Sở Hà Nội 2025) Nếu $\int\limits_{0}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_{0}^{2}\left[f\left(x\right)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 59: (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ 2025) Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên R. Biết hàm số $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên R thoả mãn $F\left(5\right)=2+F\left(1\right)$. Giá trị của $\int\limits_{1}^{5} f\left(x\right)dx$.

A. 8. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -8.

Câu 60: (Chuyên KHTN Hà Nội 2025) Cho $\int\limits_{1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ và $\int\limits_{1}^{2} g\left(x\right)\mathrm{d}x=4$. Giá trị tích phân $\int\limits_{1}^{2}\left(g\left(x\right)+2f\left(x\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 61: (Sở Tuyên Quang 2025) Nếu $\int\limits_{0}^{3} f\left(x\right)dx=6$ thì $\int\limits_{0}^{3}\left[\frac{1}{3}f\left(x\right)+2\right]dx$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 62: (Chuyên Phan Bội Châu - Hà Tĩnh 2025) Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_{0}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{0}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x=7$. Khi đó $\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 9. **C.** -5. **D.** 5.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 63: (Sở Bắc Ninh 2025) Nếu $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x\right)dx=-5$ thì $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f\left(x\right)+\sin x\right]dx$ bằng

A. -4. **B.** -7. **C.** -6. **D.** -3.

Câu 64: (THPT Anh Sơn 3 - Nghệ An 2025) Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^4 f\left(x\right)dx=9;\int\limits_2^4 f\left(x\right)dx=4$. Tích phân $\int\limits_0^2 f\left(x\right)dx$ bằng

A. 13. **B.** 5. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** 36.

Câu 65: (THPT Đô Lương 1 - Nghệ An 2025) Nếu $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_0^2\left[\dfrac{1}{2}f\left(x\right)-2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 66: (Sở Hòa Bình 2025) Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^2\left[2+f(x)\right]dx$ bằng

A. 9. **B.** $\dfrac{15}{4}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{23}{4}$.

Câu 67: (Sở Phú Thọ 2025) Nếu $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx=2025$ thì $\int\limits_a^b 2f\left(x\right)dx$ bằng

A. 2025^2. **B.** $\dfrac{2025}{2}$. **C.** 2023. **D.** 4050.

Câu 68: (Sở Bình Thuận 2025) Cho $\int\limits_0^1 f(x)dx=7$. Giá trị của $\int\limits_0^1 3f(x)dx$ bằng

A. 21. **B.** $\dfrac{3}{7}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 69: (Sở Lào Cai 2025) Cho hàm số $F\left(x\right)$ là nguyên hàm của $f\left(x\right)$. Biết $F\left(1\right)=-3,F\left(-2\right)=12$. Tính $I=\int\limits_{-2}^1 f\left(x\right)dx$.

A. $I=9$. **B.** $I=15$. **C.** $I=-36$. **D.** $I=-15$.

Câu 70: (Sở Quảng Nam 2025) Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$ và có một nguyên hàm trên $\left[a;b\right]$ là hàm số $F\left(x\right)$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx=f\left(b\right)-f\left(a\right)$. **B.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx=F\left(a\right)-F\left(b\right)$.

C. $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx=F\left(b\right)-F\left(a\right)$. **D.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)dx=f\left(a\right)-f\left(b\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 71: **(Sở Thái Nguyên 2025)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(1)=1$ và $\int\limits_1^4 f'(x)dx=15$ khi đó giá trị $f(4)$ bằng

A. 16. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 17.

Câu 72: **(Cụm Ninh Giang - Tứ Kỳ - Gia Lộc 2025)** Cho $\int\limits_1^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3;\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$. Tính $I=3\int\limits_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 3. **B.** -15. **C.** 15. **D.** -3.

Câu 73: **(Sở Vũng Tàu 2025)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$, biết $\int\limits_0^9 f\left(x\right)\mathrm{d}x=9$ và $F\left(0\right)=3$. Tính $F\left(9\right)$.

A. $F\left(9\right)=-12$. **B.** $F\left(9\right)=6$. **C.** $F\left(9\right)=12$. **D.** $F\left(9\right)=-6$.

Câu 74: **(Sở Bắc Ninh 2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$ và $f\left(a\right)=-2, f\left(b\right)=-4$. Giá trị của $\int\limits_a^b f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -6. **D.** 6.

Câu 75: **(THPT Phúc Thọ - Hà Nội 2025)** Biết $\int_2^4 8f(x)\,\mathrm{d}\,x=3$, $\int_2^3 4f(y)\,\mathrm{d}\,y=7$. Tính $\int\limits_3^4 f(z)\,\mathrm{d}\,z$.

A. $-\dfrac{7}{4}$. **B.** $-\dfrac{11}{8}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{9}{8}$.

Câu 76: **(THPT Lê Quý Đôn - Hà Nội 2025)** Cho $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$ và $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[a;b\right]$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(x\right)\Big|_a^b=F\left(b\right)-F\left(a\right)$. **B.** $\int\limits_a^b F\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)\Big|_a^b=f\left(b\right)-f\left(a\right)$.

C. $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(x\right)\Big|_a^b=F\left(a\right)-F\left(b\right)$. **D.** $\int\limits_a^b F\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)\Big|_a^b=f\left(a\right)-f\left(b\right)$.

Câu 77: **(Sở Hậu Giang 2025)** Giá trị của tích phân $\int\limits_{-2}^2 \left|x^2-1\right|dx$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 4. **C.** 0 **D.** $\dfrac{4}{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 78: **(Sở Lai Châu 2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ và $F\left(3\right)=5$, $F\left(1\right)=1$. Tích phân $\int_1^3 f\left(x\right)dx$ bằng

A. -4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 79: **(THPT Nguyễn Quốc Trinh - Hà Nội 2025)** Cho $\int_0^1 f\left(x\right)dx=2$ và $\int_0^1 g\left(x\right)dx=5$, khi đó $\int_0^1\left[f\left(x\right)-2g\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. -3. **B.** -8. **C.** 12. **D.** 1.

Câu 80: **(THPT Bắc Đông Quan - Thái Bình 2025)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;2\right]$, $f\left(0\right)=1$ và $\int_0^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$. Tính $f\left(2\right)$.

A. $f\left(2\right)=-4$. **B.** $f\left(2\right)=-2$. **C.** $f\left(2\right)=4$. **D.** $f\left(2\right)=-3$

---------HẾT---------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 10

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 10

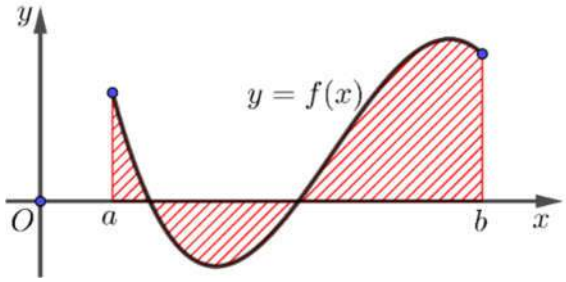
§10. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN CƠ BẢN

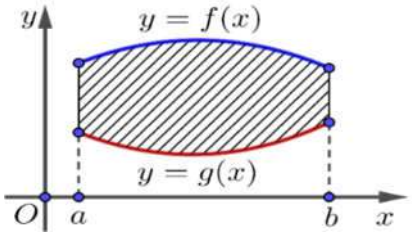
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Diện tích hình phẳng

➢ **Loại 1:** Hình phẳng $(H):\begin{cases} y=f(x) \\ y=0 \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$. Ta có: $\boxed{S=\int\limits_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x}$.

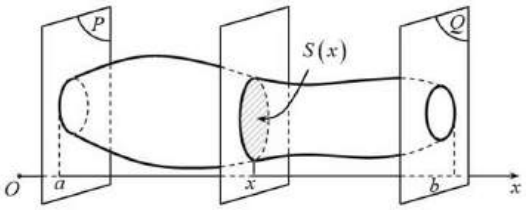
➢ **Loại 2:** Hình phẳng $(H):\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$. Ta có: $\boxed{S=\int\limits_a^b \left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x}$.





2. Thể tích vật thể

➢ Vật thể: $\begin{cases} S(x) \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$. Ta có: $\boxed{V=\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x}$.

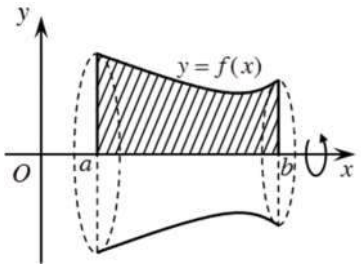


NGUYỄN TIẾN HÀ

3. Thể tích khối tròn xoay

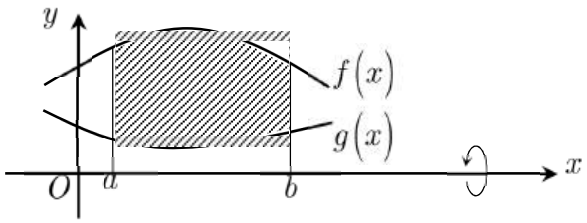
➢ **Loại 1:** Hình phẳng $(V):\begin{cases} y=f(x) \\ y=0 \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$

Ta có: $\boxed{V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x}$.



➢ **Loại 2:** Hình phẳng $(V):\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$

Ta có: $\boxed{V=\pi\int\limits_a^b \left|f^2(x)-g^2(x)\right|\mathrm{d}x}$.



B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ được xác định bằng công thức

A. $S=\pi\int\limits_1^2 (2x+1)\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_1^2 (2x+1)^2\mathrm{d}x$.

C. $S=\pi\int\limits_1^2 (2x+1)^2\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_1^2 (2x+1)\mathrm{d}x$.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=2x-3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$ được xác định bằng công thức

A. $S=\left|\int\limits_1^2 (2x-3)\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=\int\limits_1^2 |2x-3|\mathrm{d}x$.

C. $S=\pi\int\limits_1^2 |2x-3|\mathrm{d}x$.

D. $S=\pi\int\limits_1^2 (2x-3)^2\mathrm{d}x$.

Câu 3: **(Chuyên Đại Học Vinh)** Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x=a$, $x=b$ $(a<b)$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(a\le x\le b)$ là $S(x)$.

A. $V=\pi\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_a^b |S(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $V=\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

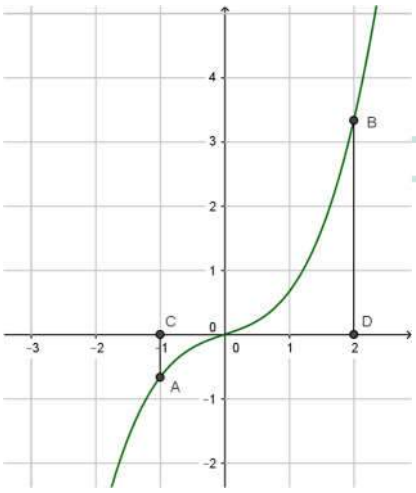
Câu 4: **(ĐMH - BGD&ĐT - 2017)** Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a, x=b\left(a<b\right)$, xung quanh trục Ox.

A. $V=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx$ **B.** $V=\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx$ **C.** $V=\pi\int\limits_a^b f\left(x\right)dx$ **D.** $V=\int\limits_a^b \left|f\left(x\right)\right|dx$

Câu 5: **(THPT LT Nghệ An)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $\left(a<b\right)$ được tính theo công thức

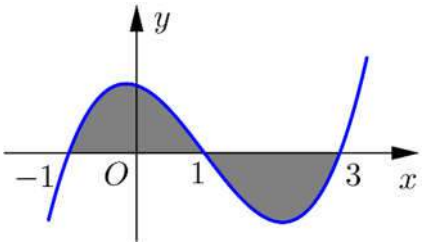
A. $S=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int\limits_a^b \left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\left|\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$.

Câu 6: **(ĐTK - BGD&ĐT - 2017)** Gọi S là diện tích hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$. Đặt $a=\int\limits_{-1}^{0} f\left(x\right)\mathrm{d}x$, $b=\int\limits_{0}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S=b-a$ **B.** $S=b+a$ **C.** $S=-b+a$ **D.** $S=-b-a$

Câu 7: **(Chuyên ĐH Vinh)** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}x+1$ và trục hoành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $S=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

B. $S=2\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=2\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{-1}^{3} \left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 8: **(Chuyên ĐH Vinh)** Cho $f\left(x\right)=x^4-5x^2+4$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $S=\int\limits_{-2}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=2\left|\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|+2\left|\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$.

C. $S=2\int\limits_{0}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

D. $S=2\left|\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$.

Câu 9: **(Chuyên ĐH Vinh)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f\left(-1\right)>0>f\left(0\right)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $S=\int\limits_{-1}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{-1}^{1}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\left|\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$.

Câu 10: **(Sở Phú Thọ)** Diện tích S của hình phẳn giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$; $y=-2;x=0;x=1$ được tính bởi công thức

A. $S=\int\limits_{0}^{1}\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x$.

B. $S=\pi\int\limits_{0}^{1}\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x$.

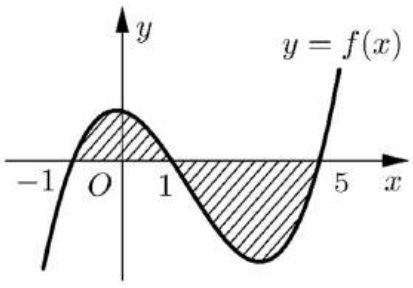
C. $S=\int\limits_{0}^{1}\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x$.

D. $S=\pi\int\limits_{0}^{1}\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x$.

Câu 11: **(Chuyên HV-Phú Thọ)** Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x,y=0,x=0,x=\ln 5$ có diện tích bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 12: **(MĐ 102-BGD 2019)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



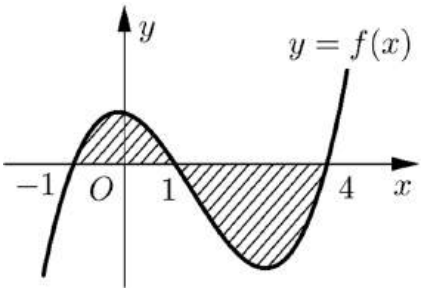
A. $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{5}f\left(x\right)dx$.

B. $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{5}f\left(x\right)dx$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{5} f\left(x\right)dx$. **D.** $S=-\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{5} f\left(x\right)dx$.

Câu 13: **(MĐ 101-BGD 2019)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right), y=0, x=-1$ và $x=4$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=-\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$. **D.** $S=-\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{4} f\left(x\right)dx$.

Câu 14: **(MĐ 102 - BGD 2018)** Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\int\limits_{0}^{2} 2^x\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int\limits_{0}^{2} 2^{2x}\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int\limits_{0}^{2} 2^{2x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int\limits_{0}^{2} 2^x\,\mathrm{d}x$

Câu 15: **(BGD - 2020)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3$ và $y=x-3$ bằng

A. $\dfrac{125\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{125}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 16: **(BGD - 2020)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-2$ và $y=3x-2$ bằng

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{9\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{125}{6}$. **D.** $\dfrac{125\pi}{6}$.

Câu 17: **(BGD - 2020)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường $y=x^2-1$ và $y=x-1$ bằng

A. $\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{13}{6}$. **C.** $\dfrac{13\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 18: **(SGD - Phú Thọ)** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=x^2-4x+3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1;x=3$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{16}{15}$. **C.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 19: **(SGD - Phú Thọ)** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{30}$.

Câu 20: (SGD Phú Thọ) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$; $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{\pi}{30}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 21: (KSCL-L12-Sở Phú Thọ) Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x^2-x-1$ và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay $\left(H\right)$ quanh trục hoành bằng

A. $\frac{9}{8}$. **B.** $\frac{81}{80}$. **C.** $\frac{81\pi}{80}$. **D.** $\frac{9\pi}{8}$.

Câu 22: (SGD - Phú Thọ) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$; $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{\pi}{30}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 23: (SGD - Phú Thọ) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quanh D quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$

Câu 24: (BGD 2020) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ bằng

A. 36. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** 36π.

Câu 25: (SGD Phú Thọ) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{30}$.

Câu 26: (SGD Phú Thọ) Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=2x-x^2$, $y=0$. Quay $\left(H\right)$ quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A. $\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)^2\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

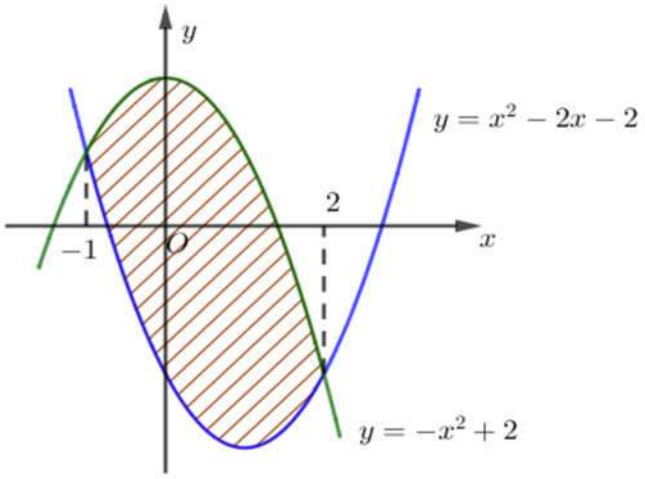
Câu 27: (BGD 2020) Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x^2, y=-1, x=0$ và $x=1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi\int\limits_0^1(2x^2+1)dx$. **B.** $S=\int\limits_0^1(2x^2-1)dx$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $S=\int\limits_{0}^{1}(2x^2+1)^2dx$. **D.** $S=\int\limits_{0}^{1}(2x^2+1)dx$.

Câu 28: (BGD 2020) Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình dưới đây bằng



A. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$. **B.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)dx$.

C. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)dx$. **D.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)dx$.

Câu 29: (THPT LT Nghệ An) Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x,\ y=\sin^2 x$ và đường thẳng $x=-\dfrac{\pi}{4}$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2}{32}+\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi^2}{32}+\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi^2}{32}-\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi^2}{8}-\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{4}$.

Câu 30: (THPT - An Lão - Hải Phòng) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x$, $y=x^2$, $y=1$ trên miền $x\geq 0, y\leq 1$ là

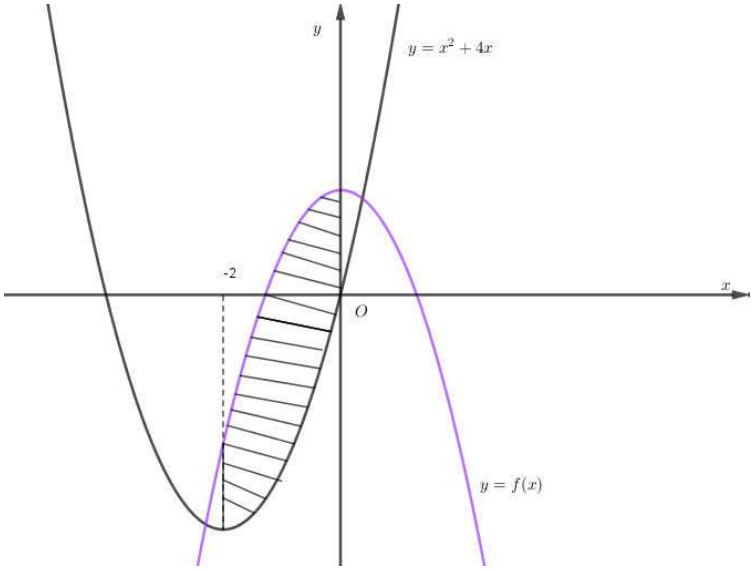
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 31: (THPT - An Lão - Hải Phòng) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=-x+3$, và $y=0$ trên miền $x\geq 0$ là

A. $\dfrac{1}{\ln 2}+2$. **B.** $\dfrac{1}{\ln 2}-2$. **C.** $\dfrac{2}{\ln 2}$. **D.** $\dfrac{2}{\ln 2}+1$

Câu 32: (Sở Phú Thọ) Phần hình phẳng $\left(H\right)$ được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, $y=x^2+4x$ và hai đường thẳng $x=-2$; $x=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Biết $\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{4}{3}$. Diện tích hình (H) là

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{20}{3}$.

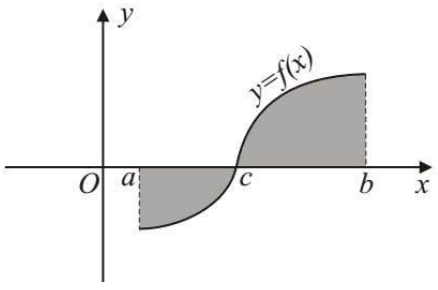
Câu 33: **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ)** Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3 - x^2$ và $y = x^2 - 2x - 1$ có diện tích bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 34: **(SGD Phú Thọ)** Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ và $y = 3$.

A. $S = \dfrac{3}{4}$. **B.** $S = \dfrac{4}{3}$. **C.** $S = \dfrac{14}{3}$. **D.** $S = 6$.

Câu 35: **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và cắt trục hoành tại điểm $x = c$ (như hình vẽ). Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $S = -\int\limits_{a}^{c} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{c}^{b} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int\limits_{a}^{b} f(x)\mathrm{d}x$.

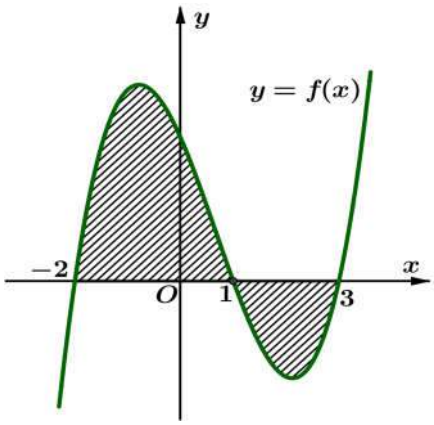
C. $S = \int\limits_{a}^{c} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{c}^{b} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S = \int\limits_{a}^{c} f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_{c}^{b} f(x)\mathrm{d}x$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 36: (Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ) Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+1$, trục hoành và các đường thẳng $x=-1$, $x=2$.

A. $S=6$. **B.** $S=9$. **C.** $S=\dfrac{10}{3}$. **D.** $S=8$.

Câu 37: (MĐ 104 - BGD 2019) Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right), y=0, x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S=\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$. **B.** $S=-\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$

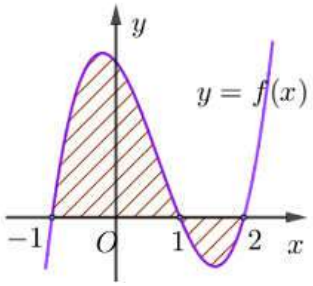
C. $S=\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$. **D.** $S=-\int\limits_{-2}^{1}f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{3}f\left(x\right)dx$.

Câu 38: (Chuyên ĐH Vinh) Cho hình phẳng $\left(D\right)$ được giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=\pi$, $y=0$ và $y=-\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay $\left(D\right)$ xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_{0}^{\pi}\left|\sin x\right|\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_{0}^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\left|\int\limits_{0}^{\pi}\left(-\sin x\right)\mathrm{d}x\right|$. **D.** $V=\int\limits_{0}^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

Câu 39: (MĐ 103 - BGD 2019) Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right), y=0, x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

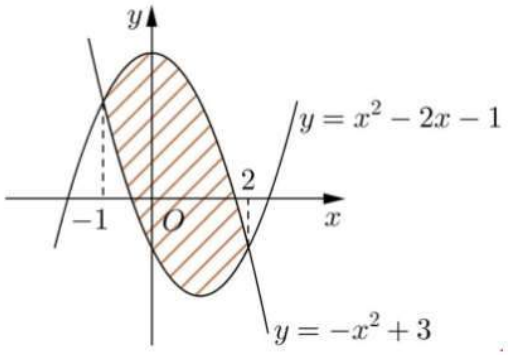
A. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)dx$.

B. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)dx$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)dx-\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)dx$.

D. $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)dx+\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)dx$.

Câu 40: **(ĐTK - BGD 2019)** Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x-2\right)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 41: **(MĐ 101 - BGD 2018)** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

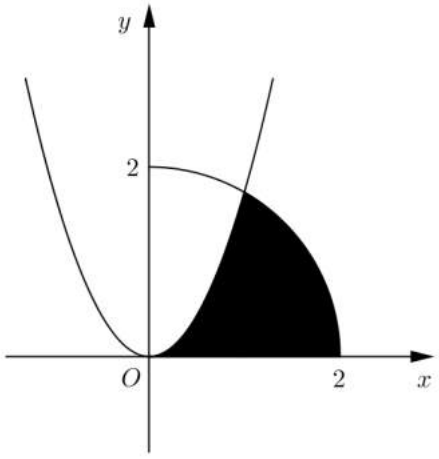
A. $S=\pi\int\limits_{0}^{2}\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_{0}^{2}\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$.

C. $S=\pi\int\limits_{0}^{2}\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{0}^{2}\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

Câu 42: **(ĐTK - BGD 2018)** Cho $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ và trục hoành. Diện tích của $\left(H\right)$ bằng



A. $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$.

B. $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$.

C. $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$.

D. $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 43: (Chuyên ĐH Vinh) Gọi $\left(D\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=1$ và $y=2-x^2$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay $\left(D\right)$ xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left(2-x^2\right)^2\mathrm{d}x-4\pi$.

B. $V=\pi\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left(2-x^2\right)^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left(2-x^2\right)^2\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left(2-x^2\right)^2\mathrm{d}x-2\pi$.

Câu 44: (Chuyên ĐH Vinh) Gọi $\left(D\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=0;x=0$ và $x=2$ Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay $\left(D\right)$ xung quanh trục Ox

A. $V=\pi\int\limits_{0}^{2}2^{x+1}\mathrm{d}x$.

B. $V=\int\limits_{0}^{2}2^{x+1}\mathrm{d}x$.

C. $V=\int\limits_{0}^{2}4^x\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int\limits_{0}^{2}4^x\mathrm{d}x$.

Câu 45: (Chuyên ĐH Vinh) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ xung quanh trục Ox là

A. $V=\int\limits_{0}^{1}x^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

B. $V=\int\limits_{0}^{1}x^2\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int\limits_{0}^{1}x^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int\limits_{0}^{1}x^2\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$.

Câu 46: (Chuyên ĐH Vinh) Cho hình phẳng $\left(D\right)$ được giới hạn bởi các đường $x=0,x=1,y=0$ và $y=\sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay $\left(D\right)$ xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_{0}^{1}\sqrt{2x+1}dx$.

B. $V=\pi\int\limits_{0}^{1}\left(2x+1\right)dx$.

C. $V=\int\limits_{0}^{1}\left(2x+1\right)dx$.

D. $V=\int\limits_{0}^{1}\sqrt{2x+1}dx$.

Câu 47: (BGD 2020) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{2x}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int\limits_{0}^{1}e^{4x}dx$.

B. $\int\limits_{0}^{1}e^{2x}dx$.

C. $\pi\int\limits_{0}^{1}e^{2x}dx$.

D. $\int\limits_{0}^{1}e^{4x}dx$.

Câu 48: (BGD 2020) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{3x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int\limits_{0}^{1}e^{3x}\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_{0}^{1}e^{6x}\mathrm{d}x$.

C. $\pi\int\limits_{0}^{1}e^{6x}\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_{0}^{1}e^{3x}\mathrm{d}x$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 49: **(THPT An Lão - Hải Phòng)** Một ô tô đang chạy với tốc độ $36\left(\text{km/h}\right)$ thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v\left(t\right)=-5t+10\left(\text{m/s}\right)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $10\left(\text{m}\right)$. **B.** $20\left(\text{m}\right)$. **C.** $2\left(\text{m}\right)$. **D.** $0,2\left(\text{m}\right)$.

Câu 50: **(THPT - An Lão - Hải Phòng)** Một vật đang chuyển động với vận tốc $10\left(m\ /\ s\right)$ thì tăng tốc với gia tốc $a\left(t\right)=3t+t^2\left(m\ /\ s^2\right)$.Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. $4300\left(m\right)$. **B.** $\frac{4300}{3}\left(m\right)$. **C.** $\frac{1450}{3}\left(m\right)$. **D.** $1450\left(m\right)$.

Câu 51: **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ)** Một vật chuyển động thẳng với vận tốc $v\left(t\right)\left(\text{m/s}\right)$. Biết gia tốc $v'\left(t\right)=\frac{3}{t+1}\left(\text{m/s}^2\right)$ và vận tốc ban đầu của vật là $v\left(0\right)=6\left(\text{m/s}\right)$. Tính vận tốc $v\left(10\right)$ của vật sau 10 giây (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. $v\left(10\right)=42\left(\text{m/s}\right)$. **B.** $v\left(10\right)=13\left(\text{m/s}\right)$.

C. $v\left(10\right)=24\left(\text{m/s}\right)$. **D.** $v\left(10\right)=7\left(\text{m/s}\right)$.

Câu 52: **(MĐ 103 - BGD 2018)** Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay $\left(H\right)$ xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2dx$. **B.** $V=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)dx$.

C. $V=\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2dx$. **D.** $V=\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)dx$.

Câu 53: **(Chuyên Đại Học Vinh)** Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 3\right)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$ bằng

A. $V=3$. **B.** $V=18$. **C.** $V=20$. **D.** $V=22$.

Câu 54: **(Chuyên ĐH Vinh)** Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=4$, biết rằng khi cắt bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ \left(0<x<4\right)$ thì được thiết diện là nửa hình tròn có bán kính $R=x\sqrt{4-x}$.

A. $V=\frac{64}{3}$. **B.** $V=\frac{32}{3}$. **C.** $V=\frac{64\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 55: **(THPT - An Lão - Hải Phòng)** Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^2+3x-2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$. Quay $\left(H\right)$ xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $V=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x$.

B. $V=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int\limits_1^2\left(x^2-3x+2\right)^2\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x$.

Câu 56: **(BGD 2020)** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x, y=0, x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int\limits_0^1\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

B. $\pi\int\limits_0^1\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$

C. $\int\limits_0^1\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_0^1\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

Câu 57: **(BGD 2020)** Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{4x}, y=0, x=0, x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int\limits_0^1 e^{4x}dx$.

B. $\pi\int\limits_0^1 e^{8x}dx$.

C. $\pi\int\limits_0^1 e^{4x}dx$.

D. $\int\limits_0^1 e^{8x}dx$.

Câu 58: **(MĐ 104 - BGD 2018)** Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=x^2+2, y=0, x=1, x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay $\left(H\right)$ xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\pi\int\limits_1^2\left(x^2+2\right)^2\mathrm{d}x$.

B. $V=\int\limits_1^2\left(x^2+2\right)^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int\limits_1^2\left(x^2+2\right)\mathrm{d}x$.

D. $V=\int\limits_1^2\left(x^2+2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 59: **(ĐTK - BGD 2018)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b\left(a<b\right)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx$.

B. $V=2\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx$.

C. $V=\pi^2\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx$.

D. $V=\pi^2\int\limits_a^b f\left(x\right)dx$.

Câu 60: **(MĐ 103 BGD 2017)** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thanh khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi e^2}{2}$.

B. $V=\dfrac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}$.

C. $V=\dfrac{e^2-1}{2}$.

D. $V=\dfrac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

Câu 61: **(MĐ 102 - BGD 2017)** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $V=2(\pi+1)$. **B.** $V=2\pi(\pi+1)$. **C.** $V=2\pi^2$. **D.** $V=2\pi$.

Câu 62: (MĐ 101 - BGD 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=(\pi-1)\pi$. **C.** $V=(\pi+1)\pi$. **D.** $V=\pi+1$.

Câu 63: (ĐTK - BGD 2017) Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1\le x\le 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=32+2\sqrt{15}$. **B.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124}{3}$. **D.** $V=(32+2\sqrt{15})\pi$

Câu 64: (MĐ 102 - BGD 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\dfrac{1}{150}t^2+\dfrac{59}{75}t(m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc a bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $20(m/s)$. **B.** $16(m/s)$. **C.** $13(m/s)$. **D.** $15(m/s)$

Câu 65: (ĐMH - BGD 2017) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2m. **B.** 2m. **C.** 10m. **D.** 20m.

Câu 66: (MĐ 104 - BGD 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\dfrac{1}{120}t^2+\dfrac{58}{45}t(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $25(m/s)$ **B.** $36(m/s)$ **C.** $30(m/s)$ **D.** $21(m/s)$

Câu 67: (MĐ 103 - BGD 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\dfrac{1}{100}t^2+\dfrac{13}{30}t(\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a(\text{m/s}^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $15(\text{m/s})$. **B.** $9(\text{m/s})$. **C.** $42(\text{m/s})$. **D.** $25(\text{m/s})$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 68: (MĐ 101 - BGD 2018) Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{180}t^2+\frac{11}{18}t\left(m/s\right)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng $a\left(m/s^2\right)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $22\left(m/s\right)$. **B.** $15\left(m/s\right)$. **C.** $10\left(m/s\right)$. **D.** $7\left(m/s\right)$.

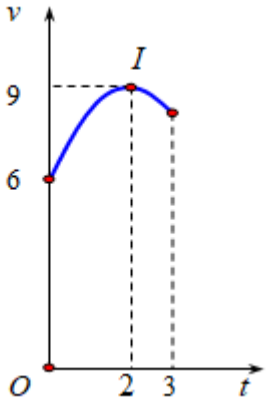
Câu 69: (MĐ 104 BGD 2017) Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 144 (m/s). **B.** 36 (m/s). **C.** 243 (m/s). **D.** 27 (m/s).

Câu 70: (MĐ 104 BGD 2017) Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2};\ 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quảng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi chạy.

A. $s=4$ (km). **B.** $s=2,3$ (km). **C.** $s=4,5$ (km). **D.** $s=5,3$ (km).

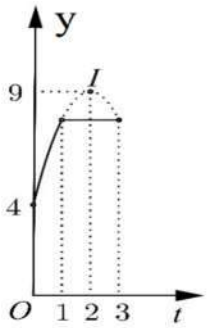
Câu 71: (MĐ 102 – BGD 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v\left(\text{km/h}\right)$ phụ thuộc thời gian t $\left(\text{h}\right)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(2;9\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $s=24,25\left(\text{km}\right)$. **B.** $s=26,75\left(\text{km}\right)$. **C.** $s=24,75\left(\text{km}\right)$. **D.** $s=25,25\left(\text{km}\right)$.

Câu 72: (MĐ 101 - BGD 2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v phụ thuộc vào thời gian t có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. $s=23,25$ (km). **B.** $s=21,58$ (km). **C.** $s=15,50$ (km). **D.** $s=13,83$ (km).

Câu 73: **(Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định)** Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-3t+15\left(\text{m/s}\right)$, trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 38m. **B.** 37,2m. **C.** 37,5m. **D.** 37m.

Câu 74: **(THPT Cầu Giấy - Hà Nội)** Trong một chuyển động thẳng, một ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+15$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $23,5$ m. **B.** 22 m. **C.** $22,5$ m. **D.** $21,5$ m.

Câu 75: **(THPT Cụm Sóc Sơn - Hà Nội)** Một ô tô đang chạy với vận tốc không đổi là 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-4t+20$ $\left(\text{m/s}\right)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường ô tô di chuyển được trong 10 giây cuối cùng là

A. 5 $\left(\text{m}\right)$. **B.** 50 $\left(\text{m}\right)$. **C.** 150 $\left(\text{m}\right)$. **D.** 100 $\left(\text{m}\right)$.

Câu 76: **(THPT Yên Dũng 2 - Bắc Giang)** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào chắn ngang đường ở phía trước cách xe 45m (tính từ đầu xe tới hàng rào) nên người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+20\left(\text{m/s}\right)$, trong đó t là thời gian được tính từ lúc người lái đạp phanh. Khi xe dừng hẳn, khoảng cách từ xe đến hàng rào là bao nhiêu?

A. 3m. **B.** 6m. **C.** 5m. **D.** 4m.

Câu 77: **(THPT Gia Lộc - Hải Dương)** Một ô tô đang chạy với vận tốc 54 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t)=3t-8\left(\text{m/s}^2\right)$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Tính quãng đường mà ô tô đi được sau $10s$ kể từ lúc tăng tốc.

A. 540 m. **B.** 150 m. **C.** 250 m. **D.** 264 m.

Câu 78: **(THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội)** Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-2t+10\left(m/s\right)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

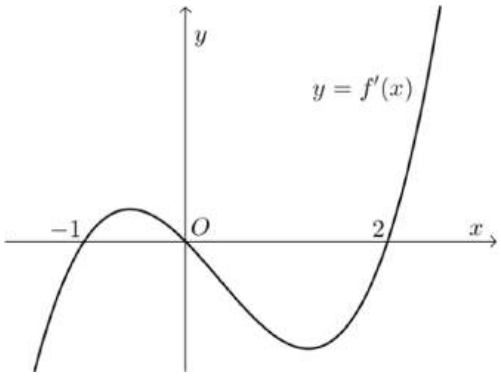
A. $55m$. **B.** $25m$. **C.** $50m$. **D.** $16m$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 79: **(THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh)** Cho hai quả bóng A và B di chuyển ngược chiều nhau va chạm với nhau.Sau va chạm mỗi quả bóng nảy ngược lại một đoạn thì dừng hẳn. Biết sau khi va chạm quả bóng A nảy ngược lại với vận tốc $v_A(t) = 8 - 2t \ (m/s)$ và quả bóng B nảy ngược lại với vận tốc $v_B(t) = 12 - 4t \ (m/s)$.Tính khoảng cách giữa hai quả bóng khi đã dừng hẳn.(giả sử hai quả bóng chuyển động thẳng).

A. 36 mét. **B.** 32 mét. **C.** 34 mét. **D.** 30 mét.

Câu 80: **(SGD Cần Thơ)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $f(0) > f(2) > f(-1)$. **B.** $f(0) > f(-1) > f(2)$.

C. $f(2) > f(0) > f(-1)$. **D.** $f(-1) > f(0) > f(2)$.

---------HẾT---------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12 CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 11

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN OXYZ

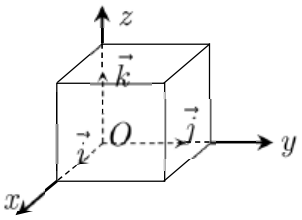
K12 – CHỦ ĐỀ 11 §11. MẶT PHẲNG-ĐƯỜNG THẲNG-MẶT CẦU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

1. Định nghĩa hệ trục tọa độ

Hệ gồm 3 trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung điểm gốc O. Gọi $\vec{i}=(1;0;0)$, $\vec{j}=(0;1;0)$ và $\vec{k}=(0;0;1)$ là các véctơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz. Hệ ba trục như vậy gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian hay gọi là hệ trục $Oxyz$.



Lưu ý: $\vec{i}^2=\vec{j}^2=\vec{k}^2=1$ và $\vec{i}.\vec{j}=\vec{i}.\vec{k}=\vec{k}.\vec{j}=0$.

2. Tọa độ véctơ

Định nghĩa: $\vec{a}=(x;y;z)\Leftrightarrow\vec{a}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}$.

Tính chất: Cho $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $k\in\mathbb{R}$.

① $\vec{a}\pm\vec{b}=(a_1\pm b_1;\ a_2\pm b_2;\ a_3\pm b_3)$.

② $k.\vec{a}=(ka_1;ka_2;ka_3)$.

③ Hai véctơ bằng nhau $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=b_1\\a_2=b_2\\a_3=b_3\end{cases}$.

④ $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}=k.\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}$.

⑤ Môđun (độ dài) véctơ: $\vec{a}^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$.

⑥ Tích vô hướng: $\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$.

Suy ra: $\begin{cases}\bullet\ \vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0.\\\bullet\ \cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}.\end{cases}$

3. Tọa độ điểm

Định nghĩa: $M(a;b;c)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=a.\vec{i}+b.\vec{j}+c.\vec{k}=(a;b;c)$.

Cần nhớ: $\begin{cases}M\in(Oxy)\Leftrightarrow z=0,\ M\in(Oyz)\Leftrightarrow x=0,\ M\in(Oxz)\Leftrightarrow y=0\\M\in Ox\Leftrightarrow y=z=0,\ M\in Oy\Leftrightarrow x=z=0,\ M\in Oz\Leftrightarrow x=y=0\end{cases}$.

Tính chất: cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$.

① $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;\ y_B-y_A;\ z_B-z_A)\Rightarrow AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

② Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$.

③ Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$.

④ Điểm thuộc trục và mặt phẳng tọa độ (thiếu cài nào, cho cái đó bằng 0):

- $M \in (Oxy) \xrightarrow{z=0} M(x_M;y_M;0)$.
- $M \in (Oyz) \xrightarrow{x=0} M(0;y_M;z_M)$.
- $M \in (Oxz) \xrightarrow{y=0} M(x_M;0;z_M)$.
- $M \in Ox \xrightarrow{y=z=0} M(x_M;0;0)$.
- $M \in Oy \xrightarrow{x=z=0} M(0;y_M;0)$.
- $M \in Oz \xrightarrow{x=y=0} M(0;0;z_M)$.

① **Hình chiếu:** *"Thiếu bạn nào, cho bạn đó điểm 0"*. Nghĩa là hình chiếu của $M(a;b;c)$ lên:

- Ox là $M_1(a;0;0)$.
- Oy là $M_2(0;b;0)$.
- Oz là $M_3(0;0;c)$.
- (Oxy) là $M_4(a;b;0)$.
- (Oxz) là $M_5(a;0;c)$.
- (Oyz) là $M_6(0;b;c)$.

② **Đối xứng:** *"Thiếu bạn nào, cho bạn đó dấu trừ"*. Nghĩa là điểm đối xứng của $N(a;b;c)$ qua:

- Ox là $N_1(a;-b;-c)$.
- Oy là $N_2(-a;b;-c)$.
- Oz là $N_3(-a;-b;c)$.
- (Oxy) là $N_4(a;b;-c)$.
- (Oxz) là $N_5(a;-b;c)$.
- (Oyz) là $N_6(-a;b;c)$.

4. Tích có hướng của hai véctơ

Định nghĩa: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 véctơ $\begin{cases}\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)\\ \vec{b}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$. Tích có hướng của hai véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là một véctơ, ký hiệu là $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ và được xác định bởi công thức:

$$\boxed{\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;\ a_3b_1-a_1b_3;\ a_1b_2-a_2b_1\right).}$$

Lưu ý: Nếu $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ thì ta luôn có $\vec{c}\perp\vec{a}$ và $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Tính chất:

① $[\vec{i},\vec{j}]=\vec{k}$, $[\vec{j},\vec{k}]=\vec{i}$, $[\vec{k},\vec{i}]=\vec{j}$.

② $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{a}$, $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{b}$.

③ $\left|[\vec{a},\vec{b}]\right|=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin(\vec{a};\vec{b})$.

④ $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow[\vec{a},\vec{b}]=\vec{0}$.

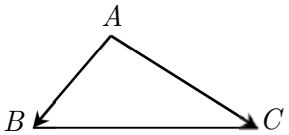
Ứng dụng của tích có hướng:

① Để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}=0$. Ngược lại, để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thì $[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}\neq 0$ (thường gọi là tích hỗn tạp).

② Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

③ Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$.



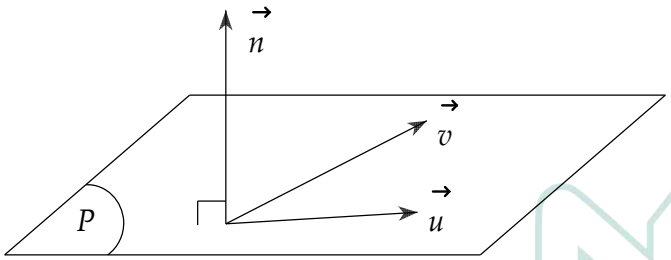
④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$.

⑤ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$.

§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1. Véctơ pháp tuyến – Véctơ chỉ phương

- Véctơ pháp tuyến (VTPT) của mặt phẳng (P) là $\vec{n}\perp(P)$, $\vec{n}\neq\vec{0}$.
- Véctơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}$ của mặt phẳng (P) là véctơ có giá song song hoặc nằm trong (P).
- Nếu mặt phẳng (P) có cặp VTCP là $\vec{u}$, $\vec{v}$ thì (P) có VTPT là $\vec{n}=[\vec{u},\vec{v}]$.
- Nếu $\vec{n}\neq\vec{0}$ là 1 véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k.\vec{n}$, $(k\neq 0)$ cũng là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).



Ví dụ:

$\vec{n}_{(P)}=(2;-4;8)=2.(1;-2;4)$ thì $\vec{n}=(1;-2;4)$ cũng là một véctơ pháp tuyến của (P).

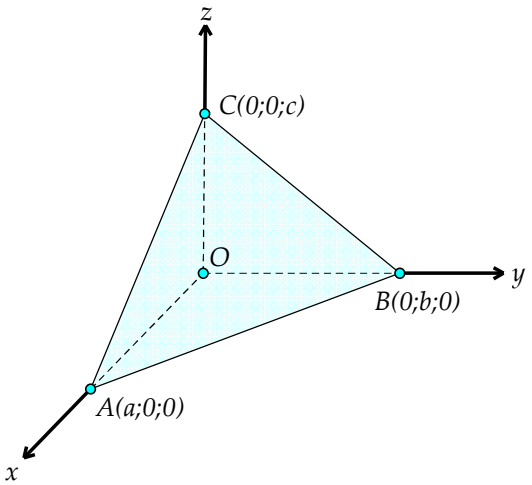
2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

- Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$. Chẳng hạn: $(P):2x-3y+z-1=0\Rightarrow$ một VTPT $\vec{n}_{(P)}=(2;-3;1)$.
- Để viết phương trình mặt phẳng (P), cần xác định 1 điểm đi qua và 1 VTPT.

$$(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ \text{VTPT}:\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)\end{cases}\Rightarrow\boxed{(P):a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0}.$$

3. Phương trình mặt phẳng đoạn chắn

- Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $(abc\neq 0)$ thì $(P):\boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1}$ gọi là phương trình mặt phẳng đoạn chắn.



- $V_{O.ABC}=\frac{abc}{6}$.
- M trực tâm $\Delta ABC\Leftrightarrow OM\perp(ABC)$
- $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{OM^2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

4. Các mặt phẳng tọa độ (thiếu cái gì, cái đó bằng 0).

- Mặt phẳng $(Oxy): z=0$ nên (Oxy) có VTPT $\vec{n}_{(Oxy)}=\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng $(Oyz): x=0$ nên (Oyz) có VTPT $\vec{n}_{(Oyz)}=\vec{i}=(1;0;0)$.
- Mặt phẳng $(Oxz): y=0$ nên (Oxz) có VTPT $\vec{n}_{Oxz}=\vec{j}=(0;1;0)$.

5. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức: $\boxed{d(M;(P))=\dfrac{\left|ax_M+by_M+cz_M+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.
- Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véctơ pháp tuyến:
  Cho 2 mặt phẳng song song $(P): ax+by+cz+d=0$ và $(Q): ax+by+cz+d'=0$.
  Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $\boxed{d\big((Q),(P)\big)=\dfrac{\left|d-d'\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

6. Góc giữa hai mặt phẳng

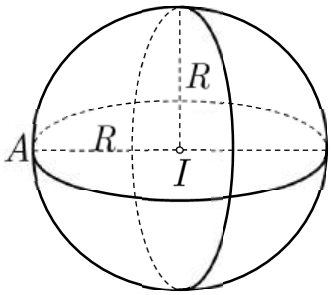
- Cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.
  Ta luôn có: $\boxed{\cos\big((\alpha),(\beta)\big)=\dfrac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}}=\dfrac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$.
  ✓ **Cần nhớ:** Góc giữa 2 mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù.

§3. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

1. Phương trình mặt cầu (S) Loại 1:

- Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Rightarrow (S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$



2. Phương trình mặt cầu (S) Loại 2:

- Khai triển dạng 1, ta được $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cx+a^2+b^2+c^2-R^2=0$ và đặt $d=a^2+b^2+c^2-R$ thì được phương trình mặt cầu dạng 2 là

$$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}.$$

- Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có:
  Tâm $\boxed{I\left(\dfrac{\text{hệ số của } x}{-2};\dfrac{\text{hệ số của } y}{-2};\dfrac{\text{hệ số của } z}{-2}\right)}$, bán kính là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}>0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

§4. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Hai dạng phương trình đường thẳng

- **Phương trình tham số:**

Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có véctơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}_d=(a;b;c)$ có phương trình tham số là: $\boxed{\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases},\ (t\in\mathbb{R}).}$

- Điểm M thuộc đường thẳng $d\Rightarrow M(x_0+at;\ y_0+bt;\ z_0+ct)$.

- **Phương trình chính tắc:**

Nếu $a.b.c\neq 0$ thì $\boxed{\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}}$ được gọi là phương trình chính tắc của d.

☞ **Đặc biệt**:

✓ Trục $Ox:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$ có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$. ✓ Trục $Oy:\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$ có VTCP $\vec{j}=(0;1;0)$.

✓ Trục $Oz:\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$ có VTCP $\vec{k}=(0;0;1)$.

2. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và giữa hai đường thẳng

a) Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm A có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$.

☞ **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

☞ **Khoảng cách giữa đường thẳng d song song với mặt phẳng (P)** là khoảng cách từ một điểm M thuộc đường thẳng d đến mặt phẳng (P). Cụ thể:

$$\text{Vì } \boxed{d\parallel(P)\Rightarrow d(d;(P))=d(M;(P))=\dfrac{\left|ax_M+by_M+cz_M+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$$

$$\text{với } \begin{cases}M\in d\\(P):ax+by+cz+d=0\end{cases}.$$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Đường thẳng d đi qua điểm A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ và d' đi qua điểm B và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}$ là $\boxed{d(d,d') = \dfrac{\left|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}]\right|}}$.

3. Góc giữa hai đường thẳng và giữa đường thẳng và mặt phẳng

a) Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có VTCP $\vec{u}_1 = (a_1;b_1;c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2;b_2;c_2)$.

$$\boxed{\cos(d_1;d_2) = \cos\alpha = \frac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|} = \frac{\left|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}} \text{ với } 0° < \alpha < 90°.$$

b) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d = (a;b;c)$ và mặt (P) có VTPT $\vec{n}_{(P)} = (A;B;C)$ thì

$$\boxed{\sin\alpha = \left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right| = \frac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(P)}\right|} = \frac{\left|aA + bB + cC\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}} \text{ với } 0° < \alpha < 90°.$$

4. Viết phương trình đường thẳng (2 loại cơ bản)

① **Loại 1.** Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (a_1;a_2;a_3)$.

☞ **Phương pháp.** Ta có: $d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ) \\ \bullet \text{ VTCP}: \vec{u}_d = (a_1;a_2;a_3) \end{cases}$

• Tham số $d: \begin{cases} x = x_\circ + a_1t \\ y = y_\circ + a_2t \\ z = z_\circ + a_3t \end{cases}$. • Chính tắc $d: \dfrac{x - x_\circ}{a_1} = \dfrac{y - y_\circ}{a_2} = \dfrac{z - z_\circ}{a_3}$ $(a_1a_2a_3 \neq 0)$.

② **Loại 2.** Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$, đồng thời vuông góc với hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

☞ **Phương pháp.** Ta có: $d: \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ) \\ \bullet \text{ VTCP}: \vec{u}_d = [\vec{a},\vec{b}] = (a_1;a_2;a_3) \end{cases}$.

• Tham số $d: \begin{cases} x = x_\circ + a_1t \\ y = y_\circ + a_2t \\ z = z_\circ + a_3t \end{cases}$. • Chính tắc $d: \dfrac{x - x_\circ}{a_1} = \dfrac{y - y_\circ}{a_2} = \dfrac{z - z_\circ}{a_3}$ $(a_1a_2a_3 \neq 0)$..

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n}=\left(-1;0;3\right)$ làm một vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là

A. $-x+3y=0$. **B.** $-y+3z=0$. **C.** $-x+3z=0$. **D.** $-x-3z=0$.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-4y+3z-9=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-2;4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;4;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-4;3)$. **D.** $\vec{n}_2=(2;4;-3)$.

Câu 3: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\left(d\right):\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\left(d\right)$?

A. $\overrightarrow{v_4}=\left(3;2;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{v_2}=\left(4;-5;2\right)$. **C.** $\vec{v}_1=\left(3;-2;1\right)$. **D.** $\vec{v}_3=\left(4;5;2\right)$.

Câu 4: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A\left(2;1;-4\right)$ nhận $\vec{n}=(3;2;-1)$ làm một vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $3(x+2)+2(y+1)-(z-4)=0$. **B.** $2(x+3)+(y+2)-4(z-1)=0$.

C. $2(x-3)+(y-2)-4(z+1)=0$. **D.** $3(x-2)+2(y-1)-(z+4)=0$.

Câu 5: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A\left(2;-1;4\right)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $\left(-2;1;4\right)$. **B.** $\left(2;-1;4\right)$. **C.** $\left(2;1;4\right)$. **D.** $\left(-2;1;-4\right)$.

Câu 6: **(Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;2\right)$; $B\left(3;1;0\right)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $\left(4;2;2\right)$. **B.** $\left(2;1;1\right)$. **C.** $\left(2;0;-2\right)$. **D.** $\left(1;0;-1\right)$.

Câu 7: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A\left(3;5;2\right)$ trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$?

A. $M\left(3;0;2\right)$. **B.** $Q\left(0;0;2\right)$. **C.** $P\left(0;5;2\right)$. **D.** $N\left(3;5;0\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 8: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Câu 9: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0;0;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(2;0;0)$.

Câu 10: **(ĐTK - BGD 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$, vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Câu 11: **(ĐTK - BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3,1,0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD=BC$.

A. $D(-2;1;0)$, $D(-4;0;0)$. **B.** $D(0;0;0)$, $D(-6;0;0)$.

C. $D(6;0;0)$, $D(12;0;0)$. **D.** $D(0;0;0)$, $D(6;0;0)$.

Câu 12: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 103)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}(2;1;0)$, $\vec{b}(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a},\vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{25}$. **B.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{5}$. **C.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=-\frac{2}{25}$. **D.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2}{5}$.

Câu 13: **(ĐTK - BGD 2020)** Trong không $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;0;3)$ và $\vec{b}=(-2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})$ bằng

A. 25 **B.** 23. **C.** 27. **D.** 29.

Câu 14: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 104)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m=-6$. **B.** $m=0$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 15: **(ĐTK BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+z^2=9$ có bán kính bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 81. **D.** 6.

Câu 16: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(-2;-4;6)$. **C.** $(1;2;-3)$. **D.** $(2;4;-6)$.

Câu 17: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=16$. Bán kính của (S) bằng

A. 4. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 18: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 15. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 19: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** 3 **D.** 9

Câu 20: **(ĐTK - BGD 2017)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$.

A. $I(-1;2;-4), R=5\sqrt{2}$. **B.** $I(-1;2;-4), R=2\sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;4), R=20$. **D.** $I(1;-2;4), R=2\sqrt{5}$.

Câu 21: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Câu 22: **(ĐTK - BGD 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Câu 23: **(ĐTK - BGD 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $x+1^2+y+1^2+(z+1)^2=5$.

Câu 24: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $m>6$. **B.** $m\ge 6$. **C.** $m\le 6$. **D.** $m<6$.

Câu 25: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I, bán kính IM?

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=13$. **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=13$.

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=17$.

Câu 26: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới dây là phương trình mặt cầu có tâm $I\left(1;2;-1\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right):x-2y-2z-8=0$?

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=3$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=3$.

C. $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=9$. **D.** $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=9$.

Câu 27: **(ĐMH - BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(2;1;1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng $\left(P\right)$ cắt mặt cầu $\left(S\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu $\left(S\right)$.

A. $\left(S\right):\left(x+2\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z+1\right)^2=8$. **B.** $\left(S\right):\left(x+2\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z+1\right)^2=10$.

C. $\left(S\right):\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-1\right)^2=8$. **D.** $\left(S\right):\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-1\right)^2=10$.

Câu 28: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M\left(2;1;-3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):3x-2y+z-3=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với $\left(P\right)$ là

A. $3x-2y+z+1=0$. **B.** $3x-2y+z-1=0$.

C. $2x+y-3z+14=0$. **D.** $2x+y-3z-14=0$.

Câu 29: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+4y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$?

A. $\overrightarrow{n_2}=\left(2;-4;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=\left(2;4;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(2;4;-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(-2;4;1\right)$.

Câu 30: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$. **B.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **D.** $\vec{m}=(1;1;1)$.

Câu 31: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;0;0\right)$ và $B\left(3;2;1\right)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$.

C. $4x+2y+z-4=0$. **D.** $2x+2y+z-11=0$.

Câu 32: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+2y-2z+1=0$. **B.** $x+2y-2z-1=0$.

C. $3x+2z-1=0$. **D.** $3x+2z+1=0$

Câu 33: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{3}$ có phương trình là

A. $3x+2y+z-5=0$. **B.** $2x+y+3z+2=0$.

C. $x+2y+3z+1=0$. **D.** $2x+y+3z-2=0$.

Câu 34: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y-z=0$. **D.** $z=0$.

Câu 35: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$.Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+2y+2z-11=0$. **B.** $x+2y+2z-2=0$.

C. $x+2y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+4z-17=0$.

Câu 36: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 102)** Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+y+2z-11=0$. **B.** $2x+y+2z-2=0$.

C. $2x+y+4z-4=0$. **D.** $2x+y+4z-17=0$.

Câu 37: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x+y+2z-17=0$. **B.** $3x+y+2z-3=0$.

C. $5x+y+2z-5=0$. **D.** $5x+y+2z-25=0$.

Câu 38: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$.

C. $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 39: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Mặt phẳng qua M và vuông góc với d có phương trình

A. $2x+3y+z-3=0$.
B. $2x-y+2z-9=0$.
C. $2x+3y+z+3=0$.
D. $2x-y+2z+9=0$.

Câu 40: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;1;-2\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-3z-9=0$.
B. $x+y-2z-6=0$.
C. $x+2y-3z+9=0$.
D. $x+y-2z+6=0$.

Câu 41: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-2;3\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x+2y-z+1=0$.
B. $2x-2y+3z-17=0$.
C. $3x+2y-z-1=0$.
D. $2x-2y+3z+17=0$.

Câu 42: **(ĐTK - BGD 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;1;0\right)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $3x+y-z-7=0$.
B. $x+4y-2z+6=0$.
C. $x+4y-2z-6=0$.
D. $3x+y-z+7=0$.

Câu 43: **(ĐTK - BGD 2020)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M\left(1;1;-1\right)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$.
B. $x-2y-z=0$.
C. $2x+2y+z-3=0$.
D. $x-2y-z-2=0$.

Câu 44: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(4;0;1\right)$ và $B\left(-2;2;3\right)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $3x-y-z=0$.
B. $3x+y+z-6=0$.
C. $3x-y-z+1=0$.
D. $6x-2y-2z-1=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 45: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$. **B.** $3x+2y+z-8=0$.

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z+3=0$.

Câu 46: **(ĐMH - BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$. **B.** $x+y+2z-6=0$.

C. $x+3y+4z-7=0$. **D.** $x+3y+4z-26=0$.

Câu 47: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.

C. $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Câu 48: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 103)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;-1;-2)$và mặt phẳng $(\alpha):3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $(\alpha):3x+y-2z-14=0$. **B.** $(\alpha):3x-y+2z+6=0$.

C. $(\alpha):3x-y+2z-6=0$. **D.** $(\alpha):3x-y-2z+6=0$.

Câu 49: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 103)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha):\ x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc (α).

A. $N(2;2;2)$. **B.** $M(3;-1;-2)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $M(1;-1;1)$.

Câu 50: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $P(0;0;-5)$. **C.** $N(-5;0;0)$. **D.** $M(1;1;6)$.

Câu 51: **(ĐTK - BGD 2019)** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$ và mặt phẳng $(Q):x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 52: **(ĐMH - BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\frac{5}{9}$. **B.** $d=\frac{5}{29}$. **C.** $d=\frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 53: **(ĐTK - BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y-3z-8=0$. **B.** $x-y-3z+3=0$.

C. $x+y+3z-9=0$. **D.** $x+y-3z+3=0$.

Câu 54: **(ĐTK BGD 2021)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A. $(P_1): x+y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.
C. $(P_3): x-2y+z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Câu 55: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

A. $2x-2y+4z-21=0$. **B.** $2x-2y+4z+21=0$

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $3x-2y+z+12=0$.

Câu 56: **(ĐTK - BGD 2019)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Câu 57: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Câu 58: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x-2y-2z-1=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$.

C. $x+y+2z-6=0$. **D.** $3x-y-z=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 59: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$.

C. $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

Câu 60: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0), B(3;0;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$.

C. $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Câu 61: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$.

C. $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Câu 62: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z+8=0$. **B.** $3x-y+3z-13=0$.

C. $2x-3y-z-20=0$. **D.** $3x-y+3z-25=0$.

Câu 63: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x+y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+11=0$.

C. $2x-y-3z+11=0$. **D.** $2x-y+3z-11=0$.

Câu 64: **(ĐTK - BGD 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$. **B.** $3x-y-z+6=0$.

C. $x+3y+z-5=0$. **D.** $x+3y+z-6=0$.

Câu 65: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2\ ;\ 0\ ;\ 0)$, $B(0\ ;-1;\ 0)$, $C(0\ ;\ 0\ ;\ 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-3}=1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$.

Câu 66: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1,0,0)$, $B(0,2,0)$ và $C(0,0,3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 67: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0), B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-4}=1$.

Câu 68: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 69: **(ĐTK - BGD 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0)$, $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 70: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 104)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;0)$; $C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới dây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1$. **B.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Câu 71: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 103)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(-1;4;4)$. **B.** $H(-3;0;-2)$. **C.** $H(3;0;2)$. **D.** $H(1;-1;0)$.

Câu 72: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d=\frac{1}{3}$. **B.** $d=\frac{5}{3}$. **C.** $d=\frac{2}{3}$. **D.** $d=2$.

Câu 73: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2=(4;-2;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(4;2;-3)$. **C.** $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$. **D.** $\vec{u}_1=(3;1;2)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 74: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Câu 75: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

Câu 76: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

Câu 77: **(ĐTK - BGD 2020)** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\vec{u}=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;2)$. **C.** $\vec{u}=(3;4;1)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;2)$.

Câu 78: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vec tơ chỉ phương của d.

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6;-4)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;-4;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 79: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;3;2)$.

Câu 80: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-5}=\dfrac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(2;5;3)$. **B.** $\vec{u}_4=(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u}_2=(1;3;2)$. **D.** $\vec{u}_3=(1;3;-2)$.

Câu 81: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-3)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 82: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-2)$

Câu 83: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$.

Câu 84: **(ĐTK - BGD 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(-1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}_4=(-1;2;0)$.

Câu 85: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 104)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{b}=(-1;0;2)$. **B.** $\vec{c}=(1;2;2)$. **C.** $\vec{d}=(-1;1;2)$. **D.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$.

Câu 86: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 103)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases};\ (t\in\mathbb{R})$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(0;3;-1)$ **B.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$ **C.** $\vec{u}_3=(1;-3;-1)$ **D.** $\vec{u}_4=(1;2;5)$

Câu 87: **(Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-2;1)$.

Câu 88: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(3;-6;1)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=-6+5t\\z=1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+6t\\z=-2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 89: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$. Phương trình của d là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-3t \\ y=4+t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Câu 90: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Câu 91: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$.

Câu 92: **(ĐTK 2020 BGD)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 93: **(ĐTK - BGD 2017)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$?

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 94: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 95: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.
C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$

Câu 96: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.
B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.
C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 97: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$.
D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Câu 98: **(Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1); B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 99: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 100: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;-2;2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Câu 101: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;-3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+3z-1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1+2t\\z=3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-t\\z=-3-3t\end{cases}$.

Câu 102: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;-2;3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+3z+1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2-t\\z=3-3t\end{cases}$.

Câu 103: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;1;0\right)$; $B\left(1;0;1\right)$; $C\left(3;1;0\right)$. Đường thẳng đi qua $A\left(1;1;0\right)$ và song song với BC có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 104: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 103)** Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A\left(1;2;0\right);B\left(1;1;2\right);C\left(2;3;1\right)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{3}$.

C. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 105: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 102)** Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;3), B(1;1;1)$ và $C(3;4;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song BC có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z+3}{1}$.

B. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$.

Câu 106: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;0;1\right)$, $B\left(1;1;0\right)$, $C\left(3;4;-1\right)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{-1}$.

B. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$.

D. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 107: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(2;-1;0\right)$, $B\left(1;2;1\right)$, $C\left(3;-2;0\right)$ và $D\left(1;1;-3\right)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 108: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 109: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;0;2\right), B\left(1;2;1\right), C\left(3;2;0\right)$ và $D\left(1;1;3\right)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $\left(BCD\right)$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=2+2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t\\z=4+2t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=1-t\\y=2-4t\\z=2-2t\end{cases}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 110: **(Đề TN.THPT 2019 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Câu 111: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=-3+4t \\ z=3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+3t \\ z=3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2t \\ y=-3+3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 112: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 113: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 103)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d?

A. $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$.

C. $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 114: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 115: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$?

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 116: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 117: **(ĐMH – BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 118: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(3;-1;-2)$. **B.** $Q(2;4;1)$. **C.** $P(2;4;-1)$. **D.** $M(3;1;2)$.

Câu 119: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Câu 120: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(4;-2;1)$. **B.** $N(4;2;1)$. **C.** $P(2;1;-3)$. **D.** $M(2;1;3)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 121: **(ĐTK - BGD 2020)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(1;2;-1)$. **B.** $M(-1;-2;1)$. **C.** $N(2;3;-1)$. **D.** $Q(-2;-3;1)$.

Câu 122: **(ĐTK - BGD 2020)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $M(1;2;1)$

Câu 123: **(ĐTK - BGD 2019)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $M(-1;-2;-3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Câu 124: **(Đề TN.THPT 2020 BGD - MĐ 104)** Trong không gian cho $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $M(2;2;1)$.

Câu 125: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t \end{cases}$?

A. $P(1;2;5)$. **B.** $N(1;5;2)$. **C.** $Q(-1;1;3)$. **D.** $M(1;1;3)$.

Câu 126: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 104)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

Câu 127: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 103)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;\ 6;\ 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{AM}{BM}$.

A. $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{AM}{BM}=2$. **C.** $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{AM}{BM}=3$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 128: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Xét mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-52$. **D.** $m=52$.

Câu 129: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):\ x+y+z+1=0$, $(Q):\ x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 130: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$.

A. $P(1;1;2)$. **B.** $N(2;-1;2)$. **C.** $Q(-2;1;-2)$. **D.** $M(-2;-2;1)$

Câu 131: **(ĐTK - BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=-3+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5+t\\z=3+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5+2t\\z=3-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$.

Câu 132: **(ĐTK - BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=3\sqrt{26}$. **B.** $OA'=5\sqrt{3}$. **C.** $OA'=\sqrt{46}$. **D.** $OA'=\sqrt{186}$.

Câu 133: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{8}$. **C.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$. **D.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 134: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$ hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Câu 135: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên $\left(P\right)$ là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{13}$. **B.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{13}$.

Câu 136: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên $\left(P\right)$ là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 137: **(Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với $\left(P\right)$, đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 138: **(ĐTK - BGD 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên $\left(P\right)$ có phương trình là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$.

Câu 139: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$.

Câu 140: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+27t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=11-10t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=-11-10t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=1+17t\\z=1+10t\end{cases}$.

Câu 141: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 103)** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 142: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$.

Câu 143: **(ĐTK - BGD 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$.

B. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$.

C. $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$.

D. $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z+\frac{5}{9}}{2}$.

Câu 144: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 104)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M(-1;\ 0;\ -3)$.

B. $M(2;\ 3;\ 3)$.

C. $M\left(\dfrac{1}{6};\ \dfrac{7}{6};\ -\dfrac{2}{3}\right)$.

D. $M\left(-\dfrac{1}{6};\ -\dfrac{7}{6};\ -\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 145: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 146: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$.

Câu 147: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(5;-2;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. 256.

B. 128.

C. $\dfrac{256}{3}$.

D. $\dfrac{128}{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 148: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 102)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{64}{3}$. **B.** 32. **C.** 64. **D.** $\frac{32}{3}$

Câu 149: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$ và $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\sqrt{6}$. **B.** $R=2$. **C.** $R=1$. **D.** $R=\sqrt{3}$.

Câu 150: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 104)** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-AN|$ bằng

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

Câu 151: **(Đề TN.THPT 2021 BGD - MĐ 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=4$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{85}$.

Câu 152: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 104)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** 4. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 8.

Câu 153: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 104)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-4$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=-3$.

Câu 154: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 102)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$; $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $x+z+1=0$. **B.** $x+y+1=0$. **C.** $y+z+3=0$. **D.** $x+z-1=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 155: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và, đồng thời vuông góc với d_2.

A. $2x-y+2z+22=0$. **B.** $2x-y+2z+13=0$.
C. $2x-y+2z-13=0$. **D.** $2x+y+2z-22=0$.

Câu 156: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 101)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

A. $(P):2x-2z+1=0$. **B.** $(P):2y-2z+1=0$.
C. $(P):2x-2y+1=0$. **D.** $(P):2y-2z-1=0$.

Câu 157: **(ĐMH - BGD 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. 1 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng.
C. 7 mặt phẳng. **D.** có vô số mặt phẳng.

Câu 158: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 104)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$.

A. $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.
C. $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

Câu 159: **(Đề TN.THPT 2017 BGD - MĐ 104)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0$; $n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R=1$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{3}{2}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 160: **(Đề TN.THPT 2018 BGD - MĐ 101)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $6x+8y+11=0$. **B.** $3x+4y+2=0$. **C.** $3x+4y-2=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 12

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 12

§12. KHẢO SÁT HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Các qui tắc đạo hàm

① $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$.	② $(u.v)' = u'v + v'u$.	③ $(k.u)' = k.u',\ (k \in \mathbb{R})$.

2. Bảng công thức đạo hàm các hàm số cơ bản

○ $(C)' = 0 \qquad C \in \mathbb{R}$.	○ $\left(x\right)' = 1$.
○ $\left(x^n\right)' = n.x^{n-1}\ (n \in \mathbb{N})$.	○ $\left(u^n\right)' = n.u^{n-1}.u' \qquad (n \in \mathbb{N}^*)$.
○ $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\ (x > 0)$.	○ $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}} \qquad (u > 0)$.
○ $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = \dfrac{-1}{x^2} \qquad (x \neq 0)$.	○ $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2} \quad (u \neq 0)$.

3. Công thức tính nhanh đạo hàm

Dạng 1: $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Dạng 2: $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)' = \dfrac{abx^2+2acx+bc}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$.

Dạng 3: $\left(\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\right)' = \dfrac{ad.x^2+2ae.x+(be-dc)}{(dx+e)^2}$.

4. Công thức đạo hàm của hàm số lượng giác

○ $(\sin x)' = \cos x$.	○ $(\sin u)' = u'.\cos u$.
○ $(\cos x)' = -\sin x$.	○ $(\cos u)' = -u'.\sin u$.
○ $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$.	○ $(\tan u)' = u'.(1 + \tan^2 u) = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$.
○ $(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.	○ $(\cot u)' = -u'.(1 + \cot^2 u) = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

5. Phương trình tiếp tuyến

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f(x)$, (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ có dạng:

$$\Delta: y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0,\text{ với hệ số góc } k=f'(x_0).$$

6. Công thức đạo hàm của hàm số mũ & logarit

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ (a^x)'=a^x.\ln a\\ \bullet\ (a^u)'=u'.a^u.\ln a\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}\circ\ (\mathrm{e}^u)'=u'.\mathrm{e}^u\\ \circ\ (\mathrm{e}^x)'=\mathrm{e}^x\end{cases}\qquad\left.\begin{array}{l}\bullet\ (\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}\\ \bullet\ (\log_a u)'=\dfrac{u'}{u\ln a}\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}\circ\ (\ln u)'=\dfrac{u'}{u}\\ \circ\ (\ln x)'=\dfrac{1}{x}\end{cases}.$$

7. Một số công thức lượng giác

7.1. Công thức lượng giác cơ bản

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$	$1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$	$1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$	$\tan\alpha.\cot\alpha=1$

7.2. Công thức nhân đôi và hạ bậc

Nhân đôi	Hạ bậc
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$	$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$
$\cos 2\alpha=\begin{cases}\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ 2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha\end{cases}$	$\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$

7.3. Công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản

Với $k\in\mathbb{Z}$, ta có các phương trình lượng giác cơ bản sau:

- $\sin a=\sin b\Leftrightarrow\begin{cases}a=b+k2\pi\\ a=\pi-b+k2\pi\end{cases}$.
- $\cos a=\cos b\Leftrightarrow\begin{cases}a=b+k2\pi\\ a=-b+k2\pi\end{cases}$.
- $\tan a=\tan b\Leftrightarrow a=b+k\pi$.
- $\cot a=\cot b\Leftrightarrow a=b+k\pi$.

Nếu đề bài cho dạng độ (α°) thì ta sẽ chuyển $k2\pi\to k360^\circ$, $k\pi\to k180^\circ$, với $\pi=180^\circ$.

7.4. Các trường hợp nghiệm đặc biệt, với $k\in\mathbb{Z}$.

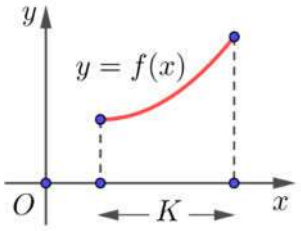
$\circ\begin{cases}+\ \sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ +\ \sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi\\ +\ \sin x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{cases}$	$\circ\begin{cases}+\ \cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi\\ +\ \cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ +\ \cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\end{cases}$
$\circ\begin{cases}+\ \tan x=0\Leftrightarrow x=k\pi\\ +\ \tan x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ +\ \tan x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{cases}$	$\circ\begin{cases}+\ \cot x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ +\ \cot x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ +\ \cot x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{cases}$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

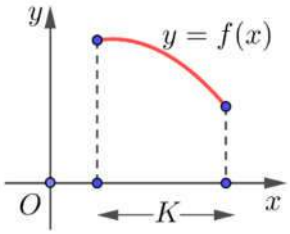
8. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát hàm số

a) Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số

- Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên K thì đồ thị *đi lên* từ trái sang phải (*Hình 1a*).
- Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên K thì đồ thị *đi xuống* từ trái sang phải (*Hình 1b*).

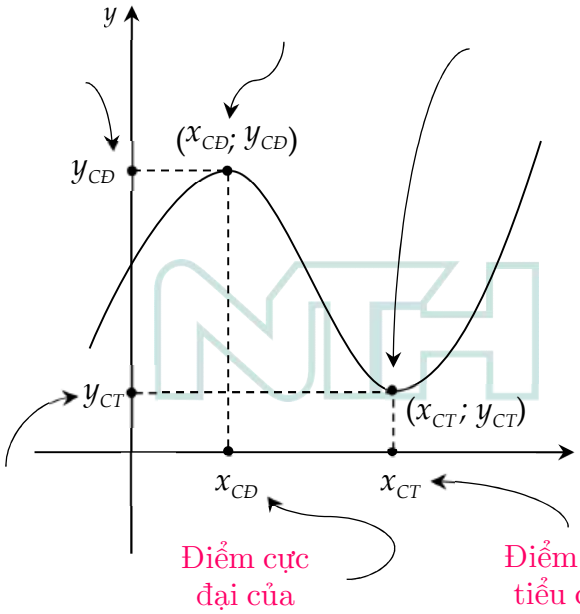


Hình 1a



Hình 1b

b) Cực trị của hàm số



9. Giá trị lớn nhất & giá trị nhỏ nhất của hàm số

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$:

- **Bước 1:** Tìm các điểm $x_1;x_2;...;x_n$ thuộc $(a;b)$ sao cho $f'(x)=0$.
- **Bước 2:** Tính $f(a);f(x_1);f(x_2);...;f(x_n);f(b)$
- **Bước 3:** Gọi M là số lớn nhất và m là số nhỏ nhất trong các giá trị ở Bước 2.
  Khi đó $M=\max\limits_{[a;b]} f(x)$ và $m=\min\limits_{[a;b]} f(x)$.

Sử dụng bất đẳng thức thường gặp:

❖ **Bất đẳng thức Cô-si:**

- Với hai số thực không âm: $a+b\ge 2\sqrt{ab}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b$.
- Với ba số thực không âm: $a+b+c\ge 3\sqrt[3]{abc}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c$.

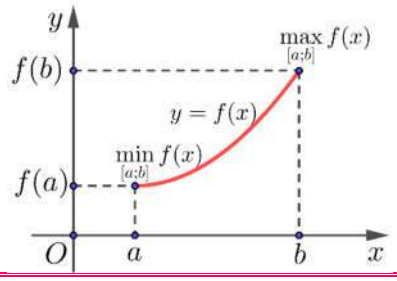
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Sử dụng "Tập giá trị" của hàm số lượng giác:

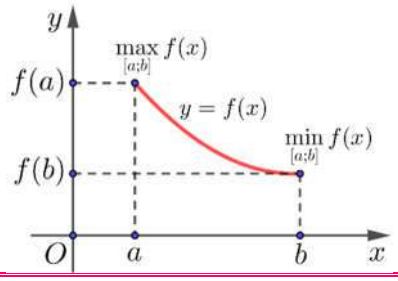
- Dựa vào tập giá trị của hàm số lượng giác: $\begin{cases}-1 \le \sin x \le 1\\ -1 \le \cos x \le 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}0 \le \sin^2 x \le 1\\ 0 \le \cos^2 x \le 1\end{cases}$

Chú ý: Nếu $y = f(x)$:

✓ đồng biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases}\min\limits_{[a;b]} f(x) = f(a)\\ \max\limits_{[a;b]} f(x) = f(b)\end{cases}$.



✓ nghịch biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases}\min\limits_{[a;b]} f(x) = f(b)\\ \max\limits_{[a;b]} f(x) = f(a)\end{cases}$

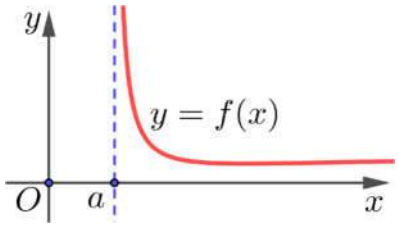


10. Đường tiệm cận

a) Đường tiệm cận đứng:

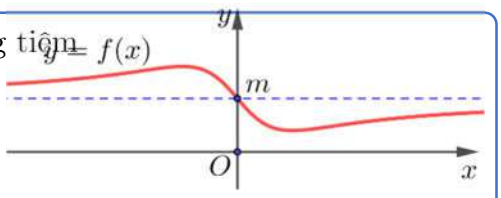
Định nghĩa: Đường thẳng $x = a$ được gọi là một đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đúng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thoả mãn:

- $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = -\infty$



b) Đường tiệm cận ngang:

Định nghĩa: Đường thẳng $y = m$ được gọi là một đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số nếu: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = m$ hoặc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = m$

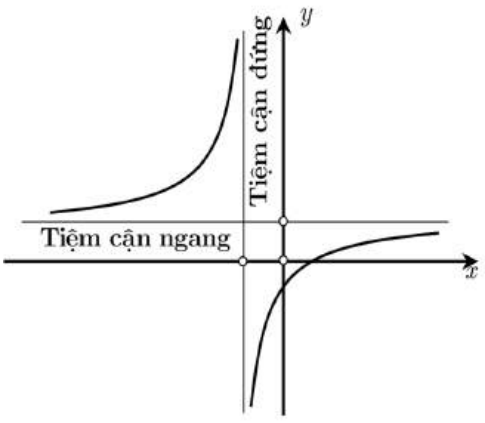


➢ **Đặc biệt:**

Đối với hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$.

Có tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$.

Và tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Đường tiệm cận xiên:

Định nghĩa: Đường thẳng $y=ax+b, a\neq 0$, được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu

- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ hoặc
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$

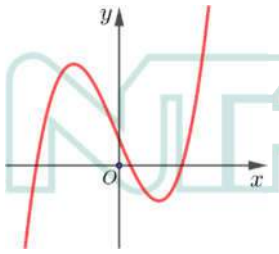
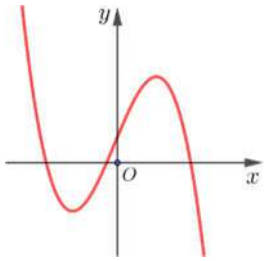
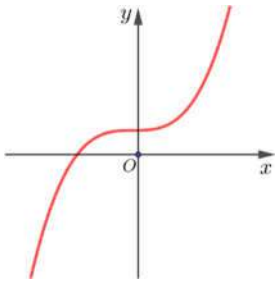
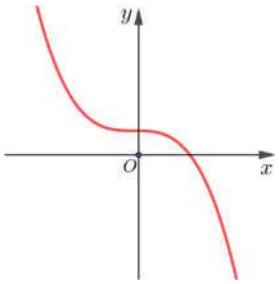
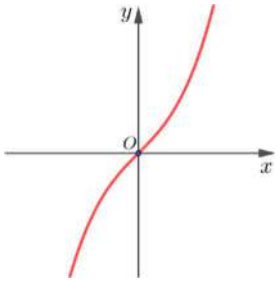
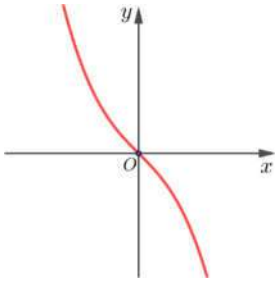
➢ **Chú ý:** Đối với hàm số phân thức $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ ta có thể chia đa thức để biến đổi về dạng $f(x)=a'x+b'+\dfrac{e}{mx+n}$ với $e\neq 0$ **(hs nghe bài giảng 4 cách trên lớp)**

Suy ra $y=a'x+b'$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

NGUYỄN TIẾN HÀ

11. Đồ thị hàm số

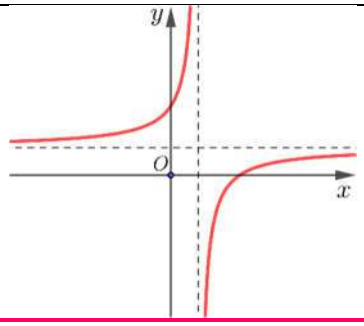
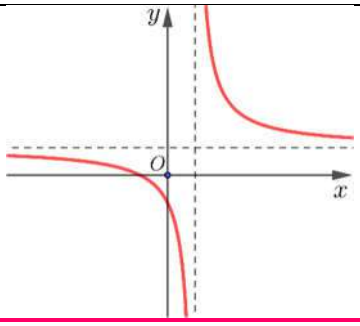
a) Hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a\neq 0)$

Trường hợp	$a>0$	$a<0$
Phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $(b^2-3ac>0)$		
Phương trình $y'=0$ có nghiệm kép $(b^2-3ac=0)$		
Phương trình $y'=0$ vô nghiệm $(b^2-3ac<0)$		

- **Chú ý: Cách nhận biết dấu của các hệ số a,b,c,d học sinh nghe bài giảng trên lớp.**

NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\quad \left(c\neq 0,\ ad-bc\neq 0\right)$

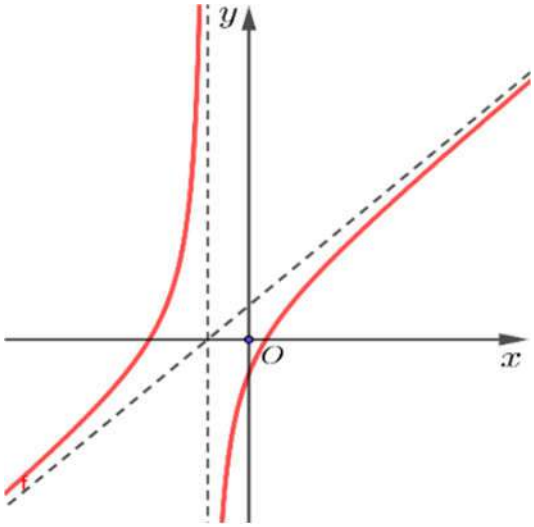
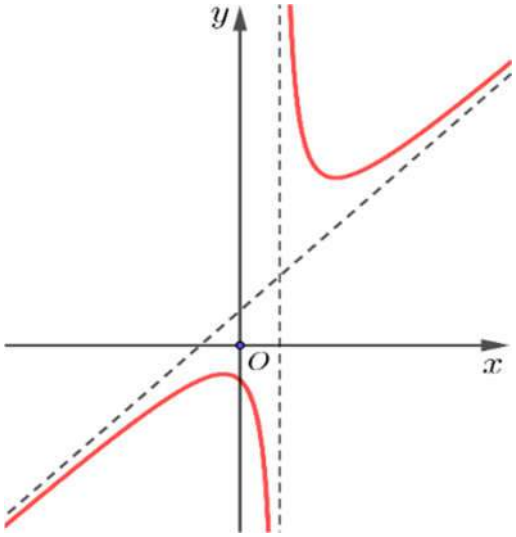
$D=ad-bc>0$	$D=ad-bc<0$
	

Chú ý:

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.
- Các điểm đặc biệt: Giao điểm với $Ox: A\left(\dfrac{-b}{a};0\right)$, Giao điểm với $Oy: B\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$.

  Giao của hai đường tiệm cận $I\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$ là tâm đối xứng.

c) Hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\left(a\neq 0\right)$

$y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép	$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt
	

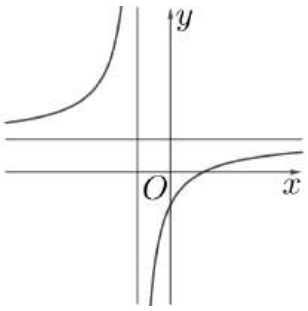
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Chú ý:

- Ta luôn tách được $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}=\dfrac{a}{d}x+f+\dfrac{m}{dx+e}$.
- Khi đó đồ thị hàm số có tiện cận đứng $x=-\dfrac{e}{d}$, Tiệm cận xiên $y=\dfrac{a}{d}x+f$.
- Đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ luôn nhận điểm $I\left(x_0;y_0\right)$ làm tâm đối xứng, trong đó x_0 là nghiệm của phương trình $y''=0$ và $y_0=y\left(x_0\right)$.
- Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0,ad-bc\neq 0\right)$:
  - Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm tâm đối xứng;
  - Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm trục đối xứng.
- Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}\left(a\neq 0,m\neq 0\right)$:
  - Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng;
  - Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm trục đối xứng.

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ101)** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ $(a\neq 1)$ có đồ thị như trong hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'<0,\ \forall x\neq -1$. **B.** $y'>0,\ \forall x\neq -1$. **C.** $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 2: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ103)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^2+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

Câu 3: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ102)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=x^3+x$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=-x^3-3x$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 4: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ102)** Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$

Câu 5: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ101)** Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 6: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ101)** Hàm số $y=\dfrac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 7: **(Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 8: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ103)** Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

D. Hàm sô nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 9: **(ĐTK - BGD 2017)** Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 10: **(ĐTK - BGD 2017)** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. $y=3x^3+3x-2$. **B.** $y=2x^3-5x+1$. **C.** $y=x^4+3x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 11: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ101)** Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

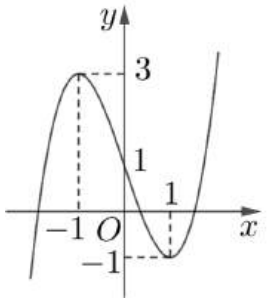
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$

Câu 12: **(ĐMH - BGD 2017)** Hỏi hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

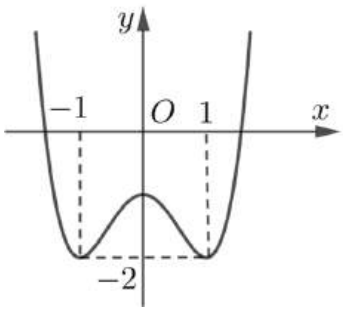
Câu 13: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ104)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

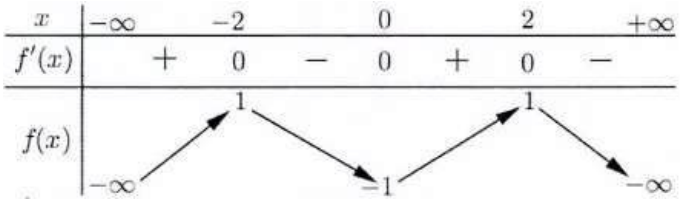
A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left(0;3\right)$.

Câu 14: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ101)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Câu 15: **(Đề Tham Khảo BGD - 2021)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

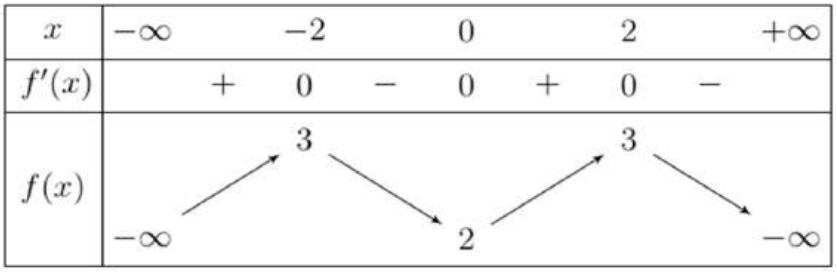


Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $\left(-2;2\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(-2;0\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

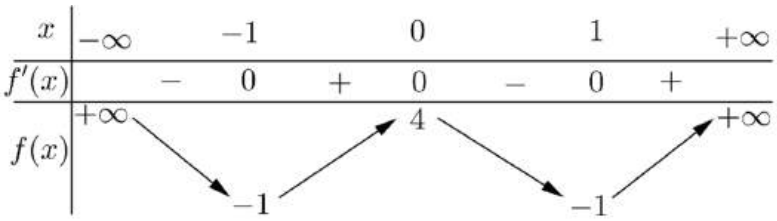
Câu 16: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ103)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $\left(-2;2\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(-2;0\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

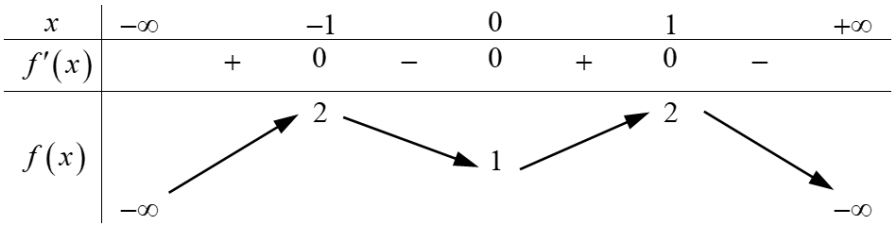
Câu 17: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

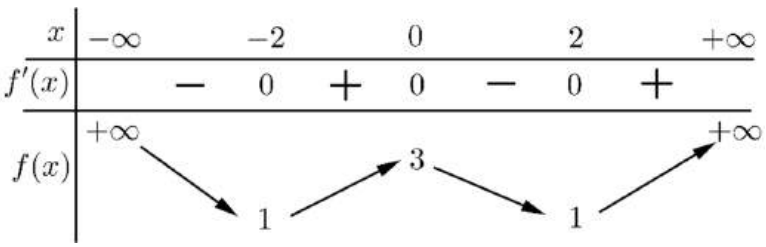
Câu 18: **(ĐTK - BGD 2020)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 19: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ101)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

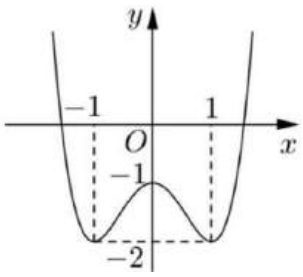


Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 20: **(ĐTK - BGD 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 21: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ104)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 22: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ103)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 23: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ104)** Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 24: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ104)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25: **(ĐTK - BGD 2019)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 26: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ101)** Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A. $P(1;0)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $N(1;-10)$. **D.** $Q(-1;10)$.

Câu 27: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ102)** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 1.

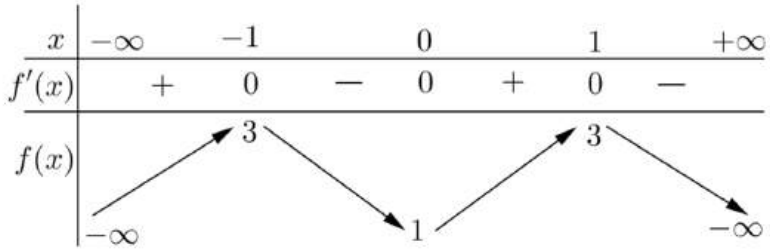
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng 2.

Câu 28: **(ĐMH - BGD 2017)** Tìm giá trị cực đại $y_{C\S}$ của hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $y_{C\S}=4$. **B.** $y_{C\S}=1$. **C.** $y_{C\S}=0$. **D.** $y_{C\S}=-1$.

Câu 29: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ104)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

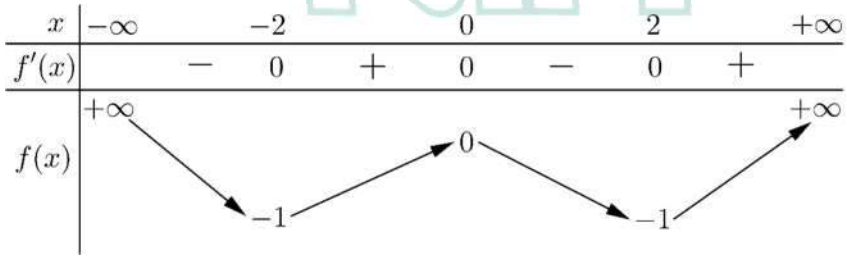
Câu 30: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ103)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

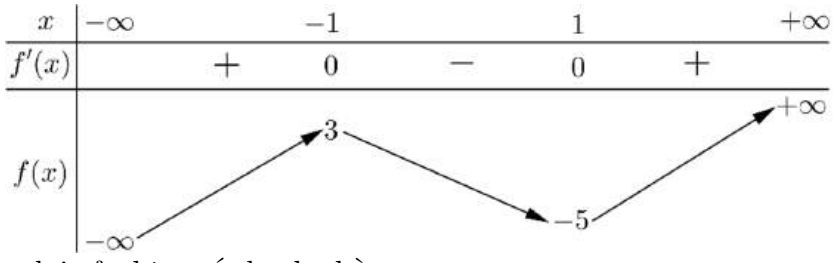
Câu 31: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ103)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 32: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ102)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 1.

Câu 33: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ102)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 34: **(ĐTK BGD - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 35: **(ĐTK BGD - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 36: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-2$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 37: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ103)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

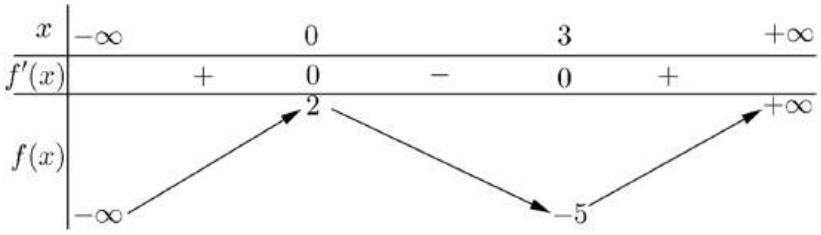
x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 38: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

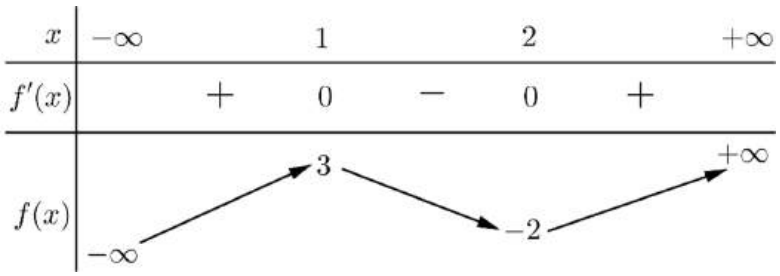
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -5. **C.** 0. **D.** 2.

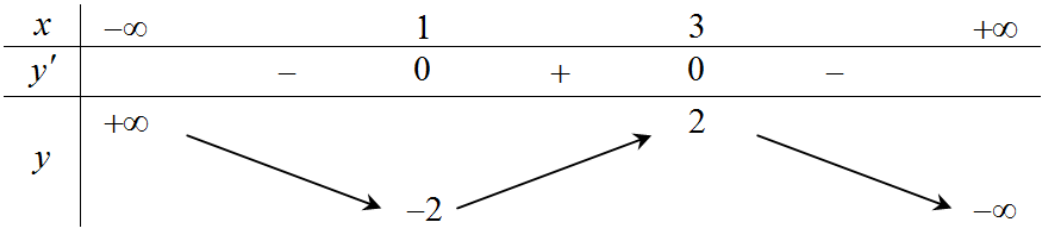
Câu 39: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ103)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

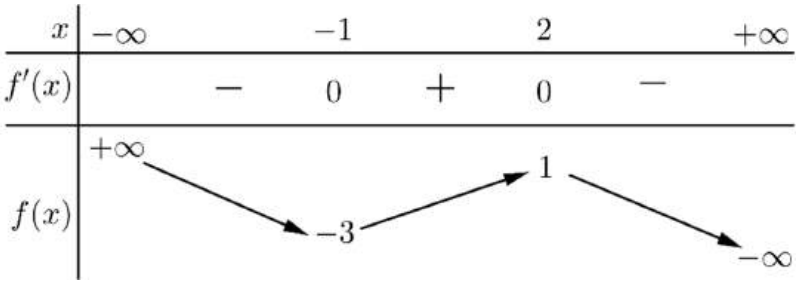
Câu 40: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ102)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 41: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ101)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

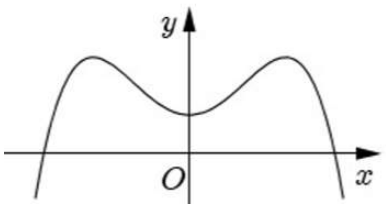


Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

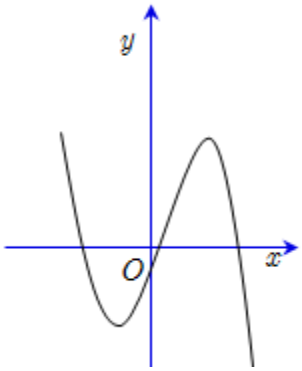
Câu 42: **(ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ104)** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 43: **(ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ102)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2

Câu 44: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ102)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD}=3$ và $y_{CT}=-2$. **B.** $y_{CD}=2$ và $y_{CT}=0$.

C. $y_{CD}=-2$ và $y_{CT}=2$. **D.** $y_{CD}=3$ và $y_{CT}=0$.

Câu 45: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 46: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ102)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu cuả $f'\left(x\right)$ như sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 48: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ103)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 49: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 50: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ102)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 51: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ103)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -2. **B.** -11. **C.** -26. **D.** -27.

Câu 52: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 18. **B.** -18. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 53: **(ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ103)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -16. **C.** 0. **D.** 4

Câu 54: **(ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ102)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x$ trên đoạn $[0;4]$bằng

A. -259. **B.** 68. **C.** 0. **D.** -4

Câu 55: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ104)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $m=\dfrac{17}{4}$. **B.** $m=10$. **C.** $m=5$. **D.** $m=3$.

Câu 56: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ104)** Trên đoạn $\left[-1;2\right]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 57: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ103)** Trên đoạn $\left[0;3\right]$, hàm số $y=x^3-3x+4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 58: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ102)** Trên đoạn $\left[-2;1\right]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 59: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ101)** Trên đoạn $\left[0;3\right]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 60: **(ĐTK BGD - 2021)** Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;2\right]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 11. **B.** 14. **C.** 5. **D.** 13.

Câu 61: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $\left[0;9\right]$ bằng

A. -28. **B.** -1. **C.** -36. **D.** -37.

Câu 62: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ102)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $\left[0;9\right]$ bằng

A. -39. **B.** -40. **C.** -36. **D.** -4.

Câu 63: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2-4$ trên đoạn $\left[0;9\right]$ bằng

A. -28. **B.** -4. **C.** -13. **D.** -29.

Câu 64: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-33x$ trên đoạn $\left[2;19\right]$ bằng

A. -72. **B.** $-22\sqrt{11}$. **C.** -58. **D.** $22\sqrt{11}$.

Câu 65: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ103)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-30x$ trên đoạn $\left[2;19\right]$ bằng

A. $20\sqrt{10}$. **B.** -63. **C.** $-20\sqrt{10}$. **D.** -52.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 66: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ102)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-21x$ trên đoạn $\left[2;\,19\right]$ bằng

A. -36. **B.** $-14\sqrt{7}$. **C.** $14\sqrt{7}$. **D.** -34.

Câu 67: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-24x$ trên đoạn $\left[2;19\right]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. **B.** -40. **C.** $-32\sqrt{2}$. **D.** -45.

Câu 68: **(ĐTK - BGD 2020)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.

Câu 69: **(ĐTK - BGD 2020)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 1 **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Câu 70: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ102)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x+2$ trên $[-3;3]$ bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 0. **D.** –16.

Câu 71: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ101)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. -16. **B.** 20. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 72: **(ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ104)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 25. **B.** $\dfrac{51}{4}$. **C.** 13. **D.** 85.

Câu 73: **(ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ101)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+9$ trên đoạn $\left[-2;3\right]$ bằng

A. 201. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 54.

Câu 74: **(ĐTK - BGD 2018)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $\left[-2;3\right]$ bằng

A. 50. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 122.

Câu 75: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ103)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $\left[-2;3\right]$.

A. $m=\dfrac{51}{4}$. **B.** $m=\dfrac{49}{4}$. **C.** $m=13$. **D.** $m=\dfrac{51}{2}$.

Câu 76: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ102)** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M=9$. **B.** $M=8\sqrt{3}$. **C.** $M=1$. **D.** $M=6$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 77: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ101)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $m = 11$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 3$.

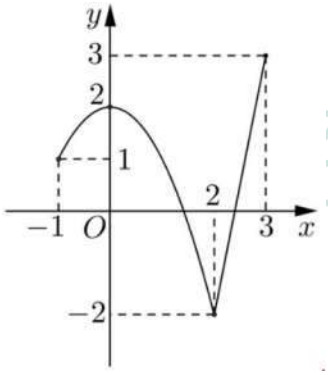
Câu 78: **(ĐMH - BGD 2017)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $\left[2;4\right]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = -2$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = -3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{19}{3}$.

Câu 79: **(ĐTK - BGD 2017)** Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 7$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = \dfrac{33}{5}$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

Câu 80: **(ĐTK - BGD 2019)** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn (-1;3) và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1;3\right]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 81: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ103)** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\dfrac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

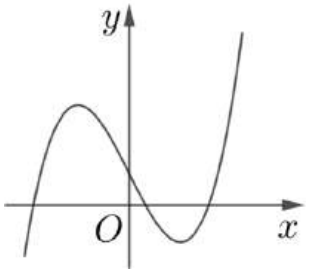
A. $24(m/s)$. **B.** $108(m/s)$. **C.** $18(m/s)$. **D.** $64(m/s)$.

Câu 82: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ102)** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\dfrac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 216 $\left(m/s\right)$. **B.** 30 $\left(m/s\right)$. **C.** 400 $\left(m/s\right)$. **D.** 54 $\left(m/s\right)$.

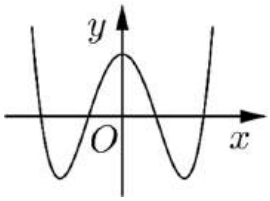
Câu 83: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ103)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



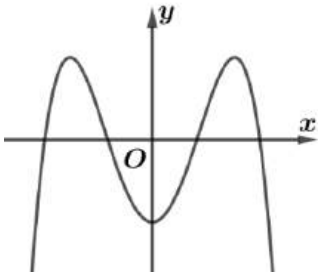
A. $y=-x^3-2x+\dfrac{1}{2}$.
B. $y=x^3-2x+\dfrac{1}{2}$.
C. $y=-x^4+2x^2+\dfrac{1}{2}$.
D. $y=x^4+2x^2+\dfrac{1}{2}$.

Câu 84: (ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ102) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



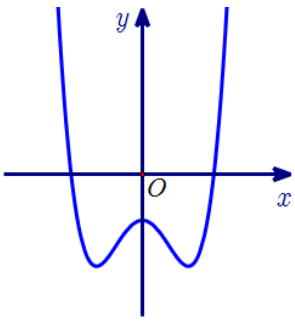
A. $y=x^3-3x+1$.
B. $y=-2x^4+4x^2+1$.
C. $y=-x^3+3x+1$.
D. $y=2x^4-4x^2+1$.

Câu 85: (ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ101) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-2x^4+4x^2-1$.
B. $y=-x^3+3x-1$.
C. $y=2x^4-4x^2-1$.
D. $y=x^3-3x-1$.

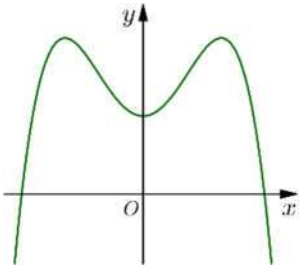
Câu 86: (ĐTK BGD - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



A. $y=-x^4+2x^2-1$.
B. $y=x^4-2x^2-1$.
C. $y=x^3-3x^2-1$.
D. $y=-x^3+3x^2-1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

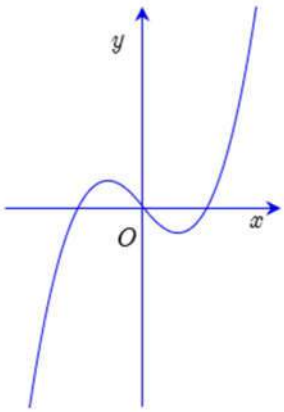
Câu 87: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$.

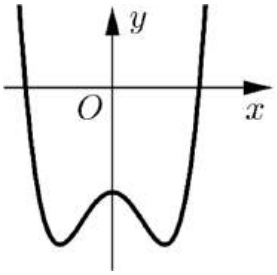
C. $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 88: **(ĐTK - BGD 2020)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x$.

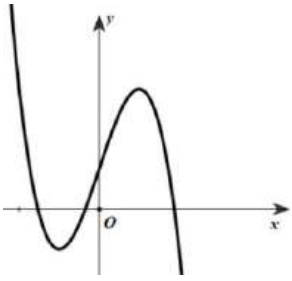
Câu 89: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ103)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$.

C. $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

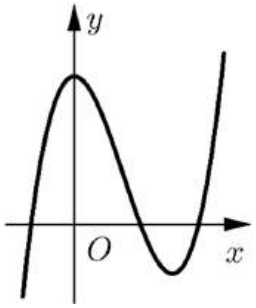
Câu 90: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ102)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

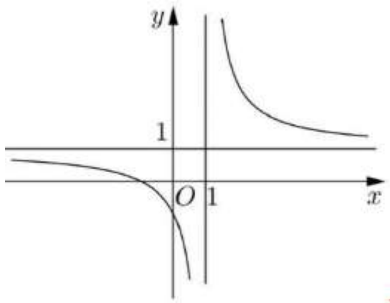
Câu 91: (ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ101) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3$.

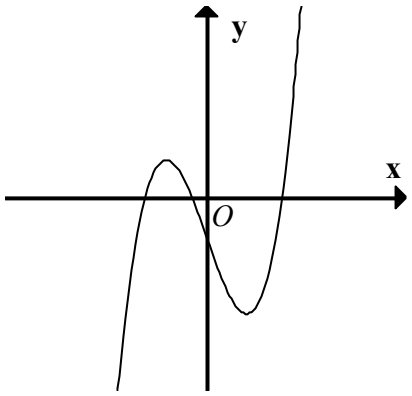
C. $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 92: (ĐTK - BGD 2019) Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



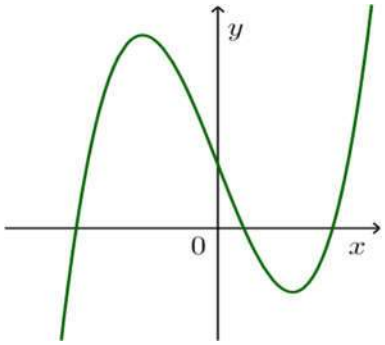
A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 93: (ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ103) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$

Câu 94: (ĐMH - BGD 2017) Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

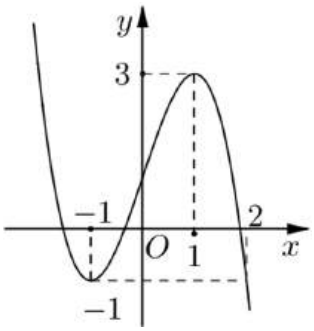


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$.

C. $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 95: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ104)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

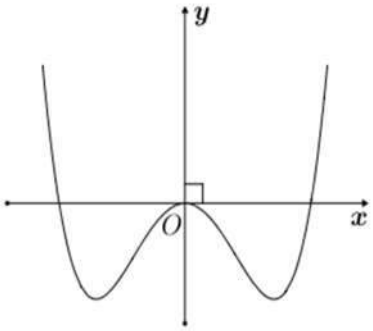


A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4+4x^2+1$.

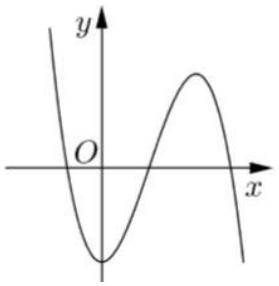
C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 96: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ103)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên

A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.



Câu 97: **(ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ104)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

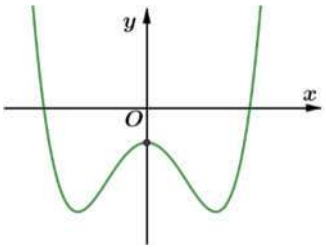


A. $y=x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^4-x^2-2$.

C. $y=-x^4+x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 98: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ102)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với a,b,c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. Phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

B. Phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

C. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực.

D. Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực.

Câu 99: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ104)** Đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -5. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 100: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ103)** Đồ thị hàm số $y=-x^3+2x^2-1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 101: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ102)** Đồ thị của hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 102: **(ĐỀ TN.THPT 2021 - MĐ101)** Đồ thị của hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 103: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ103)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 104: **(ĐỀ TN.THPT 2017 - MĐ103)** Cho hàm số $y=\left(x-2\right)\left(x^2+1\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\left(C\right)$ cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** $\left(C\right)$ cắt trục hoành tại một điểm.

C. $\left(C\right)$ không cắt trục hoành. **D.** $\left(C\right)$ cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 105: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+5x$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 106: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ102)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+7x$ với trục hoành là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 107: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+6x$ với trục hoành là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 108: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ103)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2$ và đồ thị hàm số $y=x^2+5x$

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 109: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ102)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+5x$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

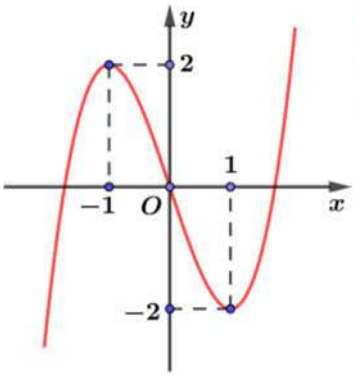
Câu 110: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x^2+3x$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 111: **(ĐTK - BGD 2017)** Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Câu 112: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ101)** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 113: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ103)** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

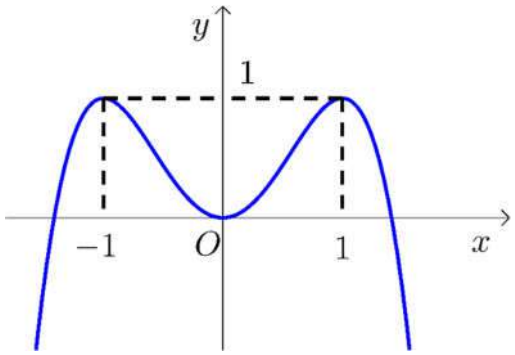
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 114: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

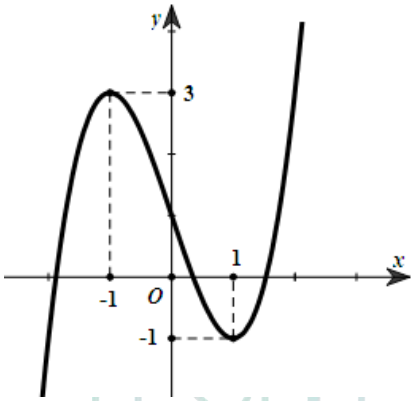
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

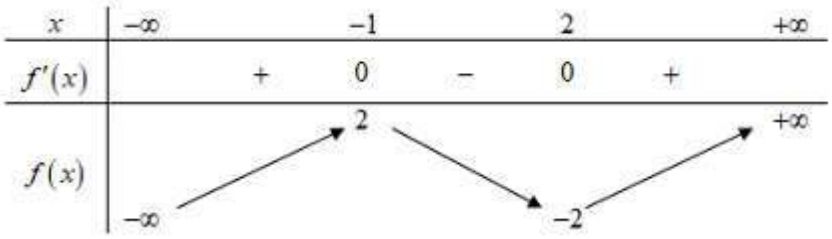
Câu 115: **(ĐỀ TN.THPT 2020 - MĐ104)** Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=2$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 116: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ104)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 117: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ102)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f\left(x\right)-5=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 118: **(ĐỀ TN.THPT 2019 - MĐ101)** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-3=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

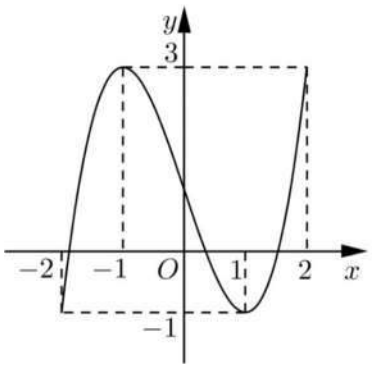
Câu 119: **(ĐTK - BGD 2019)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 120: **(ĐỀ TN.THPT 2018 - MĐ103)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f\left(x\right)-4=0$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 13

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 13

§13. KHẢO SÁT HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Học sinh xem tóm tắt lý thuyết trong chủ đề 12

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-27x+81$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'\left(x\right)=3x^2-27$.

b) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có tập nghiệm là $S=\left\{3\right\}$.

c) $f\left(3\right)=27$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-4;4\right]$ bằng 27.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-48x-8$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'\left(x\right)=3x^2-48$.

b) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có tập nghiệm là $S=\left\{4\right\}$.

c) $f\left(4\right)=248$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-5;5\right]$ bằng 248.

Câu 3: **(ĐTK BGD 2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)=2\cos x+x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=2;f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\sin x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 4: Trong một phòng thí nghiệm có máy đo nồng độ khí CO_2 cho thấy: nồng độ khí CO_2 trong phòng thay đổi theo thời gian t và được thể hiện qua hàm số $f(t)=400+\dfrac{2000t}{t^2+5}$ (ppm) với $t\geq 0$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nồng độ khí CO_2 trong phòng tại thời điểm $t=0$ là 400 (ppm).

b) $f'(t)=\dfrac{-2000t^2-10000}{(t^2+5)^2}$ với $t\geq 0$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(t)=0$ là $t=2$.

d) Nồng độ khí CO_2 cao nhất đo được trong phòng thí nghiệm là 947 (ppm).

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=x^2-7x+9\ln(x+2)+3$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\dfrac{2x^2-3x-5}{x+2}$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-1;\dfrac{5}{2}\right)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng 10.

d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 cùng với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f'(x)$, trục Ox, trục Oy tạo thành đa giác có diện tích bằng 44.

Câu 6: Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát . Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Trong 1 giờ, cần 266 máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball.

b) Trong $\dfrac{8}{3}$ giờ, cần 100 máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball.

c) Chi phí hoạt động thấp nhất là 6,5 triệu đồng.

d) Để chi phí hoạt động thấp nhất, công ty cần sử dụng 16 máy.

Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x-2}{x-3}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$.

c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=-x$.

d) Tổng khoảng cách từ điểm bất kì trên (C) đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt[4]{2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 8: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ của thuốc trong máu sau x phút được xác định bởi công thức:

$$C\left(x\right)=\frac{30x}{x^2+2}.$$

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus.* Cengage Learning).

Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Thời điểm 1 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 10 .

b) Đạo hàm của hàm số $C\left(x\right)$ là $C'\left(x\right)=\frac{60-30x^2}{\left(x^2+2\right)^2}$.

c) Trong khoảng thời gian từ 1 phút sau khi tiêm trở đi, nồng độ thuốc trong máu giảm dần.

d) Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm 2 phút sau khi tiêm.

Câu 9: Anh Nam chế tạo một bể cá có dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $0,096\,m^3$, chiều cao $h=0,6\,m$, chiều rộng x, chiều dài y. Anh Nam dùng loại kính để làm các mặt bên có giá 70.000 đồng/m^2 và loại kính để làm đáy có giá 100.000 đồng/m^2. Mọi chi phí khác xem như không đáng kể. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

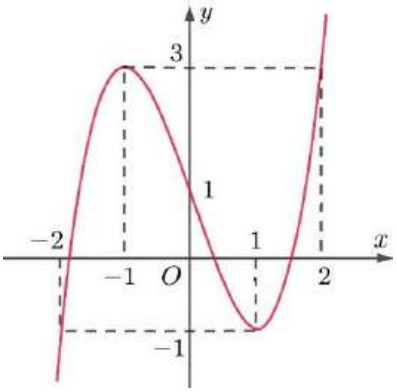
a) Biểu thức tín chi phí làm các mặt xung quanh là $C_{xq}=84000.\left(x+\frac{0,16}{x}\right)$.

b) Hàm số biểu thị y theo x là $y=\frac{0,16}{x}$.

c) Chi phí mua kính để làm đáy bể là 11200 đồng.

d) Chi phí làm bể cá thấp nhất là 100000 đồng.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

b) Hàm số $f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị.

c) Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2.

d) $f\left(x\right)=x^3-3x+1$.

Câu 11: Nồng độ thuốc $C\left(t\right)$ tính theo mg/cm^3 trong máu bệnh nhân được tính bởi $C\left(t\right)=\frac{0,05t}{t^2+t+1}$ trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02$ mg/cm^3.

b) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

c) Hàm số $C\left(t\right)$ có đạo hàm $C'\left(t\right)=\frac{1-t^2}{20\left(t^2+t+1\right)^2},\left(t\geq 0\right)$.

d) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

Câu 12: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, mỗi tháng A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

máy B . Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P\left(x\right)=45-0,001x^2$ và chi phí để nhà máy A sản xuất x sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right)=100+30x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

b) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.

c) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x sản phẩm $\left(0\le x\le 100\right)$ cho nhà máy B là $H\left(x\right)=-0,001x^3+15x-100$.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 13: Theo báo cáo của một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x\left(m^3\right)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200\,m^3$. Gọi là chi phí sản xuất $x\left(m^3\right)$ sản phẩm mỗi ngày và $\overline{c}\left(x\right)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Chi phí sản xuất $100\,m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

b) $\overline{c}\left(x\right)=0,0003x+0,15+\dfrac{3}{x}$.

c) Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100\,m^3$.

d) $C\left(x\right)=0,0003x^2+0,15x+5$.

Câu 14: Cho hai hàm số $f\left(x\right)=\log_2\left(x+2\right)$ và $g\left(x\right)=\log_4\left(5x+6\right)$.

Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $\left(-2;+\infty\right)$.

b) Hàm số $y=g\left(x\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Phương trình $f\left(x\right)=5$ có nghiệm $x=30$.

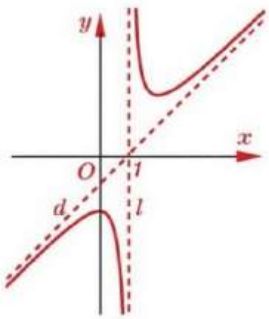
d) Phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)$ có một nghiệm duy nhất.

Câu 15: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y'=\dfrac{x^2-2x-2}{\left(x-1\right)^2}$.

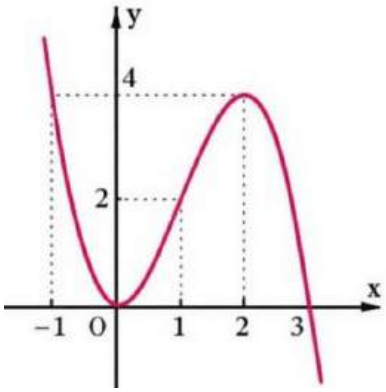
c) Hàm số đã cho đồng biến trên trên các khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.



d) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số đã cho có dạng như hình bên.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 16: Trò chơi tàu lượn siêu tốc có 1 đoạn đường ray được mô tả bởi đồ thị hàm số bậc ba $y=-x^3+3x^2$.



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

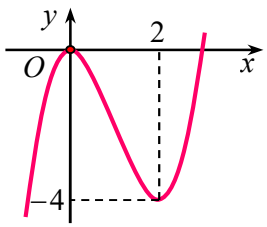
a) Hệ số góc của phương trình tiếp tuyến tại $M\left(x_0;y_0\right)$ là $y'\left(x_0\right)=-3x^2+6x$.

b) Hệ số góc tại điểm $M\left(1;2\right)$ là 3.

c) Tiếp tuyến tại $M\left(1;2\right)$ vuông góc với đường thẳng $x+3y-6=0$.

d) Tiếp tuyến tại $M\left(1;2\right)$ là $y=3x-2$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như vẽ



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số có hệ số $d>0$.

b) Hàm số có hệ số $a>0$.

c) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $E\left(0;2\right)$.

d) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $\left(0\le x\le 18\right)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C\left(x\right)=f\left(x\right)-20x+500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng/mét. Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày là 1100 nghìn đồng.

Câu 18: Giá của một mã cổ phiếu X trong ngày thứ n của quý I năm 2025 được cho bởi hàm số

$$C\left(n\right)=\begin{cases}\dfrac{50n-n^2}{n-90}+40, & 0<n\le 70\\ -3n+320, & 70<n\le 90\end{cases}.$$

Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Giá của cổ phiếu X vào ngày thứ 10 trong quý I là 35 nghìn đồng/cổ phiếu.

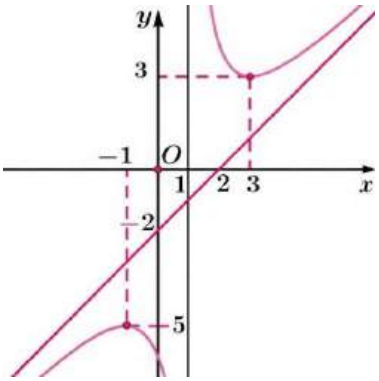
b) Giá của mã cổ phiếu X liên tục giảm trong cả quý I .

c) Giá của mã cổ phiếu X đạt mức cao nhất trong quý I là 110 nghìn đồng/cổ phiếu.

d) Một nhà đầu tư mua 1000 cổ phiếu X vào ngày thứ 30 và bán hết vào ngày thứ 70. Nếu tất cả các loại thuế và phí nhà đầu tư này phải nộp cho mỗi lần giao dịch là 1,2% tổng giá trị giao dịch thì lãi ròng mà nhà đầu tư đó thu được qua vụ đầu tư này là 78 triệu 320 nghìn đồng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x_0=3$.

c) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là $x=0$.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm trên đường tròn tâm O bán kính $R=\sqrt{2}$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2x}-2x-1$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f(0)=0; f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\mathrm{e}-2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\mathrm{e}^{x}-2$.

c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $(1;2)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$ là $\mathrm{e}-2$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{-x^2+x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $y'=f'(x)=\dfrac{-x^2-2x+3}{(x+1)^2}, \forall x\neq -1$.

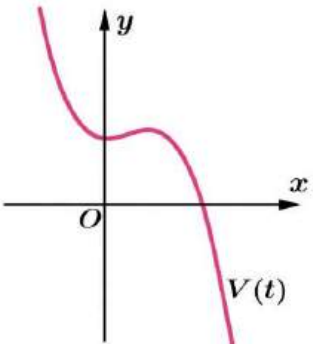
b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y=x-2$.

c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng 4.

d) Trên đồ thị (C) có đúng 4 điểm M có tung độ và hoành độ là các số nguyên sao cho tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 8.

Câu 22: Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t được cho bởi công thức: $V(t)=300\left(t^2-t^3\right)+4{,}5$ với $0\le t\le 0{,}5$.

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0\le t\le 0{,}5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là $1,5$ lít.

b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Phương trình $V'(t)=0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0;\frac{1}{2}\right]$.

Câu 23: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Đường thẳng $y=x-2$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

b) Điểm $I(-1;-1)$ là giao điểm các đường tiệm cận của đồ thị (C).

c) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y=3x-1$ tại hai điểm phân biệt.

d) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là đường thẳng $y=2x+1$

Câu 24: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-1}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=x+1$ làm tiệm cận xiên.

b) Hàm số có hai điểm cực trị.

c) Gọi A,B,C là giao điểm của đồ thị hàm số với các trục Ox,Oy. Diện tích tam giác ABC bằng 6.

d) Có đúng 2 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-1}-m^2x$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

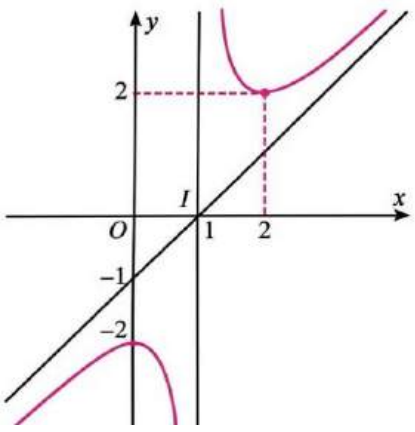
Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Hàm số đã cho được viết lại $y=x-1+\dfrac{1}{x-1}$.

b) Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm là $x_1=2$ và $x_2=0$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

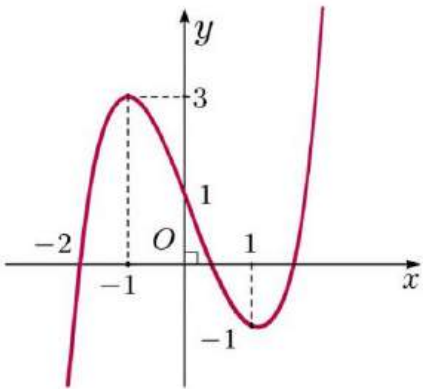
d) Đồ thị của hàm số là hình vẽ dưới đây.



NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 26: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Trong các số a,b,c,d có ba giá trị dương.

b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $\left(-2;1\right)$ bằng 3.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có hoành độ bằng 1.

d) Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=\dfrac{5}{2}$ có sáu nghiệm phân biệt.

Câu 27: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2+3x-5}{x+3}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

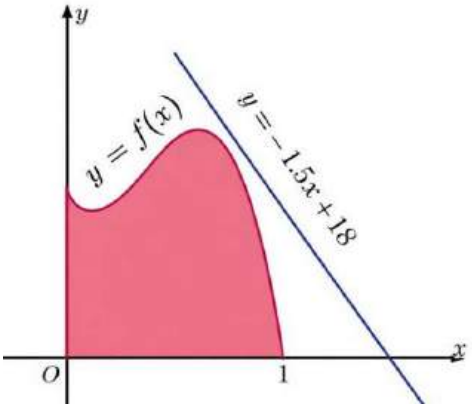
a) Hàm số có đạo hàm $f'\left(x\right)=\dfrac{2x^2+12x-14}{\left(x+3\right)^2}$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $\Delta: y=2x-3$.

c) Đồ thị hàm số nhận điểm $I\left(3;3\right)$ làm tâm đối xứng.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2+3x-5}{x+3}$ cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A,B. Khi đó diện tích của tam giác OAB lớn hơn 2.

Câu 28: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh hoạ, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)=-0,1x^3+0,9x^2-1,5x+5,6$.



Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là $100m$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Đường dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox dài $600m$.

b) Trên đường đi dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox, điểm cách gốc O một đoạn $500m$ có khoảng cách theo phương thẳng đứng đến bờ hồ đối diện là lớn nhất.

c) Khoảng cách nhỏ nhất theo phương thẳng đứng từ một điểm trên đường đi dạo ven hồ đến bờ hồ đối diện là $490m$.

d) Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y=-1,5x+18$. Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Biết toạ độ của điểm để xây bến thuyền này là $M(a;b)$. Giá trị $a+5b$ bằng 43.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 29: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$ có đồ thị là $\left(C\right)$ và hai điểm A,B là hai điểm cực trị của $\left(C\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng AB có phương trình là $y=2x+1$.

b) Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x^2+4x+3}{\left(x+2\right)^2}$.

c) Hai điểm A,B đối xứng nhau qua đường thẳng Δ có phương trình $x+2y+4=0$.

d) Hai điểm A và B nằm ở hai phía trục tung.

Câu 30: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x-e^x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Giá trị nhỏ nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là -1.

b) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $x=0$.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\cos x-e^x;\forall x\in\mathbb{R}$.

d) $f\left(\pi\right)=1-e^{\pi};f\left(0\right)=-2$.

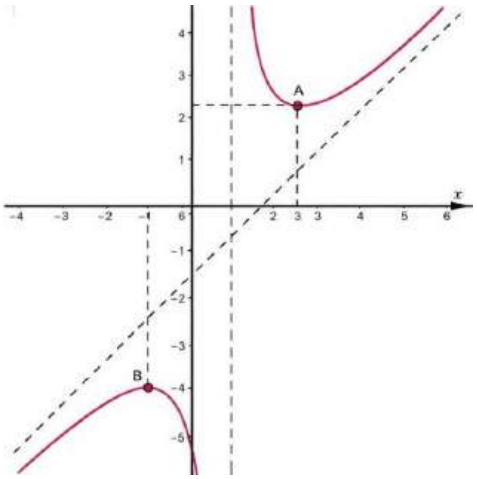
Câu 31: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M\left(0;-5\right)$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y=x-2$.

c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

d) Đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=f\left(x\right)$ là hình vẽ bên



Câu 32: Quảng cáo là hình thức tuyên truyền được trả phí hoặc không để thực hiện việc giới thiệu thông tin về sản phẩm, dịch vụ, công ty hay ý tưởng, quảng cáo là hoạt động truyền thông phi trực tiếp giữa người với người mà trong đó người muốn truyền thông phải trả tiền cho các phương tiện truyền thông đại chúng để đưa thông tin đến thuyết phục hay tác động đến người nhận thông tin. Khảo sát tại một công ty A cho thấy nếu chi x triệu đồng để quảng cáo một loại sản phẩm thì số sản phẩm công ty A bán được là $S\left(x\right)=-2x^3+27x^2+216x+150$ với $x\in\left[0;15\right]$.

Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $S'\left(x\right)=-6x^2+54x+216$.

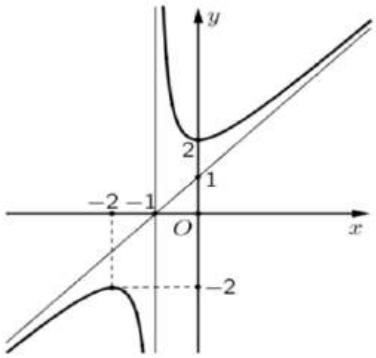
b) Nếu công ty A chi 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm công ty A bán được đạt tối đa bằng 3131 triệu đồng.

c) Nếu không chi cho quảng cáo thì số lượng sản phẩm công ty A bán được là 391 sản phẩm.

d) Nếu công ty A chi từ 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm bán được sẽ tăng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 33: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

b) Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y=x+1$.

c) Gọi A,B là hai điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích của tam giác OAB bằng 8.

d) Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $y=(x+1)\tan\dfrac{3\pi}{8}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)=x-\sin 2x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{2}, f(\pi)=\pi$.

b) $f'(x)=1-\cos 2x$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\pi\right]$ có tập nghiệm là $T=\left\{-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right\}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\pi\right]$ bằng $\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

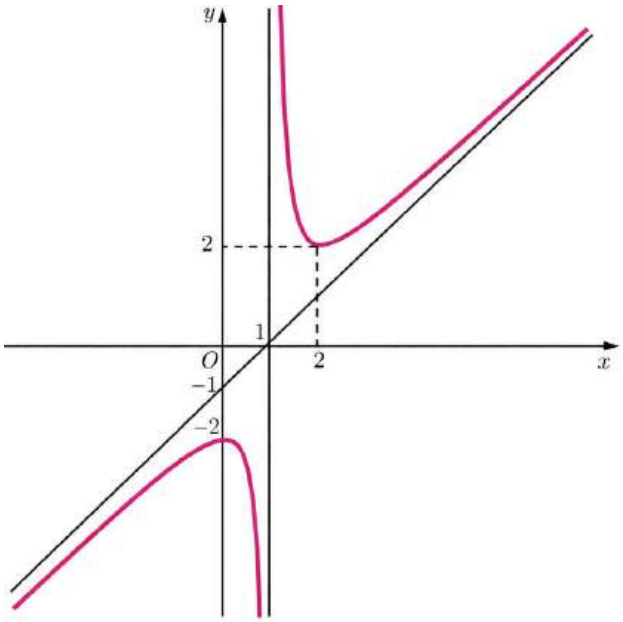
Câu 35: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số đã cho được viết lại $y=x-1+\dfrac{1}{x-1}$.

b) Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm $x_1=2$ và $x_2=0$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

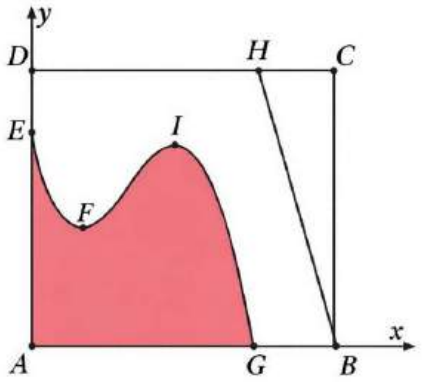
d) Đồ thị của hàm số là hình vẽ dưới đây:



NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 36: Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12m$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong và một lối đi là đoạn thẳng HB. Nếu đặt hệ trục toạ độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là $1m$, thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3m$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là $2m$ và $6m$.



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x+2)(x+6)$

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB.

d) Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56m$

Câu 37: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) và 2 điểm A, B là hai điểm cực trị của (C).

Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

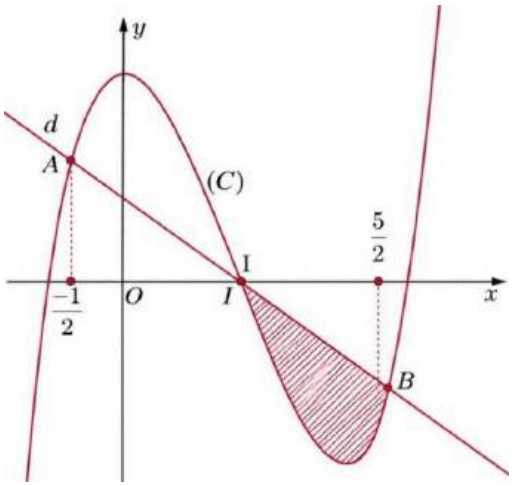
a) $y' = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2}$.

b) 2 điểm A và B nằm ở hai phía của trục tung.

c) Đường thẳng AB có phương trình là $y = 2x + 1$.

d) A và B đối xứng nhau qua đường thẳng Δ có phương trình là $x + 2y + 4 = 0$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong (C). Đường thẳng d đi qua tâm đối xứng của (C) và cắt (C) tại hai điểm A và B .



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Biết điểm A có hoàng độ bằng $\dfrac{-1}{2}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

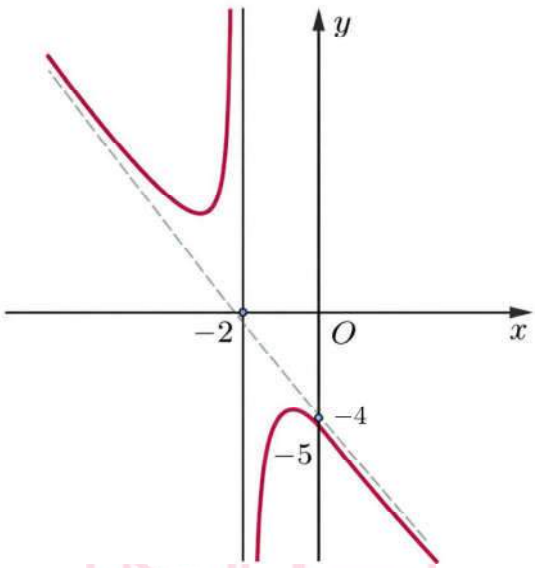
a) Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ là $I\left(1;0\right)$.

b) Điểm A có tung độ bằng 1.

c) Đường thẳng d có phương trình là $y=x-1$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $\left(C\right)$ và đường thẳng d bằng 4.

Câu 39: Cho hàm số $y=ax+b+\dfrac{c}{x+d}$ $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



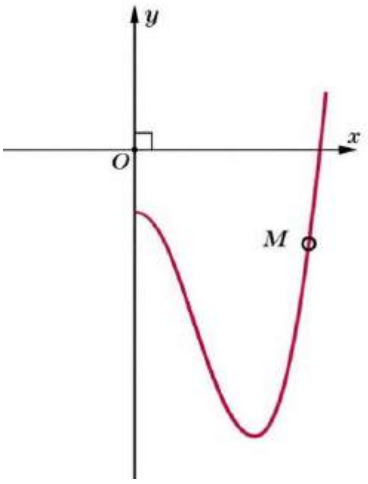
a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-2$.

b) Giá trị $b=-4$.

c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=2x-4$.

d) Hàm số đã cho là $y=-2x-4-\dfrac{2}{x+2}$.

Câu 40: Xét một chất điểm M chuyển động trên đường nằm ngang chọn O làm gốc, chiều dương từ trái sang phải. Chuyển động của M được cho bởi công thức $S\left(t\right)=t^3-3t^2-1$, với t , $t\geq 0$ là khoảng thời gian tính từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động. Gọi OM là khoảng cách từ M đến O tính bằng .



a) Tại thời điểm $t=0$ thì $OM=1m$.

b) Chất điểm chuyển động với vận tốc được xác định bởi biểu thức $v=3t^2-6t+1$ $\left(m/s\right)$.

c) Trong khoảng thời gian 2 giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm chuyển động sang trái.

d) Đến giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng cách lớn nhất của OM là $5m$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 41: . Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x+2+\dfrac{1}{x-1}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=f\left(x\right)=x-2$.

c) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

d) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là A,B. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng AB là $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 42: Cho hàm số $f\left(x\right)=2\sin x+\sqrt{3}x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f\left(0\right)=0$, $f\left(\pi\right)=\sqrt{3}\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-2\cos x+\sqrt{3}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $x=\dfrac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ bằng $1+\dfrac{5\sqrt{3}\pi}{6}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Hai điểm A,B thuộc hai nhánh của đồ thị $\left(C\right)$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

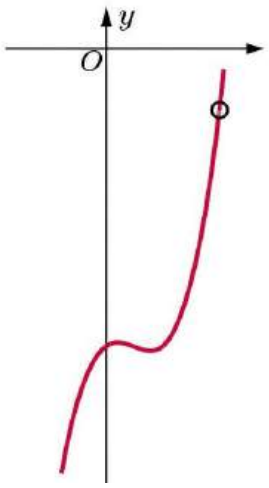
a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$ trên đoạn $\left[2;5\right]$ là 2.

b) Khi độ dài đoạn AB ngắn nhất thì $OA.OB=\sqrt{29}$.

c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-2\right\}$.

d) Đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị $\left(C\right)$.

Câu 44: Một chiếc xe ô tô di chuyển trên một con đường cong. Để giúp cải thiện hệ thống an toàn, người ta cần tính toán góc nghiêng của đường tại một điểm để biết được lực tác động lên xe . Đoạn đường có dạng đồ thị hàm số $\left(C\right):y=f\left(x\right)=2x^3-3x^2+x-5$, với x là khoảng cách theo chiều ngang và y là chiều cao của mặt đường tại mỗi điểm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) $f'\left(x_0\right)$ là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại điểm có tọa độ $\left(x_0;f\left(x_0\right)\right)$.

b) Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M\left(1;-5\right)\in\left(C\right)$ bằng -1.

c) Tiếp tuyến với đồ thị $\left(C\right)$ tại điểm $M\left(1;-5\right)$ có phương trình là $y=-x+6$.

d) Góc nghiêng của đường tại điểm có hoành độ $x_0=1$ là 45^0.

Câu 45: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{-x^2+x-2}{x+1}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $y'=f'\left(x\right)=\dfrac{-x^2-2x+3}{\left(x+1\right)^2},\forall x\neq -1$.

b) Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu.

c) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị $\left(C\right)$ bằng 4.

d) Trên đồ thị $\left(C\right)$ có đúng 8 điểm có tọa độ nguyên.

Câu 46: Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln x-\dfrac{x}{2}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D=\left(0;+\infty\right)$.

b) $f\left(1\right)=-\dfrac{1}{2};\ f\left(e\right)=-\dfrac{e}{2}$.

c) Nghiệm của phương trình. $f'\left(x\right)=0$. trên đoạn $\left[1;e\right]$ là $x=2$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;e\right]$ bằng $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

b) Đường tiệm cận xiên của $\left(C\right)$ có phương trình là $y=x+3$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ bằng $\dfrac{13}{2}$.

d) Có 3 số nguyên dương m để hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-m}{x-1}$ có hai điểm cực trị.

Câu 48: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B . Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P\left(x\right)=45-0,001x^2$ và chi phí để nhà máy A sản xuất được x sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right)=100+30x$.

a) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x sản phẩm $\left(0\le x\le 100\right)$ cho nhà máy B là $H\left(x\right)=-0,001x^3+15x-100$.

b) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

c) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng $70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 49: Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+x+1}{x+1}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Gọi $\left(C'\right)$ là đường tròn tâm $I\left(-1;3\right)$, bán kính bằng 1. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm M,N với $M\in\left(C\right)$ và $N\in\left(C'\right)$ bằng $1+2\sqrt{2}$.

b) Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị $\left(C\right)$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B. Khi đó diện tích tam giác OAB là $S=\dfrac{1}{2}$.

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-2;-1\right)$ và $\left(-1;0\right)$.

d) Tiệm cận đứng của đồ thị $\left(C\right)$ là đường thẳng có phương trình $x=-1$.

Câu 50: Cho hàm số $y=x-1+\dfrac{9}{x+2}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hìm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{-2\right\}$.

b) Hàm số có đạo hàm là $y'=1-\dfrac{9}{\left(x+2\right)^2};\forall x\neq -2$.

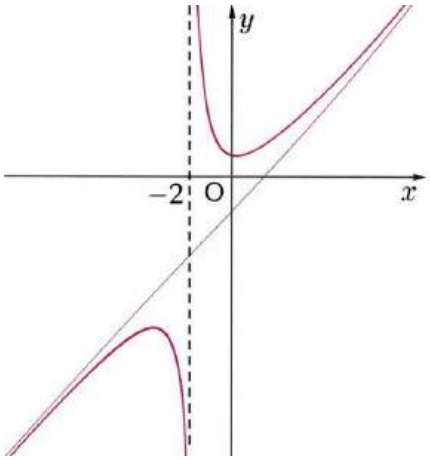
c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-5\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

d) Hàm số có giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 51: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+x+b}{x+c}$ $(a>0)$, có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới. Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) tạo với hai trục toạ độ một tam giác cân. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:



a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

b) $a=1$.

c) Đồ thị (C) có 2 điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục Ox.

d) $24a+4b+1000c>2025$.

Câu 52: Cho hàm số $f(x)=3^{x^3-3x+1}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f(1)=3$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(3x^2-3).3^{x^3-3x+1}$.

c) $f'(x)=0$ có hai nghiệm trên đoạn $[-1;2]$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ lớn hơn 1.

Câu 53: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=-t^3+9t^2+21t+9$ với t tính bằng giây $s(t)$ là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S tính bằng mét (m) là quãng đường vật đi trong thời gian đó. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Vận tốc của chất điểm chuyển động tại thời điểm t là $v(t)=-3t^2+18t+21$.

b) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là $45\,\mathrm{m/s}$.

c) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là $255(m)$.

d) Vận tốc chuyền động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t=3(s)$.

Câu 54: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số có 2 điểm cực trị.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=1$.

d) M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C). Tích khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng $\sqrt{2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 55: Chi phí nguyên liệu của một con tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10\,km/h$ thì chi phí nguyên liệu phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng /giờ. Gọi $x(km/h)$ là vận tốc của tàu. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Chi phí nhiên liệu cho phần thứ nhất trong thời gian tàu chạy quãng đường $1\,km$ là $\dfrac{480}{x}$

b) Tổng chi phí nhiên liệu tàu chạy trong 1 giờ là $C\left(x\right) = 480 + 0,03x^3$.

c) Tổng chi phí nhiên liệu tàu chạy trên quãng đường $1\,km$ giảm khi vận tốc của tàu thuộc khoảng $\left(0;30\right)$.

d) Tổng chi phí nhiên liệu để tàu chạy trên quãng đường $1\,km$ nhỏ nhất là 43.

Câu 56: Cho hàm số $f\left(x\right) = 2\sin x + x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f\left(0\right) = 0;\ f\left(\pi\right) = \pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right) = -2\cos x + 1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'\left(x\right) = 0$ trên đoạn $\left[0;3\pi\right]$ là 6.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $\dfrac{2p}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 57: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery.

Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0\left(s\right)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126\left(s\right)$, cho bởi hàm số sau:

$$v\left(t\right) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083$$

(v được tính bằng $feet/s$, $1\ feet = 0,3048\ m$).

Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Vận tốc của tàu con thoi luôn tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Gia tốc lớn nhất mà tàu con thoi có thể đạt được trong lúc thực hiện sứ mệnh trên là $62,87\ feet\ /\ s^2$.

c) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến thời điểm $t=23(s)$.

d) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ $t=21,5(s)$ đến $t=126(s)$.

Câu 58: Cho hàm số $f(x)=\ln x-x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{e+1}{e}; f(e^2)=2+e^2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\frac{x-1}{x}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1;e^2)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[\frac{1}{e};e^2\right]$ là -1.

Câu 59: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=t^3-3t^2+8t+1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

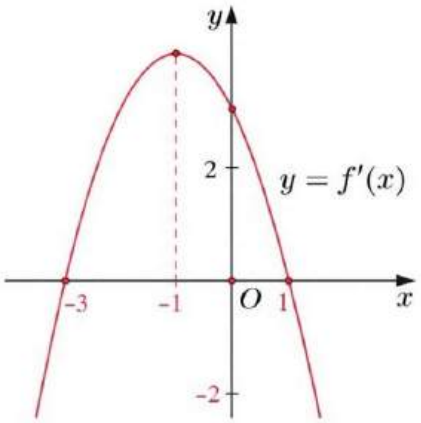
a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=3(s)$ bằng $8\,m\ /\ s$.

b) Tại thời điểm mà chất điểm di chuyển được 13 m, vận tốc khi đó bằng $8\,m\ /\ s$.

c) Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là $5\,m\ /\ s$.

d) Gia tốc tại thời điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng $2\,m\ /\ s^2$.

Câu 60: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình bên:



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

b) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-1;1)$.

c) Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại $x=-3$.

d) Nếu $g(x)=f(1-x^2)$ thì $g(2025)<g(2026)$.

Câu 61: Xét phương trình $2\sin 3x-1=0$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3};\frac{5\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}\mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x=\frac{\pi}{18}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Phương trình có đúng 3 nghiệm trên $\left[0;\pi\right]$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc đoạn $\left[0;\pi\right]$ bằng 2π.

Câu 62: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3+bx^2+cx+2$ đạt cực trị bằng 0 tại $x=1$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

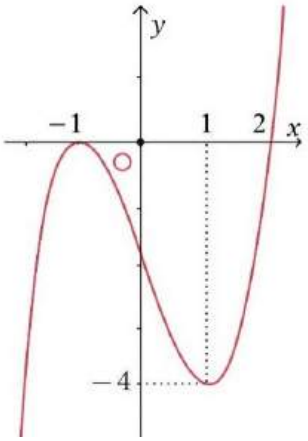
a) Giá trị của $b+c$ bằng -3.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại $x=-1$.

c) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 0.

d) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-1;0\right)$.

Câu 63: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng -4.

c) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

d) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f\left(x\right)}$ có đúng 2 tiệm cận đứng.

Câu 64: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x^2+4$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty$.

c) Gọi A,B lần lượt là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Khi đó độ dài AB bằng $\sqrt{5}$.

d) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{f\left(x\right)}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng.

Câu 65: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đúng hai đường tiệm cận.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(3;+\infty\right)$.

c) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h\left(x\right)=2f\left(x\right)+2025x$ trên $\left[3;2025\right]$ bằng 6083.

Câu 66: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+4$ có đồ thị $\left(C\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$ và $y'=-3x^3+6x$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

c) Đồ thị $\left(C\right)$ có hai điểm cực trị và phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $2x+y-4=0$.

d) Diện tích của tam giác OAB bằng 4, với O là gốc tọa độ và A,B là các điểm cực trị của $\left(C\right)$.

Câu 67: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

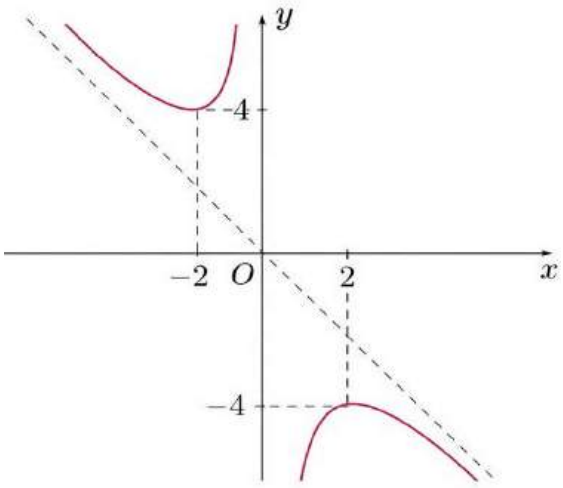
a) Đạo hàm của hàm số đã cho $y'=1-\dfrac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $\left(-2;0\right)\cup\left(0;2\right)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $\left(-\infty;-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	2	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$
					$-\infty$				

d) Đồ thị của hàm số đã cho là:



Câu 68: Cho hàm số $f\left(x\right)=-2x^4+4x^2+1$ có đồ thị $\left(C\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-8x^3+8x+1$.

c) Tập nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ là $S=\left\{-1;0;1\right\}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là 1.

Câu 69: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là điểm $I(2;1)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục hoành.

d) Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với trục tung. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

Câu 70: Cho hàm số $y=-\dfrac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$ đồ thị của hàm số là (C) và đường thẳng $d: y=4x-1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

b) Đạo hàm của hàm số trên là $y'=2x^2+2x+4$

c) Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường d là 4.

d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường d và có hoành độ giao điểm không âm là $y=4x+2$.

Câu 71: Cho hàm số $f(x)=2\sin x+1$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f(0)=1;\ f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$.

b) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{4}$.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos x+1$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là -1.

Câu 72: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x+2$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y=9x+18$. Biết đường thẳng (d) là tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x)=x^2-3$.

b) Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm M là $f'(x_0)=9$.

c) Giá trị $y_0-x_0=-2$.

d) Số điểm chung của đồ thị (C) và đường thẳng (d) là hai.

Câu 73: Cho hàm số $y=f(x)=\log_3(5x-3)$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là $D=(0;+\infty)$.

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua điểm $M(2;7)$.

c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $\left[\dfrac{6}{5};\dfrac{12}{5}\right]$ là 12.

d) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 74: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-4x^2-3x+2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[-1;4\right]$ bằng 2.

b) $f'\left(x\right)=3x^2-8x-3$.

c) $f'\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm $x=3$; $x=-\dfrac{1}{3}$.

d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{3};3\right)$.

Câu 75: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{8}\left(x^3-3x^2-9x-5\right)$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị $\left(C\right)$ đi qua điểm $A\left(0;-\dfrac{7}{3}\right)$.

b) Trên đoạn $\left[4;8\right]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x=4$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $\left(1;-2\right)$.

d) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 76: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x+\cos x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

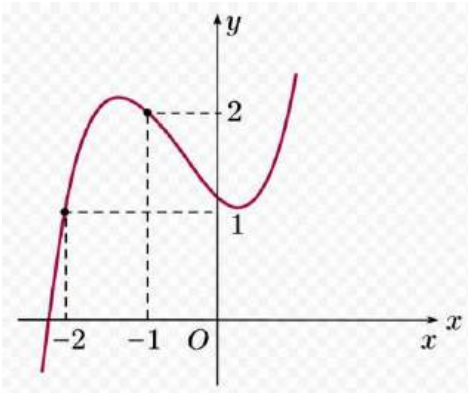
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\cos x-\sin x$.

b) Giả sử $\sin x+\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ khi đó $\sin x.\cos x=\dfrac{1}{4}$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{3\pi}{4}\right]$ là bằng $a\sqrt{b}$, với a,b là các số nguyên dương. Khi đó $b-a=2$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên khoảng $\left(0;3\pi\right)$ bằng $\dfrac{15\pi}{4}$.

Câu 77: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới đây:



Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) Trong 4 số a,b,c,d có ba số dương.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

c) Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có toạ độ $\left(0;1\right)$.

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 78: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\ln\left(4\mathrm{e}x-x^2\right)$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f\left(\mathrm{e}\right)=3$.

b) Hàm số có tập xác định là $\left[0;4\mathrm{e}\right]$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có một nghiệm $x=2\mathrm{e}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[1;3\mathrm{e}\right]$ có dạng $a\ln 2+b$ thì $a+b=4$.

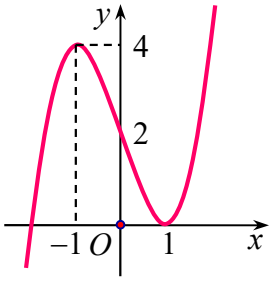
Câu 79: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x+2$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=3x^2-3$.

b) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$ bằng -1.

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$; nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$

d) Hàm số đã cho có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Câu 80: Cho hàm số $f\left(x\right)=2x-\sin 2x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ hàm số có 2 cực trị.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là $f\left(2\pi\right)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f'\left(x\right)$ là -1.

d) $f'\left(x\right)=2-2\cos 2x$.

Câu 81: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x+\cos^2 2x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1;\ f\left(0\right)=-1$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\cos 2x-2\sin 4x$.

c) Trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ bằng $\dfrac{9}{4}$.

Câu 82: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-2x^2+x+1$ có đồ thị $\left(C\right)$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) $f'\left(x\right)=3x^2-4x+1$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(3;+\infty\right)$.

c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $\left(C\right)$ tại điểm cực tiểu là $y=2$.

d) Phương trình $x^3-2x^2+x+m=0$ có ba nghiệm phân biệt nếu $-\dfrac{1}{7}<m<0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 83: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)-x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

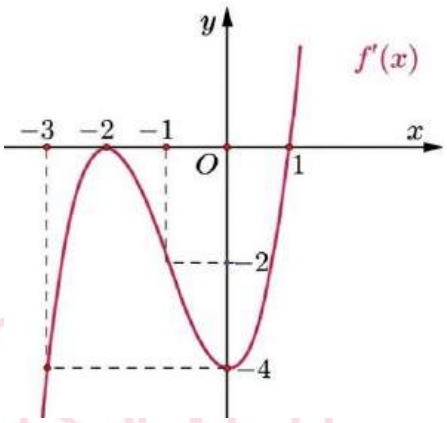
a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k\pi\middle|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

b) Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)$ là $f'\left(x\right)=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $f'\left(x\right)=0$ là $x=-\dfrac{5\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là $-\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 84: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'\left(x\right)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'\left(2\right)=4$.

d) Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\dfrac{1}{2}x^2+x+2025$ đồng biến trên khoảng $\left(-2;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 85: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x-8}{x-2}$ $\left(1\right)$ và đường tròn $\left(C\right):\left(x+3\right)^2+\left(y-1\right)^2=4$. Gọi I là tâm đường tròn $\left(C\right)$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số $\left(1\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $\left(1\right)$ trên đoạn $\left[3;5\right]$ bằng $7+2\sqrt{2}$.

c) Tổng khoảng cách từ điểm I đến hai tiệm cận của đồ thị hàm số $\left(1\right)$ bằng $\dfrac{10+3\sqrt{2}}{2}$

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $\left(1\right)$ cắt đường tròn $\left(C\right)$ tại hai điểm phân biệt M,N. Diện tích tứ giác $IMON$ bằng $\dfrac{14}{5}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 86: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\left(x^2-5x+7\right)e^x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f\left(0\right)=7$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$

c) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ lần lượt là 7 và $3e$.

d) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\left(2x-5\right)e^x$.

Câu 87: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{2x^2-4x+10}-x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

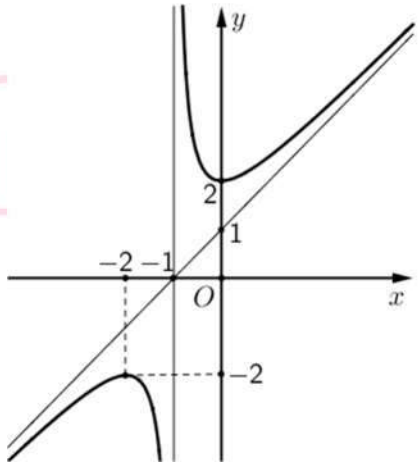
a) Đạo hàm của hàm số là $f'\left(x\right)=\dfrac{x-1}{\sqrt{2x^2-4x+10}}-1$.

b) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm là $x=3$; $x=-1$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=+\infty$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 1.

Câu 88: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

b) Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y=x+1$.

c) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho, diện tích của tam giác OAB bằng 8 .

d) Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $d:y=\left(x+1\right)\tan\dfrac{3\pi}{8}$.

Câu 89: Cho hàm số $f\left(x\right)=e^{-2x}+2x-1$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) $f\left(2\right)=3+e^{-4}$, $f\left(-1\right)=e^2-3$.

b) $f'\left(x\right)=-e^{-2x}+2$.

c) $f\left(x\right)=0$ có đúng một nghiệm trên đoạn $\left[-1;2\right]$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng $3+e^4$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 90: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là đường cong $\left(C\right)$. Giả sử A,B là hai điểm thuộc hai nhánh và AB đi qua tâm đối xứng của $\left(C\right)$.

Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Tâm đối xứng của $\left(C\right)$ là điểm $I\left(1;-1\right)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

c) Có 1 tiếp tuyến của đồ thị $\left(C\right)$ song song với đường thẳng $d:y=-2x-1$.

d) Giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng AB bằng $3\sqrt{2}$.

Câu 91: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x-2}{x+1}$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

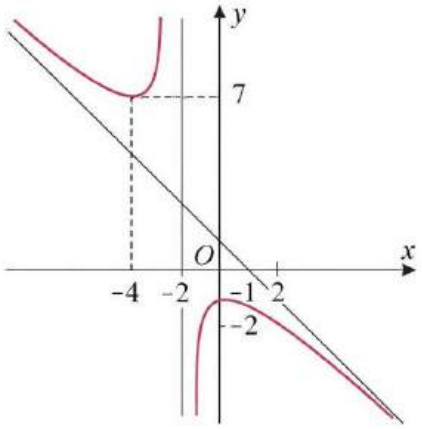
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{\left(x+1\right)^2}$, $\forall x\neq -1$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(-1;+\infty\right)$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I\left(-1;1\right)$.

d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại tiếp điểm có hoành độ bằng -2 có phương trình là: $3x-y+10=0$.

Câu 92: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $\left(0;1\right)$ và $\left(1;0\right)$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:



a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-4;0\right)$.

c) Ta có $a+b+c+d=-2$.

d) Khoảng cách từ $M\left(1;-8\right)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.

Câu 93: Cho hàm số $f\left(x\right)=\left(x^2-3x-3\right)\mathrm{e}^x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Hàm số đã cho xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

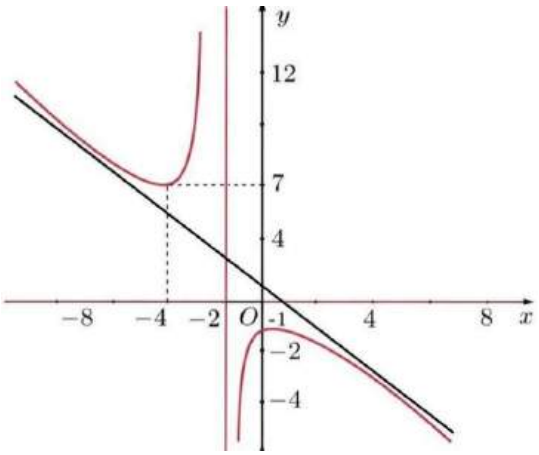
b) Giá trị $f\left(0\right)=-3\mathrm{e}$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-2;3\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 94: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $\left(0;1\right)$ và $\left(1;0\right)$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-4;0\right)$.

b) Ta có $a+b+c+d=-2$.

c) Khoảng cách từ $M\left(1;-8\right)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $\sqrt{5}$.

d) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$.

Câu 95: Cho hàm số $f\left(x\right)=\left(x^2-5x+1\right)\mathrm{e}^x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

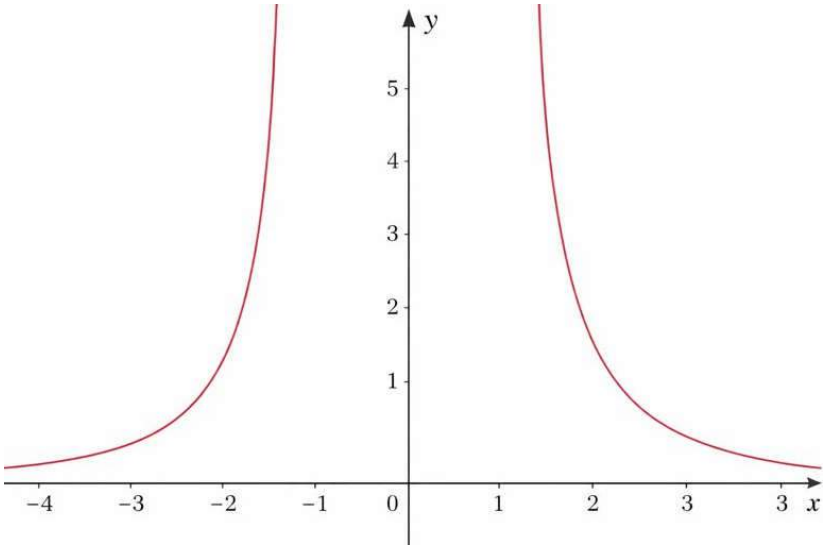
a) Hàm số đã cho xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

b) Giá trị $f\left(0\right)=\mathrm{e}$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;4\right)$.

Câu 96: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ và $c\neq 0$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ nhận đường thẳng $x=-1$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ dưới. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-3;-2\right]$ bằng 8. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[2;4\right]$ bằng 4.

b) $f\left(-3\right)=8$.

c) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

d) Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ nhận đường thẳng $y=0$ làm tiệm cận ngang.

Câu 97: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\left(x^2-5x+7\right)e^x$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

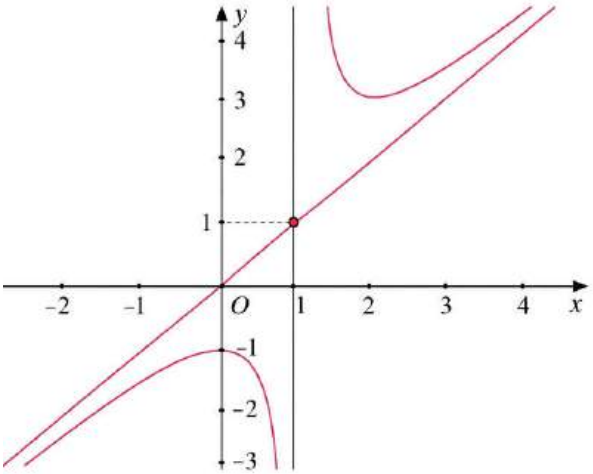
a) $f\left(0\right)=7$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\left(2x-5\right)e^x$.

c) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$

d) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ lần lượt là 7 và $3e$.

Câu 98: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+1}{cx+d}$ đạt cực đại tại $x=0$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Giá trị của biểu thức $a+b+c+d=0$.

b) Hàm số đồng biến trên $\left(-1;0\right)$.

c) Gọi A,B là các điểm cực trị của đồ thị hàm số; M là điểm di động trên trục Ox sao cho góc $\widehat{AMB}$ không tù. Giá trị nhỏ nhất của hoành độ điểm M là 3.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số có phương trình: $y=x-1$.

Câu 99: Nhà ông A cần làm một bể chứa nước có dạng khối hộp chữ nhật không nắp, có đáy là hình chữ nhật và chiều dài gấp ba lần chiều rộng, khối hộp tương ứng có thể tích bằng 1 152 dm ^{3}. Giả sử bề dày của thành bể và đáy bể là không đáng kể. Giá thuê công nhân để làm bể là 400 000 đồng/m ^{2}. Gọi x là chiều rộng của đáy bể . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Chiều cao của bể chứa nước là $\dfrac{384}{x^2}$.

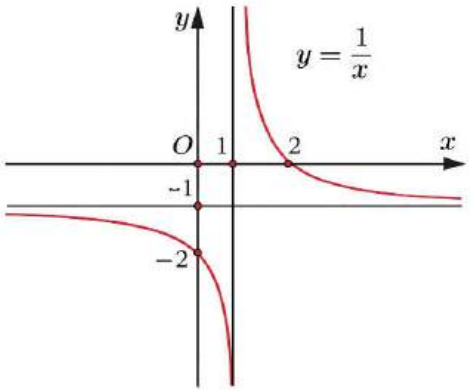
b) Diện tích xung quanh của bể chứa nước là $\dfrac{3072}{x}$.

c) Tổng diện tích cần làm của bể chứa nước là $\dfrac{3072}{x}+6x^2$.

d) Chi phí thấp nhất mà ông A trả cho công nhân làm bể chứa nước theo yêu cầu là 3072000 đồng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 100: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Đạo hàm của hàm số $f'\left(x\right)<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

d) Tổng $a+b+c=5$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 101. Cho hàm số $f\left(x\right)=\log_2\left(x-1\right)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$ là $\left\{2\right\}$.

b) Tập nghiệm của bất phương trình $f\left(x\right)\geq 1$ là $\left[3;+\infty\right)$.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=2\log_4\left(x^2-x-4\right)$ bằng 2.

d) Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 2025 của bất phương trình $\dfrac{f\left(x\right)}{\sqrt{x+7}-\sqrt{x-5}}\geq 1$ là 2018.

Câu 102. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=e^{x+\sqrt{16-x^2}}$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

b) $f'\left(x\right)=\left(1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right)e^{x+\sqrt{16-x^2}},\forall x\in\left[-4;4\right]$.

c) Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ là $e^{a+b\sqrt{c}}$. Khi đó $a+2b+3c=10$.

d) $f\left(-4\right)=\dfrac{1}{e^4}$.

Câu 103. Cho hàm số $f\left(x\right)=3^{\sqrt{x^2+1}+x}-3^{\sqrt{x^2+1}-x}$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập nghiệm của bất phương trình $f'\left(x\right)>0$ là $\left(0;+\infty\right)$.

b) Bất phương trình $f\left(x\right)-80.3^{\sqrt{x^2+1}-2}\leq 0$ có đúng hai nghiệm nguyên dương.

c) Phương trình $f\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Số giá trị nguyên của m thuộc đoạn $\left[-2024;2025\right]$ để bất phương trình $f\left(x^2+1\right)+f\left(-\dfrac{mx}{2}\right)>0$ nghiệm đúng $\forall x\in\left(-\infty;0\right)$ là 2029.

Câu 104. Cho hàm số $f\left(x\right)=2x-\log_5\left(x+1\right)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)$ là $f'\left(x\right)=1-\dfrac{1}{x+1},\forall x\in\left(-1;+\infty\right)$.

b) Hàm số $f\left(x\right)$ có một điểm cực tiểu.

c) Giá trị của hàm số $f\left(x\right)$ tại điểm $x=4$ là $f\left(4\right)=8$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 105. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}-3x-6\ln\left(2-x\right)+1$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\dfrac{x^3-2x^2-3x}{x-2}$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

c) Tổng các giá trị cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số bằng $\dfrac{14}{3}-6\ln\left(6\right)$.

d) Hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x^2+2x+2}$ có đường TCX là $y=ax+b$. Khi đó $a+b=\dfrac{1}{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 106. Cho hàm số $f\left(x\right)=\log_2\left(x+4\right)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số đã cho chứa đúng 4 số nguyên âm.

b) Phương trình $f\left(x\right)=\log_2\left(x^2+2x-16\right)$ có nghiệm duy nhất là $x=4$.

c) Hàm số $g\left(x\right)=-x^2+f\left(x\right).\ln 1024$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

d) Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại duy nhất một điểm.

Câu 107. Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln x-2x^2$, $\forall x\in\left(0,+\infty\right)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $\left[1;e^2\right]$ là $-\dfrac{5}{2}-\ln 2$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị.

c) Hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.

d) $f\left(1\right)=-2;f\left(e^2\right)=2-2e^4$.

Câu 108. Cho hàm số $f\left(x\right)=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+4\right)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có tập xác định $D=\left(-\infty;1\right]\cup\left[4;+\infty\right)$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\dfrac{5-2x}{\left(x^2-5x+4\right)\ln 2}$.

c) Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

d) Bất phương trình $f\left(x\right)>0$ có đúng 4 nghiệm nguyên.

Câu 109. Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln x-\dfrac{x}{2}$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm là $D=\left(0;+\infty\right)$.

b) $f\left(1\right)=-\dfrac{1}{2};f\left(e\right)=-\dfrac{e}{2}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[1;e\right]$ là $x=2$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;e\right]$ bằng $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 110. Cho hàm số $f\left(x\right)=e^{x^2-1}-x^2$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm củ hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2xe^{x^2-1}-2x$.

b) $f\left(0\right)=\dfrac{1}{e};f\left(1\right)=0$.

c) Tập nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ là $\left\{0;1\right\}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên khoảng $\left(-1;1\right)$ là 0.

Câu 111. Cho hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x}-2x$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\mathrm{e}^{2x}-2$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình $f'\left(x\right)>0$ là $S=\left(0;+\infty\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng 0.

Câu 112. Cho hàm số $f(x)=x-\dfrac{1}{x}+2\log x$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.

b) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x)=1+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{x}$, với mọi $x\in(0;+\infty)$.

c) Hàm số $y=f(x)$ luôn thỏa mãn hệ thức $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=-f(x)$, với mọi $x\in(0;+\infty)$.

d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ của phương trình $f(\cos x+3)+f\left(\dfrac{1}{\sin x+3}\right)=0$ bằng $\dfrac{3\pi}{2}$.

Câu 113. Cho hàm số $y=f(x)=\ln(4ex-x^2)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) $f(e)=3$.

b) Hàm số có tập xác định là $D=[0;4e]$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có một nghiệm $x=2e$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3e]$ có dạng $a\ln 2+b$ thì $a+b=4$.

Câu 114. Cho hàm số $f(x)=\log_3(x^2)+4$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Phương trình $f(x)=m$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m.

b) $f(1)=4$.

c) Phương trình $f(x)=4$ có một nghiệm duy nhất $x=1$.

d) Hàm số $f(x)$ xác định với mọi số thực x.

Câu 115. Cho hàm số $y=f(x)=\log_9\dfrac{x-7}{x-5}$ có đồ thị là (C). Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Đồ thị (C) có hai tiệm cận đứng.

b) Tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;5)\cup(7;+\infty)$.

c) Đồ thị (C) có một đường tiệm cận ngang.

d) Gọi $M(x_M;y_N),N(x_N;y_N)$ là hai điểm thuộc (C) sao cho x_M,x_N thoả mãn $0<x_M-x_N<2$. Khi đó y_M luôn lớn hơn y_N.

Câu 116. Cho hàm số $f(x)=\log_5(4x+1)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là khoảng $\left(-\dfrac{1}{4};+\infty\right)$.

b) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x)=\dfrac{4.\ln 5}{4x+1}$.

c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y=f(x)$ tại điểm $x=1$ là $y=\dfrac{4}{5\ln 5}x-\dfrac{4}{5\ln 5}+1$

Câu 117. Cho hàm số $f(x)=e^x-ex$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1;f(2)=e^2-2e$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = e^x + e$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $x = -1$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ là $e^2 - 2e$.

Câu 118. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $f(x,y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$ (*). Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Điều kiện xác định của biểu thức $f(x,y)$ là $\begin{cases} x+y>0 \\ x-y>0 \end{cases}$.

b) Với cặp số x, y thỏa mãn điều kiện xác định của biểu thức $f(x,y)$, ta có: $f(x,y) = x^2 - y^2$.

c) Cặp số $\begin{cases} x=8 \\ y=16 \end{cases}$ thỏa mãn $f(x,y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$.

d) Với $P = 2x - y$ thì $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.

Câu 119. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

b) Phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ có nghiệm duy nhất.

c) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = (2^x + 2^{-x}).\ln 2$.

d) Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên m thoả mãn $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0$ thì $m_0 = 1365$.

Câu 120. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 6\ln(x+2)$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = x + 1 - \frac{6}{x+2}$.

b) Trên đoạn $[-1;2]$, phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

c) $f(-1) = -\frac{1}{2}$ và $f(2) = 4 - 12\ln 2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ lớn hơn -5.

Câu 121. Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (2x^2 + 2x - 4)e^{2x}$.

b) $f'(0) = 4; f(\ln 2) = 2(\ln^2 2 - 2)$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng $-e^2$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 14

PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 14

§14. BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG, TĂNG TRƯỞNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Quãng đường =.: $S = v.t$;
- Vận tốc = /: $v = \dfrac{S}{t}$.
- Thời gian = /: $t = \dfrac{S}{v}$.
- Vận tốc: $v(t) = S'(t) \Rightarrow S(t) = \int v(t)\,dt$.
- Gia tốc: $a(t) = v'(t)$ mà $v(t) = S'(t) \Rightarrow a(t) = v'(t) = S''(t)$.
- Quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây kể từ khi tăng tốc:

$$S(t) = \int_0^t v(t)\,dt$$

- Quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian 5 giây kể từ khi tăng tốc:

$$S(t) = \int_0^5 v(t)\,dt$$

Bảng đơn vị đo độ dài						
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
$1km = 1000m$			$1m = 0,001km$			

Bảng chuyển đổi mét/giây sang km/giờ	
$1m/s = 3,6km/h$	$1km/h = \dfrac{1}{3,6}m/s$

Bảng đơn vị đo diện tích						
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1km^2 = 10^6 m^2$			$1m^2 = 10^{-6} km^2$			

Bảng đơn vị đo thể tích						
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
$1km^3 = 10^9 m^3$			$1m^3 = 10^{-9} km^3$			

Chú ý: $1dm^3 = 1$ lít

NGUYỄN TIẾN HÀ

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ $(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t)=\int_0^{24} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 2. Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày $(t\ge 0)$ kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t)>0$ và $y'(t)=k.y(t),(t\ge 0)$, trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t=6$; $t=12$ nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t)=e^{g(t)},(t\ge 0)$.

a) $g(t)=kt+C(t\ge 0)$ với C là một hằng số xác định.

b) $k=-\dfrac{\ln 2}{6}$.

c) $C=3\ln 2$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t=20$ kể từ lúc sử dụng thuốc lớn hơn 0,4 mg/lít.

Câu 3. Đối với ngành nuôi trồng thuỷ sản, việc kiểm soát lượng nước tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thuỷ sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày $(t\ge 0)$ kể từ lúc sử dụng thuốc, thoả mãn $y(t)>0$ và $y'(t)=k\cdot y(t)(t\ge 0)$, trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t=6$; $t=12$ nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t)=e^{g(t)}(t\ge 0)$.

a) $g(t)=kt+C(t\ge 0)$ với C là một hằng số xác định.

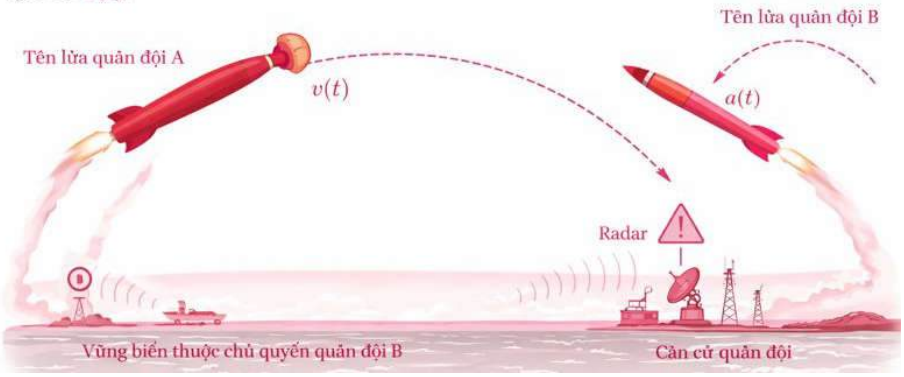
b) $k=-\dfrac{\ln 2}{3}$.

c) $C=4\ln 2$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t=28$ kể từ lúc sử dụng thuốc nhỏ hơn 0,2 mg/lít.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 4. Trong một cuộc thử tên lửa, quận đội A đã cho phóng một quả tên lửa có gắn đầu đạn hạt nhân với vận tốc $v(t)=\dfrac{1}{90000000}t^3+\dfrac{1}{500}t+1\ \left(\text{m/s}\right)$ trong đó t đơn vị giây tính từ lúc tên lửa quận đội bắt đầu phóng và dự định sẽ rơi xuống một vùng biển. Đi được 1 giờ thì bay ngang qua vùng biển thuộc chủ quyền của quận đội B ngay lập tức Rađa nhận được tín hiệu và gửi tín hiệu về căn cứ quân đội.



Khi nhận được tín hiệu của rađa sau 30 phút quân đội quận đội B đã cho phóng một quả têm lửa tầm trung đã được xác định sẵn mục tiêu đi với gia tốc $a(t_1)=\dfrac{1}{4500}t_1+\dfrac{n}{100}$ (m/s^2), $n>0$ trong đó t_1 đơn vị giây tính từ lúc tên lửa tầm trung bắt đầu phóng.

a) Vận tốc của tên lửa tầm trung được biểu thị dưới hàm $v(t)=\dfrac{1}{90000000}t^3+\dfrac{1}{500}t+1$, $n>0$.

b) Kể từ khi bị Rađa phát hiện đến lúc quận đội B phóng tên lửa thì quả tên lửa gắn đầu dạn hạt nhân đi được $1913,4$ km.

c) Sau 15 phút phóng lên thì tên lửa tầm trung hạ được mục tiêu biết quãng đường nó đi được bằng $\dfrac{1}{2}$ quãng đường tên lửa quận đội A đi được trong 15 phút đó khi đó giá trị của $n>100$.

d) Giả sử hàm số $h(t)=\dfrac{-5m}{648}t^2+\dfrac{500m}{9}t+a$, $(m>0, a\in\mathbb{R})$ thể hiện độ cao của quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân so với mực nước biển. Khi quả tên lửa của quân đội A đạt độ cao lớn nhất thì quãng đường nó đi được là $493,12$ km.

Câu 5. Một ô tô đang di chuyển với vận tốc $21m/s$, khi còn cách trạm thu phí một đoạn thì người lái xe bắt đầu đạp phanh lần một, xe chuyển động thẳng, chậm dần đều với vân tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật $v_1(t)=-6t+21(m/s)$, trong đó thời gian t tính bằng giây, đến đúng trạm thu phí thì xe dừng hẳn.

Sau khi trả phí, xe ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_2(t)=5t(m/s)$; đi được 4s ô tô gặp chướng ngại vật lên phải phanh gấp lần hai. Khi đó:

a) Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng ở trạm thu phí là $36,75m$.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp lần 2 là $20m/s$.

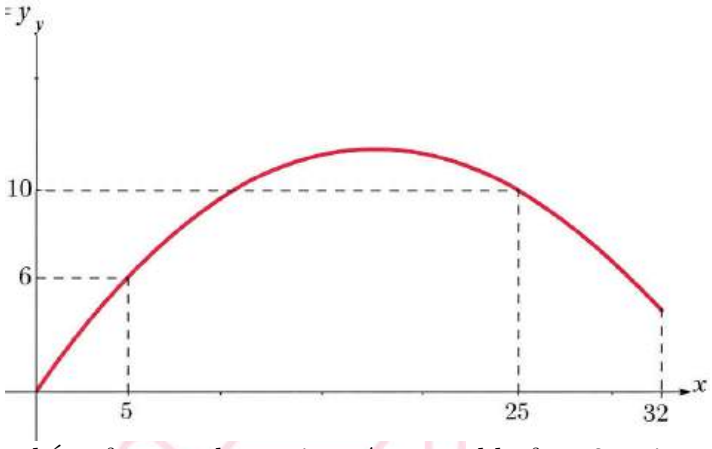
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh lần một cho đến khi dừng hẳn ở trạm thu phí là 3 giây.

d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc phanh lần một đến lúc phanh lần hai là $76,75m$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 6. Hai vận động viên A và B tham dự một cuộc thi chạy bộ trên một đường thẳng, xuất phát cùng một thời điểm, cùng vạch xuất phát và chạy cùng chiều với vận tốc lần lượt là v_A và v_B.

Trong khoảng thời gian 32 giây chạy đầu tiên ta có $v_A = \frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{65}t$, $v_B = at^2 + bt$. Hàm số $y = at^2 + bt$ có đồ thị là một phần của parabol như hình vẽ



a) Tốc độ chạy lớn nhất của vận động viên A trong khoảng 20 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là 6.

b) Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất, hai vận động viên cách nhau một khoảng bằng 120 m.

c) $a = -\frac{1}{5}$.

d) Quãng đường vận động viên B chạy được trong 30 tính từ khi bắt đầu xuất phát là 250 m.

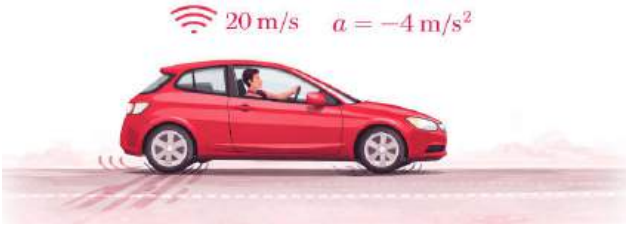
Câu 7. Một người đang điều khiển xe máy với vận tốc là 36 km/h thì phát hiện đèn tín hiệu giao thông chuyển đỏ cách vị trí xe 80 m. Ba giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc với vận tốc được cho bởi $v_1(t) = at + b$ (m/s), $(a, b \in \mathbb{R},\ a < 0)$, trong đó t là thời gian kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc. Khi xe máy đến vị trí đèn tín hiệu, đèn vẫn còn đỏ và xe dừng hẳn. Sau khi đèn chuyển xanh, xe tiếp tục di chuyển với vận tốc được cho bởi $v_2(t) = mt^2 + nt$ (m/s), $(m, n \in \mathbb{R},\ m < 0)$, trong đó t là thời gian kể từ lúc đèn bắt đầu chuyển xanh. Cuối cùng, xe máy dừng lại tại một quán ăn trên đường.

Biết rằng thời gian xe máy đi từ vị trí đèn tín hiệu đến quán ăn là 30 giây và vận tốc lớn nhất trên đoạn đường này là 54 km/h.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

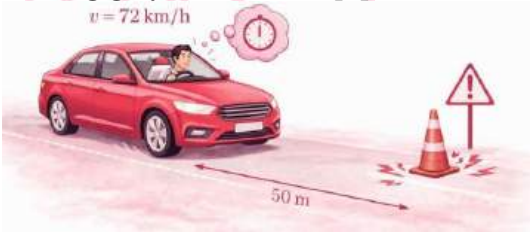
a) Quãng đường xe máy đi được từ lúc bắt đầu giảm tốc lần thứ nhất đến khi dừng hẳn tại vị trí đèn tín hiệu là 80 m.
b) Giá trị của hệ số b là 10.
c) Xe máy dừng hẳn tại vị trí đèn tín hiệu sau 10 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc lần thứ nhất.
d) Khoảng cách từ vị trí đèn tín hiệu đến vị trí quán ăn là 200 m.

Câu 8. Một ô tô đang di chuyển với tốc độ $20\left(m/s\right)$ thì người lái xe hãm phanh nên ô tô chạy chậm dần đều với gia tốc $a=-4\left(m/s^2\right)$ cho đến khi ô tô dừng hẳn.



a) Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động với vân tốc $v\left(t\right)=20-5t\left(m/s\right)$ cho đến khi ô tô dừng hẳn, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc hãm phanh.
b) Tốc độ của ô tô sau khi hãm phanh 2 giây là $10\left(m/s\right)$.
c) Sau khi hãm phanh 5 giây thì ô tô dừng hẳn.
d) Kể từ khi hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô đi được quãng đường $50\,m$.

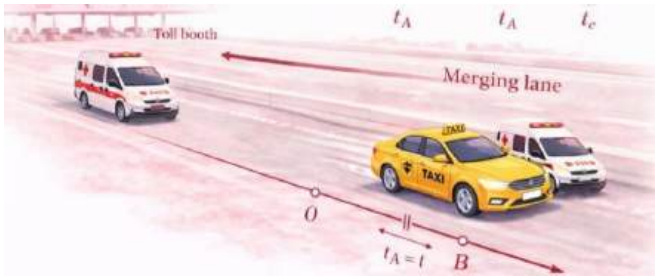
Câu 9. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $72\ km/h$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50\ m$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v\left(t\right)=-10t+20\ \left(m/s\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.



Gọi $s\left(t\right)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.
a) Quãng đường $s\left(t\right)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v\left(t\right)$.
b) $s\left(t\right)=-5t^2+20t$.
c) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.
d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

Câu 10. Một người điều khiển xe Taxi xuất phát từ trạm thu phí muốn nhập làn vào đường cao tốc, chuyển động tăng tốc với tốc độ $v\left(t\right)=-\dfrac{1}{180}t^2+\dfrac{116}{135}t$. Từ trạm thu phí đó, một xe Cứu thương cũng xuất phát, chuyển động thẳng cùng hướng với xe Taxi nhưng chậm hơn 1 giây so với xe Taxi và có gia tốc bằng a $\left(m/s^2\right)$ (a là hằng số). Sau khi xe Cứu thương xuất phát được 17 giây thì đuổi kịp xe Taxi. Biết rằng, xe Taxi nhập làn cao tốc sau 20 giây và cả hai xe duy trì sự tăng tốc trong 28 giây kể từ khi Taxi rời trạm thu phí.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



a) Quãng đường xe Taxi đi được từ trạm thu phí đến khi nhập làn khoảng 187 m.

b) Xe Cứu thương chuyển động với gia tốc $a=\dfrac{300}{289}\ \left(m/\mathrm{s}^2\right)$.

c) Vận tốc của xe Cứu thương tại thời điểm đuổi kịp xe Taxi khoảng $16\left(\mathrm{m/s}\right)$.

d) Trong khoảng thời gian kể từ lúc hai xe gặp nhau cho đến giây thứ 28 vận tốc trung bình của xe Cứu thương lớn hơn vận tốc trung bình của xe Taxi.

Câu 11. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v\left(t\right)=at+b\ \left(a,b\in\mathbb{R},a>0\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây tăng tốc và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24 s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong 24 giây đầu trong thời gian còn lại trên cao tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72 km/h.

c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m là 620 m.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5 s thì phát hiện chướng ngại vật cách đó 300 m, người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a\left(t\right)=-3\left(\mathrm{m/s}^2\right)$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật 10 m.

Câu 12. Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v\left(t\right)=5t\ \left(\mathrm{m/s}\right)$; trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được $6\left(s\right)$ người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-5\left(\mathrm{m/s}^2\right)$.

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm $10\left(s\right)$ tính từ lúc xuất phát là $10\ \left(\mathrm{m/s}\right)$.

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong $6\left(s\right)$ đầu tiên là 80 m.

c) Quãng đường S mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức $S=\int_0^6\left(30-5t\right)dt$.

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170 m.

Câu 13. Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v\left(t\right)=5+3t\left(m/s\right)$, với t là thời gian kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 32 giây thì máy bay cất cánh trên đường băng. Gọi $s\left(t\right)$ là quãng đường máy bay di chuyển được sau t giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) $v\left(t\right)=s'\left(t\right)$.

b) $s\left(t\right)=\dfrac{3}{2}t^2+5t+5$.

c) Quãng đường máy bay di chuyển được sau 4 giây kể từ khi bắt đầu chạy đà là 49 mét.

d) Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là 1696 mét.

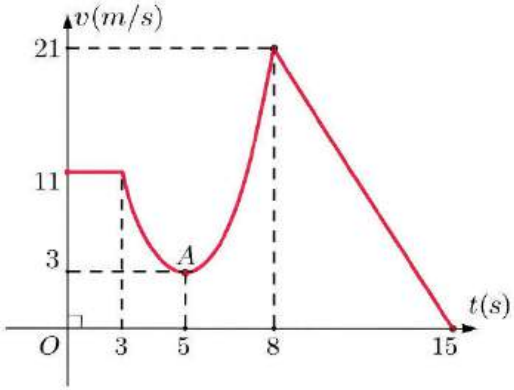
Câu 14. Cho một chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v\left(t\right)$, có đồ thị như hình vẽ bên. Trong đó đồ thị có dạng các đoạn thẳng tương ứng theo thời gian t giây khi $0\le t\le 3$ và $8\le t\le 15$, biết $v\left(t\right)$có dạng đường Parabol tương ứng thời gian t giây khi $3\le t\le 8$.

a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=15$ là $v\left(15\right)=21\left(m/s\right)$.

b) Quãng đường mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian 3 giây đầu $(0\le t\le 3)$ là $S=\int\limits_0^3 11\,\mathrm{d}t\ \ (m)$.

c) Quãng đường mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian 7 giây cuối $(8\le t\le 15)$ là $73,5\ m$.

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong thời gian t giây $(3\le t\le 8)$ thỏa mãn $v_{tb}<7\ \left(m/s\right)$.



Câu 15. Một người đang lái xe ô tô thì bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đầu xe $25m$, ngay lúc đó người lái xe đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v\left(t\right)=-10t+20\ \left(m/s\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

Gọi $s\left(t\right)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s\left(t\right)$ mà xe ô tô đi được trong t là một nguyên hàm của hàm số $v\left(t\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) $s(t) = -5t^2 + 20$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 16. Một ô tô đang chạy với vận tốc 16m/s thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50m. Người lái xe phản ứng một giây sau đó đạp phanh khẩn cấp.

Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Công thức biểu diễn hàm số $s(t)$ là $s(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 15t + 16$.

b) Thời gian kể từ khi ô tô đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng 3 giây.

c) Kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn đi chuyển được quãng đường là 38,5 m.

d) Xe ô tô không va chạm với chướng ngại vật

Câu 17. Trong đường đua, một chiếc xe công thức I bắt đầu chuyển động và nó tăng tốc với gia tốc $a\ (\text{m/s}^2)$ không đổi, khi vận tốc đạt 80 m/s thì xe chuyển động đều trong thời gian 56 giây; sau đó nó giảm vận tốc với gia tốc $b\ (\text{m/s}^2)$ không đổi cho đến khi dừng lại (a và b là các số dương). Biết rằng tổng thời gian chuyển động của xe là 74 giây.

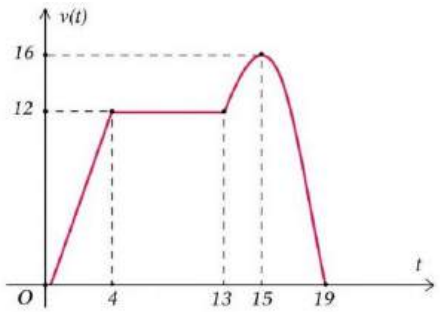
a) Thời điểm xe đạt vận tốc 80 m/s là $t_1 = \frac{80}{a}(s)$.

b) Quãng đường mà xe chuyển động với vận tốc không đổi bằng 4,5 km.

c) $\frac{40}{a} + \frac{40}{b} = 9$.

d) Tổng quãng đường xe đi được trong 74 giây là 5,6 km.

Câu 18. Một chất điểm chuyển động trong 19 giây với vận tốc $v(t)$ là hàm số phụ thuộc thời gian t có đồ thị như hình vẽ.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Tại thời điểm $t=19$ giây, vận tốc của chất điểm bằng 16 m/s.
b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 4 giây bằng 24m.
c) Trong khoảng thời gian từ 13 giây đến 19 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường parabol. Khi đó, $v(t)=-t^2+30t-209$.
d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến khi dừng lại bằng 204 m.

Câu 19. Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vân tốc $45km/h$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy song song với đường quốc lộ với vận tốc $60km/h$. Khi ô tô cách đuôi tàu $100m$ thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t)=2,5t+b(m/s)$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi đạt đến tốc độ tối đa cho phép $90km/h$ thì ô tô giữ nguyên vận tốc.

a) Giá trị của b bằng $12,5$.
b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là $5s$.
c) Khoảng cách giữa ô tô và đuôi tàu sau $3s$ là $51,25m$
d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là $15,75s$

Câu 20. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trong thành phố thì các xe khi dừng lại phải cách nhau một khoảng tối thiểu là 1m. Một xe máy di chuyển trên đường thì gặp đèn đỏ từ xa, người điều khiển xe máy đạp phanh và xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=10-5t(\text{m/s})$, trong đó là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Gia tốc tức thời của chuyển động này là $5(\text{m/s}^2)$.
b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe máy dừng hẳn là 2 giây.
c) Quãng đường xe máy đi được sau 0,5 giây kể từ lúc đạp phanh là 6 m.
d) Để giữ khoảng cách an toàn, người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng 11 m.

Câu 21. Một khinh khí cầu bay với độ cao tại thời điểm t là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t)=-0,12t^2+1,2t$ với $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát $(t=0)$ khinh khí cầu ở độ cao 520 m.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) $h\left(t\right)=-0,04t^3+0,6t^2\ \left(0\le t\le 29\right)$.

b) Tại thời điểm $t=3$ phút độ cao của khinh khí cầu là $524,32\,\text{m}$.

c) Độ cao tối đa của khinh khí cầu bay là $540\,\text{m}$.

d) Sau 15 phút từ khi xuất phát thì khinh khí cầu trở lại độ cao khi bắt đầu xuất phát.

Câu 22. Một cô gái đang điều khiển xe máy chạy trên đường thẳng với vận tốc $10\,\text{m/s}$ thì phát hiện chướng ngại vật lớn trên đường cách đó 50 mét. Cô gái phản ứng hai giây sau đó bằng cách đạp phanh cho xe dừng lại. Kể từ thời điểm này, xe máy chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-2\ \text{m/s}^2$.

a) Sau khi đạp phanh 5 giây thì xe dừng lại.

b) Sau khi đạp phanh, phương trình vận tốc chuyển động của xe là $v\left(t\right)=-2t+12$, với t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh.

c) Quãng đường xe đi được từ khi phát hiện chướng ngại vật đến khi đạp phanh là 20 mét.

d) Khi xe dừng, khoảng cách giữa xe và chướng ngại vật không quá 3 mét.

Câu 23. Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc $12,5\ m/s$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy cùng hướng và song song với đường quốc lộ với vận tốc $\dfrac{50}{3}m/s$. Khi ô tô cách đuôi tàu 100 mét thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v\left(t\right)=2,5t+b\ \left(m/s\right)$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi ô tô đạt đến vận tốc tối đa cho phép $25\ m/s$ thì ô tô giữ nguyên vận tốc.

a) Giá trị của b bằng $12,5$.

b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là 5 giây.

c) Sau 5 giây kể từ khi ô tô tăng tốc, ô tô đi được quãng đường nhỏ hơn quãng đường của tàu đi được.

d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là $15,75$ giây.

Câu 24. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1\left(t\right)=4t$, trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 6 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2\left(t\right)$ và gia tốc là $a=-4\ \left(\text{m/s}^2\right)$ cho đến khi dừng hẳn.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Khi đó:
a) Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 36 m.
b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.
c) Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 9 giây.
d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 120 m.

Câu 25. Một khinh khí cầu bay với độ cao tại thời điểm $t\left(0 \le t \le 29\right)$ là $h\left(t\right)$, trong đó t tính bằng phút, $h\left(t\right)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v\left(t\right) = at^2 + bt\left(a,b \in \mathbb{R}\right)$, với t tính bằng phút, $v\left(t\right)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát, khinh khi cầu ở độ cao 520 m và 5 phút sau khi xuất phát, khinh khí cầu đã ở độ cao 530 m. Khinh khí cầu sẽ trở lại độ cao khi xuất phát sau 15 phút.

a) $h\left(0\right) = 520$ m.

b) Độ cao của khinh khí cầu tại thời điểm $t\left(0 \le t \le 29\right)$ là $h\left(t\right) = \int_0^t v\left(t\right)\mathrm{d}t$.

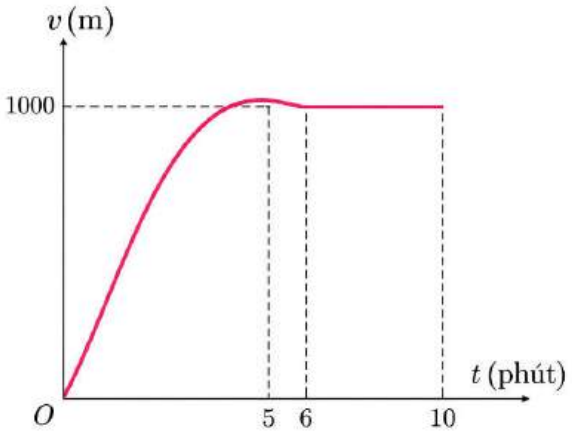
c) Giai đoạn khinh khí cầu tăng độ cao kéo dài trong 10 phút kể từ thời điểm xuất phát.
d) Độ cao tối đa của khinh khí cầu là 540 m.

Câu 26. Một người điều khiển xe máy với vận tốc $36\,\mathrm{km/h}$ thì phát hiện ở phía trước cách vị trí xe một đoạn 50 mét có một công trường đang thi công có gắn biển báo giới hạn tốc độ tối đa cho phép là $20\,\mathrm{km/h}$. Hai giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc với vận tốc $v_1(t) = at + b$ $\left(\mathrm{m/s}\right)\left(a,b \in \mathbb{R}, a < 0\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc độ. Khi xe máy vừa đến vị trí đặt biển báo thì tốc độ của xe máy bằng $18\,\mathrm{km/h}$ và giữ vận tốc $v_2(t_1) = mt_1 + n$, trong đó t_1 là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe máy vừa ra khỏi công trường. Biết rằng đúng 4 giây sau khi tăng tốc, xe máy đạt vận tốc $54\,\mathrm{km/h}$.

a) Quãng đường máy đi xe được từ khi phát hiện biển báo giới hạn tốc độ đến khi giảm tốc độ là $20\,\mathrm{m}$
b) Giá trị $b = 15$.
c) Xe máy đến đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép sau 4 giây kể từ khi giảm tốc.
d) Quãng đường xe máy đi được kể từ khi tăng tốc đến khi đạt vận tốc $54\,\mathrm{km/h}$ là $44\,\mathrm{m}$.

Câu 27. Vật thể chuyển động trong 10 phút với vận tốc là giá trị hàm số $v\left(t\right) = \begin{cases} at^2 + bt + c & \left(0 \le t \le 6\right) \\ m & \left(6 \le t \le 10\right) \end{cases}$, phụ thuộc vào thời gian t. Đồ thị của hàm số vận tốc như hình vẽ sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



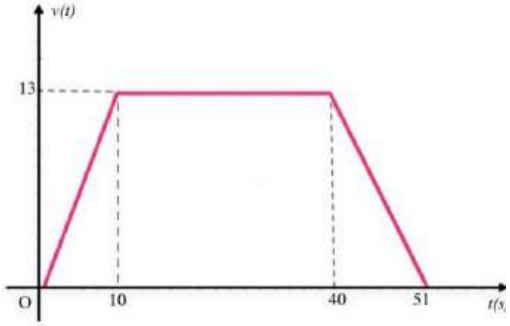
a) Trong khoảng từ phút thứ 6 đến phút thứ 10, vận tốc vật thể không thay đổi.

b) Quãng đường đi được của vật thể sau 6 phút đầu tiên là $\int_0^6 v(t)\,dt$.

c) $5a+b=20$.

d) Tổng quãng đường đi được của vật thể sau 10 phút đầu tiên là 8160m.

Câu 28. Tốc độ di chuyển v của một ca nô trong khoảng thời gian 51 giây được xác định như hình vẽ



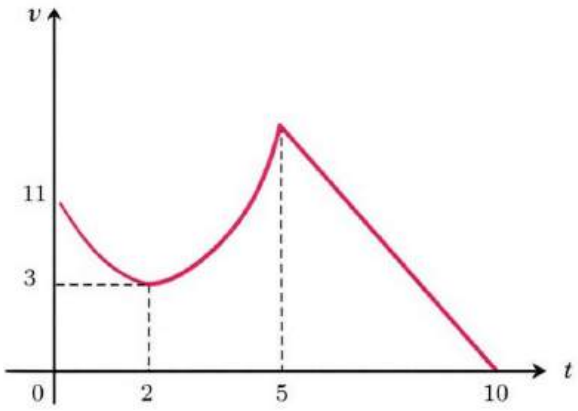
a) Tại thời điểm $t=10(s)$ vận tốc của ca nô là $13(m/s)$.

b) Từ thời điểm $40(s)$ đến $51(s)$ vận tốc của ca nô tăng.

c) Quãng đường ca nô đi được trong $10(s)$ đầu tiên là $\sqrt{269}(m)$.

d) Quãng đường ca nô đi được trong $51(s)$ đầu tiên là $526,5(m)$.

Câu 29. Một chất điểm chuyển động theo quy luật với tốc độ $v(t)(m/s)$, biết rằng $v(t)$ có dạng đường parabol (P) có đỉnh $I(2;3)$ khi $0\le t\le 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5\le t\le 10(s)$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $v(t)$, trục Ot, và hai đường thẳng $t=0, t=10$ là $\frac{395}{6}$.

b) Quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian từ giây thứ 5 đến giây thứ 10 là $\frac{385}{2}(m)$.

c) Quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 5 giây là $\frac{115}{3}(m)$

d) Phương trình parabol (P) là: $v(t)=2t^2-8t+10$.

Câu 30. Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0=50m/s$. Gia tốc của tên lửa phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t)=10-2t\left(m/s^2\right)$. Sau thời gian $10s$, tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc $a(t)=-9,8\left(m/s^2\right)$.

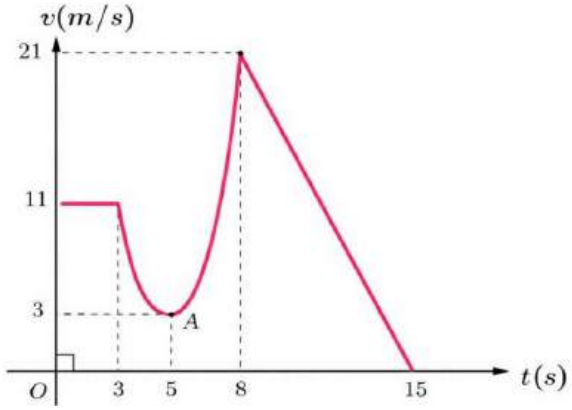
a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t=10s$ là $50m/s$.

b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t=10s$ là 660 m.

c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t=15s$.

d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được là 766 m.

Câu 31. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$, (m/s) có dạng đường thẳng khi $0\le t\le 3(s)$ và $8\le t\le 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3\le t\le 8(s)$



a) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5(m)$.

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_3=\int_0^3 11dt\ (m)$.

c) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 giây đến 8 giây thoản mãn $v_{tb}<7(m/s)$.

d) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=3$ là $v(3)=11(m/s)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 32. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{100}t^2+\frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A

a) Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t)=at$ trong đó t khoảng thời gian tính từ lúc B bắt đầu chuyển động.

b) Quãng đường chất điểm A đi được trong 10 giây đầu là $25\,m$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây đầu là $\frac{225}{2}m$.

d) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A là $25\,m/\mathrm{s}$.

Câu 33. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên. Giả sử vị trí $s(t)$ của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t được cho bởi công thức $s(t)=-t^3+9t^2-15t+2, t\geq 0$

a) Hàm vận tốc của chất điểm là $v(t)=-3t^2+18t-15$.

b) Vận tốc của chất điểm sau 2 giây là $9(m/s)$.

c) Vận tốc của chất điểm lớn nhất tại thời điểm $t=2$ giây.

d) Trong 6 giây đầu tiên chất điểm di chuyển được quãng đường là 20 mét.

Câu 34. Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t)=-5t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi dừng hẳn là 5 giây.

b) $v_0=20m/s$.

c) $\int(-5t+20)dt=\frac{-5t^2}{2}+20t+C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi dừng hẳn là 400m.

Câu 35. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $5m$. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t)=16-4t$. Khi đó:

a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là $4s$.

b) Quãng đường $s(t)$ mà ô tô A đi được trong thời gian t giây $(0\leq t\leq 4)$ kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $s(t)=\int_0^4 v(t)dt$.

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường $32m$.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là $37m$.

Câu 36. Một người đang điều khiển ô tô chạy trên đường cao tốc và muốn ra khỏi đường cao tốc. Khi cách lối ra 200 m, người đó điều khiển xe cho xe chuyển hướng sang làn đường giảm tốc, tốc độ của ô tô khi đó là 90 km / h. Bốn giây sau đó, người điều khiển ô tô bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc $v(t)=at+b$ $(a,b\in\mathbb{R}, a<0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc độ. Biết rằng, sau khi giảm tốc độ 5 giây thì ô tô đi vào lối ra.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Sau khi đi vào lối ra cao tốc, ô tô tiếp tục giảm tốc độ cho đến khi vận tốc còn 36 km / h thì duy trì ở vận tốc này.

a) Khi bắt đầu giảm tốc, khoảng cách của ô tô đến lối ra cao tốc là 100 m.

b) Giá trị của b là 90.

c) Vận tốc ô tô thời điểm đi vào lối ra là 54 km / h .

d) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 20 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc là 300 m.

Câu 37. Một xe ô tô đang chuyển động đều với vận tốc $72km/h$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật cách đó $50m$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-10t+20(m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.

a) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

b) Quãng đường $s(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của $v(t)$.

c) $s(t)=-5t^2+20t$.

d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

Câu 38. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $65\,\text{km/h}$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50\,\text{m}$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời đểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-10t+20(\text{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-5t^2+20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va chạm vào chướng ngại vật trên đường.

Câu 39. Một robot tự hành ở một cảng vận chuyển công nghệ cao bắt đầu di chuyển từ vị trí nghỉ tại điểm A. Robot di chuyển như sau: Trong giai đoạn đầu, robot tăng tốc đều từ vận tốc $0(m/s)$ đến $10(m/s)$ trong thời gian chưa biết t_1 giây theo hàm số vận tốc $v_1(t)=at$ (a gọi là gia tốc trong giai đoạn này, $a(m/s^2)$). Sau đó, robot tiếp tục di chuyển với vận tốc không đổi trong 40 giây. Cuối cùng, robot giảm tốc đều từ $10(m/s)$ và dừng lại đúng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

tại băng chuyền điểm B với thời gian t_2 giây theo hàm vận tốc $v_2(t) = 10 - bt$ (b gọi là gia tốc trong giai đoạn này, $b\left(m/s^2\right)$).

Toàn bộ quá trình vận chuyển diễn ra trong tổng thời gian là 70 giây. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu gia tốc $a = 0,5\left(m/s^2\right)$, thời gian tăng tốc t_1 bé hơn 21 giây.

b) Nếu gia tốc $b = 0,8\left(m/s^2\right)$, thời gian giảm tốc t_2 lớn hơn 13 giây.

c) $a + b \le \frac{5}{4}\left(m/s^2\right)$.

d) Tổng quãng đường mà robot đã di chuyển từ A đến B là $550\,m$.

Câu 40. Một chất điểm A chuyển động từ trạng thái nghỉ và xuất phát từ O, chuyển động thẳng, nhanh dần đều với gia tốc $a\left(m/s^2\right)$; 6 giây sau nó đạt đến vận tốc $12\left(m/s\right)$. Từ thời điểm đó chất điểm A chuyển động thẳng đều. Cũng từ trạng thái nghỉ một chất điểm B xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và chuyển động thẳng, nhanh dần đều với gia tốc $4\left(m/s^2\right)$.

a) Quãng đường chất điểm A đi được trong 6 giây đầu tiên là $36m$.

b) Quãng đường chất diểm B đi được trong t giây kể từ lúc B xuất phát là $S_B(t) = 2t^2$.

c) Quãng đường chất điểm A đi được từ lúc A xuất phát cho đến lúc gặp chất điểm B là $12T_0 + 36\,(m)$ trong đó T_0 là thời gian từ lúc chất điểm B xuất phát cho đến khi đuổi kịp chất điểm A.

d) Thời gian để B đuổi kịp A tính từ lúc B xuất phát lớn hơn 5 giây.

Câu 41. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $5\,m$. Một ô tô A đang chạy với vận tốc $16m/s$ thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$.

a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là $4s$.

b) Để khoảng cách an toàn thì ô tô A bắt đầu hãm phanh khi cách ô tô B ít nhất $37\,m$.

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường $32m$.

d) Quãng đường $s(t)$ mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \le t \le 4$) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $s(t) = \int_0^4 v(t)\,dt$.

Câu 42. Một đoàn tàu đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0,004t\left(m/s^2\right)$ và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 90 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a)Vận tốc của đoàn tàu là $v = 4.10^{-3}t^2\left(m/s\right)$.

b) Sau 90 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc $58,32\left(km/h\right)$.

c) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài $486\left(m\right)$. Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

d) Chiều dài của đoàn tàu là $l = 144\left(m\right)$.

Câu 43. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 mét. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v\left(t\right) = -10t + 20$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s\left(t\right)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s\left(t\right)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v\left(t\right)$.

b) $s\left(t\right) = -5t^2 + 20t$.

c) Xe ô tô đó va vào chướng ngại vật ở trên đường.

d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

Câu 44. Một vật đang ở nhiệt độ $100°C$ thì được đặt vào môi trường X có nhiệt độ $35°C$. Kể từ đó, nhiệt độ của vật giảm theo tốc độ $T'\left(t\right) = -130.e^{-2t}$, trong đó $T\left(t\right)$ là nhiệt độ tính theo $°C$ tại thời điểm t phút kể từ khi được đặt trong môi trường X. Khi đó:

a) Nhiệt độ của vật tại thời điểm $t = 2$ phút là $T\left(t\right) = \int\limits_0^2 T'\left(t\right)dt$.

b) Tốc độ giảm nhiệt độ của vật giảm dần theo thời gian.

c) $T\left(t\right) = \int\limits_0^2 T'\left(t\right)dt$ với $T\left(0\right) = 100$.

d) $T\left(t\right) = 65.e^{-2t} + 35$.

Câu 45. Giả sử lợi nhuận biên của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'\left(x\right) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P\left(x\right)$ là lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức:

$$P\left(x\right) = -0,0008x^2 + 10,4x.$$

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

c) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

Câu 46. Giả sử rằng khi tăng t năm tuổi, một máy công nghiệp A tạo ra doanh thu với tốc độ $R'\left(t\right) = 650 - 3t^2$, thời điểm $t = 0$ tính từ lúc máy A bắt đầu hoạt động. Biết rằng chi phí

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

biên cho vận hành và bảo trì là $C'(t) = 48 + 12t^2$, ở đây $C(t)$ là chi phí vận hành và bảo trì của máy A khi nó được t năm tuổi.

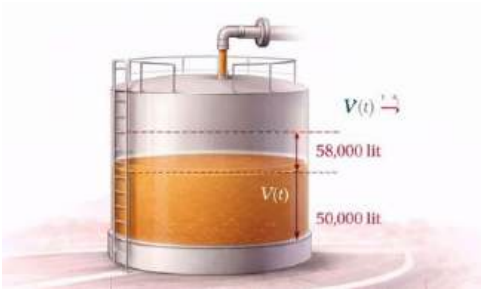
a) Doanh thu sau 12 năm của máy A là $\int_0^{12} (650 - 3t^2)\mathrm{dt}$.

b) Tổng chi phí vận hành và bảo trì của máy A trong 6 năm là 1152.

c) Tuổi thọ hữu ích của một máy là số năm T trước khi lợi nhuận mà nó tạo ra bắt đầu giảm. Tuổi thị hữu ích của máy A là 8 năm.

d) Lợi nhuận do máy A tạo ra trong suốt thời gian tuổi thọ hữu ích của nó là 2532.

Câu 47. Một bể chứa dầu ban đầu có 50.000 lít dầu. Gọi V là thể tích dầu trong bể tại thời điểm t, trong đó t tính theo giờ $(0 \le t \le 24)$. Trong quá trình bơm dầu vào bể, thể tích dầu tăng theo tốc độ được biểu diễn bởi hàm số $V'(t) = k.\sqrt{t}$, với k là hằng số dương.



Sau 4 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt 58.000 lít.

a) Hàm số $V(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k.\sqrt{t}$.

b) $V(t) = \frac{2k}{3}.t\sqrt{t} + C$ với $0 \le t \le 24$ và k, C là các hằng số.

c) Sau 16 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt được 148.000 lít.

d) Trong quá trình bơm dầu, nếu sau mỗi giờ lượng dầu bị rò rỉ đều đặn với tốc độ 500 lít/giờ, thì tại thời điểm t bằng 9 giờ, thể tích dầu trong bể là 72.500 lít.

Câu 48. Giả sử lợi nhuận biên của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

b) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

c) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức:

$$P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x.$$

d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 51,79 triệu đồng.

Câu 49. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x $(x \ge 0)$. Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 tỷ đồng.

a) Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số:

$$T(x) = -10x^2 + 300x + 10000.$$

b) Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12 tỷ 250 triệu đồng.

c) Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12 tỷ 250 triệu đồng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

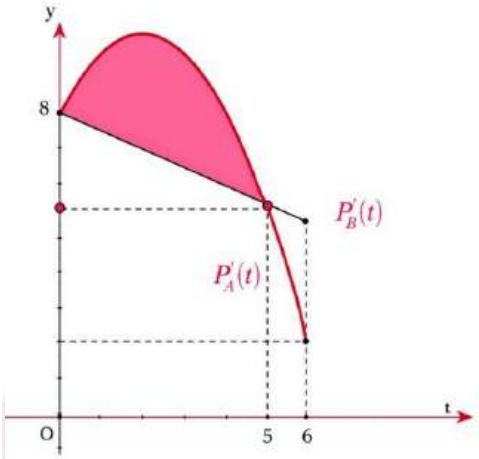
d) Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Câu 50. Thành phố X theo dõi tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực A và B trong thời gian 6 năm. Hình vẽ sau mô tả tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực trên trong 6 năm, với đơn vị trên trục Ot tính bằng năm, $t=0$ ứng với mốc từ đầu năm 2019. Đơn vị trên trục Oy biểu diễn ngàn người tăng thêm mỗi năm.

Khu vực A có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian được mô tả bởi hàm $P_A'(t)=-\frac{1}{2}t^2+2t+8$.

Khu vực B có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian được mô tả bởi hàm $P_B'(t)=a-\frac{1}{2}t$

Biết rằng $P_A(t)$, $P_B(t)$ lần lượt biểu diễn tổng số dân tăng thêm tại khu vực A và B sau t năm.



a) Tốc độ gia tăng dân số của khu vực A với $t=4$ là 8000.

b) Ta có $P_B(t)=8$ và $a=8$.

c) Dân số của khu vực A tăng thêm từ 0 đến 5 năm là 33 000.

d) Phần diện tích tô đậm trong hình vẽ biểu diễn sự chênh lệch dân số tăng thêm giữa hai khu vực trong giai đoạn từ 0 đến 5 năm là 9000 người.

Câu 51. Trong dây chuyền sản xuất sữa chua hiện đại của một nhà máy thực phẩm, từng giọt sữa chua âm thầm chuyển mình dưới tác động của hàng triệu vi khuẩn Lactic, những "nghệ nhân tí hon" kiến tạo vị chua thanh đặc trưng. Mật độ vi khuẩn tại thời điểm t được kí hiệu là $N(t)$. Ban đầu ($t=0$ giờ), mật độ vi khuẩn đo được là $N(0)=10$ triệu tế bào/ml.

Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng và độ pH nên tốc độ thay đổi mật độ vi khuẩn $N'(t)$ được mô hình hóa bởi công thức $N'(t)=18t-3t^2$ với t là thời gian tính bằng giờ ($0\le t\le 7$).

a) $N'(1)=15$ triệu tế bào/ml giờ.

b) $\int N'(t)dt=9t^2-t^3$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) So với lúc ban đầu ($t=0$), mật độ vi khuẩn đã tăng thêm 108 triệu tế bào/ml khi đến thời điểm $t=6$ giờ.
d) Tại thời điểm $t=7$ giờ, mật độ vi khuẩn trong 1 ml sữa chua là 108 triệu tế bào/ml.

Câu 52. Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t)=4t^3-72t^2+288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0\le t\le 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Tại thời điểm $t=2$ giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t)=t^4-24t^3+144t^2$.
b) Tại thời điểm $t=5$ giờ, lượng khách tham quan là 1325 người.
c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.
d) Tại thời điểm $t=13$ giờ, lượng khách tham quan là lớn nhất.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 53: Trên đường quốc lộ, một ôtô đang di chuyển với vận tốc $45\,km/h$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy song song với đường quốc lộ với vận tốc $60\,km/h$. Khi ô tô cách đuôi tàu $100\,m$ thì ôtô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t)=2,5t+b\,(m/s)$, với t là thời gian kể từ lúc ôtô bắt đầu tăng tốc.

Khi đạt đến tốc độ tối đa cho phép $90\,km/h$ thì ôtô giữ nguyên vận tốc.

a) Giá trị của b bằng $12,5$.

b) Thời gian ôtô đạt vận tốc tối đa cho phép là $5\,s$.

c) Khoảng cách giữa ô tô và đuôi tàu sau $3\,s$ là $51,25\,m$.

d) Thời gian ôtô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ôtô bắt đầu tăng tốc là $15,75\,s$.

Câu 54: Một nhóm kỹ sư đang thử nghiệm một loại khinh khí cầu sử dụng năng lượng mặt trời để bay lên không trung trong điều kiện không trọng lực tại một khu vực giả lập vũ trụ. Khinh khí cầu bắt đầu bay lên ở độ cao $50m$ tại thời điểm $t=0$. Sau khi kích hoạt hệ thống điều khiển, vận tốc bay lên của khinh khí cầu được lập trình theo thời gian như sau: $v(t)=-0,1t^3+0,8t^2(m/s)$.

Gọi $h(t)$ là độ cao của khinh khí cầu ở thời điểm t.

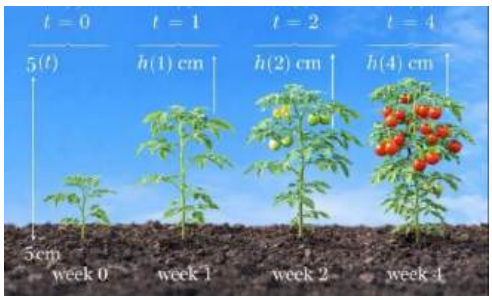
a) $h(t)=\dfrac{-t^4}{40}+\dfrac{t^3}{3}$, với $t\geq 0$.

b) Khinh khí cầu tiếp tục bay lên trong khoảng thời gian $8s$.

c) Độ cao nhất mà khinh khí cầu có thể bay lên được bằng $84,1m$

d) Khinh khí cầu đạt được vận tốc lớn nhất tại thời điểm $t=5,33s$.

Câu 55: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm. Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t)=-0,1t^3+t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Gọi $h(t)$, là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ t $(t \geq 0)$.

a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40cm.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua không vượt quá 90 cm.

Câu 56: Một vật đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t$ (m/s^2).

a) Gọi $v(t)$ là vận tốc của vật ở thời điểm t thì $v(t)$ là một nguyên hàm của $a(t) = t^2 + 4t$

b) $v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12$

c) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3(s)$ là 21 (m/s).

d) Quãng đường vật đi được trong $4(s)$ đầu tiên kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là $124(m)$.

Câu 57: Một ô tô đang chạy với vận tốc 80 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 55 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t + 55$.

c) Thời gian kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 4 giây.

d) Đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách chướng ngại vật một khoảng lớn hơn 12 m.

Câu 58: Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng để nhanh và phát triển chiều cao trước khi làm đòng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t $(t \geq 0)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

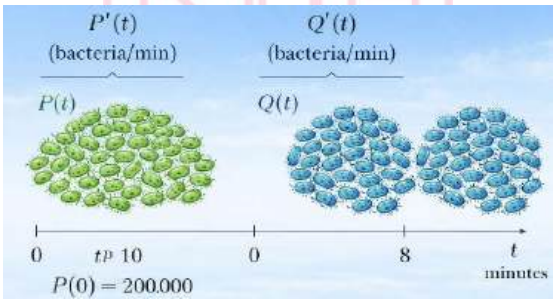
a) $h\left(t\right)=-\dfrac{1}{40}t^4+\dfrac{11}{30}t^3+20$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150cm .

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80cm .

Câu 59: Một quần thể vi khuẩn $\left(A\right)$ có số lượng cá thể là $P\left(t\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn $\left(A\right)$ thay đổi với tốc độ là $P'\left(t\right)=200\mathrm{e}^{0,1t}+150\mathrm{e}^{-0,03t}$. Lúc bắt đầu quan sát, quần thể $\left(A\right)$ có 200 000 vi khuẩn. Sau 12 phút, một quần thể vi khuẩn $\left(B\right)$ xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'\left(u\right)=400\mathrm{e}^{0,2u}$, với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn $\left(B\right)$ xuất hiện.



Sau khi vi khuẩn $\left(B\right)$ xuất hiện 8 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'\left(0\right)=0$.

b) $P\left(0\right)=200000$.

c) Sau 20 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn $\left(A\right)$ là 215 034 con .

d) Số lượng vi khuẩn $\left(B\right)$ ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 207000 con.

Câu 60: Trên quốc lộ, một môtô đang di chuyển từ Cần Thơ đến Sóc Trăng với vận tốc $50km/h$. Cùng lúc đó một ôtô đang di chuyển từ Sóc Trăng đến Cần Thơ với vận tốc $30km/h$, sau 6 phút di chuyển, thì ôtô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v\left(t\right)=\dfrac{25}{9}t+b\left(m/s\right)$, với t là thời gian kể từ lúc ôtô bắt đầu tăng tốc. Giả sử khi đạt đến tốc độ $60km/h$ thì ôtô giữ nguyên vận tốc.

a) Quãng đường xe mô tô đi được sau 10 phút là $5km$.

b) Giá trị của b là 30.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Thời gian ôtô bắt đầu tăng tốc cho đến khi đạt đến tốc độ $60km/h$ là 3 giây.

d) Biết quãng đường Sóc Trăng – Cần Thơ dài $60km$, sau khi ô tô gặp môtô thì ôtô di chuyển thêm $29km$ thì đến Cần Thơ.

Câu 61: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=5t(m/s)$, trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 8 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a=-4(m/s^2)$ cho đến khi dừng hẳn.

a) Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là $160m$.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là $40(m/s)$.

c) Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 9 giây.

d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là $360m$.

Câu 62: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50\,m$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-9t+18(m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-\dfrac{9}{2}t^2+18t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va chạm vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 63: Một người điều khiển ôtô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ôtô cách điểm nhập làn $230m$, tốc độ của ôtô là $54km/h$. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b,(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ôtô nhập làn cao tốc sau 10 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ôtô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $200m$.

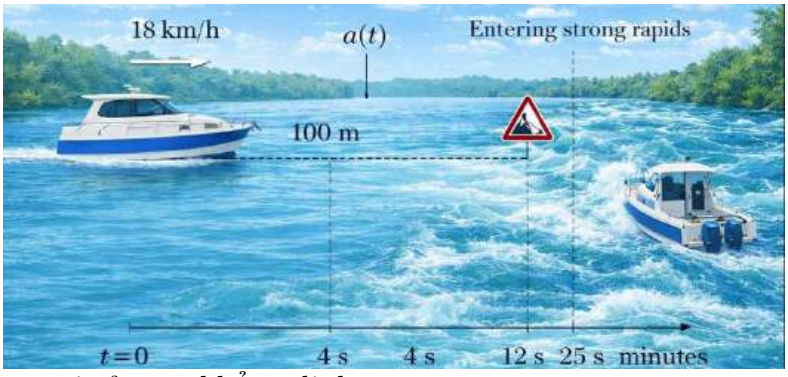
b) Giá trị của b^2+1799 là 2024.

c) Quãng đường $S(t)$ mà ôtô đi được trong thời gian 20 giây, kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^{20t} v(t)dt$.

d) Tốc độ của ôtô đạt được sau 20 giây tăng tốc là $90km/h$.

Câu 64: Một chiếc thuyền đang di chuyển trên sông và chuẩn bị nhập vào khu vực có dòng chảy mạnh. Khi thuyền cách điểm nhập khu vực này $100\,m$, tốc độ của thuyền là $18\,km/h$. Sau 4 giây, thuyền bắt đầu tăng tốc với gia tốc theo công thức $a(t)=k.t$, k là hằng số, t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Thuyền nhập khu vực có dòng chảy mạnh sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc này trong suốt 25 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Quãng đường thuyền đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập vào khu vực có dòng chảy mạnh là $80\,m$.

b) Giá trị $k=5$.

c) Tính quãng đường $S\left(t\right)$ mà thuyền đi được trong thời gian t giây, $\left(0\le t\le 25\right)$ kể từ khi bắt đầu tăng tốc, theo công thức $S\left(t\right)=\int_0^{25} v\left(t\right)dt$.

d) Sau 25 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, tốc độ của thuyền không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là $60\,km/h$.

Câu 65: Tốc độ trao đổi chất cơ bản của sinh vật có thể tăng hoặc giảm tùy thuộc vào hoạt động của sinh vật. Cụ thể, sau khi hấp thụ chất dinh dưỡng, sinh vật thường trải qua một sự tăng đột biến trong tốc độ trao đổi chất của nó, sau đó dần dần trở lại mức cơ bản. Bạn Hoa vừa kết thúc bữa tối trong buổi sinh nhật của mình và nạp vào mức năng lượng là $5120\,\text{J}$. Sau đó bạn đã tiêu hao hết số năng lượng đó trong vòng 12 giờ tiếp theo. Giả sử t giờ sau bữa ăn, bạn Hoa tiêu hao được $M\left(t\right)$, thì tốc độ tiêu hao năng lượng của bạn được mô phỏng bởi hàm số:

$$M'\left(t\right)=M_0+te^{-0,1t^2} \text{ với } t\in\left[0;12\right]$$

a) $M\left(t\right)=M_o t-5e^{-0,1t^2}+C$ với C là hằng số.

b) $M_0=0,01$.

c) Năng nượng còn lại sau 6 giờ đầu là $197\,\text{J}$.

d) Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình trong khoảng thời gian từ a đến b được tính bởi công thức $v_{tb}=\dfrac{M\left(b\right)-M\left(a\right)}{b-a}$. Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình từ 6 giờ đến 12 giờ của bạn Hoa là $32,76$.

Câu 66: Một chiếc xe ô tô đang chạy trên đường thì người lái xe phát hiện một chướng ngại vật, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước người lái xe đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài $22,5\left(\text{m}\right)$.

Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều theo phương trình $v\left(t\right)=25-5t$ trong đó v là vận tốc của ô tô sau khi phanh, t là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh $\left(0\le t\le 5\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

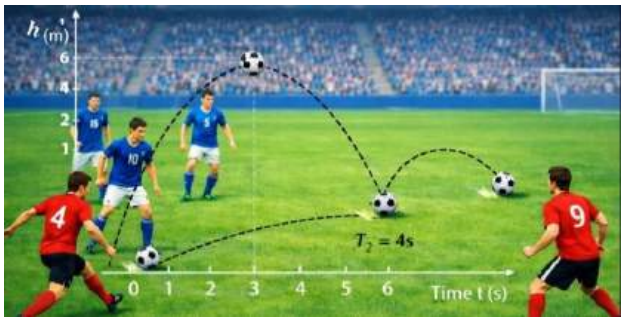
a) Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh là $25\left(\text{m/s}\right)$.

b) Ngay khi đạp phanh thì ô tô trên chưa chạy quá tốc độ .

c) Sau khi đạp phanh quãng đường ô tô di chuyển trong thời gian t là $s(t)=25t-\dfrac{5}{2}t^2\left(m\right)$.

d) Thời điểm xảy ra va chạm cách thời điểm bắt đầu đạp phanh 4 giây.

Câu 67: Trong một trận bóng đá, một cầu thủ hậu vệ A đang có bóng ở phần sân nhà và quyết định chuyền bóng cho tiền đạo B của đội mình. Giả sử tại thời điểm ban đầu $t=0$, quả bóng bắt đầu rời chân hậu vệ A, Do đường chuyền bị lỗi nên sau khi chuyền, quả bóng bay lên và chạm mặt sân lần đầu tiên ở giây thứ tư, rồi lại bay lên và chạm mặt sân lần thứ hai ở giây thứ sáu.



Độ cao tính bằng mét của quả bóng so với mặt đất ở giây thứ t, $\left(0\le t\le 6\right)$ được cho bởi hàm số liên tục:

$$h\left(t\right)=\begin{cases}-t^2+at & \text{khi } 0\le t\le 4\\ -2t^2+bt+c & \text{khi } 4<t\le 6\end{cases}.$$

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

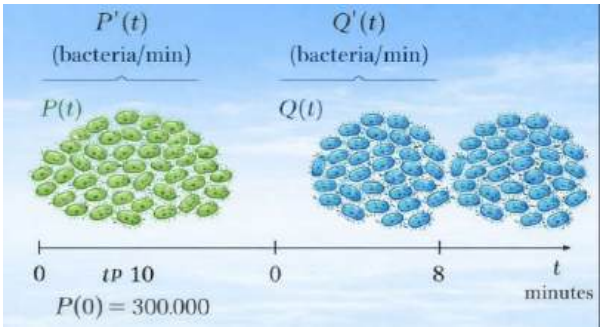
a) $h\left(4\right)=h\left(6\right)$.

b) $a=3,\ b=-2,\ c=2$.

c) $h'\left(2\right)=h'\left(5\right)$.

d) Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được so với mặt sân trong 6 giây đầu là 3 mét.

Câu 68: Một quần thể vi khuẩn $\left(A\right)$ có số lượng cá thể là $P\left(t\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn $\left(A\right)$ thay đổi với tốc độ là $P'\left(t\right)=300\text{e}^{0,1t}+200\text{e}^{-0,04t}$. Lúc bắt đầu quan sát, quần thể $\left(A\right)$ có $300\,000$ vi khuẩn. Sau 15 phút, một quần thể vi khuẩn $\left(B\right)$ xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'\left(u\right)=500\text{e}^{0,2u}$, với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn $\left(B\right)$ xuất hiện.



Sau khi vi khuẩn $\left(B\right)$ xuất hiện 9 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'\left(0\right)=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) $P\left(0\right)=300000$.

c) Sau 24 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn $\left(A\right)$ là 333155 con .

d) Số lượng vi khuẩn $\left(B\right)$ ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 320000 con.

Câu 69: Người ta ước tính rằng số lượng cá thể của một loài có nguy cơ tuyệt chủng vẫn còn trong tự nhiên t năm sau khi chính sách bảo vệ được thiết lập có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N\left(t\right)=\dfrac{600}{1+3e^{-0,02t}}$, $t\geq 0$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Số lượng cá thể của loài đó tại thời điểm khi bắt đầu thiết lập chính sách bảo vệ là 150 con.

b) Sau khi chính sách bảo vệ được thiết lập, số lượng cá thể của loài đó lúc đầu tăng nhưng sau đó sẽ giảm dần.

c) Cần ít nhất 50 năm kể từ khi chính sách bảo vệ được thiết lập để số lượng cá thể của loài đó sẽ vượt mức 300 con.

d) Số lượng cá thể của loài đó không bao giờ vượt quá 600 con.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

12 CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 15

THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 15 §14. CÂU TRẢ LỜI ĐÚNG SAI THỐNG KÊ-XÁC SUẤT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ, PHƯƠNG SAI, ĐỘ LỆCH CHUẨN

1. Tứ phân vị thứ k, kí hiệu là Q_k với $k=1,2,3$: $Q_k = u_m + \dfrac{\frac{kn}{4}-C}{n_m}.\left(u_{m+1}-u_m\right)$

✓ $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ là cỡ mẫu; + $\left[u_m;u_{m+1}\right)$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

✓ $C = n_1 + n_2 + \ldots + n_{m-1}$; + n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

2. Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

3. Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{1}{n}\left(n_1c_1 + n_2c_2 + \ldots + n_kc_k\right)$.

4. Phương sai: $S^2 = \dfrac{1}{n}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)^2 + n_2\left(c_2-\overline{x}\right)^2 + \ldots + n_k\left(c_k-\overline{x}\right)^2\right]$

Hoặc $S^2 = \dfrac{1}{n}\left(n_1c_1^2 + n_2c_2^2 + \ldots + n_kc_k^2\right) - \overline{x}^2$

5. Độ lệch chuẩn: $\sqrt{S^2}$

XÁC SUẤT ĐIỀU KIỆN

1. Xác suất điều kiện: $P\left(A\middle|B\right) = \dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}$

2. Công thức nhân xác suất: $P\left(A\cap B\right) = P\left(A\right).P\left(A\middle|B\right) = P\left(B\right).P\left(A\middle|B\right)$

3. Công thức xác suất toàn phần: $P\left(A\right) = P\left(B\right).P\left(A\mid B\right) + P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)$ hoặc

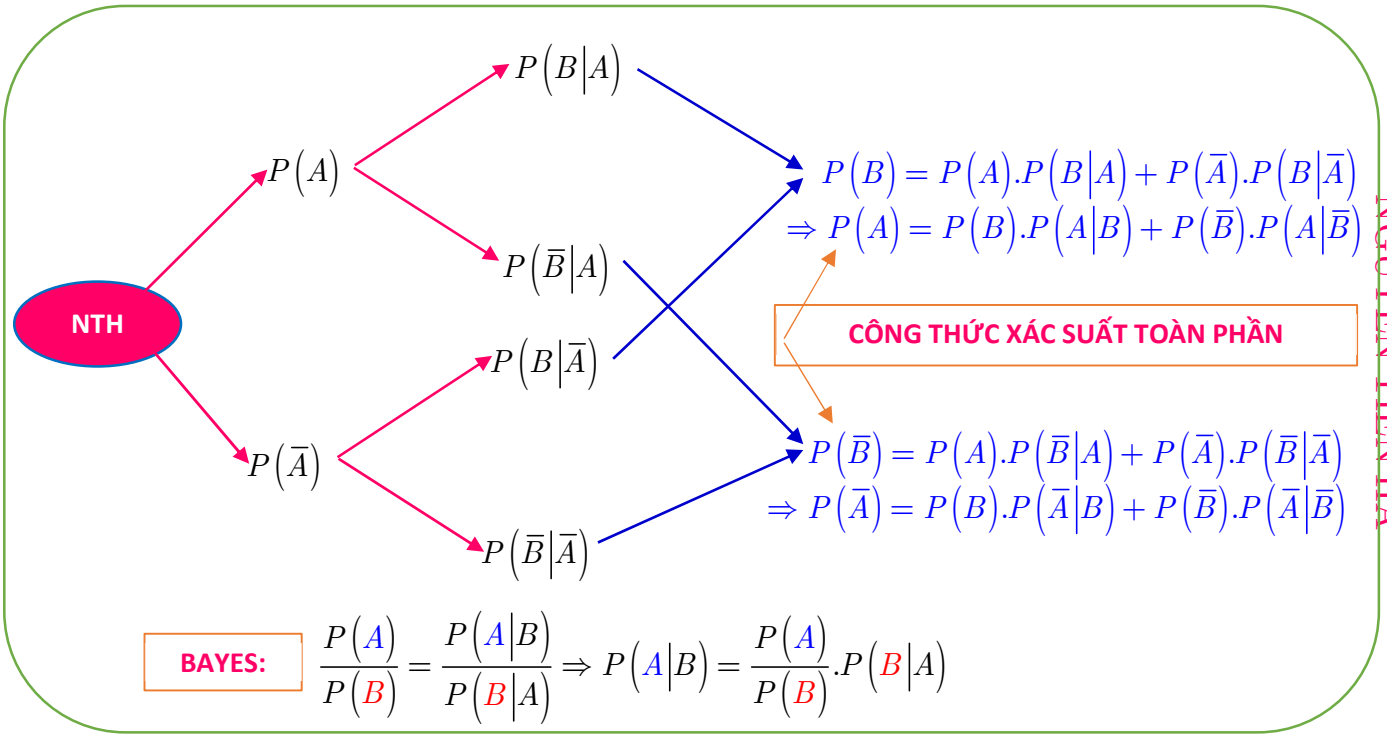
$P\left(B\right) = P\left(A\right).P\left(B\mid A\right) + P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid\overline{A}\right)$

4. Công thức Bayes:

$$P\left(B\mid A\right) = \frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(A\right)} \text{ hoặc } P\left(B\mid A\right) = \frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right) + P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)}$$

NGUYỄN TIẾN HÀ

CÂY CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN & CÔNG THỨC BAYES



B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

6 Câu hỏi trích từ đề thi của Bộ GD 2025

Câu 1: **(Đề tham khảo BGD 2025)** Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".
Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P(B) = \frac{21}{40}$ và $P(\overline{B}) = \frac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Một phần mềm nhận dạng tin nhắn quảng cáo trên điện thoại bằng cách dựa theo từ khóa để đánh dấu một số tin nhắn được gửi đến. Qua một thời gian dài sử dụng, người ta thấy rằng trong số tất cả tin nhắn gửi đến, có 20% số tin nhắn bị đánh dấu. Trong số các tin nhắn bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn không phải quảng cáo. Trong các tin nhắn không bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn là quảng cáo.

Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại.

a) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu là 0,8.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng $0,95$.

c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $0,76$.

d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, nhỏ hơn $0,95$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 3: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Một phần mềm nhận dạng tin nhắn quảng cáo trên điện thoại di động bằng cách dựa theo từ khóa để đánh dấu một số tin nhắn được gửi đến. Qua một thời gian dài sử dụng, người ta thấy rằng trong số tất cả tin nhắn gửi đến, có 10% số tin nhắn bị đánh dấu. Trong số các tin nhắn bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn không phải là quảng cáo. Trong số các tin nhắn không bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn là quảng cáo.

Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại.

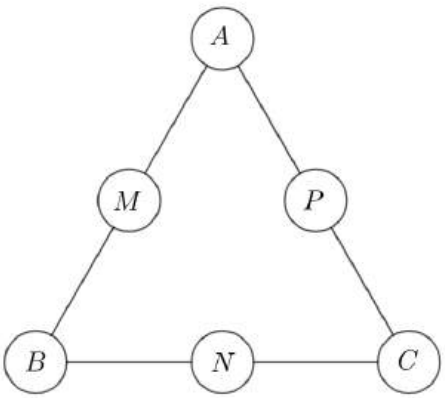
a) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu bằng $0,9$.

b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng $0,8$

c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $0,82$.

d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, lớn hơn $0,95$.

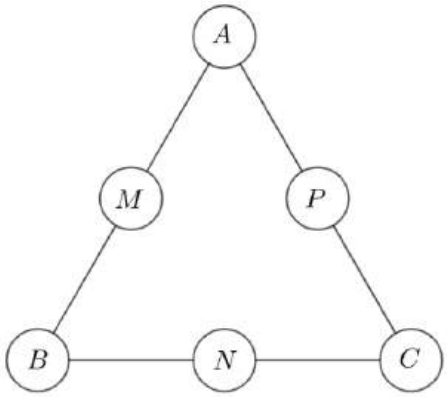
Câu 4: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Bạn Nam tham gia cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chọn ra sáu số từ tập $S=\{21;22;23;24;25;26;27;28;29\}$ và sắp xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A,B,C,D,M,N,P như hình bên dưới sao cho mỗi vị trí chỉ được sắp xếp một số.



Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí $(A,M,B);(B,N,C);(C,P,A)$ tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Gọi xác xuất bạn Nam giải được mật thư ở lần chọn và xếp đó là . Giá trị $\dfrac{2}{a}$ bằng bao nhiêu?

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 5: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Bạn Nam tham gia cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chon ra sáu số từ tập $S=\{31;32;33;34;35;36;37;38;39\}$ và xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A,B,C,M,N,P như hình bên sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một số. Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí $(A,M,B);(B,N,C);(C,P,A)$ tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Gọi xác suất để bạn Nam giải được mật thư ở lần chọn và xếp đó là a. Giá trị của $\dfrac{3}{a}$ bằng bao nhiêu?



Câu 6: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Có bốn ngăn được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4 và tám quyển sách khác nhau. Bạn An xếp hết tám quyển sách nói trên vào bốn ngăn đó sao cho mỗi ngăn có ít nhất một quyển sách và các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng ngang với gáy sách quay ra ngoài ở mỗi ngăn. Khi đã xếp xong tám quyển sách, hai cách xếp của bạn An được gọi là giống nhau nếu chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây:

+ Với từng ngăn, số lượng quyển sách ở ngăn đó là như nhau trong cả hai cách xếp;

+ Với từng ngăn, thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách được xếp là như nhau trong cả hai cách xếp.

Gọi T là số cách xếp đôi một khác nhau của bạn An. Giá trị của $\dfrac{T}{600}$ bằng bao nhiêu?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7. Khảo sát 200 người xem bộ phim hoạt hình về thể loại trinh thám vừa được phát hành cho thấy 140 người xem là trẻ em và 60 người xem là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2; 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Trong số những người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2; 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2.

Gọi A là biến cố: "Người được chọn là trẻ em".
B là biến cố: "Người được chọn yêu thích bộ phim".
C là biến cố: "Người được chọn sẽ đi xem tiếp phần 2".
Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim.

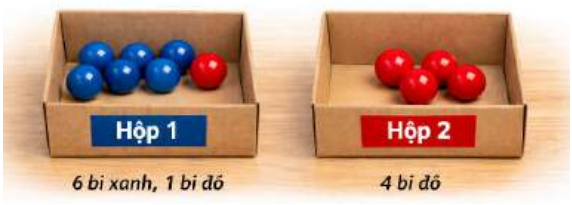
a) $P\left(A\right)=0,7;P\left(\overline{A}\right)=0,3.$

b) $P\left(B\mid A\right)=0,56.$

c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn 0,85.

d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,37 .

Câu 8. Hộp thứ nhất chứa 6 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai chọn ra ngẫu nhiên 2 viên bi.



a) Xác suất để 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có cùng màu là $\dfrac{3}{7}$.

b) Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có cùng màu là $\dfrac{23}{49}$.

c) Số cách chọn 3 viên bi từ hộp thứ nhất là C_{11}^{3}.

d) Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu, xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có cùng màu bằng $\dfrac{12}{23}$.

Câu 9. Trước 3 tiếng khi diễn ra trận Derby thành Manchester giữa MU-MC. Người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 100 người hâm mộ của MU về việc có nên xem trận đấu đó hay không. Kết quả cho thấy rằng 75 người trả lời sẽ xem, 25 người trả lời sẽ không xem. Nhưng thực tế cho thấy rằng tỉ lệ người hâm mộ MU thực sự xem trận đấu tương ứng với những cách trả lời "có xem" và "không xem" là 80% và 20%.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu".
Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu".

a) $P\left(AB\right)=0,6$.

b) Tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là 72,5%.

c) Trong số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem có 17% người trả lời không xem khi được phỏng vấn.

d) Trong số những người mặc áo đội bóng có 30% người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu biết rằng số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu mặc áo đội bóng là 14 người.

Câu 10. Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và khả năng thắng thầu của dự án 2 là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án 1".
Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án 2".
Khi đó:

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng $0,7$.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là $0,75$.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là $0,25$.

Câu 11. Một trường THPT Chuyên cử một đội tuyển gồm 90 học sinh tham dự kỳ thi Học sinh giỏi cấp Quốc gia. Đội tuyển có cả học sinh nam và học sinh nữ. Sau kỳ thi, kết quả thống kê cho thấy có 85 học sinh đạt huy chương. Thông tin chi tiết như sau:
+ Trong tổng số 90 học sinh, có 50 học sinh nam và 40 học sinh nữ.
+ Trong số 85 học sinh đạt huy chương, có 48 học sinh nam.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ đội tuyển sau khi cuộc thi kết thúc.

a) Xác suất chọn được một học sinh nữ là $\frac{4}{9}$.

b) Xác suất chọn được một học sinh nam đạt huy chương là $\frac{7}{15}$.

c) Biết rằng học sinh được chọn là nam, xác suất học sinh đó đạt huy chương là $\frac{24}{25}$.

d) Biết rằng học sinh được chọn đã đạt huy chương, xác suất học sinh đó là nữ là $\frac{37}{85}$.

Câu 12. Xác suất để công ty X thuê một trong hai công ty vệ tinh A và B tư vấn lần lượt là $0,4$ và $0,6$. Theo kinh nghiệm khả năng X phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là $0,05$ và $0,03$.

a) Xác suất để X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là $0,038$.

b) Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là $0,4737$.

c) Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty B tư vấn là $0,5263$.

d) Biết X không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là $0,395$.

Câu 13. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác xuất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác xuất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10% . Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ .

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là $0,6$.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là $0,075$.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn .

d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là $0,6$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%. Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm". Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

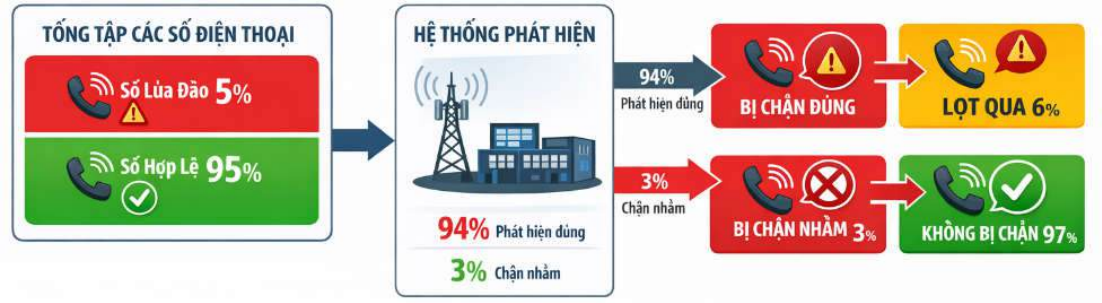
a) Xác suất $P\left(B\right)=\dfrac{21}{40}$ và $P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P\left(A\mid B\right)=0,3$.

c) Xác suất $P\left(A\right)=0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn .

Câu 15. Một nhà mạng viễn thông đang triển khai hệ thống phát hiện và chặn các số điện thoại thực hiện cuộc gọi lừa đảo. Tuy nhiên, do hệ thống chưa hoàn hảo, nó có thể chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ hoặc bỏ sót một số điện thoại lừa đảo. Hệ thống hoạt động với các thông số sau:
+Tỷ lệ số điện thoại lừa đảo trong hệ thống: 5% .
+Xác suất hệ thống phát hiện đúng và chặn một số điện thoại lừa đảo: 94%.
+Xác suất hệ thống chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ : 3%.



Chọn ngẫu nhiên một số điện thoại đã được thử nghiệm hệ thống.
a) Biết rằng số điện thoại đó là số lừa đảo, xác suất để số điện thoại đó bị chặn là 0.94.

b) Xác suất để một số điện thoại bất kỳ bị chặn là $\dfrac{151}{2000}$.

c) Biết rằng một số điện thoại bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số lừa đảo bằng $\dfrac{90}{151}$

d) Biết rằng một số điện thoại không bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số hợp lệ bằng $\dfrac{1813}{1849}$.

Câu 16. Bạn Hoàng Huy chọn ngẫu nhiên một bóng đèn led trên quầy. Trên quầy có hai loại đèn màu trắng và màu vàng có hình thức và kích thước như nhau. Trong đó màu trắng chiếm 60%. Bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 3%, bóng đèn màu vàng có tỉ lệ hỏng là 2%.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Xác suất để Huy chọn được

a) Một bóng đèn màu vàng là 0,6.

b) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là 0,97.

c) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là 0,98.

d) Một bóng đèn không hỏng là 0,974.

Câu 17. Một công ty truyền thông đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của dự án thứ nhất là $0,6$ và dự án thứ hai là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là $0,4$. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án thứ nhất và dự án thứ hai.

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng một dự án là $0,3$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất, xác suất công ty thắng thầu dự án thứ hai là $0,4$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án thứ nhất, xác suất công ty thắng thầu dự án thứ hai là $0,25$.

Câu 18. Một nhà máy có hai phân xưởng A và B tương ứng làm ra 60% và 40% sản phẩm của nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng A và B lần lượt là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

a) Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là 0,98.

b) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là 0,006.

c) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là 0,014.

d) Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là $\frac{4}{7}$.

Câu 19. Một túi chứa ba đồng xu công bằng và một đồng xu có hai mặt ngửa . Một đồng xu được chọn ngẫu nhiên từ túi và được gieo để xem mặt hiện ra là ngửa hay sấp.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Xác suất để đồng xu fair coin được chọn và mặt sấp xuất hiện bằng $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{5}{8}$.

c) Nếu biết mặt ngửa đã xuất hiện, xác suất đồng xu có hai mặt ngửa đã được chọn bằng $\frac{3}{5}$.

d) Nếu gieo đồng xu lần đầu xuất hiện mặt ngửa, xác suất để khi gieo đồng xu đó lần thứ hai vẫn xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{7}{10}$.

Câu 20. Trong một lô sản phẩm có 3 hộp loại I và 5 hộp loại II. Biết rằng trong mỗi hộp loại I có 97 sản phẩm tốt và 3 phế phẩm, trong mỗi hộp loại II có 95 sản phẩm tốt và 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô sản phẩm đó một hộp, rồi từ hộp đó lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai sản phẩm.

a) Xác suất để hộp được chọn là hộp loại I bằng $\frac{3}{8}$.

b) Nếu hộp được lấy ra là hộp loại I thì xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{776}{825}$.

c) Xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{1833}{2000}$.

d) Biết rằng trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm, xác suất để hộp lấy ra là hộp loại I bằng $\frac{203}{2475}$.

Câu 21. Khảo sát những người xem bộ phim hoạt hình vừa được phát hành cho thấy 70% người xem là trẻ em và 30% là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2; 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không đi xem tiếp phần 2. Trong số ngừng người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2; 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim.

a) Biết người được chọn là trẻ em, xác suất để người đó yêu thích bộ phim là 0,56.

b) Xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,59.

c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn 0,85.

d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,37 .

Câu 22. Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau đây:

	Mắc ung thư phổi	Không mắc ung thư phổi
Hút thuốc lá	1124 người	1126 người
Không hút thuốc lá	276 người	7474 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10000 người được khảo sát.

a) Xác suất để người đó hút thuốc lá là 14% .

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80% .

c) Xác suất để người đó bị ung thư phổi là 14% .

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần so với người không hút thuốc lá.

Câu 23. Một nghiên cứu tại một trường đại học cho biết tỉ lệ sinh viên dùng cà phê để duy trì tỉnh táo khi học vào ban đêm là 70% . Giả sử chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên từ nhóm khảo sát trên để phỏng vấn.

a) Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là 0,343 .

b) Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê là 0,657 .

c) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê là 0,189 .

d) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê lớn hơn 0,45 .

Câu 24. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25% .

a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55% .

b) Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5% .

c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5% .

d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8% .

Câu 25. Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người
cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Có 70% người bị bệnh tiểu đường bị bệnh cao huyết áp và 25% người không bị bệnh tiểu đường bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4 .

b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là 0,7

c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là 0,8 .

d) Xác suất chọn được người không bị bệnh tiểu đường, biết người đó bị bệnh huyết áp cao là 0,25 .

Câu 26. Trong một cuộc khảo sát tình trạng công việc trên 900 người chỉ có bằng tốt nghiệp THPT tại một địa phương, người ta thu được số liệu như bảng dưới đây

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Tính trạng / Giới tính	Có việc làm	Thất nghiệp
Nam	460	40
Nữ	140	260

Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm này. Khi đó

a) Xác suất để chọn được một nam là $\frac{5}{9}$.

b) Xác suất để chọn được một người có việc làm là $\frac{2}{3}$.

c) Tại địa phương này, nếu chỉ có bằng tốt nghiệp THPT thì tỉ lệ nữ thất nghiệp sẽ cao hơn nam. Khảo sát cho thấy xác suất để một người thất nghiệp khi người đó là nữ cao gấp 7 lần xác suất để một người thất nghiệp khi người đó là nam.

d) Biết rằng đã chọn được một người có việc làm, xác suất để người này là nữ là $\frac{7}{30}$.

Câu 27. Giả sử có một đồng xu cân bằng và một đồng xu thiên lệch mà mặt ngửa xuất hiện với xác suất $\frac{3}{4}$. Một người chơi ngẫu nhiên chọn một trong hai đồng xu và tung nó ba lần. Gọi A là biến cố: "Người chơi chọn đồng xu cân bằng", B là biến cố: "Ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa".

a) $P(A)=\frac{1}{2}$.

b) $P(B \mid A)=\frac{3}{8}$.

c) Xác suất để người đó chọn được đồng xu cân bằng biết rằng kết quả ba lần tung đều xuất hiện mặt ngửa là $0,25$.

d) Biết rằng đồng xu được chọn tung ba lần đều xuất hiện mặt ngửa, xác suất người chơi đó tung lần thứ tư tiếp tục xuất hiện mặt ngửa là $0,69$.

Câu 28. Một nghiên cứu đã chỉ ra rằng tỉ lệ người lao phổi trong nhóm X những người mắc phải hội chứng suy giảm miễn dịch H là $15,2\%$. Kết quả nghiên cứu về một số triệu chứng lâm sàng như có ho trong vòng bốn tuần, hoặc có bị sốt trong vòng bốn tuần, hoặc ra mồ hôi ban đêm từ ba tuần trở lên của nhóm X cho thấy: trong số những người mắc bệnh lao phổi, có $93,2\%$ trường hợp có ít nhất một triệu chứng; trong số những người không mắc bệnh lao phổi, có $35,8\%$ trường hợp không có triệu chứng nào.

a) Gặp ngẫu nhiên một bệnh nhân thuộc nhóm X, xác suất bệnh nhân bị lao phổi là $0,152$

b) Gặp được bệnh nhân không mắc bệnh lao phổi, xác suất bệnh nhân đó có ít nhất một triệu chứng trên là $0,358$.

c) Có 70% bệnh nhân thuộc nhóm X có ít nhất một triệu chứng trên .

d) Trong số những bệnh nhân có ít nhất một triệu chứng trên, có 21% người mắc bệnh lao phổi .

Câu 29. Ba người bạn An, Bảo và Châu đều muốn đi xem một trận bóng đá. Khả năng mỗi người đi được phụ thuộc vào các yếu tố sau:

An: Nếu trời không mưa, **An** có 70% khả năng đi xem bóng đá. Nếu trời mưa, khả năng này giảm xuống còn 40%. Theo dự báo thời tiết, khả năng trời mưa trong ngày diễn ra trận đấu là 30%. Việc **An** đi xem bóng đá hoàn toàn phụ thuộc vào thời tiết.

Bảo: Việc **Bảo** đi xem bóng đá hoàn toàn phụ thuộc vào việc **An** có đi hay không. Nếu **An** đi, **Bảo** có 80% khả năng đi. Nếu **An** không đi, **Bảo** chắc chắn sẽ không đi.

Châu: **Châu** là một người rất độc lập. Khả năng **Châu** đi xem bóng đá không phụ thuộc vào việc **An** và **Bảo** có đi hay không. **Châu** có 60% khả năng đi xem bóng đá.

a) Nếu trời không mưa, khả năng **An** không đi xem đá bóng là 30%.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Xác suất **An** đi xem đá bóng là 0,61.
c) Xác suất **Bảo** không đi xem đá bóng là 0,51.
d) Xác suất để ít nhất hai trong ba người bạn cùng đi xem trận bóng đá là 0,5612.

Câu 30. Trong một hộp đựng 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng và 10 quả cầu chứa phiếu không có thưởng . Hai bạn Bình, An lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi bạn một quả. Bạn Bình lấy trước, bạn An lấy sau.

a) Xác suất bạn Bình lấy được quả cầu chứa thưởng là $\frac{1}{2}$.

b) Biết bạn Bình đã lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

c) Xác suất để cả hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{21}$.

d) Biết bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

Câu 31. Trường THPT X có 800 học sinh, trong đó có 360 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao. Trong số các học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao của trường có 188 học sinh biết bơi. Trong số các học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ thể thao có 132 học sinh biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X.
Gọi A là biến cố: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao".
Gọi B là biến cố: "Chọn được học sinh biết bơi".

a) Xác suất $P\left(A\right)=0,45$.

b) Xác suất có điều kiện $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,2$.

c) Xác suất $P\left(B\right)=0,45$.

d) Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao mà học sinh đó biết bơi bằng $0,58$.

Câu 32. Có 10 hộp bi trong đó có 2 hộp bi loại I và 8 hộp bi loại II, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Mỗi hộp bi loại I có 4 bi trắng và 6 bi đỏ, mỗi hộp bi loại II có 8 bi trắng và 2 bi đỏ. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một hộp bi rồi từ hộp đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi.

a) Xác suất để bạn Nam lấy được hộp bi loại II là $\frac{4}{5}$.

b) Biết rằng bạn Nam lấy được hộp bi loại II, xác suất để viên bi lấy ra có màu đỏ bằng $\frac{1}{4}$

c) Xác suất để bạn Nam lấy được viên bi màu đỏ bằng $\frac{7}{25}$.

d) Khi bạn Nam lấy được một viên bi màu đỏ thì xác suất để viên bi đó được lấy ra từ hộp II bằng $\frac{8}{25}$.

Câu 33. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ, hộp thứ hai chứa 6 viên xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là xanh", B là biến cố "Hai viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là xanh".

a) Xác suất của biến cố A là $\frac{1}{4}$.

b) Xác suất của biến cố B là $\frac{15}{22}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $\frac{7}{22}$.

d) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp thứ nhất là $\frac{11}{70}$.

Câu 34. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi trong hộp.

a) Xác suất chọn được viên bi màu vàng có đánh số bằng 18,57%.

b) Xác suất chọn được viên bi màu đỏ bằng 62,5%.

c) Xác suất chọn được viên bi không đánh số bằng 43,75%.

d) Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số, xác suất để viên bi đó là bi đỏ thấp hơn xác suất viên bi đó là bi vàng.

Câu 35. Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ . Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố: "Bài viết thực sự là đạo văn".

Gọi B là biến cố: "Phần mềm báo bài viết là đạo văn".

a) Xác suất $P(B) = 0,0395$.

b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\overline{A}) = 0,99$.

c) Xác suất có điều kiện $P(A \mid B) = 0,7$.

d) Trong bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Câu 36. Tại một trường THPT có 30% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao. Trong số những học sinh này có 70% học sinh biết bơi. Ngoài ra, có 20% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A :"Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao"; B :" Chọn được học sinh biết bơi".

a) Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(A) = 0,3$.

b) Xác suất chọn được học sinh biết bơi, biết học sinh đó không thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(B \mid \overline{A}) = 0,2$.

b) Xác suất chọn được học sinh biết bơi là $P(B) = 0,21$.

d) Giả sử chọn được học sinh biết bơi. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(A \mid B) = 0,6$.

Câu 37. Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là 58%. Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là: 10% và 16%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A là biến cố "Học sinh được chọn là học sinh nữ", B là biến cố "Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học".

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là $P(B \mid \overline{A}) = 0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

d) Khi mộ bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: $P(A \mid B) = 0,47$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 38. Các thí sinh tham dự một cuộc thi hoa khôi phải trải qua ba vòng thi: Vòng sơ khảo, Vòng bán kết và Vòng chung kết. Biết rằng, ban tổ chức sẽ chọn ra 50% thí sinh đã đăng kí để vào Vòng sơ khảo. Khi kết thúc vòng sơ khảo, ban tổ chức sẽ chọn ra 30% thí sinh của Vòng sơ khảo để vào Vòng bán kết. Khi kết thúc vòng bán kết, ban tổ chức sẽ chọn ra 20% thí sinh của Vòng bán kết để vào Vòng chung kết. Chọn ngẫu nhiên 1 thí sinh đăng kí tham dự cuộc thi hoa khôi.

a) Xác suất để thí sinh được chọn lọt vào Vòng sơ khảo là $0,5$.

b) Xác suất để thí sinh được chọn lọt vào Vòng bán kết là $0,3$.

c) Xác suất thí sinh được chọn lọt vào Vòng chung kết là $0,03$.

d) Biết rằng thí sinh được chọn không lọt vào Vòng chung kết, xác suất thí sinh đó lọt vào Vòng sơ khảo nhỏ hơn $0,49$.

Câu 39. Một nhà máy có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng thứ nhất sản xuất 60% và phân xưởng thứ hai sản xuất 40% tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của từng phân xưởng lần lượt là 16% và 20%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

a) Xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất là 0,6.

b) Xác suất để lấy được phế phẩm bằng 0,176.

c) Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất bằng 0,55 .

d) Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng thứ hai sản xuất là cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất.

Câu 40. Năm 2001, Cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%; còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100000 con. Gọi X là biến cố một con bò bị bệnh bò điên, Y là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

a) $P\left(XY\right)=0,91$.

b) $P\left(Y\right)=0,1000078$.

c) $P\left(X\right)=13.10^{-6}$.

d) $P\left(Y\middle|X\right)=0,07$.

Câu 41. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 3 quả cầu màu đỏ và 2 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó.

a) Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó là 84.

b) Số cách lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ là 20.

c) Xác suất lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ bằng $\dfrac{1}{84}$.

d) Xác suất lấy được 3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng $\dfrac{83}{84}$.

Câu 42. Trong cuộc khảo sát ngẫu nhiên 600 học sinh về việc "thích học" hay "không thích học" môn toán. Kết quả thống kê như sau: có 400 học sinh trả lời "thích học" và 200 học sinh trả lời "không thích học". Thực tế cho thấy tỉ lệ học sinh "giỏi toán" tương ứng với những cách trả lời "thích học" và "không thích học" lần lượt là 70% và 10%.

Gọi T là biến cố "Học sinh được phỏng vấn trả lời thích học môn toán".

Gọi G là biến cố "Học sinh được phỏng vấn giỏi toán".

a) Xác suất $P\left(T\right)=\dfrac{2}{3}$ và $P\left(\overline{T}\right)=\dfrac{1}{3}$.

b) Xác suất có điều kiện $P\left(G\mid T\right)=0,3$, $P\left(G\mid \overline{T}\right)=0,9$.

c) Xác suất $P\left(G\right)=0,5$

d) Trong số những người được phỏng vấn giỏi toán có 80% người đã trả lời thích học môn toán khi được phỏng vấn.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 43. Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, số người bị bệnh huyết áp cao trong số những người bị bệnh tiểu đường là 70%, trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên một người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4.

b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là 0,7.

c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường là 0,75.

d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao 0,8.

Câu 44. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ và tỉ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp.

a) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\dfrac{63}{118}$.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\dfrac{55}{118}$.

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

d) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là $0,061$.

Câu 45. Một công ty tổ chức chương trình bốc thăm trúng thưởng nhân dịp nghỉ lễ 30/4 và 1/5 cho 100 nhân viên. Trong hộp có 100 vé, trong đó có 4 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Thái Lan, 10 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Đà Nẵng và 20 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí tại Cửa Lò , các vé còn lại trúng thưởng năm triệu đồng. Lần lượt từng nhân viên lên bốc ngẫu nhiên một vé .

a) Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\dfrac{33}{50}$.

b) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\dfrac{13}{20}$, biết rằng người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng.

c) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\dfrac{33}{50}$.

d) Để tạo bất ngờ cho người bốc thăm tiếp theo, sau khi người thứ nhất bốc thăm, người dẫn chương trình giữ lại vé và không công bố kết quả. Người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng. Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\dfrac{65}{99}$.

Câu 46. Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu đỏ, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A :"Khách hàng chọn được bóng màu trắng".

B :"Khách hàng chọn được bóng không hỏng".

Khi đó:

a) $P\left(\overline{A}\right)=0,65$.

b) $P\left(B \mid A\right)=0,02$.

c) $P\left(B \mid \overline{A}\right)=0,3$.

d) $P\left(B\right)=0,9765$.

Câu 47. Một loại xét nghiệm nhanh cúm mùa cho kết quả dương tính với $76,2\%$ các ca thực sự nhiễm vius và kết quả âm tính với $99,1\%$ các ca thực sự không nhiễm vius. Giả sử tỉ lệ người nhiễm vius cúm mùa trong một cộng đồng là 1% . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm vius là: $0,23$.

b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm vius là: $0,009$.

c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: $0,015$.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $0,46$.

Câu 48. Gần đây, cơ quan chức năng đã phát hiện một lượng lớn sản phẩm sữa và thực phẩm chức năng giả trên thị trường. Những sản phẩm này không chỉ vi phạm các quy định về an toàn thực phẩm mà còn gây nguy hiểm cho sức khỏe người tiêu dùng. Vì vậy một siêu thị đã kiểm tra chất lượng của 200 sản phẩm gồm 120 hộp sữa và 80 hộp thực phẩm chức năng. Qua kiểm tra có 110 hộp sữa đạt chuẩn an toàn thực phẩm và 70 hộp thực phẩm chức năng đạt an toàn thực phẩm. Một người chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong 200 sản phẩm kiểm tra.

a) Xác suất chọn được sản phẩm là sữa bằng $\dfrac{3}{5}$.

b) Số sản phẩm sữa đạt chuẩn an toàn là 180 sản phẩm.

c) Xác suất chọn được sản phẩm là sữa và đạt an toàn thực phẩm bằng $0,55$.

d) Biết sản phẩm được chọn là sữa, xác suất sản phẩm đó an toàn thực phẩm bằng $0,7$.

Câu 49. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi vàng, 3 viên bi xanh. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi vàng, 5 viên bị xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ra 2 viên bi bất kỳ từ hộp thứ hai.

a) Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là $\dfrac{5}{32}$.

b) Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là $\dfrac{9}{13}$.

c) Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là $\dfrac{3}{8}$.

d) Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là $\dfrac{5}{7}$.

Câu 50. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là $0,5$ và dự án 2 là $0,6$. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là $0,4$. Gọi A, B lần lượt là các biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $0,8$.

b) A và B là hai biến cố độc lập.

c) Biết công ty thắng thầu dư án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $0,4$.

d) Xác suất để công ty thắng thầu đúng một dự án là $0,3$.

Câu 51. Một kho hàng có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II, tất cả với bề ngoài giống hệt nhau. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

a) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng hàng loại II.

b) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Xác suất chọn được thùng hàng loại II và đã được kiểm định bằng $38,4\%$.

d) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng $17,4\%$.

Câu 52. Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới:

Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên. Gọi A là biến cố "An quay được số chia hết cho 3 "; B là biến cố "An quay được số chia hết cho 5 "; C là biến cố "Bình quay được số chẵn". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.

b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A, B, C lần lượt là 48, 24, 72.

c) Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là $\dfrac{1}{6}$.

d) Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\dfrac{1}{6}$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 53: Trong đợt thi bằng lái xe ôtô hạng B2 của một trung tâm đào tạo GPLX, tỉ lệ học viên thi trượt phần lý thuyết là 30%, thi trượt phần thực hành là 22%. Trong số các học viên trượt phần lý thuyết có 40% học viên trượt phần thực hành. Gặp ngẫu nhiên một học viên của trung tâm. Sử dụng sơ đồ hình cây và cho biết các mệnh đề sau đúng hay sai:

a) Xác suất gặp học viên trượt cả hai phần lý thuyết và thực hành là $0,066$.

b) Xác suất gặp học viên đậu cả hai phần lý thuyết và thực hành là $0,6$.

c) Xác suất gặp học viên đậu phần lý thuyết biết rằng học viên này trượt phần thực hành là $0,18$.

d) Xác suất gặp học viên đậu phần thực hành là $0,726$.

Câu 54: Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 97%. Lấy một người đi kiểm tra. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $0,02$.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là $0,99$.

c) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $0,01$.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $0,25$.

Câu 55: Giả sử bệnh hiểm nghèo X có tỉ lệ nhiễm bệnh là $0,5\%$, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi:

$+$ A là biến cố: "Người được chọn không nhiễm bệnh".

$+$ B là biến cố: "người được chọn có phản ứng dương tính".

a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P\left(A\right)=0,995$.

b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P\left(B\mid A\right)=0,04$.

c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,005$.

d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P\left(\overline{A}\mid B\right)=\dfrac{25}{224}$.

Câu 56: Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi là khác nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai là bi đỏ bằng $\dfrac{19}{45}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\dfrac{1}{9}$.

c) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $\dfrac{14}{19}$.

d) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\dfrac{5}{19}$.

Câu 57: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ và tỉ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là $0,061$.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\dfrac{55}{118}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\dfrac{63}{118}$

d) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

Câu 58: Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%.

a) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là $0,5$.

b) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là $0,5$.

c) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là $0,6$.

d) Xác suất để cây con có kiểu gene bb là $0,49$.

Câu 59: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 50% học sinh lựa chọn tổ hợp $B00$. Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $B00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,6$; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $B00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,7$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi A là biến cố: "Học sinh đó chọn tổ hợp $B00$"; B là biến cố: "Học sinh đó đỗ đại học". Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất $P\left(\overline{A}\right)=0,5$.

b) Xác suất $P\left(B \mid A\right)=0,4$.

c) Xác suất $P\left(B \mid \overline{A}\right)$ thuộc khoảng $\left(0,2;\ 0,5\right)$.

d) $\dfrac{P\left(A \mid B\right)}{P\left(B \mid A\right)}$ lớn hơn $\dfrac{2}{3}$.

Câu 60: Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là $0,5$.

b) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là $0,5$.

c) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là $0,6$.

d) Xác suất để cây con có kiểu gene bb là $0,49$.

Câu 61: Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $0,75$.

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,1$.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,2$.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,35$.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,7125$.

Câu 62: Có hai đội tham gia một cuộc thi bơi lội. Đội I có 7 vận động viên, đội II có 9 vận động viên. Xác suất giành huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0.07 và 0.06. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Xác suất để vận động viên được chọn thuộc đội I là $\frac{9}{16}$.

b) Xác suất để vận động viên này không giành được huy chương vàng nếu thuộc đội II là $0,94$.

c) Xác suất để vận động viên này giành được huy chương vàng là $\frac{103}{1060}$.

d) Giả sử vận động viên được chọn giành huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{49}{103}$.

Câu 63: Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A là biến cố "Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất".

B là biến cố "Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai".

a) $P\left(\overline{A}\right)=\frac{5}{12}$.

b) $P\left(B\mid A\right)=\frac{1}{15}$.

c) $P\left(B\mid \overline{A}\right)=\frac{12}{35}$.

d) $P\left(B\right)=\frac{14}{45}$.

Câu 64: Trường D có 1500 học sinh. Trong câu lạc bộ âm nhạc của trường, đa số học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, với học sinh không tham gia câu lạc bộ cũng có một số học sinh biết chơi đàn. Khảo sát số học sinh biết chơi đàn Guitar của trường D cho kết quả như sau:

Số học sinh	Biết chơi guitar	Không biết chơi guitar
Tham gia câu lạc bộ	255	45
Không tham gia câu lạc bộ	120	1080

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.

Gọi A là biến cố: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc".

B là biến cố: "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Xét tính đúng-sai của các mệnh đề sau:

a) $P\left(A\right)=0,2$.

b) $P\left(B\mid A\right)=0,82$.

c) $P\left(B\right)=0,26$.

d) $P\left(A\mid B\right)=0,68$.

Câu 65: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bị được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ"

a) Xác suất của biến cố B là $P\left(B\right)=0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bị đỏ thì khi đó $P\left(A\mid B\right)=\frac{7}{11}$.

c) Gọi $\overline{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì $P\left(A\mid \overline{B}\right)=\frac{7}{11}$.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P\left(A\right)=\frac{13}{22}$.

Câu 66: Cho 2 lô sản phẩm. Lô I có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi. Lô II có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô này lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.

b) Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.

c) Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất đế sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.

d) Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất đế sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 67: Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{15}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Câu 68: Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

a) Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.

b) Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.

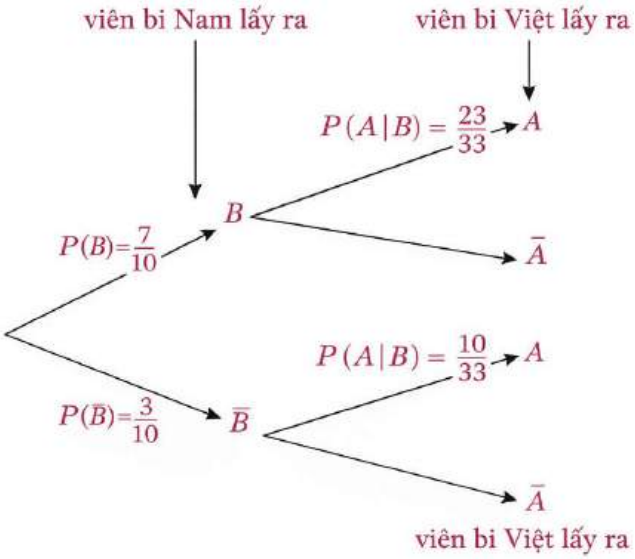
c) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.

d) Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Câu 69: Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.

Câu 70: Một loại xét nghiệm nhanh virus X cho kết quả dương tính với $76,2\%$ các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với $99,1\%$ các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus X trong một cộng đồng là 1%. Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là $0,23$.

b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: $0,009$.

c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: $0,017$.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\frac{381}{850}$.

Câu 71: Một học sinh phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là $0,8$. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là $0,9$. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là $0,5$. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố "Thí nghiệm thứ nhất thành công".

Gọi B là biến cố "Thí nghiệm thứ hai thành công".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P\left(B \mid A\right)=0,9$. b) $P\left(\overline{B}\middle|A\right)=0,5$. c) $P\left(AB\right)=0,72$. d) $P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=0,1$.

Câu 72: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố "Viên đạn trúng đích". B là biến cố " Xạ thủ loại I bắn". C là biến cố " Xạ thủ loại II bắn". Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức công thức:

$$P\left(A\right)=P\left(B\right)P\left(A \mid B\right)+P\left(C\right).P\left(A \mid \overline{C}\right)$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là 0.74.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố " Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích" E_i là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác xuất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P\left(E\right)=P\left(E_o\right).P\left(E \mid E_o\right)+P\left(E_1\right).P\left(E \mid \overline{E_1}\right)+P\left(E_2\right).P\left(E \mid \overline{E_2}\right).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là 0.596.

Câu 73: Một nhà máy có hai phân xưởng X và Y cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng X sản xuất 60% và phân xưởng Y sản xuất 40% tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của phân xưởng X, phân xưởng Y lần lượt là 10% và 5%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

a) Xác suất lấy được sản phẩm phẩm tốt, biết sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất bằng 95%.

b) Xác suất lấy được phế phẩm là 10%.

c) Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất bằng 75%.

d) Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất.

Câu 74: Hai công nhân cần phải hoàn thành số sản phẩm nhất định. Công nhân thứ nhất phải làm 45% số sản phẩm, công nhân thứ hai phải làm 55% số sản phẩm. Khả năng xảy ra sai sót của công nhân thứ nhất là 3% và của công nhân thứ hai là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Gọi A là biến cố : "Sản phẩm được chọn là của công nhân thứ nhất", B là biến cố : "Sản phẩm được chọn bị lỗi".

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) $P\left(A\right)=0,5$.

b) Xác suất sản phẩm được chọn là sản phẩm bị lỗi của công nhân thứ nhất là $P\left(B\mid A\right)=0,03$

c) $P\left(B\right)=0,02$.

d) Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất bị lỗi là $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{27}{38}$.

Câu 75: Hai đội bóng thực hiện các lượt sút luân lưu, trong mỗi lượt sút luân lưu. Trong loạt sút thứ nhất, đội bóng thứ nhất thực hiện trước với xác suất thành công là 0,8, đội bóng thứ hai thực hiện sau. Nếu cầu thủ của đội bóng thứ nhất thực hiện thành công quả đá đầu tiên thì cầu thủ của đội bóng thứ hai có xác suất thực hiện thành công là 0,7; nếu đội bóng thứ nhất thực hiện không thành công thì xác suất để đội bóng thứ hai thực hiện thành công là 0,9. Xét các biến cố sau:
Gọi A là biến cố "Cầu thủ của đội bóng thứ nhất thành công".
Gọi B là biến cố "Cầu thủ của đội bóng thứ hai thành công".
Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P\left(B\mid A\right)=0,9$. b) $P\left(\overline{B}\middle|A\right)=0,3$. c) $P\left(AB\right)=0,56$. d) $P\left(\overline{B}\right)=0,16$.

Câu 76: Một cửa hàng chỉ bán hai loại điện thoại là Samsung và Iphone. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Samsung là 75%. Trong số các khách hàng mua điện thoại Samsung thì có 60% mua kèm ốp điện thoại. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Iphone kèm ốp điện thoại trong số những khách hàng mua điện thoại Iphone là 30%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất một khách hàng mua điện thoại Samsung là $0,75$.

b) Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là $0,15$.

c) Xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua điện thoại Samsung là $0,6$, xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua Iphone là $0,3$.

d) Xác suất một khách hàng mua điện thoại kèm ốp là $0,525$.

Câu 77: Giả sử bệnh hiểm nghèo X có tỉ lệ nhiễm bệnh là $0,5\%$, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi A là biến cố "Người được chọn không nhiễm bệnh" và B là biến cố "người được chọn có phản ứng dương tính". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P\left(A\right)=0,995$

b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P\left(B\mid A\right)=0,04$.

c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,005$.

d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P\left(\overline{A}\mid B\right)=\dfrac{25}{224}$.

Câu 78: Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu đỏ và 20 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 80% số viên bi màu đỏ đánh số và 60% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lấy được bi đánh số có màu vàng là $0,6$.

b) Xác suất để lấy được bi không đánh số có màu đỏ là $0,8$.

c) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $0,36$.

d) Xác suất để lấy viên bi màu đỏ có đánh số là $\dfrac{2}{3}$.

Câu 79: Chạy Marathon là môn thể thao mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. FM sub 4 là thành tích dành cho những người chơi hoàn thành quãng đường Marathon dưới 4 giờ. Trong CLB AKR, tỷ lệ thành viên nam là 72%, tỷ lệ thành viên nữ là 28%. Đối

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

với nam, tỷ lệ VĐV hoàn thành Marathon sub 4 là 32%; đối với nữ tỷ lệ VĐV hoàn thành sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên từ CLB AKR. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là 68%.

b) Xác suất để thành viên được chọn đã hoàn thành sub 4 là 22%.

c) Xác suất để thành viên được chọn là nữ đã hoàn thành sub 4 là 2%.

d) Biết rằng VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam bằng 96%.

Câu 80: Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\dfrac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $0,45$

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\dfrac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\dfrac{48}{103}$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN THỐNG KÊ – MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Câu 81. Thống kê thời gian trung bình sử dụng máy vi tính trong một ngày của nhân viên công ty X cho bởi bảng số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian sử dụng	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Số nhân viên	3	5	5	25	2

a) Số phần tử của mẫu số liệu trên là $n=40$.
b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên bằng $118,5$.
c) Phương sai của mẫu số liệu trên bằng 945.
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng $3\sqrt{105}$.

Câu 82. Thời gian chạy tập luyện cự li 100m của hai vận động viên A và B được cho trong bảng sau:

Thời gian	[10; 10,2)	[10,2; 10,4)	[10,4; 10,6)	[10,6; 10,8)	[10,8; 11,0)
Số lần chạy của A	2	10	6	4	3
Số lần chạy của B	3	6	8	5	3

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau .
a) Tổng số lần chạy của A lớn hơn 23.
b) Thời gian chạy trung bình của A và B lần lượt là 10,47 giây và 10,49 giây.
c) Dựa vào độ lệch chuẩn thì vận động viên A có thành tích ổn định hơn so với vận động viên B.
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho của vận động viên A xấp xỉ là 0,34.

Câu 83. Bảng sau thể hiện mẫu số liệu ghép nhóm về học phí mà 100 sinh viên đã chi trả trong bốn năm học đại học:

Nhóm	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$
Tần số	15	25	30	15	15

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50.
b) Số sinh viên đã tri trả tiền học phí từ 80 triệu trở lên là 30 sinh viên.
c) Số tiền học phí trung bình sinh viên đã chi trả từ bảng số liệu trên là 75 triệu đồng.
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 64 triệu đồng.

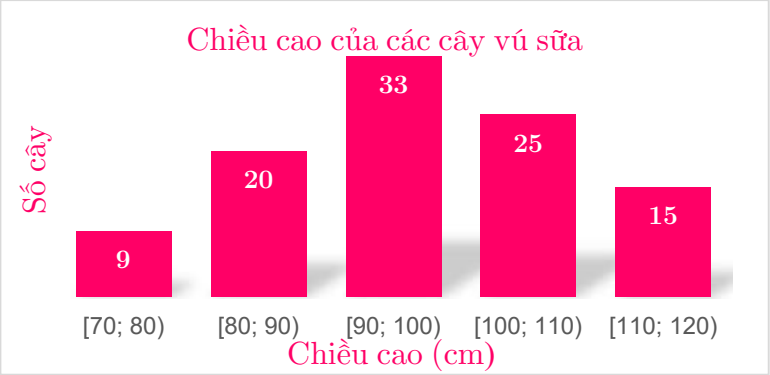
Câu 84. Một doanh nghiệp kinh doanh đồ uống có lương của nhân viên được thống kê dưới bảng sau:

Lương tháng	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số lượng nhân viên	6	12	16	10	4

Gọi $Q_1;Q_3$ lần lượt là tứ phân vị thứ nhất, thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q=Q_3-Q_1$
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $12,5$
c) Có ít nhất 50% số lượng nhân viên của công ty có lương hàng tháng không quá 17 triệu đồng.
d) Nếu một nhân viên của công ty có lương 33 triệu đồng/ tháng thì đó là một giá trị ngoại lệ.

Câu 85. Số liệu thống kê chiều cao của tất cả các cây vú sữa trong vườn ươm của một lâm trường được thể hiện trên biểu đồ tần số sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



a) Nếu tăng số cây của mỗi nhóm lên gấp 3 lần thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm mới cũng tăng gấp 3 lần.
b) Chiều cao trung bình của các cây vú sữa trong vườn ươm là $96,66$ cm .
c) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $n=102$.
d) Nếu trong vườn ươm nói trên, cây vú sữa thấp nhất có chiều cao 71 cm và cây vú sữa cao nhất có chiều cao 119 cm thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho lớn hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 4 cm .

Câu 86. Thống kê nhiệt độ trung bình của tháng 2 tại Thành phố Thanh Hóa từ 2004 đến hết 2023 được kết quả sau:

Lớp nhiệt độ	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20)$	$[20;22)$
Tần số	1	3	12	9	5

Mỗi mệnh đề sau đúng hay sai?
a) Khoảng biến thiên của bảng số liệu là 10 .
b) Giá trị trung bình là 18 .
c) Phương sai của mẫu số liệu này là $3,94$).
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu này là $1,98$.

Câu 87. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường	$[50; 100)$	$[100; 150)$	$[150; 200)$	$[200; 250)$	$[250; 300)$
Số ngày	5	10	9	4	2

a) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $55,68$.
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 .
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $79,17$.
d) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145 .

Câu 88. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của 120 học sinh ở một trường THPT ở địa bàn thành phố Huế với thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	25	34	15	38	8

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 100 .
b) Số học sinh đạt điểm 60 điểm trở lên là 38 học sinh.
c) Số điểm trung bình của học sinh đạt được từ bảng số liệu trên là 54 điểm.
d) Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 120 học sinh trên, xác suất chọn được học sinh có điểm thuộc nhóm chứa trung vị là $\frac{1}{8}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 89. Cho mẫu số liệu dưới dạng bảng sau

Số câu trả lời đúng	$[16;21)$	$[21;26)$	$[26;31)$	$[31;36)$	$[36;41)$
Tần số	4	6	8	18	4

a) Giá trị đại diện của lớp $[36;41)$ là 38,5.

b) Công thức tính số trung bình là $\overline{x}=\dfrac{18,5.4+23,5.6+28,5.8+33,5.18+38,5.4}{40}$.

c) Số trung bình là 30.

d) Phương sai của mẫu số liệu là $S^2=32,75$.

Câu 90. Cân nặng của 40 học sinh trong một lớp 12 được cho trong bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	$[40;48)$	$[48;56)$	$[56;64)$	$[64;72)$	$[72;80)$
Số học sinh	6	12	10	8	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 12.

b) Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là nhóm $[48;56)$.

c) Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $58,4$.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $94,33$.

Câu 91. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250.

b) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

Câu 92. Hai thùng hàng A, B đều chứa 25 quả táo. Kết quả kiểm tra cân nặng của 25 quả táo ở mỗi thùng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng	[250; 260)	[260; 270)	[270; 280)	[280; 290)	[290; 300)
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

a) Số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng A nhỏ hơn số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng B.

b) Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A. Xác suất để quả táo đó có cân nặng từ $280g$ trở lên là $0,28$.

c) Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A và một quả táo từ thùng B. Xác suất để hai quả táo lấy ra đều nặng từ $270g$ trở lên là $0,6384$.

d) Số táo có cân nặng từ $280g$ trở lên ở thùng B nhiều hơn số táo có cân nặng từ $280g$ trở lên ở thùng A.

Câu 93. Thống kê chiều cao của 40 học sinh của một lớp ta được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm chiều cao	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	Tổng
Số học sinh	5	12	16	7	$n=40$

a) Tần số của nhóm $[160;165)$ là 12.

b) Tần số tích lũy của nhóm $[165;170)$ là 17.

c) Mốt của mẫu số liệu trên là $165,6$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là $165,5$.

Câu 94. Phòng quản lí đào tạo trường Đại học Kinh tế quốc dân thống kê số giờ làm thêm của một nhóm sinh viên năm thứ tư của trường thu được kết quả như bảng sau:

Số giờ làm thêm	$[9;12)$	$[12;15)$	$[15;18)$	$[18;21)$	$[21;24)$
Số sinh viên	6	12	4	2	1

a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là $16,5$ giờ.

b) Giá trị đại diện của nhóm $[9;12)$ là $10,5$.

c) Tứ phân vị thứ ba là $15,65$.

d) Nhóm chứa trung vị là $[15;18)$.

Câu 95. Thầy giáo thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp $11A$ và $11B$ ở bảng sau:

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

a) Điểm trung bình của lớp $11A$ là $8,3$.

b) Điểm trung bình của lớp $11A$ nhỏ hơn lớp $11B$.

c) Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là $1,05$.

d) So sánh theo độ lệch chuẩn thì các học sinh lớp $11A$ học đồng đều hơn lớp $11B$.

Câu 96. Điểm trung bình môn Toán cuối năm của các học sinh lớp 12A và 12B được thống kê trong bảng sau:

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
12A	1	0	11	22	6
12B	0	6	8	14	12

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Lớp 12A có 28 học sinh có điểm trung bình môn Toán cuối năm từ 8 trở lên.

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A là $0,72$.

c) Số trung bình của mẫu số liệu lớp 12A lớn hơn số trung bình của mẫu số liệu lớp 12B.

d) Dựa vào độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê ghép nhóm, thì lớp 12A có điểm trung bình môn toán cuối năm ít phân tán hơn hơn lớp 12B.

Câu 97. Thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 10 năm 2024 của An cho kết quả như sau:

Thời gian	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Số ngày	5	4	10	7	4

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25.

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\dfrac{83}{3}$.

c) Phương sai của mẫu số liệu là $36,14$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là $9,375$.

Câu 98. Kết quả khảo sát năng suất lúa của một số thửa ruộng được cho mẫu số liệu như sau

Năng suất lúa	$[5,5;5,7)$	$[5,7;5,9)$	$[5,9;6,1)$	$[6,1;6,3)$	$[6,3;6,5)$	$[6,5;6,7)$
Số thửa ruộng	3	4	6	5	5	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $1,3$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $0,086656$.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $0,4675$.

d) Có 25 thửa ruộng đã được khảo sát.

Câu 99. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa của hai mã cổ phiếu và trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	$[18;20)$	$[20;22)$	$[22;24)$	$[24;26)$	$[26;28)$
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu ta có số trung bình là $\overline{x_A} = 23,28$.

b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_x^2 = 7,5216$

c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu ta có số trung bình là $\overline{x_B} = 23,48$.

d) Cổ phiếu có mức độ biến động giá lớn hơn cổ phiếu .

Câu 100. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường	$[50; 100)$	$[100; 150)$	$[150; 200)$	$[200; 250)$	$[250; 300)$
Số ngày	5	10	9	4	2

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $250\,km$.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $79\ km$.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $145\ km$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $56\ km$.

Câu 101. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kì 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	2	3	8	15	12

a) Khoảng biến thiên của số liệu là 5.

b) Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.

c) Biết rằng 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

d) Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có 2 học sinh nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.

Câu 102. Một công ty bất động sản thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua ở mức giá nào cho một căn nhà, để tiến hành dự án xây dựng khu đô thị mới Bắc Sông Hương sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau

Mức giá $/\,m^2$	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$	$[26;30)$
Số khách hàng	75	105	197	80	43

a) Độ dài mỗi nhóm là 4.

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Tần số tích luỹ của nhóm $[14;18)$ là 105.

c) Tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm $[22;26)$.

d) Biết rằng công ty sẽ xây dựng phân khúc nhà giá rẻ cho 25% số khách hàng có nhu cầu mua ở mức giá thấp nhất theo khảo sát, xây dựng phân khúc nhà giá cao cấp cho 25% số khách hàng có nhu cầu mua ở mức giá cao nhất theo khảo sát. Tuy nhiên trước hết sẽ ưu tiên xây dựng phân khúc nhà tầm trung hướng tới 50% số khách hàng còn lại. Khi đó theo khảo sát, độ chênh lệch giá cao nhất và giá thấp nhất dành cho phân khúc nhà tầm trung là 6,1 triệu.

Câu 103. Hiện nay, thời gian sử dụng điện thoại của học sinh quá nhiều dẫn đến suy giảm thị lực. Trung tâm Mắt Kính Đức Thành Trà Kiệu tổ chức khám sàn lọc miễn phí cho 100 học sinh của một trường THPT trên địa bàn huyện để kiểm tra tình trạng cận thị của học sinh và thu được mẫu số liệu sau:

Mức độ cận thị	[0,0;0,5)	[0,5;1,0)	[1,0;1,5)	[1,5;2,0]	[2,0;2,5)
Số học sinh	20	15	30	20	15

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị đại diện của nhóm chứa Mốt là 1,25.

b) Độ cận trung bình của 100 học sinh là 1,26.

c) Trung vị của mẫu số liệu là Me=1,26.

d) Phương sai của mẫu số liệu là $s^2 = 0{,}4389$.

Câu 104. Bạn Trang thống kê chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Lớp 12C	2	7	12	4	1
Lớp 12D	5	9	8	2	2

a) Giá trị đại điện của nhóm là $[165;170)$ là 167,5.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 20.

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao đồng đều hơn.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Câu 105. Cho mẫu số liệu ghép nhóm tần số thống kê về mức lương của hai công ty A, B như sau:

Mức lương	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Số nhân viên cty A	15	18	10	10	5	2
Số nhân viên cty B	25	15	7	5	4	4

a) Kích thước mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương công ty A là 60

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương công ty B là 30.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương công ty A là 20,6. .

d) Theo độ lệch chuẩn thì công ty A có mức lương đồng đều hơn công ty B.

Câu 106. Bảng sau thể hiện mẫu số liệu ghép nhóm về học phí mà 100 sinh viên đã chi trả trong bốn năm học đại học:

Nhóm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Tần số	15	25	30	15	15

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50.

b) Số sinh viên đã chi trả tiền học phí từ 80 triệu trở lên là 30 sinh viên.

c) Số tiền học phí trung bình sinh viên đã chi trả từ bảng số liệu trên là 75 triệu đồng.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 64 triệu đồng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 107. Hai thùng hàng A, B đều chứa 25 quả táo. Kết quả kiểm tra cân nặng của 25 quả táo ở mỗi thùng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng	$[250;260)$	$[260;270)$	$[270;280)$	$[280;290)$	$[290;300)$
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng các quả táo ở thùng A là $\Delta_Q \approx 11,7(g)$.

b) Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A và một quả táo từ thùng B. Xác suất để hai quả táo lấy ra đều nặng từ $270g$ trở lên là $0,6384$.

c) Căn cứ vào phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thì cân nặng quả táo ở thùng A phân tán hơn cân nặng quả táo ở thùng B.

d) Lấy ngẫu nhiêu một quả táo ở thùng A. Xác suất để quả táo đó có cân nặng từ $280g$ trở lên là $0,28$.

Câu 108. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$	$[250;300)$
Số ngày	5	10	9	4	2

a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $250(\text{km})$.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 155.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

Câu 109. Chiều cao của các em học sinh lớp 12A1 được thống kê theo bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[140;150)$	$[150;160)$	$[160;170)$	$[170;180)$	$[180;190)$
Tần số	1	8	18	10	1

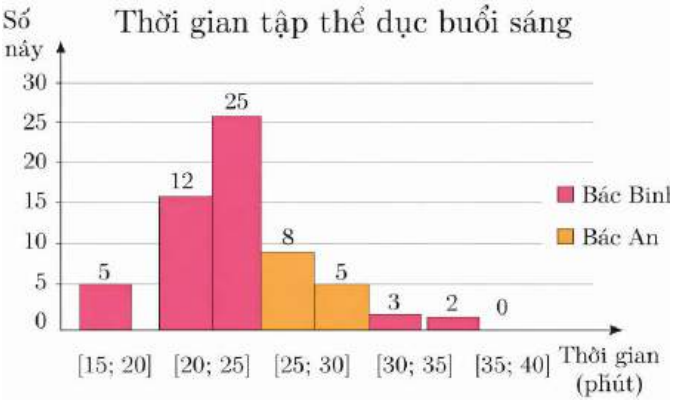
a) Lớp có ít nhất 11 học sinh có chiều cao lớn hơn chiều cao trung bình của lớp.

b) Chiều cao trung bình của lớp 12A1 là 164 (cm).

c) Khoảng biến thiên mẫu số liệu trên là 50.

d) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của lớp tham gia đội tình nguyện. Xác suất để chọn được "5 học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng 170 " là $\frac{11}{38}$.

Câu 110. Biểu đồ dưới đây thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Khoảng biến thiên mẫu số liệu thời gian tập thể dục của bác Bình bằng 25 .
b) Khoảng biến thiên mẫu số liệu thời gian tập thể dục của bác An bằng 25 .
c) Thời gian tập thể dục trung bình của bác An bằng 20 .
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu thời gian tập thể dục của bác Bình nhỏ hơn khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu thời gian tập thể dục của bác An.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12 CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 16

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN OXYZ

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 16

§16. CÂU TRẢ LỜI ĐÚNG SAI HÌNH HỌC OXYZ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

(Học sinh xem tóm tắt lý thuyết ở chủ đề 11-Trang 227)

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Mô hình toán học sau đây được sử dụng trong quan sát chuyển động của một vật. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$ có $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz và độ dài mỗi vectơ đơn vị đó bằng 1 mét. Cho hai điểm A và B, trong đó điểm A có tọa độ là $\left(6;6;0\right)$. Một vật chuyển động thẳng với tốc độ phụ thuộc thời gian t theo công thức $v\left(t\right)=\beta t+300$, trong đó β là hằng số dương và $0\le t\le 6$. Ở thời điểm ban đầu ($t=0$), vật đi qua A với tốc độ 300 m/giây và hướng tới B. Sau 2 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đi được quãng đường 608 m. Gọi $\vec{u}=\left(a;b;c\right)$ là vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ biết rằng $\left|\vec{u}\right|=1$ và góc giữa vectơ $\vec{u}$ lần lượt với các vectơ $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ có số đo tương ứng bằng $60°$, $60°$, $45°$.

a) $a=\cos 60°$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y-6}{1}=\dfrac{z}{2}$.

c) $\beta=3$.

d) Giả sử sau 5 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đến điểm $B\left(x_B;y_B;z_B\right)$. Khi đó $x_B=781$.

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Mô hình toán học sau đây được sử dụng trong quan sát chuyển động của một vật. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$ có $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox,Oy,Oz và độ dài của mỗi vectơ đơn vị bằng 1 mét. Cho hai điểm A và B, trong đó điểm A có tọa độ là $\left(4;4;0\right)$. Một vật chuyển động thẳng với tốc độ phụ thuộc thời gian t theo công thức $v\left(t\right)=\beta t+300$, trong đó β là hằng số dương và $0\le t\le 6$. Ở thời điểm ban đầu $\left(t=0\right)$, vật đi qua A với tốc độ 300 và hướng tới B. Sau 2 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đi được quãng đường 608 mét. Gọi $\vec{u}=\left(a;b;c\right)$ là

vectơ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$. Biết rằng $\left|\vec{u}\right|=1$ và góc giữa vectơ $\vec{u}$ và các vectơ $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ có số đo tương ứng bằng $60°$, $60°$, $45°$.

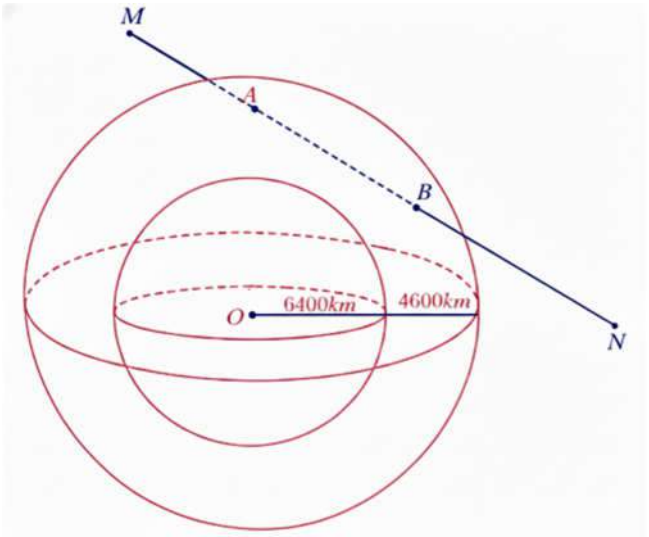
a) $a=\cos 60°$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z}{2}$.

c) $\beta=2$.

d) Giả sử sau 5 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đến điểm $B\left(x_B;y_B;z_B\right)$. Khi đó $x_B=779$.

Câu 3: **(ĐMH BGD 2025)** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7.500.000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6.600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6.400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M\left(6;20;0\right)$ đến điểm $N\left(-6;-12;16\right)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases}x=6+3t\\y=20+8t\\z=-4t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A\left(-3;-4;12\right)$.

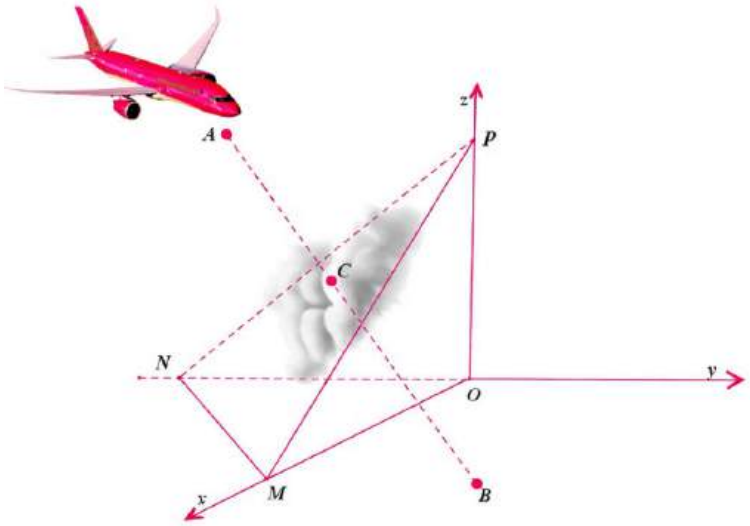
c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km.

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, một máy bay đang ở vị trí $A\left(\dfrac{7}{2};-\dfrac{5}{2};\dfrac{2}{5}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{13}{2};0\right)$ trên đường băng. Có một đám mây mà một phần của nó được

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8;0;0); N(0;-8;0); P\left(0;0;\frac{4}{5}\right)$. Khi máy bay hạ cánh sẽ xuyên qua đám mây đó ở vị trí điểm C.



a) Toạ độ véc tơ $\overrightarrow{AB}\left(0;9;-\frac{2}{5}\right)$.

b) Ta có hai véc tơ $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$ cùng phương nên giả sử tồn tại số thực k sao cho $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ khi đó toạ độ của điểm C có dạng $C\left(\frac{7}{2};\frac{5}{2}+9k;\frac{2}{5}-\frac{2}{5}k\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(MNP):\frac{x}{8}+\frac{y}{-8}+\frac{z}{0,8}=1$.

d) Khi máy bay bay xuyên qua đám mây để hạ cánh thì máy bay còn cách mặt đất một khoảng nhỏ hơn $338m$.

Câu 5: Hệ thống phòng không "Vòm sắt" là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để "Vòm sắt" hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một hệ thống "Vòm sắt" đang ở vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị độ dài trên mỗi trục ứng với 1 km và một quả tên lửa đang ở vị trí $A(686;347;8)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-263;19;0)$.

a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2+y^2+z^2=417^2$.

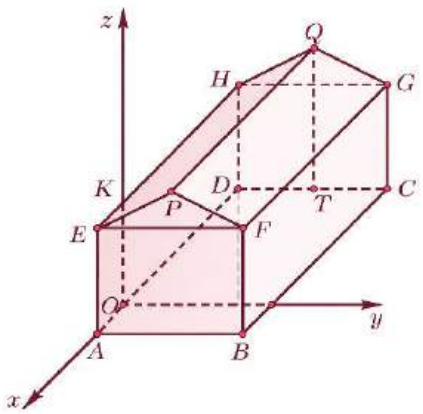
b) Radar không phát hiện được một quả tên lửa ngay tại vị trí A được phóng lên.

c) Giả sử hệ thống "Vòm sắt" gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa, khi đó vị trí đầu tiên quả tên lửa xuất hiện trên màn hình Radar là $B(160;385;8)$.

d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống "Vòm sắt" đến quả tên lửa là 396 km.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 6: Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P. Gọi T là trung điểm của DC. Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB=6$ m; $AE=5$ m; $AD=8$ m; $QT=7$ m. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA=2$ m và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Toạ độ điểm Q là $\left(-6;3;5\right)$.

b) Véc tơ $\overrightarrow{OC}$ có toạ độ là $\left(-6;6;0\right)$.

c) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O. Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5+2\sqrt{10}$ m.

d) Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 3.750.000 đồng.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$$d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{-2} \text{ và } d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{-1}.$$

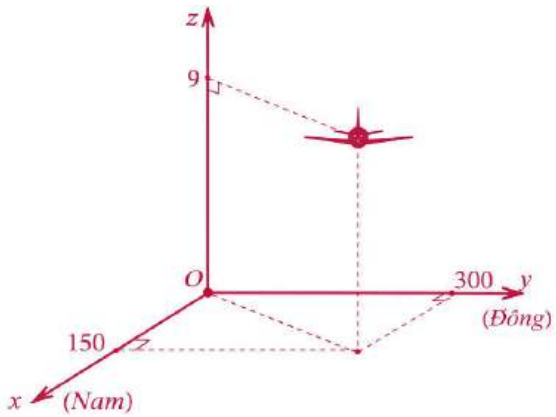
a) Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A\left(2;4;4\right)$.

b) Đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(1;1;1\right)$.

c) Đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là $3\sqrt{2}$.

Câu 8: Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều khiển.



a) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

b) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $\left(300;150;9\right)$.

c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc là 750 km/h, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc 10 m/s. Giả sử vận tốc và hướng gió không thay đổi thì tại thời điểm 10 giờ 30 phút máy bay ở tọa độ $\left(150;1086;9\right)$.

d) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng là 335,6 km.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-2y-2z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

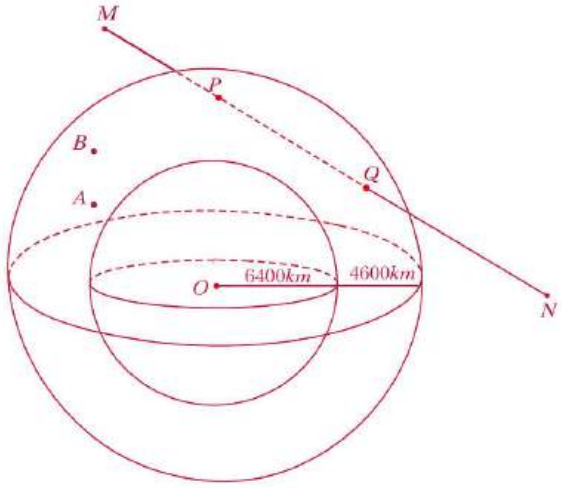
a) $\vec{n}=(1;-2;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

b) $A(1;-1;0)$ là một điểm thuộc đường thẳng d.

c) $\cos(d;(P))=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

d) Phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) là $4x-3y+5z-7=0$.

Câu 10: Các thiên thạch có đường kính lớn hơn $140m$ và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn $7500000km$ được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, các nhà nghiên cứu của trung tâm Vũ Trụ Nasa đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không quá $4600km$ so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $6400km$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O là tâm Trái đất và đơn vị độ dài mỗi trục là $1000km$. Một thiên thạch chuyển động với vận tốc $v_1=2\sqrt{2}.10^3\,(km/h)$ không đổi theo đường thẳng xuất phát từ điểm $M(0;5;12)$ đến $N(12;5;0)$.



a) Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng $3449km$

b) Các nhà nghiên cứu của trung tâm vũ trụ Nasa đưa ra giả thiết nếu lúc thiên thạch đang ở vị trí M bất ngờ đổi hướng và lao xuống Trái Đất với phương thẳng thì quãng đường dài nhất nó có thể va chạm với Trái Đất là $14490\,km$.

c) Tại thời điểm thiên thạch đang ở vị trí M thì có 2 vệ tinh đang ở vị trí $A(-6;-5;-6)$, $B(7;-6;7)$ có vận tốc khác nhau di chuyển trong mặt phẳng trung trực của MN và luôn cách Trái Đất với khoảng cố định. Khoảng cách xa nhất của 2 vệ tinh có thể đạt là $18412km$.

d) Nếu vệ tinh A đi với vận tốc $v_2=\dfrac{\pi\sqrt{97}}{3}.10^3\,(km/h)$ thì sẽ va chạm với thiên thạch.

Câu 11: Tại một thời điểm có bão, khi đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ ở một vị trí phù hợp thì tâm bão có tọa độ là $(300;200;1)$. Một mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

ngoài vùng ảnh hưởng của bão ở cấp độ: bán kính gió mạnh từ cấp 10, giật từ cấp 12 trở lên khoảng $100km$ tính từ tâm bão.

Hình ảnh về mắt siêu bão Yagi qua vệ tinh

Ảnh chụp vệ tinh cơn bão Yagi vào lúc 10h ngày 6 tháng 9 năm 2024.

a) Khoảng cách từ tâm bão đến gốc tọa độ đã đặt là $374km$

b) Mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão có phương trình là $\left(x-300\right)^2+\left(y-200\right)^2+\left(z-1\right)^2=100^2$.

c) Tại một vị trí có tọa độ $\left(350;245;1\right)$ thì có bị ảnh hưởng bởi cơn bão.

d) Khoảng cách xa nhất từ gốc tọa độ đến một điểm trên mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão là $461km$.

Câu 12: Nhiều người đã biết đến Elon Musk - CEO của Tesla với dự án mang tên Hyperloop. Đây là một giải pháp giao thông của tương lai khi nó sẽ giúp vận chuyển người và hàng hóa bằng một đường ống chân không với tốc độ tương đương một chiếc máy bay.

Tuy nhiên, Elon Musk không phải là người duy nhất có tham vọng muốn thay đổi cách tham gia giao thông của loài người. Đối thủ cạnh tranh trực tiếp với Hyperloop là Skyway - một công ty có trụ sở đặt tại Belarus. Đứng đầu Skyway là Anatoli Yunitski - một nhà phát minh, tác giả của hơn 200 công trình khoa học và 150 phát minh sáng chế. Mới đây, Anatoli Yunitski đã xuất hiện tại Việt Nam để giới thiệu về công nghệ vận tải đường ray dây Unitski. Điểm khác biệt của vận tải đường ray dây nằm ở việc thay vì được đặt trên mặt đất, các đường ray sẽ được thiết kế đặc biệt để có thể treo trên không. Bám vào hệ thống đường ray này là các cabin chạy bằng bánh sắt. Công nghệ này hiện đã triển khai tại Belarus. Mới đây, một thỏa thuận xây dựng 15km đường ray dây đã được SkyWay ký kết với Các tiểu vương quốc Ả rập Thống nhất.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin Unitski xuất phát từ điểm $A\left(10;3;0\right)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2;-2;1\right)$.

a) Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là: $\begin{cases}x=10+2t\\y=3-2t\\z=t\end{cases}$, $\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Giả sử sau thời gian t kể từ khi xuất phát $(t \geq 0)$, cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right), t \in \mathbb{R}$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường $AB = 800m$.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30^0.

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-2;1)$ hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là $4,5$ (m/s);.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với độ dài $10\,km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30\,km$. Một UAV di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $A(-2;-1;4)$ đến vị trí $B(6;3;0)$ với tốc độ không đổi là $80\,km \mid h$.

a) Vectơ $\overrightarrow{AB} = (8;4;-4)$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = -2+2t \\ y = -1+t \\ z = 4-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

c) Vị trí đầu tiên UAV bị trạm theo dõi phát hiện là $M(2;1;2)$.

d) UAV bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian nhiều hơn 19 phút.

Câu 14: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao $80\ m$ sử dụng rada có phạm vi theo dõi $500\,km$ được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía Tây, trục Oy hướng về phía Nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên.

Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất $10\,km$, cách $300\ km$ về phía Đông và $200\ km$ về phía Bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) Vị trí A có tọa độ $(-300;-200;10)$.

b) Rada ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.

c) Rada của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A.

d) Khoảng cách từ máy bay đến rada lớn hơn $360,69\,km$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 15: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, chiều dương của trục Oz hướng lên trời, một khinh khí cầu bắt đầu chuyến bay từ điểm $A(-1;18;0,5)$, nó bay theo một đường thẳng với vận tốc không đổi và sau một giờ đến điểm $B(31;42;0,5)$. Tại thời điểm khinh khí cầu bắt đầu bay, một máy bay cỡ nhỏ ở điểm $C(15;18;0,1)$ bắt đầu bay theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 15 - 80t \\ y = 18 + 60t \\ z = 0,1 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, trong đó $t \geq 0$ được tính bằng giờ.

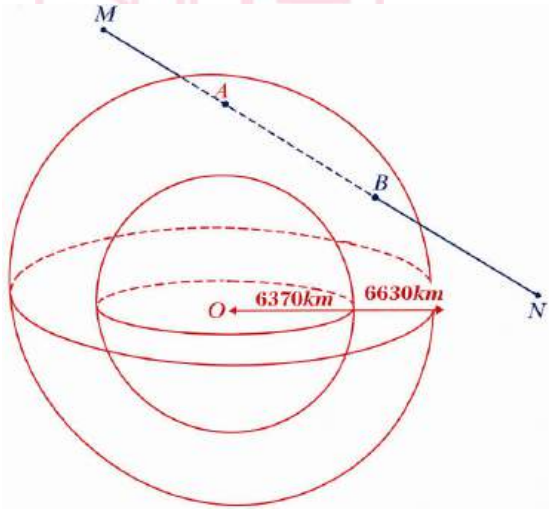
a) $AB = 40$.

b) Đường thẳng AB có phương trình $\begin{cases} x = 32 - s \\ y = 24 + 18s \\ z = 0,5s \end{cases} (s \in \mathbb{R})$.

c) Hai đường thẳng AB và d cắt nhau tại điểm $H(7;24;0,5)$.

d) Khi máy bay bay đến điểm H thì máy bay và khinh khí cầu cách nhau $6km$.

Câu 16: Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng đi qua hai điểm $M(-12;29;10)$ và $N(0;12;5)$.



a) Trong hệ trục tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển trên đường thẳng có phương tham số $\begin{cases} x = -12 - 12t \\ y = 29 + 17t \\ z = 10 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

b) Quãng đường mà thiên thạch di chuyển trong vùng theo dõi của hệ thống quan sát là 21401km.

c) Vị trí mà thiên thạch gần Trái Đất nhất là điểm $H\left(-30;\frac{109}{2};\frac{25}{2}\right)$

d) Thiên thạch trên không thể va vào trái đất.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, coi mặt biển là một phần của mặt phẳng (Oxy). Một ngọn hải đăng cao 60 m so với mực nước biển được đặt ở vị trí $I(30;55;60)$ có bán kính phủ sáng là 5 km.

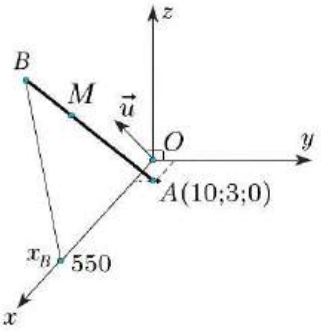
a) Vùng phủ sáng của ngọn hải đăng là khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình là $(x-30)^2+(y-55)^2+(z-60)^2=5000^2$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $A(7500;6500;0)$ thì người đó ở trong vùng phủ sáng của ngọn hải đăng.

c) Nếu ngọn hải đăng phủ sáng một vùng trên mặt biển thì diện tích vùng sáng này không vượt quá 80 triệu mét vuông.

d) Nếu hai người đi biển ở trong vùng phủ sáng của ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không vượt quá 10 km.

Câu 18: Một cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ là 4,5 được mô hình hoá như các hình vẽ sau:



a) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\dfrac{x-10}{2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

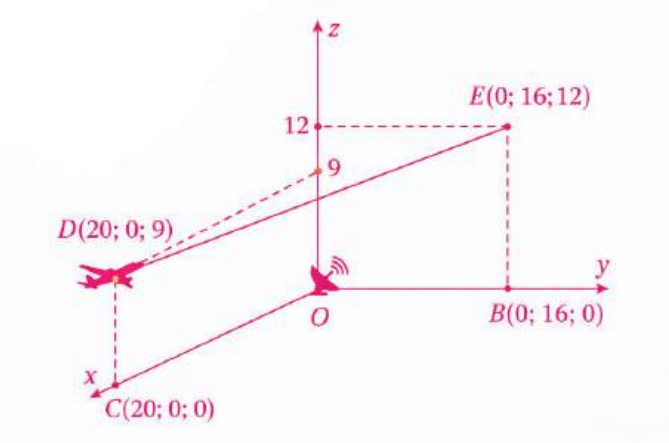
b) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát $(t>0)$, cabin đến vị trí điểm M. Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B=550$. Quãng đường AB có độ dài bằng 810.

d) Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc 22°.

Câu 19: Giả sử một máy bay thương mại M đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB. Tại D, máy bay bay cách mặt đất là 9000 m và tại E là 12000 m. Một ra đa được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C là 20000 m, cách B là 16000 m và $\widehat{BOC}=90^\circ$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là vị trí đặt ra đa, B thuộc tia Oy, C thuộc tia Ox, khi đó ta có tọa độ các điểm như hình vẽ sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



a) Tại D, máy bay cách ra đa 29000 m.

b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng DE. Khi máy bay bay đến điểm I, máy bay cách mặt đất 10500 m.

c) Trên đoạn đường bay từ D đến E, máy bay sẽ đi qua điểm $P(16;3,2;9,6)$.

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa là 22000 m.Biết bán kính hoạt động của ra đa là 20000m.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, hai mặt phẳng $(SAB),(SAD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy bằng 60^0. Khi đó:

a) SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

b) Chiều cao khối chóp bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $\dfrac{a\sqrt{78}}{13}$.

Câu 21: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vinaphone được đặt trên quả đồi ở vị trí $I(1;-2;3)$ biết rằng điện thoại sẽ bắt được sóng tốt nếu vị trí của điện thoại cách vị trí điểm $I(1;-2;3)$ không quá 5000 m. Nhà các bạn Minh Hiển bạn Nhật Hoàng và bạn Phương Linh có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1;2;0)$; $N(-3;1;0)$ và $P(2;-2;0)$

a) Bạn Minh Hiển có thể sử dụng điện thoại tại nhà.

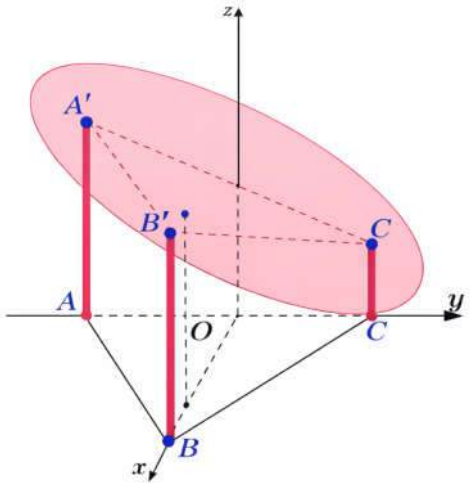
b) Bạn Nhật Hoàng có thể sử dụng điện thoại tại nhà.

c) Bạn Phương Linh có thể sử dụng điện thoại tại nhà.

d) Gọi Q là vị trí nằm trên đoạn thẳng đi từ nhà Minh Hiển đến nhà Nhật Hoàng sao cho tại vị trí này có thể sử dụng điện thoại. Độ dài lớn nhất của MQ là $\dfrac{8\sqrt{17}}{17}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 22: Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là $8\text{m}, 9\text{m}, 10\text{m}$. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 8m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $B \in Ox$, $C \in Oy$, tia Oz cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AA'}$. Chọn gốc tọa độ O trùng với trung điểm của AC và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1m.



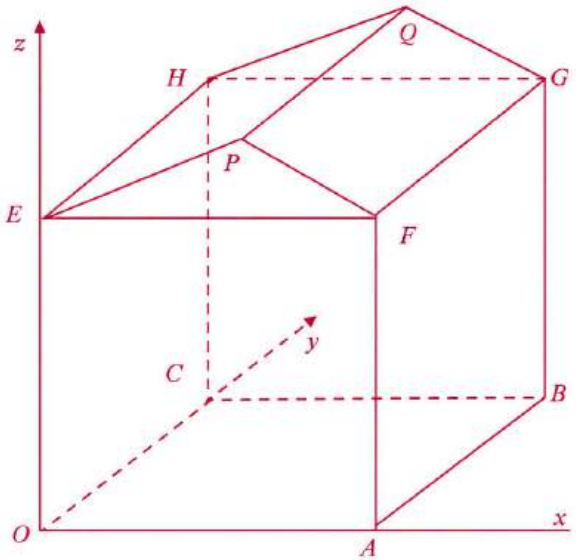
a) Tọa độ các điểm $A'\left(0;-4;10\right), B'\left(4\sqrt{3};0;9\right), C'\left(0;4;8\right)$.

b) Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ nhận $\vec{k} = \left(0;1;1\right)$ làm véctơ pháp tuyến.

c) Mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ nhận $\vec{n} = (0;1;4)$ làm véctơ pháp tuyến.

d) Biết độ dốc của mái nhà đạt mức tiêu chuẩn khoảng từ $27°$ đến $35°$ thì mái nhà trên có độ dốc ở mức tiêu chuẩn.

Câu 23: Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OAFPE.CBGQH$ với $OAFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P. Biết $OA = 4\,\text{m}$; $AB = 6\,\text{m}$; $HC = 5\,\text{m}$; độ dốc của mái nhà, tức là số đo góc nhị diện $\left[Q, FG, H\right]$ bằng $45°$. Người ta mô hình hóa nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tọa độ của $\overrightarrow{PQ} = \left(0;6;0\right)$.

b) Tọa độ của điểm G là $\left(6;4;5\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Chiều cao kho hàng tức là khoảng cách từ nóc nhà và sân nhà bằng $7\,\text{m}$.

d) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của GQ và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O. Người ta thiết kế đường dây nối từ O đến E rồi từ E đến H, sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $11+\sqrt{10}\,\text{m}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tàu ngầm đang di chuyển dưới biển sâu với hướng di chuyển theo đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-50}{3}=\dfrac{y+20}{-4}=\dfrac{z-10}{1}$. Hải quân phát hiện một khu vực nguy hiểm được rải mìn, khu vực này có dạng hình cầu (S) với tâm $C(200;-300;60)$ và bán kính $R=80$.

a) Vectơ chỉ phương của đường di chuyển Δ vuông góc với $\overrightarrow{OC}$, với O là gốc tọa độ

b) Đường di chuyển Δ nằm trong mặt phẳng $(P):4x+3y=140$.

c) Tàu ngầm sẽ đi vào khu vực nguy hiểm (S)

d) Gọi M là điểm gần khu vực mìn nhất trên đường đi của tàu ngầm. Biết rằng tốc độ tàu ngầm không đổi là 5. Thời gian ngắn nhất để tàu ngầm di chuyển từ vị trí hiện tại $A(50;-20;10)$ đến điểm M là $63,5$ giây

Câu 25: Hệ thống cáp treo gồm hai trụ lớn và một đường cáp nối giữa hai trụ đó, được đặt trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $O(0;0;0)$ thuộc trụ thứ nhất và chuyển động thẳng đều theo đường cáp treo đến điểm $A(896;2025;189)$ thuộc trụ thứ hai với tốc độ $7,4$.

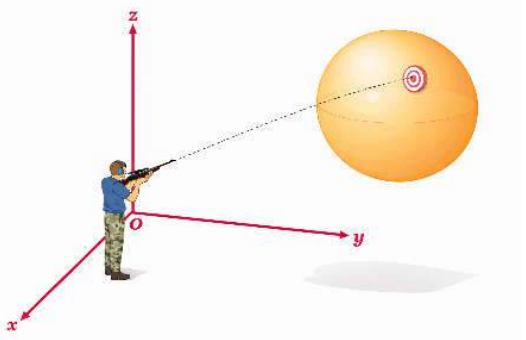
a) Độ dài đường cáp xấp xỉ bằng 2222 mét.

b) Điểm chính giữa của đường cáp có tọa độ là $(448;1012,5;94)$.

c) Trên đường cáp có điểm B với hoành độ $x_B=672$, khi đó thời gian để cabin đi từ điểm B đến điểm A xấp xỉ bằng 75 giây.

d) Có một khu vui chơi phía dưới cáp treo nằm trong mặt phẳng (Oxy) với điểm trung tâm có tọa độ $(750,5;1497,25;0)$. Biết rằng từ trong cabin cáp treo có thể ngắm nhìn toàn cảnh khu vui chơi rõ nhất tại vị trí điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ cách trung tâm khu vui chơi một khoảng ngắn nhất. Khi đó, ta có $x_0+y_0+z_0=2330,5$.

Câu 26: Trong một cuộc thi thể thao về môn bắn súng. Các vận động viên phải thực hiện bắn hạ mục tiêu đang di động trên mặt của khối cầu đặc có bán kính bằng $1\,\text{m}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O đặt tại vị trí xạ thủ A ngắm bắn, xem mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $1\,\text{m}$. Biết khối cầu có tâm $I(7;24;3)$ và xem đường đi của viên đạn là một đường thẳng và vận tốc của viên đạn là $\dfrac{54}{5}\sqrt{65}(\text{km/h})$



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

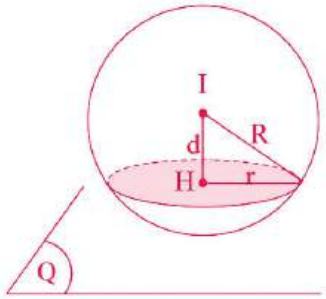
a) Vị trí xa nhất để xạ thủ A nhìn thấy và ngắm bắn mục tiêu là $25,2\,\text{m}$.

b) Khoảng thời gian ngắn nhất để xạ thủ A bắn trúng mục tiêu chưa tới 1 giây.

c) Để các xạ thủ có thể dễ dàng bắn trúng mục tiêu hơn, ban tổ chức đã quyết định cho mục tiêu di chuyển trên đường tròn lớn nhất của mặt cầu và song song với mặt đất. Khi đó khoảng cách ngắn nhất từ vị trí xạ thủ A ngắm bắn đến mục tiêu là $3\sqrt{65}(\text{m})$.

d) Xạ thủ A đang ngắm ở vị trí mục tiêu gần nhất. Tại thời điểm tuyển thủ A nổ súng thì mục tiêu đang ở vị trí $M(6;24;3)$ di chuyển với vận tốc $v=\arctan\left(\dfrac{24}{7}\right)(\text{m/s})$ và đi ngược chiều kim đồng hồ. Khi đó xạ thủ A bắn trúng mục tiêu.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.



a) Mặt cầu (S) có tâm $I\left(-3;2;-1\right)$ và bán kính $R=3$.

b) Gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trong mặt cầu (S).

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y-z=0$.

Câu 28: Một khu bảo tồn thiên nhiên có hai trạm kiểm lâm và một trạm quan sát. Trong hệ toạ độ $Oxyz$, hai trạm kiểm lâm và trạm quan sát có vị trí lần lượt là $A(15;10;0)$, $B(75;90;0)$ và $I(25;70;0,2)$. Một thiết bị bay không người lái được thiết kế bay trên đường thẳng CD với $C(15;10;0,1)$ và $D(75;90;0,1)$ để truyền tín hiệu và dữ liệu về trạm quan sát I.

a) Phương trình đường thẳng mô tả cho tuyến đường bay của drone là $\begin{cases}x=15+3t\\y=10+4t\\z=0,1\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

b) Trạm quan sát I nhìn đoạn thẳng AB dưới một góc nhỏ hơn 65°.

c) Khi tín hiệu gửi về trạm quan sát nhanh nhất thì vị trí của drone là $K\left(\dfrac{237}{5};\dfrac{266}{5};0,1\right)$.

d) Cùng một thời điểm, một xe máy xuất phát từ A đi đến B với vận tốc $40\,\text{km/h}$ và một ô tô xuất phát từ B đi đến A với vận tốc $60\,\text{km/h}$, sau đó gặp nhau tại M. Drone phải di chuyển trước đến vị trí H có hình chiếu trên AB là M. Khi đó vị trí của drone là $\left(39;42;0,1\right)$.

Câu 29: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao $100\,\text{m}$ sử dụng ra đa có phạm vi theo dõi $600\,\text{km}$ được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc c trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên .

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Một máy bay tại vị trí F cách mặt đất 12 km, cách 400 km về phía tây và 300 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Từ vị trí F, máy bay bay với tốc độ $900km/h$, theo hướng của vecto $\vec{a}\left(3;4;0\right)$ sau một giờ đến vị trí A.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Tọa độ của ra đa đặt trên tháp $\left(0;0;0,1\right)$.

b) Vị trí F nằm trong phạm vi kiểm soát của ra đa.

c) Vị trí A có tọa độ $A\left(940;420;12\right)$.

d) Trong khoảng thời gian một giờ máy bay bay từ vị trí F đến vị trí A, máy bay có không quá 21 phút bay trong phạm vi theo dõi của của ra đa.

Câu 30: Trong lĩnh vực xạ trị ung thư, chùm tia xạ được địnhh hướng để tập trung vào khối u mô phỏng là một hình cầu $\left(U\right):\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-3\right)^2=1$. Để giảm thiểu tổn thương cho mô lành xung quanh, người ta thiết kế một hệ thống chắn xạ. Một phần của hệ thống chắn xạ được mô hình hóa bởi mặt phẳng $\left(Q\right):x+y+z-7=0$. Người ta cần xác định vùng khối u nằm phía sau mặt phẳng chắn xạ so với nguồn xạ. Giả sử nguồn xạ đặt rất xa và các tia xạ song song theo phương vectơ $\vec{v}=\left(1;1;1\right)$.

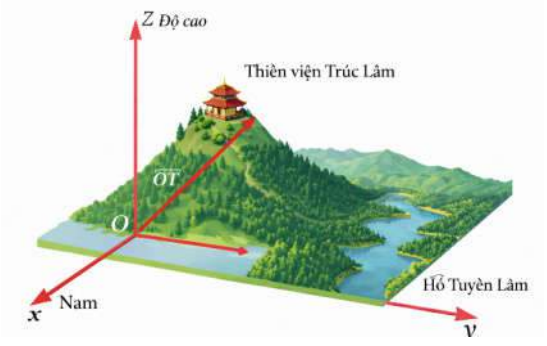
a) Tâm I của khối u có tọa độ $I\left(2;1;3\right)$

b) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chắn xạ $\left(Q\right)$ là $n=\left(1;1;1\right)$

c) Tâm J của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $\left(Q\right)$ và khối u $\left(U\right)$ có tọa độ thỏa mãn hệ thức $y_J=x_J-1$

d) Thể tích phần khối u nằm phía sau mặt phẳng $\left(Q\right)$ theo hướng vectơ $\vec{v}$ là $\frac{\pi}{3}\left(2-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$,

Câu 31: Thiền viện Trúc Lâm tại núi Phượng Hoàng cách trung tâm thành phố Đà Lạt $5km$ về hướng nam, nằm ở độ cao khoảng 1600 mét so với mực nước biển. Đến thiền viện, từ trên đỉnh núi Phượng Hoàng phóng tầm mắt về phía đông nam, ta có thể chiêm ngưỡng thắng cảnh nổi tiếng được tạo bởi bàn tay con người là hồ Tuyền Lâm thơ mộng. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc tại trung tâm thành phố Đà Lạt, các trục Ox, Oy lần lượt chỉ các hướng Nam và Đông, biết mỗi đơn vị trên trục tọa độ ứng với $1km$ và trung tâm thành phố nằm ở độ cao $1500m$ so với mực nước biển.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

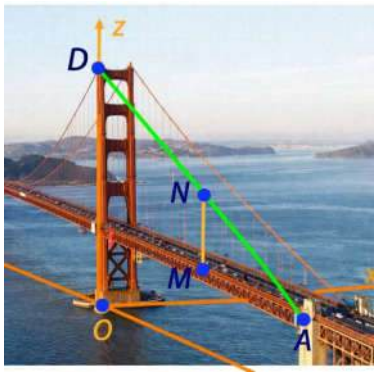
a) Biết diện tích hồ khoảng 360 ha, coi hồ như một hình tròn, bán kính hồ bằng $10,7km$.

b) Biết hồ Tuyền Lâm ở độ cao khoảng 1000 mét so với mực nước biển. Một người đứng trên bờ tại điểm gần thiền viện nhất, cách trung tâm thành phố khoảng $7km$, người cách thiền viện khoảng $2,506km$.

c) Thiền viện Trúc Lâm có tọa độ là $(5;0;1,6)$

d) Ở thiền viện có tháp chuông vang xa tầm $7,2km$. Lúc đánh chuông người trên thuyền ở giữa hồ nghe được tiếng chuông.

Câu 32: Cầu Cổng Vàng ở Mỹ được gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz, biết rằng điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227m$, điểm A cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz $343m$, biết rằng 1 đơn vị trên hệ trục tọa độ tương ứng với $1m$ trên thực tế.



a) Đường thẳng AD có 1 véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AD} = (0;-343;152)$.

b) Tọa độ điểm A là $(0;-343;75)$.

c) Độ dài đoạn dây cáp AD là $AD = \sqrt{140753}$ (m).

d) Từ điểm M trên thành cầu, M thuộc mặt phẳng Oyz cách mặt nước 75m, cách trục Oz $5m$, người ta treo một đèn led trang trí có dạng đoạn thẳng MN, biết rằng $1m$ đèn led có giá 125000 đồng, số tiền thấp nhất có thể sử dụng để lắp đèn led là 17118000 đồng.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ vị trí $A(1;-2;6)$ hướng đến vị trí $B\left(0;2;-4\right)$, bia chắn là mặt phẳng $\left(P\right): 2x-y+2z+8=0$, đơn vị là kilomet.

a) Giả sử viên đạn chuyển động thẳng đều theo hướng vec tơ $\vec{v}\left(-1;4;-10\right)$ với vận tốc $850m/s$ sau hai phút viên đạn bắn ra đi qua điểm B.

b) Điểm B thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$.

c) Hình chiếu vuông góc của A trên $\left(Oxz\right)$ là $H\left(1;0;6\right)$.

d) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $\left(P\right)$ là 50^0.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P):3x-y+2z+8=0$.

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;-1;2)$.

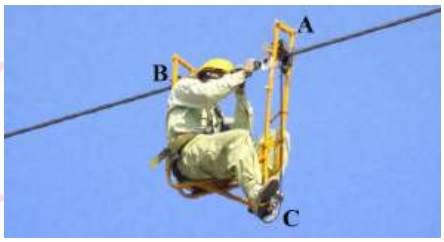
b) Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $I(a;b;c)$. Ta có $a+b+c=-5$.

c) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-3;4)$.

d) Giao tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) là đường thẳng đi qua điểm $E(m;1;n)$. Khi đó $m+n=-10$.

Câu 35: Năm 2011, kỹ sư Nguyễn Trí Hiếu, người Quảng Ngãi, đã sáng chế ra chiếc xe đu dây phục vụ công nhân điện lực di chuyển trên dây điện cao thế. Khi ở vị trí cân bằng, chiếc xe và đường dây điện sẽ cùng nằm trên một mặt phẳng vuông góc với mặt đất. Xe được cấu tạo bởi khung xe có gắn hai Puly tại vị trí A và B cách mặt đất lần lượt là $20m$ và $19,9m$. Xe đu dây di chuyển giống xe đạp, được kết hợp dây xích, líp, đĩa, bàn đạp, phanh.; bàn đạp đặt tại vị trí C.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất ; tọa độ các điểm $A;B;C$ lần lượt là $(7;5;20)$; $(7;5,5;19,9)$; $(7;5;19)$.



a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u}=(0;5;1)$.

b) Khi người thợ điện di chuyển đến vị trí điểm D cách mặt đất $18m$ thì tọa độ điểm D là $D(7;-5;18)$.

c) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x=7$.

d) Khoảng cách từ Puly tại A đến bàn đạp tại C là $1,03m$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):-x+2y+z-3=0$.

a) Điểm $A(1;-1;-2)$ nằm trên đường thẳng d.

b) Mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $(1;1;-1)$.

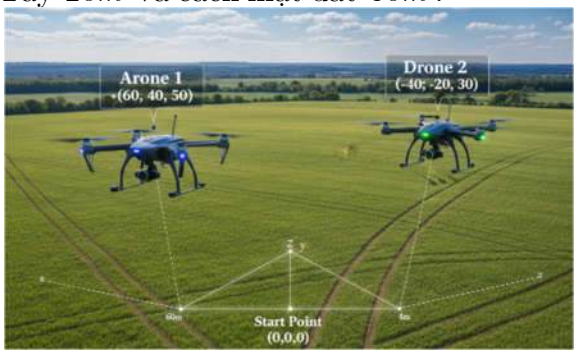
c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $30°$.

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3;1;2)$, song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d tại điểm $N(a;b;c)$. Giá trị $a+b+c$ bằng 3.

Câu 37: Hai phương tiện bay không người lái cùng lúc xuất phát tại cùng một địa điểm trên mặt đất. Sau một thời gian, chiếc thứ nhất đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Nam $60m$,

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

về phía Đông $40m$ và cách mặt đất $50m$, chiếc thứ hai đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Bắc $40m$, về phía Tây $20m$ và cách mặt đất $30m$.



Tại thời điểm đang xét thì

a) Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát $87,57m$.

b) Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát $53,85m$.

c) Khoảng cách giữa hai chiếc drone là $118,32m$.

d) Trong các vị trí trên mặt đất quan sát hai drone có một vị trí mà tổng khoảng cách từ vị trí này đến hai drone nhỏ nhất và tổng này bằng $141,42m$.

Câu 38: Tại một nút giao thông của một khu vực đông dân cư với tốc độ tối đa cho phép đối với ô tô là $50\,km/h$, người ta gắn một camera phạt nguội tại điểm $S(0;0;14)$ trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng Oxy song song với mặt đường và chứa vùng nhận diện biển số xe của các phương tiện tham gia giao thông.

Biết rằng camera nhận diện tốt nhất biển số xe của các phương tiện tham gia giao thông là khi biển số của chúng nằm trong hình thang cân $ABCD$ với: $SA = SB = 27\,m$, $OD = OC = 5\,m, AB = 14\,m, CD = 9,6\,m$ và tia Ox nằm trên đường trung trực các đoạn thẳng AB và DC.

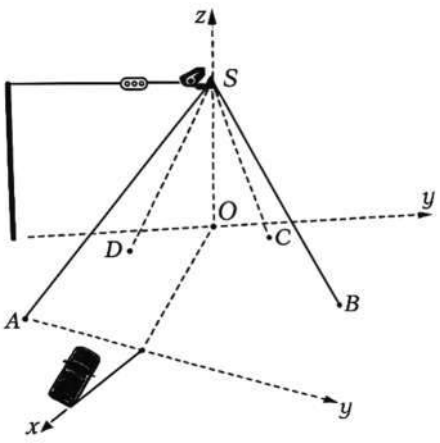
Giả sử tại thời điểm $9h00'$ một ô tô chuyển động thẳng đều theo phương song song với trục Ox, hướng về phía trục Oy và có vị trí của biển số xe là $M(50;-6;0)$.

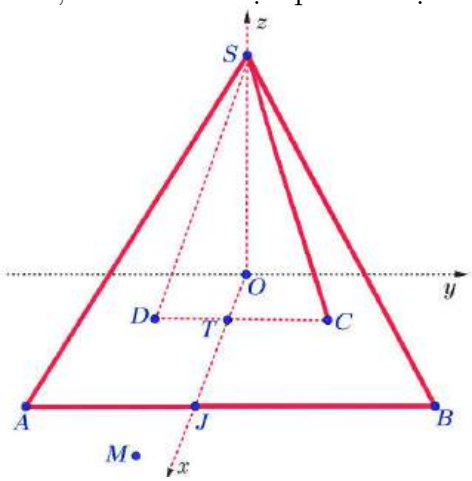
a) Điểm D có tọa độ là $(1,4;-4,8;0)$.

b) Đường thẳng AD có phương trình là $\begin{cases} x = 1,4 - 20,6t \\ y = -4,8 + 2,2t \\ z = 0 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

c) Nếu ô tô đi với vận tốc $48\,km/h$ thì sau đúng $2,2$ giây kể từ thời điểm xuất phát thì biển số của xe ôtô đã nằm trong vùng nhận diện tốt nhất của camera.

d) Nếu camera ghi nhận được hình ảnh biển số xe ô tô liên tục trong một khoảng thời gian kéo dài đúng $0,6$ giây, và khoảng thời gian $0,6$ giây này kết thúc đồng thời với thời điểm xe vừa ra khỏi vùng nhận diện tốt nhất, thì ôtô đã vượt quá tốc độ cho phép.





NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 39: Một tên lửa phóng từ mặt đất từ vị trí gốc tọa độ O theo hướng, vận tốc không đổi. Tên lửa đi từ điểm $O\left(0;0;0\right)$ đến điểm $A\left(140;60;6\right)$ trong 8 phút.

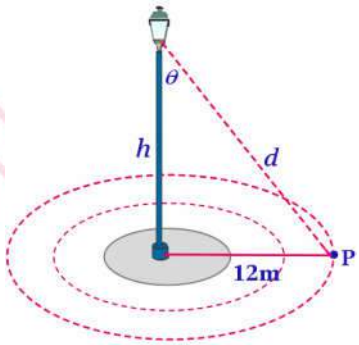
a) Trong 8 phút tên lửa bay được quãng đường xấp xỉ bằng $152km$.

b) Ở phút thứ 4 độ cao của tên lửa là $3km$.

c) Tọa độ của tên lửa sau 12 phút kể từ lúc phóng là $\left(210;90;12\right)$.

d) Sau 10 phút tiếp theo kể từ vị trí A tên lửa đạt độ cao là $13,5km$.

Câu 40: Một chiếc đèn được đặt trên đỉnh của một cột đèn cao h để chiếu sáng một vòng xuyến giao thông đông đúc có bán kính 12 m. Cường độ ánh sáng I tại một điểm P trên vòng xuyến tỉ lệ thuận với cosin của góc θ và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách d từ nguồn sáng đến điểm P.



a) Nếu $I=f\left(h\right)$ thì $f'\left(h\right)=k\dfrac{-2h^2+144}{\left(h^2+144\right)^2\sqrt{\left(h^2+144\right)^3}}$.

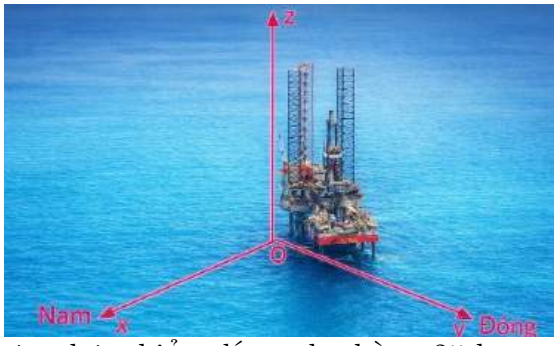
b) Để cường độ ánh I lớn nhất thì cột đèn phải cao $6\sqrt{2}$ m.

c) $\cos\theta=\dfrac{12}{\sqrt{h^2+144}}$.

d) $I=k\dfrac{\cos\theta}{d^2}$.

Câu 41: Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt biển với tia Ox hướng về phía nam, tia Oy hướng về phía đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O 25 km về phía nam và 15 km về phía tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B\left(-20;\,15;\,0\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



a) Khoảng cách từ chiếc tàu thám hiểm đến radar bằng 25 km.

b) Radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A.

c) Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B.

d) Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí C cách O 15 km về phía nam. Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A\left(10;3;0\right)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2;-2;1\right)$ với tốc độ $4{,}5\,\text{m/s}$.

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t \\ z=t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$

b) Giả sử sau thời gian t kể từ lúc xuất phát $\left(t\geq 0\right)$ thì cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B=550$, khi đó quãng đường AB dài 800 m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ một góc $30°$.

Câu 43: Hệ thống phòng không "vòm sắt" là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để "vòm sắt" hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417km. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một hệ thống "vòm sắt" đang ở vị trí gốc tọa độ $O\left(0;0;0\right)$ và một quả tên lửa đang ở vị trí $A\left(688;185;-8\right)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(-91;-75;0\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2+y^2+z^2=417$

b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên

c) Giả sử hệ thống "Vòm sắt" gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa khi đó vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình radar là $B\left(415;-40;-8\right)$

d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống "vòm sắt" đến quả tên lửa là ≈ 190 km

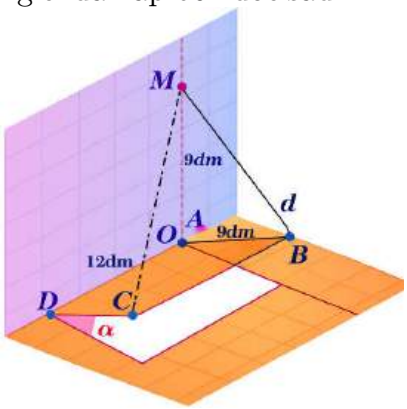
Câu 44: Một nắp bể nước hình chữ nhật $ABCD$ nằm cạnh bờ tường có kích thước $9\text{dm}\times 12\text{dm}$ được kéo ra từ mặt sàn. Do tác dụng của trọng lực nên nắp bể không thể mở ra được nếu không có người giữ. Người ta dùng một sợi dây xích dài 15 dm và kéo căng nối đỉnh C của hình chữ nhật với điểm M nằm phía trên bờ tường sao cho $AM=9\text{dm}$ và AM vuông góc với mặt sàn. Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó nắp bể mở ra và tạo với mặt sàn một góc α. Bỏ qua độ dày của nắp bể.

a) Điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình $z=0$.

b) Tọa độ điểm C là $C\left(9\sin\alpha;12;9\cos\alpha\right)$.

c) Góc giữa nắp bề và mặt sàn sau khi kéo lên là $\alpha=60°$.

d) Phương trình mặt phẳng chứa nắp bể nước sau khi kéo bởi dây xích là $x-\sqrt{3}z=0$.



Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một con chim bồ câu xuất phát từ $O\left(0;0;0\right)$ di chuyển với vectơ vận tốc $\overrightarrow{v_1}=\left(1;2;2\right)$. Cùng lúc đó, một con chim én cũng bắt đầu di chuyển từ $A\left(0;0;5\right)$ với vectơ vận tốc $\overrightarrow{v_2}=\left(0;3;4\right)$. Tồn tại một vùng không gian nguy hiểm, nơi mà ở đó thường xuyên xuất hiện những người săn bắt chim có dạng mặt cầu $\left(x-2\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-4\right)^2=16$. Biết rằng mỗi đơn vị trên các trục tọa độ trong không gian tương đương 1m và đơn vị đo thời gian tính bằng giây.

a) Tốc độ di chuyển của chim bồ câu là 3 m/s

b) Chim én có di chuyển vào vùng nguy hiểm trong quá trình bay

c) Thời gian mà chim bồ câu di chuyển trong vùng nguy hiểm nhỏ hơn 5 giây

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng quỹ đạo của hai con chim bằng $\frac{2}{3}$m.

Câu 46: Dự án Hyperloop là một giải pháp giao thông của tương lai khi nó sẽ giúp vận chuyển người và hàng hóa bằng một đường ống chân không với tốc độ tương đương một chiếc máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một cabin xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động theo đường cáp có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-2;1)$. Hướng chuyển động cùng chiều với hướng vectơ $\vec{u}$ với tốc độ $4,5$ m/s và đơn vị trên mỗi trục là mét.

a) Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là $\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

b) Giả sử sau thời gian t giây $(t\geq 0)$ kể từ khi xuất phát thì cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ của điểm $M\left(3t+10;-3t+3;\frac{3t}{2}\right)$ với $t\in\mathbb{R}$

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B=550$. Khi đó quãng đường AB dài 800 mét.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $30°$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$. Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d tại B, cắt mặt phẳng (P) tại C thỏa mãn D là trung điểm của đoạn BC với $D\left(\frac{1}{2};1;0\right)$.

a) Điểm $A(3;5;1)$ thuộc đường thẳng d.

b) Khoảng cách từ điểm $M(1;1;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{4}{3}$.

c) Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $I(-1;-1;-3)$.

d) Đường thẳng Δ có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-2)$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;-1)$, $N(4;3;1)$.

a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(0;-2;0)$.

b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N. Tọa độ của điểm E là $(5;8;3)$.

c) Cho $P(1;m;n)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $2m+5n=20$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Điểm $I\left(a;b;c\right)$ nằm trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ thỏa mãn $T=\left|2\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $3a-2b+c=20$.

Câu 49: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(5;-5;2\right)$ và mặt phẳng $2x-3y+z+1=0$.

a) Vectơ $\vec{n}=\left(2;3;1\right)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$.

b) Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$. Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=2+5t\\y=-3-5t\\z=1+2t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

c) Điểm $H\left(1;1;0\right)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $\left(P\right)$.

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(P\right)$ bằng $2\sqrt{14}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I\left(2;1;5\right)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-5\right)^2=9$.

b) Điểm $M\left(3;2;4\right)$ nằm ngoài mặt cầu $\left(S\right)$.

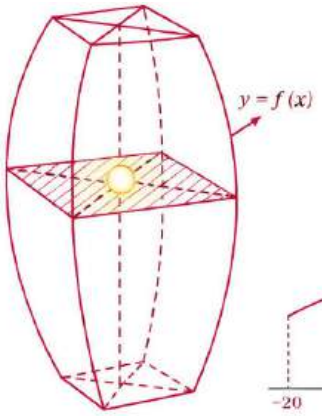
c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $\left(3;2;4\right)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

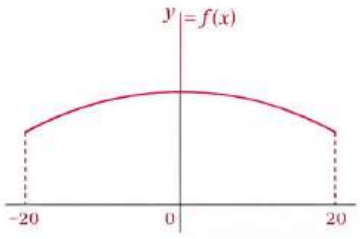
d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $\left(x;2;3\right)$ để có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó thì $0\le x\le 4$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 51: Ông Kim Sơn muốn thiết kế một đèn lồng cao $40cm$ để treo lên ở hiên nhà trang trí Tết. Mặt cắt ngang tại mỗi độ cao vuông góc với trục thẳng đứng của đèn lồng là một hình vuông. Mặt đáy và đỉnh của đèn lồng là hình vuông có cạnh $L_0 = 10\sqrt{2}\ (cm)$. Mặt cắt ngang tại vị trí rộng nhất của đèn lồng là hình vuông có cạnh $L_{\max} = 14\sqrt{2}\ (cm)$. Mặt cắt của đèn lồng theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong Parabol đối xứng qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của đèn lồng. Một đường cong Parabol $y = f(x)$ trong bốn đường cong để tạo ra khung đèn lồng được gắn trong hệ trục Oxy với trục Ox biểu diễn chiều cao của chiếc đèn lồng.





Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

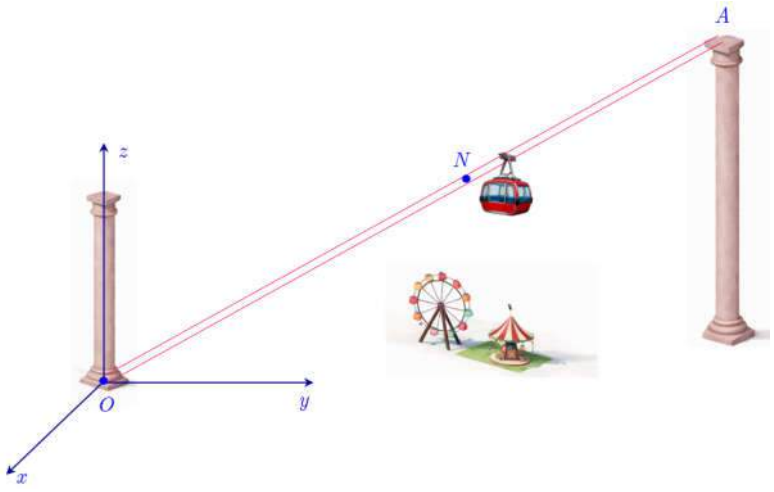
a) Diện tích lớn nhất của mặt cắt ngang hình vuông, vuông góc với trục thẳng đứng bằng $196\,cm^2$.

b) Phương trình của đường cong Parabol là $y = f(x) = -\dfrac{1}{100}x^2 + 14$.

c) Tính thể tích của chiếc đèn lồng là $12,95$ lít.

d) Để đảm bảo an toàn, ông Sơn treo một chiếc bóng đèn sợi đốt hình cầu có tâm đặt trên trục thẳng đứng của đèn và cách đáy $22\,cm$. Ông quy định rằng lớp giấy dán, khoảng cách từ mặt bóng đèn đến bất kỳ một điểm nào trên lồng đèn phải ít nhất là $7\,cm$. Ông Sơn có thể chọn chiếc bóng đèn có bán kính lớn nhất là $2,8666\,cm$.

Câu 52: Hệ thống cáp treo gồm hai trụ lớn và một đường cáp nối giữa hai trụ đó, được đặt trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $O(0;0;0)$ thuộc trụ thứ nhất và chuyển động thẳng đều theo cáp đến điểm $A(896;2025;189)$ thuộc trụ thứ hai với tốc độ là $7,4\,\text{m/s}$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

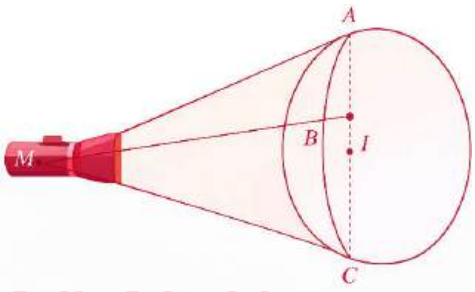
a) Có một khu vui chơi phía dưới cáp treo nằm trong mặt phẳng (Oxy) với điểm trung tâm có tọa độ $(750,5;1497,25;0)$. Biết rằng từ trong cabin cáp treo có thể ngắm toàn cảnh khu vui chơi rõ nhất tại vị trí điểm N cách trung tâm khu vui chơi một khoảng cách ngắn nhất. Khi đó độ dài ON bằng 1667.

b) Độ dài đường cáp bằng 2020m.

c) Trên đường cáp có điểm B với hoành độ $x_B = 672$, khi đó thời gian để cabin đi từ điểm B đến A là 70 giây.

d) Phương trình của đường cáp treo là $\begin{cases} x = 896t \\ y = 2025t \\ z = 189t \end{cases} \quad 0 \le t \le 1$.

Câu 53: Nguồn sáng phát ra từ một cây đèn pin khi chiếu vào một quả cầu phản quang sẽ cho ta hình ảnh của một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của một hình nón. Giả sử nguồn sáng phát ra từ điểm M, trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho sẵn với đơn vị trên mỗi trục là mét, các tiếp tuyến MA, MB, MC thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60^\circ$, $\widehat{BMC} = 90^\circ$, $\widehat{CMA} = 120^\circ$. Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$.



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

b) Nếu đặt $MA = MB = MC = x > 0$ thì $AB = x$, $BC = x\sqrt{3}$, $AC = x\sqrt{2}$.

c) Tam giác ABC cân.

d) Độ dài ngắn nhất của OM là 2,26 m.

Câu 54: Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với $1\,km$. Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính $250\,km$. Một máy bay không người lái đang bay thẳng đều từ vị trí điểm $A(300;-400;100)$ đến điểm $B(-300;400;100)$. UAV bay với vận tốc không đổi $900\,km/h$ và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả $50\,km$ tính từ UAV.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

b) Phương trình tham số của đường bay UAV là $\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$.

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

Câu 55: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt tại vị trí $I\left(200;450;60\right)$. Vào lúc 5 giờ 00 phút sáng, bạn An đi bộ từ vị trí $A\left(-100;50;0\right)$ đến vị trí $B\left(-100;1250;0\right)$ trên một đường thẳng với vận tốc không đổi trong thời gian 15 phút.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Tại thời điểm 5 giờ 10 phút sáng, bạn An ở vị trí mà điện thoại không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này.

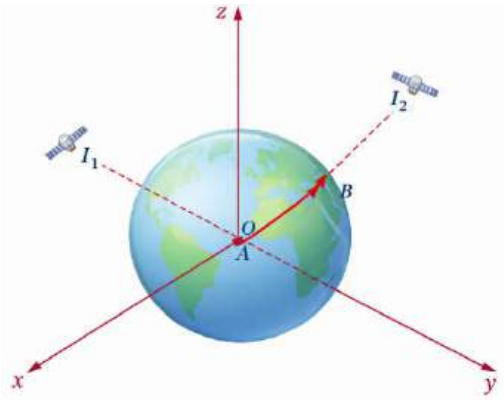
b) Thời điểm muộn nhất mà điện thoại của bạn An có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này là 5 giờ 12 phút sáng.

c) Khi bạn An đang ở vị trí $A\left(-100;50;0\right)$ thì điện thoại của bạn An có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này.

d) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài và bên trong của vùng phủ sóng là

$$\left(x-200\right)^2+\left(y-450\right)^2+\left(z+60\right)^2=360000.$$

Câu 56: Ngày nay, nhờ vào hệ thống định vị toàn cầu GPS, việc di chuyển của con người hết sức thuận lợi dù bằng đường bộ, đường sắt, đường hàng không hay đường biển. Nếu có thiết bị bắt sóng GPS, bạn luôn có thể kết nối được đến bốn vệ tinh GPS dù ở bất kì đâu trên Trái Đất. Khi thiết bị của bạn biết khoảng cách từ ít nhất ba vệ tinh đến nó, máy sẽ tính toán ra vị trí hiện tại của bạn bằng một quy trình gọi là Trilateration. Cho biết Trái Đất có dạng hình cầu bán kính bằng $\sqrt{41}.10^3$ km. Bạn An đang đứng trên mặt đất. Có ba vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách An 3.10^3 km, vệ tinh thứ hai cách An 5.10^3 km và vệ tinh thứ ba đang cách An 4.10^3 km.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục là 10^3 km. Tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì tọa độ các vệ tinh lần lượt là $I_1\left(4;4;6\right)$, $I_2\left(4;9;3\right)$ và $I_3\left(8;4;3\right)$. Xem vị trí của An là điểm A và An cần di chuyển thẳng đến nhà Bình là điểm $B\left(4;4;3,01\right)$ với tốc độ không đổi là $20km/h$.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Điểm A nằm trên mặt cầu tâm O bán kính $\sqrt{41}.10^3$ km.

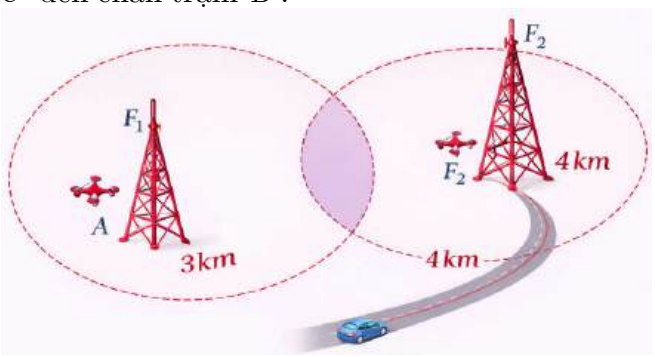
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên trong và bên ngoài Trái Đất là $x^2+y^2+z^2=\sqrt{41}$.

c) Điểm A chính là giao điểm của bốn mặt cầu: Trái Đất và ba mặt cầu tâm lần lượt I_1, I_2, I_3 có bán kính lần lượt là khoảng cách từ các vệ tinh đến An.

d) Thời gian An đi đến nhà Bình là 30 phút.

Câu 57: Hai trạm phát sóng A và B được đặt cách nhau $5km$ trên một vùng đất bằng phẳng. Để đảm bảo phủ sóng tốt, cả hai trạm đều được xây trên các trụ cao $200m$. Trạm A có bán kính phát sóng $3km$, và trạm B có bán kính phát sóng $4km$. Trên mặt đất có nút giao hai con đường ở vị trí C cách chân hai trạm phát sóng A và B lần lượt là $3km$ và $4km$. Hai flycam F_1 và F_2 luôn hoạt động trong vùng phủ sóng của trạm A và trạm B tương ứng. Một ô tô đang di chuyển trên con đường thẳng nối từ chân trạm A đến C, rồi cua vào đường thẳng từ C đến chân trạm B.



Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với điểm O trùng với chân trạm A, mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, tia Oz hướng thẳng đứng lên, chân trạm B nằm trên tia Ox và điểm C có tung độ dương. Đơn vị mỗi trục tọa độ là $1km$.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Phương trình biểu thị vùng phát sóng của trạm B là phương trình mặt cầu (S): $(x+5)^2+y^2+(z-0,2)^2=16$.

b) Phương trình đường thẳng AC là: $\dfrac{x}{9}=\dfrac{y}{12}=\dfrac{z-0,2}{-1}$.

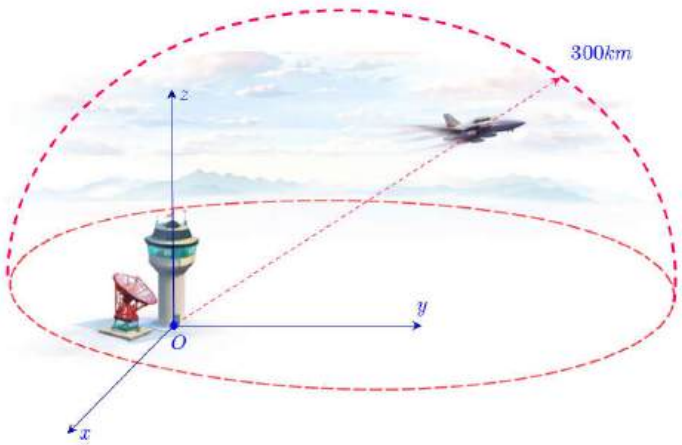
c) Khi ô tô đang ở vị trí cách nút giao C $7km$ trên đoạn đường từ chân trạm A tới nút giao C đến. Khi đó ô tô đang nằm trong vùng phát sóng của trạm B.

d) Do thời tiết xấu, trạm A giảm công suất phát làm giảm bán kính phủ sóng xuống còn $2km$. Biết rằng flycam F_2 luôn bay ở độ cao $100m$ so với mặt đất và cách trạm B một khoảng không đổi là $3km$. Tổng khoảng cách lớn nhất giữa ô tô và 2 flycam có thể đạt được là $12,01km$.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Một trạm kiểm soát không lưu sân bay được đặt tại điểm $O(0;0;0)$. Máy bay trong phạm vi cách trạm kiểm soát không lưu 300 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay dân dụng sau khi cất cánh và đạt được độ cao phù hợp thì tổ bay bắt đầu thiết lập chế độ bay tự động cho máy bay theo một đường thẳng

$$d:\begin{cases}x=200-800t\\ y=300-500t\\ z=10\end{cases}.$$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

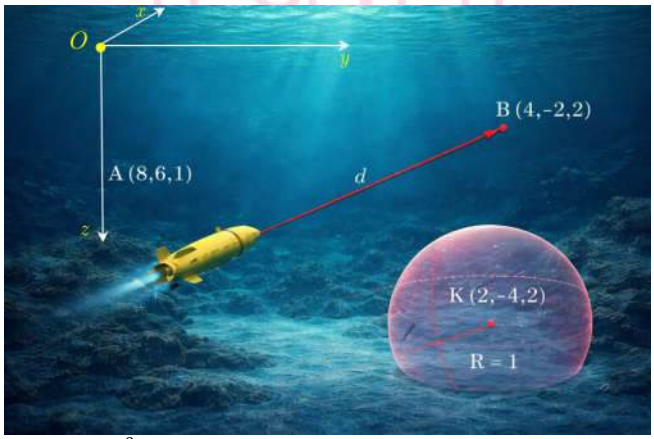
a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(8;5;0)$.

b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng mà máy bay hiển thị trên màn hình radar là $x^2+y^2+z^2=90000$.

c) Tại thời điểm mà tổ bay bắt đầu thiết lập chế độ bay tự động cho máy bay thì máy bay hiển thị trên màn hình radar.

d) Thời gian máy bay hiển thị trên màn hình radar kể từ khi tổ bay bắt đầu thiết lập chế độ bay tự động nhỏ hơn 30 phút.

Câu 59: Một tàu thăm dò tự hành đang hoạt động dưới biển sâu. Hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập với mặt nước biển yên tĩnh là mặt phẳng (Oxy), trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới, đơn vị tính bằng hectômét. AUV bắt đầu hành tình từ vị trí $A(8;6;1)$ và dự định di chuyển theo đường thẳng đến vị trí cuối $B(4;-2;2)$. Trong hành trình của minh AUV cần tránh một khu vực hình cầu (S), tâm tại điểm $K(2;-4;2)$, bán kính $R=1$.



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=1$.

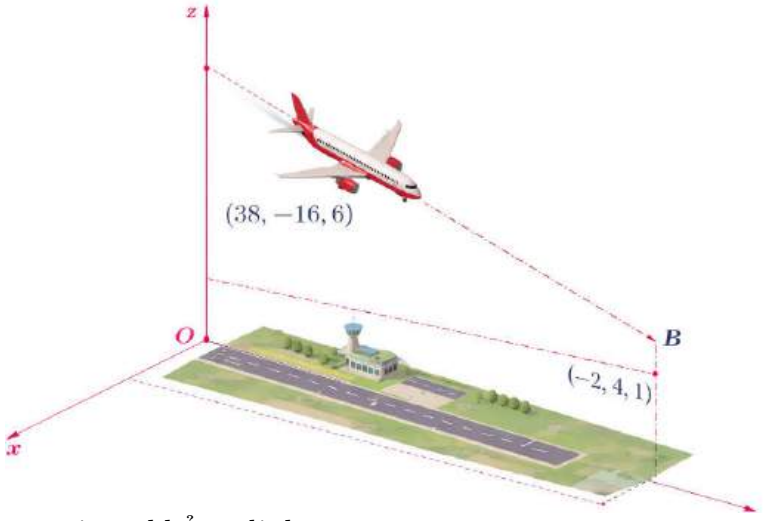
b) Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\dfrac{x-8}{-4}=\dfrac{y-6}{-8}=\dfrac{z-1}{1}$

c) Trên hành trình AUV luôn cách tâm K một khoảng lớn hơn bán kính R.

d) Hành trình của AUV không đi qua khu khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu (S).

Câu 60: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ mặt đất được coi là mặt phẳng có phương trình $z=0$. Tại gần sân bay có một máy bay dân dụng đang thực hiện quá trình hạ cánh bắt đầu từ vị trí điểm $A(38;-16;6)$ và bay thẳng đến vị trí điểm $B(-2;4;1)$ gần đường băng. Máy bay duy trì tốc độ không đổi 270 km/h trong suốt quá trình hạ cánh.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

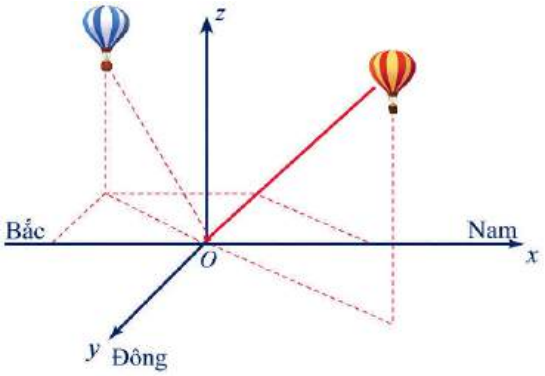
a) Phương trình tham số của đường thẳng d biểu diễn đường bay của máy bay từ A đến B là: $\begin{cases} x = 38 - 8t \\ y = -16 + 4t \\ z = 6 - t \end{cases}$.

b) Quá trình hạ cánh may bay đi qua vị trí điểm $C\left(46;-20;7\right)$.

c) Quy định về an toàn bay yêu cầu góc hạ cánh không được lớn hơn 5^o. Đường bay này đã tuân thủ đúng quy định an toàn.

d) Sau 5 phút kể từ khi bắt đầu hạ cánh may bay ở vị trí điểm $M\left(18;-6;\frac{7}{2}\right)$.

Câu 61: Xét hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ một điểm trong cùng một ngày. Lúc 9h sáng, chiếc thứ nhất đang ở vị trí A cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0.5 km. Chiếc thứ hai ở vị trí điểm B nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ toạ độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Lấy đơn vị đo trên mỗi trục là km.



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của AB là $\frac{x-2}{30} = \frac{y-1}{25} = \frac{z-0,5}{3}$.

b) Toạ độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 9h sáng là $A\left(2;1;0,5\right)$.

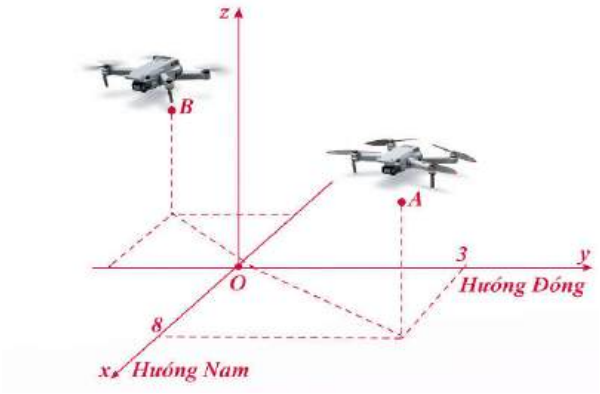
c) Từ 9h sáng đến 9h10' sáng, khinh khí cầu thứ nhất đi thẳng về hướng Nam với vận tốc $50km/h$ và độ cao không đổi để đến vị trí điểm M, khinh khí cầu thứ hai chuyển động

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

thẳng đến điểm N với vận tốc $60km/h$, biết véc tơ $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với véc tơ $\vec{u}=(2;2;1)$. Bỏ qua lực cản của gió, khoảng cách MN là $4,66\,km$.

d) Lúc 9h sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là $3,92$ km.

Câu 62: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại cùng một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất $10m$, cách điểm xuất phát $8m$ về phía nam và $3m$ về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất $12m$, cách điểm xuất phát $4m$ về phía bắc và $5m$ về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Khi đó:



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

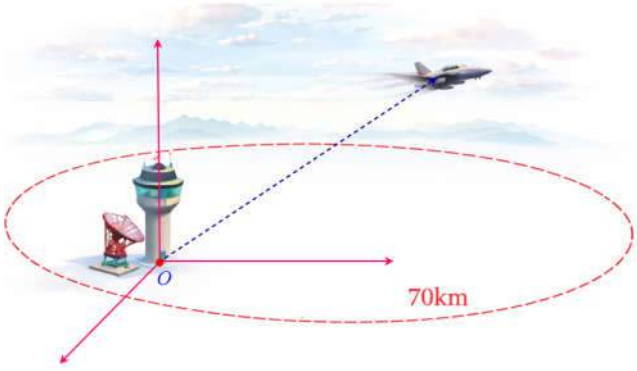
a) Tọa độ của điểm $A(8;3;10)$.

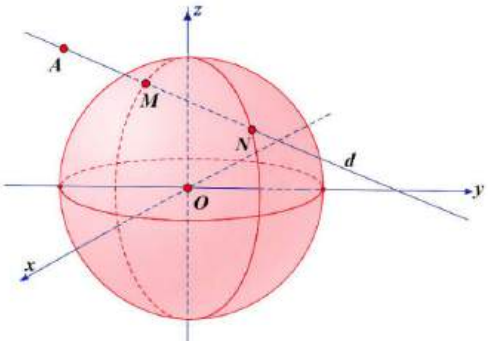
b) Phương trình đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại A và B là $\begin{cases} x=8+12t \\ y=3+8t \\ z=10-2t \end{cases}$.

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $M(1;-2;1)$.

d) Trên mặt đất người ta đặt một thiết bị phá sóng flycam sao cho có thể phá sóng hai chiếc flycam tại hai vị trí A, B cùng một lúc. Tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai chiếc flycam tại hai vị trí A và B bằng $25,46(m)$.

Câu 63: Một đài kiểm soát không lưu tại sân bay có nhiệm vụ kiểm soát, điều hành hoạt động bay của máy bay trong vòng bán kính $70\,km$. Để theo dõi hành trình của máy bay, ta có thể thiết lập hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc toạ độ O trùng với vị trí trung tâm của kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $1\,km$.





NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Một máy bay trực thăng đang ở vị trí $A\left(-65;-25;30\right)$ bay theo hướng Tây Nam với độ cao không đổi, vận tốc không đổi $200km/h$, quỹ đạo bay theo đường thẳng.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

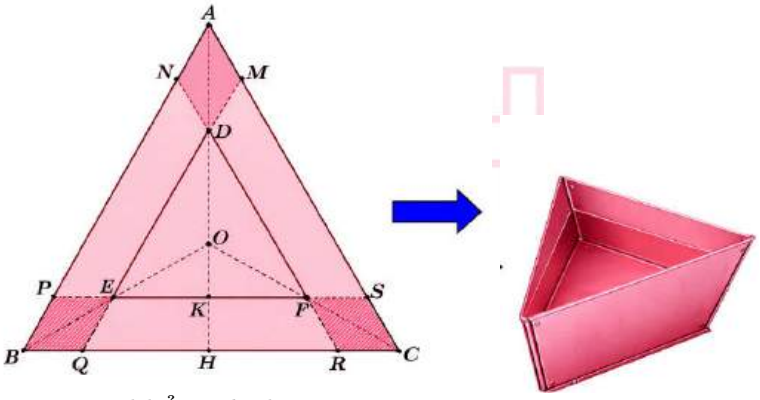
a) Khi máy bay ở vị trí $A\left(-65;-25;30\right)$ thì đài kiểm soát không lưu của sân bay đã theo dõi được máy bay.

b) Máy bay di chuyển theo hướng Tây Nam với quỹ đạo bay là đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x=-65+t \\ y=-25+t \\ z=30 \end{cases}$.

c) Thời gian máy bay di chuyển trong phạm vi đài kiểm soát không lưu của sân bay theo dõi được là 35 phút.

d) Vùng kiểm không lưu của đài kiểm soát trên là vùng ở bên trong và trên bề mặt của mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình: $x^2+y^2+z^2=4900$.

Câu 64: Ông Nam có một tấm tôn hình tam giác đều ABC với cạnh bằng 6. Bên trong tấm nhôm này ông vẽ thêm tam giác đều DEF sao cho hai tam giác có cùng trọng tâm, đồng thời các cạnh tương ứng song song nhau. Ông Nam muốn làm một chậu đựng nước dạng hình chóp cụt tam giác đều với đáy nhỏ là DEF và đáy lớn để hở. Ông cắt bỏ ba hình bình hành ở ba góc của tam giác ABC là $AMDN$, $BPEQ$, $CSFR$. Kẻ đường cao AH và gọi O là trọng tâm tam giác ABC. Đặt $x=DN=DM$ $\left(0<x<2\right)$.



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) $NP=QR=SM=6-2x$.

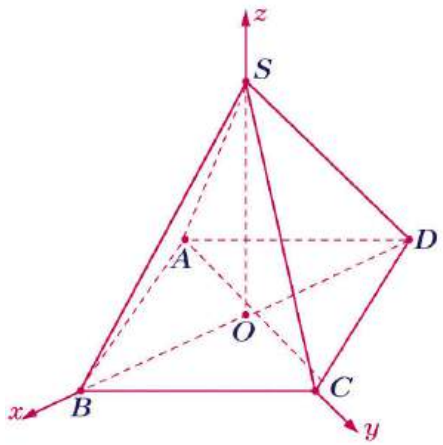
b) $AH=3\sqrt{3}$ và $OA=2\sqrt{3}$

c) $AD=x\sqrt{3}$ và $DE=6-3x$.

d) Sau khi gập hình vuông và dùng keo dán kín các đoạn gập vào với nhau gồm DM và DN, EP với EQ, FS với FR, sức chứa tối đa của chậu xấp xỉ $4,54$.

Câu 65: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$ và cạnh bên $SA=4$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Tọa độ của điểm $A\left(0;2;0\right)$.

b) Trọng tâm của tam giác SAB là $G\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

c) Nếu điểm $E\left(a;0;b\right)$ là một điểm thuộc mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ sao cho ba điểm C,E,G thẳng hàng thì tích $a.b=\sqrt{3}$.

d) Nếu điểm $M\left(0;m;n\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ sao cho $MG+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của biểu thức $T=m^2+n^2=1$.

Câu 66: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A\left(0;0;-1\right)$, $B\left(-1;1;0\right)$, $C\left(1;0;1\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng AB nhận $\vec{u}=\left(1;2;1\right)$ làm véctơ chỉ phương.

b) Đường thẳng AC có phương trình: $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-1+2t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

c) Mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $2x+3y+z-2025=0$ song song với mặt phẳng $\left(ABC\right)$.

d) Điểm $N\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$ là điểm thỏa mãn $3NA^2+2NB^2-NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a\sqrt{2}$, $AC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy $\left(ABCD\right)$.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(SAD\right)$ bằng $a\sqrt{2}$.

b) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD,AB bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 68: Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, CD.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Đường cao của tứ diện $ABCD$ là AO.

b) Thể tích của tứ diện $A.BCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

c) Số đo của góc phẳng nhị diện $[A,BC,D]$ bằng $70^0 31'$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là $MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 69: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác $AB'C'$ cân tại A, mặt phẳng $(AB'C')$ vuông góc với mặt phẳng $(A'B'C')$ và $AA'=a\sqrt{3}$. Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

b) Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

c) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

d) Khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng BC' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 70: Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1;2;3), B(-3;4;-1), C(2;0;-2)$.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

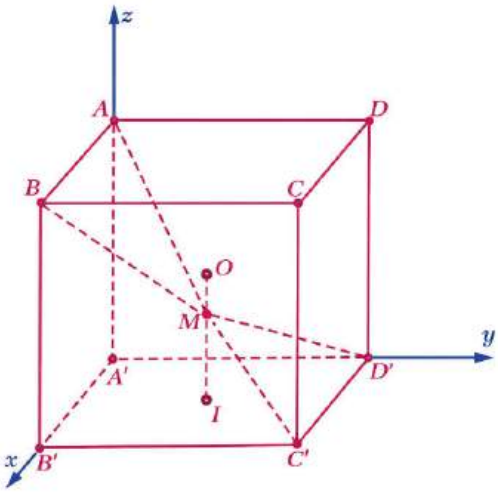
a) Góc $\widehat{ABC}$ là góc lớn hơn $60°$.

b) Gọi $D(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$. Khi đó $a+b+2c=22$.

c) Gọi E là điểm thuộc mặt phẳng Oxy để A,B,E thẳng hàng. Khi đó tổng hoành độ, tung độ, cao độ của điểm E bằng $\dfrac{3}{2}$.

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm của AB. Khi đó $\overrightarrow{IG}=(-1;1;1)$.

Câu 71: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1, có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn OI sao cho $MO=\dfrac{1}{2}MI$. Gắn hệ trục tọa độ $A'xyz$ như hình vẽ.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

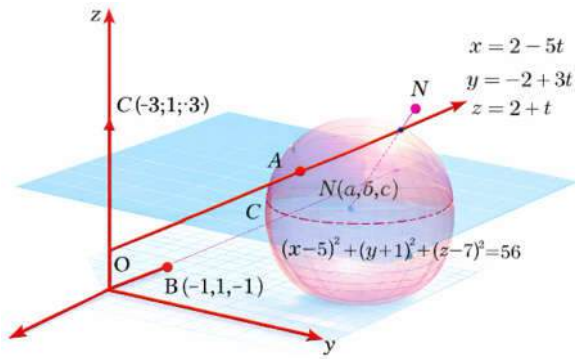
a) Toạ độ điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$.

b) Toạ độ các điểm $A'\left(0;0;0\right)$, $B'\left(1;0;0\right)$, $D'\left(0;1;0\right)$ và $A\left(0;0;1\right)$.

c) Trong không gian giả sử điểm P,Q sao cho $\overrightarrow{A'P}=\overrightarrow{A'B'}+2\overrightarrow{A'D'}-2\overrightarrow{A'A}$; $\overrightarrow{A'Q}=\frac{8}{3}\overrightarrow{A'B'}+\frac{4}{3}\overrightarrow{A'D'}+\frac{8}{3}\overrightarrow{A'A}$ và $J\left(a;b;c\right)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$, khi đó $a-b+c=0$.

d) Trong không gian có đúng 2 điểm N sao cho N không trùng với các điểm A, B', D' và $\widehat{ANB'}=\widehat{B'ND'}=\widehat{D'NA}=90^\circ$.

Câu 72: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(2;-2;2\right)$, $B\left(-1;1;-1\right)$, $C\left(-3;1;3\right)$ và mặt cầu $\left(S\right):\left(x-5\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-7\right)^2=56$.



Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Đường thẳng đi qua hai điểm A và C có phương trình tham số là $\begin{cases}x=2-5t\\y=-2+3t\\z=2+t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

b) Biết $N\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc mặt cầu $\left(S\right)$ sao cho thể tích tứ diện $NABC$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $a.b.c=405$.

c) Cho điểm M di động trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, biểu thức $T=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{13}$.

d) Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ không đi qua gốc tọa độ.

Câu 73: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 6, góc giữa $A'B$ và $\left(ACC'A'\right)$ bằng 30°. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AC.

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là $2\sqrt{2}$.

b) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $18\sqrt{6}$.

c) $AA'=6\sqrt{2}$.

d) $\left(A'BM\right)\perp\left(ACC'A'\right)$.

Câu 74: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-z+2025=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Xét tính đúng, sai các khẳng định sau:

a) Số đo góc giữa hai đường thẳng Δ và (P) bằng 90°.

b) Biết hình chiếu của O lên (P) là $H(3;-1;2)$. α là số đo góc giữa (P) và đường thẳng Δ, $\cos\alpha = \dfrac{1}{14}$.

c) Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Oxy), khi đó vectơ chỉ phương của d là $\vec{a} = (-2,1,0)$.

d) Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) tạo với $(Q): x + my - 3 = 0$ một góc 30°. Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\dfrac{-16}{5}$.

Câu 75: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và các mặt phẳng $(P): x - 4y + z + 5 = 0; (Q): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Gọi (R) là mặt phẳng chứa Ox và vuông góc với mặt phẳng (P). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $(P)//(Q)$.

b) Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là $4x - y - 8z + 18 = 0$.

c) Góc tạo bởi mặt phẳng (R) và (Q) xấp xỉ 74^o.

d) Có hai điểm thuộc tia Ox sao cho điểm đó cách đều mặt phẳng (P) và trục Oy

Câu 76: Trong không gian $Oxyz$, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 9$.

b) Điểm $A(2;2;7)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

Câu 77: Một nhà máy sản xuất ôtô thông minh đã thực hiện thử nghiệm cho xe chạy với vận tốc không đổi từ điểm A và theo hướng từ điểm A đến điểm B. Biết rằng, xe chạy được khi có sóng wifi và nếu không có sóng wifi thì xe bị dừng lại. Trạm phát sóng wifi đặt ở vị trí C trên đỉnh của một trụ cột và bán kính phát sóng của wifi bằng $10\sqrt{77}\,(m)$. Trong không gian nếu chọn hệ tọa độ $Oxyz$ thì $A(10;20;0)$, $B(20;30;0)$, $C(10;30;40)$ và đơn vị độ dài trên trục là mét. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng AB có phương trình $\begin{cases} x = 10 + t \\ y = 20 + t \\ z = 0 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Vị trí xe dừng lại là điểm $M(-40;-30;0)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Quảng đường xe đi được là $50\sqrt{2}\left(m\right)$.

d) Nếu thời gian đi từ A đến B mất 5 giây thì thời gian đi từ A đến khi xe dừng lại mất 30 giây.

Câu 78: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;4;1\right)$, $B\left(-2;2;-3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z-3=0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $\left(S\right):x^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=36$.

b) Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ chứa A,B và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình là $\left(\alpha\right):-x+z+1=0$.

c) Đường thẳng $\left(\Delta\right)$ đi qua O, cắt và vuông góc với AB có phương trình là $\left(\Delta\right):\begin{cases}x=2t\\y=26t\\z=11t\end{cases}$

d) Cho điểm M di động trên mặt phẳng $\left(P\right)$ và luôn cách đều A,B. $OM_{\min}=3\sqrt{2}$.

Câu 79: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A\left(-40;5;2\right)$ và chuyển động thẳng đến điểm $B\left(808;-101;426\right)$ với tốc độ là 6 m/s.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $M\left(384;-48;214\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b) Vector $\vec{u}=\left(8;1;4\right)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB.

c) Thời gian cabin cáp treo đi từ A đến B là 2 phút 39 giây.

d) Sau khi di chuyển từ A được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

Câu 80: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M\left(500;200;10\right)$ đến điểm $N\left(800;300;10\right)$ trong 20 phút. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Máy bay đang di chuyển theo hướng tiến lại gần vị trí đặt ra đa.

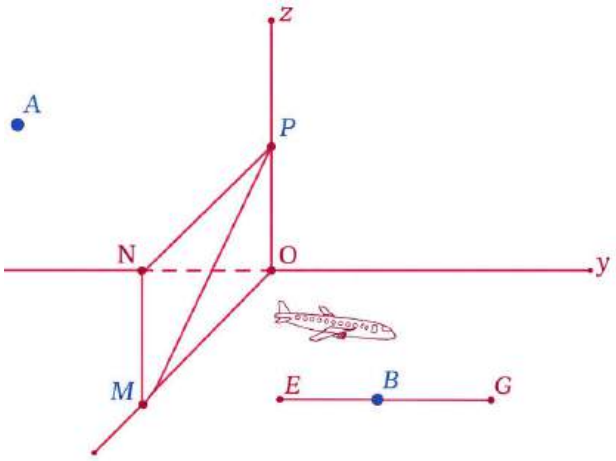
b) Khoảng cách $MN=100\sqrt{10}$ km.

c) Tốc độ của máy bay khi di chuyển từ M đến N là $150\sqrt{10}$ km/h.

d) Nếu tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 4 phút tiếp theo là $Q\left(a;b;c\right)$ với $a+b+c=1191$.

Câu 81: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào một sân bay, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt sân bay, một máy bay đang ở vị trí $A\left(4;-5;1\right)$ sẽ hạ cánh khẩn cấp ở vị trí $B\left(1;2;0\right)$ trên đường băng EG.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -5 + 7t \\ z = 1 - t \end{cases}$ (t phút).

b) Góc trượt không nằm trong phạm vi cho phép từ $2,5^\circ$ đến 9°.

c) Có một lớp mây mô phỏng bởi mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(5;0;0), N(0;-1;0)$, $P(0;0;2)$. Máy bay xuyên qua đám mây tại điểm C có độ cao làm tròn đến hàng đơn vị là $346\,\text{m}$.

d) Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là $800\,\text{m}$. Sau khi ra khỏi đám mây, người phi công đạt được quy định an toàn bay là người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(2;0,5;0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu $150\,\text{m}$.

Câu 82: Một khu bảo tồn thiên nhiên có hai trạm kiểm lâm và một trạm quan sát. Trong hệ toạ độ $Oxyz$, hai trạm kiểm lâm và trạm quan sát có vị trí lần lượt là $A(10;5;0)$, $B(70;85;0)$ và $I(20;65;0,2)$. Một thiết bị bay không người lái được thiết kế bay trên đường thẳng đi qua hai điểm $C(10;5;0,1)$ và $D(70;85;0,1)$ để truyền tín hiệu và dữ liệu về trạm quan sát I.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Cùng một thời điểm, một xe máy xuất phát từ A đi đến B với vận tốc $40\,\text{km/h}$ và một ô tô xuất phát từ B đi đến A với vận tốc $60\,\text{km/h}$, sau đó gặp nhau tại M. Drone phải di chuyển trước đến vị trí H có hình chiếu trên AB là M để truyền dữ liệu về trạm quan sát I. Khi đó vị trí của drone là $(34;37;0,1)$.

b) Phương trình đường thẳng mô tả cho tuyến đường bay của drone là $\begin{cases} x = 10 + 3t \\ y = 5 + 4t \\ z = 0,1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

c) Khi tín hiệu gửi về trạm quan sát nhanh nhất thì vị trí của drone là $K\left(\frac{212}{5};\frac{241}{5};0,1\right)$.

d) Trạm quan sát I nhìn đoạn thẳng AB dưới một góc nhỏ hơn 65°.

Câu 83: Một tàu thâm dò tự hành đang hoạt động dưới biển sâu. Hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập với một nước biển yên tĩnh là mặt phẳng (Oxy), trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới, đơn vị tính bằng hectômét. AUV bắt đầu hành tình từ vị trí $A(8,6,1)$ và dự định di chuyển theo

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

đường thẳng đến vị trí cuối $B\left(4:-2;2\right)$. Trong hành trình của minh AUV cần tránh một khu vực hình cầu $\left(S\right)$, tâm tại điểm $K\left(2;-4,2\right)$, bán kính $R=1$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

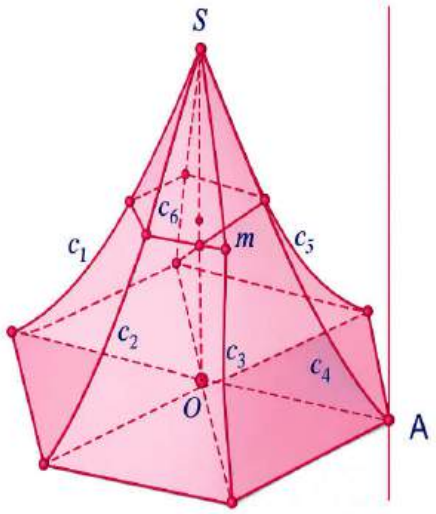
a) Mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình $\left(x-2\right)^2+\left(y+4\right)^2+\left(z-2\right)^2=1$.

b) Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\dfrac{x-8}{-4}=\dfrac{y-6}{-8}=\dfrac{z-1}{1}$

c) Trên hành trình AUV luôn cách tâm K một khoảng lớn hơn bán kính R.

d) Hành trình của AUV không đi qua khu khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu $\left(S\right)$.

Câu 84: Có một cái chòi hình "chóp cong", trong đó mái chòi $\left(H\right)$ có dạng hình "chóp lục giác cong đều" như hình vẽ bên dưới. Đáy (H) là một hình lục giác đều tâm O, đường chéo qua tâm O có độ dài là $10m$, chiều cao $SO=10m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6 nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của $\left(H\right)$ với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ vuông góc với SO là một lục giác đều. Biết rằng khi mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh $l=2m$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích hình lục giác đều nói trên khi (α) đi qua trung điểm của SO là $6\sqrt{3}\left(m^2\right)$.

b) Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ là điểm O trên hình vẽ, S thuộc tia Oy, đỉnh A của lục giác đều thuộc tia Ox thì c_4 nằm trên đường parabol có phương trình $y=\dfrac{1}{6}x^2-\dfrac{17}{6}x+10$.

c) Nếu $\left(\alpha\right)$ cắt SO và c_4 lần lượt tại M và B mà $OM=t$ thì độ dài đoạn BM là $\dfrac{17}{2}-\sqrt{t+\dfrac{49}{4}}$.

d) Thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi $\left(H\right)$ là $171,4\left(m^3\right)$

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(6;-10;3\right)$, mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(0;2;-3\right)$, bán kính bằng $2\sqrt{6}$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có phương trình: $x+y=0$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (α) bằng 2.

b) Điểm A nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (α) là $Q(8;-8;3)$.

d) Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C). Điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến A lớn nhất. Khi đó $MA = 6\sqrt{10}$.

Câu 86: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{3}$ và điểm $A(2;3;-1)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm A không thuộc đường thẳng d.

b) Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d có phương trình $2x+y+3z+4=0$.

c) Toạ độ giao điểm của d và mặt phẳng (P) là điểm $I\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{33}{14};\dfrac{27}{14}\right)$.

d) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (Q) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình $24x+75y-41z+249=0$.

Câu 87: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-6=0$ và điểm $A(-1;-1;2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng cách từ A đến (P) là $\sqrt{5}$.

b) Một công ty kỹ thuật muốn lắp đặt một camera giám sát để quan sát một màn hình quảng cáo hình chữ nhật với kích thước bề ngang là $6m$ và chiều cao $3m$ nằm trên mặt phẳng (P). Biết góc nhìn ngang của camera là 60^0, góc nhìn dọc là 40^0. Camera được đặt sao cho trục chính của nó hướng vào tâm màn hình quảng cáo. Khi đó, khoảng cách tối thiểu từ camera đến màn hình quảng cáo để toàn bộ màn hình quảng cáo nằm trong khung hình là $4,5m$.

c) Gọi B,C lần lượt là giao điểm của (P) với Ox,Oy. Thể tích tứ diện $AOBC$ là 6.

d) Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Nếu (Q) không đi qua A thì (Q) có phương trình là $x-2y+11=0$.

Câu 88: Trong hệ tọa độ Oxyz, cho hai vec tơ $\overrightarrow{AB}=(-1;2;3)$, $\overrightarrow{CD}=(2;-1;1)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu điểm A trùng với điểm C thì số đo $\widehat{BAD}$ làm tròn đến đơn vị độ là 83°.

b) Giả sử hai máy bay xuất phát đồng thời từ hai điểm $A(0,02;0;0)$, $C(0,01;0;0)$ trên một sân bay, chuyển động thẳng đều với véc tơ vận tốc lần lượt là $\overrightarrow{AB}=(-1;2;3), \overrightarrow{CD}=(2;-1;1)$. Sau 30 phút, khoảng cách giữa hai máy bay là 234 km.

c) Tọa độ vec tơ $\vec{u}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}$ là $\vec{u}=(-3;3;1)$.

d) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=-1$.

Câu 89: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB là: $x+2y-3z-2=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q):

$$\frac{x+2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}.$$

c) Nếu $M\in(P)$ sao cho $MA=MB$ thì $M\in\Delta$.

d) Điểm $C\in(P)$ có hoành độ nguyên sao cho $CA=CB=\sqrt{52}$. Khi đó phương trình của mặt cầu tâm C và đi qua điểm A có phương trình là $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=52$.

Câu 90: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$, mặt phẳng $(\alpha):x+2y+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3t\\y=1+2t\\z=-2+t\end{cases};(t\in\mathbb{R})$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $A(1;-1;2)$ là một điểm thuộc mặt phẳng (α).

b) Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) là

$$\begin{cases}x=1+t\\y=-1+2t\\z=2+t\end{cases};(t\in\mathbb{R}).$$

c) Mặt phẳng chứa điểm $A(1;-1;2)$ và chứa đường thẳng Δ có phương trình là $10x-11y-8z-5=0$.

d) Cosin của góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng $\frac{\sqrt{70}}{10}$.

Câu 91: Trong chuỗi sự kiện kỉ niệm 50 năm thống nhất đất nước, màn trình diễn với hơn 10500 drone được người dân háo hức mong chờ nhất. Giả sử có hai drone cùng lúc xuất phát tại cùng một địa điểm trên mặt đất. Sau một thời gian, chiếc thứ nhất đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Nam 60m, về phía Đông 40m và cách mặt đất 50m, chiếc thứ hai đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Bắc 40m, về phía Tây 20m và cách mặt đất 30m. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng cách giữa hai chiếc drone là 118,32m.

b) Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 87,57m.

c) Trong các vị trí trên mặt đất quan sát hai drone có một vị trí mà tổng khoảng cách từ vị trí này đến hai drone nhỏ nhất và tổng này bằng 141,42m.

d) Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát 53,85m.

Câu 92: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+5=0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-3y+6z=12$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$.

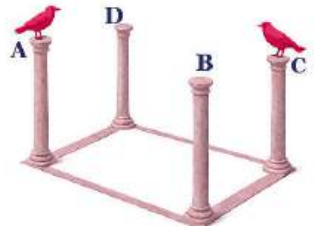
b) Mặt cầu (S) có bán kính $R=9$.

c) Khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng 2.

d) Đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có chu vi là $\pi\sqrt{5}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 93: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt đất là mặt phẳng (Oxy), đơn vị mét. Có bốn đầu cột trụ $A(0;0;3)$, $B(4;0;3)$, $C(4;6;3)$, D là bốn đỉnh của một hình chữ nhật theo thứ tự đó. Người ta quan sát 2 con chim đang đậu ở các vị trí A và C. Ta hiểu rằng các con chim khi bay đến chỗ con mồi sẽ bay theo đường thẳng.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ điểm D là $D(0;6;3)$.

b) Tâm I của hình chữ nhật $ABCD$ có tọa độ là $I(2;3;3)$.

c) Trong thực tế, khi bay đến vị trí thức ăn, chim từ A bay với vận tốc $10\,m/s$, chim từ C bay với vận tốc $6\,m/s$ và hai con chim xuất phát cùng lúc. Sau $0,5\,s$ từ khi xuất phát thì khoảng cách của chúng bằng $1,6\,m$.

d) Chợt hai con chim nhận thấy vị trí có thức ăn trên mặt đất ở điểm $E(3;5;0)$. Nếu hai con chim cùng xuất phát và bay cùng vận tốc thì con chim từ vị trí A sẽ đến vị trí thức ăn trước con chim còn lại.

Câu 94: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;1)$, mặt phẳng $(P): x-2y+z+2=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng OM có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-1;-3;-1)$.

b) Điểm M thuộc mặt phẳng (P).

c) Véc-tơ $\vec{u}=(2;-1;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

d) Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P). Khi đó khoảng cách từ M đến (α) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{11}}$.

Câu 95: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-40;5;2)$ và chuyển động thẳng đến điểm $B(808;-101;426)$ với vận tốc là $6\,\text{m/s}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $M(384;-48;214)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b) Vectơ $\vec{u}=(8;1;4)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

c) Thời gian cabin cáp treo đi từ A đến B là 2 phút 39 giây.

d) Sau khi di chuyển từ A được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 96: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu của sân bay đặt tại điểm $O\left(0;0;0\right)$, đơn vị độ dài trên mỗi trục ứng với $1km$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát không lưu $417km$ sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $M\left(-779;-260;8\right)$ chuyển động thẳng đều với tốc độ không đổi theo hướng của vecto $\vec{u}=\left(91;75;0\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

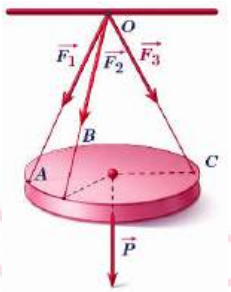
a) Đường thẳng mô tả đường đi của máy bay đi qua điểm $N\left(-597;-110;8\right)$.

b) Vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar là điểm $P\left(40;415;8\right)$.

c) Nếu thời gian máy bay xuất hiện trên màn hình radar là 30 phút thì thời gian máy bay di chuyển từ M đến khi xuất hiện lần cuối cùng trên màn hình radar là 54 phút.

d) Khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu luôn lớn hơn $294km$.

Câu 97: Một chiếc đèn tròn được treo song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào 3 điểm A,B,C trên đèn tròn. Độ dài của 3 đoạn dây OA,OB,OC đều bằng $L\left(inch\right)$. Trọng lượng một chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 $\left(inch\right)$. Gọi F là độ lớn của các lực căng $\overrightarrow{F_1};\overrightarrow{F_2};\overrightarrow{F_3}$ trên mỗi sợi dây OA,OB,OC



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Chu vi của chiếc đèn là 36π.

b) $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}\right|=24\ N$.

c) Khi độ dài của ba sợi dây càng tăng thì độ lớn các lực căng F giảm nhưng không vượt quá $9N$.

d) Chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây để lực căng tối đa $24N$ là $27\sqrt{2}\left(inch\right)$.

Câu 98: Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm., những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.

Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, mặt đất là mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$d:\begin{cases}x=0\\y=t\\z=20\end{cases}$. Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

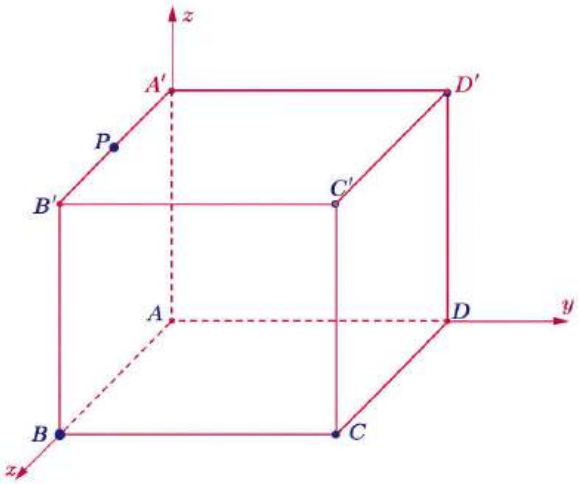
a) Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (Oyz).

b) Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $A'(-15;-10;15)$.

c) Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB, BC, AC nhỏ nhất. Ta có $m+n+b=\dfrac{200}{7}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài các đoạn đường AB, BC, AC làm tròn đến hàng phần chục bằng $45,5\,\text{m}$.

Câu 99: Một căn phòng có dạng là một hình hộp chữ nhật, được mô hình hóa và gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sau:



Người ta thiết kế một công tắc điện tại điểm $M(0;2;2)$ và một bóng đèn để chiếu sáng căn phòng tại điểm P là trung điểm của $A'B'$, biết $C'(6;5;4)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm M thuộc mặt phẳng (ADD').

b) Tọa độ điểm P là $P(3;0;5)$.

c) Mặt phẳng (PCD') có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;-6;15)$.

d) N là điểm di động trên đoạn AA'. Dây cấp điện cho bóng đèn được đấu từ công tắc điện tại vị trí M kéo đến điểm N rồi nối đến bóng đèn. Độ dài dây cấp điện tối thiểu bằng $\sqrt{29}$

Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài $10\,km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30\,km$. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4;2;1)$ đến vị trí $B\left(-1;-\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{2}\right)$ với vận tốc $80\,km/h$ theo một đường thẳng.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Hai điểm A, B nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M\left(0;0;3\right)$.

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 15 phút.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 17

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 17

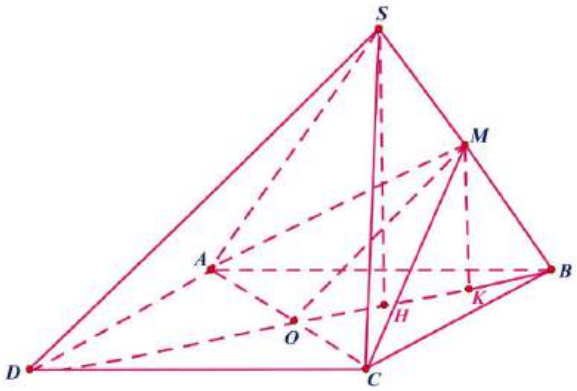
§17. BÀI TOÁN KHOẢNG CÁCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Học sinh xem tóm tắt lý thuyết ở Chủ đề 6, Trang 61.

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẢ LỜI NGẮN

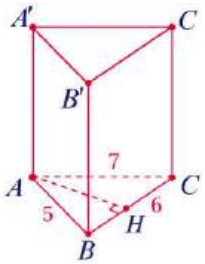
Câu 1. **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AB=2$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm H của tam giác ABC và $SH=\sqrt{2}$.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD là bao nhiêu?

Câu 2. **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $\widehat{ABC}=60^\circ$ và $AB=4$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm H của tam giác ABC và $SH=2\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng bao nhiêu?

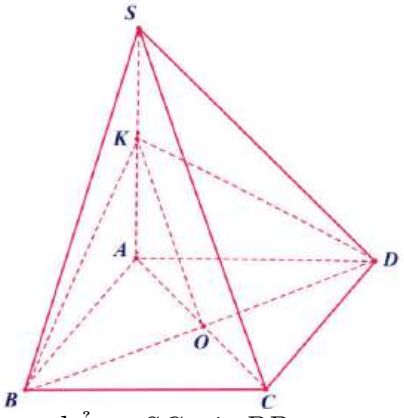
Câu 3. **(Đề minh họa BGD 2025)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu?

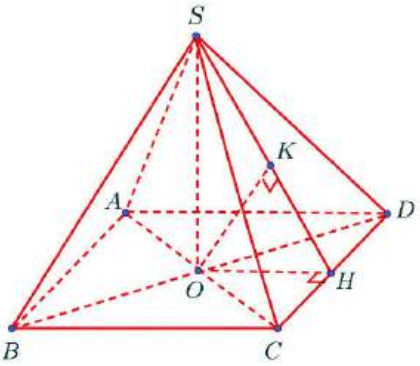
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật; $AB=1$, $\widehat{ACD}=60^\circ$, $SA\perp\left(ABCD\right)$ và số đo của góc nhị diện $\left[S,CD,B\right]$ bằng 60°.



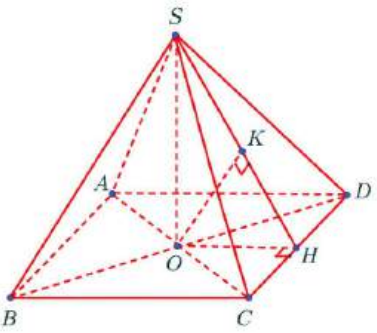
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$.



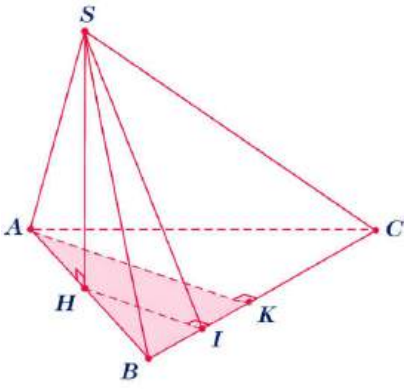
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.

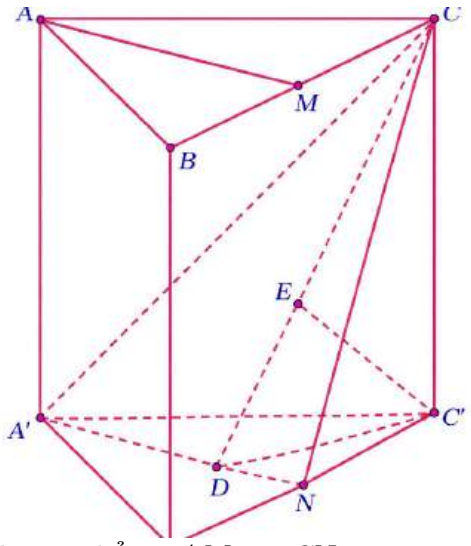
Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC, SAB là các tam giác đều và mặt bên $\left(SAB\right)$ vuông góc với mặt đáy.



Gọi α là số đo của góc phẳng nhị diện $\left[S,BC,A\right]$. Tính $\cos^2\alpha$.

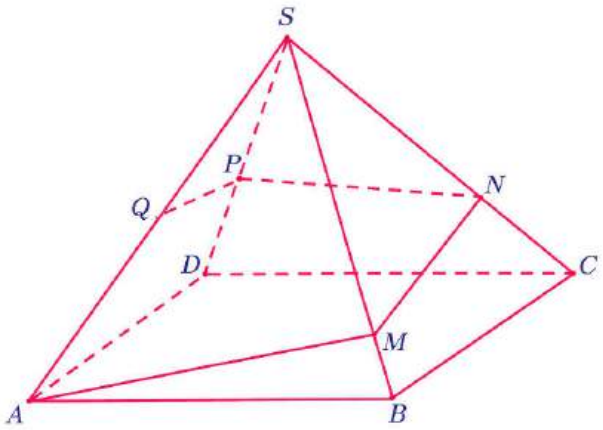
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 8. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{3}$, cạnh bên $AA'=3$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của $BC, B'C'$.



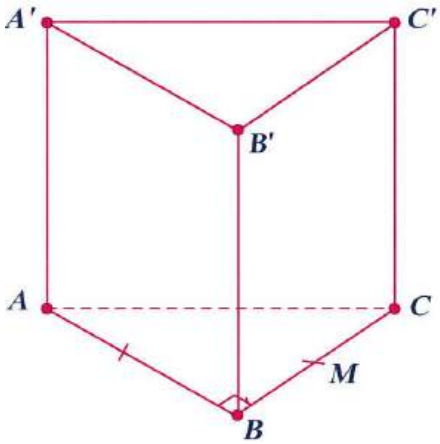
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CN.

Câu 9. Đèn trang trí ở công viên có dạng hình chóp tứ giác đều. Cạnh bên có chiều dài $4m$, góc ở đỉnh của mặt bên bằng $15°$. Ban tổ chức muốn trang trí đèn Led một vòng quanh hình chóp từ vị trí A đến vị trí Q là trung điểm của SA. Biết chi phí để lắp $1m$ đèn Led có giá $200\ 000$ đồng.



Hỏi chi phí thấp nhất để lắp đèn Led bằng bao nhiêu nghìn đồng?

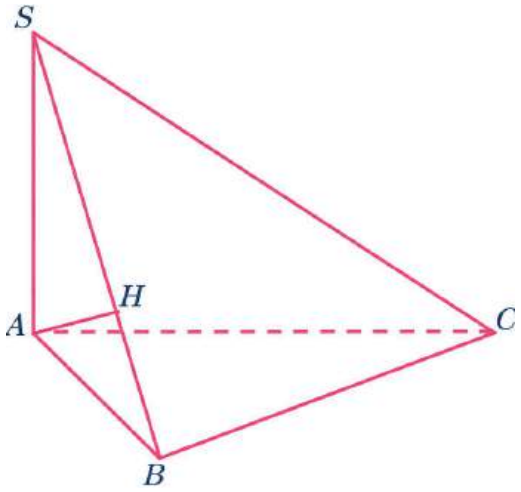
Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $6\sqrt{3}$ (cm).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu cm?

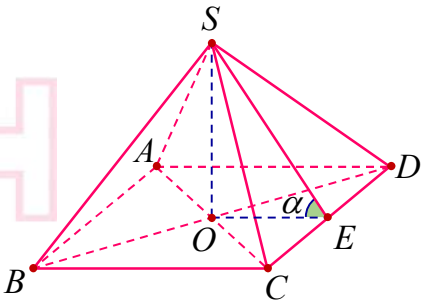
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B, AB=2, SA \perp (ABC)$ và $SA=5$



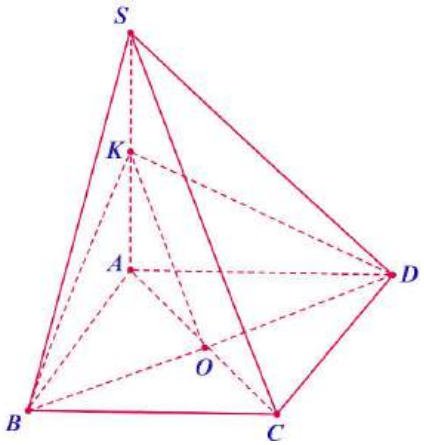
Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Câu 12. Độ dốc của mái nhà là tang của góc tạo bởi mái nhà đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80500 (m^2) và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\dfrac{49}{45}$.



Chiều cao của kim tự tháp là bao nhiêu mét?

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật; $AB=1$, $\widehat{ACD}=60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và số đo của góc nhị diện $[S,CD,B]$ bằng 60°.



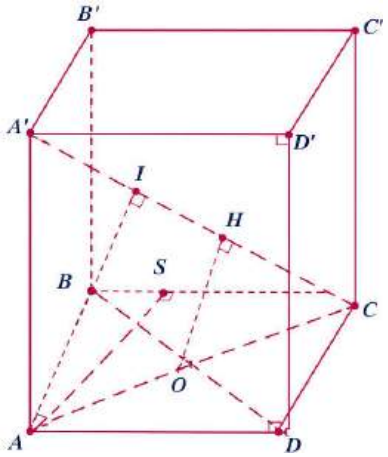
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14. Một hộp quà có dạng khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2\,\text{dm}$, số đo của góc nhị diện $\left[A', BD, A\right]$ bằng $30°$.

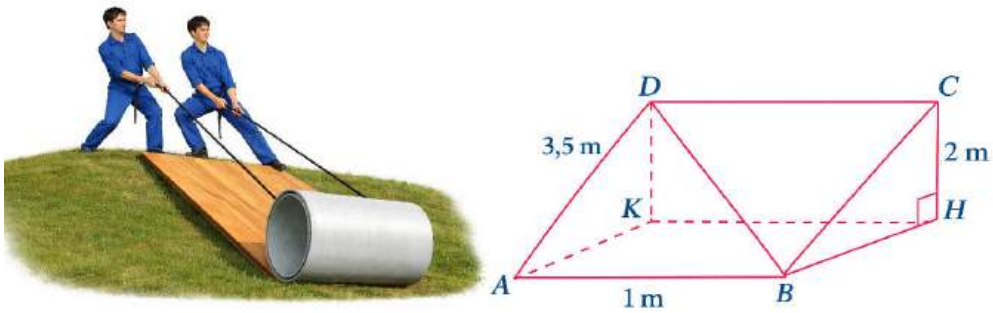
Nếu các mặt của vỏ hộp quà đó có độ dày bằng nhau và bằng $0{,}6\,\text{cm}$ thì phần viền bên trong của hộp quà đó có thể tích bằng bao nhiêu cm^3 ?

Câu 15. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $AA' = 6, AB = AC = 3$.



Tính tổng khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C$.

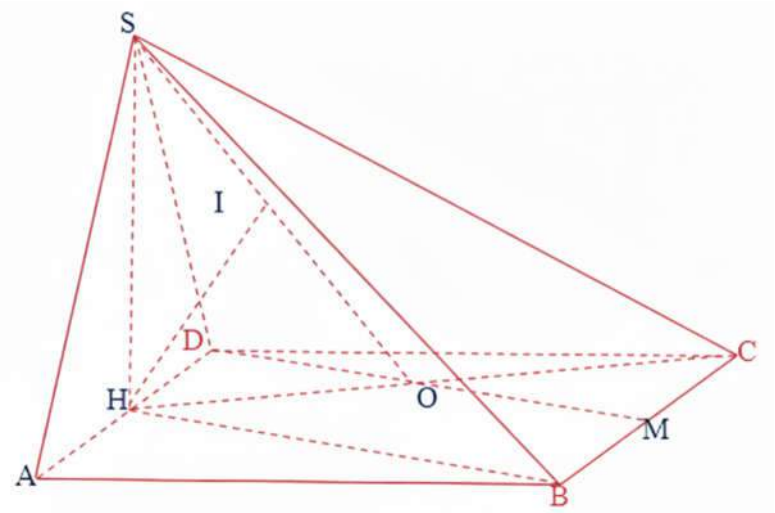
Câu 16. Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu $2m$. Cho biết $AB = 1m, AD = 3{,}5m$.



Tính góc giữa đường thẳng BD và đáy hố.

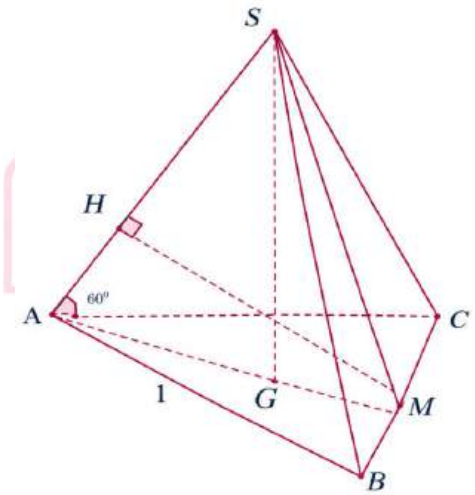
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của AD, góc giữa SB mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$ là 45^0.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



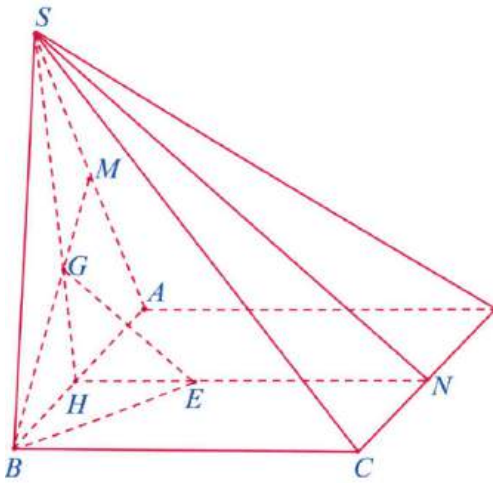
Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BH theo a được kết quả là ma. Khi đó giá trị $\dfrac{3}{5}m^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 1. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng $60°$.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

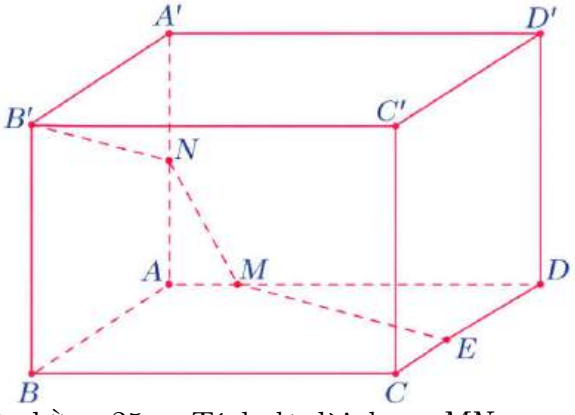
Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{ABC}=60^0$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và CD.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SN bằng bao nhiêu ?

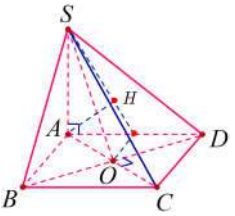
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 20. Một mô hình trang trí có dạng là hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, cạnh bằng 10 m. Người ta cần nối một đường dây điện đi từ điểm E đi qua điểm M thuộc cạnh AD, đi tiếp qua điểm N thuộc cạnh AA' rồi tới điểm B'.



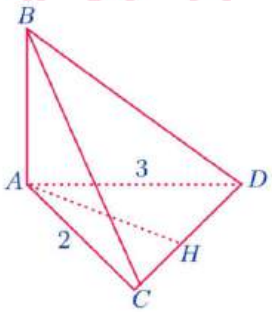
Biết độ dài đoạn dây điện bằng 25 m. Tính độ dài đoạn MN.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh $1cm$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60°$.



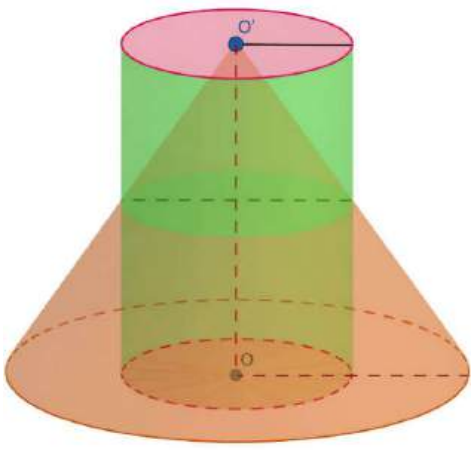
Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng bao nhiêu cm?

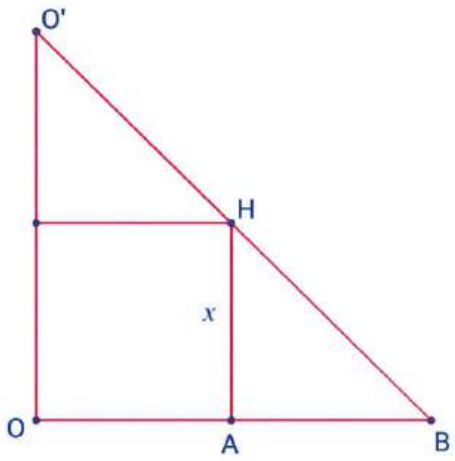
Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp (ACD)$, tam giác ACD vuông tại A và $AC = 2$, $AD = 3$.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

Câu 23. Cho khối trụ có bán kính R chiều cao h, hai đường tròn đáy có tâm là O và O'. Một khối nón có đỉnh trùng với O' và đáy có tâm $(O;2R)$.

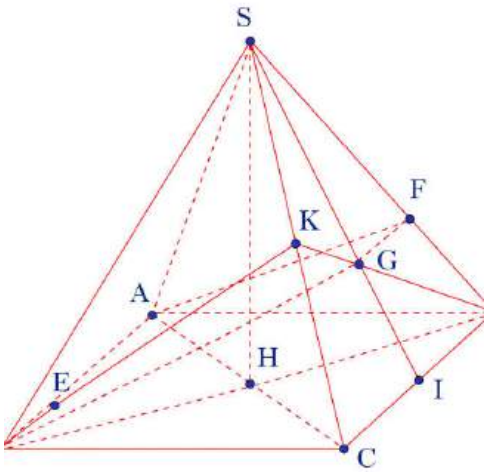




NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

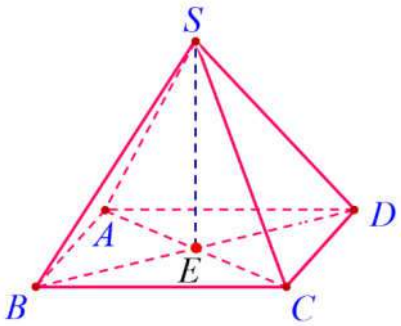
Gọi V_1 là thể tích phần khối nón nằm bên ngoài khối trụ, V_2 là thể tích phần khối trụ nằm bên ngoài khối nón. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$?

Câu 24. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{16}{3}$ với $AB=2$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD, trên các cạnh AB, SD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho EF song song với BG.



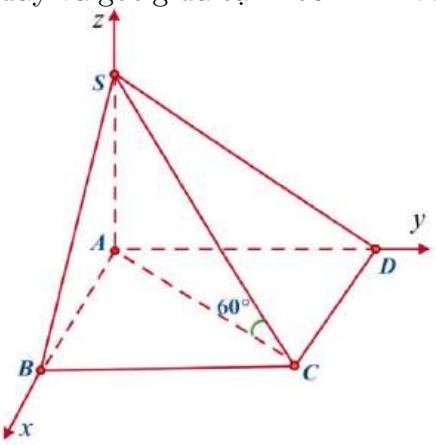
Khoảng cách giữa hai đường thẳng DG và EF bằng $\dfrac{m}{n}$ với m,n nguyên dương và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $2m-n$.

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 m.



Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng bao nhiêu mét?

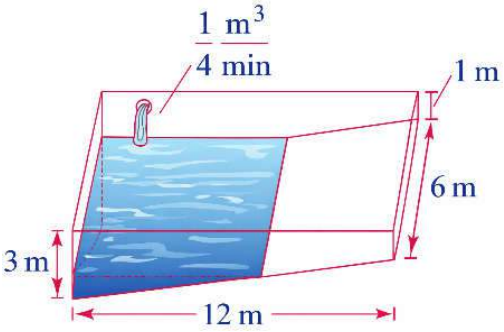
Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, với $AB=2\sqrt{2}$ và $BC=2$. Cạnh SA vuông góc với mặt đáy và góc giữa cạnh bên SC với đáy là 60^0.

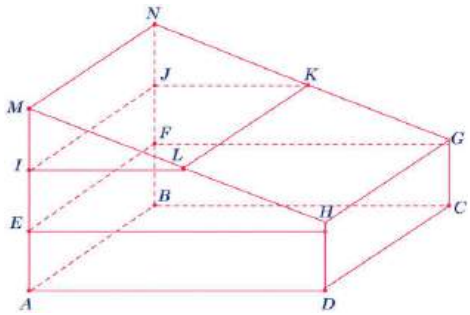


Tính khoảng cách từ điểm C đến (SBD).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

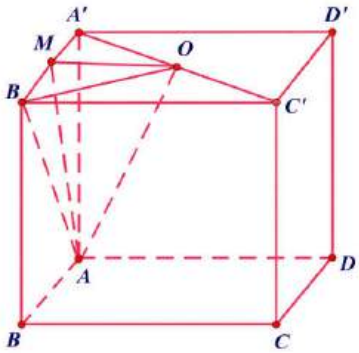
Câu 27. Một hồ bơi được chế tạo từ một khối hộp chữ nhật có chiều dài 12 mét, rộng 6 mét, sâu 1 mét ở đầu nông và sâu 3 mét ở đầu sâu. Nước được bơm vào hồ bơi với tốc độ 0,25 mét khối mỗi phút. Biết rằng trong bể có 1 mét nước ở đầu sâu.





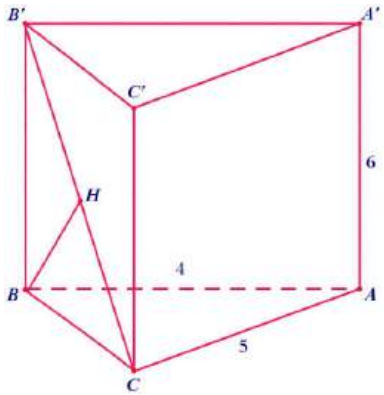
Để lượng nước đạt 75% dung tích bể bơi thì cần bơm trong thời gian bao lâu?

Câu 28. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $AA'=8$. Gọi M,O lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$. Biết thể tích tứ diện $AMOB'$ bằng 18.



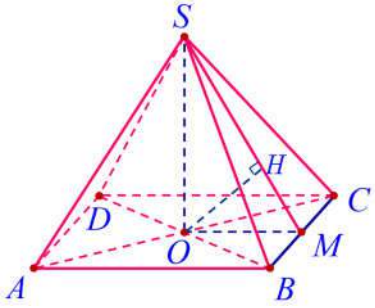
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CO.

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=4, AC=5$, $AA'=6$.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng bao nhiêu?

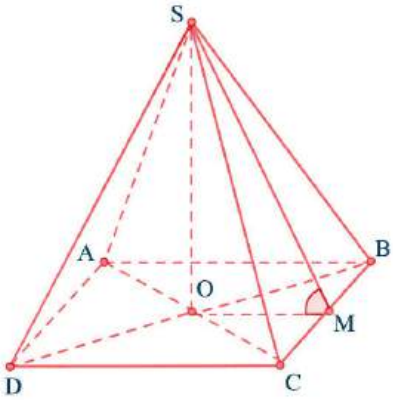
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng $4\sqrt{2}$ các cạnh bên bằng nhau và cùng bằng $2\sqrt{6}$.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

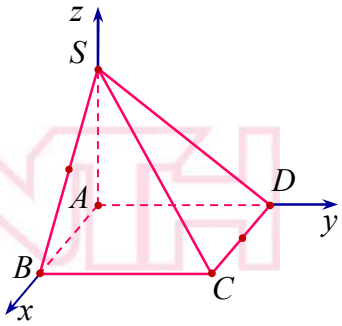
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 31. Độ dốc của mái nhà là tang của góc tạo bởi mái nhà đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee có dạng hình chóp tứ giác đều. Biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{9}{5}$.



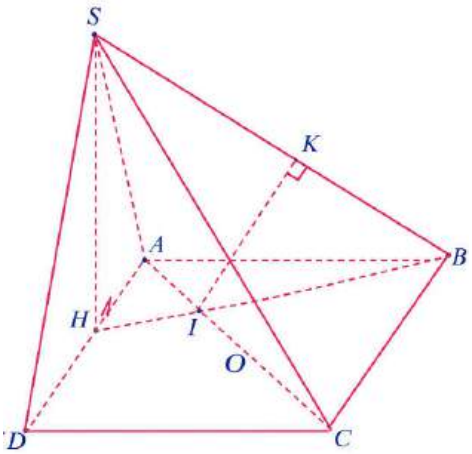
Tính chiều cao của kim tự tháp.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, $SA \perp (ABCD)$, số đo của góc nhị diện $[S,BC,A]$ bằng 30°.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng $\frac{3\sqrt{14}}{n}$. Giá trị của n bằng bao nhiêu?

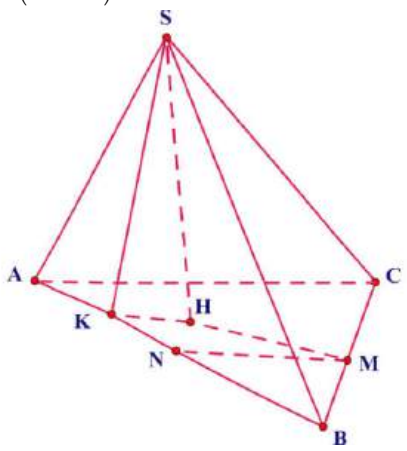
Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm $O, AB = 2$, $BC = 2\sqrt{3}$. Tam giác OAS cân tại S, mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60°.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.

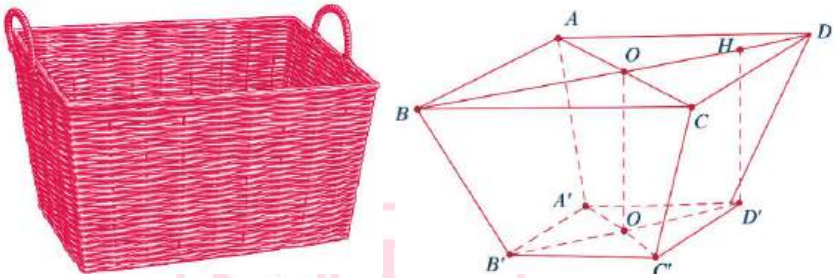
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 34. Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, M là trung điểm của BC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của AM.



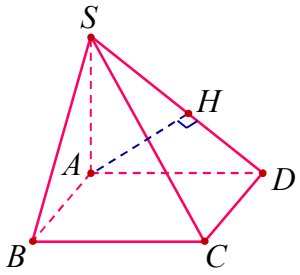
Cho biết $AB=2, AC=2\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

Câu 35. Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều như hình vẽ dưới. Đáy và miệng sọt là các hình vuông có cạnh tương ứng bằng 80 cm và 60 cm. Cạnh bên của sọt dài 50 cm.



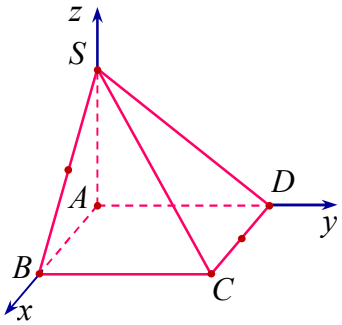
Tính thể tích của sọt theo đơn vị mét khối.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu ?

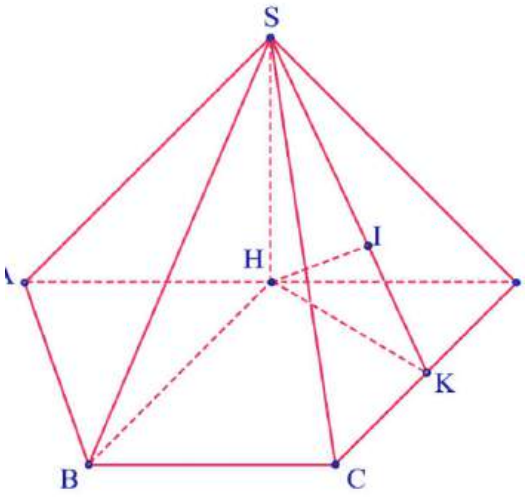
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 1, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=\sqrt{2}$.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và BD.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 38. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=1$, $AD=2$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD và $SH=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

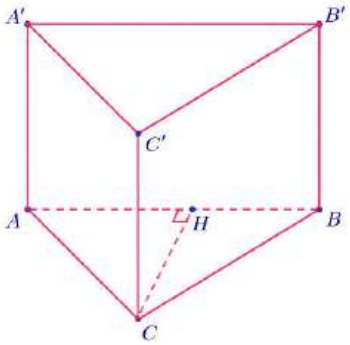


Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$.

Câu 39. Một khay đá gồm 6 ngăn nhỏ có dạng là các hình chóp cụt với miệng đáy là hình vuông. Ta đo được độ dài cạnh đáy nhỏ, cạnh đáy lớn lần lượt bằng 1 cm và 3 cm và chiều cao mặt bên bằng $\sqrt{2}$ cm.

Tính $a+b$ biết cosin góc giữa đường chéo của viên đá với cạnh đáy của viên đá có dạng $\dfrac{a}{b}$ (a, b là hai số nguyên tố cùng nhau).

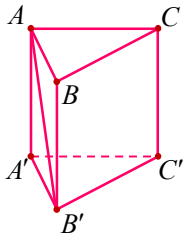
Câu 40. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC=1, BC=2, \widehat{ACB}=120^\circ$.



Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$.

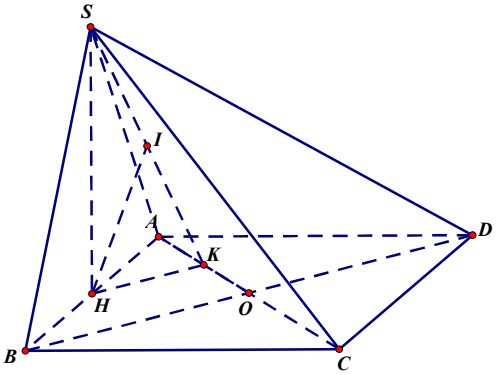
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 41. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2, AA'=3$.



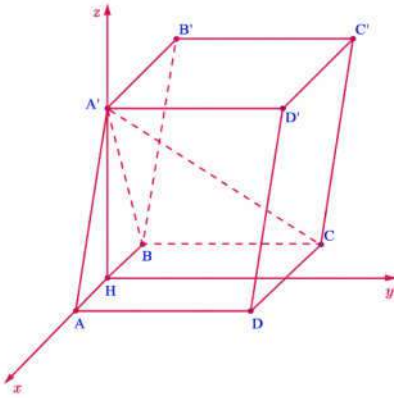
Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng bao nhiêu ?

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2\sqrt{5}$, tâm O và $\widehat{ABC}=60^\circ$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.



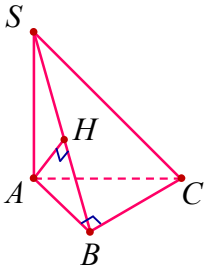
Gọi H là trung điểm cạnh AB. Tính bình phương khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAC).

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=1$, $AD=2$, tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ D đến $(A'BC)$ bằng $\dfrac{2}{5}$.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC.

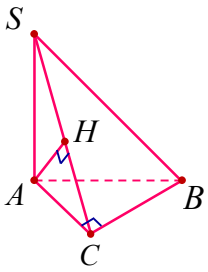
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $2SA=AC=2\sqrt{6}$ và SA vuông góc với đáy.



Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng bao nhiêu?

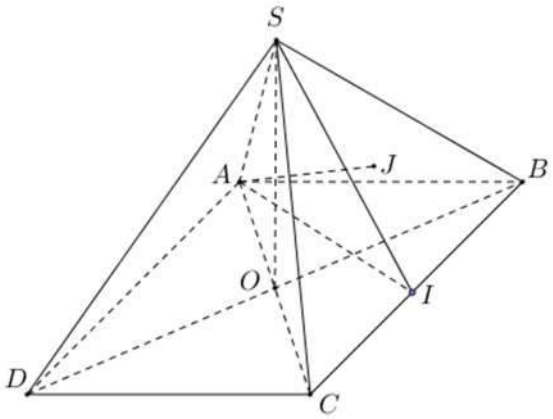
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C và $AC=4$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $\dfrac{12}{5}$.



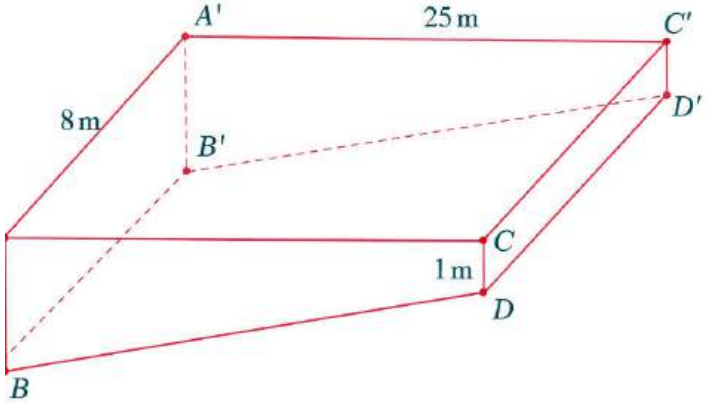
Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là giao điểm của AC và BD. Biết $SO=AB=2$.



Giá trị sin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng bao nhiêu?

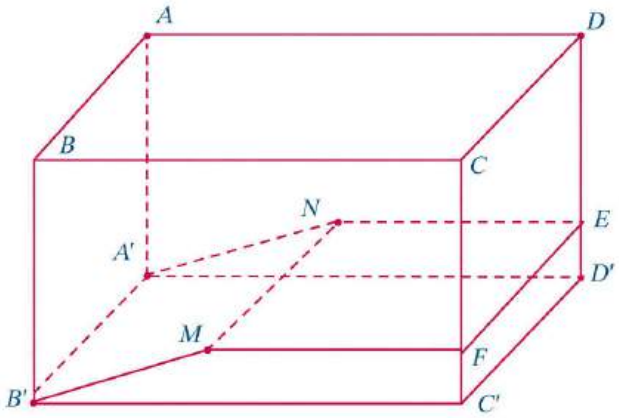
Câu 47. Mặt bể bơi của một dự án chung cư cao cấp có dạng một hình chữ nhật với chiều dài $25m$ và chiều rộng $8m$. Bể bơi sâu $1m$ ở bên đầu nông CD và sâu $2m$ bên đầu sâu $A'B'$. Biết hai đầu nông, sâu thuộc hai bên theo chiều dài của bể bơi. Ban đầu bể không có nước, nước bắt đầu được bơm vào bể lúc 7 giờ sáng với tốc độ $1m^3$ mỗi phút.



Vào lúc 8 giờ 4 phút sáng thì mực nước dâng lên với tốc độ $\dfrac{1}{a}$ m / phút. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

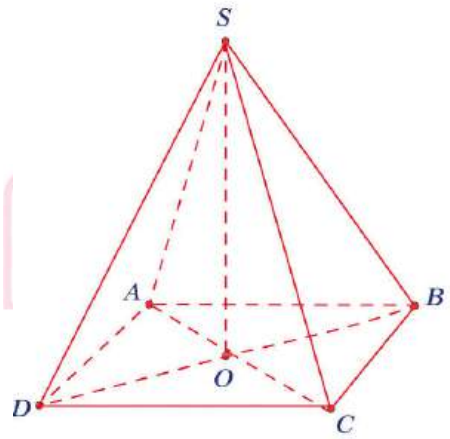
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 48. Một bể bơi ban đầu có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Sau đó người ta làm lại mặt đáy như hình vẽ. Biết rằng $A'B'MN$ và $MNEF$ là các hình chữ nhật, $(MNFE)//(A'B'C'D')$, $AB = 10\,\text{m}$, $AD = 30\,\text{m}$, $AA' = 20\,\text{m}$, $MF = DE = 17\,\text{m}$.



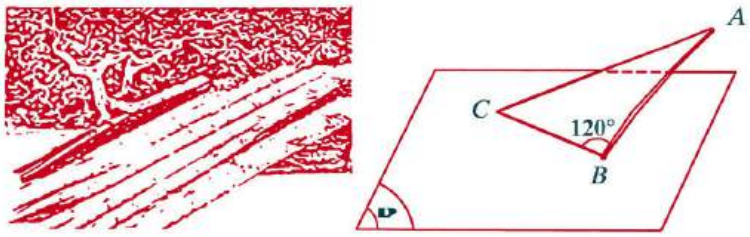
Tính tỉ số thể tích của bể sau khi làm lại mặt đáy với thể tích của bể lúc ban đầu.

Câu 49. Một chiếc lều hình chóp có đáy là hình vuông, mỗi cạnh dài $200cm$. Đỉnh lều nằm thẳng đứng phía trên tâm của hình vuông và chiều cao của chiếc lều là $206cm$. Người ta dùng 4 cọc bằng nhau nối từ 4 góc của đáy đến đỉnh lều để dựng lều.



Chiều dài tối thiểu của mỗi cây cọc là bao nhiêu centimet?

Câu 50. Bánh tráng sau khi tráng, người ta sẽ đặt chúng trên tấm liếp tre rồi phơi nắng. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng tấm liếp tre có chiều dài bằng $3m$ và tạo với mặt đất một góc $60°$. Tại một thời điểm dưới ánh sáng mặt trời, bóng BC của tấm liếp tre trên mặt đất dài $3,6m$ và tạo với tấm liếp một góc bằng $120°$, .

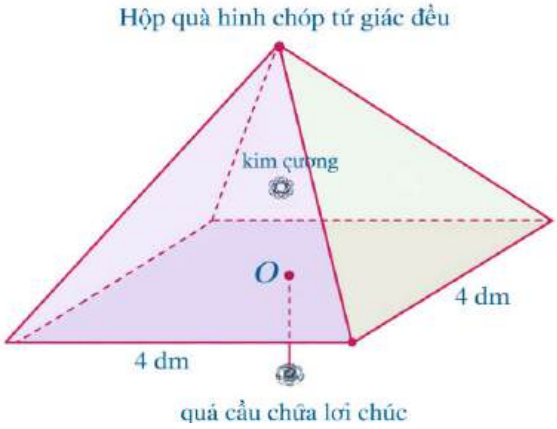


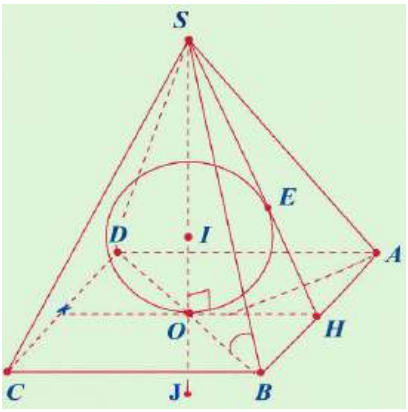
Góc giữa mặt đất và đường thẳng chứa tia sáng mặt trời tại thời điểm nói trên bằng bao nhiêu độ?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

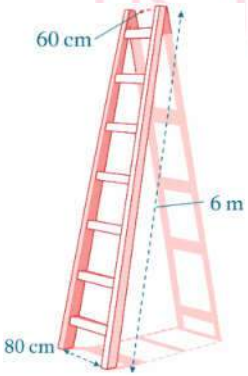
Câu 51. Vào ngày lễ tình nhân, Ronaldo đã tặng cho cô bạn gái Georgina một viên kim cương vô cùng giá trị. Viên kim cương nằm trong một gói quà độc đáo có dạng hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy bằng $4\,\text{dm}$, vị trí đặt kim cương là tâm của mặt cầu nội tiếp hình chóp đó.

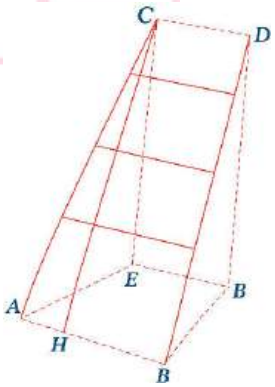




Từ vị trí tâm O của đáy hình chóp, có một sợi dây dùng để treo một quả cầu nhỏ, bên trong quả cầu đó chứa những lời chúc có cánh của huyền thoại bóng đá dành cho người tình. Gói quà được treo cân bằng trong căn phòng sao cho đỉnh hình chóp ở vị trí cao nhất và đáy hình chóp song song với mặt đất; khi đó viên kim cương và quả cầu đối xứng nhau qua O; đồng thời tâm quả cầu cách đều tất cả các cạnh hình chóp. Hỏi gói quà hình chóp đều đó có thể tích bao nhiêu dm^3?

Câu 52. Một chiếc thang có dạng hình thang cân có chiều dài thanh bên 6 m. Khoảng cách hai chân thang là 80 cm và hai ngọn thang là 60 cm. Thang được dựa vào bờ tường như hình bên.

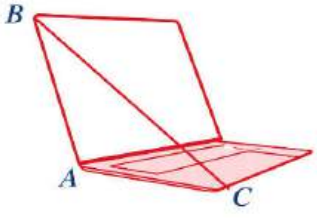




Tính góc giữa đường thẳng chân tường và thanh bên của hình thang.

Câu 53. Số đo góc nhị diện hợp bởi nửa mặt phẳng chứa màn hình và nửa mặt phẳng chứa bàn phím của laptop gọi là độ mở của laptop. Nghiên cứu tư thế ngồi sử dụng laptop để đảm bảo sức khỏe và hiệu quả công việc các chuyên gia khuyến cáo tư thế ngồi như hình vẽ 1. Khi đó laptop để trên giá đỡ có độ mở màn hình như hình vẽ 2.

Hình vẽ 1

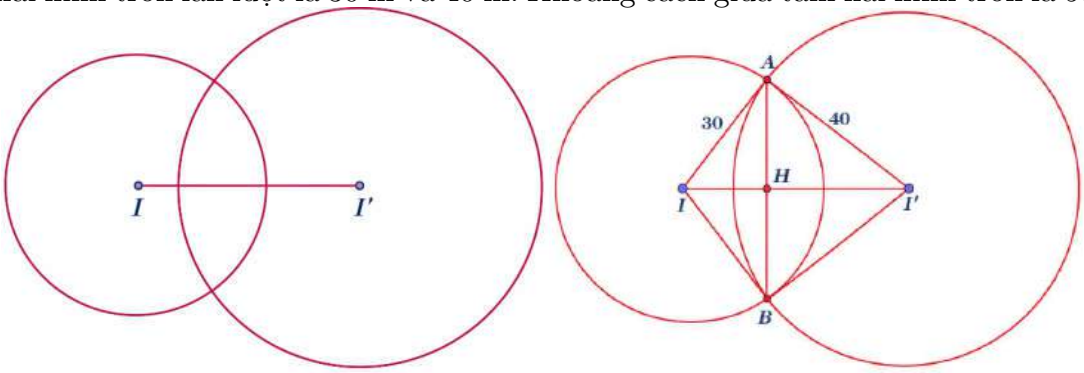


Hình vẽ 2

Kích thước các cạnh đo được $AB = AC = 23\,cm; BC = 39\,cm$. Tính độ mở của laptop.

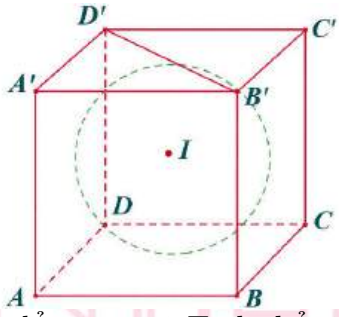
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 54. Người ta làm một sân khấu có hình dạng hai hình tròn giao nhau như hình vẽ. Bán kính hai hình tròn lần lượt là 30 m và 40 m. Khoảng cách giữa tâm hai hình tròn là 50 m.



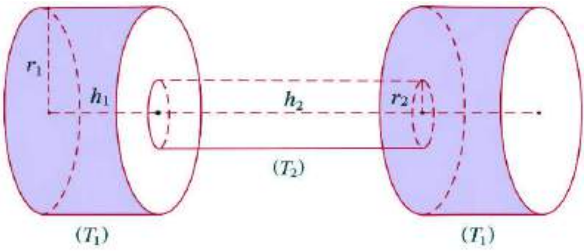
Tính diện tích phần giao nhau của hai hình tròn theo m^2.

Câu 55. Cho một hộp quà hình lập phương có cạnh bằng 10 cm. Trong hộp có một quả cầu pha lê lớn đặc được đặt vừa khít vào hộp sao cho quả cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hộp. Ở 8 góc của hình lập phương, có 8 quả cầu pha lê nhỏ cùng tiếp xúc với các mặt hộp và tiếp xúc với quả cầu lớn.



Đổ epoxy resin vào đầy hộp để trang trí. Tính thể tích phần keo cần đổ, theo đơn vị lít.

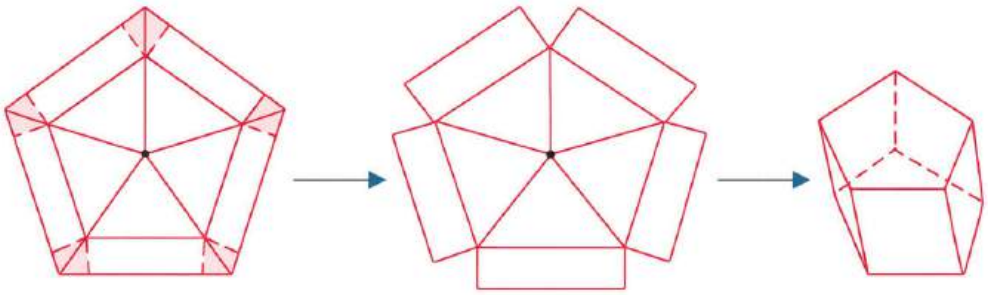
Câu 56. Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là (T_1) và khối trụ làm tay cầm là (T_2) lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_1 = 4r_2$, $h_1 = \frac{1}{2}h_2$.



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm (T_2) bằng $30cm^3$ và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D = 7,7g/cm^3$. Hỏi khối lượng của chiếc tạ tay bằng bao nhiêu?

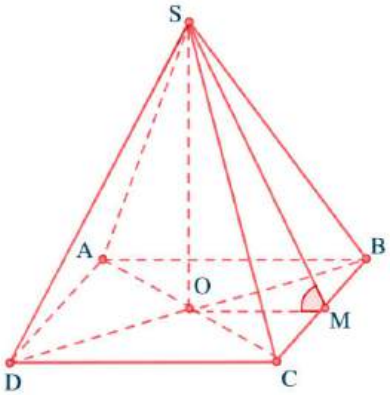
Câu 57. Cho một tấm tôn hình một ngũ giác đều có cạnh bằng 6dm. Người ta thực hiện các bước sau:
Bước 1: Cắt ở mỗi đỉnh của ngũ giác đều đó hai tam giác vuông bằng nhau.
Bước 2: Cắt theo nét đứt đoạn để thu được hình hợp bởi một ngũ giác đều và năm hình chữ nhật.
Bước 3: Gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ ngũ giác đều .

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



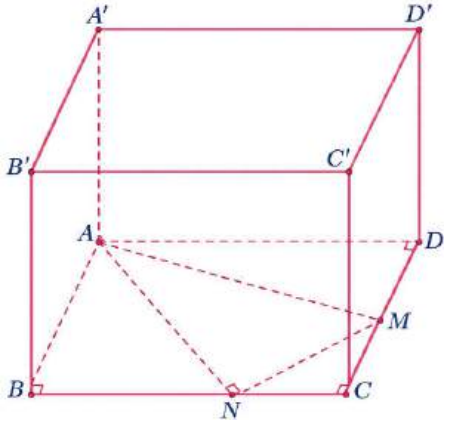
Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu đề-xi-mét khối?

Câu 58. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$.



Gọi góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α. Tính $\tan\alpha$.

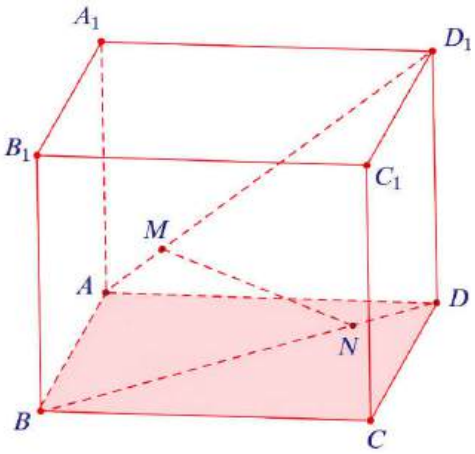
Câu 59. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=6, AD=9$. Lấy M là trung điểm của CD, N thuộc cạnh BC sao cho $NB=2NC$.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và MN bằng bao nhiêu?

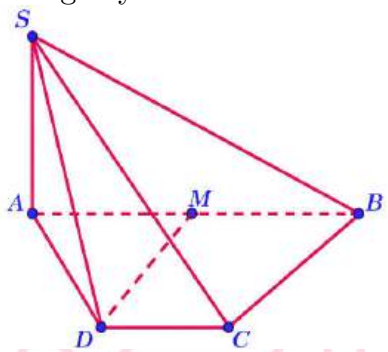
Câu 60. Một kỹ sư thiết kế mô hình trang trí cho một sân khấu nổi có dạng hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với độ dài các cạnh bằng 5 m. Để tạo ra nét độc đáo cho sân khấu, người kỹ sư muốn thiết kế một dàn đèn ánh sáng nối từ một điểm M trên đoạn thẳng AD_1 xuống một điểm N trên đoạn thẳng BD thỏa mãn $AM=DN$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Dàn đèn ánh sáng có chiều dài ngắn nhất là bao nhiêu mét ?

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $SA = 3a$.



Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng $\dfrac{xa}{y}$.

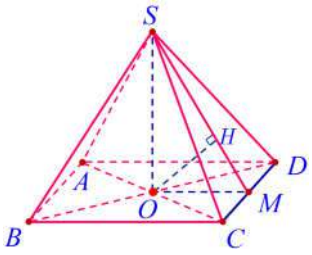
Tính $3x + 2y$?

Câu 62. Một ống khói có cấu trúc gồm một khối chóp cụt tứ giác đều có thể tích V_1 và một khối hộp chữ nhất có thể tích V_2 ghép lại với nhau như hình vẽ bên dưới.

Cho biết bản vẽ hình chiếu của ống khói với phương chiếu trùng với phương của một cạnh đáy khối chóp cụt, hãy tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_1}{V_2}$, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

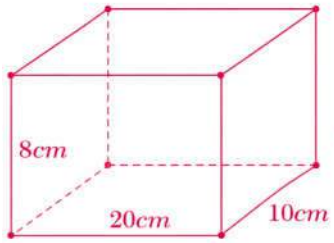
Câu 63. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

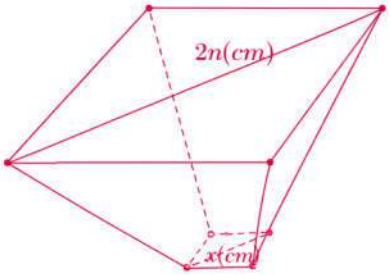


Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$ bằng $a\sqrt{\dfrac{b}{c}}$, với phân số $\dfrac{b}{c}$ tối giản, $b>0,\ c>0$. Tính $T=3c+2b$.

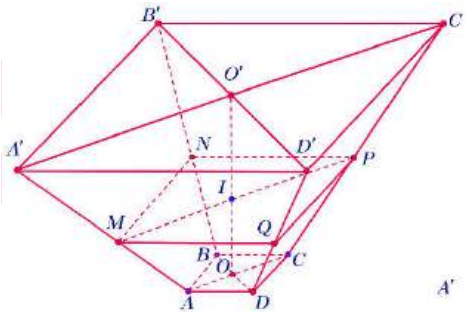
Câu 64. Một chiếc khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước: chiều dài $20\,cm$, chiều rộng $10\,cm$, chiều cao $8\,cm$. Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay thứ nhất đó sang chiếc khay thứ hai có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài $n\left(cm\right)$, miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài $2n\left(cm\right)$. Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng $\dfrac{2}{5}$ chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi $\dfrac{1}{4}$ so với ban đầu.



Hình a

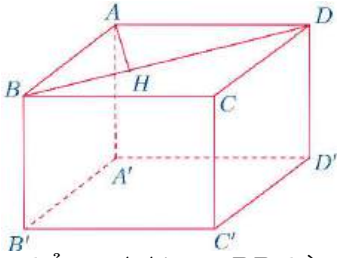


Hình b



Thể tích của chiếc khay thứ hai theo đơn vị centimét khối có kết quả chính xác đến hàng đơn vị là $a\left(cm^3\right)$. Tổng các chữ số của a bằng bao nhiêu?

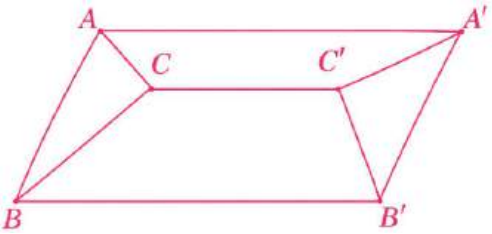
Câu 65. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=10, AD=20$.

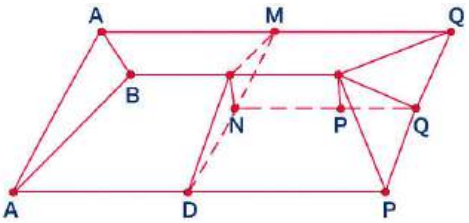


Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD bằng bao nhiêu?

Câu 66. Gia đình bác An muốn làm mái tôn cho sân thượng là hình chữ nhật $ABB'A'$ với kích thước chiều dài $AA'=10m$ và chiều rộng $AB=6m$. Bác dự định làm mái tôn có thanh ngang $CC'=6m$ nằm chính giữa mái, song song và cách mặt sàn sân thượng $2m$. Biết rằng chi phí làm mái tôn trọn gói cho $1m^2$ là 250 000 vnđ. Tính số tiền bác An phải chi trả

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

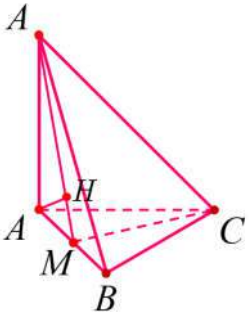




Lưu ý: Khoảng cách giữa thang ngang và mặt sàn là độ dài đoạn thẳng nối một điểm thuộc thanh ngang đến hình chiếu của điểm đó trên mặt sàn.

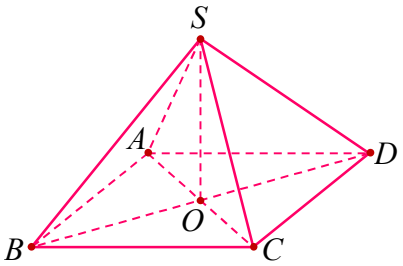
Câu 67. Công ty sữa cần làm các lon đựng sữa hình trụ có thể tích 800 cm^3 . Để chi phí vật liệu làm hộp sữa nhỏ nhất, cần thiết kế hộp sữa có bán kính bao nhiêu cm ?

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$.



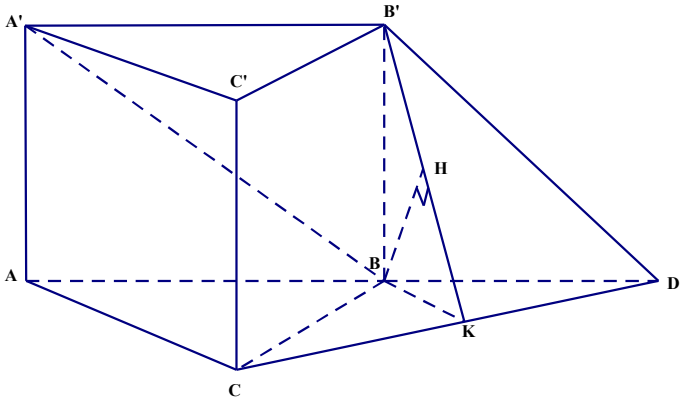
Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCM)

Câu 69. Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris, Pháp. Kim tự tháp kính Louvre có dạng hình chóp tứ giác đều cao $20,6\,m$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy xấp xỉ $39°46'22''$.



Thể tích của kim tự tháp đó bằng bao nhiêu mét khối?

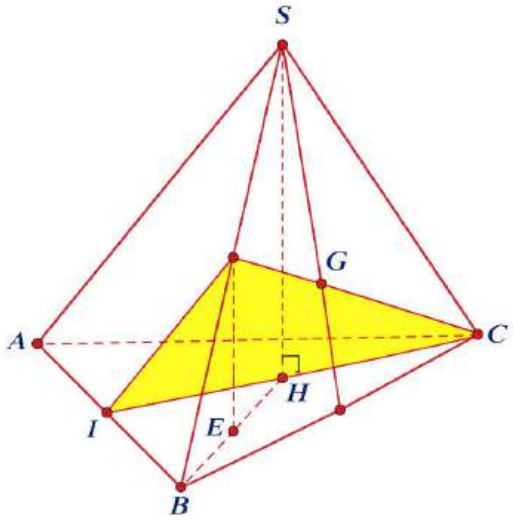
Câu 70. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$. Cạnh $BA' = \sqrt{6}$.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$.

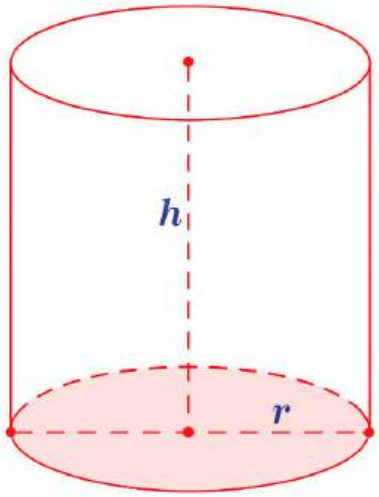
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1. Gọi I là trung điểm của AB, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của CI, góc giữa SA và mặt đáy bằng 45°.



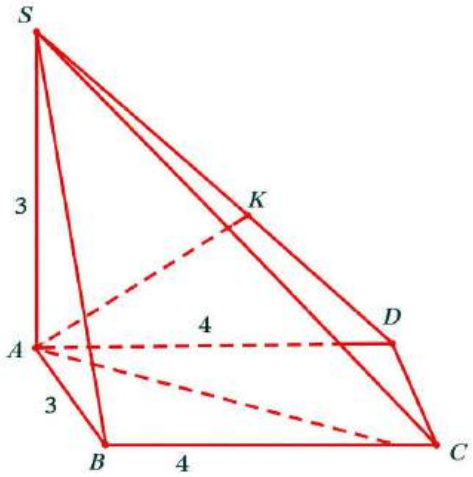
Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CG bằng $\sqrt{\dfrac{m}{n}}$ với $(m,n\in\mathbb{Z})$, phân số $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Câu 72. Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích 330 ml.



Tìm bán kính của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất.

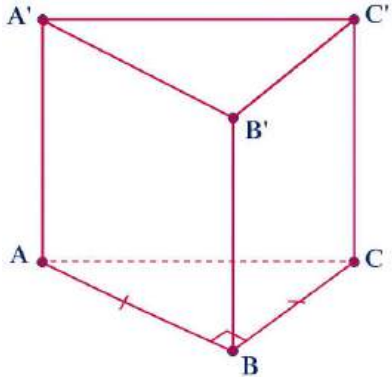
Câu 73. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $AB\perp BC$, $SA=AB=3$ $BC=4$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

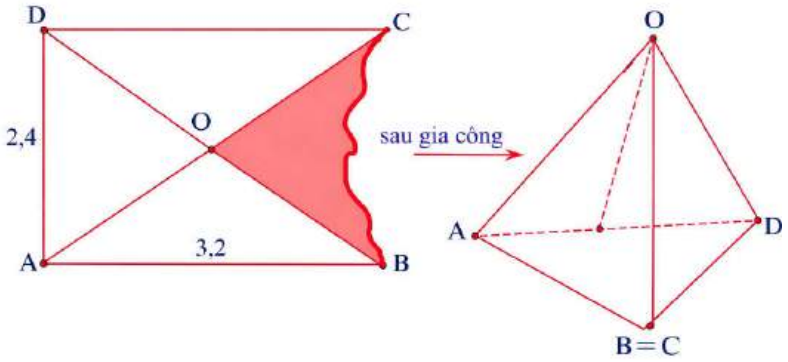
Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng bao nhiêu?

Câu 74. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=4$



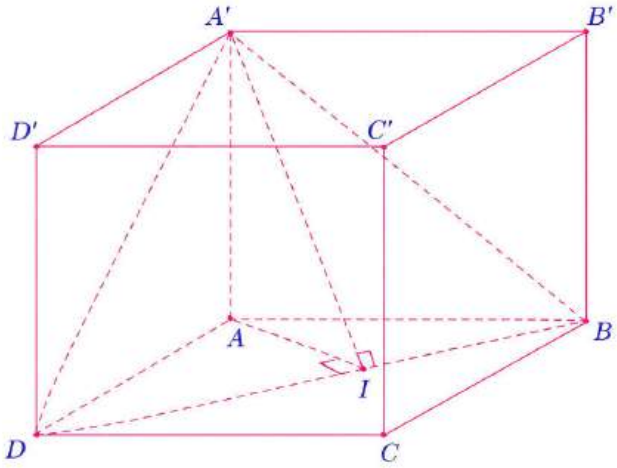
Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ bằng bao nhiêu?

Câu 75. Trên công trường xây dựng, một công nhân muốn tạo ra một dụng cụ để đựng vật liệu lỏng từ một tấm thép hình chữ nhật $ABCD$ tâm O có $AB=3,2m, AD=2,4m$. Do tấm thép bị hỏng một phần nên người đó cắt bỏ tam giác OBC và hàn mép OB, OC với nhau để thu được một hình tứ diện $OABD$. Dụng cụ này sẽ được vùi đất xung quanh sao cho đỉnh O quay xuống và mặt ABD hướng lên trên, khi đựng đầy vật liệu lỏng thì phần không gian trong lòng dụng cụ hoàn toàn bị lấp đầy.



Tính thể tích của vật liệu lỏng được đựng đầy trong dụng cụ .

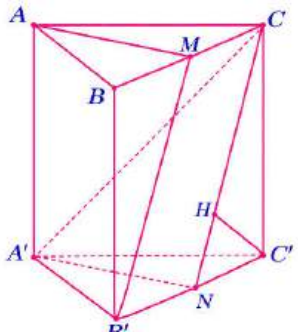
Câu 76. Một hộp bánh có dạng hình hôp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=10cm, AD=20cm$, $AA'=30cm$.



Số đo góc phẳng nhị diện $\left[A', BD, A\right]$ bằng bao nhiêu độ ?

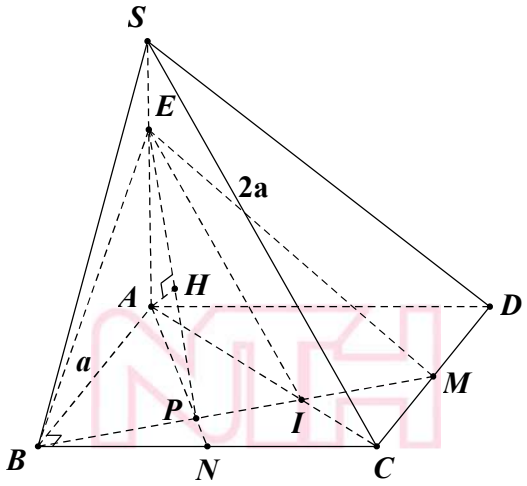
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 77. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{3}$, cạnh bên $AA'=3$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC, $B'C'$.



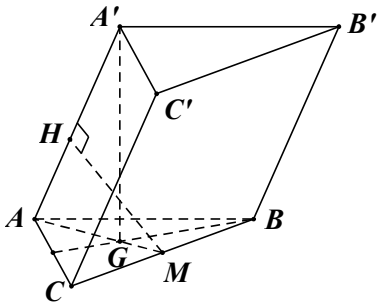
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CN.

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SC=2a$. Gọi M là trung điểm CD.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SC khi $a=1$.

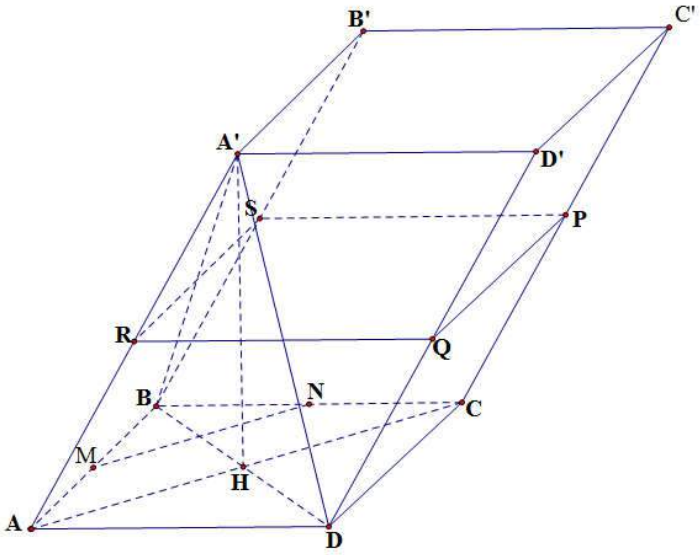
Câu 79. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2\,(dm)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}(dm)$.



Tính thể tích V (dm^3) của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

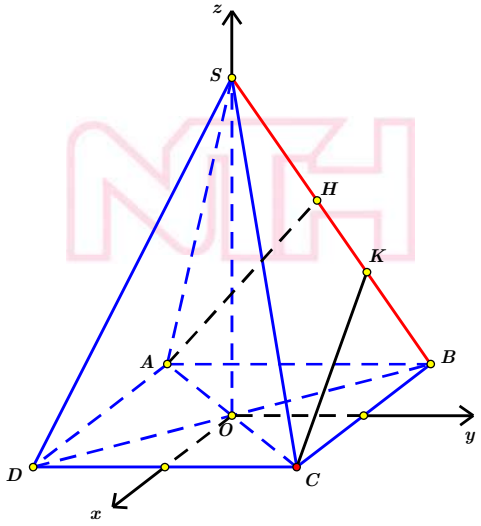
Câu 80. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a $\widehat{DAA'}=\widehat{A'AB}=60^\circ$, $\widehat{BAD}=90^\circ$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CC',DD'.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



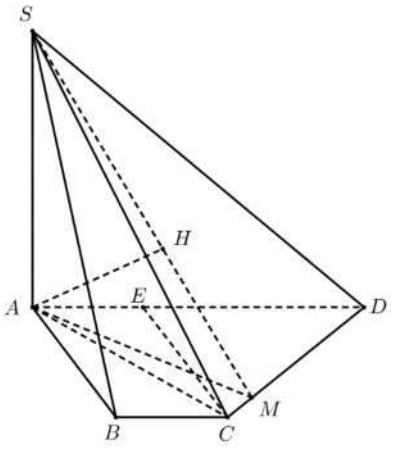
Tính khoảng cách giữa MN và PQ với $a=\sqrt{2}$.

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABCD$, trong đó đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=6$, $AD=10$. Hình chiếu của S xuống mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với tâm O của đáy $ABCD$ và chiều cao của hình chóp là $\sqrt{5}$.



Tính góc nhị diện $\left[A,SB,C\right]$.

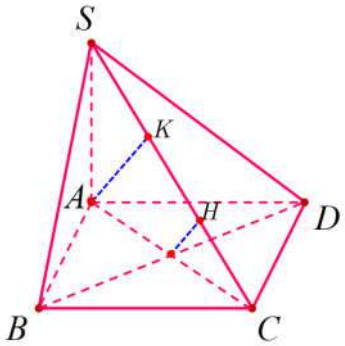
Câu 82. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $AB=BC=2$, $AD=6$, $SA=2\sqrt{3}$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

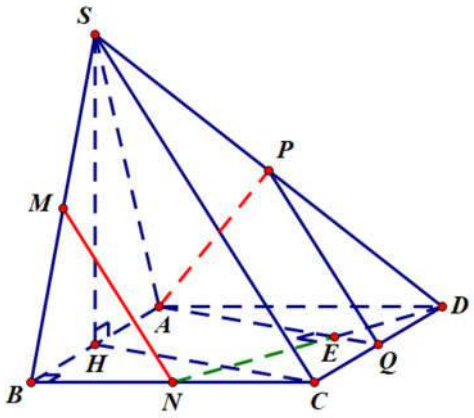
Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $20cm$ và $SA \perp (ABCD)$, $SB = 25\text{cm}$.



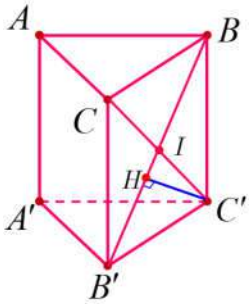
Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng bao nhiêu?

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, góc $\widehat{ABD} = 45^0$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SB, BC, SD.



Tính khoảng cách giữa AP và MN khi $a = 10$.

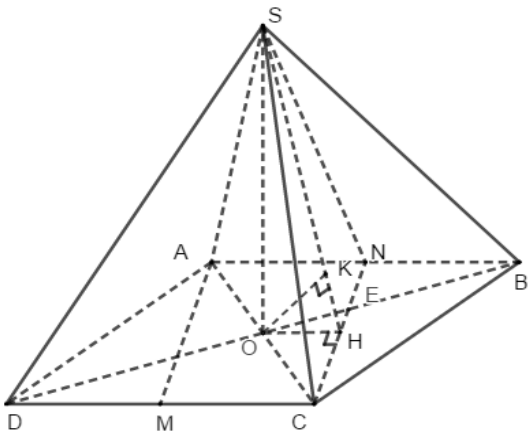
Câu 85. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB = 4, AC = 5, AA' = 6$.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng bao nhiêu?

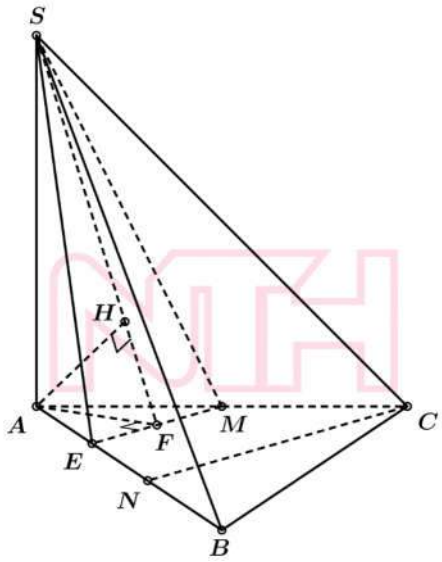
Câu 86. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy tâm O và cạnh đáy bằng a, $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh CD, AB.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



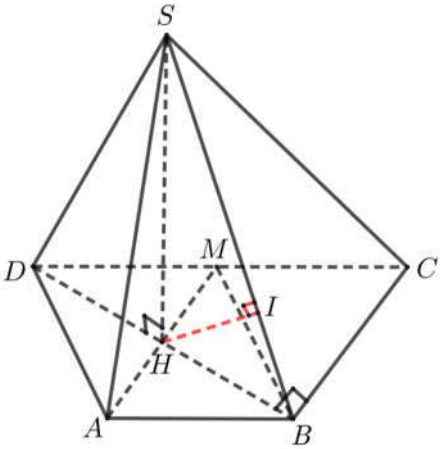
Tính khoảng cách giữa AM và SN khi $a=51$.

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$, $SA=3a$, $AB=10a$, $BC=14a$, $AC=6a$. Gọi M là trung điểm AC, N là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AN=\dfrac{3}{5}AB$.



Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và CN khi $a=\sqrt{5}$.

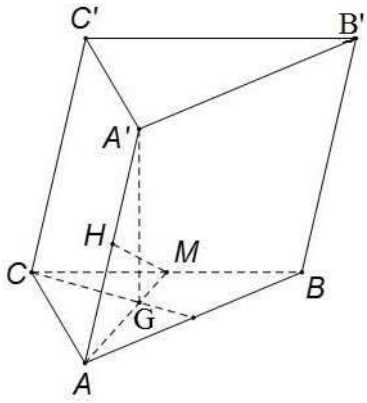
Câu 88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=1cm$, $CD=2cm$. Tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}cm^3$.



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng bao nhiêu centimet ?

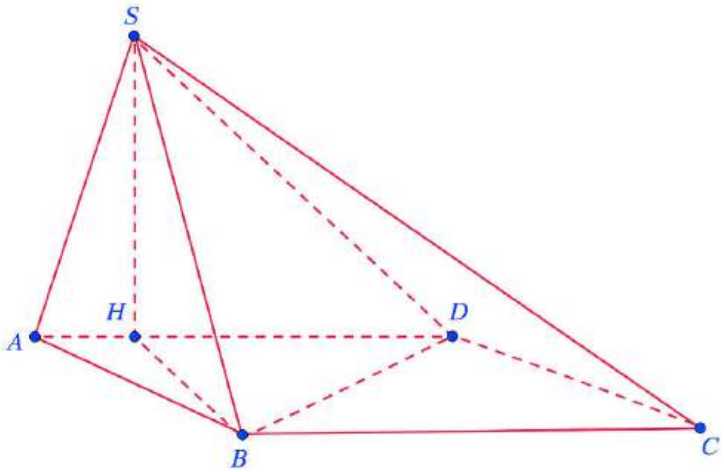
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 89. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 5. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{5\sqrt{3}}{4}$.



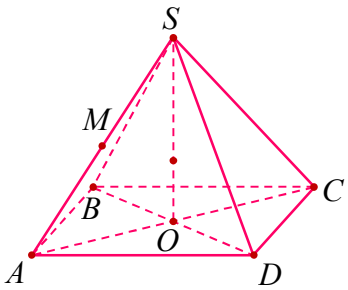
Thể tích của khối lăng trụ là bao nhiêu?

Câu 90. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh 2, $\widehat{ABC}=120^0$, $SB=2$. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với đáy và cạnh bên SA tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0.



Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

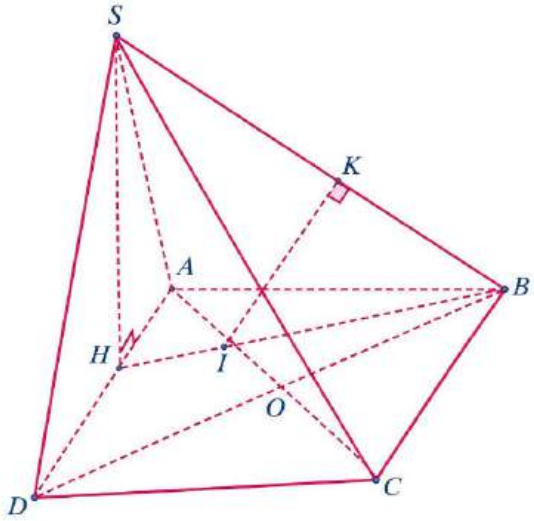
Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB=SB=a$, $SO=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi M là trung điểm SA.



Tính số đo của góc nhị diện $[M,BD,C]$.

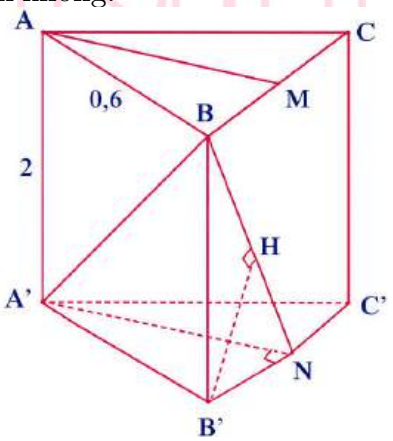
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm $O, AB = 2$, $BC = 2\sqrt{3}$. Tam giác OAS cân tại S, mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60°.



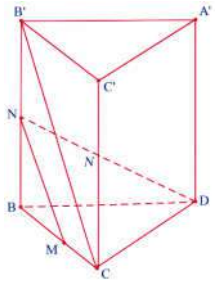
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.

Câu 93. Một xưởng cơ khí nhận thiết kế một giá đỡ kim loại hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ để trưng bày sản phẩm. Giá đỡ có các kích thước $AB = 0{,}6$ mét; $AA' = 2$ mét. Hai thanh kim loại chéo được gắn thêm để tăng độ chắc chắn cho giá đỡ: thanh AM nối A với trung điểm M của BC và thanh $A'B$. Xưởng cần tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai thanh chéo AM và $A'B$ để xem liệu việc thiết kế thêm hai chéo này có đủ khoảng trống để lắp thêm phụ kiện không.



Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai thanh chéo AM và $A'B$.

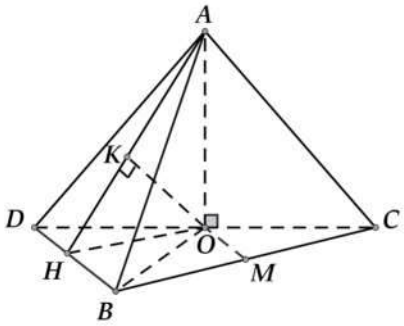
Câu 94. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh $AB = BC = 1$, $AA' = \sqrt{2}$ và M là trung điểm của BC.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

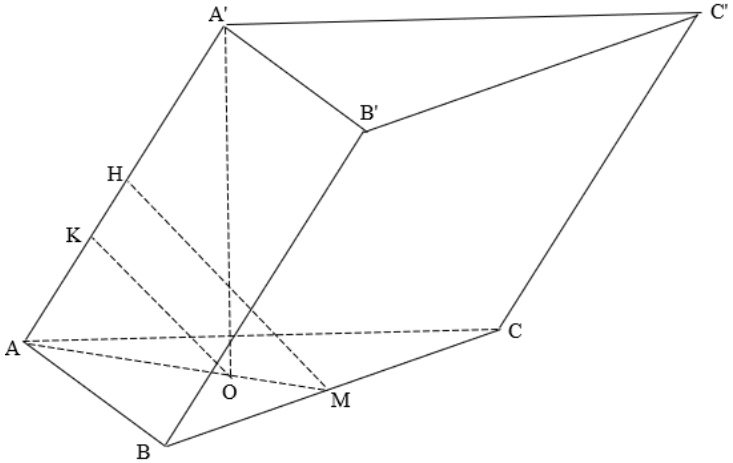
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 95. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O; $OB=1$ và $OC=\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC); $OA=\sqrt{3}$ và gọi M là trung điểm của BC.



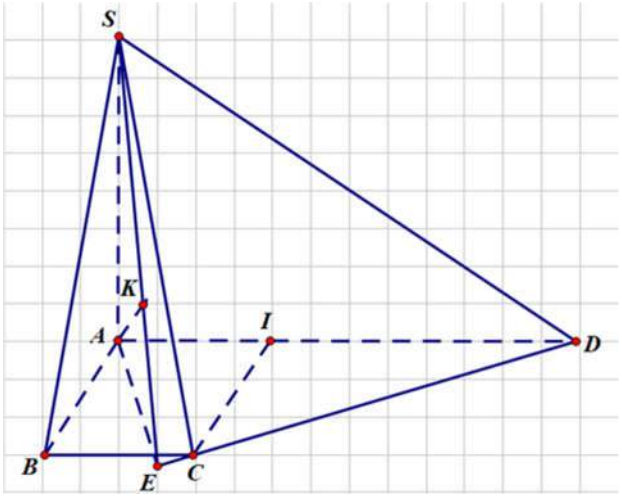
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM.

Câu 96. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 4. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng 3.



Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

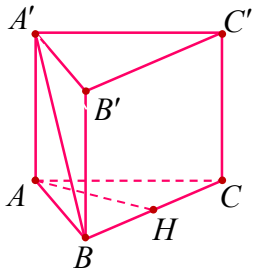
Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $AB=BC=2,\ AD=6,\ SA=2\sqrt{3}$.



Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

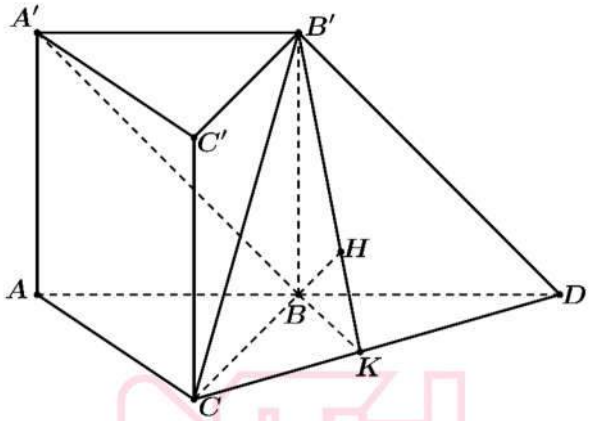
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 98. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=2; AC=\sqrt{3}$; $\widehat{BAC}=150^0$.



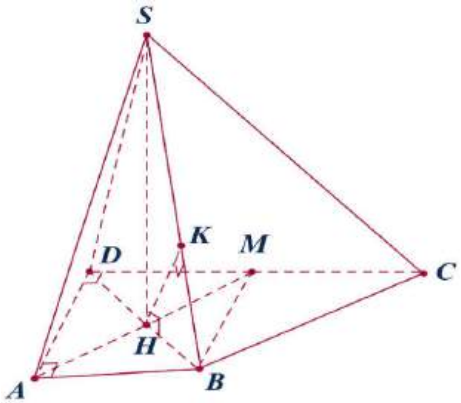
Tính khoảng cách giữa AA' và BC.

Câu 99. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng 1 và cạnh bên $AA'=\sqrt{2}$.



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=1\text{cm}$, $CD=2\text{cm}$. Tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

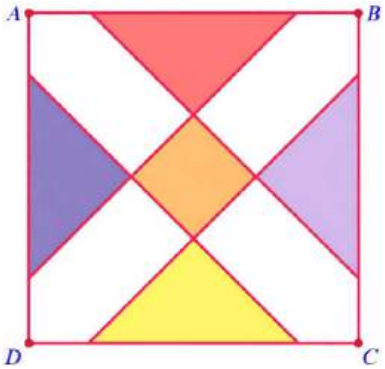


Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}\,\text{cm}^3$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng bao nhiêu cm ?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 101. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4m, chính giữa có một hình vuông đồng tâm với hình vuông $ABCD$ (xem hình vẽ). Biết rằng bốn tam giác tô màu trên hình là bốn tam giác cân. Người ta cần sơn cho hình vuông ở giữa và bốn tam giác cân trên, chi phí là 900 nghìn đồng trên 1 m^2.

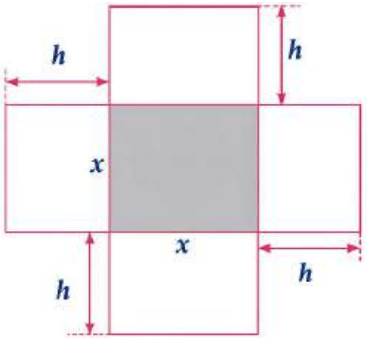


Hỏi cần bỏ ra ít nhất bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 102. Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà (tham khảo hình vẽ). Với hàng rào cao 2,4 mét được đặt song song và cách bức tường của ngôi nhà một khoảng bằng 1,5 mét.

Chiều dài ngắn nhất của cây thang bao nhiêu centimet (cm) để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà (làm tròn đến hàng đơn vị)?

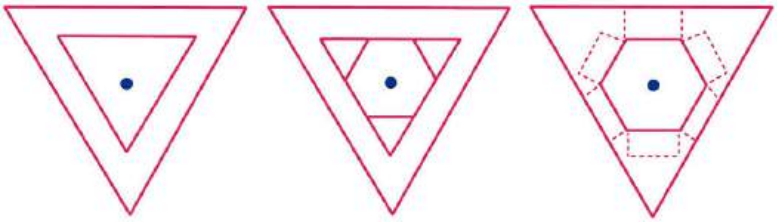
Câu 103. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x\left(\text{cm}\right)$, chiều cao là $h\left(\text{cm}\right)$ và thể tích là $4000\,\text{cm}^3$.



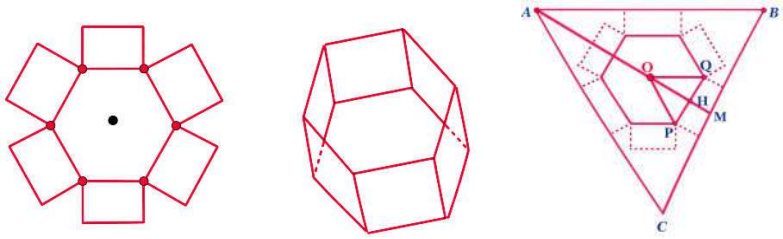
Tìm $x\left(\text{cm}\right)$ sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.

Câu 104. Cho một tấm tôn hình một tam giác đều có cạnh bằng $2\,m$. Người ta thiết kế một hình lục giác đều và sáu hình chữ nhật ở phía ngoài lục giác có một cạnh bằng cạnh của lục giác, một cạnh bằng x (mét) với $0 < x < \dfrac{2}{3}$.

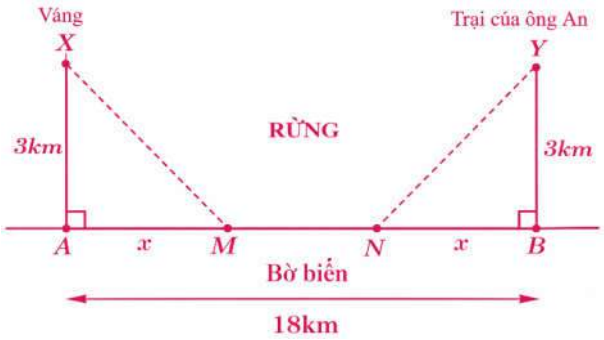
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Sau đó người ta cắt theo nét đứt đoạn để thu được một hình hợp bởi một lục giác đều và sáu hình chữ nhật. Sau đó gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ lục giác đều (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu dm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

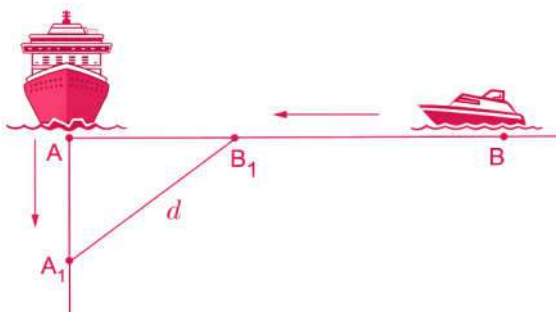


Câu 105. Ông An đang ở trong rừng để đào vàng. Ông ta tìm thấy vàng ở điểm X, cách điểm A 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của Ông An nằm ở Y, cách điểm B 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 18$ km, $AM = NB = x$ km và $AX = BY = 3$ km. (Như hình vẽ)



Khi đang đào vàng, ông An bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo hàm số $y = 50\log\left(t+2\right)$ (mg/l), trong đó y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông An cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng với vận tốc 5 km/h và chạy trên đường bờ biển với vận tốc 13 km/h. Để về đến trại ông An cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên đường bờ biển. Chọn điểm M trên đường bờ biển sao cho khi ông An về đến trại nồng độ chất độc trong máu thấp nhất. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông An về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần chục).

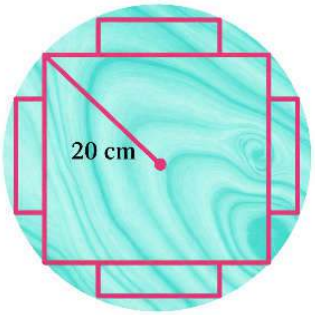
Câu 106. Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 6 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành.

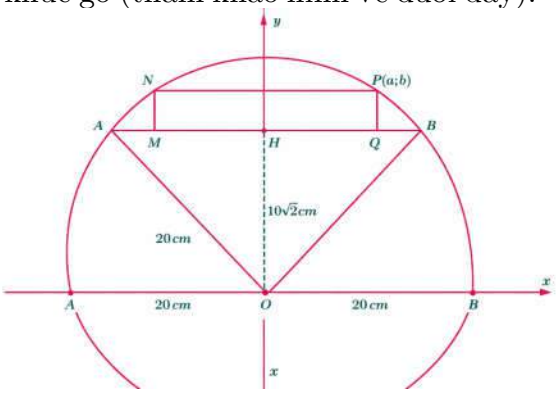


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Tàu A chạy về hướng Nam với vận tốc 5 hải lí/ giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 7 hải lí/ giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất?

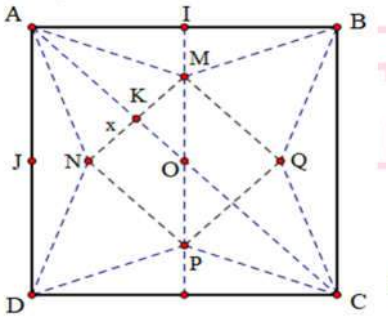
Câu 107. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ (tham khảo hình vẽ dưới đây).

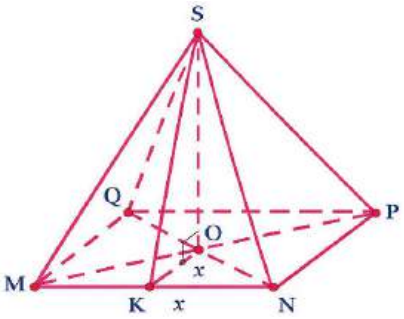




Xác định diện tích mặt cắt ngang tối đa của mỗi tấm ván (theo đơn vị cm^2 và làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

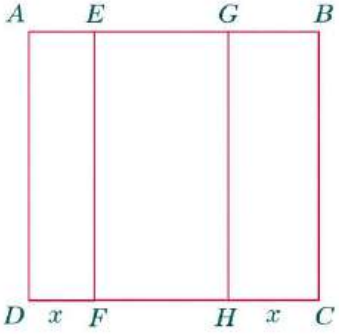
Câu 108. Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều.

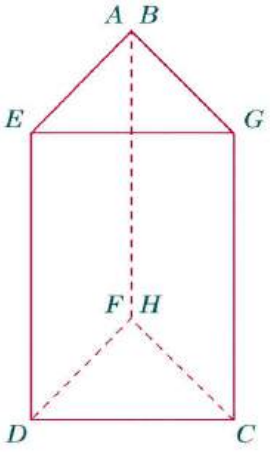




Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{b}(m)$ ($a,b\in\mathbb{Z};a,b$ nguyên tố cùng nhau). Tính tổng a^2+b^2?

Câu 109. Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $30cm$. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.



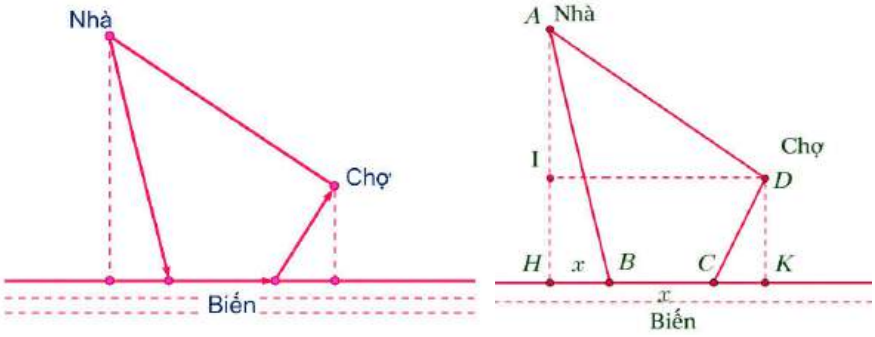


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Khi thể tích khối lăng trụ lớn nhất thì khoảng cách từ A đến mặt phẳng $EFGH$ bằng $a\sqrt{b}(cm)$ với a,b là các số nguyên dương. Tính $T=a+2025b$.

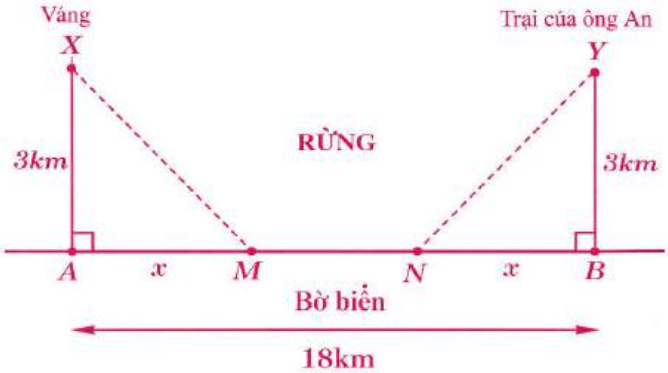
Câu 110. Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sỹ 1km theo đường chim bay và chiến sỹ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sỹ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 111. Nhà ông Hùng cách bờ biển 1 km. Mỗi buổi sáng ông chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi ông chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng ông chạy về nhà.



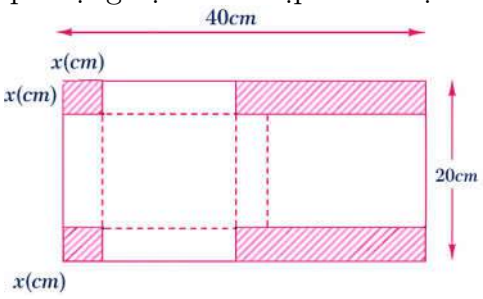
Biết chợ hải sản cách bờ biển 400 m và cách nhà ông Hùng 1 km, tính quãng đường ngắn nhất mà ông Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 112. Trong rừng, có hai điểm du lịch ở vị trí X và Y đều cách bờ biển một khoảng bằng 3 km (coi đường bờ biển là một đường thẳng). Khoảng cách giữa hai vị trí X và Y là 18 km.



Người ta dự định đặt hai điểm nghỉ chân tại vị trí M,N trên bờ biển sao cho $XM=YN$ và làm đường từ X lần lượt qua M,N đến Y. Biết chi phí làm đường trong rừng là 1300 triệu/km và đường trên bờ biển là 500 triệu/km. Khoảng cách giữa hai vị trí M và N là bao nhiêu kilômét để tổng chi phí làm đường nêu trên ít nhất?

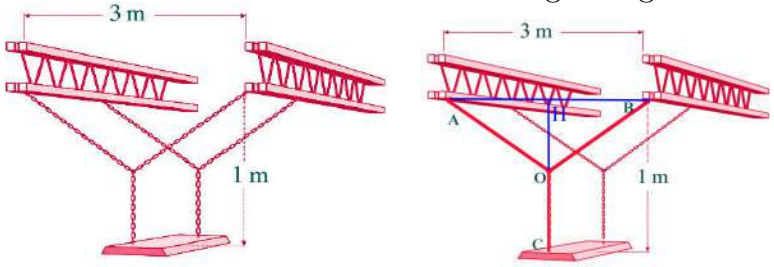
Câu 113. Để làm một cái hộp đựng quà tặng bạn nhân dịp sinh nhật.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

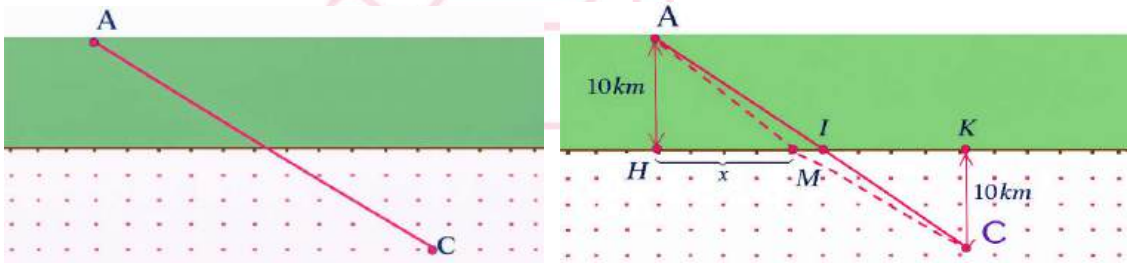
Từ một tấm bìa hình chữ nhật với kích thước $40\,cm$ x $20\,cm$, bạn Hoa cắt bỏ hai hình vuông có cạnh là $x\ cm$ và hai hình chữ nhật (phần gạch sọc như hình bên) rồi gấp theo đường nét đứt và dán các mép để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật. Hỏi bạn Hoa cần cắt bỏ cạnh hình vuông bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) để phần không gian của hộp đựng nhiều quà nhất?

Câu 114. Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1m. Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3m.



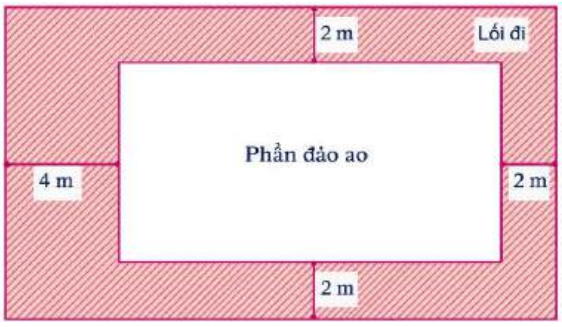
Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a+b\sqrt{c}$ (trong đó a,b,c là các số tự nhiên). Tính $a\ -b-c$.

Câu 115. Một người cưỡi ngựa xuất phát từ A đi đến C. Điểm A nằm trong vùng đất ướt nên vận tốc của ngựa khi đi trong vùng này là $12\,km/h$. Điểm C nằm trong vùng đất khô hơn nên vận tốc của ngựa khi đi trong vùng này là $24\,km/h$. Hai phần đất này giáp nhau bởi một đường thẳng d đi qua trung điểm của AC và khoảng cách từ A và C đến đường thẳng này đều bằng $10\,km$.



Biết $AC=5\sqrt{41}\,km$, thời gian ít nhất để đi từ A đến C là $t=\dfrac{a\sqrt{5}}{b}$ ($a,b\in\mathbb{N}^*$, a,b nguyên tố cùng nhau). Tính $T=3a+b$?

Câu 116. Một gia đình dự định sử dụng một mảnh đất hình chữ nhật trong vườn có diện tích $384m^2$ để làm kinh tế gia đình. Sau khi bờ bên trái được trừ đi $4m$, 3 bờ còn lại đều trừ $2m$ dùng làm lối đi và trồng cây thì diện tích còn lại được sử dụng để đào một cái ao dạng hình hộp chữ nhật có chiều sâu $2m$ để thả cá (hình vẽ minh họa).



Khi thể tích của ao thả cá là lớn nhất thì chu vi mảnh vườn hình chữ nhật là bao nhiêu?

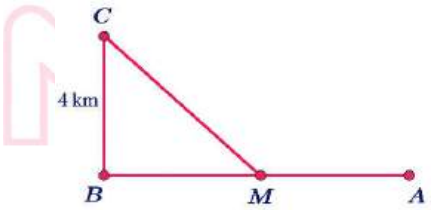
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 117. Người ta muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp (xây bốn mặt xung quanh với mặt đáy) chứa được $288m^3$ nước. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, tiền chi phí xây bể là 500.000 đồng$/m^2$ (tính trên diện tích mặt trong của bể). Hỏi chi phí thấp nhất để xây bể là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 118. Một chiếc thang dài 9 mét tựa vào một bức tường thẳng đứng trên một mặt đất bằng phẳng. Khi đầu dưới của thang di chuyển (trên mặt đất) ra xa bức tường với vận tốc không đổi là 2 (m/s) thì đầu trên cùng của thang sẽ trượt xuống dọc theo bức tường.

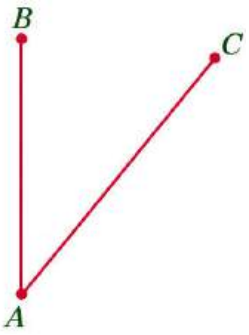
Khi điểm đầu thang cách mặt đất 3 mét thì tốc độ di chuyển của nó bằng bao nhiêu? (đơn vị: (m/s) và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 119. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C. Khoảng cách từ C đến B là $4km$. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là $10km$. Tổng chi phí lắp đặt cho $1km$ dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng (hình vẽ mô tả đường dây từ A đến M được lắp trên đất liền, từ M đến C được lắp trên biển).



Tính chi phí lắp đặt nhỏ nhất có thể đạt được (đơn vị triệu đồng).

Câu 120. Chào đón năm mới 2025, Thành phố trang trí đèn led cho biểu tượng hình chữ V được ghép từ các thanh $AB = 4$ m, $AC = 5$ m sao cho tam giác ABC vuông tại B (tham khảo hình vẽ)



Để tăng hiệu ứng các kỹ sư đã thiết kế một chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút và một chuỗi led chạy từ A đến C với vận tốc 10 m/phút. Sau khi đóng nguồn điện thì cả hai chuỗi led đồng thời xuất phát. Hỏi sau bao giây từ thời điểm đóng nguồn điện thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất?

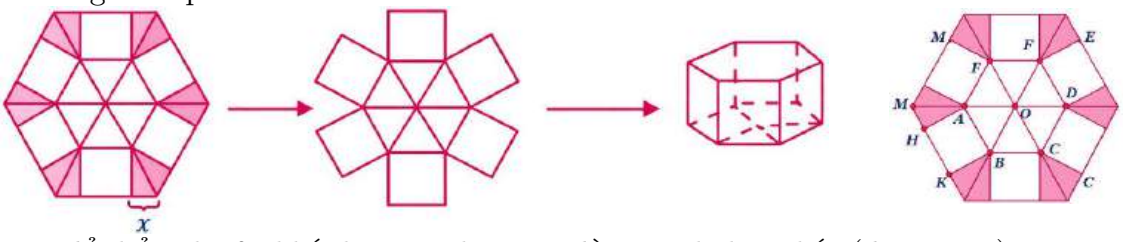
Câu 121. Để tạo một kiện hàng dạng hình lăng trụ đứng với đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, người ta dùng các thanh gỗ ghép khít đóng lại với nhau. Biết rằng, dung tích kiện hàng bằng $9\,\text{m}^3$ và giá thành $1\,\text{m}^2$ gỗ sử dụng là 200 000 đồng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Hỏi sau khi hoàn thành kiện hàng đó, người ta cần bỏ ra ít nhất bao nhiêu triệu đồng? (diện tích các mép giữa hai mặt kề nhau không đáng kể).

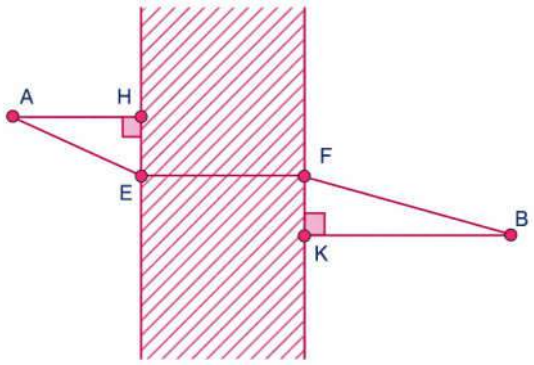
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 122. Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh $90(cm)$. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng $x(cm)$ (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp.



Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất (đơn vị cm).

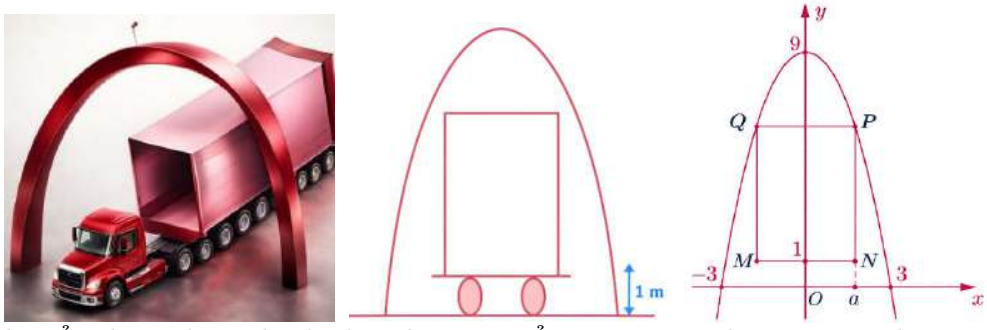
Câu 123. Hai thành phố ở hai vị trí A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu bắc qua sông biết rằng vị trí A cách con sông một khoảng là 4km, vị trí B cách con sông một khoảng là 6 km (được mô hình hóa như hình vẽ bên dưới), HE+KF=20 km và độ dài EF không đổi.



Hỏi độ dài EH là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường AEFB)?

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 124. Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao 9 m, khoảng cách giữa hai chân cổng là 6 m.

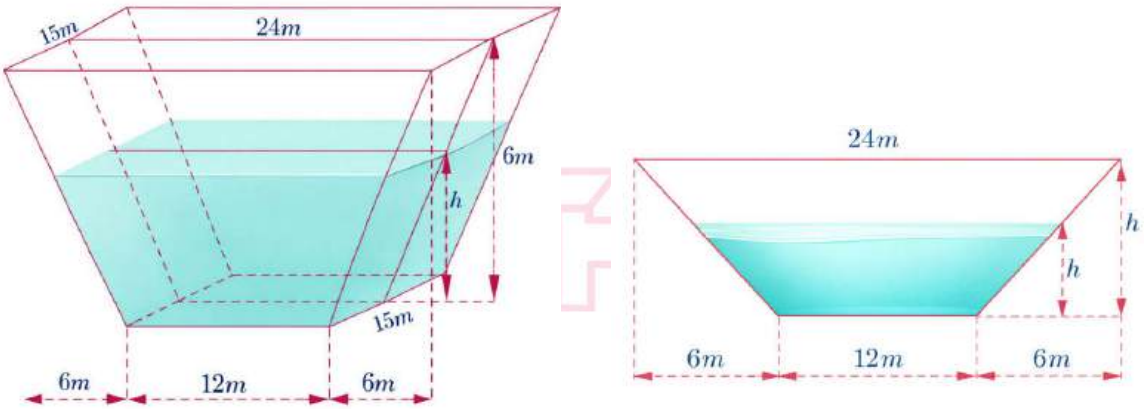


Để vận chuyển thùng hàng hình chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có chiều cao 1 m. Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua được cổng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 125. Công ty Sơn X cần làm những hộp hình trụ có thể tích 5 lít.

Giả thiết rằng vật liệu và chi phí dùng để sản xuất các mặt của hộp là như nhau. Tính bán kính r của đáy hộp để chi phí là bé nhất (đơn vị là cm và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 126. Một bể chứa nước có mặt đáy và miệng bể đều là hình chữ nhật nằm trên 2 mặt phẳng song song với nhau, miệng bể có chiều ngang $15m$ và chiều dài $24m$, đáy bể có kích thước $15m \times 12m$. Độ sâu của bể nước (tính từ miệng đến đáy) là $6m$, mặt cắt vuông góc với chiều ngang của bể có hình dạng là hình thang cân (như hình vẽ).



Lúc đầu bể không có nước, người ta sử dụng một máy bơm để bơm nước vào bể với tốc độ $50m^3$ trong một phút. Vào lúc mực nước đúng $5m$ thì tốc độ dâng lên của mực nước trong bể là bao nhiêu m trên một phút (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 18

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 18

§18. BÀI TOÁN THỰC TẾ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

(HS xem tóm tắt lý thuyết ở chủ đề 12)

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẢ LỜI NGẮN TOÁN THỰC TẾ

Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x \in \mathbb{N}^*; 1 \le x \le 4500\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right) = -0,01x^2 + 400x$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G\left(x\right) = \dfrac{30000}{x} + 270$. Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $(x \in \mathbb{N}^*; 1 \le x \le 4500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 350x$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G\left(x\right) = \dfrac{30000}{x} + 260$. Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Câu 3: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0124)** Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x \in \mathbb{N}^*; 1 \le x \le 4500\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right) = -0,01x^2 + 450x$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G\left(x\right) = \dfrac{30000}{x} + 340$. Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Câu 4: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0104)** Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x \in \mathbb{N}^*; 1 \le x \le 4500\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm

là $F\left(x\right)=-0,01x^2+450x$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G\left(x\right)=\dfrac{30000}{x}+340$. Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

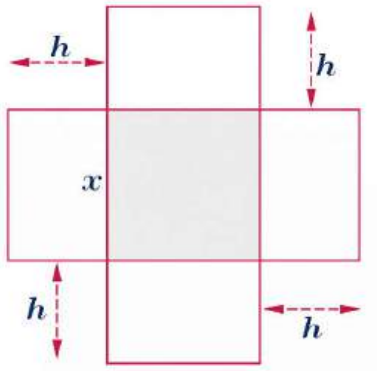
Câu 5: **(Đề minh họa BGD 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1\le x\le 500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G\left(x\right)=x+1000+\dfrac{250000}{x}$. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 6: Một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x\in\mathbb{N}^*;1\le x\le 7000\right)$. Chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm được cho bởi hàm $G\left(x\right)=2x+270$. Người ta xây dựng hàm doanh thu của doanh nghiệp theo công thức

$$F\left(x\right)=x^3-20487x^2+139929570x-318539780000\,.$$

Giả sử toàn bộ sản phẩm sản xuất ra đều được tiêu thụ. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được ≥ 100 triệu đồng?

Câu 7: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh bìa các-tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x\left(\text{cm}\right)$, chiều cao là $h\left(\text{cm}\right)$ và thể tích là 4000cm^3.



Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các-tông nhất.

Câu 8: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản suất mỗi ngày được x mét vải lụa $\left(1\le x\le 18\right)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

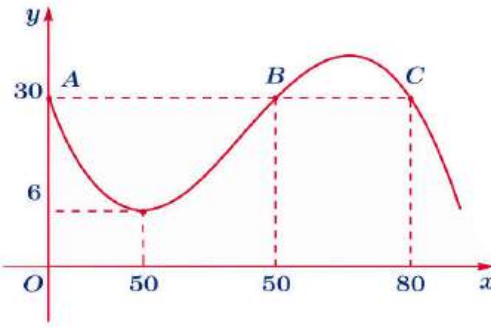
$$C\left(x\right)=x^3-3x^2-20x+500\,.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L\left(x\right)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Câu 9: Một phần đường chạy của tàu lượn siêu tốc khi gắn hệ trục toạ độ Oxy được mô phỏng ở , đơn vị trên mỗi trục là mét. Biết đường chạy của nó là một phần đồ thị hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d,\left(0\le x<90\right)$; tàu lượn siêu tốc xuất phát từ điểm A, đi qua các điểm C,D đồng thời đạt độ cao nhỏ nhất so với mặt đất là $6m$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Hình 1



Hình 2

Độ cao lớn nhất mà tàu lượn siêu tốc đạt được là bao nhiêu mét so với mặt đất? .

Câu 10: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $A\left(2;-3\right)$ và có tâm đối xứng là $I\left(3;1\right)$. Tính giá trị biểu thức $\mathscr{D} = a + b + c + 10d$?

Câu 11: Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $972\,m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Xác định các kích thước của bể hợp lý để chi phí xây bể sẽ thấp nhất. Hỏi chi phí xây bể thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng. Biết tiền chi phí xây bể là $1000\,000$ đồng/m^2.

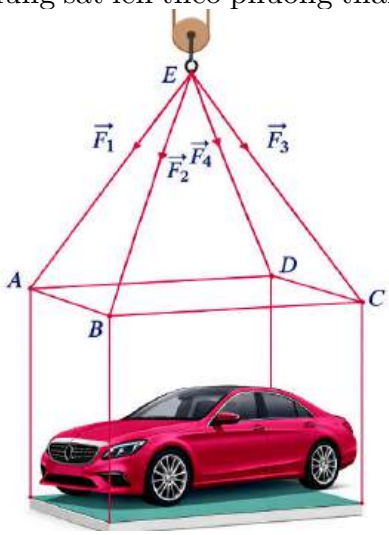
Câu 12: Một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \le x \le 4000\right)$. Chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm được cho bởi hàm $G\left(x\right) = 2x + 270$.

Người ta xây dựng hàm doanh thu của doanh nghiệp theo công thức

$$F\left(x\right) = x^3 - 10554x^2 + 37137870x - 43545500000.$$

Giả sử toàn bộ sản phẩm sản xuất ra đều được tiêu thụ. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được ≥ 100 triệu đồng?

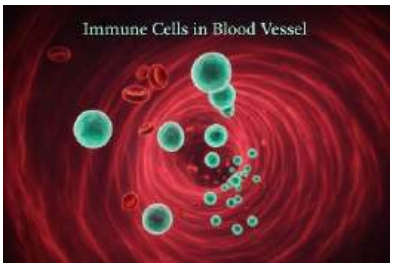
Câu 13: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ một góc bằng $60°$. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô , biết rằng các lực căng $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, \vec{F_4}$ đều có cường độ là $1700\,N$ và trọng lượng của khung sắt là $2000\,N$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút được xác định bởi công thức: $C\left(x\right)=\dfrac{30x}{x^2+2}$.



Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lí phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C\left(x\right)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm?

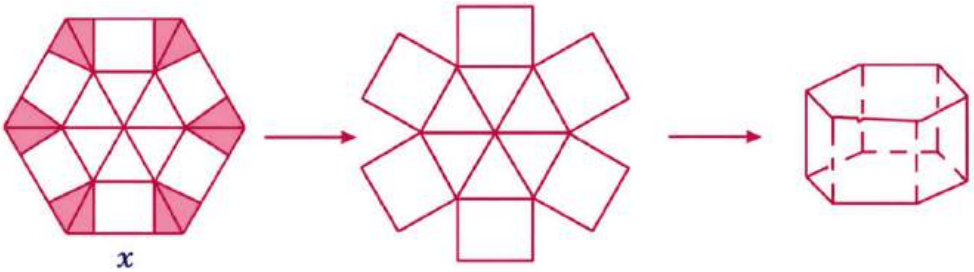
Câu 15: Một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x\in\mathbb{N}^*;1\le x\le 5000\right)$. Chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm được cho bởi hàm $G\left(x\right)=2x+270$.

Người ta xây dựng hàm doanh thu của doanh nghiệp theo công thức

$$F\left(x\right)=x^3-13865x^2+64093370x-98738640000.$$

Giả sử toàn bộ sản phẩm sản xuất ra đều được tiêu thụ. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được ≥ 100 triệu đồng?

Câu 16: Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh 90 cm. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng x rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp.

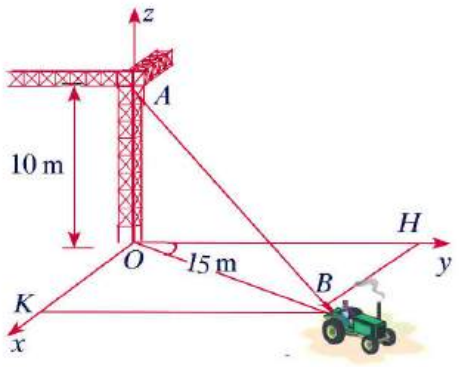


Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất .

Câu 17: Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán x máy tính bảng $\left(1\le x\le 200,x\in\mathbb{N}\right)$ thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là $p\left(x\right)=4000-10x$, trong đó chí phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $h\left(x\right)=x^2-70x+400+\dfrac{1000}{x}$. Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

Câu 18: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Biết $\overrightarrow{AB}=\left(x;y;z\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Tính $x+2y-z$.

Câu 19: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2002 được tính bởi công thức $f\left(t\right)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f\left(t\right)$ được tính bằng nghìn người). Đạo hàm của hàm số $y=f\left(t\right)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn . Hỏi vào năm nào thì tốc độ tăng dân số là $0,075$ nghìn người/năm?

Câu 20: Một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x\in\mathbb{N}^*;1\le x\le 6000\right)$. Chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm được cho bởi hàm $G\left(x\right)=2x+270$.

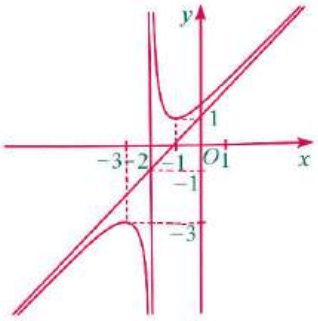
Người ta xây dựng hàm doanh thu của doanh nghiệp theo công thức

$$F\left(x\right)=x^3-17176x^2+98357270x-187714580000.$$

Giả sử toàn bộ sản phẩm sản xuất ra đều được tiêu thụ. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được ≥ 100 triệu đồng?

Câu 21: Một máy bay bắt đầu hạ cánh, biết quỹ đạo đường bay của nó được mô hình hóa toán học trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy có dạng đồ thị của hàm bậc ba. Vị trí bắt đầu hạ cánh có tọa độ là $\left(-4;1\right)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số và máy bay này tiếp đất tại vị trí gốc tọa độ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi máy bay cách vị trí hạ cánh theo phương ngang 3 dặm thì máy bay cách mặt đất bao nhiêu dặm?

Câu 22: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ với $a\ne 0;m\ne 0$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Với $m=1$ thì giá trị $S=a+b+c$ là bao nhiêu?

Câu 23: Một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $\left(x\in\mathbb{N}^*;1\le x\le 5000\right)$. Chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm được cho bởi hàm

$$G\left(x\right)=2x+270.$$

Người ta xây dựng hàm doanh thu của doanh nghiệp theo công thức

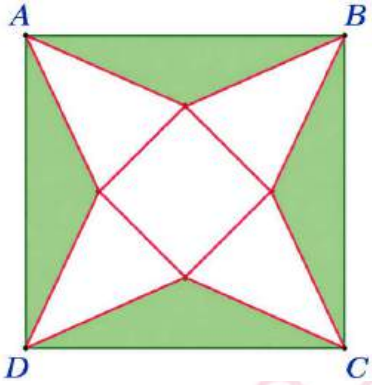
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

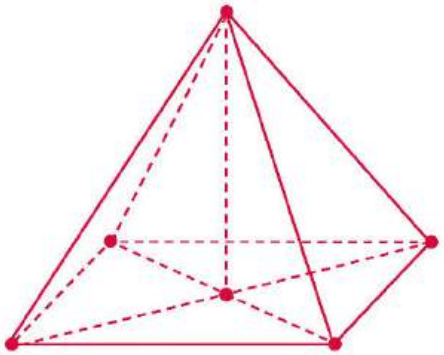
$$F\left(x\right)=x^3-9024x^2+26182270x-24311900000\,.$$

Giả sử toàn bộ sản phẩm sản xuất ra đều được tiêu thụ. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được ≥ 100 triệu đồng?

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ $A\left(507,525,502\right)$, $B\left(500;501;502\right)$, $C\left(520;516;502\right)$. Tính độ dài HK với H là tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống cạnh BC, K là tọa độ chân đường phân giác trong của góc B, $\left(K\in AC\right)$, (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 25: Một tấm bạt hình vuông cạnh $20\,m$ như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại, nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí để tránh hư hại tháp khi trời mưa.

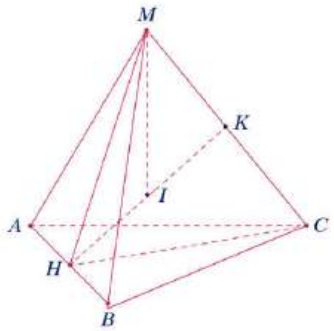




Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên?

Câu 26: Một cửa hàng có bán loại sản phẩm A. Khi cửa hàn bán sản phẩm A với giá 400 ngàn đồng thì mỗi tuần cửa hàng bán được 200 sản phẩm. Cửa hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp lễ sắp tới. Theo khảo sát thị trường, mỗi lần giảm giá 20 ngàn đồng 1 sản phẩm thì cửa hàng bán thêm được 20 sản phẩm mỗi tuần. Hỏi cửa hàng cần bán một sản phẩm với giá bao nhiêu ngàn đồng thì doanh thu trong 1 tuần lớn nhất?

Câu 27: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ lần lượt có cường độ là $3N$, $6N$, $7N$ tác dụng đồng thời vào một chất điểm M. Biết rằng góc tạo bởi hai lực trong ba lực đều bằng 60°.



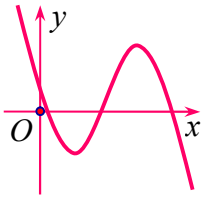
Hãy tính độ lớn của hợp lực tác dụng lên M.

Câu 28: Một nền tảng bán vé trực tuyến cho khán giả xem trận đấu bóng đá tranh hạng ba U23 châu Á 2026 giữa U23 Việt Nam và U23 Hàn Quốc nhận thấy rằng khi giá vé là **2.500.000** đồng/vé, họ bán được **7.000** vé. Cứ mỗi lần tăng giá **100.000 đồng**/vé, số vé bán ra giảm **200** vé. Hỏi nền tảng nên bán vé với giá bao nhiêu **triệu đồng** để doanh thu từ bán vé trực tuyến là lớn nhất?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 29: Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Thái Lan ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 55 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?

Câu 30: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a , b , c , d ?

Câu 31: Cho hàm số $f\left(x\right) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ \left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f\left(x\right)$	0	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

Câu 32: Ta xác định được các số a,b,c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $\left(1;0\right)$ và có điểm cực trị $\left(-2;0\right)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Câu 33: Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A\left(x_A;y_A\right)$và $B\left(x_B;y_B\right)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$?

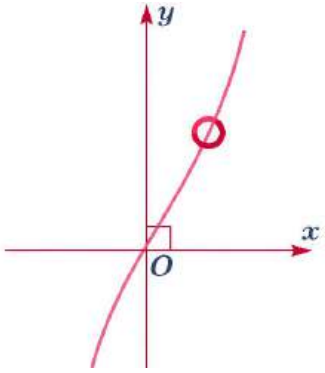
Câu 34: Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích $330ml$. Tìm bán kính của hộp đựng để chỉ phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất.

Câu 35: Một cửa hàng phân phối gạo với chi phí mua vảo là 30 nghìn đồng/kg, bán ra là 35 nghìn đồng /1kg. Với giá bán này thì số gạo bán được trong một tháng là 12000 kg. Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ gạo trong một thảng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng /1kg thì số lượng gạo bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 4000 kg. Cửa hàng phải định giá bán gạo mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

Câu 36: Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F\left(x\right) = 2000x - x^2$ và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G\left(x\right) = x^2 + 1440x + 50$. Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t $(0 < t < 300)$. Mức thuế phụ thu t là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 37: Một cầu thủ thực hiện cú sút bóng xoáy , làm bóng bay theo đường cong hình bậc ba thay vì một parabol thông thường. Quỹ đạo bóng trong hệ trục tọa độ Oxy được mô tả bởi phương trình $y=\dfrac{x^3}{100}-\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{253x}{100}$, với y là độ cao của bóng (m). Biết chiều cao chuẩn của khung thành là $2.44\,m$.

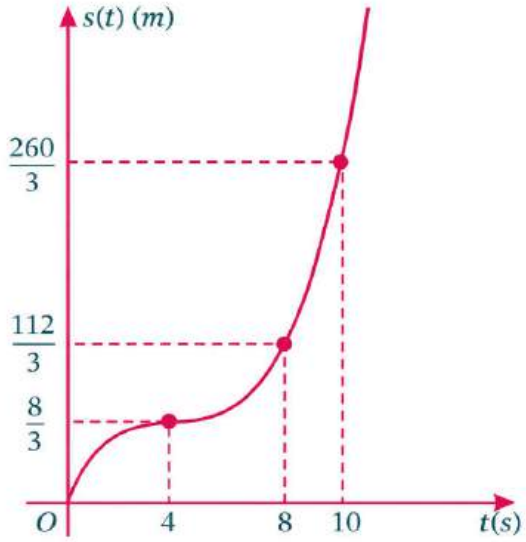


Khi bóng chạm xà ngang thì góc lệch của bóng và mặt đất là α^0, biết góc lệch của bóng và mặt đất là góc của đường tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{100}-\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{253x}{100}$ tại điểm chạm xà ngang và trục Ox.

Câu 38: Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C\left(x\right)=16000+500x-1,6x^2+0,004x^3$. Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p\left(x\right)=1700-7x$. Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ tiêu thụ hết. Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 39: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B . Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P\left(x\right)=45-0,001x^2$. Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất?

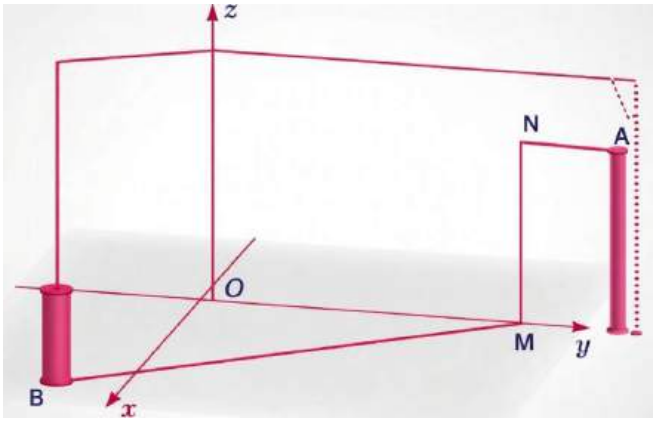
Câu 40: Một vật chuyển động. Quãng đường $s\left(t\right)$ vật đi được sau khoảng thời gian t , $t\geq 0$, được mô tả là một hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Hỏi trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài bao nhiêu giây?

Câu 41: Xét trong không gian $Oxyz$ một xưởng sản xuất có mặt phẳng làm việc nằm ngang và một bức tường thẳng đứng . Trên sàn đặt trụ cấp tại điểm $B\left(20;-5;0\right)$. Từ trên tường đặt bình áp lực tại điểm $A\left(0;30;12\right)$. Người ta lắp đặt đường ống nước từ B đến A qua ba đoạn



+ Đoạn BM nằm trên sàn: $M\left(0;y;0\right)$ với $-5\le y\le 30$.

+ Đoạn MN thẳng đứng: $N\left(0;y;12\right)$ với $-5\le y\le 30$.

+ Đoạn NA nằm ngang trên tường.
Biết chi phí lắp đặt:
- Ống nằm ngang : 150 000 đồng/m.
- Ống thẳng đứng: 300 000 đồng/m.

Hỏi chi phí ít nhất để lắp đặt đường ống nước trên là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 42: Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán x máy tính bảng $\left(1\le x\le 200, x\in\mathbb{N}\right)$ thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là $p\left(x\right)=4000-10x$, trong đó chí phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c\left(x\right)=x^2-70x+400+\dfrac{1000}{x}$. Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

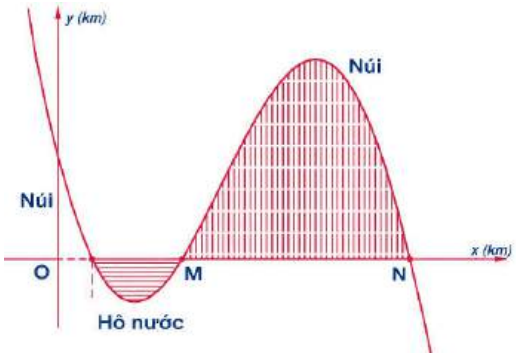
Câu 43: Một nhà máy sản xuất muốn xây dựng một bể chứa nước hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích là $500m^3$. Chi phí xây dựng đáy bể là 100 nghìn đồng/ m^2 và chi phí xây dựng các mặt bên là 50 nghìn đồng/ m^2. Hỏi diện tích của đáy bể là bao nhiêu m^2 để chi phí xây dựng là thấp nhất, biết rằng đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

Câu 44: Một hộ kinh doanh sản xuất mỗi ngày được x sản phẩm, $\left(1\le x\le 20\right)$. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi $C\left(x\right)=x^3-3x^2+80x+500$. Giả sử hộ kinh doanh này bán mỗi sản phẩm với giá 320 nghìn đồng. Lợi nhuận lớn nhất mà hộ kinh doanh có được là bao nhiêu triệu đồng?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

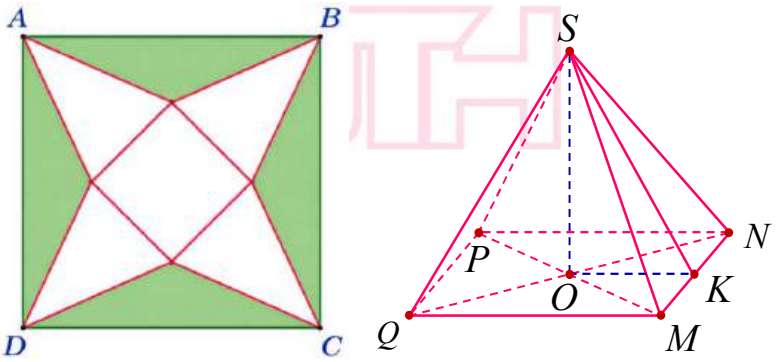
Câu 45: Một showroom ô tô trung bình bán được 45 ô tô loại A mỗi quý với giá $1,299$ tỷ đồng một xe. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 200 triệu đồng, số lượng ô tô loại A đó bán ra sẽ tăng thêm khoảng 20 xe mỗi quý. Biết rằng hàm chi phí hàng quý là $C\left(x\right)=0,001x^3-0,085x^2+1,437x+0,3$, trong đó x là số ô tô bán ra trong một quý. Nhà sản xuất nên đặt giá bán như thế nào để lợi nhuận là lớn nhất?

Câu 46: Lát cắt của một vùng đất được mô hình hóa bởi hàm bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới . Biết khoảng cách $OM=2km$; độ rộng của núi $MN=3,5km$.



Độ sâu của hồ nước là $450m$. Chiều cao của ngọn núi là bao nhiêu mét?

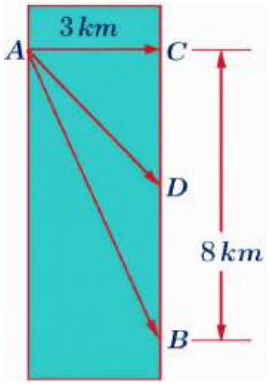
Câu 47: Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều.



Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{a\sqrt{2}}{b}\left(m\right)$ ($a,b\in\mathbb{Z};a,b$ nguyên tố cùng nhau). Tính tổng a^2+b^2 .

Câu 48: Anh Nam muốn chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3km . Anh Nam có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến vị trí C và sau đó chạy đến vị trí B, hay có thể chèo trực tiếp từ vị trí A đến vị trí B, hoặc anh ta có thể chèo đến một vị trí D ở giữa C và B và sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền với tốc độ $6km/h$, chạy với tốc độ $8km/h$ và quãng đường $BC=8km$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



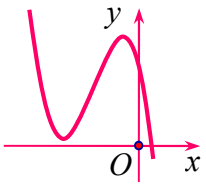
Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể có với tốc độ chèo thuyền của anh Nam. Khoảng thời gian để anh Nam đến B là bao nhiêu phút?

Câu 49: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm mỗi ngày sản xuất được x mét vải lụa $\left(1 \le x \le 19\right)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi công thức $C\left(x\right) = \dfrac{x^3}{3} + 4x^2 + 200$. Giá của một mét vải lụa là 240 nghìn đồng và giả sử hộ luôn bán hết số sản phẩm trong ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa?

Câu 50: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thảo thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B . Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p\left(x\right) = 90 - 0,01x^2$. Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right) = \dfrac{1}{2}\left(200 + 27x\right)$, thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi mỗi tháng nhà máy A thu được lợi nhuận cao nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 51: Một cơ sở sản xuất quần áo trẻ em đang bán mỗi bộ quần áo với giá 80 nghìn đồng một bộ và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 1200 bộ quần áo. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lí thấy rằng nếu từ mức giá 80 nghìn đồng mà cứ mỗi lần tăng thêm 5 nghìn đồng mỗi bộ quần áo thì mỗi tháng sẽ bán ít đi 100 bộ. Biết vốn sản xuất một bộ quần áo không thay đổi là 50 nghìn đồng. Để lợi nhuận thu được lớn nhất thì cơ sở sản xuất đưa ra giá bán cho một bộ quần áo là bao nhiêu?

Câu 52: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị như sau:



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

Câu 53: Một xưởng sản xuất cửa nhôm kính uốn vòm gồm hai phần dưới là hình chữ nhật có chiều rộng $x\left(\text{cm}\right)$, chiều dài $y\left(\text{cm}\right)$, phần vòm là hình bán nguyệt có bán kính $\dfrac{x}{2}\left(\text{cm}\right)$. Biết chu vi của cửa không đổi là 8 m. Biết đơn giá làm cửa kính theo m^2 là 1.600.000 đồng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Khi diện tích của cái cửa lớn nhất thì cái cửa trị giá bao nhiêu triệu đồng?

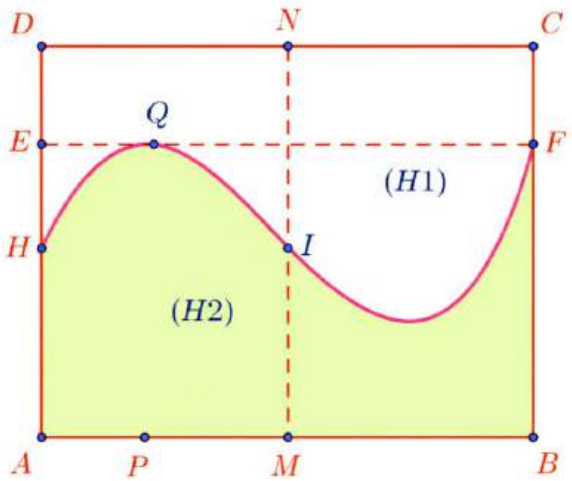
Câu 54: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C). Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ với $x_A < x_B$ là các điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại A, B song song với nhau và $AB = 4\sqrt{2}$. Tính $S = 3x_A - 5x_B$.

Câu 55: Hiệu quả nhiên liệu E, tính bằng số kilômét đi được trên mỗi lít xăng của một mẫu xe ô tô được mô hình hoá theo tốc độ v bằng công thức sau: $E(v) = -0,00002v^3 + 0,00225v^2 + 14,7$. Mô hình này được áp dụng cho các tốc độ v từ 20 km/h đến 120 km/h $(20 \le v \le 120)$. Tìm giá trị nhiên liệu hiệu quả nhất.

Câu 56: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 9x^2 - 12$ có đồ thị là đường cong (C). Điểm $M(a;b)$ là điểm cực đại của đồ thị (C). Giá trị của $a - b$ bằng bao nhiêu?

Câu 57: Nếu một điện trở R được nối với một ắc-quy có suất điện động E và điện trở trong r thì công suất tiêu thụ trên điện trở R là $P = \dfrac{E^2 R}{(R+r)^2}$, trong đó R, r được tính bằng ôm (Ω), E được tính bằng vôn (V) và P được tính bằng oát (W). Cho $E = 12(V)$ và $r = 2\ (\Omega)$, còn R biến thiên thì công suất P đạt giá trị cực đại bằng bao nhiêu W?

Câu 58: Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 100\ m$; $AD = 80\ m$. Người ta muốn chia công viên thành hai khu, một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt, người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 dành cho trẻ em và H_2 dành cho người lớn như hình vẽ bên với $AH = 40\ m$; $AE = 60\ m$; $AP = 20\ m$ và $EF // AB$; $PQ // AD$.

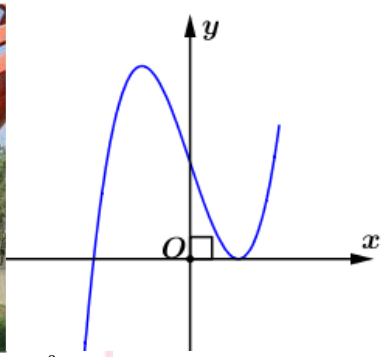


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Biết rằng khi xét trong một hệ tọa độ Oxy, đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số bậc ba. Phần chính giữa công viên người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180 nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 59: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B tối đa 45 tấn sản phẩm và nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P\left(x\right)=60-0{,}01x^2$. Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right)=150+33x$. Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm?

Câu 60: Một đường ray tàu lượn trong khu vui chơi giải trí có hình dáng được mô phỏng theo đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=x^3-3x+2$. Để đảm bảo an toàn và tính thẩm mỹ, người ta chọn hai điểm $A\left(a;b\right)$ và $B\left(c;d\right)$ trên đường ray sao cho tiếp tuyến tại hai điểm này có cùng độ dốc



Đồng thời, đoạn đường nối hai trụ đỡ tại các điểm A và B phải vuông góc với một đường dây điện có phương trình $x+y-5=0$. Tìm $b+d$.

Câu 61: Từ năm 2004 đến năm 2019 doanh thu $R\left(t\right)$ của McDonald's có thể được mô hình hóa bởi $R\left(t\right)=-130{,}769t^3+2\,296{,}47t^2-11\,493{,}5t+35\,493\ \left(4\le t\le 19\right)$, trong đó t là đại diện cho năm, với $t=4$ tương ứng với năm 2004. Biết rằng $R'\left(t\right)$ là hàm tốc độ doanh thu theo thời gian. Tốc độ thay đổi doanh thu của McDonald's lớn nhất vào năm nào?

Câu 62: Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A . Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm:

$$q\left(A\right)=1000+\frac{1013}{3}\ln\left(1+A\right).$$

Biết rằng, chỉ phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng?

Câu 63: Ngày khai giảng năm học $2024-2025$. Học sinh khối 12 trường THPT Nguyễn Hiền thả chùm bóng bay gắn thông điệp "Học Sinh khối 12 chiến thắng CT2018". Ước tính độ cao h của chùm bóng bay so với mặt đất vào thời điểm t được cho bởi công thức $h\left(t\right)=-t^3+3t^2,\left(0\le t\le 3\right)$. Chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là: $a\left(km\right)$. Tìm a ?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

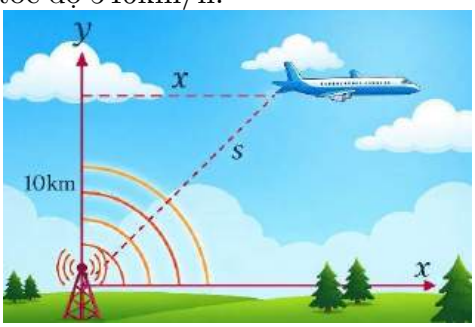
Câu 64: Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoảng chi phí vận chuyển là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các của hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất?

Câu 65: Một công ty sản xuất hai sản phẩm là sản phẩm A và sản phẩm B. Biết số tiền thu được khi bán sản phẩm A là 50 000 đồng/sản phẩm; số tiền thu được khi bán từ 1 đến 100 sản phẩm B là 55.000 đồng/sản phẩm, từ 101 đến 200 sản phẩm B là 54.000 đồng/sản phẩm, từ 201 đến 300 sản phẩm ở là 53.000 đồng/sản phẩm. số tiền thu được khi bản thêm 100 sản phẩm B giảm đúng 1000 đồng/sản phẩm so với 100 sản phẩm đã bán ngay trước đó. Biết chi phí khi sản xuất sản phẩm cả A và B đều là 30.000 đồng/sản phẩm. Giả sử trong một tuần tổng hai sản phẩm của công ty sản xuất và bán ra đúng 2.000. Trong một tuần mức lợi nhuận của công ty có thể đạt được lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 66: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chưa tối đa 29 hành khách. Trong khu du lịch Đền Hùng, một đoàn khách gồm 40 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Người lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn du khách như sau: Nếu một xe chở x thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(100-x)^2}{40}$ và một chuyến không chở dưới 15 người. Hỏi với thỏa thuận như trên thì cần trả ít nhất bao nhiêu nghìn đồng để cả đoàn được đưa về khách sạn bằng xe du lịch?

Câu 67: Chi phí về nhiên liệu của một con tàu được chia làm hai phần. Phần chi phí thứ nhất không phụ thuộc vào tốc độ tàu và bằng 480 nghìn đồng mỗi giờ. Chi phí phần thứ hai trên 1 km đường tỉ lệ thuận với lập phương của tốc độ tàu, khi tốc độ bằng 20 km/h thì chi phí phần thứ hai bằng 100 nghìn đồng mỗi giờ. Giả sử con tàu đó luôn giữ nguyên tốc độ di chuyển, để tổng chi phí nhiên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất thì tốc độ của con tàu đó bằng bao nhiêu km/h ?

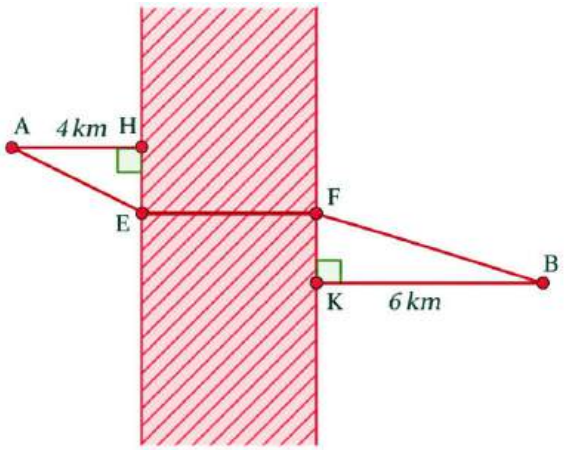
Câu 68: Một máy bay đang bay ở độ cao 10km so với mặt đất, thu phát tín hiệu qua một ăng-ten ra đa như hình vẽ. Khi máy bay cách ra đa 16km, ra đa phát hiện khoảng cách giữa máy bay ra đa thay đổi với tốc độ 546km/h.



Tìm vận tốc của máy bay.

Câu 69: Hai thành phố ở hai vị trí A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu bắc qua sông biết rằng vị trí A cách con sông một khoảng là $4km$, vị trí B cách con sông một khoảng là $6\,km$, $HE + KF = 20km$ và độ dài EF không đổi.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Hỏi độ dài EH là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất ?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 70: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1 \le x \le 300\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right) = -2x^2 + 1312x$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G\left(x\right) = x^2 - 77x + 1000 + \dfrac{40000}{x}$. Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 71: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 400)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm là $F\left(x\right) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ .Trong đó, chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{100000x}{\dfrac{3}{2}x + 1}$ đồng. Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ nhưng do doanh nghiệp mua với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 72: Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nếu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 73: Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi $C\left(x\right) = x^2 - 2000x + 10^8$ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng và $M\left(x\right) = \dfrac{T\left(x\right)}{x}$ với $T\left(x\right)$ là tổng chi phí cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M\left(x\right)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng có phương trình dạng $y = ax + b$. Tính $P = 68a + 3b + 800$.

Câu 74: Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 9000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 36 quả bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng mỗi giờ. Số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là bao nhiêu?

Câu 75: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(44-x)^2}{2}$. Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách?

Câu 76: Một xí nghiệp A chuyên cung cấp sản phẩm S cho nhà phân phối B . Hai bên thỏa thuận rằng, nếu đầu tháng B đặt hàng x tạ sản phẩm S thì giá bán mỗi tạ sản phẩm S là $P\left(x\right) = 6 - 0,0005x^2$ $\left(x \le 40\right)$. Chi phí A phải bỏ ra cho x tạ sản phẩm S trong một tháng là $C\left(x\right) = 10 + 3,5x$ và mỗi sản phẩm bán ra phải chịu thêm mức thuế là 1 triệu đồng. Hỏi trong một tháng B cần đặt hàng bao nhiêu tạ sản phẩm S thì A có được lợi nhuận lớn nhất, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 77: Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vinh, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Câu 78: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 1000 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 1000)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right) = x^3 - 2999x^2 + 2255000x + 300000$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G\left(x\right) = x + 5000 + \dfrac{300000}{x}$. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 79: Bác Bình có một nông trại ao nuôi cá, mỗi ngày thu hoạch được 2 tấn cá. Nếu bán cho thương lái với giá 30 nghìn đồng/kg thì hết cá, nếu giá bán cứ tăng thêm 2 nghìn đồng/kg thì số cá thừa sẽ tăng thêm 10 kg. Số cá thừa này được bán để làm thức ăn cho động vật với giá 10 nghìn đồng/kg. Hỏi bác Bình phải bán với giá bao nhiêu nghìn đồng/kg để số tiền bán cá mỗi ngày đạt doanh thu lớn nhất?

Câu 80: Một công ty X sản xuất máy tính bảng dành cho học sinh bán được x máy mỗi tháng. Giá bán của mỗi máy tính bảng được cho bởi công thức $p\left(x\right) = 8600 - 10x$. Chi phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c\left(x\right) = x^2 - 4x + 500 + \dfrac{1000}{x}$. Hỏi công ty X sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng mỗi tháng để lợi nhuận cao nhất?

Câu 81: Ông A dự định đầu tư sản xuất một loại sản phẩm với số lượng không quá 150 sản phẩm. Nếu ông A sản xuất được x sản phẩm thì bán và thu về số tiền được tính theo công thức $f(x) = x^3 - 1565x^2 + 128500x + 30000$, khi đó chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm được tính theo công thức $C\left(x\right) = 1000 + x + \dfrac{25000}{x}$. Ông A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

Câu 82: Hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B . Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm một tháng thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức $P(x) = 50 - 0,001x^2$. Chi phí đề A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 95 + 35x$. Hỏi lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 83: Một công ty kinh doanh dịch vụ nghỉ dưỡng nhận thấy rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 140 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 12 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm đi 6 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng giảm 2 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 6 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 2 ngày. Hỏi công ty cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất, biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 2 triệu đồng và SGD du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày.

Câu 84: Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C của một linh kiện được sử dụng trong sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức $C = \dfrac{19200000}{x^2} + \dfrac{27x}{x + 3000}, x \ge 1$. Trong đó x là số linh

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.

Câu 85: Đầu năm mới , công ty A vừa kí được một hợp đồng sản xuất và cung cấp linh kiện theo đơn đặt hàng của nhà máy B . Theo hợp đồng nhà máy B mua không quá 1500 linh kiện, nếu số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p\left(x\right)=40000-0,01x^2$ đồng. Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C\left(x\right)=10000000+10000x$ đồng. Hỏi công ty A nên sản xuất và cung cấp bao nhiêu linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 86: Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Câu 87: Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vĩnh Yên, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Câu 88: Một chủ nhà hàng kinh doanh phần ăn uống đồng giá có chiến lược kinh doanh như sau: Phí cố định được ước tính trong một năm là 55 triệu đồng. Chi phí một phần ăn ước tính khoảng 22 nghìn đồng. Giá niêm yết trên thực đơn là 30 nghìn đồng. Giả định rằng tất cả các phần ăn chế biến sẵn đều được bán hết và kí hiệu x là số phần ăn trong một năm, giả sử x là số nguyên thuộc $\left[5\,000;25\,000\right]$. Mục tiêu của chủ nhà hàng là tạo ra lợi nhuận ít nhất là 135 triệu đồng mỗi năm. Biết rằng nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm, hỏi trung bình mỗi ngày nhà hàng phải phục vụ ít nhất bao nhiêu phần ăn để đạt mục tiêu trên?

Câu 89: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1\le x\le 400\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$. Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G\left(x\right)=\dfrac{200000x}{3x+2}$. Tổng chi phi mua nguyên vật liệu là $H\left(x\right)=2x^3+100000x-50000$, nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 2% cho 150 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 3% cho các sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 90: Một công ty muốn đầu tư vào hệ thống điện mặt trời có công suất x . Theo nghiên cứu cho thấy một số thông tin sau: Chi phí đầu tư ban đầu là $C_1\left(x\right)=1400+55x$. Doanh thu hàng năm là $R\left(x\right)=28x-0,15x^2$. Chi phí vận hành hàng năm là $C_2\left(x\right)=12+0,35x+0,012x^2$. Hãy tìm công suất x để tối đa hóa lợi nhuận trên đầu tư, được tính là tỷ lệ lợi nhuận hàng năm trên chi phí đầu tư ban đầu.

Câu 91: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $\left(1\le x\le 20\right)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi hàm chi phí $C\left(x\right)=\dfrac{23}{36}x^3+x^2+200$. Giá của vải lụa tơ tằm

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

là 300 nghìn đồng/mét và giả sử hộ luôn bán hết số sản phẩm làm ra trong một ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày thì hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa.

Câu 92: Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Singapore ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 60 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 24 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?

Câu 93: Để hạn chế vi phạm thời gian làm việc đối với công nhân, giám đốc công ty quyết định xử lý bằng cách phạt tiền. Nhờ sự giám sát chặt chẽ của các quản đốc, giám đốc công ty biết được trong một tháng, giữa tỉ lệ công nhân vi phạm đúng k lần $\left(1 \le k \le 2\right)$ là $t_k = \dfrac{N_k}{N}$ và mức phạt mỗi lần vi phạm có mối liên hệ như sau:

Nếu mỗi công nhân nộp phạt x nghìn đồng $\left(60 \le x \le 300\right)$ khi vi phạm lần thứ nhất và nộp phạt $x-20$ nghìn đồng khi vi phạm lần thứ hai thì $t_1 = \dfrac{36}{x+10}$ và $t_2 = \dfrac{4}{x-30}$.

Biết rằng N không đổi và bằng 2400. Tổng số tiền nộp phạt của các công nhân vi phạm trong một tháng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 94: Năm 2026, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2026 thấp nhất?

Câu 95: Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm $\left(0 < x \le 2\,500\right)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được là và tổng chi phí là $g\left(x\right) = x^2 + 1\,438x - 1\,209$. Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t $\left(0 < t < 320\right)$. Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Câu 96: Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là $x(\$)$ thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R\left(x\right) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q\left(x\right) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200\,\$$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là $a(\$)$ và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Câu 97: Một cửa hàng phân phối gạo với chi phí mua vào là 30 nghìn đồng $/1kg$, bán ra là 35 nghìn đồng $/1kg$. Với giá bán này thì số gạo bán được trong một tháng là $12000\,kg$. Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ gạo trong một tháng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng $/\,1kg$ thì số lượng gạo bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm $4000\,kg$. Cửa hàng phải định giá bán gạo mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 98: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 180 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1 \le x \le 180\right)$ thì giá bán của mỗi sản phẩm là $f\left(x\right) = 35840 - 192x$ và chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $g\left(x\right) = 25,6x^2 - 153,6x + 3072 + \dfrac{19200}{x}$. Biết rằng mức thuế trên một sản phẩm này là 512 nghìn đồng. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 99: Một công ty ước lượng tổng doanh thu R cho một loại sản phẩm được xác định bởi công thức: $R = -x^3 + 450x^2 + 52500x$. Trong đó x là số sản phẩm được sản xuất . Với ước lượng trên, công ty cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để doanh thu tối đa?

Câu 100: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe để về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{\left(40 - x\right)^2}{2}$. Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách?

Câu 101: Một công ty trung bình bán được 600 chiếc máy lọc không khí mỗi tháng với giá 10 triệu dồng một chiếc. Một khảo sát cho thấy nếu giảm giá bán mỗi chiếc 400 nghìn đồng, thì số lượng bán ra tăng thêm khoảng 60 chiếc mỗi tháng. Gọi p là giá của mỗi máy, x là số máy bán ra. Khi đó, hàm cầu là $p = p\left(x\right)$ và hàm doanh thu là $R\left(p\right) = px$. Hỏi công ty phải bán mỗi chiếc với số tiền bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?

Câu 102: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B tối đa 45 tấn sản phẩm và nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P\left(x\right) = 60 - 0,01x^2$. Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right) = 150 + 33x$. Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm?

Câu 103: Cho $C\left(x\right) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ là hàm chi phí và $p\left(x\right) = 1700 - 7x$ là hàm cầu. Hãy tìm mức sản xuất sẽ tối đa hoá lợi nhuận.

Câu 104: Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là $x(\$)$ thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R\left(x\right) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q\left(x\right) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200\,\$$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là $a(\$)$ và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Câu 105: Một hộ làm nghề dệt vải tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $\left(1 \le x \le 18\right)$. Tổng chi phí để sản xuất x mét vải lụa cho bởi hàm chi phí $C\left(x\right) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ gia đình này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 ngàn đồng/mét. Tính số tiền lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này có thể nhận được.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 106: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đạt hàng của nhà máy B. Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p\left(x\right)=90-0,01x^2$. Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right)=\frac{1}{2}\left(200+27x\right)$, thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm để mỗi tháng thu được lợi nhuận cao nhất?

Câu 107: Một nhà máy dự định sản xuất không quá 200 sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm $\left(1\le x\le 200\right)$ được cho bởi hàm chi phí $C\left(x\right)=20000+800x-3,6x^2+0,004x^3$. Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p\left(x\right)=2000-9x$. Hỏi mỗi tháng nhà máy sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

Câu 108: Doanh số của một sản phẩm mới được mô hình hóa bằng hàm số $f\left(t\right)=\frac{24000}{1+6e^{-t}},t\ge 0$ trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'\left(t\right)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t=\ln a$. Tìm a.

Câu 109: Một giáo viên theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, được mô hình hóa bằng hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các hệ số. Trong đó $x\left(0\le x\le 9,x\in\mathbb{N}\right)$ là số tháng kể từ đầu năm học và $f\left(x\right)$ là điểm trong tháng thứ x. Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

Câu 110: Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm $\left(0\le x\le 1100\right)$thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right)=x^3-2199x^2+1219000x+2025000$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G\left(x\right)=x+9000+\frac{2025000}{x}$. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 111: Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghin đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

Câu 112: Biết đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x-1$ có hai cực trị A và B. Phương trình đường thẳng AB là $y=ax+b\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Tính tổng $a+b$.

Câu 113: Một hộ sản xuất kinh doanh hạt điều sấy mỗi ngày sản xuất được x kg $\left(5\le x\le 20\right)$.Tổng chi phí sản xuất x kg được cho bởi hàm chi phí $C\left(x\right)=x^3-3x^2+19x+300$. Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 316 nghìn đồng/kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 114: Năm 2025, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số lượng điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển nữa là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất?

Câu 115: Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Tính chi phí hoạt động thấp nhất .

Câu 116: Bảng giá cước của một hãng taxi X được mô hình hóa bởi một hàm số biểu thị mối liên hệ giữa $x\,(\text{km})$ là quãng đường di chuyển và số tiền tương ứng phải trả $f\left(x\right)$ như sau:

$$f\left(x\right)=\begin{cases}10000x & \left(0<x\le 10\right)\\ 15000x-50000 & \left(10<x\le 40\right)\\ 125000x+50000 & \left(x>40\right)\end{cases}$$

Nếu một người đi taxi của hãng X phải trả số tiền xe là 475000 VNĐ thì người đó đã đi quãng đường là bao nhiêu?

Câu 117: Một công ty xác định rằng tổng chi phí của họ, tính theo nghìn đô - la, để sản xuất x mặt hàng là $C\left(x\right)=\sqrt{5x^2+60}$, và công ty lên kế hoạch nâng sản lượng trong t tháng kể từ nay theo hàm $x\left(t\right)=20t+40$. Tính tốc độ tăng của chi phí sau 4 tháng kể từ nay?

Câu 118: Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán x máy tính bảng $\left(1\le x\le 200, x\in\mathbb{N}\right)$ thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là $p\left(x\right)=4000-10x$, trong đó chí phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c\left(x\right)=x^2-70x+400+\dfrac{1000}{x}$. Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

Câu 119: Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là x^2+2x , máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y-27y^2$. Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất?

Câu 120: Một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 300 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Câu 121: Mỗi tuần, một cửa hàng bán điện thoại di động trung bình bán được 1000 điện thoại A với giá 14 triệu đồng một cái. Biết rằng, nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng/1 cái, số lượng điện thoại A bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 cái mỗi tuần. Biết rằng nếu bán x cái điện thoại A thì giá mỗi cái là $p\left(x\right)$ và hàm chi phí hàng tuần $C\left(x\right)=12000-3x$. Để lợi nhuận là lớn nhất, cửa hàng nên bán mỗi cái điện thoại A với giá bao nhiêu?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 122: Một công ty công nghệ X chuẩn bị phát hành một ứng dụng di động mới. Để quảng bá ứng dụng, công ty dự định chi x cho chiến dịch quảng cáo trực tuyến. Bộ phận marketing của công ty sau khi phân tích thị trường, ước tính rằng tổng số lượt tải ứng dụng có thể đạt được tuân theo hàm số $N\left(x\right)=\dfrac{15000x}{x+300};x\geq 0$. Với mỗi lượt tải ứng dụng công ty thu được số tiền là 2000 đồng. Công ty có một ngân sách tối đa cho việc quảng cáo ứng dụng lần này là $1,2$ tỷ đồng. Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được từ ứng dụng trên là bao nhiêu tỷ đồng?

Câu 123: Tại một nhà máy, khi sản xuất và bán ra x sản phẩm A $\left(0\leq x\leq 250\right)$ trong một tháng thì tổng chi phí mà nhà máy phải trả là $C\left(x\right)=0,00024x^3-0,03x^2+5x+30$ và doanh thu tương ứng là $D\left(x\right)=-0,01x^2+16x-25$. Hỏi trong một tháng, lợi nhuận lớn nhất mà nhà máy đó có thể thu được nhờ vào sản xuất và bán sản phẩm A bằng bao nhiêu triệu đồng?

Câu 124: Một công ty công nghệ X chuẩn bị phát hành một ứng dụng giáo dục mới. Để quảng bá ứng dụng, công ty dự định chi x cho chiến dịch quảng cáo trực tuyến. Bộ phận marketing của công ty sau khi phân tích thị trường, ước tính rằng tổng số lượt tải ứng dụng có thể đạt được tuân theo hàm số $M\left(x\right)=\dfrac{12000x}{x+200};x\geq 0$. Với mỗi lượt tải ứng dụng công ty thu được số tiền là 3000 đồng. Công ty có một ngân sách tối đa cho việc quảng cáo ứng dụng lần này là $1,3$ tỷ đồng. Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được từ ứng dụng trên là bao nhiêu tỷ đồng?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 19

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN VÀ OXYZ

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 19

§19. BÀI TOÁN THỰC TẾ ỨNG DỤNG HÌNH HỌC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

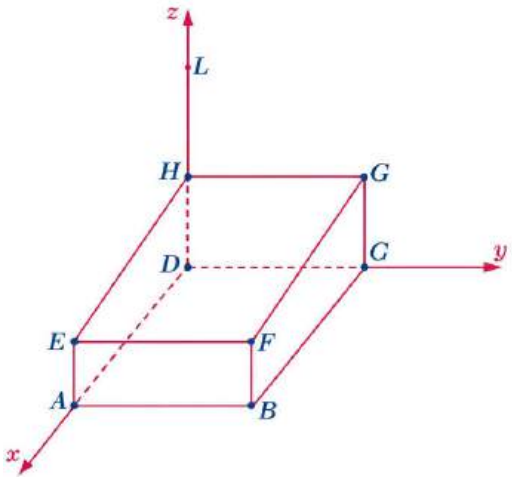
Học sinh xem tóm tắt lý thuyết trong chủ đề 11

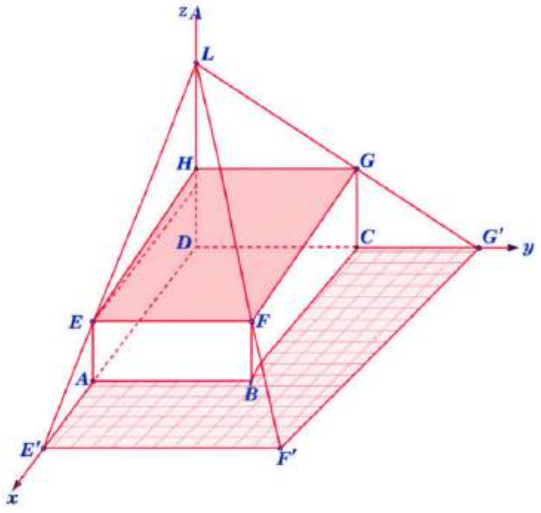
B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẢ LỜI NGẮN HÌNH HỌC

Câu 1: **(Đề minh họa BDG 2025)** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0)$, $B(3;6;6)$, $C(4;6;2)$, $D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$.

Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Câu 2: Sân hiên của một ngôi nhà là khoảng đất hình chữ nhật $ABCD$ được lợp mái $EFGH$ bằng kính màu để hạn chế ánh sáng đi qua với mái dốc. Các bề mặt bên $ADHE$ và $CGHD$ nằm ở hai bức tường bên ngoài ngôi nhà. Đặt vào mô hình hệ trục tọa độ như hình vẽ thì ta có $B\left(5;\frac{7}{2};0\right)$; $E(5;0;2)$ và $H(0;0;3)$.





NGUYỄN TIẾN HÀ

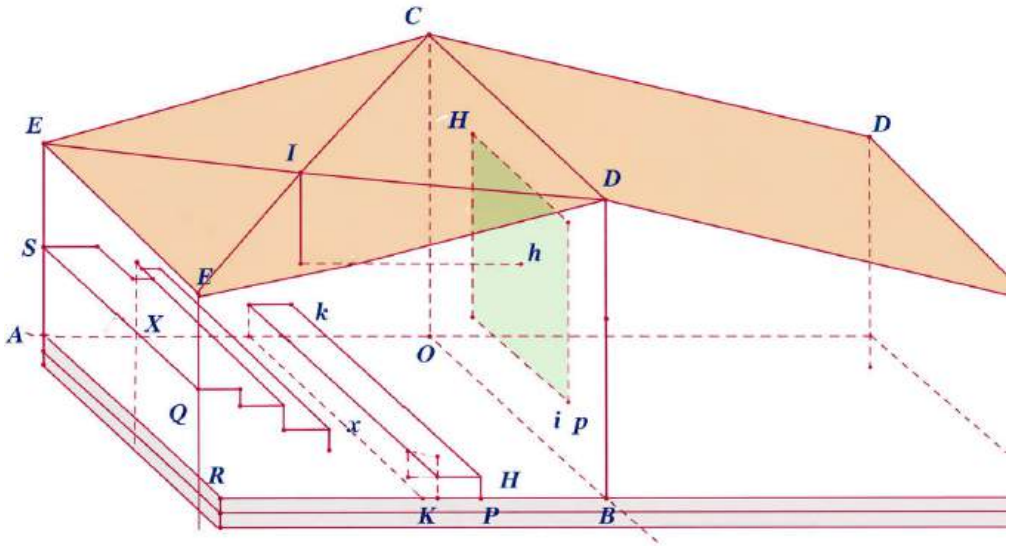
Trên tường nhà có một ngọn đèn đặt tại điểm L cách điểm D một khoảng 6 m theo phương thẳng đứng. Phần có mái của sân hiên in bóng lên khu vườn bằng phẳng phía trước ngôi nhà dưới ánh đèn tạo thành khoảng đất hạn chế ánh sáng. Tính diện tích khoảng đất đó .

Câu 3: Một công ty xây dựng đang lên kế hoạch thiết kế một tòa nhà chọc trời trong khu đô thị mới. Để đảm bảo an toàn và sẵn sàng cho các tình huống khẩn cấp, công ty muốn thiết kế đường bay tối ưu cho trực thăng cứu hộ tiếp cận đỉnh tòa nhà. Giả sử tòa nhà được xây dựng với đỉnh tòa nhà $T\left(40;60;150\right)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ nằm ở mặt đất. Trực thăng cứu hộ khởi hành từ sân bay tại điểm $X\left(100;-40;0\right)$. Một người A đứng trong tầng nào đó của tòa nhà có tọa độ là $A\left(40;30;-20\right)$.

Gọi phương trình đường thẳng d mô tả đường bay tối ưu của trực thăng cứu hộ từ điểm X đến đỉnh tòa nhà T và $M\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc đường bay của trực thăng cứu hộ để khoảng cách từ M đến A ngắn nhất. Tính $a+b+c$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(4;1;0\right)$, $B\left(4;6;6\right)$, $C\left(5;6;2\right)$, $D\left(7;2;14\right)$ và điểm $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu ?

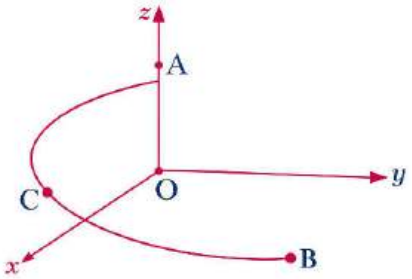
Câu 5: Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA=30m$ và chiều rộng là $OB=20m$, chiều cao các bức tường $OC=BD=10m$ và $EA=RF=6m$. Từ vị trí P trên BR cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ, theo phương vuông góc bức tường $OBDC$. Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét?

Câu 6: Trượt nước là một trong những trò chơi vận động được nhiều người yêu thích trong các công viên nước. Một cái máng trượt nước có thiết kế dạng cung tròn với hai đầu mút là A và B. Chọn một trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại hình chiếu của điểm A trên mặt đất, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất và trục Oz hướng thẳng đứng lên trên trời, đơn vị đo lấy theo mét.



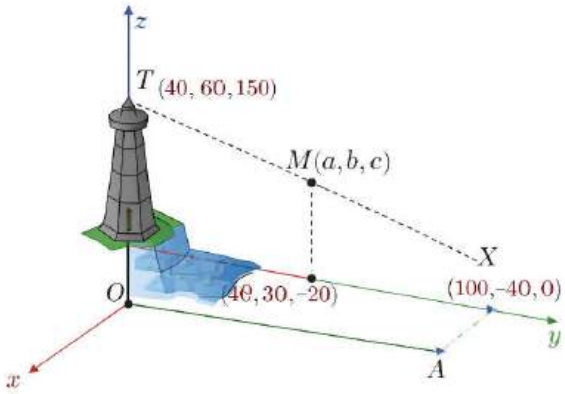
Biết các điểm A, B và một điểm C nằm trên máng trượt lần lượt có toạ độ là $(0;0;5);(6;7;1)$ và $(5;0;2)$. Độ dài máng trượt nước đó bằng bao nhiêu mét?

Câu 7: Trạm kiểm soát không quân đang theo dõi hai máy bay chiến đấu Su-30 và MiG-31. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị đo mỗi trục là 1km và xem mặt phẳng Oxy là mặt đất, tại cùng một thời điểm theo dõi ban đầu: máy bay chiến đấu Su-30 ở tọa độ $A(0;35;10)$, bay theo hướng vectơ $\vec{v}_1 = (3;4;0)$ với tốc độ không đổi 900 (km/h) và máy bay chiến đấu MiG-31 ở tọa độ $B(31;10;11)$, bay theo hướng $\vec{v}_2 = (5;12;0)$ với tốc độ không đổi 910 (km/h).

Khu vực này có gió mạnh thổi với vận tốc 80 (km/h) theo hướng vectơ $\vec{u} = (-3;0;4)$, gió ảnh hưởng đến cả hai máy bay trong quá trình bay. Một khu vực không phận bị hạn chế bay đã được một quốc gia khác thiết lập, có dạng hình trụ với tâm đáy tại $C(178;430;0)$, bán kính đáy 7km, trục vuông góc với mặt đất và chiều cao 43km, máy bay MiG-31 có nhiệm vụ bay vào khu vực không phận bị hạn chế để thăm dò. Tại thời điểm máy bay chiến đấu MiG-31 bay ra khỏi khu vực không phận bị hạn chế thì khoảng cách của 2 máy bay chiến đấu là bao nhiêu km? (làm tròn đến hàng phần chục)

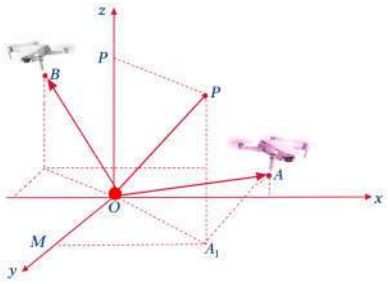
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 8: Người ta thiết kế một dây cáp chạy thẳng từ điểm X ở trên mặt đất tới đỉnh T của một tòa tháp. Giả sử tọa độ của các điểm là $T\left(40;60;150\right)$ và $X\left(100;-40;0\right)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ đặt tại mặt đất.



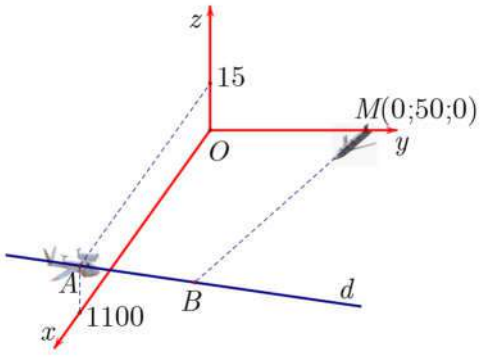
Người ta muốn nối điểm $A\left(40;30;-20\right)$ nằm dưới một cái hố tới một điểm $M\left(a;b;c\right)$ nằm trên dây cáp sao khoảng cách MA này là nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

Câu 9: Trạm không lưu sân bay Đà nẵng xây dựng hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí các chuyến bay. Lúc $6h$ Máy bay A xuất phát từ Đà Nẵng đến TP.HCM theo tia $\overrightarrow{OA}$ lần lượt hợp với ba tia $\overrightarrow{Ox}$, $\overrightarrow{Oy}$, $\overrightarrow{Oz}$ các góc bằng nhau với vận tốc $800km/h$.



Mười phút sau Máy bay B đi Hà nội theo tia $\overrightarrow{OB}$ hợp với ba tia $\overrightarrow{Ox'}$, $\overrightarrow{Oy'}$, $\overrightarrow{Oz}$ các góc bằng nhau với vận tốc $900km/h$. Tính khoảng cách giữa hai máy bay A và B lúc $6h30'$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét mô hình phòng không như sau: rada đặt tại gốc tọa độ $O\left(0;0;0\right)$, tên lửa phòng không đặt tại điểm $M\left(0;50;0\right)$, mỗi đơn vị tương ứng với 10m, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất, trục Oz vuông góc mặt đất và hướng lên. Giả sử mọi UAV và tên lửa đều chuyển động thẳng đều. Tại thời điểm $t=0(\text{s})$, rađa phát hiện ra UAV A ở toạ độ $A_0\left(1100;0;15\right)$.



.

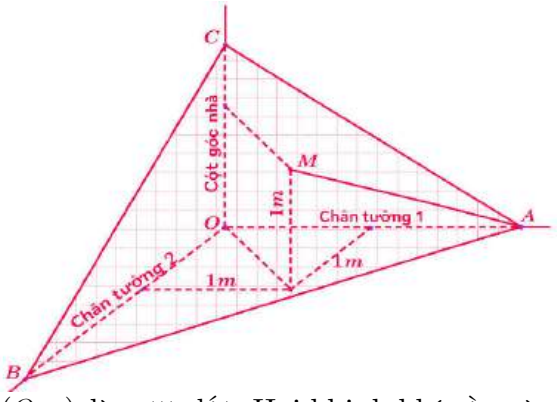
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Tại thời điểm $t=1s$, rađa theo dõi thấy UAV A ở tọa độ $A_1\left(1095;1;14,5\right)$ trên đường thẳng d. Tại thời điểm $t=6\,(\text{s})$, một tên lửa được phóng lên và chuyển động thẳng đều với vận tốc $1300\,(\text{m/s})$, va chạm và phá huỷ UAV A tại điểm B trên d. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ lúc được phóng lên thì tên lửa va chạm với UAV ?

Câu 11: Đường ống dẫn trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm,... những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.

Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=16\end{cases}$ (t là tham số). Vì địa hình phức tạp, người ta đành chọn điểm $A\left(12;10;15\right)$ cạnh vách núi để làm điểm trung chuyển từ mặt đất đến đường ống này. Dựa vào kinh nghiệm của mình họ phải chọn vị trí B thuộc đường ống và vị trí C thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB,BC,AC là bé nhất, tìm giá trị bé nhất đó theo đơn vị mét, làm tròn đến hàng phần chục.

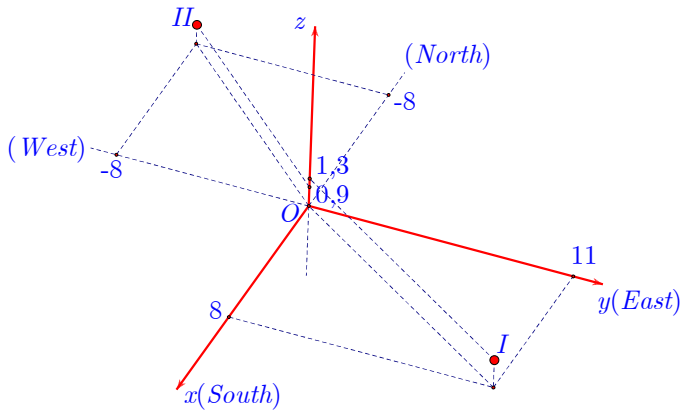
Câu 12: Trong quá trình ông An xây nhà thì phải đổ bê tông cho một mái vát để lợp ngói. Ông tính toán việc ghép cốt pha đi qua điểm B trên một chân tường và điểm C trên cột góc nhà và tận dụng một chiếc cột có sẵn cách đều hai bức tường $1m$ và chiều cao $1m$ để chống mặt ghép, đồng thời mặt ghép cốt pha phải đi qua điểm A trên một chân tường còn lại cách điểm O một khoảng $4m$. Biết rằng hai bức tường được xây vuông góc với nhau, mỗi bức tường đều vuông góc với sàn mái nhà. Diện tích nhỏ nhất của khung ghép cốt pha ABC là bao nhiêu mét vuông ?



Câu 13: Chọn hệ trục $Oxyz$ với (Oxy) là mặt đất. Hai khinh khí cầu cùng bay lên tại O. Sau nửa giờ bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 11 và về phía

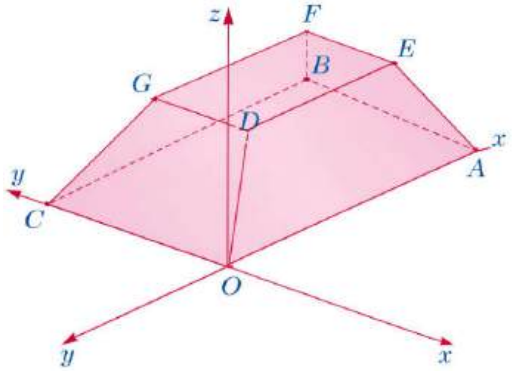
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Nam 8, đồng thời cách mặt đất $1,3$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 8 và về phía Tây 8, đồng thời cách mặt đất 900.



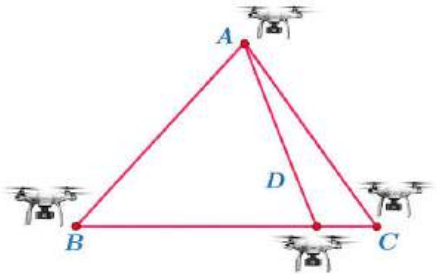
Xác định khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu sau một giờ bay, biết rằng mỗi khinh khí cầu bay với vận tốc và phương không đổi.

Câu 14: Hình vẽ bên minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Biết $OABC.DEFG$ là hình chóp cụt có hai đáy nằm trên hai mặt phẳng song song,



$OABC$ là hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, $OA=100\,m$, $OC=60\,m$ và điểm $D\left(10;10;8\right)$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(OCGD\right)$ bằng bao nhiêu mét?

Câu 14: Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$. Một đội gồm 4 drone giao hàng A, B, C, D xếp đội hình bay có dạng tam giác A; B; C và D nằm trên cạnh BC sao cho $DB=4DC$.

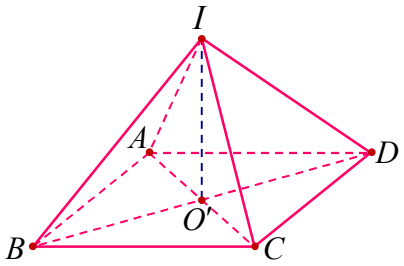


Tại thời điểm các drone có tọa độ là $A\left(80;20;80\right), B\left(70;20;20\right)$, $C\left(420;120;120\right)$. Khoảng cách giữa drone A và drone D bằng bao nhiêu mét?

Câu 15: Trong không gian với hệ truc tọa độ $Oxyz$, một tấm bảng đồng chất có dạng hình vuông $ABCD$ tâm O' được treo nghiêng bởi 4 sợi dây IA, IB, IC, ID gắn cố định tại điểm $I\left(0;0;9\right)$ như hình vẽ. Biết điểm $O'\left(0;0;5\right), A\left(-\sqrt{2};\sqrt{2};5\right)$, điểm $D\left(a;b;c\right)$ với $a>0, c>5$ và góc

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$\widehat{O'ID}$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt là lực căng của dây IB, IC, ID, IA, biết $\left|\vec{F}_1\right| = 50N$ và $\left|\vec{F}_2\right| = 40N$.

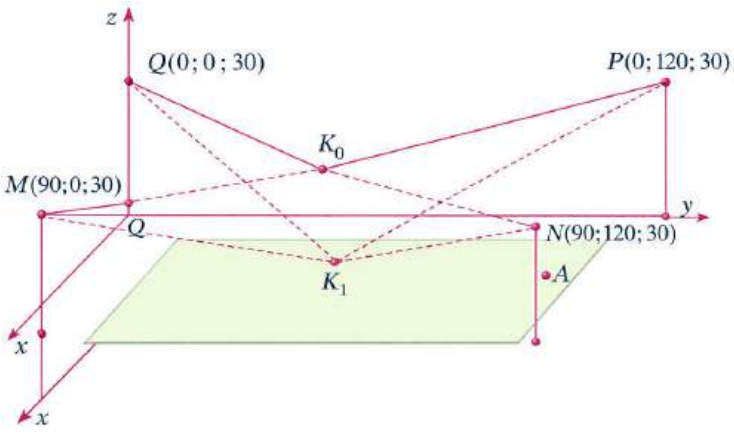


Tính khối lượng $m\left(\text{kg}\right)$ của tấm bảng và trọng lượng của tấm bảng được tính bằng công thức $P = mg$).

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm ngang trên mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2x + y - 3z + 18 = 0$. Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $\left(P\right): x - y = 0$, $\left(Q\right): x + y - 2z = 0$.

Hỏi chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà đến nóc nhà là bao nhiêu ?

Câu 17: Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M\left(90;0;30\right), N\left(90;120;30\right), P\left(0;120;30\right), Q\left(0;0;30\right)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19.



Tọa độ véctơ $\overrightarrow{K_0K_1} = \left(a;b;c\right)$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = a + b + 3c$?

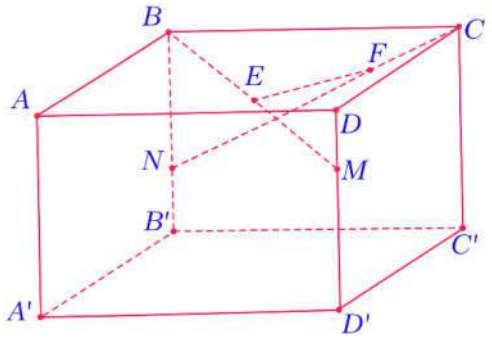
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 18: Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A\left(1;0;2\right)$ trong không gian ba chiều với hệ toạ độ $Oxyz$. Thiết bị này giao tiếp đồng thời với hai cảm biến: Cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x-y+z+1=0$. Giữa hai cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC, trong đó B nằm trên đường thẳng Δ, C nằm trên mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ và thiết bị định vị tại A là trung điểm của đoạn BC. Biết rằng đường thẳng BC có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(-2;a;b\right)$, hãy tính giá trị $a+2b$.

Câu 19: Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh.

Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước , toạ độ của A và B lần lượt là $A\left(3;2,5;15\right)$ và $B\left(21;27,5;10\right)$. Khi du khách khi ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b+c$.

Câu 20: Phòng khách nhà bác An có dạng một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB=5m$, $BC=6m$, $AA'=3m$. Để chuẩn bị đón Tết Nguyên Đán bác lên kế hoạch trang trí cho phần không gian của phòng khách bằng các dây đèn trang trí NC, BM, EF được mắc như hình vẽ sau:



Biết rằng EF song song với AC và $BN=2m$; $DM=1m$. Giá mỗi dây đèn trang trí là 120000 đồng. Hỏi số tiền bác An cần dùng để mua dây đèn trang trí là bao nhiêu triệu đồng ?

Câu 21: Trong không gian ba chiều $Oxyz$, tọa độ các khu vực được xác định như sau:

+ Khu vực $A\left(30;20;0\right)$ nằm trên mặt đất, cách trung tâm thành phố $3\,km$.

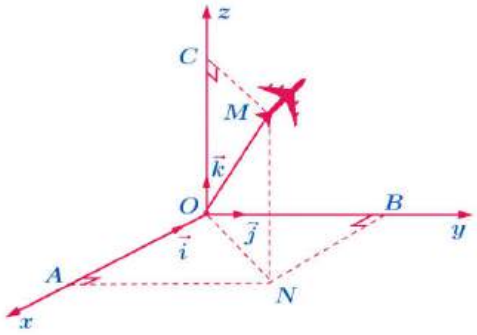
+ Khu vực $B\left(70;50;40\right)$ nằm trên tòa nhà cao tầng và ở độ cao $40\,m$.

+ Khu vực $C\left(50;80;70\right)$ nằm trên một đỉnh đồi ở độ cao $70m$.

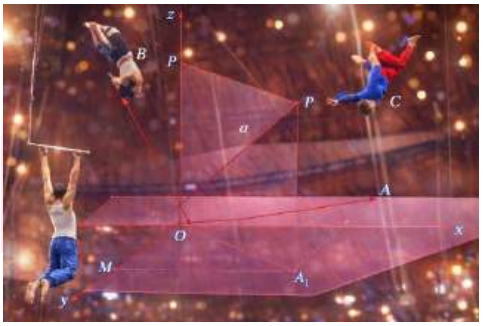
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Gọi vị trí lắp đặt trạm phát sóng là $D\left(a;b;c\right)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba khu vực kể trên là bằng nhau và có khoảng cách đến chúng là nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

Câu 22: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ không gian $Oxyz$ được thiết lập như hình vẽ, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM=14$, $\widehat{NOB}=32°$, $\widehat{MOC}=65°$. Biết điểm $M\left(a;b;c\right)$. Tính tổng $a+2b+3c$.



Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, có 3 diễn viên xiếc nhào lộn đang ở 3 vị trí $A\left(1;-2;3\right)$, $B\left(3;4;1\right)$, $C\left(-5;2;1\right)$. Gọi $\left(\alpha\right)$ là một mặt phẳng lưới bảo hộ di độngluônchứa trục hoành sao cho $A;B;C$ nằm cùng phía với (α) và $d_1;d_2;d_3$ lần lượt là khoảng cách từ $A;B;C$ đến $\left(\alpha\right)$.

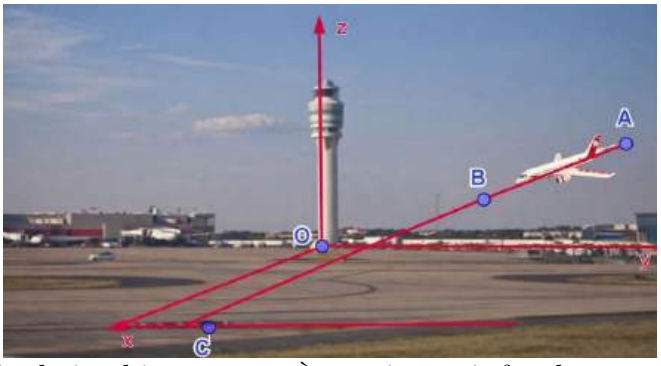


Tiết mục xiếc sẽ được bắt đầu khi mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ được điều chỉnh để biểu thức $T=d_1+2.d_2+3.d_3$ đạt giá trị lớn nhất. Biết T lớn nhất bằng $a\sqrt{b}$. Hãy tính $S=2\mathrm{a}+3b$

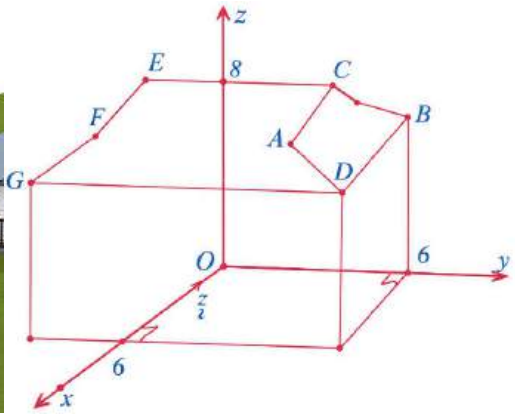
Câu 24: Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $55km$ và về phía Tây $20km$, đồng thời cách mặt đất $1,5km$. Khi đó, khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát bằng bao nhiêu kilômét?

Câu 25: Tại một sân bay, người ta chọn hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại vị trí chân của đài quan sát, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt sân bay . Trên màn hình Rađa người ta quan sát một máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng từ vị trí $A\left(4;0;10\right)$ đến vị trí $B\left(5;5;6\right)$ và tiếp đất tại vị trí $C\left(a;b;0\right)$. Hỏi vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát bao nhiêu kilômét ?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



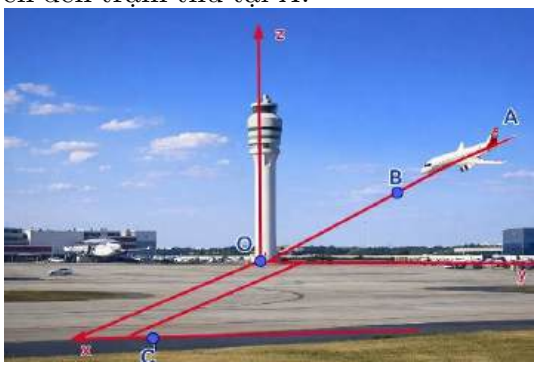
Câu 26: Cơn bão Yagi gây thiệt hại nghiêm trọng về người và tài sản cho nước ta, trong đó nặng nề nhất là tại thôn Làng Nủ, xã Phúc Khánh, huyện Bảo Yên, tỉnh Lào Cai, lũ quét và sạt lở đất đã vùi lấp 40 ngôi nhà. Cả nước đã chung tay ủng hộ và xây dựng lại nhà sàn cho người dân Làng Nủ theo thiết kế như hình vẽ dưới đây.



Giả sử áp dụng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ . Xét một bên của mái nhà gồm có một hình chữ nhật $CDFE$ và một hình thang $ADFG$ với các điểm $G\left(6;-6;6\right)$; $C\left(3;4;8\right)$; $F\left(4;-4;7\right)$ và điểm I là trung điểm CE. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng $a°$. Tìm a.

Câu 27: Chuẩn bị đến ngày sinh nhật, bạn Bình muốn trang trí căn phòng trọ của mình đẹp hơn. Trước khi trang trí, Bình gắn 2 móc treo vào các vị trí P,Q, rồi căng một sợi dây từ P đến Q. Tiếp theo, bạn gắn 2 móc treo vào các vị trí A và B, sau đó lấy một điểm M nằm giữa đoạn thẳng PQ rồi tiếp tục căng dây từ M đến A và từ M đến B. Xét một hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $P\left(1;1;0\right)$, $Q\left(3;0;1\right)$ $A\left(1;0;-1\right)$, $B\left(2;1;1\right)$ đơn vị trên mỗi trục là mét. Khi tổng độ dài các đoạn dây mà Bình sử dụng là ngắn nhất thì khoảng cách từ M đến P bằng bao nhiêu mét ?

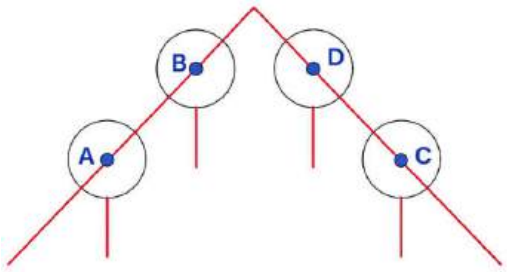
Câu 28: Có hai trạm thu phát sóng tín hiệu mặt đất đặt ở hai điểm O, A và vệ tinh thu phát tín hiệu tại ở vị trí M, biết vệ tinh di chuyển luôn cách mặt đất 35000km. Tín hiệu tại O phát lên vệ tinh M rồi tuyền đến trạm thu tại A.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Xét hệ trục $Oxyz$ được chọn thỏa $O\left(0;0;0\right)$, $A\left(30;40;0\right)$ $M\left(x;y;35\right)$. Biết vận tốc trung bình truyền tín hiệu giữa vệ tinh với trạm thu phát khoảng 270000km/s. Một tín hiệu phát từ O đến M, rồi truyền về A mất ít nhất bao nhiêu giây.

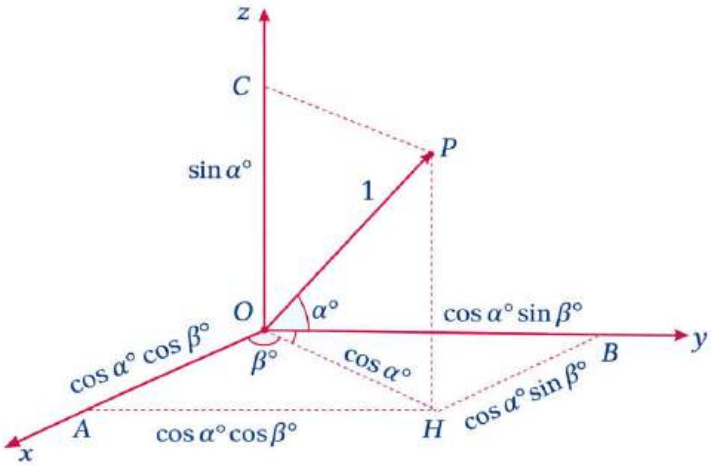
Câu 29: Trong một đợt diễn tập quốc phòng, hai người ở vị trí khác nhau cùng ngắm bắn một mục tiêu cố định trên không. Người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất.



Người thứ nhất bắn một viên đạn đi qua hai điểm $A\left(5;7;10\right)$ và $B\left(6;9;12\right)$. Người thứ hai bắn một viên đạn đi qua hai điểm $C\left(15;17;5\right)$ và D. Biết rằng sau một thời gian rời khỏi nòng súng, hai viên đạn chạm với nhau tại vị trí cách điểm A một khoảng 150 m . Hỏi D cách C một khoảng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 30: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Sau một thời gian chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 300 m về phía Nam và 100 m về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 100 m. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 200 m về phía Bắc và 100 m về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 50 m. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất quan sát thấy hai chiếc khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát trên mặt đất, vị trí người đứng có tổng khoảng cách đến hai chiếc khinh khí cầu là nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ vị trí người quan sát đến địa điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu.

Câu 31: Xét Trái Đất trong không gian $Oxyz$, với O là tâm Trái Đất, tia Ox chứa giao điểm của kinh tuyến gốc và xích đạo, tia Oz chứa điểm cực bắc N, tia Oy giao xích đạo tại điểm thuộc bsố cầu Đông, một đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 6 371 km trong thực tế. Biết rằng nếu điểm M có vĩ độ, kinh độ tương ứng là α^0N; β^0E $\left(0<\alpha<90,\,0<\beta<180\right)$ thì điểm M có tọa độ là $M\left(\cos\alpha^0\cos\beta^0;\cos\alpha^0\sin\beta^0;\sin\alpha^0\right)$.



Tính khoảng cách giữa hai vị trí trên bề mặt Trái Đất là cầu Hiền Lương có vĩ

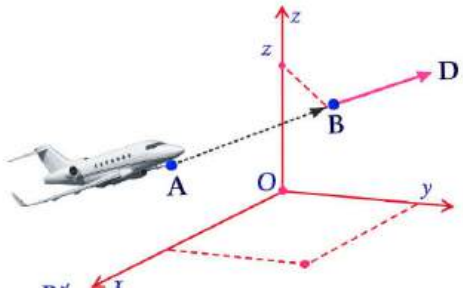
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

độ, kinh độ tương ứng là $17,0045^0 N$; $107,0517^0 E$ và Dinh Độc Lập có vĩ độ, kinh độ tương ứng là $10,777^0 N$; $106,695^0 E$.

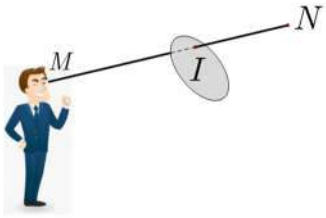
Câu 32: Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có toạ độ trong không gian $Oxyz$ như sau: Vệ tinh A tại vị trí $A\left(103;204;62\right)$, vệ tinh B tại vị trí $B\left(106;208;74\right)$, vệ tinh C tại vị trí $C\left(105;212;134\right)$.

Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí M của khinh khí cầu đến các vệ tinh là: $MA = 13$ km, $MB = 26$ km, $MC = 85$ km. Tính khoảng cách từ khinh khí cầu đến gốc toạ độ O.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A\left(800;500;7\right)$ đến điểm $B\left(940;550;8\right)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $D\left(x;y;z\right)$. Khi đó, $x-y+z$ bằng bao nhiêu?



Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt tại điểm $M(1;2;3)$ và vật cần quan sát đặt tại điểm $N(2;3;-12)$. Một tấm bìa cứng có dạng hình tròn thuộc mặt phăng Oxy tâm đặt tại gốc tọa độ, bán kính R che khuất tầm nhìn của người quan sát.



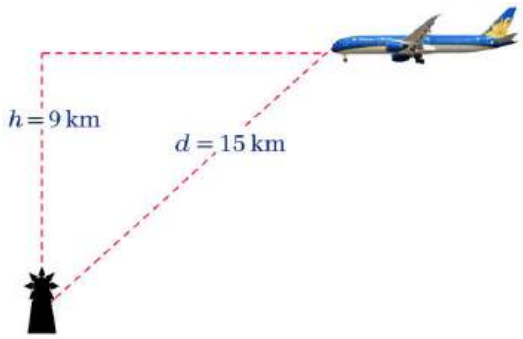
Khi đó số kính của tấm bìa nhỏ nhất là bao nhiêu?

Câu 35: Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc toạ độ đặt tại một sân bay để xác định toạ độ của sân bay. Biết rằng cao độ của toạ độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục toạ độ là 100

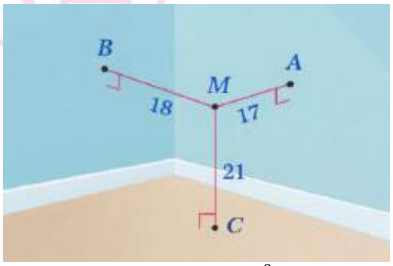
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

m. Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có toạ độ $(200;70;118)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m. Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có toạ độ $(80;105;113)$?

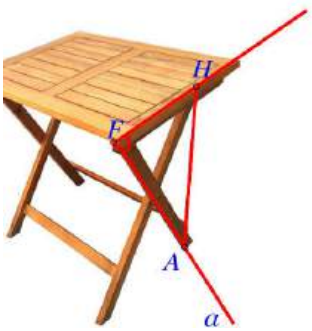
Câu 36: Một máy bay đang bay ở độ cao $h = 9\,km$ trên một đường bay sẽ đưa nó đi thẳng qua một trạm kiểm soát không lưu . Tại thời điểm máy bay cách trạm một khoảng $d = 15\,km$, khoảng cách d giữa máy bay và trạm không lưu đang giảm với tốc độ $v = 760\,km/h$; Hỏi tốc độ V của máy bay lúc này là bao nhiêu km/h?



Câu 37: Bạn Bình đố bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm M) trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm và 21 cm . Tính đường kính của quả bóng rổ đó, biết rằng loại bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm .



Câu 38: Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$. Điểm A là chân bàn tiếp xúc với mặt đất thuộc đường thẳng $a: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 4t \end{cases}$ cắt mặt bàn $(P): x + y - 2z + 6 = 0$ tại điểm F. Độ dài chân bàn $FA = 40\sqrt{3}\,cm$, khi đó độ cao của mặt bàn tính từ mặt đất là là bao nhiêu cm?

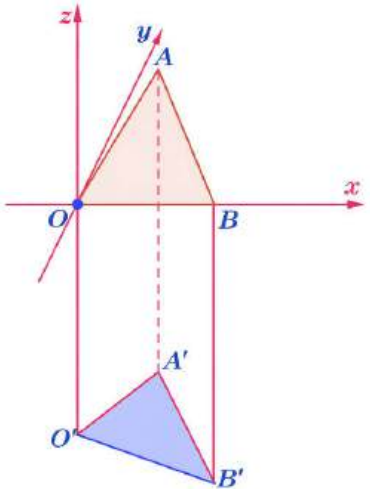


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 39: Để treo một chậu cây người ta cần lấy trên miệng của chậu cây đó 3 điểm và sử dụng 3 đoạn dây có độ dài bằng nhau để nối 3 điểm đó với một điểm treo . Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, ba điểm trên miệng của chậu cây là $A\left(0;1;2\right), B\left(2;-2;1\right), C\left(-2;0;1\right)$.

Điểm treo $M\left(a;b;c\right)$ nằm trên mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2x+2y+z-3=0$. Bình phương khoảng cách từ điểm M đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu?

Câu 40: Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài là 4 m, 4,4 m, 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ?



Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một máy bay đang ở vị trí $A\left(-800;-40;10\right)$ và chuyển động theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-200+80t \\ z=10 \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. Tìm giá trị của t ứng với vị trí A của máy bay.

Câu 42: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu $\left(S\right)$. Biết mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x-6y-2z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ các khu vực được xác định như sau:

+ Khu vực $A\left(20;30;0\right)$ nằm trên mặt đất, cách trung tâm thành phố 2 km;

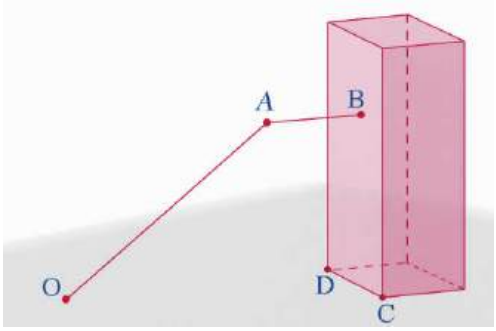
+ Khu vực $B\left(70;50;40\right)$ nằm trên tòa nhà cao tầng ở độ cao 40 m;

+ Khu vực $C\left(50;80;70\right)$ nằm trên một đỉnh đồi ở độ cao 70 m.

Gọi vị trí lắp đặt trạm phát sóng là $D\left(a;b;c\right)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba khu vực kể trên là bằng nhau và có khoảng cách đến chúng là nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

Câu 44: Một công ty logistics đang thử nghiệm hệ thống giao hàng tự động bằng máy bay không người lái . Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 mét trên thực tế. Mặt ngoài của một tòa nhà cao tầng được xem là một phần của mặt phẳng (P) thẳng đứng, đi qua hai điểm $C\left(10;50;0\right)$ và $D\left(30;10;0\right)$. Vị trí giao hàng là điểm B nằm trên mặt phẳng (P). Drone bắt đầu bay từ kho hàng tại gốc tọa độ $O\left(0;0;0\right)$. Ban đầu, nó bay theo một đường thẳng đến vị trí $A\left(30;40;120\right)$.

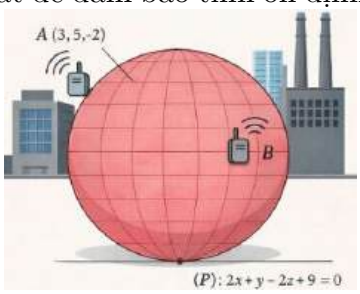
NGUYỄN TIẾN HÀ



Từ vị trí A, drone thay đổi đường bay, di chuyển theo phương vuông góc với mặt phẳng (P) đến vị trí giao hàng B. Tính khoảng cách từ O đến B.

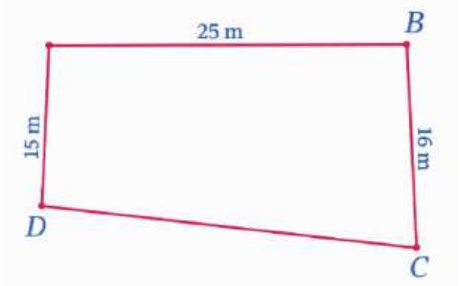
Câu 45: Trong một trung tâm logistics, người ta cần thiết kế một thùng hàng hình hộp chữ nhật để đóng gói và vận chuyển thiết bị điện tử. Tổng diện tích các mặt ngoài của thùng bằng 36 m^2. Để đảm bảo khả năng đóng gói vừa vặn thiết bị, đường chéo không gian của thùng phải dài 6 mét. Thể tích lớn nhất có thể của thùng hàng này là bao nhiêu?

Câu 46: Một công ty xây dựng một hệ thống giám sát môi trường tại khu công nghiệp. Hai cảm biến không dây được đặt tại hai vị trí A, B trong không gian 3 chiều để thu thập dữ liệu không khí. Để đảm bảo tín hiệu truyền giữa hai cảm biến ổn định, công ty thiết kế một bóng bảo vệ tín hiệu hình cầu di động nhưng luôn đi qua cả hai cảm biến A và B. Bóng này cần tiếp xúc với mặt đất để đảm bảo tính ổn định.



Giả sử trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, toạ độ các điểm là $A\left(3;5;-2\right)$, $B\left(-1;3;2\right)$ và mặt đất được mô tả bằng mặt phẳng: $\left(P\right): 2x+y-2z+9=0$. Trong quá trình mô phỏng, điểm tiếp xúc giữa bóng bảo vệ và mặt đất thay đổi. Kỹ sư cần xác định khoảng cách từ gốc tọa độ $O\left(0;0;0\right)$ đến điểm tiếp xúc C để đánh giá mức độ ảnh hưởng từ vị trí đặt thiết bị. Gọi m_1 là giá trị lớn nhất, và m_2 là giá trị nhỏ nhất của độ dài OC. Tính giá trị $m_1^{\,2}+m_2^{\,2}$.

Câu 47: Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ.



Bước đầu chúng ta lấy thăng bằng để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB=25m, AD=15m, BC=18m$. Do yêu cầu kỹ thuật khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10\,cm, a\,cm, 6\,cm$ tương ứng sao cho 4 điểm A', B', C', D' đồng phẳng. Tìm a.

Câu 48: Một máy bay cất cánh tại một sân bay, sau khi bắt đầu cất cánh trong thời gian ngắn máy bay sẽ bay theo một đường thẳng và sân bay nơi máy bay cất cánh được coi là một mặt phẳng. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 km. Biết rằng, máy bay bắt đầu cất cánh tại điểm $O\left(0;0;0\right)$ và sau một thời gian ngắn máy bay bay đến điểm $A\left(2;5;1,2\right)$ và sân bay máy bay cất cánh nằm trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$. Góc tạo bởi đường bay của máy bay cất cánh và sân bay bằng bao nhiêu?

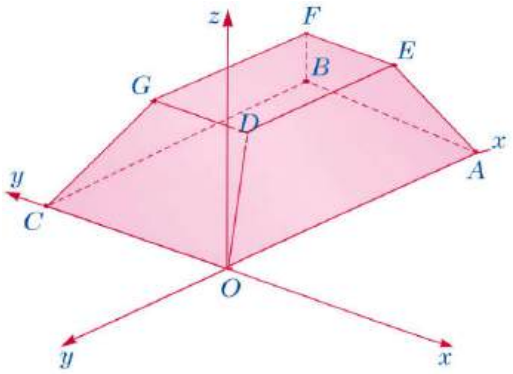
Câu 49: Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại một sân bay để xác định tọa độ của sân bay. Biết rằng cao độ của tọa độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m. Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có tọa độ $\left(200;70;118\right)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m. Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có tọa độ $\left(80;105;113\right)$?

Câu 50: Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A\left(5;0;0\right)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$, được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu du lịch B đang di chuyển trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=0\end{cases}$. Tàu chở hàng C đang di chuyển trên tuyến đường vận tải được mô tả bởi đường thẳng $d_2:\begin{cases}x=2-s\\y=11+s\\z=0\end{cases}$. Do thời tiết xấu, nên hai tàu B và C gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ A để lần lượt tiếp cận tàu du lịch B trước, sau đó đến tàu chở hàng C. Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch B dừng lại và tàu chở hàng C dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $T=AB+BC+CA$ là nhỏ nhất. Khi đó $P_{\min}=\sqrt{a}\ \left(km\right)$, hãy tính $a+2025$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

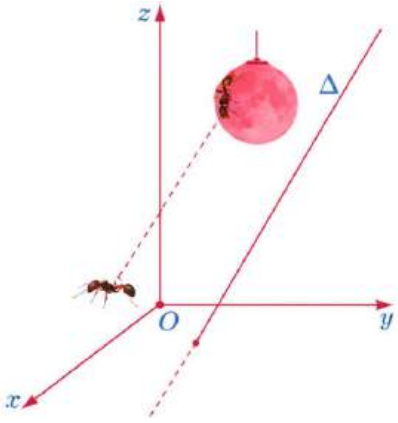
Câu 51. Hình vẽ bên minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $OABC.DEFG$ là hình chóp cụt có hai đáy nằm trên hai mặt phẳng song song, $OABC$ là hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng (Oxy), $OA = 100\,m$, $OC = 60\,m$ và điểm $D(10;10;8)$.

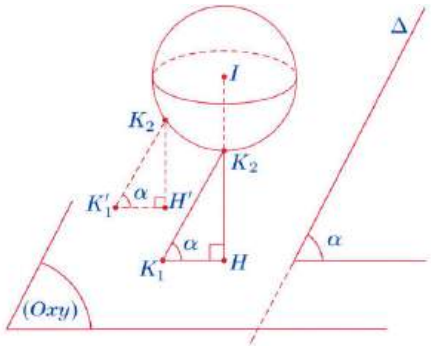


Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(OCGD)$ bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;3)$, $C(3;5;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $2b+c$.

Câu 53. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, giả sử mặt đất trùng với mặt phẳng (Oxy). Một bóng đèn trang trí dạng khối cầu có tâm $I(-1;2;4)$ và bán kính R được treo cố định lên trần nhà (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là m). Một con kiến bò tùy ý trên bóng đèn và một con kiến khác bò tùy ý trên mặt đất, giả sử vectơ tạo bởi tọa độ vị trí của 2 con kiến luôn cùng phương với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{2}$ (coi mỗi con kiến là một điểm).





Biết lúc 2 con kiến gần nhau nhất có khoảng cách bằng $\dfrac{57}{10}(m)$. Bán khối cầu có độ dài bao nhiêu cm?

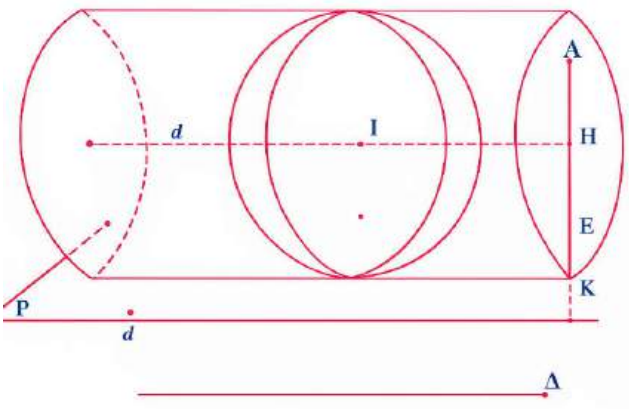
Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;1;1)$, $C(-3;-3;4)$, $D\left(1;\dfrac{1}{2};1\right)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$T=-3\left(\dfrac{MA}{MD}\right)^2-2\left(\dfrac{MB}{MD}\right)^2+\left(\dfrac{MC}{MD}\right)^2$ đạt giá trị lớn nhất thì hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(1;2;0\right)$, $B\left(3;-1;2\right)$, $C\left(1;2;2\right)$ và điểm $M\in\left(Oxy\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA^2+2MB^2-MC^2$.

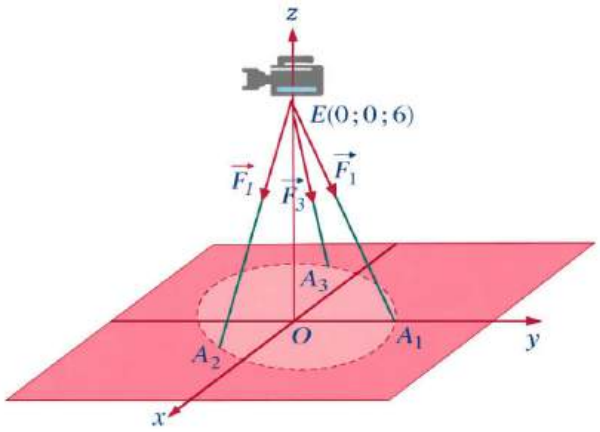
Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+2y-4=0$, $\left(\beta\right):3y+z-5=0$ và mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x-2z-38=0$. Xét mặt phẳng $\left(P\right)$ thay đổi, song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(\alpha\right)$, $\left(\beta\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $\left(S\right)$



Khảng cách lớn nhất từ điểm $A\left(5;-5;6\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right)$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;2;3\right)$, $B\left(7;10;6\right)$. Hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho $MN=4$. Khi $AM+BN$ nhỏ nhất, tính tổng hoành độ của M và tung độ của N.

Câu 58. Một chiếc máy quay phim có trọng lượng $300N$ được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E\left(0;0;6\right)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1\left(0;1;0\right)$, $A_2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2};0\right)$.

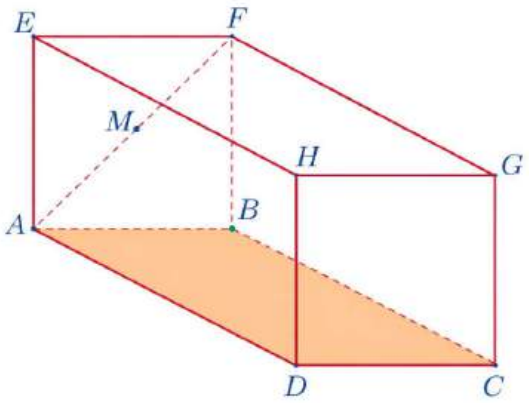


Giả sử $\overrightarrow{F_1}=\left(a;b;c\right)$ khi đó $a+3b-c$ bằng bao nhiêu?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

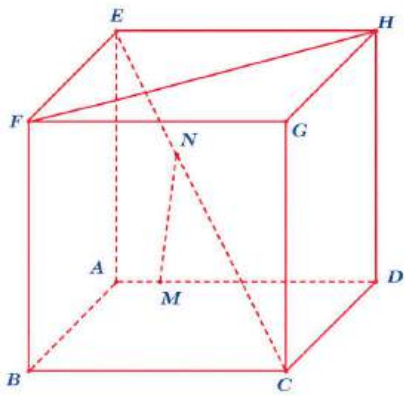
Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(0;0;4\right)$ và $N\left(\frac{3}{2};2;6\right)$. Xét điểm $I\left(a;b;c\right)$ thay đổi sao cho IN luôn vuông góc với OM và diện tích tam giác IMO bằng 8. Khi độ dài đoạn thẳng IN đạt giá trị lớn nhất, giá trị $5a+5b+c$ bằng bao nhiêu?

Câu 60. Một bể cá đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB=6$ (dm), $AD=8$ (dm) và cạnh bên bằng 10 (dm). Một chú cá con bơi theo những đoạn thẳng từ điểm G đến chạm mặt đáy của hồ, rồi từ điểm đó bơi đến vị trí điểm M là trung điểm của AF được mô hình hóa như hình vẽ sau:



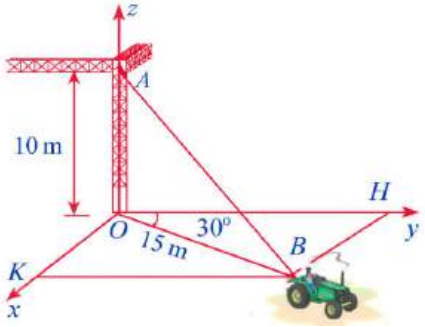
Để đường đi ngắn nhất thì chú cá bơi đến điểm dưới đáy hồ cách BA và BC những đoạn bằng a và b. Khi đó tổng $D=3a+6b$ bao nhiêu?

Câu 61. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB=AE=2\left(m\right)$, $AD=3\left(m\right)$. Lấy hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{EN}=\frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$.



Độ dài đoạn MN bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 62. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$.

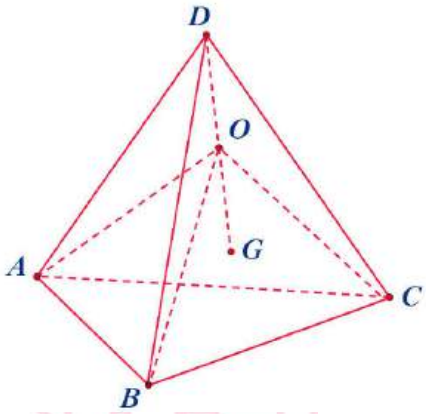


Biết $\overrightarrow{AB}=\left(x;y;z\right)$. Tính $x+2y-z$ (làm tròn đến hàng phần mười).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 63. Cho hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn các điều kiện $\left|\vec{a}\right|=\frac{1}{2}\left|\vec{b}\right|=1$, $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|=\sqrt{15}$. Đặt $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}$ và $\vec{v}=2k\vec{a}-\vec{b}$, $k\in\mathbb{R}$. Với $k=a+\frac{b\sqrt{c}}{d}$ thì $\left(\vec{u};\vec{v}\right)=60^\circ$. Tính $T=a-b+c+d$.

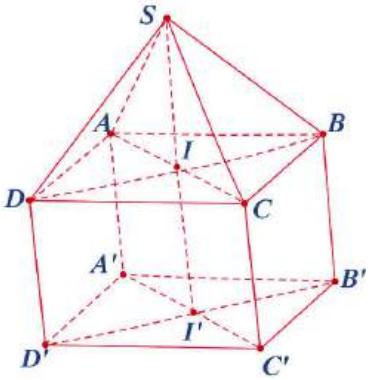
Câu 64. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A\left(2;4;0\right),B\left(0;4;6\right),C\left(2;0;6\right),D\left(-1;-2;-3\right)$ và vị trí điểm $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $MA+MB+MC+MD$ nhỏ nhất.



Tính độ dài MO (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 65. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho hai điểm $A\left(2;3;4\right)$ và $B\left(1;1;2\right)$. Giả sử điểm $M\left(m;n;0\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho tổng khoảng cách $MA+MB$ ngắn nhất. Tính $T=2m-n$.

Câu 66. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'\left(0;0;0\right)$, $A\left(0;0;1\right),B\left(0;0,5;1\right)$.

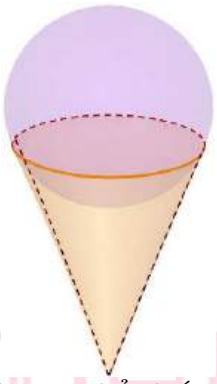


Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị của $a+b+c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A\left(1;-1;2\right), B\left(-2;0;3\right), C\left(0;1;-2\right)$. Gọi $M\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc mặt phẳng Oxy sao cho biểu thức $S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T=16a+16b+3c$.

Câu 68. Một cơ sở sản xuất kem làm một mô hình kem ốc quế lớn gồm 2 phần: Phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón (như hình vẽ bên). Chủ cơ sở sản xuất muốn gắn một chiếc đèn led lớn chiếu thẳng cây kem vào buổi tối, biết rằng chiếc đèn nằm trên mặt phẳng chứa đường tròn $\left(C\right)$ là phần tiếp xúc giữa phần kem và phần ốc quế. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian thỏa mãn phần kem hình cầu có tâm $I\left(1;2;3\right)$, bán kính $R_c=3$ và phần đỉnh của hình nón là điểm $H\left(0;1;-2\right)$ đáy là đường tròn có bán kính $R_N=\sqrt{6}$.



Để tối ưu hóa lượng ánh sáng chiếc đèn có thể chiếu vào cây kem người ta tính toán rằng chiếc đèn led sẽ phải ở vị trí $M(a;b;2), a\in\mathbb{Z}$ và từ điểm M kẻ được 2 tiếp tuyến với đường tròn (C) sao cho góc giữa 2 tiếp tuyến đó không bé hơn 60°. Có bao nhiêu vị trí đặt chiếc đèn led thỏa mãn yêu cầu của chủ cơ sở.

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;-1;2\right)$, đường thẳng $\left(d\right):\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$. Xét đường thẳng Δ cắt d và $\left(P\right)$ tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Biết vectơ $\vec{u}=\left(1;a;b\right)$ là một vectơ chỉ phương của Δ. Tính $a+b$.

Câu 70. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình bình hành $ABCD$ có $A\left(-1;3;5\right)$, $B\left(2;-3;7\right)$, $D\left(-4;1;-2\right)$. Hiệu giữa hoành độ với cao độ của điểm C bằng bao nhiêu?

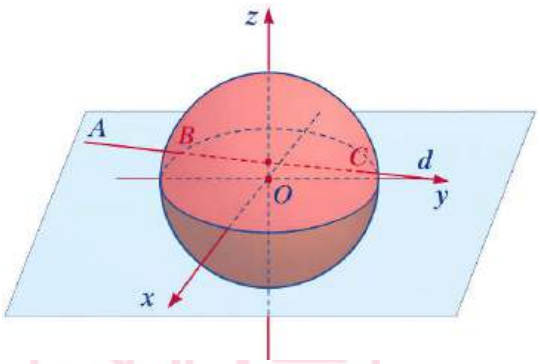
Câu 71. Hệ thống định vị toàn cầu GPS hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách trái đất 20000 km, ta coi Trái đất là một khối cầu có bán kính $R=6$ (nghìn km). Với hệ tọa độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm trái đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ $A\left(26;0;0\right)$, $B\left(0;26;0\right)$. Xét điểm $M\left(x;y;z\right)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km (làm tròn đến hàng đơn vị).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 72. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A\left(1;2;-1\right)$, $B\left(2;-1;3\right)$, $C\left(-4;7;5\right)$. Gọi $D\left(a;b;c\right)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}=\vec{0}$. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(3;2;2\right), B\left(5;6;0\right)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ tại điểm $M\left(a;b;c\right)$. Tính $P=3a+2b-c$.

Câu 74. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O\left(0;0;0\right)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1km. Máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A\left(222;565;8\right)$ chuyển động theo đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(91;75;0\right)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



Tọa độ của vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là $M\left(a;b;c\right)$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Câu 75. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\left(3;-2;-1\right), B\left(1;4;6\right)$, $C\left(3;38;-16\right), D\left(2;5;1\right)$. Điểm $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn biểu thức $P=MD^4-\frac{16}{3}.MD^3-4MA^2-5MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=a+b+c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

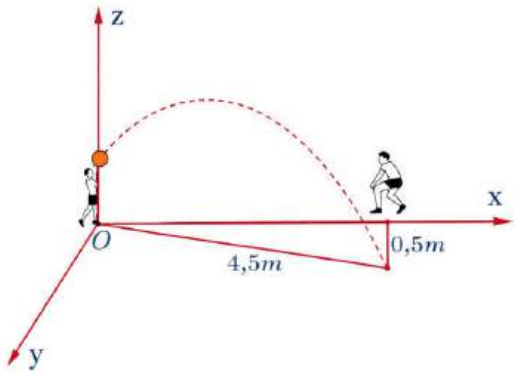
Câu 76. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 10 km, trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Máy bay thứ nhất ban đầu ở tọa độ $A\left(25;-10;1\right)$ và bay theo hướng vectơ $\overrightarrow{v_1}=\left(-3;-4;0\right)$ với tốc độ không đổi là 750 km/h. Máy bay thứ hai ban đầu ở tọa độ $B\left(30;-25;1,1\right)$ và bay theo hướng vectơ $\overrightarrow{v_2}=\left(-4;3;0\right)$ với tốc độ không đổi là 900 km/h. Trên máy bay thứ nhất có gắn radar tránh va chạm với bán kính hoạt động là 50 km. Hỏi thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình của radar máy bay thứ nhất là bao nhiêu phút (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 77. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho hai điểm $A\left(2;-1;2\right), B\left(1;4;-3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+2z-3=0$. Đường thẳng d thay đổi sao cho d luôn đi qua điểm A và song song với mặt phẳng $\left(P\right)$. Khi khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d nhỏ nhất

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

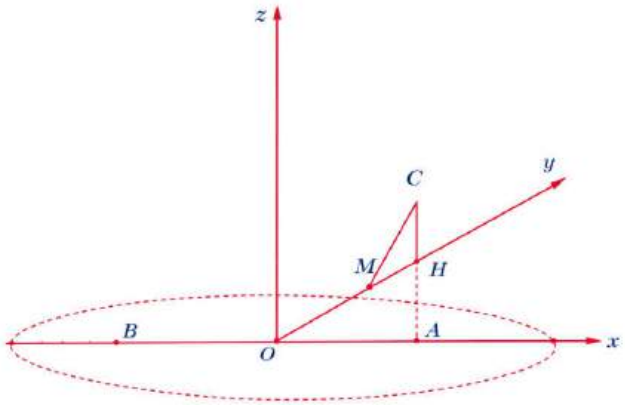
thì đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;1;b)$. Giá trị của $4a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 78. Trong giờ thể dục học về kỹ thuật chuyền bóng hơi, Bình và An tập chuyền bóng cho nhau. Ở một động tác Bình chuyền bóng cho An, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang bên trái của An và rơi xuống vị trí cách chỗ An đứng $0,5\,\text{m}$ và cách chỗ Bình $4,5\,\text{m}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O tại vị trí của Bình, vị trí của An nằm trên tia Ox và mặt phẳng Oxy là mặt đất (tham khảo hình vẽ).



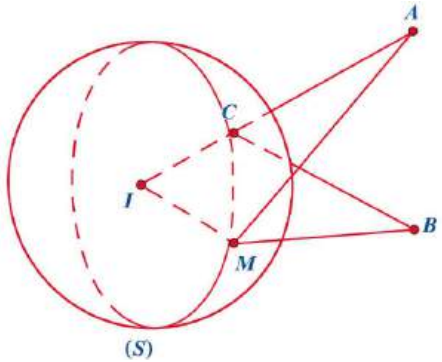
Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+by+cz+d=0$ và (α) vuông góc với mặt đất. Khi đó, giá trị của $-5b^2-c^2+3d^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;0;0), B(-4;0;0)$ và $C(0;6;1)$. Gọi M là một điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA+MB=10$.



Tìm giá trị nhỏ nhất của MC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=10$ và hai điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;2;14)$.



Điểm M thay đổi trên mặt cầu, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+2MB$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABC$ với $SA=3, SB=4, SC=5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm của $S.ABC$ cắt các cạnh SA, SB, SC tại các điểm A_1, B_1, C_1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{SA_1^2}+\dfrac{1}{SB_1^2}+\dfrac{1}{SC_1^2}$ có dạng $P=\dfrac{a}{b}, a,b\in\mathbb{Z}, b\neq 0; a,b$ nguyên tố cùng nhau. Tính $a+2b$.

Câu 82. Trong không gian chọn hệ trục toạ độ cho trước, đơn vị đo là kilômet, một rada phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1100;650;14)$ đến điểm N trong 20 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $Q(1500;860;16)$. Biết một khẩu pháo ở toạ độ vị trí điểm $E\left(\dfrac{1700}{3};370;\dfrac{34}{3}\right)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí N. Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn.

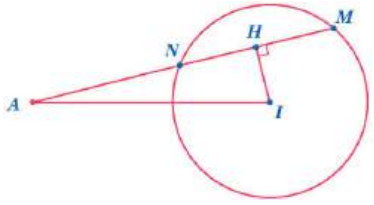
Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;1); B(3;0;0); C(1;1;0)$ và $D(5;1;1)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC).

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, tính thể tích lớn nhất của khối tứ diện $OABC$? (kết quả làm tròn chính xác đến hàng phần trăm) biết $A(a;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C(0;0;b)$ với $|a|+|b|=4$.

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$. Gọi (P) là mặt phẳng có phương trình dạng: $ax+by+cz+9=0$. Biết rằng (P) chứa d và (P) tiếp xúc với (S). Tính giá trị biểu thức $a+b+c$.

Câu 86. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;6), B(1;1;2)$, $C(-3;-2;4)$, $D(1;6;-4)$. Điểm M di động trên mặt phẳng (Oyz). Khi biểu thức $T=\left(\dfrac{MA}{MD}\right)^2-3\left(\dfrac{MB}{MD}\right)^2+\left(\dfrac{MC}{MD}\right)^2$ đạt giá trị lớn nhất thì tung độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$ và điểm $A(5;3;-2)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M, N.



Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=AM+4AN$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

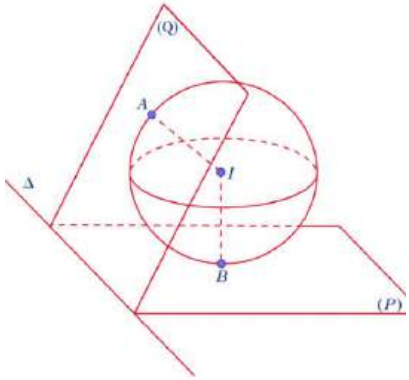
Câu 88. Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ $\left(42\,\text{cm}\times 42\,\text{cm}\right)$ trong không gian $Oxyz$ (giả sử $\left|\vec{i}\right|=\left|\vec{j}\right|=\left|\vec{k}\right|=1\,\text{cm}$). Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100 m, trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có phương trình $d:\begin{cases}x=t\\y=2\\z=4\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=1\\y=2\\z=1+3t'\end{cases}$.

Để bắn trúng hồng tâm (thang điểm 10) thì vận động viên phải ngắm bắn vào điểm $N\left(a;b;c\right)\in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng 6 cm. Khi $c<0$, tính giá trị biểu thức $2a-b+3c$.

Câu 89. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B\left(3;0;8\right)$, $D\left(-5;-4;0\right)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ và có tọa độ là những số nguyên, điểm $M\left(x;y;z\right)$ thuộc đường thẳng CD sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $x-y+z$.

Câu 90. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;1;1\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Đường thẳng Δ đi qua M, song song với mặt phẳng $\left(Q\right):x-2y+z-3=0$ và tạo với d góc nhỏ nhất. Gọi $A\left(-8;a;b\right)$ là một điểm nằm trên đường thẳng Δ. Tính giá trị $a+b$.

Câu 91. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(-1;2;2\right)$ và bán kính $R=3$. Hai mặt phẳng $\left(P\right)$, $\left(Q\right)$ cùng chứa đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-5}{3}$ và tiếp xúc với mặt cầu $\left(S\right)$ lần lượt tại các điểm A, B.



Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng $\left(IAB\right)$ tại điểm M. Tìm tọa độ điểm M và độ dài đoạn thẳng AB.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-4;0;2024); B(1;-1;2025)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị nguyên của $a+b$ bằng bao nhiêu?

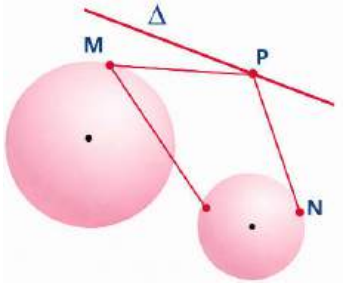
Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $(a;b;c)$. Tổng $T = a+b+c$

Câu 94. Người ta thường dùng cẩu trục tháp (như hình vẽ) để vận chuyển vật liệu xây dựng; thân tháp vuông góc với mặt đất, cần nâng vuông góc thân tháp dùng để làm điểm tựa nâng vật liệu, trên cần nâng có bộ phận gọi là xe con, có thể chạy dọc cần nâng nhằm di chuyển vật liệu. Ban đầu vật liệu ở mặt đất, cẩu trục dùng móc cẩu nâng vật liệu lên cao theo phương thẳng đứng và cao hơn $1m$ so với vị trí cần đặt, sau đó giữ nguyên độ cao và cẩu trục quay cần nâng một góc $\alpha \in (0°;180°)$ sao cho quỹ đạo tạo thành một cung tròn cho đến khi mặt phẳng (P) chứa cần nâng và điểm cần đặt vuông góc với mặt đất (vật liệu và điểm cần đặt cùng nằm trên một nửa mặt phẳng (P) so với thân tháp).

Tiếp đến điều chỉnh xe con nhằm di chuyển và hạ vật liệu xuống $1m$ theo phương thẳng đứng đúng vị trí cần đặt. Giả sử rằng trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, thân tháp là trục Oz và mặt đất là mặt phẳng Oxy (đơn vị tính bằng mét); vị trí ban đầu của vật liệu là điểm $A(6;8;0)$ và vị trí cần đặt vật liệu là điểm $B(4;-3;15)$. Tính quãng đường vật liệu đã di chuyển (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

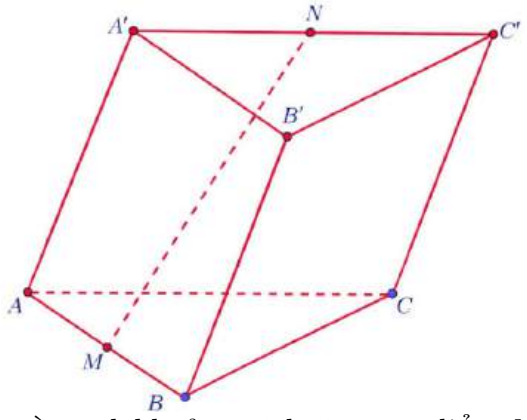
Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4, (\vec{a}, \vec{b}) = 60°$. Tính $|3\vec{a} - 2\vec{b}|^2$.

Câu 96. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$ và mặt cầu $(S_2): x^2 + (y-12)^2 + (z+4)^2 = 1$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-12}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-3}{2}$. Các điểm M, N, P di chuyển và lần lượt thuộc (S_1), (S_2), Δ (tham khảo hình vẽ). Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $MP + PN$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 97. Để tiện cho việc đo đạc một chi tiết sản phẩm kỹ thuật, kỹ sư tạo một mô hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với $AB = 4\,\text{cm}$, $AC = 6\,\text{cm}$, $AA' = 5\,\text{cm}$, $\widehat{A'AB} = 60°$, $\widehat{A'AC} = 30°$, $\widehat{BAC} = 45°$.

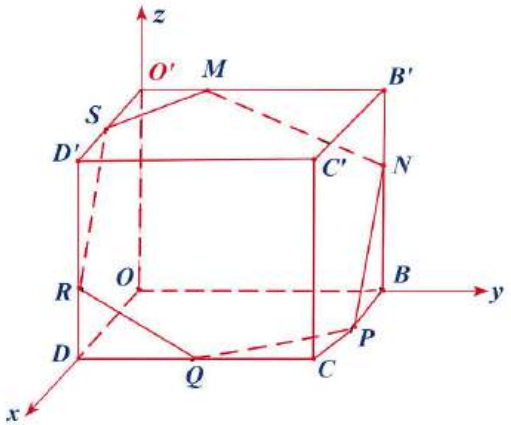


Do yêu cầu kỹ thuật, kỹ sư cần tính khoảng cách từ trung điểm M của cạnh AB đến trung điểm N của cạnh $A'C'$, khoảng cách đó bằng bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 98. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + z - 25 = 0$. Một đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm M, cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P). Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0), B(0;2;0), D(0;0;1), A'(1;2;3;), C'(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $M = a - b - c + 7$.

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $OBCD.O'B'C'D'$ có cạnh bằng 9 sao cho điểm D thuộc tia Ox, điểm B thuộc tia Oy và điểm O' thuộc tia Oz. Điểm M thuộc cạnh $O'B'$ sao cho $O'B' = 3O'M$.



Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất. Hỏi với cách bò như vậy, con kiến đã bò qua bao nhiêu điểm mà điểm đó có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 20

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 20

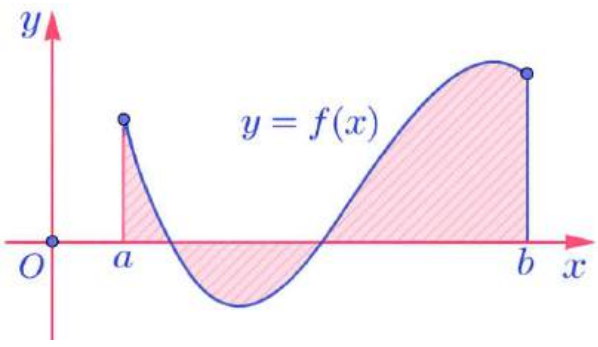
§20. BÀI TOÁN THỰC TẾ ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

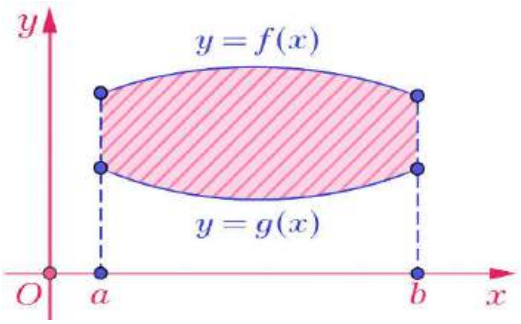
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Diện tích hình phẳng

□ **Loại 1:** Hình phẳng $(H):\begin{cases} y=f(x) \\ y=0 \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$. Ta có: $\boxed{S=\int\limits_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x}$.

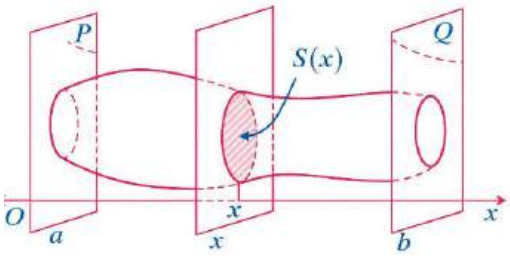
□ **Loại 2:** Hình phẳng $(H):\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$. Ta có: $\boxed{S=\int\limits_a^b \left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x}$.





2. Thể tích vật thể

□ Vật thể: $\begin{cases} S(x) \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$. Ta có: $\boxed{V=\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x}$.

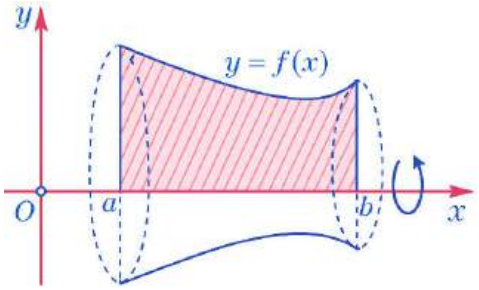


NGUYỄN TIẾN HÀ

3. Thể tích khối tròn xoay

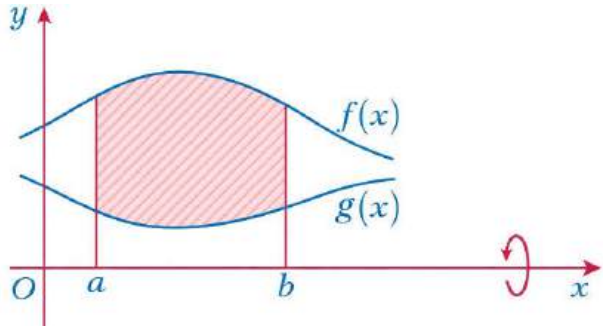
□ **Loại 1:** Hình phẳng $(V):\begin{cases} y=f(x) \\ y=0 \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$

Ta có: $\boxed{V=\pi\int\limits_a^b\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x}$.



□ **Loại 2:** Hình phẳng $(V):\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \\ x=a,\ x=b\ (a<b) \end{cases}$

Ta có: $\boxed{V=\pi\int\limits_a^b\left|f^2(x)-g^2(x)\right|\mathrm{d}x}$.



4. Đồ thị hàm số Parabol dạng $y=ax^2$

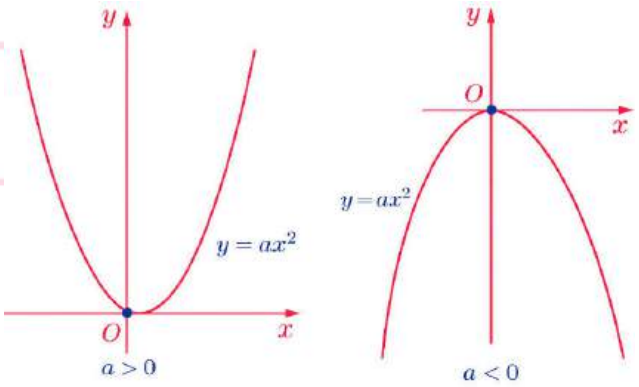
Đồ thị hàm số $y=ax^2$ là các đặc điểm sau:

□ Đỉnh là gốc $O(0;0)$.

□ Có trục đối xứng là $x=0$.

□ Khi $a<0$ (âm lồi).

□ Khi $a>0$ (dương lõm).



5. Đồ thị hàm số Parabol dạng $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$

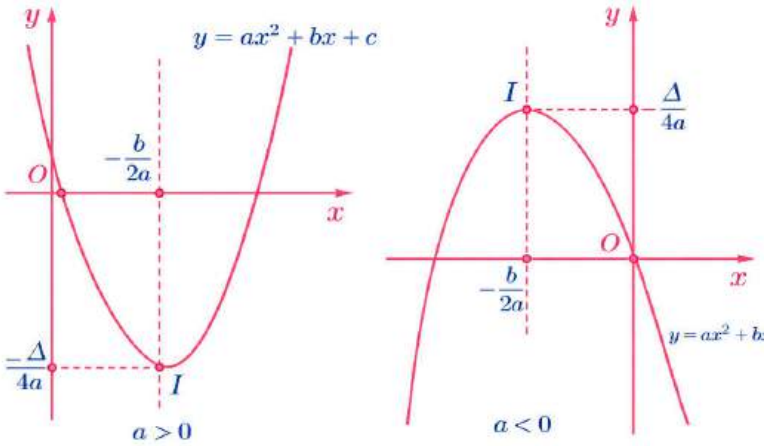
Đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ là một đường Parabol có:

□ Tọa độ đỉnh: $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

□ Trục đối xứng: $x=-\dfrac{b}{2a}$.

□ Khi $a<0$ (âm lồi).

□ Khi $a>0$ (dương lõm).



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

6. Đường tròn

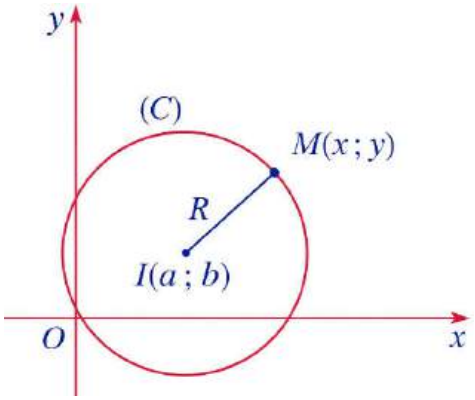
Cho đường tròn:

$(C):\begin{cases}\bullet & \text{Tâm } I(a;b)\\ \bullet & \text{Bán kính : } R\end{cases} \Rightarrow (C):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2=R^2}$

$\Rightarrow y=b\pm\sqrt{R^2-(x-a)^2}$

$(C'):\begin{cases}\bullet & \text{Tâm } I(0;0)\\ \bullet & \text{Bán kính : } R\end{cases} \Rightarrow (C'):\boxed{x^2+y^2=R^2}$

$\Rightarrow y=\pm\sqrt{R^2-x^2}$



★ Chu vi đường tròn: $\boxed{C=2\pi R}$.

★ Diện tích đường tròn: $\boxed{S=\pi R^2}$.

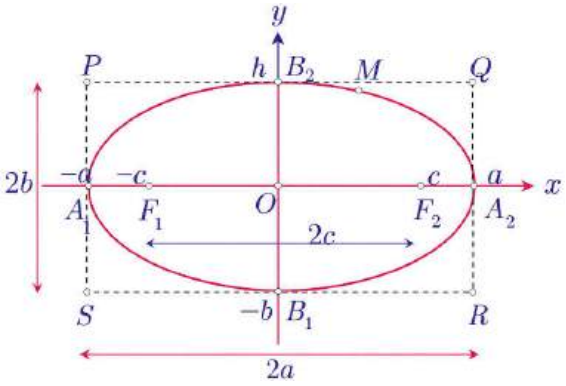
7. Elip

Phương trình chính tắc của elip:

$(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $a>b>0. \Rightarrow y^2=b^2\left(1-\dfrac{x^2}{a^2}\right)\Rightarrow y=\pm b\sqrt{1-\dfrac{x^2}{a^2}}=\pm\dfrac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$

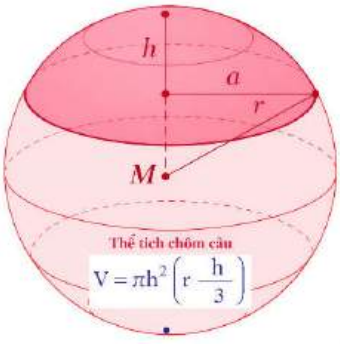
Thường dùng là $y=\pm\dfrac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$

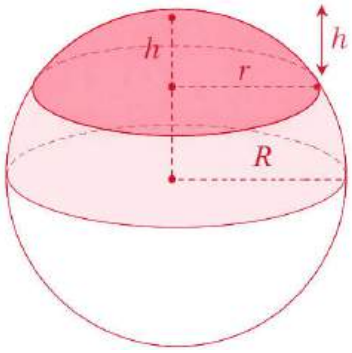
Các thông số cần nhớ:

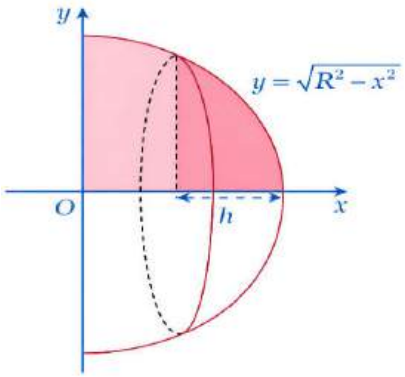


- Trục lớn $A_1A_2=2a$. Trục bé $B_1B_2=2b$.
- Tiêu cự $F_1F_2=2c$. Mối liên hệ $a^2=b^2+c^2$.
- Tâm sai: $e=\dfrac{c}{a}\cdot$ Hình chữ nhật cơ sở: $PQRS$.
- Bán kính qua tiêu của M là $MF_1=a+\dfrac{c}{a}x,\ MF_2=a-\dfrac{c}{a}x\Rightarrow MF_1+MF_2=2a.$

8. Chỏm cầu







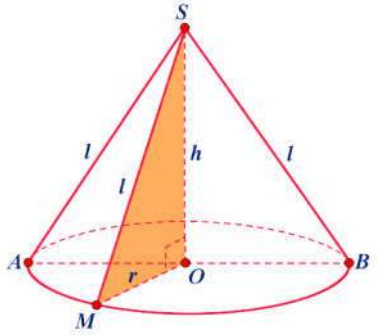
$\boxed{S_{xq}=2\pi Rh=\pi\left(r^2+h^2\right)}$

$\boxed{V=\pi h^2\left(R-\dfrac{h}{3}\right)=\dfrac{\pi h}{6}\left(h^2+3r^2\right)}$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

9. Mặt Nón - Mặt Trụ - Mặt Cầu

Mặt Nón



☞Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h = SO \\ r = OM \end{cases}$.

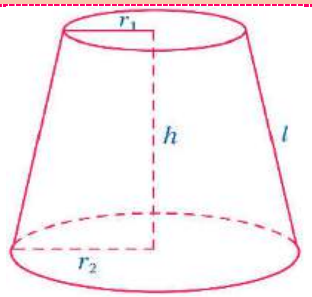
Các yếu tố mặt nón

- Đường cao: $\boxed{h = SO}$.
- Bán kính đáy: $\boxed{r = OA = OB = OM}$.
- Đường sinh: $\boxed{l = SA = SB = SM}$.
- Góc ở đỉnh: $\boxed{\widehat{ASB}}$.
- Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S.
- Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\boxed{\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}}$.

Một số công thức

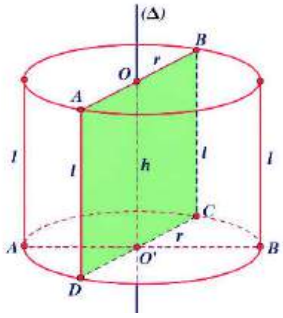
- Chu vi đáy: $\boxed{p = 2\pi r}$.
- Diện tích đáy: $\boxed{S_{đ} = \pi r^2}$.
- Thể tích: $\boxed{V = \frac{1}{3}h.S_{đ} = \frac{1}{3}h.\pi r^2}$.
- Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq} = \pi rl}$.
- Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp} = S_{xq} + S_{đ} = \pi rl + \pi r^2}$.

Nón cụt



$$\boxed{\begin{aligned} S_{xq} &= \pi l\left(r_1 + r_2\right) \\ V &= \frac{1}{3}\pi h\left(r_1^2 + r_2^2 + r_1.r_2\right) \end{aligned}}.$$

Mặt Trụ



☞Hình thành: Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.

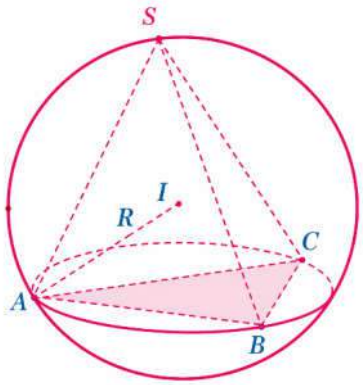
Các yếu tố mặt trụ

- Đường cao: $\boxed{h = OO'}$.
- Đường sinh: $\boxed{l = AD = BC}$.
  Ta có: $\boxed{l = h}$.
- Bán kính đáy: $\boxed{r = OA = OB = O'C = O'D}$.
- Trục (Δ) là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'.
- Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật $ABCD$.

Một số công thức

- Chu vi đáy: $\boxed{p = 2\pi r}$.
- Diện tích đáy: $\boxed{S_{đ} = \pi r^2}$.
- Thể tích khối trụ: $\boxed{V = h.S_{đ} = h.\pi r^2}$.
- Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq} = 2\pi r.h}$.
- Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đ} = 2\pi r.h + 2\pi r^2}$.

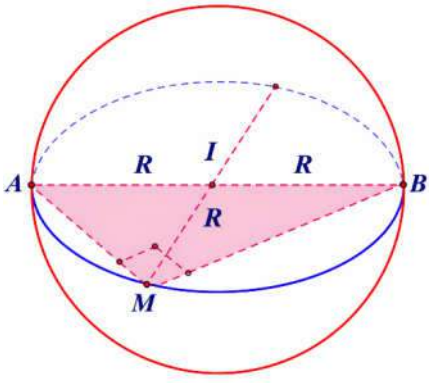
Mặt Cầu



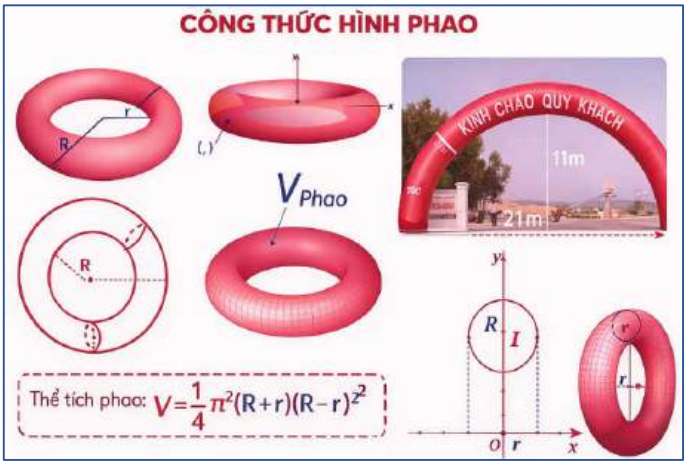
Một số công thức

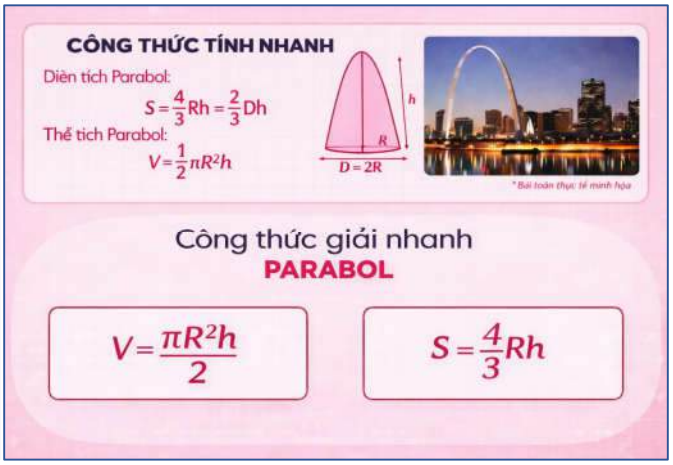
- Tâm I, đường kính $2R$.
- Diện tích mặt cầu: $\boxed{S = 4\pi R^2}$.
- Thể tích khối cầu: $\boxed{V = \frac{4\pi R^3}{3}}$.

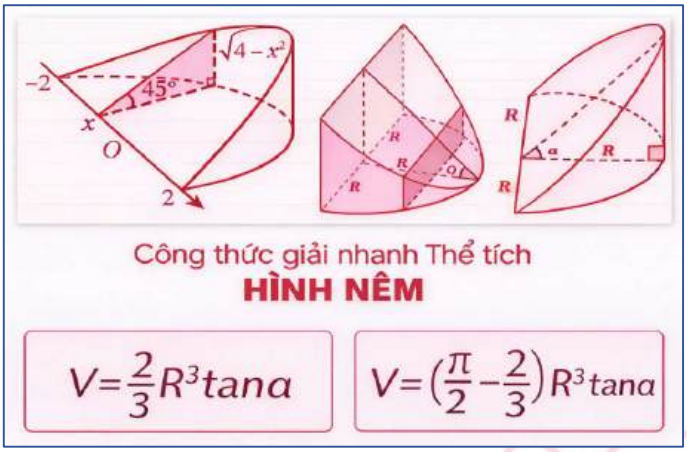
Mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp

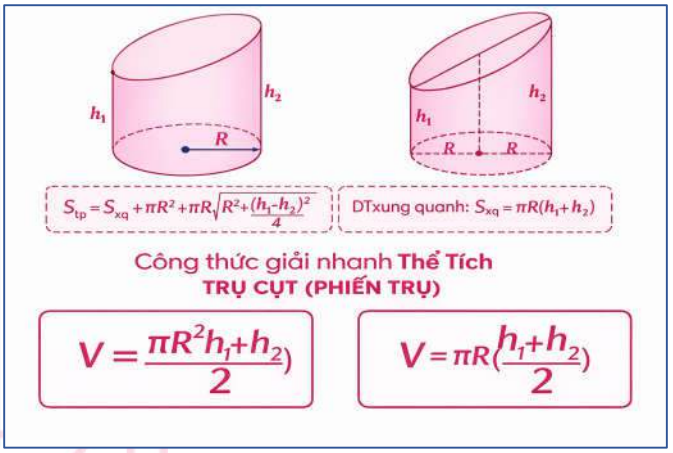


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



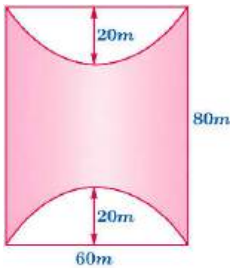




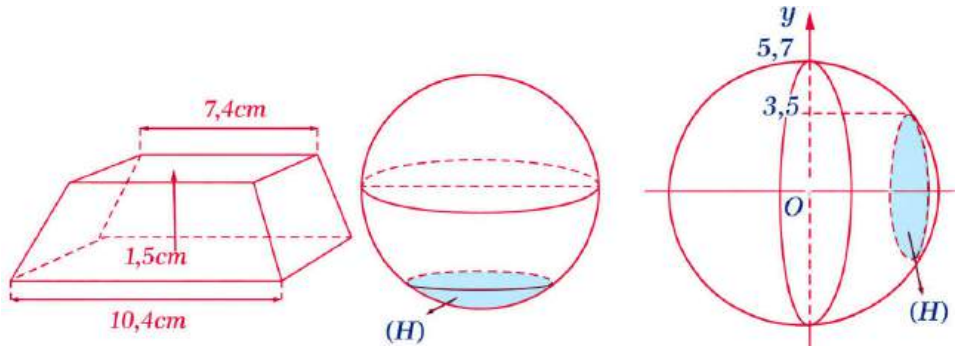


B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẢ LỜI NGẮN ƯDTP

Câu 1. **(Đề tham khảo BGD 2025)** Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?



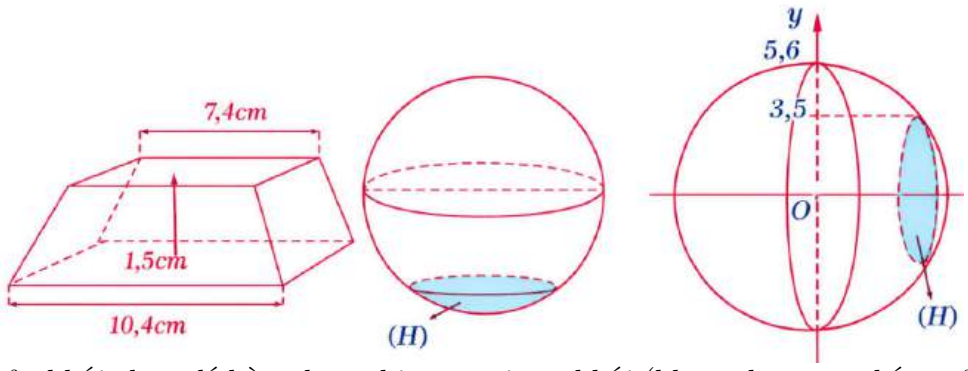
Câu 2. **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Để đặt được một vật trang trí trên mặt bàn, người ta thiết kế một chân đế như sau. Lấy một khối gỗ có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt bằng $7,4\,cm$ và $10,4\,cm$, bề dày khối gỗ bằng $1,5\,cm$. Sau đó khoét bỏ đi một phần của khối gỗ sao cho phần đó có dạng vật thể H, ở đó H nhận được bằng cách cắt khối cầu bán kính $5,7\,cm$ bởi một mặt phẳng cắt mà mặt cắt là hình tròn bán kính $3,5\,cm$ (xem hình dưới)



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

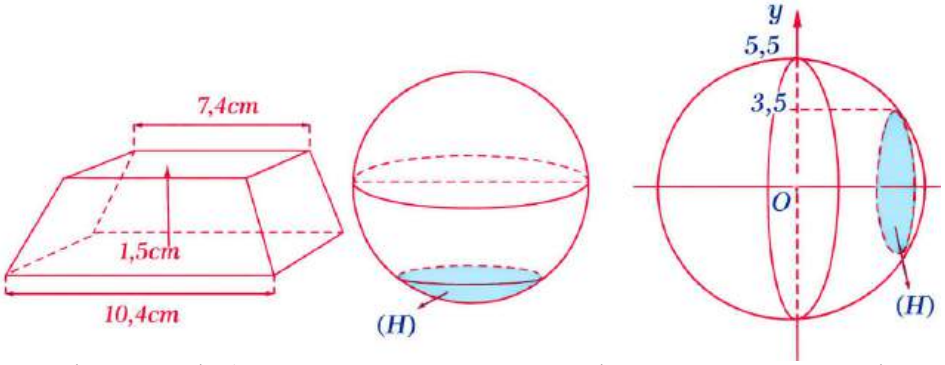
Thể tích của khối chân đế bằng bao nhiêu centimét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười).

Câu 3. **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0103)** Để đặt được một vật trang trí trên mặt bàn, người ta thiết kế một chân đế như sau. Lấy một khối gỗ có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai **cạnh** đáy lần lượt bằng $7,4$ cm và $10,4$ cm, bề dày của khối gỗ bằng $1,5$ cm. Sau đó khoét bỏ đi một phần của khối gỗ sao cho phần đó có dạng vật thể H, ở đó H nhận được bằng cách cắt khối cầu bán kính $5,6$ cm bởi một mặt phẳng cắt mà mặt cắt là hình tròn bán kính $3,5$ cm (xem hình dưới).



Thể tích của khối chân đế bằng bao nhiêu centimét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chi làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Câu 4. **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0104)** Để đặt được một vật trang trí trên mặt bàn, người ta thiết kế một chân đế như sau. Lấy một khối gỗ có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt bằng $7,4$ cm và $10,4$ cm, bề dày của khối gỗ bằng $1,5$ cm. Sau đó khoét bỏ đi một phần của khối gỗ sao cho phần đó có dạng vật thể H, ở đó H nhận được bằng cách cắt khối cầu bán kính $5,5$ cm bởi một mặt phẳng cắt mà mặt cắt là hình tròn bán kính $3,5$ cm (xem hình dưới).

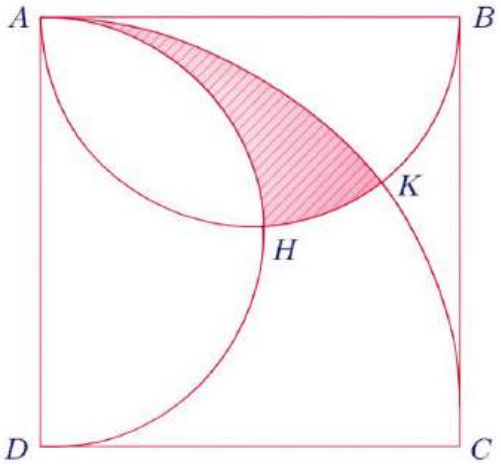


Thể tích của khối chân đế bằng bao nhiêu centimét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

☆☆☆

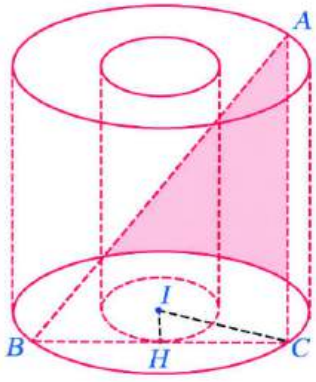
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 5: Một bức tường lớn hình vuông $ABCD$ có kích thước $8m \times 8m$ trước đại sảnh của một toà biệt thự được sơn loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD, AB cắt nhau tại H; đường tròn tâm D, bán kính AD, cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K. Biết "tam giác cong" AHK được sơn màu xanh (phần gạch sọc trong hình) và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và $1,5$ triệu đồng.



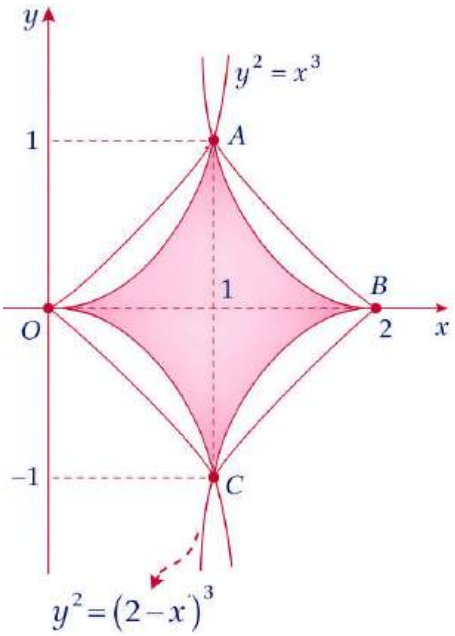
Cho biết đã tính được số tiền phải trả (tính theo nghìn đồng và làm tròn đến hàng nghìn) có dạng $\overline{abcde}$ (nghìn đồng). Hãy tính $T = a + b + c + d + e$.

Câu 6: Anh A mở một nhà hàng lẩu. Anh đã trang bị cho mỗi bàn ăn một nồi lẩu có dạng hai hình trụ đồng trụ. Bán kính đáy nồi (ngoài) $R = 15$ cm, bán kính trụ giữa (trong) là $r = 3,5$ cm, chiều cao long nồi là $h = 10$ cm. Để khách hàng có trải nghiệm tốt nhất, anh A cần xác định chiều dài tối thiểu L của chiếc đũa sao cho dù đầu đũa có bị trượt vào vị trí nào trong nồi, phần đầu đũa thừa ra ngoài miệng nồi vẫn phải lớn hơn 5 cm. Tính L (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



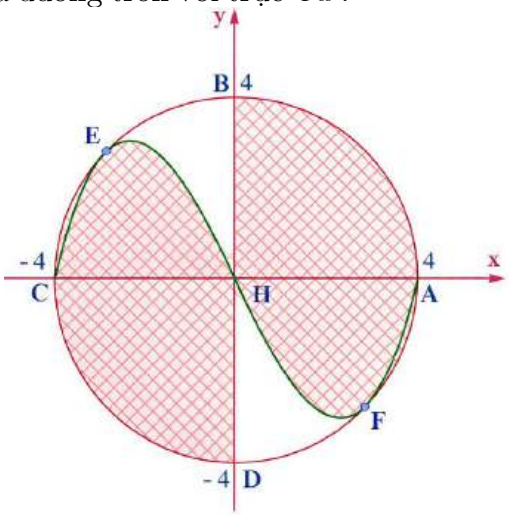
Câu 7: Nghệ sĩ đường phố muốn sơn một ký hiệu lên tường là miền trong được giới hạn bởi hai đường cong $(C_1): y^2 = x^3$, $(C_2): y^2 = (2-x)^3$ và được mô hình hóa trên hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên trục tọa độ là mét). Giá sơn là 80.000 đồng/m^2.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Tính chi phí để người nghệ sĩ đó cần dùng để sơn ký hiệu lên tường (đơn vị nghìn đồng, làm tròn đến hàng đơn vị).

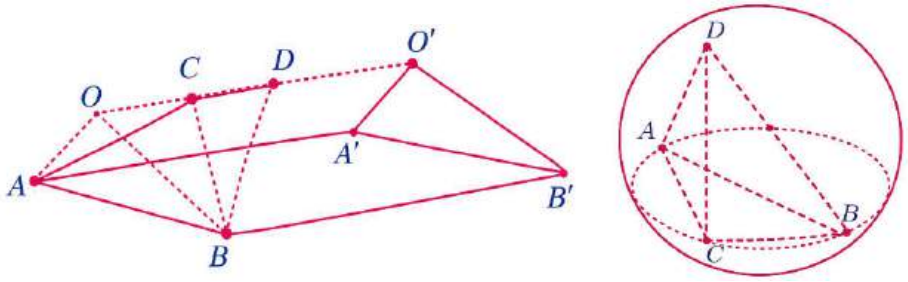
Câu 8: Một khoảng đất trong khuôn viên nhà trường có hình dạng là một đường tròn có đường kính $8m$. Để tăng tính thẩm mỹ, khi thực hiện cải tạo đã chia mảnh đất đó thành hai phần bằng một đường cong là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$, phần gạch chéo dùng để trồng hoa và phần còn lại dùng để trồng cỏ, được mô hình hóa trong hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây. Biết đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ có tâm đối xứng trùng với gốc tọa độ; đi qua các điểm E, F lần lượt là các điểm chính giữa của các cung $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{DA}$ và đi qua các giao điểm của đường tròn với trục Ox.



Biết chi phí trồng hoa $1m^2$ là 180 nghìn đồng, trồng cỏ $1m^2$ là 100 nghìn đồng. Chi phí để hoàn thành công trình trên là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn đồng)?

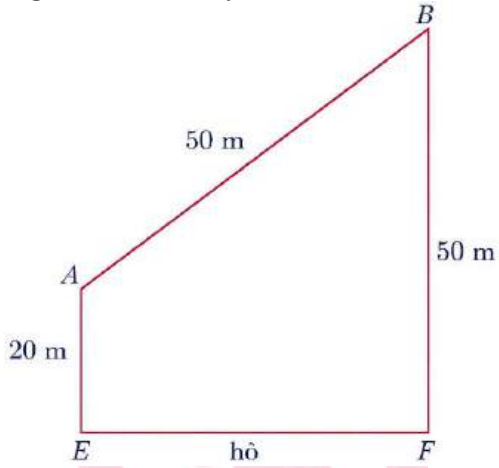
Câu 9: Ông An có một thanh đá thạch anh màu xanh ngọc dạng hình lăng trụ đứng $OAB.O'A'B'$, trong đó $OA=OB=2\,dm$, $\widehat{AOB}=120^\circ$, $OO'=4\,dm$. Ông mang thanh thạch anh này đến tiệm chuyên gia công và sản xuất đồ lưu niệm yêu cầu chủ tiệm phân chia thanh đá thành ba phần bởi hai mặt phẳng (CAB) và (DAB) sao cho tam giác CAB vuông, tamm giác DAB đều. Sau đó, làm một quả cầu pha lê ngoại tiếp khối thạch anh $ABCD$ (4 điểm A, B, C, D thuộc mặt cầu, xem hình minh họa).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



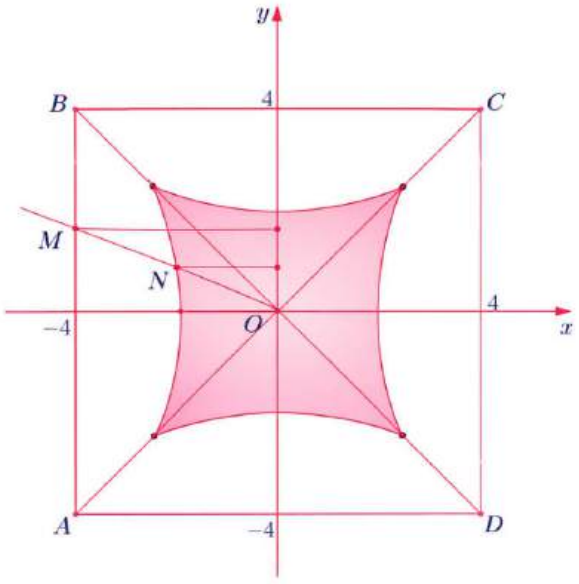
Chủ tiệm định giá tiền hoàn thành món hàng bằng bình phương thể tích khối thạch anh $ABCD$ $\left(dm^3\right)$ cộng với bình phương bán kính mặt cầu $\left(dm\right)$ ngoại tiếp khối đó rồi nhân với 60 nghìn đồng $\left(\left(V_{ABCD}^2+R^2\right).60\,000\right)$. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu nghìn đồng cho món đồ lưu niệm của mình?

Câu 10: Trong một buổi cắm trại bên bờ hồ, các đội thi đua chạy từ lều chỉ huy A cách bờ hồ 20 m đến hồ lấy nước và mang về lều chỉ huy B cách bờ hồ 50 m.



Hai lều chỉ huy A và B cách nhau 50 m. Đoạn đường đi ngắn nhất mỗi lượt các đội có thể đi là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

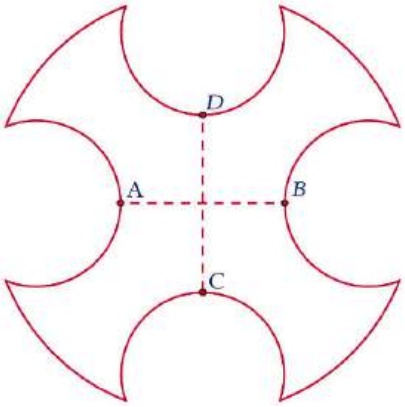
Câu 11: Người nghệ sĩ vẽ một bông hoa không màu trên một miếng bìa hình vuông $ABCD$ tâm O bằng một đường cong kín $\left(L\right)$ rồi tô màu đen phần bên ngoài đường cong này của hình vuông (tham khảo hình vẽ). Nếu điểm M thuộc cạnh của hình vuông $ABCD$ và tia OM cắt $\left(L\right)$ tại điểm N thì $MN=2\,dm$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

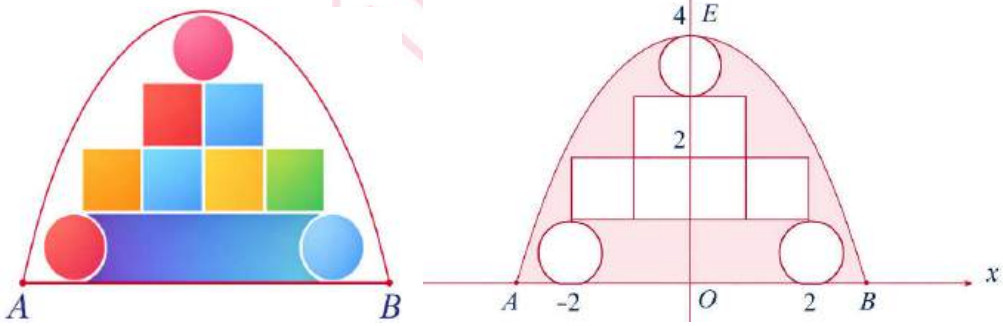
Biết rằng $AB = 8\,dm$, phần được nghệ sĩ tô màu cầu vòng (bản in trên giấy có thể là màu đen) có diện tích bằng bao nhiêu centimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 12: Trong cơ khí chế tạo, một chi tiết máy hình đĩa tròn có dạng như hình vẽ, nhận AB và CD làm các trục đối xứng. Người ta cần phủ sơn cả hai mặt của chi tiết. Biết rằng đường tròn lớn có bán kính $5\,dm$, các đường tròn nhỏ đều có bán kính bằng $2\,dm$, $AB = CD = 4dm$ và chi phí sơn là 82.000 đồng/m^2.



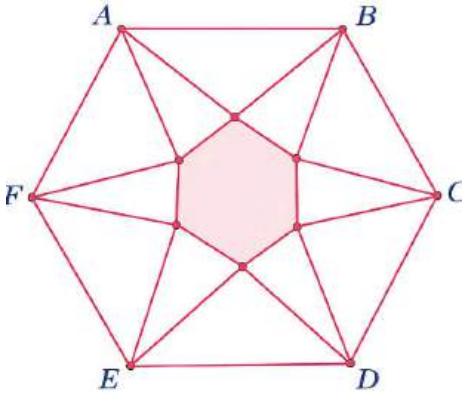
Chi phí để sơn hoàn thiện chi tiết máy bằng bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 13: Một cửa vòm có dạng hình parabol được lắp các tấm kính hình tròn đường kính 1m và các tấm kính hình vuông có cạnh $1m$ như hình vẽ. Phần còn lại của cửa được sơn màu trang trí với mức giá $1,2$ triệu đồng /mét vuông.



Chi phí sơn màu là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

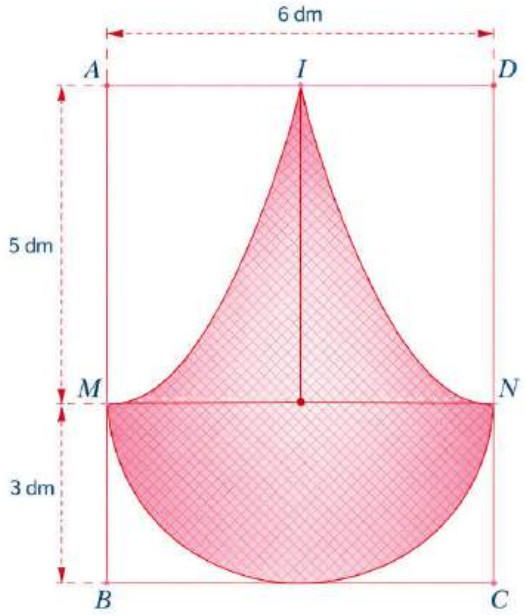
Câu 14: Từ một tấm bìa mỏng hình lục giác đều cạnh $4\sqrt{3}\ dm$, bạn An cắt bỏ sáu tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình lục giác đều ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình lục giác đều nhỏ phía trong rồi gấp lên, ghép lại tạo thành một khối chóp lục giác đều (hình vẽ).



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

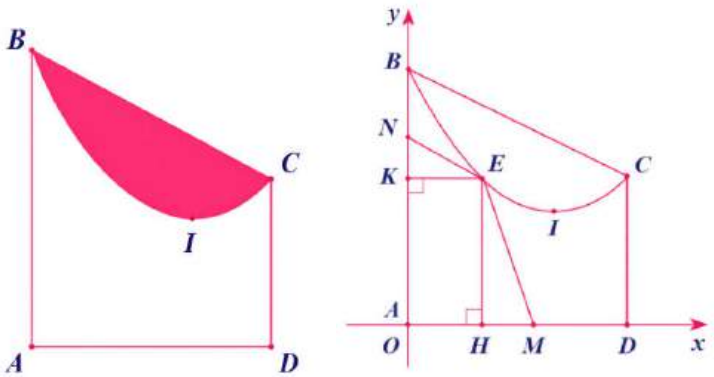
Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c}\,dm^3$, với $\frac{a}{c}$ là phân số tối giản và $b<20$. Tính $a+2b+3c$.

Câu 15: Để trang trí một bảng gỗ hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB=8\,\text{dm}$ và chiều rộng $AD=6\,\text{dm}$, người ta thiết kế một logo là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính $MN=6\,\text{dm}$, tiếp xúc với BC, hai đường cong IM, IN là một phần của các đường parabol có trục đối xứng lần lượt là AB, CD với I là trung điểm của AD (tham khảo hình vẽ).



Phần logo được sơn màu xanh với chi phí 50000 đồng/ $1\,\text{dm}^2$ và phần còn lại của bảng gỗ được sơn màu trắng với chi phí 30000 đồng/ $1\,\text{dm}^2$. Hỏi cần bỏ ra bao nhiêu nghìn đồng để trang trí bảng gỗ trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

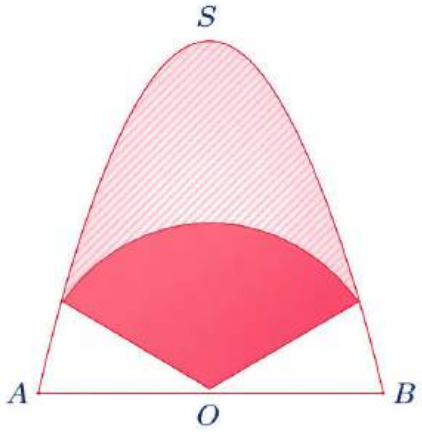
Câu 16: Bác Hùng có một khu vườn hình thang vuông $ABCD$ với $AB=45\,m$, $AD=30\,m$. Bác ấy đã đào một cái hồ để trồng sen, hồ được bao bởi cạnh BC và đường cong BIC là một phần của parabol đỉnh I như hình vẽ.



Bác Hùng muốn làm một con đường đi từ điểm M trên cạnh AD ra một điểm trên mép hồ sen rồi lại từ điểm đó tới một điểm trên cạnh AB.
Biết khoảng cách từ I đến AB và AD tương ứng là $20\,m$ và $25\,m$, hỏi tổng chiều dài con đường đó ngắn nhất là bao nhiêu mét?

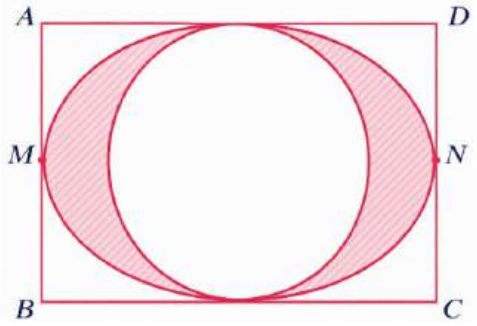
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17: Để chuẩn bị quảng bá sản phẩm, người ta trang trí tấm pano dạng parabol như hình vẽ, biết $OS = 8\ m$, $AB = 6\ m$ với O là trung điểm của AB. Tấm pano được chia thành ba phần để trang trí với mức chi phí khác nhau: phần trên là phần kẻ sọc giá 100 000 đồng/m², phần giữa là hình quạt tâm O bán kính $3\ m$ được tô đậm giá 200 000 đồng/m², phần còn lại giá 150 000 đồng/m².



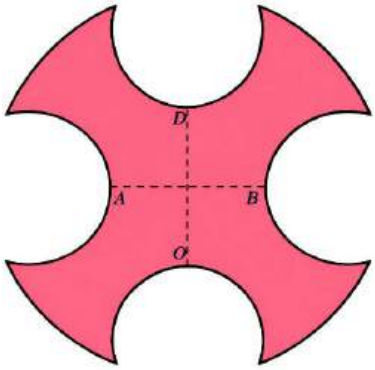
Tính tổng chi phí để trang trí tấm pano (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 18: Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN. Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6cm, AD = 10cm$ và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Hai đường cong là đường Elip (E) có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ).



Tính thể tích của vật trang trí đó, kết quả làm tròn đến hàng phần mười theo đơn vị cm^3.

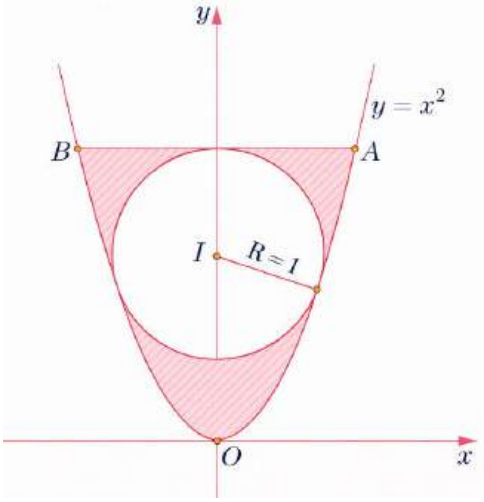
Câu 19: Trong cơ khí chế tạo, một chi tiết máy hình đĩa tròn có dạng như hình vẽ bên, nhận AB và CD làm các trục đối xứng. Người ta cần phủ sơn cả hai mặt của chi tiết. Biết rằng đường tròn lớn có bán kính 5 dm, các đường tròn nhỏ đều có bán kính bằng 2 dm, $AB = CD = 4$ dm và chi phí sơn là 103.000 đồng/m².



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

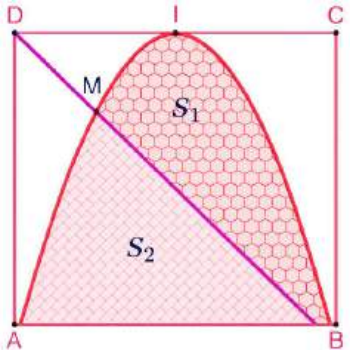
Chi phí để sơn hoàn thiện chi tiết máy bằng bao nhiêu nghìn đồng (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 20: Một khoảng sân của một ngôi nhà có hình dạng là một phần của parabol, nếu chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên dưới thì parabol có phương trình là $y = x^2$. Chủ nhà muốn thiết kế một hồ nuôi cá cảnh có dạng hình tròn bán kính $1m$, hình tròn được thiết kế tiếp xúc với 2 nhsốh của parabol, phía trên của hình tròn ngăn bởi một bức tường mỏng tiếp xúc với hình tròn. Phần đất còn lại của khoảng sân giới hạn bởi đường tròn, 2 nhsốh của parabol và bức tường được thiết kế trồng hoa (phần gạch sọc trong hình).



Tính diện tích mà chủ nhà thiết kế để trồng hoa, biết rằng đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

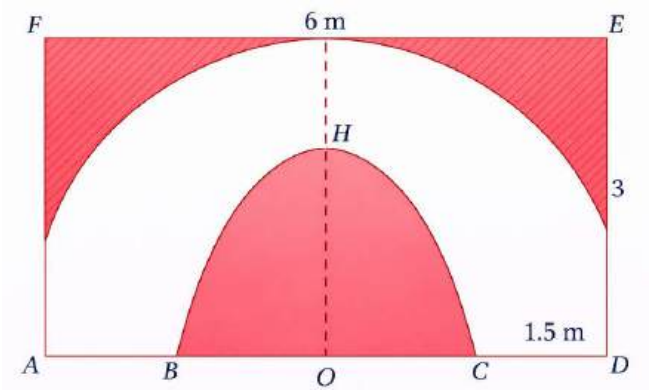
Câu 21: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $4\,\text{m}$ và I là trung điểm của đoạn thẳng CD. Trên tấm biển đó có đường Parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M (tham khảo hình vẽ).



Chi phí sơn phần tô hình tổ ong (có diện tích S_1) là $200\,000$ đồng/m^2, chi phí sơn phần tô đậm (có diện tích S_2) là $150\,000$ đồng/m^2 và phần còn lại là $120\,000$ đồng/m^2. Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

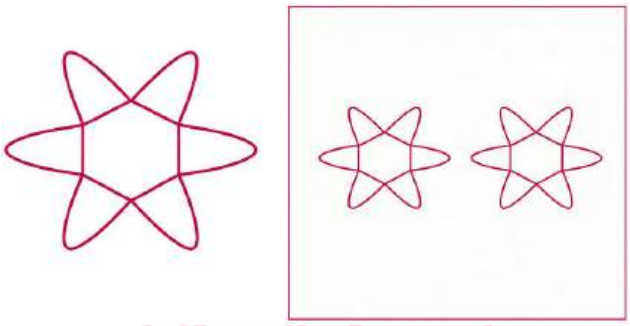
Câu 22: Bác Bình muốn nhờ thợ trang trí một bức tường hình chữ nhật $ADEF$ với kích thước $EF = 6m$, $DE = 3m$ sao cho cân xứng hai nửa. Phần gạch chéo là hình giới hạn bởi đường gấp khúc $AFED$ và nửa đường tròn đường kính AD, được thuê sơn với đơn giá $250\,000$ đồng mỗi mét vuông. Phần màu trắng giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính AD và một đường Parabol (có đỉnh H cách đường thẳng AB một khoảng bằng $2m$ và đi qua hai điểm B, C nằm trên cạnh AD thỏa mãn $AB = CD = 1,5m$) được thuê trang trí bằng bức phù điêu đắp bằng xi măng với đơn giá $1\,950\,000$ đồng mỗi mét vuông (tham khảo hình vẽ).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



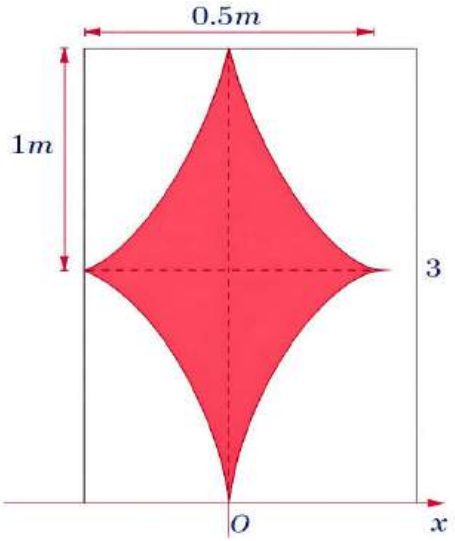
Hỏi bác Bình phải trả bao nhiêu triệu đồng để trang trí bức tường như vậy (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 23: Để trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m \times 4m$ trong phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Trên mỗi cạnh của một hình lục giác đều có cạnh $2dm$, vẽ một số cánh hoa hình Parabol. Đỉnh của Parabol cách cạnh $3dm$ và nằm phía ngoài hình lục giác đều. Đường Parabol đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh hình lục giác (tham khảo hình vẽ).



Hỏi bạn Hoa có thể vẽ tối đa bao nhiêu hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí (làm tròn đến hàng đơn vị)?

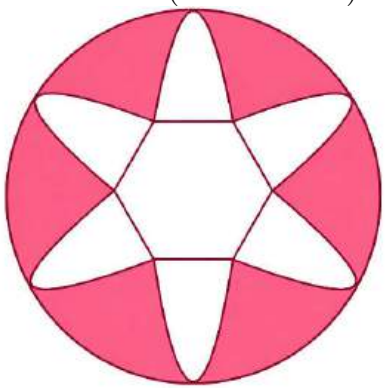
Câu 24: Nhà bác An có tất cả 8 cánh cửa sắt hình chữ nhật với chiều dài $2m$ và chiều rộng $1m$. Hai mặt của mỗi cánh cửa được thiết kế như hình vẽ dưới đây. Trong đó, phần được tô đậm được sơn màu đỏ hồng, phần còn lại được sơn màu trắng. Mỗi phần sơn màu trắng có đường biên cong là một phần của parabol có đỉnh nằm trên cạnh của hình chữ nhật. Biết rằng chi phí để sơn màu đỏ hồng là 120 nghìn đồng$/m^2$ và chi phí sơn màu trắng là 110 nghìn đồng $/m^2$.



Hỏi để sơn toàn bộ số cửa sắt trên, bác An phải trả bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị triệu đồng)?

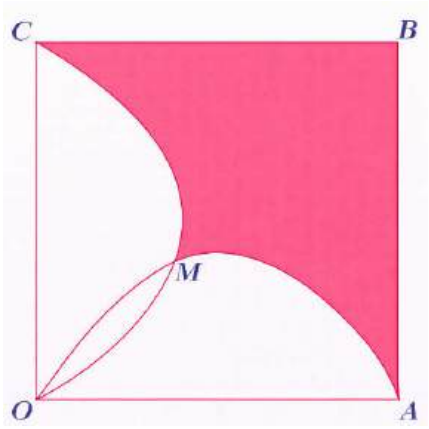
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 25: Để trang trí bức tường trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Đầu tiên bạn vẽ một hình lục giác đều có cạnh bằng $2\,dm$; sau đó, trên mỗi cạnh của hình lục giác vẽ một cánh hoa hình parabol đi qua hai đầu mút của cạnh, đỉnh parabol nằm phía ngoài hình lục giác và cách cạnh tương ứng $3\,dm$; cuối cùng bạn vẽ một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của sáu parabol ở trên (xem hình vẽ).



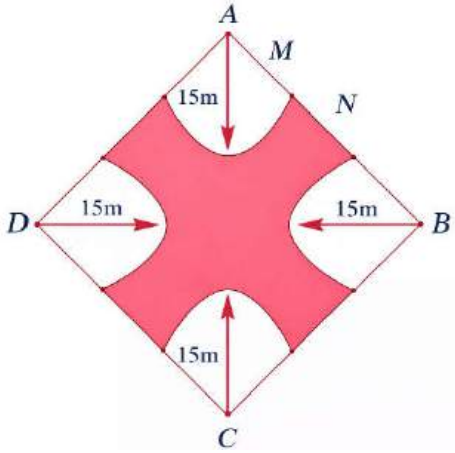
Bạn Hoa tô màu phần nằm giữa đường tròn và các cánh hoa (phần màu xám trong hình vẽ). Diện tích phần tô màu là bao nhiêu dm^2? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 26: Cho hình vuông $OABC$ cạnh bằng 8, điểm M nằm trong hình vuông sao cho khoảng cách từ M đến các cạnh OA, OC cùng bằng 3. Parabol $\left(P_1\right)$ đi qua các điểm O, A, M, Parabol $\left(P_2\right)$ đi qua các điểm O, C, M.



Tính diện tích phần tô màu đỏ hồng (hình vẽ bên), (kết quả làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

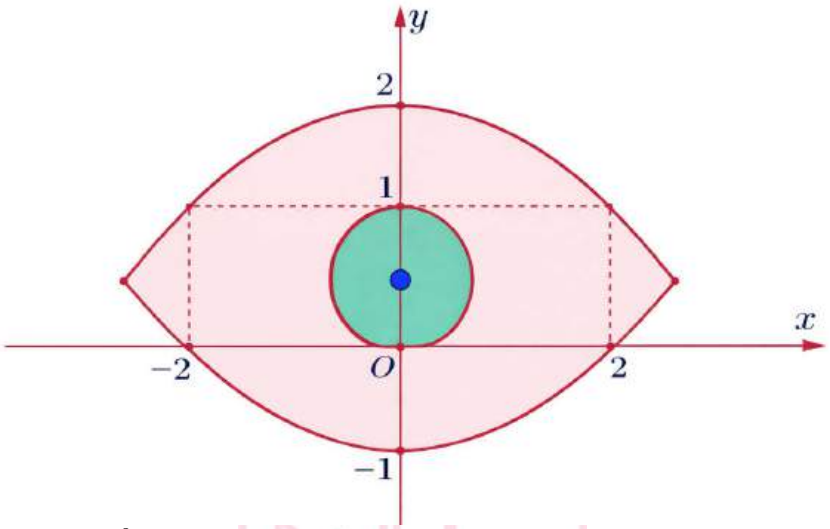
Câu 27: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo $AC = 45\,\text{m}$. Trong đó, phần được tô màu đỏ hồng là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

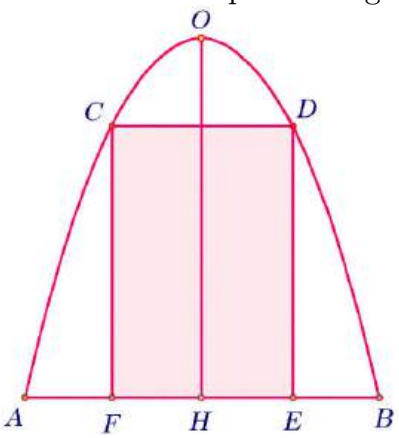
Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với các đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình vuông, khoảng cách từ đỉnh đó đến đỉnh tương ứng của hình vuông bằng 15 m . Bản thiết kế khu sinh hoạt nhận tâm hình vuông $ABCD$ làm tâm đối xứng và trên hình bên ta có $AM = MN = NB$. Để trang trí cho phần sân chơi tốn 500 nghìn đồng $/1\,\text{m}^2$, để trồng hoa tốn 200 nghìn đồng $/1\,\text{m}^2$. Tổng số tiền cần dùng là bao nhiêu triệu đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 28: Bạn An thực hiện thiết kế một logo hình con mắt cho một phòng khám nhãn khoa. Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có các kích thước như hình vẽ dưới đây (phần được tô màu hồng) và một hình tròn có bán kính bằng $0,5$ dm ở giữa là phần con ngươi (phần được tô màu xanh), đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimet.



Biết rằng chi phí để sơn phần con ngươi hình tròn màu xanh là 25 000 đồng/dm^2 và chi phí để sơn phần còn lại màu hồng là 20 000 đồng/dm^2. Chi phí để sơn logo trên là bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

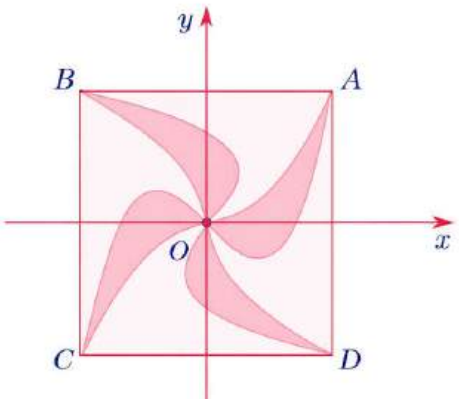
Câu 29: Một cái cổng được giới hạn bởi đoạn thẳng AB và một phần parabol đi qua hai điểm A, B có trục đối xứng là đường thẳng OH (như hình vẽ dưới). Biết rằng $AB = OH = 4$ mét. Người ta dự kiến đặt một cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, trong đó C, D nằm trên parabol còn E, F nằm trên đoạn AB. Cánh cổng có chi phí là 200 nghìn đồng/mét vuông. Phần còn lại của cổng được trang trí hoa văn với chi phí 300 nghìn đồng/ mét vuông.



Tổng chi phí thấp nhất để đặt làm cánh cửa và trang trí là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

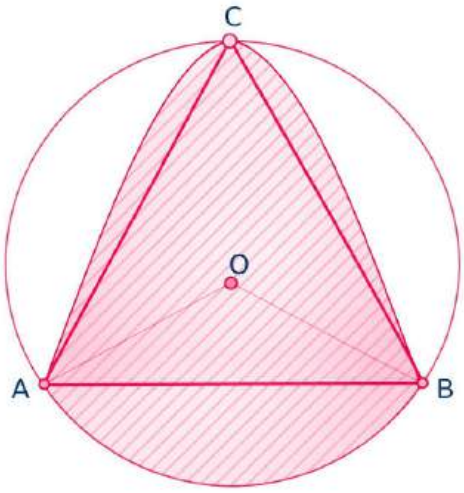
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 30: Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\left(m\right)$ được lát gạch màu trắng và được trang trí bởi hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy với O là tâm của hình vuông sao cho $A\left(1;1\right)$ thì hai đường cong nối từ O đến A của cánh hình màu sẫm là một phần của đồ thị hàm số $y=x^2$ và $y=ax^3+bx$.



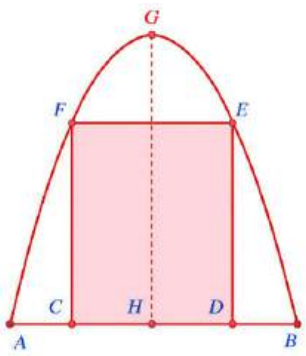
Giá trị của tích ab bằng bao nhiêu, biết rằng diện tích của phần màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn?

Câu 31: Một hoa văn hình tròn tâm O, ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh $AB=2\sqrt{3}\,cm$. Đường cong qua ba điểm A,B,C là một phần của Parabol (xem hình vẽ).



Tính diện tích của phần hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và Parabol (phần không gạch) theo đơn vị cm^2 (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

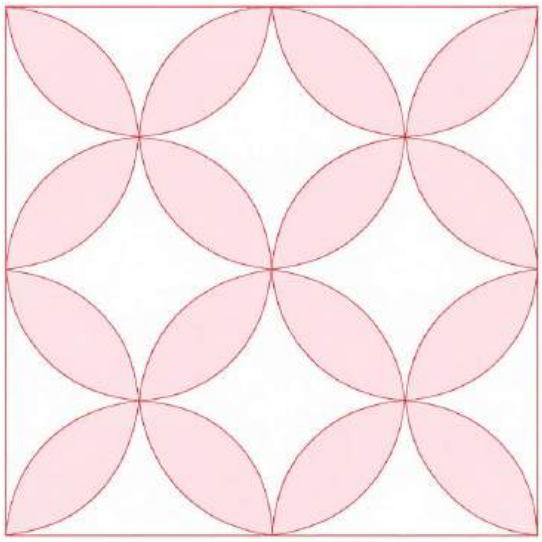
Câu 32: Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau: Chiều cao $GH=4m$, chiều rộng $AB=4m$, $AC=BD=0,9m$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

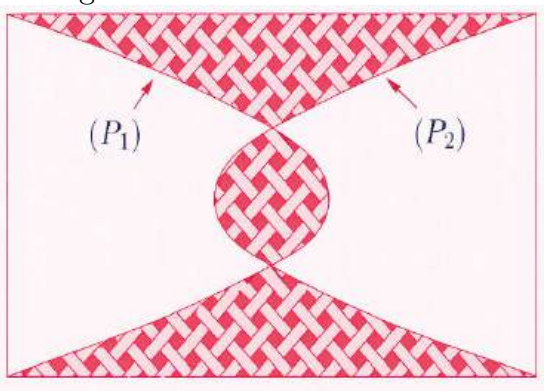
Chủ nhà làm hai cánh cổng nhựa lõi thép UPVC, khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm (màu đỏ hồng) có giá là 1500000 đồng$/m^2$, còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là 1000000 đồng$/m^2$. Tổng số tiền để làm hai phần nói trên là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 33: Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng 80 cm (xem hình bên dưới). Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}$ cm.



Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở dự định sản xuất $100\,000$ viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

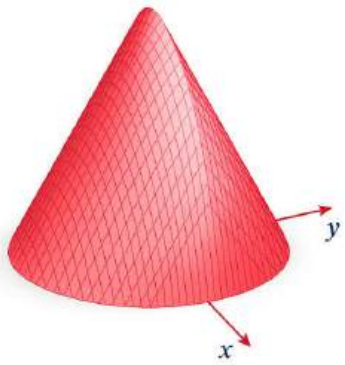
Câu 34: Trang trí một sân hình chữ nhật kích thước 28m x 16m, trong đó hai Parabol $\left(P_1\right)$ đối xứng với $\left(P_2\right)$ qua đường thẳng đi qua hai trung điểm của chiều dài sân (hình vẽ), khoảng cách giữa hai đỉnh Parabol bằng 4m.



Chi phí trang trí cho phần hoa văn là 180 ngàn đồng trên một mét vuông, phần trắng là 160 ngàn đồng trên một mét vuông. Tổng chi phí trang trí cho sân là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

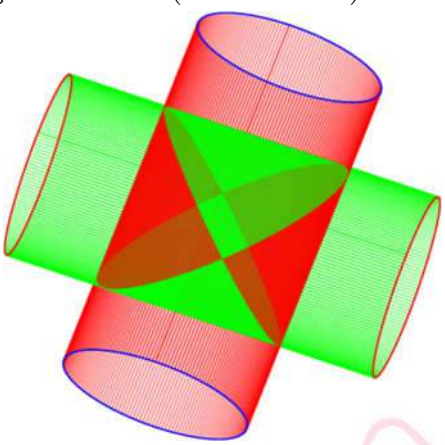
Câu 35: Cho vật thể có đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x, $\left(-1 \le x \le 1\right)$ thì được thiết diện là một tam giác đều.

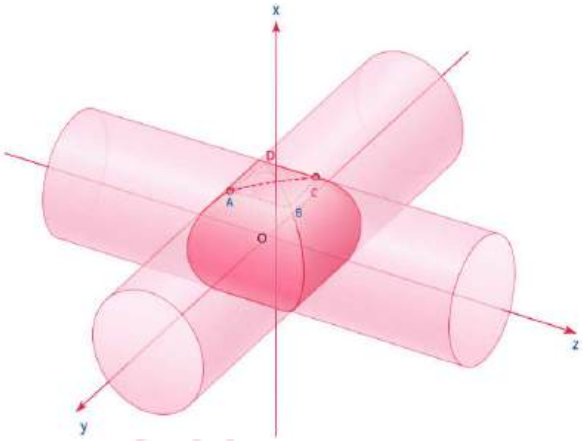
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Thể tích V của vật thể đó là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

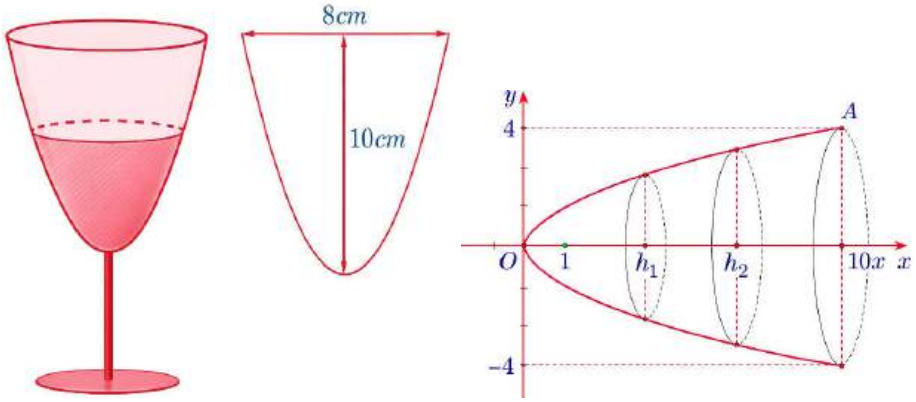
Câu 36: Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và có trục là hai đường thẳng cắt nhau và vuông góc với nhau (xem hình vẽ).





Gọi $\left(H\right)$ là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của $\left(H\right)$.

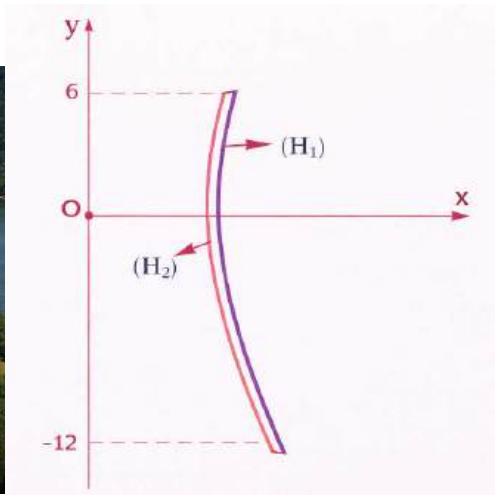
Câu 37: Một ly thủy tinh có hình dạng phần chứa nước là một hình parabol tròn xoay. Hình dạng này được tạo ra bằng cách quay một phần của đường Parabol quanh trục đối xứng của nó. Biết phần chứa nước của ly có chiều cao tính từ đáy ly lên đến miệng ly là 10 cm, đường kính miệng ly là 8 cm (chỉ tính phần chứa nước, không tính phần thủy tinh).



Ban đầu, người ta đổ vào ly một lượng nước có thể tích bằng $\dfrac{1}{4}$ thể tích của ly khi nó chứa đầy nước. Sau đó, người ta đổ thêm vào ly một lượng nước có thể tích bằng với lượng nước đã đổ ban đầu. Hỏi sau khi đổ thêm, chiều cao của mực nước trong ly đã tăng thêm bao nhiêu centimet so với lúc ban đầu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

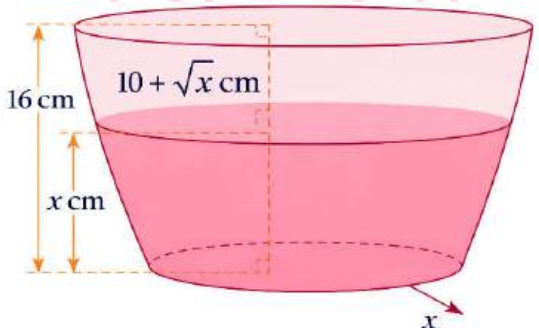
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 38: Lớp vỏ của một lò phản ứng hạt nhân bằng kim loại và được tạo bởi hình phẳng (S) giới hạn bởi nhsốh bên phải trục tung của các đường hypebol (H_1), (H_2) và hai đường thẳng $y=-12$, $y=6$ khi quay quanh trục Oy (tham khảo hình vẽ).



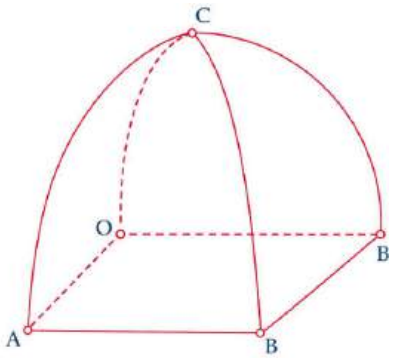
Biết (H_1) đi qua điểm $(\sqrt{35};0)$ có tiêu cự bằng $10\sqrt{7}$, (H_1) đi qua điểm $(\sqrt{30};0)$ có tiêu cự bằng $10\sqrt{6}$ và đơn vị trên các trục toạ độ bằng mét. Thể tích khối kim loại cần sử dụng để làm vỏ lò phản ứng hạt nhân bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 39: Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình bên bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy $x\ (\text{cm})$, $(0\le x\le 16)$ thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $R=10+\sqrt{x}\ (\text{cm})$.



Tìm x (đơn vị cm, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) để dung tích nước trong chậu bằng $\dfrac{1}{2}$ thể tích của chậu?

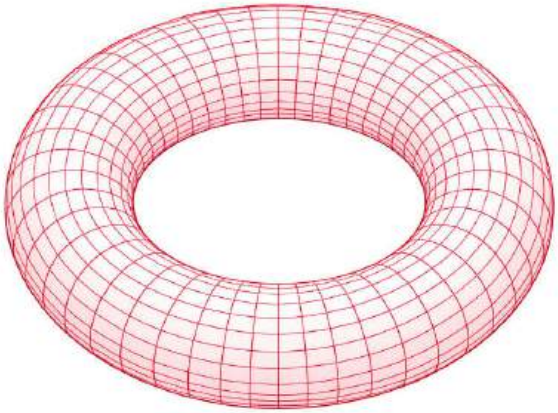
Câu 40: **(SGD Thừa Thiên Huế)** Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh là $2\sqrt{2}$ (m), chiều cao tính từ đỉnh lều là 2 (m).



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

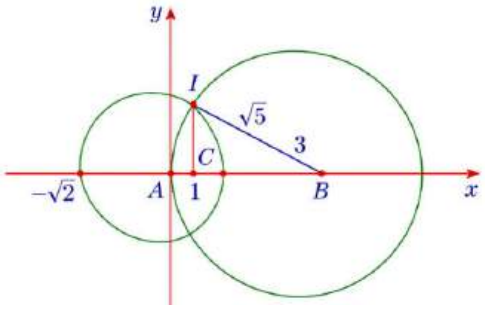
Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3).

Câu 41: Trong các làng nghề chế tạo đá mỹ nghệ, người ta làm được nhiều đồ trang sức bằng đá rất đẹp. Một người thợ thủ công chế tạo vòng đeo tay hình tròn bằng đá xanh, biết rằng bán kính vòng ngoài của vòng là $7cm$, bán kính vòng trong là $5cm$ (hình vẽ).



Tính thể tích của chiếc vòng (theo đơn vị đo là cm^3 và làm tròn đến hàng đơn vị).

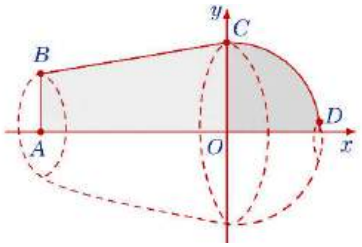
Câu 42: Một cái hồ lô trang trí được thiết kế phần chứa nước có thể tích bằng với thể tích của một vật thể V trong không gian.



Biết rằng, điểm M thuộc V khi và chỉ khi $MA \le \sqrt{2}\mathrm{dm}$ hoặc $MB \le \sqrt{5}\mathrm{dm}$; trong đó A và B là hai điểm cố định, $AB = 3\,\mathrm{dm}$. Thể tích phần chứa nước của hồ lô đó là bao nhiêu lít (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

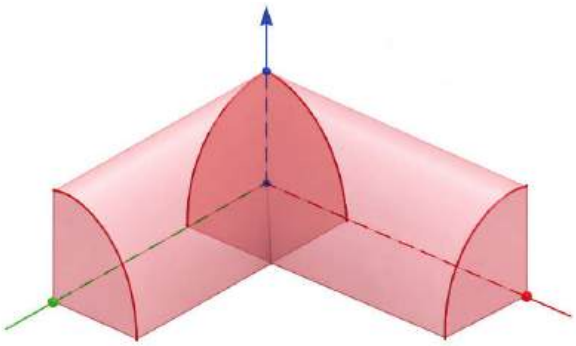
Câu 43: Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly $6\mathrm{cm}$, đường kính miệng ly $9\mathrm{cm}$, chiều cao $13,4\mathrm{cm}$, ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính $2\mathrm{cm}$ để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly (tham khảo hình vẽ sau).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

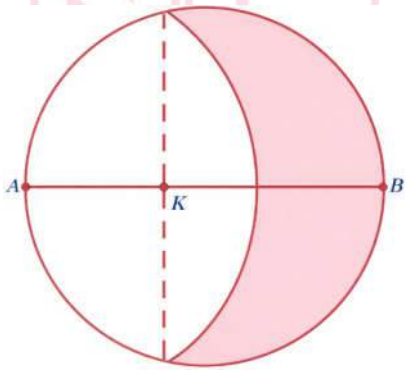


Thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp là bao nhiêu cm^3 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 44: Hai ống nhựa PVC hình trụ có cùng bán kính $R = 5$ cm xuyên qua nhau sao cho trục của hai ống cắt và vuông góc với nhau (xem hình minh họa). Tính thể tích phần chung của hai ống nhựa đó (bề dày của ống nhựa là không đáng kể; đơn vị tính là cm^3 và đáp số được làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 45: Một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H), (phần màu xám trong hình vẽ) quanh trục AB.



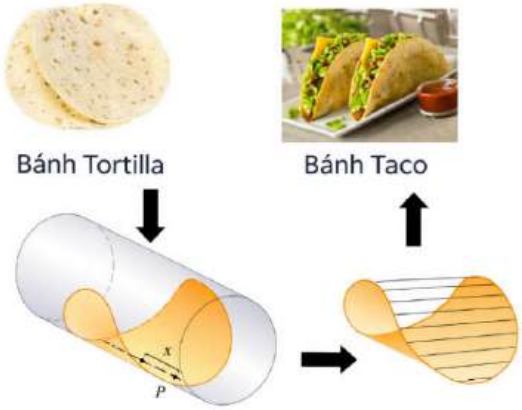
Miền (H) được giới hạn bởi đường tròn đường kính AB và cung tròn tâm A. Biết $AB = 8\text{cm}$ và điểm K trong hình vẽ thỏa mãn $AK = 3\,\text{cm}$. Thể tích của khối tròn xoay đó bằng bao nhiêu cm^3 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 46: Một quả bóng bầu dục theo quy định được sử dụng trong giải bóng bầu dục quốc gia có kích thước $28\,\text{cm}$ từ đầu này đến đầu kia và đường kính $17\,\text{cm}$ ở phần dày nhất (quy định cho phép thay đổi một chút về các kích thước này) (nguồn: NFL).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

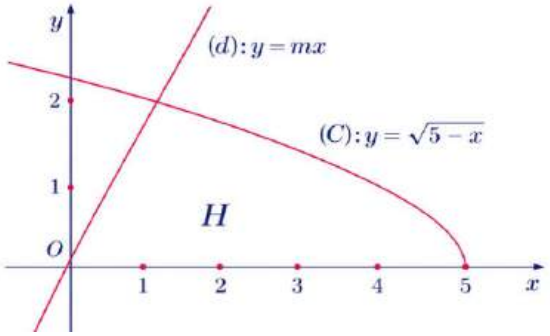
Hình dạng của một quả bóng bầu dục có kích thước nói trên có thể được tạo thành khi quay phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$, trục hoành và các đường thẳng $x=-4\,;x=24$, trong đó x tính bằng cm. Thể tích của quả bóng bầu dục có kích thước nói trên bằng bao nhiêu (đơn vị: cm^3, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 47: Bánh Taco là một món ăn đặc trưng của Mexico, bánh Taco được tạo thành từ một chiếc bánh Tortilla (bánh ngô) cuộn quanh thức ăn. Cụ thể, để làm một chiếc bánh Taco ta lấy bánh Tortilla tròn có đường kính 20 cm đặt vào mặt trong của hình trụ có bán kính $R=4$ cm, dọc theo đường kính của Tortilla và gấp bánh lại quanh hình trụ. Sau đó ta sẽ đổ đầy thịt, phô mai, và rau củ đến tận mép bánh. Gọi x là khoảng cách từ tâm bánh Tortilla đến một điểm P trên đường kính (tham khảo hình vẽ).



Tính thể tích của bánh Taco theo đơn vị cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 48: Cho hàm số $y=mx\left(m>0\right)$ có đồ thị $\left(d\right)$ và hàm số $y=\sqrt{5-x}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $\left(C\right)$, đường thẳng $y=0$ và $x=0$ quanh trục Ox và V' là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị $\left(C\right)$, đường thẳng $y=0$ và đường thẳng $\left(d\right)$ quanh trục Ox (xem hình bên dưới).

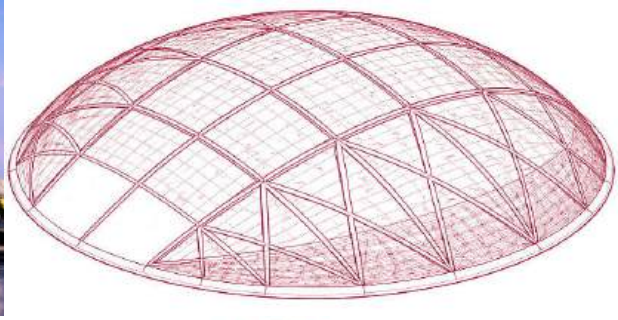
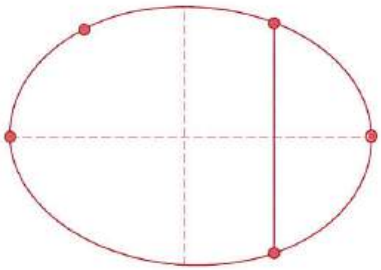
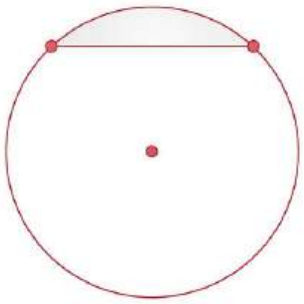


a) Tính giá trị V' khi $m=2$.
b) Nếu $V=3V'$ thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

Câu 49: Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip $\left(E\right)$ có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (hình vẽ). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của $\left(E\right)$ và cắt elip ở M,N (hình vẽ) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN}=90^0$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đsốg kể. Biết rằng cách tính công suất cần đủ là 200 $BTU\ /\ m^3$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chiếc điều hòa công suất 50000 BTU?

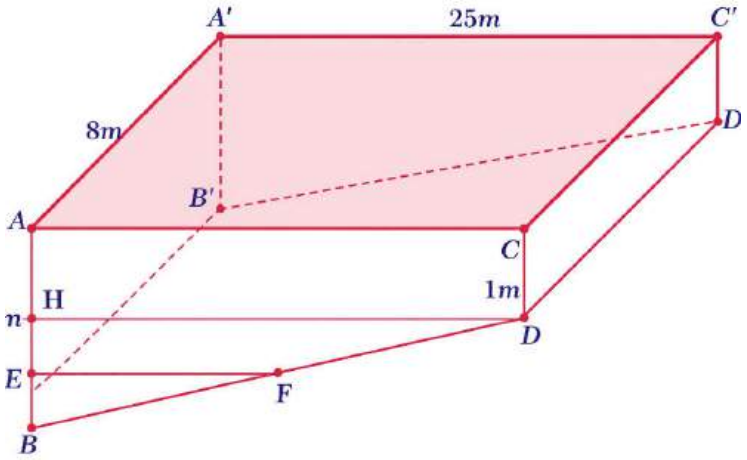
Câu 50: Một cái hồ lô trang trí được thiết kế phần chứa nước có thể tích bằng thể tích của một vật thể (V) trong không gian. Biết rằng, điểm M thuộc (V) khi và chỉ khi $MA \le \sqrt{3}\ dm$ hoặc $MB \le \sqrt{5}\ dm$; trong đó A và B là hai điểm cố định, $AB = 3\ dm$.

Thể tích phần chứa nước của hồ lô đó là bao nhiêu lít (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

☆☆☆

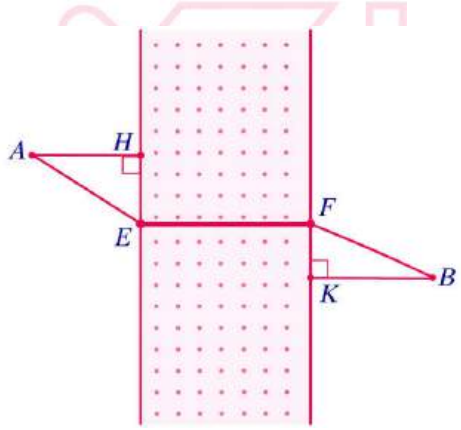
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 51: Mặt bể bơi của một chung cư cao cấp có dạng một hình chữ nhật với chiều dài 25m và chiều rộng 8m. Bể bơi sâu 1m ở bên đầu nông và sâu 2m bên đầu sâu. Biết hai đầu nông, sâu thuộc hai mặt bên theo chiều dài bể bơi (tham khảo hình vẽ minh hoạ).



Ban đầu bể bơi không có nước, nước bắt đầu được bơm vào bể bơi lúc 7h sáng với tốc độ $1m^3$ / phút, vào lúc 7h36 phút sáng thì mực nước dâng lên với tốc độ $\frac{1}{a}$ (mét/phút). Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 52: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6 km (được mô hình hoá như hình vẽ), biết $HE + KF = 20$ km và độ dài EF không đổi.



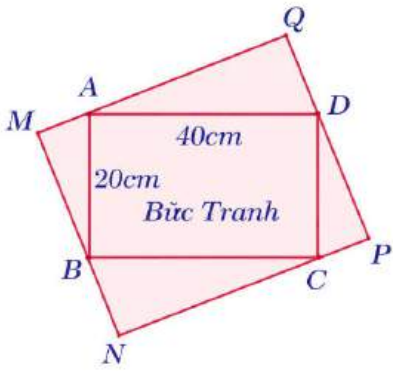
Hỏi độ dài EH bằng bao nhiêu kilomet để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)?

Câu 53: Một nhà máy nhiệt điện sử dụng 90 máng Parabol thu nhiệt năng lượng mặt trời có cùng kích thước, bề mặt cong đều nhau (tham khảo hình vẽ).

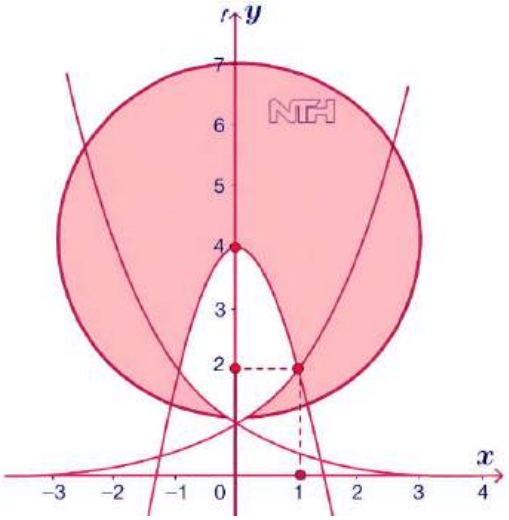
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Mỗi máng có chiều rộng $2\,\text{m}$, bề dày của khối silic làm mặt máng là $2\,\text{dm}$, chiều dài $3\,\text{m}$. Đặt máng tiếp giáp mặt đất có điểm cao nhất của khối silic làm mặt máng so với mặt đất là $5\,\text{dm}$. Khi đó thể tích của khối silic làm 90 mặt máng bằng bao nhiêu m^3?

Câu 54: Người ta cần sơn "chữ Tâm" vào một bức tranh trong một hình chữ nhật $ABCD$ kích thước $20\text{ cm} \times 40\text{ cm}$. Bức tranh để treo lên tường nhà, nhằm tăng điểm nhấn cho bức tranh, người ta trang trí một khung hình cách điệu hình chữ nhật $MNPQ$ sao cho các điểm A, B, C, D lần lượt thuộc các cạnh QM, MN, NP, PQ (xem hình vẽ). Lúc này, cần tính toán phần diện tích chiếm chỗ của hình chữ nhật $MNPQ$ trên tường nhà sao cho cân đối nhất. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $MNPQ$ là bao nhiêu centimet vuông?

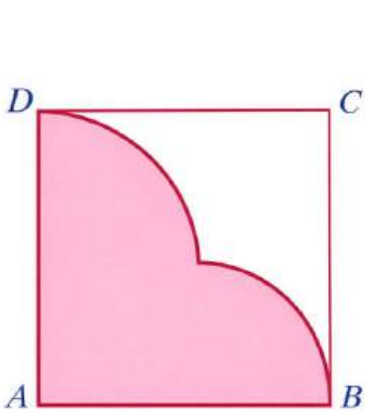


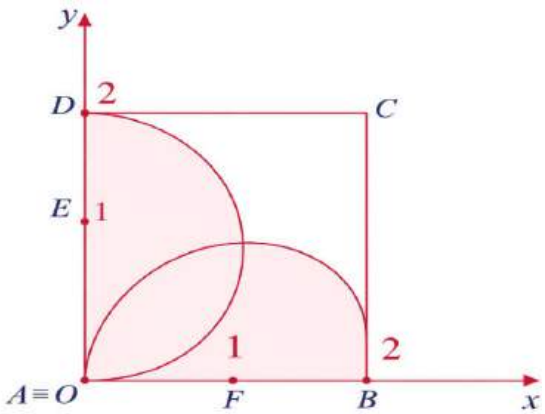
Câu 55: Cho các đồ thị hàm số: $y = a^x$, $y = a^{-x}$, $y = Ax^2 + Bx + C$, $A, B, C \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1$, và đường tròn (C). Gọi (D) là miền phẳng được tô đậm (hình vẽ). Quay miền (D) quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 56: Trên cánh cửa được trang trí các núm có dạng một khối tròn xoay được đúc bằng chất liệu đồng, khuôn đúc của nó được tạo thành khi quay miền (H) (phần tô màu trong hình vẽ bên) quanh trục AB. Miền (H) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AB. Biết công thức tính khối lượng của một vật là $P = V \cdot D$, trong đó P là khối lượng của vật (đơn vị g), V là thể tích của vật (đơn vị cm^3) và D là khối lượng riêng của vật (đơn vị g/cm^3), khối lượng riêng của đồng là

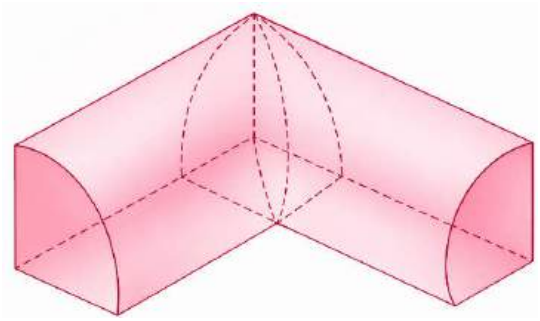
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

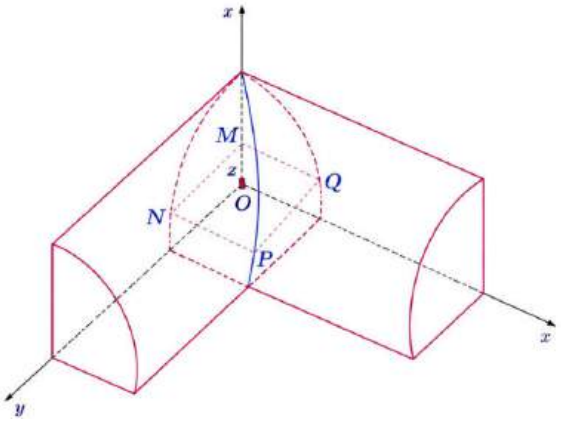




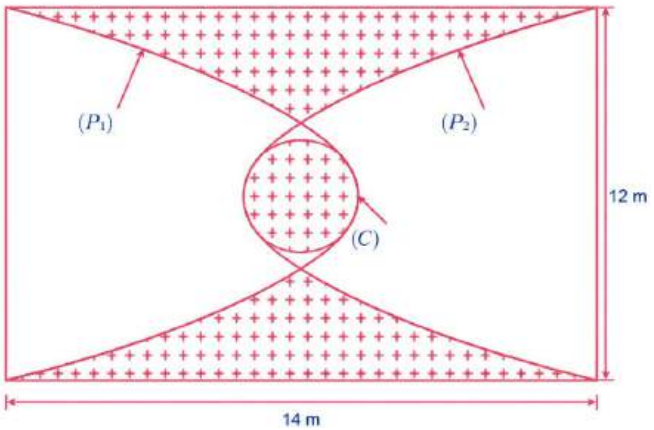
$D = 8{,}96\,\text{g/cm}^3$. Giá đồng trên thị trường là 200 000 đồng/kg. Giá tiền vật liệu để đúc một núm đồng trên là bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 57: Trong quy hoạch hạ tầng tuyến tàu điện Cát Linh – Hà Đông, để đảm bảo an toàn cho người dân cũng như khách du lịch, người ta thiết kế lan can bằng inox với hình dáng hai trục hình trụ vuông góc với nhau (như hình vẽ). Gọi $\left(H\right)$ là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ có bán kính $12cm$, tính thể tích của khối $\left(H\right)$.





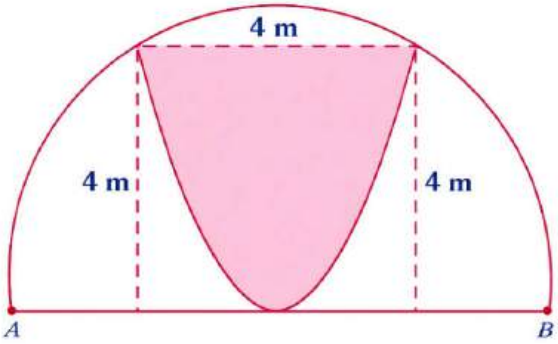
Câu 58: Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật kích thước $14m \times 12m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $\left(P_1\right)$, $\left(P_2\right)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, $\left(C\right)$ là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol tại chính các đỉnh của parabol đó (tham khảo hình vẽ).



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

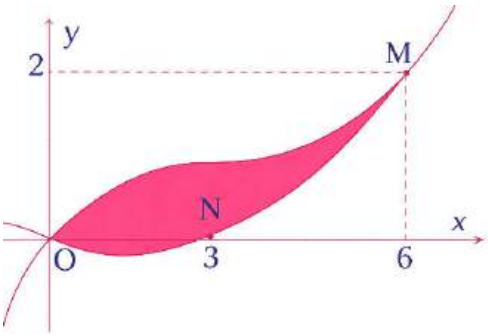
Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)

Câu 59: Khuôn viên nhà bạn Kim Sơn có dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên hai nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhung Nhật. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí trồng hoa và cỏ Nhung Nhật tương ứng là 250.000 đồng/m^2 và 150.000 đồng/m^2.



Hỏi chi phí để trồng hoa và trồng cỏ Nhung Nhật trong khuôn viên đó hết bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 60: Một công ty thuê thợ vẽ logo công ty như hình vẽ lên một bức tường lớn. Logo có dạng là 1 bông hoa có 4 cánh hoa giống nhau, sắp xếp cách đều nhau như hình vẽ. Để chính xác hóa kích thước và hình dạng khi vẽ, mỗi cánh hoa được thiết kế như sau: Trong mặt phẳng Oxy (một đơn vị ứng với 1 mét trên thực tế), một cánh hoa được xem là một hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba $y=\dfrac{(x-3)^3}{27}+1$ (C) và một đường parabol $(P): y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$. (C) và (P) cắt nhau tại hai điểm $O(0;0), M(6;2)$ và (P) đi qua điểm $N(3;0)$.

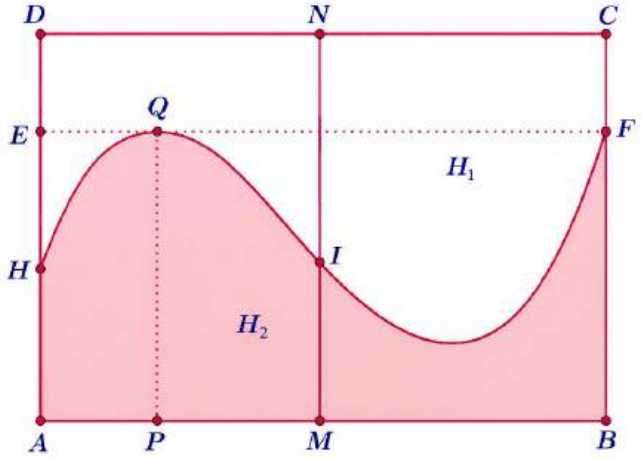


Biết rằng chi phí vẽ logo nói trên được tính dựa trên mỗi mét vuông cánh hoa được vẽ, mỗi mét vuông được báo giá là 268 nghìn đồng. Hãy tính chi phí vẽ logo đó (đơn vị tính: nghìn đồng, làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 61: Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=100\ m; AD=80\ m$. Người ta muốn chia công viên thành hai khu gồm một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 (không tô màu) dành cho trẻ em và

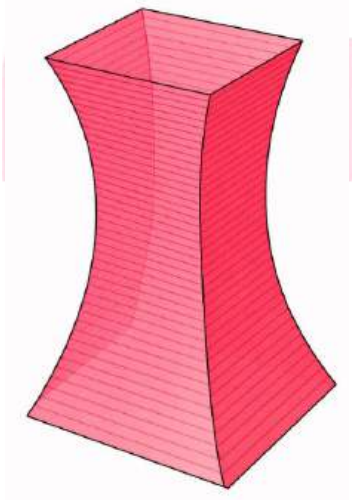
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

H_2 (tô màu) dành cho người lớn như hình vẽ bên với $AH = 40\ m; AE = 60\ m; AP = 20\ m$ và $EF//AB; PQ//AD$.



Biết rằng khi xét trong một hệ toạ độ Oxy, đường cong trong hình là một phần của một đồ thị hàm số bậc ba. Phần chính giữa của công viên người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc theo đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180 nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN là bao nhiêu triệu đồng?

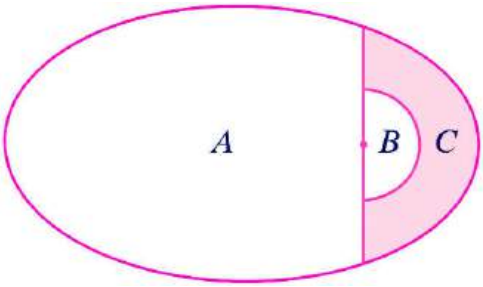
Câu 62: Một kiến trúc sư chịu trách nhiệm thiết kế một tòa nhà cao 30 mét. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao, vuông góc với trục thẳng đứng, luôn là một hình vuông (xem hình vẽ).



Mặt đáy tòa nhà là hình vuông có cạnh $L_0 = 26$ m, mặt đỉnh là hình vuông có cạnh $L_{30} = 20$ m. Mặt cắt ngang tại vị trí hẹp nhất của tòa nhà: Hình vuông có cạnh $L_{min} = 13,75$ m. Mặt cắt của tòa nhà theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong parabol đối xứng nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của tòa nhà. Tính thể tích của tòa nhà đó (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị tính: mét khối).

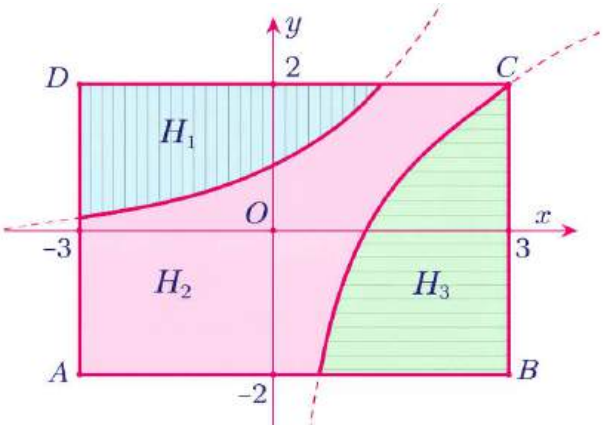
Câu 63: Một khu vườn hình elip (E), có độ dài trục lớn bằng 10 m và trục nhỏ bằng 8 m (như hình vẽ). Khu vực A để trồng hoa; khu vực B để trồng cỏ, là nửa hình tròn có tâm là một tiêu điểm của elip (E), bán kính bằng 1 m; còn lại là khu vực C (phần tô đậm) người ta lát gạch.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



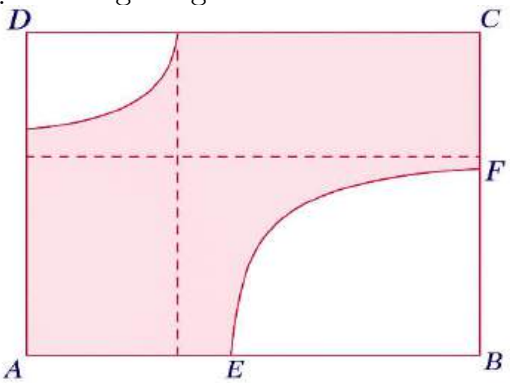
Diện tích phần lát gạch bằng bao nhiêu m^2 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 64: (SGD Phú Thọ) Một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $6\left(m\right)$, $4\left(m\right)$ được bạn Hà trang trí bằng cách vẽ hai đồ thị $f\left(x\right)=a^{x}\left(0<a\neq 1\right)$, $g\left(x\right)=\log_{b}x$, $\left(0<b\neq 1\right)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $d:y=x$. Bức tường chia thành ba phần (tham khảo hình vẽ bên). Phần H_1 được sơn màu xanh da trời, phần H_2 được sơn màu vàng, phần H_3 được sơn màu xanh lá cây.



Biết rằng mỗi hộp sơn các màu chỉ sơn được $3\left(m^2\right)$ tường, đồng thời giá của hộp sơn màu xanh da trời là 120.000 đồng, giá của một hộp sơn màu xanh lá cây là 140.000 đồng, giá của một hộp sơn màu vàng là 160.000 đồng/hộp. Cửa hàng sơn chỉ bán số các hộp sơn là các số nguyên dương. Bạn Minh cần bao nhiêu triệu đồng mua sơn để trang trí cho bức tường đó?

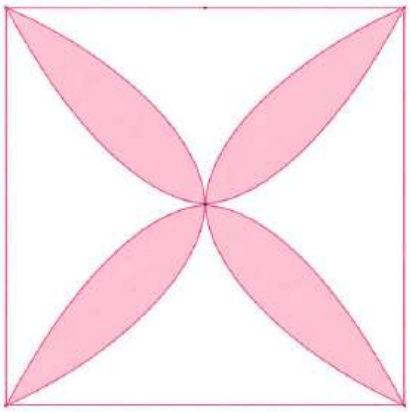
Câu 65: Một công ty đang thiết kế một bảng quảng cáo hình chữ nhật ABCD có kích thước $AB=12m$ và $AD=8m$. Phần trung tâm của bảng sẽ được in nội dung quảng cáo, được mô tả là phần tô đậm (xem hình minh họa). Hai đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số có dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này đều cách điểm A một khoảng bằng 5 m.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

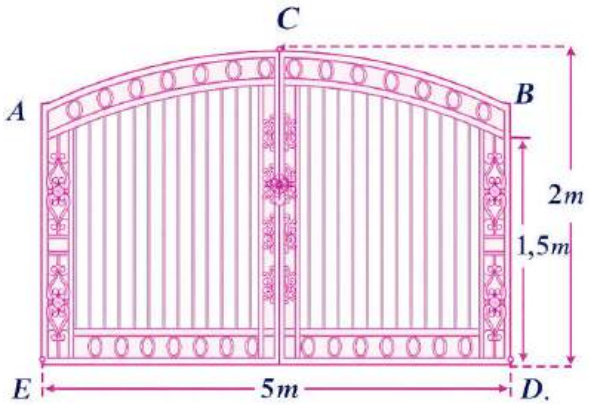
Đồ thị giao với cạnh AB tại điểm E thỏa mãn $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{7}{15}$. Diện tích phần in nội dung quảng cáo là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 66: Một viên gạch hình vuông cạnh 4 dm. Người thiết kế sử dụng bốn đường parabol chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu đen) như hình vẽ.



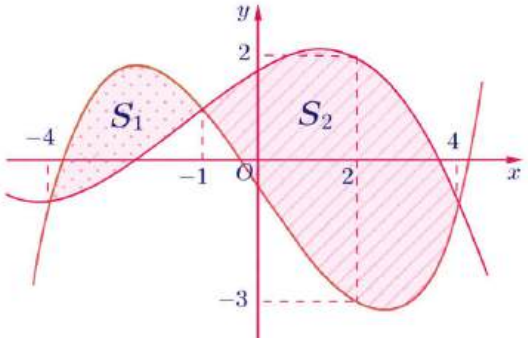
Giả sử để hoàn thiện sơn và phủ bóng phủ viên gạch thì chi phí phần cánh hoa (màu đen) là 400 nghìn/m^2, chi phí phần còn lại (màu trắng) là 300 nghìn/m^2. Tính chi phí (đơn vị nghìn đồng) để sơn và phủ bóng cả viên gạch (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 67: Bác Vinh muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên dưới, biết đường cong phía trên là một parabol, tứ giác $ABDE$ là hình chữ nhật. Giá của cánh cửa sau khi hoàn thành là 700 000 đồng/m^2.



Hỏi bác Vinh phải trả số tiền bao nhiêu triệu đồng để làm một cửa sắt như vậy? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 68: Cho hai hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $g\left(x\right)=mx^3+nx^2+px+q$ (a, b, c, d, m, n, p, $q\in\mathbb{R}$).

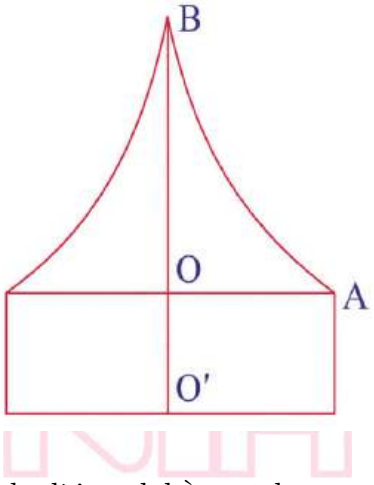


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

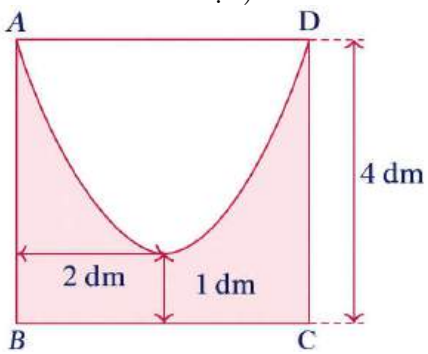
Biết rằng đồ thị của hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-4\,;\,1\,;\,4$ và $f\left(2\right)=2\,,\,g\left(2\right)=-3$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f\left(x\right),\,y=g\left(x\right)$ và hai đường thẳng $x=-4\,;\,x=1$. Gọi S_2, là diện tích hình phẳng giới hạn bởn đồ thị của hai hàm số $y=f\left(x\right),\,y=g\left(x\right)$ và hai đường thẳng $x=-1;\,x=4$. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 69: Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, nhóm bạn Lan đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dán một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO'=6cm$, $OA=10cm$, $OB=20cm$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm B. Tính thể tích của chiếc mũ (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 70: Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 4 dm, trong đó $\left(H\right)$ là phần được tô màu đậm có đường biên cong là một phần của parabol $\left(P\right)$. Biết rằng khoảng cách từ đỉnh của $\left(P\right)$ đến hai đường thẳng AB, BC lần lượt là 2 dm và 1 dm, đồng thời $\left(P\right)$ đi qua hai đỉnh A và D của hình vuông (xem hình minh họa).

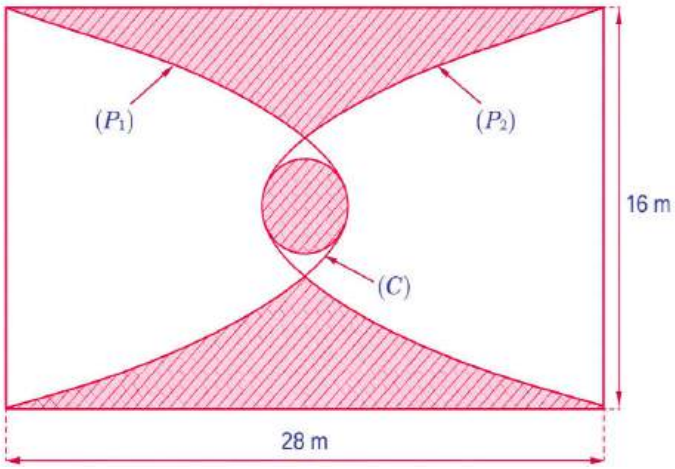


Người ta cần sản xuất một sản phẩm là vật thể tròn xoay sinh ra khi quay $\left(H\right)$ quanh đường thẳng BC. Hỏi thể tích vật thể đó là bao nhiêu đề-xi-mét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 71: Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật có kích thước $28m$ x $16m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $\left(P_1\right),\left(P_2\right)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối

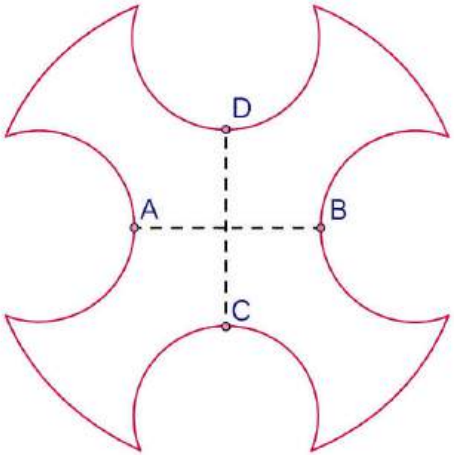
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

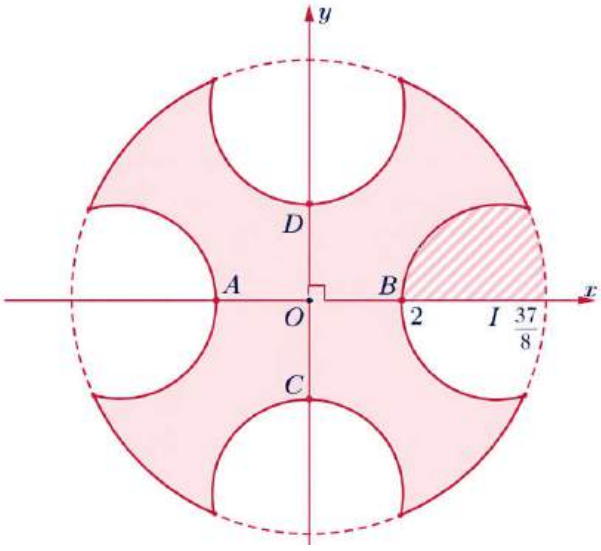
xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol đó (tham khảo hình vẽ).



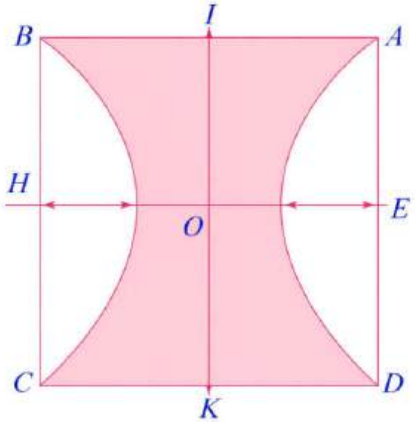
Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục).

Câu 72: Trong cơ khí chế tạo, một chi tiết máy hình đĩa tròn có dạng như hình vẽ, nhận AB và CD làm các trục đối xứng. Người ta cần phủ sơn cả hai mặt của chi tiết. Biết rằng đường tròn lớn có bán kính $5\,dm$, các đường tròn nhỏ đều có bán kính bằng $2\,dm$, $AB = CD = 4dm$ và chi phí sơn là 82.000 đồng/ m^2. Chi phí để sơn hoàn thiện chi tiết máy bằng bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



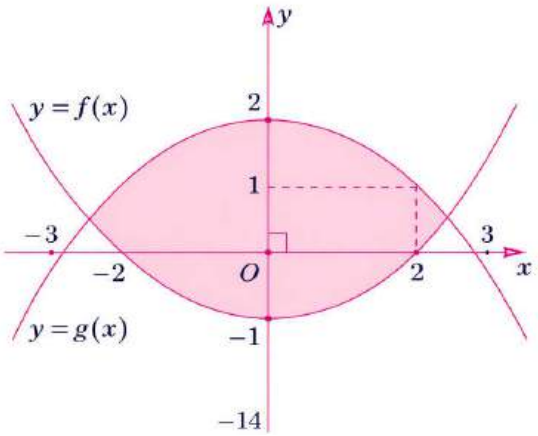


Câu 73: Một đồ chơi dạng khối tròn xoay có mặt cắt qua trục là miền (H) được tô đậm như hình vẽ. Biết hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6\,cm$; $AD = 16\,cm$; I, H, K, E là trung điểm của AB, BC, CD và DA. Hai đường cong ở hình (H) là một phần của đường hypebol có tiêu điểm là H và E. Khối đồ chơi có được bằng cách quay miền (H) quanh trục IK. Tính thể tích khối đồ chơi đó (làm tròn đến hàng đơn vị).



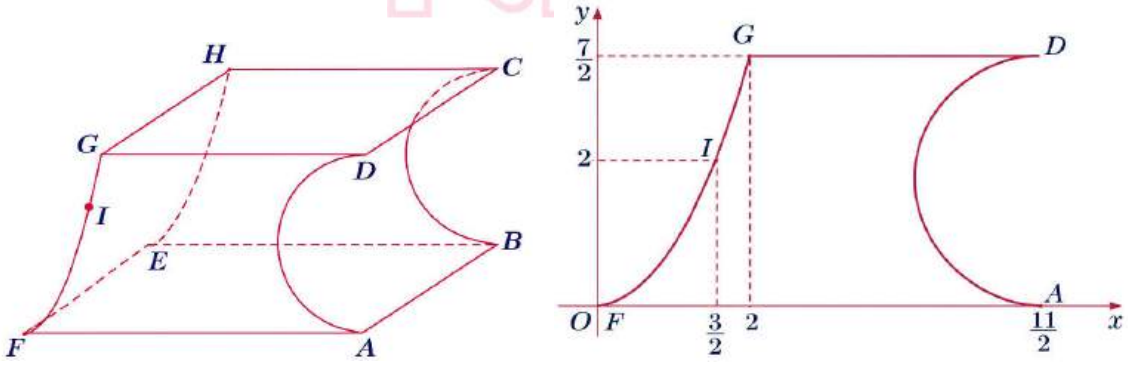
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 74: Anh Trí nhận thiết kế một logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet).



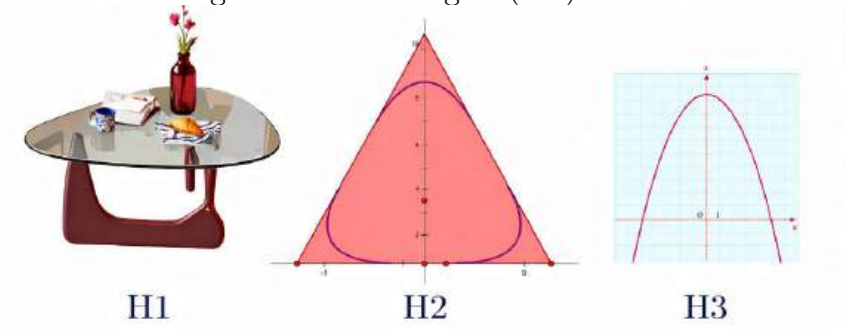
Chi phí sản xuất mỗi cm^2 trên logo là 1000 đồng. Chi phí sản suất mỗi logo là bao nhiêu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 75: Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ. Các tứ giác $ABCD$, $CDGH$ là các hình vuông có cạnh $3,5cm$ nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có cạnh $AF=5,5cm$ nằm xong mặt phẳng song song với mặt phẳng $\left(CDGH\right)$. Mặt cong $GHEF$ được mài nhẵn theo đường parabol FG (có trục đối xứng song song với đường thẳng AD) đi qua điểm I với I lần lượt cách mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $\left(ABEF\right)$ một khoảng bằng $4cm$ và 2 cm. Còn mặt cong $ABCD$ được mài nhẵn theo nửa đường tròn đường kính 40 .



Thể tích của chi tiết máy bằng bao nhiêu? (đơn vị cm^3) (làm trên kết quả đến hàng phần mười).

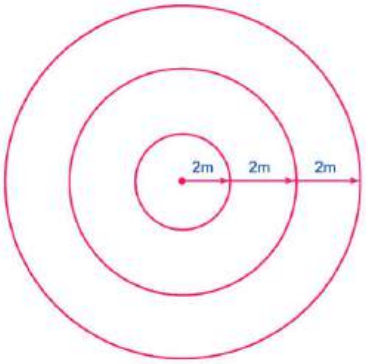
Câu 76: Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 16 (dm).



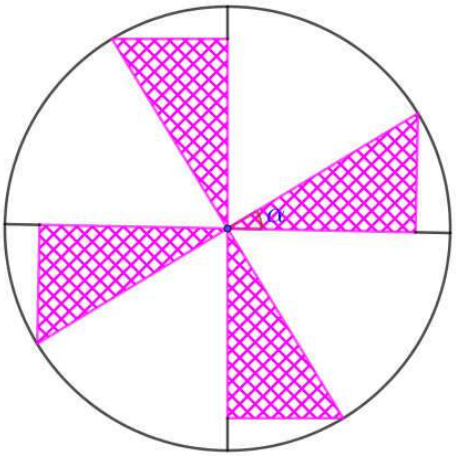
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Để cắt góc được đẹp thì người ta dùng đường prabol (P): $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+\dfrac{15\sqrt{3}}{2}$ (H3) có hai nhánh tiếp xúc với hai cạnh của tam giác. Biết diện tích mặt kính là $a\sqrt{b}\ (dm^2)$, (với a là số nguyên dương và b là số nguyên tố). Tính $a+b$.

Câu 77: Một đường ống dẫn dầu bị rò rỉ hình thành nên một mảng dầu loang hình tròn trên mặt biển. Tốc độ tăng của bán kính mảng dầu loang theo thời gian là $2m/h$. Khi đó tốc độ tăng của diện tích (tính theo m^2) của mảng dầu loang cũng phụ thuộc theo thời gian $t(h)$. Hỏi tại thời điểm bán kính mảng dầu loang là $25m$ thì tốc độ tăng diện tích mảng dầu loang theo thời gian là bao nhiêu m^2/h? (Đáp số làm tròn đến hàng đơn vị)

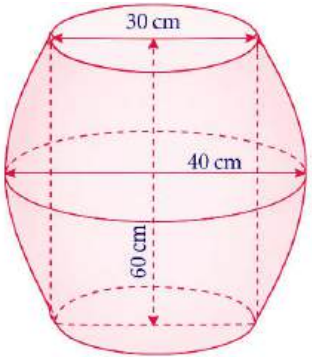


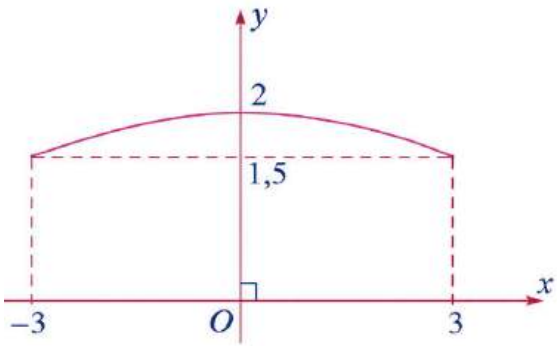
Câu 78: Một khu phố có kế hoạch tu sửa một sân chơi hình tròn, bán kính 10 m. Theo bản thiết kế dự kiến thi công (như hình vẽ), người ta lát gạch trang trí ở phần kẻ sọc (với $0^\circ<\alpha<45^\circ$) và phần còn lại đổ xi măng. Chi phí lát gạch là 1 triệu đồng/$1m^2$ và chi phí đổ xi măng là 300 nghìn đồng/ $1m^2$ (giả sử phần chi phí khác không đáng kể). Hỏi góc α lớn nhất là bao nhiêu độ để chi phí tu sửa không lớn hơn 150 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



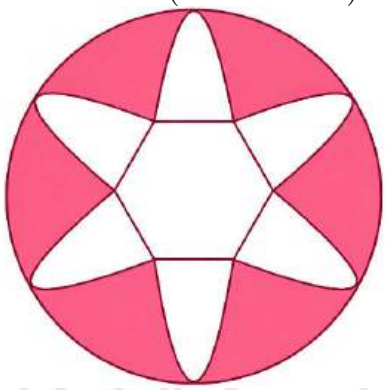
Câu 79: Một thùng đựng hoá chất có dạng khối tròn xoay, hai đáy là hai hình tròn có đường kính $30cm$, trục đối xứng là đường thẳng đi qua tâm và vuông góc hai đáy, chiều cao thùng $60cm$ (là khoảng cách giữa hai tâm của hai đáy), mặt cắt vuông góc với trục đối xứng là hình tròn có đường kính lớn nhất $40cm$, mặt phẳng chứa trục đối xứng cắt mặt ngoài của thùng tạo thành hai biên là hai phần của hai parabol (xem hình bên). Hỏi thể tích của thùng đựng hoá chất đó bằng bao nhiêu lít (biết độ dày vỏ thùng không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



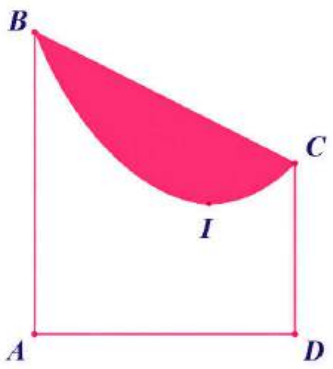


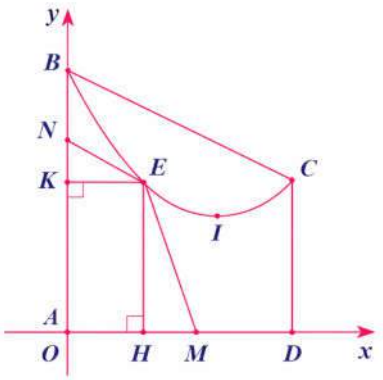
Câu 80: Để trang trí bức tường trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Đầu tiên bạn vẽ một hình lục giác đều có cạnh bằng $2\,dm$; sau đó, trên mỗi cạnh của hình lục giác vẽ một cánh hoa hình parabol đi qua hai đầu mút của cạnh, đỉnh parabol nằm phía ngoài hình lục giác và cách cạnh tương ứng $4\,dm$; cuối cùng bạn vẽ một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của sáu parabol ở trên (xem hình vẽ).



Bạn Hoa tô màu phần nằm giữa đường tròn và các cánh hoa (phần màu xám trong hình vẽ). Diện tích phần tô màu là bao nhiêu dm^2? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 81: Bác Hùng có một khu vườn hình thang vuông $ABCD$ với $AB = 35\,m$, $AD = 30\,m$. Bác ấy đã đào một cái hồ để trồng sen, hồ được bao bởi cạnh BC và đường cong BIC là một phần của parabol đỉnh I như hình vẽ.



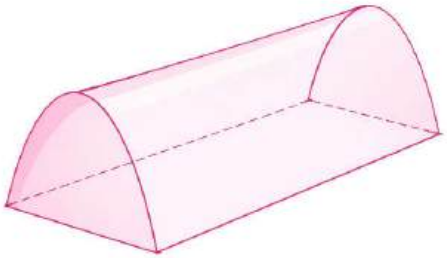


Bác Hùng muốn làm một con đường đi từ điểm M trên cạnh AD ra một điểm trên mép hồ sen rồi lại từ điểm đó tới một điểm trên cạnh AB.
Biết khoảng cách từ I đến AB và AD tương ứng là $20\,m$ và $15\,m$, hỏi tổng chiều dài con đường đó ngắn nhất là bao nhiêu mét?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 82: Một cái lều trại có dạng hình Parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét.

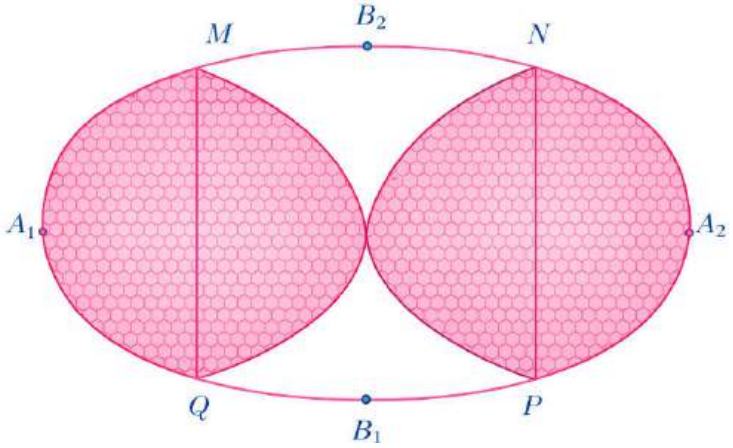


Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?

Câu 83: Một chậu nước hình nón cụt với lòng chậu (phần có thể chứa nước) có bán kính miệng chậu $r_1 = 5\,\text{cm}$, bán kính đáy $r_2 = 8\,\text{cm}$, chiều cao chậu $h = 15\,\text{cm}$. Ban đầu nước trong chậu chiếm $\dfrac{2}{3}$ chiều cao của chậu.

Sau đó người ta thả vào chậu một quả cầu kim loại thì đo được chiều cao mực nước dâng thêm là $1{,}5\,\text{cm}$, quả cầu chìm hoàn toàn trong nước. Tính bán kính quả cầu và làm tròn đến hàng phần trăm của cm.

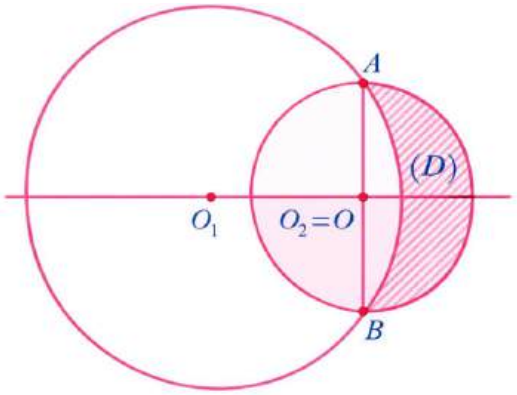
Câu 84: Một mảnh vườn có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Dùng 2 đường Parabol có đỉnh là tâm đối xứng của elip cắt elip tại 4 điểm M, N, P, Q như hình vẽ sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MN = 4$ để chia vườn. Phần tô đậm dùng để trồng hoa và phần còn lại để trồng rau.



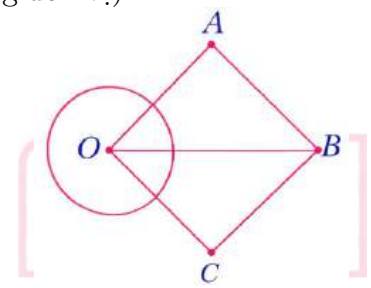
Biết chi phí trồng hoa là 600.000 đồng/m^2 và trồng rau là 50.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền phải chi gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{ m}$, $B_1B_2 = 4\text{ m}$ (đơn vị nghìn đồng)?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

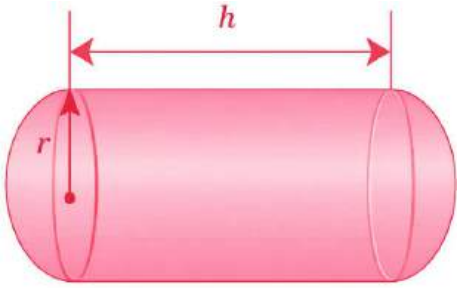
Câu 85: Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2). Gọi (D) là hình thẳng được giới hạn bởi hai đường tròn. Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 86: Cho hình tròn tâm O có bán kính $R=2$ và hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình bên xung quanh trục là đường thẳng OB. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



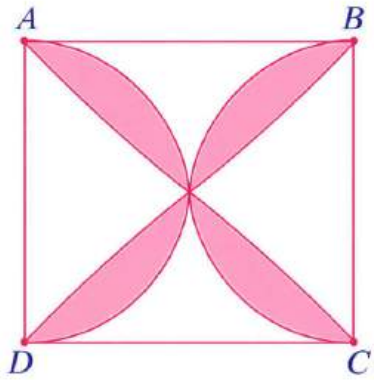
Câu 87: Một thùng chứa nhiên liệu gồm phần ở giữa là một hình trụ có chiều dài h mét (h >0) và hai đầu là các nửa hình cầu bán kính r (r >0) (Hình vẽ). Biết rằng thể tích của thùng chứa là 144π m^3.



Để sơn mặt ngoài của phần hình cầu cần 20000 đồng cho $1m^2$, còn sơn mặt ngoài cho phần hình trụ cần 10000 đồng cho $1m^2$. Để chi phí cho việc sơn diện tích mặt ngoài thùng chứa (bao gồm diện tích xung quanh hình trụ và diện tích hai nửa hình cầu) là nhỏ nhất thì r bằng bao nhiêu?

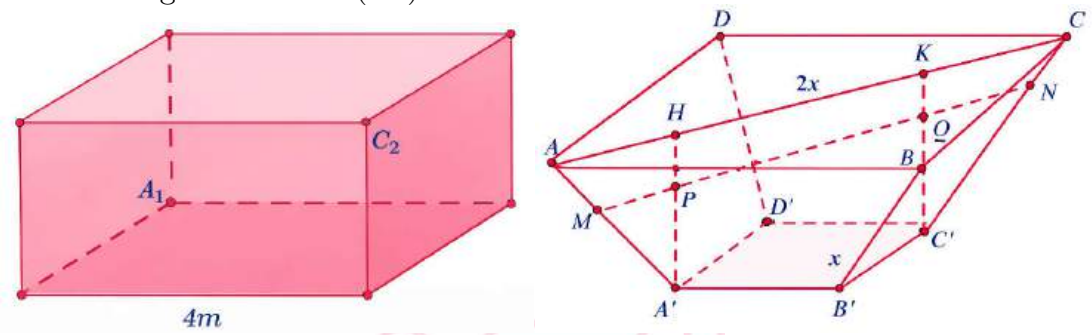
Câu 88: Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh $4cm$ vẽ hai đường chéo và hai nửa đường tròn đường kính là hai cạnh AD, BC cắt nhau tạo thành 4 hình cánh quạt như hình vẽ. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay 4 cánh quạt này quanh cạnh CD (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



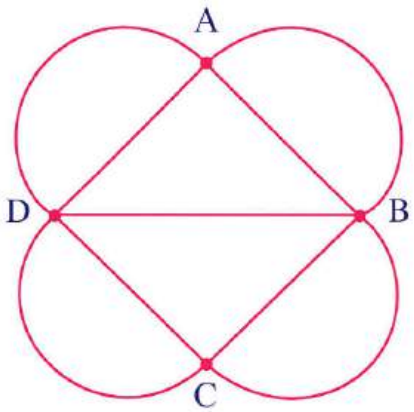
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 89: Một chiếc khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước: chiều dài $30cm$, chiều rộng $20cm$, chiều cao $10cm$. Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay thứ nhất đó sang chiếc khay thứ hai (không có nước) có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài x (cm), miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài $2x$ (cm).



Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi $\frac{1}{5}$ so với lượng nước ban đầu. Tính thể tích của chiếc khay thứ hai (đơn vị cm^3) với kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 90: Trong mặt phẳng cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{2}$, phía ngoài hình vuông vẽ thêm bốn nửa đường tròn nhận các cạnh của hình vuông làm đường kính.

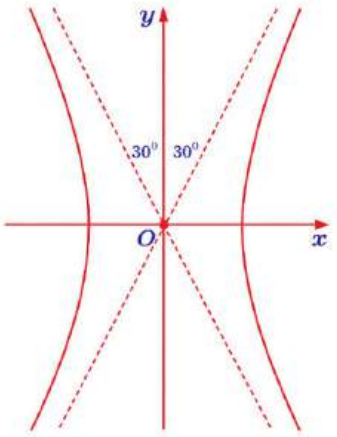


Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình trên quanh đường thẳng AC là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 91: Một cái pedestal dùng để đặt đồ trang trí có mặt đáy trên và mặt đáy dưới đều là hình vuông, người thợ thiết kế cái bục này theo ba phần:
Phần trên cùng là một hình hộp chữ nhật có các kích thước là 1 m; 1 m; 0,05 m.

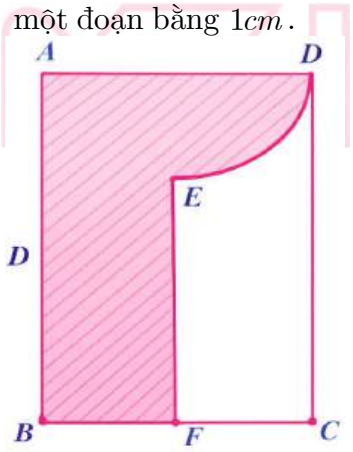
Phần đế của bục cũng là hình hộp chữ nhật có các kích thước là $\sqrt{2}\ m$; $\sqrt{2}\ m$; $0,2\ m$.

Phần thân (giữa) của bục có mặt cắt theo hai đường chéo của đáy trên và đáy dưới là đường hypebol mà các đường tiệm cận của hypebol này tạo với trục đứng một góc bằng 30°.



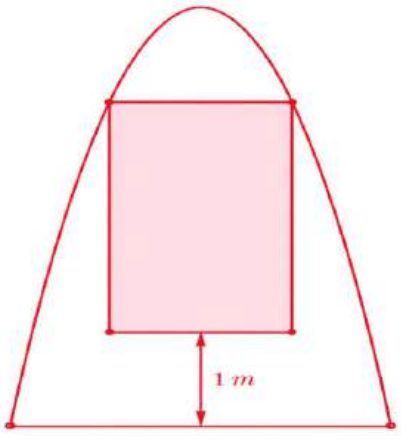
Biết rằng mặt cắt của bục song song với hai đáy tại vị trí có kích thước hình vuông bé nhất bằng 0,5 m. Tìm thể tích của cái bục đã cho theo đơn vị mét khối và làm tròn đến hàng phần trăm

Câu 92: Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền $\left(R\right)$ quay xung quanh trục AB. Biết $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = 3cm$, $AD = 2cm$; F là trung điểm của BC; điểm E cách AD một đoạn bằng $1cm$.



Thể tích của vật thể trang trí trên là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

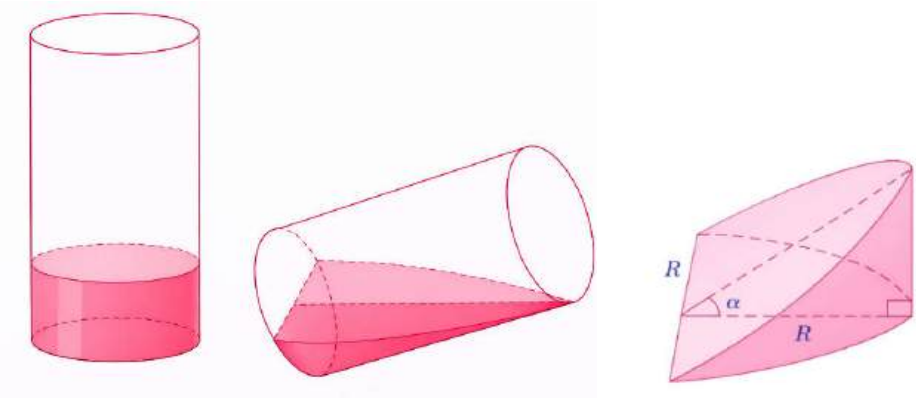
Câu 93: Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao 9 m, khoảng cách giữa hai chân cổng là 6 m. Để vận chuyển thùng hàng hình hộp chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có chiều cao $1m$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

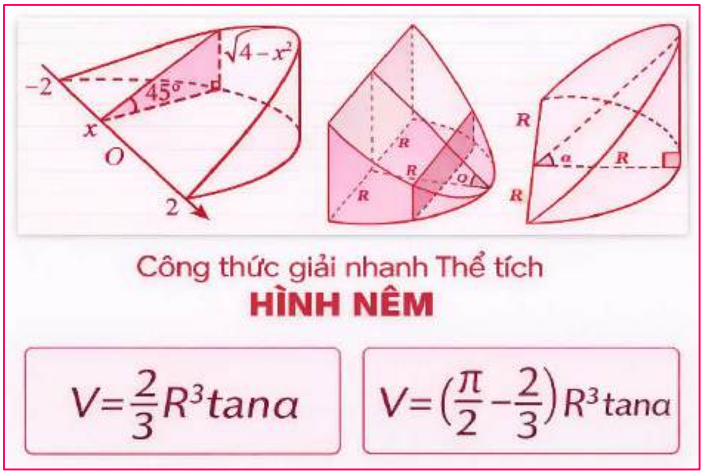
Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua được cổng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) ?

Câu 94: Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là $6\,\text{cm}$, chiều cao lòng cốc là $10\,\text{cm}$ đang đựng một lượng nước.

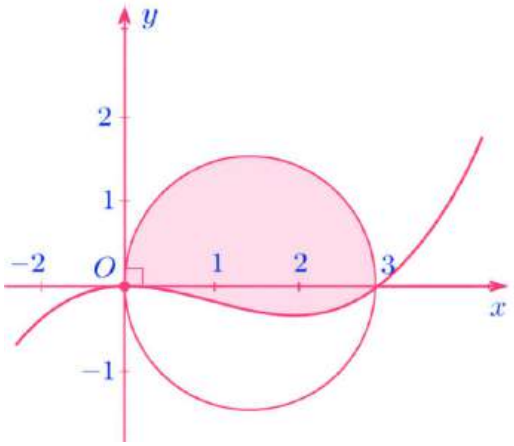


Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.

HS Chú ý:



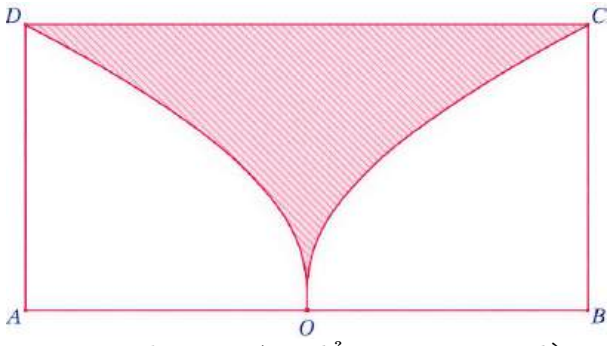
Câu 95: Một công ty thiết kế một logo có dạng hình tròn có đường kính OB. Xét trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm B có tọa độ $B\left(3;0\right)$ (đơn vị trên mỗi trục là cen-ti-mét). Bên trong hình tròn có một đường cong nối hai điểm O, B là một phần đồ thị hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)=\dfrac{1}{12}x^3+ax^2+bx+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

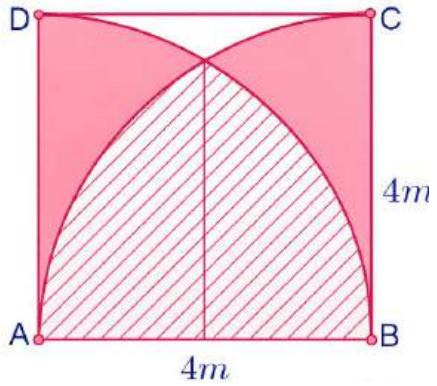
Biết rằng hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị $x=0;x=2$ (minh họa như hình bên dưới). Đường cong nối hai điểm O,B chia logo thành hai phần, phần phía trên được phủ màu với giá 4 nghìn đồng mỗi cm^2, phần phía dưới được trang trí với giá 2 nghìn đồng mỗi cm^2. Tính giá tiền (nghìn đồng) làm ra mỗi logo (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 96: Từ hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB=10$ cm và chiều rộng $BC=5$ cm; Người ta cắt bỏ miền $\left(R\right)$ được giới hạn bởi cạnh CD của hình chữ nhật và hai nửa đường Parabol có chung đỉnh là trung điểm của cạnh AB, chúng lần lượt đi qua hai đầu mút C,D của hình chữ nhật đó.



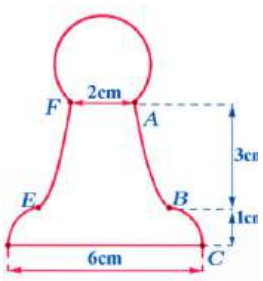
Phần còn lại cho quay quanh trục AB để tạo nên một đồ vật làm trang trí, thể tích của vật trang trí đó bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 97: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB=4\,m$. Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R=4\,m$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là 150 000 đồng/m^2, chi phí sơn phần màu hồng là 100 000 đồng/m^2 và chi phí để sơn phần còn lại là 250 000 đồng/m^2.



Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết đến hàng phần mười)?

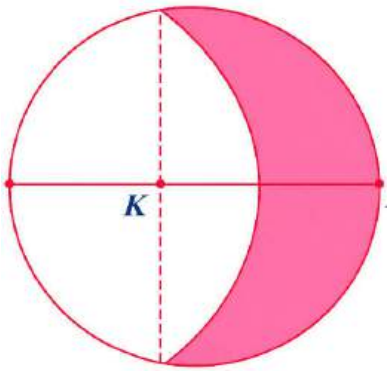
Câu 98: Mô hình của quân tốt trong bàn cờ vua là một khối tròn xoay với mặt cắt qua trục như sau: Đầu của quân cờ là một phần của hình cầu có bán kính bằng $\sqrt{2}$ (cm); đường cong AB và EF là một phần của parabol đỉnh B và đỉnh E; DE và BC là một góc phần tư của đường tròn có bán kính 1 (cm).



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Tính thể tích của mô hình quân tốt (đơn vị cm^3 và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 99: Một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng $\left(H\right)$, (phần màu hồng trong hình vẽ) quanh trục AB.



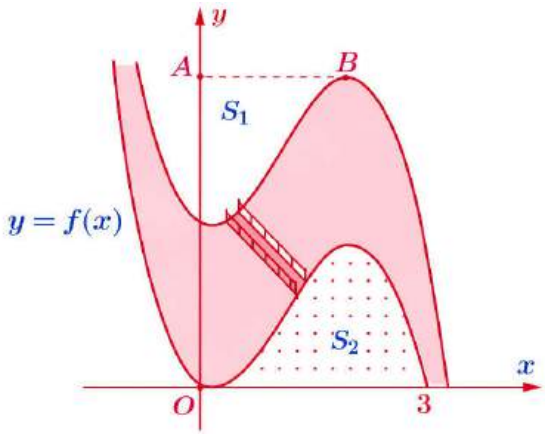
Miền $\left(H\right)$ được giới hạn bởi đường tròn đường kính AB và cung tròn tâm A. Biết $AB=8\ cm$ và điểm K trong hình vẽ thỏa mãn $AK=3\ cm$. Thể tích của khối tròn xoay đó bằng bao nhiêu cm^3 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 100: Bạn Phương thiết kế sân vườn có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là $4m\times 8m$. Sân vườn được thiết kế như hình vẽ trong đó phần không tô màu là sân chơi, trung tâm sân vườn là hình tròn bán kính $1m$ để xây bể cá và tiểu cảnh, mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần Parabol có đỉnh nằm trên trục đối xứng của mảnh sân vườn và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật $1,6m$ như hình vẽ trên.

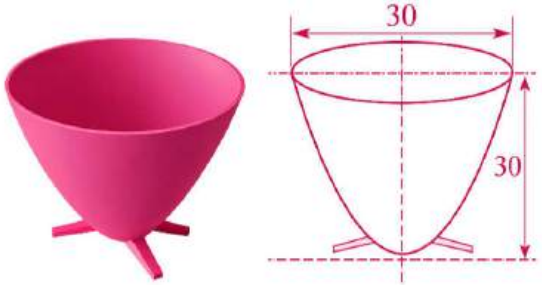
Hãy tính diện tích phần sân chơi (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 101: Hai mảnh vườn có diện tích là S_1 và S_2 được đặt trong hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên dưới, đơn vị trên mỗi trục là 10 m và nằm cạnh bên một con sông được tạo thành bởi đồ thị của hai hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=f\left(x\right)+2$. Biết rằng hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số bậc ba; $S_2-S_1=\dfrac{11}{2}$; $B\left(a;b\right)$ là một điểm cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)+2$ và AB song song với trục hoành. Người ta muốn xây một cây cầu để nối hai mạnh vườn này. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

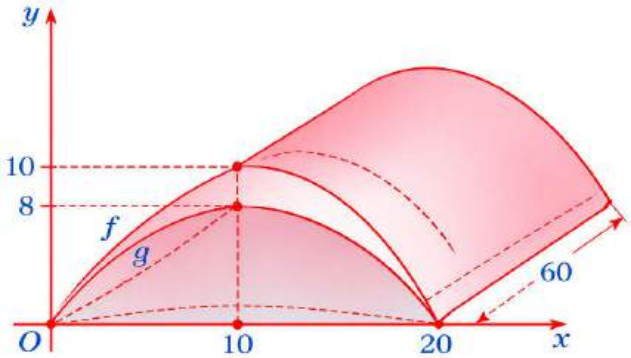


Câu 102: Một chậu cây có chiều cao là 30cm và đường kính miệng chậu là 30cm . Mặt cắt ngang của chậu cây là một đường parabol (tham khảo hình vẽ).

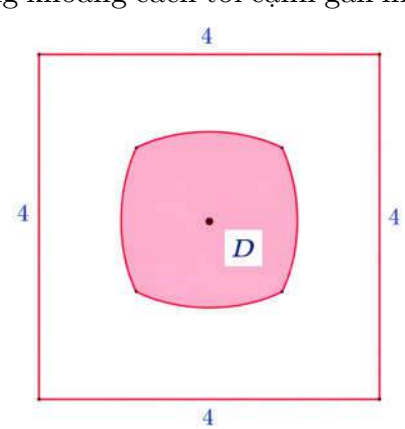


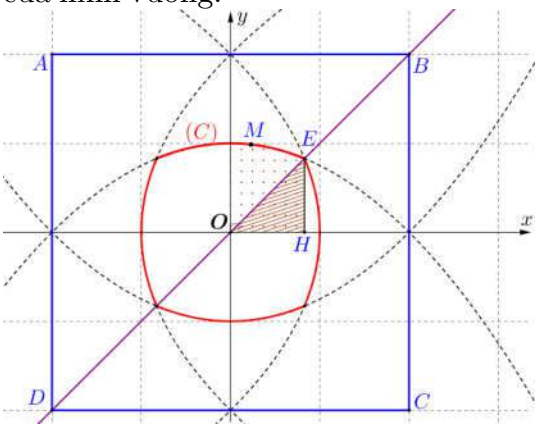
Tính thể tích của chậu cây đó (đơn vị: dm^3, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 103: Mái của một nhà thi đấu rộng 20 m và dài 60 m được kéo theo dạng vòm parabol. Hỏi thể tích không khí tăng thêm là bao nhiêu mét khối nếu chọn chiều cao đỉnh mái 10 m thay vì phương án ban đầu 8 m?



Câu 104: Hình vẽ dưới đây cho biết một miền D (được tô đậm) nằm trong hình vuông cạnh bằng 4. Miền D này gồm nhưng điểm có khoảng cách tới tâm hình vuông nhỏ hơn hoặc bằng khoảng cách tới cạnh gần nhất của hình vuông.

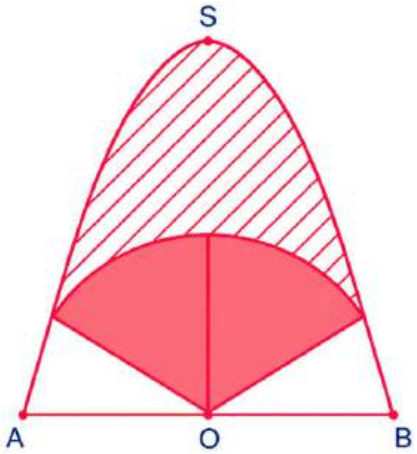




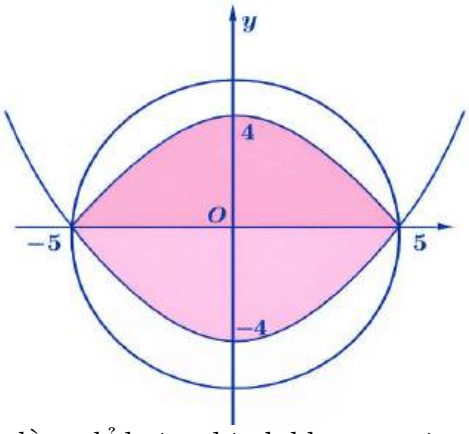
Tính diện tích miền D (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 105: Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh S như hình vẽ, biết rằng $SO = AB = 4\ m$, O là trung điểm của AB. Parabol được chia thành 3 phần để sơn ba màu khác nhau với mức chi phí: phần trên là phần kẻ sọc 140000 đồng/m^2, phần giữa là phần hình quạt tâm O có bán kính $2\ m$ được tô đậm 150000 đồng/m^2, phần còn lại 160000 đồng/m^2. Tổng chi phí để sơn cả ba phần gần nhất với số nào sau đây (làm tròn đến nghìn đồng)?



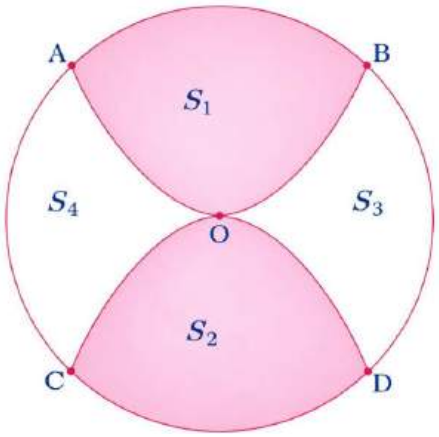
Câu 106: Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB, nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1m. Phần giới hạn bởi 2 Parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông.

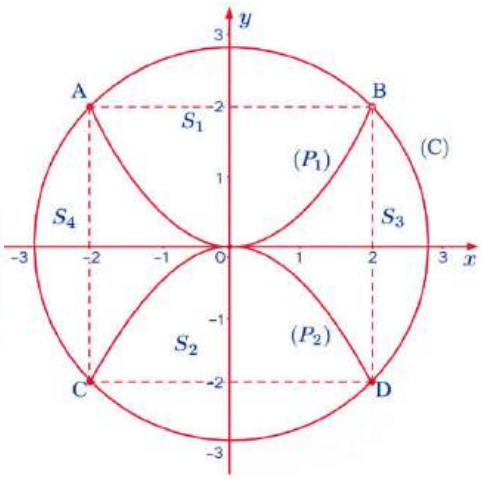


Tính tổng chi phí triệu đồng để hoàn thành khu vực này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

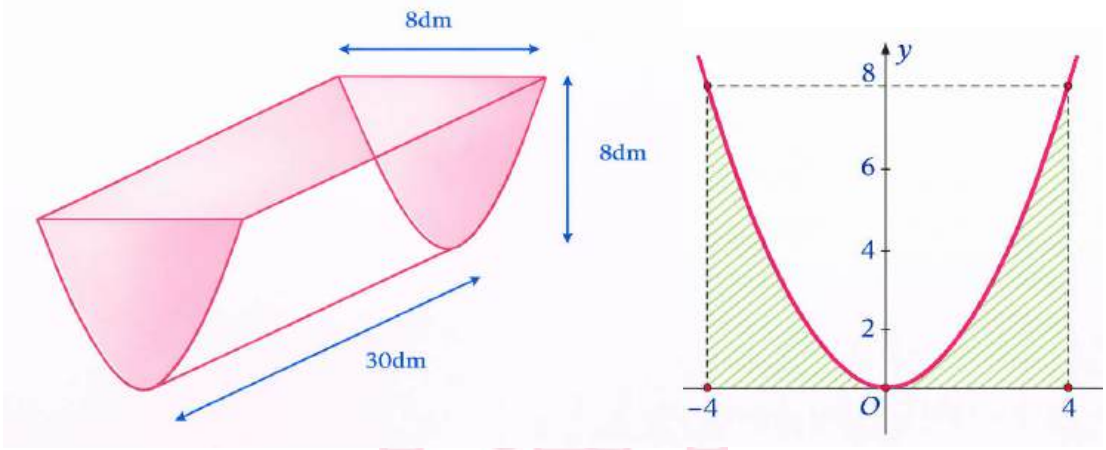
Câu 107: Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O. Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O. Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng $4m$ (như hình vẽ). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ. Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/m^2, kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/m^2. Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó (tính theo đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



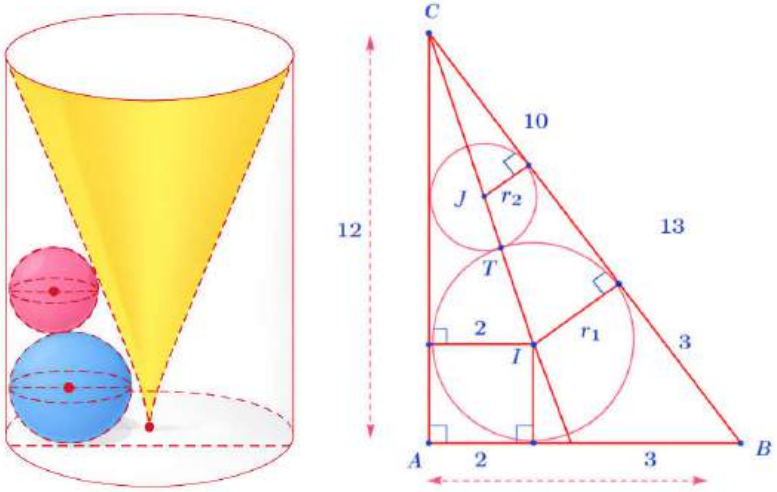


Câu 108: Một bồn nước được thiết kế với chiều cao $8\,\mathrm{d}m$, ngang $8\,\mathrm{d}m$, dài $30\ \mathrm{d}m$, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới.



Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước.

Câu 109: Người ta chế tạo một món đồ chơi trẻ em (như hình vẽ), theo các công đoạn như sau:

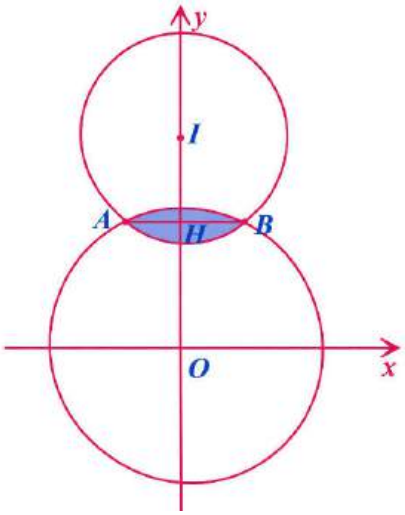


+ Bước 1: Chế tạo hình trụ tròn xoay bằng thủy tinh trong suốt, chiều cao 12 cm, bán kính đường tròn đáy 5 cm.
+ Bước 2: Đặt bên trong hình trụ một khối nón tròn xoay (phần màu vàng như hình vẽ) có đáy trùng với một đường tròn đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm đường tròn đáy còn lại của hình trụ.
+ Bước 3: Đặt vào hai quả cầu (phần màu xanh và hồng như hình vẽ), tiếp xúc với nhau, tiếp xúc với các đường sinh, mặt đáy của hình trụ và hình nón (quan sát hình vẽ).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

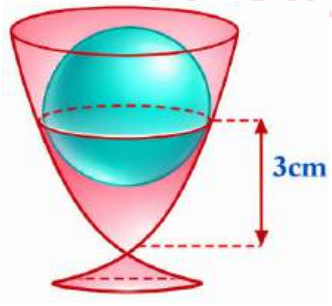
Phần còn lại bên ngoài khối nón, bên ngoài hai khối cầu và bên trong hình trụ người ta đổ đầy nước. Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ. Hỏi thể tích nước cần đổ bằng bao nhiêu (đơn vị cm^3, kết quả làm tròn tới hàng đơn vị) ?

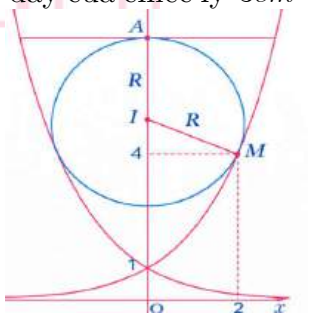
Câu 110: Người ta xây một sân khấu với mặt sân có dạng hợp của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn lần lượt là 20 mét và 15 mét. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 mét.



Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 ngàn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 ngàn đồng. Tính số tiền (tỷ đồng) làm mặt sân của sân khấu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

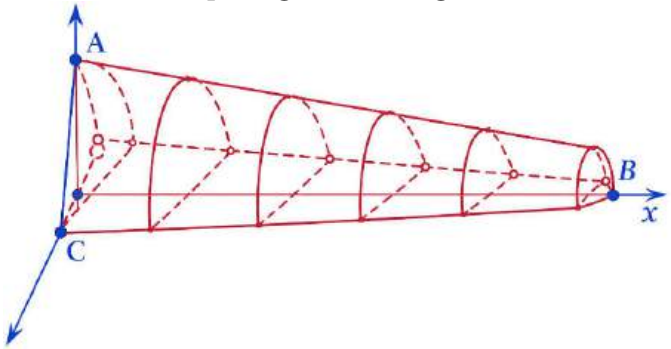
Câu 111: Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay một phần đồ thị hàm số $y = 2^x$ xung quanh trục Oy. Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết điểm tiếp xúc của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly $3cm$ (như hình vẽ).





Thể tích nước có trong ly là bao nhiêu cm^3 (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)?

Câu 112: Cho một mô hình $3D$ mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.

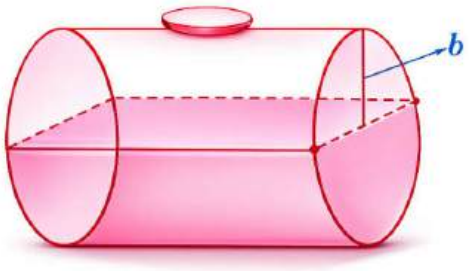


Chiều dài của đường hầm mô hình là 5cm , mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết

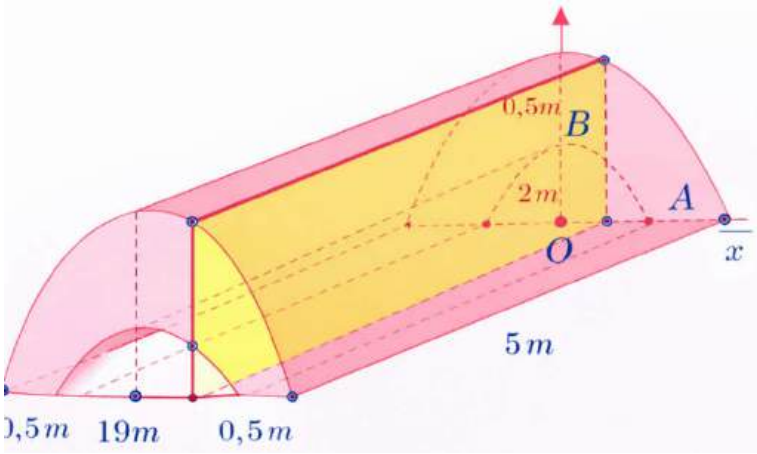
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

diện parabol cho bởi công thức $y=3-\frac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 113: Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3, kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 114: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu (đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).



Câu 115: Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là $25cm$ (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính $R=\frac{4}{9}x^3-\frac{5}{3}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{25}{36}\,(dm)$ với $x\in\left[0;\frac{5}{2}\right]$ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính theo đơn vị dm).

Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

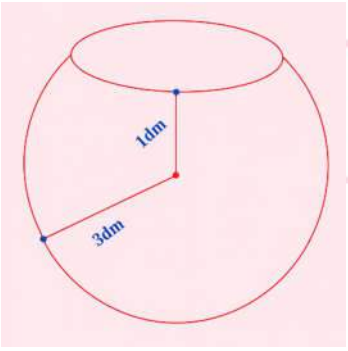
Câu 116: Một kiến trúc sư đang thiết kế mái vòm cong cho một trung tâm triển lãm nghệ thuật. Mặt cắt đứng của mái vòm có hình dáng nửa trên của một hình Elip. Hình elip này có trục

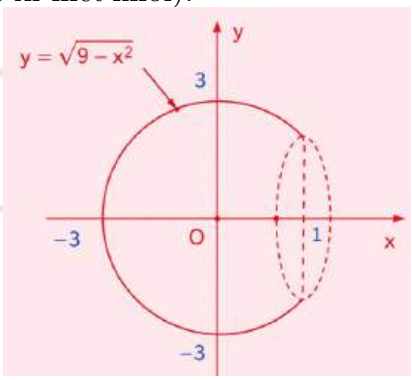
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

lớn nằm ngang. Chiều rộng của mái vòm (theo phương ngang) là 20 mét và chiều cao tối đa của mái vòm (từ đáy đến đỉnh vòm) là 8 mét.

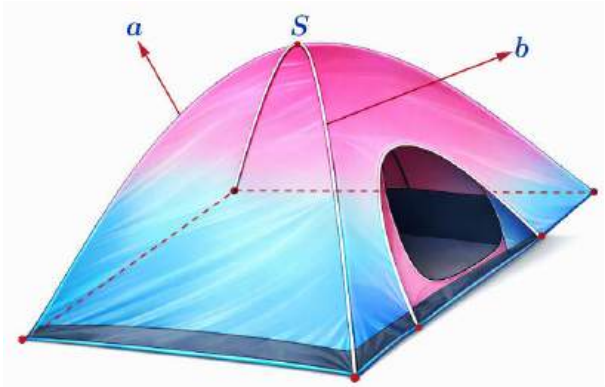
Tính thể tích không gian bên trong mái vòm (khi ta tưởng tượng mái vòm kéo dài theo chiều sâu và tạo thành một không gian ba chiều) được tạo ra bằng cách quay nửa hình elip quanh trục nằm ngang (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

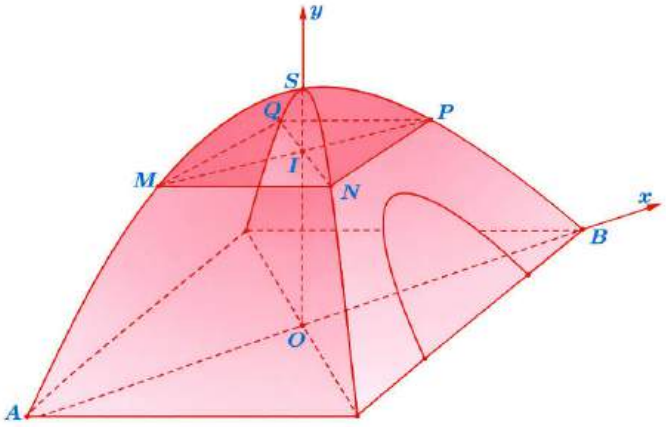
Câu 117: Một bể cá có dạng là một phần hình cầu được tạo thành khi cắt hình cầu bán kính 3 dm bằng mặt phẳng cách tâm của hình cầu 1 dm (xem hình bên dưới). Tính dung tích của bể cá (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của đề-xi-mét khối).





Câu 118: Một chiếc lều vải du lịch dùng trong các buổi cắm trại ngoài trời được minh họa như hình vẽ dưới đây. Khung chính bao gồm đáy là hình vuông cạnh bằng 2 m và hai xương dây a, b nằm trên các đường parabol đỉnh S. Biết chiều cao của lều là $SO = 135$ cm và O là tâm của đáy. Tính thể tích chiếc lều (xem độ dày của vải phủ và khung chính không đáng kể).



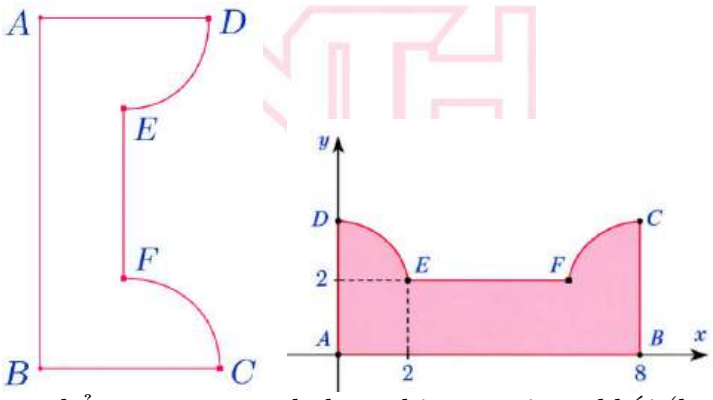


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 119: Một thùng rượu (xét phần bên trong) có 2 đáy là các hình tròn với bán kính là 30 cm, thiết diện (P) vuông góc với trục nối tâm của 2 đáy và cách đều 2 đáy có bán kính là 40 cm (bên trong), chiều cao thùng rượu là 1 m (hình vẽ).

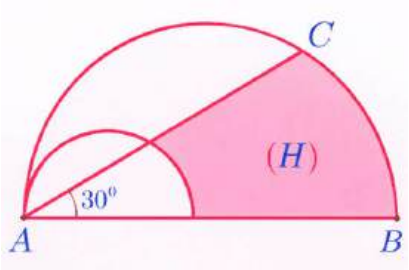
Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh (bên trong) thùng rượu theo các đường parabol có đỉnh nằm trên mặt phẳng (P), hỏi dung tích của thùng rượu (đơn vị: lít) là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 120: Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần tô đậm trong hình vẽ) quay xung quanh trục AB. Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AD, AB, BC, EF và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 2 cm với tâm lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = 8\,\text{cm}$, $AD = 4\,\text{cm}$; điểm E cách AD một đoạn bằng $2\,\text{cm}$; điểm F cách BC một đoạn bằng $2\,\text{cm}$.



Thể tích của vật thể trang trí trên là bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

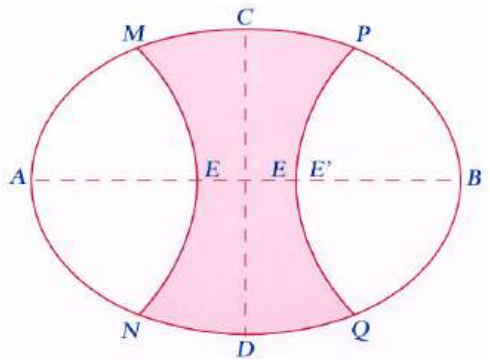
Câu 121: Cho các nửa đường tròn như hình vẽ sau, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC} = 30°$.



Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.

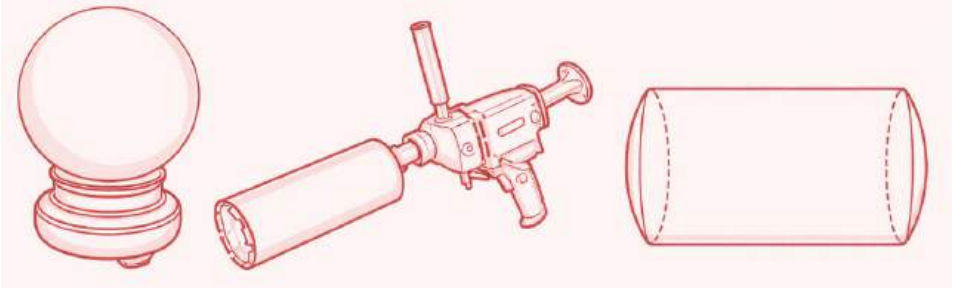
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 122: Vườn hoa của một trường học có hình dạng được giới hạn bởi một đường elip có bốn đỉnh A,B,C,D và hai đường Parabol có các đỉnh lần lượt là E,F (phần tô đậm của hình vẽ). Hai đường Parabol có cùng trục đối xứng AB, đối xứng nhau qua trục CD, hai Parabol cắt elip tại các điểm M,N,P,Q.



Biết $AB=8m, CD=6m, MN=PQ=3\sqrt{3}\,m, EF=2m$. Chi phí để trồng hoa trên vườn là $300.000\,/\,m^2$. Hỏi số tiền trồng hoa cho cả vườn là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 123: Từ một quả cầu bằng đá trắng sứ bán kính bằng 1 dm, người ta khoan rút lõi ngay "chính giữa" quả cầu (trục đối xứng của lõi và quả cầu trùng nhau) như hình sau với đường kính mũi khoan là 1 dm được một vật thể có thể tích V là bao nhiêu dm^3 (bỏ qua độ dày mũi khoan và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy) ?



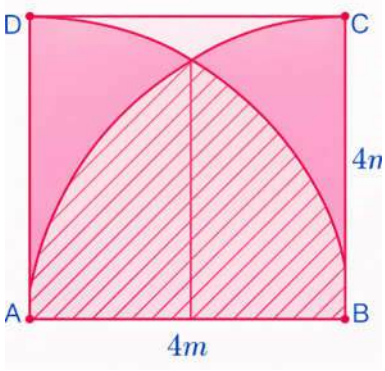
Câu 124: Người ta cần thiết kế đoạn một cây cầu cong nối giữa hai điểm A và B trên hai bờ sông sao cho cây cầu này có hình dạng thẩm mỹ và ổn định. Để mô phỏng hình dáng của cây cầu, người ta sử dụng một hàm bậc ba.

Trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị: feet). Bằng cách đo đạc tại thực địa, ta xác định được đường cong của cây cầu đi qua hai điểm có toạ độ lần lượt là $A\left(-1200;80\right)$; $B\left(1200;60\right)$ và điểm

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

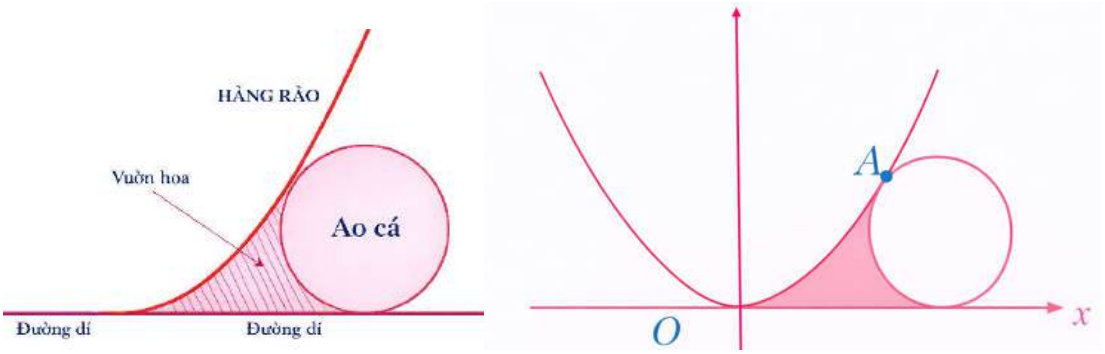
giữa cây cầu (tại $x=0$) có độ cao là 200 feet. Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet (hình vẽ). Tính tổng chi phí xây dựng cây cầu dựa trên diện tích bề mặt của cây cầu (đơn vị: triệu USD), biết chi phí xây dựng là 100 USD cho mỗi feet vuông của mặt cầu (diện tích bề mặt của cây cầu được xác định là diện tích của phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=-1200; x=1200$).

Câu 125: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB=4\text{m}$. Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R=4\text{m}$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là 150 000 đồng/m^2, chi phí sơn phần màu đen là 100 000 đồng/ m^2 và chi phí để sơn phần còn lại là 250 000 đồng/m^2.



Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên (đơn vị: triệu đồng và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)?

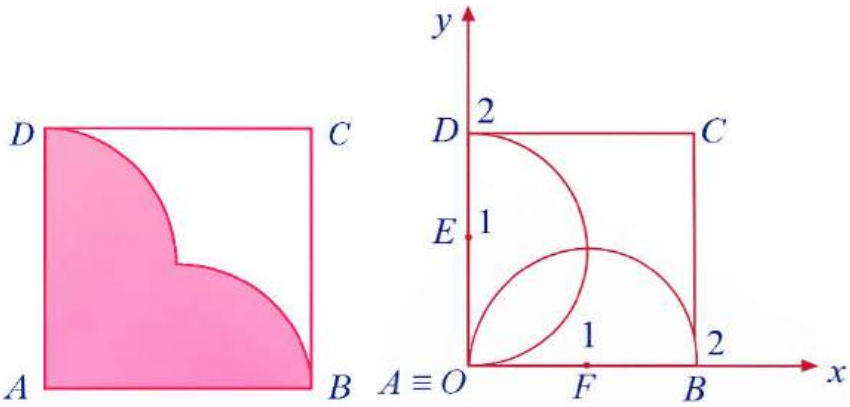
Câu 126: Một mảnh vườn hoa nhỏ, đã được đo đạt như sau: Đường đi lát gạch chạy thẳng, lấy làm ranh dưới của mảnh vườn, hàng rào uốn cong có dạng là đồ thị parabol $y=x^2$, biết đồ thị parabol này tiếp xúc với đường đi tại đỉnh của nó. Ao cá có dạng là một hình tròn bán kính bằng 0,5 mét tiếp xúc với đường đi đồng thời có chung một điểm duy nhất với hàng rào. Khu vực vườn hoa nằm giữa hàng rào, lối đi và ao cá (phần gạch sọc trong hình minh họa).



Hỏi diện tích mảnh vườn hoa đó bằng bao nhiêu mét vuông (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần mười) ?

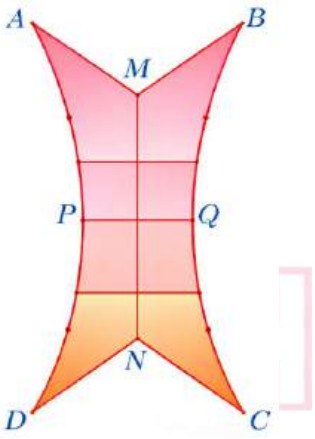
Câu 127: Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) quanh trục AB. Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AB.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Tính thể tích của vật trang trí đó. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 128: Một mô hình khối tròn xoay có trục là đường thẳng MN, khi ta cắt khối tròn xoay đó bởi một mặt phẳng đi qua trục của khối tròn xoay thì ta được mặt cắt có dạng như hình vẽ dưới đây:

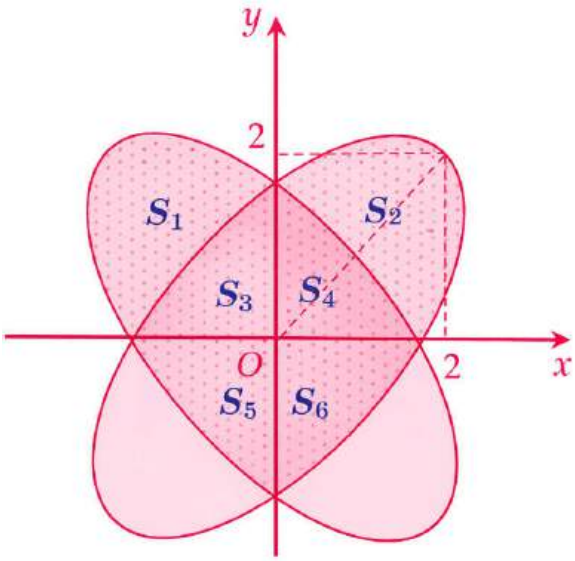


Biết $MN = 20\,\text{cm}$, $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 16\text{cm}$, $AD = 32\text{cm}$, hai cung APD và BQC là một phần của các đường parabol với đỉnh lần lượt là P, Q và $PQ = 8\,\text{cm}$.

Tính thể tích của mô hình đó theo đơn vị cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 129: Bạn Hoa vừa mê học toán, vừa mê một bạn nam lớp bên cạnh. Ngày sinh nhật Hoa thì bạn nam ấy đã tặng cho Hoa một tờ giấy, trong đó có vẽ hai hình elip ghép lại tạo ra hình trái tim rất đẹp. Phần hai cánh có diện tích S_1, S_2 được tô màu vàng, phần có diện tích S_3, S_4, S_5, S_6 được tô màu đỏ. Hoa vui vẻ đón nhận "món quà" nhưng sau đó lại tỏ ra khó hiểu.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Một người bạn đã tư vấn cho Hoa rằng màu đỏ tượng trưng cho tình yêu, màu vàng lại tượng trưng cho tình bạn, bây giờ chỉ còn cách tính tỉ số $\dfrac{S_3+S_4+S_5+S_6}{S_1+S_2}$ bằng bao nhiêu mới biết Crush thực sự có tình cảm với Hoa hay chỉ xem Hoa là bạn, các em hay tính giúp bạn Hoa tỉ số trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm); biết rằng khoảng cách từ O đến giao điểm hai elip bằng $1{,}8\,\text{cm}$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 21

XÁC SUẤT VÀ XÁC SUẤT ĐIỀU KIỆN

NGUYỄN TIẾN HÀ

K12 – CHỦ ĐỀ 21

§21. BÀI TOÁN XÁC SUẤT MỨC VẬN DỤNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

XÁC SUẤT ĐIỀU KIỆN

1. Xác suất điều kiện: $P\left(A\middle|B\right)=\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}$

2. Công thức nhân xác suất: $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right).P\left(A\middle|B\right)=P\left(B\right).P\left(A\middle|B\right)$

3. Công thức xác suất toàn phần: $P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)$ hoặc

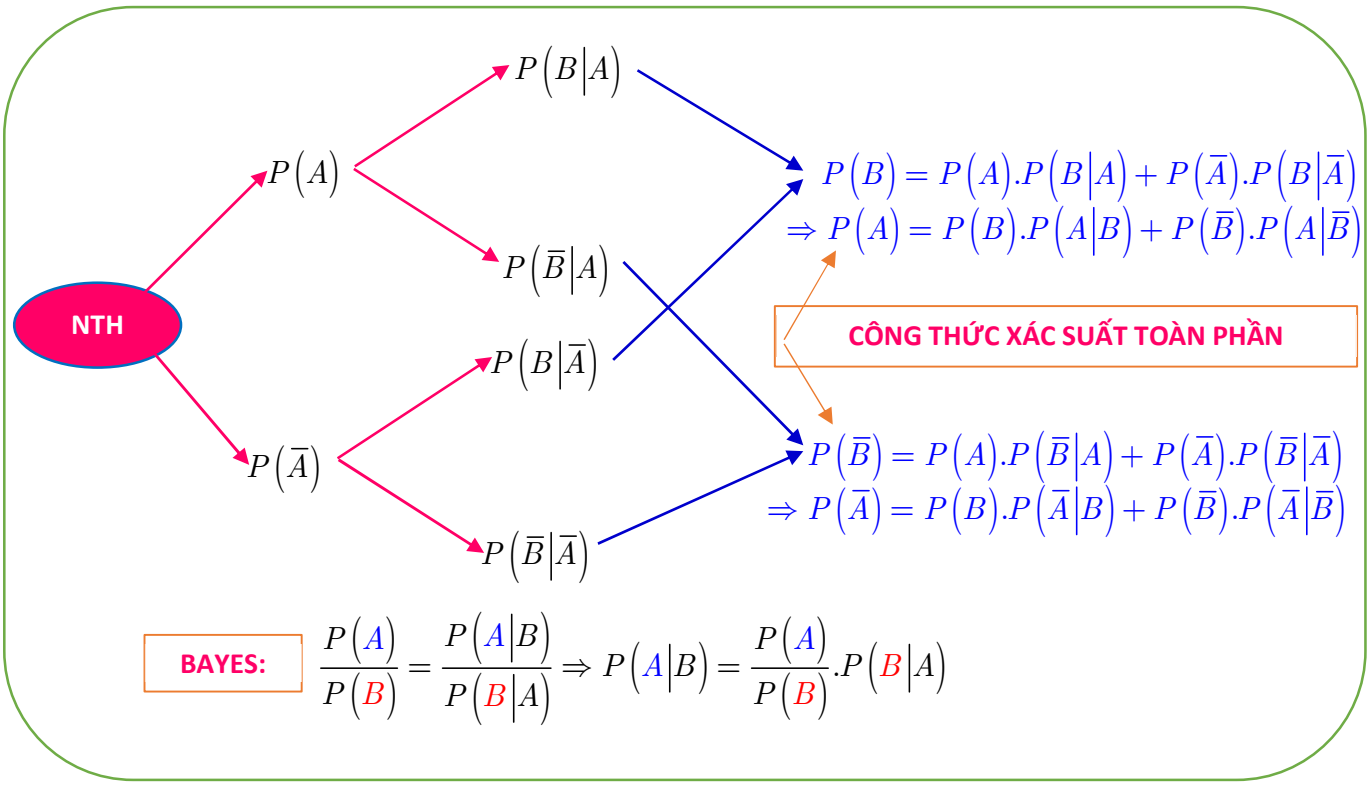
$$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid\overline{A}\right)$$

4. Công thức Bayes:

$$P\left(B\mid A\right)=\frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(A\right)} \text{ hoặc } P\left(B\mid A\right)=\frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)}$$

CÂY CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN & CÔNG THỨC BAYES

NGUYỄN TIẾN HÀ



B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẢ LỜI NGẮN XÁC SUẤT

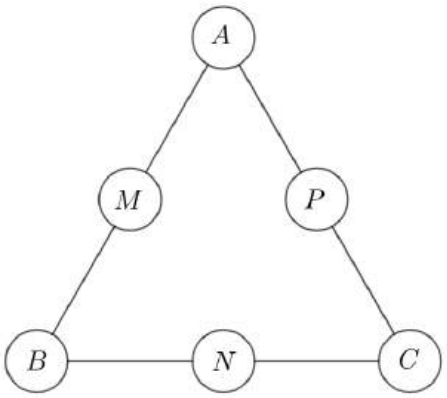
Câu 1: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Có bốn ngăn được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4 và tám quyển sách khác nhau. Bạn An xếp hết tám quyển sách nói trên vào bốn ngăn đó sao cho mỗi ngăn có ít nhất một quyển sách và các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng ngang với gáy sách quay ra ngoài ở mỗi ngăn. Khi đã xếp xong tám quyển sách, hai cách xếp của bạn An được gọi là giống nhau nếu chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây:

+ Với từng ngăn, số lượng quyển sách ở ngăn đó là như nhau trong cả hai cách xếp;

+ Với từng ngăn, thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách được xếp là như nhau trong cả hai cách xếp.

Gọi T là số cách xếp đôi một khác nhau của bạn An. Giá trị của $\dfrac{T}{600}$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: **(Đề TN.THPT 2025 BGD - MĐ 0102)** Bạn Nam tham gia cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chọn ra sáu số từ tập $S=\{21;22;23;24;25;26;27;28;29\}$ và sắp xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A,B,C,D,M,N,P như hình bên dưới sao cho mỗi vị trí chỉ được sắp xếp một số.



Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí $(A,M,B);(B,N,C);(C,P,A)$ tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Gọi xác xuất bạn Nam giải được mật thư ở lần chọn và xếp đó là a. Giá trị $\dfrac{2}{a}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi set là $0,4$. Tính xác suất An thắng chung cuộc.

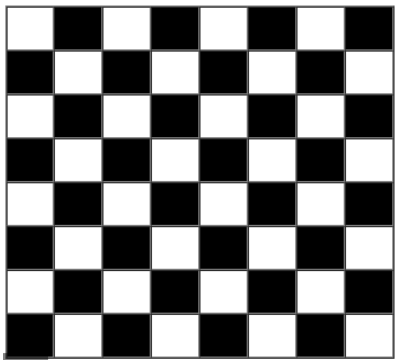
Câu 4: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S. Tính xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ.

Câu 5: Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 20. Bạn Ngọc rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi A là biến cố ''Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9'' và B là biến cố ''Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15''. Tính xác suất của biến cố AB.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 6: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Lấy ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất sao cho lấy được số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$.

Câu 7: Một bàn cờ vua gồm $8\,\text{x}\,8$ ô vuông, mỗi ô vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô hình chữ nhật,.Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Khi đó $T=3a+b$ bằng bao nhiêu?



Câu 8: Có hai người gọi điện thoại đến hai số điện thoại khác nhau nhưng đều quên mất chữ số cuối. Họ đều thử ngẫu nhiên các chữ số từ 0 đến 9 và không lặp lại các số đã thử. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người đó gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần.

Câu 9: Trong lớp chuyên Toán trường Chuyên Lam Sơn có 36 bàn học cá nhân , được xếp thành 4 hàng và 9 cột . Biết sĩ số học sinh của lớp là 35 . Sau học kì I, thầy chủ nhiệm xếp lại chỗ ngồi cho các bạn học sinh trong lớp. Giả sử trước thời điểm chuyển chỗ bạn ngồi ở hàng thứ m , cột thứ n và sau khi chuyển chỗ bạn đó sẽ ngồi ở hàng thứ a_m , cột thứ a_n thì ta gán cho bạn đó số nguyên là $\left(a_m+a_n\right)-\left(m+n\right)$. Nếu ban đầu bàn trống ở vị trí $\left(1;1\right)$, sau khi chuyển chỗ bàn trống ở vị trí $\left(2;5\right)$ thì tổng của 35 số nguyên được gán cho 35 bạn là bao nhiêu?

Câu 10: Đổ tam hưởng là trò chơi dân gian có thưởng trong ngày Tết xưa ở một số địa phương. Trong trò chơi này, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất và người chơi thắng cuộc nếu trong ba con súc sắc có ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm. Biết rằng xác suất để trong 4 ván, người chơi thắng ít nhất 3 ván là $\frac{a}{b}$. Khi đó $b-650a$ bằng bao nhiêu?

Câu 11: Một hộp chứa 5 bi màu xanh và 10 bi màu đỏ, lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tính xác suất để lấy được đúng một bi màu xanh.

Câu 12: Có hai hộp đựng bóng. Hộp thứ nhất có 10 quả bóng được đánh số từ 1 đến 10. Hộp thứ hai có 12 quả bóng được đánh số từ 1 đến 12. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một quả. Xác suất để hai quả bóng lấy được không có quả nào ghi số 4 hoặc ghi số 6 là $\frac{a}{b};a,b\in\mathbb{Z}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $\left[10;99\right]$. Tính xác suất để chọn được một số lẻ hoặc số chia hết cho 5.

Câu 14: Một nhóm gồm 3 học sinh lớp 10, 3 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngồi vào một hàng có 9 ghế, mỗi học sinh 1 ghế. Tính xác suất để 3 học sinh lớp 10 không ngồi 3 ghế liền nhau.

Câu 15: Hai bạn Nga và Nhung chơi trò tung xúc xắc. Mỗi bạn tung 1 con xúc xắc 3 lần, ai có tổng số chấm 3 lần gieo lớn hơn thì thắng. Nga chơi trước và được 14 chấm. Khi đó, xác suất để Nhung thắng Nga là $\frac{a}{b}$. Tính $a+b$.

Câu 16: Trong một chiếc hộp có 30 viên bi có cùng kích thước và khối lượng, trong đó có 6 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh, 8 viên bi màu vàng và 9 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Xác suất để 3 viên bi lấy ra có đúng hai màu bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 17: Cho tập $E=\left\{1,\,2,\,3,4,\,5,\,6\right\}$. Ba học sinh Đức, Hoàng và Kiên mỗi bạn độc lập với hai người kia viết ngẫu nhiên ra một tập con của E có đúng 2 phần tử. Tính xác suất để ba tập hợp được viết ra có đúng một phần tử thuộc cả ba tập đó được kết quả $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của $T=a+b$.

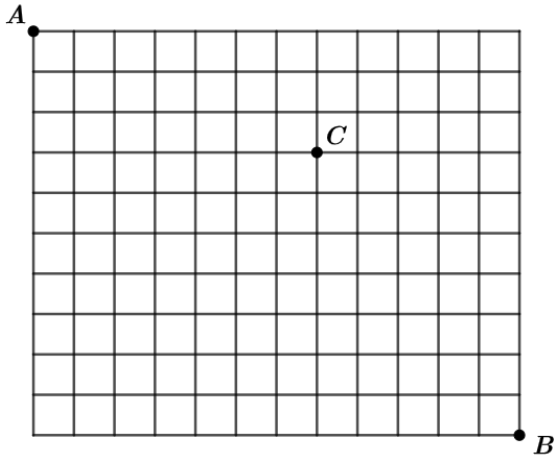
Câu 18: Trong đợt kiểm tra cuối học kì I lớp 12 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 80% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 90% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y. Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất để có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.

Câu 19: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu.

Câu 20: Một chiếc máy có 3 động cơ I, II và III chạy độc lập nhau. Khả năng để động cơ I, II và III hoạt động tốt trong ngày lần lượt là 70%, 80% và 85%. Xác suất để có ít nhất 1 động cơ chạy tốt trong ngày là bao nhiêu phần trăm?

Câu 21: Mạng lưới giao thông trong một thành phố được bố trí dạng lưới hình chữ nhật kích thước 10×12 như hình vẽ dưới đây. Lần đầu đến thành phố, anh Nam muốn đi từ điểm A đến điểm B. Biết rằng tại các điểm giao nhau, anh Nam luôn chọn ngẫu nhiên một trong các hướng đi để quãng đường đi từ A đến B là ngắn nhất. Xác suất để anh Nam không đi qua điểm giao ở vị trí C là bao nhiêu ?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Câu 22: Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Gọi S là tập các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất số được chọn có tích các chữ số bằng 2520 là $\frac{a}{b}$. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 23: Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để bốn số được chọn lập thành một cấp số nhân có công bội nguyên là $\frac{a}{b}$. Khi đó hãy làm tròn đến hàng đơn vị số $\frac{10^5 a}{b}$.

Câu 24: Một thùng sách có 5 quyển sách Toán, 7 quyển sách Vật lí và 4 quyển sách Hóa. Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách, tính xác suất để 3 cuốn sách được chọn không cùng một loại.

Câu 25: Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tài thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng là $P=\frac{a}{b}$, $(a,b\in\mathbb{N}^*;\ a,b$ nguyên tố cùng nhau). Tính a^2+b?

Câu 26: Một công ty xây dựng đấu thầu ba dự án X, Y và Z. Xác suất để ba dự án X, Y và Z trúng thầu tương ứng là a, b và $0,8$ $(a>b)$.Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự bán trúng thầu là $0,964$ và xác suất để cả ba dự án đều trúng thầu là $0,224$. Giả sử việc trúng thầu của ba dự án X, Y và Z là độc lập với nhau. Tính $2a+b$.

Câu 27: Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Bạn An giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được $0,5$ điểm, trả lời sai không bị trừ điểm. Xác suất để An đạt được 8 điểm là p. Khi đó, $100p$ bằng bao nhiêu?

Câu 28: Phòng thí nghiệm B được giao làm hai thí nghiệm độc lập. Xác suất thành công trong từng thí nghiệm là 0,7. Phòng thành công ít nhất một thí nghiệm được coi là hoàn thành nhiệm vụ. Tính xác suất để phòng thí nghiệm B hoàn thành nhiệm vụ.

Câu 29: Một nhóm gồm n học sinh có tên gọi khác nhau, trong đó có 3 học sinh là An, Bình, Cường. Khi xếp tùy ý n học sinh này vào một dãy ghế theo hàng dọc được đánh số thứ tự,

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

từ 1 đến n . Xác suất để số ghi trên ghế ngồi của An bằng trung bình cộng số ghi trên ghế ngồi của Bình và Cường là $\frac{7}{195}$. Tìm giá trị của n ?

Câu 30: Một tổ hợp máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập nhau, xác suất động cơ I hoạt động được là $0,92$. Tổ hợp máy chạy được nếu ít nhất một động cơ hoạt động. Biết xác suất để tổ hợp máy chạy được là $0,996$, tính xác suất để động cơ II hoạt động được.

Câu 31: Có hai lô hàng. Lô 1 có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2 có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm.

Câu 32: Một hộp chứa 5 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 5, 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6, 7 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 7. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Gọi p là xác suất 3 viên bi lấy được vừa khác màu vừa khác số. Tính $8160p$.

Câu 33: Cho các chữ số $0;2;3;4;5;7;8$. Từ các chữ số đó có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 20 và luôn xuất hiện chữ số 4.

Câu 34: Bạn Thuận có một danh sách gồm 6 bài hát khác nhau, các bài hát được phát theo thứ tự từ trên xuống. Lần đầu, khi nghe xong bài hát thứ ba trong danh sách, bạn ấy xáo trộn ngẫu nhiên danh sách phát của mình và sau đó nghe 3 bài hát đầu tiên trong danh sách mới. Tính xác suất để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe.

Câu 35: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;\ldots;100\}$. Gọi S là tập tất cả các tập con của tập hợp A mà mỗi tập con này có ba phần tử và có tổng 3 phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S. Khi đó xác suất để chọn ra phần tử của tập S có ba số lập thành một cấp số nhân với công bội q là số nguyên dương là $\frac{m}{n}$ với m,n là các số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Câu 36: Kì thi tốt nghiệp THPT năm 2025 dự kiến thi ba buổi. Ngày đầu thi chung Văn và Toán, buổi thứ ba tổ chức thi tất cả các môn còn lại theo đúng hai khung giờ. Bạn Hiền và bạn Hòa thi chung một phòng thi nhưng thuộc hai nhóm môn khác nhau. Bạn Hiền học nhóm môn còn Bạn Hòa học nhóm môn . Mỗi bạn chọn ngẫu nhiên theo thứ tự 2 môn trong nhóm môn mình học để thi. Xác suất để bạn Hiền và bạn Hòa thi buổi thứ ba trùng đúng một môn thi trong cùng một khung giờ bằng: $\frac{a}{b}$. Tính $a+b$.

Câu 37: Một túi chứa 10 tấm thẻ đỏ và 6 thẻ xanh. Bạn Nam rút ngẫu nhiên từ trong túi ra 3 thẻ. Giả sử rút mỗi tấm thẻ xanh thì được 8 điểm và rút mỗi tấm thẻ đỏ thì được 5 điểm. Tính xác suất để bạn Nam được 18 điểm.

Câu 38: Một vận động viên bắn súng bắn ba viên đạn vào bia. Xác suất để trúng cả ba viên vòng 10 là $0,008$. Xác suất để một viên trúng vòng 8 là $0,15$ và xác suất để một viên trúng vòng dưới 8 là $0,4$. Biết rằng các lần bắn là độc lập với nhau. Tính xác suất để vận động viên đó đạt được ít nhất 28 điểm trong ba lần bắn.

Câu 39: Trong giải Billiards carom ba băng cá nhân vô định thế giới lần thứ 76 năm 2024 tổ chức tại Bình Thuận, bốn cơ thủ T, D, E, C đã gianh quyền vào bán kết. Bốn cơ thủ đang

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

tiếp tục hành trình chinh phục vị trí cao nhất. Trận bán kết 1, cơ thủ T sẽ tranh tài với cơ thủ D. Trận bán kết 2 cơ thủ E sẽ tranh tài cùng cơ thủ C. Trong trận chung kết, cơ thủ giành chiến thắng ở trận bán kết 1 sẽ tranh tài với cơ thủ giành chiến thắng ở trận bán kết 2, cơ thủ giành chiến thắng ở trận chung kết này được gọi là NHÀ VÔ ĐỊCH.

Gọi m_X là số điểm hiện có của cơ thủ X $\left(X \in \left\{T;D;E;C\right\}\right)$ theo cách tính điểm của Liên đoàn Bi-a thế giới – UMB. Nếu cớ thủ X tranh tài với cơ thủ Y $\left(X,Y \in \left\{T;D;E;C\right\}\right)$ thì xác suất để cơ thủ X giành chiến thắng là $\dfrac{m_X}{m_X+m_Y}$. Tính xác suất để cơ thủ T trở thành NHÀ VÔ ĐỊCH; biết rằng $m_T=246$, $m_D=426$, $m_E=287$, $m_C=352$.

Câu 40: Một thầy giáo có 16 cuốn sách khác nhau gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lý và 7 cuốn sách Hóa. Thầy lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách để tặng cho học sinh. Tính xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả ba môn.

Câu 41: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số mà tổng tất cả các chữ số của số đó bằng 7.

Câu 42: Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng.

Câu 43: Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên phiếu bốc được chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là người đầu tiên bốc thăm, xác suất để Hoa trúng thưởng là $\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S=b-a$

Câu 44: Có 8 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 11 học sinh đó sao cho không có 2 học sinh nào lớp 12 đứng cạnh nhau bằng $\dfrac{a}{b}$. Khi đó $a+2b$ bằng bao nhiêu?

Câu 45: Bảng bên dưới cho kết quả khảo sát một nhóm gồm 300 người liên quan đến mức thu nhập và loại quán ăn mà họ yêu thích.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Thu nhập	Loại quán ăn			Tổng
	Ăn ở quán Dimsum	Ăn ở quán nướng	Ăn ở quán lẩu	
Dưới 100 triệu đồng	10	40	70	120
Từ 100 triệu đồng đến 200 triệu đồng	14	36	50	100
Trên 200 triệu đồng	28	28	24	80
Tổng	52	104	144	300

Chọn một người ngẫu nhiên trong nhóm khảo sát. Tính xác suất để người được chọn có thu nhập từ 100 triệu đồng đến 200 triệu đồng hoặc thích ăn ở quán lẩu.

Câu 46: Trong một giải thi đấu bóng chuyền, đội bóng chuyền của Hà Nội sẽ thi đấu hai trận. Trận thứ nhất đội bóng chuyền Hà Nội có xác suất thắng là $0,6$. Trận tiếp theo, xác suất chiến thắng của họ phụ thuộc vào kết quả của trận trước. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận trước thì họ sẽ hưng phấn và xác suất để họ thắng là $0,7$. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thua trận trước thì họ sẽ mất tinh thần và xác suất để họ thắng là $0,5$. Tính xác suất để đội bóng chuyền Hà Nội thắng trận thứ hai.

Câu 47: Có hai cái hộp đựng tất cả 15 viên bi, các viên bi chỉ có 2 màu đen và trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 viên bi. Biết số bi ở hộp 1 nhiều hơn hộp 2, số bi đen ở hộp 1 nhiều hơn số bi đen ở hộp 2 và xác suất để lấy được 2 viên đen là $\dfrac{5}{28}$. Tính xác suất để lấy được 2 viên trắng.

Câu 48: Phỏng vấn 30 học sinh lớp $11A$ về môn thể thao yêu thích thu được kết quả: Có 19 bạn thích môn bóng đá, 17 bạn thích môn bóng bàn và 15 bạn thích cả hai môn đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh đã phỏng vấn. Tính xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn bóng đá hoặc bóng bàn.

Câu 49: Kì thi tốt nghiệp THPT năm 2025 dự kiến thi ba buổi. Ngày đầu thi chung Văn và Toán, buổi thứ ba tổ chức thi tất cả các môn còn lại theo đúng hai khung giờ. Bạn Hiền và bạn Hòa thi chung một phòng thi nhưng thuộc hai nhóm môn khác nhau. Bạn Hiền học nhóm môn còn Bạn Hòa học nhóm môn . Mỗi bạn chọn ngẫu nhiên theo thứ tự 2 môn trong nhóm môn mình học để thi. Xác suất để bạn Hiền và bạn Hòa thi buổi thứ ba trùng đúng một môn thi trong cùng một khung giờ bằng: $\dfrac{a}{b}$. Tính $a+b$.

Câu 50: Trong truyện cổ tích "Cây tre trăm đốt", khi không vác được cây tre dài đến 100 đốt về nhà, anh Khoai ngồi khóc. Bụt hiện lên, bày cho anh một cách hay: "Con hãy đọc câu thần chú "xác suất, xác suất" thì cây tre sẽ phân tách thành nhiều thanh nhỏ để con có thể mang được về nhà". Biết rằng sau mỗi câu thần chú như thế thì cây tre 100 đốt được tách ra một cách ngẫu nhiên thành các đoạn ngắn có chiều dài 2 đốt và 5 đốt . Tính xác suất để số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đơn vị.

Câu 51: Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp $12A$ có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu phần trăm?

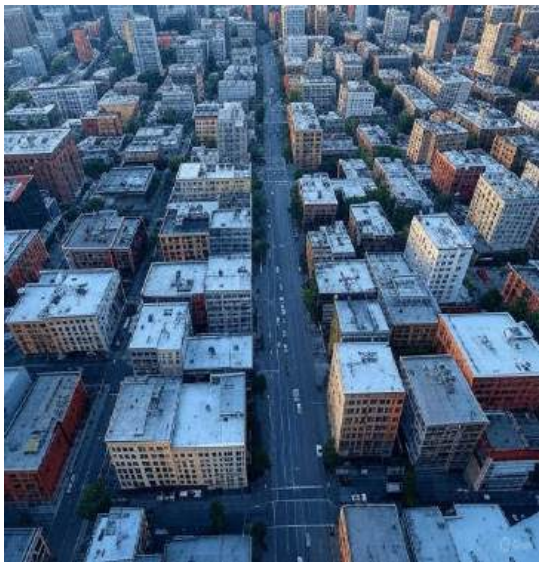
Câu 52: Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác . Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Tỉnh xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau.

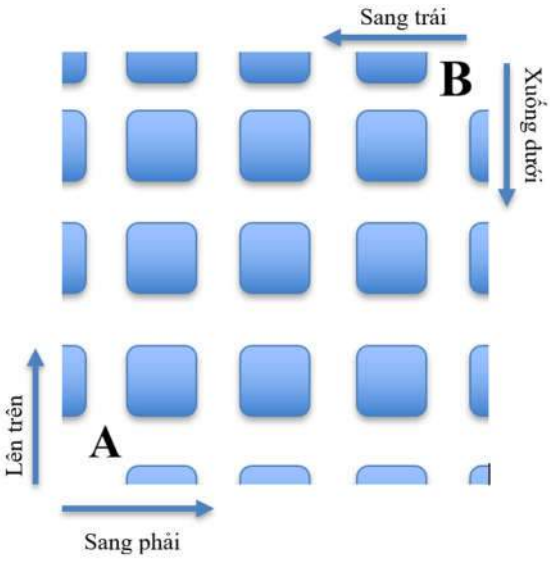
Câu 53: Bạn Minh có 3 cái hộp giống nhau và 12 viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Mỗi cái hộp có thể chứa tối đa 12 viên bi. Minh bỏ ngẫu nhiên 12 viên bi vào 3 cái hộp, sao cho hộp nào cũng có ít nhất 3 viên bi. Xác suất để Minh bỏ 12 viên bi vào 3 hộp sao cho mỗi hộp đều có 4 viên bi bằng bao nhiêu?

Câu 54: Bạn Tiến làm một bài kiểm tra gồm 20 câu hỏi trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời và chỉ có một phương án đúng, trả lời đúng mỗi câu được 0,5 điểm. Bạn ấy đã làm đúng 12 câu, trong những câu còn lại có 2 câu bạn ấy đã loại được một phương án sai. Do quá sát giờ nộp bài nên bạn ấy đã trả lời bằng cách chọn ngẫu nhiên. Gọi P là xác suất để bạn Tiến được 9 điểm. Tính $1000P$.

Câu 55: Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi.

Câu 56: Hai rô bốt giao hàng tự động giống nhau cùng xuất phát từ các vị trí A và B của một khu đô thị được quy hoạch ô bàn cờ . Mỗi tuyến phố trong khu đô thị coi như một cạnh của một hình vuông. Rô bốt xuất phát từ vị trí A chỉ có thể di chuyển sang phải hoặc lên trên, rô bốt xuất phát từ vị trí B chỉ có thể di chuyển sang trái hoặc xuống dưới . Hai rô bốt đều di chuyển đến điểm xuất phát của nhau. Biết rằng tốc độ di chuyển của hai rô bốt là như nhau, xác suất để hai rô bốt gặp nhau tại một điểm nào đó trong hành trình của mình bằng bao nhiêu ?





NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 57: Giả sử một hộp chứa 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng . Lấy ngẫu nhiên từng quả bóng ra khỏi hộp cho đến khi hết bóng. Tính xác suất để lấy được tất cả 4 quả bóng đỏ trước khi lấy được 3 quả bóng trắng là bao nhiêu?

Câu 58: Có 25 cặp vận động viên tham gia cuộc thi bóng bàn đôi nam nữ quốc tế. Tại lễ khai mạc, một số vận động viên bắt tay nhau và hai người trong cùng một cặp thì không bắt tay. Sau lễ khai mạc, một vận động viên nam hỏi tất cả các vận động viên còn lại về số người mà họ đã bắt tay và nhận thấy số lượng vận động viên mà từng người đã bắt tay đều khác nhau. Hỏi người bạn nữ cùng cặp của vận động viên nam này đã bắt tay với bao nhiêu vận động viên?

Câu 59: Có 36 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 36 . Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 .

Câu 60: Một công ty xây dựng đấu thầu ba dự án X , Y , Z . Xác suất để ba dự án X , Y và Z trúng thầu tương ứng là $a;b$ và $0,8\left(a>b\right)$. Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự án là $0,952$ và xác suất để cả ba dự án đều trúng thầu là $0,192$. Giả sử việc trúng thầu của ba dự án X , Y và Z là độc lập với nhau. Tính $2a+b$.

Câu 61: Trong trận thi đấu bóng bàn đơn nam giữa vận động viên Nguyễn Đức Tuân với một vận động viên nước ngoài, trận đấu gồm tối đa 5 set , người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để vận động viên Tuân thắng mỗi set là $0,6$. Tính xác suất để vận động viên Tuân giành chiến thắng trong trận đấu.

Câu 62: Trong đợt ủng hộ sách giáo khoa cho những học sinh bị ảnh hưởng do trận lũ vừa qua, lớp $12A$ nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn Toán học, 7 cuốn Vật lý, 8 cuốn Hoá học, các cuốn sách cùng một môn là giống nhau. Sách được chia đều cho 10 học sinh, mỗi học sinh chỉ được nhận đúng 2 cuốn sách khác môn học. Trong 10 học sinh nhận sách đợt này có bạn Hưng và bạn Thành. Tính xác suất để hai cuốn sách mà bạn Hưng nhận được giống 2 cuốn sách của bạn thành.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 63: Dịp cuối tuần một nhóm n bạn gồm Khoa, Khôi, Thảo và $(n-3)$ bạn khác cùng nhau đến rạp chiếu phim xem bộ phim "Mưa đỏ". Khi xếp tùy ý nhóm bạn này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n, mỗi bạn ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Khoa, Thảo, Khôi theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\dfrac{13}{675}$. Tìm n.

Câu 64: Khối 12 của một trường trung học phổ thông có 46% số học sinh là nam. Kết quả kiểm tra thị lực trong đợt khám sức khoẻ học đường cho tất cả các học sinh khối 12 của trường cho thấy có 29% số học sinh nam và 37% số học sinh nữ mắc tật khúc xạ. Chọn ngẫu nhiên học sinh khối 12 của trường. Tính xác suất để chọn được học sinh nữ, biết rằng bạn đó mắc tật khúc xạ.

Câu 65: Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 9 học sinh đó sao cho không có hai học sinh lớp 12 nào đứng cạnh nhau bằng $\dfrac{a}{b}$. Khi đó $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 66: Một hộp có 15 chiếc thẻ được đánh số lần lượt từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để tổng 3 số ghi trên 3 thẻ đó là một số chia hết cho 3.

Câu 67: Một lớp học có 40 học sinh nữ. Tỉ lệ học sinh nữ thích chơi Pickleball là 30% và tỉ lệ học sinh nam thích chơi Pickleball là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ trong lớp. Biết rằng chỉ một trong hai học sinh thích chơi Pickleball, tính xác suất học sinh đó là nữ.

Câu 68: Công ty VinaElectro sản xuất một loại thiết bị điển tử tiêu dùng và đánh số seri cho từng sản phẩm bằng một mã 6 chữ số được tạo ngẫu nhiên từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 và chữ số đầu tiên không được là 0. Trong một chương trình khuyến mãi nhân dịp ra mắt sản phẩm mới, công ty muốn tặng quà cho khách hàng nếu sản phẩm của họ mua có mã seri "đặc biệt" – là mã số có tích các chữ số bằng 1400. Biết xác suất để khách hàng được tặng quà là $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $b-a$.

Câu 69: Một người môi giới bất động sản có 8 chìa khóa để mở 8 ngôi nhà mới. Mỗi chìa khóa chỉ mở được đúng 1 ngôi nhà. Biết có 3 ngôi nhà thường không khóa cửa, người môi giới chọn ngẫu nhiên 3 chìa khóa mang theo. Hỏi nếu người môi giới chọn ngẫu nhiên một nhà để vào thì xác suất để người môi giới này có thể vào được là bao nhiêu?

Câu 70: Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp $12A$, 3 bạn từ lớp $12B$, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác. Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau bằng $\dfrac{a}{b}$. Tính $a-b$.

Câu 71: Một giờ hoạt động ngoài trời của lớp 1/1 trường tiểu học X, cô giáo cho 35 học sinh lớp mình nắm tay nhau xếp thành một vòng tròn để chơi trò chơi "Mèo bắt Chuột". Sau khi ổn định, cô gọi tên ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp ra giữa vòng (3 em làm "Mèo", 3 em làm "Chuột"). Xác suất 6 em được gọi tên không có hai em nào đứng cạnh nhau trong vòng tròn bằng a. Tính $11594a$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 72: Bạn Bảo có 8 viên bi được đánh số từ 1 đến 8, bạn Bình có 7 viên bi được đánh số từ 1 đến 7. Hai bạn cùng chơi một trò chơi bằng cách mỗi bạn bốc ra 4 viên bi và ghép lại theo thứ tự giảm dần để được số tự nhiên có 4 chữ số. Người thắng cuộc là người có số lớn hơn. Hỏi xác suất để bạn Bảo thắng bạn Bình là bao nhiêu?

Câu 73: Mèo Táo có mở một cửa hàng sách và đang cần tuyển nhân viên trông coi cửa hàng. Để tuyển nhân viên đòi hỏi có khả năng tư duy và suy luận tốt; Táo đưa ra thử thách như sau: Bộ truyện tranh thám tử Kenichi gồm 44 tập đang được sắp xếp từ 1 tới 44 trên giá . Yêu cầu hãy thực hiện việc sắp xếp các tập truyện theo trình tự ngược lại từ 44 tới 1 theo quy tắc: đổi chỗ 2 tập truyện đang xếp liên tiếp sẽ bị tính 1 điểm; đổi chỗ 2 tập truyện mà ở giữa chúng có 3 tập khác thì không bị tính điểm. Bạn An muốn ứng tuyển vào nhân viên cửa hàng. Hỏi điểm số của An nhỏ nhất là bao nhiêu điểm để thực hiện được thử thách trên?

Câu 74: Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất $0,55$. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bệ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa. Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là $0,8$ và các bệ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên?

Câu 75: Có ba đồng xu được đựng trong một hộp kín. Đồng xu thứ nhất là một đồng xu cân đối với tỷ lệ mặt ngửa và mặt sấp bằng nhau. Đồng xu thứ hai là một đồng xu bị lỗi có khả năng mặt ngửa xuất hiện là 70%. Đồng xu thứ ba là một đồng xu hai mặt ngửa . Bạn An lấy ngẫu nhiên một đồng xu từ hộp và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung cho thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn đã chọn là đồng xu thứ hai.

Câu 76: Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng.

Câu 77: Trong kỳ thi vấn đáp, bạn Bình phải bốc thăm ngẫu nhiên và trả lời 3 chủ đề trong số 10 chủ đề đã được chuẩn bị trước. Bạn Bình chỉ chuẩn bị được 7 trong 10 chủ đề trên. Xác suất để Bình bốc được ít nhất hai chủ đề trong những chủ đề đã chuẩn bị bằng bao nhiêu?

Câu 78: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 . Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00.

Câu 79: Tại địa phương A, người ta tiến hành một đợt kiểm tra diện rộng các con bò để phát hiện một loại bệnh X, không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100% . Có một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm Z cho kết quả như sau: Xét nghiệm có độ nhạy là 84% ; Xác suất dương tính giả là 8% . Biết rằng tỉ lệ bò ở địa phương A bị mắc bệnh X là 25% . Chọn ngẫu nhiên một con bò ở địa phương A để xét nghiệm, tính xác suất để chọn được con bò bị nhiễm bệnh, biết rằng con bò dương tính với xét nghiệm.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 80: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu?

Câu 81: Một nhà đầu tư đang xem xét đầu tư vào hai loại tài sản: Cổ phiếu và trái phiếu. Qua nghiên cứu thị trường có hai kịch bản sau có thể xảy ra:
Kịch bản Kinh tế tăng trưởng: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế tăng trưởng trong năm tới là 60%. Trong kịch bản này xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 80% và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 30%.
Kịch bản Kinh tế suy thoái: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế suy thoái trong năm tới là 40%. Trong kịch bảng này xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 10% và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 70%.
Vào cuối năm, nhà đầu tư nhận thấy rằng trái phiếu đã mang lại lợi nhuận cao. Tính xác suất để kịch bản kinh tế trong năm đó là suy thoái.

Câu 82: Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: "Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?" và "Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?". Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%.
Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu?

Câu 83: Cho tập $A=\{1;2;3;4;5;\ldots;100\}$. Gọi S là tập các tập con của tập hợp A mà mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng 3 phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S. Khi đó, xác suất chọn được phần tử của tập S có 3 số lập thành cấp số nhân với công bội q là số nguyên dương là $\dfrac{m}{n}$. Tính $m+n$.

Câu 84: Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 90%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường mỗi bóng đèn đều được qua kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo, nên một bóng đèn tốt có xác suất $0,9$ được công nhận là tốt, và một bóng đèn hỏng có xác suất $0,95$ bị loại bỏ. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường.

Câu 85: Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp $12A$ có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu phần trăm?

Câu 86: Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Tính xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 87: Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài: Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ, 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi là bao nhiêu?

Câu 88: Có 50 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 50 . Một người lần lượt rút hai thẻ . Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

Câu 89: An, Bình và Cao dự định tham gia xem một triển lãm tranh. Khả năng mỗi người đi phụ thuộc vào các yếu tố sau:
An: Việc An đi xem triển lãm phụ thuộc hoàn toàn vào thời tiết. Nếu trời không mưa, An có 75% khả năng đi xem triển lãm. Nếu trời mưa, khả năng này giảm xuống còn 40% .Theo dự báo thời tiết, khả năng trời mưa trong ngày diễn ra triển lãm là 25% .
Bình: Việc Bình đi xem triển lãm phụ thuộc hoàn toàn vào việc An có đi hay không. Nếu An đi, Bình có 90% khả năng đi. Nếu An không đi thì chắc chắn Bình sẽ không đi.
Cao: Khả năng Cao đi xem triển lãm không phụ thuộc các yếu tố khác. Cao có 50% khả năng đi xem triển lãm. Xác suất để ít nhất hai trong ba người bạn cùng đi xem triển lãm là bao nhiêu?

Câu 90: Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính , xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Câu 91: Một hộp chứa 10 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Bạn An lấy ngẫu nhiên một lượt 2 viên bi từ hộp, xem màu, rồi đặt lại vào hộp. Nếu trong 2 viên bi bạn An lấy ra có ít nhất một bị màu đỏ thì bạn Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 2 viên bị từ hộp, còn nếu trong 2 viên bị An lấy ra không có viên bi nào màu đỏ thì Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 3 viên bị từ hộp. Tính xác suất để An lấy được ít nhất 1 viên bị màu đỏ, biết rằng tất cả viên bị hai bạn lấy ra đều có đủ hai màu.

Câu 92: Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.
Tỉ lệ học sinh đặt điểm giỏi là 10%.
Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.
Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.
Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần?

Câu 93: Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:
Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.
Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:
Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.
Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc.

Câu 94: Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 95: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\dfrac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Câu 96: Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\dfrac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua cho đồ chơi là $\dfrac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?

Câu 97: Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho ban Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu?

Câu 98: Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 cái phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc thăm ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên phiếu bốc được là số chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là người đầu tiên bốc thăm, xác suất để Hoa trúng thưởng là $\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S = b - a$.

Câu 99: Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc bề ngoài giống hệt nhau trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa . Tìm xác suất để lần thứ ba thì anh ta mới mở được cửa.

Câu 100: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách $30m$, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách $50m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắt.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

12

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP 2026

Chủ đề 22

TOÁN THỰC TẾ LỚP 10 VÀ 11

K12 – CHỦ ĐỀ 22

§22. TOÁN THỰC TẾ CHUYÊN ĐỀ

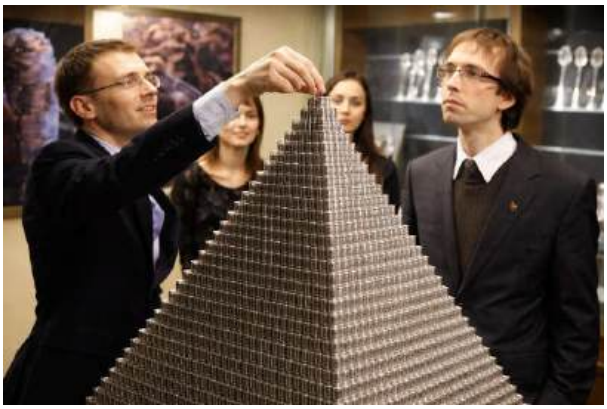
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

B. BÀI TẬP RÈN LUYỆN TRẢ LỜI NGẮN VÀ ĐÚNG SAI

DẠNG 1. TOÁN THỰC TẾ CẤP SỐ CỘNG & CẤP SỐ NHÂN (Câu 1-20)

Câu 1. Đầu mùa thu hoạch sầu riêng, bác An đã bán cho người thứ nhất nửa số sầu riêng thu hoạch được và nửa quả, bán cho người thứ hai nửa số sầu riêng còn lại và nửa quả, bán cho người thứ ba nửa số sầu riêng còn lại và nửa quả,... Đến lượt người thứ bảy bác cũng bán nửa số sầu riêng còn lại và nửa quả thì hết số lượng sầu riêng nhà bác An thu hoạch được. Hỏi bác An đã thu hoạch được bao nhiêu quả sầu riêng đầu mùa?

Câu 2. Litva sẽ tham gia vào cộng đồng chung châu Âu sử dụng đồng Euro là đồng tiền chung vào ngày 01 tháng 01 năm 2015. Để kỷ niệm thời khắc lịch sử này, chính quyền đất nước này quyết định dùng 122550 đồng tiền xu Litas Lithuania cũ của đất nước để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 4901 đồng và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 100 đồng. Hỏi mô hình Kim tự tháp này có tất cả bao nhiêu tầng?



Câu 3. Vào năm 2020, dân số của một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là $0,91\%$. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030.

Câu 4. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

hai là 5,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

Câu 5. Một đội thợ công nhân dùng gạch cỡ $30\times 30cm$ để lát nền cho một toà tháp gồm 7 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng một nửa diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là $16\,m^2$, hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

Câu 6. Công ty A tuyển một kĩ sư xây dựng với mức lương năm đầu là 180 triệu đồng/năm và cam kết sau mỗi năm, tiền lương sẽ tăng thêm 8 triệu đồng/năm so với năm liền trước đó. Hỏi sau bao nhiêu năm thì tổng tiền lương của người kĩ sư đó bằng 2160 triệu đồng?

Câu 7. Ta biết rằng trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng nếu ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 15 hồ sẽ đầy lá sen.Hỏi nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ mấy hồ sẽ đầy lá sen?

Câu 8. An định xếp một hình tháp bởi các mảnh ghép tam giác. Tầng dưới cùng An xếp 35 hình và tầng tiếp theo ít hơn tầng dưới nó hai hình. An xếp cho đến khi không xếp lên được nữa. Hỏi An cần bao nhiêu mảnh ghép hình tam giác để xếp xong tháp?

Câu 9. Cho một hình tròn tâm O bán kính là $R=60m$. Dựng tam giác đều $A_1B_1C_1$ nội tiếp đường tròn, sau đó lấy đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1C_1$. Cứ tiếp tục làm quá trình như trên. Hãy tính diện tích của tam giác $A_9B_9C_9$.

Câu 10. Một rạp hát có 18 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... cứ thế cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu?

Câu 11. Trong năm đầu tiên đi làm, anh An được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh An lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh An đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh An mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh An được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

Câu 12. Từ 0 giờ đến 12 giờ trưa, chuông của một chiếc đồng hồ quả lắc sẽ đánh bao nhiêu tiếng, biết rằng nó chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ?

Câu 13. Theo báo cáo của Chính phủ, dân số của nước ta tính đến tháng 12 năm 2018 là 95,93 triệu người, nếu tỉ lệ tăng trưởng dân số trung bình hằng năm là 1,33% thì dân số nước ta vào tháng 12 năm 2025 là bao nhiêu?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14. Vào năm 2023, nhiệt độ trung bình của thành phố A là khoảng $29,5°C$. Giả sử do biến đổi khí hậu nên mỗi năm nhiệt độ trung bình của thành phố A đều tăng thêm khoảng $0,1°C$. Hãy ước tính kể từ năm nào thì nhiệt độ trung bình của thành phố A đạt từ $35°C$ trở lên.

Câu 15. Bạn Ngọc thả một quả bóng cao su từ độ cao $20(m)$ so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng bốn phần năm độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tính tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển được.

Câu 16. Anh Nam được nhận vào làm việc ở một công ty về công nghệ với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Công ty sẽ tăng thêm lương cho Anh Nam mỗi năm là 20 triệu đồng. Tính tổng số tiền lương mà anh Nam nhận được sau 10 năm làm việc cho công ty đó.

Câu 17. Người ta thiết kế một tòa tháp 13 tầng. Biết rằng diện tích bề mặt sàn của mỗi tầng bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$ diện tích bề mặt sàn của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt sàn của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt sàn tầng 13 của tháp biết đế tháp có diện tích là $640\left(m^2\right)$.

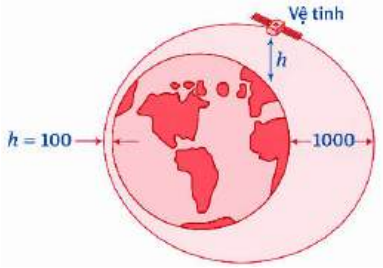
Câu 18. Trong dịp nghỉ lễ 02/9 gia đình anh An cần thuê một xe taxi để di chuyển từ thủ đô Hà Nội về thăm quê tại TP Bắc Giang. Biết giá của kilômét đầu tiên là 10.000 đồng, kể từ kilômét thứ 2 giá của mỗi kilômét tăng thêm 500 đồng so với giá của kilômét trước đó. Biết quãng đường taxi di chuyển từ thủ đô Hà Nội về TP Bắc Giang là 80 km. Hỏi gia đình anh An phải trả bao nhiêu tiền cho chuyến taxi đó?

Câu 19. Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tìm số hàng cây được trồng.

Câu 20. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

DẠNG 2. TOÁN THỰC TẾ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC (Câu 21-27) Câu 21-27)

Câu 21. Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip :

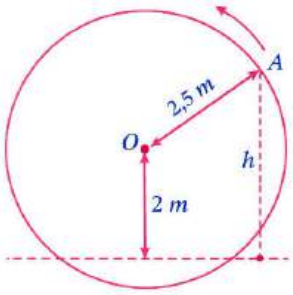


Độ cao h của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cdot \cos\frac{\pi}{50}t$. Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$250km$. Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó.

Câu 22. Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước $2m$. Khi guồng quay đều, khoảng cách h tính từ một chiếc gầu gắn tại điểm A trên guồng đến mặt nước là $h = |y|$ trong đó $y = 2 + 2{,}5\sin 2\pi\left(x - \dfrac{1}{4}\right)$ với x là thời gian quay của guồng $(x \geq 0)$, tính bằng phút; ta quy ước rằng $y > 0$ khi gầu ở trên mặt nước và $y < 0$ khi gầu ở dưới mặt nước.



Mô phỏng guồng nước

Khi nào chiếc gầu ở vị trí cao nhất lần đầu tiên?

Câu 23. Một chiếc guồng nước có dạng hình tròn bán kính 2,5 m; trục của nó đặt cách mặt nước $2m$. Khi guồng quay đều, khoảng cách h tính từ một chiếc gầu gắn tại điểm A trên guồng đến mặt nước là $h = |y|$ trong đó $y = 2 + 2{,}5\sin 2\pi\left(x - \dfrac{1}{4}\right)$, với x là thời gian quay của guồng $(x \geq 0)$, tính bằng phút; ta quy ước rằng $y > 0$ khi gầu ở trên mặt nước và $y < 0$ khi gầu ở dưới mặt nước. Chiếc gầu cách mặt nước 2 mét lần đầu tiên khi nào?

Câu 24. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được mô hình hoá bởi hàm số:

$$L(t) = 12 + 2{,}83\sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right), t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

Vào ngày thứ bao nhiêu trong năm thì thành phố A có ít giờ ánh sáng mặt trời nhất?

Câu 25. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương, tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t) = 100 + 20\sin\left(\dfrac{7\pi}{3}t\right)$, ở đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg và thời gian t tính theo giây. Trong khoảng từ 0 đến 1 giây, hãy xác định số lần huyết áp là $100mmHg$.

Câu 26. Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h\left(cm\right)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian t trong một ngày $\left(0 \leq t \leq 24\right)$ cho bởi công thức

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$h=3\cos\left(\dfrac{\pi t}{12}+\dfrac{\pi}{3}\right)+10$. Hỏi vào thời điểm nào trong ngày mực nước của con kênh đạt độ cao lớn nhất?

Câu 27. Số giờ có ánh sáng mặt trời của Thủ đô Hà Nội năm 2023 được cho bởi công thức $y=3\sin\left(\dfrac{\pi}{180}(x+60)\right)+13$ với $1\le x\le 365$ là số thứ tự của ngày trong năm. Ngày nào sau đây của năm 2023 thì số giờ có ánh sáng mặt trời của Hà Nội lớn nhất?

DẠNG 3. TOÁN THỰC TẾ MŨ – LOGARIT (Câu 28-49)

Câu 28. Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililít nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ , số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là $P=P_0\cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililít nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là 6000. Sau thời gian bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

Câu 29. Cường độ của một trận động đất, kí hiệu là M , được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, ở đó A là biên độ rung chấn tối đa đo được bằng địa chấn kế và A_0 là biên độ chuẩn. Vào hồi 12 giờ 14 phút trưa ngày 27/07/2020, tại khu vực huyện Mộc Châu, Sơn La xảy ra trận động đất thứ nhất với cường độ 5,3 độ Richter. Trong vòng 20 tiếng đồng hồ, Sơn La đã xảy ra liên tiếp 7 trận động đất. Đến 8 giờ 26 phút sáng 28/07/2020, trận động đất thứ bảy xảy ra với cường độ 4 độ Richter. Biết rằng biên độ chuẩn được dùng cho cả tỉnh Sơn La. Hỏi biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ nhất gấp khoảng mấy lần biên độ rung chấn tối đa của trận động đất thứ bảy?

Câu 30. Với nước biển có nồng độ muối 30%, nhiệt độ $T\left(^\circ\mathrm{C}\right)$ của nước biển được tính bởi công thức $T=7{,}9\ln\left(1{,}0245-d\right)+61{,}84$, ở đó $d\left(\text{ g / cm}^3\right)$ là khối lượng riêng của nước biển.

Biết vùng biển khơi mặt ở một khu vực có nồng độ muối 30% và nhiệt độ là $8^\circ\mathrm{C}$. Tính khối lượng riêng của nước biển ở vùng biển đó.

Câu 31. Người ta nuôi cấy vi khuẩn Bacillus subtilis trong nồi lên men và thu được số liệu sau: Lúc ban đầu, số tế bào/1 ml dịch nuôi là 2.10^2. Sau 13 giờ, số tế bào/1 ml dịch nuôi là $3{,}33\cdot 10^9$. Biết vi khuẩn Bacillus subtilis sinh trưởng trong điều kiện hoàn toàn tối ưu và sinh sản theo hình thức tự nhân đôi. Hỏi sau bao nhiêu phút, vi khuẩn Bacillus subtilis tự nhân đôi một lần?

Câu 32. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất là 6% / năm. Để có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 130 triệu đồng thì người đó phải gửi ít nhất bao nhiêu năm? Biết rằng lãi suất không thay đổi qua các năm và người đó không rút tiền ra trong suốt quá trình gửi.

Câu 33. Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

là 40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn $N\left(t\right)$ sau t giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức sau: $N\left(t\right)=500e^{0,4t}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80 000 con?

Câu 34. Bác Minh gửi tiết kiệm 500 triệu đồng ở một ngân hàng với lãi suất không đổi 7,5% một năm theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng. Tổng số tiền bác Minh thu được sau n năm là: $A=500.(1+0,075)^n$. Tính thời gian tối thiểu gửi tiết kiệm để bác Minh thu được ít nhất 800 triệu đồng.

Câu 35. Trong cây cối có chất phóng xạ ${}^{14}_{6}C$. Khảo sát một mẫu gỗ cổ, các nhà khoa học đo được phóng xạ của nó bằng 86% độ phóng xạ của mẫu gỗ tươi cùng loại. Xác định độ tuổi của mẫu gỗ cổ đó. Biết chu kì bán rã của ${}^{14}_{6}C$ là $T=5730$ năm, độ phóng xạ của chất phóng xạ tại thời điểm t được cho bởi công thức $H=H_0e^{-\lambda t}$ với H_0 là độ phóng xạ ban đầu ; $\lambda=\dfrac{\ln 2}{T}$ là hằng số phóng xạ.

.

Câu 36. Một chiếc xe máy điện đang nạp pin, thời gian pin nạp được tính theo dung lượng pin nạp Q theo công thức như sau: $t=-\dfrac{2}{3}\ln\left(1-\dfrac{Q}{Q_0}\right)$, với t là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu nạp từ lúc cạn sạch pin và Q_o là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính số % dung lượng pin của xe $\left(\dfrac{Q}{Q_0}.100\%\right)$ khi đã nạp được thời gian 40 phút.

Câu 37. Anh Nam vay ngân hàng 600 triệu đồng và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 10 triệu đồng và chịu lãi suất 0,8% trên tháng cho số tiền chưa trả. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao nhiêu tháng anh Nam sẽ trả hết số nợ ngân hàng?

Câu 38. Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$ độ Richter, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn . Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở Mĩ có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ RichTer. Hỏi trận động đất ở Mĩ có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản?

Câu 39. Với nước biển có nồng độ muối 30%, nhiệt độ $T\left(^\circ\mathrm{C}\right)$ của nước biển được tính bởi công thức $T=7,9\ln\left(1,0245-d\right)+61,84$, ở đó $d\left(\text{ g / cm}^3\right)$ là khối lượng riêng của nước biển. Biết vùng biển khơi mặt ở một khu vực có nồng độ muối 30% và nhiệt độ là 8°C. Tính khối lượng riêng của nước biển ở vùng biển đó.

Câu 40. Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=A\cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t , r là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0),t$ là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 6 giờ có 2000 con. Hỏi ít nhất bao nhiêu giờ, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 1000000 con?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 41. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=S_0.e^{r.t}$. Trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S\left(t\right)$ là số lượng vi khuẩn có sau t , r là tỷ lệ tăng trưởng $\left(r>0\right)$, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ lúc ban đầu có 500 con để số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

Câu 42. Một công ty công nghệ vừa phát hành một ứng dụng di động mới. Số lượng người dùng của ứng dụng này tăng theo thời gian và được mô tả bằng hàm: $N\left(t\right)=N_0.\ln\left(t+1\right)$, trong đó: $N\left(t\right)$ là số lượng người dùng sau t tuần kể từ khi phát hành ứng dụng, N_0 là hằng số phụ thuộc vào chiến lược quảng bá ban đầu. Biết rằng sau 1 tuần, ứng dụng có 10 nghìn người dùng. Công ty đặt mục tiêu đạt 50 nghìn người dùng. Hỏi sau bao nhiêu tuần, công ty có thể đạt được mục tiêu này?

Câu 43. Bác Minh mua một chiếc ti vi tại một cửa hàng với giá 21 500 000 đồng và đã trả trước 10 000 000 đồng ngay khi nhận ti vi. Mỗi tháng, bác Minh phải trả góp cho cửa hàng trên số tiền không đổi. Biết rằng lãi suất tính trên số tiền nợ còn lại là $3,5\%$ /tháng và bác Minh trả đúng 12 tháng thì hết nợ. Hỏi số tiền bác Minh phải trả góp hàng tháng là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 44. Dân số thế giới được ước tính theo công thức $P_n=P_0.e^{nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001 dân số Việt Nam là 76.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người.

Câu 45. Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức $Q\left(t\right)=Q_0.\left(1-e^{-t\sqrt{2}}\right)$ với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa . Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn hết pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa.

Câu 46. Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng của năm sau tăng 10% so với mỗi tháng của năm trước. Mỗi khi lĩnh lương, anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu, biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 50% giá trị chiếc xe?

Câu 47. Gọi $N\left(t\right)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N\left(t\right)=100.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}}\left(\%\right)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 79%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

Câu 48. Trong môi trường nuôi cấy ổn định người ta nhận thấy rằng: cứ sau đúng 5 ngày số lượng loài của vi khuẩn A tăng lên gấp đôi, còn sau đúng 10 ngày số lượng loài của vi khuẩn B tăng lên gấp ba. Giả sử ban đầu có 100 con vi khuẩn A và 200 con vi khuẩn B, hỏi sau bao nhiêu ngày nuôi cấy trong môi trường đó thì số lượng loài vi khuẩn A vượt quá số

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

lượng loại vi khuẩn B, biết rằng tốc độ tăng trưởng của mỗi loài ở mọi thời điểm là như nhau?

Câu 49. Áp suất không khí P theo công thức $P = P_0.\mathrm{e}^{kx}\ \left(\text{mmHg}\right)$, trong đó x là độ cao, $P_0 = 760\ \left(\text{mmHg}\right)$ là áp suất không khí so với mực nước biển $\left(x = 0\right)$, k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất không khí là $672,71\ \left(\text{mmHg}\right)$. Biết áp suất không khí ở đỉnh S của một ngọn núi là $530,23\ \left(\text{mmHg}\right)$. Tính độ cao của ngọn núi đó.

DẠNG 4. TOÁN ỨNG DỤNG HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN (Câu 49-60)

Câu 50. Bác Quân là chủ một trang trại, bác dự định trồng cà phê và ca cao trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Biết rằng, trên mỗi ha, nếu trồng cà phê thì cần 20 ngày công và thu được 9 triệu đồng, nếu trồng ca cao thì cần 30 ngày công và thu được 12 triệu đồng. Bác Quân xác định đầu tư không quá 180 ngày công. Biết rằng, bác Quân cần trồng m ha cà phê và n ha ca cao sẽ thu được nhiều tiền nhất. Giá trị $m.n$ bằng bao nhiêu?

Câu 51. Một cửa hàng gạo tháng này cần nhập hai loại gạo là gạo loại I và gạo loại II. Số tiền chi cho việc nhập hai loại gạo này không quá 100 triệu đồng. Gạo loại I mua vào với giá 30 triệu đồng/ tấn, lợi nhuận dự kiến là 2 triệu đồng/tấn. Gạo loại II nhập vào với giá 40 triệu đồng/tấn và lợi nhuận dự kiến là 2,5 triệu đồng/tấn. Cửa hàng ước tính doanh số bán ra một tháng của hai loại gạo này không quá 3 tấn. Hỏi cửa hàng có thể lãi nhiều nhất là bao nhiêu khi kinh doanh hai loại gạo này?

Câu 52. Một nhà máy sản xuất hai loại thức ăn gia súc: loại A và loại B. Để sản xuất 1 tấn thức ăn loại A cần 3 tấn nguyên liệu X, 2 tấn nguyên liệu Y và 1 tấn phụ gia. Để sản xuất 1 tấn thức ăn loại B cần 2 tấn nguyên liệu X, 4 tấn nguyên liệu Y và 3 tấn phụ gia. Nhà máy có tối đa 120 tấn nguyên liệu X, 160 tấn nguyên liệu Y và 80 tấn phụ gia. Biết rằng lợi nhuận thu được từ mỗi tấn thức ăn loại A là 20 triệu đồng và từ loại B là 30 triệu đồng. Lợi nhuận nhà máy thu được lớn nhất là bao nhiêu?

Câu 53. Bác Hai có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Hai cần 10 ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Hai cần 20 ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Hai chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu?

Câu 54. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

Câu 55. Một công ty trong một đợt quảng cáo và bán hàng, cần thuê xe để chở 70 người và 30 tấn hàng. Nơi cho thuê xe chỉ có hai loại xe: xe loại A và xe loại B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu và một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu. Biết rằng mỗi xe loại A chỉ chở tối đa 10 người và 2 tấn hàng;

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

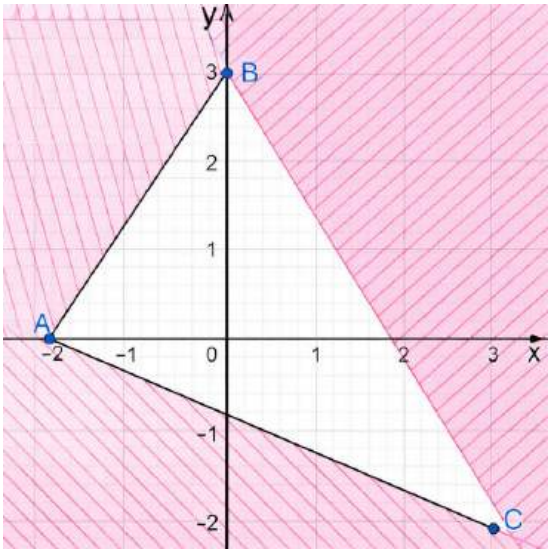
mỗi xe loại B chỉ chở tối đa 5 người và 5 tấn hàng. Tính số tiền ít nhất công ty cần bỏ ra thuê xe để thực hiện đợt quảng cáo và bán hàng.

Câu 56. Một xưởng sản xuất đồ gỗ mỹ nghệ sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Mỗi bộ sản phẩm loại I lãi 4 triệu đồng, mỗi bộ sản phẩm loại II lãi 5 triệu đồng. Để sản xuất mỗi bộ sản phẩm loại I cần máy làm việc trong 3 giờ và nhân công làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất mỗi bộ sản phẩm loại II cần máy làm việc trong 4 giờ và nhân công làm việc trong 2 giờ. Biết rằng chỉ dùng máy hoặc chỉ dùng nhân công không thể đồng thời làm hai loại sản phẩm cùng lúc, số nhân công luôn ổn định. Một ngày máy làm việc không quá 18 giờ, nhân công làm việc không quá 8 giờ. Hỏi một ngày tiền lãi lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 57. Một hộ nông dân dự định trồng nha đam và măng tây trên diện tích 10 ha. Nếu trồng nha đam thì cần 10 công và thu được 4 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Nếu trồng măng tây thì cần 30 công và thu được 6 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Hỏi số tiền người nông dân thu được nhiều nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết rằng tổng số công không vượt quá 150 công.

Câu 58. Một xưởng có máy cắt và máy tiện dùng để sản xuất trục sắt và đinh ốc. Sản xuất 1 tấn trục sắt thì lần lượt máy cắt chạy trong 3 giờ và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 2 triệu. Sản xuất 1 tấn đinh ốc thì lần lượt máy cắt và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 1 triệu. Một máy không thể sản xuất cả 2 loại. Máy cắt làm không quá 6 giờ/ngày, máy tiện làm không quá 4 giờ/ngày. Theo tính toán, nếu một ngày xưởng sản xuất được a tấn trục sắt và b tấn đinh ốc thì tiền lãi sẽ đạt cao nhất. Tính $T = a + 3b$.

Câu 59. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;0)$; $B(0;3)$ và $C(3;-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của b sao cho điểm $M(b;b+2)$ nằm trên hình tam giác ABC tính cả ba cạnh AB, BC, CA.



Câu 60. Một hộ nông dân định trồng đậu và bắp trên diện tích $1000m^2$. Nếu trồng đậu thì cần 4 công nhân và thu 3000 000 đồng trên $100m^2$ nếu trồng bắp thì cần 7 công nhân và thu 3 500000 đồng trên $100m^2$. Người nông dân tìm được diện tích thích hợp để thu được nhiều tiền nhất. Biết tổng số công nhân không quá 50 người. Tìm số tiền đó.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG 5. CÂU HỎI ĐÚNG SAI TỔNG HỢP (Câu 61-92)

Câu 61. Cho phương trình lượng giác $\cos 2x = -\dfrac{1}{2}$.

a) Phương trình tương đương với phương trình: $\cos 2x = \cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

b) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có 3 nghiệm.

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\dfrac{3\pi}{2}$.

d) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình bằng $\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 62. Xét phương trình $2\sin 3x - 1 = 0$.

a) Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{\dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{3}; \dfrac{5\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{3} / k \in \mathbb{Z}\right\}$.

b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \dfrac{\pi}{18}$.

c) Phương trình có đúng 3 nghiệm trên $[0;\pi]$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[0;\pi]$ bằng 2π.

Câu 63. Cho phương trình $\log_3\left(7 - 3^x\right) = 1 - x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

a) Điều kiện xác định của phương trình là $7 - 3^x \geq 0$.

b) Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $7 - 3^x = \dfrac{3}{3^x}$.

c) Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3\left(7 + \sqrt{37}\right)$ và $x_2 = \log_3\left(7 - \sqrt{37}\right)$.

d) Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình là $x_1 + x_2 = -1$.

Câu 64. Aria mua một ngôi nhà với giá bán $P = 290.000\$$ theo hình thức mua trả góp, lãi suất $8,25\%$ một năm, trong vòng 30 năm, với số tiền phải trả mỗi tháng không đổi bằng $M(\$)$. Gọi r là lãi suất một tháng.

a) Số tiền Aria còn nợ sau tháng đầu tiên là $A_1 = P(1+r) - M$.

b) $r = 0,6875\%$.

c) Tổng số tiền Aria phải trả sau 30 năm gấp hơn 2,5 lần so với giá bán P của ngôi nhà.

d) Mỗi tháng, Aria quyết định trả thêm $250\$$ so với số tiền phải trả $M(\$)$. Cô ấy sẽ trả hết tiền mua nhà trong 20 năm.

Câu 65. Anh X nhận hợp đồng làm việc cho một công ty Y với lương tháng đầu là 6 triệu. Trong điều khoản về lương, nếu anh X hoàn thành nhiệm vụ thì cứ sau 6 tháng được tăng 15% so với mức lương trước đó. Trong suốt quá trình làm việc, anh X đều hoàn thành nhiệm vụ của mình và được tăng lương đúng kỳ hạn.

a) Mức lương của anh X ở tháng thứ 11 kể từ khi ký hợp đồng lao động là 6,9 triệu đồng.

b) Coi mỗi 6 tháng anh X nhận lương như nhau là một kỳ và u_n là lương mỗi tháng của kỳ thứ n, khi đó (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 1,15$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Tổng số tiền anh X nhận được từ tiền lương của công ty Y sau 4 năm kể từ ngày ký hợp đồng là 494,17 triệu đồng.

d) Khi nhận lương hàng tháng, nếu anh X phải đóng bảo hiểm thất nghiệp 1,5% số tiền lương được nhận thì sau 10 năm kể từ ngày ký hợp đồng anh X đã đóng số tiền bảo hiểm thất nghiệp là 55,32 triệu đồng.

Câu 66. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống $150mg$ thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu. Sau một ngày hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể vẫn còn 6% lượng thuốc của ngày hôm trước.

a) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là $9mg$.

b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $159mg$.

c) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 4 là $170mg$.

d) Ước tính lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian 30 ngày là $159,57mg$.

Câu 67. Trong lớp 12X có 50% học sinh thích học môn Toán, 45% học sinh thích học môn Ngữ Văn và 35% học sinh thích học cả hai môn Toán và Ngữ Văn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 12X.

a) Xác suất chọn được học sinh thích học môn Ngữ Văn là 0,5.

b) Xác suất chọn được học sinh thích học ít nhất một trong hai môn Toán và Ngữ Văn là 0,6.

c) Xác suất chọn được học sinh chỉ thích học môn Toán mà không thích học môn Ngữ Văn là 0,15.

d) Xác suất chọn được học sinh thích học cả hai môn Toán và Ngữ Văn là 0,35.

Câu 68. Trên một bảng quảng cáo, người ta mắc hai hệ thống bóng đèn. Hệ thống I gồm 2 bóng mắc nối tiếp, hệ thống II gồm 2 bóng mắc song song. Khả năng bị hỏng của mỗi bóng đèn sau 6 giờ thắp sáng liên tục là 0,15. Biết tình trạng của mỗi bóng đèn là độc lập.

a) Xác suất cả hai hệ thống bị hỏng Xác suất để hệ thống I bị hỏng bằng: 0,5775.

c) Xác suất để hệ thống II hoạt động bình thường bằng: 0,9775.

d) Xác suất để hệ thống II bị hỏng bằng: 0,0225.

Câu 69. Hai xạ thủ mỗi người một viên đạn bắn vào bia với xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,85 và của người thứ hai là 0,7. Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Xác suất cả hai viên đạn bắn trúng đích là 0,3.

b) Xác suất có đúng 1 viên đạn bắn trúng đích là 0,36.

c) Xác suất có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng đích là 0,955.

d) Xác suất không có viên đạn nào bắn trúng đích là 0,5.

Câu 70. Bạn An làm bài thi phần trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu hỏi mỗi câu 1 điểm, trong đó bạn làm chắc chắn đúng hai câu còn hai câu còn lại bạn chọn ngẫu nhiên đúng hoặc sai.

a) Xác suất để bạn An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\dfrac{1}{256}$.

b) Xác suất để bạn An được 3,5 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\dfrac{1}{32}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Xác suất để bạn An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.

d) Xác suất để bạn An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{9}{128}$.

Câu 71. Một người vừa gieo một con xúc xắc để ghi lại số chấm xuất hiện, sau đó người này tiếp tục chọn ngẫu nhiên một lá bài từ bộ bài 52 lá.

a) Gọi A là biến cố: "Số chấm của xúc xắc bằng 6", khi đó: $P(A)=\frac{1}{6}$.

b) Gọi B là biến cố: "Chọn được một lá bài cơ", khi đó: $P(B)=\frac{3}{13}$.

c) Xác suất để "số chấm trên con xúc xắc là 6 và chọn được một lá bài cơ" bằng: $\frac{1}{24}$.

d) Xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng: $\frac{1}{13}$.

Câu 72. Khảo sát tại một trường THPT cho thấy tỷ lệ học sinh thích bóng đá là 65%, thích bóng rổ là 30% và thích cả hai môn này là 20%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xác suất để chọn được học sinh thích cả bóng đá và bóng rổ là $0,2$.

b) Xác suất để chọn được học sinh chỉ thích một trong hai môn bóng đá hoặc bóng rổ là $0,95$.

c) Xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn bóng đá và bóng rổ là $0,75$.

d) Xác suất để chọn được học sinh thích bóng đá là $0,65$.

Câu 73. Có hai hộp chứa các tấm thẻ. Hộp I chứa 8 tấm thẻ màu vàng được đánh số từ 1 đến 8, hộp II chứa 9 tấm thẻ màu đỏ được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ.

a) Số phần tử của không gian mẫu bằng 72.

b) Sau khi 2 tấm thẻ được lấy ra ta ghép hai chữ số trên hai tấm thẻ với nhau để được một số có hai chữ số . Xác suất để thu được số chia hết cho 3 bằng $\frac{3}{10}$.

c) Xác suất chọn được hai tấm thẻ có số giống nhau bằng $\frac{1}{9}$.

d) Xác suất để tích các số trên hai tấm thẻ lấy được là một số chẵn bằng $\frac{5}{18}$.

Câu 74. Một hộp có 26 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một số trong các số $1,2,\ldots,25,26$: hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp. Xét các biến cố:

A : " Số trên thẻ được rút ra và là số chia hết cho 2 ".

B : " Số trên thẻ được rút ra và là số chia hết cho 3 ".

C : " Số trên thẻ được rút ra và là số chia hết cho 2 hoặc chia hết cho 3 ".

D : " Số trên thẻ được rút ra và là số chia hết cho 6 hoặc 7 ".

Khi đó:

a) Biến cố A và biến cố B là hai biến cố xung khắc.

b) Biến cố C là biến cố giao của biến cố A và biến cố B .

NGUYỄN TIẾN HÀ

c) $P\left(C\right)=\dfrac{17}{26}$.

d) $P(D)=\dfrac{3}{20}$.

Câu 75. Trong một giờ ôn tập môn Toán. Thầy giáo có chuẩn bị các phiếu bài tập gồm hai chủ đề là Thống kê và Xác suất để giao cho 40 bạn học sinh của lớp $12T$. Sau khi hết giờ học, thầy giáo thu phiếu và nhận thấy rằng: Có 35 học sinh làm tốt chủ đề Thống kê, có 30 học sinh làm tốt chủ đề Xác suất, có 4 học sinh làm hai chủ đề đều không tốt. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Gọi các biến cố:
A : "Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Thống kê".
B : "Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Xác suất".

a) $P\left(A\right)=0,875$.

b) $P\left(B\right)=0,75$.

c) $P\left(A\cup B\right)=0,8125$.

d) $P\left(AB\right)=0,725$.

Câu 76. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách Toán, 4 cuốn sách Vật lí và 3 cuốn sách Hóa học. Thầy giáo lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn.

a) Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^{6}.

b) Số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hóa học là $C_{7}^{6}+C_{8}^{6}+C_{9}^{6}$.

c) Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hóa học đều còn lại ít nhất một cuốn là $A_{12}^{6}-\left(C_{7}^{6}+C_{8}^{6}+C_{9}^{6}\right)$.

d) Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn lại ít nhất một cuốn là $\dfrac{115}{132}$.

Câu 77. Hai bạn Bảo và Nam của lớp 12 A cùng tham gia giải bóng bàn nam do nhà trường tổ chức. Hai bạn đó không cùng thuộc một bảng đấu vòng loại và mỗi bảng đấu vòng loại chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của bạn Bảo và Nam lần lượt là 0,8 và 0,6.
Gọi A là biến cố: " Có ít nhất một bạn lọt vào vòng chung kết"
Gọi B là biến cố " Chỉ có bạn Bảo lọt vào vòng chung kết".
a) Xác suất để bạn Nam không lọt vào vòng chung kết là 0,4.
b) Xác suất để cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là 0,8.
c) Xác suất của biến cố A là 0,48.
d) Xác suất của biến cố B là 0,32.

Câu 78. Một lớp học gồm có 2 tổ.Tổ 1 có 16 học sinh, tổ 2 có 20 học sinh. Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông năm 2024, tổ 1 có 10 bạn đăng kí thi tổ hợp tự nhiên, 6 bạn đăng kí thi tổ hợp xã hội. Tổ 2 có 8 bạn đăng kí thi tổ hợp tự nhiên, 12 bạn đăng kí thi tổ hợp xã hội. Chọn ngẫu nhiên ở mỗi tổ 1 bạn để thử nghiệm việc đăng kí dự thi tốt nghiệp trung học phổ thông.
a) Số cách chọn 2 bạn cùng đăng kí tổ hợp xã hội là 72 cách.
b) Số phần tử của không gian mẫu là 320.

c) Xác suất để 2 bạn được chọn đăng kí cùng tổ hợp dự thi tốt nghiệp là $\dfrac{21}{40}$.

d) Xác suất để hai bạn được chọn cùng đăng kí tổ hợp tự nhiên là $\dfrac{1}{5}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 79. Trong một trò chơi, con ngựa của bạn Toàn đang đứng ở vị trí xuất phát . Luật chơi như sau: Để di chuyển con ngựa, bạn Toàn cần gieo một con xúc xắc có sáu mặt cân đối, đồng chất. Ở mỗi lượt chơi, bạn có tối đa ba lần gieo. Ở lần gieo thứ nhất, con ngựa di chuyển đến ô có số thứ tự bằng số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc.

Từ những lần gieo sau, nếu tổng của số tương ứng với số chấm gieo được của con xúc xắc và số tương ứng ghi ở ô con ngựa đang đứng lớn hơn 6 thì con ngựa sẽ đứng yên, còn nếu tổng này nhỏ hơn hoặc bằng 6 thì con ngựa được di chuyển số ô bằng số chấm gieo được. Con ngựa này gọi là về đích nếu nó đến được ô số 6.

a) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ nhất bằng $\dfrac{1}{6}$.

b) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ hai bằng $\dfrac{5}{36}$.

c) Xác suất để con ngựa về đích ở lần gieo thứ ba và trong cả ba lần gieo con ngựa đều được di chuyển bằng $\dfrac{5}{108}$.

d) Xác suất để con ngựa về đích sau nhiều nhất ba lần gieo bằng $\dfrac{19}{54}$.

Câu 80. Lớp 12B có 40 học sinh, trong đó có 34 em thích ăn chuối, 22 em thích ăn cam và 2 em không thích ăn cả hai. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp

a) Số phần tử không gian mẫu là 40.

b) Xác suất để chọn học sinh thích ăn cam là 0,53.

c) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn ít nhất một trong hai loại chuối hoặc cam là 0,95.

d) Xác suất để chọn học sinh thích ăn cả hai loại cam và chuối là 0,45.

Câu 81. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không deo khẩu trang và 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang.

Gọi A là biến cố: "nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang"

B là biến cố: "nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang"

C là biến cố: "không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh 2 lần đều không mang khẩu trang"

D là biến cố: "ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang".

a) $P\left(A\right)=0,7$.

b) $P\left(B\right)=0,8$.

c) $P\left(C\right)=0,04$.

d) $P\left(D\right)=0,76$.

Câu 82. Trong số 10 học sinh có 2 học sinh lớp $12A$; 3 học sinh lớp $12B$; 5 học sinh lớp $12C$. Đoàn trường muốn chọn ra 4 học sinh tham gia công tác huấn luyện nghiệp vụ đoàn

a) Xác suất để chọn được cả 4 học sinh đều ở lớp $12C$ là $\dfrac{1}{42}$.

b) Xác suất để chọn được 4 học sinh mà không có học sinh nào ở lớp $12C$ là $\dfrac{1}{42}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Xác suất để chọn được 4 học sinh có đủ cả ba lớp là $\frac{1}{2}$.

d) Số cách chọn 4 học sinh bất kỳ trong 10 học sinh là C_{10}^4.

Câu 83. Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ bắn trúng vòng 8 là $0,25$; trúng vòng dưới 8 là $0,4$. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là $0,003375$.

a) $P_1 = 0,15$. b) $P_2 = 0,18$.

c) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là $0,0045$.

d) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là $0,05175$.

Câu 84. Một hộp đựng 10 bi, trong đó có 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Lấy ra 1 bi và không hoàn lại, tiếp tục lấy ra 1 bi nữa. Gọi A : "Bi lấy được lần 1 màu xanh", B : "Bi lấy được lần 2 màu đỏ". Khi đó

a) A, B là hai biến cố xung khắc.

b) $P\left(AB\right) = \frac{6}{25}$.

c) $P\left(AB\right) = P\left(A\right).P\left(B\right) + \frac{2}{25}$.

d) Xác suất để 2 bi lấy được cùng màu là $\frac{7}{15}$.

Câu 85. Bạn Tuấn gieo một con xúc xắc để ghi lại số chấm xuất hiện và bạn Minh chọn ngẫu nhiên một lá bài từ một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá bài.

a) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm bằng $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất để Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{13}$.

c) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm và Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{26}$.

d) Xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng $\frac{1}{16}$.

Câu 86. Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ một có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Bí thư và 8 học sinh nam trong đó có Lớp trưởng. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Gọi A là biến cố: "Lớp trưởng và Bí thư được chia cùng một nhóm". Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nhóm nhiều nhất có 2 học sinh nữ.

b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6720$.

c) Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 2100$.

d) Xác suất của biến cố A là $\frac{7}{32}$.

Câu 87. Một hộp đựng 100 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra ba thẻ.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Xác suất của biến cố A : "Lấy được ba thẻ đều ghi số chẵn" là $P\left(A\right)=\dfrac{49}{198}$.

b) Xác suất của biến cố B : "Lấy được ba thẻ trong đó chỉ có đúng một thẻ ghi số chẵn" là $P\left(B\right)=\dfrac{1}{3}$.

c) Xác suất của biến cố C : "Tích các số ghi trên ba thẻ là một số chẵn" là $P\left(C\right)=\dfrac{29}{33}$.

d) Xác suất của biến cố D : "Tổng các bình phương của ba số ghi trên ba thẻ là một số chia hết cho 3" là $P\left(D\right)=\dfrac{33}{100}$.

Câu 88. Có hai hộp chứa các tấm thẻ. Hộp I chứa 5 tấm thẻ màu vàng được đánh số từ 1 đến 5, hộp II chứa
7 tấm thẻ màu đỏ được đánh số từ 1 đến 7. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ.
a) Sau khi 2 tấm thẻ được lấy ra ta ghép chúng với nhau để được một số có hai chữ số . Xác suất để thu được số chia hết cho 3 bằng $\dfrac{14}{35}$.

b) Xác suất chọn được hai tấm thẻ có số giống nhau bằng $\dfrac{1}{5}$.

c) Số phần tử của không gian mẫu bằng 35.

d) Xác suất để tích các số trên hai tấm thẻ lấy được là một số chẵn bằng $\dfrac{6}{35}$.

Câu 89. Khảo sát một nhóm 50 học sinh ở một trường trung học người ta thấy rằng: có 20 học sinh giỏi Ngoại ngữ, 15 học sinh giỏi Tin học, 10 học sinh giỏi cả Ngoại ngữ và Tin học. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ nhóm đó.
a) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học bằng $0,7$.
b) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Tin học bằng $0,3$.
c) Xác suất để chọn được học sinh giỏi Ngoại ngữ bằng $0,4$.
d) Xác suất để chọn được học sinh không giỏi Ngoại ngữ hoặc Tin học bằng $0,3$.

Câu 90. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 3 kỹ sư chế biến thực phẩm, 3 kỹ thuật viên và 12 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid 19 , xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho mỗi ca có 6 người.
a) Số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất là $C_{18}^{6}\cdot C_{12}^{6}$.
b) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho ca đầu tiên gồm toàn công nhân là $C_{12}^{6}\cdot C_{12}^{6}$.
c) Số cách phân lịch lao động vào 3 ca sản xuất sao cho mỗi ca có đúng 1 kỹ sư và đúng 1 kỹ thuật viên là $C_{6}^{1}\cdot C_{6}^{1}\cdot C_{12}^{6}$.

d) Xác suất sao cho mỗi ca có đúng 1 kỹ thuật viên, 1 kỹ sư chế biến thực phẩm là $\dfrac{225}{3094}$

Câu 91. Một nhà máy sản xuất hai loại sản phẩm I và II từ ba nguyên liệu A, B và C. Để sản xuất $1\,kg$ sản phẩm I nhà máy phải sử dụng $2\,kg$ nguyên liệu A và $2\,kg$ nguyên liệu C. Để sản xuất $1\,kg$ sản phẩm II nhà máy phải sử dụng $2\,kg$ nguyên liệu A, $2\,kg$ nguyên liệu B và $4\,kg$ nguyên liệu C. Biết rằng nhà máy có 10 tấn nguyên liệu A, 4 tấn nguyên liệu B và 12 tấn nguyên liệu C. Giả sử sản phẩm sản xuất ra đều được bán hết và tiền lãi khi bán mỗi tấn

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

sản phẩm I là 3 triệu đồng, mỗi tấn sản phẩm II là 5 triệu đồng. Gọi x và y lần lượt là số tấn sản phẩm I và II nhà máy cần sản xuất $(x \geq 0, y \geq 0)$.

a) Khi nhà máy sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất thì phải sử dụng 10 tấn nguyên liệu A.

b) Nguyên liệu của nhà máy đủ để sản xuất 3 tấn sản phẩm I và $1,5$ tấn sản phẩm II.

c) Bất phương trình mô tả điều kiện về sử dụng nguyên liệu C của nhà máy là $x + 2y \leq 6$.

d) Tiền lãi thu được khi sản xuất 2 tấn sản phẩm I và 2 tấn sản phẩm II là 14 triệu đồng.

Câu 92. Có một chai, một vại to, một cốc, một chén và một vại nhỏ được xếp thành dãy theo thứ tự đó , đựng các thứ nước khác nhau là: nước chè, cà phê, ca cao, sữa và bia. Nếu đem chiếc chén đặt vào giữa vật đựng chè và vật đựng sữa thì vật đựng chè và vật đựng ca cao sẽ cạnh nhau, vật đựng chè sẽ thay đổi thứ tự và vật đựng cà phê ở chính giữa.

a) Bia được đựng trong vại to.

b) Cà phê được đựng trong chén.

c) Chè được đựng trong vại nhỏ.

d) Sữa được đựng trong chai.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 01

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. (3,0 điểm) **Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(5)=2+F(1)$. Giá trị của $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -8.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(\alpha): 3x+y-z+3=0$?

A. $P(-1;0;1)$. **B.** $N(0;-2;1)$. **C.** $Q(-1;0;1)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-x+3}$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;-1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(3;-2;-5)$ làm một vectơ chỉ phương là

A. $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1+2t \\ z=3-5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1-2t \\ z=3-5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1+2t \\ z=3+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-t \\ z=-5+3t \end{cases}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(-1;0;2)$ và $\vec{b}=(2;3;-2)$. Giá trị của $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

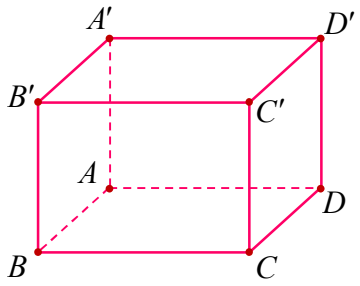
A. 2. **B.** -4. **C.** -6. **D.** -3.

Câu 7: Trong khoảng $(-\infty;+\infty)$, hàm số $F(x)=\sin x-x$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=-\cos x-1$. **B.** $h(x)=-\cos x-\frac{x^2}{2}+C$.

C. $k(x)=\cos x-\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $g(x)=\cos x-1$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ)



Số đo của góc nhị diện $\left[A', BC, D\right]$ bằng

A. $135°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		1		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $\min\limits_{(-2;+\infty)} f\left(x\right) = f\left(1\right)$. **B.** $\min\limits_{(-\infty;-3)} f\left(x\right) = f\left(-3\right)$.

C. $\min\limits_{(-2;1)} f\left(x\right) = f\left(1\right)$. **D.** $\min\limits_{[-3;-2]} f\left(x\right) = f\left(-2\right)$.

Câu 10: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho bằng

A. -12. **B.** 18. **C.** -18. **D.** 10.

Câu 11: Nếu $\log_a b = 3$ và $\log_a c = -5$ thì $\log_a\left(b^2c^3\right)$ bằng

A. -9. **B.** 8. **C.** 25. **D.** -10.

Câu 12: Cho bảng thống kê doanh số bán hàng của 100 nhân viên ở một trung tâm thương mại trong một tuần như sau:

Doanh số (triệu đồng)	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$
Số nhân viên	25	20	20	15	14	6

Trung tâm thương mại dự định chọn 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất để trao thưởng. Theo mẫu số liệu trên, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

A. 30,0 triệu đồng. **B.** 42,5 triệu đồng. **C.** 56,7 triệu đồng. **D.** 53,7 triệu đồng.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(2;3;-1\right); N\left(-1;0;1\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tọa độ điểm Q thuộc mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ sao cho $Q; M; N$ thẳng hàng là $Q\left(0;1;\dfrac{1}{3}\right)$.

b) Cho $P\left(5;m+1;3\right)$. Tam giác MNP vuông tại N khi $m = 1$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là $\left(0;3;-1\right)$.

d) Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn MN. Khi đó $\left(\alpha\right)$ có phương trình: $3x + 3y - 2z + 6 = 0$.

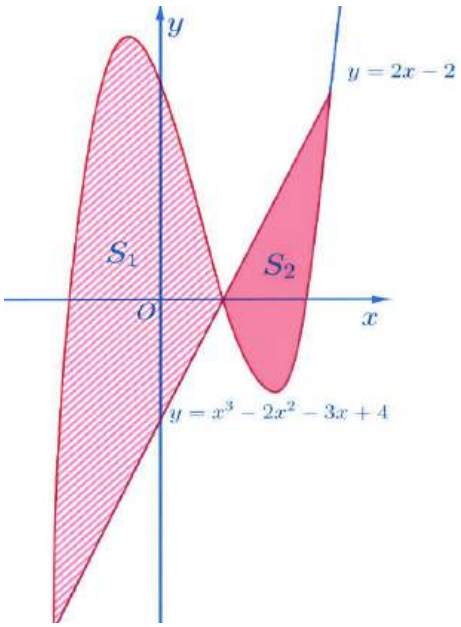
Câu 14: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Hàm số có 2 điểm cực trị.
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
c) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=1$.
d) M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C). Tích khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng $\sqrt{2}$.

Câu 15: Khảo sát những người xem bộ phim hoạt hình vừa được phát hành cho thấy 70% người xem là trẻ em và 30% là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2, 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Trong số những người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ xem tiếp phần 2, 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim.
a) Biết người được chọn là trẻ em, xác suất để người đó yêu thích bộ phim là $0,56$.
b) Xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là $0,59$.
c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn $0,85$.
d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là $0,37$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 16: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-3x+4$ có đồ thị là (C). Đường thẳng $d: y=2x-2$ cắt đồ thị (C) thành hai miền có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

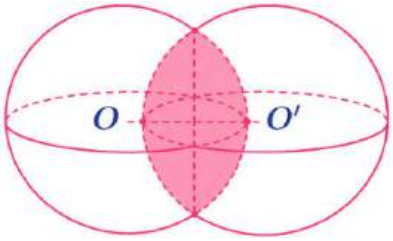


a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d bằng $\dfrac{253}{12}$.
b) Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2;-6)$, $B(1;0)$, $C(3;4)$.
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành, đường thẳng $x=-1$, $x=2$ bằng $\dfrac{21}{4}$.
d) Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{63}{16}$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD=2\sqrt{10}$, $AB=BC=\sqrt{10}$, $SA\perp(ABCD)$, $SA=2\sqrt{5}$. Tính khoảng cách giữa SB và DC.

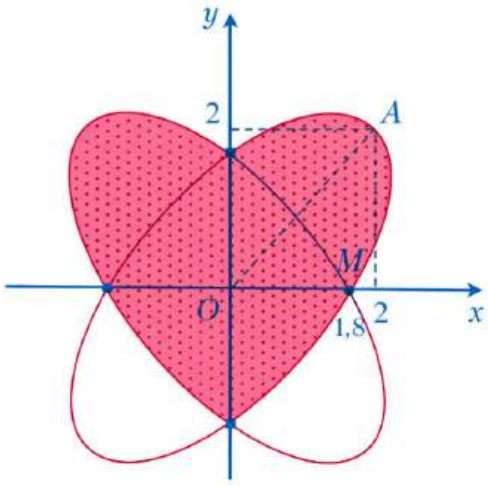
Câu 18: Một đồ chơi được thiết kế gồm hai mặt cầu (S_1), (S_2) có cùng bán kính $R=5$ thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại (xem hình vẽ). Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 19: Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có toạ độ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị km) như sau: Vệ tinh A tại vị trí $A\left(103;204;62\right)$, vệ tinh B tại vị trí $B\left(106;208;74\right)$, vệ tinh C tại vị trí $C\left(105;212;134\right)$. Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí M của khinh khí cầu đến các vệ tinh là: $MA=13$ km, $MB=26$ km, $MC=85$ km. Tính khoảng cách từ khinh khí cầu đến gốc toạ độ O (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của km).

Câu 20: Cho đồ thị gồm hình 2 elip đối xứng nhau qua Ox và Oy như hình vẽ dưới đây. Biết rằng điểm $A\left(2;2\right)$ thỏa mãn OA là một nửa độ dài trục lớn khi ta xoay elip về elip chính tắc và khoảng cách từ tâm đến các giao điểm bằng $1,8$.



Tính diện tích phần tô chấm (hình trái tim), (kết quả làm tròn đến hàng chục).

Câu 21: Một công ty sản xuất đồ chơi dự kiến sản xuất không quá 1000 bộ đồ chơi mỗi tháng để đáp ứng nhu cầu thị trường. Nếu sản xuất x bộ đồ chơi, doanh thu có thể đạt khi bán hết là $F\left(x\right)=2x^3-6\,000x^2+3\,000\,000x+8\,000\,000$ (đồng). Chi phí trung bình cho mỗi bộ là $\overline{C}\left(x\right)=1,5x+1\,800+\dfrac{5\,000\,000}{x}$ (đồng). Hỏi công ty cần sản xuất bao nhiêu bộ đồ chơi để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 22: Chạy Maraton là môn thể thao chạy bộ đường dài, mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195km trong khoảng thời gian nhất định. "FM sub 4" là thuật ngữ phổ biến trong cộng đồng những người chạy Maraton, nó dùng để chỉ thành tích hoàn thành quãng đường trên trong thời gian dưới 4 giờ. Trong 1 câu lạc bộ Maraton tỉ lệ thành viên nam 72%, nữ 28%. Đối với nam, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 32%, đối với nữ tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thành viên từ câu lạc bộ đó. Xác suất để người được chọn là nam bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) nếu biết rằng người được chọn đã hoàn thành FM sub 4 ?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 02

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. (3,0 điểm) **Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Phương trình $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=0$ có nghiệm là

A. $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$, biết $u_2=3$ và $u_4=7$. Giá trị của u_{15} bằng

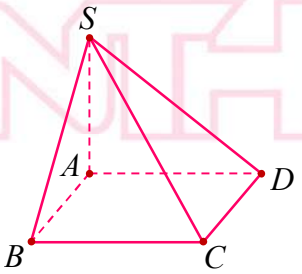
A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.

Câu 3: Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1}=8$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy (xem hình dưới). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $BA\perp\left(SAD\right)$. **B.** $BA\perp\left(SAC\right)$. **C.** $BA\perp\left(SBC\right)$. **D.** $BA\perp\left(SCD\right)$.



Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên bên dưới.

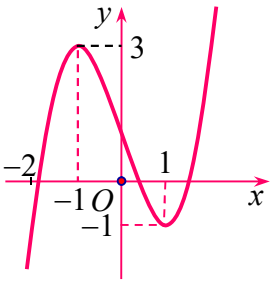
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-2;1\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;3\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;3\right)$.



NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 6: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở bảng ghép nhóm sau:

Số giờ làm thêm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. $\dfrac{19}{2}$. **B.** $\dfrac{53}{10}$. **C.** $\dfrac{60}{7}$. **D.** $\dfrac{71}{8}$.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x+1}{x}$ là

A. $x^2+\ln|x|+C$. **B.** $2x+\ln|x|+C$. **C.** $2x-\dfrac{1}{x^2}+C$. **D.** $x+2\ln|x|+C$.

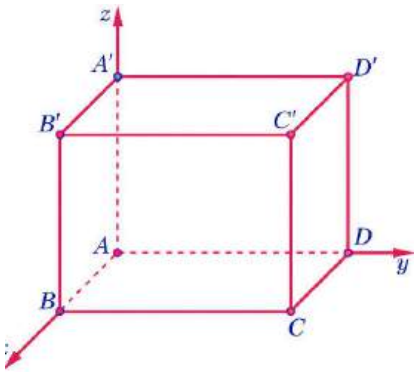
Câu 8: Biết $\int\limits_0^2 f(x)dx=3a$ và $\int\limits_0^2 g(x)dx=4a$. Giá trị $\int\limits_0^2\left[2f(x)+g(x)+1\right]dx$ bằng

A. $10a+1$. **B.** $6a$. **C.** $6a+2$. **D.** $10a+2$.

Câu 9: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=0,4$; $P(B)=0,45$; $P(A\mid B)=0,25$. Khi đó $P(B\mid A)$ bằng

A. $\dfrac{12}{25}$. **B.** $\dfrac{2}{15}$. **C.** $\dfrac{9}{32}$. **D.** $\dfrac{11}{25}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1 như hình vẽ.



Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AC}$ là

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;1;1)$. **C.** $(1;0;1)$. **D.** $(1;1;1)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+8y-2z-4=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2;-4;1), R=5$. **B.** $I(-2;4;-1), R=25$.

C. $I(2;-4;1), R=\sqrt{21}$. **D.** $I(-2;4;-1), R=21$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. $(12;9;1)$. **B.** $(1;0;1)$. **C.** $(0;0;-2)$. **D.** $(1;1;6)$.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y=e^x-x$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) $y'=e^x-1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2025;2026)$.

c) Hàm số có một giá trị cực trị bằng 0.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng $e-2$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ mua bảo hiểm nhân thọ trong số các nhân viên nữ là 7% và trong số các nhân viên nam là 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp.

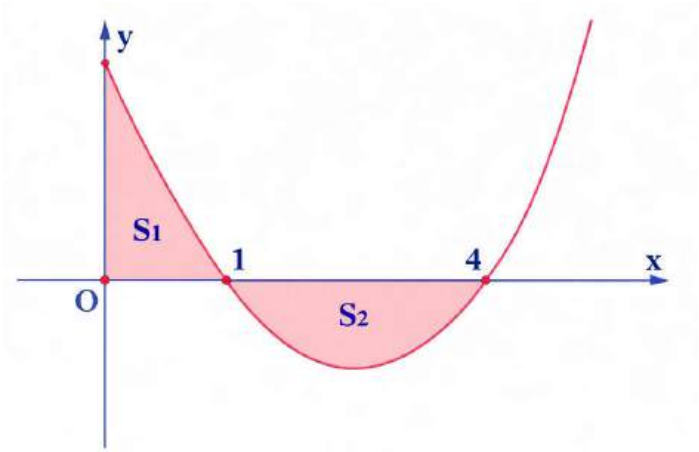
a) Xác suất nhân viên được chọn là nữ và có mua bảo hiểm nhân thọ là $0,315$.

b) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là $0,059$.

c) Biết nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.

d) Xác suất chọn được nhân viên nữ có mua bảo hiểm nhân thọ cao hơn xác suất chọn được nhân viên nam có mua bảo hiểm nhân thọ.

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^2-5x+4$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x=0, x=4$ một hình phẳng $\left(H\right)$ gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2.



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=2x-5$ trên $\mathbb{R}$.

b) $\int\limits_0^4 f(x)dx=S_1+S_2$.

c) $\frac{S_1}{S_2}=\frac{11}{27}$.

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng $\left(H\right)$ quanh trục Ox là $V=\frac{64\pi}{5}$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A\left(4;4;0\right)$. Gọi B là điểm thuộc $\left(S\right)$ sao cho tam giác OAB là tam giác đều.

a) Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(2;2;2\right)$, bán kính $R=2$.

b) Điểm O nằm ngoài mặt cầu $\left(S\right)$.

c) Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu $\left(S\right)$ đến đường thẳng OA bằng 2.

d) Mặt phẳng $\left(OAB\right)$ có phương trình là $x-y+z=0$ hoặc $x-y-z=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17: Trong một hộp kín có 11 chiếc bút bi trong đó có 7 chiếc bút bi xanh và 4 chiếc bút bi đỏ, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút trong hộp không trả lại. Sau đó, bạn Nam lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút trong 10 chiếc bút còn lại. Xác suất bạn Nam lấy được bút bi xanh biết bạn An lấy được bút bi đỏ bằng bao nhiêu?

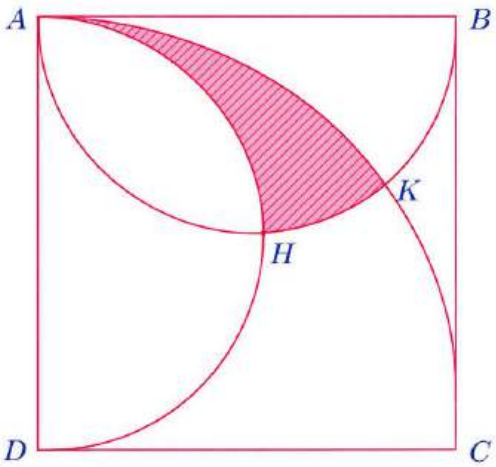
Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=6+5t\\y=2+t\\z=1\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+1=0$. Số đo góc hợp bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu độ?

Câu 19: Gọi V là thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0\le x\le 3$) thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{9-x^2}$. Giá trị của V bằng bao nhiêu?

Câu 20: Một nền tảng bán vé trực tuyến cho khán giả xem trận đấu bóng đá tranh hạng ba U23 châu Á 2026 giữa U23 Việt Nam và U23 Hàn Quốc nhận thấy rằng khi giá vé là 2.500.000 đồng/vé, họ bán được 7.000 vé. Cứ mỗi lần tăng giá 100.000 đồng/vé, số vé bán ra giảm 200 vé. Hỏi nền tảng nên bán vé với giá bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị) để doanh thu từ bán vé trực tuyến là lớn nhất?

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x-z-3=0$ và điểm $M(1;1;1)$. Gọi A là điểm thuộc tia Oz, B là hình chiếu của A lên (α). Biết rằng tam giác MAB cân tại M. Tính diện tích của tam giác MAB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 22: Một bức tường lớn hình vuông $ABCD$ có kích thước $8m$ x $8m$ trước đại sảnh của một toà biệt thự được sơn loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD, AB cắt nhau tại H; đường tròn tâm D, bán kính AD, cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K. Biết "tam giác cong" AHK được sơn màu xanh (phần gạch sọc trong hình) và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng.



Cho biết đã tính được số tiền phải trả (tính theo nghìn đồng và làm tròn đến hàng nghìn) có dạng $\overline{abcde}$ (nghìn đồng). Hãy tính $T=a+b+c+d+e$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

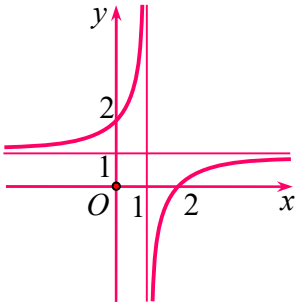
ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 03

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. (3,0 điểm) **Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.
C. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là
A. $2x+y-3z+1=0$. **B.** $2x+y-3z-1=0$.
C. $2x+z+1=0$. **D.** $2x+z-1=0$.

Câu 3: Nếu $\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx=5$ thì $\int\limits_{-1}^{2} 4f(x)dx$ bằng
A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=e^x+2$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\int f(x)dx=e^{x-2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+2x+C$.
C. $\int f(x)dx=e^x-2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x+C$.

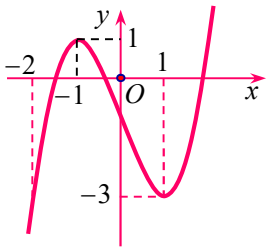
Câu 5: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$, chiều cao $h=3$ là
A. 18. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông tại B. Kết luận nào sau đây sai?
A. $(SAB)\perp(SBC)$. **B.** $(SAC)\perp(ABC)$.
C. $(SAC)\perp(SBC)$. **D.** $(SAB)\perp(ABC)$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=7$ và công bội $q=3$. Khi đó số hạng thứ 2 của cấp số nhân đã cho là
A. $u_2=343$. **B.** $u_2=21$.
C. $u_2=10$. **D.** $u_2=49$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng



A. $f(0)$. **B.** $f(-1)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(2)$.

Câu 9: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=2x-3$. **B.** $y=2x+5$. **C.** $y=2x+3$. **D.** $y=2x-5$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2+2)\le 3$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=[-5;5]$.

C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$.

Câu 12: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Số cuộc gọi	9	9	5	7	2	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 140. **B.** 60. **C.** 169. **D.** 180.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=x^2e^x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(x^2+2x)e^x$.

b) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là $x=0$ và $x=2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\dfrac{1}{e}$.

Câu 14: Một người điều khiển xe máy với vận tốc $36km/h$ thì phát hiện phía trước cách vị trí xe một đoạn $50m$ có công trường đang thi công có gắn biển báo giới hạn tốc độ tối đa cho phép là $20km/h$. Hai giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc $v_1(t)=at+b\,(m/s),(a,b\in\mathbb{R},a<0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

bắt đầu giảm tốc độ. Khi xe máy vừa đến vị trí đặt biển báo thì tốc độ của xe máy bằng $18km/h$ và giữ nguyên vận tốc như vậy cho đến khi rời khỏi khu vực công trường. Khi vừa ra khỏi công trường, xe máy tăng tốc với vận tốc $v_2(t_1) = mt_1 + n(m/s), (m,n \in \mathbb{R}, m > 0)$, trong đó t_1 là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu ra khỏi công trường. Biết rằng rằng đúng 4 giây sau khi tăng tốc, xe máy đạt vận tốc $54km/h$.

a) Quảng đường đường xe máy đi được từ khi phát hiện biển báo giới hạn tốc độ đến khi bắt đầu giảm tốc độ là $20m$.

b) $b = 15$.

c) Xe máy đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép sau 4 giây kể từ khi giảm tốc.

d) Quảng đường xe máy đi được từ khi tăng tốc đến khi đạt vận tốc $54km/h$ là $44m$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3y + 6z = 12$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$.

b) Mặt cầu (S) có bán kính $R = 9$.

c) Khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng 2.

d) Đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có chu vi là $\pi\sqrt{5}$.

Câu 16: Một công ty truyền thông đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của dự án I và dự án II lần lượt là 50% và 60%. Khả năng trúng thầu cả hai dự án của công ty là 40%. Gọi A là biến cố công ty thắng thầu dự án I và B là biến cố công ty thắng thầu dự án II.

a) $P(A) = 0,5$ và $P(AB) = 0,4$.

b) $P(B \mid A) = 0,8$ và $P(A \mid B) = \dfrac{2}{3}$.

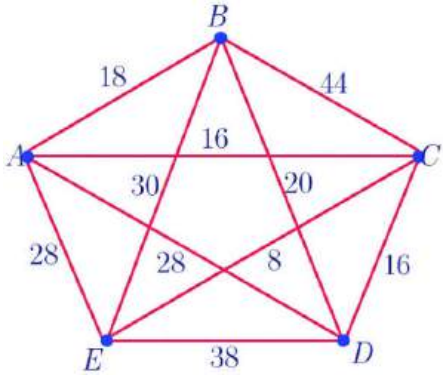
c) Biết công ty không thắng thầu dự án I. Khả năng công ty sẽ thắng thầu dự án II là 35%.

d) Xác suất công ty chỉ thắng thầu đúng một dự án là 30%.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = 2$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 5$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC), (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 18: Một tài xế chở hàng cần chở hàng đến cả 5 địa điểm A, B, C, D, E như hình vẽ. Khoảng cách giữa các địa điểm được ghi theo số ở trên mỗi đoạn thẳng với đơn vị đo là km.

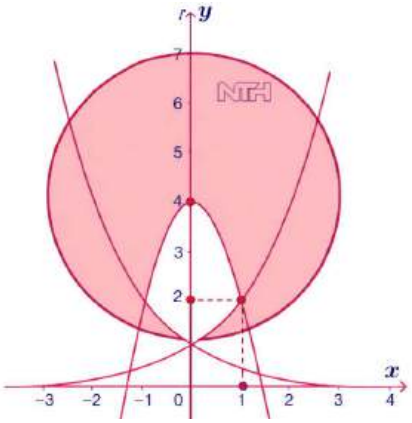


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Quãng đường ngắn nhất để tài xế phải đi là bao nhiêu km để có thể giao đủ đến cả 5 địa điểm (giả thuyết rằng tài xế sẽ bắt đầu tại một điểm bất kì và kết thúc giao hàng khi tất cả các địa điểm đã được đến)?

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(4;1;0\right)$, $B\left(4;6;6\right)$, $C\left(5;6;2\right)$, $D\left(7;2;14\right)$ và điểm $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 20: Cho các đồ thị hàm số $y=a^x, y=a^{-x}$, $y=Ax^2+Bx+C$, $1\neq a>0, A,B,C\in\mathbb{R}$ và đường tròn $\left(C\right)$. Gọi $\left(D\right)$ là miền phẳng được tô đậm (hình vẽ).



Quay miền $\left(D\right)$ quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 21: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 180 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1\leq x\leq 180\right)$ thì giá bán của mỗi sản phẩm là $f\left(x\right)=35840-192x$ (nghìn đồng) và chi phí sản xuất bình quân trên một sản phẩm là $g\left(x\right)=25,6x^2-153,6x+3072+\dfrac{19200}{x}$ (nghìn đồng). Biết rằng mức thuế trên một sản phẩm là 512 (nghìn đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 22: Trong một đợt dịch sốt xuất huyết, ở mỗi khu phố tiến hành thử nghiệm một thiết bị phát hiện sốt xuất huyết. Có 9000 dân tham gia, trong đó có 1500 người nhiễm bệnh và 7500 người không nhiễm bệnh.
+ Khi thử với 1500 người nhiễm bệnh, thiết bị cho kết quả 76% dương tính.
+ Khi thử với 7500 người không nhiễm, thiết bị cho kết quả 7% dương tính.
Chọn ngẫu nhiên một người, kết quả kiểm tra cho thấy người này dương tính với bệnh. Xác suất để người đó là người bị sốt xuất huyết là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 04

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. (3,0 điểm) **Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 7$. Khi đó $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 9. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x - y - 2z + 3 = 0$. **B.** $x - y + 2z - 3 = 0$.
C. $x - y + 2z + 3 = 0$. **D.** $x + y + 2z + 3 = 0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;-1;2)$ và $N(1;3;4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+3}{4} = \dfrac{z+4}{2}$.
C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z+2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;4)$ lên trục Oy là điểm nào?

A. $M_1(-2;0;0)$. **B.** $M_2(0;3;0)$. **C.** $M_3(0;0;4)$. **D.** $M_4(-2;0;4)$.

Câu 5: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ thoả mãn $\log_a b = 5$. Giá trị của biểu thức $\log_a(ab)$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2;-1;0)$, $\vec{b} = (-1;-3;2)$, $\vec{c} = (-2;-4;-3)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ là

A. $(3;7;9)$. **B.** $(-3;-7;-9)$. **C.** $(5;3;-9)$. **D.** $(-5;-3;9)$.

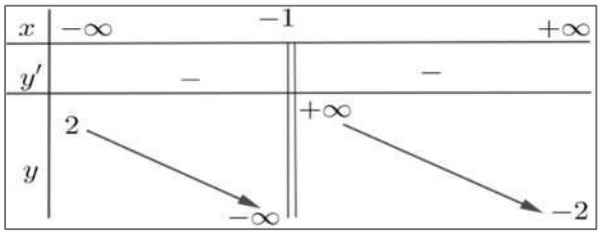
Câu 7: Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 12A được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	2	8	18	12

Phương sai của mẫu số liệu là

A. $8,5$. **B.** $0,15$. **C.** $0,7$. **D.** 6.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như hình bên.



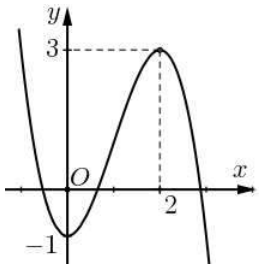
Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a$, $x=b$ là

A. $\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **C.** $\pi\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 10: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên trong khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;2)$.

B. $(2;+\infty)$.

C. $(-1;3)$.

D. $(0;2)$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1=6$ và công bội $q=-\dfrac{1}{2}$. Tính u_5.

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** -3. **C.** $-\dfrac{3}{8}$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

Câu 12: Bất phương trình $\log_2(x-1)\le 3$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;9)$. **B.** $(1;9]$. **C.** $(-\infty;9]$. **D.** $(1;9)$.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=\ln x-x$.

a) $f\left(\dfrac{1}{e}\right)=\dfrac{e+1}{e}$; $f(e^2)=2+e^2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\dfrac{x-1}{x}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1;e^2)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[\dfrac{1}{e};e^2\right]$ là -1.

Câu 14: Sữa chua là một sản phẩm tốt cho sức khỏe, hỗ trợ tiêu hóa, làm đẹp da. Sữa chua được tạo ra từ sữa nhờ vi khuẩn lên men lactic. Trong dây chuyền sản xuất sữa chua của một nhà máy, công đoạn lên men là công đoạn quyết định chất lượng của sữa chua. Số lượng vi khuẩn lactic trong bồn lên men tại thời điểm t (giờ) được kí hiệu là $N(t)$. Ban đầu ($t=0$ giờ), số lượng vi khuẩn là $N(0)=10$ tỷ tế bào. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi số lượng vi khuẩn $N'(t)$ được mô hình hóa bởi công thức: $N'(t)=10.2^{2t}$ (tỷ tế bào/giờ) với t là thời gian tính bằng giờ $(0\le t\le 5)$. Quá trình lên men kết thúc sau 5 giờ.

a) Số lượng tế bào vi khuẩn lactic tại thời điểm t được xác định bởi công thức:

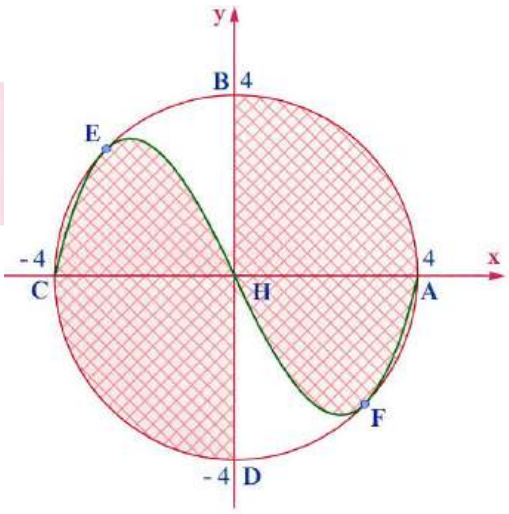
$N(t)=\dfrac{5}{\ln 2}\left(2^{2t}-1\right)+10$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Sau 1 giờ lên men, số lượng vi khuẩn là 31,7 tỷ tế bào.
c) So với lúc ban đầu $\left(t=0\right)$, số lượng vi khuẩn (làm tròn đến hàng phần mười) đã tăng thêm 454,4 tỷ tế bào tại thời điểm $t=3$ giờ.
d) Tại thời điểm kết thúc quá trình lên men, lượng vi khuẩn trong bồn lên men lớn hơn 7389 tỷ tế bào.

Câu 15: Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu đỏ, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu đỏ có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:
A :"Khách hàng chọn được bóng màu trắng";
B :"Khách hàng chọn được bóng không hỏng";
Khi đó:
a) $P\left(\overline{A}\right)=0,65$. b) $P\left(B\mid A\right)=0,02$. c) $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,3$. d) $P\left(B\right)=0,9765$.

Câu 16: Một khoảng đất trong khuôn viên nhà trường có hình dạng là một đường tròn có đường kính $8m$. Để tăng tính thẩm mỹ, khi thực hiện cải tạo đã chia mảnh đất đó thành hai phần bằng một đường cong là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$, phần gạch chéo dùng để trồng hoa và phần còn lại dùng để trồng cỏ, được mô hình hóa trong hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây.



Biết đồ thị hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có tâm đối xứng trùng với gốc tọa độ; đi qua các điểm E, F lần lượt là các điểm chính giữa của các cung $\overset{\frown}{BC},\overset{\frown}{DA}$ và đi qua các giao điểm của đường tròn với trục Ox.
a) Toạ độ các điểm E,F là $E\left(-2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right),F\left(2\sqrt{2};-2\sqrt{2}\right)$.
b) Biết $y=f\left(x\right)=ax^3+bx$. Khi đó $a+b=-15$.
c) Diện tích phần trồng hoa bằng $S=16+8\pi\left(m^2\right)$.
d) Biết chi phí trồng hoa $1m^2$ là 180 nghìn đồng, trồng cỏ $1m^2$ là 100 nghìn đồng. Chi phí để hoàn thành công trình trên là 8117 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn đồng).

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

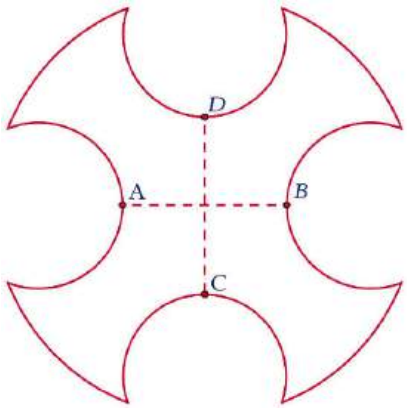
Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD=2\sqrt{10}$, $AB=BC=\sqrt{10}$, $SA\perp\left(ABCD\right),SA=2\sqrt{5}$. Tính khoảng cách giữa SB và DC.

Câu 18: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Thành và Công. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 600 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 500 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Thành phải làm việc trong 4 giờ, Công phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Thành phải làm việc trong 3 giờ, Công phải làm việc trong 5 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Thành không thể làm việc quá 200 giờ và Công không thể làm việc quá 240 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 19: Tại một thời điểm có bão, khi đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) ở một vị trí phù hợp thì tâm bão có tọa độ là $(300;200;1)$. Một mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão ở cấp độ: bán kính gió mạnh từ cấp 10, giật từ cấp 12 trở lên khoảng $100km$ tính từ tâm bão. Mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão có phương trình là $(x-300)^2+(y-200)^2+(z-1)^2=100^2$. Khoảng cách xa nhất từ gốc tọa độ đến một điểm trên mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 20: Trong cơ khí chế tạo, một chi tiết máy hình đĩa tròn có dạng như hình vẽ, nhận AB và CD làm các trục đối xứng. Người ta cần phủ sơn cả hai mặt của chi tiết. Biết rằng đường tròn lớn có bán kính $5\,dm$, các đường tròn nhỏ đều có bán kính bằng $2\,dm$, $AB=CD=4dm$ và chi phí sơn là 82.000 đồng/m^2.



Chi phí để sơn hoàn thiện chi tiết máy bằng bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 21: Một nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B, nhà máy A chỉ bán sản phẩm cho nhà máy B và nhà máy B cam kết thu mua hết số sản phẩm mà nhà máy A sản xuất được. Nhà máy A có khả năng sản xuất được tối đa là 200 tấn sản phẩm trong 1 tháng. Nếu bán ra x tấn sản phẩm cho nhà máy B thì giá bán mỗi tấn sản phẩm là $50-0,0002x^2$ triệu đồng. Trong một tháng nhà máy A phải chi phí cho nhân công và chi cho khấu hao máy móc một lượng cố định là 150 triệu đồng, ngoài ra khi sản xuất mỗi tấn sản phẩm thì nhà máy phải chi phí thêm cho mua nguyên liệu là 35 triệu đồng. Biết rằng nhà máy A phải nộp 5% doanh thu cho cơ quan thuế. Tính lợi nhuận sau thuế (lợi nhuận sau khi đã trừ tiền thuế) lớn nhất thu được trong 1 tháng của nhà máy A (đơn vị tính là tỉ đồng và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22: Trong một đêm thi hát, mỗi người phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ biết rằng người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 05

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. (3,0 điểm) **Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+4$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** -12. **C.** 4. **D.** -6.

Câu 2: Hàm số có bảng biến thiên sau. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0p\pi\right\}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;3;-1\right)$ trên trục Oy. Khi đó $\overrightarrow{MM'}$ có tọa độ là

A. $\left(0;2;3\right)$. **B.** $\left(3;0;0\right)$. **C.** $\left(-2;0;1\right)$. **D.** $\left(0;2;3\right)$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $\log_2\left(x-3\right)$ là

A. $\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{3\right\}$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 6: Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, người ta thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (giờ)	$\left[4;5\right)$	$\left[5;6\right)$	$\left[6;7\right)$	$\left[7;8\right)$	$\left[8;9\right)$
Số lượng	6	12	13	10	3

Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $1,97$. **B.** $1,87$. **C.** $1,79$. **D.** $1,78$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=2025^x$ là

A. 2025^{x-1}. **B.** 2025^x. **C.** $x.2025^{x-1}$. **D.** $2025^x.\ln 2025$.

Câu 9: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+2}{x-1}$

A. $y=-2x-1$. **B.** $y=2x-1$. **C.** $y=2x+1$. **D.** $y=-2x+1$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 11: Có 7 chiếc ghế xếp thành hàng ngang. Có bao nhiêu cách xếp 3 người vào 7 chiếc ghế đó sao cho mỗi người ngồi một ghế?

A. 210. **B.** 21. **C.** 35. **D.** 343.

Câu 12: Rút gọn biểu thức $P=\sin 3x.\cos x-\sin x.\cos 3x$

A. $P=\sin 4x$. **B.** $P=\sin 2x$. **C.** $P=\cos 2x$. **D.** $P=\cos 4x$.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Một công ty sản xuất một loại sản phẩm. nếu có x sản phẩm được bán ra thì bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm bán giá trên mỗi đơn vị sản phẩm là $q(x)=10\,000-250x$ (nghìn đồng), với $0<x<40$. Gọi $f(x)$ là hàm doanh thu của công ty (đơn vị: nghìn đồng), xem $y=f(x)$ là một hàm số xác định trên khoảng $(0;40)$. Xét tính đúng – sai trong các phát biểu sau?

a) $f(x)=xq(x)$.

b) $f'(x)=-500x+10\,000$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm là $x=2$.

d) Doanh thu lớn nhất của công ty bằng 100 triệu đồng.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$. Xét tính đúng – sai của các phát biểu sau?

a) Tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là điểm $I(1;2)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục hoành.

d) Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với trục tung. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm M là $y=-3x-2$.

Câu 15: Một hòn đá được ném từ một cây cầu với quỹ đạo ban đầu là 25° so với phương nằm ngang. Vào thời điểm nó di chuyển $x(m)$ theo phương ngang, chiều cao của hòn đá so với mặt nước dưới cầu được cho bởi $h(x)=ax^2+bx+c$ (mét) với $a;b;c\in\mathbb{R}$. Hòn đá được ném từ độ cao 3 mét so với mặt nước và đạt độ cao cực đại khi $x=5$.

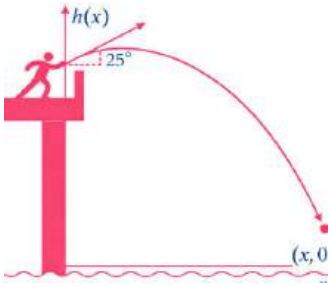
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Giá trị $c=3$.

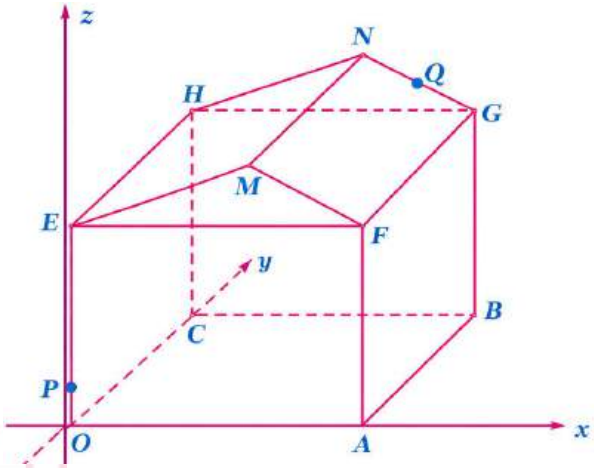
b) Đạo hàm của $h(x)$ là $h'(x)=2ax+b$.

c) Độ cao lớn nhất của hòn đá so với mặt nước là $4{,}16\,m$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Hòn đá rơi xuống nước tại vị trí $4{,}16\,m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 16: Một kho chứa hàng không có dạng hình lăng trụ đứng $OAFME.CBGNH$ với $OAFE$ là hình chữ nhật, P là điểm nằm trên đoạn thẳng OE sao cho $OP=\dfrac{1}{5}OE$ và Q là trung điểm của NG. Người ta mô hình hoá bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị đại trên mỗi trục là $1\,m$). Biết $A(6;0;0)$; $C(0;20;0)$; $E(0;0;5)$; $M(3;0;8)$.



a) Toạ độ của $\overrightarrow{AP}$ là $(-6;0;1)$.

b) Hai vector $\overrightarrow{EM}$; $\overrightarrow{GN}$ vuông góc với nhau.

c) Số đo góc nhị diện $[M,FG,E]$ bằng $30°$.

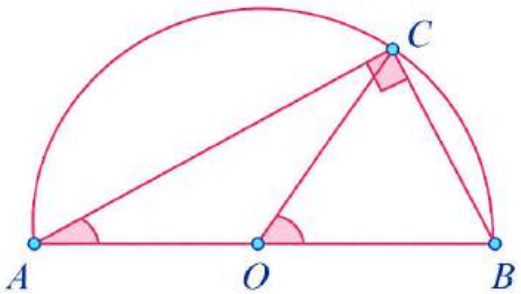
d) Người ta lắp đặt camera quan sát trong nhà kho tại vị trí Q. Đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí P. Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ P đến E rồi từ E đến H, sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn dây cáp nối bởi $27+3\sqrt{3}\,(m)$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Một cửa hàng thực phẩm bán thịt gà với chi phí mua vào là 120 nghìn đồng/1kg, bán ra là 150 nghìn đồng/1kg. Với giá bán này thì một tháng cửa hàng bán được 1000kg. Nhằm đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ trong một tháng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng/1kg thì khối lượng thịt gà bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 50kg. Cửa hàng phải định giá bán mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilogram để lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

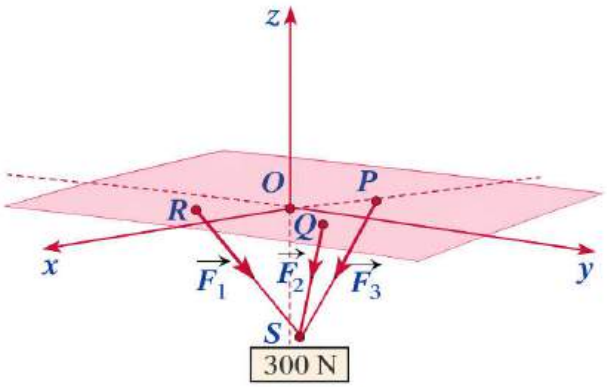
Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=1$ cm, $CD=2$ cm. Tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$ cm^3. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 19: Một hồ nước hình bán nguyệt có đường kính $AB=150m$. Một người chèo thuyền theo một đường thẳng với vận tốc 3 km/h từ vị trí A đến vị trí C bất kì trên cung AB. Tại vị trí C người đó nghỉ 2 phút rồi tiếp tục chạy bộ dọc theo cung nhỏ CB đến B, sau đó chạy theo đường thẳng BA để quay về A với vận tốc 6 km/h (tham khảo hình vẽ). Hỏi thời gian chậm nhất mà người đó về đến A là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



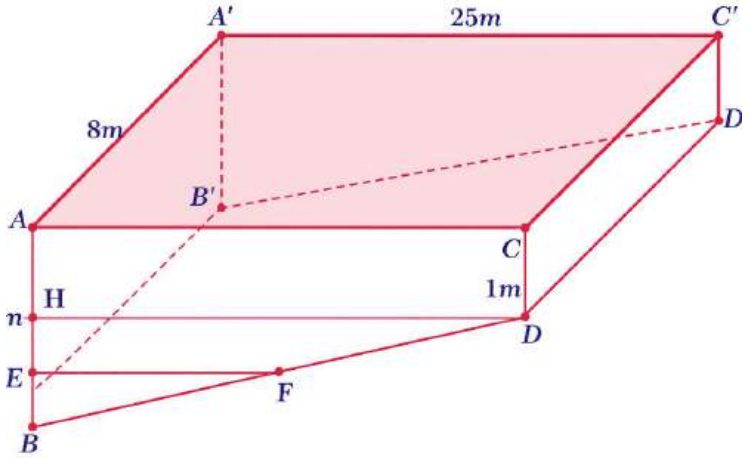
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 20: Một vật có trọng lượng $300N$ được treo bằng ba sợi dây cáp không giãn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu gắn tại một trong các điểm $P\left(-2;0;0\right)$, $Q\left(1;\sqrt{3};0\right)$, $R\left(1;-\sqrt{3};0\right)$, còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S\left(0;0;-2\sqrt{3}\right)$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng với $1N$). Gọi $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ tương ứng là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS. Giá trị $\left|\overrightarrow{F_1}\right|+\left|\overrightarrow{F_2}\right|+\left|\overrightarrow{F_3}\right|$ bằng bao nhiêu Niu – tơn? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 21: Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 9 học sinh đó sao cho không có hai học sinh lớp 12 nào đứng cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 22: Mặt bể bơi của một chung cư cao cấp có dạng một hình chữ nhật với chiều dài 25m và chiều rộng 8m. Bể bơi sâu 1m ở bên đầu nông và sâu 2m bên đầu sâu. Biết hai đầu nông, sâu thuộc hai mặt bên theo chiều dài bể bơi (tham khảo hình vẽ minh hoạ).



Ban đầu bể bơi không có nước, nước bắt đầu được bơm vào bể bơi lúc 7h sáng với tốc độ $1m^3$ / phút, vào lúc 7h36 phút sáng thì mực nước dâng lên với tốc độ $\frac{1}{a}$ (mét/phút). Giá trị của a bằng bao nhiêu?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

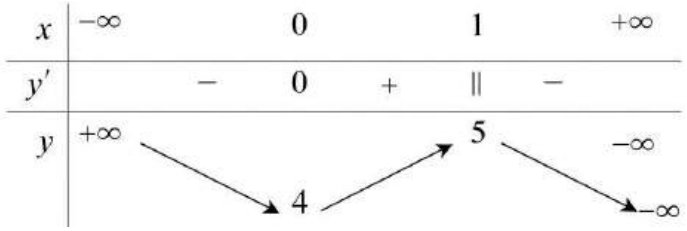
ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 06

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. (3,0 điểm) **Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\min\limits_{R} y=4$. **B.** $y_{CT}=0$. **C.** $\max\limits_{R} y=5$. **D.** $y_{CD}=5$.

Câu 2: Tìm công sai d của cấp số cộng $(u_n), n\in N^*$ có $u_1=1; u_4=13$ có tập nghiệm là

A. $d=\dfrac{1}{3}$. **B.** $d=3$. **C.** $d=\dfrac{1}{4}$. **D.** $d=4$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 4: Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị centimét).

Doanh thu	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Số ngày	4	10	14	6	4	2

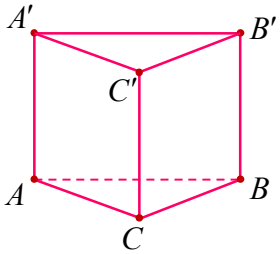
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm nào dưới đây?

A. $[50;60)$. **B.** $[40;50)$. **C.** $[70;80)$. **D.** $[60;70)$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{-3^x}{\ln 3}$. **C.** $y'=-3^x\ln 3$. **D.** $y'=3^x\ln 3$.

Câu 6: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB=a$, cạnh bên $AA'=2a$. Khoảng cách giữa hai mặt đáy của lăng trụ bằng



A. $a\sqrt{5}$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $3a$.

Câu 7: Phương trình $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất bằng

A. 2π. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** π.

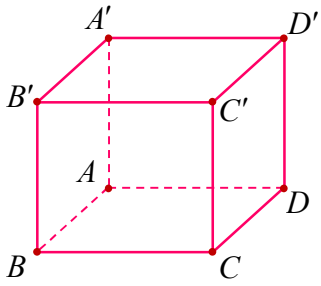
Câu 8: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=5$. **B.** $y=0$. **C.** $y=1$. **D.** $x=1$.

Câu 9: Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=x^2-3x-1$ và $y=x^3-1$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy chọn kết luận sai.



A. $A'B//\left(CDD'C'\right)$. **B.** $CC'//\left(ABB'A'\right)$.

C. $BD//A'C'$. **D.** $\left(ABCD\right)//\left(A'B'C'D'\right)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

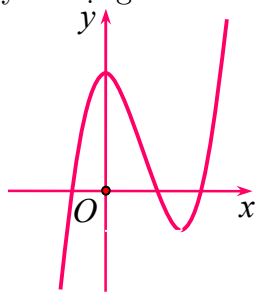
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 12: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ bên



A. $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x^2+3$.

C. $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^4+2x^2+3$.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13: Mức cường độ âm $L\left(dB\right)$ được tính bởi công thức $L=10\log\dfrac{I}{10^{-12}}$, trong đó $I\left(W/m^2\right)$ là cường độ âm. Để đảm bảo sức khỏe cho công nhân, mức cường độ âm trong một nhà máy phải giữ sao cho không vượt quá $85dB$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $L=10\log I+120$.

b) Nếu cường độ âm $I=1000\left(W/m^2\right)$ thì mức cường độ âm không vượt quá $125dB$.

c) Để mức cường độ âm không vượt quá $130dB$ thì cần cường độ âm $I\le 10\left(W/m^2\right)$.

d) Cường độ âm của nhà máy đó không vượt quá $10^{-3,5}\left(W/m^2\right)$ thì đảm bảo sức khỏe cho công nhân.

Câu 14: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f\left(x\right)$	$+\infty$	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$

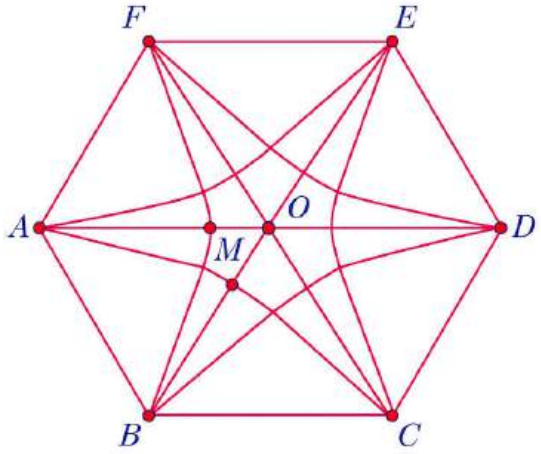
a) Hàm số có hệ số $a<0$.

b) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $\left(1;2\right)$, $\left(3;4\right)$.

c) $f'\left(x\right)=0$ tại các giá trị $x=2$, $x=4$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[2;4\right]$ bằng $\dfrac{7}{2}$.

Câu 15: Từ một tấm bìa mỏng hình lục giác đều $ABCDEF$ cạnh 4 cm, bên trong có một lục giác đều nhỏ hơn. Các đường chéo AD, BE, CF cắt nhau tại O, cắt cạnh lục giác đều nhỏ tại M (như hình vẽ). Đặt $OM=x$ (cm). Bạn Khôi cắt bỏ 6 tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của lục giác đều ban đầu và đỉnh là đỉnh của lục giác đều nhỏ phía trong rồi gấp lên sao cho các đỉnh A, B, C, D, E, F trùng nhau tạo thành một khối chóp lục giác đều.



a) Tam giác OAB đều có cạnh bằng 4 cm.

b) Cạnh đáy của khối chóp lục giác đều bằng $\dfrac{x\sqrt{3}}{6}$ (cm).

c) Đường cao của khối chóp lục giác đều bằng $\sqrt{16-8x}$ (cm).

d) Thể tích lớn nhất của khối chóp lục giác đều có thể đạt được là $\dfrac{256\sqrt{10}}{375}$ $\left(cm^3\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 16: An và Bình rủ nhau đi câu cá vào ngày nghỉ cuối tuần. Xác suất câu được cá của An là $0,6$. Xác suất câu được cá của Bình là $0,3$. Khi đó ta có

a) Xác suất An không câu được cá bằng $0,4$

b) Xác suất có đúng 1 người câu được cá bằng $0,34$

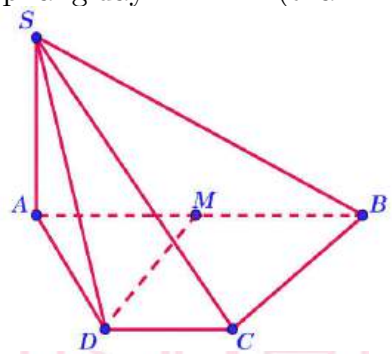
c) Xác suất để cả 2 người đều không câu được cá bằng $0,3$

d) Xác suất có ít nhất 1 người câu được cá bằng $0,72$

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Dịp cuối tuần một nhóm n bạn gồm Khoa, Khôi, Thảo và (n -3) bạn khác cùng nhau đến rạp chiếu phim xem bộ phim "Mưa đỏ". Khi xếp tùy ý nhóm bạn này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n, mỗi bạn ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Khoa, Thảo, Khôi theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\dfrac{13}{675}$. Tìm n?

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $SA=3a$ (tham khảo hình vẽ).



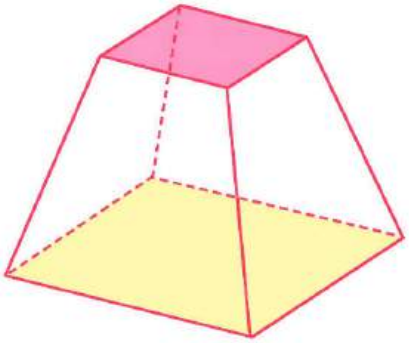
Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng $\dfrac{xa}{y}$ (với $\dfrac{x}{y}$ tối giản). Tính $3x+2y$?

Câu 19: Hãng Xtul Air – Công ty chuyên về các chuyến bay thuê chuyến vừa có hoạt động thâm nhập thị trường Việt Nam. Hãng đã cho ra mắt dịch vụ sử dụng máy bay riêng của Xtul Air, trong đó có chiếc Gulfstream G650 là máy bay phản lực thương mại lớn, sức chứa tối đa 20 người, có thể bay từ Hà Nội về TP. Hồ Chí Minh trong 1 tiếng, có giá 8000 USD/giờ. Hãng cho biết với mỗi lần bay, hãng sẽ tốn 4000 USD bao gồm tiền nhiên liệu và bảo hành máy móc. Ngoài ra tốn thêm 1000 USD cho mỗi khách hàng do trọng lượng tăng thêm và các dịch vụ trên máy bay. Để khuyến khích khách hàng trải nghiệm, hãng Xtul Ari áp dụng chính sách giảm giá vé cho các chuyến bay, cứ mỗi chuyến bay mọi người sẽ được giảm giá vé theo tỷ lệ phần trăm dựa trên số lượng khách hàng. Cụ thể, nếu chuyến bay có 5 người thì mỗi hành khách được giảm 15% giá vé, chuyến bay có 6 người thì mỗi khách được giảm 18% giá vé, và cứ thế ứng với n người thì vé được giảm 3n% giá vé, tối đa 20 hành khách (từ 5 người thì có thể bay).

Hỏi lợi nhuận của hãng cao nhất khi số khách hàng trên máy bay là bao nhiêu?

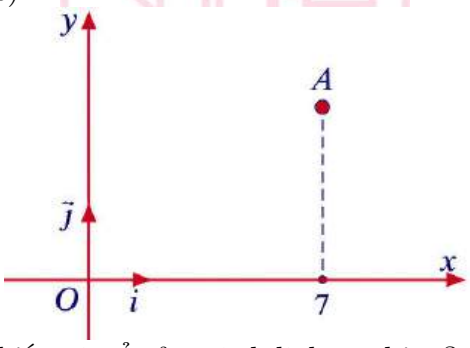
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 20: Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. cạnh đáy dưới dài 5m , cạnh đáy trên dài 2m , cạnh bên dài 3m . Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1470000 đồng $/\,\mathrm{m}^3$.



Tính số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp theo đơn vị triệu đồng(làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 21: Chú kiến bị lạc tổ, chú đang loay hoay để tìm tổ. Chú đi theo suy đoán và đặt hệ trục tọa độ Oxy thì đường đi của chú có quỹ đạo là một phần đường cong đồ thị hàm số có công thức $y=f\left(x\right)=a\left(x-b\right)^2$ (Với a,b là các số thực dương). Hàm số $y=f\left(x\right)$ có tính chất: Với số thực k gọi hàm số $g\left(k\right)=\max\limits_{[k;k+2]}f\left(x\right)-\min\limits_{[k;k+2]}f\left(x\right)$. Hàm số $g\left(k\right)$ thỏa mãn $\begin{cases}g\left(3\right)=a\\ g\left(2\right)+g\left(6\right)=32\end{cases}$. Biết tổ của chú nằm ngay tại gốc tọa độ O. Thời điểm 9h sáng chú đang ở vị trí A (hình vẽ).



Khoảng cách giữa chú kiến và tổ của mình là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 22: Có ba nhóm máy A,B,C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi ba nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm nghìn đồng. Trong điều kiện sản xuất đó hãy tính số tiền lãi có thể đạt cao nhất (tiền lãi có đơn vị nghìn đồng)?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 07

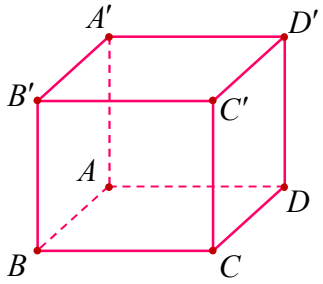
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Giá trị $f'(3)$ bằng

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** $\dfrac{2}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Vectơ nào dưới đây bằng $\overrightarrow{AD}$?

A. $\overrightarrow{BC'}$. **B.** $\overrightarrow{DC}$. **C.** $\overrightarrow{B'C'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{6}}+\log\left(4-x^2\right)$ là

A. $[1;2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(1;2]$. **D.** $(1;2)$.

Câu 4: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	13	10	6

Trung vị mẫu số liệu trên gần số nào nhất?

A. 41,23. **B.** 51,54. **C.** 40,55. **D.** 50,44.

Câu 5: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+9x-1$. Hệ số góc lớn nhất của tiếp tuyến với đồ thị hàm số là

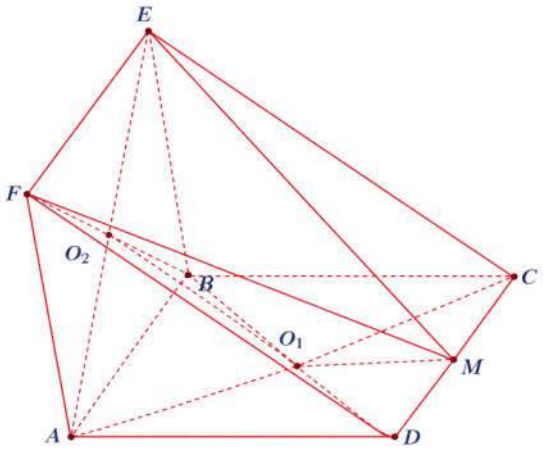
A. 9. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 6: Giá trị của giới hạn $\lim\left(\sqrt[3]{n^3-2n^2}-n\right)$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 7: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau.

NGUYỄN TIẾN HÀ



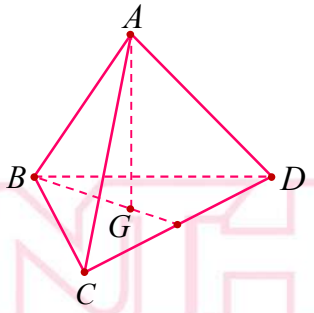
A. MO_2 cắt (BEC). **B.** O_1O_2 song song với (AFD).

C. O_1O_2 song song với (BEC). **D.** O_1O_2 song song với (EFM).

Câu 8: Tập giá trị của hàm số $y=\cot x$ là

A. $(-1;1)$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;0)$.

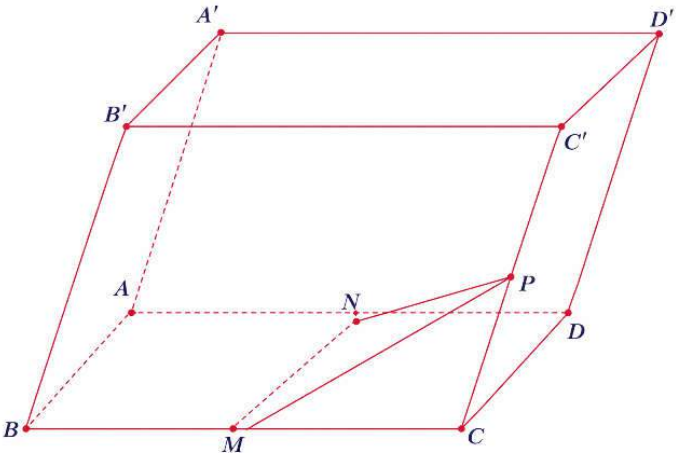
Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Phát biểu nào sau đây là sai?



A. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$. **B.** $\overrightarrow{GD}-\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

Câu 10: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M,N,P lần lượt là trung điểm của cạnh AD,BC,CC'. Xét các khẳng định sau:



a) Mặt phẳng (MNP) cắt $A'D'$.

b) Mặt phẳng (MNP) cắt DD' tại trung điểm của DD'.

c) Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng $(ABC'D')$.

Trong các khẳng định trên, số khẳng định đúng là

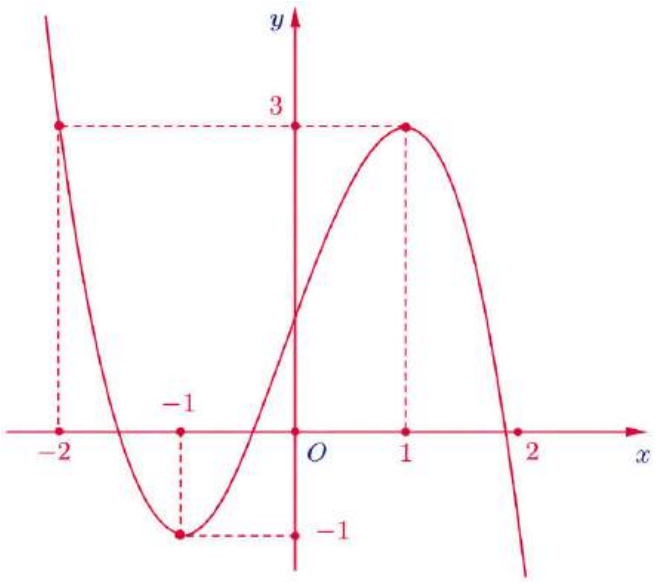
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 11: Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân lùi vô hạn khi có tổng bằng 3 và công bội bằng $\frac{2}{3}$.

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$. **B.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{n}$. **C.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$. **D.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{n+2}$.

Câu 12: Cho hàm số đa thức bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ.

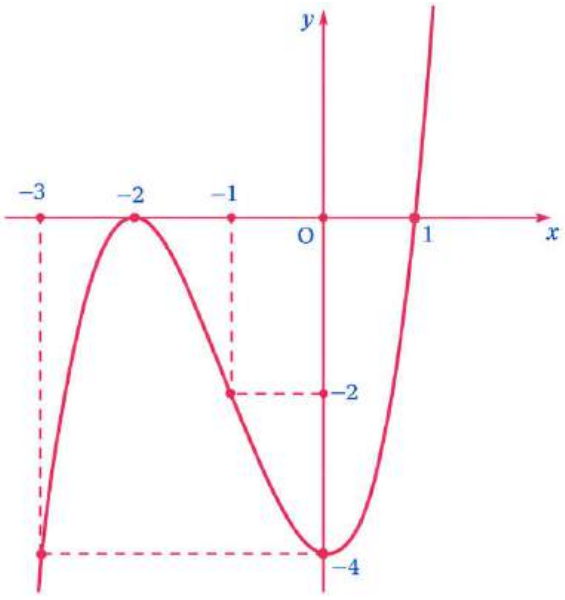


Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'\left(x\right)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



a) Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{1}{2}x^2+x+2025$ cắt đường thẳng $y=m$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $g\left(-1\right)<m<\min\left\{g\left(-3\right);g\left(1\right)\right\}$.

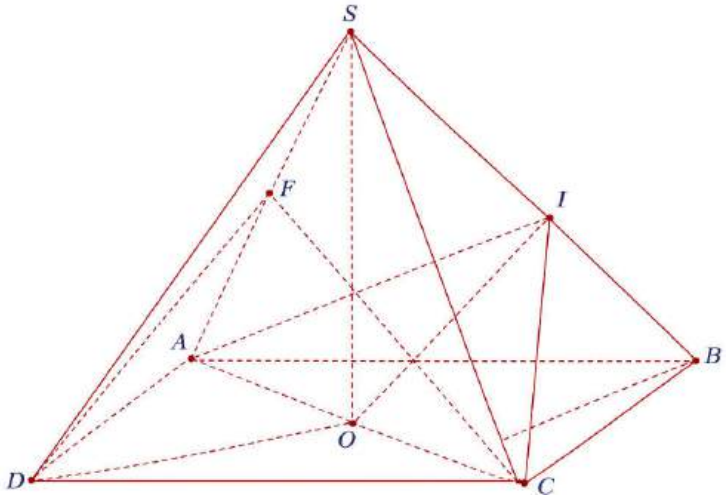
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Đồ thị hàm số $h(x)=\dfrac{2x+1}{f'(x)}$ có 3 đường tiệm cận.

c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

d) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 14: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$. Gọi F là trung điểm của cạnh SA.



a) Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (FCD) bằng $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

b) Độ lớn của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng 30°.

c) Thể tích của khối chóp $S.FCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

d) Khoảng cách giữa AC và SB bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 15: Trong hộp có 45 quả cầu có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến 45. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Số cách lấy được cả 3 quả cầu đánh số chẵn bằng 1540.

b) Xác xuất để tích 3 số ghi trên 3 quả cầu là một số chia hết cho 8 bằng $\dfrac{523}{1290}$.

c) Xác xuất để tổng 3 số ghi trên 3 quả cầu là số lẻ bằng $\dfrac{1}{2}$.

d) Xác xuất để tổng 3 số ghi trên 3 quả cầu là số chia hết cho 4 bằng $\dfrac{323}{1290}$.

Câu 16: Cho hàm số $y=\left(9-x^2\right)^{\frac{1}{3}}+\ln(1-x)$

a) Tập xác định của hàm số là khoảng $(-\infty;1)$.

b) Hàm số có đạo hàm $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{\left(9-x^2\right)^2}}-\dfrac{1}{1-x}$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]$ bằng $\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{70}-\ln(2)$.

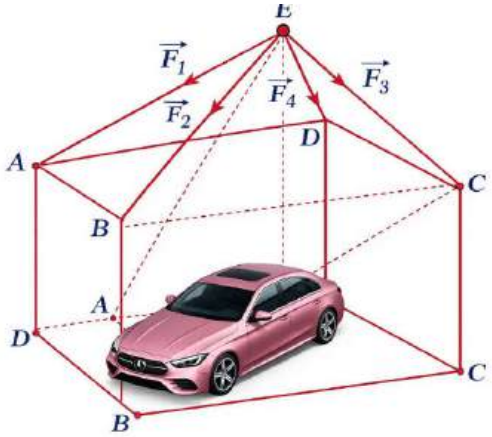
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ sao cho $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{2},\left|\vec{b}\right|=2$ và hai véctơ $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b},\vec{y}=2\vec{a}-\vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

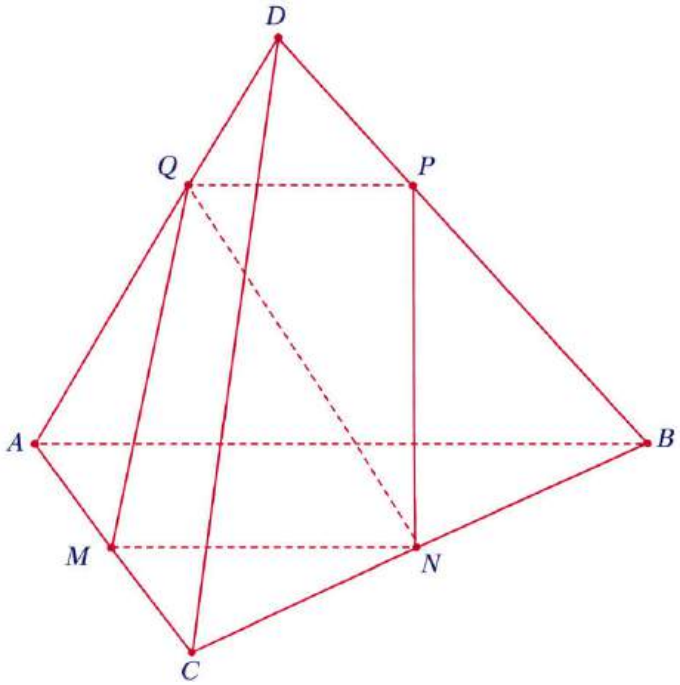
Câu 18: Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+\left(m-1\right)x+3-2m}{x+m}$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 19: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được đặt vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp $EA;EB;EC;ED$ bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α.



Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết các lực căng $\vec{F}_1;\vec{F}_2;\vec{F}_3;\vec{F}_4$ đều có cường độ là 4800 N, trọng lượng của cả khung sắt chứa xe ô tô là $7200\sqrt{6}$ N . Tính $\sin\alpha$. .

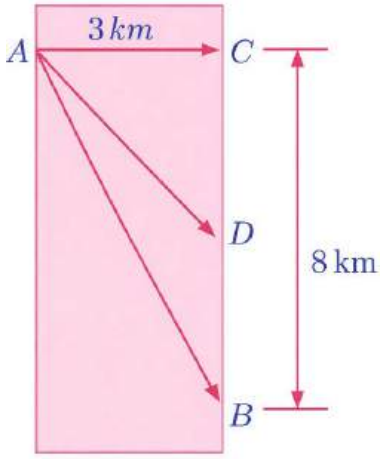
Câu 20: Cho hình tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 6. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của CA,CB. P là điểm trên cạnh BD sao cho $BP=2PD$. Gọi $\left(H\right)$ là hình giới hạn bởi giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt của tứ diện $ABCD$.



Tính diện tích hình (H) .

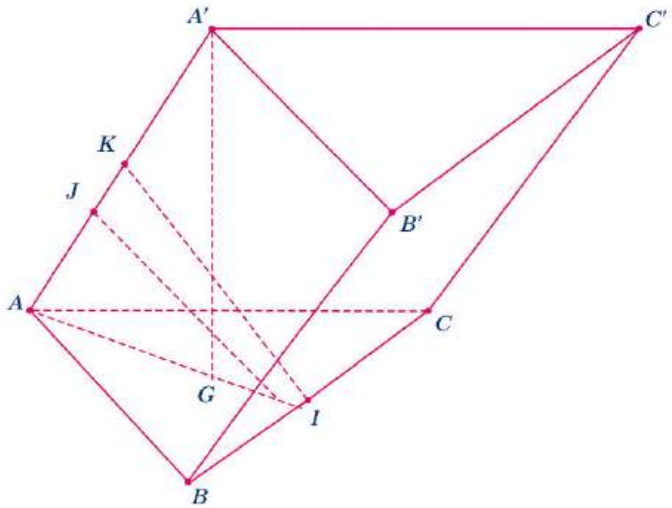
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 21: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện trên một bờ sông thẳng rộng 3 km . Anh chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyện 6 km / h , chạy 8 km / h và quãng đường $BC = 8$ km . Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông.



Khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B là $a+\dfrac{b}{c}\sqrt{d}$ trong đó $a,b,c,d\in\mathbb{N}^*$, $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản và d là số nguyên tố. Giá trị của $a+b+c+d$ bằng bao nhiêu?

Câu 22: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.



Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

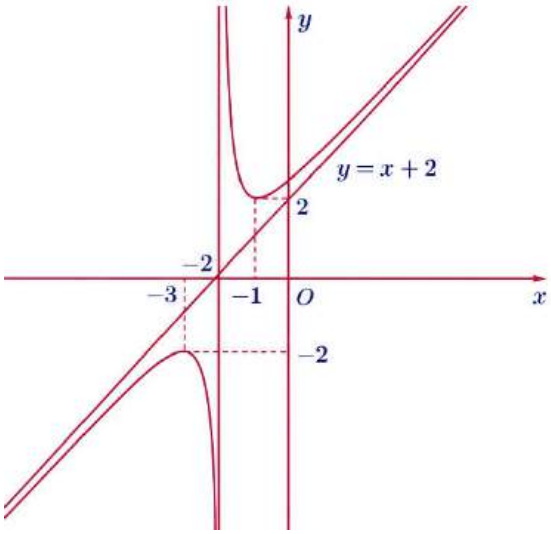
LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 08

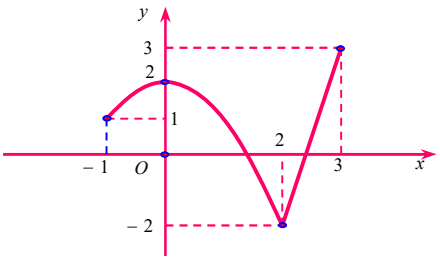
PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đồ thị dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x^2+4x+1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+4x+5}{-x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+4x+5}{x-2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1;3]$. Tính giá trị $M-m$ bằng



A. 4 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 5

Câu 3: Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+x-5}{x+3}$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y=ax+b$ với $a,b\in\mathbb{R}, a\neq 0$. Giá trị của tổng $a+b$ bằng

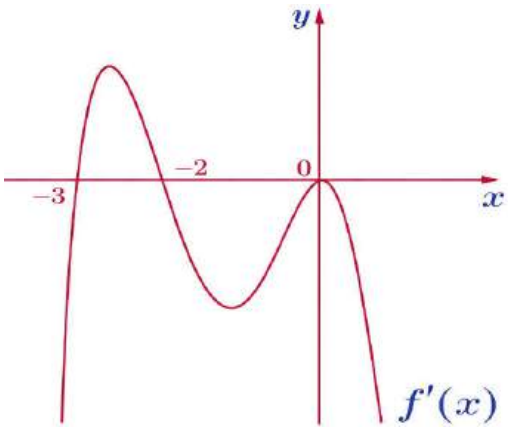
A. 3. **B.** -5. **C.** 7. **D.** -3.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)?

A. (SAD). **B.** (SCD). **C.** (SAC). **D.** (SBC).

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau đây

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2};-2\right)$.

B. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

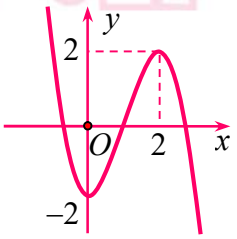
C. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-2;+\infty\right)$.

D. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-3\right)$.

Câu 6: Giả sử nhiệt độ của một loại đồ uống được xác định theo công thức: $T=22+50e^{-\frac{1}{8}t}, t\geq 0$ trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống đó xong. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống đó là $50°C$?

A. 6 **B.** 5 **C.** 8. **D.** 7.

Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(2;+\infty\right)$ **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(-2;2\right)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=\left(e^x-1\right)\left(x^2-x\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác đều $\left(ABCD\right)$, có cạnh đáy bằng SC và chiều cao bằng $45°$. Tính khoảng cách từ A đến mặt bên $\left(SCD\right)$.

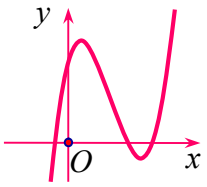
A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **C.** BD. **D.** SM.

Câu 10: Xét hàm số $y=\frac{x-1}{2x+1}$ trên $\left[0;1\right]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{[0;1]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[0;1]} y=-\frac{1}{2}$. **C.** $\min\limits_{[0;1]} y=\frac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[0;1]} y=1$.

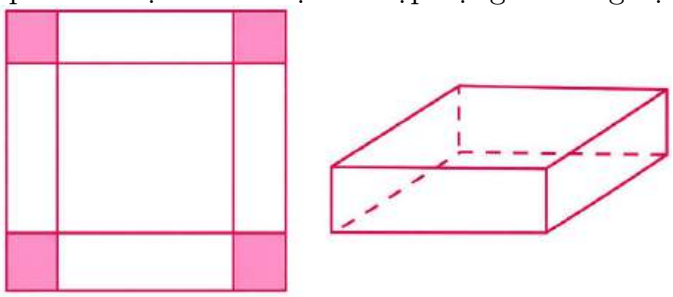
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.
B. $a > 0, d < 0$.
C. $a < 0,\ d > 0$.
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 12: Bạn Nga có một tấm bìa hình vuông cạnh 20 cm. Bạn muốn cắt ở mỗi góc một hình vuông nhỏ để gấp và dán lại thành một cái hộp đựng đồ dùng học tập không có nắp .



Để cái hộp có thể tích lớn nhất thì hình vuông nhỏ cắt đi có độ dài cạnh là

A. 20 cm. **B.** $\frac{10}{3}cm$. **C.** $\frac{20}{3}cm$. **D.** 10 cm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$			$+$		$-$		
$f(x)$		0	↗	$+\infty$	1	↘	$-\infty$

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

c) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 1.

d) Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x) - 1}$ có a đường tiệm cận đứng và b đường tiệm cận ngang. Khi đó $a^2 + b^2 = 2$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+5x}{x+3}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

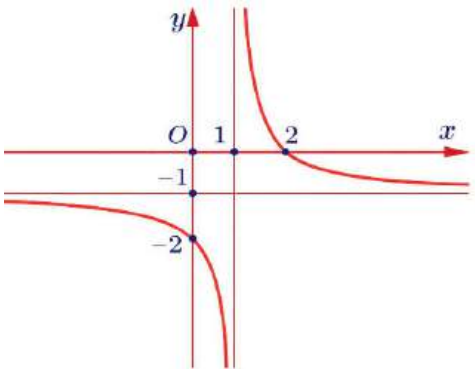
a) Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{3\right\}$.

b) Hàm số có hai cực trị có tổng hoành độ của cực trị bằng -6.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-3$.

d) Khoảng cách từ điểm $M\left(2;1\right)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị $\left(C\right)$ bằng $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Đạo hàm của hàm số $f'\left(x\right)<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

d) Tổng $a+b+c=5$.

Câu 16: Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán của lớp 11A có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm. Nam giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm, trả lời sai không bị trừ điểm. Khi đó:

a) Xác suất để Nam trả lời sai 1 câu là $\dfrac{1}{4}$.

b) Xác suất để Nam trả lời đúng hết 20 câu là $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{20}$.

c) Xác suất để Nam đạt đúng 8 điểm là $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{6}.\left(\dfrac{3}{4}\right)^{4}$.

d) Xác suất để Nam đạt từ 9 điểm trở lên lớn hơn 0,0004.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị $\left(C\right)$ và I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Giả sử $M\left(x_0;y_0\right)$ là điểm trên đồ thị $\left(C\right)$ có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến tại M với $\left(C\right)$ cắt

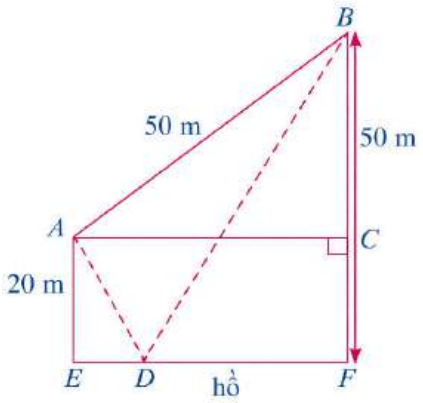
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại hai điểm A, B thỏa mãn $IA^2 + IB^2 = 40$. Tính giá trị của biểu thức $P = x_0^2 + y_0^2 + x_0 y_0$.

Câu 18: Một công ty sản xuất mỹ phẩm ước tính chi phí để sản xuất x là: $C(x) = 300x + 50$. Khi đó $f(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Hỏi chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không thấp hơn bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 19: Cho $M(a;b)$ là điểm nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(2;1)$. Khi $MA + MB$ ngắn nhất thì giá trị $b - a$ bằng bao nhiêu?

Câu 20: Trong một buổi cắm trại bên bờ hồ, các đội thi đua chạy từ lều chỉ huy A cách bờ hồ 20 m đến hồ lấy nước và mang về lều chỉ huy B cách bờ hồ 50 m.



Hai lều chỉ huy A và B cách nhau 50 m. Đoạn đường đi ngắn nhất mỗi lượt các đội có thể đi là bao nhiêu mét?

Câu 21: Một đại lý vật liệu cần thuê xe chở 140 tấn xi măng và 9 tấn thép tới công trình xây dựng. Nơi thuê có hai loại xe A và B, trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Mỗi xe loại A cho thuê với giá 5 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 4,5 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A chở tối đa 20 tấn xi măng và 0,6 tấn thép, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 tấn xi măng và 1,5 tấn thép. Để số tiền thuê xe ít nhất đại lý đã thuê x chiếc xe loại A và y chiếc xe loại B. Tính $2x + y$.

Câu 22: Vào đầu tháng 1 anh Huy gửi vào ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất $0,5\%$/tháng. Từ đó, cứvào đầu mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ hai anh Huy đến ngân hàng rút ra 30 triệu đồng để tiêu xài. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Huy rút hết tiền trong ngân hàng?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 05 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 09

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. (3,0 điểm) **Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

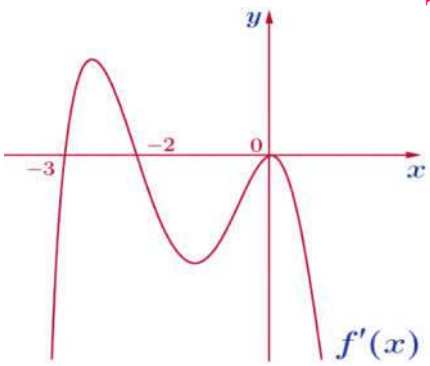
Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(x-3\right)^2 e^x$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. 9. **B.** e^2. **C.** 0. **D.** $4e$.

Câu 2: Bất phương trình $1+\log_2\left(x-2\right)>\log_2\left(x^2-3x+2\right)$ có tập nghiệm là

A. $S=\left(2;3\right)$. **B.** $S=\left(3;+\infty\right)$. **C.** $S=\left(2;+\infty\right)$. **D.** $S=\left(1;3\right)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

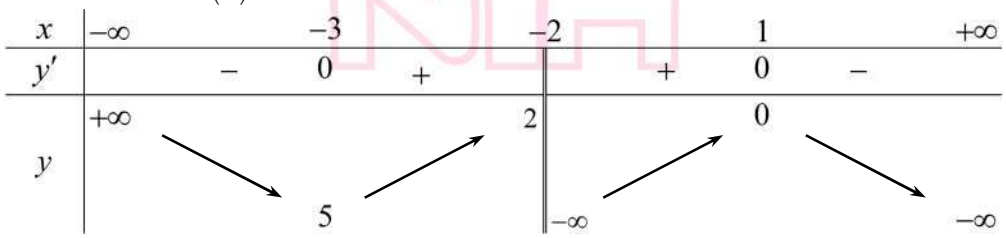
A. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-2;+\infty\right)$.

B. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

C. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{5}{2};-2\right)$.

D. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-3\right)$.

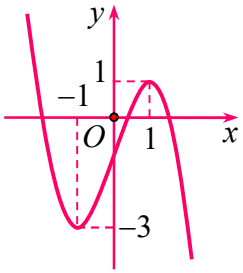
Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:



Giá trị cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 1. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 5: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



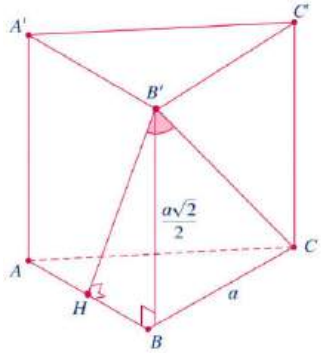
A. $y=x^3+x^2-1$.

B. $y=x^3-3x+1$.

C. $y=-x^2+x-1$.

D. $y=-x^3+3x-1$.

Câu 6: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Tính góc tạo bởi $B'C$ và mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ biết $BB'=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.



A. $45°$.
B. $60°$.
C. $90°$.
D. $30°$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\cos x = \dfrac{1}{2}$ là

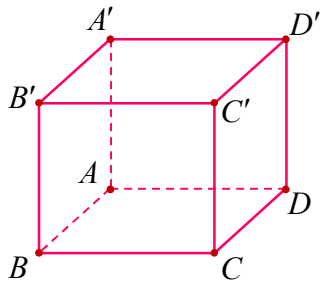
A. $x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi$.

C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi, x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{AO} = \dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.

B. $\overrightarrow{AO} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO} = \dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.

D. $\overrightarrow{AO} = \dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.

Câu 9: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x-1}$ có phương trình là

A. $x = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 4$

Câu 10: Trong không gian, chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100;50;5)$ đến điểm $B(200;100;10)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là điểm nào?

A. $M(100;50;5)$. **B.** $N(200;150;-15)$. **C.** $D(-300;150;15)$. **D.** $C(300;150;15)$.

Câu 11: Quỹ đạo của sao hỏa là elip có bán trục lớn $227,9$ triệu km, bán trục nhỏ bằng $226,9$ triệu km và quay quanh mặt trời một vòng hết 687 ngày. Khoảng cách xa nhất giữa sao hỏa và mặt trời gần số nào sau đây nhất?

A. $21,32604$. **B.** $226,9$. **C.** $206,57396$. **D.** $249,22604$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho biểu diễn của $\vec{a}$ qua các vecto đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(2;1;-3)$. **B.** $(1;-3;2)$. **C.** $(2;-3;1)$. **D.** $(1;2;-3)$.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Nhà ông A cần làm một bể chứa nước có dạng khối hộp chữ nhật không nắp, có đáy là hình chữ nhật và chiều dài gấp ba lần chiều rộng, khối hộp tương ứng có thể tích bằng $1152\,\text{dm}^3$. Giả sử bề dày của thành bể và đáy bể là không đáng kể. Giá thuê công nhân để làm bể là 400000 đồng/m^2. Gọi x là chiều rộng của đáy bể (x là số dương và có đơn vị là dm). Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Chi phí thấp nhất mà ông A trả cho công nhân làm bể nước theo yêu cầu là 3072000 đồng.

b) Chiều cao của bể nước là $\dfrac{384}{x^2}$ (dm).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Diện tích xung quanh của bể chứa nước là $\frac{3072}{x}\left(\text{dm}^2\right)$.

d) Tổng diện tích cần làm của bể chứa nước là $\frac{3072}{x}+6x^2\ \left(\text{dm}^2\right)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A\left(1;1;2\right), B\left(5;1;-2\right)$ và $C\left(3;5;0\right)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=0$.

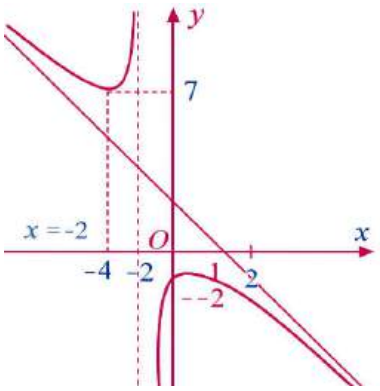
b) Tọa độ vecto $\overrightarrow{BC}$ là $\left(-2;4;2\right)$.

c) Điểm $G\left(\frac{7}{3};\frac{9}{3};0\right)$ là trọng tâm tam giác ABC.

d) Điểm $H\left(a;b;c\right)$ là chân đường cao hạ từ A xuống BC. Khi đó $a+b-c=8$

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\frac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây:

Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $\left(0;1\right)$ và $\left(1;0\right)$.



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-4;0\right)$.

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$.

c) Ta có $a+b+c+d=-2$.

d) Tiếp tuyến tại điểm M thuộc đồ thị hàm số cắt các đường tiệm cận lần lượt tại A và B. Khi đó $MA.MB$ đạt giá trị nhỏ nhất là $8\sqrt{2}-8$.

Câu 16: Một hộp chứa các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau gồm 5 bi trắng, 6 bi đỏ và 7 bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp; trong đó có x viên bi trắng, y viên bi đỏ và z viên bi xanh. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất chọn được 6 viên bi đủ ba màu, đồng thời ba số $x-y, y-z, z-x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\frac{40}{221}$.

b) Xác suất chọn được ít nhất một viên bi màu xanh nhỏ hơn $0,95$.

c) Xác suất chọn được 6 viên bi toàn màu xanh là $\frac{1}{2652}$.

d) Xác suất chọn được ít nhất 5 viên bi màu xanh là $\frac{1}{78}$.

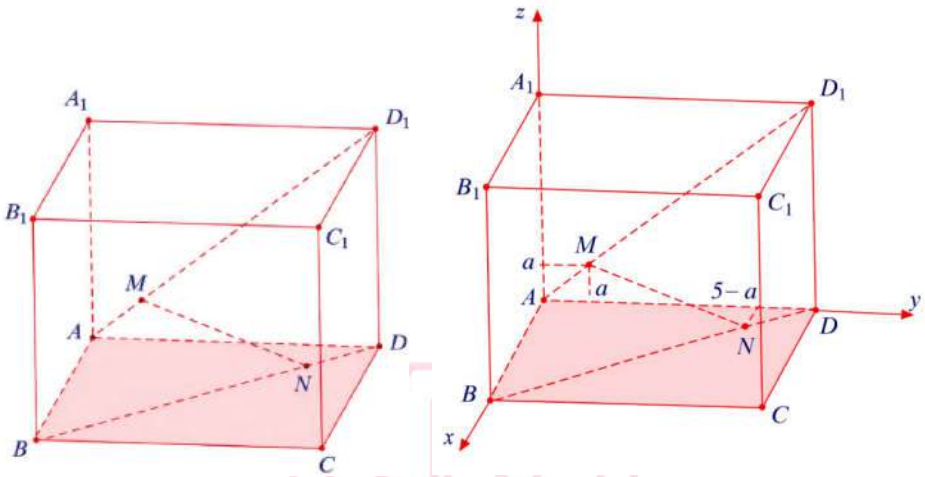
PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Trong một phòng thí nghiệm, số lượng của một vi khuẩn X được biểu diễn theo công thức $S\left(t\right)=Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn tại thời điểm chọn mốc thời gian, r là tỉ lệ tăng trưởng $\left(r>0\right)$, t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị giờ). Lúc 0 giờ sáng, số lượng vi khuẩn X là 150 con. Sau 3 giờ, số lượng vi khuẩn X là 450 con. Cùng thời điểm 0 giờ, người ta đo được số lượng vi khuẩn Y là 300 con. Biết rằng số lượng vi khuẩn Y tăng 5% mỗi giờ. Hỏi vào lúc mấy giờ, số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

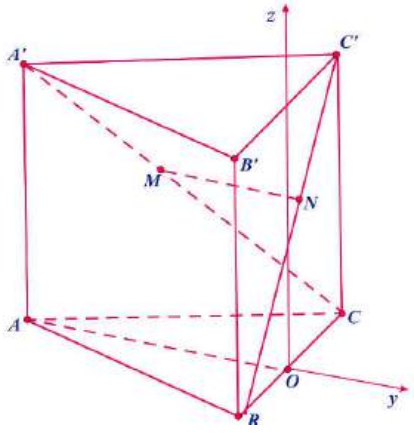
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 18: Gia đình ông Thanh nuôi tôm với diện tích ao nuôi là $100\,\text{m}^2$. Vụ tôm vừa qua ông nuôi với mật độ là $1(\text{kg/m}^2)$ tôm giống và sản lượng tôm khi thu hoạch được 2 tấn tôm. Với kinh nghiệm nuôi tôm nhiều năm, ông cho biết cứ thả giảm đi $200\,\text{g/m}^2$ tôm giống thì sản lượng tôm thu hoạch được 2,4 tấn tôm. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu kg tôm giống để sản lượng tôm cho thu hoach là lớn nhất? (giả sử không có dịch bệnh, hao hụt khi nuôi tôm giống).

Câu 19: Một kỹ sư thiết kế mô hình trang trí cho một sân khấu nổi có dạng hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với độ dài các cạnh bằng 5 m. Để tạo ra nét độc đáo cho sân khấu, người kỹ sư muốn thiết kế một dàn đèn ánh sáng nối từ một điểm M trên đoạn thẳng AD_1 xuống một điểm N trên đoạn thẳng BD thỏa mãn $AM = DN$. Dàn đèn ánh sáng có chiều dài ngắn nhất là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



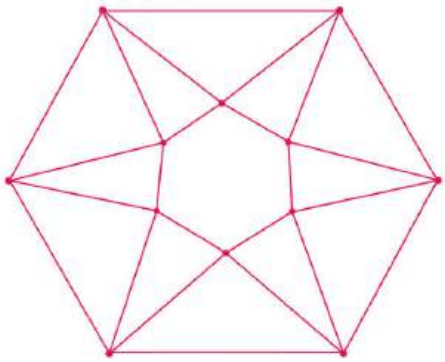
Câu 20: Một kiến trúc sư muốn xây dựng một toà nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế toà nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 306 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên toà nhà (điểm đầu thuộc canh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài.

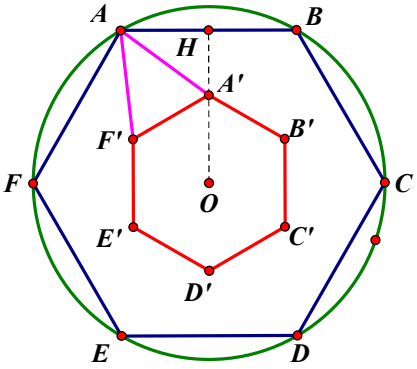


Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất. Khi đó giá cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (làm tròn đến hàng đơn vị).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 21: Từ một tấm bìa mỏng hình lục giác đều cạnh $4\sqrt{3}\ dm$, bạn An cắt bỏ sáu tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình lục giác đều ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình lục giác đều nhỏ phía trong rồi gấp lên, ghép lại tạo thành một khối chóp lục giác đều (hình vẽ).





Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{a\sqrt{b}}{c}\ dm^3$, với $\dfrac{a}{c}$ là phân số tối giản và $b<20$. Tính $a+2b+3c$.

Câu 22: Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là $s=-t^3+6t^2+17t$, với $t(s)$ là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và $s(m)$ là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Trong khoảng thời gian 8 giây đầu tiên, vận tốc $v(m/s)$ của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu m/s?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 10

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

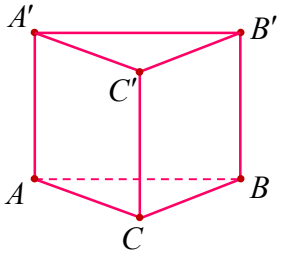
Câu 1: Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=3$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1+\log_3 2$. **C.** $x=\log_2 6$. **D.** $x=2$.

Câu 2: Giá trị cực đại của hàm số $f(x)=2x^3-9x^2-24x+1$ là

A. -1. **B.** 14. **C.** 4. **D.** 111.

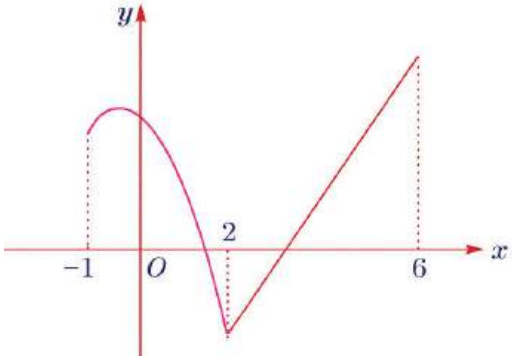
Câu 3: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{BC'}$.

C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{C'B}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{B'C}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $[-1;6]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;6)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 5: Trong không gian, cho ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ và số thực k. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\vec{a}.\vec{b}=\vec{b}.\vec{a}$. **B.** $(\vec{a}.\vec{b})^2=(\vec{a})^2.(\vec{b})^2$.

C. $\vec{a}.(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$. **D.** $(k\vec{a}).\vec{b}=k(\vec{a}.\vec{b})=\vec{a}.(k\vec{b})$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-1$, công sai $d=3$. Tổng năm số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

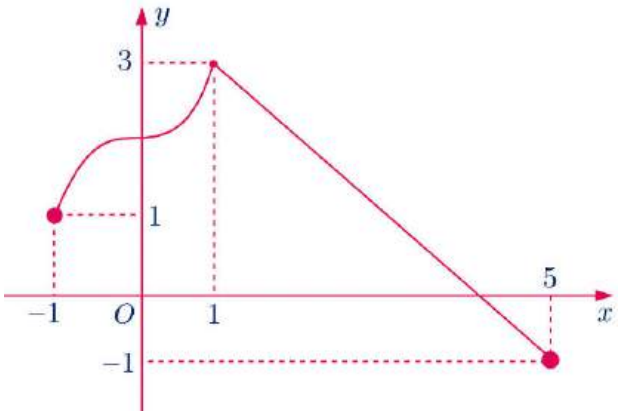
A. 11. **B.** 5. **C.** 25. **D.** 50.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-8x^2+a,(a\in\mathbb{R})$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. -6. **B.** a. **C.** $-16+a$. **D.** $9+a$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ.

NGUYỄN TIẾN HÀ



Tập giá trị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ là

A. $[-1;5]$. **B.** $[1;3]$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $[1;5]$.

Câu 9: Mỗi ngày bác Bình đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Bình trong 20 ngày được thống kê ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. $1,2$. **B.** $0,362$. **C.** $13,39$. **D.** $1,5$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2), B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(2;1;1)$. **B.** $(4;2;2)$. **C.** $(2;0;-2)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Câu 11: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x-2}$ là

A. $y=-x+3$. **B.** $y=x+3$. **C.** $y=x-3$. **D.** $y=x+4$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;-4), B(1;-5;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm

A. $M\left(-\dfrac{1}{3};-3;0\right)$. **B.** $N\left(\dfrac{1}{3};3;0\right)$. **C.** $P(0;3;1)$. **D.** $Q(-3;1;0)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	142	↘	8	↗	38	↘	14

a) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-\infty;+\infty)$ bằng 8.

c) Hàm số đồng biến trên $(8;38)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ bằng 142.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy); trục Oz hướng lên . Tại cùng một thời điểm, một radar phát hiện một máy bay tại $A(0;0;10)$ bay theo hướng $\vec{v}=(-4;3;0)$ không đổi và một xe tăng tại O di chuyển theo hướng $\vec{u}=(3;4;0)$ không đổi. Sau 20 giây radar xác định được vị trí máy bay tại $B(-8;6;10)$ và xe tăng tại $E\left(\frac{3}{20};\frac{1}{5};0\right)$

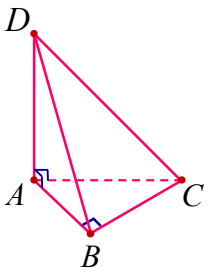
a) Nếu máy bay và xe tăng tiếp tục giữ nguyên hướng và vận tốc không đổi thì 10 giây tiếp theo vị trí máy bay và xe tăng lần lượt là $C(-12;9;10), F\left(\frac{9}{40};\frac{3}{10};0\right)$.

b) Khoảng cách giữa máy bay và xe tăng sau 20 giây kể từ lúc radar phát hiện là 15km .

c) Vận tốc trung bình của xe tăng trong 20 giây đầu tiên là 12,5 m/s.

d) Một lúc sau, radar phát hiện máy bay vẫn giữ nguyên hướng bay ban đầu và cách A một khoảng 27 km, tốc độ máy bay lúc đó 1800 km/h, đồng thời xe tăng đang di chuyển theo hướng ban đầu và cách O một kilomet với tốc độ 60 km/h. Tốc độ thay đổi khoảng cách giữa máy bay và xe tăng lúc này là 1689 km/h .

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, $BC=3$, $BA=2$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=2$.



a) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 6.

b) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng 5.

c) Số đo góc nhị diện $[S,BC,A]$ bằng 45^0.

d) $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}=4$.

Câu 16: Khảo sát chiều cao của 20 học sinh nam lớp 12A của một trường THPT X, người ta được kết quả thống kê trong bảng sau:

Chiều cao	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh	3	5	7	4	1

a) Gọi $x_1;x_2;...;x_{20}$ là mẫu số liệu gốc gồm chiều cao của 20 học sinh trên được xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó $x_3\in[165;170)$ và $x_9\in[170;175)$.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng 175 .

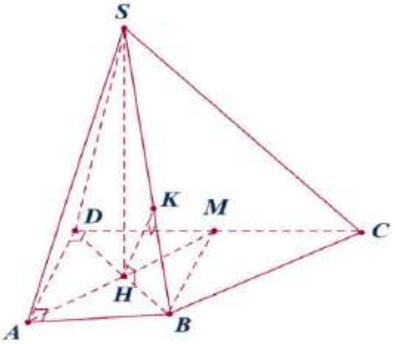
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng 8,5 .

d) Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm khảo sát nói trên, xác suất chọn được học sinh có chiều cao từ $175cm$ trở lên bằng 0,25 .

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=1\text{cm}$, $CD=2\text{cm}$. Tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}\,\text{cm}^3$.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu cm ?



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

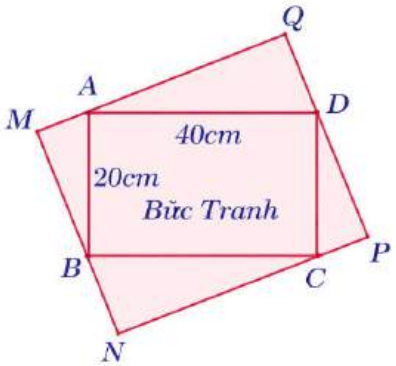
Câu 18: Một nhà phân phối có thể thuê tối đa 3 chiếc xe tải loại A và 8 chiếc xe tải loại B để vận chuyển 100 chiếc máy giặt từ nhà máy sản xuất đến nơi tiêu thụ. Mỗi xe loại A chở được tối đa 20 máy giặt với giá cước 3 triệu đồng mỗi chuyến, mỗi xe loại B chở được tối đa 10 máy giặt với giá cước 2 triệu đồng mỗi chuyến. Nếu mỗi xe chỉ chở nhiều nhất một chuyến, số tiền cước tối thiểu mà nhà phân phối phải trả là bao nhiêu?

Câu 19: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1 \le x \le 400\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm là $F\left(x\right) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$. Trong đó, chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{100000x}{\dfrac{3}{2}x + 1}$ đồng. Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là $H\left(x\right) = 2x^3 + 100000x - 50000$ nhưng do doanh nghiệp mua với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A\left(-4;-1;2\right), B\left(3;5;-6\right)$ và $C\left(a;b;c\right)$. Biết trung điểm cạnh AC thuộc trục tung, trung điểm cạnh BC thuộc mặt phẳng $\left(Oxz\right)$. Tính $T = 2a + b - c$.

Câu 21: Một giờ hoạt động ngoài trời của lớp 1/1 trường tiểu học X, cô giáo cho 35 học sinh lớp mình nắm tay nhau xếp thành một vòng tròn để chơi trò chơi "Mèo bắt Chuột". Sau khi ổn định, cô gọi tên ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp ra giữa vòng (3 em làm "Mèo", 3 em làm "Chuột"). Xác suất 6 em được gọi tên không có hai em nào đứng cạnh nhau trong vòng tròn bằng a. Tính $11594a$.

Câu 22: Người ta cần sơn "chữ Tâm" vào một bức tranh trong một hình chữ nhật $ABCD$ kích thước 20 cm $\times$ 40 cm. Bức tranh để treo lên tường nhà, nhằm tăng điểm nhấn cho bức tranh, người ta trang trí một khung hình cách điệu hình chữ nhật $MNPQ$ sao cho các điểm A, B, C, D lần lượt thuộc các cạnh QM, MN, NP, PQ.



Lúc này, cần tính toán phần diện tích chiếm chỗ của hình chữ nhật $MNPQ$ trên tường nhà sao cho cân đối nhất. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $MNPQ$ là bao nhiêu centimet vuông?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 11

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

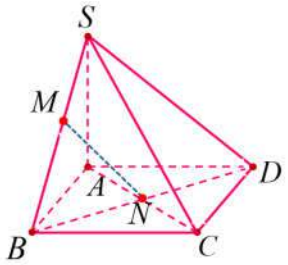
Câu 1: Rút gọn biểu thức $T=\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$ ta được kết quả là

A. $T=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $T=\sin 2x$. **C.** $T=\sqrt{3}\cos x$. **D.** $T=\sin x$.

Câu 2: Cho $\left(u_n\right)$ là cấp số cộng có số hạng đầu bằng 2, công sai bằng 5. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng?

A. -410. **B.** -205. **C.** 245. **D.** -230.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm của SB và BD. Khẳng định nào sau đây đúng.



A. $MN//\left(SAD\right)$. **B.** $MN//\left(SBC\right)$. **C.** $MN//\left(SAB\right)$. **D.** $MN//\left(SAC\right)$.

Câu 4: Hàm số nào sau đây liên tục tại $x=1$?

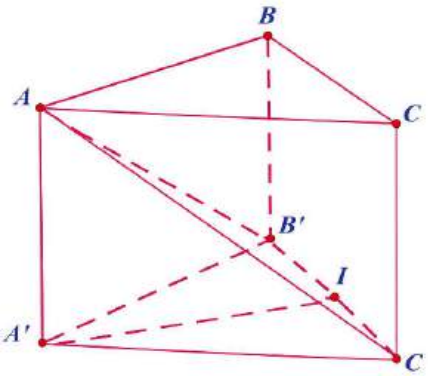
A. $f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & khi\ x<1\\ 2x+1 & khi\ x\ge 1\end{cases}$. **B.** $f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & khi\ x<1\\ 2x & khi\ x\ge 1\end{cases}$.

C. $f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & khi\ x<1\\ 2x-1 & khi\ x\ge 1\end{cases}$. **D.** $f\left(x\right)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & khi\ x<1\\ x-1 & khi\ x\ge 1\end{cases}$.

Câu 5: Cho biểu thức $T=x^{-\frac{3}{4}}\sqrt[4]{x^5}\left(x>0\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $T=x^{-\frac{1}{2}}$. **B.** $T=x^{-2}$. **C.** $T=x^{\frac{1}{2}}$. **D.** $T=x^2$.

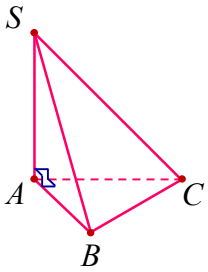
Câu 6: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a. Tính số đo của góc nhị diện $\left[A;B'C';A'\right]$.



A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$, biết $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại A. Đường thẳng AB vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?



A. (SAB). **B.** (SAC). **C.** (SBC). **D.** (ABC).

Câu 8: Hai xạ thủ A và B cùng bắn súng một cách độc lập. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ A và B lần lượt bằng $\frac{1}{3}$ và $\frac{2}{5}$. Xác suất để cả hai xạ thủ A và B cùng bắn trúng bia là

A. $\frac{13}{15}$. **B.** $\frac{11}{15}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Câu 9: Từ một hộp gồm 13 quả cầu cân đối và đồng chất, trong đó có 8 quả cầu màu trắng và 5 quả cầu màu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp. Tính xác suất lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{3}{13}$. **B.** $\frac{20}{39}$. **C.** $\frac{19}{39}$. **D.** $\frac{17}{39}$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$ là

A. $y = x^2 - 2x$. **B.** $y = x^2 - 2x + 1$. **C.** $y = x^3 - 2x$. **D.** $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x$..

Câu 11: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $y = 6x + 1$. **B.** $y = 6x + 6$. **C.** $y = 6x - 1$. **D.** $y = 6x - 6$.

Câu 12: Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 12 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)
Số học sinh	75	125	250	82	18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 874. **B.** 875. **C.** 873. **D.** 872.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho phương trình lượng giác $2\sin x = \sqrt{2}$ (1). Khi đó:

a) Phương trình tương đương với phương trình (1) là $\sin x = \sin\frac{\pi}{4}$.

b) Phương trình (1) có nghiệm là: $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$; $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

c) Phương trình (1) có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{3\pi}{4}$.

d) Số nghiệm của phương trình (1) trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ là hai nghiệm.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: Cho bất phương trình: $\log_{0,3}\left(2x+1\right) \le \log_{0,3}\left(3x\right)$.

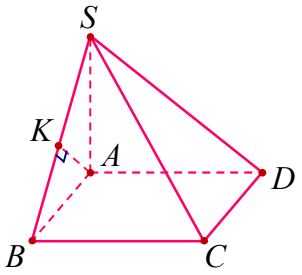
a) Điều kiện xác định của bất phương trình là $x > -\dfrac{1}{2}$.

b) Bất phương trình tương đương với: $2x+1 \le 3x$.

c) Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(0;1\right]$.

d) $x = \dfrac{1}{2}$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $SA = a\sqrt{3}$.



a) $SA \perp BD$.

b) $\left(SAC\right) \perp \left(SBD\right)$.

c) Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng $30°$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16: Một vật chuyển động với vận tốc ban đầu là $v_0(m/s)$ sau đó dừng lại, phương trình quãng đường của vật là $s = s(t) = -t^3 + 6t^2 + 15t$ trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2\left(s\right)$ là $v = 18\left(m/s\right)$.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm t là $v(t) = -3t^2 + 12t + 15(m/s)$.

c) Vật đạt vận tốc lớn nhất tại thời điểm $t = 2(s)$

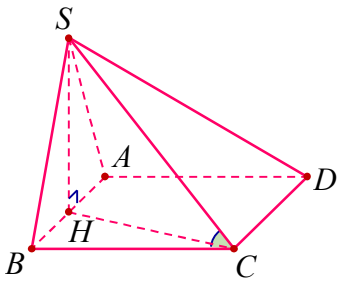
d) Vật dừng lại sau khoảng thời gian kể từ lúc bắt đầu chuyển động là $t = 4\left(s\right)$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là $50mg$, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kề trước đó. Tính tổng lượng thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.

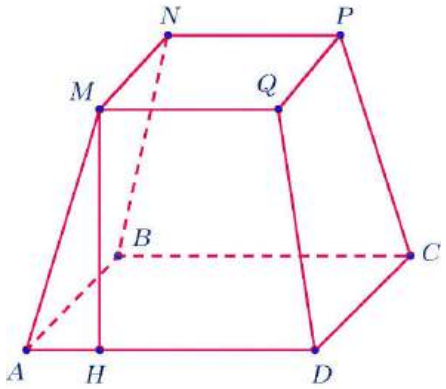
Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bằng 1. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là trung điểm H của AB. Góc tạo bởi SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng $60°$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 19: Một người cần sơn các mặt của một cái bục để đặt một bức tượng. Bục có dạng hình chóp cụt tứ giác đều có cạnh đáy lớn $1\,\text{m}$, cạnh bên và cạnh đáy nhỏ bằng $0,7\,\text{m}$.



Tính tổng diện tích cần sơn.

Câu 20: Giá trị còn lại của một chiếc xe theo thời gian khấu hao được xác định bởi công thức: $V\left(t\right)=15000e^{-0,15t}$, trong đó $V\left(t\right)$ được tính bằng USD và t được tính bằng năm. Hỏi sau bao năm, giá trị còn lại của chiếc xe chỉ là 4518 USD?

Câu 21: Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x}{\sqrt{9x^2+5}-1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'\left(x\right)\geq 0$ là $S=\left[a;b\right]$.

Tính giá trị của biểu thức $S=a^2+b^2$.

Câu 22: Một hộp có 15 chiếc thẻ được đánh số lần lượt từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để tổng 3 số ghi trên 3 thẻ đó là một số chia hết cho 3.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 12

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	1	↘	‖ 2	↘	-3	↗	3
		$-\infty$					

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=-4$. Số hạng thứ năm của cấp số cộng là

A. -3072. **B.** -13. **C.** -17. **D.** 768.

Câu 4: Cho một chất điểm chuyển động có phương trình $s=2t^2+3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0=2$ bằng

A. $19(m/s)$. **B.** $22(m/s)$. **C.** $11(m/s)$. **D.** $9(m/s)$.

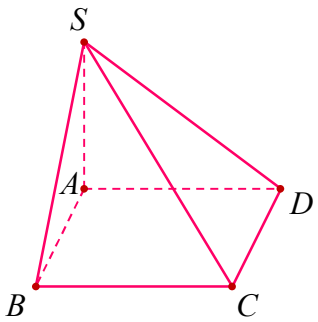
Câu 5: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[11;13)$. **B.** $[13;15)$. **C.** $[9;11)$. **D.** $[7;9)$.

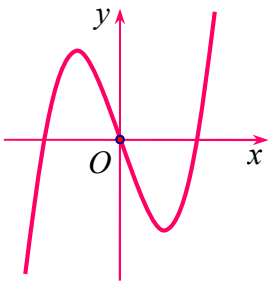
Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Số đo của góc nhị diện $[S,DC,B]$ bằng



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?

NGUYỄN TIẾN HÀ



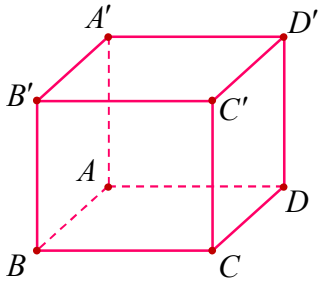
A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}+3\tan x=0$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **B.** $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?



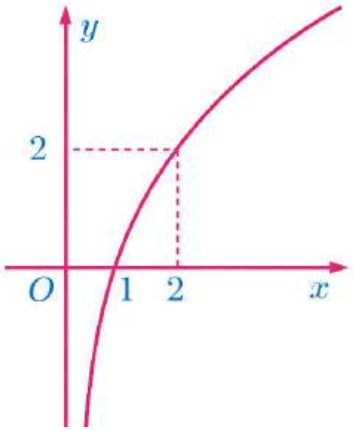
A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A\left(2;1;-3\right)$, $B(0;-2;2), C\left(4;-3;0\right)$. Toạ độ điểm D là

A. $\left(2;0;-5\right)$. **B.** $\left(6;0;-5\right)$. **C.** $\left(2;0;5\right)$. **D.** $\left(6;0;5\right)$.

Câu 11: Tìm a để hàm số $\log_a x\ \left(0<a\neq 1\right)$ có đồ thị là hình bên



A. $a=2$. **B.** $a=\sqrt{2}$. **C.** $a=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=\dfrac{1}{2}$.

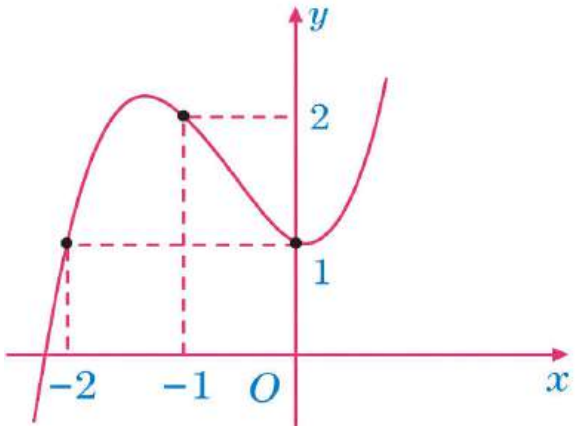
Câu 12: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. $x=2$. **B.** $x=9$. **C.** $x=8$. **D.** $x=3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



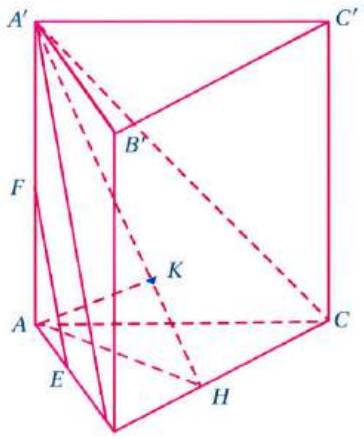
a) $2a+3b+c=9$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

c) Tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;0]$ bằng 3.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 14: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AB và AA'. Cho biết $AB=2$, $BC=\sqrt{13}$, $CC'=4$.



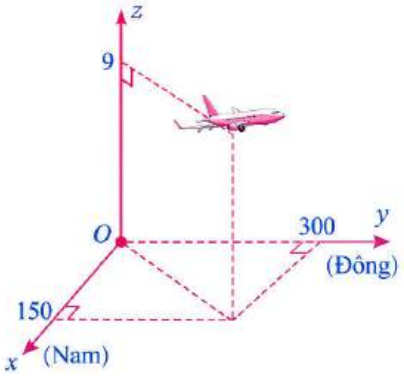
a) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng 8.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và FE bằng $\frac{6}{7}$.

c) Đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng AC'.

d) Côsin của góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $\frac{3}{5}$.

Câu 15: Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km.



a) Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là $750km/h$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc $10m/s$. Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30phút máy bay ở tọa độ $(150;1086;9)$.

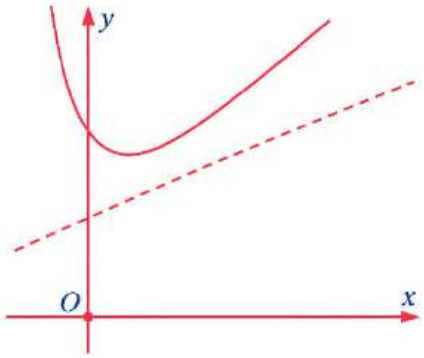
b) Tọa độ của máy bay vào lúc 9h30 phút là: $(300;150;9)$.

c) Vào thời điểm 9h30 phút máy bay ở độ cao $9km$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Sau khi bay đến vị trí lúc 10h30 thì máy bay bay ngược lại với vận tốc $800km/h$ với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11h máy bay ở tọa độ $(686;150;9)$.

Câu 16: Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm, là một phần của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+e}$ như hình vẽ . Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm số đó là điểm $I\left(-1;\dfrac{2}{3}\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị đó đi qua điểm $B(3;2)$.



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

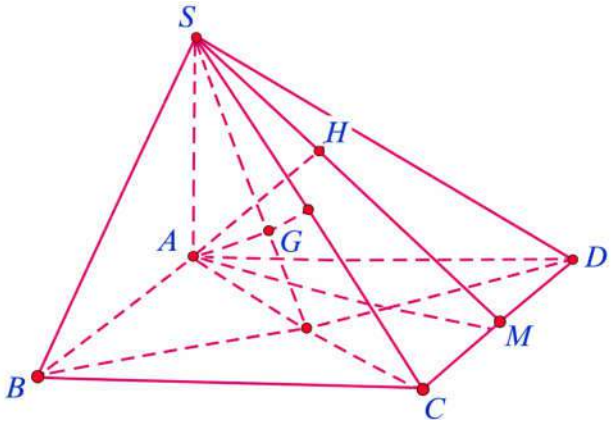
b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

c) Hàm số có thể viết lại dưới dạng $f(x)=\dfrac{1}{3}x+1+\dfrac{d}{x+1}$, với d là số thực thuộc $\mathbb{R}$.

d) Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bằng hàm số $R(x)=x^2+2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm là 5250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất, số sản phẩm sản xuất được là 25 sản phẩm.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ADC}=60^\circ$, $SA\perp(ABCD)$, $SA=\sqrt{3}a$. G là trọng tam tam giác SAC



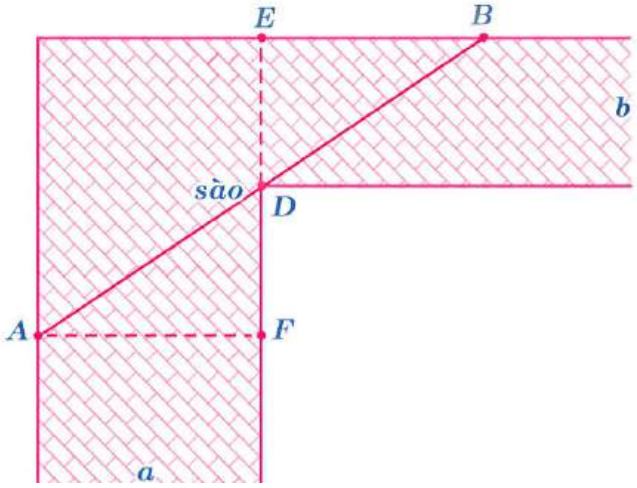
Khoảng cách từ G đến (SCD) bằng: $\dfrac{a\sqrt{m}}{n}$. Tính $m+n$?

Câu 18: Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật được tính bởi công thức $\vec{P}=m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật , $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

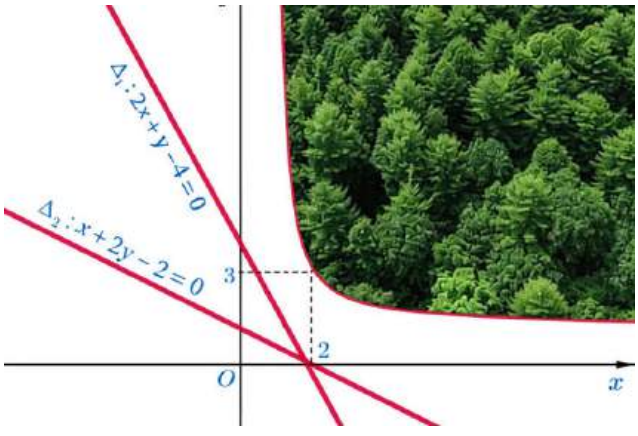
và có độ lớn $g = 9,8 m/s^2$. Xác định độ lớn của trọng lực tác dụng lên quả bóng có khối lượng 450 gam.

Câu 19: Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạn với hành lang . Biết $a = 24, b = 3$. Hỏi cái sào thoả mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu?



Câu 20: Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp $12A$, 3 bạn từ lớp $12B$, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác . Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau bằng $\frac{a}{b}$. Tính $a - b$.

Câu 21: Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong : $y = \frac{x+a}{x+b}$, bao quanh nó là sông nước. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét thì đường cong (C) đi qua điểm $(2; 3)$ và có đường tiệm cận đứng $x = 1$. Hàng ngày anh Điệp phải dùng thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1 : 2x + y - 4 = 0$ và $\Delta_2 : x + 2y - 2 = 0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí $M(x_0; y_0)$ thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét?



Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$. Gọi đường thẳng tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt có phương trình: $x = a; y = b$. Khi đó tổng $a + 3b$ bằng bao nhiêu?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 13

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nghiệm của phương trình $\sin 3x = \dfrac{1}{2}$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{3} \\ x = \dfrac{5\pi}{18} + \dfrac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{12} + \dfrac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{18} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{18} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3} \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + \dfrac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{2025}$ là

A. $D = (-\infty;0)$. **B.** $D = (0;+\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = [0;+\infty)$.

Câu 3: Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{x^2+1}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm ΔSAB và ΔSCD. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC). **B.** (SBD). **C.** (SAB). **D.** $(ABCD)$.

Câu 5: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Thời gian trung bình để hoàn thành bài tập của các em học sinh là

A. 7. **B.** 11,3. **C.** 10,4. **D.** 12,5.

Câu 6: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \dfrac{1}{3}, P(B) = \dfrac{1}{4}$ Tính $P(A \cup B)$

A. $\dfrac{7}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{12}$. **C.** $\dfrac{1}{7}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

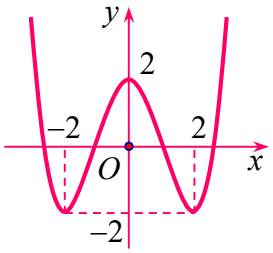
A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 8: Dãy số nào trong các dãy số dưới đây là một cấp số cộng?

A. 1;5;10;15;20. **B.** 1;4;7;10;13. **C.** 6;6;6;6;7. **D.** 3;6;9;12;13

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ đạt tại x bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ

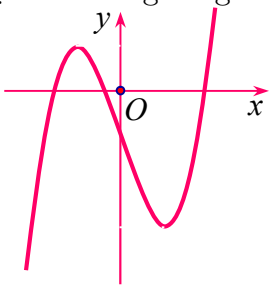


A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -2

Câu 10: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là

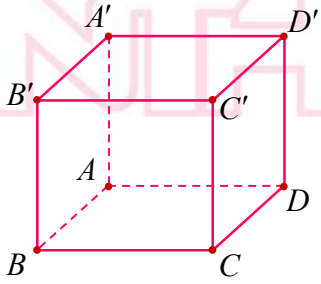
A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 11: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=x^2+x-1$.

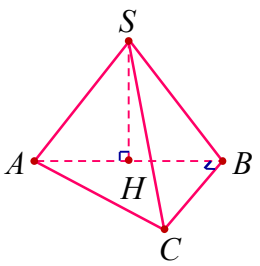
Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CC'}$.



A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Lấy H là trung điểm của AB. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC=a\sqrt{3}$. Khi đó:



a) $SH\perp(ABC)$.

b) $(SHC)\perp(SAC)$.

c) $d\big(C,(SAB)\big)=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

d) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{6}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x$. Khi đó:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

b) Hàm số có 2 điểm cực trị.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)+2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 4.

d) Có duy nhất một giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng 3.

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2-x+2}{x-2}$ có đồ thị $\left(C\right)$.

a) Tiệm cận đứng của đồ thị $\left(C\right)$ là $x=2$.

b) Hàm số đồng biến trên $\left(0;2\right)$.

c) Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị $\left(C\right)$.

d) Có 2024 giá trị nguyên của $m\in\left[0;2025\right]$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $\left(C\right)$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 16: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f\left(t\right)=\dfrac{26t+10}{t+5}$, ($f\left(t\right)$ được tính bằng nghìn người).

a) Số dân của thị trấn vào đầu năm 1980 là 18 nghìn người.

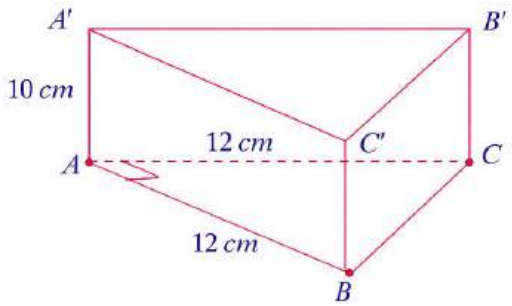
b) Số dân của thị trấn vào đầu năm 1995 là 23 nghìn người.

c) Xem f là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0,+\infty)$. Vậy hàm số đồng biến trên $[0,+\infty)$.

d) Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn . Vào năm 1998 thì tốc độ tăng dân số là $0,125$ nghìn người/năm.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

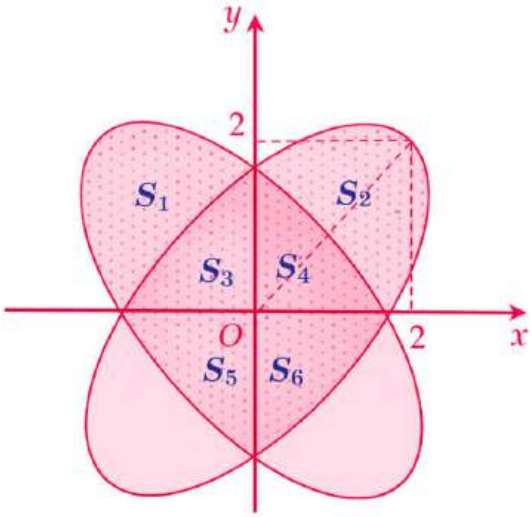
Câu 17: Một miếng pho mát có dạng khối lăng trụ đứng với chiều cao 10 cm và đáy là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng 12 cm



Tính khối lượng của miếng pho mát theo đơn vị gam, biết khối lượng riêng của loại pho mát đó là 3 g/cm^3.

Câu 18: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2,2,0\right)$, $B\left(2,0,-2\right)$ và điểm $M\left(a,b,c\right)$ với a,b,c là các số thực thay đổi thoả mãn $a+2b-c-1=0$ Biết $MA=MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Tính $S=11a+22b+33c$.

Câu 19: Cho hình vẽ gồm hai hình elip ghép lại tạo ra hình trái tim. Phần hai cánh có diện tích S_1, S_2 được tô màu vàng, phần có diện tích S_3, S_4, S_5, S_6 được tô màu đỏ. Tính tỉ số $\dfrac{S_3+S_4+S_5+S_6}{S_1+S_2}$; biết rằng khoảng cách từ O đến giao điểm hai elip bằng 1,8 cm.



Câu 20: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút được xác định bởi công thức: $C(x)=\dfrac{30x}{x^2+2}$. Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lí phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm?

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2020;2020]$ để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1000x}+x}{\sqrt{2f(x)-f^2(x)}+m}$ có tiệm cận ngang nằm dưới đường thẳng $y=-1$.

Câu 22: **(Sáng tác bởi AI)** Bạn học sinh A đang ôn tập cho kỳ thi TN 2026. Bạn A học Toán không đúng phương pháp (do bạn này học thêm Toán từ một người thợ dạy tên là **phạm tuấn sinh**, tên này đã bị cộng đồng giáo viên cả nước lên bài phản ánh vì hành nghề theo kiểu sống ký sinh, chủ yếu là lấy tài liệu của các thầy HXN, NBV, TĐC, HVA, NTH, Nhóm Strong, Toán TT,...về lập nhóm rao bán lại, hắn chỉ dạy học thuộc lòng các công thức mà không hiểu bản chất về Toán). Cho biết xác suất để bạn A trả lời đúng mỗi câu hỏi trong đề thi chỉ là $p=0,35$.

Đề thi gồm 12 câu hỏi trắc nghiệm độc lập, mỗi câu có giá trị điểm như nhau. Để không bị điểm liệt môn Toán, bạn A cần phải trả lời đúng ít nhất 5 câu hỏi trắc nghiệm (bạn A không làm được phần đúng sai và trả lời ngắn). Xác suất để bạn A (bị điểm liệt) thi trượt kỳ thi này là bao nhiêu? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 14

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vecto $\vec{u}(-4;2;-3)$ và điểm $A(1;2;3)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ là

A. $B(3;2;-4)$. **B.** $B(-3;4;0)$. **C.** $B(3;-4;0)$. **D.** $B(-3;-4;-4)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x)=F(x),\forall x\in K$. **B.** $F'(x)=f(x),\forall x\in K$.

C. $F(x)=f(x),\forall x\in K$. **D.** $F'(x)=f'(x),\forall x\in K$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau: Hỏi đồ thị hàm số có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

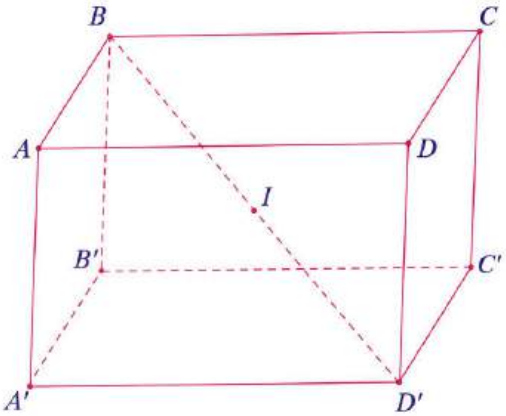
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'	$+$		$+$	0	$-$		
y	2	$\nearrow$	$+\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=-2$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và I là trung điểm của BD'. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=2.\overrightarrow{BI}$. **B.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BI}$.

C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\dfrac{1}{2}.\overrightarrow{BI}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=3.\overrightarrow{BI}$.

Câu 6: Hàm số $y=-x^3+3x^2+2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 7: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A. 15. **B.** -12. **C.** -1. **D.** 10.

Câu 8: Cho điểm M thoả mãn $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$. Toạ độ của điểm M là

A. $(2;3;-1)$. **B.** $(-2;-3;1)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(2;3;1)$.

Câu 9: Bạn Minh Anh sử dụng vòng ta thông minh để ghi lại số bước chân mà bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Tần số	6	7	6	6	5

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $7,56$. **B.** $2,75$. **C.** $1,75$. **D.** $5,72$.

Câu 10: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ là

A. $\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$. **B.** 2^x+C. **C.** $\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $2^x.\ln 2+C$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;-3;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}$.

A. $(10;-2;13)$. **B.** $(-2;2;-7)$. **C.** $(-2;-2;7)$. **D.** $(-2;2;7)$.

Câu 12: Một nhà phân tích thị trường làm việc cho một công ty sản xuất thiết bị gia dụng nhận thấy rằng nếu công ty sản xuất và bán x chiếc máy xay sinh tố hàng tháng thì lợi nhuận thu được có thể được tính bằng công thức:

$$P(x)=-0,3x^3+36x^2+1800x-48000.$$

Để có lợi nhuận lớn nhất công ty cần sản xuất bao nhiêu chiếc máy xay sinh tố mỗi tháng?

A. 110. **B.** 90. **C.** 120. **D.** 100.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Một vật đang đứng yên thì bắt đầu chuyển động nhanh dần đều trong khoảng 20 giây với gia tốc là $a(m/s^2), a>0$. Biết rằng quãng đường vật đi được sau 3 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động là 18m.

a) Vận tốc tức thời của vật là $v(t)=at(m/s)$.

b) $a=4$.

c) Vận tốc của vật tại thời điểm $t=5(s)$ là $10(m/s)$.

d) Quãng đường vật đi được sau $6(s)$ giây kể từ khi bắt đầu chuyển động là $36m$.

Câu 14: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$.

a) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y=-3x-11$ đi qua điểm $B(1;-6)$.

b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

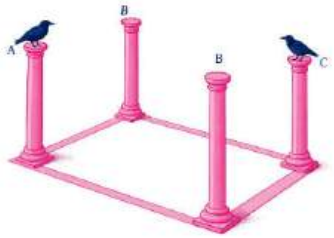
c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;2)$.

d) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 15: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt đất là mặt phẳng (Oxy), đơn vị mét. Có bốn đầu cột trụ $A(0;0;3)$, $B(4;0;3)$, $C(4;6;3)$, D là bốn đỉnh của một hình chữ nhật theo thứ tự đó.

Người ta quan sát 2 con chim đang đậu ở các vị trí A và C. Ta hiểu rằng các con chim khi bay đến chỗ con mồi sẽ bay theo đường thẳng.



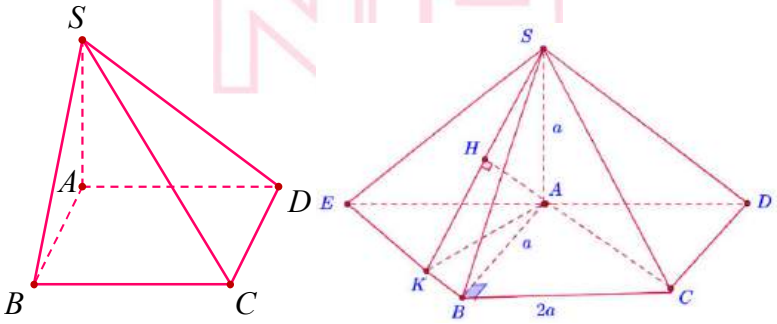
a) Tọa độ điểm D là $D(0;6;3)$.

b) Tâm I của hình chữ nhật $ABCD$ có tọa độ là $I(2;3;3)$.

c) Trong thực tế, khi bay đến vị trí thức ăn, chim từ A bay với vận tốc $10\,m/s$, chim từ C bay với vận tốc $6\,m/s$ và hai con chim xuất phát cùng lúc. Sau $0,5\,s$ từ khi xuất phát thì khoảng cách của chúng bằng $1,6\,m$.

d) Chợt hai con chim nhận thấy vị trí có thức ăn trên mặt đất ở điểm $E(3;5;0)$. Nếu hai con chim cùng xuất phát và bay cùng vận tốc thì con chim từ vị trí A sẽ đến vị trí thức ăn trước con chim còn lại.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a, BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$.



a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng $\dfrac{2a}{3}$.

b) Thể tích khối chóp $S.ABD$ bằng $2a^3$.

c) $BC \perp (SAB)$.

d) sin góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Hàm số $y=\log_2\left(x^2+3x\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;a)$. Giá trị lớn nhất của a là bao nhiêu?

Câu 18: Một xưởng sản xuất thiết bị gia dụng dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm trong một đợt. Tổng doanh thu khi bán hết x sản phẩm được mô tả bằng hàm số $F(x)=-x^2+8000x+100.000$. Chi phí để sản xuất một sản phẩm là $G(x)=\dfrac{100.000}{2x+5}$. Tổng chi phí mua nguyên vật liệu khi chưa triết khấu là $H(x)=50x^2+2000x+50000$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

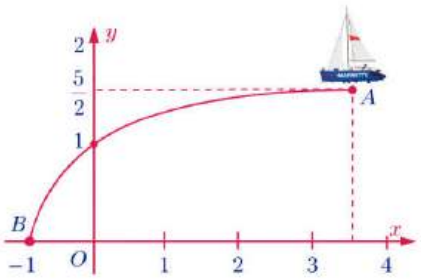
Công ty cung cấp nguyên liệu đang chạy chương trình khuyến mại nhân dịp kỷ niệm thành lập công ty nên giảm 5% tổng tiền mua nguyên liệu này. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm trong dịp này để lợi nhuận cao thu được là lớn nhất.

Câu 19: Công ty VinaElectro sản xuất một loại thiết bị điển tử tiêu dùng và đánh số seri cho từng sản phẩm bằng một mã 6 chữ số được tạo ngẫu nhiên từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 và chữ số đầu tiên không được là 0. Trong một chương trình khuyến mãi nhân dịp ra mắt sản phẩm mới, công ty muốn tặng quà cho khách hàng nếu sản phẩm của họ mua có mã seri "đặc biệt" – là mã số có tích các chữ số bằng 1400. Biết xác suất để khách hàng được tặng quà là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $b-a$.

Câu 20: Tại phòng thí nghiệm Sinh học, nhóm nghiên cứu nuôi cấy không liên tục Vi khuẩn E.Coli ở điều kiện tối ưu. Sự sinh trưởng của quần thể vi khuẩn bao gồm 4 pha cơ bản:
Pha tiềm phát : Vi khuẩn dần thích nghi với môi trường, tổng hợp vật chất chuẩn bị cho sự phân chia.
+ Pha luỹ thừa : Phân chia mạnh mẽ theo tiềm năng, số lượng tế bào tăng theo luỹ thừa và đạt đến cực đại ở cuối pha.
+ Pha cân bằng: Lượng tế bào sinh ra bằng lượng tế bào chết đi.
+ Pha suy vong: Số lượng tế bào trong quần thể ngày càng giảm do chất dinh dưỡng cạn kiệt, chất độc hại tích luỹ ngày càng nhiều.
Giả sử trong gian đoạn "Pha luỹ thừa ", số lượng của một quần thể vi khuẩn E.Coli được xác định bởi công thức $P\left(t\right)=100e^{0,1t}$, trong đó thời gian t được tính bằng phút. Tại thời điểm $t=20$, tốc độ tăng trưởng tức thời của quần thể E.Coli là bao nhiêu vi khuẩn/phút?

Câu 21: Một người điều khiển flycam để phục vụ một chương trình truyền hình. Người ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất và hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên mỗi trục tương ứng với $1\left(m\right)$. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển $100\left(m\right)$ về phía nam và $150\left(m\right)$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $30\left(m\right)$. Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người ta điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển $80\left(m\right)$ về phía bắc và $120\left(m\right)$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $50\left(m\right)$. Flycam bay từ vị trí A đến vị trí B theo một đường thẳng với tốc độ trung bình là $a\left(m/s\right)$ trong thời gian 45 giây. Giá trị của a là bao nhiêu?

Câu 22: Trong mùa mưa lũ, nước ở trên thượng nguồn đổ dồn về hạ lưu rất mạnh nên thường làm lệch quỹ đạo chuyển động của tàu, thuyền trên sông.
Giả sử trong một hệ trục tọa độ Oxy cho trước, một chiếc thuyền đang ở tại điểm $A\left(4;\frac{5}{3}\right)$ và chuyển động về phía gốc tọa độ O. Do dòng chảy mạnh nên thuyền di chuyển trên cung đường AB là một phần của đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ như hình vẽ, với $B\left(-1;0\right)$. Gọi M là một điểm bất kỳ nằm trên cung đường di chuyển của chiếc thuyền. Khoảng cách từ M đến O ngắn nhất bằng bao nhiêu?



☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 05 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 15

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 2: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu $u_1=2$ và công bội $q=-3$. Tính u_3

A. $u_3=-54$. **B.** $u_3=18$. **C.** $u_3=-18$. **D.** $u_3=54$.

Câu 3: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$
Số học sinh	10	15	22	26	20	17

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên

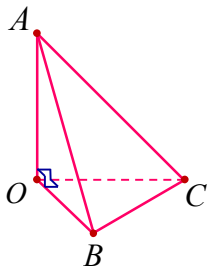
A. $32,2$. **B.** $33,2$. **C.** $32,1$. **D.** $33,1$.

Câu 4: Tập nghiệm của phương trình $\sin x=\dfrac{1}{2}$ là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\dfrac{\pi}{3}+k\pi;\dfrac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{\pi}{6}+k\pi;\dfrac{5\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5: Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc và $OA=a,OB=2a,OC=3a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $\left(OAC\right)$.



A. a. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Câu 6: Tính thể tích khối chóp tam giác đều có cạnh đáy $2a$ và độ dài đường cao a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 7: Cho a, b là hai số thực khác 0, biết: $\left(\dfrac{1}{125}\right)^{a^2+4ab}=\left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-8ab}$. Tỉ số $\dfrac{a}{b}$ là

A. $-\dfrac{8}{7}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $-\dfrac{4}{21}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $y = \mathrm{e}^x + \log x$.

A. $y' = \mathrm{e}^x - \dfrac{1}{x\ln 10}$. **B.** $y' = \mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x}$. **C.** $y' = \mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x\ln 10}$. **D.** $y' = \mathrm{e}^x - \dfrac{1}{x}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. -2. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 1.

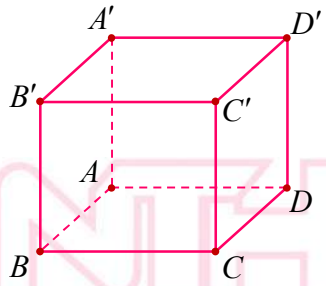
Câu 10: Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ 10 học sinh?

A. C_{10}^3. **B.** 10^3. **C.** 3^{10}. **D.** A_{10}^3.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.



Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+7}{-2}$.

Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC, với $A(5;3;1)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AB} = (-4;5;-1), \overrightarrow{AC} = (0;-1;-1)$.

b) Biết điểm $D(a;b;c)$ sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, ta có $a+b+c = 9$.

c) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -10$.

d) Gọi α là số đo A của tam giác ABC. Khi đó $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x - \ln x$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Tập xác định của hàm số là: $D=\left(0;+\infty\right)$.

b) Đạo hàm $f'\left(x\right)=1+\dfrac{1}{x}$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có nghiệm duy nhất $x=1$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{3};2\right]$ bằng $\dfrac{1}{3}+\ln 3$.

Câu 15: Một xưởng mộc dùng gỗ sồi để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5625 USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10 USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất một chiếc bàn, và lưu ý rằng trong mỗi ngày của chu kì sản xuất thì lượng nguyên liệu lưu trữ trung bình mỗi ngày được tính bằng một nửa tổng lượng nguyên liệu tồn kho đầu kì và lượng nguyên liệu tồn kho cuối kì. Giả sử nguyên liệu được nhập về sau mỗi x ngày.

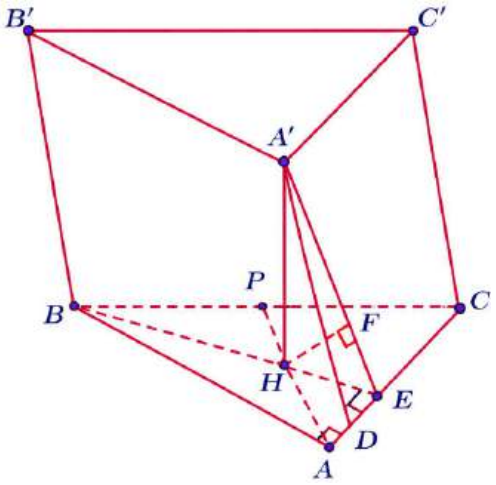
a) Một chu kì sản xuất, xưởng mộc phải nhập về $5x$ đơn vị nguyên liệu.

b) Chi phí để lưu trữ nguyên liệu trong x ngày của một chu kì sản xuất là $50x^2$ USD.

c) Hàm chi phí trung bình mỗi ngày trong một chu kì sản xuất là $c\left(x\right)=50x+\dfrac{5625}{x}$.

d) Để chi phí trung bình mỗi ngày của một chu kì sản xuất là ít nhất thì xưởng mộc nên nhập hàng mỗi 15 ngày và mỗi lần nhập về 75 đơn vị nguyên liệu.

Câu 16: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A, hình chiếu vuông góc H của A' trên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết $AA'=BC=2a$.



a) Độ dài đường cao hình lăng trụ bằng $\dfrac{4a\sqrt{2}}{3}$.

b) Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $4a^3\sqrt{2}$.

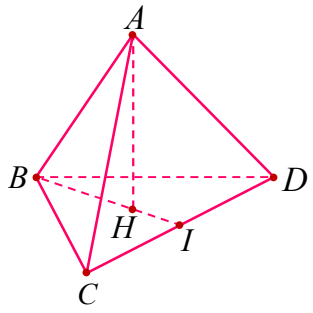
c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC gấp ba lần khoảng cách từ H đến $\left(ACC'A'\right)$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC bằng $\dfrac{2a\sqrt{34}}{17}$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

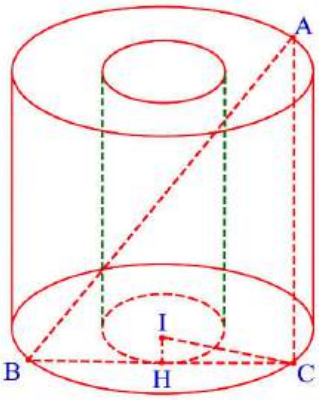
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các mặt phẳng (BCD), (CDA), (DAB), (ABC) lần lượt lấy các điểm A_1, B_1, C_1, D_1 sao cho các đường thẳng A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1 lần lượt vuông góc với các mặt phẳng (BCD), (CDA), (DAB), (ABC).



Biết thể tích khối tứ diện $A_1B_1C_1D_1$ bằng $\frac{a}{b}\sqrt{2}$ với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b$.

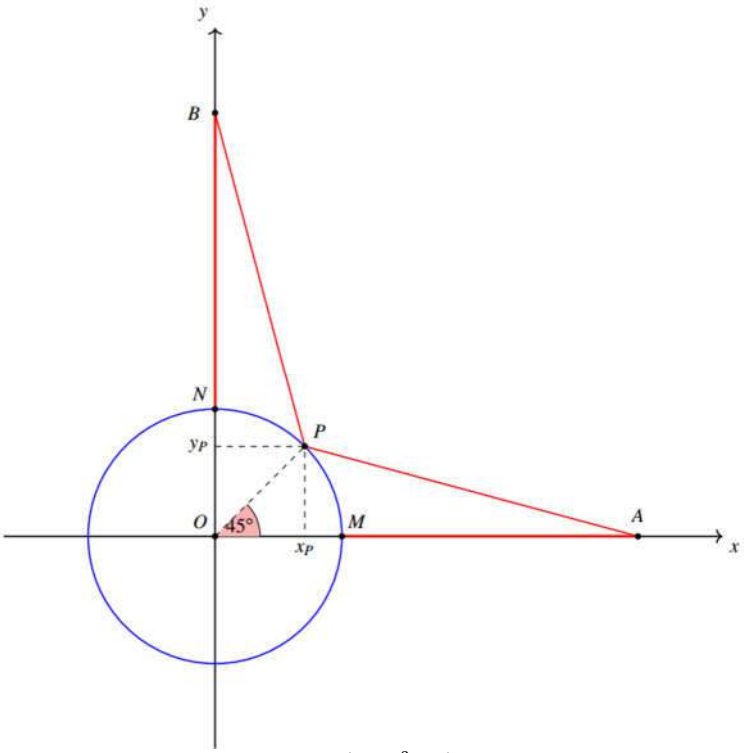
Câu 18: Anh A mở một nhà hàng lẩu. Anh đã trang bị cho mỗi bàn ăn một nồi lẩu có dạng hai hình trụ đồng trụ. Bán kính đáy nồi $R=15$ cm, bán kính trụ giữa là $r=3{,}5$ cm, chiều cao long nồi là $h=10$ cm. Để khách hàng có trải nghiệm tốt nhất, anh A cần xác định chiều dài tối thiểu L của chiếc đũa sao cho dù đầu đũa có bị trượt vào vị trí nào trong nồi, phần đầu đũa thừa ra ngoài miệng nồi vẫn phải lớn hơn 5 cm. Tính L.



Câu 19: Mèo Táo có mở một cửa hàng sách và đang cần tuyển nhân viên trông coi cửa hàng. Để tuyển nhân viên đòi hỏi có khả năng tư duy và suy luận tốt; Táo đưa ra thử thách như sau: Bộ truyện tranh thám tử Kenichi gồm 44 tập đang được sắp xếp từ 1 tới 44 trên giá . Yêu cầu hãy thực hiện việc sắp xếp các tập truyện theo trình tự ngược lại từ 44 tới 1 theo quy tắc: đổi chỗ 2 tập truyện đang xếp liên tiếp sẽ bị tính 1 điểm; đổi chỗ 2 tập truyện mà ở giữa chúng có 3 tập khác thì không bị tính điểm. Bạn An muốn ứng tuyển vào nhân viên cửa hàng. Hỏi điểm số của An nhỏ nhất là bao nhiêu điểm để thực hiện được thử thách trên.

Câu 20: Mặt cầu tâm I bán kính $R>0$ là tập hợp tất cả các điểm trong không gian cách I một khoảng bằng R. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên hệ trục là centimet, một tổ kiến có bề mặt là một mặt cầu tâm là gốc tọa độ và bán kính $R=6$cm, ở điểm $A(20;0;0)$ có 10 miếng mồi và ở điểm $B(0;20;0)$ có 3 miếng mồi. Một con kiến trên bề mặt tổ, mỗi lần đi đến A hoặc B tha đúng một miếng mồi về tổ. Hỏi tổng quãng đường ngắn nhất con kiến đó đi là bao nhiêu centimet để con kiến tha hết 13 miếng mồi về tổ ?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Câu 21: Một trang trại dự định dành 100 ha đất để trồng ba loại cây: Cao su, Cây phê và Hồ tiêu. Lợi nhuận hàng năm ước tính của Cao su là 40 triệu đồng/ha, Cà phê là 60 triệu đồng/ha và Hồ tiêu là 80 triệu đồng/ha. Do các yếu tố về quy hoạch và tài nguyên nước, diện tích trồng các loại cây phải tuân thủ các điều kiện sau:
Tổng diện tích trồng Cà phê và Hồ tiêu không được vượt quá diện tích trồng Cao su.
Diện tích trồng Hồ tiêu không được vượt quá 20 ha.
Diện tích trồng Cà phê không được vượt quá 3 lần diện tích trồng Hồ tiêu.
Hỏi tổng lợi nhuận thu được hàng năm của trang trại đó lớn nhất là bao nhiêu tỷ đồng?

Câu 22: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách $20m$ với xác suất trúng thỏ là $0,5$, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách $30m$, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách $50m$. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắt .

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 16

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;4;6)$ nhận $\vec{u}=(3;-2;7)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

A. $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+7}{6}$. **B.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-6}{7}$.

C. $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-7}{6}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z+6}{7}$.

Câu 2: Cho $P(A)$, $P(B)>0$. Công thức xác suất có điều kiện của biến cố A khi biết biến cố B đã xảy ra là

A. $P(A\mid B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$. **B.** $P(A\mid B)=\dfrac{P(A)}{P(B)}$.

C. $P(A\mid B)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$. **D.** $P(A\mid B)=\dfrac{P(B)}{P(A)}$.

Câu 3: Cho cấp số nhân có (u_n) thỏa mãn. $u_4=u_1.8$. Công bội q của (u_n) bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 4: Cho mẫu số liệu

Nhóm	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$	$[10;11)$
Tần số	8	12	10	2	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu bằng

A. $8,63$. **B.** $8,57$. **C.** $7,76$. **D.** $7,79$.

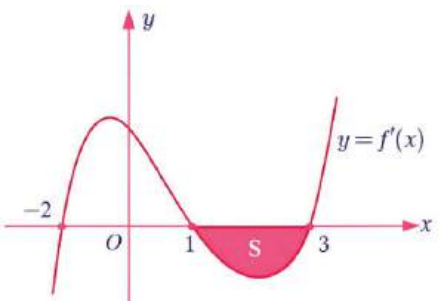
Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(3-x)$ là

A. $(-\infty;3]$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm O và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-2;1)$. Khoảng cách từ $M(3;-1;1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ liên tục trên $[-2;3]$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Biết $\int\limits_{-2}^{1} f'(x)dx = 3$ và diện tích $S = \dfrac{5}{3}$. Giá trị $f(3) - f(-2)$ bằng

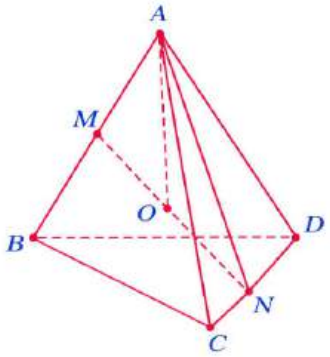
A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\dfrac{14}{3}$. **C.** $\dfrac{14}{3}$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ là

A. $S = \left\{\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S = \left\{\dfrac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \left\{\dfrac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

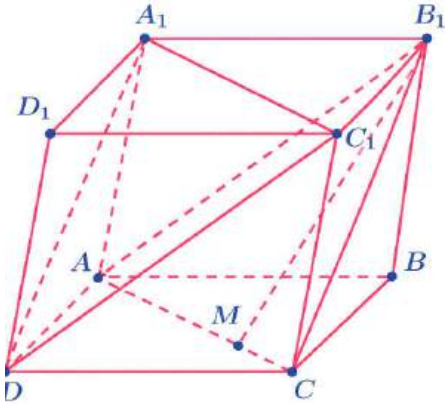
Câu 9: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N, O lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN. Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AO}$.

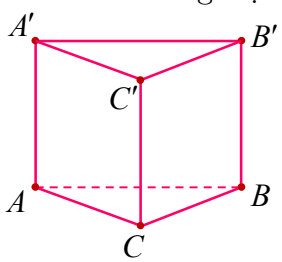
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AO}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AO}$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có điểm M thuộc đoạn thẳng AC, (M không trùng với A hoặc C). Đường thẳng B_1M song song với mặt phẳng nào sau đây?



A. (BDD_1). **B.** (ADD_1). **C.** (DA_1C_1). **D.** (CDD_1).

Câu 11: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $BC = 2a$, $AA' = 2\sqrt{3}a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 12: Họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2\sin x+1$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $-2\cos x+x+C$. **B.** $2\cos x+x+C$. **C.** $2\cos x$. **D.** $-2\cos x+1+C$.

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi $\left(S\right)$ là miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}x+y\le 4\\2x-y\ge 1\\x\ge 0\\y\ge 0.\end{cases}$

a) Điểm $A\left(1;2\right)$ thuộc $\left(S\right)$.

b) $\left(S\right)$ là một miền tam giác.

c) Diện tích $\left(S\right)$ bằng $\dfrac{49}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$ trên miền $\left(S\right)$ bằng 7.

Câu 14: Nhân dịp năm mới, cô giáo chuẩn bị 40 bao lì xì may mắn gồm ba loại: Loại I có 12 bao, mỗi bao chứa 50 nghìn đồng; Loại II có 10 bao, mỗi bao chứa 20 nghìn đồng; Loại III là các bao còn lại, mỗi bao chứa 10 nghìn đồng. Ba học sinh An, Bình, Chi theo thứ tự lần lượt lên bốc thăm mỗi người chỉ bốc đúng một bao lì xì và không hoàn lại. Biết các kết quả xác suất được làm tròn đến hàng phần trăm.

a) Xác suất An bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng là $0,45$.

b) Xác suất Bình bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng là $0,45$.

c) Biết Bình bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng, xác suất để An bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng là $0,44$.

d) Xác suất để có ít nhất một bạn bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng là $0,84$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(-1;4;4\right)$, $B\left(-4;6;5\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$.

a) Hai đường thẳng AB và d chéo nhau.

b) Góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng 60°.

c) Điểm C thay đổi trên d, giá trị nhỏ nhất của diện tích ABC bằng $\sqrt{42}$.

d) Đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng AB và d đi qua $M\left(3;3;4\right)$.

Câu 16: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{3x+1}{x+4}$.

a) Hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm là $f'\left(x\right)=\dfrac{11}{\left(x+4\right)^2}$.

b) Với x_1, $x_2\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $x_1<-4<x_2$ thì $f\left(x_1\right)<f\left(x_2\right)$.

c) Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $\left(3;-4\right)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;1\right]$ bằng $\dfrac{1}{4}$.

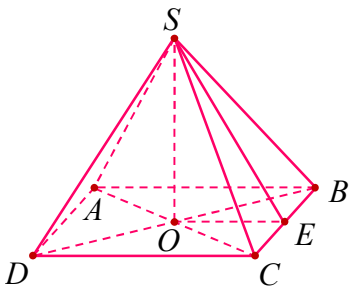
PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17: Có hai chuồng A và B. Chuồng A ban đầu có 9 con dê trắng và 8 con dê đen. Chuồng B ban đầu có 5 con dê trắng và 6 con dê đen. Các con dê được xem như nhau về kích thước và khả năng bị chọn. Người ta bắt ngẫu nhiên đồng thời 3 con dê từ chuồng A chuyển sang chuồng B. Sau đó, từ chuồng B bắt ngẫu nhiên 2 con dê ra kiểm tra. Biết rằng cả 2 con dê bắt ra đều là dê trắng. Hỏi xác suất để cả 2 con dê trắng đó đều là dê chuyển từ chuồng A sang là bao nhiêu phần trăm?

Câu 18: Xét một đa giác đều có 60 đỉnh. Có bao nhiêu đa giác đều có các đỉnh là một trong các đỉnh của đa giác đều đã cho?

Câu 19: Một công ty du lịch chuyên tổ chức các Tour trải nghiệm - khám phá, đặt hàng cho một cơ sở sản xuất lều bạt 10 chiếc lều bạt du lịch giống hệt nhau, hình chóp đều mà thể tích trong mỗi chiếc lều là $18\,\text{m}^3$, đơn giá tính theo diện tích bạt sử dụng là 500 nghìn đồng/m^2, .



Hỏi số tiền ít nhất mà công ty du lịch phải trả cho cơ sở sản xuất lều bạt là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 20: Một cơ sở sản xuất thiết bị cứu hộ chế tạo một chiếc phao bơi như hình minh họa. Khi đó, theo mặt cắt qua tâm, người ta thấy, bán kính ngoài của phao bằng 35 cm, bản kính trong cùng phao bằng 25 cm. Phao được làm từ một loại vật liệu đồng chất, có khối lượng riêng bằng $0,05\,\text{g}/\text{cm}^3$. Tính khối lượng của chiếc phao, biết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, số π nhận giá trị bằng 3,1416.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = \sqrt{5}$, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 2$, $\widehat{ABC} = 135°$. Số đo của góc nhị diện $[A, SC, B]$ bằng $m°$. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

Câu 22: Một doanh nghiệp sản xuất và bán một loại hàng hóa. Gọi x là số lượng sản phẩm bán ra được. Giá bán mỗi sản phẩm phụ thuộc số lượng bán ra theo công thức $p(x) = 120 - 2x$. Tổng chi phí sản xuất khi sản xuất x nghìn sản phẩm là $C(x) = 300 + 60x + 0{,}2x^2 + 0{,}01x^3$. Tìm x để lợi nhuận doanh nghiệp thu được là lớn nhất?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề Chuyên ĐH Vinh)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 17

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Tìm số hạng thứ tư của cấp số nhân đó.

A. 24. **B.** 54. **C.** 162. **D.** 48.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=x^2+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+4x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+4x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+4x+C$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1=(0;3;-1)$. **B.** $\vec{n}_2=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}_3=(3;0;-1)$. **D.** $\vec{n}_4=(3;-1;0)$.

Câu 5: Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	↗	$+\infty$	↗	2
			$-\infty$		

A. $y=\frac{2x+3}{x+1}$. **B.** $y=\frac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x+1}{2x-1}$.

Câu 6: Phương trình $1-\cos 2x=0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(x+1)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

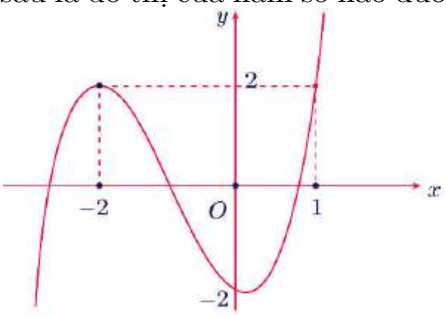
Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$ là

A. $x-2y+3z+12=0$. **B.** $x-2y-3z-6=0$.

C. $x-2y+3z-12=0$. **D.** $x-2y-3z+6=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 9: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



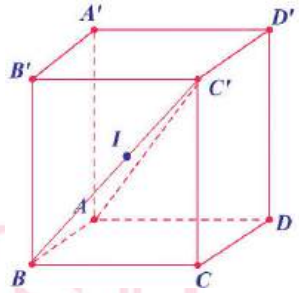
A. $y=-x^3-3x^2-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$.

C. $y=2x^3+6x^2-2$. **D.** $y=x^3+3x^2-2$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\{0;1\}$. **C.** $\{-1;0\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Gọi I là trung điểm của đoạn BC'. Phân tích vectơ $\overrightarrow{AI}$ qua ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.



A. $\overrightarrow{AI}=2\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

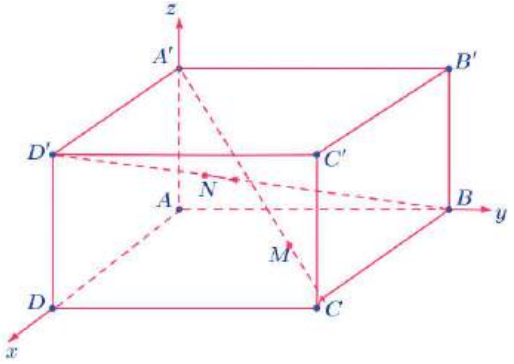
C. $\overrightarrow{AI}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$.

Câu 12: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=0$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Trong một gian triển lãm nghệ thuật, người ta thiết kế một không gian hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AD=20m$; $AB=10m$; $AA'=5m$ và được gắn vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O trùng với điểm A, tia Ox chứa điểm D, tia Oy chứa điểm B, tia Oz chứa điểm A' như hình vẽ. Đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Người ta căng hai sợi dây cáp phát sáng vào hai đường chéo của hình hộp là $A'C$ và BD'. Giá sợi dây cáp là 100 nghìn đồng/mét.

a) Tọa độ các điểm $B\left(0;10;0\right)$, $C\left(20;10;0\right)$, $A'\left(0;0;5\right)$, $D'\left(20;0;5\right)$.

b) Tổng số tiền cần để mua hai sợi dây cáp phát sáng nói trên là 2613 nghìn đồng.

c) Mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ có phương trình là: $y+2z-10=0$.

d) Trên dây $A'C$ một điểm sáng M chuyển động đều từ A' đến C với vận tốc $3m/s$. Đồng thời, trên dây BD', điểm sáng N chuyển động đều từ B đến D' với vận tốc $2m/s$. Tính từ khi hai điểm sáng bắt đầu chuyển động đến khi có ít nhất một điểm sáng về đích thì khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm sáng M và N bằng $3,77m$.

Câu 14: Một lon sữa cho trẻ em được lấy ra khỏi tủ lạnh và đặt trên bàn để rã đông. Nhiệt độ của lon sữa tại thời điểm lấy ra khỏi tủ lạnh là $-4°C$, và sau t giờ, tốc độ tăng nhiệt độ của lon sữa được cho bởi công thức $T'\left(t\right)=7.e^{-0,35t}$ ($°C$/giờ) cho đến khi lon sữa đạt nhiệt độ môi trường là $10°C$.

a) Sau 2 giờ, tốc độ thay đổi nhiệt độ của lon sữa bằng $3,48°C$/giờ.

b) Nhiệt độ của lon sữa tính từ thời điểm lấy ra khỏi tủ lạnh cho đến khi lon sữa đạt nhiệt độ môi trường được tính bởi công thức $T\left(t\right)=-20.e^{-0,35t}$.

c) Thời gian để lon sữa đạt nhiệt độ môi trường là 3,44 giờ.

d) Ngay sau khi đạt nhiệt độ môi trường, lon sữa được đưa vào máy hâm sữa. Tốc độ tăng nhiệt độ của lon sữa trong máy sau t giờ được xác định bởi: $L'\left(t\right)=k.e^{-0,22t}$ (k là hằng số). Lon sữa được coi là đạt yêu cầu khi nhiệt độ lon sữa bằng $70°C$. Biết rằng thời gian cần thiết để hâm nóng lon sữa là 5 phút thì hằng số $k\in\left(720;730\right)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị $\left(C\right)$.

a) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

b) Đồ thị hàm số $\left(C\right)$ có tâm đối xứng là điểm $I\left(-1;2\right)$.

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $\left(C\right)$ tại giao điểm của đồ thị hàm số $\left(C\right)$ với trục tung có phương trình là $y=3x-1$.

d) Số điểm thuộc đồ thị hàm số $\left(C\right)$ có tọa độ nguyên là 2.

Câu 16: Lớp 12B11 có 40 học sinh. Thời gian tự học tại nhà hàng ngày của các học sinh trong lớp được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	$[1;2)$	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$
Số học sinh	4	6	12	10	8

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 5.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này bằng 1,8.

c) Phương sai của mẫu số liệu là 1,66.

d) Cô giáo chia lớp thành ba nhóm: Nhóm chưa chăm gồm các em học sinh có thời gian tự học tại nhà hàng ngày ít hơn 3 giờ, nhóm đạt yêu cầu gồm các em học sinh có thời gian tự học tại nhà hàng ngày từ 3 giờ trở lên nhưng ít hơn 5 giờ, nhóm chăm chỉ gồm các em học sinh có thời gian tự học tại nhà hàng ngày từ 5 giờ trở lên. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong lớp để kiểm tra bài tập về nhà. Xác suất để ba nhóm học sinh trên đều có học sinh được chọn bằng $\dfrac{88}{247}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

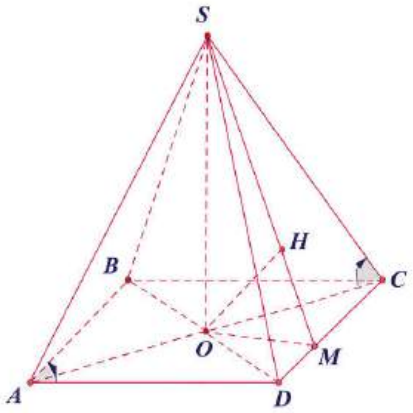
Câu 17: Cho hàm số $f\left(x\right)=\left(2\tan x-\cot x\right)^2$. $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ sao cho $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=3-\dfrac{9\pi}{4}$. Khi đó $F\left(x\right)=a\tan x+b\cot x+cx$ (a,b,c là các hằng số). Tính $a.b.c$.

Câu 18: Anh Nam làm việc tại một giàn khoan cách bờ biển 10 km. Chị Mai, bạn thân của Anh Nam, làm việc tại một cơ quan trên bờ biển cách nơi làm việc của Anh Nam 6 km theo phương ngang. Thứ Bảy tuần sau Anh Nam được nghỉ phép nên hai người dự định gặp nhau tại một địa điểm P trên bờ biển. Biết rằng Anh Nam sẽ di chuyển vào bờ biển bằng thuyền với vận tốc 15 km/h, chị Mai đi bộ với vận tốc 5 km/h và hai người dự định cùng xuất phát rồi đến nơi cùng lúc.

Giả thiết đường bờ biển là đường thẳng và thuyền chở Anh Nam cũng di chuyển theo đường thẳng. Hỏi địa điểm họ dự định gặp nhau cách cơ quan của chị Mai bao nhiêu kilômét?

Câu 19: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-2}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Gọi A là điểm cực trị có tung độ âm của đồ thị $\left(C\right)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $\left(C\right)$ bằng $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}^+$ và a là số nguyên tố. Tính $2026a+b$.

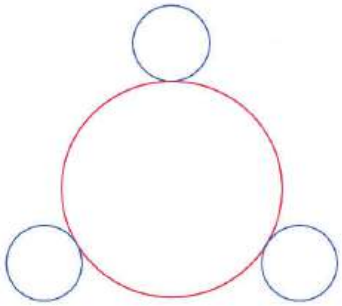
Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh 1, góc $\widehat{BAD}=60^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với điểm O. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60°.



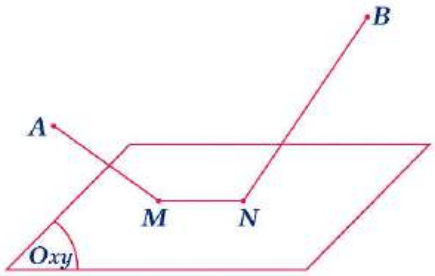
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{13}}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

Câu 21: Cho tập $X=\{1;2;3;...;12\}$. Chọn ngẫu nhiên 4 số phân biệt từ tập X rồi đặt 1 số vào vòng tròn lớn ở chính giữa, đặt 3 số còn lại vào ba vòng tròn nhỏ xung quanh . Gọi P là xác suất để tổng các số tự nhiên trên hai vòng tròn nhỏ bất kì luôn nhỏ hơn số ở vòng tròn lớn chính giữa đồng thời tổng cả ba số trên ba vòng tròn nhỏ luôn lớn hơn số ở vòng tròn lớn. Tính giá trị của $1980P$.



Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt đất là mặt phẳng (Oxy), có hai trạm phát sóng trên không: trạm A đặt trên không tại vị trí $A(1;1;3)$, trạm B đặt trên không tại vị trí $(10;13;6)$. Trên mặt đất người ta cần đặt hai trạm thu tín hiệu M và N sao cho khoảng cách giữa hai trạm thu là cố định: $MN=5$ và tổng chiều dài dây nối từ trạm A đến M và từ trạm B đến N là ngắn nhất.



Khi đó, tổng hoành độ hai điểm M và N bằng bao nhiêu?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 18

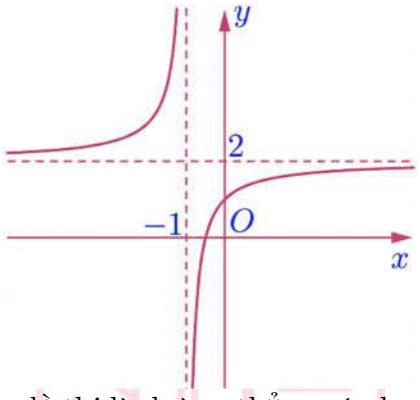
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. $\dfrac{33\pi}{5}$. **B.** 33π. **C.** $\dfrac{33}{5}$. **D.** 33.

Câu 2: Hàm số số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới:



Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{-y}{2}=\dfrac{z+2}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;0;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(4;2;-6)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;1;3)$.

Câu 4: Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	3	4	8	6	4

M_2

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Tính s_1+s_2.

A. $4,89$. **B.** $26,64$. **C.** $2,44$. **D.** $13,32$.

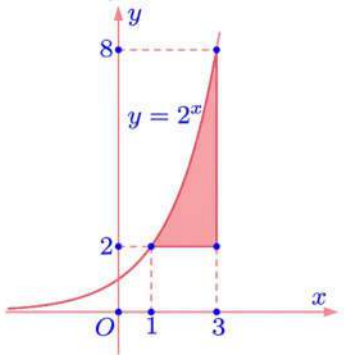
Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=6$ và $u_2=-12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q=-2$. **B.** $q=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $q=-18$. **D.** $q=2$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây sai?

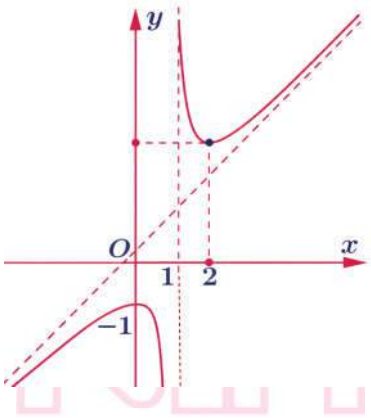
A. $SA \perp (ODC)$. **B.** $CD \perp (SAD)$. **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $BC \perp (SAB)$.

Câu 7: Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên dưới bằng



A. $\int_1^3 2^x \,\mathrm{d}x$. **B.** $\int_1^3 (2-2^x)\,\mathrm{d}x$. **C.** $\int_1^3 (2^x+2)\,\mathrm{d}x$. **D.** $\int_1^3 (2^x-2)\,\mathrm{d}x$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(2;0;0)$. **B.** $(2;-2;4)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-2;2;-4)$.

Câu 10: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

A. $S=(3;7]$. **B.** $S=(-\infty;7]$. **C.** $S=[3;7]$. **D.** $S=[7;+\infty)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 12: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x+\dfrac{1}{x}+\sin x+\dfrac{1}{\sin^2 x}$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\dfrac{4^x}{2\ln 2}+\ln|x|+\cos x-\cot x+C$.

B. $\dfrac{4^{x+1}}{x+1}-\dfrac{1}{x^2}+\cos x-\cot x+C$.

C. $\dfrac{4^x}{\ln 4}-\dfrac{1}{x^2}-\cos x-\cot x+C$.

D. $\dfrac{4^x}{2\ln 2}+\ln|x|-\cos x-\cot x+C$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=\ln x-x$.

a) $f\left(\dfrac{1}{e}\right)=\dfrac{e+1}{e}$; $f(e^2)=2+e^2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\dfrac{x-1}{x}$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1;e^2)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[\dfrac{1}{e};e^2\right]$ là -1.

Câu 14: Một ô tô đang chạy với vận tốc 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 55 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t)=-10t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t kể từ lúc đạp phanh là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-5t^2+20t+55$.

c) Thời gian kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 4 giây.

d) Đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách chướng ngại vật một khoảng lớn hơn 14 m.

Câu 15: Có hai đội thi đấu môn Bóng bàn. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương đồng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là $0,8$ và $0,65$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $0,8$.

b) Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương đồng là $\dfrac{5}{7}$.

c) Xác suất để vận động viên này thuộc đội II và đạt huy chương đồng là $0,48$.

d) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I và đạt huy chương đồng là $\dfrac{12}{25}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+5=0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-3y+6z=12$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$.

b) Mặt cầu (S) có bán kính $R=9$.

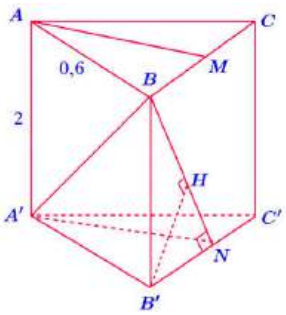
c) Khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng 2.

d) Đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có chu vi là $\pi\sqrt{5}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Một xưởng cơ khí nhận thiết kế một giá đỡ kim loại hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ để trưng bày sản phẩm. Giá đỡ có các kích thước $AB = 0,6$ mét; $AA' = 2$ mét. Hai thanh kim loại chéo được gắn thêm để tăng độ chắc chắn cho giá đỡ: thanh AM nối A với trung điểm M của BC và thanh $A'B$.

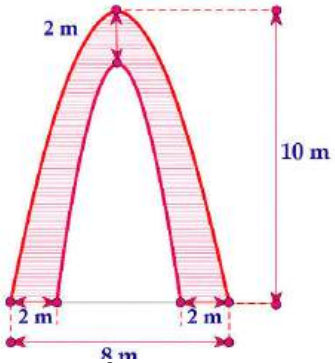


Xưởng cần tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai thanh chéo AM và $A'B$ để xem liệu việc thiết kế thêm hai chéo này có đủ khoảng trống để lắp thêm phụ kiện không? Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai thanh chéo AM và $A'B$.

Câu 18: Vào năm 2020, dân số của một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là $0,91\%$. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030.

Câu 19: Hệ thống định vị cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2;1;-2)$, $B(3;4;2)$, $C(0;5;6)$, $D(4;2;5)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $AM = \sqrt{42}$, $BM = 8$, $CM = \sqrt{106}$, $DM = \sqrt{46}$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm B bằng bao nhiêu?

Câu 20: Một cổng có hình dạng như hình vẽ với viền ngoài và trong là hai đường cong dạng parabol cùng trục đối xứng.



Nhà trường dự định sơn mặt ngoài cổng với chi phí nhân công là 30.000 đồng/m^2. Tính số tiền nhà trường trả cho nhân công.

Câu 21: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 180 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 180)$ thì giá bán của mỗi sản phẩm là $f(x) = 35840 - 192x$ và chi phí sản xuất bình quân trên một sản phẩm là $g(x) = 25,6x^2 - 153,6x + 3072 + \dfrac{19200}{x}$. Biết rằng mức thuế trên một sản phẩm là 512 nghìn đồng. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 22: Một thầy giáo có 16 cuốn sách khác nhau gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lí và 7 cuốn sách Hóa. Thầy lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách để tặng cho học sinh. Tính xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả 3 môn.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 19

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y=4^{3-2x}$ là

A. $y'=4^{3-2x}.\ln 4$. **B.** $y'=2.4^{3-2x}.\ln 4$.

C. $y'=-2.4^{3-2x}$. **D.** $y'=-4.4^{3-2x}.\ln 2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)>-1$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=3a, BC=a$. Cạnh bên $SD=2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $12a^3$.

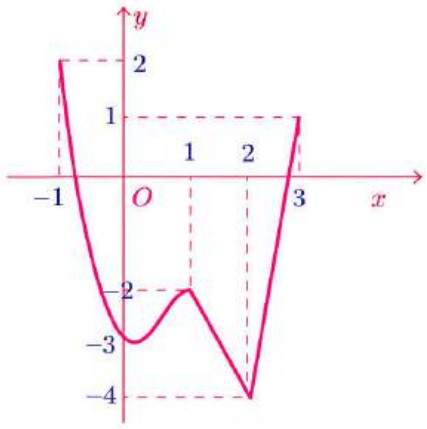
Câu 5: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+\vec{j}$, với $\vec{i},\vec{j}$ là hai véc-tơ đơn vị trên hai trục tọa độ Ox, Oy. Tọa độ điểm A là

A. $A(2;1;0)$. **B.** $A(0;2;1)$. **C.** $A(0;1;1)$. **D.** $A(1;1;1)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M+m$ là



A. -2. **B.** -6. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 8: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết xác suất của biến cố A là $0,4$; xác suất của biến cố B là $0,3$. Xác xuất của biến cố $A \cup B$ là

A. $0,12$. **B.** $0,58$. **C.** $0,7$. **D.** $0,82$.

Câu 9: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 3x - 1}{x - 2}$ là

A. $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = -\dfrac{1}{2}$. **D.** $y = 2$.

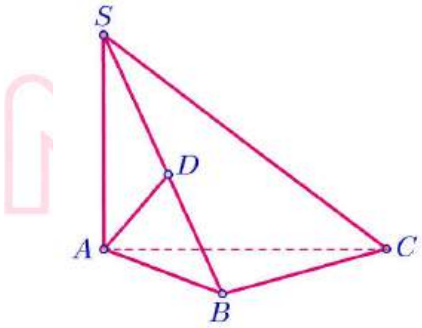
Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

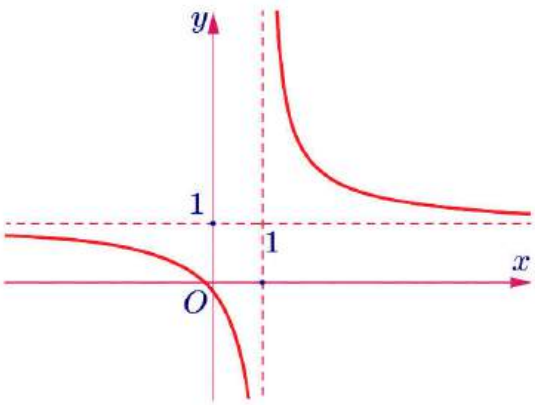
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ sau



A. $y = \dfrac{x}{x+1}$. **B.** $y = -\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y = -\dfrac{x}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x}{x-1}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):-x+2y+z-3=0$.

a) Điểm $A(1;-1;-2)$ nằm trên đường thẳng d.

b) Mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $(1;1;-1)$.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $30°$.

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3;1;2)$, song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d tại điểm $N(a;b;c)$. Giá trị $a+b+c$ bằng 3.

Câu 14: Một tổ chức nghiên cứu đang khảo sát mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm đúng cách và khả năng bị chấn thương đầu khi xảy ra tai nạn giao thông ở người đi xe máy. Kết quả cho thấy một người tham gia giao thông, nếu đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,85. Còn nếu không đội mũ đúng cách, xác suất bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,87, xác suất để người đó đội mũ bảo hiểm đúng cách khi tham gia giao thông là 0,83.

a) Nếu biết rằng người đó đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất để người đó bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là $0,15$.

b) Nếu biết rằng người đó không đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất để người đó không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là $0,2$.

c) Xác suất để người đó bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là $0,35$.

d) Xác suất để người đó không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là $0,7626$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)=(x^2-5x+7)e^x$.

a) $f(0)=7$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(2x-5)e^x$.

c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$

d) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ lần lượt là 7 và $3e$.

Câu 16: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=5t(m/s)$, trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 8 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a=-4(m/s^2)$ cho đến khi dừng hẳn.

a) Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là $160m$.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là $40(m/s)$.

c) Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 9 giây.

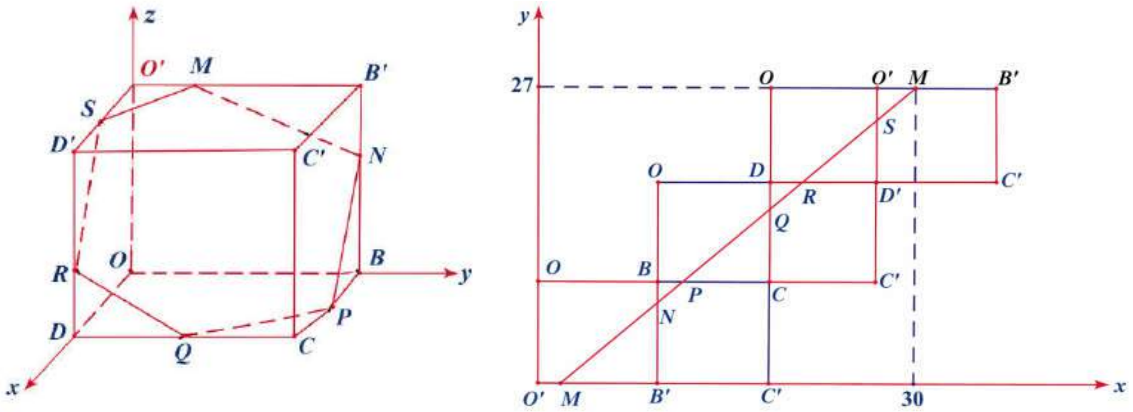
d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là $360m$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Tại một nhà máy, khi sản xuất và bán ra x sản phẩm A $\left(0 \le x \le 250\right)$ trong một tháng thì tổng chi phí mà nhà máy phải trả là $C\left(x\right) = 0,00024x^3 - 0,03x^2 + 5x + 30$ và doanh thu tương ứng là $D\left(x\right) = -0,01x^2 + 16x - 25$. Hỏi trong một tháng, lợi nhuận lớn nhất mà nhà máy đó có thể thu được nhờ vào sản xuất và bán sản phẩm A bằng bao nhiêu triệu đồng?

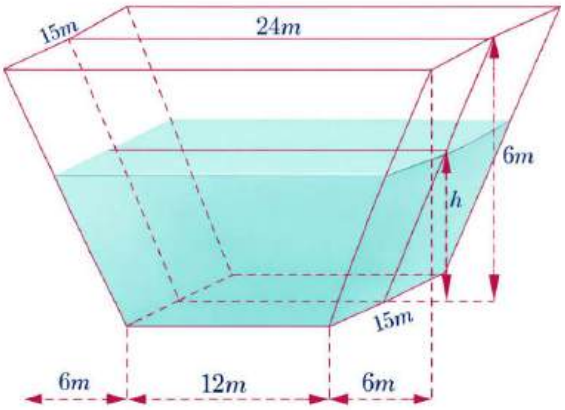
Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $OBCD.O'B'C'D'$ có cạnh bằng 9 sao cho điểm D thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy và điểm O' thuộc tia Oz . Điểm M thuộc cạnh $O'B'$ sao cho $O'B' = 3O'M$.

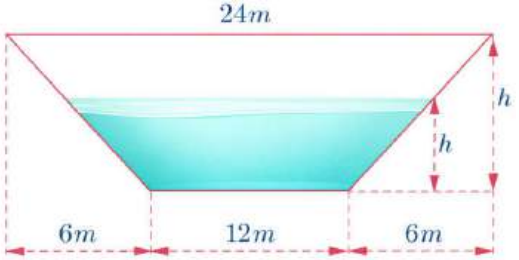


Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất. Hỏi với cách bò như vậy, con kiến đã bò qua bao nhiêu điểm mà điểm đó có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương?

Câu 19: Một nhà máy sản xuất hai loại thức ăn gia súc: loại A và loại B. Để sản xuất 1 tấn thức ăn loại A cần 3 tấn nguyên liệu X, 2 tấn nguyên liệu Y và 1 tấn phụ gia. Để sản xuất 1 tấn thức ăn loại B cần 2 tấn nguyên liệu X, 4 tấn nguyên liệu Y và 3 tấn phụ gia. Nhà máy có tối đa 120 tấn nguyên liệu X, 160 tấn nguyên liệu Y và 80 tấn phụ gia. Biết rằng lợi nhuận thu được từ mỗi tấn thức ăn loại A là 20 triệu đồng và từ loại B là 30 triệu đồng. Lợi nhuận nhà máy thu được lớn nhất là bao nhiêu?

Câu 20: Một bể chứa nước có mặt đáy và miệng bể đều là hình chữ nhật nằm trên 2 mặt phẳng song song với nhau, miệng bể có chiều ngang $15m$ và chiều dài $24m$, đáy bể có kích thước $15m \times 12m$. Độ sâu của bể nước là $6m$, mặt cắt vuông góc với chiều ngang của bể có hình dạng là hình thang cân .

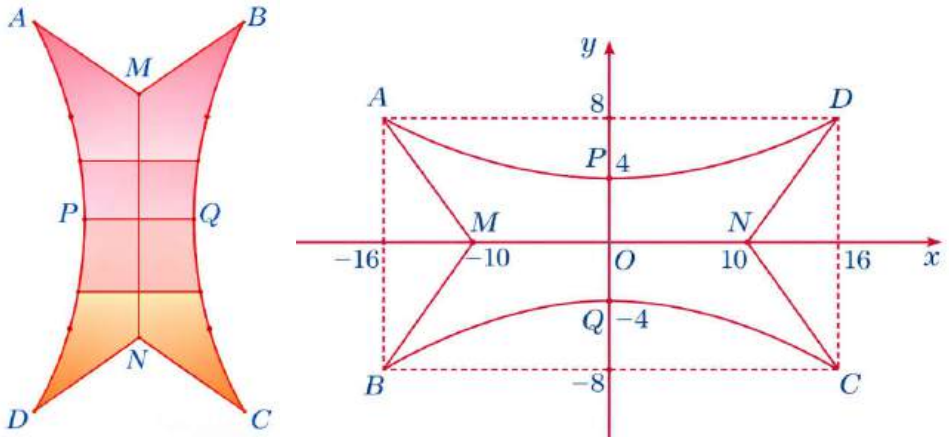




NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Lúc đầu bể không có nước, người ta sử dụng một máy bơm để bơm nước vào bể với tốc độ $50m^3$ trong một phút. Vào lúc mực nước đúng $5m$ thì tốc độ dâng lên của mực nước trong bể là bao nhiêu m trên một phút?

Câu 21: Một mô hình khối tròn xoay có trục là đường thẳng MN, khi ta cắt khối tròn xoay đó bởi một mặt phẳng đi qua trục của khối tròn xoay thì ta được mặt cắt có dạng như hình vẽ dưới đây.



Biết $MN = 20\,\text{cm}$, $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 16\text{cm}$, $AD = 32\text{cm}$, hai cung APD và BQC là một phần của các đường parabol với đỉnh lần lượt là P, Q và $PQ = 8\,\text{cm}$.

Tính thể tích của mô hình đó theo đơn vị cm^3.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 20

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	21	↘	-6	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là
A. 21. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -6.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=-1+2x+3x^2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành có giá trị bằng
A. $-\dfrac{16}{27}$. **B.** $\dfrac{16}{27}$. **C.** $-\dfrac{32}{27}$. **D.** $\dfrac{32}{27}$.

Câu 3: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-x+2}{x+1}$ có phương trình là
A. $y=2x-3$. **B.** $y=2x+3$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=2x-1$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-z-1=0$. Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (P)?
A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$.
C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 5: Thống kê độ tuổi tập thể dục thể thao hằng ngày trong một cụm dân cư có bảng số liệu sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	10	6	15	19	25

Tính phương sai của mẫu số liệu trên .
A. 189,66. **B.** 13,68. **C.** 187,13. **D.** 187,03.

Câu 6: Cho $\int_1^2 f(x)dx=-3$ và $\int_1^2 g(x)dx=4$. Giá trị tích phân $\int_1^2 \left[g(x)+2f(x)\right]dx$ bằng
A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tổng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{DD'}$ bằng
A. $\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{A'C}$ **C.** $\overrightarrow{AC'}$ **D.** $\overrightarrow{C'A}$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?
A. $A(-1;1;2)$. **B.** $B(1;-1;2)$. **C.** $C(1;0;4)$. **D.** $D(1;0;-4)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng $\left(SAB\right)$ là góc nào dưới đây?

A. $\widehat{ASC}$. **B.** $\widehat{BSC}$. **C.** $\widehat{SBC}$. **D.** $\widehat{SAC}$.

Câu 10: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_2=5, u_4=11$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 2.

Câu 11: Biết a,b là các số thực dương, khác 1 thỏa mãn $\log_a b=3$. Giá trị $\log_{a^2}\dfrac{a}{\sqrt{b}}$ bằng

A. $\dfrac{5}{8}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+2m-1=0$, với m là tham số. Giá trị của tham số m để mặt cầu có bán kính là 3 bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 1.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-1}{x-1}$ có đồ thị $\left(C\right)$.

a) Hàm số có 2 điểm cực trị.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

c) Đồ thị $\left(C\right)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=1$.

d) M là điểm bất kì thuộc đồ thị $\left(C\right)$. Tích khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị $\left(C\right)$ bằng $\sqrt{2}$.

Câu 14: Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc $45\,km/h$. Cùng lúc, một đoàn tàu chạy song song với đường quốc lộ với vận tốc $60\,km/h$. Khi ô tô cách đuôi tàu $100\,m$ thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v\left(t\right)=2,5t+b,\left(m/s\right)$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi đạt đến tốc độ tối đa cho phép $90\,km/h$ thì ô tô giữ nguyên vận tốc.

a) Giá trị của b bằng $12,5$.

b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là $5\,s$.

c) Khoảng cách giữa ô tô và đuôi tàu sau $3\,s$ là $51,25\,m$.

d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là $15,75\,s$.

Câu 15: Khảo sát những người xem bộ phim hoạt hình vừa được phát hành cho thấy 70% người xem là trẻ em và 30% là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2, 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Trong số những người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ xem tiếp phần 2, 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim.

a) Biết người được chọn là trẻ em, xác suất để người đó yêu thích bộ phim là $0,56$.

b) Xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là $0,59$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn $0,85$.

d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là $0,37$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0,0,0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi đài kiểm soát 350 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(400;200;10)$, chuyển động theo đường thẳng đến vị trí $D(-350;50;10)$.

a) Khi chiếc máy bay đang ở vị trí A thì nó hiển thị trên màn hình ra đa của đài kiểm soát không lưu này.

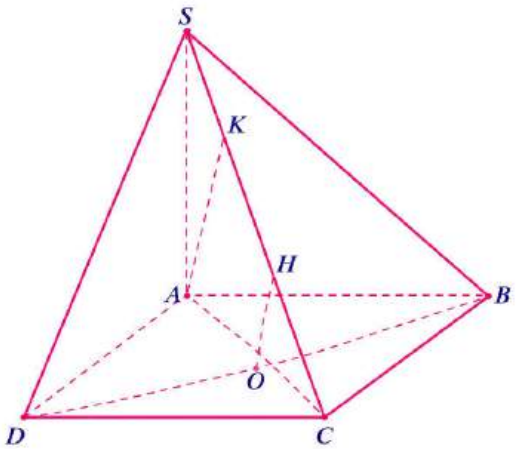
b) Máy bay chuyển động trên đường thẳng có phương trình là $\begin{cases} x = 400 + 5t \\ y = 200 + t \\ z = 10 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

c) Tọa độ của vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là $B(324;132;10)$.

d) Nếu máy bay chuyển động đều từ A đến D hết 50 phút thì thời gian máy bay hiển thị trên màn hình rađa ít hơn 42 phút.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $20cm$ và $SA \perp (ABCD)$, $SB = 25\text{cm}$.



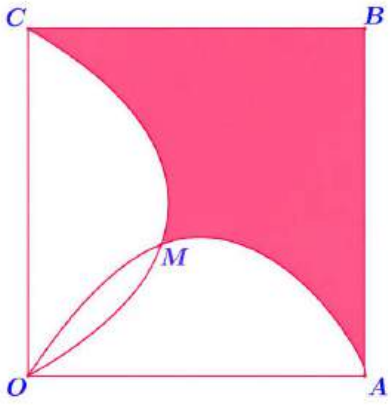
Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng bao nhiêu((kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 18: Người ta dùng thuốc để khử khuẩn cho một thùng nước. Biết rằng nếu lúc đầu mỗi mililít nước chứa P_0 vi khuẩn thì sau t giờ (kể từ khi cho thuốc vào thùng), số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha t}$, với α là một hằng số dương nào đó. Biết rằng ban đầu mỗi mililít nước có 9000 vi khuẩn và sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước là 6000. Sau thời gian bao nhiêu giờ (làm tròn đến hàng phần mười) thì số lượng vi khuẩn trong mỗi mililít nước trong thùng ít hơn hoặc bằng 1000?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;1;1\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M, song song với mặt phẳng $\left(Q\right):x-2y+z-3=0$ và tạo với d một góc nhỏ nhất. Gọi $A\left(-8;a;b\right)$ là một điểm nằm trên đường thẳng Δ. Tính giá trị $a+b$.

Câu 20: Cho hình vuông $OABC$ cạnh bằng 8, điểm M nằm trong hình vuông sao cho khoảng cách từ M đến các cạnh OA, OC cùng bằng 3. Parabol $\left(P_1\right)$ đi qua các điểm O, A, M, Parabol $\left(P_2\right)$ đi qua các điểm O, C, M. Tính diện tích phần tô đậm (hình vẽ bên dưới). *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).*



Câu 21: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng: hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B sản phẩm đó theo đơn đặt hàng của nhà máy B với số lượng tối đa là 100 tấn sản phẩm. Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán của mỗi tấn sản phẩm là $P\left(x\right)=45-0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right)=100+30x$ (triệu đồng), gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)?

Câu 22: Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp $12A$ có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là $\dfrac{a}{b}\%$, với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 21

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+4z=0$ có phương trình là

A. $3x+2y=0$. **B.** $4y-3z=0$. **C.** $4y+3z=0$. **D.** $3x+4y-1=0$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;0;0); B(0;-2;0); C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1$. **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=0$.

C. $\frac{x}{-4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1$. **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2025)^2(x-2024), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đạt cực trị tại

A. $x=-2024$. **B.** $x=2025$. **C.** $x=-2025$. **D.** $x=2024$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

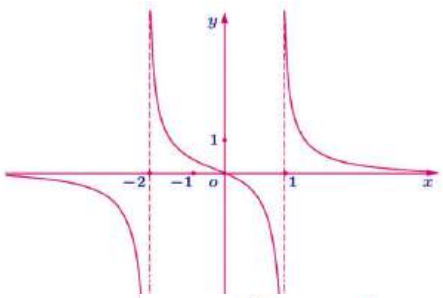
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{2024}=5, u_{2025}=25$. Tính công bội của cấp số nhân.

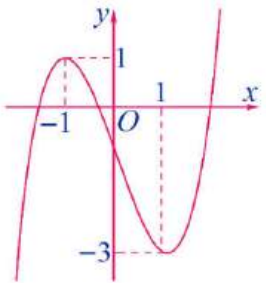
A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là



A. $y=1$ và $y=-2$.
B. $x=1$ và $x=-2$.
C. $y=0$.
D. $x=0$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là



A. $x=1$.
B. $N(-1;1)$.
C. $M(1;-3)$.
D. $x=-1$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;c]$ và b là số thực tuỳ ý thuộc đoạn $[a;c]$. Nếu biết $\int_a^b f(x)dx=-5$ và $\int_b^c f(x)dx=10$ thì giá trị của $\int_a^c f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** -5. **C.** 15. **D.** -15.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, với $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên trục Ox,Oy,Oz tương ứng và vectơ $\vec{a}=(1;0;1)$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. **B.** $\vec{a}=\vec{j}+\vec{k}$. **C.** $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$. **D.** $\vec{a}=\vec{i}+\vec{k}$

Câu 10: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2026\sin x$.

A. $\int 2026\sin x dx=-2026\cos x+C$. **B.** $\int 2026\sin x dx=\sin 1013x+C$.

C. $\int 2026\sin x dx=1013\sin^2 x+C$. **D.** $\int 2026\sin x dx=2026\cos x+C$.

Câu 11: Cho mẫu số liệu ghép nhóm như bảng dưới đây:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	...	$[u_k;u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	...	c_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Khi đó phương sai của mẫu số liệu được xác định theo công thức

A. $s^2=\frac{1}{n}\left[n_1(c_1-\overline{x})+n_2(c_2-\overline{x})+...+n_k(c_k-\overline{x})\right]$.

B. $s^2=\frac{1}{n}\left[n_1(c_1-\overline{x})^2+n_2(c_2-\overline{x})^2+...+n_k(c_k-\overline{x})^2\right]$.

C. $s^2=\frac{1}{n^2}\left[n_1(c_1-\overline{x})^2+n_2(c_2-\overline{x})^2+...+n_k(c_k-\overline{x})^2\right]$.

D. $s^2=\frac{1}{n^2}\left[n_1(c_1-\overline{x})+n_2(c_2-\overline{x})+...+n_k(c_k-\overline{x})\right]$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và đường thẳng SA đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và BC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $SB\perp(SAB)$. **B.** $BC\perp(SAB)$. **C.** $AC\perp(SAB)$. **D.** $SC\perp(SAB)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=\frac{-2x^2+x+1}{x+1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1;f(1)=0$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f(x)=\frac{-2x^2-2x}{(x+1)^2}$.

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x=0;x=-2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};2\right]$ bằng $-\frac{5}{3}$.

Câu 14: Một nhà mạng viễn thông đang triển khai hệ thống phát hiện và chặn các số điện thoại thực hiện cuộc gọi lừa đảo. Tuy nhiên do hệ thống chưa hoàn hảo, nó có thể chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ hoặc bỏ sót một số điện thoại lừa đảo. Hệ thống hoạt động với các thông số sau:

+ Tỉ lệ số điện thoại lừa đảo trong hệ thống: 5%.
+ Xác suất hệ thống phát hiện đúng và chặn một số điện thoại lừa đảo: 94%.
+ Xác suất hệ thống chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ : 3%.

Chọn ngẫu nhiên một số điện thoại đã được thử nghiệm hệ thống.

a) Biết rằng số điện thoại đó là số lừa đảo, xác suất để số điện thoại đó bị chặn là 0,94.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Xác suất để một số điện thoại bất kì bị chặn là $\frac{151}{2000}$.

c) Biết rằng một số điện thoại bị chặn, XS để số điện thoại đó là số lừa đảo bằng $\frac{90}{151}$.

d) Biết rằng một số điện thoại không bị chặn, SX để số điện thoại đó là hợp lệ bằng $\frac{1813}{1849}$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P):3x-y+2z+8=0$.

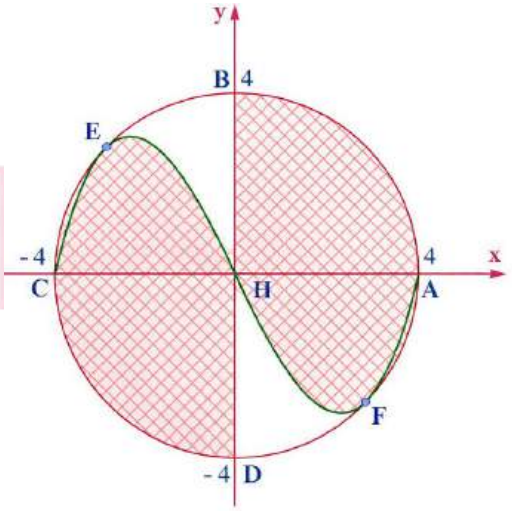
a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;-1;2)$.

b) Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $I(a;b;c)$. Ta có $a+b+c=-5$.

c) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-3;4)$.

d) Giao tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) là đường thẳng đi qua điểm $E(m;1;n)$. Khi đó $m+n=-10$.

Câu 16: Một khoảng đất trong khuôn viên nhà trường có hình dạng là một đường tròn có đường kính $8m$. Để tăng tính thẩm mỹ, khi thực hiện cải tạo đã chia mảnh đất đó thành hai phần bằng một đường cong là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$, phần gạch chéo dùng để trồng hoa và phần còn lại dùng để trồng cỏ, được mô hình hóa trong hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây. Biết đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ có tâm đối xứng trùng với gốc tọa độ; đi qua các điểm E, F lần lượt là các điểm chính giữa của các cung $\overset{\frown}{BC},\overset{\frown}{DA}$ và đi qua các giao điểm của đường tròn với trục Ox.



a) Toạ độ các điểm E,F là $E(-2\sqrt{2};2\sqrt{2}),F(2\sqrt{2};-2\sqrt{2})$.

b) Biết $y=f(x)=ax^3+bx$. Khi đó $a+b=-15$.

c) Diện tích phần trồng hoa bằng $S=16+8\pi\,(m^2)$.

d) Biết chi phí trồng hoa $1m^2$ là 180 nghìn đồng, trồng cỏ $1m^2$ là 100 nghìn đồng. Chi phí để hoàn thành công trình trên là 8117 nghìn đồng .

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Một ly thủy tinh có hình dạng phần chứa nước là một hình parabol tròn xoay. Hình dạng này được tạo ra bằng cách quay một phần của đường Parabol quanh trục đối xứng của nó. Biết phần chứa nước của ly có chiều cao tính từ đáy ly lên đến miệng ly là 10 cm, đường kính miệng ly là 8 cm. Ban đầu, người ta đổ vào ly một lượng nước có thể tích bằng $\frac{1}{4}$ thể tích của ly khi nó chứa đầy nước. Sau đó, người ta đổ thêm vào ly

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

một lượng nước có thể tích bằng với lượng nước đã đổ ban đầu. Hỏi sau khi đổ thêm, chiều cao của mực nước trong ly đã tăng thêm bao nhiêu centimet so với lúc ban đầu?

Câu 18: Một nhà đầu tư đang xem xét đầu tư vào hai loại tài sản: Cổ phiếu và trái phiếu. Qua nghiên cứu thị trường có hai kịch bản sau có thể xảy ra:
Kịch bản **Kinh tế tăng trưởng**: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế tăng trưởng trong năm tới là 60%. Trong kịch bản này xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 80% và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 30%.
Kịch bản **Kinh tế suy thoái**: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế suy thoái trong năm tới là 40%. Trong kịch bảng này xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 10% và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 70%.
Vào cuối năm, nhà đầu tư nhận thấy rằng trái phiếu đã mang lại lợi nhuận cao. Tính xác suất để kịch bản kinh tế trong năm đó là suy thoái.

Câu 19: Công ty X có một kho hàng trung tâm tại điểm A và cần giao hàng đến 3 điểm giao hàng khác nhau B, C, D trong thành phố, sau khi giao hàng xong thì xe quay về điểm A. Biết rằng khoảng cách giữa các điểm giao hàng cho bởi bảng sau . Thời gian giao hàng tại mỗi điểm giao hàng 30 phút/điểm. Tốc độ trung bình của xe vận chuyển hàng là 40 km/h. Tính tổng thời gian ít nhất để hoàn thành việc giao hàng nói trên

Điểm đi \ Điểm đến	A	B	C	D
A	0	9	11	14
B	9	0	7	8
C	11	7	0	5
D	14	8	5	0

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 10 km, trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Máy bay thứ nhất ban đầu ở tọa độ $A\left(25;-10;1\right)$ và bay theo hướng vectơ $\vec{v_1}=\left(-3;-4;0\right)$ với tốc độ không đổi là 750 km/h. Máy bay thứ hai ban đầu ở tọa độ $B\left(30;-25;1,1\right)$ và bay theo hướng vectơ $\vec{v_2}=\left(-4;3;0\right)$ với tốc độ không đổi là 900 km/h. Trên máy bay thứ nhất có gắn radar tránh va chạm với bán kính hoạt động là 50 km. Hỏi thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình của radar máy bay thứ nhất là bao nhiêu phút?

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$, trong đó đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=6$, $AD=10$. Hình chiếu của S xuống mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với tâm O của đáy $ABCD$ và chiều cao của hình chóp là $\sqrt{5}$. Tính góc nhị diện $\left[A,SB,C\right]$.

Câu 22: Một công ty muốn đầu tư vào hệ thống điện mặt trời có công suất x. Theo nghiên cứu cho thấy một số thông tin sau: Chi phí đầu tư ban đầu là $C_1\left(x\right)=1400+55x$. Doanh thu hàng năm là $R\left(x\right)=28x-0,15x^2$. Chi phí vận hành hàng năm là $C_2\left(x\right)=12+0,35x+0,012x^2$. Hãy tìm công suất x để tối đa hóa lợi nhuận trên đầu tư, được tính là tỷ lệ lợi nhuận hàng năm trên chi phí đầu tư ban đầu.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 05 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 22

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

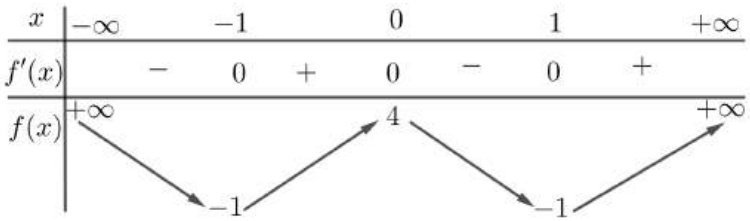
Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;2;-1)$ và vectơ $\vec{v}=(2;-1;-2)$. Tọa độ của điểm N thỏa mãn điều kiện $\vec{v}=\overrightarrow{MN}$ là

A. $(1;5;-3)$. **B.** $(1;3;1)$. **C.** $(-1;-3;-1)$. **D.** $(5;1;-3)$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+4x-3}{x-2}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;4)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $q=\dfrac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

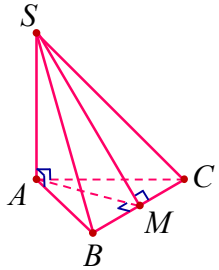
A. $u_5=-\dfrac{27}{16}$. **B.** $u_5=\dfrac{16}{27}$. **C.** $u_5=\dfrac{27}{16}$. **D.** $u_5=-\dfrac{16}{27}$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x-2y-z+5=0$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(\beta_2): 2x-4y-2z+7=0$. **B.** $(\beta_3): 2x-4y-2z+10=0$.

C. $(\beta_1): 3x+y+z-3=0$. **D.** $(\beta_4): -2x+4y-2z-7=0$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60°.

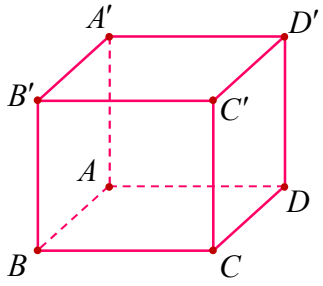


Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3a}{2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7: Tính thể tích V của khối của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

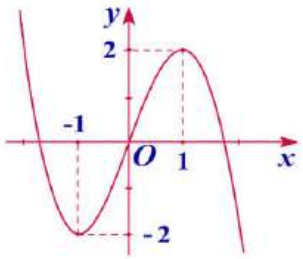


A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V = \dfrac{1}{3}a^3$. **D.** $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 8: An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là $0,92$ và $0,88$. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

A. $0,0096$. **B.** $0,3597$. **C.** $0,8096$. **D.** $0,3649$.

Câu 9: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 10: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 12 tại một trường THPT thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. $[20;40)$. **B.** $[60;80)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a} = (1;1;-2)$, $\vec{b} = (1;0;3)$ là

A. $(3;-5;-1)$. **B.** $(2;-3;-1)$. **C.** $(2;3;-1)$. **D.** $(3;5;-2)$.

Câu 12: Đường thẳng $y = -2x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = x + 1 + \dfrac{1}{-2x+3}$. **B.** $y = -2x - 3 - \dfrac{3}{x-2}$.

C. $y = \dfrac{1}{-2x+3}$. **D.** $y = \dfrac{3}{2x-1} - 2x + 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x-m}{x-2}$ có đồ thị (C_m). Khi đó:

a) Đồ thị (C_m) luôn có hai điểm cực tri.

b) Khi $m=5$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

c) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

d) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị khi $m>6$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;-1), B(4;-1;2), C(1;3;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+2y-z-12=0$.

a) Đường thẳng BC không nằm trong mặt phẳng (α).

b) Mặt cầu tâm $I(-4;4;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng $\dfrac{26}{\sqrt{5}}$.

c) Đường thẳng AB có phương trình tham số là $\begin{cases} x=4+t \\ y=-1-2t \\ z=2-3t \end{cases}$.

d) Với điểm $M\in(\alpha)$ thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right|$ bằng $\dfrac{3}{\sqrt{21}}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu của sân bay đặt tại điểm $O(0;0;0)$; đơn vị độ dài trên mỗi trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát không lưu 417 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $M(-779;-260;8)$ chuyển động thẳng đều với tốc độ không đổi theo hướng của véc tơ $\vec{u}=(91;75;0)$.

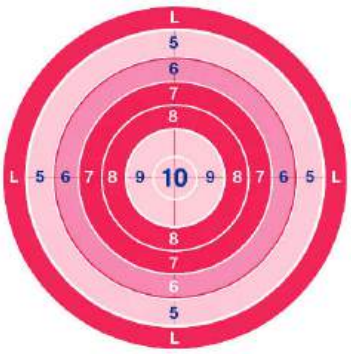
a) Đường thẳng mô tả đường đi của máy bay đi qua điểm $N(-597;-110;8)$.

b) Vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar là điểm $P(40;415;8)$.

c) Nếu thời gian máy bay xuất hiện trên màn hình rađar là 30 phút thì thời gian máy bay di chuyển từ M đến khi xuất hiện lần cuối cùng trên màn hình rađar là 54 phút.

d) Khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu luôn lớn hơn 294 km.

Câu 16: Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.



a) $P_1=0{,}15$.

b) $P_2=0{,}18$

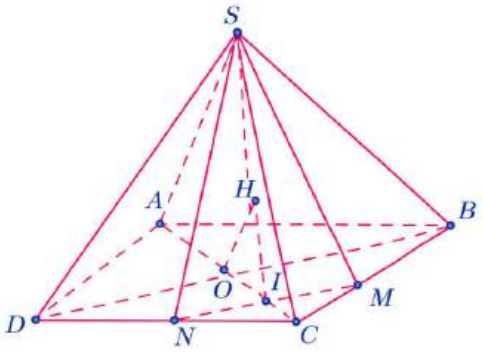
c) Nếu xạ thủ đó bắn trúng ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.

d) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.

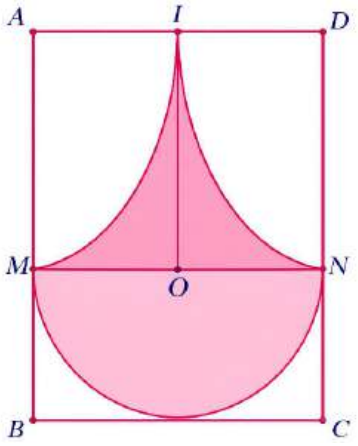
PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

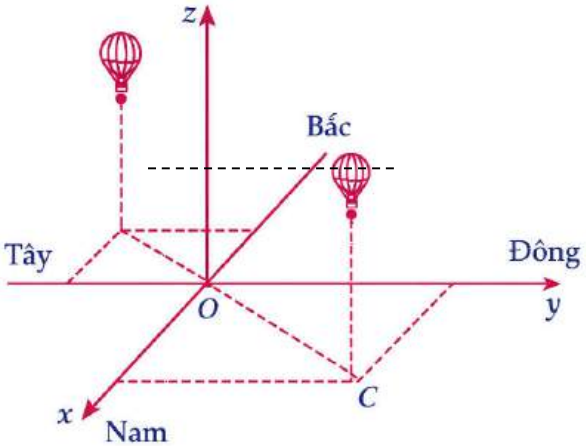
Câu 17: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 5. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD.



Câu 18: Để trang trí một bảng gỗ hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 8dm$ và chiều rộng $AD = 6dm$, người ta thiết kế một logo là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính $MN = 6dm$, tiếp xúc với BC; hai đường cong IM, IN là một phần của các đường parabol lần lượt có đỉnh là các điểm M, N và parabol có trục đối xứng lần lượt là AB, CD, với I là trung điểm của AD. Phần logo được sơn màu xanh với chi phí 50000 đồng/$1dm^2$ và phần còn lại của bảng gỗ được sơn màu trắng với chi phí 30000 đồng/$1dm^2$. Hỏi cần bỏ ra bao nhiêu nghìn đồng để trang trí bảng gỗ trên .



Câu 19: Trong không gian, xem mặt đất là phẳng, gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong đó mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời . Người ta quan sát thấy có hai chiếc khinh khí cầu đang bay trên bầu trời. Tại thời điểm bắt đầu quan sát, chiếc thứ nhất đang ở vị trí điểm $A(2;1,5;0,5)$ và bay thẳng về phía Bắc với tốc độ không đổi là 60 km/h , còn chiếc thứ hai đang ở vị trí điểm $B(-1;-1;0,8)$ và bay thẳng về phía Đông với tốc độ không đổi là 40 km/h .



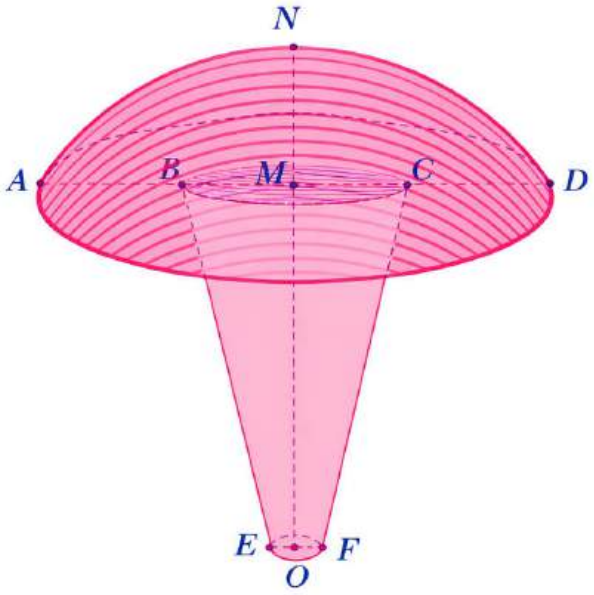
Biết rằng trong suốt quá trình bay thì hai chiếc khinh khí cầu luôn giữ nguyên độ cao so với mặt đất. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc khinh khí cầu bằng bao nhiêu km? .

Câu 20: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 180 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1 \le x \le 180\right)$ thì giá bán của mỗi sản phẩm là $f\left(x\right) = 35840 - 192x$ và chi phí sản xuất bình quân trên một sản phẩm là $g\left(x\right) = 25,6x^2 - 153,6x + 3072 + \dfrac{19200}{x}$.

Biết rằng mức thuế trên một sản phẩm là 512 . Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 21: Cây dù ở khu vui chơi "công viên nước" của trẻ em có phần trên là một chỏm cầu, phần thân là một khối nón cụt như hình vẽ. Biết $ON = OD = 2m$; $MN = 40cm$; $BC = 40cm$; $EF = 20cm$. Tính thể tích của cây dù ra đơn vị m^3 .



Câu 22: Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone 18 và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone 18 và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone 18 và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:

Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.
Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:
Nếu quà là điện thoại iPhone 18, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.
Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone 18, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 23

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Cho $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 3; \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -2$. Tính $I = 3\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 3. **B.** -15. **C.** 15. **D.** -3.

Câu 3: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,8$ và $P(A \mid B) = 0,25$. Tính $P(AB)$.

A. $0,1$. **B.** $0,2$. **C.** $0,25$. **D.** $0,4$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oxy có tọa độ là

A. $(1;0;0)$. **B.** $(0;2;-3)$. **C.** $(1;0;-3)$. **D.** $(1;2;0)$.

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 3x - 5}{x + 4}$. Tọa độ tâm đối xứng I của đồ thị hàm số là

A. $I(-4;2)$. **B.** $I(-4;-13)$. **C.** $I(2;-4)$. **D.** $I(-4;3)$.

Câu 6: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2$ là

A. $S = [5;+\infty)$. **B.** $S = (-\infty;5]$. **C.** $S = (1;5]$. **D.** $S = [1;5]$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;-3;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x + y + 3z - 3 = 0$.

C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SA \perp (ABCD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$. **C.** $SC \perp (ABCD)$. **D.** $SD \perp (ABCD)$.

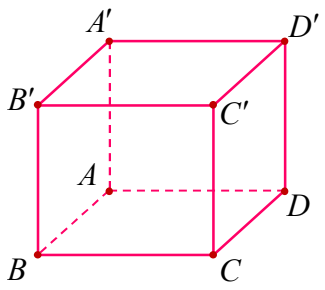
Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = a$.

B. $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = a\sqrt{3}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = a\sqrt{2}$.

D. $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right| = 2a$.



Câu 10: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n-2}{3n+1}$, $n \geq 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $u_3 = \dfrac{1}{3}$. **B.** $u_3 = \dfrac{1}{5}$. **C.** $u_3 = \dfrac{2}{7}$. **D.** $u_3 = \dfrac{1}{10}$.

Câu 11: Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. -1. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $-\dfrac{5}{2}$. **D.** 1.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x_{CT} = -2$. **B.** $(3;2)$.

C. $(-2;-3)$. **D.** $x_{CT} = -3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (2x^2 + 2x - 4)e^{2x}$.

b) $f'(0) = 4; f(\ln 2) = 2(\ln^2 2 - 2)$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng $-e^2$.

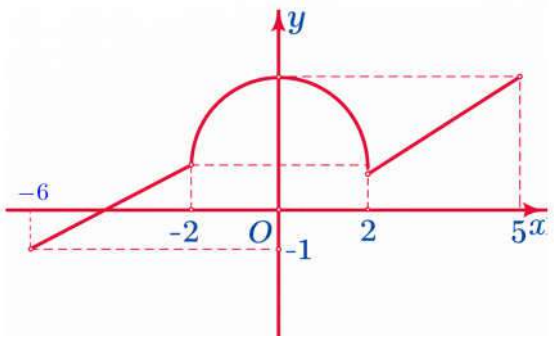
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-6;5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị gồm hai đoạn thẳng và một nửa đường tròn có bán kính bằng 2.

a) $f(1) = 1$.

b) Trên đoạn $[-2;2]$ thì hàm số là $f(x) = 1 + \sqrt{4 - x^2}$.

c) Nếu $\int_{-6}^{5} f(x)\,dx = a + b.\pi$ thì $a + 2b = 12$.

d) Hình (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 1 + f(x)$; $x = -6$; $x = 5$ và trục hoành.



Thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục hoành bằng 267.

Câu 15: Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 30 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Cho biết tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nam là 60% và tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nữ là 50%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

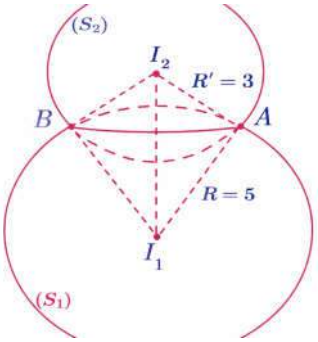
a) Xác suất học sinh được chọn là nam bằng $\frac{3}{5}$.

b) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi, biết học sinh này là nam bằng $\frac{3}{5}$.

c) Biết học sinh được chọn là học sinh biết bơi thì xác suất học sinh đó là học sinh nam bằng $\frac{1}{4}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn là nam khi biết học sinh đó không biết bơi là $\frac{6}{11}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2-2x-6y-4z-11=0$, $(S_2): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi I_1, I_2 lần lượt là tâm của mặt cầu $(S_1),(S_2)$.



a) Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(1;3;2)$ bán kính $R_1=25$.

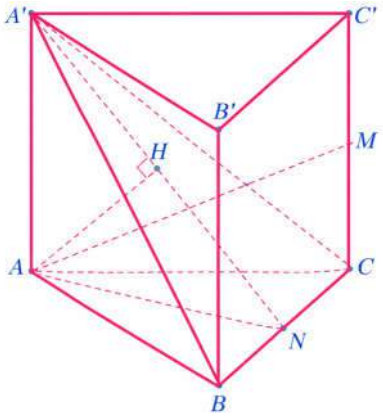
b) Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm lần lượt thuộc hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ là $8+\sqrt{26}$.

c) Điểm $M(3;0;-4)$ thuộc mặt phẳng chứa đường tròn (C).

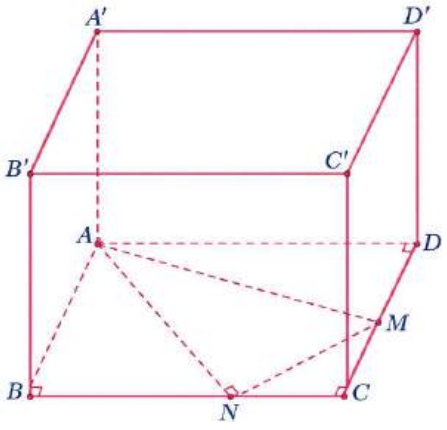
d) Lấy điểm A, B thuộc đường tròn (C) và đối xứng nhau qua I_1I_2 khi đó diện tích tứ giác $AI_1BI_2=\sqrt{290}$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{21}$. Gọi M là trung điểm của CC'. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$.

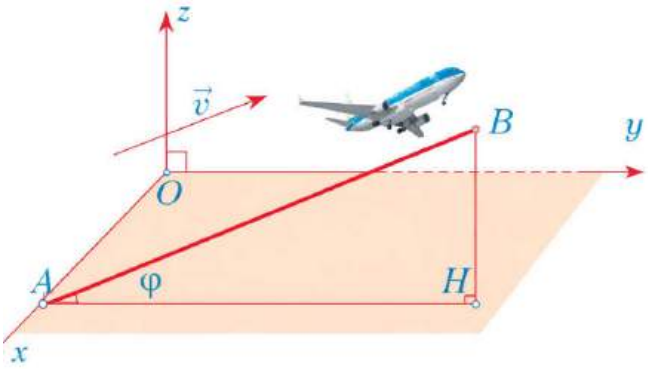


Câu 18: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=6, AD=9$. Lấy M là trung điểm của CD, N thuộc cạnh BC sao cho $NB=2NC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và MN bằng bao nhiêu ?



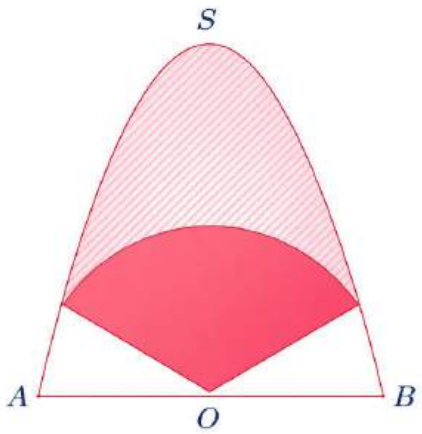
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 19: Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, với mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, một máy bay bắt đầu cất cánh từ vị trí điểm $A(10;0;0)$ với vận tốc không đổi là $10\sqrt{466}$ (km/h) theo hướng véctơ $\vec{u}=(15;15;4)$. Sau 15 phút đầu tiên, khoảng cách của máy bay so với mặt đất bằng bao nhiêu km? .



Câu 20: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 60 sản phẩm trong một đợt. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1\le x\le 60\right)$ thì giá bán của mỗi sản phẩm tính theo số lượng sản xuất là $f\left(x\right)=40000-300x$ và chi phí sản xuất bình quân trên mỗi sản phẩm là $g\left(x\right)=10x^2-500x+12000$. Biết rằng mức thuế trên mỗi sản phẩm là 400000 . Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 21: Để chuẩn bị quảng bá sản phẩm, người ta trang trí tấm pano dạng parabol như hình vẽ, biết $OS=8\ m$, $AB=6\ m$ với O là trung điểm của AB. Tấm pano được chia thành ba phần để trang trí với mức chi phí khác nhau: phần trên là phần kẻ sọc giá 100 000 đồng/m², phần giữa là hình quạt tâm O bán kính $3\ m$ được tô đậm giá 200 000 đồng/m², phần còn lại giá 150 000 đồng/m².



Tính tổng chi phí để trang trí tấm pano.

Câu 22: Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khỏe cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,2 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng nhóm người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 24

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3-\dfrac{1}{x^2}+3^x$ là

A. $\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{1}{x}+\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{3^x}{\ln x}+C$.

C. $\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $3x^2-\dfrac{2}{x^3}+3^x\ln 3+C$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các đồ thị $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a, x=b$. Diện tích S của hình phẳng (H) được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S=\displaystyle\int_a^b|f(x)|\mathrm{d}x-\int_a^b|g(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\displaystyle\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\displaystyle\int_a^b[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\displaystyle\int_a^b|f(x)-g(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Số học sinh lớp $12A$	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp $12B$	0	6	8	14	12

Gọi $S_A^{\,2}$, $S_B^{\,2}$ lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm lớp $12A$, lớp $12B$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $S_A^{\,2}>S_B^{\,2}$. **B.** $S_A^{\,2}<S_B^{\,2}$. **C.** $S_A^{\,2}=S_B^{\,2}$. **D.** $S_A^{\,2}+S_B^{\,2}=1,66$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(-2;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ có phương trình là

A. $3x-2y-z-7=0$. **B.** $-2x+y-z+7=0$.

C. $-2x+y-z-7=0$. **D.** $3x-2y-z+7=0$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ / $-\infty$	$\nearrow$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

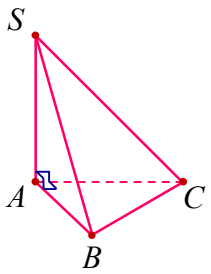
Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x-5)>-3$ là

A. $(5;130)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(130;+\infty)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2+3t\\z=4-t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;11;-1)$. **B.** $N(10;5;3)$. **C.** $C(1;8;2)$. **D.** $M(-1;-2;-4)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc mặt đáy (ABC). Góc tạo bởi SB và mặt phẳng đáy (ABC) là góc nào dưới đây?



A. $\widehat{SCA}$. **B.** $\widehat{SBA}$. **C.** $\widehat{SBC}$. **D.** $\widehat{SAB}$.

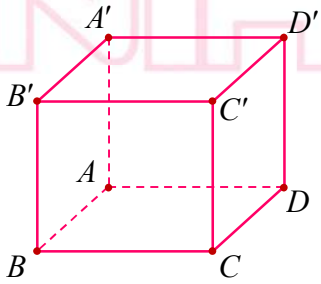
Câu 9: Nghiệm của phương trình $3^x=15$ là

A. $x=\log_{15}3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\log_3 15$.

Câu 10: Cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=10$. Số hạng u_3 của cấp số nhân là

A. 20. **B.** 5. **C.** 50. **D.** 100.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{D'C'}$. **B.** $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{DD'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

Câu 12: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+x-8}{x-3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

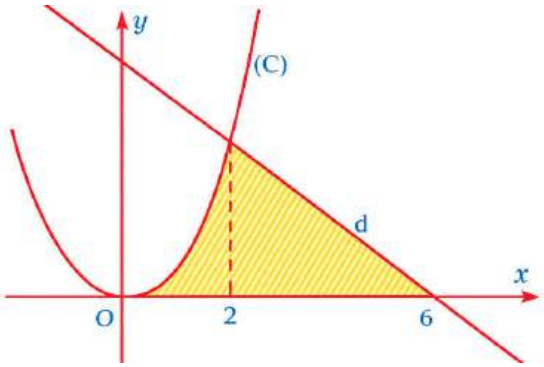
a) Hàm số $f\left(x\right)$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-3\right\}$.

b) Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có tiệm cận xiên $y=x+4$.

c) Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(5;+\infty\right)$.

d) Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị.

Câu 14: Cho hai hàm số $f\left(x\right)=x^2$ và $g\left(x\right)=6-x$ có đồ thị trong mặt phẳng tọa độ Oxy lần lượt là đường cong $\left(C\right)$ và đường thẳng d như trong hình vẽ bên. Gọi $\left(H\right)$ là hình phẳng được tô đậm. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) $\displaystyle\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+C$.

b) $\displaystyle\int_0^2 f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{80}{3}$.

c) Diện tích hình phẳng $\left(H\right)$ bằng 54.

d) Vật thể tròn xoay được tạo ra khi hình phẳng $\left(H\right)$ quay quanh trục Ox có thể tích bằng $\dfrac{416}{15}$.

Câu 15: Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài luận văn tốt nghiệp của sinh viên. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ . Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%. Nếu bài viết chính chủ, phần mềm cảnh báo nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài luận văn của sinh viên nộp.
Gọi A là biến cố: "Bài viết thực sự là đạo văn".
Gọi B là biến cố: "Phần mềm cảnh báo bài viết là đạo văn".
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xác suất $P\left(A\right)=0,01$ và $P\left(\overline{A}\right)=0,99$.

b) Xác suất $P\left(B\right)=0,0395$.

c) Xác suất có điều kiện $P\left(A\mid B\right)=0,7$.

d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chỉnh chủ hơn là đạo văn.

Câu 16: Hệ thống phòng không "Vòm sắt" là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để "Vòm sắt" hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một hệ thống "Vòm sắt" đang ở vị trí gốc tọa độ $O\left(0;0;0\right)$, đơn vị độ dài trên mỗi trục ứng với 1 km và một quả tên lửa đang ở vị trí $A\left(686;347;8\right)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(-263;19;0\right)$.

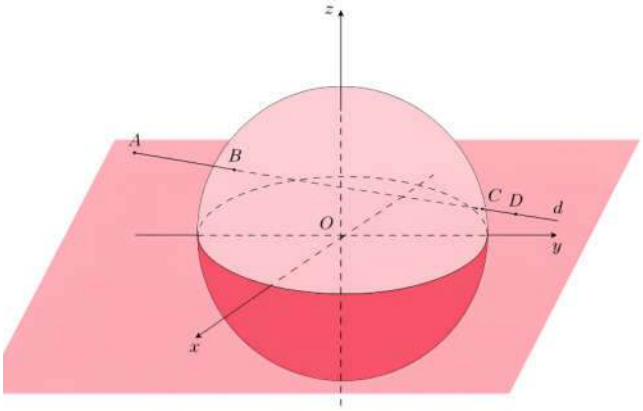
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2+y^2+z^2=417^2$.

b) Radar không phát hiện được một quả tên lửa ngay tại vị trí A được phóng lên.

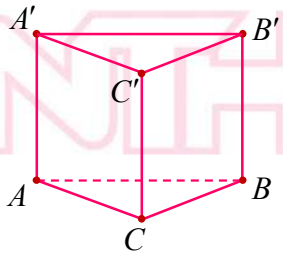
c) Giả sử hệ thống "Vòm sắt" gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa, khi đó vị trí đầu tiên quả tên lửa xuất hiện trên màn hình Radar là $B\left(160;385;8\right)$.

d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống "Vòm sắt" đến quả tên lửa là 396 km .

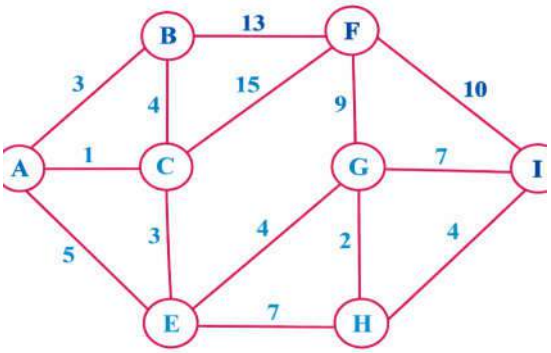


PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=2;AC=\sqrt{3}$; $\widehat{BAC}=150^0$. Tính khoảng cách giữa AA' và BC .



Câu 18: Trong một trò chơi điện tử, game thủ phải điều khiển một nhân vật trong game có 100 HP thực hiện một hành trình xuất phát từ điểm A đi đến điểm I. Các tuyến đường nối từ điểm A đến điểm I được biểu diễn trong sơ đồ sau, với các con số ghi trên mỗi tuyến là số HP mà nhân vật bị mất đi. Số điểm đạt được của game thủ sau khi kết thúc trò chơi bằng số HP còn lại của nhân vật trong game. Hỏi số điểm cao nhất mà game thủ có thể đạt được là bao nhiêu điểm?

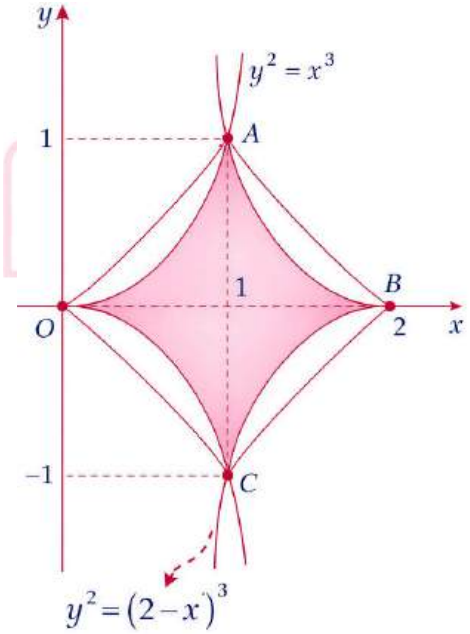


Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy km, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M\left(500;200;8\right)$ đến điểm $N\left(800;300;10\right)$ trong 20 phút. Khi bay đến điểm N, nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $Q\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị biểu thức $S=a-b-2c$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 20: Một công ty công nghệ X chuẩn bị phát hành một ứng dụng di động mới. Để quảng bá ứng dụng, công ty dự định chi x cho chiến dịch quảng cáo trực tuyến. Bộ phận marketing của công ty sau khi phân tích thị trường, ước tính rằng tổng số lượt tải ứng dụng có thể đạt được tuân theo hàm số $N(x)=\dfrac{15000x}{x+300};x\geq 0$. Với mỗi lượt tải ứng dụng công ty thu được số tiền là 2000 đồng. Công ty có một ngân sách tối đa cho việc quảng cáo ứng dụng lần này là $1,2$ tỷ đồng. Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được từ ứng dụng trên là bao nhiêu tỷ đồng?

Câu 21: Nghệ sĩ đường phố muốn sơn một ký hiệu lên tường là miền trong được giới hạn bởi hai đường cong $(C_1):y^2=x^3$, $(C_2):y^2=(2-x)^3$ và được mô hình hóa trên hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ . Giá sơn là 80.000 đồng/m^2.



Tính chi phí để người nghệ sĩ đó cần dùng để sơn ký hiệu lên tường.

Câu 22: Một người môi giới bất động sản có 8 chìa khóa để mở 8 ngôi nhà mới. Mỗi chìa khóa chỉ mở được đúng 1 ngôi nhà. Biết có 3 ngôi nhà thường không khóa cửa, người môi giới chọn ngẫu nhiên 3 chìa khóa mang theo. Hỏi nếu người môi giới chọn ngẫu nhiên một nhà để vào thì xác suất để người môi giới này có thể vào được là bao nhiêu?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

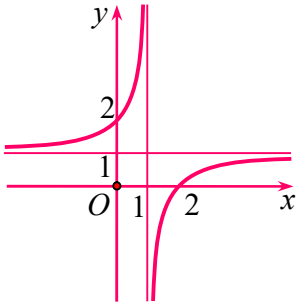
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 25

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $x+y-3z+1=0$. **B.** $x+y-3z-1=0$.
C. $x+z+1=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Câu 3: Nếu $\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx=5$ thì $\int\limits_{-1}^{2} 4f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=e^x+2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^{x-2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+2x+C$.
C. $\int f(x)dx=e^x-2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x+C$.

Câu 5: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$, chiều cao $h=3$ là

A. 18. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

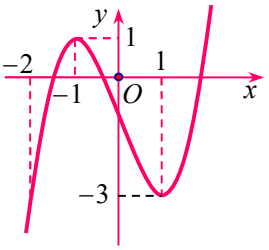
Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông tại B. Kết luận nào sau đây sai?

A. $(SAB)\perp(SBC)$. **B.** $(SAC)\perp(ABC)$. **C.** $(SAC)\perp(SBC)$. **D.** $(SAB)\perp(ABC)$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=7$ và công bội $q=3$. Khi đó số hạng thứ 2 của cấp số nhân đã cho là

A. $u_2=343$. **B.** $u_2=21$. **C.** $u_2=10$. **D.** $u_2=49$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng



A. $f(0)$. **B.** $f(-1)$.
C. $f(1)$. **D.** $f(2)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 9: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=2x-3$. **B.** $y=2x+5$. **C.** $y=2x+3$. **D.** $y=2x-5$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+1),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2+2)\le 3$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=[-5;5]$.

C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$.

Câu 12: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Số cuộc gọi	9	9	5	7	2	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 140. **B.** 60. **C.** 169. **D.** 180.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=x^2e^x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(x^2+2x)e^x$.

b) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là $x=0$ và $x=2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\dfrac{1}{e}$.

Câu 14: Một người điều khiển xe máy với vận tốc $36km/h$ thì phát hiện phía trước cách vị trí xe một đoạn $50m$ có công trường đang thi công có gắn biển báo giới hạn tốc độ tối đa cho phép là $20km/h$. Hai giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc $v_1(t)=at+b\,(m/s),(a,b\in\mathbb{R},a<0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc độ. Khi xe máy vừa đến vị trí đặt biển báo thì tốc độ của xe máy bằng $18km/h$ và giữ nguyên vận tốc như vậy cho đến khi rời khỏi khu vực công trường. Khi vừa ra khỏi công trường, xe máy tăng tốc với vận tốc $v_2(t_1)=mt_1+n\,(m/s),(m,n\in\mathbb{R},m>0)$, trong đó t_1 là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu ra khỏi công trường. Biết rằng rằng đúng 4 giây sau khi tăng tốc, xe máy đạt vận tốc $54km/h$.

a) Quảng đường đường xe máy đi được từ khi phát hiện biển báo giới hạn tốc độ đến khi bắt đầu giảm tốc độ là $20m$.

b) $b=15$.

c) Xe máy đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép sau 4 giây kể từ khi giảm tốc.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Quảng đường xe máy đi được từ khi tăng tốc đến khi đạt vận tốc $54km/h$ là $44m$.

Câu 15: Hải đăng là một ngọn tháp được thiết kế để chiếu sáng từ một hệ thống đèn và thấu kính, với mục đích hỗ trợ cho các hoa tiêu trên biển định hướng và tìm đường. Vào năm 293 trước Công nguyên, ngọn hải đăng đầu tiên đã được người Phoenicia xây dựng trên hòn đảo Pharos tại Alexandria. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, coi một phần mặt biển được khảo sát là mặt phẳng (Oxy), trục Oz hướng lên vuông góc với mặt biển, một ngọn hải đăng có đỉnh ở vị trí $I(21;35;50)$ và có bán kính phủ sáng là 4 km.

a) Phương trình mặt cầu mô tả rảnh giới vùng phủ sáng trên biển của ngọn hải đăng trên là $(x-21)^2+(y-35)^2+(z-50)^2=4000^2$.

b) Người đi biển ở vị trí $D(5121;658;0)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.

c) Ngọn hải đăng phủ một vùng phủ sáng trên mặt biển thì bán kính vùng sáng này là $3999,7$ m.

d) Giả sử người đi biển từ vị trí $D(5121;658;0)$ di chuyển theo đường thẳng đến chân ngọn hải đăng với tốc độ 7 hải lý/giờ thì mất $5,27$ phút để đến điểm đầu tiên nhìn thấy được ánh sáng ngọn hải đăng trên.

Câu 16: Một công ty truyền thông đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của dự án I và dự án II lần lượt là 50% và 60%. Khả năng trúng thầu cả hai dự án của công ty là 40%. Gọi A là biến cố công ty thắng thầu dự án I và B là biến cố công ty thắng thầu dự án II.

a) $P(A)=0,5$ và $P(AB)=0,4$.

b) $P(B\mid A)=0,8$ và $P(A\mid B)=\dfrac{2}{3}$.

c) Biết công ty không thắng thầu dự án I. Khả năng công ty sẽ thắng thầu dự án II là 35%.

d) Xác suất công ty chỉ thắng thầu đúng một dự án là 30%.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

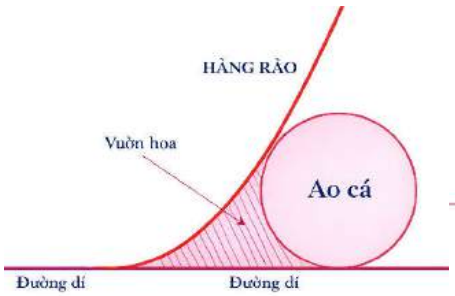
Câu 17: Công ty Sơn X cần làm những hộp hình trụ có thể tích 5 lít.

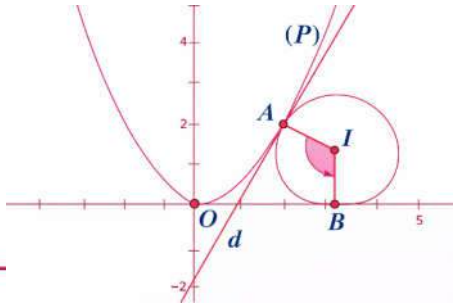
Giả thiết rằng vật liệu và chi phí dùng để sản xuất các mặt của hộp là như nhau. Tính bán kính r của đáy hộp để chi phí là bé nhất.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 18: Theo báo cáo của Chính phủ, dân số của nước ta tính đến tháng 12 năm 2018 là 95,93 triệu người, nếu tỉ lệ tăng trưởng dân số trung bình hằng năm là $1,33\%$ thì dân số nước ta vào tháng 12 năm 2025 là bao nhiêu?

Câu 19: Một mảnh vườn hoa nhỏ, đã được đo đạt như sau: Đường đi lát gạch chạy thẳng, lấy làm ranh dưới của mảnh vườn, hàng rào uốn cong có dạng là đồ thị parabol $y = x^2$, biết đồ thị parabol này tiếp xúc với đường đi tại đỉnh của nó. Ao cá có dạng là một hình tròn bán kính bằng 0,5 mét tiếp xúc với đường đi đồng thời có chung một điểm duy nhất với hàng rào. Khu vực vườn hoa nằm giữa hàng rào, lối đi và ao cá .





Hỏi diện tích mảnh vườn hoa đó bằng bao nhiêu mét vuông?

Câu 20: Mỗi tuần, một cửa hàng bán điện thoại di động trung bình bán được 1000 điện thoại A với giá 14 triệu đồng một cái. Biết rằng, nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng/1 cái, số lượng điện thoại A bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 cái mỗi tuần. Biết rằng nếu bán x cái điện thoại A thì giá mỗi cái là $p\left(x\right)$ và hàm chi phí hàng tuần $C\left(x\right) = 12000 - 3x$. Để lợi nhuận là lớn nhất, cửa hàng nên bán mỗi cái điện thoại A với giá bao nhiêu?

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;2;-1\right), B\left(2;-1;3\right), C\left(-4;7;5\right)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $\left(a;b;c\right)$. Tổng $T = a + b + c$

Câu 22: Trong một đợt dịch sốt xuất huyết, ở mỗi khu phố tiến hành thử nghiệm một thiết bị phát hiện sốt xuất huyết. Có 9000 dân tham gia, trong đó có 1500 người nhiễm bệnh và 7500 người không nhiễm bệnh.
+ Khi thử với 1500 người nhiễm bệnh, thiết bị cho kết quả 76% dương tính.
+ Khi thử với 7500 người không nhiễm, thiết bị cho kết quả 7% dương tính.
Chọn ngẫu nhiên một người, kết quả kiểm tra cho thấy người này dương tính với bệnh. Xác suất để người đó là người bị sốt xuất huyết là bao nhiêu?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

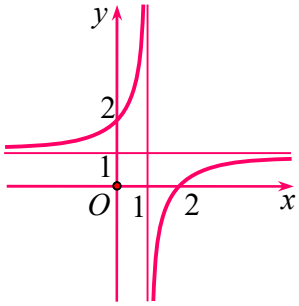
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 26

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $x+y-3z+1=0$. **B.** $x+y-3z-1=0$.
C. $x+z+1=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Câu 3: Nếu $\int\limits_{-1}^{2} f(x)dx=5$ thì $\int\limits_{-1}^{2} 4f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=e^x+2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^{x-2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+2x+C$.
C. $\int f(x)dx=e^x-2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x+C$.

Câu 5: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$, chiều cao $h=3$ là

A. 18. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

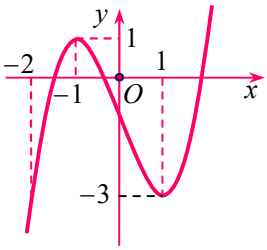
Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông tại B. Kết luận nào sau đây sai?

A. $(SAB)\perp(SBC)$. **B.** $(SAC)\perp(ABC)$. **C.** $(SAC)\perp(SBC)$. **D.** $(SAB)\perp(ABC)$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=7$ và công bội $q=3$. Khi đó số hạng thứ 2 của cấp số nhân đã cho là

A. $u_2=343$. **B.** $u_2=21$. **C.** $u_2=10$. **D.** $u_2=49$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng



A. $f(0)$. **B.** $f(-1)$.
C. $f(1)$. **D.** $f(2)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 9: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=2x-3$. **B.** $y=2x+5$. **C.** $y=2x+3$. **D.** $y=2x-5$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2+2)\le 3$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=[-5;5]$.

C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$.

Câu 12: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Số cuộc gọi	9	9	5	7	2	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 140. **B.** 60. **C.** 169. **D.** 180.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)=x^2e^x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(x^2+2x)e^x$.

b) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là $x=0$ và $x=2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\dfrac{1}{e}$.

Câu 14: Một người điều khiển xe máy với vận tốc $36km/h$ thì phát hiện phía trước cách vị trí xe một đoạn $50m$ có công trường đang thi công có gắn biển báo giới hạn tốc độ tối đa cho phép là $20km/h$. Hai giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc $v_1(t)=at+b\,(m/s),(a,b\in\mathbb{R},a<0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc độ. Khi xe máy vừa đến vị trí đặt biển báo thì tốc độ của xe máy bằng $18km/h$ và giữ nguyên vận tốc như vậy cho đến khi rời khỏi khu vực công trường. Khi vừa ra khỏi công trường, xe máy tăng tốc với vận tốc $v_2(t_1)=mt_1+n\,(m/s),(m,n\in\mathbb{R},m>0)$, trong đó t_1 là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu ra khỏi công trường. Biết rằng rằng đúng 4 giây sau khi tăng tốc, xe máy đạt vận tốc $54km/h$.

a) Quảng đường đường xe máy đi được từ khi phát hiện biển báo giới hạn tốc độ đến khi bắt đầu giảm tốc độ là $20m$.

b) $b=15$.

c) Xe máy đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép sau 4 giây kể từ khi giảm tốc.

d) Quảng đường xe máy đi được từ khi tăng tốc đến khi đạt vận tốc $54km/h$ là $44m$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 15: Hải đăng là một ngọn tháp được thiết kế để chiếu sáng từ một hệ thống đèn và thấu kính, với mục đích hỗ trợ cho các hoa tiêu trên biển định hướng và tìm đường. Vào năm 293 trước Công nguyên, ngọn hải đăng đầu tiên đã được người Phoenicia xây dựng trên hòn đảo Pharos tại Alexandria. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, coi một phần mặt biển được khảo sát là mặt phẳng (Oxy), trục Oz hướng lên vuông góc với mặt biển, một ngọn hải đăng có đỉnh ở vị trí $I(21;35;50)$ và có bán kính phủ sáng là 4 km.

a) Phương trình mặt cầu mô tả rảnh giới vùng phủ sáng trên biển của ngọn hải đăng trên là $(x-21)^2+(y-35)^2+(z-50)^2=4000^2$.

b) Người đi biển ở vị trí $D(5121;658;0)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng.

c) Ngọn hải đăng phủ một vùng phủ sáng trên mặt biển thì bán kính vùng sáng này là $3999,7$ m .

d) Giả sử người đi biển từ vị trí $D(5121;658;0)$ di chuyển theo đường thẳng đến chân ngọn hải đăng với tốc độ 7 hải lý/giờ thì mất 5,27 phút để đến điểm đầu tiên nhìn thấy được ánh sáng ngọn hải đăng trên.

Câu 16: Một công ty truyền thông đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của dự án I và dự án II lần lượt là 50% và 60%. Khả năng trúng thầu cả hai dự án của công ty là 40%. Gọi A là biến cố công ty thắng thầu dự án I và B là biến cố công ty thắng thầu dự án II.

a) $P(A)=0,5$ và $P(AB)=0,4$.

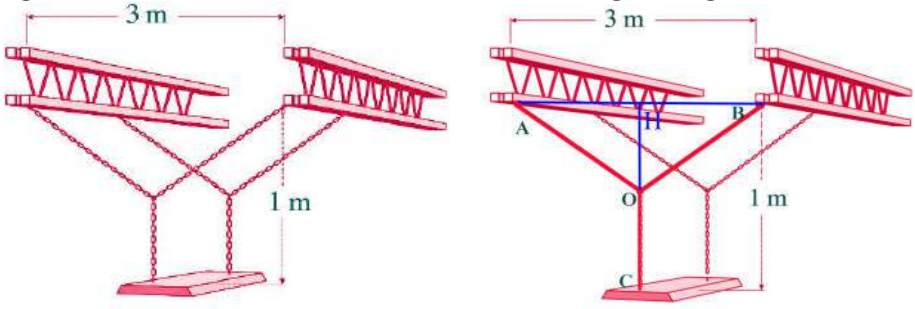
b) $P(B\mid A)=0,8$ và $P(A\mid B)=\dfrac{2}{3}$.

c) Biết công ty không thắng thầu dự án I. Khả năng công ty sẽ thắng thầu dự án II là 35%.

d) Xác suất công ty chỉ thắng thầu đúng một dự án là 30%.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1m. Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3m.



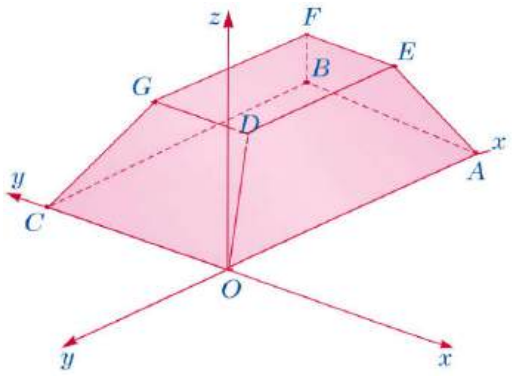
Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a+b\sqrt{c}$. Tính $a-b-c$.

Câu 18: Một xưởng có máy cắt và máy tiện dùng để sản xuất trục sắt và đinh ốc. Sản xuất 1 tấn trục sắt thì lần lượt máy cắt chạy trong 3 giờ và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 2 triệu. Sản xuất 1 tấn đinh ốc thì lần lượt máy cắt và máy tiện chạy trong 1 giờ, tiền lãi là 1 triệu. Một máy không thể sản xuất cả 2 loại. Máy cắt làm không quá 6 giờ/ngày, máy tiện làm không quá 4 giờ/ngày. Theo tính toán, nếu một ngày xưởng sản xuất được a tấn trục sắt và b tấn đinh ốc thì tiền lãi sẽ đạt cao nhất. Tính $T=a+3b$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 19: Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán x máy tính bảng $\left(1 \le x \le 200, x \in \mathbb{N}\right)$ thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là $p\left(x\right) = 4000 - 10x$, trong đó chí phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c\left(x\right) = x^2 - 70x + 400 + \dfrac{1000}{x}$. Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

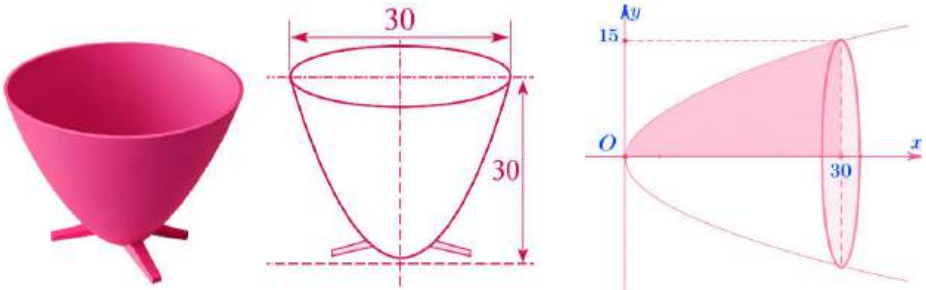
Câu 20: Hình vẽ bên minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Biết $OABC.DEFG$ là hình chóp cụt có hai đáy nằm trên hai mặt phẳng song song, $OABC$ là hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, $OA = 100\,m$, $OC = 60\,m$ và điểm $D\left(10;10;8\right)$.



Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(OCGD\right)$ bằng bao nhiêu mét?

Câu 21: Một người môi giới bất động sản có 8 chìa khóa để mở 8 ngôi nhà mới. Mỗi chìa khóa chỉ mở được đúng 1 ngôi nhà. Biết có 3 ngôi nhà thường không khóa cửa, người môi giới chọn ngẫu nhiên 3 chìa khóa mang theo. Hỏi nếu người môi giới chọn ngẫu nhiên một nhà để vào thì xác suất để người môi giới này có thể vào được là bao nhiêu?

Câu 22: Một chậu cây có chiều cao là 30cm và đường kính miệng chậu là 30cm . Mặt cắt ngang của chậu cây là một đường parabol.



Tính thể tích của chậu cây đó.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 27

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 7$. Khi đó $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 9. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x - y - 2z + 3 = 0$. **B.** $x - y + 2z - 3 = 0$.
C. $x - y + 2z + 3 = 0$. **D.** $x + y + 2z + 3 = 0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;-1;2)$ và $N(1;3;4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+3}{4} = \dfrac{z+4}{2}$.
C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z+2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;4)$ lên trục Oy là điểm nào?

A. $M_1(-2;0;0)$. **B.** $M_2(0;3;0)$. **C.** $M_3(0;0;4)$. **D.** $M_4(-2;0;4)$.

Câu 5: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ thoả mãn $\log_a b = 5$. Giá trị của biểu thức $\log_a(ab)$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2;-1;0))$, $\vec{b} = (-1;-3;2)$, $\vec{c} = (-2;-4;-3)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ là

A. $(3;7;9)$. **B.** $(-3;-7;-9)$. **C.** $(5;3;-9)$. **D.** $(-5;-3;9)$.

Câu 7: Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 12A được cho ở bảng sau:

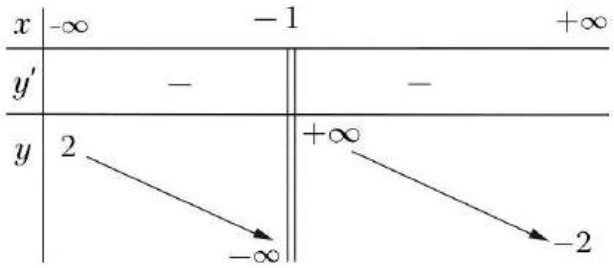
Nhóm	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Tần số	2	8	18	12

Phương sai của mẫu số liệu là

A. $8,5$. **B.** $0,15$. **C.** $0,7$. **D.** 6.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như hình bên.

NGUYỄN TIẾN HÀ



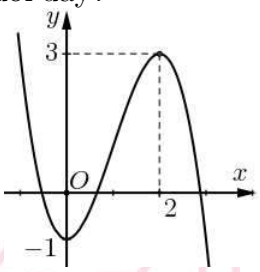
Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a$, $x=b$ là

A. $\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $\left|\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x\right|$. **C.** $\pi\int\limits_a^b\left[f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 10: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên trong khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;3\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Câu 11: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với số hạng đầu $u_1=6$ và công bội $q=-\dfrac{1}{2}$. Tính u_5.

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** -3. **C.** $-\dfrac{3}{8}$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

Câu 12: Bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)\le 3$ có tập nghiệm là

A. $\left(-\infty;9\right)$. **B.** $\left(1;9\right]$. **C.** $\left(-\infty;9\right]$. **D.** $\left(1;9\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$ có đồ thị $\left(C\right)$ và 2 điểm A, B là hai điểm cực trị của $\left(C\right)$.

a) $y'=\dfrac{x^2+4x+3}{\left(x+2\right)^2}$.

b) 2 điểm A và B nằm ở hai phía của trục tung.

c) Đường thẳng AB có phương trình là $y=2x+1$.

d) A và B đối xứng nhau qua đường thẳng Δ có phương trình là $x+2y+4=0$.

Câu 14: Sữa chua là một sản phẩm tốt cho sức khỏe, hỗ trợ tiêu hóa, làm đẹp da. Sữa chua được tạo ra từ sữa nhờ vi khuẩn lên men lactic. Trong dây chuyền sản xuất sữa chua của một nhà máy, công đoạn lên men là công đoạn quyết định chất lượng của sữa chua. Số lượng vi khuẩn lactic trong bồn lên men tại thời điểm t được kí hiệu là $N\left(t\right)$. Ban đầu ($t=0$ giờ),

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

số lượng vi khuẩn là $N(0)=10$ tỷ tế bào. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng và độ pH nên tốc độ thay đổi số lượng vi khuẩn $N'(t)$ được mô hình hóa bởi công thức: $N'(t)=10.2^{2t}$ với t là thời gian tính bằng giờ $(0\le t\le 5)$. Quá trình lên men kết thúc sau 5 giờ.

a) Số lượng tế bào vi khuẩn lactic tại thời điểm t được xác định bởi công thức: $N(t)=\dfrac{5}{\ln 2}\left(2^{2t}-1\right)+10$.

b) Sau 1 giờ lên men, số lượng vi khuẩn là 31,7 tỷ tế bào.

c) So với lúc ban đầu $(t=0)$, số lượng vi khuẩn đã tăng thêm 454,4 tỷ tế bào tại thời điểm $t=3$ giờ.

d) Tại thời điểm kết thúc quá trình lên men, lượng vi khuẩn trong bồn lên men lớn hơn 7389 tỷ tế bào.

Câu 15: Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu đỏ, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu đỏ có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A :"Khách hàng chọn được bóng màu trắng";

B :"Khách hàng chọn được bóng không hỏng";

Khi đó:

a) $P(\overline{A})=0,65$.

b) $P(B\mid A)=0,02$.

c) $P(B\mid \overline{A})=0,3$.

d) $P(B)=0,9765$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là $40km$.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-17)^2+(y-20)^2+(z-45)^2=40^2$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

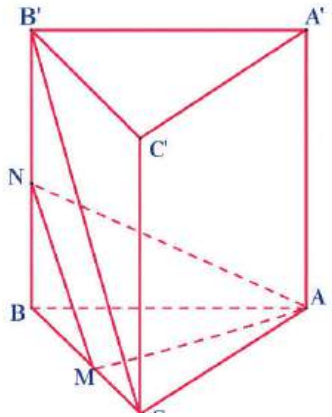
c) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 80 km.

d) Tại vị trí I, người ta đặt một ra đa có bán kính gấp 4 lần bán kính phủ sáng của ngọn hải đăng. Biết rằng phát hiện một máy bay chiến đấu X di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;140000)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400;800;160000)$. Khi đó ra đa vẫn phát hiện máy bay ở vị trí N.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh $AB=BC=1$, $AA'=\sqrt{2}$ và M là trung điểm của BC.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

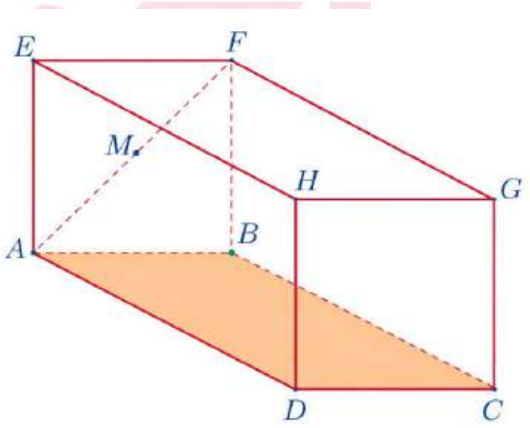


Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

Câu 18: Với nước biển có nồng độ muối 30%, nhiệt độ $T\left(^{\circ}\mathrm{C}\right)$ của nước biển được tính bởi công thức $T=7,9\ln\left(1,0245-d\right)+61,84$, ở đó $d\left(\text{ g / cm}^3\right)$ là khối lượng riêng của nước biển.

Biết vùng biển khơi mặt ở một khu vực có nồng độ muối 30% và nhiệt độ là $8^{\circ}\mathrm{C}$. Tính khối lượng riêng của nước biển ở vùng biển đó.

Câu 19: Một bể cá đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB=6$, $AD=8$ và cạnh bên bằng 10. Một chú cá con bơi theo những đoạn thẳng từ điểm G đến chạm mặt đáy của hồ, rồi từ điểm đó bơi đến vị trí điểm M là trung điểm của AF được mô hình hóa như hình vẽ sau:



Để đường đi ngắn nhất thì chú cá bơi đến điểm dưới đáy hồ cách BA và BC những đoạn bằng a và b. Khi đó tổng $D=3a+6b$ bao nhiêu?

Câu 20: Một chậu nước hình nón cụt với lòng chậu có bán kính miệng chậu $r_1=5\,\text{cm}$, bán kính đáy $r_2=8\,\text{cm}$, chiều cao chậu $h=15\,\text{cm}$. Ban đầu nước trong chậu chiếm $\dfrac{2}{3}$ chiều cao của chậu.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Sau đó người ta thả vào chậu một quả cầu kim loại thì đo được chiều cao mực nước dâng thêm là $1,5\,\text{cm}$, quả cầu chìm hoàn toàn trong nước. Tính bán kính quả cầu và làm tròn đến hàng phần trăm của cm.

Câu 21: Một nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B, nhà máy A chỉ bán sản phẩm cho nhà máy B và nhà máy B cam kết thu mua hết số sản phẩm mà nhà máy A sản xuất được. Nhà máy A có khả năng sản xuất được tối đa là 200 tấn sản phẩm trong 1 tháng. Nếu bán ra x tấn sản phẩm cho nhà máy B thì giá bán mỗi tấn sản phẩm là $50-0,0002x^2$ triệu đồng. Trong một tháng nhà máy A phải chi phí cho nhân công và chi cho khấu hao máy móc một lượng cố định là 150 triệu đồng, ngoài ra khi sản xuất mỗi tấn sản phẩm thì nhà máy phải chi phí thêm cho mua nguyên liệu là 35 triệu đồng. Biết rằng nhà máy A phải nộp 5% doanh thu cho cơ quan thuế. Tính lợi nhuận sau thuế lớn nhất thu được trong 1 tháng của nhà máy A.

Câu 22: Trong một đêm thi hát, mỗi người phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ biết rằng người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 05 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 28

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

A. 11. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $2\cos x - 1 = 0$ là

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi\,(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Hàm số $F(x) = 5^x + 2025$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 5^x \ln 5 + 2025x$. **B.** $f(x) = 5^x \ln 5$.

C. $f(x) = \dfrac{5^x}{\ln 5} + 2025x$. **D.** $f(x) = \dfrac{5^x}{\ln 5} + 2025x + C$.

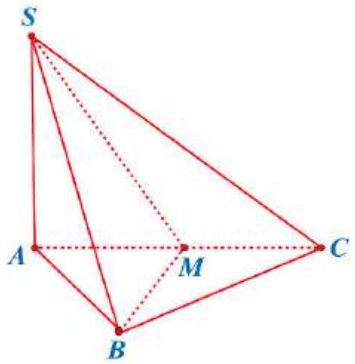
Câu 4: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là

A. $y = x + 3$. **B.** $y = x + 1$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = -x + 1$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4;5;0)$. **B.** $M(0;0;1)$. **C.** $M(2;-3;0)$. **D.** $M(4;-5;0)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm AC. Khẳng định nào sau đây sai?



A. $(SAB) \perp (SAC)$. **B.** $(SBM) \perp (SAC)$.

C. $BM \perp AC$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3y + z - 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}(2;-3;5)$. **B.** $\vec{n}(2;-3;1)$. **C.** $\vec{n}(2;-3;0)$. **D.** $\vec{n}(2;3;-1)$.

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-3}$ trên $[1;2]$ là

A. -3. **B.** 0. **C.** -1. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu (S)?

A. $I(1;1;-2)$. **B.** $I(1;0;-2)$. **C.** $I(-1;1;2)$. **D.** $I(-1;0;2)$.

Câu 10: Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2[2+f(x)]dx$ bằng

A. 9. **B.** $\dfrac{15}{4}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{23}{4}$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị α?

A. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha$. **B.** $\sin 2\alpha=\sin\alpha\cos\alpha$.

C. $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$. **D.** $\cos 2\alpha=\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$.

Câu 12: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	[2,5; 3,0)	[3,0; 3,5)	[3,5; 4,0)	[4,0; 4,5)	[4,5; 5,0)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $0,9$. **B.** $0,96$. **C.** $0,97$. **D.** $0,8$.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

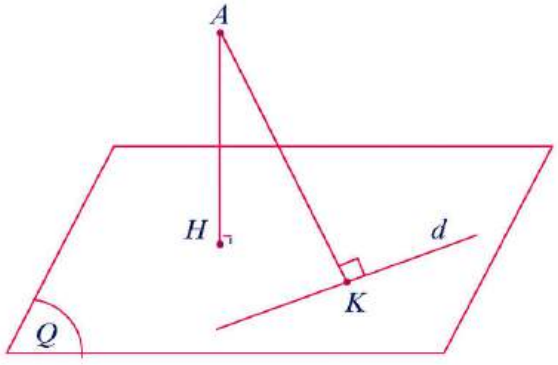
Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$ và điểm $A(2;3;-1)$

a) Điểm A không thuộc đường thẳng d.

b) Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d có phương trình $2x+y+3z+4=0$.

c) Toạ độ giao điểm của d và mặt phẳng (P) là điểm $I\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{33}{14};\dfrac{27}{14}\right)$.

d) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (Q) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình $24x+75y-41z+249=0$



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn (A) thay đổi với tốc độ là $P'(t)=200\mathrm{e}^{0,1t}+150\mathrm{e}^{-0,03t}$. Lúc bắt đầu quan sát, quần thể (A) có 200 000 vi khuẩn. Sau 12 phút, một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'(u)=400\mathrm{e}^{0,2u}$, với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn (B) xuất hiện. Sau khi vi khuẩn (B) xuất hiện 8 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'(0)=0$.

b) $P(0)=200000$.

c) Sau 20 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn (A) là 215 034 con.

d) Số lượng vi khuẩn (B) ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 207000 con.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$
			$+\infty$				

a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng hai đường tiệm cận.

b) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

c) Hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=2f(x)+2025x$ trên $[3;2025]$ bằng 6083.

Câu 16: Việc sử dụng điện thoại di động khi đang lái xe sẽ làm tăng nguy cơ gây tai nạn giao thông. Người ta điều tra ở một thành phố X cho thấy có 2% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Trong các vụ tai nạn ở thành phố đó, người ta nhận thấy có 10% là do tài xế có sử dụng điện thoại di động khi lái xe gây tai nạn. Gọi A là biến cố "Tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe" và B là biến cố "Tài xế gây tai nạn".

a) $P(\overline{A})=0,8$.

b) $P(B\mid A)=0,1$.

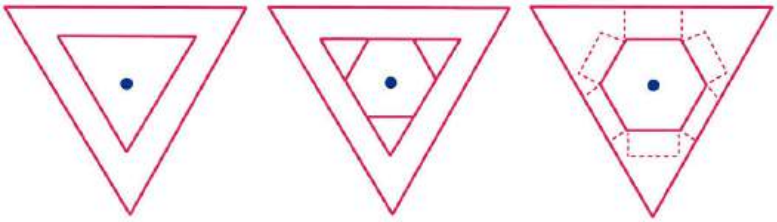
c) $P(A\mid B).P(B)=P(B\mid A).P(A)$.

d) Việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe ở thành phố X làm tăng xác suất gây tai nạn lên 5 lần.

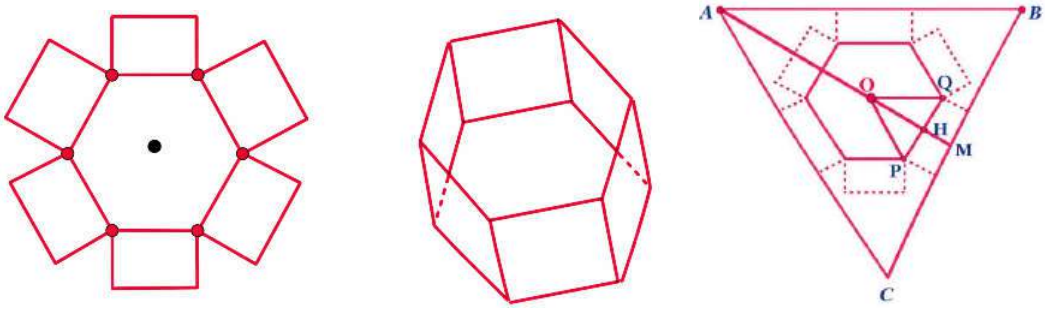
PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho một tấm tôn hình một tam giác đều có cạnh bằng $2\,m$. Người ta thiết kế một hình lục giác đều và sáu hình chữ nhật ở phía ngoài lục giác có một cạnh bằng cạnh của lục giác, một cạnh bằng x với $0<x<\dfrac{2}{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

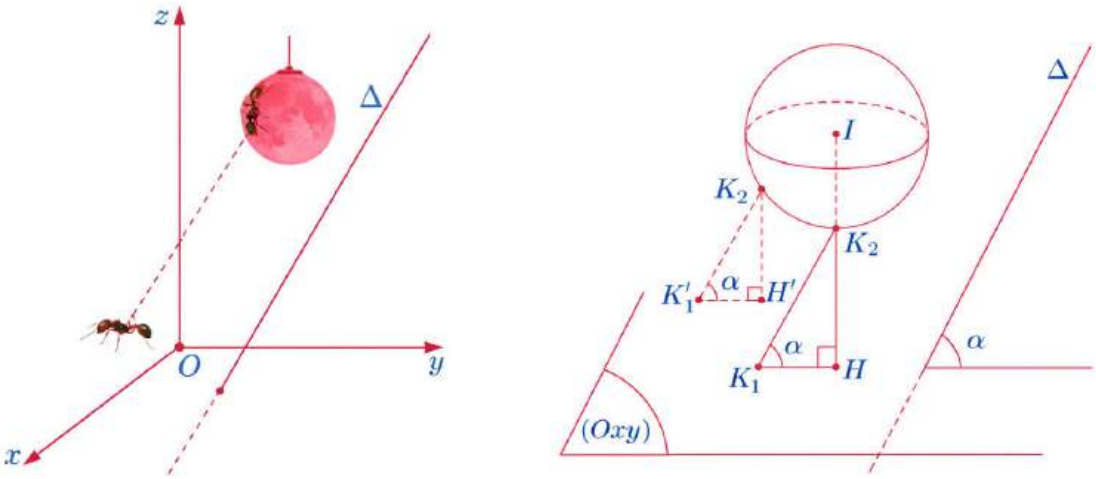


Sau đó người ta cắt theo nét đứt đoạn để thu được một hình hợp bởi một lục giác đều và sáu hình chữ nhật. Sau đó gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ lục giác đều . Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu dm^3 ?



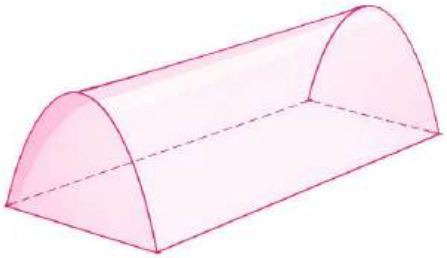
Câu 18: Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 9000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 36 quả bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng mỗi giờ. Số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là bao nhiêu?

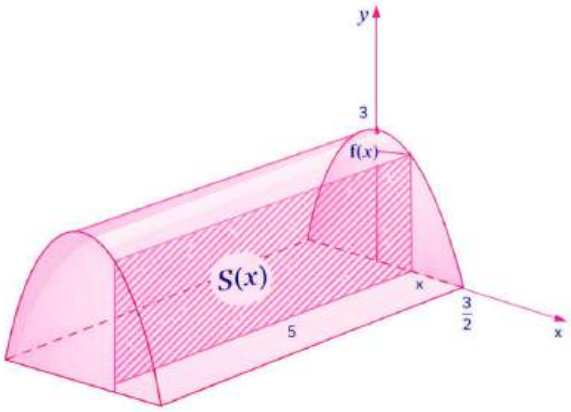
Câu 19: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, giả sử mặt đất trùng với mặt phẳng (Oxy). Một bóng đèn trang trí dạng khối cầu có tâm $I(-1;2;4)$ và bán kính R được treo cố định lên trần nhà . Một con kiến bò tùy ý trên bóng đèn và một con kiến khác bò tùy ý trên mặt đất, giả sử vectơ tạo bởi tọa độ vị trí của 2 con kiến luôn cùng phương với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{2}$.



Biết lúc 2 con kiến gần nhau nhất có khoảng cách bằng $\dfrac{57}{10}(m)$. Bán khối cầu có độ dài bao nhiêu cm ?

Câu 20: Một cái lều trại có dạng hình Parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét.





Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?

Câu 21: Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác . Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Tỉnh xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau.

Câu 22: Trong năm đầu tiên đi làm, anh An được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh An lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh An đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh An mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh An được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 04 trang)

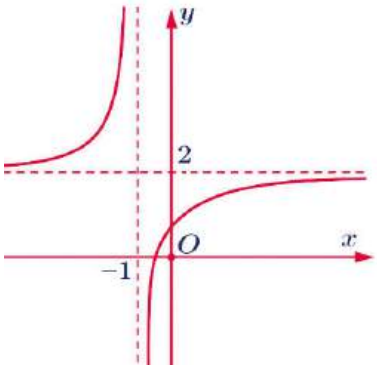
ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 29

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đồ thị bên là của hàm số nào trong các hàm số cho ở các phương án A, B, C, D?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=2x+\dfrac{1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

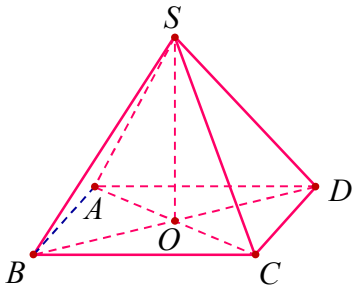
Câu 2: Một khối chóp có đường cao $h=3a$ và diện tích đáy $B=a^2$. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $3a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** a^3.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=2\overrightarrow{SO}$

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SO}$.



Câu 4: Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\dfrac{2024}{2025}\right)^x$. **B.** $y=\log_{2025}x$. **C.** $y=\ln x$. **D.** $y=e^x$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục hoành có phương trình là

A. $3y-2z=0$. **B.** $2y+3z=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $x+1=0$.

Câu 6: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $S=(1;7)$. **B.** $S=(9;+\infty)$. **C.** $S=(1;9)$. **D.** $S=(-\infty;9)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, có đồ thị là (C). Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=a;x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int\limits_a^b\left[f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$ **D.** $S=\pi\int\limits_a^b\left[f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$

Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Câu 9: Một nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=3x^2-2x+2025$ là

A. $F\left(x\right)=x^3-x^2+2025x$. **B.** $F\left(x\right)=x^3-x^2+2025$.

C. $F\left(x\right)=6x-2$. **D.** $F\left(x\right)=x^3-x^2$.

Câu 10: Thống kê điểm môn Toán của một số học sinh trong đợt khảo sát lần 1, ta được kết quả như bảng sau:

Điểm	$[6,5;\ 7)$	$[7;\ 7,5)$	$[7,5;\ 8)$	$[8;\ 8,5)$	$[8,5;\ 9)$	$[9;\ 9,5)$	$[9,5;\ 10)$
Số học sinh	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. $3,5$. **B.** $16,5$. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=\left(2;1;-2\right)$ và $\vec{v}=\left(1;0;4\right)$.

Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\vec{u}+\vec{v}=\left(3;1;2\right)$. **B.** $\vec{u}\perp\vec{v}$. **C.** $\left|\vec{u}\right|=3$. **D.** $\vec{u}-\vec{v}=\left(1;1;-6\right)$.

Câu 12: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1=1;u_2=4$. Khi đó, u_3 bằng

A. 9. **B.** 7. **C.** 16. **D.** 12.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.

b) Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là $13,5\%$.

c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn $24,5\%$.

d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học không vượt quá $19,8\%$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$.

a) Tập xác định của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $\mathbb{R}\setminus\left\{-2\right\}$.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là điểm $I\left(2;1\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục hoành.

d) Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với trục tung. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$.

Câu 15: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-6=0$ và điểm $A(-1;-1;2)$

a) Khoảng cách từ A đến (P) là $\sqrt{5}$.

b) Một công ty kỹ thuật muốn lắp đặt một camera giám sát để quan sát một màn hình quảng cáo hình chữ nhật với kích thước bề ngang là $6m$ và chiều cao $3m$ nằm trên mặt phẳng (P). Biết góc nhìn ngang của camera là 60^0, góc nhìn dọc là 40^0. Camera được đặt sao cho trục chính của nó hướng vào tâm màn hình quảng cáo. Khi đó, khoảng cách tối thiểu từ camera đến màn hình quảng cáo để toàn bộ màn hình quảng cáo nằm trong khung hình là $4,5m$.

c) Gọi B,C lần lượt là giao điểm của (P) với Ox,Oy. Thể tích tứ diện $AOBC$ là 6.

d) Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Nếu (Q) không đi qua A thì (Q) có phương trình là $x-2y+11=0$.

Câu 16: Một vật đang chuyển động với vận tốc $v_0=15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=t^2+4t \ \ (m/s^2)$.

a) Gọi $v(t)$ là vận tốc của vật ở thời điểm t thì $v(t)$ là một nguyên hàm của $a(t)=t^2+4t$

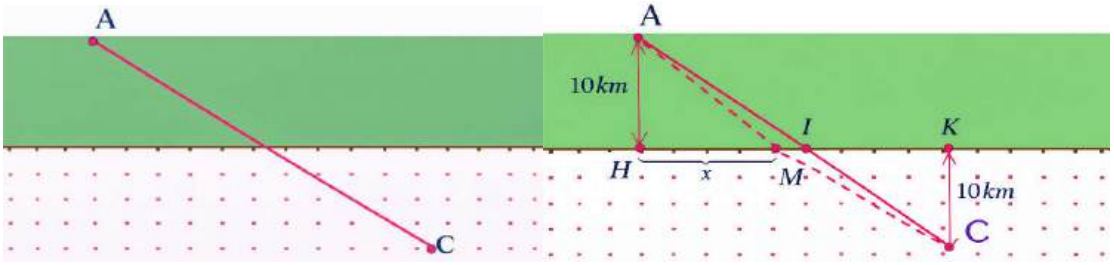
b) $v(t)=\frac{t^3}{3}+2t^2+12$

c) Vận tốc của vật tại thời điểm $t=3(s)$ là $21 \ (m/s)$.

d) Quãng đường vật đi được trong $4(s)$ đầu tiên kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là $124(m)$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Một người cưỡi ngựa xuất phát từ A đi đến C. Điểm A nằm trong vùng đất ướt nên vận tốc của ngựa khi đi trong vùng này là $12\,km/h$. Điểm C nằm trong vùng đất khô hơn nên vận tốc của ngựa khi đi trong vùng này là $24\,km/h$. Hai phần đất này giáp nhau bởi một đường thẳng d đi qua trung điểm của AC và khoảng cách từ A và C đến đường thẳng này đều bằng $10\,km$.



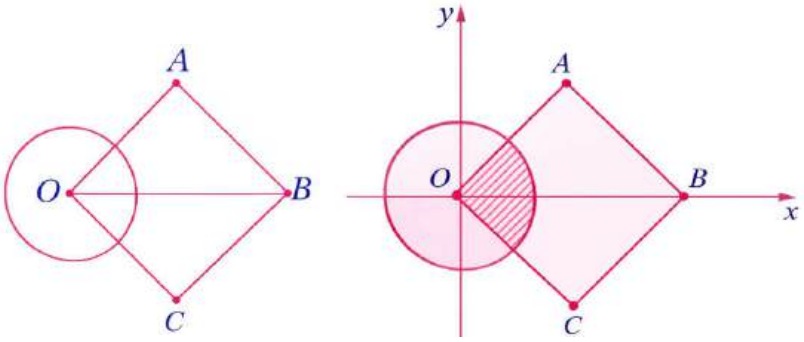
Biết $AC=5\sqrt{41}\,km$, thời gian ít nhất để đi từ A đến C là $t=\frac{a\sqrt{5}}{b}$ ($a,b\in\mathbb{N}^*$, a,b nguyên tố cùng nhau). Tính $T=3a+b$?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 18: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(44-x)^2}{2}$. Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách?

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(1;2;0\right)$, $B\left(3;-1;2\right)$, $C\left(1;2;2\right)$ và điểm $M\in\left(Oxy\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA^2+2MB^2-MC^2$.

Câu 20: Cho hình tròn tâm O có bán kính $R=2$ và hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình bên xung quanh trục là đường thẳng OB..



Câu 21: Trong trận thi đấu bóng bàn đơn nam giữa vận động viên Nguyễn Đức Tuân với một vận động viên nước ngoài, trận đấu gồm tối đa 5 set, người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để vận động viên Tuân thắng mỗi set là $0{,}6$. Tính xác suất để vận động viên Tuân giành chiến thắng trong trận đấu.

Câu 22: Với nước biển có nồng độ muối 30%, nhiệt độ $T\left(^\circ\mathrm{C}\right)$ của nước biển được tính bởi công thức $T=7{,}9\ln\left(1{,}0245-d\right)+61{,}84$, ở đó $d\left(\ \mathrm{g}/\mathrm{cm}^3\right)$ là khối lượng riêng của nước biển. Biết vùng biển khơi mặt ở một khu vực có nồng độ muối 30% và nhiệt độ là $8^\circ\mathrm{C}$. Tính khối lượng riêng của nước biển ở vùng biển đó.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

LỚP TOÁN 12 THẦY HÀ

(Đề thi có 05 trang)

ĐỀ THI THỬ TN.THPT NĂM 2026
Môn: TOÁN 12
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 30

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

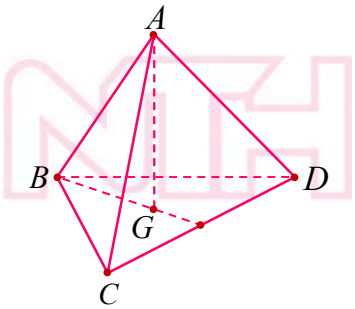
Câu 1: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:
A. 3. **B.** $2,5$. **C.** 2. **D.** $1,5$.

Câu 2: Cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1=3$ và công bội $q=4$. Số hạng u_2 của cấp số nhân là:
A. 64. **B.** 12. **C.** 81. **D.** 7.

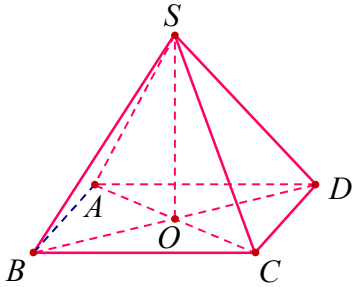
Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$, điểm G là trọng tâm tam giác BCD. Phát biểu nào sau đây **sai**?
A. $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{BG}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$.



Câu 4: Hàm số nào dưới đây không có cực trị?
A. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **B.** $y=x^3-x^2-3x+2$.
C. $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A\left(3;5;2\right)$ trên trục Ox có tọa độ là
A. $\left(3;0;0\right)$. **B.** $\left(0;5;2\right)$. **C** $\left(0;0;2\right)$. **D.** $\left(0;5;0\right)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, $SA=SC$, $SB=SD$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $SO\perp\left(ABCD\right)$. **B.** $SC\perp\left(ABCD\right)$. **C.** $SA\perp\left(ABCD\right)$. **D.** $SB\perp\left(ABCD\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ là

A. x^3+x+C. **B.** $3x^2+1+C$. **C.** x^4+x^2+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}\le 4$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=2x+1-\dfrac{3}{x+1}$ có đường tiệm cận xiên là

A. $y=2x-3$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=x+1$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;1)$, $B(3;0;-2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{22}$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 26. **D.** 22.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=\frac{7}{2}$. **B.** $x=\frac{9}{2}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Câu 12: Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_0^3\left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

PHẦN II. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn (A) thay đổi với tốc độ là $P'(t)=300\mathrm{e}^{0,1t}+200\mathrm{e}^{-0,04t}$. Lúc bắt đầu quan sát, quần thể (A) có 300 000 vi khuẩn. Sau 15 phút, một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'(u)=500\mathrm{e}^{0,2u}$, với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn (B) xuất hiện. Sau khi vi khuẩn (B) xuất hiện 9 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'(0)=0$.

b) $P(0)=300000$.

c) Sau 24 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn (A) là 333155 con.

d) Số lượng vi khuẩn (B) ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 320 000 con.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z+4=0$.

a) Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB là: $x+2y-3z-2=0$.

b) Phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q): $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.

c) Nếu $M\in(P)$ sao cho $MA=MB$ thì $M\in\Delta$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Điểm $C \in (P)$ có hoành độ nguyên sao cho $CA = CB = \sqrt{52}$. Khi đó phương trình của mặt cầu tâm C và đi qua điểm A có phương trình là $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 52$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = \ln(4ex - x^2)$.

a) $f(e) = 3$.

b) Hàm số có tập xác định là $[0;4e]$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 2e$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3e]$ có dạng $a\ln 2 + b$ thì $a + b = 4$.

Câu 16: Một công ty sản xuất xe đạp điện, thống kê tất cả các phản ánh của khách hàng sử dụng sản phẩm của họ, công ty thấy có 5% số xe đạp điện bị lỗi động cơ điện; công ty đã dùng thiết bị kiểm tra để kiểm tra động cơ điện trước khi lắp ráp, thiết bị này khi kiểm tra các động cơ bị lỗi thì phát hiện đúng 98% động cơ bị lỗi, khi kiểm tra các động cơ không bị lỗi thì xác định sai 3% động cơ với kết quả báo bị lỗi nhưng hoạt động bình thường. Chọn ngẫu nhiên một chiếc xe đạp điện để kiểm tra. Gọi các biến cố E : "xe đạp điện được chọn bị lỗi động cơ điện", F : "động cơ điện của xe đạp điện được chọn qua kiểm tra thiết bị xác định bị lỗi".

a) $P(E) = 0,05$.

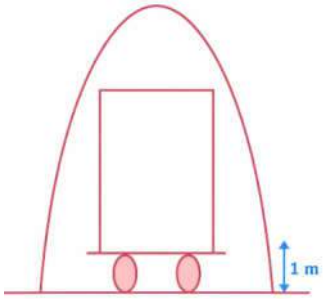
b) $P(F \mid \overline{E}) = 0,97$.

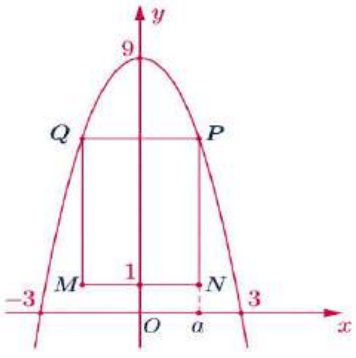
c) Xác suất kiểm tra báo lỗi là $0,0725$.

d) Biết động cơ chiếc xe được chọn đã được kiểm tra và báo bị lỗi, khi đó xác suất để chiếc xe này bị lỗi động cơ điện là $\dfrac{98}{155}$.

PHẦN III. (4,0 điểm) **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao $9\,m$, khoảng cách giữa hai chân cổng là $6\,m$.



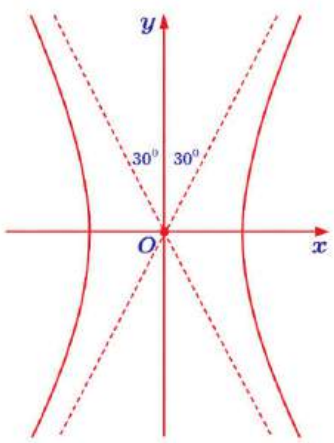


Để vận chuyển thùng hàng hình chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có chiều cao $1\,m$. Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua được cổng.

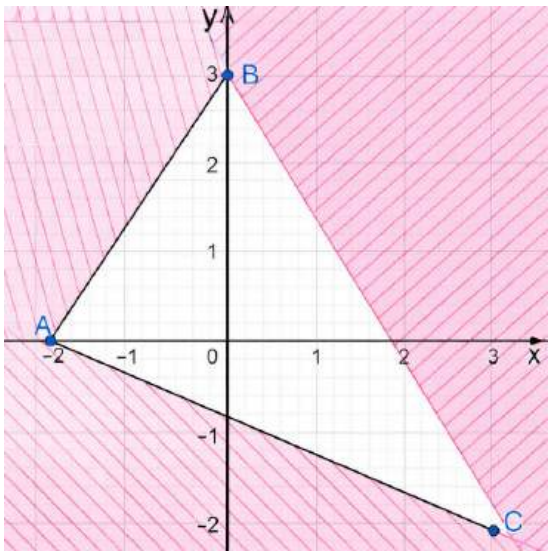
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 18: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 1000 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 1000)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 2999x^2 + 2255000x + 300000$, trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 5000 + \dfrac{300000}{x}$. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 19: Một cái pedestal dùng để đặt đồ trang trí có mặt đáy trên và mặt đáy dưới đều là hình vuông, người thợ thiết kế cái bục này theo ba phần:
Phần trên cùng là một hình hộp chữ nhật có các kích thước là 1 m; 1 m; 0,05 m.
Phần đế của bục cũng là hình hộp chữ nhật có các kích thước là $\sqrt{2}\ m$; $\sqrt{2}\ m$; $0{,}2\ m$.
Phần thân của bục có mặt cắt theo hai đường chéo của đáy trên và đáy dưới là đường hypebol mà các đường tiệm cận của hypebol này tạo với trục đứng một góc bằng 30°. Biết rằng mặt cắt của bục song song với hai đáy tại vị trí có kích thước hình vuông bé nhất bằng 0,5 m. Tìm thể tích của cái bục đã cho theo đơn vị mét khối và làm tròn đến hàng phần trăm.



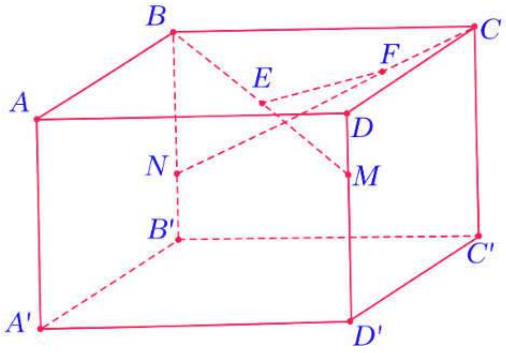
Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;0)$; $B(0;3)$ và $C(3;-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của b sao cho điểm $M(b;b+2)$ nằm trên hình tam giác ABC tính cả ba cạnh AB, BC, CA.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

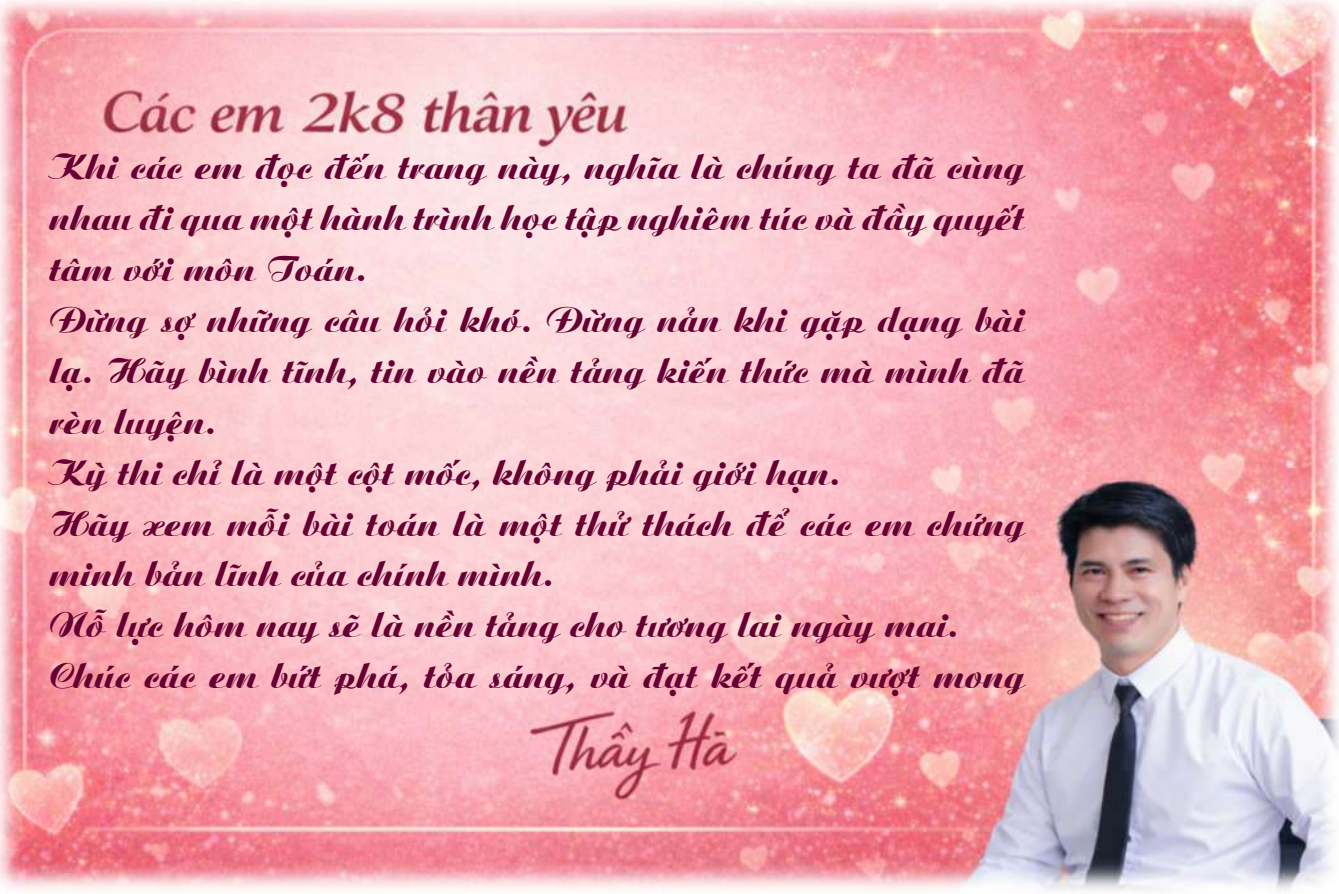
Câu 21: Trong đợt ủng hộ sách giáo khoa cho những học sinh bị ảnh hưởng do trận lũ vừa qua, lớp $12A$ nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn Toán học, 7 cuốn Vật lý, 8 cuốn Hoá học, các cuốn sách cùng một môn là giống nhau. Sách được chia đều cho 10 học sinh, mỗi học sinh chỉ được nhận đúng 2 cuốn sách khác môn học. Trong 10 học sinh nhận sách đợt này có bạn Hưng và bạn Thành. Tính xác suất để hai cuốn sách mà bạn Hưng nhận được giống 2 cuốn sách của bạn thành.

Câu 22: Phòng khách nhà bác An có dạng một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 5m$, $BC = 6m$, $AA' = 3m$. Để chuẩn bị đón Tết Nguyên Đán bác lên kế hoạch trang trí cho phần không gian của phòng khách bằng các dây đèn trang trí NC, BM, EF được mắc như hình vẽ sau:



Biết EF song song với AC và $BN = 2m$; $DM = 1m$. Giá mỗi dây đèn trang trí là 120000 đồng. Hỏi số tiền bác An cần dùng để mua dây đèn trang trí là bao nhiêu triệu đồng ?

☆☆☆



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ