CHƯƠNG 7

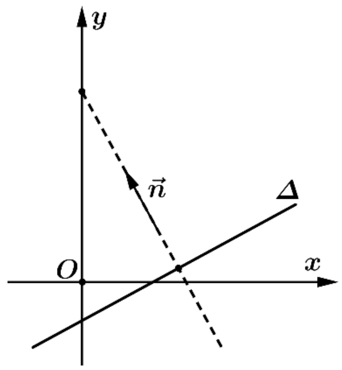
PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 01 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Định nghĩa: Một vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng Δ nếu giá của nó vuông góc với đường thẳng Δ.



Nhận xét:

- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d thì $k.\vec{n}\ (k \neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d.
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì $\vec{n}.\vec{u} = 0$.
- Một đường thẳng xác định khi biết một vectơ pháp tuyến và một điểm nó đi qua.

2 Phương trình tổng quát của đường thẳng

Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$ thì có phương trình tổng quát là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0.$$

Ngược lại, trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy mọi phương trình dạng $Ax + By + C = 0\left(A^2 + B^2 \neq 0\right)$ đều là phương trình tổng quát của đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$.

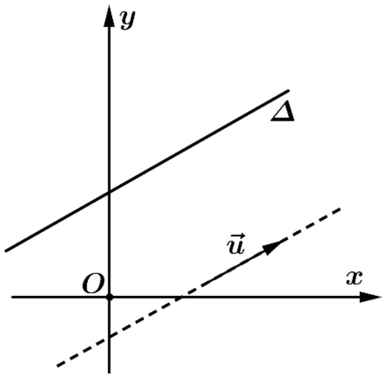
Một số trường hợp đặc biệt của phương trình tổng quát: $Ax + By + C = 0\left(A^2 + B^2 \neq 0\right)$:

- Nếu $A=0$ phương trình trở thành $By+C=0 \Leftrightarrow y=-\dfrac{C}{B}$ đường thẳng song song với trục hoành Ox và cắt trục tung Oy tại điểm $M\left(0;-\dfrac{C}{B}\right)$.
- Nếu $B=0$ phương trình trở thành $Ax+C=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{C}{A}$ đường thẳng song song với trục tung Oy và cắt trục hoành Ox tại $M\left(-\dfrac{C}{A};0\right)$.
- Nếu $C=0$ phương trình trở thành $Ax+By=0$ đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.
- Đường thẳng có dạng $y=ax+b$ (trong đó a được gọi là hệ số góc của đường thẳng) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;-1)$. Ngược lại đường thẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B)$ thì có hệ số góc là $-\dfrac{A}{B}$.
- Đường thẳng d đi qua điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ có phương trình là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

3 Phương trình tham số của đường thẳng

Vectơ chỉ phương của đường thẳng:

Định nghĩa: Vectơ $\vec{u}\neq\vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.



Nhận xét:

- Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì $k.\vec{u}$ $(k\neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.
- Một đường thẳng xác định khi biết một vectơ chỉ phương và một điểm mà nó đi qua.

Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0;y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$. Khi đó điểm $M(x;y)$ thuộc đường thẳng Δ khi và chỉ khi tồn tại số thực t sao cho $\overrightarrow{AM}=t.\vec{u}$ hay $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$ (2)

Hệ phương trình (2) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ (t là tham số).

Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ thì có phương trình tham số là $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$. (Mỗi điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng (d) tương ứng với duy nhất một số thực $t\in\mathbb{R}$ và ngược lại).

Nhận xét: $A\in\Delta \Leftrightarrow A\left(x_0+at;y_0+bt\right), t\in\mathbb{R}$

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, mọi phương trình dạng $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng

Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ với $a\neq 0, b\neq 0$ có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$.

4 Liên hệ giữa vectơ pháp tuyến và vectơ chỉ phương

Nếu $\vec{n}=(A;B)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d thì một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(B;-A)$ hoặc $\vec{u}=(-B;A)$.

Nếu $\vec{u}=(a;b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(-b;a)$ hoặc $\vec{n}=(b;-a)$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định các yếu tố của đường thẳng

Phương pháp:

- Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phương trình dạng $Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$.
- Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, mọi phương trình dạng $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b)$.
- Nếu đường thẳng d có $\vec{n}=(A;B)$ là một vectơ pháp tuyến thì một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(B;-A)$ hoặc $\vec{u}=(-B;A)$.
- Nếu đường thẳng d có $\vec{u}=(a;b)$ là một vectơ chỉ phương thì một vectơ pháp tuyến của d là $\vec{n}=(-b;a)$ hoặc $\vec{n}=(b;-a)$.
- Đường thẳng đi qua hai điểm $A,\ B$ thì nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ chỉ phương.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d.

Bài tập 2: Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-t\end{cases}$.

Bài tập 3: Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1$.

Bài tập 4: Tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(4;1)$?

Bài tập 5: Tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=5-\dfrac{1}{2}t\\y=-3+3t\end{cases}$?

Bài tập 6: Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-3x+2y-3=0$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA=2, OB=3$. Tìm một vec tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ

Bài tập 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 2x-by+3=0$ đi qua điểm $A(3;-2)$. Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2;2)$ và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho diện tích tam giác ΔOAB bằng 1. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

Bài tập 10: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ song song với d. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 2x-3y+1=0$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là:

A. $\vec{n}=(2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(3;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(2;3)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=2+3t\end{cases}$ là

A. $\vec{a}=(2;3)$. **B.** $\vec{b}=(3;2)$. **C.** $\vec{c}=(3;-2)$. **D.** $\vec{d}=(2;-3)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $2x-y+5=0$. Tìm một vectơ chỉ phương của (d)

A. $(1;-2)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 3x-7y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d

A. $\vec{n}=(3;-7)$. **B.** $\vec{n}=(2;3)$. **C.** $\vec{n}=(3;7)$. **D.** $\vec{n}=(7;3)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: y=-3x+5$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(1;3)$. **B.** $\vec{n}=(3;1)$. **C.** $\vec{n}=(-3;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;-3)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 4x+5y-4=0$. Vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-8;-10)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(4;-5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(2;3)$. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $\vec{n}=(1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;2)$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $A(-1;-1)$, $B(1;-3)$, $C(2;4)$. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường cao kẻ từ B của tam giác ABC.

A. $\vec{n}=(3;5)$. **B.** $\vec{n}=(3;-5)$. **C.** $\vec{n}=(5;3)$. **D.** $\vec{n}=(-5;3)$

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d: x-2y+2025=0$?

A. $\vec{n}_1=(0;-2)$. **B.** $\vec{n}_3=(-2;0)$. **C.** $\vec{n}_4=(2;1)$. **D.** $\vec{n}_2=(1;-2)$.

Câu 10: Cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2-3t\\y=-1+2t\end{cases}$ và điểm $A\left(\frac{7}{2};-2\right)$. Điểm $A\in(d)$ ứng với giá trị nào của t?

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy, vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-4t\\y=-2+3t\end{cases}$ là:

A. $\vec{u}=(-4;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;3)$. **C.** $\vec{u}=(3;4)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2)$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy, vectơ nào dưới đây là 1 vector chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox:

A. $\vec{u}=(1;0)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;1)$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A=(1;2)$ và $B=(5;4)$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là

A. $(-1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $M(2;3)$ và $N(-2;5)$. Đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}=(4;2)$. **B.** $\vec{u}=(4;-2)$. **C.** $\vec{u}=(-4;-2)$. **D.** $\vec{u}=(-2;4)$.

Câu 16: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}-\frac{y}{\frac{4}{3}}+1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của *d*.

A. $\overrightarrow{u_4}=(3;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(3;2)$

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;-2)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-2;4)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2)$.

b) Đường thẳng có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1)$.

c) Đường thẳng có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b)$ thì $a-2b=0$.

d) Đường thẳng cắt các trục tọa độ Ox,Oy lần lượt tại A,B. Khi đó $\overrightarrow{AB}=\left(3;\frac{3}{2}\right)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d).

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hai điểm $M(4;0),N(2;-2)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(4;0),N(2;-2)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;-1)$

b) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(4;0),N(2;-2)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1)$

c) Đường thẳng Δ là đường trung trực của đoạn thẳng MN có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;1)$

d) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(4;0),N(2;-2)$có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$ thì $a=-b$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng Δ có phương trình tổng quát $3x-4y+16=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;4)$.

b) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;-4)$.

c) Đường thẳng Δ có hệ số $k=\frac{3}{4}$.

d) Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u}=\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$, $C(7;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;2)$

b) Gọi M là trung điểm của BC. Đường trung AM của tam giác ABC có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(4;-\frac{3}{4}\right)$

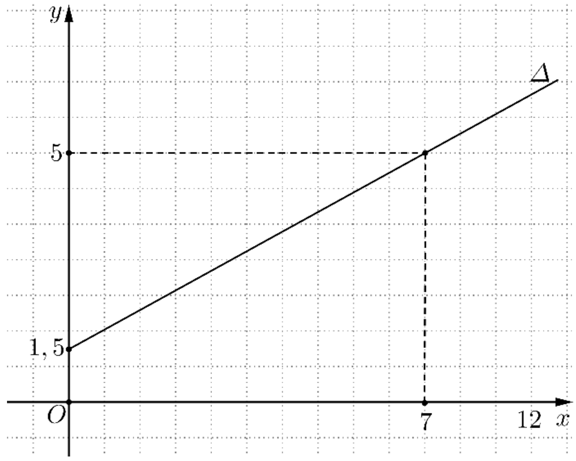
c) Đường cao AH của tam giác ABC có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-1;4)$

d) Đường thẳng $\Delta \,//\, AB$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v}=(1;2)$. Đường thẳng biểu diễn chuyển động có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b),(a,b\neq 0)$. Tính $\frac{a}{b}$.

Câu 2: Để tham gia một phòng tập thể dục, người ta phải trả một khoản phí tham gia ban đầu và phí sử dụng phòng tập. Đường thẳng Δ ở hình sau biểu thị tổng chi phí (trục tung đơn vị: triệu đồng) tham gia một phòng tập thể dục theo thời gian của một người (trục hoành đơn vị: tháng).



Tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian trong 1 năm 8 triệu đồng.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;4)$ và cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm A,B sao cho $OA+OB$ đạt giá trị nhỏ nhấn. Khi đó Δ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(x_0;y_0)$. Tính $\frac{x_0}{2y_0}$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$. Tính $\frac{2a}{3b}$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $x-y-2=0$, phương trình cạnh AC là $x+2y-5=0$. Biết trọng tâm của tam giác là điểm $G(3;2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x+my+n=0$. Tìm $m+n$.

Câu 6: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB:5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC:4x+7y-21=0$. Một vectơ pháp tuyến của cạnh BC là $\overrightarrow{n_{BC}}=(a;-2)$. Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

----------------**HẾT**----------------

Dạng 2: Viết phương trình đường thẳng

Phương pháp:

Phương trình tổng quát của đường thẳng:

- Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(A;B\right)$ thì có phương trình tổng quát là:

$$A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)=0.$$

Phương trình tham số của đường thẳng:

- Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(a;b\right)$. Khi đó điểm $M\left(x;y\right)$ thuộc đường thẳng Δ khi và chỉ khi tồn tại số thực t sao cho $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$, hay:

$$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$$

Hệ trên được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ (t là tham số).

Phương trình chính tắc của đường thẳng:

- Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(a;b\right)$ với $a\neq 0, b\neq 0$ có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(2;1\right)$ và nhận $\vec{n}=\left(3;4\right)$ là một vectơ pháp tuyến.

Bài tập 2: Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(2;-3\right)$ và nhận $\vec{u}=\left(3;4\right)$ là một vectơ chi phương.

Bài tập 3: Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A\left(3;0\right)$ và $B\left(0;2\right)$.

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác có ba đỉnh $A\left(-1;5\right), B\left(2;3\right), C\left(6;1\right)$. Lập phương trình tổng quát của đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.

Bài tập 5: Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(2;-3\right)$ và nhận $\vec{n}=\left(3;4\right)$ là một vectơ pháp tuyến.

Bài tập 6: Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(-1;2\right)$ và song song với đường thẳng $d: 3x-4y-1=0$.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA=2, OB=3$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ

Bài tập 8: Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(-1;2\right)$ và vuông góc với đường thẳng $d:3x-4y-1=0$.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(-2;2\right)$ và cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm A,B sao cho diện tích tam giác ΔOAB bằng 1. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ.

Bài tập 10: Lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt $A\left(x_1;y_1\right)$, $B\left(x_2;y_2\right)$ cho trước.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;3)$ và $B(4;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB?

A. $x+y-3=0$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $\dfrac{x-4}{6}=\dfrac{y-1}{-4}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1-2t\end{cases}$.

Câu 2: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$ là

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-6t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=5+6t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1\\y=2+6t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2\\y=-1+6t\end{cases}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$. Phương trình nào dưới đây không phải là phương trình tham số của đường thẳng AB?

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3t\\y=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-6-3t\\y=2+t\end{cases}$.

Câu 4: Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-2)$, $N(4;3)$ là

A. $\begin{cases}x=4+t\\y=3-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=-2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=4+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+5t\end{cases}$.

Câu 5: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1), B(-6;2)$ là

A. $\begin{cases}x=-1+3t\\y=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-6-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1+t\end{cases}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và đường thẳng $d: x+y=0$. Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ qua A và song song với d.

A. $\begin{cases}x=t\\y=3-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-t\\y=3-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\y=3+t\end{cases}$.

Câu 7: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=5+t\\y=-9-2t\end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x+y-1=0$. **B.** $-2x+y-1=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;2)$. Gọi A,B là hình chiếu của M lên Ox,Oy. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $x+2y-1=0$. **B.** $2x+y+2=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=3-5t\\y=1+4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $4x-5y-7=0$. **B.** $4x+5y-17=0$. **C.** $4x-5y-17=0$. **D.** $4x+5y+17=0$.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ $(a\neq 0;b\neq 0)$. Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=0$. **B.** $d:\dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}=1$. **C.** $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$. **D.** $d:\dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{a}=1$..

Câu 11: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4),B(-6;0)$ là:

A. $\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-6}=1$. **C.** $\dfrac{-x}{4}+\dfrac{y}{-6}=1$. **D.** $\dfrac{-x}{6}+\dfrac{y}{4}=1$.

Câu 12: Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:3x-2y+1=0$ là:

A. $3x-2y-7=0$. **B.** $2x+3y+4=0$. **C.** $x+3y+5=0$. **D.** $2x+3y-3=0$.

Câu 13: Cho đường thẳng $d:8x-6y+7=0$. Nếu đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng d thì Δ có phương trình là

A. $4x-3y=0$. **B.** $4x+3y=0$. **C.** $3x+4y=0$. **D.** $3x-4y=0$.

Câu 14: Trong hệ trục Oxy, đường thẳng d qua $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $d':x+y-1=0$ có phương trình là

A. $x+y-1=0$. **B.** $x-y=0$. **C.** $-x+y-1=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Câu 15: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x-y+4=0$.

A. $x+2y=0$. **B.** $x+2y-3=0$. **C.** $x+2y+3=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Câu 16: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$¸ $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=5t\\y=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=5\\y=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=3-5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+5t\\y=t\end{cases}$.

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;2)$¸ $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=3+4t\\y=2-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+t\end{cases}$.

Câu 18: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox.

A. $\begin{cases}x=1+4t\\y=-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4\\y=-7+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-7+t\\y=4\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=-7\end{cases}$.

Câu 19: Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta:2x+3y-12=0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$. **C.** $4x+6y+1=0$. **D.** $4x-3y-8=0$.

Câu 20: Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng $\Delta:6x-4x+1=0$ là:

A. $3x-2y=0.$ **B.** $4x+6y=0.$ **C.** $3x+12y-1=0.$ **D.** $6x-4y-1=0.$

Câu 21: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d:\begin{cases}x=3-2t\\y=1+3t\end{cases}$.

A. $3x+2y+6=0$. **B.** $-2x+3y+17=0$. **C.** $3x+2y-6=0$. **D.** $3x-2y+6=0$.

Câu 22: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-2t\end{cases}$.

A. $2x+y+2=0$. **B.** $2x-y+2=0$. **C.** $x-2y+1=0$. **D.** $x+2y+1=0$.

Câu 23: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-3t\\y=-2+5t\end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=-2-3t\\y=1+5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+5t\\y=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=2+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=2+3t\end{cases}$.

Câu 24: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta:3x-13y+1=0$.

A. $\begin{cases}x=-1+13t\\y=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+13t\\y=-2+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1-13t\\y=2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-13t\end{cases}$.

Câu 25: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

A. $x+y-3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Câu 26: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $x+y-4=0$. **B.** $x-y-4=0$. **C.** $x+y+4=0$. **D.** $x-y+4=0$.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy, cho Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;1)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là:

A. $-2x+y+7=0$. **B.** $-2x+y-7=0$. **C.** $x+2y-1=0$. **D.** $2x-y+7=0$.

Câu 28: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(2;-1);B(0;4)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với AB?

A. $-2x+5y-9=0$. **B.** $-2x+5y+9=0$. **C.** $2x-y+4=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Câu 29: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(1;1)$ và $B(-3;2)$ là

A. $4x-y+14=0$. **B.** $-3x+2y+14=0$. **C.** $x+4y+5=0$. **D.** $x+4y-5=0$.

Câu 30: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

A. $y=-x-1$. **B.** $y=-x-1$ và $y=x-5$.

C. $y=x-5$. **D.** $y=2x-7$ và $y=-2x+1$.

Câu 31: Viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1:x+y=1$, $d_1:2x+y=0$ và có hệ số góc bằng 3.

A. $y=3x+5$. **B.** $y=-3x-1$. **C.** $y=\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$. **D.** $y=\frac{-1}{3}x+\frac{5}{3}$.

Câu 32: Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát là $4x+3y-24=0$. Viết phương trình đường thẳng d dưới dạng phương trình đường thẳng theo đoạn chắn.

A. $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$. **C.** $\frac{x}{8}+\frac{y}{6}=1$. **D.** $\frac{x}{6}+\frac{y}{8}=1$.

Câu 33: Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;3)$. **B.** $N(3;2)$. **C.** $P(-3;4)$. **D.** $Q(4;-3)$.

Câu 34: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4 và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

A. $3x-4y+12=0$. **B.** $4x-3y-12=0$. **C.** $4x-3y+12=0$. **D.** $3x-4y-12=0$.

Câu 35: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(5;-7)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB.

A. $\frac{x}{5}+\frac{y}{7}=1$. **B.** $\frac{x}{5}-\frac{y}{7}=1$. **C.** $\frac{x}{10}+\frac{y}{14}=1$. **D.** $\frac{x}{10}-\frac{y}{14}=1$.

Câu 36: Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua $M(0;1)$ và vuông góc với $d: 3x-2y+1=0$ là

A. $2x+3y-1=0$. **B.** $3x-2y+2=0$. **C.** $3x-2y+4=0$. **D.** $2x+3y-3=0$.

Câu 37: Cho tam giác ABC có $A(2;0), B(0;3), C(-3;1)$. Phương trình tổng quát đường thẳng d đi qua B và song song với AC là

A. $x+5y-2=0$. **B.** $x+5y-15=0$. **C.** $5x-y+3=0$. . **D.** $2x+10y-5=0$.

Câu 38: Đường thẳng đi qua $M(2;0)$, song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-4+5t\\y=1-t\end{cases}$ có phương trình tổng quát là

A. $x+5y-2=0$. **B.** $5x-y-10=0$. **C.** $x+5y+1=0$. **D.** $2x+10y-13=0$.

Câu 39: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(6;-10)$ và vuông góc với trục Oy.

A. $y+10=0$. **B.** $x-6=0$. **C.** $x+y=-4$. **D.** $y-10=0$.

Câu 40: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

A. $\begin{cases}x=-3+t\\y=5-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3+t\\y=5+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5-t\\y=-3+t\end{cases}$.

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC: 4x+7y-21=0$. Phương trình cạnh BC là:

A. $4x-2y+1=0$. **B.** $x-2y+14=0$. **C.** $x+2y-14=0$. **D.** $x-2y-14=0$.

Câu 42: Cho hai đường thẳng $d_1: x+y-1=0, d_2: x-3y+3=0$. Phương trình đường thẳng d đối xứng với d_1 qua d_2 là:

A. $x-7y+1=0$. **B.** $x+7y+1=0$. **C.** $7x+y+1=0$. **D.** $7x-y+1=0$.

Câu 43: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-4;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng Δ?

A. $\begin{cases}x=-4+2t\\y=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+4t\\y=2-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=-3+t\end{cases}$.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;4)$ là

A. $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = -5+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = -5-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 4-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = -5+3t \end{cases}$.

Câu 45: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC. Biết $M(1;2), N(-3;4), P(0;5)$ lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Phương trình tham số của đường thẳng AB là

A. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 2+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+3t \end{cases}$.

Câu 46: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$ là

A. $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -6-t \end{cases}$.

Câu 47: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-3t \\ y = 1+t \end{cases}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $M(0;1)$ và vuông góc với d là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -3t \\ y = 1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+3t \end{cases}$.

Câu 48: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;1); B(2;3); C(-2;1)$. M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Phương trình tham số của đường thẳng MN là

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \frac{1}{2}+2t \\ y = \frac{3}{2}+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}+2t \\ y = 1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = \frac{3}{2}-2t \\ y = 2+t \end{cases}$.

Câu 49: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(2;1)$ có hệ số góc k nguyên dương. Viết phương trình đường thẳng d biết d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 0,5.

A. $d: x+y-3=0$. **B.** $d: x-y-1=0$. **C.** $d: 4x-y-7=0$. **D.** $d: x-4y+2=0$.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ cắt tia Ox, Oy lần lượt tại A, B. Viết phương trình đường thẳng d sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất?

A. $x+2y+4=0$. **B.** $x+2y-4=0$. **C.** $2x+y+4=0$. **D.** $2x+y-4=0$.

Câu 51: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, đường cao $CH: x-y+1=0$, phân giác trong $BN: 2x+y+5=0$. Khi đó tam giác ABC có diện tích bằng

A. $\frac{45}{4}$. **B.** $\frac{45}{2}$. **C.** $\frac{41}{2}$. **D.** $\frac{41}{4}$.

Câu 52: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 5-t \end{cases}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u} = (2;1)$. **B.** $\vec{u} = (1;2)$. **C.** $\vec{u} = (3;5)$. **D.** $\vec{u} = (2;-1)$.

Câu 53: Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $2x+3y+3=0$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u} = (2;3)$. **B.** $\vec{u} = (3;2)$. **C.** $\vec{u} = (2;-3)$. **D.** $\vec{u} = (3;-2)$.

Câu 54: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;5); B(4;2)$ là

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=5+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=5+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=5-3t \end{cases}$.

Câu 55: Cho điểm $A(2;3)$, đường thẳng $\Delta: 2x-3y+1=0$. Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua A và nhận vectơ pháp tuyến của Δ là vectơ chỉ phương.

A. $\begin{cases} x=2-3t \\ y=3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=2-3t \end{cases}$.

Câu 56: Cho điểm $A(2;3), B(-1;1)$. Viết phương trình đường thẳng AB ở dạng tham số.

A. $\begin{cases} x=2-3t \\ y=3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=2+3t \end{cases}$.

Câu 57: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(-1;2)$ và đường thẳng $d: x+2y+3=0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d.

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=-1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \end{cases}$.

Câu 58: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ điểm B là điểm $K(0;2)$ và trung điểm cạnh AB là điểm $M(3;1)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.

A. $3x-y-8=0$. **B.** $3x-4y-14=0$. **C.** $x-2y-6=0$. **D.** $3x+4y+2=0$.

Câu 59: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có phương trình đường thẳng AB là $2x+y+7=0$, phương trình đường thẳng AD là $x-4y-1=0$ và giao điểm của hai đường chéo AC, BD là $I(1;2)$. Phương trình của đường thẳng BC là

A. $x-4y+3=0$. **B.** $x-4y+15=0$. **C.** $2x+y-15=0$. **D.** $2x+y+\frac{3}{2}=0$.

Câu 60: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I(6;2)$, điểm $M(1;5)$ nằm trên cạnh AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $d: x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AB biết hoành độ điểm E lớn hơn 6.

A. $y-5=0$. **B.** $x-4y+19=0$. **C.** $y+5=0$. **D.** $x-4y-19=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : x - y + 2 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1)$

b) Đường thẳng Δ_2 có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2)$

c) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t. \end{cases}$

d) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là $x - 3y - 7 = 0$

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;2), B(3;4)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (2;5)$

b) Đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-5)$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là: $2x - 5y + 14 = 0$

d) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-1;1)$ và song song với AB là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$

Câu 3: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác DEF có $D(1;-1)$, $E(2;1)$, $F(3;5)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vectơ chỉ phương

b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.

c) Gọi I là trung điểm của DF. Toạ độ của điểm I là $(2;2)$.

d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $7x + 5y - 8 = 0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x - 3y - 4 = 0, x + y - 2 = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm B có toạ độ là $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

d) Điểm C có toạ độ là $(-1;3)$.

c) Phương trình đường cao kẻ từ A là $5x - 7y - 6 = 0$

d) Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $x - 13y + 4 = 0$

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đường thẳng AB là $2x - 3y + 5 = 0$

b) Phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 6 = 0$

c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$

d) Phương trình đường thẳng BC là $x+y-1=0$

Câu 6: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Vật thể M khởi hành từ điểm $A(3;5)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v}=(2;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}=(1;2)$.

b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng có một đường thẳng có phương trình: $x-2y-7=0$

c) Toạ độ của vật thể M tại thời điểm $t(t>0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases} x=5+2t \\ y=3+t \end{cases}$.

d) Khi $t=1$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình của đường thẳng d đi qua B và song song với AC là $x+5y-15=0$.

b) Phương trình của đường trung trực đoạn thẳng BC là $\begin{cases} x=-\dfrac{3}{2}+2t \\ y=2-3t \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$.

c) Đường thẳng AB có phương trình là $3x+2y+6=0$.

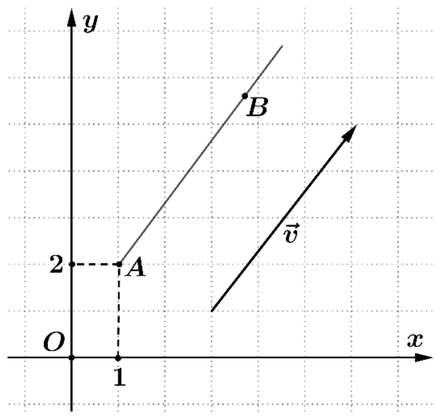
d) Đường cao ứng với đỉnh C của tam giác ABC đi qua điểm $M(2;3)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

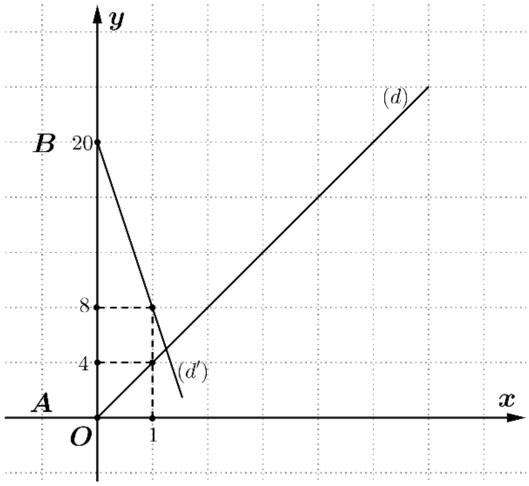
Câu 1: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB có dạng $ax+by+c=0$. Tính giá trị $a.b.c$

Câu 2: Đường thẳng $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$, với $a\neq 0$, $b\neq 0$, đi qua điểm $M(-1;6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S=1000a+6b$.

Câu 3: Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng toạ độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí $A(1;2)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc được biểu thị bởi vectơ $\vec{v}=(3;4)$.Khi tàu thủy ở tọa độ $(x;y)$ vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 2 giờ ? Tính biểu thức S=$100x+200y$



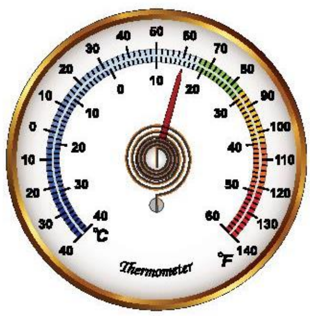
Câu 4: Hình vẽ là các đường thẳng biểu diễn chuyển động của hai người. Người thứ nhất đi bộ xuất phát từ A cách B khoảng $20\,\text{km}$, với vận tốc $4\,\text{km/giờ}$, biểu diễn bằng đường thẳng (d). Người thứ 2 đi xe đạp xuất phát từ B với vận tốc $12\,\text{km/giờ}$, biểu diễn bằng đường thẳng (d'). Hỏi hai người gặp nhau sau mấy giờ?



Câu 5: Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21,2°$ Bắc, kinh độ $105,8°$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16,1°$ Bắc, kinh độ $108,2°$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ $x°$ Bắc, kinh độ $y°$ Đông được tính theo công thức $\begin{cases} x = 21,2 - \dfrac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \dfrac{9}{5}t \end{cases}$. Hỏi bay chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 6: Việc quy đổi nhiệt độ giữa đơn vị °C (Anders Celsius, 1701-1744) và đơn vị °F (Daniel Fahrenheit, 1686–1736) được xác định bởi hai mốc sau:
Nước đóng băng ở $0\,°C$, $32\,°F$; nước sôi ở $100\,°C$, $212\,°F$.

Trong quy đổi đó, nếu $a\,°C$ tương ứng với $b\,°F$ thì trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(a;b)$ thuộc đường thẳng đi qua $A(0;32)$ và $B(100;212)$. Hỏi $100\,°F$ tương ứng với bao nhiêu °C? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



----------------HẾT----------------

BÀI 02 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$

- Nếu hệ phương trình có duy nhất một nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên.
- Nếu hệ phương trình vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau.
- Nếu hệ phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau.

Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau:

Nhận xét: Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ thì ta có:

- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

2 Góc giữa hai đường thẳng

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức:

$$\cos(d_1; d_2) = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

3 Khoảng cách giữa hai đường thẳng

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$d(M_0; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Phương pháp: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$. Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$. Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ thì ta có:

- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a) $(\Delta_1): 3\sqrt{2}x+\sqrt{2}y-\sqrt{3}=0$ và $(\Delta_2): 6x+2y-\sqrt{6}=0$.

b) $(d_1): x-\sqrt{3}y+2=0$ và $(d_2): \sqrt{3}x-3y+2=0$.

c) $(m_1): x-2y+1=0$ và $(m_2): 3x+y-2=0$.

d) $(d_1): \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=2$ và $(d_2): 6x-2y-8=0$

e) $(d_1): 2x+y+15=0$ và $(d_2): x-2y-3=0$.

Bài tập 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-3+4t \\ y=2-6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=2-2t' \\ y=-8+4t' \end{cases}$.

Bài tập 3: Cho ba đường thẳng: $d_1: 2x+y-1=0$, $d_2: x+2y+1=0$, $d_3: mx-y-7=0$. Chứng minh rằng các đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau và tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng trên đồng quy.

Bài tập 4: Cho hai đường thẳng $\Delta: (m+3)x+3y-2m+3=0,\ \Delta': 2x+2y+2-3m=0$. Tìm giá trị của tham số m để:

a) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng Δ'

b) Đường thẳng Δ song song với Δ'.

Bài tập 5: Cho 4 điểm $A(-3;1), B(-9;-3), C(-6;0), D(-2;4)$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng AB và CD.

Bài tập 6: Tìm tham số m để đường thẳng $y=(m^2-3)x+3m+1$ song song với đường thẳng $y=x-5$.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $(d_1): 3x-4y+15=0$, $(d_2): 5x+2y-1=0$ và $(d_3): mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm giá trị của m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

Bài tập 8: Tìm giá trị của tham số m để hai đường thẳng $(d_1): 4x+3my-m^2=0$ và $(d_2): \begin{cases} x=2+t \\ y=6+2t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$, với $a_2.b_2.c_2 \neq 0$. Hai đường thẳng d_1 và d_2 trùng nhau khi

A. $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$. **B.** $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$. **C.** $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$. **D.** $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_2}{b_1}=\frac{c_1}{c_2}$.

Câu 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $\mathrm{d}_1: x+y-4=0$ và $\mathrm{d}_2: -2x-2y+6=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 3: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x-4=0$ và $d_2: 2x+y+6=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 4: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x+5=0$ và $d_2: y-7=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 5: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $\mathrm{d}_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \end{cases}$ và $\mathrm{d}_2: \begin{cases} x=-1-4t' \\ y=3+2t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 6: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x+5=0$ và $d_2: 2x+y=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 7: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x+3y-19=0$ và $d_2: \begin{cases} x=22+2t \\ y=55+5t \end{cases}$. Đường thẳng nào sau đây đồng qui với hai đường thẳng trên:

A. $2x+3y+19=0$. **B.** $3x-2y+4=0$. **C.** $x-y+4=0$.. **D.** $-5x+2y+3=0$.

Câu 8: Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $d_1: 2x-y=0$, $d_2: x+y+3=0$ và $d_3: mx-y+5=0$ phân biệt và đồng quy.

A. $m=-5$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=7$.

Câu 9: Cho ba đường thẳng $d_1: 3x-2y+5=0$, $d_2: 2x+4y-7=0$, $d_3: 3x+4y-1=0$. Phương trình đường thẳng d song song với d_3 và đồng qui với hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $24x+32y-53=0$.. **B.** $24x+32y+53=0$. **C.** $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$..

Câu 10: Cho ba đường thẳng $d_1: x+3y-1=0$, $d_2: x-3y-5=0$, $d_3: 2x-y+7=0$. Phương trình đường thẳng d vuông góc với d_3 và đồng qui với hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $x+2y+10=0$.. **B.** $6x+12y-5=0$.. **C.** $6x+12y+10=0$.. **D.** $3x+6y-5=0$.

Câu 11: Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau $\Delta_1: x-2y+1=0$ và $\Delta_2: -3x+6y-1=0$.

A. Song song. **B.** Trùng nhau. **C.** Vuông góc nhau. **D.** Cắt nhau.

Câu 12: Đường thẳng $\Delta: 3x-2y-7=0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1: 3x+2y=0$. **B.** $d_2: 3x-2y=0$.

C. $d_3: -3x+2y-7=0$. **D.** $d_4: 6x-4y-14=0$.

Câu 13: Hai đường thẳng $d_1: 4x+3y-18=0$; $d_2: 3x+5y-19=0$ cắt nhau tại điểm có toạ độ:

A. $(3;2)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(3;-2)$.

Câu 14: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $d: y=2x-1$?

A. $2x-y+5=0$. **B.** $2x-y-5=0$. **C.** $-2x+y=0$. **D.** $2x+y-5=0$.

Câu 15: Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x=3+\sqrt{2}t \\ y=1-\sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+\sqrt{3}t' \\ y=1-\sqrt{2}t' \end{cases}$

A. Song song nhau. **B.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Vuông góc nhau. **D.** Trùng nhau.

Câu 16: Cho 4 điểm $A(0;-2)$, $B(-1;0)$, $C(0;-4)$, $D(-2;0)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD?

A. $(1;-4)$. **B.** $\left(\frac{-3}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** Không có giao điểm.

Câu 17: Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=-3+2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=5-t_1 \\ y=-7+3t_1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1 song song d_2. **B.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1;-3)$.

C. d_1 trùng với d_2. **D.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3;-1)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;0)$; $B(1;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2-t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và d.

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0)$ và song song với đường thẳng $d_1: 3x+2y=0$?

A. $d: 3x+2y-6=0$. **B.** $d: 3x+2y+6=0$.

C. $d: 2x-3y+4=0$. **D.** $d: 2x-3y-4=0$.

Câu 20: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-4)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: -x+3y-9=0$?

A. $d: 3x+y-5=0$. **B.** $d: 3x+y=0$. **C.** $d: x-3y-15=0$. **D.** $d: x-3y=0$.

Câu 21: Hai đường thẳng $d_1: mx+y=m+1$ và $d_2: x+my=2$ song song khi và chỉ khi:

A. $m=2$. **B.** $m=\pm1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Câu 22: Cho 3 đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$; $d_2: x+2y+1=0$ và $d_3: mx-y-7=0$. Để ba đường thẳng này đồng quy thì giá trị m thỏa mãn là

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=5$.

Câu 23: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1: mx+y-19=0$ và $\Delta_2: (m-1)x+(m+1)y-20=0$ vuông góc với nhau?

A. Với mọi m. **B.** $m=2$.

C. Không có giá trị m thỏa mãn. **D.** $m=\pm 1$.

Câu 24: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng AB, BC, CA lần lượt là $2x-y+2=0$, $3x+2y+1=0$, $3x+y+3=0$. Xác định vị trí tương đối của đường cao kẻ từ đỉnh A và đường thẳng $\Delta: 3x-y-2=0$

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. **D.** Vuông góc với nhau.

Câu 25: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Điểm $M(2;0)$ là trung điểm AB. Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Phương trình đường thẳng AC là

A. $3x-4y=0$. **B.** $4x+3y=0$.
C. $3x-4y+5=0$. **D.** $4x+3y-10=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=2+5t \\ y=3-6t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=7+5t' \\ y=-3+6t' \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(5;-6)$, $\vec{u}_2=(5;6)$.

b) Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 song song với nhau.

c) $M(7;3)$ là giao điểm hai đường thẳng Δ_1,Δ_2.

d) Một đường thẳng d vuông với Δ_1 và đi qua $M(1;2)$ có phương trình là $d: 5x-6y+7=0$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $5\sqrt{2}$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình là $3x+4y+12=0$.

c) Đường thẳng $\Delta: mx+2y-5=0$ vuông góc với đường thẳng AB khi $m=\dfrac{8}{3}$.

d) Điểm $M(a;b)$ nằm trên trục hoành Ox sao cho $MI\perp AB$ (điểm M không trùng gốc tọa độ O, I là trung điểm của AB). Khi đó $a+b^2=\dfrac{7}{8}$.

Câu 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x+y+15=0$ và $\Delta_2: x-2y-3=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}(2;1)$.

b) Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $I\left(\dfrac{27}{5};\dfrac{21}{5}\right)$.

c) Hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ vuông góc.

d) Khoảng cách từ điểm $A(2;-3)$ đến giao điểm của hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 là 5.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3+3t\end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;6)$.

b) Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $\Delta: x+3y-1=0$.

c) Đường thẳng $d_1: mx-3y+5=0$ cắt đường thẳng d khi $m\neq 9$.

d) Khoảng cách từ giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng Δ đến trục Oy bằng $\frac{1}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm m để hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=8+(m+1)t\\y=10-t\end{cases}$ và $\Delta_2: mx+6y-76=0$ song song với nhau.

Câu 2: Tìm m để ba đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$, $d_2: x+2y+1=0$ và $d_3: 2mx-3y-7=0$ đồng quy?

Câu 3: Trên mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x-y-3=0$. Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD. Giá trị $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Có hai con tàu A,B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình rađa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng km) tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases}x=3-33t\\y=-4+25t\end{cases}$ còn vị trí tàu B có tọa độ là $(4+25t;33t)$. Hai tàu chuyển động theo hai đường thẳng trên biển lần lượt có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}$. Tích $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+y-2=0$ và hai điểm $A(1;3), B(2;1)$. Biết điểm $M(a;b), a>0$ thuộc đường thẳng Δ sao cho diện tích tam giác MAB bằng 4. Tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12 và tâm I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x-y-3=0,\ d_2: x+y-6=0$. Trung điểm cạnh AD là giao điểm của d_1 và Ox. Biết đỉnh A có tung độ âm và giả sử tọa độ $A(a;b)$. Khi đó giá $2a+b^2$ bằng bao nhiêu?

-----------------HẾT-----------------

Dạng 1: Góc và khoảng cách

Phương pháp: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức:

$$\cos(d_1;d_2)=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ và điểm $M_0(x_0;y_0)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$d(M_0;\Delta)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ lần lượt có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;2;2),\overrightarrow{u_1}=(0;1;0)$. Tính $\cos(d_1,d_2)$.

Bài tập 2: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x-4y-3=0$ và $d_2: 3x-y+17=0$. Tính số đo góc giữa d_1 và d_2.

Bài tập 3: Cho đường thẳng $d_1: 3x+4y+1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

Bài tập 4: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x=9+at \\ y=7-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và đường thẳng $3x+4y-2=0$ bằng $45°$.

Bài tập 5: Biết rằng có đúng hai giá trị của tham số k để đường thẳng $d: y=kx$ tạo với đường thẳng $\Delta: y=x$ một góc 60^0. Tính tổng hai giá trị của k.

Bài tập 6: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y-1=0$ một góc $45°$ có phương trình:

Bài tập 7: Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x-2y+15=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2-t \\ y=4+2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Bài tập 8: Cho đường thẳng $d_1: 10x+5y-1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

Bài tập 9: Đường thẳng Δ tạo với đường thẳng $d: x+2y-6=0$ một góc 45^0. Tìm hệ số góc k của đường thẳng Δ.

Bài tập 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(2;0)$ và tạo với trục hoành một góc $45°$?

Bài tập 11: Tính khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $5x-12y-6=0$

Bài tập 12: Một đường tròn có tâm $I(3;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-5y+1=0$. Tính bán kính đường tròn đó.

Bài tập 13: Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y+4=0$ và $2x+3y-1=0$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$.

Bài tập 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;3)$ và $C(4;0)$. Tính chiều cao của tam giác kẻ từ đỉnh A.

Bài tập 15: Tính khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases}$

Bài tập 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx+y-m+4=0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Bài tập 17: Cho đường thẳng $d: 21x-11y-10=0$. Trong các điểm $M(21;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

Bài tập 18: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $\Delta_1: 6x-8y+3=0$ và $\Delta_2: 3x-4y-6=0$

Bài tập 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng có phương trình $\Delta: mx-y+3=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B.

Bài tập 20: Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{DM}$, $N(0;2019)$ là trung điểm của cạnh BC, K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD. Biết đường thẳng AM có phương trình $x-10y+2018=0$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=2+3t\\y=4-2t\end{cases}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+3t\end{cases}$ bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1:3x+4y+1=0$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=15+12t\\y=1+5t\end{cases}$ bằng

A. $-\frac{56}{65}$. **B.** $-\frac{33}{65}$. **C.** $\frac{56}{65}$. **D.** $\frac{33}{65}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để góc giữa hai đường thẳng $d:mx+(m-1)y+2=0$ và $\Delta:x-y+2=0$ bằng $30°$. Tích tất cả các phần tử của tập S bằng

A. 1. **B.** $-\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** -1.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(1;0)$ và tạo với trục hoành góc $30°$ là

A. $\Delta_1:2x+\sqrt{3}y-2=0$; $\Delta_2:2x-\sqrt{3}y-2=0$.

B. $\Delta_1:\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}=0$; $\Delta_2:\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$.

C. $\Delta_1:x+\sqrt{3}y-1=0$; $\Delta_2:x-\sqrt{3}y-1=0$.

D. $\Delta_1:3x+\sqrt{3}y-3=0$; $\Delta_2:3x-\sqrt{3}y-3=0$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(1;5)$ và đường thẳng $d:x+2y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A tạo với d một góc $45°$

A. $x+y-6=0$; $2x+y-7=0$. **B.** $x+3y-16=0$; $x-3y+14=0$.

C. $3x+2y-13=0$; $3x-2y+7=0$. **D.** $3x+y-8=0$; $x-3y+14=0$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(-2;1)$ và đường thẳng $\Delta:x-3y+6=0$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{10}}$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta:4x-3y-2=0$. Điểm M thuộc Oy có tung độ dương và cách Δ bằng $\frac{8}{5}$. Tung độ của điểm M bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$, $B(0;3)$. Tọa độ điểm M thuộc trục Ox sao cho khoảng cách từ điểm M tới đường thẳng AB bằng 1 là

A. $(1;0)$ và $\left(\frac{7}{2};0\right)$. **B.** $(\sqrt{13};0)$. **C.** $(4;0)$. **D.** $(2;0)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x+2}{1}=\frac{y-3}{4}$ và hai điểm $M(-2;3)$, $N(4;-1)$. Đường thẳng Δ vuông góc d và khoảng cách từ M đến Δ gấp 2 lần khoảng cách từ N đến Δ. Phương trình đường thẳng Δ dạng $ax+by+c=0$ với a, b và c là các số thực dương. Tính $P=a.b.c$.

A. 20. **B.** 10. **C.** 30. **D.** 40.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm $A(1;1),B(3;2),C(1;3)$. Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng

A. $26°34'$. **B.** $63°26'$. **C.** $63°25'$. **D.** $26°35'$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy, cosin góc giữa hai đường thẳng $d:5x+y-3=0$ và $d':\frac{x}{-1}+\frac{y}{5}=1$ bằng

A. $\frac{12}{13}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{6}{13}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy, tìm giá trị của tham số a để góc giữa hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+at\\y=1-2t\end{cases}$ và $d_2:3x+4y+12=0$ bằng $45°$.

A. $a\in\left\{-14;\frac{2}{7}\right\}$. **B.** $a\in\left\{\frac{2}{7};10\right\}$. **C.** $a\in\left\{-10;\frac{2}{7}\right\}$. **D.** $a\in\left\{\frac{2}{7};14\right\}$.

Câu 13: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d:x+my-3=0$ hợp với đường thẳng $d':x+y=0$ một góc $60°$. Tổng m_1+m_2 bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A có phương trình đường thẳng AB là $2x-y-5=0$ và điểm $M(1;2)$ nằm trên đường thẳng BC. Phương trình đường thẳng BC là

A. $x+y-3=0$ và $2x+y-4=0$. **B.** $x+3y-7=0$ và $x-3y+5=0$.

C. $3x+2y-7=0$ và $3x-2y+1=0$. **D.** $3x+y-5=0$ và $x-3y+5=0$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(3;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\end{cases}$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-2;5)$, $C(3;-4)$. Diện tích tam giác ABC bằng:

A. 6. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(2;2),B(5;1)$ và đường thẳng $\Delta:x-2y+8=0$. Điểm C thuộc đường thẳng Δ và C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

A. $(12;\ 10)$. **B.** $(10;12)$. **C.** $(8;\ 8)$. **D.** $(10;\ 8)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(2;2), B(5;1)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng $\Delta: x-2y+8=0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17.

A. $C(12;10)$ và $C\left(-\frac{76}{5};-\frac{18}{5}\right)$. **B.** $C(-12;10)$.

C. $C\left(\frac{1}{5};\frac{41}{10}\right)$. **D.** $C(-4;2)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$ và điểm $A(0;1)$. Điểm M có tọa độ nguyên, M nằm trên d và cách $A(0;1)$ một đoạn bằng 5. Viết phương trình đường thẳng AM ?

A. $4x-3y+3=0$. **B.** $3x-4y-4=0$. **C.** $3x-4y+4=0$. **D.** $3x-y+1=0$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 4x+2y-1=0$ và $\Delta_2: x+3y-5=0$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases} x=2+t \\ y=4-2t \end{cases}$ và $\Delta_2: x+y-3=0$ bằng

A. $18°25'$. **B.** $71°34'$. **C.** .$18°26'$ .. **D.** $71°35'$.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy, giá trị của tham số m để góc giữa hai đường thẳng $d_1: (m+3)x-(m-1)y+m-3=0$ và $d_2: x+2y-5m-7=0$ bằng $90°$ là

A. $m=6$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=5$.

Câu 23: Đường thẳng $d: ax+by-3=0$; với $a,b\in\mathbb{Z}$ đi qua điểm $M(1;1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: 3x-y+7=0$ một góc $45°$. Khi đó $a-b$ bằng

A. 6. **B.** −4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 24: Cho đường thẳng $d: 3x-2y+1=0$ và điểm $M(1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và tạo với d một góc $45°$.

A. $\Delta_1: 2x-y=0$; $\Delta_2: 5x+y-7=0$. **B.** $\Delta_1: x-5y+9=0$; $\Delta_2: 3x+y-5=0$.

C. $\Delta_1: 3x-2y+1=0$; $\Delta_2: 5x+y-7=0$. **D.** $\Delta_1: x-5y+9=0$; $\Delta_2: 5x+y-7=0$.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(4;-1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x+3y+8=0$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng

A. $\frac{12\sqrt{13}}{13}$. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\frac{15\sqrt{13}}{13}$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(3;3)$; $B(-4;2)$ và đường thẳng $\Delta: x+my-2=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A và B?

A. $\left[\begin{array}{l} m=-5 \\ m=1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-7 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-7 \\ m=1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=7 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases} x=t \\ y=4+2t \end{cases}$ và $\Delta_2: x-y+2=0$. Đường thẳng d cắt Δ_1, Δ_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho G là trọng tâm của ΔABC với điểm $C(-1;3)$ $G(0;3)$. Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng d là

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\frac{13}{\sqrt{5}}$. **C.** 13. **D.** 3.

Câu 28: Cho hai điểm $A(3;2)$, $B(-4;1)$, $C(0;3)$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều B và C.

A. $x+y-5=0$ và $3x+7y-23=0$. **B.** $x+y-5=0$ và $3x-7y+5=0$.

C. $x+2y-7=0$ và $3x-7y+5=0$. **D.** $y-2=0, x-2y+1=0$.

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$ *và* $B(2;3)$. Có bao nhiêu đường thẳng Δ cách hai điểm $A(1;1)$ *và* $B(2;3)$ một khoảng lần lượt bằng 2 và 4?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 30: Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng Δ_1: $10x+5y-1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 31: Tìm góc giữa 2 đường thẳng Δ_1: $2x-y-10=0$ và Δ_2: $x-3y+9=0$.

A. $60°$. **B.** $0°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 32: Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 6x-5y+15=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=10-6t \\ y=1+5t \end{cases}$.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $0°$. **D.** $45°$.

Câu 33: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $\Delta: mx+y-3=0$ hợp với đường thẳng $d: x+y=0$ một góc $60°$. Tổng m_1+m_2 bằng

A. -3.. **B.** 3.. **C.** 4.. **D.** -4.

Câu 34: Cho hai đường thẳng $d: 3x-y=0$ và $d': mx+y-1=0$. Tìm m để $\cos(d,d')=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

A. $m=0$. **B.** $m=\frac{4}{3}$; $m=0$. **C.** $m=\frac{3}{4}$; $m=0$. **D.** $m=\pm\sqrt{3}$.

Câu 35: Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và tạo với đường thẳng $\Delta: x-2y-3=0$ một góc $60°$.

A. $d_1: y=(8+5\sqrt{3})x$ và $d_2: y=(8-5\sqrt{3})x$.

B. $d_1: y=(8+3\sqrt{3})x$ và $d_2: y=(8-3\sqrt{3})x$.

C. $d_1: y=(5+5\sqrt{3})x$ và $d_2: y=(5-5\sqrt{3})x$.

D. $d_1: y=(18+5\sqrt{3})x$ và $d_2: y=(18-5\sqrt{3})x$.

Câu 36: Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(-2;0)$, tạo với đường thẳng $\Delta: x+3y-3=0$ một góc $45°$ (biết đường thẳng d có hệ số góc âm).

A. $2x+y+4=0$. **B.** $x+2y+4=0$. **C.** $x-2y-2=0$. **D.** $2x+y-4=0$.

Câu 37: Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để côsin của góc tạo bởi hai đường thẳng $d: mx+2y+2=0$ và $\Delta: 3x+2y+1=0$ bằng $\frac{2}{\sqrt{13}}$.

A. 0. **B.** $-\frac{24}{5}$. **C.** $\frac{24}{5}$. **D.** -24.

Câu 38: Số giá trị nguyên của tham số m để sin của góc tạo bởi hai đường thẳng $\Delta_1: 2x+3my-1=0$ và $\Delta_2: 3x-4y+7=0$ bằng $\frac{4}{5}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 39: Đường thẳng $ax+by+c=0$ (với $a^2+b^2\neq 0$ và $(a,b)=1$). Biết Δ đi qua điểm $M(-2;0)$ và tạo với đường thẳng $d:\begin{cases} x=-3+3t \\ y=2-t \end{cases}$ một góc 45^0. Tính a^2+b^2.

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 40: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ đồng thời tạo với $d_3: y-1=0$ một góc $45°$.

A. $x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$ hoặc $x-y-1=0$. **B.** $x+2y=0$ hoặc $x-4y=0$.

C. $x-y=0$ hoặc $x+y-2=0$. **D.** $2x+1=0$ hoặc $y+5=0$.

Câu 41: Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC cân đỉnh A. Cạnh bên AB và cạnh đáy BC có phương trình lần lượt là $x+2y-3=0$ và $3x-y+5=0$. Lập phương trình cạnh AC biết đường thẳng AC đi qua điểm $M(1;-3)$.

A. $x+2y+5=0$ hoặc $2x+11y+31=0$. **B.** $x+2y+5=0$.

C. $2x+11y+31=0$. **D.** $x+2y-5=0$ hoặc $2x+11y-31=0$.

Câu 42: Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC cân đỉnh A. Cạnh BC, đường cao hạ từ đỉnh B có phương trình lần lượt là $x-y+1=0$ và $x+3y+5=0$. Đường cao hạ đỉnh C đi qua $M(3;0)$. Lập phương trình cạnh AB

A. $x-3y-1=0$. **B.** $x+3y-1=0$. **C.** $3x-y-1=0$. **D.** $3x+y-1=0$.

Câu 43: Khoảng cách từ điểm $A(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=-1+3t \\ y=5-4t \end{cases}$ là

A. $\frac{11}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{19}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 44: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d: x+y-3=0$ và $\Delta: x+y-2=0$ là

A. 9. **B.** $\frac{9}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 15.

Câu 45: Cho tam giác ABC với $A(1;2), B(0;3), C(4;0)$. Chiều cao của tam giác ABC ứng với cạnh BC có độ dài là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 46: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(3;-4)$, $B(1;5)$, $C(3;1)$. Diện tích ΔABC là

A. $\sqrt{26}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 47: Một thửa ruộng hình chữ nhật có hai cạnh nằm trên hai đường thẳng $d: x-3y+2=0; \Delta: 3x+y-2=0$ và có một đỉnh là $A(2;1)$. Diện tích của thửa ruộng bằng

A. $\frac{5\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** 5.

Câu 48: Cho hai điểm $A(3;1)$; $B(4,0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều A và B?

A. $-2x+2y-3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $2x+2y+3=0$.

Câu 49: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3)$ và có khoảng cách đến điểm $M(2;4)$ bằng 1 có phương trình:

A. $24x-7y-21=0$. **B.** $24x+7y-45=0$. **C.** $7x+24y-45=0$. **D.** $24x-7y-45=0$.

Câu 50: Phương trình của đường thẳng d song song với $d':3x+4y-1=0$ và cách d' một đoạn bằng 2 có dạng

A. $d:3x+4y-9=0$ hoặc $d:3x+4y+11=0$. **B.** $d:3x+4y+9=0$ hoặc $d:3x+4y-11=0$

C. $d:3x+4y+3=0$ hoặc $d:3x+4y-17=0$. **D.** $d:3x+4y-3=0$ hoặc $d:3x+4y+17=0$

Câu 51: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1:5x+3y-3=0$ và $d_2:5x+3y+7=0$ song song với nhau. Đường thẳng vừa song song và cách đều với d_1,d_2 là

A. $5x+3y-2=0$. **B.** $5x+3y+4=0$. **C.** $5x+3y+2=0$. **D.** $5x+3y-4=0$.

Câu 52: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, lập phương trình đường thẳng d vuông góc với $\Delta:2x+y-1=0$ và cách điểm $M(3;-2)$ một khoảng là $\sqrt{5}$.

A. $d_1:x-2y-12=0$ và $d_2:x-2y-2=0$. **B.** $d_1:x-2y-12=0$ và $d_2:x-2y+2=0$.

C. $d_1:x-2y+12=0$ và $d_2:x-2y-2=0$. **D.** $d_1:x-2y+12=0$ và $d_2:x-2y+2=0$.

Câu 53: Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta:x+4y+2023=0$ và cách đều hai điểm $B(-2;3),C(4;-1)$.

A. $d:x+4y+3=0$. **B.** $d:x+4y-5=0$. **C.** $d:x+4y+5=0$. **D.** $d:x+4y-3=0$.

Câu 54: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng đi qua $A(-1;2)$ và cách $B(3;5)$ một khoảng bằng 3.

A. $\Delta_1:y+2=0$ và $\Delta_2:24x-7y+37=0$. **B.** $\Delta_1:y-2=0$ và $\Delta_2:24x+7y+37=0$.

C. $\Delta_1:y-2=0$ và $\Delta_2:24x-7y+37=0$. **D.** $\Delta_1:y+2=0$ và $\Delta_2:24x+7y+37=0$.

Câu 55: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-1;1),B(2;-4),C(4;4)$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc A.

A. $4x-y+5=0$. **B.** $4x-y-5=0$. **C.** $x+4y+3=0$. **D.** $x+4y-3=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $d_1: x-\sqrt{3}y+5=0$ và $d_2: x+y=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $(d_1,Ox)=30°$

b) $(d_2,Ox)=45°$

c) $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

d) Đường thẳng vuông góc với d_1 tạo với d_2 một góc $15°$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng: $\Delta_1: 3x+4y+12=0, \Delta_2: \begin{cases} x=2+at \\ y=1-2t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ_1 có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(3;4)$, Δ_2 có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(a;-2)$

b) $\cos(\Delta_1;\Delta_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{u_2}\right)\right|$

c) Với $a=\dfrac{3}{2}$ thì góc giữa đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $90°$

d) Tổng các giá trị a để góc giữa đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $45°$ là $-\dfrac{96}{7}$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với ba cạnh có phương trình lần lượt là: $AB: x-2y+5=0,\ AC: 3x-y=0,\ BC: 2x+y=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng AB không vuông góc với trục Ox

b) Tam giác ABC vuông tại B

c) Góc giữa đường thẳng AB và AC bằng $60°$

d) Phương trình đường phân giác góc B là $x+3y-5=0$

Câu 4: Trong hệ toạ độ Oxy, cho các đường thẳng $(d_1): 2x-3y+4=0; (d_2): \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$, $\Delta: x+3y-3=0$ và điểm $A(-2;0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m=\dfrac{9}{8}$ thì góc giữa d_1 và d_2 bằng $90°$.

b) Cosin góc giữa d_1 và Δ bằng $\dfrac{7}{\sqrt{130}}$.

c) Đường thẳng đi qua $A(-2;0)$ và vuông góc với d_1 có phương trình là $3x+2y+6=0$.

d) Đường thẳng d đi qua $A(-2;0)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: x+3y-3$ một góc $45°$ có phương trình $d: 2x+y+5=0$.

Câu 5: Trong hệ toạ độ Oxy, cho các đường thẳng $\Delta_1: 2x-y-10=0$ và $\Delta_2: x-3y+9=0$, điểm $M(-1;2)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Góc giữa d_1 và d_2 bằng $45°$.

b) Đường thẳng $d: 3x-(m-1)y+1=0$ vuông góc với Δ_1 khi $m=-5$.

c) Đường thẳng đi qua $M(-1;2)$ và vuông góc với Δ_1 có phương trình là $x+2y+3=0$.

d) Đường thẳng (d) qua điểm $M(-1;2)$ và tạo với trục Ox một góc $60°$ có phương trình là $\sqrt{3}x-y+\sqrt{3}-2=0$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;0), B(5;-3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-2t \\ y=3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi C là điểm thuộc d sao cho tam giác ABC cân tại A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Góc giữa đường thẳng d và Oy bằng $45°$.

b) Góc giữa đường thẳng AB và đường thẳng d là α với $\cos\alpha=-\frac{5\sqrt{26}}{26}$.

c) Góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa hai đường thẳng AC và d.

d) Góc giữa hai đường thẳng AB và Ox bằng góc giữa hai đường thẳng AC và Ox.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC là tam giác cân tại đỉnh A. Đường thẳng chứa cạnh bên AB và cạnh đáy BC có phương trình lần lượt là $x+2y-3=0$ và $3x-y+5=0$. Đường thẳng AC đi qua điểm $M(1;-3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng BC có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{BC}}=(1;3)$.

b) $\cos ABC=\frac{\sqrt{2}}{10}$.

c) Đường thẳng AC có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{AC}}=(a;b)$ với $a^2+b^2=5$.

d) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC là α với $\cos\alpha=\frac{24}{25}$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, $A=(1;2)$, $C=(3;-1)$; đường thẳng $\Delta: 2x+y-8=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm $A=(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 2x+y-8=0$ là 5.

b) Khoảng cách từ A đến C là 4.

c) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng AC là $\frac{7\sqrt{13}}{13}$

d) Hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 8; điểm B thuộc đường thẳng $\Delta: 2x+y-8=0$. biết tung độ của điểm B nhỏ hơn 5 thì $B=(1;6)$ $D(3;-5)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, $M(-2;1)$ và đường thẳng $\Delta: 5x-12y+9=0$; $d:\begin{cases} x=-2+t \\ y=1+2t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm $M(-2;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x-12y+9=0$ là 5.

b) Tính tích khoảng cách từ điểm M và gốc tọa độ đến đường thẳng $\Delta: 5x-12y+9=0$ là $\dfrac{9}{13}$.

c) Khoảng cách từ điểm $M(-2;1)$ đến đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2+t \\ y=1+2t \end{cases}$ là 2.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d nằm trong khoảng $(3;5)$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta_m): 3x-4y+m=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m=5$ khoảng cách từ $A(1;3)$ đến (Δ_m) bằng 4.

b) Có hai giá trị tham số m để $d(O;\Delta_m)=5$.

c) Khoảng cách từ $B(2;1)$ đến (Δ_m) bằng 1 khi và chỉ khi $m=13$.

d) Khoảng cách giữa đường thẳng $(\Delta): 3x-4y+12=0$ và (Δ_m) bằng 5 khi và chỉ khi $m=-13$ và $m=37$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta): 5x+12y-60=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Các điểm thuộc trục hoành cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 24.

b) Các điểm thuộc trục tung cách đường thẳng (Δ) một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 20.

c) Có một điểm thuộc đường thẳng $(\Delta_1): x-y+2=0$ có khoảng cách đến (Δ) bằng 5.

d) Có hai điểm thuộc đường thẳng (Δ) cách đều trục hoành và trục tung.

Câu 12: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm điểm $A(-1;1)$, $B(-2;4)$, $C(4;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng $(d): 3x-4y-3=0$ bằng 5.

b) Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến đường thẳng $(d_1): 2x-y-3=0$ bằng $\sqrt{3}$.

c) Độ dài đường cao hạ từ A của tam giác ABC bằng $\sqrt{5}$.

d) Với đường thẳng $\Delta: mx-y+3=0$. Tổng các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm

A, B là một số dương.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy có $A(2;-3)$, $B(-4;1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x+3y-6=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm $A(2;-3)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1+4t \end{cases}$ bằng $\frac{12}{5}$.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và Δ bằng $\frac{11\sqrt{13}}{13}$.

c) Phương trình các đường thẳng Δ qua A sao cho khoảng cách từ B đến Δ bằng 4 là: $y+3=0$ hoặc $ax+by-9=0$. Khi đó $a+b=15$.

d) Đỉnh C có hoành độ dương, nằm trên đường thẳng $y=2$. Tọa độ điểm C để tam giác ABC có diện tích là 17 (đvdt) là $C(a;b)$ Khi đó $a+b=5$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng $d_1: 3x-4y+1=0,\ d_2: -3x+4y+4=0$, $d_3: 6x+8y-1=0,$ và điểm $A(1;2)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d_1 bằng $\frac{3}{5}$.

b) Có hai điểm M cách đều ba đường thẳng trên.

c) Phương trình đường thẳng d_4 tạo với 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 một hình bình hành có diện tích bằng $\frac{1}{2}$ là $6x+8y+19=0$.

d) Gọi N là điểm thuộc đường thẳng d_3. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức dưới đây $P=d(N,d_1)+2d(N,d_2)$ bằng 1.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Đường thẳng $12x+5y=60$ tạo với hai trục toạ độ một tam giác. Tổng độ dài các đường cao của tam giác đó. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 2: Một trạm viễn thông S có toạ độ $(5;1)$. Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $12x+5y-20=0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S. Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1km. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+(m-1)y+m=0$ (m là tham số bất kì) và điểm $A(5;1)$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm A đến Δ bằng bao nhiêu ? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi d là đường thẳng đi qua $M(4;2)$ và cách điểm $A(1;0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x+by+c=0$ với b,c là hai số nguyên. Tính $b+c$.

Câu 5: Trong một khu vực bằng phẳng, ta lấy hai con đường nông thôn vuông góc với nhau làm hai trục tọa độ và mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng với 1km. Với hệ trục vừa chọn, người ta đặt một trạm viễn thông tại vị trí có tọa độ $M(5;10)$. Vùng phủ sóng của trạm viễn thông tối đa là 10 km. Một xe khách di chuyển trên cao tốc có dạng phương trình đường thẳng $d: x-2y+5=0$. Xe khách bắt được sóng tốt nhất tại vị trí $S(a;b)$. Tính $a+b$.

Câu 6: Một người đang viết chương trình cho trò chơi bóng đá rô bốt. Gọi $A(-1;1), B(9;6), C(5;-3)$ là ba vị trí trên màn hình. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 7: Một người đang viết chương trình cho trò chơi bóng đá rô bốt. Gọi $A(-1;1), B(9;6), C(5;-3)$ là ba vị trí trên màn hình. Tính cos của góc hợp bởi hai đường thẳng AB và AC (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 8: Bạn Huyền đứng ở địa điểm A cách chân một nhà cao tầng ở điểm B và nhìn lên nóc C của nhà cao tầng. Giả sử trong hệ trục tọa độ Oxy. Điểm A,B thuộc đường thẳng có phương trình $x+\sqrt{3}y+2=0$, A,C thuộc đường thẳng $x-\sqrt{3}y+4=0$. Bạn Huyền nhìn nóc C của tòa nhà với một góc bằng bao nhiêu so với phương là đường thẳng AB.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(1;-1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x-y-1=0, (d_2): 2x+y-5=0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B,C sao cho ABC là tam giác có $BC=3AB$ có dạng: $ax+y+b=0$ và $cx+y+d=0$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b+c+d$ bằng bao nhiêu?

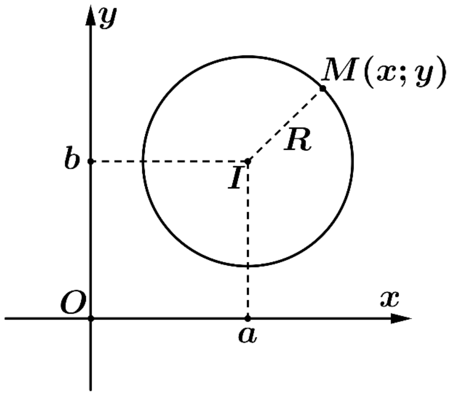
Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): 2x-y+5=0$ và $(d_2): x+y-3=0$ cắt nhau tại I. Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2;0)$ cắt $(d_1),(d_2)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax+by+2=0$. Tính $T=a-5b$.

-----------------HẾT-----------------

BÀI 03 ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Phương trình đường tròn

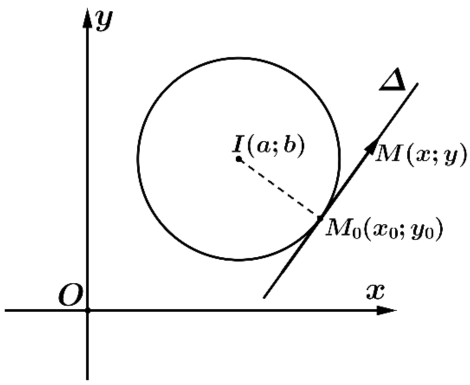


Điểm $M(x;y)$ thuộc đường tròn (C), tâm $I(a;b)$, bán kính R khi và chỉ khi: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

Khi đó ta gọi phương trình trên là phương trình đường tròn.

Phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a^2+b^2-c>0$ cũng là phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$ bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

2 Phương trình tiếp tuyến của đường tròn



Dạng 1: Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0\in(C)$

- **Bước 1:** Tìm tọa độ tâm I của (C).
- **Bước 2:** Tiếp tuyến (D) là đường thẳng đi qua M_0 và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{M_0I}$

Dạng 2: Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0\notin(C)$

- **Bước 1:** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- **Bước 2:** (D) là đường thẳng đi qua M_0 nên có dạng $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$
- **Bước 3:** (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I;(D))=R$ $(*)$. Giải phương trình $(*)$ tìm được mối liên hệ giữa a và b. Chọn a và b phù hợp để kết luận.

Dạng 3: Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) song song với $(D_1): Ax+By+C=0$

- **Bước 1:** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- **Bước 2:** $(D) // (D_1): Ax+By+C=0$ nên phương trình có dạng $Ax+By+C'=0$ $(C' \neq C)$
- **Bước 3:** (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I;(D))=R$ $(*)$. Giải $(*)$ tìm được C' so với điều kiện để kết luận.

Dạng 4: Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) vuông góc với $(D_1): Ax+By+C=0$

- **Bước 1:** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- **Bước 2:** $(D) \perp (D_1): Ax+By+C=0$ nên phương trình có dạng $Bx-Ay+C'=0$
- **Bước 3:** (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I;(D))=R$ $(*)$. Giải $(*)$ tìm được C' so với điều kiện để kết luận.

3 Vị trí tương đối của đường tròn .

Với đường thẳng: Cho đường thẳng $(D): Ax+By+C=0$ và đường tròn $(C): (x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ có tâm $I(a;b)$. Khi đó ta có các nhận xét sau:

- $(D) \cap (C) = \{M;N\} \Leftrightarrow d(I;(D)) < R$
- $(D) \cap (C) = \{M\} \Leftrightarrow d(I;(D)) = R$
- $(D) \cap (C) = \varnothing \Leftrightarrow d(I;(D)) > R$

Với đường tròn: Cho đường tròn (C_1) có tâm I_1, bán kính R_1 và đường tròn (C_2) có tâm I_2, bán kính R_2. Giả sử $R_1 > R_2$. Ta có:

- Hai đường tròn tiếp xúc $\Leftrightarrow I_1I_2 = |R_1 \pm R_2|$
- Hai đường tròn cắt nhau $R_1 - R_2 < I_1I_2 < R_1 + R_2$

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định các yếu tố của đường tròn

Phương pháp: Ta thực hiện trong các cách sau:

Cách 1: Đưa phương trình về dạng (C): $x^2+y^2-2ax-2by+c=0 \quad (1)$

Xét dấu biểu thức $P=a^2+b^2-c$

- Nếu $P>0$ thì (1) là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$
- Nếu $P\le 0$ thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

Cách 2: Đưa phương trình về dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2=P \quad (2)$.

- Nếu $P>0$ thì (2) là phương trình đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{P}$
- Nếu $P\le 0$ thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

a) $x^2+y^2+2x-4y+9=0$ b) $x^2+y^2-6x+4y+13=0$

c) $2x^2+2y^2-6x-4y-1=0$ d) $2x^2+y^2+2x-3y+9=0$

Bài tập 2: Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0 \qquad (1)$

a) Tìm điều kiện của tham số m để (1) là phương trình đường tròn.

b) Nếu (1) là phương trình đường tròn hãy tìm toạ độ tâm và bán kính theo m

Bài tập 3: Cho phương trình đường cong (C_m): $x^2+y^2+(m+2)x-(m+4)y+m+1=0 \quad (2)$

a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Bài tập 4: Tìm tâm và bán kính của đường tròn (C):$(x+2)^2+(y-4)^2=7$.

Bài tập 5: Tìm điều kiện để $x^2+y^2-ax-by+c=0\,(1)$ là phương trình của đường tròn

Bài tập 6: Cho đường cong (C_m): $x^2+y^2-8x+10y+m=0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

Bài tập 7: Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0\ (1)$. Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

Bài tập 8: Tìm bán kính của đường tròn $x^2+y^2-10y-24=0$

Bài tập 9: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y+1=0$.

Bài tập 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình đường tròn.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tâm của đường tròn đường kính AB với $A(1;-3);B(-5;7)$ là điểm nào sau đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(3;1)$.

Câu 2: Cho đường cong $(C_m): x^2+y^2-8x+10y+m=0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

A. $m=-8$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=8$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$. **B.** $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.

C. $x^2+2y^2-4x-8y+1=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-8y+20=0$.

Câu 4: Cho đường tròn (C) có phương trình $3x^2+3y^2-6x+12y-12=0$. Biết (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính R. Tính $a+b+R$.

A. $\sqrt{57}+3$. **B.** $\sqrt{57}-3$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 5: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $2x^2+y^2-6x-6y-8=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x-8y-12=0$.

C. $x^2+y^2-2x-8y+18=0$. **D.** $2x^2+2y^2-4x+6y-12=0$.

Câu 6: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2-4xy+2x+8y-3=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x+5y-1=0$.

C. $x^2+y^2-14x+2y+2018=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+5y+2=0$.

Câu 7: Đường tròn $x^2+y^2-5y=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{5}$. **B.** 25. **C.** $\frac{25}{2}$. **D.** $2,5$.

Câu 8: Đường tròn $x^2+y^2-2x+10y+1=0$ có tâm là điểm nào dưới đây?

A. $(1;5)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(1;-5)$. **D.** $(-1;-5)$.

Câu 9: Tìm m để (C_m): $x^2+y^2+4mx-2my+2m+3=0$ là phương trình đường tròn?

A. $m<-\frac{3}{5}$ hoặc $m>1$. **B.** $m<-\frac{5}{3}$. **C.** $m>1$. **D.** $-\frac{3}{5}<m<1$.

Câu 10: Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2mx+4y+5m=0$ là phương trình đường tròn.

A. $1<m<4$. **B.** $1\le m\le 4$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m\ge 4 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>4 \end{array}\right.$.

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy cho đường tròn $(C):(x+5)^2+(y-4)^2=16$. Đường tròn (C) có tọa độ tâm I và bán kính R bằng

A. $I(5;-4);R=16$. **B.** $I(-5;4);R=16$. **C.** $I(-5;4);R=4$. **D.** $I(5;-4);R=4$.

Câu 12: Phương trình nào sau đây là đường tròn?

A. $2x^2+y^2-6x-8y+1=0$. **B.** $x^2+y^2+6x+16=0$.

C. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.

Câu 13: Cho phương trình $x^2+y^2+2ax+2by+c=0,(a,b,c\in\mathbb{R})$ là phương trình đường tròn. Khi đó a,b,c thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. $a^2-b^2<c$. **B.** $a^2+b^2>c$. **C.** $a^2-b^2>c$. . **D.** $a^2+b^2<c$.

Câu 14: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-6x+4y-12=0$. Đường tròn (C) có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(3;-2),R=5$. **B.** $I(-3;2),R=5$. **C.** $I(-6;4),R=5$. . **D.** $I(6;-4),R=5$.

Câu 15: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+6y-1=0$. Tâm của (C) có tọa độ là

A. $(-2;6)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(2;-6)$. **D.** $(1;-3)$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy hãy tìm tâm I và bán kính R của đường tròn có phương trình $(C): x^2+y^2-2x+6y-8=0$

A. $I(-1;-3)$, $R=2\sqrt{2}$. **B.** $I(1;-3),R=3\sqrt{2}$. **C.** $I(1;-3)$, $R=\sqrt{2}$. **D.** $I(1;3),R=\sqrt{2}$.

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2x-4y+m=0$ là phương trình của một đường tròn.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** vô số.

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau đây $x^2+y^2+2(m+1)x-2my+2m^2-3m+16=0$ là phương trình của một đường tròn.

A. $m>3$. **B.** $m\le 3$. **C.** $m<3$. **D.** $m\ge 3$.

Câu 19: Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-100y+1=0$. **B.** $x^2+y^2-y=0$.

C. $x^2+y^2-2=0$. **D.** $x^2+y^2-x+y+4=0$.

Câu 20: Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2+2mx-10y+4m=0$ là phương trình đường tròn và có bán kính nhỏ nhất.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn $(C): x^2+y^2+4x+6y-12=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2;3)$.

b) Đường tròn (C) có bán kính $R=5$.

c) Đường tròn $(C):(x+2)^2+(y+3)^2=25$.

d) Điểm $M(2;-6)$ là một điểm thuộc đường tròn (C)

Câu 2: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2y-8=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tâm của đường tròn (C) là điểm $I(0;1)$.

b) Điểm $A(1;0)$ nằm trên đường tròn.

c) Tâm đường tròn (C) cách trục Oy một khoảng bằng 2.

d) Khi đường thẳng $\Delta: x+my-2=0$ cắt đường tròn (C) theo dây cung có độ dài bằng 6 thì giá trị $m=2$.

Câu 3: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2+y^2+(m+2)x-(m+4)y+m+1=0 \ (2)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (2) là phương trình một đường tròn với mọi giá trị của m.

b) Tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi luôn nằm trên đường thẳng có phương trình $\Delta: x+y-1=0$

c) Bán kính của đường tròn $R=\dfrac{m^2+2m+4}{2}$

d) Khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Câu 4: Cho đường cong $(C): x^2+y^2+2mx-10y+4m=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m=0$ thì (C) là phương trình đường tròn.

b) Tất cả giá trị của tham số m để phương trình (C) là phương trình đường tròn là $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$.

c) Có 1 giá trị nguyên dương của m để (C) là một phương trình đường tròn có bán kính bằng $5\,\text{cm}$

d) Khi $m=2$ thì (C) là phương trình đường tròn và có bán kính nhỏ nhất.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho các điểm $A(-2;1)$, $B(3;-2)$ và $C(1;-1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu đường tròn có tâm là điểm A và có bán kính $R=2$ thì đường tròn có phương trình là $(x-2)^2+(y+1)^2=2$.

b) Nếu đường tròn có tâm là điểm B và có bán kính $R=3$ thì đường tròn có phương trình là $(x+3)^2+(y-2)^2=9$.

c) Nếu đường tròn có tâm là điểm C và có bán kính bằng độ dài đoạn AB thì đường tròn có phương trình là $(x-1)^2+(y+1)^2=34$.

d) Nếu đường tròn có tâm là điểm B và đường tròn đi qua điểm C thì đường tròn có phương trình là $(x-3)^2+(y+2)^2=5$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho các điểm $M(1;-2)$, $N(-3;2)$ và $P(5;0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu đường tròn có tâm là điểm M và có đường kính bằng 2 thì đường tròn có phương trình là $(x-1)^2+(y+2)^2=4$.

b) Nếu đường tròn có tâm là điểm N và có đường kính bằng 6 thì đường tròn có phương trình là $(x+3)^2+(y-2)^2=9$.

c) Nếu đường tròn có tâm là điểm P và có đường kính bằng độ dài đoạn MN thì đường tròn có phương trình là $(x-5)^2+y^2=8$.

d) Nếu đường tròn có đường kính là đoạn NP thì đường tròn có phương trình là $(x-1)^2+(y-1)^2=17$.

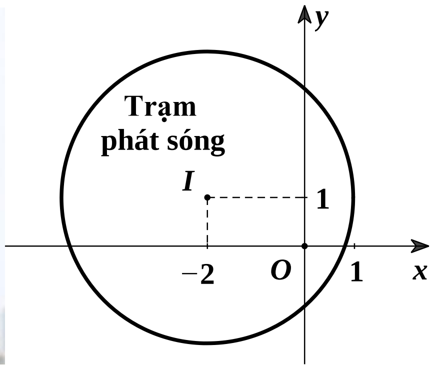
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm $t(0\le t\le 180)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $(2+\sin t°;4+\cos t°)$. Giả sử quỹ đạo chuyển động của vật thể là một đường tròn có tâm $I(a;b)$. Tính tổng $a+b$

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để phương trình sau đây $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là một phương trình đường tròn.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+4y-4=0$ và điểm $M(1;0)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 4: Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng toạ độ (đơn vị trên hai trục là km). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng $3\,\text{km}$.



Câu 5: Một nông trại tưới nước theo phương pháp vòi phun xoay vòng trung tâm như Hình 3. Cho biết tâm một vòi phun được đặt tại toạ độ $(12;-9)$ và vòi có thể phun xa tối đa 36 m. Phương trình đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà vòi nước có thể phun tới có dạng $(x-12)^2+(y+9)^2=R^2$. Khi đó giá trị của R là bao nhiêu.

Câu 6: Một cái cổng hình bán nguyệt rộng 6,8 m và cao 3,4 m. Mặt đường dưới cổng được chia thành hai làn cho xe ra vào. Biết rằng phương trình mô phỏng cái cổng là đường tròn có tâm $I\left(a;b\right)$, bán kính R. Tính $a+b+R$.

-----------------HẾT-----------------

Dạng 2: Viết phương trình đường tròn

Phương pháp: Ta thực hiện trong các cách sau:

Cách 1:

- Tìm tọa độ tâm $I(a;b)$ của đường tròn (C).
- Tìm bán kính R của đường tròn (C).
- Viết phương trình của đường tròn (C) theo dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

Cách 2:

- Giả sử phương trình của đường tròn (C) là $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$

  Hoặc dạng $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$.
- Từ điều kiện của đề bài thiết lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c.
- Giải hệ để tìm a, b, c ntừ đó tìm được phương trình của đường tròn (C) .

Chú ý:

- Cho đường tròn (C) có tâm I và bán kính R, điểm $A\in(C)\Leftrightarrow IA=R$.
- (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ tại $A\Leftrightarrow IA=d(I,\Delta)=R$.
- (C) tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và $\Delta_2\Leftrightarrow d(I,\Delta_1)=d(I,\Delta_2)=R$.
- (C) cắt đường thẳng Δ_3 theo dây cung có độ dài $a\Leftrightarrow\left[d(I,\Delta_3)\right]^2+\dfrac{a^2}{4}=R^2$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$.

b) Nhận AB làm đường kính với $A(1;1)$, $B(7;5)$.

c) Đi qua ba điểm: $M(-2;4)$, $N(5;5)$, $P(6;-2)$

Bài tập 2: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) (C)có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$

b) (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox và Oy

c) (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x+4y+5=0$ và $d_2: 4x-3y-5=0$

Bài tập 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$.

a) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

b) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1:\sqrt{3}x+y=0$. và $d_2:\sqrt{3}x-y=0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B,C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình của (C), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

Bài tập 5: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2), B(5;2), C(1;-3)$

Bài tập 6: Cho hai điểm $A(5;-1), B(-3;7)$. Viết phương trình đường tròn có đường kính AB .

Bài tập 7: Viết phương trình đường tròn (C) tâm $I(-4;3)$ và tiếp xúc với trục tung .

Bài tập 8: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d:2x-y+7=0$.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$. Tính diện tích hình tròn tương ứng với đường tròn (C) đã cho.

Bài tập 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn có phương trình $(C_1): x^2+y^2=4$ và các đường thẳng $d: x-y-4=0$, $\Delta: 3x+y+8=0$. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên Δ, tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB vuông góc với d. Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn (C). Tính $a+b$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường tròn tâm $I\left(3;-7\right)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $\left(x-3\right)^2+\left(y+7\right)^2=3$. **B.** $\left(x+3\right)^2+\left(y-7\right)^2=9$.

C. $\left(x-3\right)^2+\left(y+7\right)^2=9$. **D.** $\left(x+3\right)^2+\left(y+7\right)^2=9$.

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $A\left(-1;4\right)$, $B\left(5;-2\right)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

A. $\left(x-3\right)^2+\left(y-2\right)^2=20$. **B.** $\left(x-4\right)^2+\left(y-2\right)^2=29$.

C. $\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2=72$. **D.** $\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2=18$.

Câu 3: Đường tròn tâm $I\left(3;-7\right)$ đi qua $A\left(-3;-1\right)$ có phương trình là

A. $\left(x-3\right)^2+\left(y+7\right)^2=\sqrt{72}$. **B.** $\left(x-3\right)^2+\left(y+7\right)^2=72$.

C. $\left(x+3\right)^2+\left(y-7\right)^2=72$. **D.** $\left(x+3\right)^2+\left(y+7\right)^2=\sqrt{72}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $\left(C_1\right): x^2+y^2-2x-4y-5=0$ và điểm $A\left(3;4\right)$. Viết phương trình đường tròn $\left(C\right)$ có tâm là tâm của đường tròn $\left(C_1\right)$ và đi qua điểm A.

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=10$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=8$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2=8$. **D.** $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2=10$.

Câu 5: Đường tròn đi qua 3 điểm $A\left(1;7\right)$, $B\left(-2;6\right)$, $C\left(5;-1\right)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2-2x-4y-20=0$. **B.** $x^2+y^2+2x+4y-20=0$.

C. $x^2+y^2-2x+4y-20=0$. **D.** $x^2+y^2+2x-4y-20=0$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm $I\left(3;-2\right)$ và tiếp xúc với Δ.

A. $\left(x+3\right)^2+\left(y-2\right)^2=20$. **B.** $\left(x-3\right)^2+\left(y+2\right)^2=20$.

C. $\left(x+3\right)^2+\left(y-2\right)^2=10$. **D.** $\left(x+3\right)^2+\left(y-2\right)^2=10$.

Câu 7: Viết phương trình đường tròn có tâm $A\left(2\,;-5\right)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y-1=0$

A. $\left(x-2\right)^2+\left(y+5\right)^2=25$. **B.** $\left(x+2\right)^2+\left(y-5\right)^2=25$.

C. $\left(x-2\right)^2+\left(y+5\right)^2=5$. **D.** $\left(x+2\right)^2+\left(y-5\right)^2=5$.

Câu 8: Cho tam giác MNP biết $M\left(-6;3\right)$ và N,P là các điểm lần lượt thuộc các đường thẳng $\Delta_1: x-y+9=0$, $\Delta_2: 2x+y+1=0$. Gọi $Q\left(2;-1\right)$ là điểm thỏa $\overrightarrow{NQ}=3\overrightarrow{NP}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP ?

A. $\left(x+4\right)^2+\left(y-3\right)^2=4$. **B.** $\left(x+4\right)^2+\left(y-\frac{11}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$.

C. $(x-4)^2+(y+3)^2=2$. **D.** $(x+6)^2+(y-3)^2=\frac{5}{2}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+(y-3)^2=1$ và điểm $M(1;3)$ thuộc đường tròn (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(1;3)$.

A. $x+3y-10=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y-3=0$. **D.** $x-1=0$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(0;2)$, $B\left(0;-\frac{4}{5}\right)$. Đường tròn (T) đi qua A và cắt hai đường thẳng $d:x-y-1=0$, $\Delta:2x+y+2=0$ lần lượt tại M và N. Biết AM song song với BN và O,M,N thẳng hàng. Phương trình đường tròn (T) là

A. $x^2+y^2+2x-y-1=0$. **B.** $x^2+y^2+x-y+2=0$.

C. $x^2+y^2+x+y-2=0$. **D.** $x^2+y^2-x-y-2=0$.

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có $A(3;2)$ và phương trình cạnh $BD:3x+4y-7=0$. Khi đó đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình là:

A. $\left(x-\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{2}{5}\right)^2=4$. **B.** $\left(x-\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{1}{5}\right)^2=2$.

C. $\left(x+\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{2}{5}\right)^2=4$. **D.** $\left(x-\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{2}{5}\right)^2=2$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2+6x-4y-4=0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta:x-4y+2022=0$.

A. $4x+y+27=0$; $4x-y-7=0$. **B.** $x-4y+27=0$; $x-4y-7=0$.

C. $4x+y+27=0$; $4x+y-7=0$. **D.** $4x+y-27=0$; $4x+y-7=0$.

Câu 13: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-4x+8y-5=0$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) song song với với đường thẳng $3x-4y+5=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}3x-4y-3=0\\3x-4y+47=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y-25=0\\4x+3y+29=0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y+25=0\\4x+3y-29=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}3x-4y+3=0\\3x-4y-47=0\end{array}\right.$.

Câu 14: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d:x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1:3x+4y+5=0$ và $d_2:4x-3y-5=0$ (Biết tung độ của tâm là số không âm). Viết phương trình đường tròn (C).

A. $(C):\left(x-\frac{10}{43}\right)^2+\left(y+\frac{70}{43}\right)^2=\left(\frac{7}{43}\right)^2$. **B.** $(C):(x-10)^2+y^2=49$.

C. $(C):(x-10)^2+y^2=25$. **D.** $(C):x^2+(y-10)^2=49$.

Câu 15: Phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):x^2+y^2-2x-2y=0$ biết tiếp tuyến vuông góc đường thẳng $\Delta:x+y-1=0$ là

A. $x+y-2=0, x+y+2=0$. **B.** $x-y+2=0$, $x-y-2=0$.

C. $x-y+4=0$, $x-y-4=0$. **D.** $x+y+4=0, x+y-4=0$.

Câu 16: Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên trục hoành đồng thời đi qua hai điểm $A(2;-5)$ và $B(4;3)$.

A. $x^2+y^2+2x-33=0$.
B. $x^2+y^2-2x+33=0$.
C. $x^2+y^2+2y-33=0$.
D. $x^2+y^2-2y+33=0$.

Câu 17: Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC, biết $A\left(1;\frac{3}{2}\right)$, $M\left(\frac{7}{2};3\right)$ và B,C là các điểm lần lượt thuộc các đường thẳng $d:4x-2y+1=0$, $d':x-2y-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

A. $x^2+y^2-7x-6y+\frac{15}{4}=0$.
B. $(x-3)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$.
C. $x^2+y^2-6x-5y+\frac{41}{4}=0$.
D. $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+(y-3)^2=\frac{17}{2}$.

Câu 18: Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $A(-1;1)$, $B(3;1)$, $C(1;3)$.

A. $x^2+y^2-2x-2y-2=0$.
B. $x^2+y^2+2x-2y=0$.
C. $x^2+y^2-2x-2y+2=0$.
D. $x^2+y^2+2x+2y-2=0$.

Câu 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC nội tiêp trong đường tròn $(C):x^2+y^2=25$, điểm $K(2;1)$ thuộc đường thẳng AC. Hai đường cao BM và CN, phương trình đường thẳng $MN:4x-3y+10=0$ và điểm A có hoành độ âm. Phương trình đường tròn tâm O tiếp xúc với đường thẳng AC là

A. $x^2+y^2=\frac{\sqrt{10}}{2}$.
B. $x^2+y^2=\frac{10}{2}$.
C. $x^2+y^2=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
D. $x^2+y^2=\frac{5}{2}$.

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-4x+2y=0$ và điểm $M(1;1)$ thuộc đường tròn (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(1;1)$

A. $x+y-1=0$.
B. $x+2y+1=0$.
C. $x-2y-1=0$.
D. $x-2y+1=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm là $I(2;-1)$.

Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(1;1)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM}=(-1;2)$ nên ta có phương trình $-1(x-1)+2(y-1)=0 \Leftrightarrow x-2y+1=0$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2+y^2=4$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc là 2.

A. $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$.
B. $2x-y+2\sqrt{5}+4=0$; $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$.
C. $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$; $2x-y-2\sqrt{5}-4=0$.
D. $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$; $2x+y+2\sqrt{5}-4=0$.

Câu 22: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=8$.Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn. Biết tiếp tuyến qua điểm $N(5;-2)$.

A. $\Delta: x-5=0$.
B. $\Delta: x+y-3=0$ hoặc $\Delta: x-y-7=0$.
C. $\Delta: x-5=0$ hoặc $\Delta: x+y-3=0$.
D. $\Delta: y+2=0$ hoặc $\Delta: x-y-7=0$.

Câu 23: Trong hệ trục tọa độ Oxy, phương trình đường tròn (C) có tâm I có tọa độ nguyên nằm trên đường thẳng $3x+2y=0$, qua điểm $A(2;-5)$ và tiếp xúc với trục tung có phương trình là:

A. $(x+2)^2+(y-3)^2=4$.
B. $(x+4)^2+(y-6)^2=5$.
C. $(x-4)^2+(y+6)^2=5$.
D. $(x-2)^2+(y+3)^2=4$.

Câu 24: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-2y=0$ biết tiếp tuyến có hệ số góc $k=1$

A. $x+y-2=0, x+y+2=0$.
B. $x-y+2=0$, $x-y-2=0$.
C. $x-y+4=0$, $x-y-4=0$.
D. $x+y+4=0, x+y-4=0$.

Câu 25: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$

A. $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{85}{18}$.
B. $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2=\frac{170}{6}$.
C. $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2=\frac{85}{18}$.
D. $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{170}{6}$.

Câu 26: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $BC=2AB$, phương trình đường trung tuyến BM là $x+y-2=0$. Biết $ABC=120°$ và $A(3;1)$. Phương trình đường tròn tâm B đi qua A là

A. $x^2+(y-2)^2=2$.
B. $(x-2)^2+(y-2)^2=2$.
C. $x^2+y^2=2$.
D. $(x-2)^2+y^2=2$.

Câu 27: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2+(y+1)^2=4$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(2;1)$.

A. $2x+y-2=0$. **B.** $y+1=0$. **C.** $2x-y-3=0$. **D.** $y-1=0$.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-2x+4y-11=0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x-4y-31=0$.

A. $3x+4y-9=0$.
B. $3x-4y-31=0$ và $3x-4y-9=0$
C. $3x-4y+9=0$.
D. $3x-4y+9=0$ và $3x-4y-31=0$.

Câu 29: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(C): x^2+y^2-4x+8y-5=0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $3x-4y+5=0$ là

A. $4x+3y+29=0; 4x+3y-21=0$.
B. $4x+3y-25=0; 4x+3y+29=0$.
C. $\left[\begin{array}{l}3x+4y+15=0\\3x+4y-35=0\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}3x+4y+15=0\\3x+4y-35=0\end{array}\right.$.

Câu 30: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(C): x^2+y^2+4x-4y-1=0$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) đi qua điểm $M(0;-1)$ là

A. $y-1=0;-12x+5y+5=0$. **B.** $y+1=0;-12x+5y+5=0$.
C. $y-1=0;12x+5y+5=0$. **D.** $y+1=0;12x+5y+5=0$.

Câu 31: Phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+2y-4=0$ song song đường thẳng $\Delta: 3x+4y-17=0$ là

A. $3x+4y-13=0$. **B.** $3x+4y+13=0$. **C.** $4x-3y+13=0$. **D.** $4x-3y-13=0$.

Câu 32: Cho đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$, (C) cắt đường thẳng $\Delta: 3x+4y+13=0$ theo một dây cung có độ dài bằng 8. Phương trình của đường tròn (C) là

A. $x^2+y^2-2x+2y-30=0$. **B.** $x^2+y^2-2x-2y+30=0$.
C. $x^2+y^2-2x-2y-30=0$. **D.** $x^2+y^2+2x+2y-30=0$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-1;-1)$, $C(1;1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a;b)$. Tính $a-b$.

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 34: Cho đường thẳng $d: x-3y+5=0$, Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x+y=0$ và tiếp xúc với d tại điểm $A(1;2)$

A. $(x-3)^2+(y+6)^2=160$. **B.** $(x+3)^2+(y-6)^2=\frac{64}{5}$.
C. $(x-5)^2+(y+10)^2=160$. **D.** $(x-5)^2+(y+10)^2=16$.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) tâm I bán kính R. Từ điểm C nằm ngoài đường tròn kẻ 2 tiếp tuyến CM, CN sao cho M và N là các tiếp điểm. Đường thẳng IC cắt (C) tại K và H sao cho $CK < CH$. Biết khoảng cách từ K đến CM bằng $\sqrt{17}$ và MN có phương trình $x-4y+3=0$ và H, K lần lượt thuộc các đường thẳng $5x+y-1=0$, $2x-y-7=0$. Biết K có tung độ âm. Phương trình đường tròn (C) là

A. $x^2+y^2+2x-18y-71=0$. **B.** $x^2+y^2-2x+18y-71=0$.
C. $x^2+y^2+2x-18y+71=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-18y-71=0$.

Câu 36: Cho hình chữ nhật $ABCD$, qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại H. Gọi $E\left(\frac{17}{5};\frac{29}{5}\right)$; $F\left(\frac{17}{5};\frac{9}{5}\right)$; $G(1;5)$ lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng CH, BH, AD. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE có tâm $I(a;b)$. Tính $a+b$.

A. 0. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn tâm I có phương trình $(C): (x-2)^2+(y-1)^2=10$. Gọi Δ là một tiếp tuyến của (C). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $d(I,\Delta)=5$. **B.** $d(I,\Delta)=\sqrt{10}$. **C.** $d(I,\Delta)=10$. **D.** $d(I,\Delta)=\sqrt{5}$.

Câu 38: Cho đường tròn $(C):(x+3)^2+(y-2)^2=8$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(-1;4)$ là

A. $x+y+1=0$. **B.** $2x-2y-10=0$. **C.** $x-2y-9=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):(x+5)^2+(y-1)^2=20$ tại điểm $K(-1;-1)$?

A. $y=2x+1$. **B.** $y=-x-4$. **C.** $y=2x+11$. **D.** $y=5x+4$.

Câu 40: Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=25$. Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $M(-2;-2)$ là

A. $-3x-4y+14=0$. **B.** $-3x-4y+11=0$. **C.** $3x+4y+14=0$. **D.** $3x+4y+15=0$.

Câu 41: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):x^2+(y-2)^2=25$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d:4x-3y+31=0$.

A. $4x-3y+2=0$. **B.** $4x-3y+31=0$. **C.** $3x+4y+17=0$. **D.** $4x-3y-19=0$.

Câu 42: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):x^2+y^2=16$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d:x+y=0$.

A. $x-y+3\sqrt{2}=0, x-y-4\sqrt{2}=0$. **B.** $x+y+4\sqrt{2}=0, x+y-4\sqrt{2}=0$.

C. $x+y+4\sqrt{2}=0, x+y-3\sqrt{2=0}$. **D.** $x-y+4\sqrt{2}=0, x-y-4\sqrt{2}=0$.

Câu 43: Tiếp tuyến của đường tròn $(C):x^2+y^2-2x=0$ đi qua điểm $M(1;1)$ là

A. $y-1=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $2x-y-1=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Câu 44: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):x^2+y^2-6x+2y=0$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $x+3y+10=0$

A. $x+3y-5=0$. **B.** $3x-y=0$. **C.** $x+3y-10=0$. **D.** $x+3y+10=0$.

Câu 45: Trong mặt phẳng Oxy, cho (C): $x^2+y^2-2x-2y-2=0$ và $M(3;5)$. Lập phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm M.

A. $\Delta_1:-3x-4y+11=0$ và $\Delta_2:y=3$. **B.** $\Delta_1:3x+4y-11=0$ và $\Delta_2:y=-3$.

C. $\Delta_1:3x+4y+11=0$ và $\Delta_2:x=-3$. **D.** $\Delta_1:3x-4y+11=0$ và $\Delta_2:x=3$.

Câu 46: Trong mặt phẳng (Oxy), cho $(C):(x-2)^2+(y-1)^2=5$. Gọi phương trình tiếp tuyến của (C) cắt $Ox;Oy$ lần lượt tại $A;B$ sao cho $OA=2OB$ là $ax+by-9=0$, với $a;b$ là các số nguyên dương và ước chung lớn nhất của $a;b$ là 1. Tính $a+2b$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1

Câu 47: Trong mặt phẳng (Oxy), cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+1)^2=10$. Có thể lập được bao nhiêu phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến tạo với $\Delta:2x+y-4=0$ một góc bằng $45°$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 48: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hai đường tròn $(C_1):(x+2)^2+y^2=1$ và $(C_2):(x-2)^2+y^2=16$. Biết đường thẳng $d:ax+by-10=0$ là một tiếp tuyến chung của hai đường tròn (C_1) và (C_2). Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=12$. **B.** $S=16$. **C.** $S=20$. **D.** $S=24$

Câu 49: Một cửa hàng ăn nhanh đặt ở vị trí I trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là 1 km). Vùng ship đồ ăn của cửa hàng được mô tả bởi $(x-1)^2+(y-1)^2\le 100$. Địa điểm nào sau đây thuộc vùng ship đồ của cửa hàng?

A. $M(7;10)$. **B.** $N(-4;-8)$. **C.** $P(9;-6)$. **D.** $Q(-7;5)$.

Câu 50: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-8x+2y-8=0$ và $A(-1;0)$ Gọi T_1,T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ A đến (C). Phương trình đường thẳng T_1T_2 là

A. $5x-y+4=0$. **B.** $5x-y-4=0$. **C.** $10x-2y-17=0$. **D.** $10x-2y+1=0$.

Câu 51: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-2y=0$. Từ điểm $A(3;-2)$ có thể kẻ đến (C) hai tiếp tuyến phân biệt có phương trình là

A. $2x+y-8=0$ và $x-2y+1=0$. **B.** $a^2+b^2\ne 0$ $2x+y+8=0$ và $x-2y-1=0$

C. $2x-y+8=0$ và $x+2y-1=0$. **D.** $2x-y-8=0$ và $x+2y+1=0$.

Câu 52: Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+3)^2=10$ và đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$ biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A,B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\dfrac{19}{2}$. **B.** $\sqrt{38}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{19}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{38}}{2}$.

Câu 53: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2+4x-2y-8=0$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 2x-3y+2022=0$.

A. $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$. **B.** $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.

C. $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$. **D.** $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.

Câu 54: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-3)^2+(y-4)^2=25$ và đường thẳng $d: 4x-3y-1=0$. Đường thẳng Δ vuông góc với d và tiếp xúc với đường tròn (C) có phương trình là

A. $3x+4y=0, 3x+4y+50=0$. **B.** $3x-4y=0, 3x-4y+50=0$.

C. $4x-3y=0, 4x-3y+50=0$. **D.** $3x+4y=0, 3x+4y-50=0$.

Câu 55: Trong mặt phẳng Oxy, cho $(C):$ $x^2+y^2-2x-2y-2=0$ và $M(3;5)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm M là

A. $\Delta_1: -3x-4y+11=0$ và $\Delta_2: y=3$. **B.** $\Delta_1: 3x+4y-11=0$ và $\Delta_2: y=-3$.

C. $\Delta_1: 3x+4y+11=0$ và $\Delta_2: x=-3$. **D.** $\Delta_1: 3x-4y+11=0$ và $\Delta_2: x=3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình tổng quát là: $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$

b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(1;2)$

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính $R=\sqrt{5}$

d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=\sqrt{5}$?

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d): 3x+4y-2=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm $I(1;1)$ đến đường thẳng $(d): 3x+4y-2=0$ bằng 1

b) Đường tròn tâm $I(1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d): 3x+4y-2=0$ có phương trình chính tắc là $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

c) Đường tròn tâm $I(1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d): 3x+4y-2=0$ có phương trình tổng quát là $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

d) Đường thẳng đi qua điểm $I(1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $(d): 3x+4y-2=0$ có phương trình tổng quát là $3x+4y-7=0$

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ và cắt đường thẳng $\Delta: 3x+4y-6=0$ tại hai điểm A, B sao cho $AB=4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng Δ bằng 2.

b) Bán kính đường tròn bằng $\sqrt{5}$.

c) Phương trình đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$.

d) Điểm $M(3;1)$ nằm trong đường tròn (C).

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ và cắt đường thẳng $\Delta: 3x+4y-6=0$ tại hai điểm A, B sao cho $S_{IAB}=4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng Δ bằng 1.

b) Bán kính đường tròn (C) nhỏ hơn 4.

c) Phương trình đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+12=0$.

d) Điểm O nằm trên đường tròn (C).

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;-4), B(-2;0)$ và đường thẳng $d: 2x-4y+1=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm A, B cách đều đường thẳng d.

b) Tọa độ tâm của đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là $I\left(1;\frac{3}{4}\right)$.

c) Phương trình đường tròn (C) đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng *d* là

$$4x^2+4y^2-60x-32y-136=0$$

d) Giá trị nhỏ nhất của OM với M là điểm chuyển động trên đường tròn là $\dfrac{5\sqrt{17}-17}{2}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng *Oxy,* cho đường tròn $(C):(x+2)^2+(y-1)^2=9$ và hai điểm $A(-4;3),B(2;-1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm A nằm trên đường tròn (C).

b) Điểm B nằm ngoài đường tròn (C).

c) Phương trình đường thẳng d đi qua điểm A sao cho khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng d là lớn nhất là $x-y-1=0$

d) Giá trị lớn nhất của BM với M là điểm chuyển động trên đường tròn là $2\sqrt{5}+3$.

Câu 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ và đường thẳng d: $4x-3y+5=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng d và đường tròn (C) tiếp xúc

b) Đường thẳng d cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài bằng 1.

c) Đường thẳng song song với d và tiếp xúc với đường tròn (C) có phương trình:

$$d:\ 4x-3y-10=0.$$

d) Khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc đường tròn (C) đến đường thẳng d là bằng 10.

Câu 8: Cho đường tròn $(C):x^2+(y-1)^2=5$. Gọi Δ là phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(1;-1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Δ cách tâm của đường tròn (C) một khoảng bằng 5.

b) Δ có hệ số góc $k=\dfrac{1}{2}$.

c) Δ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{9}{4}$

d) Δ cắt đường tròn $(C'):(x+2)^2+y^2=9$ theo dây cung có độ dài bằng 4

Câu 9: Cho đường tròn $(C):x^2+(y+1)^2=5$ và đường thẳng $\Delta:x+2y-3=0$. Gọi $d:ax+by+c=0$ là đường thẳng song song với Δ và là tiếp tuyến của (C). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) d có hệ số góc $k=2$.

b) $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{7}$.

c) Khoảng cách giữa d và Δ bằng 10.

d) d cắt đường tròn $(C'):(x-2)^2+(y+2)^2=6$ tại 2 điểm A,B. Diện tích $\Delta I'AB$ bằng $\sqrt{5}$ (với I' là tâm của đường tròn (C')).

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=25$ và đường thẳng $(d):4x-3y+2=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C).

b) Khoảng cách giữa hai tiếp tuyến của đường tròn (C) vuông góc với đường thẳng d bằng 10

c) Đường thẳng $m:3x+4y+14=0$ là tiếp tuyến của đường tròn (C) vuông góc với đường thẳng d.

d) Tiếp tuyến của đường tròn (C) vuông góc với đường thẳng d đi qua điểm $A(0;9)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$. Tính giá trị $a+b+c$.

Câu 2: Phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0),B(0;2)$ và có tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $d:x+y=0$. Khi đó giá trị của biểu thức $2a+5b$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm bán kính của phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K,M,N lần lượt là trung điểm của AH,AB,AC. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ Tính giá trị $a+b+R$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy,cho tam giác ABC có trực tâm O. Gọi M là trung điểm của BC; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là $(T):(x-1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=25$. Tính giá trị của $3a+4b$

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Tọa độ điểm $M(x_0;y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T=x_0+y_0$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị $S=2x_0+3y_0$

----------------HẾT----------------

Dạng 3: Vị trí tương đối của đường tròn

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường tròn

Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn (C): Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính IM

- Nếu $IM < R$ suy ra M nằm trong đường tròn
- Nếu $IM = R$ suy ra M thuộc đường tròn
- Nếu $IM > R$ suy ra M nằm ngoài đường tròn

Vị trí tương đối giữa đường thẳng Δ và đường tròn (C): Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính $d(I;\Delta)$

- Nếu $d(I;\Delta) < R$ suy ra Δ cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt
- Nếu $d(I;\Delta) = R$ suy ra Δ tiếp xúc với đường tròn
- Nếu $d(I;\Delta) > R$ suy ra Δ không cắt đường tròn

Vị trí tương đối giữa đường tròn (C) và đường tròn (C'): Xác định tâm I, bán kính R của đường tròn (C) và tâm I', bán kính R' của đường tròn (C') và tính II', $R+R', |R-R'|$

- Nếu $II' > R + R'$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và ở ngoài nhau
- Nếu $II' = R + R'$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau
- Nếu $II' < |R - R'|$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và lồng vào nhau
- Nếu $II' = |R - R'|$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau
- Nếu $|R - R'| < II' < R + R'$ suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Nếu biết tiếp điểm là $M(x_0;y_0)$ thì tiếp tuyến đó đi qua M và nhận vectơ $\overrightarrow{IM} = (x_0 - a; y_0 - b)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$

Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện: Đường thẳng Δ tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I;\Delta) = R$ để xác định tiếp tuyến.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

a) Chứng minh điểm $M(2;1)$ nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối giữa Δ và (C)

c) Viết phương trình đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất.

Bài tập 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn có phương trình $(C): x^2+y^2-2x-6y-15=0$ và $(C'): x^2+y^2-6x-2y-3=0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B

c) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B và O

Bài tập 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-4=0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x+my+1-\sqrt{2}=0$

a) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B

b) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và điểm hai điểm $A(1;-1)$; $B(1;3)$

a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ B.

Bài tập 5: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+4y-1=0$ trong các trường hợp sau:

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x+3y+4=0$

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc $45°$

Bài tập 6: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau: $(C_1): x^2+y^2-4y-5=0$ và $(C_2): x^2+y^2-6x+8y+16=0$

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2+6x-2y+5=0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Khi đó hãy viết phương trình của đường thẳng d.

Bài tập 8: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+6y+6=0$ và đường thẳng $d: 4x-3y+5=0$. Viết phương trình đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{3}$.

Bài tập 9: Cho đường tròn $(C): (x-2)^2+(y-2)^2=9$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(-5;1)$.

Bài tập 10: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-6x+2y+5=0$ và đường thẳng $d: 2x+(m-2)y-m-7=0$ .Với giá trị nào của m thì là tiếp tuyến của (C)?

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-3)^2=4$ và đường thẳng $d:3x-4y+5=0$. Phương trình của đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất là

A. $4x+3y+13=0$. **B.** $3x-4y+25=0$. **C.** $3x-4y+15=0$. **D.** $4x+3y+20=0$.

Câu 2: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$

A. $(3;3)$ và $(-1;1)$. **B.** $(-1;1)$ và $(3;-3)$. **C.** $(3;3)$ và $(1;1)$. **D.** $(2;1)$ và $(2;-1)$.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-6y+5=0$. Đường thẳng d đi qua $A(3;2)$ và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất có phương trình là

A. $2x-y+2=0$. **B.** $x+y-1=0$. **C.** $x-y-1=0$. **D.** $x-y+1=0$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+6y-3=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(I) Điểm $A(1;1)$ nằm ngoài (C).

(II) Điểm $O(0;0)$ nằm trong (C).

(III) (C) cắt trục tung tại hai điểm phân biệt.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III). **D.** Cả (I), (II) và (III).

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+6x-2y+5=0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của đường thẳng d là

A. $x-y+6=0$. **B.** $7x-3y+34=0$. **C.** $7x-3y+30=0$. **D.** $7x-y+35=0$.

Câu 6: Đường tròn $x^2+y^2-2x-2y-23=0$ cắt đường thẳng $x+y-2=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 7: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4=0$ và $(C_2): x^2+y^2-4x-4y+4=0$

A. $(\sqrt{2};\sqrt{2})$ và $((\sqrt{2};-\sqrt{2})$. **B.** $(0;2)$ và $(0;-2)$.

C. $(2;0)$ và $(0;2)$. **D.** $(2;0)$ và $(-2;0)$.

Câu 8: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2):(x+10)^2+(y-16)^2=1$.

A. Cắt nhau. **B.** Không cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Câu 9: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2+y^2-9=0$.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$ và $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=15$ và $m=-15$.

Câu 10: Một đường tròn có tâm $I(1;3)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x+4y=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{5}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 15.

Câu 11: Đường tròn $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ cắt đường thẳng $x+y-a-b=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $2R$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}$. ***D.*** R.

Câu 12: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x=0$ và $(C_2): x^2+y^2+8y=0$.

A. Tiếp xúc trong. **B.** Không cắt nhau. **C.** Cắt nhau. **D.** Tiếp xúc ngoài.

Câu 13: Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$ tại điểm H có tọa độ là

A. $\left(-\frac{1}{5};-\frac{7}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{5};-\frac{7}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Câu 14: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2): (x-3)^2+(y-4)^2=25$.

A. Không cắt nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Câu 15: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-6y+5=0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $D: x+2y-15=0$ là

A. $x+2y=0$ và $x+2y-10=0$. **B.** $x-2y=0$ và $x+2y+10=0$.

C. $x+2y-1=0$ và $x+2y-3=0$. **D.** $x-2y-1=0$ và $x-2y-3=0$.

Câu 16: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-23=9$ và điểm $M(8;-3)$. Độ dài đoạn tiếp tuyến của (C) xuất phát từ M là:

A. 10. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 17: Nếu đường tròn $(C): (x-1)^2+(y-3)^2=R^2$ tiếp xúc với đường thẳng $d: 5x+12y-60=0$ thì giá trị của R là:

A. $R=2\sqrt{2}$. **B.** $R=\frac{19}{13}$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=\sqrt{2}$.

Câu 18: Cho đường tròn $(T): x^2+y^2+2x-4y-20=0$ và điểm $A(5;-6)$. Gọi B, C lần lượt là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ điểm A đến đường tròn (T). Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

A. $(x-2)^2+(y+2)^2=\frac{25}{4}$. **B.** $(x-2)^2+(y-2)^2=\frac{25}{4}$

C. $(x+2)^2+(y+2)^2=\frac{25}{4}$. **D.** $(x+2)^2+(y-2)^2=\frac{25}{4}$

Câu 19: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2+(y+3)^2=10$ và đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$ biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\frac{19}{2}$. **B.** $\sqrt{38}$. **C.** $\frac{\sqrt{19}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{38}}{2}$.

Câu 20: Một cành cây dài 4 m, rẽ nhánh tại điểm cao 7 m trên thân cây mọc thẳng đứng so với mặt đất. Cành cây này có nguy cơ gãy tại gục A (giả sử khi gãy sẽ rơi theo một cung tròn) tại điểm rẽ nhành tại thân cây trong mùa mưa bão. Hỏi các công trình xây theo phương thẳng đứng cao 3,7m nằm theo hướng gãy của cành cây, phải cách thân cây ít nhất bao nhiêu để được an toàn?

A. $4\,\text{m}$. **B.** $6,17$ m. **C.** 7 m. **D.** $2,26$ m.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $(C):(x-1)^2+y^2=10$; và điểm $A(4;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm $A\in(C)$.

b) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{10}$.

c) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4;1)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;1)$

d) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4;1)$ đi qua điểm $N(4;3)$.

Câu 2: Cho đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $d(I,\Delta)=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$

b) Đường kính của đường tròn có độ dài bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

c) Phương trình đường tròn là $(x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{4}{5}$

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Câu 3: Đường tròn (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tâm của (C) có dạng $I(R;-R)$, R là bán kính đường tròn (C)

b) $R^2=(R-2)^2+(R-1)^2$

c) Có 2 đường tròn thỏa mãn

d) Tổng bán kính các đường tròn thỏa mãn bằng 5

Câu 4: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3), B(-1;1)$ có tâm thuộc $\Delta: x-3y-11=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tâm của đường tròn (C) là $I\left(7;-\dfrac{4}{3}\right)$

b) Đường kính của đường tròn (C) bằng 65

c) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

d) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(0;2)$

Câu 5: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2), B(3;4)$ và tiếp xúc $\Delta: 3x+y-3=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $IB = d(I,\Delta)$

b) Tổng đường kính của các đường tròn (C) bằng: $2\sqrt{10}$

c) Có hai đường tròn (C) thỏa mãn

d) Điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

Câu 6: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và hai điểm $A(1;-1), B(1;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm A thuộc đường tròn

b) Điểm B nằm trong đường tròn

c) $x=1$ phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A

d) Qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là: $x=1$; $3x+4y-12=0$

Câu 7: Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(2;0), B(0;-3), C(5;-3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{26}$

b) Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng $-\dfrac{5}{2}$

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$

d) Gọi I là tâm của đường tròn (C) khi đó độ dài đoạn $IO = 5\sqrt{2}$

Câu 8: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(-2;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y-15=0$ tại $B(1;-3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng 10

b) Tâm của đường tròn (C) có tung độ bằng -2

c) Khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến đường thẳng Δ bằng 4

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $I(-2;3)$ và điểm $M(2;5)$ và hai đường thẳng $d: 12x-5y+13=0$ và $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường tròn tâm I và đi qua M có bán kính $R=2\sqrt{5}$.

b) Đường tròn tâm I và đi qua M có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2=10$.

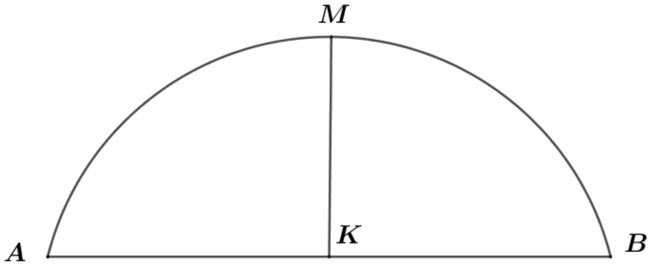
c) Đường tròn tâm I và tiếp xúc đường thẳng d có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2=4$.

d) Phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases}$ và đi qua hai điểm I và M là: $(x+4)^2+(y-4)^2=85$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ .Phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A;B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất có dạng $(d): ax+by+c=0$ Tính $a+b+c$.

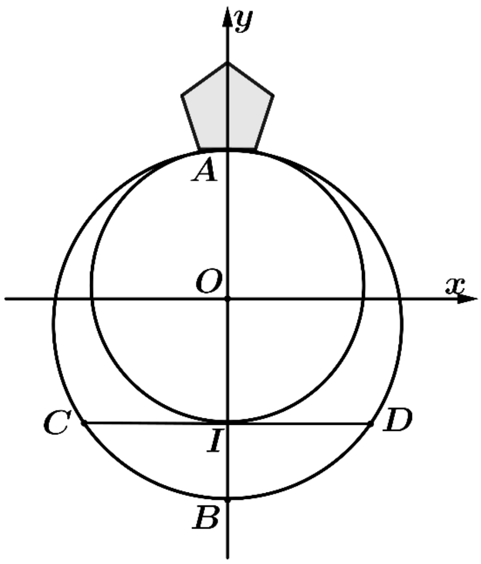
Câu 2: Một chiếc cầu được thiết kế dưới dạng 1 cung tròn (Hình vẽ)



Biết độ dài $AB=60\text{m}$, chiều cao $MK=3\text{m}$. Tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB

(Biết MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB)

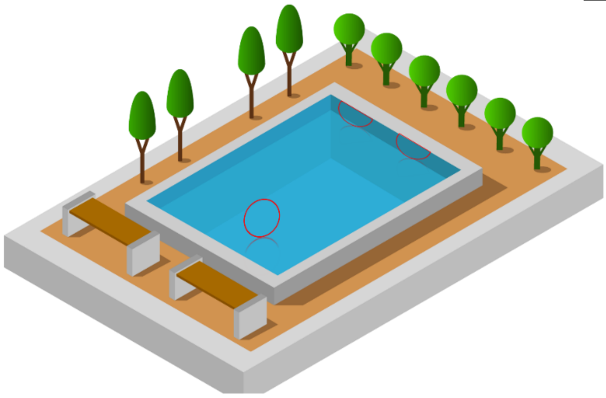
Câu 3: Giả sử có chiếc nhẫn đường kính 20mm. Người thợ muốn sửa thành chiếc nhẫn vừa với ngón tay đường kính 16mm thì người thợ tính độ dài dây cung CD để cắt chiếc nhẫn ở hai điểm C và D rồi hàn lại (hình vẽ). Tính độ dài CD.



Câu 4: Có hai hòn đảo xem như hình tròn là (C) có tâm ở vị trí $I(3;4)$, bán kính $R=7\text{km}$ và (C') có tâm ở vị trí $J(15;9)$, bán kính $R'=5\text{km}$. Người ta dự định xây một cây cầu nối hai hòn đảo. Tính độ dài ngắn nhất của cây cầu?

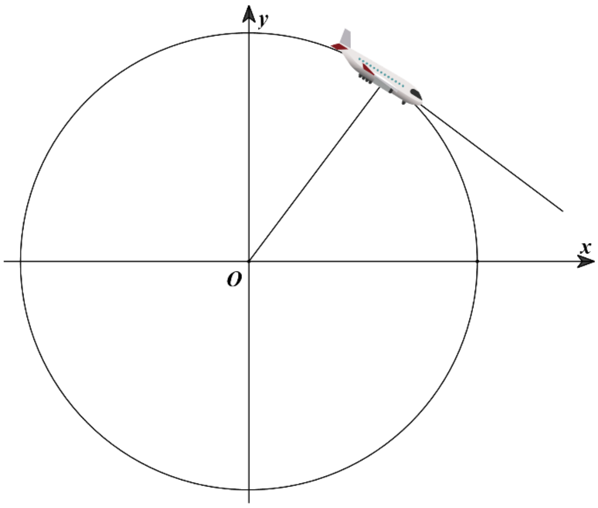
Câu 5: Là một trong bảy kì quan thế giới, ngọn hải đăng Alexandria sừng sững nghìn năm chiếu ánh sáng dẫn đường cho nhiều con tàu cập bến Ai Cập an toàn. Ngọn hải đăng này ở tọa độ $(3;4)$, một trong các điểm được nó chiếu sáng xa nhất có tọa độ $(23;4)$. Tìm bán kính đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà ánh sáng từ ngọn hải đăng chiếu tới.

Câu 6: Bên trong một hồ bơi, người ta dự định thiết kế hai bể sục nửa hình tròn bán kính bằng nhau và một bể sục hình tròn (tham khảo hình vẽ) để người bơi có thể tựa lưng vào thành các bể sục thư giãn.



Biết tổng chu vi của ba bể là 32m. Tổng diện tích ba bể sục là nhỏ nhất khi bán kính mỗi bể sục lần lượt bằng a (m) và b (m) (trong tính toán lấy $\pi = 3{,}14$, độ dài tính theo mét và làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai). Tính $a+b$.

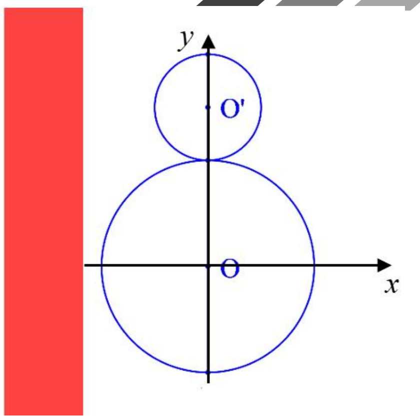
Câu 7: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, một vật chuyển động nhanh trên đường tròn có phương trình $x^2+y^2=25$. Khi tới vị trí $M(3;4)$ thì vật bị văng khỏi quỹ đạo tròn và ngay sau đó, một khoảng thời gian ngắn bay theo hướng tiếp tuyến của đường tròn (tham khảo hình vẽ).



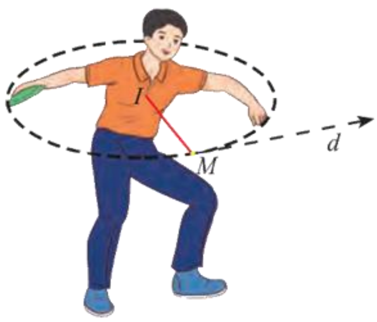
Hỏi trong khoảng thời gian ngắn ngay sau khi văng, vật chuyển động trên đường thẳng có phương trình $ax+4y+c=0$. Tính giá trị biểu thức $a+c$.

Câu 8: Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm $t\left(0\le t\le 180\right)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $\left(3+\sin t°;5+\cos t°\right)$. Kết thúc quá trình chuyển động thì vật bị văng khỏi quỹ đạo tròn chuyển động và ngay sau đó, trong một khoảng thời gian ngắn bay theo hướng tiếp tuyến của đường tròn quỹ đạo. Trong khoảng thời gian ngắn ngay sau khi văng, vật chuyển động trên đường thẳng $y=a$. Tìm a?

Câu 9: Ở các nước xứ lạnh, vào mùa Đông thường có tuyết rơi dày đặc khắp các con đường, trẻ em tại đây rất thích đắp hình dạng của người tuyết. Có thể xem phần thân dưới và thân trên của người tuyết là hai hình cầu tiếp xúc nhau. Vào ba đêm ta dùng một chiếc đèn pin soi vuông góc với người tuyết thì được hình ảnh là hai hình tròn tiếp xúc nhau như hình vẽ. Tính tổng bán kính phương trình đường tròn lớn và đường tròn nhỏ biết kích thước của hai viên tuyết cần đắp để được một người tuyết cao 1,8m có đường kính của hần thân dưới phải gấp đôi đường kính của phần thân trên người tuyết (theo đơn vị cm).

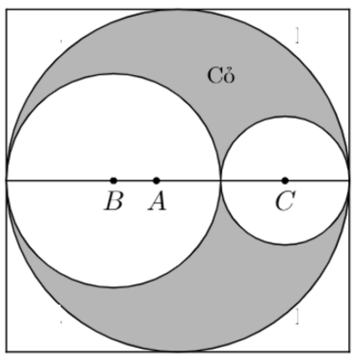


Câu 10: Trong thể thao, một vận động ném đĩa đã vung đĩa theo một đường tròn (C) có phương trình là $(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{169}{144}$. Khi đó, người đó vung đĩa đến vị trí điểm $M\left(\frac{17}{12};2\right)$ thì buông đĩa. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm M có dạng $(d): ax+by+c=0$. Tính giá trị của $\frac{a}{60}+\frac{b}{144}+\frac{c}{373}$



Câu 11: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I(0;-4)$, phương trình cạnh AB là $x-2y+2=0$ và $AB=2AD$. Biết rằng đỉnh A có tung độ dương. Khi đó, phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC có tâm là $(m;n)$ và bán kính r. Giá trị $T=m+n+r$ là bao nhiêu? (kết quả lấy đến 1 chữ số có nghĩa).

Câu 12: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh $10\,\text{m}$ như hình vẽ. Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng (làm tròn đến hàng nghìn)?

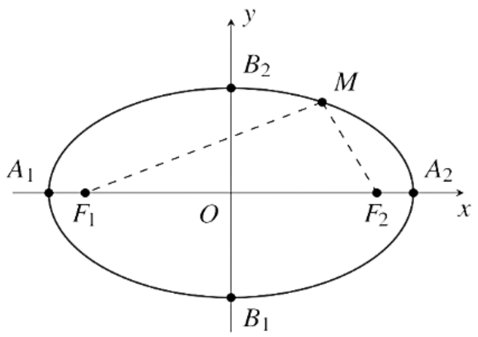


----------------**HẾT**----------------

BÀI 03 BA ĐƯỜNG CÔNIC

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Elip



Định nghĩa: Cho hai điểm cố định và phân biệt F_1, F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$. Cho số thực a lớn hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ được gọi là đường elip . Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của elip đó.

Phương trình đường Elip: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, elip có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đọan thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$ (1)

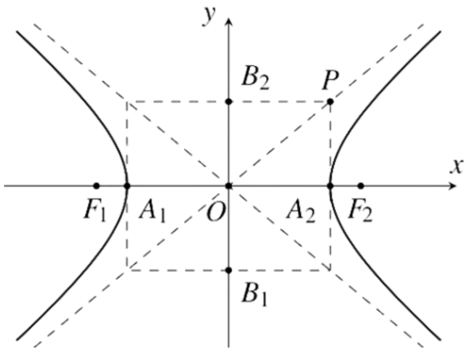
Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (1) đều là phương trình của elip có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2 - b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2 - b^2};0\right)$, tiêu cự $2c = 2\sqrt{a^2 - b^2}$ và tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip đó tới hai tiêu điểm bằng $2a$.

Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của elip tương ứng.

Tính chất: Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Trục đối xứng Ox, Oy
- Tâm đối xứng O.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- Nội tiếp trong hình chữ nhật cơ sở có kích thước là $2a$ và $2b$.
- Tâm sai $e = \frac{c}{a} < 1$.
- Hai đường chuẩn $x = \frac{a}{e}$ và $x = -\frac{a}{e}$.

2 Hypebol



Định nghĩa: Trên mặt phẳng, nếu hai thiết bị đặt tại các vị trí F_1, F_2 nhận được một tín hiệu âm thanh cùng lúc thì vị trí phát ra tín hiệu cách đều hai điểm F_1, F_2, và do đó nó nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2.

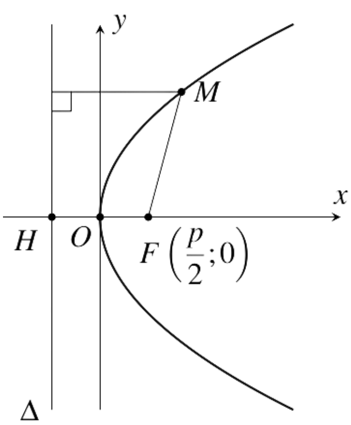
Cho hai điểm phân biệt cố định F_1, F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c$. Cho số thực dương a nhỏ hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ được gọi là đường hypebol . Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của hypebol đó.

Phương trình của Hypebol: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hypebol có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\ (2)$ với $a, b > 0$

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (2) đều là phương trình của hypebol có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, tiêu cự $2x = 2\sqrt{a^2+b^2}$ và giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2a$.

Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của hypebol tương ứng.

3 Parabol



Định nghĩa: Cho một điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F. Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ được gọi là đường parabol . Điểm F được gọi là tiêu điểm, Δ được gọi là đường chuẩn, khoảng cách từ F đến Δ được gọi là tham số tiêu của parabol đó.

Xét (P) là một parabol với tiêu điểm F, đường chuẩn Δ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên đường thẳng Δ. Khi đó, trong hệ trục tọa độ Oxy với gốc O là trung điểm của HF, tia Ox trùng với tia OF thì parabol (P) có phương trình: $y^2 = 2px$ (3)

Phương trình (3) được gọi là phương trình chính tắc của parabol (P).

Ngược lại, mỗi phương trình dạng (3), với $p > 0$, là phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta : x = -\frac{p}{2}$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định các yếu tố của Elip

Phương pháp: Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$.

- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$.
- Độ dài trục bé $2b$.
- Tiêu cự $2c$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Bài tập 2: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E):4x^2+25y^2=100$.

Bài tập 3: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E):4x^2+9y^2=1$.

Bài tập 4: Tìm tâm sai của Elip biết:

a) Mỗi tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc $60°$.

b) Đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc $60°$.

c) Khoảng cách giữa hai đỉnh trên hai trục bằng hai lần tiêu cự

Bài tập 5: Cho $(E):16x^2+25y^2=100$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ bằng 2. Tính tổng khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của (E)

Bài tập 6: Cho $9x^2+25y^2=225$. Tính diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là

Bài tập 7: Trong hệ trục tọa độ (Oxy), cho elip $(E):\frac{4x^2}{25}+\frac{4y^2}{9}=1$. Tính độ dài tiêu cự của (E)

Bài tập 8: Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $\Delta: x=-4$ cắt elip (E) tại hai điểm M, N. Tính độ dài đoạn thẳng MN?

Bài tập 9: Một elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a>b>0$. Biết (E) đi qua điểm $A(2;\sqrt{2})$ và $B(2\sqrt{2};0)$. Tính độ dài trục bé của Elip

Bài tập 10: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$ và điểm M thuộc (E). Biết chu vi tam giác MF_1F_2 bằng 18. Tính tâm sai của (E).

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip $(E): \dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$?

A. $F_{1,2}=(0;\pm 1)$. **B.** $F_{1,2}=(\pm 1;0)$. **C.** $F_{1,2}=(\pm 3;0)$. **D.** $F_{1,2}=(1;\pm 2)$.

Câu 2: Cho Elip $(E): 4x^2+9y^2=36$. Mệnh đề nào ***sai*** trong các mệnh đề sau:

A. (E) có tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** (E) có trục lớn bằng 6.

C. (E) có trục nhỏ bằng 4. **D.** (E) có tiêu cự $\sqrt{5}$.

Câu 3: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $4x^2+8y^2=32$. **B.** $\dfrac{x^2}{\frac{1}{5}}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{16}=-1$. **D.** $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

Câu 4: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $x^2-y^2=2$. **B.** $x^2+y^2=2$. **C.** $x^2+2y^2=2$. **D.** $x^2=2y^2$.

Câu 5: Trong mặt phẳng (Oxy), cho elip (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Tìm tiêu cự của (E).

A. $F_1F_2=12$ **B.** $F_1F_2=8$ **C.** $F_1F_2=2\sqrt{5}$ **D.** $F_1F_2=4\sqrt{5}$

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, tìm tiêu cự của elip $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

A. 3 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 5

Câu 7: Tìm các tiêu điểm của Elip $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$

A. $F_1(3;0)$; $F_2(0;-3)$. **B.** $F_1(\sqrt{8};0)$; $F_2(0;-\sqrt{8})$.

C. $F_1(-3;0)$; $F_2(0;-3)$. **D.** $F_1(-\sqrt{8};0)$; $F_2(\sqrt{8};0)$.

Câu 8: Elip $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 25. **B.** 50. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 9: Cho elip $(E): \dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 10: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và đi qua điểm $A(2;-2)$ là

A. $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$

Câu 11: Phương trình chính tắc của (E) nhận điểm $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là

A. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{3}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

Câu 12: Phương trình chính tắc của (E) có khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng $\frac{50}{3}$ và tiêu cự bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{89}+\frac{y^2}{64}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường elip $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. M là điểm thuộc (E). Tính MF_1+MF_2.

A. 5 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 2

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy cho elip $(E): x^2+3y^2=6$. Giá trị nào sau đây là tiêu cự của elip?

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Câu 15: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$. **B.** (E) có tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$.

C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$. **D.** (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. (E) có tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $F_1(0;-\sqrt{5}), F_2(0;\sqrt{5})$ là các tiêu điểm của (E).

C. Độ dài trục lớn là 9.

D. Các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(0;3)$ và $A_2(0;-3)$.

Câu 17: Cho Elip có phương trình $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. Một tiêu điểm của Elip có tọa độ là:

A. $A(\sqrt{3};0)$. **B.** $B(0;\sqrt{3})$. **C.** $C(\sqrt{5};0)$. **D.** $D(0;\sqrt{5})$.

Câu 18: Diện tích của tứ giác tạo nên bởi các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4}+y^2=1$ là

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 19: Trong hệ tọa độ (Oxy), cho elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Bán kính qua tiêu của (E) đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. 0 **B.** 1 **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** 2

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Điểm nào dưới đây là một tiêu điểm của elip?

A. $F_1(16;0)$. **B.** $F_1(-4;0)$. **C.** $F_1(0;-4)$. **D.** $F_1(5;0)$.

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{16}=1$. Độ dài trục nhỏ của đường elip bằng

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$. Tiêu cự của elip bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** $2\sqrt{21}$. **D.** 4.

Câu 23: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, elip (E): $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ có tâm sai bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 24: Trong hệ trục toạ độ Oxy, elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$ có tiêu cự bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** $\frac{9}{16}$. **D.** $\frac{6}{7}$.

Câu 25: Trong hệ trục toạ độ Oxy, cho elip (E) có phương trình $9x^2+25y^2=225$. Lúc đó hình chữ nhật cơ sở của elip (E) có diện tích bằng

A. 15. **B.** 40. **C.** 60. **D.** 30.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Elip có tiêu cự bằng 8.

b) Elip có tiêu điểm $F_1(-4;0)$.

c) Điểm $A(5;3)$ thuộc đường elip.

d) $MF_1+MF_2=12$, với M là một điểm thuộc đường elip.

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ, cho đường conic có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{25}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

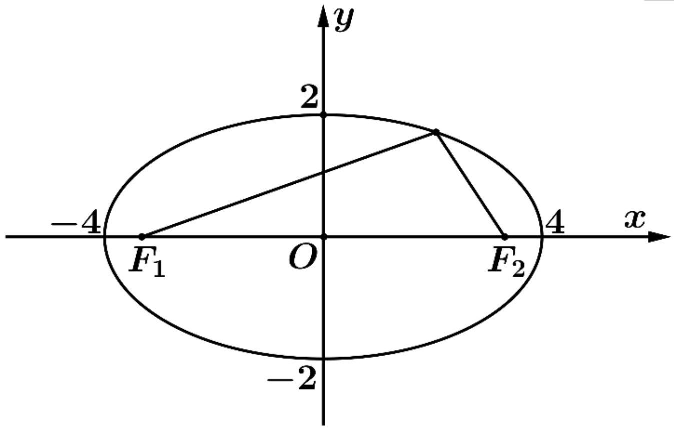
a) Đường conic đã cho là một elip có tiêu điểm nằm trên trục hoành.

b) Đường conic đã cho có tiêu cự bằng $4\sqrt{14}$.

c) Đường conic đã cho có tiêu điểm $F_1\left(0;-2\sqrt{14}\right)$.

d) Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng 18.

Câu 3: Trong mặt phẳng toạ độ, cho elip như hình vẽ.



a) Phương trình elip của hình trên có dạng $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

b) Elip đã cho có tiêu cự là 12.

c) Một tiêu điểm của elip đã cho là $F_1\left(-2\sqrt{3};0\right)$.

d) Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng 4.

Câu 4: Trong mặt phẳng toạ độ, cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{100}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc elip có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ thì $a=144;b=100$.

b) Elip đã cho có tiêu cự là $4\sqrt{11}$.

c) Tiêu điểm của elip đã cho là $F_1\left(0;-2\sqrt{11}\right)$.

d) Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng 144.

Câu 5: Trong mặt phẳng toạ độ, cho đường conic có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{121}+\frac{y^2}{25}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

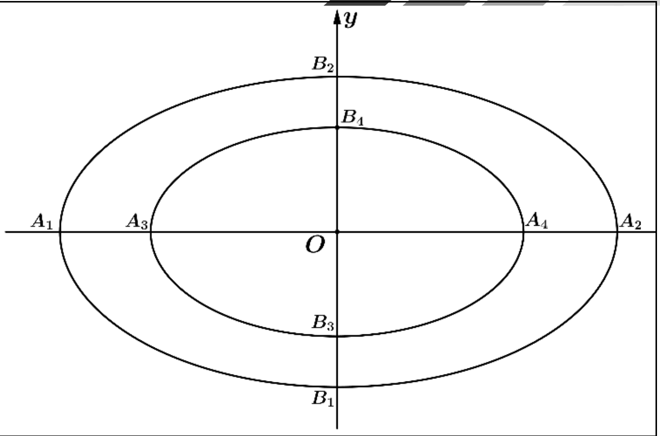
a) Đường conic đã cho là 1 elip có tiêu cự bằng 22.

b) Đường conic đã cho là một elip có tiêu điểm nằm trên trục tung.

c) Đường conic đã cho có một tiêu điểm $F_1\left(-4\sqrt{6};0\right)$.

d) Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng 22.

Câu 6: Câu lạc bộ bóng đá AS ROMA dự định xây dựng SVĐ mới có tên là Stadio Della Roma để làm sân nhà của đội bóng thay thế cho sân bóng Olimpico. Hệ thống mái của SVĐ Stadio Della Roma dự định được xây dựng có dạng hai hình elip như hình 1 và được biểu diễn trên hệ trục tọa độ như hình 2 với hình elip lớn bên ngoài có độ dài đoạn $A_1A_2=146$ mét, đoạn $B_1B_2=108$ mét, hình elip nhỏ bên trong có độ dài đoạn $A_3A_4=110$ mét và $B_3B_4=72$ mét. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

	
Hình 1	Hình 2

a) Đường elip lớn trong hình 2 có phương trình chính tắc: $\dfrac{x^2}{5329}+\dfrac{y^2}{2916}=1$.

b) Phương trình $1296x^2+3025y^2=3920400$ là phương trình của đường elip nhỏ trong hình 1.

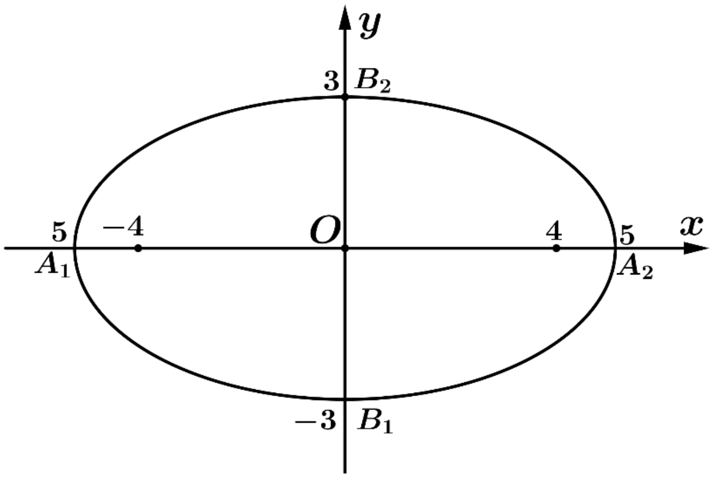
c) Đường elip lớn trong hình 2 đã cho có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{2413};0\right)$.

d) Đường elip trong nhỏ hình 2 có tiêu cự 1729.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

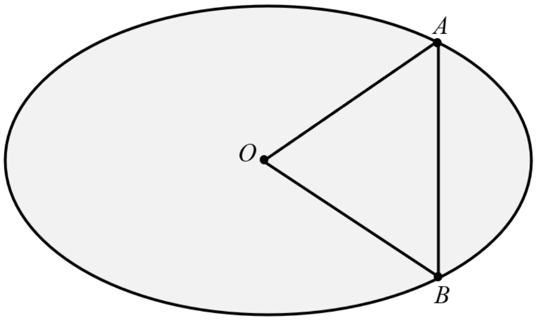
Câu 1: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{7};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{7};0\right)$ và điểm $M\left(-\sqrt{7};\dfrac{9}{4}\right)$ thuộc (E). Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Tính NF_1+MF_2

Câu 2: Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài các trục là $A_1A_2=10$; $B_1B_2=6$. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) như hình vẽ;



Xét các điểm M,N cùng thuộc đoạn A_1A_2 của elip và đều cách O một khoảng bằng 4 m về hai phía của O. Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng 10 m.

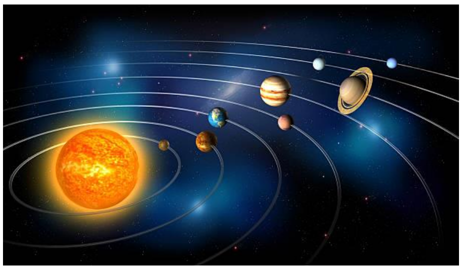
Câu 3: Gia chủ có một miếng đất có hình Elip với độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{6}$ m, độ dài trục nhỏ bằng 2 m. Gia chủ muốn trồng hoa thành hình tam giác cân OAB (tham khảo hình vẽ) với điểm O là tâm của Elip và các điểm A và B thuộc đường Elip nói trên. Diện tích trồng hoa lớn nhất bằng bao nhiêu?



Câu 4: Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 60 m và 30 m. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S = \pi ab$ trong đó a, b lần lượt là đọ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.

Câu 5: Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một đường elip với tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ của quỹ đạo lần lượt là 768800 km và 767640 km. Tìm khoảng cách lớn nhất và bé nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng.

Câu 6: Các hành tinh và các sao chổi khi chuyển động xung quanh mặt trời có quỹ đạo là một đường elip trong đó tâm mặt trời là một tiêu điểm. Điểm gần mặt trời nhất gọi là điểm cận nhật, điểm xa mặt trời nhất gọi là điểm viễn nhật. Trái đất chuyển động xung quanh mặt trời theo quỹ đạo là một đường elip có độ dài nửa trục lớn bằng $93.000.000$ dặm. Tỉ số khoảng cách giữa điểm cận nhật và điểm viễn nhật đến mặt trời là $\frac{59}{61}$. Tính khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật.



----------------HẾT----------------

Dạng 2: Phương trình đường Elip

Phương pháp: Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$.

- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$.
- Độ dài trục bé $2b$.
- Tiêu cự $2c$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$.

b) Elip nhận $F_2(5;0)$ là một tiêu điểm và có độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.

d) Elip đi qua hai điểm $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$.

Bài tập 2: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có tổng độ dài hai trục bằng 8 và tâm sai $e=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

b) Elip có tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20.

c) Elip có tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng $12\sqrt{5}$.

Bài tập 3: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(-\sqrt{5};2\right)$ và khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 10.

b) Elip có tâm sai $e=\frac{3}{5}$ và khoảng cách từ tâm đối xứng của nó đến một đường chuẩn bằng $\frac{25}{3}$

c) Elip có độ dài trục lớn bằng 10 và phương trình một đường chuẩn là $x=\frac{25}{4}$.

d) Khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng 36 và bán kính qua tiêu điểm của điểm M thuộc Elip là 9 và 15.

Bài tập 4 : Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 41$ và đi qua điểm $A(0;5)$.

b) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 21$ và điểm $M(1;2)$ nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc $60°$.

c) Một cạnh hình chữ nhật cơ sở của Elip nằm trên $d: x - \sqrt{5} = 0$ và độ dài đường chéo hình chữ nhật bằng 6.

d) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Bán kính của đường tròn nội tiếp hình thoi bằng $\sqrt{2}$ và tâm sai của Elip bằng $\frac{1}{2}$.

Bài tập 5: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $(C): x^2 + y^2 = 4$ và $AC = 2BD$, A thuộc Ox.

b) Elip có độ dài trục lớn bằng 8 và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

c) Elip có tâm sai $e = \frac{1}{3}$ và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$ tại bốn điểm A, B, C, D sao cho AB song song với Ox và $AB = 3BC$.

d) Elip có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của Elip cùng nằm trên một đường tròn.

Bài tập 6: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32.

b) Elip có một đỉnh và hai tiêu điểm tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của Elip bằng $12\left(2 + \sqrt{3}\right)$.

c) Elip đi qua điểm $M\left(2\sqrt{3};2\right)$ và M nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

d) Elip đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60^0.

Bài tập 7: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Elip có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm M, biết tam giác F_1MF_2 có diện tích bằng 1 và vuông tại M.

b) Elip đi qua ba đỉnh của tam giác đều ABC. Biết tam giác ABC có trục đối xứng là Oy, $A(0;2)$ và có diện tích bằng $\frac{49\sqrt{3}}{12}$.

c) Khi M thay đổi trên Elip thì độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 và độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm của Elip.

Bài tập 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8. Viết phương trình chính tắc của Elip.

Lời giải

$M(0;3)\in(E)\Rightarrow b=3$ nên khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8 $\Rightarrow a=4$

Phương trình chính tắc của (E): $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Bài tập 9: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip; A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $AF_1+BF_2=8$. Tính AF_2+BF_1.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1=2MF_2$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1-MF_2=2$.

Bài tập 10: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Tìm những điểm M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $F_1MF_2=60^0$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{25}=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $F_1MF_2=120^0$.

d) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $MF_1F_2=120^0$.

Bài tập 11: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ và điểm $C(2;0)$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E), biết rằng A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$ và điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết B có tung độ dương.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$. **B.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

C. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$. **D.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$.

Câu 2: Phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 3: Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $9x^2+16y^2=144$. **B.** $9x^2+16y^2=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$.

Câu 4: Cho (E) có hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 8, chu vi bằng 6 thì phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. **C.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E)

A. $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=0$.

Câu 6: Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. **D.** $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 7: Phương trình Elip có trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ là:

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $4x^2+5y^2=12$. **C.** $5x^2+4y^2=20$ **D.** $5x^2+4y^2=12$.

Câu 8: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $9x^2+16y^2=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 9: Phương trình chính tắc của (E) có tâm sai $e=\frac{4}{5}$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$. **D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$.

Câu 10: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 6, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$ là

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{19}+\frac{y^2}{5}=1$. **D.** $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 11: Elip có hai đỉnh $(-3;0)$; $(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{24}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 13: Phương trình chính tắc của (E) có đường chuẩn $x+4=0$ và tiêu điểm $F(-1;0)$ là

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{15}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

Câu 14: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **B.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 15: Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0)$; $F_2(1;0)$ và tâm sai $e=\frac{1}{5}$ có phương trình là

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$. **B.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=-1$.

Câu 16: Trong hệ trục tọa độ Oxy, một elip có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục bé là 6 thì có phương trình chính tắc là.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$.

Câu 17: Các đỉnh của Elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$; $(a>b>0)$ tạo thành hình thoi có một góc ở đỉnh là $60°$, tiêu cự của (E) là 8. Khi đó $a^2+b^2=?$

A. 16. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 128.

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định phương trình chính tắc của elip biết $A_1A_2=10$, $B_1B_2=6$ với A_1, A_2 là giao điểm của elip với trục Ox; B_1, B_2 là giao điểm của elip với trục Oy.

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=0$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định phương trình chính tắc của elip biết giao điểm của elip với các trục tọa độ là $A_1(3;0)$, $A_2(-3;0)$, $B_1(0;2)$, $B_2(0;-2)$.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=0$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định phương trình chính tắc của elip biết một giao điểm của elip với trục Ox là $A_1(6;0)$, elip đi qua $M(0;\sqrt{32})$.

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$. **C.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=0$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định phương trình chính tắc của elip biết elip đi qua $M(0;3)$ khi tổng khoảng cách từ một điểm trên elip tới hai tiêu điểm là $2\sqrt{34}$

A. $\frac{x^2}{34}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{34}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{34}=1$. **D.** $\frac{x^2}{34}+\frac{y^2}{9}=0$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip có một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ và khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên Elip bằng $2\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của Elip

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $4x^2+5y^2=12$. **C.** $5x^2+4y^2=20$. **D.** $5x^2+4y^2=12$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{64}=1$. **D.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0);F_2(1;0)$ và tổng khoảng cách từ mỗi điểm trên elip đến hai tiêu điểm bằng 10 có phương trình

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$. **B.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=-1$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **B.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho đường cong (C) có phương trình $3x^2+4y^2-48=0$ và đường thẳng $d: x-2y+4=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường cong (C) là một elip.

b) Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm M,N.

c) Nếu đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm M,N thì $MN>3$.

d) Có 4 điểm trên (C) sao cho $3F_1M=F_2M$ với $F_1(-2;0),F_2(2;0)$

Câu 2: Cho elip (E): $x^2+4y^2-40=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{10}=1$.

b) (E) có các tiêu điểm $F_1(30;0)$ và $F_2(-30;0)$.

c) Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip tới hai tiêu điểm bằng $2\sqrt{10}$.

d) (E) có chu vi hình chữ nhật cơ sở bằng $6\sqrt{10}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường elip biết $A_1A_2 = 10$, $B_1B_2 = 6$ với A_1, A_2 là giao điểm của elip với trục Ox; B_1, B_2 là giao điểm của elip với trục Oy. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

b) Tiêu cự là 8.

c) Độ dài trục bé là 6.

d) Độ dài trục lớn là 5.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và độ dài trục lớn là 10. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

b) Độ dài trục lớn là 4.

c) Độ dài trục bé là 10.

d) (E) đi qua điểm $C(0;3)$.

Câu 5: Cho elip (E) biết tiêu cự bằng 6 và trục nhỏ bằng 8. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu điểm $F_1(0;-3);F_2(0;-3)$.

b) Độ dài trục lớn bằng 5.

c) Tổng khoảng cách từ điểm thuộc Elip có hoành độ $x=2$ đến hai tiêu điểm bằng 10.

d) Phương trình Elip (E) là $16x^2+25y^2=400$.

Câu 6: Cho elip (E) có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{3}$.

b) Điểm $N\left(-1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ thuộc elip.

c) Độ dài $MF_1=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

d) Phương trình Elip (E) là $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E) có $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$ lần lượt là hai tiêu điểm và có tâm sai $e=\frac{3}{5}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Elip (E) có tiêu cự bằng 6.

b) Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10.

c) Elip (E) có độ dài trục nhỏ bằng 4.

d) Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ cho hai elip, đường elip (E) có hai đỉnh $A(10;0)$ và $B(0;6)$. Đường elip (E') có tâm sai $e=\frac{4}{8}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của elip (E) là $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=0$.

b) (E) có các tiêu điểm $F_1(64;0)$ và $F_2(-64;0)$.

c) (E) có tiêu cự bằng 8.

d) (E') nhận $B(0;6)$ làm đỉnh thì phương trình chính tắc của (E') là: $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{36}=1$

Câu 9: Cho elip (E) có một tiêu điểm $F_1(4;0)$, một đỉnh $A(5;0)$. Gọi M là điểm trên elip có tọa độ là các số dương. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Elip (E) có tiêu điểm còn lại là $F_2(0;-4)$.

b) Phương trình chính tắc của elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=0$.

c) Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip tới hai tiêu điểm bằng 25.

d) Để $F_1MF_2=90^\circ$ thì M có tọa độ là $\left(\frac{5\sqrt{7}}{4};\frac{9}{4}\right)$.

Câu 10: Một đường hầm xuyên qua núi có chiều rộng là 20m, mặt cắt đứng của đường hầm có dạng nửa elip. Biết elip có tiêu cự bằng $10\,\text{m}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0);F_2(5;0)$.

b) Chiều cao của hầm là $8,66\,\text{m}$

c) Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{75}=1$.

d) Chiều cao của đường hầm xuyên núi tại tiêu điểm của (E) là $5\,\text{m}$

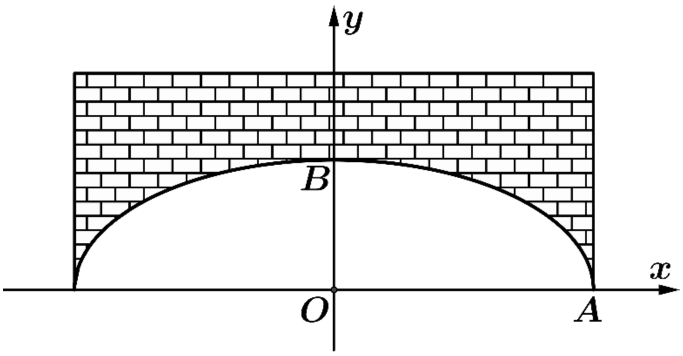
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Xét các điểm M,N lần lượt thuộc các tia Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (E). Tính độ dài ngắn nhất của MN

Câu 2: Một cây cầu bê tông bắc qua con sông rộng $12\,\text{m}$, nhịp cuốn cầu có hình dạng nửa elip. Các kĩ sư đã thiết kế sao cho vị trí cao nhất của gầm cầu so với mặt nước là $4\,\text{m}$. Tính chiều cao của gầm cầu tại vị trí cách bờ $1,5\,\text{m}$.

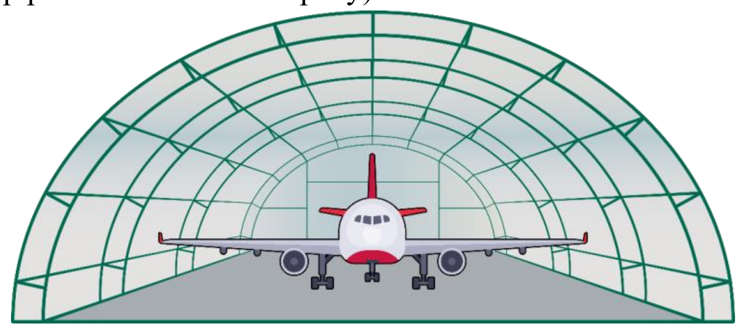
Câu 3: Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$ và điểm $A(3;0)$. Điểm B,C nằm trên (E) sao cho B,C đối xứng qua trục Ox và ΔABC đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là $12\,\text{m}$, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là $3\,\text{m}$. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao $2,8\,\text{m}$ thì có chiều rộng không quá $3\,\text{m}$. Tính độ cao y của điểm $M\in(E)$ có hoành độ $1,5$.



Câu 5: Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F=50\,\text{m}$ và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là $100\,\text{m}$. Tính tổng độ dài trục lớn và trục bé của elip.

Câu 6: Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao $10\,\text{m}$ và rộng $24\,\text{m}$. Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường $4\,\text{m}$ lên đến nóc nhà vòm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



----------------HẾT----------------

Dạng 3: Phương trình đường Hypebol

Phương pháp: Cho Hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a,b>0$. Các yếu tố trong Hypebol:

- Độ dài trục thực: $A_1A_2=2a$; độ dài trục ảo: $B_1B_2=2b$; độ dài tiêu cự: $F_1F_2=2c$
- Tọa độ các đỉnh $A_1\left(-a;0\right)$, $A_2\left(a;0\right)$.
- Tiêu điểm $F_1\left(-c;0\right)$, $F_2\left(c;0\right)$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $\left(H\right):\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}=1$. Tìm tiêu điểm của hypebol

Bài tập 2: Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A,B cách nhau $300\,\text{km}$. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s để một tàu thuỷ thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ *A* đến sớm hơn tín hiệu từ B là 0,0005 s. Từ thông tin trên, ta có thể xác định được tàu thuỷ thuộc đường hypebol nào? Viết phương trình chính tắc của hypebol đó theo đơn vị kilômet.

Bài tập 3: Cho hypebol $4x^2-5y^2=20$. Tìm độ dài trục thực, trục ảo và tiêu cự.

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol có phương trình $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$ và M là một điểm thuộc hypebol có hoành độ bằng 12. Tính MF_1,MF_2 với F_1,F_2 là hai tiêu điểm.

Bài tập 5: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $y=3$ cắt hybepol tại hai điểm A,B. Tính diện tích tam giác OAB .

Bài tập 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $\left(H\right)$ có phương trình: $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. Điểm $M\left(3a;2a\right)\in\left(H\right)$ và điểm M thuộc góc phần tư thứ nhất. Tính diện tích tam giác MF_1F_2.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng toạ độ, cho Hypebol $\left(H\right)$ đi qua điểm $M\left(4;\sqrt{5}\right)$, có một tiêu điểm $F_1\left(-3;0\right)$ và đường thẳng $d:y=\frac{1}{2}x$. Đường thẳng d cắt $\left(H\right)$ tại hai điểm E,F Tính độ dài đoạn EF .

Bài tập 8: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol $\left(H\right)$có phương trình $9x^2-7y^2=63$ và đường thẳng $d:y=kx$. Tìm k để đường thẳng d và $\left(H\right)$ có điểm chung.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $\left(H\right):\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}=1$. Viết phương trình đường tròn tâm O bán kính OF_2

Bài tập 10: Cho hypebol $\left(H\right)$ có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,\left(a>0,b>0\right)$, đi qua các điểm $M\left(3;-2\right),N\left(-3\sqrt{3};4\right)$. Viết phương trình chính tắc của hypebol

Bài tập 11: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hypebol có phương trình: $4x^2-5y^2=20$.

a) Viết phương trình chính tắc của Hyperbol (H) là $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$.

b) Tính Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên hypebol tới hai tiêu điểm

c) $M \in (H)$ và $y_M = 2; x_M < 0$. Tính diện tích tam giác MF_1F_2

Bài tập 12: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho phương trình chính tắc của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a,b>0$, hypebol đi qua điểm $M\left(3\sqrt{2};-4\right)$ và có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$. Viết phương trình chính tắc của (H).

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tọa độ các tiêu điểm của hypebol $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ là

A. $F_1 = (-5;0); F_2 = (5;0)$. **B.** $F_1 = (0;-5); F_2 = (0;5)$.

C. $F_1 = (0;-\sqrt{7}); F_2 = (0;\sqrt{7})$. **D.** $F_1 = (-\sqrt{7};0); F_2 = (\sqrt{7};0)$.

Câu 2: Tọa độ các đỉnh của hypebol $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ là

A. $A_1 = (-5;0); A_2 = (5;0)$. **B.** $A_1 = (0;-4); A_2 = (0;4)$.

C. $A_1 = (-4;0); A_2 = (4;0)$. **D.** $A_1 = (0;-5); A_2 = (0;5)$.

Câu 3: Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $(\sqrt{34};0)$ và độ dài trục thực bằng 10 là

A. $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. **B.** $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1$. **C.** $(H): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. **D.** $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$.

Câu 4: Cho của hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 5: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường hypebol?

A. $\frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{4^2} = -1$. **B.** $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{5^2} = -1$. **D.** $\frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$.

Câu 6: Cho hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$. Tiêu cự của hypebol là:

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 7: Phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$ là:

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$.

Câu 8: Cho đường hypebol có phương trình $(H): 100x^2 - 25y^2 = 100$. Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{104}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{104}$.

Câu 9: Cho đường hypebol có phương trình $(H): 9x^2 - y^2 = 1$. Khoảng cách giữa hai tiêu điểm là

A. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$. **B.** 0. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{3}$ **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 10: Cho đường hypebol có phương trình $(H): 9x^2 - y^2 = 9$. Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 11: Cho đường hypebol có phương trình $(H): 9x^2 - y^2 = 1$. Hai tiêu điểm của hypebol đó là

A. $F_1\left(-\frac{\sqrt{10}}{3};0\right), F_2\left(\frac{\sqrt{10}}{3};0\right)$.

B. $F_1\left(-\sqrt{10};0\right), F_2\left(\sqrt{10};0\right)$.

C. $F_1\left(0;-\frac{\sqrt{10}}{3}\right), F_2\left(0;\frac{\sqrt{10}}{3}\right)$

D. $F_1\left(0;-\sqrt{10}\right), F_2\left(0;\sqrt{10}\right)$.

Câu 12: Cho Hypebol $(H): 3x^2 - 4y^2 = 12$. Gọi A là giao điểm của (H) với trục Ox, A có hoành độ dương tổng $AF_1 + AF_2$ bằng

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $4\sqrt{7}$. **C.** $8\sqrt{7}$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc (H) với $x_0 > 0, y_0 > 0$ sao cho M nhìn các tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông. Phương trình đường tròn tâm O bán kính OF_2 là

A. $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$. **B.** $x^2 + y^2 = 5$. **C.** $x^2 + y^2 = 25$. **C.** $x^2 + y^2 = 10$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.Hai điểm F_1, F_2 là hai tiêu điểm (H) có tiêu cự bằng.

A. $\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** 5. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol có độ dài trục lớn và trục bé lần lượt là $2a$, $2b$ $(a,b > 0)$.Hai điểm F_1, F_2 là hai tiêu điểm. biết (H) đi qua điểm $M\left(3\sqrt{2};-4\right)$ và có 1 tiêu điểm là $F_2(5;0)$. (H) có phương trình

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{8} = 1$. Trên (H) lấy điểm M bất kì ta có $|MF_1 - MF_2|$ bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** 6. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** 12.

Câu 17: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Hypebol Có tiêu cự là.

A. $2c = 2\sqrt{a^2 + b^2}$. **B.** $c = 2\sqrt{a^2 + b^2}$. **C.** $c = 4\sqrt{a^2 + b^2}$. **D.** $2c = 4\sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 18: Cho hypebol (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$,đi qua các điểm $M(3;-2), N\left(-3\sqrt{3};4\right)$. Tiêu cự Hypebol (H) bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 19: Cho hypebol (H) có dạng: $(H): 16x^2 - 9y^2 = 144$. Tiêu điểm của Hypebol là:

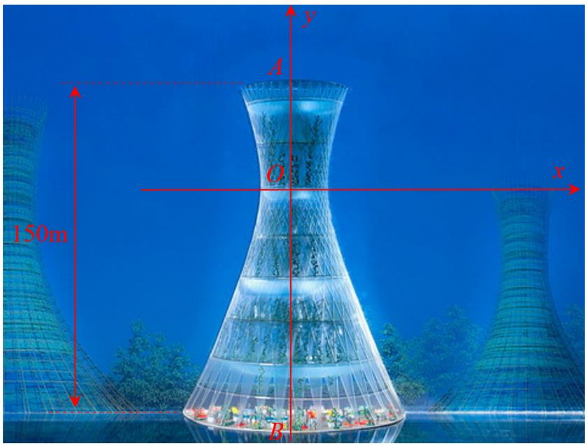
A. $F_1(-4;0), F_2(4;0)$. **B.** $F_1(0;-4), F_2(0;4)$.

C. $F_1(-2;0), F_2(2;0)$ **D.** $F_1(0;-2), F_2(0;2)$

Câu 20: Cho hypebol (H) có dạng: $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm nào sau đây thuộc Hypebol

A. $(4;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(16;0)$. **D.** $(8;0)$.

Câu 21: Tháp "Skyfarm" là một dạng nhà nhiều tầng hình hyperbol có phương trình $\frac{x^2}{28^2} - \frac{y^2}{42^2} = 1$, bên trong có thể làm từ nông nghiệp cho đến nuôi trồng thuỷ sản và năng lượng được thiết kế theo hướng tự cung cấp. Biết chiều cao của tháp là $150\,\text{m}$ và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy, tham khảo hình vẽ bên dưới.



Độ dài đoạn OB bằng

A. $100\,\text{m}$. **B.** $50\,\text{m}$. **C.** $80\,\text{m}$. **D.** $90\,\text{m}$.

Câu 22: Cho phương trình Hyperbol $(H): 4x^2 - 9y^2 = 36$. Độ dài trục thực bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 4.

Câu 23: Trong hệ trục tọa độ Oxy, Hypebol có độ dài trục ảo và trục thực lần lượt là 8 và 10. Phương trình chính tắc của Hyperbol (H) là.

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 24: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$. Tìm tiêu cự F_1F_2 của hypebol (H).

A. $F_1F_2 = 3$. **B.** $F_1F_2 = 4$. **C.** $F_1F_2 = 8$. **D.** $F_1F_2 = 6$.

Câu 25: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$. Tìm các tiêu điểm $F_1;F_2$ của hypebol (H).

A. $F_1(-3;0), F_2(3;0)$. **B.** $F_1(-2;0), F_2(2;0)$.

C. $F_1(-4;0), F_2(4;0)$. **D.** $F_1(-16;0), F_2(16;0)$.

Câu 26: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ một điểm nằm trên (H) tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 27: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tiêu cự của hypebol (H).

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 28: Hypebol $7x^2-9y^2=63$ có tiêu cự bằng

A. 8.. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 63.

Câu 29: Đường hypebol $4x^2-y^2=16$ có một tiêu điểm là điểm nào dưới đây?

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2\sqrt{3};0)$. **D.** $(2\sqrt{5};0)$.

Câu 30: Hiệu các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên hyperbol $4x^2-9y^2=36$ tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng

A. 4.. **B.** 6.. **C.** 12.. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 31: Cho điểm M nằm trên hypebol $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. Nếu hoành độ điểm M bằng 8 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm của hypebol là

A. $8\pm4\sqrt{2}$. **B.** $8\pm\sqrt{5}$. **C.** 6 và 14. **D.** 5 và 13.

Câu 32: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường hypebol?

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 33: Viết phương trình chính tắc của đường hypebol biết tiêu cự bằng 6 và độ dài trục thực $A_1A_2=2a=4$.

B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 34: Viết phương trình chính tắc của đường hypebol (H), biết tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{5};0\right)$ và độ dài trục ảo $B_1B_2=2b=4$.

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{2}=1$. **C.** $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 35: Viết phương trình chính tắc của đường hypebol (H), biết toạ độ đỉnh $A_1(-5;0)$ và tâm sai $e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}$.

D. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{\sqrt{2}}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{25}=1$

Câu 36: Trong mặt phẳng $Oxy,$ viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) có một tiêu điểm là $F_2(3;0)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2.

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=1$. **C.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 37: Trong mặt phẳng $Oxy,$ viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) có tiêu cự bằng 8 và giá trị tuyệt đối của hiệu khoảng cách từ mỗi điểm thuộc (H) đến hai tiêu điểm của (H) bằng 6.

A. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$.. **C.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 38: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) đi qua hai điểm $A\left(4\sqrt{2};2\right)$ và $B\left(-6;-\sqrt{5}\right)$.

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$.. **B.** $\frac{x^2}{31}-\frac{y^2}{31}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{12}=1$. **D.** $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{8}=1$

Câu 39: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{10};0\right)$ và đi qua điểm $A\left(4;-\sqrt{2}\right)$.

A. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{6}=1.$ **B.** $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1.$ **C.** $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1.$ **D.** $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{2}=1.$

Câu 40: Cho hypebol (H) có hai tiêu điểm $F_1;F_2$ nằm trên Ox và đối xứng qua gốc tọa độ O, (H) đi qua điểm $M\left(\frac{4\sqrt{34}}{5},\frac{9}{5}\right)$ và $\widehat{F_1MF_2}=90°$. Phương trình (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. Tính $a.b$

A. $a.b=12$. **B.** $a.b=15$. **C.** $a.b=20$. **D.** $a.b=10$.

Câu 41: Cho hypebol (H) có hai tiêu điểm $F_1;F_2$ nằm trên Ox và đối xứng qua gốc tọa độ O, (H) đi qua điểm M có hoành độ -5 và $MF_1=\frac{9}{4};MF_2=\frac{41}{4}$. Phương trình đường hypebol (H) có dạng:

A. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1.$ **B.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1.$ **C.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1.$ **D.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1.$

Câu 42: Cho hypebol $(H):\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm $F_1;F_2$ nằm trên Ox trong đó F_1 có hoành độ âm, cho điểm M nằm trên hypebol sao cho $\widehat{F_1MF_2}=60°$. Khi đó MF_2 có độ dài lớn nhất là m. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m\in(9;10)$. **B.** $m\in(10;11)$. **C.** $m\in(11;12)$. **D.** $m\in(12;13)$.

Câu 43: Cho hypebol $(H):9x^2-16y^2=144$ có hai tiêu điểm $F_1;F_2$ nằm trên Ox trong đó F_1 có hoành độ âm. Đường thẳng $\Delta: y=m^2x-3m-1$ cắt hypebol tại hai điểm thuộc 2 nhánh hypebol, M là giao điểm thuộc nhánh có hoành độ dương sao cho MF_2 ngắn nhất. Tìm m.

A. $m=-\frac{1}{4}$. **B.** $m=1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\frac{1}{4} \end{array}\right.$. **D.** $m=-1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hypebol (H) có toạ độ tiêu điểm $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.

b) Hypebol (H) có độ dài trục thực bằng 16.

c) Hypebol (H) có độ dài trục ảo bằng 4.

d) Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng 10.

Câu 2: Cho hypebol (H) có phương trình: $16x^2 - 9y^2 = 144$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hypebol (H) có hai tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$.

b) Hypebol (H) có tiêu cự bằng 5.

c) Hypebol (H) có hai điểm có hoành độ $x = 2$.

d) Khi $-4 < k < 4$ thì đường thẳng $(d): y = kx$ có điểm chung với hypebol (H).

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, biết hypebol $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ có một tiêu điểm là $F_1(-3;0)$ và độ dài trục thực bằng 4. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hypebol (H) có tiêu cự bằng 6.

b) Độ dài trục ảo của hypebol (H) là $2b = \sqrt{5}$.

c) Phương trình chính tắc của hypebol (H) là $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$.

d) Hypebol (H) cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ lần lượt là $(4;0), (-4;0)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là hypebol có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{10};0)$ và đi qua điểm $A(4;-\sqrt{2})$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu điểm còn lại của hypebol (H) là $F_2(\sqrt{10};0)$.

b) Hypebol (H) có tiêu cự bằng $\sqrt{10}$.

c) Giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol (H) đến hai tiêu điểm bằng $4\sqrt{2}$.

d) Phương trình chính tắc của hypebol (H) là $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$.

Câu 5: Cho Hyperbol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và độ dài trục ảo bằng $\sqrt{28}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của Hyperbol là $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{7}=1$.

b) Độ dài trục thực bằng 6.

c) Tiêu cự của Hyperbol (H) là 4.

d) Điểm $B(3;0)$ nằm trên Hyperbol (H).

Câu 6: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $a=2$, $b=3$.

b) Hybebol có hai tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{13};0\right), F_2\left(\sqrt{13};0\right)$.

c) Điểm $M(5;y_M)$ với $y_M>0$ nằm trên hypebol có tung độ $y_M=\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

d) Đường thẳng $y=3$ cắt hybepol tại hai điểm A,B. Diện tích tam giác OAB bằng $3\sqrt{2}$.

Câu 7: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol (H) có phương trình: $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $a=4$.

b) Điểm $M(-3;0)$ nằm trên hypebol.

c) Tiêu cự của (H) bằng 10.

d) Điểm $M(3a;2a)\in(H)$ thuộc góc phần tư thứ nhất. Diện tích tam giác MF_1F_2 bằng $\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ, cho Hypebol (H) đi qua điểm $M\left(4;\sqrt{5}\right)$, có một tiêu điểm $F_1(-3;0)$ và đường thẳng $d: y=\frac{1}{2}x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu cự của (H) bằng 6.

b) $|MF_2|=\sqrt{6}$.

c) Gọi A là một điểm tùy ý thuộc (H). Khi đó A cách trục Oy một khoảng ngắn nhất bằng 4.

d) Đường thẳng d cắt (H) tại hai điểm E,F và $EF=2\sqrt{15}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol (H) có phương trình $9x^2-7y^2=63$ và đường thẳng $d: y=kx$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $b^2=9$.

b) Giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2\sqrt{7}$.

c) Hai tiêu điểm là $F_1(-4;0), F_2(4;0)$.

d) Có 5 giá trị nguyên của k để đường thẳng d và (H) có điểm chung.

Câu 10: Cho hypebol $(H): \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu cự của hypebol bằng 5

b) Điểm $A(4;3) \in (H)$

c) Tiêu điểm của hypebol là $F_1(-5;0),\ F_2(5;0)$

d) Trên (H) có 4 điểm M sao cho $MF_1 \perp MF_2$.

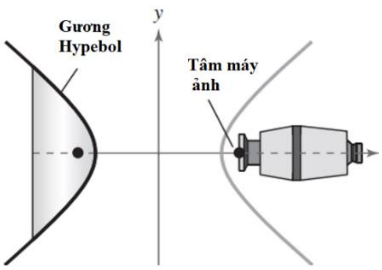
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x^2}{6} - \dfrac{y^2}{8} = 1$. Trên (H) lấy điểm M bất kì. Tính $|MF_1 - MF_2|$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H): \dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{4} = 1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc (H) với $x_0 > 0, y_0 > 0$ sao cho M nhìn các tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông. Giá trị của biểu thức $T = 2\sqrt{5}x_0 + \sqrt{5}y_0$ bằng 10.

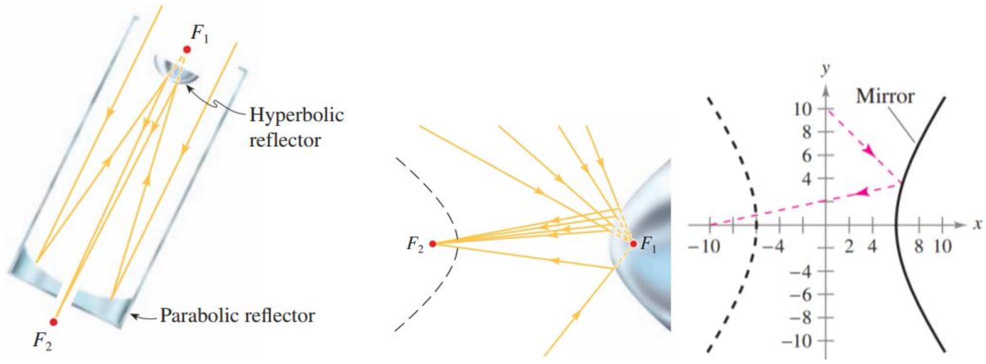
Câu 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy, Hypebol có độ dài trục ảo và trục thực lần lượt là 8 và 10. Điểm $M \in (H)$ và $y_M = 4; x_M < 0$. Tính MF_2.

Câu 4: Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình).

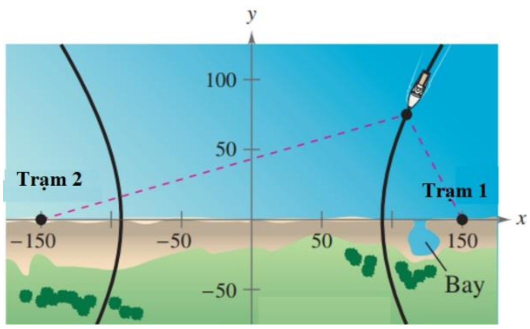


Phương trình cho mặt cắt của gương là $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$. Tính khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5: Một gương hypebol (được sử dụng trong một số kính thiên văn) có tính chất là một tia sáng hướng vào tiêu điểm sẽ bị phản xạ sang tiêu điểm khác. Gương trong hình vẽ có phương trình $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{64} = 1$. Điểm $M(a;b)$ trên gương sẽ nhận được tia sánh đi qua điểm $(0;10)$ và bị phản xạ sang tiêu điểm còn lại? (tham khảo hình vẽ). Tính $T = a + b$.

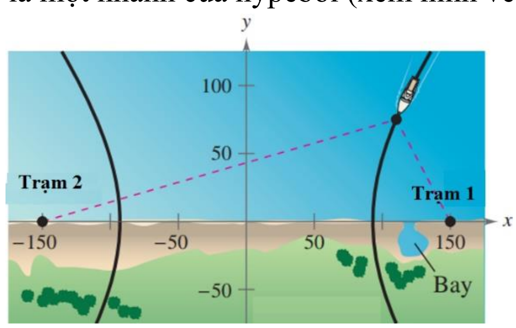


Câu 6: Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi hai trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186.000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150;0)$ và $(150;0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol và có tọa độ $(x;75)$ (xem hình vẽ).



Tính gần đúng hoành độ của vị trí con tàu khi chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây) (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy)

Câu 7: Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi các trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186.000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150;0)$ và $(150;0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol (xem hình vẽ).



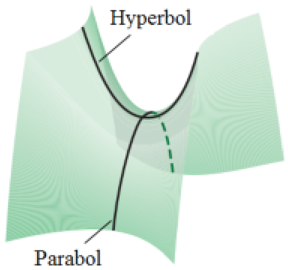
Biết rằng độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát với con tàu là 1000 micro giây (0,001 giây). Xác định khoảng cách giữa tàu và trạm phát số 1 khi tàu vào bờ.

Câu 8: Một con tàu đang trên hành trình đi song song với một bờ biển thẳng và cách bờ $80\,\text{km}$. Hai trạm truyền tin S_1 và S_2 nằm trên bờ biển, cách xa nhau $220\,\text{km}$. Bằng cách tính giờ các tín hiệu vô tuyến từ hai trạm, hoa tiêu của tàu xác định rằng con tàu đang ở giữa hai trạm và ở gần S_2 hơn S_1 là $60\,\text{km}$. Tìm khoảng cách từ con tàu tới trạm S_2. Đáp số làm tròn đến hai chữ số thập phân.

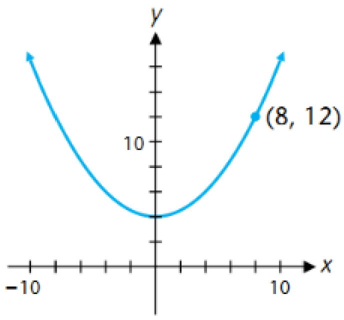
Câu 9: Một vụ nổ được hai micro M_1 và M_2 cách nhau 2 dặm ghi lại (1 dặm bằng 5280 feet). Micro M_1 nhận được âm thanh trước 4 giây so với micro M_2. Giả sử âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây. Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện trên là một hypebol có phương trình dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu? (Đáp số a và b làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

Câu 10: Hai tháp vô tuyến cách nhau $200\,\text{km}$ được đặt dọc bờ biển với A nằm về phía Tây đối với B. Các tín hiệu vô tuyến được gửi đồng thời từ mỗi tháp tới một con tàu và tín hiệu ở B nhận được sớm hơn 500 micro giây trước tín hiệu ở A. Giả sử rằng các tín hiệu vô tuyến truyền đi với vận tốc 300 mét/micro giây và con tàu nằm về phía Bắc của tháp B thì tàu cách bờ biển bao xa? Đáp số làm tròn đến hai chữ số thập phân.

Câu 11: Một kiến trúc sư quan tâm đến việc thiết kế một mái vòm mỏng có hình dạng của hình Hyperbolic parabolid như hình 1. Tìm phương trình hypebol trong hệ trục tọa độ vẽ ở hình 2 và thỏa mãn các điều kiện đã chỉ ra. Hỏi điểm thuộc Hyperbol nằm cao hơn đỉnh $6(m)$ ở bên phải cách đỉnh bao xa? Kết quả tính toán được làm tròn tới hai chữ số thập phân.



Hình1: Hyperbolic paraboloid.



Hình 2: Phần hyperbol của vòm.

----------------HẾT----------------

Dạng 4: Phương trình đường Parabol

Phương pháp: Cho Parabol có phương trình: $y^2 = 2px$, với $p > 0$. Các yếu tố trong parabol:

- p gọi là tham số tiêu của parabol (P)
- Tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho parabol $(P): y^2 = 4x$.

a) Tính đường chuẩn của (P)

b) Tính bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(1;2)$

Bài tập 2: Parabol $(P): y^2 = 6x$ cắt đường thẳng $(d): y = x + 1$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là $x_1; x_2$ thỏa mãn ${x_1}^2 + {x_2}^2 = 18$.

Bài tập 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y^2 = 2px(p > 0)$ đi qua điểm $M\left(3;3\sqrt{2}\right)$. Tính bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(x;y)$.

Bài tập 4: Cho parabol $(P): y^2 = 16x$. Trên (P) lấy hai điểm M, N sao cho độ dài đoạn thẳng MN qua tiêu điểm F của (P). Tính khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường chuẩn Δ.

Bài tập 5: Một sao chổi A chuyển động theo quỹ đạo có dạng là một parabol (P) nhận tâm Mặt Trời là tiêu điểm. Cho biết khoảng cách ngắn nhất giữa sao chổi A và tâm Mặt Trời là khoảng 112 km. Tính khoảng cách giữa sao chổi $A(x;y)$ và tâm Mặt Trời .

Bài tập 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y^2 = 12x$. Điểm có tung độ bằng 12 nằm trên đồ thị của (P), tìm hoành độ của điểm đó

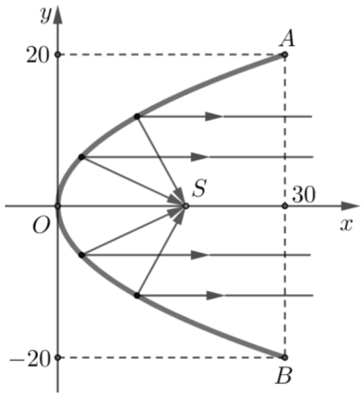
Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y^2 = 6x$. Tính khoảng cách từ điểm $M(6;36)$ đến phương trình đường chuẩn .

Bài tập 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có tiêu điểm $F(1;0)$. Viết phương trình chính tắc của parabol là $y^2 = 4x$.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có đường chuẩn $\Delta: x + 1 = 0$. Viết phương trình chính tắc của parabol

Bài tập 10: Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A điểm cuối là B, khoảng cách $AB = 400$ m. Đỉnh parabol của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B. Viết phương trình chính tắc của hypebol, với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ tương ứng 1 m trên thực tế.

Bài tập 11: Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol như hình bên. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40\text{cm}$ và chiều sâu $h = 30\text{cm}$ (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



Bài tập 12: Đường thẳng $d: y = kx,\ (k \neq 0)$ đi qua điểm O cắt $(P): y^2 = 16x$ tại điểm thứ hai là A. Tập hợp trung điểm của đoạn OA là parabol có phương trình là

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 4x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

A. $F(-1;0)$. **B.** $F(1;0)$. **C.** $F(0;1)$. **D.** $F(0;-1)$.

Câu 2: Cho Parapol $(P): y^2 = 2px\,(p>0)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. (P) có tiêu điểm $F\left(0;\dfrac{p}{2}\right)$.

B. (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: y = \dfrac{p}{2}$.

C. (P) có tiêu điểm $F\left(-\dfrac{p}{2};0\right)$.

D. (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\dfrac{p}{2}$.

Câu 3: Cho Parapol $(P): y^2 = 16x$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. (P) có tiêu điểm $F(0;-4)$. **B.** (P) có tiêu điểm $F(-4;0)$.

C. (P) có tiêu điểm $F(0;4)$. **D.** (P) có tiêu điểm $F(4;0)$.

Câu 4: Phương trình của parabol (P) biết parabol (P) có đỉnh là $I\left(\dfrac{1}{4};-1\right)$ và đường chuẩn Δ có phương trình $6x-8y+3=0$ là

A. $64x^2+36y^2+96xy=0$.

B. $64x^2+36y^2+96xy-236x+448y+491=0$

C. $y^2=4x$.

D. $64x^2+36y^2-236x-448y+491=0$.

Câu 5: Phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ là:

A. $y=20x$. **B.** $y=30x$. **C.** $y=15x$. **D.** $y=10x$.

Câu 6: Cho parabol có phương trình: $4y^2=20x$. Phương trình đường chuẩn của parabol là:

A. $x=\dfrac{5}{4}$. **B.** $x=\dfrac{4}{5}$. **C.** $x=-\dfrac{4}{5}$. **D.** $x=-\dfrac{5}{4}$.

Câu 7: Cho parabol $(P): y^2=4x$ và hai điểm $M(0;-4), N(-6;4)$. Tìm toạ độ điểm $A\in(P)$ sao cho ΔAMN vuông tại M ?

A. $A_1(16;8)$, $A_2\left(\dfrac{16}{9};-\dfrac{8}{3}\right)$. **B.** $A_1(16;9)$, $A_2\left(\dfrac{16}{9};-\dfrac{8}{3}\right)$.

C. $A_1(16;8)$, $A_2\left(\dfrac{16}{9};-\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $A_1(16;8)$, $A_2\left(\dfrac{15}{9};-\dfrac{8}{3}\right)$.

Câu 8: Cho parabol (P) có phương trình $y^2=6x$. Xác định đường chuẩn của parabol (P) là

A. $x=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $x=\dfrac{-3}{2}$. **D.** $x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 9: Cho parabol (P) có phương trình $4y^2 = x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

A. $F\left(-\frac{1}{16};0\right)$. **B.** $F\left(\frac{1}{4};0\right)$. **C.** $F\left(\frac{1}{8};0\right)$. **D.** $F\left(\frac{1}{16};0\right)$.

Câu 10: Cho parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x+\frac{1}{2}=0$. Phương trình chính tắc của parabol (P) là

A. $y^2 = 4x$. **B.** $y^2 = x$. **C.** $y^2 = \frac{1}{2}x$. **D.** $y^2 = 2x$.

Câu 11: Cho Parabol $(P): y^2 = 6x$. Chọn khẳng định đúng

A. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{3}{2}$ và Oy là trục đối xứng.

B. Phương trình đường chuẩn $x=\frac{3}{2}$ và Ox là trục đối xứng.

C. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{3}{2}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(-\frac{3}{2};0\right)$.

D. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{3}{2}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{3}{2};0\right)$.

Câu 12: Cho Parabol $(P): y^2 = 4x$. Xét các khẳng định sau:

P “ Parabol có phương trình đường chuẩn $x+2=0$”

Q “Parabol có tọa độ tiêu điểm $F(2;0)$”

Chọn khẳng định đúng.

A. P đúng, Q sai. **B.** P sai, Q sai. **C.** P sai, Q đúng. **D.** P đúng, Q đúng.

Câu 13: Cho Parabol $(P): 4y^2 = x$. Chọn khẳng định đúng

A. Phương trình đường chuẩn $x=-2$ và Oy là trục đối xứng.

B. Phương trình đường chuẩn $x=2$ và Ox là trục đối xứng.

C. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{1}{4}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{4};0\right)$.

D. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{1}{16}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{16};0\right)$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y^2 = 6x$. Khoảng cách từ điểm $M(6;36)$ đến phương trình đường chuẩn bằng

A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{15}{4}$. **C.** 15. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 15: Cho parabol $(P): y^2 = 2px$ biết rằng parabol có tiêu điểm $F(5;0)$. Phương trình chính tắc của Parabol đó là:

A. $y^2 = 5x$. **B.** $y^2 = \frac{5}{2}x$. **C.** $y^2 = 20x$. **D.** $y = 10x^2$.

Câu 16: Viết phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$. Biết rằng khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta: x+y-12=0$ là $2\sqrt{2}$?

A. $y^2 = 16x$ hoặc $y^2 = 32x$. **B.** $y^2 = -16x$ hoặc $y^2 = 32x$.

C. $y^2 = 32x$ hoặc $y^2 = 64x$. **D.** $y^2 = -32x$ hoặc $y^2 = 64x$.

Câu 17: Viết phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$, biết rằng phương trình đường chuẩn của (P) là $x + 2 = 0$?

A. $y^2 = 8x$. **B.** $y^2 = 4x$. **C.** $y^2 = -8x$. **D.** $y^2 = -4x$.

Câu 18: Viết phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$, biết rằng (P) cắt đường thẳng Δ $3x - y = 0$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{10}$.

A. $y^2 = -18x$. **B.** $y^2 = 81x$. **C.** $y^2 = 9x$. **D.** $y^2 = 18x$.

Câu 19: Viết phương trình chính tắc của parabol (P) biết khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta: x + y - 12 = 0$ bằng $2\sqrt{2}$?

A. $y^2 = 32x$ hoặc $y^2 = 64x$. **B.** $y^2 = 16x$ hoặc $y^2 = 32x$.

C. $y^2 = 24x$ hoặc $y^2 = 48x$. **D.** $y^2 = 12x$ hoặc $y^2 = 24x$.

Câu 20: Phương trình chính tắc của parabol (P) biết một dây cung của (P) vuông góc với trục Ox có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1 là

A. $y^2 = 16x$. **B.** $y^2 = 32x$. **C.** $y^2 = 24x$. **D.** $y^2 = 12x$.

Câu 21: Phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt đường thẳng $\Delta: 3x - y = 0$ tại 2 điểm $A; B$ sao cho $AB = 4\sqrt{2}$ là

A. $y^2 = \frac{16}{\sqrt{5}}x$. **B.** $y^2 = \frac{36}{\sqrt{5}}x$. **C.** $y^2 = \frac{32}{\sqrt{5}}x$. **D.** $y^2 = \frac{18}{\sqrt{5}}x$.

Câu 22: Phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt elip $(E): 4x^2 + 6y^2 = 24$ tại 2 điểm $A; B$ sao cho $AB = 2$ là

A. $y^2 = \frac{\sqrt{2}}{6}x$. **B.** $y^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}x$. **C.** $y^2 = \frac{\sqrt{2}}{12}x$. **D.** $y^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}x$.

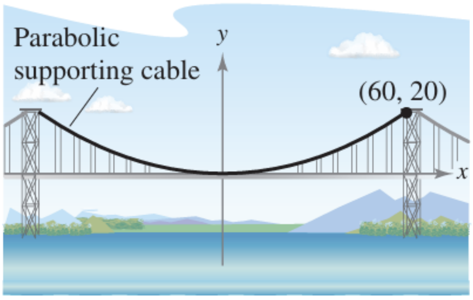
Câu 23: Tìm điểm M có tung độ dương nằm trên $(P): y^2 = 4x$ mà khoảng cách từ M đến tiêu điểm bằng 5.

A. $(2;2)$. **B.** $M(4;4)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-4;4)$.

Câu 24: Một đường thẳng d đi qua tiêu điểm F của $(P): y^2 = 2px$ và cắt (P) tại 2 điểm M, N. Tổng $\frac{1}{FM} + \frac{1}{FN}$ bằng

A. $\frac{1}{p}$. **B.** $\frac{2}{p}$. **C.** p. **D.** $2p$.

Câu 25: Một cái cầu có dây cáp treo hình parabol, cầu dài 120 m và được nâng đỡ bởi những thanh thẳng đứng treo từ cáp xuống, thanh dài nhất là 20 m, thanh ngắn nhất là 8 m.



Phương trình chính tắc của Parabol là:

A. $y^2 = 9x$. **B.** $y^2 = \dfrac{20}{3}x$. **C.** $y^2 = 45x$. **D.** $y^2 = -\dfrac{10}{3}x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho parabol $(P): y^2 = 2px\ (p > 0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (P) có tiêu điểm $F\left(\dfrac{p}{2};0\right)$.

b) (P) có tọa độ trục đối xứng là Ox và phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\dfrac{p}{2}$.

c) Parabol $(P): y^2 = 2px$ có tiêu điểm $F(5;0)$ thì phương trình chính tắc của parabol đó là $y^2 = 20x$.

d) Nếu khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta: x + y - 12 = 0$ bằng $2\sqrt{2}$ thì phương trình chính tắc của parabol là $y^2 = 16x$ hoặc $y^2 = 32x$.

Câu 2: Cho parabol $(P): y^2 = 2px\ (p > 0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: y = -\dfrac{p}{2}$.

b) Nếu (P) cắt đường thẳng Δ $3x - y = 0$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{10}$ thì phương trình chính tắc của parabol $y^2 = 18x$.

c) Một dây cung của (P) vuông góc với trục Ox có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1 thì phương trình chính tắc của parabol là $y^2 = 16x$.

d) Nếu (P) cắt đường thẳng $\Delta: 3x - y = 0$ tại 2 điểm $A; B$ sao cho $AB = 4\sqrt{2}$ thì phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = \dfrac{36}{\sqrt{5}}x$.

Câu 3: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình dạng chính tắc. Biết (P) qua $A(1;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = x$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

c) Đường chuẩn của (P) là $\Delta: x + \dfrac{1}{4} = 0$.

d) Một điểm M nằm trên (P) có tung độ $y = -2$ thì $MF = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 4: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình dạng chính tắc. Biết (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$.

a) Phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = 2x$.

b) Đường chuẩn của (P) là $\Delta : x - 1 = 0$.

c) (P) qua $A(1;4)$.

d) Trong các dây cung của (P) qua tiêu điểm thì dây có độ dài nhỏ nhất là 4.

Câu 5: Trong mặt phẳng toạ độ, cho parabol $(P): y^2 = 4x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu điểm của (P) là $F(4;0)$.

b) (P) đi qua điểm $M(1;-2)$.

c) Đường thẳng $\Delta : y = x$ cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

d) M là điểm thuộc parabol (P) có tiêu điểm F. Khi đó đoạn MF ngắn nhất bằng 1.

Câu 6: Trong mặt phẳng toạ độ, cho parabol $(P): y^2 = 16x$. Xét tính đúng sai của các khẳng đính sau:

a) Tham số tiêu $p = 8$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F(4;0)$.

c) Phương trình đường chuẩn Δ là $x = -4$.

d) M là điểm thuộc parabol (P) có hoành độ m. Khi đó $MF = 5$ khi và chỉ khi $m = 5$.

Câu 7: Trong mặt phẳng toạ độ, cho Parabol (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{1}{4};0\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tham số tiêu $p = \frac{1}{2}$.

b) Phương trình đường chuẩn Δ là: $x - \frac{1}{4} = 0$.

c) Phương trình chính tắc của Parabol (P) là: $y^2 = x$.

d) Gọi A, B là giao điểm của (P) và $d : x - y - 2 = 0$, điểm $C \in (P)$ có tung độ nguyên m sao cho ΔABC cân tại A khi và chỉ khi $m = 2$.

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ, cho parabol $(P): y^2 - \sqrt{2}x = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

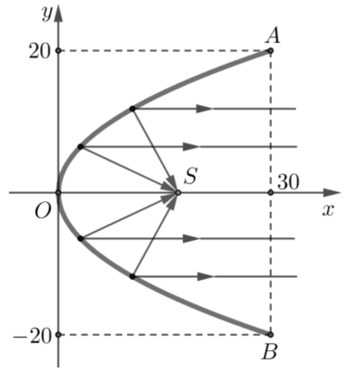
a) Đường chuẩn Δ là $x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$.

c) Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn Δ bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

d) Nếu khoảng cách từ $A \in (P)$ (A có tung độ là số thực dương) đến đường chuẩn bằng 5 thì khoảng cách từ A đến trục hoành bằng 4.

Câu 9: Hình vẽ bên mô phỏng mặt cắt ngang của một chiếc đèn có dạng parabol trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên mỗi trục là cm). Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S.



a) (P) đi qua điểm $A(30;20)$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\dfrac{20}{3};0\right)$.

c) Phương trình đường chuẩn Δ là $x = -\dfrac{10}{3}$.

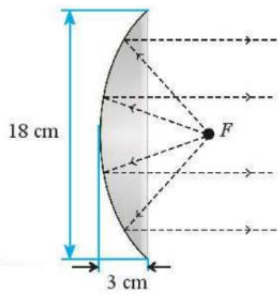
d) Khoảng cách ngắn nhất từ 1 điểm trên (P) đến đường thẳng $d: x - 2y + 6 = 0$ bằng $\dfrac{22}{3\sqrt{5}}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2 = 8x$. Gọi I là giao điểm của đường chuẩn với trục Ox, đường thẳng đi qua tiêu điểm F và vuông góc với trục Ox cắt (P) tại hai điểm lần lượt là M, N. Tính diện tích tam giác IMN.

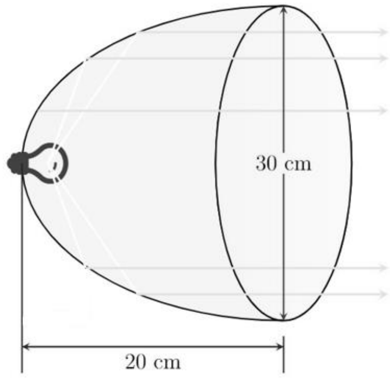
Câu 2: Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ và đường thẳng $d: 2x - y - 4 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P). Tìm tung độ dương của điểm $C \in (P)$ sao cho ΔABC có diện tích bằng 12.

Câu 3: Một đèn pin có chóa đèn mặt cắt hình parabol với kính thước trong hình trên. Giây tóc bóng đèn được đặt ở tiêu điểm F.

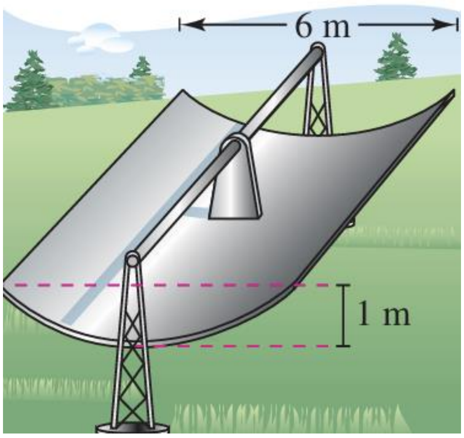
Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn bao nhiêu cm?

Câu 4: Cho một cái đèn với chụp bóng đèn có mặt cắt qua trục là parabol với kích thước được thể hiện trên hình vẽ, giả sử xem dây tóc bóng đèn là một điểm và được đặt ở vị trí tiêu điểm của parabol. Tính khoảng cách từ dây tóc bóng đèn tới đỉnh của chụp bóng đèn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 5: Khi du lịch đến thành phố Xanh Luis của Mỹ, ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Acxơ. Khoảng cách giữa hai chân cổng là $162\,\text{m}$. Từ một điểm trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là $43\,\text{m}$ và vị trí đo trên mặt đất này đến chân cổng gần nhất là $10\,\text{m}$. Chiều cao của cổng bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy)

Câu 6: Một bộ thu năng lượng mặt trời để làm nóng nước được làm bằng một tấm thép không gỉ có mặt cắt hình parabol (minh họa như hình vẽ dưới đây). Nước sẽ chảy thông qua một đường ống nằm ở tiêu điểm của parabol. Hỏi đường ống cách đỉnh bao xa?



----------------HẾT----------------

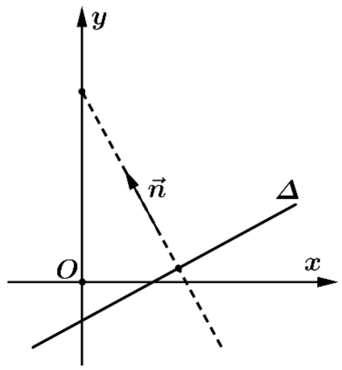
CHƯƠNG 7 PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 01 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Định nghĩa: Một vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng Δ nếu giá của nó vuông góc với đường thẳng Δ.



Nhận xét:

- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d thì $k.\vec{n}\ (k \neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d.
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì $\vec{n}.\vec{u} = 0$.
- Một đường thẳng xác định khi biết một vectơ pháp tuyến và một điểm nó đi qua.

2 Phương trình tổng quát của đường thẳng

Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$ thì có phương trình tổng quát là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0.$$

Ngược lại, trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy mọi phương trình dạng $Ax + By + C = 0\left(A^2 + B^2 \neq 0\right)$ đều là phương trình tổng quát của đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$.

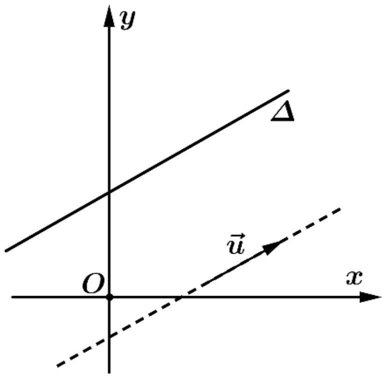
Một số trường hợp đặc biệt của phương trình tổng quát: $Ax + By + C = 0\left(A^2 + B^2 \neq 0\right)$:

- Nếu $A=0$ phương trình trở thành $By+C=0 \Leftrightarrow y=-\dfrac{C}{B}$ đường thẳng song song với trục hoành Ox và cắt trục tung Oy tại điểm $M\left(0;-\dfrac{C}{B}\right)$.
- Nếu $B=0$ phương trình trở thành $Ax+C=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{C}{A}$ đường thẳng song song với trục tung Oy và cắt trục hoành Ox tại $M\left(-\dfrac{C}{A};0\right)$.
- Nếu $C=0$ phương trình trở thành $Ax+By=0$ đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.
- Đường thẳng có dạng $y=ax+b$ (trong đó a được gọi là hệ số góc của đường thẳng) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;-1)$. Ngược lại đường thẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B)$ thì có hệ số góc là $-\dfrac{A}{B}$.
- Đường thẳng d đi qua điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ có phương trình là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

3 Phương trình tham số của đường thẳng

Vectơ chỉ phương của đường thẳng:

Định nghĩa: Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.



Nhận xét:

- Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì $k.\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.
- Một đường thẳng xác định khi biết một vectơ chỉ phương và một điểm mà nó đi qua.

Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0;y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$. Khi đó điểm $M(x;y)$ thuộc đường thẳng Δ khi và chỉ khi tồn tại số thực t sao cho $\overrightarrow{AM}=t.\vec{u}$ hay $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$ (2)

Hệ phương trình (2) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ (t là tham số).

Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ thì có phương trình tham số là $\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\end{cases}$. (Mỗi điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng (d) tương ứng với duy nhất một số thực $t\in\mathbb{R}$ và ngược lại).

Nhận xét: $A\in\Delta\Leftrightarrow A\left(x_0+at;y_0+bt\right), t\in\mathbb{R}$

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, mọi phương trình dạng $\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng

Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ với $a\neq 0, b\neq 0$ có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$.

4 Liên hệ giữa vectơ pháp tuyến và vectơ chỉ phương

Nếu $\vec{n}=(A;B)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d thì một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(B;-A)$ hoặc $\vec{u}=(-B;A)$.

Nếu $\vec{u}=(a;b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(-b;a)$ hoặc $\vec{n}=(b;-a)$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định các yếu tố của đường thẳng

Phương pháp:

- Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phương trình dạng $Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(A;B\right)$.
- Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, mọi phương trình dạng $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(a;b\right)$.
- Nếu đường thẳng d có $\vec{n}=\left(A;B\right)$ là một vectơ pháp tuyến thì một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=\left(B;-A\right)$ hoặc $\vec{u}=\left(-B;A\right)$.
- Nếu đường thẳng d có $\vec{u}=\left(a;b\right)$ là một vectơ chỉ phương thì một vectơ pháp tuyến của d là $\vec{n}=\left(-b;a\right)$ hoặc $\vec{n}=\left(b;-a\right)$.
- Đường thẳng đi qua hai điểm $A,\ B$ thì nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ chỉ phương.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d.

Lời giải

Vì $d: x-2y+3=0\Rightarrow \vec{n}=\left(1;-2\right)$.

Bài tập 2: Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-t\end{cases}$.

Lời giải

Vì $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-t\end{cases}\Rightarrow \vec{u}=\left(3;-1\right)$.

Bài tập 3: Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1$.

Lời giải

Vì $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1\Leftrightarrow 2x+3y-6=0\Rightarrow \vec{n}=\left(2;3\right)\Rightarrow \vec{u}=\left(-3;2\right)$.

Bài tập 4: Tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(2;3\right)$ và $B\left(4;1\right)$?

Lời giải

Vì đường thẳng $\left(d\right)$ đi qua hai điểm $A\left(2;3\right), B\left(4;1\right)$ nên đường thẳng $\left(d\right)$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=\left(2;-2\right)\Rightarrow \vec{n}=\left(2;2\right)$.

Bài tập 5: Tìm vectơ pháp tuyến của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=5-\frac{1}{2}t\\y=-3+3t\end{cases}$?

Lời giải

Vì $\Delta:\begin{cases}x=5-\frac{1}{2}t\\y=-3+3t\end{cases}$ nên (Δ) có vec tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(-\frac{1}{2};3\right)\Rightarrow\vec{n}=\left(3;\frac{1}{2}\right)$.

Bài tập 6: Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-3x+2y-3=0$. Tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Lời giải

Vì $\Delta:-3x+2y-3=0$ nên (Δ) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-3;2)\Rightarrow\vec{u}=(2;3)$.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ cắt các trục tọa độ Ox,Oy lần lượt tại các điểm A,B sao cho $OA=2,OB=3$. Tìm một vec tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ

Lời giải

Vì Δ cắt các trục Ox,Oy lần lượt tại các điểm A,B sao cho $OA=2,OB=3$ nên (Δ) đi qua các điểm $A(2;0),B(0;3)\Rightarrow$ vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(-2;3)\Rightarrow\vec{n}=(3;2)$.

Bài tập 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta:2x-by+3=0$ đi qua điểm $A(3;-2)$. Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Lời giải

Vì đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3;-2)$ nên ta có $2.3-b.(-2)+2=0\Leftrightarrow 2b=-8\Leftrightarrow b=-4$

Khi đó: $\vec{n}=(2;4)\Rightarrow\vec{u}=(-4;2)$.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2;2)$ và cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm A,B sao cho diện tích tam giác ΔOAB bằng 1. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

Lời giải

Giả sử Δ cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại $A(a;0),B(0;b),a>0,b>0\Rightarrow\Delta:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

Vì Δ đi qua $M(1;2)\Rightarrow\frac{-2}{a}+\frac{2}{b}=1(1)$ mà $S_{\Delta ABO}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{ab}{2}=1\Leftrightarrow ab=2\Rightarrow b=\frac{2}{a}(2)$

Thay (2) vào (1) ta được $\frac{-2}{a}+\frac{2}{\frac{2}{a}}=1\Leftrightarrow\frac{-2}{a}+a=1\Leftrightarrow a^2-a-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=2\end{array}\right.\Rightarrow a=2$

Khi đó: $b=1\Rightarrow\Delta:\frac{x}{2}+y=1\Leftrightarrow x+2y-2=0\Rightarrow\vec{n}=(1;2)$.

Bài tập 10: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ song song với d. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_d=(-2;-5)\\\Delta\parallel d\end{cases}\Rightarrow\vec{n}_\Delta=\vec{u}_d=(-2;-5)\Rightarrow\vec{u}_\Delta=(5;-2)$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:2x-3y+1=0$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là:

A. $\vec{n}=(2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(3;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(2;3)$.

Lời giải

Từ phương trình đường thẳng $d:2x-3y+1=0$, ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(2;-3)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=2+3t\end{cases}$ là

A. $\vec{a}=(2;3)$. **B.** $\vec{b}=(3;2)$. **C.** $\vec{c}=(3;-2)$. **D.** $\vec{d}=(2;-3)$.

Lời giải

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{d}=(2;-3)$

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $2x-y+5=0$. Tìm một vectơ chỉ phương của (d)

A. $(1;-2)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{u}=(1;2)$

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:3x-7y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d

A. $\vec{n}=(3;-7)$. **B.** $\vec{n}=(2;3)$. **C.** $\vec{n}=(3;7)$. **D.** $\vec{n}=(7;3)$.

Lời giải

Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là: $\vec{n}=(3;-7)$

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:y=-3x+5$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(1;3)$. **B.** $\vec{n}=(3;1)$. **C.** $\vec{n}=(-3;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;-3)$.

Lời giải

Ta có $d:y=-3x+5 \Leftrightarrow 3x+y-5=0 \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(3;1)$..

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:4x+5y-4=0$. Vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-8;-10)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(4;-5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$

Lời giải

Đường thẳng d có một vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(4;5)$.

Ta có $\vec{n}$ không cùng phương với vectơ $\overrightarrow{n_3}$ nên $\overrightarrow{n_3}$ không là vectơ pháp tuyến của d.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(2;3)$. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $\vec{n}=(1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;2)$

Lời giải

Đường trung trực của đoạn thẳng AB vuông góc với đoạn thẳng AB nên có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(1;2)$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $A(-1;-1)$, $B(1;-3)$, $C(2;4)$. Tìm một vectơ pháp tuyến của đường cao kẻ từ B của tam giác ABC.

A. $\vec{n}=(3;5)$. **B.** $\vec{n}=(3;-5)$. **C.** $\vec{n}=(5;3)$. **D.** $\vec{n}=(-5;3)$

Lời giải

Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC vuông góc với đoạn thẳng AC nên có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AC}=(3;5)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d: x-2y+2025=0$?

A. $\vec{n}_1=(0;-2)$. **B.** $\vec{n}_3=(-2;0)$. **C.** $\vec{n}_4=(2;1)$. **D.** $\vec{n}_2=(1;-2)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: x-2y+2025=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(1;-2)$.

Câu 10: Cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2-3t\\y=-1+2t\end{cases}$ và điểm $A\left(\frac{7}{2};-2\right)$. Điểm $A\in(d)$ ứng với giá trị nào của t?

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Ta có $A\left(\frac{7}{2};-2\right)\in(d)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{7}{2}=2-3t\\-2=-1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-\frac{1}{2}\\t=-\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy, vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-4t\\y=-2+3t\end{cases}$ là:

A. $\vec{u}=(-4;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;3)$. **C.** $\vec{u}=(3;4)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2)$.

Lời giải

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-4t\\y=-2+3t\end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-4;3)$.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy, vectơ nào dưới đây là 1 vector chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox:

A. $\vec{u}=(1;0)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;1)$.

Lời giải

Vectơ $\vec{i}=(1;0)$ là một vectơ chỉ phương của trục Ox

Các đường thẳng song song với trục Ox có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\vec{i}=(1;0)$

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(7;3)$ nên đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;7)$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A=(1;2)$ và $B=(5;4)$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là

A. $(-1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;2)=2(2;1)$ suy ra vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\overrightarrow{n_{AB}}=(-1;2)$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $M(2;3)$ và $N(-2;5)$. Đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}=(4;2)$. **B.** $\vec{u}=(4;-2)$. **C.** $\vec{u}=(-4;-2)$. **D.** $\vec{u}=(-2;4)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-4;2)$. Do đó vectơ chỉ phương của MN là $\vec{u}=(4;-2)$.

Câu 16: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}-\frac{y}{\frac{4}{3}}+1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d.

A. $\overrightarrow{u_4}=(3;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(3;2)$

Lời giải

Ta thấy đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $(2;-3)$.

Do đó $\overrightarrow{u_3}=(3;2)$ là một vectơ chỉ phương của d.

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_d=(-2;-5)\\ \Delta\perp d\end{cases}\Rightarrow \vec{u}_\Delta=\vec{n}_d=(-2;-5)$ hay chọn $-\vec{n}_\Delta=(2;5)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}\vec{u}_d=(3;-4)\\ \Delta /\!/ d\end{cases}\Rightarrow \vec{u}_\Delta=\vec{u}_d=(3;-4)\Rightarrow \vec{n}_\Delta=(4;3)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}\vec{u}_d=(3;-4)\\ \Delta\perp d\end{cases}\Rightarrow \vec{n}_\Delta=\vec{u}_d=(3;-4)$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;-2)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-2;4)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1)$.

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ pháp tuyến: $\vec{n}(4;-2)\Rightarrow$ vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4)$ hoặc $\frac{1}{2}\vec{u}=(1;2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2)$.

b) Đường thẳng có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1)$.

c) Đường thẳng có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b)$ thì $a-2b=0$.

d) Đường thẳng cắt các trục tọa độ Ox,Oy lần lượt tại A,B. Khi đó $\overrightarrow{AB}=\left(3;\frac{3}{2}\right)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d).

Lời giải

a) Sai: $\vec{n}=(1;-2)$.

b) Đúng: Vì $d: x-2y+3=0 \Rightarrow \vec{n}=(1;-2) \Rightarrow \vec{u}=(2;1)$

c) Đúng Vì $\vec{n} \perp \vec{u} \Rightarrow \vec{n}.\vec{u}=0 \Rightarrow 1.a+(-2)b=0 \Leftrightarrow a-2b=0$.

d) Đúng Vì $d: x-2y+3=0$ cắt trục Ox tại A nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x-2y+3=0 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow A(-3;0)$$

Vì $d: x-2y+3=0$ cắt trục Oy tại B nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-2y+3=0 \\ x=0=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(0;\dfrac{3}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=\left(3;\dfrac{3}{2}\right)$$

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hai điểm $M(4;0), N(2;-2)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(4;0), N(2;-2)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;-1)$

b) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(4;0), N(2;-2)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1)$

c) Đường thẳng Δ là đường trung trực của đoạn thẳng MN có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;1)$

d) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(4;0), N(2;-2)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$ thì $a=-b$

Lời giải

a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;-1) \Rightarrow \vec{u}=(-1;-1)$.

b) Sai: Vì $\vec{u}=(-1;-1) \Rightarrow \vec{n}=(1;-1)$

c) Sai: Vì Δ là đường trung trực của đoạn $\Delta \perp MN \Rightarrow \vec{u}=\overrightarrow{MN}=(-1;-1)$

d) Đúng: Vì $\vec{u} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{u}.\vec{n}=0 \Rightarrow -a-b=0 \Leftrightarrow a=-b$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng Δ có phương trình tổng quát $3x-4y+16=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;4)$.

b) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;-4)$.

c) Đường thẳng Δ có hệ số $k=\dfrac{3}{4}$.

d) Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u}=\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

a) Sai: Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-4)$.

b) Sai: Ta có: $3.3-4.4+16=9\neq 0$ nên đường thẳng Δ không đi qua điểm $M(3;-4)$.

c) Đúng: Đường thẳng Δ có hệ số $k=\dfrac{3}{4}$.

d) Đúng: Ta có: $3x-4y+16=0\Rightarrow \vec{n}=(3;-4)=4\left(\dfrac{3}{4};-1\right)\Rightarrow \vec{u}=\left(1;\dfrac{3}{4}\right)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$, $C(7;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;2)$

b) Gọi M là trung điểm của BC. Đường trung AM của tam giác ABC có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(4;-\dfrac{3}{4}\right)$

c) Đường cao AH của tam giác ABC có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-1;4)$

d) Đường thẳng $\Delta\,//\,AB$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1)$.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2)=-(-2;2)\Rightarrow \vec{u}=(-2;2)$.

b) Đúng: Ta có $M\left(5;\dfrac{5}{2}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\left(4;-\dfrac{3}{4}\right)\Rightarrow \vec{u}=\left(4;-\dfrac{3}{4}\right)$.

c) Sai: Ta có $AH\perp BC\Rightarrow \vec{n}=\overrightarrow{BC}=(4;1)$.

d) Vì $\Delta\,//\,AB$ nên $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AB}=(2;-2)\Rightarrow \overrightarrow{n_\Delta}=(1;1)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

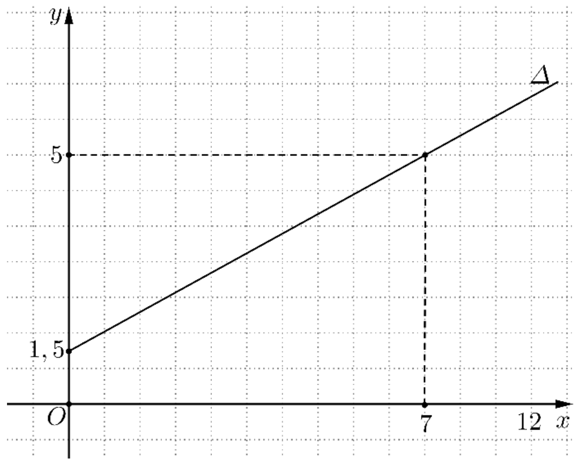
Câu 1: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v}=(1;2)$. Đường thẳng biểu diễn chuyển động có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b),(a,b\neq 0)$. Tính $\dfrac{a}{b}$.

Lời giải

Ta có véc tơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động là

$\vec{u}=\vec{v}=(1;2)\Rightarrow \vec{n}=(-2;1)\Rightarrow \dfrac{a}{b}=-2$.

Câu 2: Để tham gia một phòng tập thể dục, người ta phải trả một khoản phí tham gia ban đầu và phí sử dụng phòng tập. Đường thẳng Δ ở hình sau biểu thị tổng chi phí (trục tung đơn vị: triệu đồng) tham gia một phòng tập thể dục theo thời gian của một người (trục hoành đơn vị: tháng).



Tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian trong 1 năm 8 triệu đồng.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua hai điểm lần lượt có toạ độ $(0;1,5),(7;5)$ nên Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{u}=(1;-2)$ nên phương trình Δ là $x-2y+3=0$

Trong 1 năm gồm 12 tháng ứng với $x=12$.

Từ phương trình đường thẳng Δ ta có $x-2y+3=0 \Leftrightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

Thay $x=12$ vào đường thẳng Δ ta có : $y=\frac{1}{2}.12+\frac{3}{2}=\frac{15}{2}=7,5$

Vậy tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian 12 tháng là 7,5 triệu đồng.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;4)$ và cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm A,B sao cho $OA+OB$ đạt giá trị nhỏ nhấn. Khi đó Δ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(x_0;y_0)$. Tính $\frac{x_0}{2y_0}$

Lời giải

Giả sử $A(a;0),B(0;b),a,b>0 \Rightarrow \vec{u}=\overrightarrow{AB}=(-a;b) \Rightarrow \vec{n}=(b;a) \Rightarrow \Delta: bx+ay-ab=0$.

Lại có $OA+OB=a+b$ Δ đi qua $M(1;2) \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{4}{b}=1(1)$

Mặt khác $(1+2)^2=\left(\sqrt{a}\frac{1}{\sqrt{a}}+\sqrt{b}\frac{2}{\sqrt{b}}\right)^2 \le (a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)(2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow (OA+OB)_{Min}=(1+2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{b}{2} \\ \frac{1}{a}+\frac{4}{b}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow \vec{n}=(6;3) \Rightarrow \frac{x_0}{2y_0}=1$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$. Tính $\dfrac{2a}{3b}$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có: $\vec{u}_{AC}=\overrightarrow{AC}=(-5;1)\Rightarrow \vec{n}_d=(1;5)\Rightarrow \dfrac{2.1}{3.5}=\dfrac{2}{15}\approx 0,13$.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $x-y-2=0$, phương trình cạnh AC là $x+2y-5=0$. Biết trọng tâm của tam giác là điểm $G(3;2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x+my+n=0$. Tìm $m+n$.

Lời giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases}x-y-2=0\\x+2y-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$ nên $A(3;1)$

Gọi $B(b;b-2)$ và $C(5-2c;c)$ và G là trọng tâm tam giác ABC nên b,c là nghiệm của hệ

$\begin{cases}5-2c+b+3=9\\c+b-2+1=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=5\\c=2\end{cases}\Rightarrow B(5;3);\ C(1;2)\Rightarrow\overrightarrow{BC}=(-4;-1)$

Chọn một vectơ pháp tuyến của đường thẳng BC là $\overrightarrow{n_{BC}}=(1;-4)$ suy ra phương trình đường thẳng BC là: $1(x-1)-4(y-2)=0\Leftrightarrow BC: x-4y+7=0$.

Vậy $m=-4; n=7$ nên $m+n=3$.

Câu 6: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC: 4x+7y-21=0$. Một vectơ pháp tuyến của cạnh BC là $\overrightarrow{n_{BC}}=(a;-2)$. Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đường thẳng BH vuông góc với $AC: 4x+7y-21=0$ nên có phương trình: $7x-4y+m=0$

Đường thẳng BH đi qua $H(1;1)$ nên $7.1-4.1+m=0\Rightarrow m=-3\Rightarrow BH: 7x-4y-3=0$

Khi đó: $B=BH\cap AB$ thì tọa độ B thỏa hệ $\begin{cases}5x-2y+6=0\\7x-4y-3=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-5\\y=\dfrac{-19}{2}\end{cases}\Rightarrow B\left(-5;-\dfrac{19}{2}\right)$

Tọa độ A thỏa hệ $\begin{cases}5x-2y+6=0\\4x+7y-21=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=3\end{cases}\Rightarrow A(0;3)$ khi $\overrightarrow{AH}=(1;-2)$

Đường thẳng BC đi qua $B\left(-5;-\dfrac{19}{2}\right)$ và nhận $\overrightarrow{AH}=(1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Khi đó $a=1$.

----------------HẾT----------------

Dạng 2: Viết phương trình đường thẳng

Phương pháp:

Phương trình tổng quát của đường thẳng:

- Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(A;B\right)$ thì có phương trình tổng quát là:

$$A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)=0.$$

Phương trình tham số của đường thẳng:

- Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(a;b\right)$. Khi đó điểm $M\left(x;y\right)$ thuộc đường thẳng Δ khi và chỉ khi tồn tại số thực t sao cho $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$, hay:

$$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$$

Hệ trên được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ (t là tham số).

Phương trình chính tắc của đường thẳng:

- Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(a;b\right)$ với $a\neq 0,b\neq 0$ có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(2;1\right)$ và nhận $\vec{n}=\left(3;4\right)$ là một vectơ pháp tuyến.

Lời giải

Đường thẳng Δ có phương trình là $3\left(x-2\right)+4\left(y-1\right)=0$ hay $3x+4y-10=0$

Bài tập 2: Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(2;-3\right)$ và nhận $\vec{u}=\left(3;4\right)$ là một vectơ chi phương.

Lời giải

Vì đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(2;-3\right)$ và nhận $\vec{u}\left(3;4\right)$ là một vectơ chi phương nên có dạng tham số là $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-3-t \end{cases}$

Bài tập 3: Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A\left(3;0\right)$ và $B\left(0;2\right)$.

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 2t \end{cases}$.

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác có ba đỉnh $A(-1;5), B(2;3), C(6;1)$. Lập phương trình tổng quát của đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.

Lời giải

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC vuông góc với BC nên có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{BC} = (4;-2)$.

Đường cao kẻ từ $A(-1;5)$ của tam giác ABC có phương trình tổng quát là $4(x+1) - 2(y-5) = 0$ hay $4x - 2y + 14 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 7 = 0$.

Bài tập 5: Trong mặt phẳng tọa độ, lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-3)$ và nhận $\vec{n} = (3;4)$ là một vectơ pháp tuyến.

Lời giải

Vì $\vec{n} = (3;4)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ nên vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (4;-3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-3)$ và có $\vec{u} = (4;-3)$ là một véctơ chỉ phương là $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -3 - 3t \end{cases}$

Bài tập 6: Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;2)$ và song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-4)$.

Vì đường thẳng Δ song song với đưởng thẳng d nên d nhận $\vec{n} = (3;-4)$ làm vectơ pháp tuyến, do đó d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA = 2, OB = 3$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ

Lời giải

Vì Δ cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho $OA = 2, OB = 3$ nên (Δ) đi qua các điểm $A(2;0), B(0;3) \Rightarrow$ vec tơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-2;3)$

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3t \end{cases}$.

Bài tập 8: Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-4)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với đưởng thẳng d nên Δ nhận $\vec{u}(3;-4)$ làm vectơ chỉ phương

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2-4t \end{cases}$.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2;2)$ và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B sao cho diện tích tam giác ΔOAB bằng 1. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ.

Lời giải

Giả sử Δ cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại $A(a;0), B(0;b), a>0, b>0 \Rightarrow \Delta: \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

Vì Δ đi qua $M(-2;2) \Rightarrow \frac{-2}{a}+\frac{2}{b}=1(1)$

Lại có $S_{\Delta ABO}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{ab}{2}=1 \Leftrightarrow ab=2 \Rightarrow b=\frac{2}{a}(2)$

Thay (2) vào (1) ta được $\frac{-2}{a}+\frac{2}{\frac{2}{a}}=1 \Leftrightarrow \frac{-2}{a}+a=1 \Leftrightarrow a^2-a-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=2 \end{array}\right. \Rightarrow a=2$

$\Rightarrow b=1 \Rightarrow \Delta: \frac{x}{2}+\frac{y}{1}=1 \Leftrightarrow x+2y-2=0$.

Bài tập 10: Lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ cho trước.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;y_2-y_1)$

Đường thẳng AB đi qua $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$ nên có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;y_2-y_1)$, do đó có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(y_2-y_1;x_1-x_2)$.

Phương trình tham số đường thẳng AB là $\begin{cases} x=x_1+(x_2-x_1)t \\ y=y_1+(y_2-y_1)t \end{cases}$. (t là tham số)

Phương trình tổng quát đường thẳng AB là $(y_2-y_1)(x-x_1)+(x_1-x_2)(y-y_\cdot)=0$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;3)$ và $B(4;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB?

A. $x+y-3=0$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $\frac{x-4}{6}=\frac{y-1}{-4}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1-2t\end{cases}$.

Lời giải

Bốn phương trình đã cho trong bốn phương án đều là phương trình của đường thẳng.

Thay lần lượt tọa độ của $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ vào từng phương án ta thấy tọa độ của cà $\boldsymbol{A}$ và $\boldsymbol{B}$ đều thỏa phương án $\boldsymbol{D}$.

Câu 2: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$ là

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-6t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=5+6t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1\\y=2+6t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2\\y=-1+6t\end{cases}$.

Lời giải

Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(0;6)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua A và có vecto chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(0;6)$ là $\begin{cases}x=2\\y=-1+6t\end{cases}$

Câu 3: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$. Phương trình nào dưới đây không phải là phương trình tham số của đường thẳng AB?

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3t\\y=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-6-3t\\y=2+t\end{cases}$.

Lời giải

Cách 1: Thay tọa độ các điểm A, B lần lượt vào các phương trình trong các phương án trên thì thấy phương án B không thỏa mãn.

Cách 2: Nhận thấy rằng các phương trình ở các phương án A, C, D thì vectơ chỉ phương của các đường thẳng đó cùng phương, riêng chỉ có phương án B thì không.

Câu 4: Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-2)$, $N(4;3)$ là

A. $\begin{cases}x=4+t\\y=3-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=-2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=4+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+5t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(3;5)$ và đi qua $M(1;-2)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+5t\end{cases}$.

Câu 5: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1),B(-6;2)$ là

A. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-6-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-9;3)\Rightarrow \overrightarrow{u_{AB}}=(3;-1)$.

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai điểm $A(3;0),B(0;2)$ và đường thẳng $d:x+y=0$. Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ qua A và song song với d.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-t \\ y=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=3+t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có Δ song song với d nên $\Delta: x+y+C=0\,(C\neq 0)$.

Δ qua $A(3;0)$, suy ra $3+0+C=0\Leftrightarrow C=-3$

Như vậy $\Delta: x+y-3=0$ nên Δ có phương trình tham số: $\begin{cases} x=t \\ y=3-t \end{cases}$.

Câu 7: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x+y-1=0$. **B.** $-2x+y-1=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Lời giải

Đường thẳng $(d):\begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} t=x-5 \\ y=-9-2t \end{cases}\Rightarrow y=-9-2(x-5)\Leftrightarrow 2x+y-1=0$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;2)$. Gọi A,B là hình chiếu của M lên Ox,Oy. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $x+2y-1=0$. **B.** $2x+y+2=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Ta có hình chiếu của điểm $M(1;2)$ lên Ox,Oy lần lượt là A và B. Do đó phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}=1\Leftrightarrow 2x+y-2=0$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $4x-5y-7=0$. **B.** $4x+5y-17=0$. **C.** $4x-5y-17=0$. **D.** $4x+5y+17=0$.

Lời giải

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=3-5t\\y=1+4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{3-x}{5}\\t=\dfrac{y-1}{4}\end{cases}\Rightarrow\dfrac{3-x}{5}=\dfrac{y-1}{4}\Leftrightarrow 4x+5y-17=0$

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng *d* cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ $(a\neq 0;b\neq 0)$. Viết phương trình đường thẳng *d*.

A. $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=0$. **B.** $d:\dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}=1$. **C.** $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$. **D.** $d:\dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{a}=1$..

Lời giải

Phương trình đoạn chắn của đường thẳng $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

Câu 11: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4),B(-6;0)$ là:

A. $\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-6}=1$. **C.** $\dfrac{-x}{4}+\dfrac{y}{-6}=1$. **D.** $\dfrac{-x}{6}+\dfrac{y}{4}=1$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M(a;0),N(0;b)$ với $a,b\neq 0$ là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

Câu 12: Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:3x-2y+1=0$ là:

A. $3x-2y-7=0$. **B.** $2x+3y+4=0$. **C.** $x+3y+5=0$. **D.** $2x+3y-3=0$.

Lời giải

Do $d\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{n_d}(2;3)$

Mà đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ nên ta có phương trình:

$$2(x-1)+3(y+2)=0\Leftrightarrow 2x+3y+4=0.$$

Vậy phương trình đường thẳng $d:2x+3y+4=0$.

Câu 13: Cho đường thẳng $d:8x-6y+7=0$. Nếu đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng *d* thì Δ có phương trình là

A. $4x-3y=0$. **B.** $4x+3y=0$. **C.** $3x+4y=0$. **D.** $3x-4y=0$.

Lời giải

Vì Δ vuông góc với đường thẳng $d:8x-6y+7=0$ nên phương trình $\Delta:6x+8y+C=0$

Mà Δ đi qua gốc tọa độ nên ta có: $6.0+8.0+C=0\Leftrightarrow C=0$.

Vậy phương trình $\Delta:6x+8y=0$ hay $\Delta:3x+4y=0$

Câu 14: Trong hệ trục Oxy, đường thẳng d qua $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $d':x+y-1=0$ có phương trình là

A. $x+y-1=0$. **B.** $x-y=0$. **C.** $-x+y-1=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Lời giải

Do đường thẳng d song song với đường thẳng $d': x+y-1=0$ nên đường thẳng d nhận vec tơ $\vec{n}=(1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Khi đó đường thẳng d qua $M(1;1)$ và nhận vec tơ $\vec{n}=(1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là $x+y-2=0$.

Câu 15: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x-y+4=0$.

A. $x+2y=0$. **B.** $x+2y-3=0$. **C.** $x+2y+3=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Lời giải

Ta có đường thẳng vuông góc với $2x-y+4=0$ có phương trình $x+2y+m=0$, mà đường thẳng này đi qua điểm $I(-1;2)$, suy ra $-1+2.2+m=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $x+2y-3=0$.

Câu 16: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5 \\ y=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=3-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+5t \\ y=t \end{cases}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC.

Ta có $\begin{cases} B(0;3)\in d \\ \vec{u}_d=\overrightarrow{AC}=(-5;-1)=-1.(5;1) \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;2)$, $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua A và song song với PQ.

Ta có: $\begin{cases} A(3;2)\in d \\ \vec{u}_d=\overrightarrow{PQ}=(-4;-2)=-2(2;1) \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=2+t \end{cases}$

$\xrightarrow{t=-2} M(-1;0)\in d \to d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 18: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox.

A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 4 \\ y = -7 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -7 + t \\ y = 4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}_{Ox} = (1;0) \longrightarrow \vec{u}_d = (1;0) \longrightarrow d: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -7 \end{cases} \xrightarrow{t=-4} A(0;-7) \in d \Rightarrow d: \begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$.

Câu 19: Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x + 3y - 12 = 0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x + 3y - 8 = 0$. **B.** $2x + 3y + 8 = 0$. **C.** $4x + 6y + 1 = 0$. **D.** $4x - 3y - 8 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} M(1;2) \in d \\ d \parallel \Delta: 2x + 3y - 12 = 0 \end{cases} \to \begin{cases} M(1;2) \in d \\ d: 2x + 3y + c = 0 (c \neq -12) \end{cases}$

Khi đó: $2.1 + 3.2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -8$ nên $d: 2x + 3y - 8 = 0$.

Câu 20: Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng $\Delta: 6x - 4x + 1 = 0$ là:

A. $3x - 2y = 0$. **B.** $4x + 6y = 0$. **C.** $3x + 12y - 1 = 0$. **D.** $6x - 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} O(0;0) \in d \\ d \parallel \Delta: 6x - 4x + 1 = 0 \end{cases} \to \begin{cases} O(0;0) \in d \\ d: 6x - 4x + c = 0 \ (c \neq 1) \end{cases} \longrightarrow 6.0 - 4.0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0.$

Vậy $d: 6x - 4y = 0 \Leftrightarrow d: 3x - 2y = 0.$

Câu 21: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.

A. $3x + 2y + 6 = 0$. **B.** $-2x + 3y + 17 = 0$. **C.** $3x + 2y - 6 = 0$. **D.** $3x - 2y + 6 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} A(4;-3) \in d \\ \vec{u}_d = (-2;3) \\ \Delta \parallel d \end{cases} \to \begin{cases} A(4;-3) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (-2;3) \to \vec{n}_\Delta = (3;2) \end{cases}$

Khi đó: $\Delta: 3(x - 4) + 2(y + 3) = 0 \Leftrightarrow \Delta: 3x + 2y - 6 = 0.$

Câu 22: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases}$.

A. $2x + y + 2 = 0$. **B.** $2x - y + 2 = 0$. **C.** $x - 2y + 1 = 0$. **D.** $x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} M(-1;0) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (1;-2) \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(-1;0) \in d \\ \vec{n}_d = (1;-2) \end{cases} \rightarrow d: 1(x+1) - 2(y-0) = 0 \Leftrightarrow d: x - 2y + 1 = 0.$

Câu 23: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$. **<u>B.</u>** $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{u}_\Delta = (-3;5) \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(-2;1) \in d \\ \vec{n}_d = (-3;5) \rightarrow \vec{u}_d = (5;3) \end{cases} \rightarrow d: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 24: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 13y + 1 = 0$.

<u>A.</u> $\begin{cases} x = -1 + 13t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 13t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 - 13t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 13t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} A(-1;2) \in d \\ \vec{n}_\Delta = (3;-13) \\ d \parallel \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(-1;2) \in d \\ \vec{n}_d = (3;-13) \rightarrow \vec{u}_d = (13;3) \end{cases} \rightarrow d: \begin{cases} x = -1 + 13t \\ y = 2 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 25: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

A. $x + y - 3 = 0$. **<u>B.</u>** $x - y - 3 = 0$. **C.** $x + y + 3 = 0$. **D.** $2x - y - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} M(-2;-5) \in d \\ (\text{I}): x - y = 0 \ (\Delta) \\ d \parallel \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(-2;-5) = 0 \\ d: x - y + c = 0 \ (c \neq 0) \end{cases} \rightarrow -2 - (-5) + c = 0 \Leftrightarrow c = -3.$

Vậy $d: x - y - 3 = 0.$

Câu 26: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $x + y - 4 = 0$. **<u>B.</u>** $x - y - 4 = 0$. **C.** $x + y + 4 = 0$. **D.** $x - y + 4 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} M(3;-1)\in d \\ (\text{II}): x+y=0\ (\Delta) \\ d\perp\Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(3;-1) \\ d: x-y+c=0 \end{cases}$

Khi đó: $3-(-1)+c=0 \Leftrightarrow c=-4 \to d: x-y-4=0.$

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy, cho Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;1)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là:

A. $-2x+y+7=0$. **B.** $-2x+y-7=0$. **C.** $x+2y-1=0$. **D.** $2x-y+7=0$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là:

$-2(x-3)+1(y+1)=0 \Leftrightarrow -2x+6+y+1=0 \Leftrightarrow -2x+y+7=0$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $-2x+y+7=0$.

Câu 28: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(2;-1);B(0;4)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với AB?

A. $-2x+5y-9=0$. **B.** $-2x+5y+9=0$. **C.** $2x-y+4=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;5)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là:

$-2(x-2)+5(y+1)=0 \Leftrightarrow -2x+4+5y+5=0 \Leftrightarrow -2x+5y+9=0$.

Câu 29: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(1;1)$ và $B(-3;2)$ là

A. $4x-y+14=0$. **B.** $-3x+2y+14=0$. **C.** $x+4y+5=0$. **D.** $x+4y-5=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;1)$. Từ đó suy ra đường thẳng đi qua $A(1;1)$ và $B(-3;2)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;4)$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng là: $(x-1)+4(y-1)=0$ hay $x+4y-5=0$.

Câu 30: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

A. $y=-x-1$. **B.** $y=-x-1$ và $y=x-5$.

C. $y=x-5$. **D.** $y=2x-7$ và $y=-2x+1$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân nên đường thẳng d tạo với trục Ox góc $45°$.

Vậy hệ số góc k của đường thẳng d thoả mãn $|k| = \tan 45° = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k = 1 \\ k = -1 \end{array}\right.$.

Với $k = 1$, khi đó phương trình đường thẳng d là $y = 1.(x-2) - 3 \Leftrightarrow y = x - 5$.

Với $k = -1$, khi đó phương trình đường thẳng d là $y = -1(x-2) - 3 \Leftrightarrow y = -x - 1$.

Câu 31: Viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1 : x + y = 1$, $d_1 : 2x + y = 0$ và có hệ số góc bằng 3.

A. $y = 3x + 5$. **B.** $y = -3x - 1$. **C.** $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$. **D.** $y = \frac{-1}{3}x + \frac{5}{3}$.

Lời giải

Toạ độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 thoả mãn hệ phương trình

$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Đường thẳng Δ đi qua giao điểm $M(-1;2)$ của hai đường thẳng d_1, d_2 và có hệ số góc bằng 3 có phương trình là $y = 3(x+1) + 2 \Leftrightarrow y = 3x + 5$.

Câu 32: Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát là $4x + 3y - 24 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d dưới dạng phương trình đường thẳng theo đoạn chắn.

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$. **C.** $\frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1$. **D.** $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$.

Lời giải

$d : 4x + 3y - 24 = 0$.

Đuòng thẳng d cắt trục hoành tại điểm $A(6;0)$.

Đuòng thẳng d cắt trục tung tại điểm $B(0;8)$.

Đuòng thẳng d đi qua hai điểm $A(6;0)$ và $B(0;8) \Rightarrow d : \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$.

Câu 33: Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;3)$. **B.** $N(3;2)$. **C.** $P(-3;4)$. **D.** $Q(4;-3)$.

Lời giải

Đuòng thẳng d đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;3) \Rightarrow d : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y - 6 = 0$.

Dễ thấy đường thẳng d đi qua điểm $Q(4;-3)$.

Câu 34: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4 và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

A. $3x-4y+12=0$. **B.** $4x-3y-12=0$. **C.** $4x-3y+12=0$. **D.** $3x-4y-12=0$.

Lời giải

Đuòng thẳng d cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ bằng $4 \Rightarrow A(4;0)$.

Đuòng thẳng d cắt trục tung tại điểm B có tung độ bằng $-3 \Rightarrow B(0;-3)$.

Đuòng thẳng d đi qua hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;-3) \Rightarrow d: \frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1 \Leftrightarrow 3x-4y-12=0$.

Câu 35: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(5;-7)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB.

A. $\frac{x}{5}+\frac{y}{7}=1$. **B.** $\frac{x}{5}-\frac{y}{7}=1$. **C.** $\frac{x}{10}+\frac{y}{14}=1$. **D.** $\frac{x}{10}-\frac{y}{14}=1$.

Lời giải

Đuòng thẳng d cắt trục hoành tại điểm $A(a;0)$.

Đuòng thẳng d cắt trục tung tại điểm $B(0;b)$.

Ta có M là trung điểm của $AB \Leftrightarrow \begin{cases} 5=\frac{a+0}{2} \\ -7=\frac{0+b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=-14 \end{cases}$.

Đuòng thẳng d đi qua hai điểm $A(10;0)$ và $B(0;-14) \Rightarrow d: \frac{x}{10}-\frac{y}{14}=1$.

Câu 36: Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua $M(0;1)$ và vuông góc với $d: 3x-2y+1=0$ là

A. $2x+3y-1=0$. **B.** $3x-2y+2=0$. **C.** $3x-2y+4=0$. **D.** $2x+3y-3=0$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-2)$.

Do đường thẳng Δ vuông góc với d nên Δ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\Delta}=(2;3)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ được xác định:

$$2(x-0)+3(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-3=0.$$

Câu 37: Cho tam giác ABC có $A(2;0), B(0;3), C(-3;1)$. Phương trình tổng quát đường thẳng d đi qua B và song song với AC là

A. $x+5y-2=0$. **B.** $x+5y-15=0$. **C.** $5x-y+3=0$. . **D.** $2x+10y-5=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AC}=(-5;1) \Rightarrow$ đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;5)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d được xác định:

$1(x-0)+5(y-3)=0 \Leftrightarrow x+5y-15=0$.

Câu 38: Đường thẳng đi qua $M(2;0)$, song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-4+5t\\y=1-t\end{cases}$ có phương trình tổng quát là

A. $x+5y-2=0$. **B.** $5x-y-10=0$. **C.** $x+5y+1=0$. **D.** $2x+10y-13=0$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(5;-1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(2;0)$ và song song với Δ. Khi đó đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;5)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d được xác định:

$1(x-2)+5(y-0)=0 \Leftrightarrow x+5y-2=0$.

Câu 39: Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(6;-10)$ và vuông góc với trục Oy.

A. $y+10=0$. **B.** $x-6=0$. **C.** $x+y=-4$. **D.** $y-10=0$.

Lời giải

Do đường thẳng d vuông góc trục Oy nên suy ra đường thẳng d song song hoặc trùng với trục Ox.

Mà trục Ox có phương trình là: $y=0$.

Suy ra phương trình đường thẳng d có dạng $y+c=0$.

Mà đường thẳng d đi qua điểm $M(6;-10)$ nên ta có $-10+c=0 \Leftrightarrow c=10$.

Vậy phương trình đường thẳng $d: y+10=0$.

Câu 40: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

A. $\begin{cases}x=-3+t\\y=5-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3+t\\y=5+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5-t\\y=-3+t\end{cases}$.

Lời giải

Phương trình đường phân giác góc phần tư thứ nhất có dạng: $x-y=0$.

Đường thẳng này có một VTPT là $\vec{n}=(1;-1)$ và nhận một VTCP $\vec{u}=(1;1)$.

Đường thẳng d song song với góc phần tư thứ nhất nên d nhận $\vec{u}=(1;1)$ làm VTCP.

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=5+t\end{cases}$.

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC: 4x+7y-21=0$. Phương trình cạnh BC là:

A. $4x-2y+1=0$. **B.** $x-2y+14=0$. **C.** $x+2y-14=0$. **D.** $x-2y-14=0$.

Lời giải

Tọa độ của A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}5x-2y=-6\\4x+7y=21\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=3\end{cases}$.

Suy ra $A(0;3) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(1;-2)$.

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow (BH): 7x-4y+d=0$.

Mà $H(1;1)\in(BH) \Rightarrow d=-3$ suy ra $(BH): 7x-4y-3=0$ và $\{B\}=AB\cap BH$.

Tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}5x-2y=-6\\7x-4y=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\y=-\dfrac{19}{2}\end{cases}$.

Suy ra $B\left(-5;-\dfrac{19}{2}\right)$.

Đường thẳng (BC) nhận $\overrightarrow{AH}=(1;-2)$ là VTPT và qua $B\left(-5;-\dfrac{19}{2}\right)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $(BC): (x+5)-2\left(y+\dfrac{19}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x-2y-14=0$.

Câu 42: Cho hai đường thẳng $d_1: x+y-1=0, d_2: x-3y+3=0$. Phương trình đường thẳng d đối xứng với d_1 qua d_2 là:

A. $x-7y+1=0$. **B.** $x+7y+1=0$. **C.** $7x+y+1=0$. **D.** $7x-y+1=0$.

Lời giải

Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2. Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases}x+y-1=0\\x-3y+3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=1\end{cases} \Rightarrow I(0;1)$.

Lấy $M(1;0)\in d_1$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d_2 có phương trình: $3x+y-3=0$.

Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng Δ, d_2. Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases}3x+y-3=0\\x-3y+3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{3}{5}\\y=\dfrac{6}{5}\end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{6}{5}\right)$.

Gọi N là điểm đối xứng với M qua d_2. Khi đó H là trung điểm của MN và $N\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{12}{5}\right)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua $I(0;1)$ có một VTCP $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{IN}=\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{7}{5}\right)$.

Khi đó phương trình đường thẳng d đi qua $I(0;1)$ có một VTPT $\overrightarrow{n_d}=(7;-1)$ có dạng: $7(x-0)-(y-1)=0 \Leftrightarrow 7x-y+1=0$

Câu 43: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-4;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng Δ?

A. $\begin{cases} x=-4+2t \\ y=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+4t \\ y=2-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-3+t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ nhận $\vec{u}=(-4;2)$ là vectơ chỉ phương nên $\vec{u'}=(-2;1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-3+t \end{cases}$.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;4)$ là

A. $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-5+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-5-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=4-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-5+3t \end{cases}$.

Lời giải

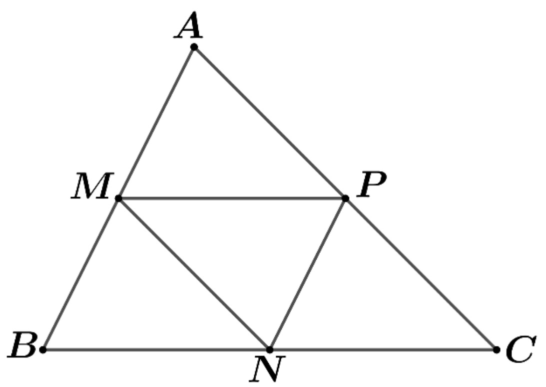
Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;4)$ nên nhận vectơ $\vec{u}=(4;-3)$ làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-5-3t \end{cases}$.

Câu 45: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC. Biết $M(1;2), N(-3;4), P(0;5)$ lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Phương trình tham số của đường thẳng AB là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \end{cases}$.

Lời giải



Vì N, P lần lượt là trung điểm của $BC, CA \Rightarrow NP \parallel AB \Rightarrow \overrightarrow{NP}=(3;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB. Mà $M(1;2)$ thuộc AB nên phương trình tham số của đường thẳng AB là: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+t \end{cases}$.

Câu 46: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$ là

A. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-6-t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng AB đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$ nên nhận $\overrightarrow{AB}=(-9;3)$ làm véc tơ chỉ phương hay nhận $\vec{u}=(3;-1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng AB có phương trình tham số là $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$.

Câu 47: Cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-3t \\ y=1+t \end{cases}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $M(0;1)$ và vuông góc với d là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3t \\ y=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+3t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;1)$.

Do đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d nên Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;3)$

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là : $\begin{cases} x=t \\ y=1+3t \end{cases}$.

Câu 48: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;1);B(2;3);C(-2;1)$. M,N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Phương trình tham số của đường thẳng MN là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=\frac{1}{2}+2t \\ y=\frac{3}{2}+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}+2t \\ y=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=\frac{3}{2}-2t \\ y=2+t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $M\left(\frac{3}{2};2\right);N\left(-\frac{1}{2};1\right)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-2;-1)$. Gọi I là trung điểm của $MN\Rightarrow I\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

Đường thẳng MN đi qua $I\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ và nhận $\vec{u}=-\overrightarrow{MN}=(2;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng MN là: $\begin{cases} x=\frac{1}{2}+2t \\ y=\frac{3}{2}+t \end{cases}$.

Câu 49: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d đi qua $A(2;1)$ có hệ số góc k nguyên dương. Viết phương trình đường thẳng d biết d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 0,5.

A. $d: x+y-3=0$. **B.** $d: x-y-1=0$. **C.** $d: 4x-y-7=0$. **D.** $d: x-4y+2=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $A(2;1)$ có hệ số góc k nguyên dương nên $d: y=k(x-2)+1$

Hay $d: kx-y-2k+1=0$ và ta có $d \cap Ox = B\left(\dfrac{2k-1}{k};0\right); d \cap Oy = C(0;-2k+1)$.

$S_{\Delta OBC} = \dfrac{1}{2}.OB.OC = \dfrac{1}{2}.\left|\dfrac{2k-1}{k}\right|.|-2k+1| = \dfrac{(2k-1)^2}{2|k|}$

Mà $S_{\Delta OBC} = 0{,}5$ nên $\dfrac{(2k-1)^2}{2|k|} = 0{,}5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=\dfrac{1}{4}(\text{loai}) \\ k=1\ (\text{nhan}) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đường thẳng là $d: x-y-1=0$.

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ cắt tia Ox, Oy lần lượt tại A, B. Viết phương trình đường thẳng d sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất?

A. $x+2y+4=0$. **B.** $x+2y-4=0$. **C.** $2x+y+4=0$. **D.** $2x+y-4=0$.

Lời giải

Gọi $A(a;0), B(0;b)$ $(a>0, b>0)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng d với các tia Ox, Oy.

Phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ vì $M(1;2) \in d \Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}=1$.

Ta có: $OA=|a|=a, OB=|b|=b$ nên diện tích tam giác OAB: $S_{OAB=}\dfrac{1}{2}OA.OB=\dfrac{1}{2}ab$.

Áp dụng bất đẳng thẳng Cauchy, ta có: $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{a}.\dfrac{2}{b}} \Rightarrow \dfrac{1}{2}ab \ge 4 \Rightarrow S_{OAB} \ge 4$.

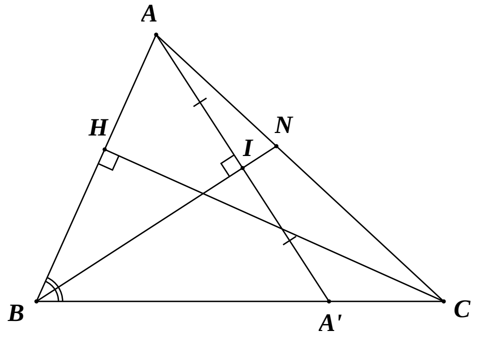
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}=1 \\ \dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=4 \end{cases}$.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}=1 \Leftrightarrow 2x+y-4=0$.

Câu 51: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, đường cao $CH: x-y+1=0$, phân giác trong $BN: 2x+y+5=0$. Khi đó tam giác ABC có diện tích bằng

A. $\dfrac{45}{4}$. **B.** $\dfrac{45}{2}$. **C.** $\dfrac{41}{2}$. **D.** $\dfrac{41}{4}$.

Lời giải



Ta có $AB \perp CH: x-y+1=0 \Rightarrow AB: x+y+c=0$, AB qua $A(1;-2) \Rightarrow c=1$.

Phương trình đường thẳng $AB: x+y+1=0$.

Ta có $B = AB \cap BN$ nên tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y+1=0 \\ 2x+y+5=0 \end{cases} \Rightarrow B(-4;3)$.

Gọi I là hình chiếu của A lên phân giác trong BN và A' là điểm đối xứng của A qua BN (ta có I là trung điểm của AA' và $A' \in BC$)

Do $AI \perp BN: 2x+y+5=0 \Rightarrow AI: x-2y+m=0$, AI qua $A(1;-2) \Rightarrow m=-5$.

Suy ra $AI: x-2y-5=0$.

Ta có $I = AI \cap BN \Rightarrow$ Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-2y-5=0 \\ 2x+y+5=0 \end{cases} \Rightarrow I(-1;-3)$.

Lại có I là trung điểm của $AA' \Rightarrow A'(-3;-4)$. Đường BC qua $B(-4;3)$ nhận $\overrightarrow{A'B}=(-1;7)$ làm VTCP có dạng $\dfrac{x+4}{-1}=\dfrac{y-3}{7} \Leftrightarrow 7x+y+25=0$.

Ta có $C = BC \cap CH \Rightarrow$ Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x+y+25=0 \\ x-y+1=0 \end{cases} \Rightarrow C\left(\dfrac{-13}{4};\dfrac{-9}{4}\right)$.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}.BC.d(A,BC)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{15\sqrt{2}}{4}.\dfrac{|7.1-2+25|}{\sqrt{49+1}}=\dfrac{45}{4}$ (đvdt).

Câu 52: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=3+2t \\ y=5-t \end{cases}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;2)$. **C.** $\vec{u}=(3;5)$. **D.** $\vec{u}=(2;-1)$.

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=3+2t \\ y=5-t \end{cases}$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(2;-1)$.

Câu 53: Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $2x+3y+3=0$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(2;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;2)$. **C.** $\vec{u}=(2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(3;-2)$.

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình tổng quát $2x+3y+3=0$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;3)$

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(3;-2)$.

Câu 54: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(2;5);B(4;2)$ là

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=5+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=5+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=5-3t\end{cases}$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;5)$ nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-3)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=2+2t\\y=5-3t\end{cases}$.

Câu 55: Cho điểm $A(2;3)$, đường thẳng $\Delta:2x-3y+1=0$. Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua A và nhận vectơ pháp tuyến của Δ là vectơ chỉ phương.

A. $\begin{cases}x=2-3t\\y=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=2-3t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3)$.

Đường thẳng cần tìm đi qua A nhận vectơ $\vec{n}=(2;-3)$ là một vectơ chỉ phương có dạng tham số là: $\begin{cases}x=2+2t\\y=3-3t\end{cases}$.

Câu 56: Cho điểm $A(2;3),B(-1;1)$. Viết phương trình đường thẳng AB ở dạng tham số.

A. $\begin{cases}x=2-3t\\y=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=2+3t\end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-2)$, véctơ $\vec{u}=-\overrightarrow{AB}=(3;2)$.

Đường thẳng AB đi qua A nhận véc tơ $\vec{u}=(3;2)$ là một véc tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng AB ở dạng tham số là: $\begin{cases}x=2+3t\\y=3+2t\end{cases}$.

Câu 57: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(-1;2)$ và đường thẳng $d:x+2y+3=0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với đường thẳng d.

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=-1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng $d: x+2y+3=0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2)$.

Vì Δ song song với d nên đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases}$.

Câu 58: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ điểm B là điểm $K(0;2)$ và trung điểm cạnh AB là điểm $M(3;1)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.

A. $3x-y-8=0$. **B.** $3x-4y-14=0$. **C.** $x-2y-6=0$. **D.** $3x+4y+2=0$.

Lời giải

Đường cao BK đi qua hai điểm H,K nên có phương trình: $2x+y-2=0$.

Do $AC \perp BK \Rightarrow AC: x-2y+m=0$.

Mà $K \in AC \Rightarrow 0-2.2+m=0 \Rightarrow m=4 \Rightarrow AC: x-2y+4=0$.

Giả sử $A(2a-4;a) \in AC$ và $B(b;2-2b) \in BK$.

Vì $M(3;1)$ là trung điểm của AB nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2a-4+b=2.3 \\ a+2-2b=2.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=10 \\ a-2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow A(4;4), B(2;-2).$$

Do đường thẳng chứa cạnh BC đi qua điểm B và nhận vectơ $\overrightarrow{HA}=(3;4)$ làm VTPT nên có phương trình $3x+4y+2=0$.

Câu 59: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có phương trình đường thẳng AB là $2x+y+7=0$, phương trình đường thẳng AD là $x-4y-1=0$ và giao điểm của hai đường chéo AC, BD là $I(1;2)$. Phương trình của đường thẳng BC là

A. $x-4y+3=0$. **B.** $x-4y+15=0$. **C.** $2x+y-15=0$. **D.** $2x+y+\frac{3}{2}=0$.

Lời giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y+7=0 \\ x-4y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$. Vậy $A(-3;-1)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên I là trung điểm của AC.

Ta có: $\begin{cases} 1 = \dfrac{-3+x_C}{2} \\ 2 = \dfrac{-1+y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 5 \\ y_C = 5 \end{cases}$. Vậy $C(5;5)$.

Đường thẳng BC song song với đường thẳng AD nên phương trình đường thẳng BC có dạng: $x-4y+c=0$ với $c \neq -1$.

$C(5;5)$ thuộc đường thẳng BC nên: $5-4.5+c=0 \Leftrightarrow c=15$.

Vậy phương trình đường thẳng BC là: $x-4y+15=0$

Câu 60: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I(6;2)$, điểm $M(1;5)$ nằm trên cạnh AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $d: x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AB biết hoành độ điểm E lớn hơn 6.

A. $y-5=0$. **<u>B</u>.** $x-4y+19=0$. **C.** $y+5=0$. **D.** $x-4y-19=0$.

Lời giải

Gọi N là điểm đối xứng với M qua I khi đó: $N(11;-1)$.

Giả sử tọa độ điểm $E(a;5-a) \in d, a>6$.

Ta có: $\overrightarrow{IE} = (a-6;3-a), \overrightarrow{NE} = (a-11;6-a)$.

Do $IE \perp NE \Rightarrow \overrightarrow{IE}.\overrightarrow{NE} = 0 \Leftrightarrow (a-6)(a-11)+(3-a)(6-a)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=6\,(\text{l}) \\ a=7\,(\text{n}) \end{array}\right.$.

Với $a=7 \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (1;-4)$. Khi đó đường thẳng chứa cạnh AB đi qua điểm $M(1;5)$ và nhận $\overrightarrow{IE}$ làm VTPT nên có phương trình: $x-4y+19=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x-y+2=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1)$

b) Đường thẳng Δ_2 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2)$

c) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x=t \\ y=2+t. \end{cases}$

d) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là $x-3y-7=0$

Lời giải

a) Đúng: Đường thẳng $\Delta_1: x-y+2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1)$

b) Sai: Đường thẳng $\Delta_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;1)$

c) Đúng: Ta có $\vec{u}=(1;1)$ là một vectơ chỉ phương, lại có Δ_1 đi qua điểm $A(0;2)$ nên phương trình tham số của Δ_1 là: $\begin{cases} x=t \\ y=2+t. \end{cases}$

d) Đúng: Ta có $\vec{n}=(1;-3)$ là một vectơ pháp tuyến, lại có Δ_2 đi qua điểm $M(1;-2)$ nên phương trình tổng
quát của Δ_2 là: $1(x-1)-3(y+2)=0 \Leftrightarrow x-3y-7=0$.

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;2), B(3;4)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(2;5)$

b) Đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-5)$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là: $2x-5y+14=0$

d) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-1;1)$ và song song với AB là $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+5t \end{cases}$

Lời giải

a) Sai: Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(5;2)$

b) Đúng: Vì AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(5;2)$ nên nhận $\vec{n}=(2;-5)$ là một vectơ pháp tuyến.

c) Đúng: Phương trình tổng quát của đường thẳng AB đi qua $A(-2;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-5)$ là: $2(x+2)-5(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x-5y+14=0$.

d) Sai: Đường thẳng này song song với đường thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}(5;2)$ là một vectơ chỉ phương phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}(5;2)$ là: $\begin{cases} x=-1+5t \\ y=1+2t \end{cases}$

Câu 3: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác DEF có $D(1;-1)$, $E(2;1)$, $F(3;5)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vectơ chỉ phương

b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x+y=0$.

c) Gọi I là trung điểm của DF. Toạ độ của điểm I là $(2;2)$.

d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x-2=0$.

Lời giải

a) Sai: Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận $\overrightarrow{EF}$ là một vectơ pháp tuyến.

b) Sai: Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là: $(x-1)+4y+1=0 \Leftrightarrow x+4y+3=0.$

c) Đúng: Gọi I là trung điểm của DF. Toạ độ của điểm I là $(2;2)$.

d) Đúng: Đường trung tuyến kẻ từ E có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{EI}=(0;1)$ nên nhận $\vec{n}=(1;0)$ là một vectơ pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x-2=0$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $7x+5y-8=0$, phương trình các đường cao kẻ từ B,C lần lượt là $9x-3y-4=0, x+y-2=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm B có toạ độ là $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

d) Điểm C có toạ độ là $(-1;3)$.

c) Phương trình đường cao kẻ từ A là $5x-7y-6=0$

d) Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $x-13y+4=0$

Lời giải

a) Đúng: Toạ độ của điểm B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}7x+5y-8=0\\9x-3y-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2}{3}\\y=\frac{2}{3}.\end{cases}$

Suy ra điểm B có toạ độ là $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

b) Đúng: Toạ độ của điểm C là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}7x+5y-8=0\\x+y-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=3.\end{cases}$

Suy ra điểm C có toạ độ là $(-1;3)$.

c) Sai: Đường thẳng AB đi qua điểm $B\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ và nhận vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;-1)$ của đường cao kẻ từ C làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $(x+1)+3(y-3)=0\Leftrightarrow x+3y-8=0$

Toạ độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x-y=0\\x+3y-8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2.\end{cases}$

Suy ra điểm A có toạ độ là $(2;2)$.

Phương trình đường cao kẻ từ $A(2;2)$ và nhận vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;-7)$ của đường thẳng BC làm vectơ pháp tuyến là: $5(x-2)-7(y-2)=0\Leftrightarrow 5x-7y+4=0$.

Gọi I là trung điểm của BC, ta có toạ độ của điểm I là $\left(\frac{-1}{6};\frac{11}{6}\right)$. Do đó ta có $\overrightarrow{IA}\left(\frac{13}{6};\frac{1}{6}\right)$.

d) Sai: Đường trung tuyến kẻ từ A nhận $\vec{n}=(1;-13)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$(x-2)-13(y-2)=0\Leftrightarrow x-13y+24=0$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4;-1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x-y+3=0$ và $3x+2y-6=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đường thẳng AB là $2x-3y+5=0$

b) Phương trình đường thẳng AC là $x+2y-6=0$

c) Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$

d) Phương trình đường thẳng BC là $x+y-1=0$

Lời giải

a) Đúng: Phương trình đường thẳng AB là $2x-3y+5=0$; CK có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{CK}=(3;2)$

Đường thẳng AB vuông góc CK nên nhận $\vec{n}_{CK}=(3;2)$ làm vectơ chỉ phương, vì thế AB có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB}(2;-3)$. Mặt khác AB đi qua $A(-4;-1)$ nên có phương trình:

$$2(x+4)-3(y+1)=0 \Leftrightarrow 2x-3y+5=0.$$

b) Sai: Phương trình đường thẳng AC là $x+2y-6=0$

Đường thẳng AC vuông góc BH nên nhận $\vec{n}_{BH}(2;-1)$ làm véctơ chỉ phương, vì thế AC có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AC}=(1;2)$. Mặt khác AC đi qua $A(-4;-1)$ nên có phương trình:

$1(x+4)+2(y+1)=0 \Leftrightarrow x+2y+6=0.$

c) Đúng: Tọa độ điểm B của tam giác ABC là $B(-1;1)$

Gọi B là giao điểm của AB và BH nên tọa độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases}2x-3y+5=0\\2x-y+3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$

Vậy tọa độ điểm B là $B(-1;1)$.

d) Sai: Phương trình đường thẳng BC là $x+y-1=0$

Gọi C là giao điểm của AC và CK. Xét hệ: $\begin{cases}x+2y+6=0\\3x+2y-6=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=6\\y=-6\end{cases} \Rightarrow C(6;-6).$

Đường thẳng BC có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=(7;-7)$ nên có véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(7;7)$. Vậy BC có phương trình: $7(x+1)+7(y-1)=0 \Leftrightarrow x+y=0$.

Câu 6: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Vật thể M khởi hành từ điểm $A(3;5)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v}=(2;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}=(1;2)$.

b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng có một đường thẳng có phương trình : $x-2y-7=0$

c) Toạ độ của vật thể M tại thời điểm $t(t>0)$ tính từ khi khởi hành là $\begin{cases} x=5+2t \\ y=3+t \end{cases}$.

d) Khi $t=1$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $2\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Đúng: Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $\vec{v}=(2;1)$.

b) Đúng: Vật thể chuyển động trên đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{v}=(2;1)$ và đi qua điểm $A(3;5)$ có dạng $\frac{x-2}{2}=\frac{y-5}{1} \Leftrightarrow x-2y-7=0$.

c) Sai: Vật thể khởi hành từ điểm $A(3;5)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $\vec{v}=(2;1)$ nên vị trí của vật thể tại thời điểm $t,(t>0)$ có toạ độ là: $\begin{cases} x=3+2t \\ y=5+t \end{cases}$.

d) Sai: Gọi B là vị trí của vật thể tại thời điểm $t=1$. Toạ độ của điểm B là: $\begin{cases} x_B=3+2.1=5 \\ y_B=5+1=6 \end{cases}$

Khi đó quãng đường vật thể đi được là $AB=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình của đường thẳng d đi qua B và song song với AC là $x+5y-15=0$.

b) Phương trình của đường trung trực đoạn thẳng BC là $\begin{cases} x=-\frac{3}{2}+2t \\ y=2-3t \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$.

c) Đường thẳng AB có phương trình là $3x+2y+6=0$.

d) Đường cao ứng với đỉnh C của tam giác ABC đi qua điểm $M(2;3)$.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AC}=(-5;1)$ nên đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;5)$.

Phương trình của đường thẳng d là $1.(x-0)+5.(y-3)=0 \Leftrightarrow x+5y-15=0$.

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng d là: $x+5y-15=0$

b) Đúng: Đường thẳng Δ là trung trực của đoạn thẳng BC nhận $\overrightarrow{CB}=(3;2)$ làm vectơ pháp tuyến nên vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(2;-3)$.

Mà Δ đi qua trung điểm $I\left(-\frac{3}{2};2\right)$ của BC nên Δ có phương trình là $\begin{cases} x=-\frac{3}{2}+2t \\ y=2-3t \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$.

c) Sai: Đường thẳng AB có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(-2;3)$ nên AB có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;2)$ và đi qua điểm $A(2;0)$ nên AB có phương trình là

$$3(x-2)+2(y-0)=0\Leftrightarrow 3x+2y-6=0.$$

d) Sai: Đường cao ứng với đỉnh C của tam giác ABC đi qua điểm $C(-3;1)$ và nhận $\overrightarrow{BA}=(2;-3)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$2(x+3)-3(y-1)=0\Leftrightarrow 2x-3y+9=0.$$

Từ đó dễ thấy đường thẳng này không đi qua điểm $M(2;3)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB có dạng $ax+by+c=0$. Tính giá trị $a.b.c$

Lời giải

Gọi $A\in Ox\Rightarrow A(x_A;0); B\in Oy\Rightarrow B(0;y_B)$

Ta có M là trung điểm AB $\Rightarrow\begin{cases} x_A+x_B=2x_M \\ y_A+y_B=2y_M \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x_A=10 \\ y_B=-6 \end{cases}$

Suy ra $(AB):\frac{x}{10}+\frac{y}{-6}=1\Leftrightarrow 3x-5y-30=0$. Nên $a=3;b=-5;c=-30$ suy ra $a.b.c=450$.

Câu 2: Đường thẳng $d:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, với $a\neq 0$, $b\neq 0$, đi qua điểm $M(-1;6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S=1000a+6b$.

Lời giải

Ta có: $d:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ đi qua điểm $M(-1;6)$ $\Rightarrow\frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1(1)$. $a>0;b>0$.

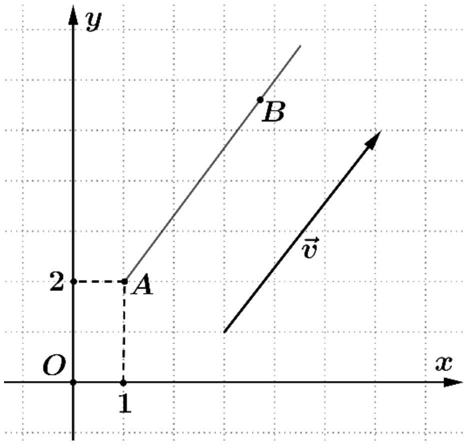
Đường thẳng $d:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ tạo với các tia Ox ; Oy tam giác có diện tích bằng $4\Rightarrow ab=8(2)$

Từ $(1);(2)\Rightarrow\begin{cases} \frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1 \\ ab=8 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1 \\ ab=8 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \frac{-b}{8}+\frac{6}{b}=1 \\ ab=8 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} b=4 \\ a=2 \end{cases}$(nhận) hoặc $\begin{cases} b=-12 \\ a=-\frac{3}{2} \end{cases}$

Khi đó: $1000a+6b=2024$.

Câu 3: Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng toạ độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí $A(1;2)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc được biểu thị bởi vectơ $\vec{v}=(3;4)$.Khi tàu thủy ở tọa độ $(x;y)$ vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 2 giờ ? Tính biểu thức S=$100x+200y$

Lời giải



Gọi vị trí của tàu (trên mặt phẳng toạ độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 2 giờ là $B(x;y),(y>0)$

Khi đó: $|\vec{v}|=\sqrt{3^2+4^2}=5$; $\overrightarrow{AB}=(x-1;y-2)$

Quãng đường tàu thủy chạy được sau 2 giờ là: $2.5=10$.

Ta có: $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=10 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=10^2 \quad (1)$

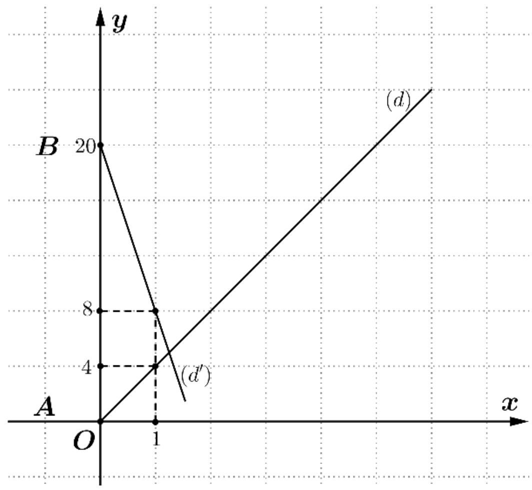
$\overrightarrow{AB}$ và $\vec{v}$ cùng phương nên $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4} \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{4}y-\dfrac{1}{2} \quad (2)$

Thay (2) vào (1) ta có:

$$\left(\frac{3}{4}y-\frac{1}{2}-1\right)^2+(y-2)^2=10^2 \Leftrightarrow 25y^2-100y-1500=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=10 \\ y=-6\,(loai) \end{array}\right. \Rightarrow x=7.$$

Vậy $(x;y)=(7;10)$ nên $S=100x+200y=2700$.

Câu 4: Hình vẽ là các đường thẳng biểu diễn chuyển động của hai người. Người thứ nhất đi bộ xuất phát từ A cách B khoảng 20 km, với vận tốc 4 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d). Người thứ 2 đi xe đạp xuất phát từ B với vận tốc 12 km/giờ, biểu diễn bằng đường thẳng (d'). Hỏi hai người gặp nhau sau mấy giờ?



Lời giải

Đường thẳng (d) đi qua điểm $O(0;0), M(1;4)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Đường thẳng (d’) đi qua điểm $B(0;20), P(1;8)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = 8 - 12k \end{cases} (k \in \mathbb{R})$.

Khi 2 người gặp nhau ta có hệ $\begin{cases} t = 1 + k \\ 4t = 8 - 12k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \dfrac{1}{4} \\ t = \dfrac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow x = \dfrac{5}{4}$.

Thời điểm hai người gặp nhau sau $\dfrac{5}{4} = 1,25$ giờ.

Câu 5: Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21,2^\circ$ Bắc, kinh độ $105,8^\circ$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16,1^\circ$ Bắc, kinh độ $108,2^\circ$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x° Bắc, kinh độ y° Đông được tính theo công thức $\begin{cases} x = 21,2 - \dfrac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \dfrac{9}{5}t \end{cases}$. Hỏi bay chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

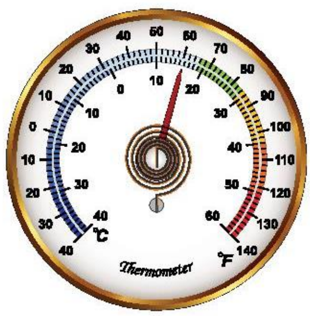
Lời giải

Thay $x = 16,1^\circ$, $y = 108,2^\circ$ vào công thức trên ta có $\begin{cases} 16,1 = 21,2 - \dfrac{153}{40}t \\ 108,2 = 105,8 + \dfrac{9}{5}t \end{cases} \Rightarrow t = \dfrac{4}{3}$

Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất $\dfrac{4}{3} \approx 1,34$ giờ.

Câu 6: Việc quy đổi nhiệt độ giữa đơn vị $^\circ$C (Anders Celsius, 1701-1744) và đơn vị $^\circ$F (Daniel Fahrenheit, 1686–1736) được xác định bởi hai mốc sau:
Nước đóng băng ở $0\,^\circ\mathrm{C}$, $32\,^\circ\mathrm{F}$; nước sôi ở $100\,^\circ\mathrm{C}$, $212\,^\circ\mathrm{F}$.

Trong quy đổi đó, nếu $a\,^\circ\mathrm{C}$ tương ứng với $b\,^\circ\mathrm{F}$ thì trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(a;b)$ thuộc đường thẳng đi qua $A(0;32)$ và $B(100;212)$. Hỏi $100\,^\circ\mathrm{F}$ tương ứng với bao nhiêu $^\circ$C? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Lời giải

Đường thẳng AB đi qua $A(0;32)$ và $B(100;212)$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(100;180)$ nên đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(9;-5)$.

Khi đó phương trình đường thẳng AB là: $9x-5y+160=0$.

Khi đó $100\,^{\mathrm{o}}$F tương ứng với $\frac{340}{9}\approx 37,78\,^{\mathrm{o}}$C.

-----------------HẾT-----------------

BÀI 02 VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$

- Nếu hệ phương trình có duy nhất một nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên.
- Nếu hệ phương trình vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau.
- Nếu hệ phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau.

Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau:

Nhận xét: Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ thì ta có:

- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau khi và chỉ khi $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$

2 Góc giữa hai đường thẳng

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức:

$$\cos\left(d_1; d_2\right) = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{\left|a_1a_2 + b_1b_2\right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

3 Khoảng cách giữa hai đường thẳng

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M_0\left(x_0; y_0\right)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$d\left(M_0; \Delta\right) = \frac{\left|ax_0 + by_0 + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Phương pháp: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$. Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$. Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ thì ta có:

- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
- Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a) $(\Delta_1): 3\sqrt{2}x+\sqrt{2}y-\sqrt{3}=0$ và $(\Delta_2): 6x+2y-\sqrt{6}=0$.

b) $(d_1): x-\sqrt{3}y+2=0$ và $(d_2): \sqrt{3}x-3y+2=0$.

c) $(m_1): x-2y+1=0$ và $(m_2): 3x+y-2=0$.

d) $(d_1): \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=2$ và $(d_2): 6x-2y-8=0$

e) $(d_1): 2x+y+15=0$ và $(d_2): x-2y-3=0$.

Lời giải

a) Xét hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{2}x+\sqrt{2}y-\sqrt{3}=0 \\ 6x+2y-\sqrt{6}=0 \end{cases}$ có vô số nghiệm nên Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.

b) Xét hệ phương trình $\begin{cases} x-\sqrt{3}y+2=0 \\ \sqrt{3}x-3y+2=0 \end{cases}$ vô nghiệm nên d_1 và d_2 song song.

c) Xét hệ phương trình $\begin{cases} x-2y+1=0 \\ 3x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{7} \\ y=\frac{5}{7} \end{cases}$. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Vậy m_1 và m_2 cắt nhau tại $A\left(\frac{3}{7};\frac{5}{7}\right)$.

d) Ta có $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=2 \Leftrightarrow 3x-2y-6=0$. Do $\frac{6}{3} \neq \frac{-2}{-2}$ nên hai đường thẳng cắt nhau.

Mặt khác $6.3+(-2).(-2)\neq 0$ nên hai đường thẳng không vuông góc.

e) Đường thẳng d_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;1)$ và d_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;-2)$.

Ta có $\vec{n}_1.\vec{n}_2=2.1+1.(-2)=0$ nên d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Bài tập 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=2-6t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=2-2t'\\y=-8+4t'\end{cases}$.

Lời giải

Ta có $d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=2-6t\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{n_1}=(3;2)$; $d_2:\begin{cases}x=2-2t'\\y=-8+4t'\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{n_2}=(2;1)$

Vì $\frac{3}{2}\neq\frac{2}{1}$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

Bài tập 3: Cho ba đường thẳng: $d_1:2x+y-1=0$, $d_2:x+2y+1=0$, $d_3:mx-y-7=0$. Chứng minh rằng các đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau và tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng trên đồng quy.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}2x+y-1=0\\x+2y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ suy ra hai đường thẳng d_1,d_2 cắt nhau tại $A(1;-1)$.

Ba đường thẳng đã cho đồng quy khi và chỉ khi d_3 cũng đi qua điểm A hay $A\in d_3$

Suy ra: $m.1-(-1)-7=0\Leftrightarrow m=6$.

Bài tập 4: Cho hai đường thẳng $\Delta:(m+3)x+3y-2m+3=0$, $\Delta':2x+2y+2-3m=0$. Tìm giá trị của tham số m để:

a) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng Δ'

b) Đường thẳng Δ song song với Δ'.

Lời giải

a) Đường thẳng Δ cắt Δ' khi và chỉ khi $\frac{m+3}{2}\neq\frac{3}{2}\Leftrightarrow m\neq 0$.

b) Theo câu để $\Delta//\Delta'$ thì trước hết ta phải có $m=0$.

Với $m=0$ khi đó dễ dàng ta nhận thấy $\Delta\equiv\Delta'$ nên không tồn tại m để $\Delta//\Delta'$.

Bài tập 5: Cho 4 điểm $A(-3;1),B(-9;-3),C(-6;0),D(-2;4)$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng AB và CD.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-6;-4)$ nên vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{AB}}=(2;-3)\Rightarrow(AB):2x-3y=-9$

Ta có $\overrightarrow{CD}=(4;4)$ nên vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{CD}}=(1;-1)\Rightarrow(CD):x-y=-6$

Gọi $N=AB\cap CD$ suy ra N là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x-3y=-9\\x-y=-6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-9\\y=-3\end{cases}\Rightarrow N(-9;-3)$

Bài tập 6: Tìm tham số m để đường thẳng $y=\left(m^2-3\right)x+3m+1$ song song với đường thẳng $y=x-5$.

Lời giải

Để đường thẳng $y=\left(m^2-3\right)x+3m+1$ song song với đường thẳng $y=x-5$ thì điều kiện là

$$\begin{cases} m^2-3=1 \\ 3m+1\neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm 2 \\ m\neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $\left(d_1\right):3x-4y+15=0$, $\left(d_2\right):5x+2y-1=0$ và $\left(d_3\right):mx-\left(2m-1\right)y+9m-13=0$. Tìm giá trị của m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} \left(d_1\right):3x-4y+15=0 \\ \left(d_2\right):5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow d_1\cap d_2=A\left(-1;3\right)\in d_3$

Khi đó: $-m-6m+3+9m-13=0 \Leftrightarrow m=5.$

Bài tập 8: Tìm giá trị của tham số m để hai đường thẳng $\left(d_1\right):4x+3my-m^2=0$ và $\left(d_2\right):\begin{cases} x=2+t \\ y=6+2t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

Lời giải

Để $Oy\cap d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+t=0 \\ y=6+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow Oy\cap d_2=A\left(0;2\right)\in d_1$

$\Leftrightarrow 6m-m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=6 \end{array}\right.$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$, với $a_2.b_2.c_2 \neq 0$. Hai đường thẳng d_1 và d_2 trùng nhau khi

A. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$. **B.** $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$. **C.** $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$. **D.** $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{c_1}{c_2}$.

Lời giải

Hai đường thẳng d_1 và d_2 trùng nhau khi $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, với $a_2.b_2.c_2 \neq 0$.

Câu 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $\mathrm{d}_1: x + y - 4 = 0$ và $\mathrm{d}_2: -2x - 2y + 6 = 0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Lời giải

Ta có $\frac{1}{-2} = \frac{1}{-2} \neq \frac{-4}{6}$ nên $d_1 \,//\, d_2$.

Câu 3: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x - 4 = 0$ và $d_2: 2x + y + 6 = 0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Lời giải

Ta có $\mathrm{d}_1: x - 4 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (1;0)$, $\mathrm{d}_2: 2x + y + 6 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2} = (2;1)$.

Suy ra $\begin{cases} \frac{1}{2} \neq \frac{0}{1} \\ \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 1.2 + 0.1 = 2 \neq 0 \end{cases}$ nên d_1 và d_2 cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 4: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x + 5 = 0$ và $d_2: y - 7 = 0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Lời giải

Ta có $d_1: x + 5 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (1;0)$, $d_2: y - 7 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2} = (0;1)$

Suy ra $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 1.0 + 0.1 = 0$ nên d_1 và d_2 vuông góc nhau.

Câu 5: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $\mathrm{d}_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \end{cases}$ và $\mathrm{d}_2: \begin{cases} x = -1 - 4t' \\ y = 3 + 2t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Lời giải

$d_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\end{cases}$ đi qua $A(1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-1)$.

$d_2:\begin{cases}x=-1-4t'\\y=3+2t'\end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-4;2)$.

Ta có $\dfrac{2}{-4}=\dfrac{-1}{2}\,(1)$

Thay toạ độ điểm $A(1;-2)$ vào đường thẳng $\mathrm{d}_2:\begin{cases}x=-1-4t'\\y=3+2t'\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}1=-1-4t'\\-2=3+2t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=\dfrac{-1}{2}\\t'=\dfrac{-5}{2}\end{cases}\Rightarrow t\in\varnothing\Rightarrow A\notin \mathrm{d}_2\,(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra d_1 và d_2 song song.

Câu 6: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x+5=0$ và $d_2: 2x+y=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Lời giải

$d_1: x+5=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;0)$; $d_2: 2x+y=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(2;1)$.

Ta có $\dfrac{1}{2}\neq\dfrac{0}{1}\,(1)$ và $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=1.2+0.1=2\neq0\,(2)$

Từ (1) và (2) suy ra d_1 và d_2 cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 7: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x+3y-19=0$ và $d_2:\begin{cases}x=22+2t\\y=55+5t\end{cases}$. Đường thẳng nào sau đây đồng qui với hai đường thẳng trên:

A. $2x+3y+19=0$. **B.** $3x-2y+4=0$. **C.** $x-y+4=0.$. **D.** $-5x+2y+3=0$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}2x+3y-19=0\\x=22+2t\\y=55+5t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2(22+2t)+3(55+5t)-19=0\\x=22+2t\\y=55+5t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-10\\x=2\\y=5\end{cases}\Rightarrow A(2;5).$$

Thay tọa độ điểm $A(2;5)$ vào các đường thẳng ta chọn đáp án $3x-2y+4=0$.

Câu 8: Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $d_1: 2x-y=0$, $d_2: x+y+3=0$ và $d_3: mx-y+5=0$ phân biệt và đồng quy.

A. $m=-5$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=7$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 là $\begin{cases}2x-y=0\\x+y+3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases} \Rightarrow A(-1;-2)$.

Suy ra d_1, d_2 cắt nhau tại $A(-1;-2)$.

Ba đường thẳng $d_1: 2x-y=0$, $d_2: x+y+3=0$ và $d_3: mx-y+5=0$ phân biệt và đồng qui

$\Leftrightarrow A(-1;-2)\in d_3 \Leftrightarrow -m+2+5=0 \Leftrightarrow m=7$.

Câu 9: Cho ba đường thẳng $d_1: 3x-2y+5=0$, $d_2: 2x+4y-7=0$, $d_3: 3x+4y-1=0$. Phương trình đường thẳng d song song với d_3 và đồng qui với hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $24x+32y-53=0$.. **B.** $24x+32y+53=0$. **C.** $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$..

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}3x-2y+5=0\\2x+4y-7=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\dfrac{3}{8}\\y=\dfrac{31}{16}\end{cases} \to d_1\cap d_2 = A\left(-\frac{3}{8};\frac{31}{16}\right).$$

Ta có: $\begin{cases}A\in d\\d \parallel d_3: 3x+4y-1=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A\in d\\d: 3x+4y+c=0\ (c\neq -1)\end{cases} \Rightarrow -\dfrac{9}{8}+\dfrac{31}{4}+c=0$

$\Leftrightarrow c=-\dfrac{53}{8}\ (tm)$

Vậy $d: 3x+4y-\dfrac{53}{8}=0 \Leftrightarrow d_3: 24x+32y-53=0$..

Câu 10: Cho ba đường thẳng $d_1: x+3y-1=0$, $d_2: x-3y-5=0$, $d_3: 2x-y+7=0$. Phương trình đường thẳng d vuông góc với d_3 và đồng qui với hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $x+2y+10=0$.. **B.** $6x+12y-5=0$.. **C.** $6x+12y+10=0$.. **D.** $3x+6y-5=0$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x+3y-1=0\\x-3y-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=-\dfrac{2}{3}\end{cases} \Rightarrow d_1\cap d_2 = A\left(3;-\frac{2}{3}\right).$$

Ta có: $\begin{cases} A \in d \\ d \perp d_3 : 2x - y + 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \in d \\ d : x + 2y + c = 0 \end{cases} \Rightarrow 3 + 2.\left(-\frac{2}{3}\right) + c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{5}{3}.$

Vậy $d : x + 2y - \frac{5}{3} = 0 \Leftrightarrow d : 3x + 6y - 5 = 0.$.

Câu 11: Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau $\Delta_1 : x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2 : -3x + 6y - 1 = 0$.

A. Song song. **B.** Trùng nhau. **C.** Vuông góc nhau. **D.** Cắt nhau.

Lời giải

Cách 1: Giải hệ phương trình thấy vô nghiệm nên hai đường thẳng song song

Câu 12: Đường thẳng $\Delta : 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1 : 3x + 2y = 0$. **B.** $d_2 : 3x - 2y = 0$.

C. $d_3 : -3x + 2y - 7 = 0$. **D.** $d_4 : 6x - 4y - 14 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng $\Delta : 3x - 2y - 7 = 0$ và $d_1 : 3x + 2y = 0$ có $\frac{3}{3} \neq \frac{2}{-2} \Rightarrow \Delta$ cắt d_1.

Câu 13: Hai đường thẳng $d_1 : 4x + 3y - 18 = 0;\ d_2 : 3x + 5y - 19 = 0$ cắt nhau tại điểm có toạ độ:

A. $(3;2)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(3;-2)$.

Lời giải

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x + 3y - 18 = 0 \\ 3x + 5y - 19 = 0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 14: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $d : y = 2x - 1$?

A. $2x - y + 5 = 0$. **B.** $2x - y - 5 = 0$. **C.** $-2x + y = 0$. **D.** $2x + y - 5 = 0$.

Lời giải

$(d) : y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$ và đường thẳng $2x + y - 5 = 0$ không song song vì $\frac{2}{2} \neq \frac{-1}{1}$.

Câu 15: Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1 : \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t' \\ y = 1 - \sqrt{2}t' \end{cases}$

A. Song song nhau. **B.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Vuông góc nhau. **D.** Trùng nhau.

Lời giải

Đường thẳng Δ_1 có vtcp $\overrightarrow{u_1} = \left(\sqrt{2}; -\sqrt{3}\right)$; Δ_2 có vtcp $\overrightarrow{u_2} = \left(\sqrt{3}; -\sqrt{2}\right)$

Dễ thấy $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$ không cùng phương và $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2} = 2\sqrt{6}$ nên Δ_1 và Δ_2 cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 16: Cho 4 điểm $A(0;-2)$, $B(-1;0)$, $C(0;-4)$, $D(-2;0)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD?

A. $(1;-4)$. **B.** $\left(\frac{-3}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** Không có giao điểm.

Lời giải

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{AB}} = \overrightarrow{AB} = (-1;2)$

Đường thẳng CD có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{CD}} = \overrightarrow{CD} = (-2;4)$

Dễ thấy $\overrightarrow{u_{AB}} = (-1;2)$ và $\overrightarrow{u_{CD}} = (-2;4)$ cùng phương nên 2 đường thẳng AB và CD hoặc song song hoặc trùng nhau, do đó chúng không có giao điểm.

Câu 17: Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+2t \end{cases}$ và $d_2:\begin{cases} x = 5-t_1 \\ y = -7+3t_1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1 song song d_2. **B.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1;-3)$.

C. d_1 trùng với d_2. **D.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3;-1)$.

Lời giải

Ta có: $d_1:\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+2t \end{cases} \Rightarrow d_1: 2x-y-7=0$; $d_2:\begin{cases} x = 5-t_1 \\ y = -7+3t_1 \end{cases} \Rightarrow d_2: 3x+y-8=0$

Giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases} d_1: 2x-y-7=0 \\ d_2: 3x+y-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow d_1 \cap d_2 = M(3;-1)$

Câu 18: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;0)$; $B(1;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=-t \\ y=2-t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và d.

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{AB}} = \overrightarrow{AB} = (3;4)$. Chọn vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{AB}} = (4;-3)$

Phương trình đường thẳng AB là $4(x+2)-3y=0 \Leftrightarrow 4x-3y+8=0$

Đường thẳng $d:\begin{cases} x=-t \\ y=2-t \end{cases} \to d: x-y+2=0$

Giao điểm đường thẳng AB và d là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x-3y+8=0 \\ x-y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$.

Câu 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0)$ và song song với đường thẳng $d_1: 3x+2y=0$?

A. $d: 3x+2y-6=0$. **B.** $d: 3x+2y+6=0$.

C. $d: 2x-3y+4=0$. **D.** $d: 2x-3y-4=0$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{d_1}} = (3;2)$

Vì đường thẳng d song song với đường thẳng d_1 nên chọn vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_d} = \overrightarrow{n_{d_1}} = (3;2)$

Phương trình đường thẳng d là $3(x+2)+2y=0 \Leftrightarrow 3x+2y+6=0$.

Câu 20: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-4)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: -x+3y-9=0$?

A. $d: 3x+y-5=0$. **B.** $d: 3x+y=0$. **C.** $d: x-3y-15=0$. **D.** $d: x-3y=0$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\Delta}=(-1;3) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(3;1)$

Vì đường thẳng d vuông góc với đường thẳng Δ và chọn vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_d}=\overrightarrow{u_\Delta}=(3;1)$

Phương trình đường thẳng d là $3(x-3)+(y+4)=0 \Leftrightarrow 3x+y-5=0$.

Câu 21: Hai đường thẳng $d_1: mx+y=m+1$ và $d_2: x+my=2$ song song khi và chỉ khi:

A. $m=2$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Trường hợp 1: $m=0$ thì $(d_1): y=1$ và $(d_2): x=2$

Dễ thấy 2 đường thẳng này vuông góc với nhau nên ta loại $m=0$.

Trường hợp 2: $m \neq 0$ thì $d_1 // d_2 \Leftrightarrow \frac{m}{1}=\frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{2}$.

Khi $m=1$ ta có: $\frac{1}{1}=\frac{1}{1}=\frac{2}{2} \Rightarrow d_1 \equiv d_2$.

Khi $m=-1$ ta có: $\frac{-1}{1}=\frac{1}{-1} \neq \frac{0}{2} \Rightarrow d_1 // d_2$.

Câu 22: Cho 3 đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$; $d_2: x+2y+1=0$ và $d_3: mx-y-7=0$. Để ba đường thẳng này đồng quy thì giá trị m thỏa mãn là

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+y-1=0 \\ x+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ nên d_1 cắt d_2 tại $A(1;-1)$

Để 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy thì d_3 phải đi qua điểm A hay $A \in d_3$

Suy ra: $m+1-7=0 \Rightarrow m=6$.

Câu 23: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1: mx+y-19=0$ và $\Delta_2: (m-1)x+(m+1)y-20=0$ vuông góc với nhau?

A. Với mọi m. **B.** $m=2$.

C. Không có giá trị m thỏa mãn. **D.** $m=\pm 1$.

Lời giải

Đường thẳng $\Delta_1: mx+y-19=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(m;1)$

Đường thẳng $\Delta_2: (m-1)x+(m+1)y-20=0$ có vtpt $\overrightarrow{n_2}=(m-1;m+1)$

Để 2 đường thẳng $\Delta_1 \perp \Delta_2$ thì $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0 \Leftrightarrow m(m-1)+1(m+1)=0 \Leftrightarrow m^2+1=0$ (Vô nghiệm)

Vậy không có giá trị m thỏa mãn.

Câu 24: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng AB, BC, CA lần lượt là $2x-y+2=0$, $3x+2y+1=0$, $3x+y+3=0$. Xác định vị trí tương đối của đường cao kẻ từ đỉnh A và đường thẳng $\Delta: 3x-y-2=0$

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. **D.** Vuông góc với nhau.

Lời giải

Gọi H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A.

Vì AH vuông góc với BC nên ta chọn vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{AH}}=\overrightarrow{u_{BC}}=(2;-3)$

Phương trình đường cao AH có dạng $2x-3y+c=0$

Đường thẳng $\Delta: 3x-y-2=0$ có vtpt $\overrightarrow{n_\Delta}=(3;-1)$

Ta có $\frac{3}{2}\neq\frac{-1}{-3}$ và $\overrightarrow{n_{AH}}.\overrightarrow{n_\Delta}=2.3+(-3)(-1)=9$ suy ra 2 đường thẳng AH và Δ cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.

Câu 25: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Điểm $M(2;0)$ là trung điểm AB. Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Phương trình đường thẳng AC là

A. $3x-4y=0$. **B.** $4x+3y=0$.
C. $3x-4y+5=0$. **D.** $4x+3y-10=0$.

Lời giải

Gọi AN, AH lần lượt là đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A của tam giác ABC

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases}7x-2y-3=0\\6x-y-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\Rightarrow A(1;2)$

Vì điểm $M(2;0)$ là trung điểm $AB\Rightarrow B(3;-2)$

Đường thẳng BC vuông góc với AH. Chọn vectơ chỉ phương $\overrightarrow{n_{BC}}=\overrightarrow{u_{AH}}=(1;6)$

Phương trình đường thẳng BC là $(x-3)+6(y+2)=0\Leftrightarrow x+6y+9=0$

Tọa độ N là nghiệm của hệ $\begin{cases}7x-2y-3=0\\x+6y+9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=\frac{-3}{2}\end{cases}\Rightarrow N\left(0;\frac{-3}{2}\right)$

Từ N là trung điểm $BC\Rightarrow C(-3;-1)$

Đường thẳng AC có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{AC}}=\overrightarrow{AC}=(-4;-3)$.

Chọn vectơ chỉ phương $\overrightarrow{n_{AC}}=(3;-4)$

Phương trình đường thẳng AC là $3(x+3)-4(y+1)=0\Leftrightarrow 3x-4y+5=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=2+5t\\y=3-6t\end{cases}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=7+5t'\\y=-3+6t'\end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(5;-6)$, $\vec{u}_2=(5;6)$.

b) Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 song song với nhau.

c) $M(7;3)$ là giao điểm hai đường thẳng Δ_1,Δ_2.

d) Một đường thẳng d vuông với Δ_1 và đi qua $M(1;2)$ có phương trình là $d:5x-6y+7=0$.

Lời giải

a) Đúng: Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(5;-6)$, $\vec{u}_2=(5;6)$.

b) Sai: Vì $\vec{u}_1=(5;-6)$, $\vec{u}_2=(5;6)\Rightarrow\frac{5}{5}\neq\frac{-6}{6}$ nên hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đã cho này không cùng phương. Vì vậy hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 cắt nhau.

c) Sai: $\begin{cases}2+5t=7+5t'\\3-6t=-3+6t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5t-5t'=5\\-6t-6t'=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t'=0\end{cases}\Rightarrow M(7;-3)$ là giao điểm của hai đường Δ_1,Δ_2.

d) Đúng: $\Delta_1:\begin{cases}x=2+5t\\y=3-6t\end{cases}\Rightarrow\Delta_1:6x+5y-27=0$ nên đường thẳng d vuông góc với Δ_1 có phương trình $d:5x-6y+c=0$. Vì $d:5x-6y+c=0$ đi qua điểm $M(1;2)$ nên ta có:

$5.1-6.2+c=0\Leftrightarrow c=7\Rightarrow d:5x-6y+7=0$.

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(4;0)$ và $B(0;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Độ dài đoạn thẳng AB bằng $5\sqrt{2}$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình là $3x+4y+12=0$.

c) Đường thẳng $\Delta:mx+2y-5=0$ vuông góc với đường thẳng AB khi $m=\frac{8}{3}$.

d) Điểm $M(a;b)$ nằm trên trục hoành Ox sao cho $MI\perp AB$ (điểm M không trùng gốc tọa độ O, I là trung điểm của AB). Khi đó $a+b^2=\frac{7}{8}$.

Lời giải

a) Sai: Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-4;3)\Rightarrow AB=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$

b) Sai: Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1 \Leftrightarrow 3x+4y-12=0$

c) Sai: Đường thẳng AB có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(3;4)$.

Đường thẳng $\Delta: mx+2y-5=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(m;2)$.

Đường thẳng $\Delta: mx+2y-5=0$ vuông góc với đường thẳng $AB \Leftrightarrow 3\cdot m+4\cdot 2=0 \Leftrightarrow m=-\frac{8}{3}$

d) Đúng: Vì điểm $M(a;b)$ nằm trên trục hoành Ox nên điểm M có tọa độ $M(m;0)$. Vì I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(2;\frac{3}{2}\right)$. Mặt khác ta có: $\overrightarrow{MI}=\left(2-m;\frac{3}{2}\right), \overrightarrow{AB}=(-4;3)$ nên:

$\frac{1}{2}.5\frac{|3m-12|}{5}=6 \Rightarrow \overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow -4(2-m)+\frac{9}{2}=0 \Leftrightarrow 4m=\frac{7}{2} \Leftrightarrow m=\frac{7}{8} \Rightarrow a+b^2=\frac{7}{8}$.

Câu 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x+y+15=0$ và $\Delta_2: x-2y-3=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}(2;1)$.

b) Hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $I\left(\frac{27}{5};\frac{21}{5}\right)$.

c) Hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ vuông góc.

d) Khoảng cách từ điểm $A(2;-3)$ đến giao điểm của hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 là 5.

Lời giải

a) Đúng: Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(2;1)$.

b) Sai: Ta có: $\begin{cases}2x+y+15=0\\x-2y-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\frac{27}{5}\\y=-\frac{21}{5}\end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{27}{5};-\frac{21}{5}\right)$

c) Đúng: Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}(2;1)$, đường thẳng Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}(1;-2)$ mà $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=2.1+1.(-2)=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2}$ nên hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ vuông góc

d) Sai: Ta có $IA=\sqrt{\left(2+\frac{27}{5}\right)^2+\left(-3+\frac{21}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{37^2+6^2}{25}}=\frac{\sqrt{1405}}{5}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \begin{cases}x=1+t\\y=-3+3t\end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;6)$.

b) Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $\Delta: x+3y-1=0$.

c) Đường thẳng $d_1: mx-3y+5=0$ cắt đường thẳng d khi $m\neq 9$.

d) Khoảng cách từ giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng Δ đến trục Oy bằng $\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng: d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;3)\Rightarrow 2\vec{u}=(2;6)$ cũng là vectơ chỉ phương của d

b) Đúng: vectơ pháp tuyến của d,Δ lần lượt là: $\vec{n}_d=(-3;1);\vec{n}_\Delta=(1;3)$ mà $\vec{n}_d.\vec{n}_\Delta=0\Rightarrow d\perp\Delta$

c) Đúng: d_1 cắt $d\Leftrightarrow \frac{m}{3}\neq\frac{-3}{-1}\Leftrightarrow m\neq 9$.

d) Sai: $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3+3t\end{cases}\Leftrightarrow 3x-y-6=0$. Gọi $M=d\cap\Delta\Rightarrow$ tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x+3y-1=0\\3x-y-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{19}{10}\\y=\frac{-3}{10}\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{19}{10};\frac{-3}{10}\right)$ nên $d(M;Oy)=1,9$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm m để hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=8+(m+1)t\\y=10-t\end{cases}$ và $\Delta_2:mx+6y-76=0$ song song với nhau.

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 có cặp vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;m+1),\vec{n}_2=(m;6)$.

Điều kiện cần để Δ_1,Δ_2 song song nhau là $\vec{n}_1,\vec{n}_2$ cùng phương

$\Leftrightarrow 1.6=(m+1)m\Leftrightarrow m^2+m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\ \ (loai)\\m=-3\ (thoa\ man)\end{array}\right.$.

Vậy với $m=-3$ thì Δ_1,Δ_2 song song nhau.

Câu 2: Tìm m để ba đường thẳng $d_1:2x+y-1=0$, $d_2:x+2y+1=0$ và $d_3:2mx-3y-7=0$ đồng quy?

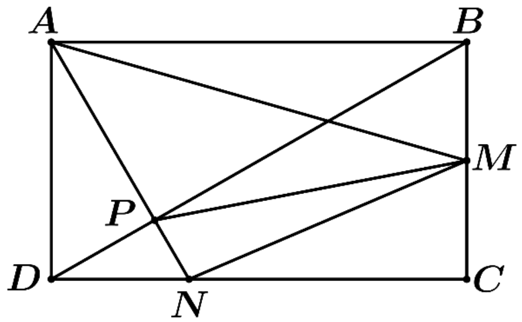
Lời giải

Ta có: $\begin{cases}d_1:2x+y-1=0\\d_2:x+2y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}\Rightarrow d_1\cap d_2=A(1;-1)\in d_3\Leftrightarrow 2m+3-7=0\Leftrightarrow m=2.$

Vậy với $m=2$ thì ba đường thẳng trên đồng quy.

Câu 3: Trên mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x-y-3=0$. Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD. Giá trị $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Ta chứng minh được $MP \perp AN$ nên P là hình chiếu của M trên AN.

Gắn hệ trục toạ độ Dxy, $D(0;0), C(1;0), B(1;1), A(0;1)$. Khi đó $M\left(1;\frac{1}{2}\right); N\left(\frac{1}{3};0\right)$.

Phương trình đường thẳng $BD: y = x$. Phương trình đường thẳng $AN: 3x + y = 1$.

Điểm $P\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MP} = \left(\frac{-3}{4};\frac{-1}{4}\right); \overrightarrow{AN} = \left(\frac{1}{3};-1\right) \Rightarrow \overrightarrow{MP}.\overrightarrow{AN} = 0 \Rightarrow MP \perp AN$ (đpcm).

Phương trình đường thẳng MP qua M và vuông góc với AN là $x + 2y - \frac{13}{2} = 0$.

Mặt khác P là giao điểm MP và AN nên toạ độ P là nghiệm hệ $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 2 \end{cases}$.

Từ đó: $a = \frac{5}{2}$, $b = 2 \Rightarrow 2a + b = 7$.

Câu 4: Có hai con tàu A, B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình rađa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng km) tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$ còn vị trí tàu B có tọa độ là $(4 + 25t; 33t)$. Hai tàu chuyển động theo hai đường thẳng trên biển lần lượt có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}$. Tích $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Hai đường đi (giả sử là hai đường thẳng d_1, d_2) của hai tàu có cặp vectơ chỉ phương

$$\vec{u}_1 = (-33;25), \vec{u}_2 = (25;33) \Rightarrow \overrightarrow{u_1}\overrightarrow{u_2} = 0.$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$ và hai điểm $A(1;3), B(2;1)$. Biết điểm $M(a;b), a > 0$ thuộc đường thẳng Δ sao cho diện tích tam giác MAB bằng 4. Tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $M(a;b) \in \Delta \Rightarrow M(a;2-a)$ và $\overrightarrow{AB} = (1;-2) \Rightarrow AB = \sqrt{5}$.

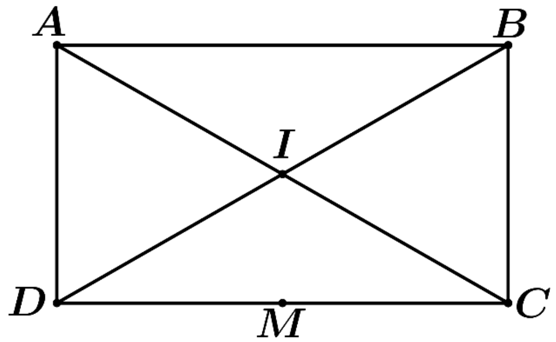
Phương trình đường thẳng $AB: 2x + y - 5 = 0$.

Theo giả thiết $S_{\Delta MAB}=4\Leftrightarrow \frac{1}{2}.AB.\mathrm{d}\left(M,AB\right)=4\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\sqrt{5}.\frac{\left|a-3\right|}{\sqrt{5}}=4$

$\Leftrightarrow \left|a-3\right|=8\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-5\left(loai\right)\\ a=11\end{array}\right.$. Với $a=11\Rightarrow b=2-a=-9$ nên $a.b=-99$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12 và tâm I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x-y-3=0,\ d_2: x+y-6=0$. Trung điểm cạnh AD là giao điểm của d_1 và Ox. Biết đỉnh A có tung độ âm và giả sử tọa độ $A\left(a;b\right)$. Khi đó giá $2a+b^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Vì I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x-y-3=0,\ d_2: x+y-6=0$ nên $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Gọi M là trung điểm cạnh AD. Do M là giao điểm của d_1 và Ox nên $M\left(3;0\right)$.

Ta có: $AB=2.IM=3\sqrt{2}$ và có $S_{ABCD}=AB.AD=12\Rightarrow AD=2\sqrt{2}$.

Vì hai điểm I và M đều thuộc d_1 nên đường thẳng IM chính là d_1.

AD qua M và vuông góc với $d_1\Rightarrow AD:\ x+y-3=0$. Lại có $MA=\sqrt{2}$

Tọa độ A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} a+b-3=0\\ \sqrt{\left(a-3\right)^2+b^2}=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=2\\ b=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=4\\ b=-1\end{cases}$

Mà đỉnh A có tung độ dương nên $A\left(4;-1\right)$ nên $2a+b^2=9$.

-----------------HẾT-----------------

Dạng 1: Góc và khoảng cách

Phương pháp: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức:

$$\cos(d_1; d_2) = \frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$d(M_0; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ lần lượt có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1;2;2), \overrightarrow{u_1} = (0;1;0)$. Tính $\cos(d_1, d_2)$.

Lời giải

Ta có $\cos(d_1, d_2) = \frac{|1.0 + 2.1 + 2.0|}{\sqrt{9}.\sqrt{1}} = \frac{2}{3}$.

Bài tập 2: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 3x - y + 17 = 0$. Tính số đo góc giữa d_1 và d_2.

Lời giải

Ta có $\cos(d_1, d_2) = \frac{|2.3 + (-4).(-1)|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}.\sqrt{3^3 + (-1)^2}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra số đo góc giữa d_1 và d_2 là $45°$.

Bài tập 3: Cho đường thẳng $d_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} d_1: 3x + 4y + 1 = 0 \to \vec{n}_1 = (3;4) \\ d_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \to \vec{n}_2 = (5; -12) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos\varphi = \frac{|15 - 48|}{\sqrt{9 + 16}.\sqrt{25 + 144}} = \frac{33}{65}$.

Bài tập 4: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng $45°$.

Lời giải

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đã cho.

Đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(a;-2\right)$.

Đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ có vectơ chỉ phương là $\vec{v} = \left(4;-3\right)$.

Ta có: $\cos\varphi = \left|\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)\right| \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \dfrac{\left|\vec{u}.\vec{v}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\left|4a+6\right|}{5\sqrt{a^2+4}}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{a^2+4} = \sqrt{2}\left|4a+6\right| \Leftrightarrow 25a^2 + 100 = 32a^2 + 96a + 72 \Leftrightarrow 7a^2 + 96a - 28 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{2}{7} \\ a = -14 \end{array}\right.$.

Bài tập 5: Biết rằng có đúng hai giá trị của tham số k để đường thẳng $d: y = kx$ tạo với đường thẳng $\Delta: y = x$ một góc 60^0. Tính tổng hai giá trị của k.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} d: y = kx \Rightarrow \vec{n}_d = \left(k;-1\right) \\ \Delta: y = x \Rightarrow \vec{n}_\Delta = \left(1;-1\right) \end{cases} \longrightarrow \dfrac{1}{2} = \cos 60^\circ = \dfrac{\left|k+1\right|}{\sqrt{k^2+1}.\sqrt{2}} \Leftrightarrow k^2 + 1 = 2k^2 + 4k + 2$

$\Leftrightarrow k^2 + 4k + 1 = 0 \xrightarrow{\text{sol:}k=k_1,\ k=k_2} k_1 + k_2 = -4.$

Bài tập 6: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x + y - 3 = 0$ và $d_2: x - 2y + 1 = 0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y - 1 = 0$ một góc 45° có phương trình:

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} d_1: 2x + y - 3 = 0 \\ d_2: x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(1;1\right) \in \Delta.$

Khi đó: $d_3: y - 1 = 0 \to \vec{n}_3 = \left(0;1\right)$, gọi $\vec{n}_\Delta = \left(a;b\right)$, $\varphi = \left(\Delta; d_3\right)$.

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \cos\varphi = \dfrac{\left|b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{0+1}} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2b^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \Rightarrow a = b = 1 \Rightarrow \Delta: x + y - 2 = 0 \\ a = -b \Rightarrow a = 1, b = -1 \Rightarrow \Delta: x - y = 0 \end{array}\right.$.

Bài tập 7: Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 15 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$.

Lời giải

Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1} = \left(1;-2\right)$ nên có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1} = \left(2;1\right)$

Đường thẳng Δ_2 có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2} = \left(-1;2\right)$.

Nhận xét: $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{u_1} \perp \overrightarrow{u_2} \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2 \Rightarrow \left(\Delta_1, \Delta_2\right) = 90^\circ$.

Bài tập 8: Cho đường thẳng $d_1: 10x+5y-1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} d_1: 10x+5y-1=0 \rightarrow \vec{n}_1=(2;1) \\ d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2=(1;1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi = \dfrac{|2+1|}{\sqrt{4+1}.\sqrt{1+1}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}}.$

Bài tập 9: Đường thẳng Δ tạo với đường thẳng $d: x+2y-6=0$ một góc 45^0. Tìm hệ số góc k của đường thẳng Δ.

Lời giải

Đường thẳng $d: x+2y-6=0 \Rightarrow \vec{n}_d=(1;2)$ và gọi $\vec{n}_\Delta=(a;b) \Rightarrow k_\Delta = -\dfrac{a}{b}.$

Ta có: $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45° = \dfrac{|a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{5}} \Leftrightarrow 5(a^2+b^2) = 2a^2+8ab+8b^2$

$\Leftrightarrow 3a^2-8ab-3b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-\dfrac{1}{3}b \rightarrow k_\Delta = \dfrac{1}{3}. \\ a=3b \rightarrow k_\Delta = -3 \end{array}\right.$

Bài tập 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(2;0)$ và tạo với trục hoành một góc $45°$?

Lời giải

Cho đường thẳng d và một điểm A. Khi đó:

Có duy nhất một đường thẳng đi qua A song song hoặc trùng hoặc vuông góc với d.

Có đúng hai đường thẳng đi qua A và tạo với d một góc $0° < \alpha < 90°$.

Bài tập 11: Tính khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $5x-12y-6=0$

Lời giải

Khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x-12y-6=0$ là

$d(A,\Delta) = \dfrac{|5.1-12.1-6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}} = 1.$

Bài tập 12: Một đường tròn có tâm $I(3;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-5y+1=0$. Tính bán kính đường tròn đó.

Lời giải

Gọi bán kính của đường tròn là R. Khi đó: $R = d(I,\Delta) = \dfrac{|3-5.(-2)+1|}{\sqrt{1^2+(-5)^2}} = \dfrac{14}{\sqrt{26}}.$

Bài tập 13: Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y+4=0$ và $2x+3y-1=0$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} x-3y+4=0 \\ 2x+3y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow A(-1;1) \Rightarrow d(A;\Delta)=\dfrac{|-3+1+4|}{\sqrt{9+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{10}}$.

Bài tập 14: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;3)$ và $C(4;0)$. Tính chiều cao của tam giác kẻ từ đỉnh A.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} A(1;2) \\ B(0;3),\ C(4;0) \Rightarrow BC: 3x+4y-12=0 \end{cases} \Rightarrow h_A=d(A;BC)=\dfrac{|3+8-12|}{\sqrt{9+16}}=\dfrac{1}{5}$.

Bài tập 15: Tính khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases} \Rightarrow \Delta: 4x-3y+2=0 \Rightarrow d(M;\Delta)=\dfrac{|8+0+2|}{\sqrt{16+9}}=2$.

Bài tập 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx+y-m+4=0$ bằng $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Khoảng cách $d(A;\Delta)=\dfrac{|-m+2-m+4|}{\sqrt{m^2+1}}=2\sqrt{5} \Leftrightarrow |m-3|=\sqrt{5}.\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow 4m^2+6m-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Bài tập 17: Cho đường thẳng $d: 21x-11y-10=0$. Trong các điểm $M(21;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

Lời giải

Ta có: $f(x;y)=|21x-11y-10| \Rightarrow \begin{cases} f(M(21;-3))=464 \\ f(N(0;4))=54 \\ f(P(-19;5))=464 \\ f(Q(1;5))=44 \end{cases}$.

Vậy đường thẳng gần điểm $Q(1;5)$ nhất.

Bài tập 18: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $\Delta_1: 6x-8y+3=0$ và $\Delta_2: 3x-4y-6=0$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} A(2;0)\in\Delta_2 \\ \Delta_2 \,//\, \Delta_1: 6x-8y+3=0 \end{cases} \Rightarrow d(\Delta_1;\Delta_2)=d(A;\Delta_1)=\dfrac{|12+3|}{\sqrt{100}}=\dfrac{3}{2}.$

Bài tập 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng có phương trình $\Delta: mx-y+3=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B.

Lời giải

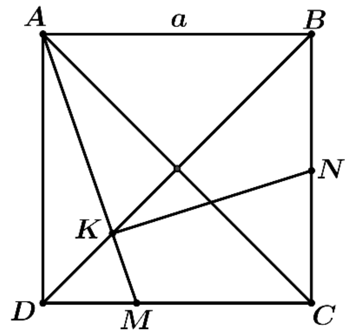
Gọi I là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow \begin{cases} I\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB}=(-3;3)\to \vec{n}_{AB}=(1;1) \end{cases}$.

Khi đó $\Delta: mx-y+3=0 \ (\vec{n}_\Delta=(m;-1))$ cách đều A,B

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} I\in\Delta \\ \dfrac{m}{1}=\dfrac{-1}{1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{m}{2}-\dfrac{5}{2}+3=0 \\ m=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right..$$

Bài tập 10: Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{DM}$, $N(0;2019)$ là trung điểm của cạnh BC, K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD. Biết đường thẳng AM có phương trình $x-10y+2018=0$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

Lời giải



Gọi cạnh hình vuông bằng a. Do $\Delta ABK \sim \Delta MDK \Rightarrow \dfrac{MD}{AB}=\dfrac{DK}{KB}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow \dfrac{DK}{DB}=\dfrac{1}{4}$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{NK}=\overrightarrow{BK}-\overrightarrow{BN}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BD}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\dfrac{3}{4}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BA}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

Từ đó suy ra $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{NK}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{DC}=0\Rightarrow AM\perp NK$.

Vì $AM\perp NK$ nên NK có phương trình tổng quát: $10x+y-2019=0$.

Khoảng cách từ O đến NK là $d(O,NK)=\dfrac{|-2019|}{\sqrt{10^2+1^2}}=\dfrac{2019\sqrt{101}}{101}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=2+3t\\y=4-2t\end{cases}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+3t\end{cases}$ bằng

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(3;-2)$ và $\overrightarrow{u_2}=(2;3)$.

Vì $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=0$ nên $\Delta_1\perp\Delta_2$. Suy ra $(\Delta_1,\Delta_2)=90^\circ$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1:3x+4y+1=0$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=15+12t\\y=1+5t\end{cases}$ bằng

A. $-\frac{56}{65}$. **B.** $-\frac{33}{65}$. **C.** $\frac{56}{65}$. **D.** $\frac{33}{65}$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\overrightarrow{n_1}=(3;4)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{n_2}=(5;-12)$.

$$\Rightarrow \cos(\Delta_1,\Delta_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{33}{65}.$$

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để góc giữa hai đường thẳng $d:mx+(m-1)y+2=0$ và $\Delta:x-y+2=0$ bằng 30°. Tích tất cả các phần tử của tập S bằng

A. 1. **B.** $-\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** -1.

Lời giải

Đường thẳng d nhận $\overrightarrow{n_1}=(m;m-1)$ là 1 véctơ pháp tuyến.

Đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{n_2}=(1;-1)$ là 1 véctơ pháp tuyến.

Ta có: $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{|m-1.(m-1)|}{\sqrt{m^2+(m-1)^2}\sqrt{2}}$.

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2m^2-2m+1}}\Leftrightarrow\sqrt{3\left(2m^2-2m+1\right)}=\sqrt{2}\Leftrightarrow 6m^2-6m+1=0.$$

Vì $\Delta' = 3 > 0 \Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt và $m_1.m_2 = \dfrac{1}{6}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(1;0)$ và tạo với trục hoành góc $30°$ là

A. $\Delta_1 : 2x + \sqrt{3}y - 2 = 0$; $\Delta_2 : 2x - \sqrt{3}y - 2 = 0$.

B. $\Delta_1 : \sqrt{3}x + y - \sqrt{3} = 0$; $\Delta_2 : \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$.

C. $\Delta_1 : x + \sqrt{3}y - 1 = 0$; $\Delta_2 : x - \sqrt{3}y - 1 = 0$.

D. $\Delta_1 : 3x + \sqrt{3}y - 3 = 0$; $\Delta_2 : 3x - \sqrt{3}y - 3 = 0$.

Lời giải

Vì đường thẳng Δ tạo với trục hoành góc $30°$ nên hệ số góc của đường thẳng Δ là:

$k = \pm \tan 30° = \pm \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Phương trình đường thẳng Δ là: $\left[\begin{array}{l} y = \dfrac{1}{\sqrt{3}}(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{3}y = x - 1 \Leftrightarrow x - \sqrt{3}y - 1 = 0 \\ y = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}(x-1) \Leftrightarrow -\sqrt{3}y = x - 1 \Leftrightarrow x + \sqrt{3}y - 1 = 0 \end{array}\right.$

Vậy có hai đường thẳng $\Delta_1 : x + \sqrt{3}y - 1 = 0$; $\Delta_2 : x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(1;5)$ và đường thẳng $d : x + 2y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A tạo với d một góc $45°$

A. $x + y - 6 = 0$; $2x + y - 7 = 0$.

B. $x + 3y - 16 = 0$; $x - 3y + 14 = 0$.

C. $3x + 2y - 13 = 0$; $3x - 2y + 7 = 0$.

D. $3x + y - 8 = 0$; $x - 3y + 14 = 0$.

Lời giải

Gọi $\vec{n}(a;b)$ $(a^2 + b^2 \neq 0)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

Ta có : $\cos 45° = \dfrac{|a+2b|}{\sqrt{5(a^2+b^2)}} \Leftrightarrow 2(a+2b)^2 = 5(a^2+b^2) \Leftrightarrow 3a^2 - 8ab - 3b^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3b \\ b = -3a \end{array}\right.$.

Với $a = 3b$, chọn $a = 3, b = 1$ ta có phương trình Δ là : $3x + y - 8 = 0$.

Với $b = -3a$, chọn $a = 1, b = -3$ ta có phương trình Δ là : $x - 3y + 14 = 0$.

Vậy có hai đường thẳng $3x + y - 8 = 0$; $x - 3y + 14 = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(-2;1)$ và đường thẳng $\Delta : x - 3y + 6 = 0$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $2\sqrt{10}$.

C. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

D. $\dfrac{2}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Công thức tính khoảng cách từ điểm $M\left(x_{o};y_{o}\right)$ đến đường thẳng $\Delta: Ax+By+C=0$ là

$$d\left(M,\Delta\right)=\frac{\left|Ax_{o}+By_{o}+C\right|}{\sqrt{A^{2}+B^{2}}}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm $M\left(-2;1\right)$ đến đường thẳng $\Delta: x-3y+6=0$ bằng

$$d\left(M,\Delta\right)=\frac{\left|-2-3.1+6\right|}{\sqrt{1^{2}+\left(-3\right)^{2}}}=\frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 4x-3y-2=0$. Điểm M thuộc Oy có tung độ dương và cách Δ bằng $\frac{8}{5}$. Tung độ của điểm M bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $M\in Oy$ và có tung độ dương nên tọa độ có dạng $M\left(0;m\right)\ \left(m>0\right)$.

Theo giả thiết $d\left(M,\Delta\right)=\frac{8}{5}\Leftrightarrow\frac{\left|-3m-2\right|}{\sqrt{4^{2}+3^{2}}}=\frac{8}{5}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3m+2=8\\3m+2=-8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}m=2 & \left(thoa\ man\right)\\m=\frac{-10}{3} & \left(loai\right).\end{array}\right.$

Vậy tung độ của điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài bằng 2.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A\left(3;-1\right)$, $B\left(0;3\right)$. Tọa độ điểm M thuộc trục Ox sao cho khoảng cách từ điểm M tới đường thẳng AB bằng 1 là

A. $\left(1;0\right)$ và $\left(\frac{7}{2};0\right)$. **B.** $(\sqrt{13};0)$. **C.** $\left(4;0\right)$. **D.** $\left(2;0\right)$.

Lời giải

Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=\left(-3;4\right)$.

Suy ra đường thẳng có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(4;3\right)$.

Phương trình đường thẳng AB: $4\left(x-3\right)+3\left(y+1\right)=0\Leftrightarrow 4x+3y-9=0$.

Do $M\in Ox\Rightarrow M\left(x;0\right)$.

Khoảng cách: $d\left(M,AB\right)=1\Leftrightarrow\frac{\left|4x-9\right|}{\sqrt{4^{2}+3^{2}}}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x-9=5\\4x-9=-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{7}{2}\Rightarrow M\left(\frac{7}{2};0\right)\\x=1\Rightarrow M\left(1;0\right)\end{array}\right.$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x+2}{1}=\frac{y-3}{4}$ và hai điểm $M\left(-2;3\right)$, $N\left(4;-1\right)$. Đường thẳng Δ vuông góc d và khoảng cách từ M đến Δ gấp 2 lần khoảng cách từ N đến Δ. Phương trình đường thẳng Δ dạng $ax+by+c=0$ với a, b và c là các số thực dương. Tính $P=a.b.c$.

A. 20. **B.** 10. **C.** 30. **D.** 40.

Lời giải

Vì Δ vuông góc d nên đường thẳng Δ có dạng: $x+4y+c=0$.

Theo giả thiết ta có: $d(M,\Delta)=2d(N,\Delta)\Leftrightarrow \dfrac{|-2+4.3+c|}{\sqrt{17}}=2.\dfrac{|4-4.1+c|}{\sqrt{17}}\Leftrightarrow |c+10|=2|c|$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=10 \\ c=\dfrac{-10}{3}\ (loaïi) \end{array}\right.$$

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là: $x+4y+10=0$.

Ta được $a=1;\ b=4;\ c=10$. Do đó $P=1.4.10=40$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm $A(1;1), B(3;2), C(1;3)$. Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng

A. $26°34'$. **B.** $63°26'$. **C.** $63°25'$. **D.** $26°35'$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;1)$, $\overrightarrow{AC}=(0;2)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng AB, AC.

Khi đó: $\cos(AB,AC)=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\Rightarrow (AB,AC)\approx 63°26'.$

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy, cosin góc giữa hai đường thẳng $d: 5x+y-3=0$ và $d': \dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{5}=1$ bằng

A. $\dfrac{12}{13}$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{12}{13}$. **D.** $\dfrac{6}{13}$.

Lời giải

Đường thẳng d nhận $\vec{n}=(5;1)$ là 1 vectơ pháp tuyến; d' nhận $\vec{n'}=(5;-1)$ là 1 vectơ pháp tuyến

$$\Rightarrow \cos(d,d')=\frac{|5.5+1(-1)|}{\sqrt{25+1}.\sqrt{25+1}}=\frac{12}{13}.$$

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy, tìm giá trị của tham số a để góc giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+at \\ y=1-2t \end{cases}$ và $d_2: 3x+4y+12=0$ bằng $45°$.

A. $a\in\left\{-14;\dfrac{2}{7}\right\}$. **B.** $a\in\left\{\dfrac{2}{7};10\right\}$. **C.** $a\in\left\{-10;\dfrac{2}{7}\right\}$. **D.** $a\in\left\{\dfrac{2}{7};14\right\}$.

Lời giải

d_1 nhận $\overrightarrow{n_1}=(2;a)$ là 1 véctơ pháp tuyến; d_2 nhận $\overrightarrow{n_2}=(3;4)$ là 1 véctơ pháp tuyến.

Ta có: $\cos\left(d_1,d_2\right)=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{|6+4a|}{5\sqrt{4+a^2}}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{|6+4a|}{5\sqrt{4+a^2}}\Leftrightarrow 25\left(4+a^2\right)=2\left(6+4a\right)^2$.

$\Leftrightarrow 25a^2+100=72+96a+32a^2\Leftrightarrow 7a^2+96a-28=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{2}{7}\\ a=-14\end{array}\right.$..

Vậy giá trị tham số a thỏa mãn là $a\in\left\{-14;\dfrac{2}{7}\right\}$.

Câu 13: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d: x+my-3=0$ hợp với đường thẳng $d': x+y=0$ một góc $60°$. Tổng m_1+m_2 bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Gọi $\vec{n}_d$, $\vec{n}_{d'}$ lần lượt là hai vectơ pháp tuyến của hai đường thẳng $d: x+my-3=0$ và $d': x+y=0$

Ta có $\left(d,d'\right)=60°\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_d,\vec{n}_{d'}\right)\right|=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{\left|\vec{n}_d.\vec{n}_{d'}\right|}{\left|\vec{n}_d\right|.\left|\vec{n}_{d'}\right|}=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2|m+1|=\sqrt{2}.\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow m^2+4m+1=0\Rightarrow m_1+m_2=-\dfrac{b}{a}=-4.$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A có phương trình đường thẳng AB là $2x-y-5=0$ và điểm $M\left(1;2\right)$ nằm trên đường thẳng BC. Phương trình đường thẳng BC là

A. $x+y-3=0$ và $2x+y-4=0$. **B.** $x+3y-7=0$ và $x-3y+5=0$.

C. $3x+2y-7=0$ và $3x-2y+1=0$. **D.** $3x+y-5=0$ và $x-3y+5=0$.

Lời giải

Gọi $\vec{n}=\left(a;b\right)$ $(a^2+b^2\neq 0)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng BC thì ta có $ABC=45°$ nên suy ra $\cos\left(AB;BC\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $\dfrac{|2a-b|}{\sqrt{5\left(a^2+b^2\right)}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow 2\left(2a-b\right)^2=5\left(a^2+b^2\right)\Leftrightarrow 3a^2-8ab-3b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=3b\\ b=-3a\end{array}\right.$.

Với $a=3b$, chọn $a=3,b=1$ ta có phương trình BC là: $3x+y-5=0$.

Với $b=-3a$, chọn $a=1,b=-3$ ta có phương trình BC là: $x-3y+5=0$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M\left(3;-2\right)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-t\end{cases}$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua điểm $I(1;\,0)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;\,-1)$.

Ta có $\vec{n}=(1;\,2)$ là một véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $1(x-1)+2(y-0)=0 \Leftrightarrow x+2y-1=0$.

Vậy $d(M,\Delta)=\dfrac{|3-2.2-1|}{\sqrt{1^2+(2)^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-2;5)$, $C(3;-4)$. Diện tích tam giác ABC bằng:

A. 6. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;3)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng AB nên $\vec{u}=(1;1)$ là một véctơ pháp tuyến của đường thẳng AB.

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $1(x-1)+1(y-2)=0 \Leftrightarrow x+y-3=0$.

Ta có: $d(C,AB)=\dfrac{|3-4-3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ và $AB=\sqrt{(-3)^2+3^2}=3\sqrt{2}$.

Vậy diện tích tam giác ABC bằng: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.d(C,AB)=\dfrac{1}{2}.3\sqrt{2}.2\sqrt{2}=6$.

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(2;2), B(5;1)$ và đường thẳng $\Delta: x-2y+8=0$. Điểm C thuộc đường thẳng Δ và C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

A. $(12;\,10)$. **B.** $(10;12)$. **C.** $(8;\,8)$. **D.** $(10;\,8)$.

Lời giải

Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(3;-1)$

Suy ra có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;3)$.

Phương trình đường thẳng AB: $1(x-2)+3(y-2)=0 \Leftrightarrow x+3y-8=0$.

Điểm $C\in\Delta \Rightarrow$ tọa độ điểm $C(2t-8;t)$.

Diện tích tam giác ABC bằng 17 $\Leftrightarrow$ $\dfrac{1}{2}AB.d(C;AB)=17$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{10}.\frac{|5t-16|}{\sqrt{10}}=17 \Leftrightarrow |5t-16|=34 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=10 \\ t=-\dfrac{18}{5} \end{array}\right..$$

Với $t=10\Rightarrow C(12;10)$; với $t=-\frac{18}{5}\Rightarrow C\left(-\frac{76}{5};-\frac{18}{5}\right)$ (loại).

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(2;2),B(5;1)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng $\Delta: x-2y+8=0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17.

A. $C(12;10)$ và $C\left(-\frac{76}{5};-\frac{18}{5}\right)$.

B. $C(-12;10)$.

C. $C\left(\frac{1}{5};\frac{41}{10}\right)$.

D. $C(-4;2)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3;-1)$. Phương trình đường thẳng $AB: x+3y-8=0$.

Do $C\in\Delta$ nên $C(2c-8;c)$

$$\Rightarrow S_{XCAB}=\frac{1}{2}d(C,AB).AB=17\Leftrightarrow\frac{1}{2}.\frac{|5c-16|}{\sqrt{10}}.\sqrt{10}=17\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=10\\ c=-\frac{18}{5}\end{array}\right..$$

Vậy $C(12;10)$ và $C\left(-\frac{76}{5};-\frac{18}{5}\right)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+2t\\ y=3+t\end{cases}$ và điểm $A(0;1)$. Điểm M có tọa độ nguyên, M nằm trên d và cách $A(0;1)$ một đoạn bằng 5. Viết phương trình đường thẳng AM ?

A. $4x-3y+3=0$. **B.** $3x-4y-4=0$. **C.** $3x-4y+4=0$. **D.** $3x-y+1=0$.

Lời giải

Ta có: $M\in d\Rightarrow M(2+2t;3+t)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2t+2;\ t+2)$.

Theo giả thiết ta có: $AM=5\Leftrightarrow(2+2t)^2+(t+2)^2=5^2\Leftrightarrow 5t^2+12t-17=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\frac{-17}{5}\end{array}\right.$

Với $t=1\Rightarrow M(4;4)$ suy ra $\overrightarrow{AM}=(4;3)$.

Đường thẳng AM có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-4)$.

Phương trình tổng quát của AM là: $3(x-0)-4(y-1)=0\Leftrightarrow 3x-4y+4=0$.

Với $t=\frac{-17}{5}\Rightarrow M\left(\frac{-24}{5};\frac{-2}{5}\right)$.(loại).

Vậy đường thẳng AM có phương trình tổng quát là: $3x-4y+4=0$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 4x+2y-1=0$ và $\Delta_2: x+3y-5=0$ bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (4;2)$ và $\overrightarrow{n_2} = (1;3)$.

Do đó: $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_1}\right|} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ.$

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy, góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 - 2t \end{cases}$ và $\Delta_2 : x + y - 3 = 0$ bằng

A. $18^\circ 25'$. **B.** $71^\circ 34'$. **C.** .$18^\circ 26'$ .. **D.** $71^\circ 35'$.

Lời giải

Δ_1 nhận $\overrightarrow{n_1} = (2;1)$ là 1 vectơ pháp tuyến; Δ_2 nhận $\overrightarrow{n_2} = (1;1)$ là 1 vectơ pháp tuyến.

Do đó: $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_1}\right|} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) \approx 18^\circ 26'.$

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy, giá trị của tham số m để góc giữa hai đường thẳng $d_1 : (m+3)x - (m-1)y + m - 3 = 0$ và $d_2 : x + 2y - 5m - 7 = 0$ bằng 90° là

A. $m = 6$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 5$.

Lời giải

Hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (m+3; -m+1), \overrightarrow{n_2} = (1;2)$.

Để $(d_1, d_2) = 90^\circ$ thì $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow 1.(m+3) + 2.(-m+1) = 0 \Leftrightarrow m = 5.$

Câu 23: Đường thẳng $d : ax + by - 3 = 0$; với $a, b \in \mathbb{Z}$ đi qua điểm $M(1;1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta : 3x - y + 7 = 0$ một góc 45°. Khi đó $a - b$ bằng

A. 6. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Đường thẳng d có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_d = (a;b)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$.

Ta có $(\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left|\cos\left(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d\right)\right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \dfrac{\left|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d\right|}{\left|\vec{n}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_d\right|} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|3a - b|}{\sqrt{10}\sqrt{a^2 + b^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |3a - b| = \sqrt{5}.\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 2a^2 - 3ab - 2b^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2b \\ a = -\dfrac{1}{2}b \end{array}\right.$.

Với $a = 2b$ chọn $b = 1; a = 2 \Rightarrow d : 2x + y - 3 = 0.$

Với $a = -\dfrac{1}{2}b$ chọn $b = -2; a = 1 \Rightarrow d : x - 2y + 1 = 0.$

Câu 24: Cho đường thẳng $d: 3x-2y+1=0$ và điểm $M(1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và tạo với d một góc $45°$.

A. $\Delta_1: 2x-y=0$; $\Delta_2: 5x+y-7=0$.
B. $\Delta_1: x-5y+9=0$; $\Delta_2: 3x+y-5=0$.
C. $\Delta_1: 3x-2y+1=0$; $\Delta_2: 5x+y-7=0$.
D. $\Delta_1: x-5y+9=0$; $\Delta_2: 5x+y-7=0$.

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua M có dạng $\Delta: a(x-1)+b(y-2)=0,\ a^2+b^2\neq 0$

hay $ax+by-a-2b=0$

Theo bài ra Δ tạo với d một góc $45°$ nên:

$$\cos 45° = \frac{|3a+(-2b)|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}.\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|3a-2b|}{\sqrt{13}.\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{26(a^2+b^2)} = 2|3a-2b| \Leftrightarrow 5a^2-24ab-5b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=5b \\ 5a=-b \end{array}\right.$$

Nếu $a=5b$, chọn $a=5, b=1$ suy ra $\Delta: 5x+y-7=0$

Nếu $5a=-b$, chọn $a=1, b=-5$ suy ra $\Delta: x-5y+9=0$.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(4;-1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x+3y+8=0$. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng

A. $\frac{12\sqrt{13}}{13}$.
B. $2\sqrt{13}$.
C. $\sqrt{13}$.
D. $\frac{15\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Công thức tính khoảng cách từ điểm $M(x_o; y_o)$ đến đường thẳng $\Delta: Ax+By+C=0$ là

$$d(M,\Delta) = \frac{|Ax_o+By_o+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm $M(4;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 2x+3y+8=0$ bằng

$$d(M,\Delta) = \frac{|2.4+3.(-1)+8|}{\sqrt{2^2+3^2}} = \sqrt{13}.$$

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(3;3)$; $B(-4;2)$ và đường thẳng $\Delta: x+my-2=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A và B?

A. $\left[\begin{array}{l} m=-5 \\ m=1 \end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l} m=-7 \\ m=2 \end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l} m=-7 \\ m=1 \end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l} m=7 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Ta có: $d(A,\Delta)=d(B,\Delta) \Leftrightarrow \frac{|3+3m-2|}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{|-4+2m-2|}{\sqrt{1+m^2}} \Leftrightarrow |3m+1|=|2m-6|$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3m+1=2m-6\\3m+1=6-2m\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-7\\m=1\end{array}\right.$.

Vậy $m=-7;\ m=1$ thì Δ cách đều hai điểm A và B.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=t\\y=4+2t\end{cases}$ và $\Delta_2: x-y+2=0$. Đường thẳng d cắt Δ_1, Δ_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho G là trọng tâm của ΔABC với điểm $C(-1;3)$ $G(0;3)$. Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng d là

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\dfrac{13}{\sqrt{5}}$. **C.** 13. **D.** 3.

Lời giải

Gọi tọa độ điểm $A\in\Delta_1$ là $A(t;4+2t)$; gọi tọa độ điểm $B\in\Delta_2$ là $B(b;b+2)$.

Ta có G là trọng tâm của ΔABC

$\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{t+b-1}{3}=0\\ \dfrac{4+2t+b+2+3}{3}=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t+b=1\\2t+b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-1\\b=2\end{cases} \Rightarrow A(-1;2), B(2;4)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B là $d: 2x-3y+8=0$.

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d là $d(M,d)=\dfrac{|2.1-3.(-1)+8|}{\sqrt{(2)^2+(-3)^2}}=\sqrt{13}.$

Câu 28: Cho hai điểm $A(3;2)$, $B(-4;1)$, $C(0;3)$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều B và C.

A. $x+y-5=0$ và $3x+7y-23=0$. **B.** $x+y-5=0$ và $3x-7y+5=0$.

C. $x+2y-7=0$ và $3x-7y+5=0$. **D.** $y-2=0, x-2y+1=0$.

Lời giải

Gọi vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ là $\vec{n}=(a;b)$.

Suy ra phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A có dạng:

$a(x-3)+b(y-2)=0\left(a^2+b^2\neq 0\right) \Leftrightarrow ax+by-3a-2b=0$.

Ta có $d(B,\Delta)=d(C,\Delta) \Leftrightarrow \dfrac{|7a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{|-3a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}7a+b=-3a+b\\7a+b=3a-b\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\b=-2a\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $y-2=0, x-2y+1=0$.

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$ *và* $B(2;3)$. Có bao nhiêu đường thẳng Δ cách hai điểm $A(1;1)$ *và* $B(2;3)$ một khoảng lần lượt bằng 2 và 4?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Giả sử $\Delta: ax+by+c=0,\left(a^2+b^2\neq 0\right)$ theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} d(A,\Delta)=2 \\ d(B,\Delta)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|a+b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2 \\ \dfrac{|2a+3b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a+b+c|=2\sqrt{a^2+b^2}\ (1) \\ |2a+3b+c|=4\sqrt{a^2+b^2}\ (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2|a+b+c|=|2a+3b+c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=c \\ 4a+5b+3c=0 \end{array}\right..$$

Với $b=c$ thay vào (1) ta được $|a+2b|=2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3a^2=4ab \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ 3a=4b \end{array}\right.$.

Khi $a=0$, chọn $b=c=1$ ta có phương trình $\Delta: y+1=0$.

Khi $3a=4b$, chọn $a=4, b=3, c=3$ ta có phương trình $\Delta: 4x+3y+3=0$.

Với $4a+5b+3c=0 \Rightarrow c=-\dfrac{4a+5b}{3}$ thay vào (1) ta được

$|a+2b|=6\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 35a^2-4ba+32b^2=0, (3)$, xem (3) là phương trình bậc hai ẩn a ta có $\Delta'=-1116b^2 \leq 0, \forall b$.

$\Delta'=0 \Leftrightarrow b=0$ khi đó phương trình (3) có nghiệm $a=0$, không thỏa mãn điều kiện.

Vậy có hai phương trình đường thẳng thỏa mãn bài toán.

Câu 30: Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng Δ_1: $10x+5y-1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$.

A. $\dfrac{3}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(2;1), \overrightarrow{n_2}=(1;1)$.

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Câu 31: Tìm góc giữa 2 đường thẳng Δ_1: $2x-y-10=0$ và Δ_2: $x-3y+9=0$.

A. $60°$. **B.** $0°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Véctơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(2;-1), \overrightarrow{n_2}=(1;-3)$.

$\cos(\Delta_1,\Delta_2) = |\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})| = \dfrac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\Delta_1,\Delta_2) = 45°$.

Câu 32: Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 6x-5y+15=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=10-6t \\ y=1+5t \end{cases}$.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $0°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Vecto pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\overrightarrow{n_1}=(6;-5)$.

Vecto pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{n_2}=(5;6)$.

Ta có $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

Câu 33: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $\Delta: mx+y-3=0$ hợp với đường thẳng $d: x+y=0$ một góc $60°$. Tổng m_1+m_2 bằng

A. -3.. **B.** 3.. **C.** 4.. **D.** -4.

Lời giải

Vecto pháp tuyến của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{n_\Delta}=(m;1)$.

Vecto pháp tuyến của đường thẳng d là $\overrightarrow{n_d}=(1;1)$.

Ta có $(\Delta,d)=60° \Leftrightarrow \left|\cos(\vec{n}_\Delta,\vec{n}_d)\right| = \cos 60° \Leftrightarrow \dfrac{|\vec{n}_\Delta.\vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta|.|\vec{n}_d|} = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{m^2+1}} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2|m+1| = \sqrt{2}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2+4m+1=0 \Rightarrow m_1+m_2 = -\dfrac{b}{a} = -4.$.

Câu 34: Cho hai đường thẳng $d: 3x-y=0$ và $d': mx+y-1=0$. Tìm m để $\cos(d,d') = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

A. $m=0$. **B.** $m=\dfrac{4}{3}$; $m=0$. **C.** $m=\dfrac{3}{4}$; $m=0$. **D.** $m=\pm\sqrt{3}$.

Lời giải

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\overrightarrow{n_d}=(3;-1)$.

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d' là $\overrightarrow{n_{d'}}=(m;1)$.

Ta có $\cos(d,d') = \dfrac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \left|\cos(\vec{n}_d,\vec{n}_{d'})\right| = \dfrac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \dfrac{|\vec{n}_d.\vec{n}_{d'}|}{|\vec{n}_d|.|\vec{n}_{d'}|} = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|3m-1|}{\sqrt{10}\sqrt{1+m^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |3m-1| = \sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow 8m^2-6m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{3}{4} \end{array}\right.$.

Vậy $m=\frac{3}{4}$ và $m=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35: Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và tạo với đường thẳng $\Delta: x-2y-3=0$ một góc $60°$.

A. $d_1: y=\left(8+5\sqrt{3}\right)x$ và $d_2: y=\left(8-5\sqrt{3}\right)x$.

B. $d_1: y=\left(8+3\sqrt{3}\right)x$ và $d_2: y=\left(8-3\sqrt{3}\right)x$.

C. $d_1: y=\left(5+5\sqrt{3}\right)x$ và $d_2: y=\left(5-5\sqrt{3}\right)x$.

D. $d_1: y=\left(18+5\sqrt{3}\right)x$ và $d_2: y=\left(18-5\sqrt{3}\right)x$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ có phương trình: $y=ax$ hay $ax-y=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_d}=(a;-1)$.

Theo giả thiết: d tạo với Δ một góc $60°$ nên

$$\cos(\mathrm{d},\Delta)=\cos 60° \Leftrightarrow \frac{|a+2|}{\sqrt{a^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|a+2|=\sqrt{5\left(a^2+1\right)}$$

$$a^2-16a-11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=8+5\sqrt{3} \\ a=8-5\sqrt{3} \end{array}\right..$$

Với $a=8+5\sqrt{3}$ ta được đường thẳng cần tìm $d_1: y=\left(8+5\sqrt{3}\right)x$.

Với $a=8-5\sqrt{3}$ ta được đường thẳng cần tìm $d_2: y=\left(8-5\sqrt{3}\right)x$.

Câu 36: Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(-2;0)$, tạo với đường thẳng $\Delta: x+3y-3=0$ một góc $45°$ (biết đường thẳng d có hệ số góc âm).

A. $2x+y+4=0$. **B.** $x+2y+4=0$. **C.** $x-2y-2=0$. **D.** $2x+y-4=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $A(-2;0)$ có phương trình:

$a(x+2)+by=0 \Leftrightarrow ax+by+2a=0\left(a^2+b^2\neq 0\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_d}=(a;b)$.

Đường thẳng $\Delta: x+3y-3=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_\Delta}=(1;3)$.

Theo giả thiết: d tạo với Δ một góc $45°$ nên

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\cos 45° \Leftrightarrow \frac{|a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}|a+3b|=\sqrt{10\left(a^2+b^2\right)}$$

$$\Leftrightarrow 5\left(a^2+b^2\right)=(a+3b)^2 \Leftrightarrow 2a^2-3ab-2b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2b \\ a=-\frac{1}{2}b \end{array}\right..$$

Với $a=2b$, chọn $b=1 \Rightarrow a=2$ ta được đường thẳng cần tìm $d: 2x+y+4=0$.

Với $a=-\frac{1}{2}b$, chọn $b=-2\Rightarrow a=1$ ta được đường thẳng $d:x-2y+2=0$ (loại do hệ số góc dương).

Câu 37: Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để côsin của góc tạo bởi hai đường thẳng $d:mx+2y+2=0$ và $\Delta:3x+2y+1=0$ bằng $\frac{2}{\sqrt{13}}$.

A. 0. **B.** $-\frac{24}{5}$. **C.** $\frac{24}{5}$. **D.** -24.

Lời giải

Đường thẳng $d:mx+2y+2=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(m;2)$.

Đường thẳng $\Delta:3x+2y+1=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(3;2)$.

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng d và Δ. Theo giả thiết có

$$\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{13}}\Leftrightarrow\frac{|3m+4|}{\sqrt{m^2+4}.\sqrt{13}}=\frac{2}{\sqrt{13}}\Leftrightarrow|3m+4|=2\sqrt{m^2+4}\Leftrightarrow 5m^2+24m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-\frac{24}{5}\\ m=0\end{array}\right..$$

Suy ra tổng các giá trị của giá trị của tham số m bằng $S=0+\left(-\frac{24}{5}\right)=-\frac{24}{5}$.

Câu 38: Số giá trị nguyên của tham số m để sin của góc tạo bởi hai đường thẳng $\Delta_1:2x+3my-1=0$ và $\Delta_2:3x-4y+7=0$ bằng $\frac{4}{5}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Đường thẳng $\Delta_1:2x+3my-1=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(2;3m)$.

Đường thẳng $\Delta_2:3x-4y+7=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(3;-4)$.

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

Theo giả thiết có: $\sin\alpha=\frac{4}{5}\Leftrightarrow\cos\alpha=\frac{3}{5}\Leftrightarrow\frac{|6-12m|}{\sqrt{4+9m^2}.5}=\frac{3}{5}\Leftrightarrow|6-12m|=3\sqrt{4+9m^2}$

$\Leftrightarrow 144m^2-144m+36=36+81m^2\Leftrightarrow 63m^2-144m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\frac{16}{7}\end{array}\right.$. Vì m nguyên nên $m=0$.

Có một giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 39: Đường thẳng $ax+by+c=0$ (với $a^2+b^2\neq0$ và $(a,b)=1$). Biết Δ đi qua điểm $M(-2;0)$ và tạo với đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+3t\\ y=2-t\end{cases}$ một góc 45^0. Tính a^2+b^2.

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Gọi $\vec{n}_d=(1;3)$ và $\vec{n}_\Delta=(a;b)$ với $a^2+b^2\neq 0$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d và Δ.

$\cos(\Delta,d)=\dfrac{|1.a+3.b|}{\sqrt{10}.\sqrt{a^2+b^2}}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{|a+3b|}{\sqrt{10}.\sqrt{a^2+b^2}}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{5(a^2+b^2)}=2|a+3b|\Leftrightarrow 5(a^2+b^2)=(a+3b)^2\Leftrightarrow 2a^2+3ab-2b^2=0$

Trường hợp 1: $b=0\Rightarrow a=0(L)$

Trường hợp 2: $b\neq 0$ ta có $2\dfrac{a^2}{b^2}+3\dfrac{a}{b}-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{a}{b}=\dfrac{-1}{2}\Rightarrow a^2+b^2=5\\ \dfrac{a}{b}=2\Rightarrow a^2+b^2=5\end{array}\right.$

Vậy $a^2+b^2=5$..

Câu 40: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ đồng thời tạo với $d_3: y-1=0$ một góc $45°$.

A. $x+(1-\sqrt{2})y=0$ hoặc $x-y-1=0$. **B.** $x+2y=0$ hoặc $x-4y=0$.

C. $x-y=0$ hoặc $x+y-2=0$. **D.** $2x+1=0$ hoặc $y+5=0$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases}2x+y-3=0\\x-2y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}\Rightarrow d_1\cap d_2=A(1;1)\in\Delta$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1)$ nên $a(x-1)+b(y-1)=0\Leftrightarrow ax+by-a-b=0$ với $a^2+b^2\neq 0$.

Gọi $\overrightarrow{n_3}=(0;1)$ và $\overrightarrow{n_\Delta}=(a;b)$ lần lượt là vec tơ pháp tuyến của đường thẳng $d_3: y-1=0$ và đường thẳng Δ.

Vì góc giữa d_3 và Δ bằng 45^0 nên ta có:

$\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{0+1}}\Leftrightarrow a^2+b^2=2b^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b\Rightarrow a=b=1\Rightarrow\Delta: x+y-2=0\\a=-b\Rightarrow a=1,b=-1\Rightarrow\Delta: x-y=0\end{array}\right.$.

Câu 41: Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC cân đỉnh A. Cạnh bên AB và cạnh đáy BC có phương trình lần lượt là $x+2y-3=0$ và $3x-y+5=0$. Lập phương trình cạnh AC biết đường thẳng AC đi qua điểm $M(1;-3)$.

A. $x+2y+5=0$ hoặc $2x+11y+31=0$. **B.** $x+2y+5=0$.

C. $2x+11y+31=0$. **D.** $x+2y-5=0$ hoặc $2x+11y-31=0$.

Lời giải

Gọi $\overrightarrow{n_{AC}}=(a;b)$ với $a^2+b^2\neq 0$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng AC.

Phương trình đường thẳng AC đi qua $M(1;-3)$ nên $a(x-1)+b(y+3)=0$.

Từ phương trình đường thẳng $AB: x+2y-3=0$ ta có $\overrightarrow{n_{AB}}=(1;2)$ là một vectơ pháp tuyến.

Từ phương trình đường thẳng $BC: 3x-y+5=0$ ta có $\overrightarrow{n_{BC}}=(3;-1)$ là một vectơ pháp tuyến.

Vì ΔABC cân đỉnh A nên

$$\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{AC}};\overrightarrow{n_{BC}}\right)\right|=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{AB}};\overrightarrow{n_{BC}}\right)\right|\Leftrightarrow\frac{|3a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow a^2+b^2=5(3a-b)^2$$

$$\Leftrightarrow 44a^2-30ab+4b^2=0\Leftrightarrow 2(2a-b)(11a-2b)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{b}{2}\\ a=\dfrac{2b}{11}\end{array}\right.\text{. Chọn } b=1 \text{ thì }\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{1}{2}\\ a=\dfrac{2}{11}\end{array}\right.$$

Với $a=\dfrac{1}{2}$ thì phương trình đường thẳng $AC: x+2y+5=0$ (Loại vì khi đó AC song song với AB).

Với $a=\dfrac{2}{11}$ thì phương trình đường thẳng $AC: 2x+11y+31=0$.

Câu 42: Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC cân đỉnh A. Cạnh BC, đường cao hạ từ đỉnh B có phương trình lần lượt là $x-y+1=0$ và $x+3y+5=0$. Đường cao hạ đỉnh C đi qua $M(3;0)$. Lập phương trình cạnh AB

A. $x-3y-1=0$. **B.** $x+3y-1=0$. **C.** $3x-y-1=0$. **D.** $3x+y-1=0$.

Lời giải

Gọi $BH: x+3y+5=0$. Do $B=BC\cap BH$ nên tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x+3y+5=0\\ x-y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=-1\end{cases}\Rightarrow B(-2;-1)\text{. Vectơ pháp tuyến } \overrightarrow{n_{BC}}=(1;-1),\ \overrightarrow{n_{BH}}=(1;3).$$

Gọi CK là đường thẳng qua $M(3;0)$ và vuông góc với AB có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$.

Lúc đó ta có phương trình đường thẳng CK: $a(x-3)+by=0\Leftrightarrow ax+by-3a=0\left(a^2+b^2\neq 0\right)$

Mặt khác $\Delta BHC=\Delta CKB\Rightarrow HBC=KCB$.

Từ đây ta có: $\cos HBC=\cos KCB\Leftrightarrow\cos(BH,BC)=\cos(CK,BC)$

$$\frac{\left|\overrightarrow{n_{BH}}\cdot\overrightarrow{n_{BC}}\right|}{\left|\overrightarrow{n_{BH}}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_{BH}}\right|}=\frac{\left|\vec{n}\cdot\overrightarrow{n_{BC}}\right|}{|\vec{n}|\cdot\left|\overrightarrow{n_{BC}}\right|}\Leftrightarrow\frac{2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}=\frac{|a-b|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{a^2+b^2}}\Leftrightarrow 2\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{10}\,|a-b|$$

$$\Leftrightarrow 4\left(a^2+b^2\right)=10\left(a^2-2ab+b^2\right)\Leftrightarrow 3a^2-10ab+3b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=3b\\ a=\frac{1}{3}b\end{array}\right..$$

Với $a=3b$ thì ta chọn $a=3;b=1$ nên $CK:3x+y-9=0$ (Nhận).

Với $a=\frac{1}{3}b$ thì ta chọn $a=1;b=3$ nên $CK:x+3y-3=0$ (Loại).

Mặt khác $C=BC\cap CK$ nên tọa độ C là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}3x+y-9=0\\ x-y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=1\end{cases}\Rightarrow C(2;3).$$

Lại có $AB\perp CK$ suy ra vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{AB}}=\overrightarrow{n_{CK}}=(3;1)$.

Mặt khác: $B\in AB$ nên ta có phương trình $AB:\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{1}\Leftrightarrow x-3y-1=0$.

Câu 43: Khoảng cách từ điểm $A(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-1+3t\\ y=5-4t\end{cases}$ là

A. $\frac{11}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{19}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là: $4(x+1)+3(y-5)=0\Leftrightarrow 4x+3y-11=0$.

Khoảng cách từ điểm $A(1;2)$ đến đường thẳng d là: $d(A,\Delta)=\frac{|4.1+3.2-11|}{\sqrt{4^2+3^3}}=\frac{1}{5}$.

Câu 44: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d:x+y-3=0$ và $\Delta:x+y-2=0$ là

A. 9. **B.** $\frac{9}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 15.

Lời giải

Lấy điểm $A(0;3)\in d:x+y-3=0$ nên $d(d;\Delta)=d(A;\Delta)=\frac{|3-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 45: Cho tam giác ABC với $A(1;2),B(0;3),C(4;0)$. Chiều cao của tam giác ABC ứng với cạnh BC có độ dài là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Phương trình cạnh $BC:\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1\Leftrightarrow BC:3x+4y-12=0$.

Độ dài đường cao ứng với cạnh BC là $AH=d(A,BC)=\frac{|3.1+4.2-12|}{5}=\frac{1}{5}$.

Câu 46: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(3\,;-4)$, $B(1\,;\,5)$, $C(3\,;\,1)$. Diện tích ΔABC là

A. $\sqrt{26}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AC}=(0;5)\Rightarrow \vec{n}=(1;0)$ là véctơ pháp tuyến của AC.

Phương trình đường thẳng $AC:\ x-3=0\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}d(B,AC)\left|\overrightarrow{AC}\right|=5.$.

Câu 47: Một thửa ruộng hình chữ nhật có hai cạnh nằm trên hai đường thẳng $d:x-3y+2=0;\Delta:3x+y-2=0$ và có một đỉnh là $A(2;1)$. Diện tích của thửa ruộng bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** 5.

Lời giải

Thay tọa độ điểm A vào d ta được $2-3+2=0\Leftrightarrow 1=0$ (vô lý) nên A không nằm trên đường thẳng d.

Thay tọa độ điểm A vào Δ ta được $3.2+1-2=0\Leftrightarrow 5=0$ (vô lý) nên A không nằm trên đường thẳng Δ.

Khoảng cách từ đỉnh $A(2;1)$ đến đường thẳng $d:x-3y+2=0$ là

$$d(A;d)=\frac{|2-3+2|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Khoảng cách từ đỉnh $A(2;1)$ đến đường thẳng $\Delta:3x+y-2=0$ là

$$d(A;\Delta)=\frac{|2.3+1-2|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{5\sqrt{10}}{10}.$$

Diện tích thửa ruộng bằng $\dfrac{\sqrt{10}}{10}.\dfrac{5\sqrt{10}}{10}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 48: Cho hai điểm $A(3;1)$; $B(4,0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều A và B?

A. $-2x+2y-3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $2x+2y+3=0$.

Lời giải

Ta có trung điểm của AB là $I\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Đường thẳng cách đều A và B sẽ đi qua điểm $I\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $1.\left(x-\dfrac{7}{2}\right)-1.\left(y-\dfrac{1}{2}\right)=0\Leftrightarrow x-y-3=0.$.

Câu 49: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3)$ và có khoảng cách đến điểm $M(2;4)$ bằng 1 có phương trình:

A. $24x-7y-21=0$. **B.** $24x+7y-45=0$. **C.** $7x+24y-45=0$. **D.** $24x-7y-45=0$.

Lời giải

Giả sử đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-3)$ có hệ số góc k. Khi đó phương trình Δ có dạng:

$y+3=k(x-1)\Leftrightarrow kx-y-k-3=0$.

Theo đề ta có $\mathrm{d}(M,\Delta)=\dfrac{|2k-4-k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=1\Leftrightarrow|k-7|=\sqrt{k^2+1}\Leftrightarrow(k-7)^2=k^2+1$

$\Leftrightarrow k^2-14k+49=k^2+1\Leftrightarrow 14k=48\Leftrightarrow k=\dfrac{24}{7}$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ có dạng: $24x-7y-45=0$.

Câu 50: Phương trình của đường thẳng d song song với $d':3x+4y-1=0$ và cách d' một đoạn bằng 2 có dạng

A. $d:3x+4y-9=0$ hoặc $d:3x+4y+11=0$. **B.** $d:3x+4y+9=0$ hoặc $d:3x+4y-11=0$

C. $d:3x+4y+3=0$ hoặc $d:3x+4y-17=0$. **D.** $d:3x+4y-3=0$ hoặc $d:3x+4y+17=0$

Lời giải

Đường thẳng d song song với d' nên phương trình đường thẳng d' có dạng $3x+4y+c=0$.

Lấy điểm $M(-1;1)\in d'$, theo đề ta có:

$\mathrm{d}(d,d')=\mathrm{d}(M,d')=2\Leftrightarrow\dfrac{|-3+4+c|}{5}=2\Leftrightarrow|c+1|=10\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=9\\c=-11\end{array}\right.$.

Với $c=9$ ta có $d:3x+4y+9=0$; với $c=-11$ ta có $d:3x+4y-11=0$.

Câu 51: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1:5x+3y-3=0$ và $d_2:5x+3y+7=0$ song song với nhau. Đường thẳng vừa song song và cách đều với d_1,d_2 là

A. $5x+3y-2=0$. **B.** $5x+3y+4=0$. **C.** $5x+3y+2=0$. **D.** $5x+3y-4=0$.

Lời giải

Giả sử d là đường thẳng vừa song song và cách đều với d_1,d_2. Khi đó phương trình đường thẳng d có dạng $5x+3y+m=0$.

Lấy $A(0,1)\in d_1$; $B(-2,1)\in d_2$. Vì d cách đều với d_1,d_2 nên trung điểm $I(-1,1)$ của AB nằm trên đường thẳng d suy ra $5.(-1)+3.1+m=0\Leftrightarrow m=2$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $5x+3y+2=0$.

Câu 52: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, lập phương trình đường thẳng d vuông góc với $\Delta:2x+y-1=0$ và cách điểm $M(3;-2)$ một khoảng là $\sqrt{5}$.

A. $d_1: x-2y-12=0$ và $d_2: x-2y-2=0$. **B.** $d_1: x-2y-12=0$ và $d_2: x-2y+2=0$.
C. $d_1: x-2y+12=0$ và $d_2: x-2y-2=0$. **D.** $d_1: x-2y+12=0$ và $d_2: x-2y+2=0$.

Lời giải

Vì đường thẳng $d \perp \Delta: 2x+y-1=0$ nên d có dạng: $x-2y+c=0$.

Vì $d(M,d)=\sqrt{5} \Leftrightarrow |7+c|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-12 \\ c=-2 \end{array}\right.$. Vậy $d_1: x-2y-12=0$ và $d_2: x-2y-2=0$.

Câu 53: Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta: x+4y+2023=0$ và cách đều hai điểm $B(-2;3), C(4;-1)$.

A. $d: x+4y+3=0$. **B.** $d: x+4y-5=0$. **C.** $d: x+4y+5=0$. **D.** $d: x+4y-3=0$.

Lời giải

Vì đường thẳng $d \parallel \Delta: x+4y+2023=0$ nên đường thẳng d có dạng:
$x+4y+c=0 (c \neq 2023)$.

Theo giả thiết: $d(B;d)=d(C;d) \Leftrightarrow \frac{|-2+4.3+c|}{\sqrt{17}}=\frac{|4-4.1+c|}{\sqrt{17}} \Leftrightarrow |c+10|=|c| \Leftrightarrow c=-5$

Vậy phương trình đường thẳng d là: $x+4y-5=0$.

Câu 54: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng đi qua $A(-1;2)$ và cách $B(3;5)$ một khoảng bằng 3.

A. $\Delta_1: y+2=0$ và $\Delta_2: 24x-7y+37=0$. **B.** $\Delta_1: y-2=0$ và $\Delta_2: 24x+7y+37=0$.
C. $\Delta_1: y-2=0$ và $\Delta_2: 24x-7y+37=0$. **D.** $\Delta_1: y+2=0$ và $\Delta_2: 24x+7y+37=0$.

Lời giải

Gọi phương trình đường thẳng Δ là $ax+by+c=0$. Điều kiện: $a^2+b^2 \neq 0$.

$A(-1;2) \in \Delta \Leftrightarrow -a+2b+c=0 \Leftrightarrow c=a-2b \ (1)$

$d(B;\Delta)=3 \Leftrightarrow |3a+5b+c|=3\sqrt{a^2+b^2} \ (2)$

Thay (1) vào (2), ta có: $\mathrm{d}(B;\Delta)=3 \Leftrightarrow |4a+3b|=3\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 7a^2+24ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{r} a=0 \\ 7a+24b=0 \end{array}\right.$

Với $a=0$: Chọn $b=1 \Rightarrow c=-2 \Rightarrow \Delta: y-2=0$.

Với $7a+24b=0$: Chọn $b=-7 \Rightarrow a=24, c=37 \Rightarrow \Delta: 24x-7y+37=0$.

Vậy $\Delta_1: y-2=0$ và $\Delta_2: 24x-7y+37=0$.

Câu 55: Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-1;1), B(2;-4), C(4;4)$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc A.

A. $4x-y+5=0$. **B.** $4x-y-5=0$. **C.** $x+4y+3=0$. **D.** $x+4y-3=0$.

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(3;-5)\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng AB là $5x+3y+2=0$;

$\overrightarrow{AC}=(5;3)\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng AC là $3x-5y+8=0$;

Gọi $M(x;y)$ là điểm bất kì thuộc đường thẳng phân giác của góc A, ta có:

$$d(M,AB)=d(M,AC)\Leftrightarrow|5x+3y+2|=|3x-5y+8|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x-y+5=0\\x+4y-3=0\end{array}\right..$$

Xét đường thẳng $\Delta:4x-y+5=0$. Ta có $(4x_B-y_B+5)(4x_C-y_C+5)=17.17=289>0$ nên B và C nằm cùng phía so với đường thẳng Δ nên Δ là đường phân giác ngoài.

Vậy phương trình đường phân giác trong của góc A là: $x+4y-3=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai đường thẳng $d_1:x-\sqrt{3}y+5=0$ và $d_2:x+y=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $(d_1,Ox)=30^\circ$

b) $(d_2,Ox)=45^\circ$

c) $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

d) Đường thẳng vuông góc với d_1 tạo với d_2 một góc 15°

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $d_1:x-\sqrt{3}y+5=0$, $Ox:y=0$

Khi đó: $\cos(d_1,Ox)=\dfrac{|1.0+(-\sqrt{3}).1|}{\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}.\sqrt{0^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow(d_1,Ox)=30^\circ$

b) Đúng: Ta có: $d_2:x+y=0$, $Ox:y=0$

Khi đó: $\cos(d_2,Ox)=\dfrac{|1.0+1.1|}{\sqrt{1^2+1^2}.\sqrt{0^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow(d_2,Ox)=45^\circ$

c) Sai: $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{|1.1+(-\sqrt{3}).1|}{\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$.

d) Đúng: Đường thẳng vuông góc với d_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(\sqrt{3};1)$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng đó với d_2. Khi đó ta có: $\cos\alpha=\dfrac{|\sqrt{3}.1+1.1|}{\sqrt{\sqrt{3}^3+1^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\Rightarrow\alpha=15^\circ$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng: $\Delta_1: 3x+4y+12=0, \Delta_2: \begin{cases} x=2+at \\ y=1-2t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng Δ_1 có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(3;4)$, Δ_2 có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(a;-2)$

b) $\cos(\Delta_1;\Delta_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{u_2}\right)\right|$

c) Với $a=\dfrac{3}{2}$ thì góc giữa đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $90°$

d) Tổng các giá trị a để góc giữa đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $45°$ là $-\dfrac{96}{7}$

Lời giải

a) Đúng: Đường thẳng Δ_1 có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(3;4)$, Δ_2 có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(a;-2)$

b) Sai: $\cos(\Delta_1;\Delta_2)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right)\right|$ với $\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}$ lần lượt là 2 vectơ pháp tuyến của Δ_1 và Δ_2

c) Sai: Đường thẳng Δ_1 có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(3;4)$, đường thẳng Δ_2 có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;a)$

Góc giữa đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $90^0 \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0 \Leftrightarrow 3.2+4.a=0 \Leftrightarrow a=-\dfrac{3}{2}$

d) Đúng: Góc giữa đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng $45° \Leftrightarrow \cos(\Delta_1;\Delta_2)=\cos 45°$

$$\Leftrightarrow \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|3.2+4.a|}{\sqrt{3^2+4^2}.\sqrt{2^2+a^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|4a+6|=5\sqrt{2}.\sqrt{a^2+4}$$

$$\Leftrightarrow 4\left(16a^2+48a+36\right)=50\left(a^2+4\right) \Leftrightarrow 14a^2+192a-56=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_1=\dfrac{2}{7} \\ a_2=-14 \end{array}\right.$$

Do đó: $a_1+a_2=-\dfrac{96}{7}$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với ba cạnh có phương trình lần lượt là: $AB: x-2y+5=0,\ AC: 3x-y=0,\ BC: 2x+y=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng AB không vuông góc với trục Ox

b) Tam giác ABC vuông tại B

c) Góc giữa đường thẳng AB và AC bằng $60°$

d) Phương trình đường phân giác góc B là $x+3y-5=0$

Lời giải

a) Đúng: Đường thẳng AB có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;-2)$

Trục Ox có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{j}=(0;1)$ nên $\overrightarrow{n_1}.\vec{j}=1.0+(-2).1=-2\neq 0$

Vậy đường thẳng AB không vuông góc với trục Ox

b) Đúng: Hai đường thẳng $AB: x-2y+5=0, BC: 2x+y=0$ lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2), \overrightarrow{n_2}=(2;1)$. Ta có $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0$ nên hai đường thẳng AB, BC vuông góc nhau.

Hay tam giác ABC vuông tại B

c) Sai: Đường thẳng AB có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2)$, đường thẳng AC có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_3}=(3;-1)$

Ta có: $\cos(AB,AC)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_3}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_3}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|.\overrightarrow{n_3}\right|}=\dfrac{|1.3+(-2)(-1)|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}.\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra góc giữa đường thẳng AB và AC bằng $45°$

d) Đúng: Từ lời giải câu 2 và 3 ta thấy tam giác ABC vuông tại B và có góc A bằng 45^0.

Do đó: tam giác ABC vuông cân tại B

Đường phân giác góc B cũng chính là đường cao hạ từ B.

Tọa độ đỉnh B của tam giác ABC thỏa hệ $\begin{cases}x-2y+5=0\\2x+y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}\Rightarrow B(-1;2)$.

Phương trình đường cao hạ từ B là: $x+3y-5=0$.

Câu 4: Trong hệ toạ độ Oxy, cho các đường thẳng $(d_1): 2x-3y+4=0; (d_2): \begin{cases}x=2-3t\\y=1-4mt\end{cases}$, $\Delta: x+3y-3=0$ và điểm $A(-2;0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m=\dfrac{9}{8}$ thì góc giữa d_1 và d_2 bằng $90°$.

b) Cosin góc giữa d_1 và Δ bằng $\dfrac{7}{\sqrt{130}}$.

c) Đường thẳng đi qua $A(-2;0)$ và vuông góc với d_1 có phương trình là $3x+2y+6=0$.

d) Đường thẳng d đi qua $A(-2;0)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: x+3y-3$ một góc $45°$ có phương trình $d: 2x+y+5=0$.

Lời giải

a) Sai:Góc giữa d_1 và d_2 bằng 90° suy ra d_1 vuông góc với d_2

Khi đó: $\overrightarrow{u_{d_1}}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\Leftrightarrow 3.(-3)+2.(-4m)=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{9}{8}$.

b) Đúng: d_1 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(2;-3)$; Δ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\Delta}=(1;3)$

Cosin góc giữa d_1 và Δ là $\cos(d;\Delta)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_\Delta}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_\Delta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_\Delta}\right|}=\dfrac{7}{\sqrt{130}}$.

c) Đúng: Đường thẳng a vuông góc với d_1 suy ra có phương trình dạng $3x+2y+C=0$.

Đường thẳng a đi qua $A(-2;0)$ $\Leftrightarrow 3.(-2)+2.0+C=0\Leftrightarrow C=6$

Suy ra phương trình a: $3x+2y+6=0$.

d) Sai: Đường thẳng d đi qua $A(-2;0)$ có phương trình:

$$a(x+2)+by=0\Leftrightarrow ax+by+2a=0\left(a^2+b^2\neq 0\right)$$

Theo giả thiết: d tạo với Δ một góc $45°$ nên

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\cos 45^\circ\Leftrightarrow\frac{|a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\sqrt{2}|a+3b|=\sqrt{10\left(a^2+b^2\right)}$$

$$\Leftrightarrow 5\left(a^2+b^2\right)=(a+3b)^2\Leftrightarrow 2a^2-3ab-2b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2b\\a=-\dfrac{1}{2}b\end{array}\right.$$

Với $a=2b$, chọn $b=1\Rightarrow a=2$ ta được đường thẳng cần tìm $d:2x+y+4=0$.

Với $a=-\dfrac{1}{2}b$, chọn $b=-2\Rightarrow a=1$ ta được đường thẳng $d:x-2y+2=0$.

Câu 5: Trong hệ toạ độ Oxy, cho các đường thẳng Δ_1: $2x-y-10=0$ và Δ_2: $x-3y+9=0$, điểm $M(-1;2)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Góc giữa d_1 và d_2 bằng $45°$.

b) Đường thẳng $d:3x-(m-1)y+1=0$ vuông góc với Δ_1 khi $m=-5$.

c) Đường thẳng đi qua $M(-1;2)$ và vuông góc với Δ_1 có phương trình là $x+2y+3=0$.

d) Đường thẳng (d) qua điểm $M(-1;2)$ và tạo với trục Ox một góc $60°$ có phương trình là $\sqrt{3}x-y+\sqrt{3}-2=0$.

Lời giải

a) Đúng: Vectơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(2;-1)$, $\overrightarrow{n_2}=(1;-3)$.

$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})|=\dfrac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow(\Delta_1,\Delta_2)=45°$.

b) Đúng: Đường thẳng $d:3x-(m-1)y+1=0$ vuông góc với $\Delta_1: 2x-y-10=0$

Suy ra $3.2+(-(m-1)).(-1)=0 \Leftrightarrow m=-5$.

c) Sai: Đường thẳng a vuông góc với Δ_1 suy ra có phương trình dạng $x+2y+C=0$.

a đi qua $M(-1;2)$ $\Leftrightarrow 1.(-1)+2.2+C=0 \Leftrightarrow C=-3$ suy ra phương trình $a:\ x+2y-3=0$.

d) Sai: Giả sử (d) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(a;b),(a^2+b^2\neq 0)$, trục $Ox: y=0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1)$. Đường thẳng (d) tạo với trục Ox một góc $60°$ nên:

$$\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\vec{n}\right)\right|=\cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow a^2=3b^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\sqrt{3}b \\ b=-\sqrt{3}b \end{array}\right..$$

Với $a=-\sqrt{3}b \Rightarrow (d)$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=\left(\sqrt{3};-1\right)$ mà (d) đi qua $M(-1;2)$.

Suy ra (d) có phương trình: $\sqrt{3}(x+1)-(y-2)=0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x-y+\sqrt{3}+2=0$.

Với $a=\sqrt{3}b \Rightarrow (d)$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=\left(\sqrt{3};1\right)$ mà (d) đi qua $M(-1;2)$.

Suy ra (d) có phương trình: $\sqrt{3}(x+1)+(y-2)=0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x+y+\sqrt{3}-2=0$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;0), B(5;-3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-2t \\ y=3t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Gọi C là điểm thuộc d sao cho tam giác ABC cân tại A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Góc giữa đường thẳng d và Oy bằng $45°$.

b) Góc giữa đường thẳng AB và đường thẳng d là α với $\cos\alpha=-\frac{5\sqrt{26}}{26}$.

c) Góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa hai đường thẳng AC và d.

d) Góc giữa hai đường thẳng AB và Ox bằng góc giữa hai đường thẳng AC và Ox.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-3)$, $\vec{j}(0;1)$

Ta có $\cos(AB,Oy)=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\vec{j}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AB}.\vec{j}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\vec{j}\right|}=\frac{|3.0-3.1|}{\sqrt{3^2+(-3)^2}.\sqrt{1^2+0^2}}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra $(AB,Oy)=45°$.

b) Sai: Ta có véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB và d lần lượt là $\vec{u}_{AB}(1;-1)$ và $\vec{u}_d(-2;3)$.

Gọi góc giữa đường thẳng AB và đường thẳng d là α

Ta có $\cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{u}_{AB}, \vec{u}_d\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{u}_{AB}.\vec{u}_d\right|}{\left|\vec{u}_{AB}\right|.\left|\vec{u}_d\right|} = \dfrac{|1.(-2)-1.3|}{\sqrt{2}.\sqrt{13}} = \dfrac{5\sqrt{26}}{26}$.

c) Đúng: Gọi $C \in d$ suy ra $C(1-2t;3t)$ $(t \in \mathbb{R})$.

Ta có $AB = \sqrt{18}$, $AC = \sqrt{13t^2 + 4t + 1}$.

Tam giác ABC cân tại A suy ra $AB = AC$ $\Leftrightarrow \sqrt{18} = \sqrt{13t^2 + 4t + 1}$

$\Leftrightarrow 13t^2 + 4t - 17 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -\dfrac{17}{13} \end{array}\right.$.

Với $t = 1$ ta có $C_1\left(-1;3\right)$.

Với $t = -\dfrac{17}{13}$ ta có $C_2\left(\dfrac{47}{13};-\dfrac{51}{13}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AC_1} = \left(-3;3\right)$, cùng phương $\overrightarrow{AB} = \left(3;-3\right)$ nên A, B, C_1 thẳng hàng, vậy không tạo thành tam giác nên loại $C_1\left(-1;3\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AC_2} = \left(\dfrac{21}{13};-\dfrac{51}{13}\right)$, khác phương $\overrightarrow{AB} = \left(3;-3\right)$ nên A, B, C_2 không thẳng hàng, vậy tạo thành tam giác nên $C = C_2\left(\dfrac{47}{13};-\dfrac{51}{13}\right)$ thỏa mãn.

Vậy chỉ có một điểm C thảo mãn là $C\left(\dfrac{47}{13};-\dfrac{51}{13}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = \left(\dfrac{21}{13};-\dfrac{51}{13}\right)$, chọn $\vec{u} = \dfrac{13}{3}\overrightarrow{AC_2} = \dfrac{13}{3}.\left(\dfrac{21}{13};-\dfrac{51}{13}\right) \Rightarrow \vec{u}\left(7;-17\right)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng AC.

Khi đó góc giữa hai đường thẳng AC và d được xác định:

$$\cos\left(AC, d\right) = \left|\cos\left(\vec{u}, \vec{u}_d\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{u}.\vec{u}_d\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{u}_d\right|} = \dfrac{|7.(-2)-17.3|}{\sqrt{13}.\sqrt{338}} = \dfrac{65}{13\sqrt{26}} = \dfrac{5\sqrt{26}}{26}.$$

d) Sai: Ta có: $\cos\left(AB, Ox\right) = \left|\cos\left(\vec{u}_{AB}\left(1;-1\right), \vec{i}\left(1;0\right)\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{u}_{AB}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{u}_{AB}\right|.\left|\vec{i}\right|} = \dfrac{|1.1-1.0|}{\sqrt{2}.1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$\cos\left(AC, Ox\right) = \left|\cos\left(\vec{u}\left(7;-17\right), \vec{i}\left(1;0\right)\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{u}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{i}\right|} = \dfrac{|7.1-17.0|}{13\sqrt{2}.1} = \dfrac{7\sqrt{2}}{26}$.

Ta thấy $\cos\left(AB, Ox\right) \neq \cos\left(AC, Ox\right)$ nên góc giữa hai đường thẳng AB và Ox không bằng góc giữa hai đường thẳng AC và Ox.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy cho ΔABC là tam giác cân tại đỉnh A. Đường thẳng chứa cạnh bên AB và cạnh đáy BC có phương trình lần lượt là $x+2y-3=0$ và $3x-y+5=0$. Đường thẳng AC đi qua điểm $M(1;-3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng BC có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{BC}}=(1;3)$.

b) $\cos ABC=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$.

c) Đường thẳng AC có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{AC}}=(a;b)$ với $a^2+b^2=5$.

d) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC là α với $\cos\alpha=\dfrac{24}{25}$.

Lời giải

a) Sai: Từ phương trình đường thẳng $BC: 3x-y+5=0$, ta có $\overrightarrow{n_{BC}}=(3;-1)$ là một vectơ pháp tuyến.

b) Đúng: Từ phương trình đường thẳng $AB: x+2y-3=0$, ta có $\overrightarrow{n_{AB}}=(1;2)$ là một vectơ pháp tuyến.

Vì tam giác ΔABC cân tại đỉnh A nên góc ABC là góc nhọn.

Suy ra $\cos ABC=\cos(AB;BC)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{AB}};\overrightarrow{n_{BC}}\right)\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$.

c) Sai: Gọi $\overrightarrow{n_{AC}}=(a;b)$ với $a^2+b^2\neq 0$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng AC.

Đường thẳng AC đi qua $M(1;-3)$ nên có dạng $a(x-1)+b(y+3)=0$.

Vì ΔABC cân tại đỉnh A nên $\cos ABC=\cos ACB$

$$\Leftrightarrow \left|\cos\left(\overrightarrow{n_{AC}};\overrightarrow{n_{BC}}\right)\right|=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{AB}};\overrightarrow{n_{BC}}\right)\right| \Leftrightarrow \frac{|3a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow a^2+b^2=5(3a-b)^2$$

$$\Leftrightarrow 44a^2-30ab+4b^2=0 \Leftrightarrow 2(2a-b)(11a-2b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\dfrac{b}{2} \\ a=\dfrac{2b}{11} \end{array}\right..$$

Với $a=\dfrac{b}{2}$, chọn $b=2$ thì $a=1$.

Suy ra phương trình đường thẳng $AC: x+2y+5=0$ (Loại vì khi đó AC song song với AB).

Với $a=\dfrac{2b}{11}$, chọn $b=11$ thì $a=2$.

Suy ra phương trình đường thẳng $AC: 2x+11y+31=0$.

Vậy đường thẳng AC có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{AC}}=(2;11)$ và $a^2+b^2=125$.

d) Đúng: Ta có $\cos\alpha=\cos(AB;AC)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{AB}};\overrightarrow{n_{AC}}\right)\right|=\dfrac{24}{25}$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, $A=(1;2)$, $C=(3;-1)$; đường thẳng $\Delta: 2x+y-8=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm $A=(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 2x+y-8=0$ là 5.

b) Khoảng cách từ A đến C là 4.

c) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng AC là $\dfrac{7\sqrt{13}}{13}$

d) Hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 8; điểm B thuộc đường thẳng $\Delta: 2x+y-8=0$. biết tung độ của điểm B nhỏ hơn 5 thì $B=(1;6)$ $D(3;-5)$.

Lời giải

a) Sai: Khoảng cách từ điểm $A=(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 2x+y-8=0$ là

Khi đó: $d\left(A,(\Delta)\right)=\dfrac{|2.1+2-8|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

b) Sai: Ta có: $\overrightarrow{AC}=(2;-3)\Rightarrow AC=\sqrt{(2)^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$.

c) Đúng: Đường thẳng AC có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;2)$ do đó đường thẳng AC có phương trình tổng quát là: $3(x-1)+2(y-2)=0\Leftrightarrow 3x+2y-7=0$

Khi đó: $d(O;AB)=\dfrac{|0+0-7|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\dfrac{7\sqrt{13}}{13}$.

d) Đúng: Do $ABCD$ là hình bình hành và $S_{ABCD}=8$ suy ra: $S_{\Delta ABC}=4$.

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}d(B;AC).AC$.

Do điểm B thuộc đường thẳng $\Delta: 2x+y-8=0$ suy ra $B(b;8-2b)$

Ta có: $d(B;AC)=\dfrac{|3b+2(8-2b)-7|}{\sqrt{13}}=\dfrac{|-b+9|}{\sqrt{13}}$

Từ đó: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\dfrac{|-b+9|}{\sqrt{13}}.\sqrt{13}=\dfrac{|-b+9|}{2}=4\Leftrightarrow|-b+9|=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-b+9=8\\-b+9=-8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=1\quad(TM)\\b=17\ (KTM)\end{array}\right.$

Suy ra $B=(1;6)$.Từ đó tọa độ của điểm D là $\begin{cases}x_D=x_A+x_C-x_B=3\\y_D=y_A+y_C-y_B=-5\end{cases}\Rightarrow D(3;-5)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, $M(-2;1)$ và đường thẳng $\Delta: 5x-12y+9=0$; $d:\begin{cases} x=-2+t \\ y=1+2t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm $M(-2;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x-12y+9=0$ là 5.

b) Tính tích khoảng cách từ điểm M và gốc tọa độ đến đường thẳng $\Delta: 5x-12y+9=0$ là $\dfrac{9}{13}$.

c) Khoảng cách từ điểm $M(-2;1)$ đến đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2+t \\ y=1+2t \end{cases}$ là 2.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d nằm trong khoảng $(3;5)$

Lời giải

a) Sai: Ta có $d(M,\Delta)=\dfrac{|5.(-2)-12.1+9|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=\dfrac{|-13|}{13}=1$

b) Đúng: $d(O,\Delta)=\dfrac{|5.0-12.0+9|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=\dfrac{9}{13}$ nên khi đó $d(M,\Delta).d(O,\Delta)=\dfrac{9}{13}$.

c) Sai: Phương trình tổng quát đường thẳng d là $2x-y+5=0$

Khoảng cách từ điểm $M(-2;1)$ đến đường thẳng d là $\dfrac{|2.(-2)-1+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=0$

d) Sai: Phương trình tổng quát đường thẳng d là $2x-y+5=0$

Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng d là $\dfrac{|2.0-0+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}\notin(3;5)$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(\Delta_m): 3x-4y+m=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m=5$ khoảng cách từ $A(1;3)$ đến (Δ_m) bằng 4.

b) Có hai giá trị tham số m để $d(O;\Delta_m)=5$.

c) Khoảng cách từ $B(2;1)$ đến (Δ_m) bằng 1 khi và chỉ khi $m=13$.

d) Khoảng cách giữa đường thẳng $(\Delta): 3x-4y+12=0$ và (Δ_m) bằng 5 khi và chỉ khi $m=-13$ và $m=37$.

Lời giải

a) Sai: Khi $m=5$ phương trình $(\Delta_m): 3x-4y+5=0$

Vậy $d(A;\Delta_m)=\dfrac{|3.1-4.3+5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{4}{5}$.

b) Đúng: Ta có $d(O;\Delta_m)=5 \Leftrightarrow \dfrac{|3.0-4.0+m|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=5 \Leftrightarrow |m|=25 \Leftrightarrow m=\pm 25$.

c) Sai: Ta có $d\left(B;\Delta_m\right)=3\Leftrightarrow\frac{\left|3.2-4.1+m\right|}{\sqrt{3^2+\left(-4\right)^2}}=3\Leftrightarrow\left|m+2\right|=15\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+2=15\\m+2=-15\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=13\\m=-17\end{array}\right.$.

d) Đúng: Ta có $M\left(-4;0\right)\in\left(\Delta\right)$ thì

$$d\left(\Delta;\Delta_m\right)=d\left(M;\left(\Delta_m\right)\right)=\frac{\left|3.(-4)-4.0+m\right|}{\sqrt{3^2+\left(-4\right)^2}}=\frac{\left|m-12\right|}{5}=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-12=25\\m-12=-25\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=37\\m=-13\end{array}\right..$$

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $\left(\Delta\right):5x+12y-60=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Các điểm thuộc trục hoành cách đường thẳng $\left(\Delta\right)$ một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 24.

b) Các điểm thuộc trục tung cách đường thẳng $\left(\Delta\right)$ một khoảng bằng 4 có tổng hoành độ là 20.

c) Có một điểm thuộc đường thẳng $\left(\Delta_1\right):x-y+2=0$ có khoảng cách đến $\left(\Delta\right)$ bằng 5.

d) Có hai điểm thuộc đường thẳng $\left(\Delta\right)$ cách đều trục hoành và trục tung.

Lời giải

a) Đúng: Giả sử điểm thuộc trục hoành là $A\left(a;0\right)$ ta có

Khi đó: $d\left(A;\Delta\right)=4\Leftrightarrow\frac{\left|5a-60\right|}{\sqrt{5^2+12^2}}=4\Leftrightarrow\left|5a-60\right|=52\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5a-60=52\\5a-60=-52\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{112}{5}\\a=\frac{8}{5}\end{array}\right.$.

Vậy có tổng hoành độ là $\frac{112}{5}+\frac{8}{5}=24$.

b) Sai: Giả sử điểm thuộc trục tung là $B\left(0;b\right)$ ta có

Khi đó: $d\left(B;\Delta\right)=4\Leftrightarrow\frac{\left|12b-60\right|}{\sqrt{5^2+12^2}}=4\Leftrightarrow\left|12b-60\right|=52\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}12b-60=52\\12b-60=-52\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=\frac{28}{3}\\b=\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

Vậy có tổng hoành độ là $\frac{28}{3}+\frac{2}{3}=10$.

c) Sai: Giả sử $M\left(a;a+2\right)$ thuộc $\left(\Delta_1\right)$ ta có

Khi đó:

$$d\left(M;\Delta\right)=5\Leftrightarrow\frac{\left|5a+12\left(a+2\right)-60\right|}{\sqrt{5^2+12^2}}=5\Leftrightarrow\left|17a-36\right|=65\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}17a-36=65\\17a-36=-65\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{101}{17}\\a=-\frac{29}{17}\end{array}\right.$$

Vậy có 2 điểm thỏa mãn là $M\left(\frac{101}{17};\frac{135}{17}\right);M\left(-\frac{29}{17};\frac{5}{17}\right)$.

d) Đúng: Giả sử $N\left(a;\frac{60-5a}{12}\right)\in\Delta$.

Ta có $d(N;Ox)=d(N;Oy)\Leftrightarrow|y_N|=|x_N|\Leftrightarrow|a|=\left|\frac{60-5a}{12}\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{60-5a}{12}\\a=-\frac{60-5a}{12}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{60}{17}\\a=-\frac{60}{7}\end{array}\right.$.

Vậy có hai điểm thuộc đường thẳng (Δ) là $N\left(\frac{60}{17};\frac{60}{17}\right);N\left(-\frac{60}{7};\frac{60}{7}\right)$.

Câu 12: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm điểm $A(-1;1)$, $B(-2;4)$, $C(4;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng $(d):3x-4y-3=0$ bằng 5.

b) Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến đường thẳng $(d_1):2x-y-3=0$ bằng $\sqrt{3}$.

c) Độ dài đường cao hạ từ A của tam giác ABC bằng $\sqrt{5}$.

d) Với đường thẳng $\Delta:mx-y+3=0$. Tổng các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B là một số dương.

Lời giải

a) Sai: Ta có $d(C,d)=\frac{|3.4-4.1-3|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\sqrt{5}$.

b) Sai: Gọi $G(x_G;y_G)$ là trọng tâm của tam giác ABC $\begin{cases}x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}=1\\y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=2\end{cases}\Rightarrow G(1;2)$.

Khi đó khoảng cách từ trọng tâm G đến đường thẳng $(d_1):2x-y-3=0$ là:

$$d(G,d)=\frac{|2.1-2-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

c) Đúng: Độ dài đường cao hạ từ A của tam giác ABC bằng $\sqrt{5}$.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(6;-3)$ suy ra vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{BC}}=(3;6)$

Phương trình đường thẳng BC đi qua điểm $B(-2;4)$ có dạng:

$3(x+2)+6(y-4)=0 \Leftrightarrow 3x+6y-18=0$ hay $x+2y-6=0$.

Khi đó độ dài đường cao hạ từ A của tam giác ABC bằng khoảng cách từ A đến đường thẳng BC: $d(A,BC)=\dfrac{|-1+2.1-6|}{\sqrt{(-1)^2+2^2}}=\sqrt{5}$.

d) Sai: Với đường thẳng $\Delta: mx-y+3=0$. Tổng các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B là một số dương.

Gọi I là trung điểm đoạn $AB \rightarrow \begin{cases} I\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB}=(-3;3) \rightarrow \vec{n}_{AB}=(1;1) \end{cases}$.

Khi đó: $\Delta: mx-y+3=0\ (\vec{n}_{\Delta}=(m;-1))$ cách đều A,B

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} I\in\Delta \\ \dfrac{m}{1}=\dfrac{-1}{1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{m}{2}-\dfrac{5}{2}+3=0 \\ m=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Tổng các giá trị của tham số m là: $1-1=0$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy có $A(2;-3)$, $B(-4;1)$ và đường thẳng $\Delta: 2x+3y-6=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm $A(2;-3)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1+4t \end{cases}$ bằng $\dfrac{12}{5}$.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và Δ bằng $\dfrac{11\sqrt{13}}{13}$.

c) Phương trình các đường thẳng Δ qua A sao cho khoảng cách từ B đến Δ bằng 4 là: $y+3=0$ hoặc $ax+by-9=0$. Khi đó $a+b=15$.

d) Đỉnh C có hoành độ dương, nằm trên đường thẳng $y=2$. Tọa độ điểm C để tam giác ABC có diện tích là 17 (đvdt) là $C(a;b)$ Khi đó $a+b=5$.

Lời giải

a) Đúng: Đường thẳng Δ đi qua điểm $I(2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(-3;4)$ nên Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;3)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ có dạng $4(x-2)+3(y-1)=0 \Leftrightarrow 4x+3y-11=0$.

Khoảng cách từ điểm $A(2;-3)$ đến đường thẳng Δ là $d(A,\Delta)=\dfrac{|4.2+3.(-3)-11|}{\sqrt{4^2+3^3}}=\dfrac{|-12|}{5}=\dfrac{12}{5}$

b) Đúng: Phương trình đường thẳng $AB: 2x+3y+5=0$

Do AB song song với $\Delta \Rightarrow d(AB,\Delta)=\dfrac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{|5+6|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\dfrac{11}{\sqrt{13}}=\dfrac{11\sqrt{13}}{13}$.

c) Sai: Gọi $\vec{n}=(a;b),\ (a^2+b^2>0)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

Khi đó $\Delta: a(x-2)+b(y+3)=0 \Leftrightarrow ax+by-2a+3b=0.$

Theo giả thiết: $d(B;\Delta)=4 \Leftrightarrow \dfrac{|-4a+b-2a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=4 \Leftrightarrow |-6a+4b|=4\sqrt{a^2+b^2}$

$\Leftrightarrow (-6a+4b)^2=16(a^2+b^2) \Leftrightarrow a(20a-48b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ 20a-48b=0 \end{array}\right.$

Trường hợp 1: $a=0$ ta chọn $b=1$ ta có phương trình $y+3=0.$

Trường hợp 2: $20a-48b=0,$ chọn $a=12, b=5$ ta có phương trình $12x+5y-9=0.$

Suy ra $a+b=17$

d) Đúng: Ta có: $C(x;2), x>0$.

Phương trình đường thẳng $AB: 2x+3y+5=0$ và $d(C,AB)=\dfrac{|2.x+3.2+5|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\dfrac{|2x+11|}{\sqrt{13}}$

Khi đó: $AB=2\sqrt{13}$.

Ta có: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.AB.d(C,AB) \Rightarrow 17=\dfrac{1}{2}.2\sqrt{13}.\dfrac{|2x+11|}{\sqrt{13}} \Rightarrow |2x+11|=17 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-14 \end{array}\right. \Rightarrow C(3;2).$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng $d_1: 3x-4y+1=0,$ $d_2: -3x+4y+4=0,$ $d_3: 6x+8y-1=0,$ và điểm $A(1;2)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d_1 bằng $\dfrac{3}{5}$.

b) Có hai điểm M cách đều ba đường thẳng trên.

c) Phương trình đường thẳng d_4 tạo với 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 một hình bình hành có diện tích bằng $\dfrac{1}{2}$ là $6x+8y+19=0$.

d) Gọi N là điểm thuộc đường thẳng d_3. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức dưới đây $P=d(N,d_1)+2d(N,d_2)$ bằng 1.

Lời giải

a) Sai: $d(A,d_1)=\dfrac{|3.1-4.2+1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{4}{5}$.

b) Đúng: Gọi $M(a;b)$, vì M cách đều 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 nên ta có:

$d(M,d_1)=d(M,d_2)=d(M,d_3) \Rightarrow \dfrac{|3a-4b+1|}{5}=\dfrac{|-3a+4b+4|}{5}=\dfrac{|6a+8b-1|}{10}$

Từ $\dfrac{|3a-4b+1|}{5}=\dfrac{|-3a+4b+4|}{5} \Rightarrow 3a-4b=\dfrac{3}{2} \Rightarrow 6a=8b+3$.

Mặt khác: $\dfrac{|-3a+4b+4|}{5}=\dfrac{|6a+8b-1|}{10}\Rightarrow\dfrac{5}{10}=\dfrac{|16b+2|}{10}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}b=\dfrac{3}{16}\\ b=-\dfrac{7}{16}\end{array}\right.$. Vậy có 2 điểm M cần tìm.

c) Sai: $d_1 // d_2$ nên $d_4 // d_3$ do đó $d_4: 6x+8y+c=0\ (c\neq -1)$.

Gọi $A=d_1\cap d_3\Rightarrow$ tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}3x-4y+1=0\\6x+8y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{1}{12}\\ y=\dfrac{3}{16}\end{cases}\Rightarrow A\left(-\dfrac{1}{12};\dfrac{3}{16}\right).$$

Gọi $B=d_3\cap d_2\Rightarrow$ tọa độ điểm B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}-3x+4y+4=0\\6x+8y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{4}\\ y=-\dfrac{7}{16}\end{cases}\Rightarrow B\left(\dfrac{3}{4};-\dfrac{7}{16}\right).$$

Khi đó $AB=\dfrac{25}{24}$.

Giả sử d_4 cắt d_1,d_2 lần lượt tại D,C khi đó $ABCD$ là hình bình hành và có $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}$ suy ra

$$AB.d\left(A,d_4\right)=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{25}{24}.\frac{\left|6.\left(-\dfrac{1}{12}\right)+8.\dfrac{3}{16}+c\right|}{10}=\frac{1}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}c=-\dfrac{29}{5}\\ c=\dfrac{19}{5}\end{array}\right.$$

Vậy $\left[\begin{array}{l}d_4: 6x+8y-\dfrac{29}{5}=0\\ d_4: 6x+8y+\dfrac{19}{5}=0\end{array}\right.$.

d) Đúng vì: Gọi $N(c;d)$ thuộc đường thẳng d_3 nên ta có $6c+8d-1=0\Rightarrow c=\dfrac{1-8d}{6}$ nên

$$P=d\left(N,d_1\right)+2d\left(N,d_2\right)=\frac{\left|3.\dfrac{1-8d}{6}-4d+1\right|}{5}+2.\frac{\left|-3.\dfrac{1-8d}{6}+4d+4\right|}{5}=\frac{1}{5}\left(\left|-8d+\frac{3}{2}\right|+2\left|8d+\frac{7}{2}\right|\right)$$

$$=\frac{1}{5}\left(\left|-8d+\frac{3}{2}\right|+\left|8d+\frac{7}{2}\right|\right)+\frac{1}{5}\left|8d+\frac{7}{2}\right|\geq\frac{1}{5}\left|-8d+\frac{3}{2}+8d+\frac{7}{2}\right|+0=1.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}\left(-8d+\dfrac{3}{2}\right)\left(8d+\dfrac{7}{2}\right)\geq 0\\ 8d+\dfrac{7}{2}=0\end{cases}\Leftrightarrow d=-\dfrac{7}{16}$.

Vậy $\min P=1\Leftrightarrow N\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{-7}{16}\right)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Đường thẳng $12x+5y=60$ tạo với hai trục toạ độ một tam giác. Tổng độ dài các đường cao của tam giác đó. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng đã cho với Ox, Oy.

Ta có $12x+5y=60\Leftrightarrow \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{12}=0$. Do đó $A(5;0)$, $B(0;12)$.

Gọi H là hình chiếu của O lên AB. Khi đó: $OH=d(O;AB)=\dfrac{|12.0+5.0-60|}{\sqrt{12^2+5^2}}=\dfrac{60}{13}$.

Tam giác OAB là tam giác vuông tại O nên tổng độ dài các đường cao là: $OA+OB+OH$ $=5+12+\dfrac{60}{13}=\dfrac{281}{13}\approx 21{,}62$

Câu 2: Một trạm viễn thông S có toạ độ $(5;1)$. Một người đang ngồi trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $12x+5y-20=0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S. Biết rằng mỗi đơn vị độ dài tương ứng với 1km. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông S chính là khoảng cách từ S đến đường thẳng Δ.

Ta có: $d(S,\Delta)=\dfrac{|12.5+5.1-20|}{\sqrt{12^2+5^2}}=\dfrac{45}{13}\approx 3{,}46\,(\text{km})$

Câu 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+(m-1)y+m=0$ (m là tham số bất kì) và điểm $A(5;1)$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm A đến Δ bằng bao nhiêu ? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Đường thẳng $\Delta: x+(m-1)y+m=0\Leftrightarrow (y+1)m+x-y=0\ \forall m\Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\ y=-1\end{cases}$.

Suy ra Δ luôn đi qua điểm cố định $H(-1;-1)$.

Khi đó, với mọi $M\in\Delta$, ta có $d(A;\Delta)=AM\leq AH$.

Giá trị lớn nhất của $d(A;\Delta)=AH$ khi $M\equiv H\Rightarrow \max d(A,\Delta)=AH=2\sqrt{10}\approx 6{,}32$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi d là đường thẳng đi qua $M(4;2)$ và cách điểm $A(1;0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x+by+c=0$ với b,c là hai số nguyên. Tính $b+c$.

Lời giải

Ta có: $M(4;2)\in d \Leftrightarrow 4+2b+c=0 \Rightarrow c=-4-2b.$ (1)

Khi đó: $d(A,d)=\frac{|1+c|}{\sqrt{1+b^2}}=\frac{3\sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow 10(1+c)^2=9(1+b^2).$ (2)

Thay $c=-4-2b$ vào phương trình (2) ta được: $31b^2+120b+81=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-3(nhan) \\ b=-\frac{27}{31}(loai) \end{array}\right.$ Suy

Suy ra $b=-3, c=2 \Rightarrow b+c=-1$..

Câu 5: Trong một khu vực bằng phẳng, ta lấy hai con đường nông thôn vuông góc với nhau làm hai trục tọa độ và mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng với 1km. Với hệ trục vừa chọn, người ta đặt một trạm viễn thông tại vị trí có tọa độ $M(5;10)$. Vùng phủ sóng của trạm viễn thông tối đa là 10 km. Một xe khách di chuyển trên cao tốc có dạng phương trình đường thẳng $d: x-2y+5=0$. Xe khách bắt được sóng tốt nhất tại vị trí $S(a;b)$. Tính $a+b$.

Lời giải

Vị trí bắt sóng tốt nhất trên cao tốc đạt được khi khoảng cách giữa xe khách và trạm phát sóng là nhỏ nhất hay khoảng cách giữa M trạm phát sóng và đường thẳng d ngắn nhất.

Ta có $d(M,d)=\frac{|1.5-2.10+5|}{\sqrt{1^2+2^2}}=2\sqrt{5}$

Giả sử xe khách ở vị trí $S(2y-5;y)$ trên d là vị trí bắt sóng tốt nhất, ta có:

$$MS=2\sqrt{5} \Leftrightarrow (2y-10)^2+(y-10)^2=20 \Leftrightarrow y=6$$

Vậy xe khách ở vị trí $S(7;6)$ sẽ bắt được sóng viễn thông tốt nhất $\Rightarrow a+b=13$.

Câu 6: Một người đang viết chương trình cho trò chơi bóng đá rô bốt. Gọi $A(-1;1), B(9;6), C(5;-3)$ là ba vị trí trên màn hình. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Ta có: $d(A;BC)=\frac{|9.(-1)-4.1-57|}{\sqrt{9^2+(-4)^2}}=\frac{70}{\sqrt{97}}\approx 7,11$

Câu 7: Một người đang viết chương trình cho trò chơi bóng đá rô bốt. Gọi $A(-1;1), B(9;6), C(5;-3)$ là ba vị trí trên màn hình. Tính cos của góc hợp bởi hai đường thẳng AB và AC (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(10;5), \overrightarrow{AC}=(6;-4), \overrightarrow{BC}=(-4;-9)$

Khi đó: $\cos\left(AB,AC\right)=\dfrac{\left|1.2+\left(-2\right).3\right|}{\sqrt{1^2+\left(-2\right)^2}.\sqrt{2^2+3^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{65}}\approx 0,5$.

Câu 8: Bạn Huyền đứng ở địa điểm A cách chân một nhà cao tầng ở điểm B và nhìn lên nóc C của nhà cao tầng. Giả sử trong hệ trục tọa độ Oxy. Điểm A,B thuộc đường thẳng có phương trình $x+\sqrt{3}y+2=0$, A,C thuộc đường thẳng $x-\sqrt{3}y+4=0$. Bạn Huyền nhìn nóc C của tòa nhà với một góc bằng bao nhiêu so với phương là đường thẳng AB.

Lời giải

Ta có $AB: x+\sqrt{3}y+2=0\Rightarrow \overrightarrow{u_1}=\left(1;\sqrt{3}\right)$, $AC: x-\sqrt{3}y+4=0\Rightarrow \overrightarrow{u_2}=\left(1;-\sqrt{3}\right)$

Khi đó: $\cos\left(AB,AC\right)=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\left(AB,AC\right)=60^\circ$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M\left(1;-1\right)$ và hai đường thẳng có phương trình $\left(d_1\right): x-y-1=0, \left(d_2\right): 2x+y-5=0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng $\left(d\right)$ đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B,C sao cho ABC là tam giác có $BC=3AB$ có dạng: $ax+y+b=0$ và $cx+y+d=0$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b+c+d$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Tọa độ $A\left(2;1\right)$

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng $\left(d_1\right)$ và $\left(d_2\right)$, $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{10}}\Rightarrow\sin\alpha=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

Xét tam giác ABC ta có: $\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A}\Rightarrow\sin C=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

Gọi β là góc giữa hai đường thẳng $\left(d\right)$ và $\left(d_1\right)$, suy ra: $\sin\beta=\dfrac{1}{\sqrt{10}}\Rightarrow\cos\beta=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$ (1)

Giả sử $\left(d\right)$ có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}\left(a;b\right)$

Từ (1) ta có: $\cos\beta=\dfrac{3}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow\dfrac{\left|2a+b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{5}}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow a^2-8ab+b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b\\a=7b\end{array}\right.$

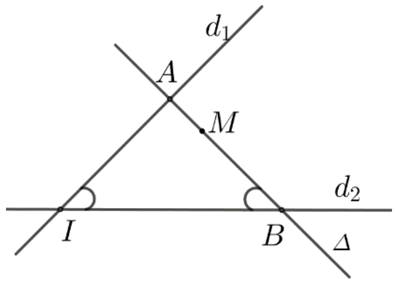
Với $a=b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(1;1\right)\Rightarrow d: x+y=0$

Với $a=7b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}\left(7;1\right)\Rightarrow d: 7x+y-6=0$

Vậy: $T=1+0+7-6=2$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\left(d_1\right): 2x-y+5=0$ và $\left(d_2\right): x+y-3=0$ cắt nhau tại I. Phương trình đường thẳng đi qua $M\left(-2;0\right)$ cắt $\left(d_1\right),\left(d_2\right)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax+by+2=0$. Tính $T=a-5b$.

Lời giải



Đường thẳng $(d_1),(d_2)$ có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(2;-1)$, $\overrightarrow{n_2}=(1;1)$.

Gọi (Δ) là đường thẳng cần tìm có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$.

Góc giữa 2 đường thẳng $(d_1),(d_2)$ và $(\Delta),(d_2)$ xác định bởi:

$$\cos(d_1,d_2)=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{|2.1-1.1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\cos(\Delta,d_2)=\frac{\left|\vec{n}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|a+b|}{\sqrt{2}.\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Vì (Δ) cắt $(d_1),(d_2)$ tại A và B tạo thành tam giác IAB cân tại A nên

$$cos(d_1,d_2)=cos(\Delta,d_2)\Leftrightarrow\frac{|a+b|}{\sqrt{2}.\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow\sqrt{5}|a+b|=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Leftrightarrow 5(a+b)^2=a^2+b^2\Leftrightarrow 2a^2+5ab+b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-2b\\a=-\dfrac{1}{2}b\end{array}\right..$$

Với $a=-2b$: chọn $a=2\Rightarrow b=-1$: phương trình đường thẳng là:

$$2(x+2)-y=0\Leftrightarrow 2x-y+4=0\quad(L).$$

Với $a=-\dfrac{1}{2}b$: chọn $a=1\Rightarrow b=-2$: phương trình đường thẳng là:

$$(x+2)-2y=0\Leftrightarrow x-2y+2=0\quad(T/m).$$

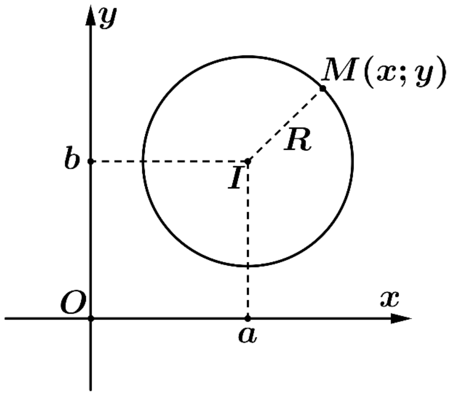
Do đó $T=a-5b=1-5(-2)=11$.

-----------------HẾT-----------------

BÀI 03 ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Phương trình đường tròn

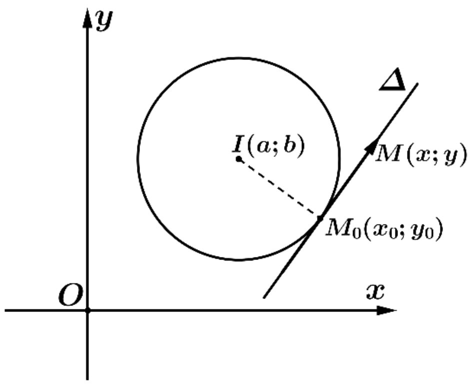


Điểm $M(x;y)$ thuộc đường tròn (C), tâm $I(a;b)$, bán kính R khi và chỉ khi: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

Khi đó ta gọi phương trình trên là phương trình đường tròn.

Phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a^2+b^2-c>0$ cũng là phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$ bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

2 Phương trình tiếp tuyến của đường tròn



Dạng 1: Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0\in(C)$

- **Bước 1:** Tìm tọa độ tâm I của (C).
- **Bước 2:** Tiếp tuyến (D) là đường thẳng đi qua M_0 và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{M_0I}$

Dạng 2: Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0\notin(C)$

- **Bước 1:** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- **Bước 2:** (D) là đường thẳng đi qua M_0 nên có dạng $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$
- **Bước 3:** (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I;(D))=R$ $(*)$. Giải phương trình $(*)$ tìm được mối liên hệ giữa a và b. Chọn a và b phù hợp để kết luận.

Dạng 3: Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) song song với $(D_1): Ax+By+C=0$

- **Bước 1:** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- **Bước 2:** $(D) /\!/ (D_1): Ax+By+C=0$ nên phương trình có dạng $Ax+By+C'=0$ $(C' \neq C)$
- **Bước 3:** (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I;(D))=R$ $(*)$. Giải $(*)$ tìm được C' so với điều kiện để kết luận.

Dạng 4: Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) vuông góc với $(D_1): Ax+By+C=0$

- **Bước 1:** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- **Bước 2:** $(D) \perp (D_1): Ax+By+C=0$ nên phương trình có dạng $Bx-Ay+C'=0$
- **Bước 3:** (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I;(D))=R$ $(*)$. Giải $(*)$ tìm được C' so với điều kiện để kết luận.

3 Vị trí tương đối của đường tròn

Với đường thẳng: Cho đường thẳng $(D): Ax+By+C=0$ và đường tròn $(C):(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ có tâm $I(a;b)$. Khi đó ta có các nhận xét sau:

- $(D)\cap(C)=\{M;N\} \Leftrightarrow d(I;(D))<R$
- $(D)\cap(C)=\{M\} \Leftrightarrow d(I;(D))=R$
- $(D)\cap(C)=\varnothing \Leftrightarrow d(I;(D))>R$

Với đường tròn: Cho đường tròn (C_1) có tâm I_1, bán kính R_1 và đường tròn (C_2) có tâm I_2, bán kính R_2. Giả sử $R_1>R_2$. Ta có:

- Hai đường tròn tiếp xúc $\Leftrightarrow I_1I_2=|R_1 \pm R_2|$
- Hai đường tròn cắt nhau $R_1-R_2<I_1I_2<R_1+R_2$

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định các yếu tố của đường tròn

Phương pháp: Ta thực hiện trong các cách sau:

Cách 1: Đưa phương trình về dạng $(C): x^2+y^2-2ax-2by+c=0 \quad (1)$

Xét dấu biểu thức $P=a^2+b^2-c$

- Nếu $P>0$ thì (1) là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$
- Nếu $P\le 0$ thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

Cách 2: Đưa phương trình về dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2=P \quad (2)$.

- Nếu $P>0$ thì (2) là phương trình đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{P}$
- Nếu $P\le 0$ thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

a) $x^2+y^2+2x-4y+9=0$ b) $x^2+y^2-6x+4y+13=0$

c) $2x^2+2y^2-6x-4y-1=0$ d) $2x^2+y^2+2x-3y+9=0$

Lời giải

a) Phương trình a) có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a=-1;\ b=2;\ c=9$

Ta có $a^2+b^2-c=1+4-9<0$

Vậy phương trình a) không phải là phương trình đường tròn.

b) Ta có: $a^2+b^2-c=9+4-13=0$

Suy ra phương trình b) không phải là phương trình đường tròn.

c) Ta có: c) $\Leftrightarrow x^2+y^2-3x-2y-\frac{1}{2}=0 \Rightarrow P=a^2+b^2-c=\left(\frac{3}{2}\right)^2+1^2-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{15}{4}>0$

Vậy phương trình c) là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2};1\right)$ bán kính $R=\frac{\sqrt{15}}{2}$.

d) Phương trình d) không phải là phương trình đường tròn vì hệ số của x^2 và y^2 khác nhau

Bài tập 2: Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0 \qquad (1)$

a) Tìm điều kiện của tham số m để (1) là phương trình đường tròn.

b) Nếu (1) là phương trình đường tròn hãy tìm toạ độ tâm và bán kính theo m

Lời giải

a) Phương trình (1) là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2+b^2-c>0$

Với $a=m; b=2(m-2); c=6-m$

Hay $m^2+4(m-2)^2-6+m>0 \Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<1 \end{array}\right.$

b) Với điều kiện trên thì đường tròn có tâm $I(m;2(m-2))$ và bán kính: $R=\sqrt{5m^2-15m+10}$

Bài tập 3: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2+y^2+(m+2)x-(m+4)y+m+1=0 \quad (2)$

a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Lời giải

a) Ta có $a^2+b^2-c=\left(-\dfrac{m+2}{2}\right)^2+\left(\dfrac{m+4}{2}\right)^2-m-1=\dfrac{(m+2)^2+4}{2}>0$

Suy ra (2) là phương trình đường tròn với mọi m

b) Đường tròn có tâm $I:\begin{cases} x_I=-\dfrac{m+2}{2} \\ y_I=\dfrac{m+4}{2} \end{cases}$ suy ra $x_I+y_I-1=0$

Vậy tập hợp tâm các đường tròn là đường thẳng $\Delta: x+y-1=0$

c) Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua.

Khi đó ta có: $x_o^2+y_0^2+(m+2)x_0-(m+4)y_0+m+1=0, \forall m$

$\Leftrightarrow (x_0-y_0-1)m+x_o^2+y_0^2+2x_0-4y_0+1=0, \forall m$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0-y_0+1=0 \\ x_0^2+y_0^2+2x_0-4y_0+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-1 \\ y_0=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_0=1 \\ y_0=2 \end{cases}$

Vậy có hai điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua với mọi m là $M_1(-1;0)$ và $M_2(1;2)$

Bài tập 4: Tìm tâm và bán kính của đường tròn $(C):(x+2)^2+(y-4)^2=7$.

Lời giải

Ta viết phương trình của (C) ở dạng $(x-(-2))^2+(y-4)^2=(\sqrt{7})^2$.

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;4)$ và bán kính $R=\sqrt{7}$.

Bài tập 5: Tìm điều kiện để $x^2+y^2-ax-by+c=0\,(1)$ là phương trình của đường tròn

Lời giải

Ta có: $x^2+y^2-ax-by+c=0 \Leftrightarrow x^2-2.\frac{a}{2}.x+\left(\frac{a}{2}\right)^2+y^2-2.\frac{b}{2}.y+\left(\frac{b}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}-\frac{b^2}{4}+c=0$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\left(y-\frac{b}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c$

Vậy điều kiện để (1) là phương trình đường tròn: $\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c>0 \Leftrightarrow a^2+b^2-4c>0$

Bài tập 6: Cho đường cong $(C_m): x^2+y^2-8x+10y+m=0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

Lời giải

Ta có: $R=\sqrt{4^2+5^2-m}=7 \Leftrightarrow m=-8$.

Bài tập 7: Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0$ (1). Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

Lời giải

Để $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0$ (1) là phương trình của đường tròn khi và chỉ khi $(m)^2+\left[2(m-2)\right]^2-(6-m)>0 \Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Bài tập 8: Tìm bán kính của đường tròn $x^2+y^2-10y-24=0$

Lời giải

Đường tròn $x^2+y^2-10y-24=0$ có tâm $I(0;5)$, bán kính $R=\sqrt{0^2+5^2-(-24)}=7$.

Bài tập 9: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y+1=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2-1}=2$.

Bài tập 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình đường tròn.

Lời giải

Ta có $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ $(1) \Rightarrow a=m+2; b=-2m; c=19m-6$.

Phương trình (1) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0$

$\Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow m<1$ hoặc $m>2$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tâm của đường tròn đường kính AB với $A(1;-3);B(-5;7)$ là điểm nào sau đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(3;1)$.

Lời giải

Ta có đường tròn đường kính AB có tâm là trung điểm I của AB.

Suy ra $\begin{cases} x_I = \dfrac{1-5}{2} = -2 \\ y_I = \dfrac{-3+7}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-2;2)$.

Câu 2: Cho đường cong $(C_m): x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

A. $m = -8$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -4$. **D.** $m = 8$.

Lời giải

Ta có bán kính của đường tròn là $R = \sqrt{4^2 + (-5)^2 - m} = 7 \Leftrightarrow 41 - m = 49 \Leftrightarrow m = -8$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

Lời giải

Loại đáp án A và C vì hệ số trước x^2 và y^2 không bằng nhau.

Xét đáp án B ta có $a^2 + b^2 - c = 2^2 + (-3)^2 + 12 = 25 > 0$ là phương trình đường tròn.

Xét đáp án D ta có $a^2 + b^2 - c = 1^2 + 4^2 - 20 = -3 < 0$ không là phương trình đường tròn.

Câu 4: Cho đường tròn (C) có phương trình $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y - 12 = 0$. Biết (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính R. Tính $a + b + R$.

A. $\sqrt{57} + 3$. **B.** $\sqrt{57} - 3$. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

Ta có: $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -4 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{1+4+4} = 3$.

Vậy $a + b + R = 1 - 2 + 3 = 2$.

Câu 5: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $2x^2+y^2-6x-6y-8=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x-8y-12=0$.

C. $x^2+y^2-2x-8y+18=0$. **D.** $2x^2+2y^2-4x+6y-12=0$.

Lời giải

$x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình của một đường tròn khi và chỉ khi $a^2+b^2-c>0$.

Ta thấy phương trình trong phương án A và B có hệ số của x^2, y^2 không bằng nhau nên đây không phải là phương trình đường tròn.

Với phương án C có $a^2+b^2-c=1+16-18<0$ nên đây không phải là phương trình đường tròn. Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 6: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2-4xy+2x+8y-3=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x+5y-1=0$.

C. $x^2+y^2-14x+2y+2018=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+5y+2=0$.

Lời giải

Phương án A: có tích xy nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án B: có hệ số bậc hai không bằng nhau nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án C: ta có $x^2+y^2-14x+2y+2018=0 \Leftrightarrow (x-7)^2+(y+1)^2+1968=0$ không tồn tại x, y nên cũng không phải phương trình đường tròn.

Câu 7: Đường tròn $x^2+y^2-5y=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{5}$. **B.** 25. **C.** $\frac{25}{2}$. **D.** $2,5$.

Lời giải

Ta có $x^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2$ suy ra bán kính của đường tròn là $R=2,5$.

Câu 8: Đường tròn $x^2+y^2-2x+10y+1=0$ có tâm là điểm nào dưới đây?

A. $(1;5)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(1;-5)$. **D.** $(-1;-5)$.

Lời giải

Đường tròn $x^2+y^2-2x+10y+1=0$ có tâm là $(1;-5)$.

Câu 9: Tìm m để (C_m): $x^2+y^2+4mx-2my+2m+3=0$ là phương trình đường tròn?

A. $m<-\frac{3}{5}$ hoặc $m>1$. **B.** $m<-\frac{5}{3}$. **C.** $m>1$. **D.** $-\frac{3}{5}<m<1$.

Lời giải

(C_m) là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2+b^2-c>0 \Leftrightarrow (-2m)^2+m^2-(2m+3)>0$

$\Leftrightarrow 5m^2-2m-3>0 \Leftrightarrow m<-\frac{3}{5} \vee m>1$.

Câu 10: Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2mx+4y+5m=0$ là phương trình đường tròn.

A. $1<m<4$. **B.** $1\le m\le 4$. **C.** $\left[\begin{matrix} m\le 1 \\ m\ge 4\end{matrix}\right.$. **D.** $\left[\begin{matrix} m<1 \\ m>4\end{matrix}\right.$.

Lời giải

Phương trình $x^2+y^2-2mx+4y+5m=0$ là phương trình đường tròn

$\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0 \Leftrightarrow m^2+(-2)^2-5m>0 \Leftrightarrow m^2-5m+4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} m<1 \\ m>4\end{matrix}\right.$.

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy cho đường tròn $(C):(x+5)^2+(y-4)^2=16$. Đường tròn (C) có tọa độ tâm I và bán kính R bằng

A. $I(5;-4);R=16$. **B.** $I(-5;4);R=16$. **C.** $I(-5;4);R=4$. **D.** $I(5;-4);R=4$.

Lời giải

Đường tròn $(C):(x+5)^2+(y-4)^2=16$ có tọa độ tâm $I(-5;4)$ và bán kính $R=\sqrt{16}=4$.

Câu 12: Phương trình nào sau đây là đường tròn?

A. $2x^2+y^2-6x-8y+1=0$. **B.** $x^2+y^2+6x+16=0$.

C. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.

Lời giải

Phương trình đường tròn có dạng $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ với a,b,c thỏa mãn điều kiện $a^2+b^2>c$.

Xét phương án A, ta thấy không thỏa mãn dạng của phương trình đường tròn.

Xét phương án B, ta thấy $a^2+b^2=(-3)^2=9<16$ nên $x^2+y^2+6x+16=0$ không là phương trình đường tròn.

Xét phương án C, ta thấy $a^2+b^2=1+4^2=17<20$ nên $x^2+y^2-2x-8y+20=0$ không là phương trình đường tròn.

Xét phương án D, ta thấy $a^2+b^2=2^2+(-3)^2=13>-12$, thỏa mãn điều kiện.

Vậy $x^2+y^2-4x+6y-12=0$ có $a^2+b^2=2^2+(-3)^2=13>-12$ là phương trình đường tròn.

Câu 13: Cho phương trình $x^2+y^2+2ax+2by+c=0,(a,b,c\in\mathbb{R})$ là phương trình đường tròn. Khi đó a,b,c thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. $a^2-b^2<c$. **B.** $a^2+b^2>c$. **C.** $a^2-b^2>c$. . **D.** $a^2+b^2<c$.

Lời giải

Điều kiện để $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ là phương trình đường tròn là $a^2+b^2>c$.

Câu 14: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-6x+4y-12=0$. Đường tròn (C) có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(3;-2), R=5$. **B.** $I(-3;2), R=5$. **C.** $I(-6;4), R=5$. . **D.** $I(6;-4), R=5$.

Lời giải

Phương trình $x^2+y^2-6x+4y-12=0$ có tâm $I(3;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+(-2)^2+12}=5$.

Câu 15: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+6y-1=0$. Tâm của (C) có tọa độ là

A. $(-2;6)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(2;-6)$. **D.** $(1;-3)$.

Lời giải

Phương trình đường tròn $(C): x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (với $a^2+b^2-c>0$)

Ta có $\begin{cases}-2a=-2\\-2b=6\\c=-1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=1\\b=-3\\c=-1\end{cases}$

Ta có: $a^2+b^2-c=1^2+(-3)^2+1=11>0$ nên đây là phương trình đường tròn.

Vậy tâm đường tròn (C) có tọa độ là $(1;-3)$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy hãy tìm tâm I và bán kính R của đường tròn có phương trình $(C): x^2+y^2-2x+6y-8=0$

A. $I(-1;-3)$, $R=2\sqrt{2}$. **B.** $I(1;-3), R=3\sqrt{2}$. **C.** $I(1;-3)$, $R=\sqrt{2}$. **D.** $I(1;3), R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (với $a^2+b^2-c>0$)

có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

Theo đề bài, ta có: $\begin{cases}-2a=-2\\-2b=6\\c=-8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=-3\\c=-8\end{cases}$ (thỏa mãn $a^2+b^2-c>0$).

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+(-3)^2+8}=3\sqrt{2}$.

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2x-4y+m=0$ là phương trình của một đường tròn.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** vô số.

Lời giải

Phương trình: $x^2+y^2-2x-4y+m=0$ có $\begin{cases}-2a=-2\\-2b=-4\\c=m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=2\\c=m\end{cases}$.

Phương trình đã cho là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0 \Leftrightarrow 1+4-m>0 \Leftrightarrow m<5$, kết hợp m là giá trị nguyên dương suy ra $m\in\{1;2;3;4\}$.

Vậy có 4 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau đây $x^2+y^2+2(m+1)x-2my+2m^2-3m+16=0$ là phương trình của một đường tròn.

A. $m>3$. **B.** $m\le 3$. **C.** $m<3$. **D.** $m\ge 3$.

Lời giải

Phương trình đường tròn (C) có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (với $a^2+b^2-c>0$)

Theo đề bài, ta có: $\begin{cases}-2a=2(m+1)\\-2b=-2m\\c=2m^2-3m+16\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-m-1\\b=m\\c=2m^2-3m+16\end{cases}$.

Phương trình $x^2+y^2+2(m+1)x-2my+2m^2-3m+16=0$ là phương trình của một đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0 \Leftrightarrow (-m-1)^2+m^2-(2m^2-3m+16)>0 \Leftrightarrow 5m-15>0 \Leftrightarrow m>3.$

Vậy $m>3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 19: Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-100y+1=0$. **B.** $x^2+y^2-y=0$.

C. $x^2+y^2-2=0$. **D.** $x^2+y^2-x+y+4=0$.

Lời giải

Xét đáp án A ta có $a^2+b^2-c=0^2+50^2-1=2499>0$ là phương trình đường tròn.

Xét đáp án B ta có $a^2+b^2-c=0^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2-0=\frac{1}{4}>0$ là phương trình đường tròn.

Xét đáp án C ta có $a^2+b^2-c=0^2+0^2+2=2>0$ là phương trình đường tròn.

Xét đáp án D ta có $a^2+b^2-c=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{-1}{2}\right)^2-4=-\frac{7}{2}<0$ không là phương trình đường tròn.

Câu 20: Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2+2mx-10y+4m=0$ là phương trình đường tròn và có bán kính nhỏ nhất.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Phương trình $x^2+y^2+2mx-10y+4m=0$ là phương trình đường tròn

$\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0 \Leftrightarrow (-m)^2+5^2-4m>0 \Leftrightarrow m^2-4m+25>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}=\sqrt{m^2-4m+25}=\sqrt{m^2-4m+4+21}=\sqrt{(m-2)^2+21}\ge\sqrt{21}$.

Bán kính nhỏ nhất là $R=\sqrt{21}$ khi $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn $(C): x^2+y^2+4x+6y-12=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2;3)$.

b) Đường tròn (C) có bán kính $R=5$.

c) Đường tròn $(C):(x+2)^2+(y+3)^2=25$.

d) Điểm $M(2;-6)$ là một điểm thuộc đường tròn (C)

Lời giải

a) Sai: Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-3)$.

b) Đúng: Bán kính $R=\sqrt{(-2)^2+(-3)^2+12}=5$

c) Đúng: $(C):(x+2)^2+(y+3)^2=25$

d) Đúng: Ta có $IM=\sqrt{(2+2)^2+(-6+3)^2}=5=R \Rightarrow M\in(C)$

Câu 2: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2y-8=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tâm của đường tròn (C) là điểm $I(0;1)$.

b) Điểm $A(1;0)$ nằm trên đường tròn.

c) Tâm đường tròn (C) cách trục Oy một khoảng bằng 2.

d) Khi đường thẳng $\Delta: x+my-2=0$ cắt đường tròn (C) theo dây cung có độ dài bằng 6 thì giá trị $m=2$.

Lời giải

a) Đúng: $(C): x^2+y^2-2y-8=0$ nên tâm của (C) là $I(0;1)$.

b) Sai: Xét điểm $A(1;0)$ thì VT $=-7$ còn VP $=0$. VT $\neq$ VP.

c) Sai: Trục $0y$ có phương trình $x=0$. Khoảng cách từ tâm đường tròn (C) đến trục Oy là 1.

d) Đúng: (C) có tâm $I(0;1)$, bán kính $R=3$

Do Δ cắt (C) theo dây cung có độ dài bằng đường kính của (C) nên Δ đi qua tâm I của đường tròn (C). Suy ra: $0+m.1-2=0 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 3: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2+y^2+(m+2)x-(m+4)y+m+1=0$ (2). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (2) là phương trình một đường tròn với mọi giá trị của m.

b) Tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi luôn nằm trên đường thẳng có phương trình $\Delta: x+y-1=0$

c) Bán kính của đường tròn $R=\dfrac{m^2+2m+4}{2}$

d) Khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $a^2+b^2-c=\left(-\dfrac{m+2}{2}\right)^2+\left(\dfrac{m+4}{2}\right)^2-m-1=\dfrac{(m+2)^2+4}{2}>0$

Suy ra (2) là phương trình đường tròn với mọi m

b) Đúng: Đường tròn có tâm $I:\begin{cases}x_I=-\dfrac{m+2}{2}\\ y_I=\dfrac{m+4}{2}\end{cases}$ suy ra $x_I+y_I-1=0$

Vậy tập hợp tâm các đường tròn là đường thẳng $\Delta: x+y-1=0$

c) Sai: Bán kính đường tròn $R=\dfrac{m^2+2m+8}{2}$.

d) Đúng: Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua.

Khi đó ta có: $x_o^2+y_0^2+(m+2)x_0-(m+4)y_0+m+1=0, \forall m$

$\Leftrightarrow (x_0-y_0-1)m+x_o^2+y_0^2+2x_0-4y_0+1=0, \forall m$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x_0-y_0+1=0\\ x_0^2+y_0^2+2x_0-4y_0+1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_0=-1\\ y_0=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x_0=1\\ y_0=2\end{cases}$

Vậy có hai điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua với mọi m là $M_1(-1;0)$ và $M_2(1;2)$

Câu 4: Cho đường cong $(C): x^2+y^2+2mx-10y+4m=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m=0$ thì (C) là phương trình đường tròn.

b) Tất cả giá trị của tham số m để phương trình (C) là phương trình đường tròn là $\left[\begin{array}{l}m<-2\\ m>2\end{array}\right.$.

c) Có 1 giá trị nguyên dương của m để (C) là một phương trình đường tròn có bán kính bằng $5\,\text{cm}$

d) Khi $m=2$ thì (C) là phương trình đường tròn và có bán kính nhỏ nhất.

Lời giải

a) Đúng: Khi $m=0$ thì phương trình (C) là: $x^2+y^2-10y=0$

$\Leftrightarrow x^2+(y-5)^2-25=0 \Leftrightarrow x^2+(y-5)^2=25$

Khi đó (C) là phương trình đường tròn có tâm $(0;5)$, bán kính $R=5$.

b) Sai: Ta có: $a=-m$; $b=5; c=4m$. (C) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0$

$\Leftrightarrow (-m)^2+5^2-4m>0 \Leftrightarrow m^2-4m+25>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

c) Đúng: Ta có: $a=-m$; $b=5; c=4m$. (C) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0$

$\Leftrightarrow (-m)^2+5^2-4m>0 \Leftrightarrow m^2-4m+25>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$

Bán kính bằng $5\ cm \Rightarrow \sqrt{m^2-4m+25}=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=0 \end{array}\right.$ mà $m\in\mathbb{N}^* \Rightarrow m=4$.

d) Đúng: Phương trình $x^2+y^2+2mx-10y+4m=0$ là phương trình đường tròn

$\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0 \Leftrightarrow (-m)^2+5^2-4m>0 \Leftrightarrow m^2-4m+25>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}=\sqrt{m^2-4m+25}=\sqrt{m^2-4m+4+21}=\sqrt{(m-2)^2+21}\geq\sqrt{21}$.

Bán kính nhỏ nhất là $R=\sqrt{21}$ khi $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho các điểm $A(-2;1)$, $B(3;-2)$ và $C(1;-1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu đường tròn có tâm là điểm A và có bán kính $R=2$ thì đường tròn có phương trình là $(x-2)^2+(y+1)^2=2$.

b) Nếu đường tròn có tâm là điểm B và có bán kính $R=3$ thì đường tròn có phương trình là $(x+3)^2+(y-2)^2=9$.

c) Nếu đường tròn có tâm là điểm C và có bán kính bằng độ dài đoạn AB thì đường tròn có phương trình là $(x-1)^2+(y+1)^2=34$.

d) Nếu đường tròn có tâm là điểm B và đường tròn đi qua điểm C thì đường tròn có phương trình là $(x-3)^2+(y+2)^2=5$.

Lời giải

a) Sai: Nếu đường tròn có tâm là điểm A và có bán kính $R=2$ thì đường tròn có phương trình là $(x+2)^2+(y-1)^2=2^2 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=4$.

b) Sai: Nếu đường tròn có tâm là điểm B và có bán kính $R=3$ thì đường tròn có phương trình là $(x-3)^2+(y+2)^2=9$.

c) Đúng: Ta có $AB=\sqrt{(3+2)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{34}$.

Nếu đường tròn có tâm là điểm C và có bán kính $R=AB=\sqrt{34}$ thì đường tròn có phương trình là $(x-1)^2+(y+1)^2=34$. Do đó, c) đúng

d) Đúng: Ta có $BC=\sqrt{(1-3)^2+(-1+2)^2}=\sqrt{5}$.

Đường tròn có tâm là điểm B và đường tròn đi qua điểm C thì đường tròn có bán kính $R=BC=\sqrt{5}$.

Nếu đường tròn có tâm là điểm B và có bán kính $R=\sqrt{5}$ thì đường tròn có phương trình là $(x-3)^2+(y+2)^2=5$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho các điểm $M(1;-2)$, $N(-3;2)$ và $P(5;0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu đường tròn có tâm là điểm M và có đường kính bằng 2 thì đường tròn có phương trình là $(x-1)^2+(y+2)^2=4$.

b) Nếu đường tròn có tâm là điểm N và có đường kính bằng 6 thì đường tròn có phương trình là $(x+3)^2+(y-2)^2=9$.

c) Nếu đường tròn có tâm là điểm P và có đường kính bằng độ dài đoạn MN thì đường tròn có phương trình là $(x-5)^2+y^2=8$.

d) Nếu đường tròn có đường kính là đoạn NP thì đường tròn có phương trình là $(x-1)^2+(y-1)^2=17$.

Lời giải

a) Sai: Bán kính đường tròn là $R=\frac{2}{2}=1$.

Đường tròn có tâm là điểm M và có bán kính $R=1$ thì đường tròn có phương trình là $(x-1)^2+(y+2)^2=1$.

b) Đúng: Bán kính đường tròn là $R=\frac{6}{2}=3$

Đường tròn có tâm là điểm N và có bán kính bằng $R=3$ thì đường tròn có phương trình là $(x+3)^2+(y-2)^2=9$.

c) Đúng: Ta có $MN=\sqrt{(-3-1)^2+(2+2)^2}=4\sqrt{2}$.

Đường tròn có đường kính bằng độ dài đoạn MN nên bán kính đường tròn là

$$R=\frac{MN}{2}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}.$$

Đường tròn có tâm là điểm P và có bán kính $R=2\sqrt{2}$ thì đường tròn có phương trình là $(x-5)^2+y^2=8$.

d) Đúng: Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng NP nên $I(1;1)$.

Ta có $NP=\sqrt{(5+3)^2+(0-2)^2}=\sqrt{68}$.

Đường tròn có đường kính là đoạn NP nên có tâm là điểm I và có bán kính

$$R=\frac{NP}{2}=\frac{\sqrt{68}}{2}=\sqrt{17}.$$

Đường tròn có tâm $I(1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{17}$ thì đường tròn có phương trình là

$$(x-1)^2+(y-1)^2=17.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm $t\,(0\le t\le 180)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $(2+\sin t°;4+\cos t°)$. Giả sử quỹ đạo chuyển động của vật thể là một đường tròn có tâm $I(a;b)$. Tính tổng $a+b$

Lời giải

Quỹ đạo chuyển độ của vật thể là các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn

$$\begin{cases}x=2+\sin t°\\ y=4+\cos t°\end{cases}\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-4)^2=1.$$

Vậy quỹ đạo chuyển độ của vật thể là đường tròn (C): $(x-2)^2+(y-4)^2=1$ có tâm $I(2;4)$, bán kính $R=1$ suy ra $\begin{cases}a=2\\ b=4\end{cases}$ nên $a+b=6$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để phương trình sau đây $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là một phương trình đường tròn.

Lời giải

Phương trình đã cho là phương trình đường tròn khi và chỉ khi
$(m+2)^2+(-2m)^2-(19m-6)>0\Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0\Leftrightarrow m\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$
Với $m\in[-10;10]$ thì có $11+8=19$ giá trị nguyên của tham số *m*.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+4y-4=0$ và điểm $M(1;0)$. Dây cung của (C) đi qua điểm *M* có độ dài ngắn nhất bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Ta có $(C): x^2+y^2-4x+4y-4=0 \Leftrightarrow (C):(x-2)^2+(y+2)^2=12$ nên có tâm $I(2;-2)$, bán kính $R=2\sqrt{3}$.

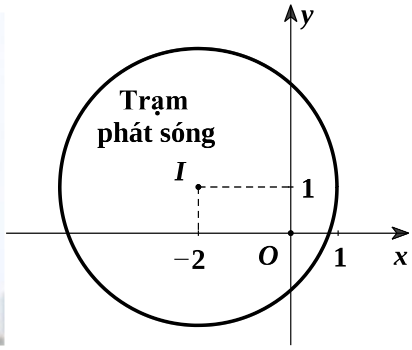
Vì $IM=\sqrt{5}<2\sqrt{3}=R$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (C) tại các điểm A, B**.**

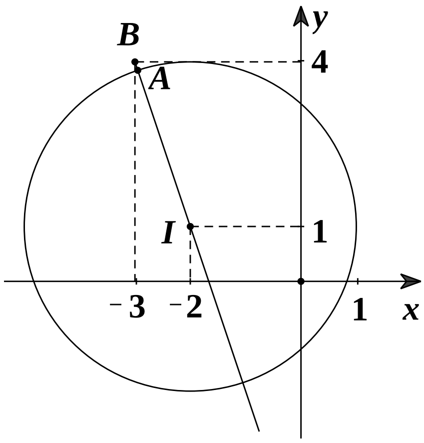
Gọi J là trung điểm của AB.

Ta có: $AB=2AJ=2\sqrt{R^2-IJ^2}\geq 2\sqrt{R^2-IM^2}=2\sqrt{12-5}=2\sqrt{7}\approx 5,29$

Câu 4: Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng toạ độ (đơn vị trên hai trục là km). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng $3\,\text{km}$.



Lời giải



Đường tròn màu đen mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2;1)$ và bán kính phủ sóng 3km nên phương trình đường tròn đó là: $(x+2)^2+(y-1)^2=9$.

Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn tâm I và BI

Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3;4)$ tới vùng phủ sóng là BA

Ta có: $IB=\sqrt{(-3+2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{10}$ suy ra $AB=IB-IA=\sqrt{10}-3\approx 0,16\,(\text{km})$

Câu 5: Một nông trại tưới nước theo phương pháp vòi phun xoay vòng trung tâm như Hình 3. Cho biết tâm một vòi phun được đặt tại toạ độ $(12;-9)$ và vòi có thể phun xa tối đa 36 m. Phương trình đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà vòi nước có thể phun tới có dạng $(x-12)^2+(y+9)^2=R^2$. Khi đó giá trị của R là bao nhiêu.

Lời giải

Tập hợp các điểm xa nhất mà vòi nước có thể phun tới là đường tròn có tâm $I(12;-9)$ và bán kính $R=36$ nên có phương trình: $(x-12)^2+(y+9)^2=36^2$.

Câu 6: Một cái cổng hình bán nguyệt rộng 6,8 m và cao 3,4 m. Mặt đường dưới cổng được chia thành hai làn cho xe ra vào. Biết rằng phương trình mô phỏng cái cổng là đường tròn có tâm $I(a;b)$, bán kính R. Tính $a+b+R$

Lời giải

Chọn hệ tọa độ sao cho tâm của cái cổng hình bán nguyệt có tọa độ $(0;0)$ và đỉnh của cổng có toạ độ $M(0;3,4)$.Ta có phương trình mô phỏng của cổng là đường tròn nhận $O(0;0)$ làm tâm và bán kính là $R=OM=3,4 \Rightarrow a+b+R=3,4$.

----------------HẾT----------------

Dạng 2: Viết phương trình đường tròn

Phương pháp: Ta thực hiện trong các cách sau:

Cách 1:

- Tìm tọa độ tâm $I(a;b)$ của đường tròn (C).
- Tìm bán kính R của đường tròn (C).
- Viết phương trình của đường tròn (C) theo dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

Cách 2:

- Giả sử phương trình của đường tròn (C) là $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$

  Hoặc dạng $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$.
- Từ điều kiện của đề bài thiết lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c.
- Giải hệ để tìm a, b, $c$ntừ đó tìm được phương trình của đường tròn (C) .

Chú ý:

- Cho đường tròn (C) có tâm I và bán kính R, điểm $A\in(C)\Leftrightarrow IA=R$.
- (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ tại $A\Leftrightarrow IA=d(I,\Delta)=R$.
- (C) tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và $\Delta_2\Leftrightarrow d(I,\Delta_1)=d(I,\Delta_2)=R$.
- (C) cắt đường thẳng Δ_3 theo dây cung có độ dài $a\Leftrightarrow\left[d(I,\Delta_3)\right]^2+\frac{a^2}{4}=R^2$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$.

b) Nhận AB làm đường kính với $A(1;1)$, $B(7;5)$.

c) Đi qua ba điểm: $M(-2;4)$, $N(5;5)$, $P(6;-2)$

Lời giải

a) Đường tròn cần tìm có bán kính là $OI=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$ nên có phương trình là:

$$(x-1)^2+(y+5)^2=26$$

b) Gọi I là trung điểm của đoạn AB suy ra $I(4;3)$ nên $AI=\sqrt{(4-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{13}$

Đường tròn cần tìm có đường kính là AB suy ra nó nhận $I(4;3)$ làm tâm và bán kính $R=AI=\sqrt{13}$ nên có phương trình là $(x-4)^2+(y-3)^2=13$

c) Gọi phương trình đường tròn (C) có dạng là: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.

Do đường tròn đi qua ba điểm M,N,P nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}4+16+4a-8b+c=0\\25+25-10a-10b+c=0\\36+4-12a+4b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\\c=-20\end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2+y^2-4x-2y-20=0$.

Bài tập 2: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) (C)có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$

b) (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox và Oy

c) (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x+4y+5=0$ và $d_2: 4x-3y-5=0$

Lời giải

a) Bán kính đường tròn (C) chính là khoảng cách từ I tới đường thẳng Δ nên:

$$R=d(I;\Delta)=\frac{|-1-4-7|}{\sqrt{1+4}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x+1)^2+(y-2)^2=\frac{4}{5}$

b) Vì điểm A nằm ở góc phần tư thứ tư và đường tròn tiếp xúc với hai trục toạ độ nên tâm của đường tròn có dạng $I(R;-R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C).

Ta có: $R^2=IA^2\Leftrightarrow R^2=(2-R)^2+(-1+R)^2\Leftrightarrow R^2-6R+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}R=1\\R=5\end{array}\right.$

Vậy có hai đường tròn thoả mãn đầu bài là: $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ và $(x-5)^2+(y+5)^2=25$

c) Vì đường tròn cần tìm có tâm K nằm trên đường thẳng d nên gọi $K(6a+10;a)$

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra:

$$\frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5}=\frac{|4((6a+10)3a-5|}{5}\Leftrightarrow|22a+35|=|21a+35|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-\frac{70}{43}\end{array}\right.$$

Với $a=0$ thì $K(10;0)$ và $R=7$ suy ra $(C):(x-10)^2+y^2=49$

Với $a=-\frac{70}{43}$ thì $K\left(\frac{10}{43};-\frac{70}{43}\right)$ và $R=\frac{7}{43}$ suy ra $(C):\left(x-\frac{10}{43}\right)^2+\left(y+\frac{70}{43}\right)^2=\left(\frac{7}{43}\right)^2$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là

$(C):(x-10)^2+y^2=49$ và $(C):\left(x-\frac{10}{43}\right)^2+\left(y+\frac{70}{43}\right)^2=\left(\frac{7}{43}\right)^2$

Bài tập 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$.

a) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

b) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Lời giải

a) Ta có tam giác OAB vuông ở O nên tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của cạnh huyền AB suy ra $I(4;3)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{(8-4)^2+(0-3)^2}=5$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là: $(x-4)^2+(y-3)^2=25$

b) Ta có $OA=8;\ OB=6;\ AB=\sqrt{8^2+6^2}=10$

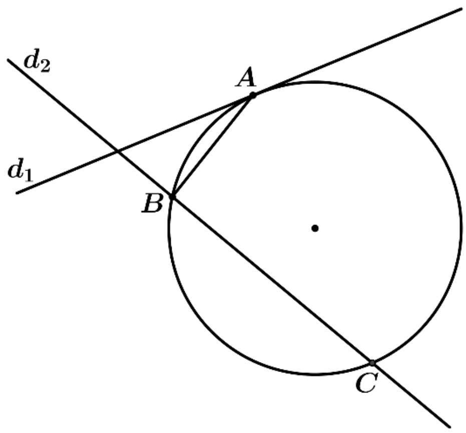
Mặt khác $\frac{1}{2}OA.OB=pr$ (vì cùng bằng diện tích tam giác ABC) suy ra $r=\frac{OA.OB}{OA+OB+AB}=2$

Dễ thấy đường tròn cần tìm có tâm thuộc góc phần tư thứ nhất và tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của đường tròn có tọa độ là $(2;2)$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là: $(x-2)^2+(y-2)^2=4$.

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1:\sqrt{3}x+y=0$. và $d_2:\sqrt{3}x-y=0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B,C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình của (C), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

Lời giải



Vì $A\in d_1\Rightarrow A\left(a;-\sqrt{3}a\right),\ a>0;\ B,C\in d_2\Rightarrow B\left(b;\sqrt{3}b\right),\ C\left(c;\sqrt{3}c\right)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}\left(b-a;\sqrt{3}(a+b)\right),\ \overrightarrow{AC}\left(c-a;\sqrt{3}(c+a)\right)$

Tam giác ABC vuông tại B do đó AC là đường kính của đường tròn (C)

Do đó $AC \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{u_1} = 0 \Leftrightarrow -1.(c-a) + \sqrt{3}.\sqrt{3}(a+c) = 0 \Leftrightarrow 2a + c = 0 \ (1)$

$AB \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2} = 0 \Leftrightarrow 1.(b-a) + 3(a+b) = 0 \Leftrightarrow 2b + a = 0 \ (2)$

Mặt khác $S_{ABC} = \frac{1}{2}d(A;d_2).BC \Rightarrow \frac{1}{2}.\frac{|2\sqrt{3}a|}{2}\sqrt{(c-b)^2 + 3(c-b)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2a|c-b| = 1 \ (3)$

Từ $(1),(2)$ suy ra $2(c-b) = -3a$ thế vào (3) ta được $a|-3a| = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Do đó $b = -\frac{\sqrt{3}}{6}$, $c = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{3}}{3};-1\right)$, $C\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3};-2\right)$

Suy ra (C) nhận $I\left(-\frac{\sqrt{3}}{6};-\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm AC làm tâm và bán kính là $R = \frac{AC}{2} = 1$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(C):\left(x+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x+\frac{3}{2}\right)^2 = 1$.

Bài tập 5: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2), B(5;2), C(1;-3)$

Lời giải

Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Đường tròn này qua A,B,C nên

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\frac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Bài tập 6: Cho hai điểm $A(5;-1), B(-3;7)$. Viết phương trình đường tròn có đường kính AB .

Lời giải

Tâm I của đường tròn là trung điểm AB nên $I(1;3)$.

Bán kính $R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-5)^2 + (7+1)^2} = 4\sqrt{2}$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 32 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$

Bài tập 7: Viết phương trình đường tròn (C) tâm $I(-4;3)$ và tiếp xúc với trục tung .

Lời giải

Đường tròn (C) tiếp xúc với $y'Oy$ và có tâm $I(-4;3)$ nên: $a=-4, b=3, R=|a|=4$.

Do đó (C) có phương trình $(x+4)^2+(y-3)^2=16$.

Bài tập 8: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x-y+7=0$.

Lời giải

Do $I(a;b)$ là tâm của đường tròn (C) nên $AI^2=BI^2 \Rightarrow (a-1)^2+(b-3)^2=(a-3)^2+(b-1)^2$

Khi đó $a=b(1)$ mà $I(a;b)\in d: 2x-y+7=0$ nên $2a-b+7=0$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có: $a=-7 \Rightarrow b=-7 \Rightarrow R^2=AI^2=164$.

Vậy phương trình đường tròn $(C):(x+7)^2+(y+7)^2=164$.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$. Tính diện tích hình tròn tương ứng với đường tròn (C) đã cho.

Lời giải

Vì đường tròn (C) tiếp xúc với Δ nên $R=d(I;\Delta)=\dfrac{|-1-2.2+7|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Diện tích hình tròn: $S=\pi.R^2=\dfrac{4}{5}\pi.$

Bài tập 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn có phương trình $(C_1): x^2+y^2=4$ và các đường thẳng $d: x-y-4=0,\ \Delta: 3x+y+8=0$. Lập phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên Δ, tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho AB vuông góc với d. Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn (C). Tính $a+b$.

Lời giải

Gọi $I, I_1(0;0)$ lần lượt là tâm các đường tròn $(C),(C_1)$.

Vì (C) và (C_1) cắt nhau tại A, B nên $AB\perp I_1I$ mà $AB\perp d$ do đó I_1I song song d.

Suy ra phương trình của đường thẳng $I_1I: x-y=0$.

Mặt khác ta lại có $I\in\Delta: 3x+y+8=0$ nên $I(-2;-2)$.

Vậy $a+b=-4$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường tròn tâm $I(3;-7)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $(x-3)^2+(y+7)^2=3$. **B.** $(x+3)^2+(y-7)^2=9$.

C. $(x-3)^2+(y+7)^2=9$. **D.** $(x+3)^2+(y+7)^2=9$.

Lời giải

Đường tròn tâm $I(3;-7)$, bán kính $R=3$ có phương trình là $(x-3)^2+(y+7)^2=9$.

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho $A(-1;4)$, $B(5;-2)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

A. $(x-3)^2+(y-2)^2=20$. **B.** $(x-4)^2+(y-2)^2=29$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2=72$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2=18$.

Lời giải

Đường tròn đường kính AB có tâm $I(2;1)$ là trung điểm của AB, bán kính $R=IA=3\sqrt{2}$.

Do đó phương trình đường tròn đường kính AB là $(x-2)^2+(y-1)^2=18$.

Câu 3: Đường tròn tâm $I(3;-7)$ đi qua $A(-3;-1)$ có phương trình là

A. $(x-3)^2+(y+7)^2=\sqrt{72}$. **B.** $(x-3)^2+(y+7)^2=72$.

C. $(x+3)^2+(y-7)^2=72$. **D.** $(x+3)^2+(y+7)^2=\sqrt{72}$.

Lời giải

Đường tròn tâm $I(3;-7)$, đi qua $A(-3;-1)$ nên có bán kính $R=IA=6\sqrt{2}$.

Do đó phương trình đường tròn tâm $I(3;-7)$, đi qua $A(-3;-1)$ là $(x-3)^2(y+7)^2=72$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C_1): x^2+y^2-2x-4y-5=0$ và điểm $A(3;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm là tâm của đường tròn (C_1) và đi qua điểm A.

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=10$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2=8$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2=8$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2=10$.

Lời giải

Đường tròn $(C_1): x^2+y^2-2x-4y-5=0$ có tâm $I(1;2)$, suy ra tâm của đường tròn (C) là $I(1;2)$.

Đường tròn (C) đi qua điểm $A(3;4)$ nên bán kính đường tròn (C) là $R=IA=2\sqrt{2}$.

Phương trình đường tròn (C) cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2=8$.

Câu 5: Đường tròn đi qua 3 điểm $A(1;7)$, $B(-2;6)$, $C(5;-1)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2-2x-4y-20=0$. **B.** $x^2+y^2+2x+4y-20=0$.

C. $x^2+y^2-2x+4y-20=0$. **D.** $x^2+y^2+2x-4y-20=0$.

Lời giải

Thay toạ độ điểm A vào phương án **A** ta được $0=0$ (luôn đúng)

Thay toạ độ điểm B vào phương án **A**, ta được $0=0$ (luôn đúng)

Thay toạ độ điểm C vào phương án **A**, ta được $0=0$ (luôn đúng)

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm $I(3;-2)$ và tiếp xúc với Δ.

A. $(x+3)^2+(y-2)^2=20$. **B.** $(x-3)^2+(y+2)^2=20$.

C. $(x+3)^2+(y-2)^2=10$. **D.** $(x+3)^2+(y-2)^2=10$.

Lời giải

Do đường tròn cần tìm tiếp xúc với đường thẳng Δ nên bán kính đường tròn là

$$R=d(I,\Delta)=\frac{|3-2(-2)+3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=2\sqrt{5}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-3)^2+(y+2)^2=20$.

Câu 7: Viết phương trình đường tròn có tâm $A(2;-5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y-1=0$

A. $(x-2)^2+(y+5)^2=25$. **B.** $(x+2)^2+(y-5)^2=25$.

C. $(x-2)^2+(y+5)^2=5$. **D.** $(x+2)^2+(y-5)^2=5$.

Lời giải

Đường tròn có tâm $A(2;-5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y-1=0$

$\Rightarrow R=d(A,d)=\dfrac{|3.2-4.(-5)-1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{25}{5}=5$.

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-2)^2+(y+5)^2=25$.

Câu 8: Cho tam giác MNP biết $M(-6;3)$ và N,P là các điểm lần lượt thuộc các đường thẳng $\Delta_1: x-y+9=0$, $\Delta_2: 2x+y+1=0$. Gọi $Q(2;-1)$ là điểm thỏa $\overrightarrow{NQ}=3\overrightarrow{NP}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP ?

A. $(x+4)^2+(y-3)^2=4$. **B.** $(x+4)^2+\left(y-\dfrac{11}{3}\right)^2=\dfrac{10}{9}$.

C. $(x-4)^2+(y+3)^2=2$. **D.** $(x+6)^2+(y-3)^2=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

$N \in \Delta_1 : x - y + 9 = 0 \Rightarrow N\left(x_N ; x_N + 9\right)$; $P \in \Delta_2 : 2x + y + 1 = 0 \Rightarrow P\left(x_P ; -2x_P - 1\right)$.

Mà $\overrightarrow{NQ} = 3\overrightarrow{NP} \Rightarrow \begin{cases} 2 - x_N = 3\left(x_P - x_N\right) \\ -1 - y_N = 3\left(y_P - y_N\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_N - 3x_P = -2 \\ 2x_N + 6x_P = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -4 \\ x_P = -2 \end{cases}$.

Với $x_N = -4 \Rightarrow y_N = 5 \Rightarrow N\left(-4;5\right)$; $x_P = -2 \Rightarrow y_P = 3 \Rightarrow P\left(-2;3\right)$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \left(2;2\right) \\ \overrightarrow{NP} = \left(2;-2\right) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{NP} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{NP}$ hay ΔMNP vuông tại N.

Gọi E là trung điểm $MP \Rightarrow E\left(-4;3\right)$.

Suy ra, đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP có tâm $E\left(-4;3\right)$ và bán kính $R = \dfrac{MP}{2} = 2$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP : $\left(x+4\right)^2 + \left(y-3\right)^2 = 4$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $\left(C\right)$ có phương trình $x^2 + \left(y-3\right)^2 = 1$ và điểm $M\left(1;3\right)$ thuộc đường tròn $\left(C\right)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $\left(C\right)$ tại điểm $M\left(1;3\right)$.

A. $x + 3y - 10 = 0$. **B.** $x + 1 = 0$. **C.** $y - 3 = 0$. **D.** $x - 1 = 0$.

Lời giải

Đường tròn $\left(C\right)$ có tâm là $I\left(0;3\right)$.

Tiếp tuyến của đường tròn $\left(C\right)$ tại điểm $M\left(1;3\right)$có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = \left(1;0\right)$ nên ta có phương trình $1\left(x-1\right) + 0\left(y-3\right) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A\left(0;2\right)$, $B\left(0;-\dfrac{4}{5}\right)$. Đường tròn $\left(T\right)$ đi qua A và cắt hai đường thẳng $d : x - y - 1 = 0$, $\Delta : 2x + y + 2 = 0$ lần lượt tại M và N. Biết AM song song với BN và O, M, N thẳng hàng. Phương trình đường tròn $\left(T\right)$ là

A. $x^2 + y^2 + 2x - y - 1 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + x - y + 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + x + y - 2 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - x - y - 2 = 0$.

Lời giải

Vì $M \in d$, $N \in \Delta \Rightarrow M\left(t;t-1\right)$, $N\left(s;-2s-2\right)$.

Nếu $t = 0 \Rightarrow M\left(0;-1\right) \Rightarrow A, M \in Oy$ (loại).

Nếu $t \neq 0$ ta có: Do AM song song với BN và O, M, N thẳng hàng nên có:

$$\begin{cases}\overrightarrow{OM}=k\overrightarrow{ON}\\ \overrightarrow{AM}=l\overrightarrow{BN}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{s}{t}=\dfrac{-2-2s}{-1+t}\\ \dfrac{s}{t}=\dfrac{-\frac{6}{5}-2s}{-3+t}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3st=s-2t\\ 15st=15s-6t\end{cases}\Rightarrow t=-\frac{5}{2}s\Rightarrow\begin{cases}t=2\\ s=-\frac{4}{5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}M(2;1)\\ N\left(-\frac{4}{5};-\frac{2}{5}\right)\end{cases}$$

Giả sử đường tròn (T) có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0\left(a^2+b^2-c>0\right)$.

Vì đường tròn (T) qua ba điểm A,M,N nên có hệ:

$$\begin{cases}4-4b+c=0\\ 5-4a-2b+c=0\\ \dfrac{4}{5}+\dfrac{8}{5}a+\dfrac{4}{5}b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\ b=\dfrac{1}{2}\\ c=-2\end{cases}\text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình đường tròn (T) là $x^2+y^2-x-y-2=0$.

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có $A(3;2)$ và phương trình cạnh $BD:3x+4y-7=0$. Khi đó đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình là:

A. $\left(x-\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{2}{5}\right)^2=4$.
B. $\left(x-\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{1}{5}\right)^2=2$.
C. $\left(x+\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{2}{5}\right)^2=4$.
D. $\left(x-\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{2}{5}\right)^2=2$.

Lời giải

Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$.

Đường thẳng AC qua $A(3;2)$ và vuông góc với $BD:3x+4y-7=0$ có phương trình là $AC:4x-3y-6=0$.

Vì $I=AC\cap BD$ nên $I\left(\frac{9}{5};\frac{2}{5}\right)$ nên ta có: $IA=d(A,BD)=\dfrac{|3.3+4.2-7|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$.

Do đó $R=\dfrac{IA}{\sqrt{2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Vậy đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{9}{5};\frac{2}{5}\right)$, bán kính $R=\sqrt{2}$ có phương trình là $\left(x-\frac{9}{5}\right)^2+\left(y-\frac{2}{5}\right)^2=2$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2+6x-4y-4=0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta:x-4y+2022=0$.

A. $4x+y+27=0$; $4x-y-7=0$. **B.** $x-4y+27=0$; $x-4y-7=0$.

C. $4x+y+27=0$; $4x+y-7=0$. **D.** $4x+y-27=0$; $4x+y-7=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm là $I(-3;2)$ và có bán kính $R=\sqrt{17}$.

Đường thẳng $d\perp\Delta \Rightarrow d: 4x+y+c=0$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I,d)=R \Leftrightarrow \frac{|-12+2+c|}{\sqrt{4^2+1^2}}=\sqrt{17} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=27\\c=-7\end{array}\right.$.

Phương trình tiếp tuyến d là $4x+y+27=0$; $4x+y-7=0$.

Câu 13: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-4x+8y-5=0$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) song song với với đường thẳng $3x-4y+5=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}3x-4y-3=0\\3x-4y+47=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y-25=0\\4x+3y+29=0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y+25=0\\4x+3y-29=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}3x-4y+3=0\\3x-4y-47=0\end{array}\right.$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+8y-5=0$ có tâm $I(2;-4)$ và bán kính $R=\sqrt{2^2+(-4)^2+5}=5$

Phương trình tiếp tuyến d song song với $3x-4y+5=0$ có dạng $3x-4y+c=0$ $(c\neq 5)$.

Do (d) tiếp xúc với đường tròn nên: $d(I,d)=R \Leftrightarrow \frac{|3.2-4.(-4)+c|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=5$

$\Leftrightarrow |c+22|=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=3\\c=-47\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đường thẳng d: $3x-4y+3=0$ và $3x-4y-47=0$.

Câu 14: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x+4y+5=0$ và $d_2: 4x-3y-5=0$ (Biết tung độ của tâm là số không âm). Viết phương trình đường tròn (C).

A. $(C):\left(x-\frac{10}{43}\right)^2+\left(y+\frac{70}{43}\right)^2=\left(\frac{7}{43}\right)^2$. **B.** $(C):(x-10)^2+y^2=49$.

C. $(C):(x-10)^2+y^2=25$. **D.** $(C): x^2+(y-10)^2=49$.

Lời giải

Vì đường tròn (C) có tâm I nằm trên đường thẳng $d: x-6y-10=0$ nên gọi $I(6a+10;a)$, với $a\geq 0$.

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra

$$\frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5}=\frac{|4(6a+10)-3a-5|}{5}\Leftrightarrow|22a+35|=|21a+35|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\ (loai)\\ a=\frac{-70}{43}(nhan)\end{array}\right..$$

Với $a=0$ thì $I(10;0)$ và $R=\frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5}=7$.

Vậy đường tròn (C) có phương trình là: $(x-10)^2+y^2=49$.

Câu 15: Phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-2y=0$ biết tiếp tuyến vuông góc đường thẳng $\Delta: x+y-1=0$ là

A. $x+y-2=0, x+y+2=0$. **B.** $x-y+2=0$, $x-y-2=0$.

C. $x-y+4=0$, $x-y-4=0$. **D.** $x+y+4=0, x+y-4=0$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-2y=0$ có tâm $I(1;1), r=\sqrt{2}$

Do tiếp tuyến vuông góc đường thẳng $\Delta: x+y-1=0$ nên tiếp tuyến có dạng $d: x-y+c=0$

Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C) khi: $d(I,d)=r\Leftrightarrow\frac{|1-1+c|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=2\\ c=-2\end{array}\right.$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $x-y+2=0$, $x-y-2=0$.

Câu 16: Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên trục hoành đồng thời đi qua hai điểm $A(2;-5)$ và $B(4;3)$.

A. $x^2+y^2+2x-33=0$. **B.** $x^2+y^2-2x+33=0$.

C. $x^2+y^2+2y-33=0$. **D.** $x^2+y^2-2y+33=0$.

Lời giải

(C) có tâm I nằm trên trục hoành $\Rightarrow I(a;0)\Rightarrow(C): x^2+y^2-2ax+c=0$

(C) đi qua $A(2;-5)\Leftrightarrow 4+25-4a+c=0\Leftrightarrow -4a+c=-29$.

(C) đi qua $B(4;3)\Leftrightarrow 16+9-8a+c=0\Leftrightarrow -8a+c=-25$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}-4a+c=-29\\ -8a+c=-25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ c=-33\end{cases}$.

Vậy phương trình đường tròn (C): $x^2+y^2+2x-33=0$.

Câu 17: Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC, biết $A\left(1;\frac{3}{2}\right)$, $M\left(\frac{7}{2};3\right)$ và B,C là các điểm lần lượt thuộc các đường thẳng $d: 4x-2y+1=0$, $d': x-2y-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

A. $x^2+y^2-7x-6y+\frac{15}{4}=0$. **B.** $(x-3)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$.

C. $x^2+y^2-6x-5y+\frac{41}{4}=0$. **D.** $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+(y-3)^2=\frac{17}{2}$.

Lời giải

Điểm $B\in d:4x-2y+1=0\Rightarrow B\left(x_B;\frac{4x_B+1}{2}\right)$; $C\in d':x-2y-2=0\Rightarrow C\left(x_C;\frac{x_C-2}{2}\right)$.

Vì M là trung điểm $BC\Rightarrow\begin{cases}x_B+x_C=2x_M\\y_B+y_C=2y_M\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B+x_C=7\\4x_B+x_C=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=2\\x_C=5\end{cases}$.

Với $x_B=2\Rightarrow y_B=\frac{9}{2}\Rightarrow B\left(2;\frac{9}{2}\right)$; $x_C=5\Rightarrow y_C=\frac{3}{2}\Rightarrow C\left(5;\frac{3}{2}\right)$.

Gọi $(C):x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x_A^2+y_A^2-2ax_A-2by_A+c=0\\x_B^2+y_B^2-2ax_B-2by_B+c=0\\x_C^2+y_C^2-2ax_C-2by_C+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2a-3b+c=-\frac{13}{4}\\-4a-9b+c=-\frac{97}{4}\\-10a-3b+c=-\frac{109}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=\frac{5}{2}\\c=\frac{41}{4}\end{cases}$

Vậy phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC: $x^2+y^2-6x-5y+\frac{41}{4}=0$.

Câu 18: Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $A(-1;1)$, $B(3;1)$, $C(1;3)$.

A. $x^2+y^2-2x-2y-2=0$. **B.** $x^2+y^2+2x-2y=0$.

C. $x^2+y^2-2x-2y+2=0$. **D.** $x^2+y^2+2x+2y-2=0$.

Lời giải

Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng $(C):x^2+y^2-2ax-2by+c=0,\ (a^2+b^2-c>0)$.

Vì (C) đi qua 3 điểm $A;B;C$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}1+1+2a-2b+c=0\\9+1-6a-2b+c=0\\1+9-2a-6b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a-2b+c=-2\\-6a-2b+c=-10\\-2a-6b+c=-10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\\c=-2\end{cases}(tm).$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(C):x^2+y^2-2x-2y-2=0$.

Câu 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC nội tiệp trong đường tròn $(C):x^2+y^2=25$, điểm $K(2;1)$ thuộc đường thẳng AC. Hai đường cao BM và CN, phương trình đường thẳng $MN:4x-3y+10=0$ và điểm A có hoành độ âm. Phương trình đường tròn tâm O tiếp xúc với đường thẳng AC là

A. $x^2+y^2=\frac{\sqrt{10}}{2}$. **B.** $x^2+y^2=\frac{10}{2}$. **C.** $x^2+y^2=\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $x^2+y^2=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $O(0;0)$.

Tứ giác $BCMN$ nội tiếp nên $ACB=MNA$.

Giả sử d là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại A, ta có $ACB=A_1$ do đó $A_1=MNA$, mà hai góc lại ở vị trí so le trong nên d song song MN suy ra $OA\perp MN$.

Phương trình đường thẳng OA đi qua $O(0;0)$ vuông góc với MN là: $3x+4y=0$.

A là giao điểm của OA và (C) nên tọa độ A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x^2+y^2=25\\3x+4y=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4\\y=-3\end{cases}\\\begin{cases}x=-4\\y=3\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow A(-4;3)$$ (A có hoành độ âm).

Phương trình đường thẳng AC đi qua $A(-4;3)$, $K(2;1)$ là $x+3y-5=0$.

Đường tròn tâm O tiếp xúc với đường thẳng AC nên bán kính bằng: $R=\frac{\sqrt{10}}{2}$ suy ra phương trình là: $x^2+y^2=\frac{5}{2}$.

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-4x+2y=0$ và điểm $M(1;1)$ thuộc đường tròn (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(1;1)$

A. $x+y-1=0$. **B.** $x+2y+1=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $x-2y+1=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm là $I(2;-1)$.

Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(1;1)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM}=(-1;2)$ nên ta có phương trình $-1(x-1)+2(y-1)=0\Leftrightarrow x-2y+1=0$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2+y^2=4$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc là 2.

A. $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$.

B. $2x-y+2\sqrt{5}+4=0$; $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$.

C. $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$; $2x-y-2\sqrt{5}-4=0$.

D. $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$; $2x+y+2\sqrt{5}-4=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm là $I(2;0)$ và có bán kính $R=2$.

Đường thẳng d có hệ số góc bằng 2 có dạng $y=2x+b \Leftrightarrow 2x-y+b=0$.

d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I,d)=R \Leftrightarrow \dfrac{|4+b|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2\sqrt{5}-4 \\ b=-2\sqrt{5}-4 \end{array}\right.$.

Phương trình tiếp tuyến d là $2x-y+2\sqrt{5}-4=0$; $2x-y-2\sqrt{5}-4=0$.

Câu 22: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=8$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn. Biết tiếp tuyến qua điểm $N(5;-2)$.

A. $\Delta: x-5=0$.

<u>B</u>. $\Delta: x+y-3=0$ hoặc $\Delta: x-y-7=0$.

C. $\Delta: x-5=0$ hoặc $\Delta: x+y-3=0$.

D. $\Delta: y+2=0$ hoặc $\Delta: x-y-7=0$.

Lời giải

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=8$ có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5;-2)$ có dạng: $(d): ax+by-5a+2b=0$ với $a^2+b^2>0$.

Để (d) là tiếp tuyến đường tròn (C) khi và chỉ khi: $d(I,d)=R \Leftrightarrow \dfrac{|a-2b-5a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow |-4a|=2\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 16a^2=8a^2+8b^2 \Leftrightarrow a^2=b^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=-b \end{array}\right.$.

Với $a=b$, chọn $a=b=1$ ta được phương trình tiếp tuyến: $(d): x+y-3=0$.

Với $a=-b$, chọn $a=1 \Rightarrow b=-1$ ta được phương trình tiếp tuyến: $(d): x-y-7=0$

Câu 23: Trong hệ trục tọa độ Oxy, phương trình đường tròn (C) có tâm I có tọa độ nguyên nằm trên đường thẳng $3x+2y=0$, qua điểm $A(2;-5)$ và tiếp xúc với trục tung có phương trình là:

A. $(x+2)^2+(y-3)^2=4$.

B. $(x+4)^2+(y-6)^2=5$.

C. $(x-4)^2+(y+6)^2=5$.

<u>D</u>. $(x-2)^2+(y+3)^2=4$.

Lời giải

Do tâm I nằm trên đường thẳng $3x+2y=0$ nên tọa độ điểm $I(2t;-3t)$.

Đường tròn (C) qua điểm $A(2;-5)$ tiếp xúc với trục tung nên ta có:

$IA=d(I,Oy) \Leftrightarrow \sqrt{(2t-2)^2+(-3t+5)^2}=|2t| \Leftrightarrow 13t^2-38t+29=4t^2 \Leftrightarrow 9t^2-38t+29=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\dfrac{29}{9} \end{array}\right.$

Do tâm I có tọa độ nguyên nên chọn $t=1 \Rightarrow I=(2;-3)$. Khi đó bán kính $R=2$.

Vậy đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=4$.

Câu 24: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-2y=0$ biết tiếp tuyến có hệ số góc $k=1$

A. $x+y-2=0, x+y+2=0$. **<u>B</u>.** $x-y+2=0$, $x-y-2=0$.

C. $x-y+4=0$, $x-y-4=0$. **D.** $x+y+4=0, x+y-4=0$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-2y=0$ có tâm $I(1;1), r=\sqrt{2}$.

Do tiếp tuyến có hệ số góc $k=1 \Rightarrow \vec{u}=(1;1) \Rightarrow \vec{n}=(1;-1)$

Vậy tiếp tuyến có dạng $d: x-y+c=0$.

Điều kiện tiếp xúc $d(I;d)=r \Leftrightarrow \dfrac{|1-1+c|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=2 \\ c=-2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $x-y+2=0$, $x-y-2=0$.

Câu 25: Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$

<u>A</u>. $\left(x-\dfrac{1}{6}\right)^2+\left(y+\dfrac{7}{6}\right)^2=\dfrac{85}{18}$. **B.** $\left(x+\dfrac{1}{6}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{6}\right)^2=\dfrac{170}{6}$.

C. $\left(x+\dfrac{1}{6}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{6}\right)^2=\dfrac{85}{18}$. **D.** $\left(x-\dfrac{1}{6}\right)^2+\left(y+\dfrac{7}{6}\right)^2=\dfrac{170}{6}$.

Lời giải

Ta có phương trình tham số của $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-t-1 \end{cases}$. Do tâm I của (C) nằm trên Δ nên $I(t;-1-t)$

Ta có $IA=IB \Rightarrow (2-t)^2+(1+t)^2=(-t)^2+(2+t)^2 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{6}$, suy ra $I\left(\dfrac{1}{6};-\dfrac{7}{6}\right)$

Bán kính của đường tròn khi đó là: $IA=\dfrac{\sqrt{170}}{6}$.

Phương trình đường tròn cần tìm có dạng: $\left(x-\dfrac{1}{6}\right)^2+\left(y+\dfrac{7}{6}\right)^2=\dfrac{85}{18}$.

Câu 26: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $BC=2AB$, phương trình đường trung tuyến BM là $x+y-2=0$. Biết $ABC=120°$ và $A(3;1)$. Phương trình đường tròn tâm B đi qua A là

A. $x^2+(y-2)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y-2)^2=2$.

C. $x^2+y^2=2$. **<u>D</u>.** $(x-2)^2+y^2=2$.

Lời giải

Đăt $AB = x \Rightarrow BC = 2x\ (x > 0)$. Áp dụng định lí Cosin vào tam giác ABC ta có

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos ABC = 7x^2 \Rightarrow AC = x\sqrt{7}$.

Áp dụng công thức tính đường trung tuyến vào tam giác ABC ta được

$BM^2 = \dfrac{AB^2 + BC^2}{2} - \dfrac{AC^2}{4} = \dfrac{3x^2}{4}$.

Trong tam giác ABM có $AB^2 = x^2, BM^2 = \dfrac{3x^2}{4}, AM^2 = \dfrac{7x^2}{4} \Rightarrow AM^2 = AB^2 + BM^2$

$\Rightarrow \Delta ABM$ vuông tại $B \Rightarrow AB \perp BM$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua A vuông góc với BM là $x - y - 2 = 0$.

B là giao điểm của AB và BM nên tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2;0)$.

Đường tròn tâm B đi qua A có bán kính $AB = \sqrt{2}$ suy ra phương trình là $(x-2)^2 + y^2 = 2$.

Câu 27: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(2;1)$.

A. $2x + y - 2 = 0$. **B.** $y + 1 = 0$. **C.** $2x - y - 3 = 0$. **<u>D</u>.** $y - 1 = 0$.

Lời giải

Vì $(2-2)^2 + (1+1)^2 = 4$ nên điểm $M(2;1)$ thuộc đường tròn (C).

Đường tròn (C) có tâm là $I(2;-1)$.

Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(2;1)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = (0;2)$ nên ta có phương trình $0(x-2) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow y - 1 = 0$.

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 31 = 0$.

A. $3x + 4y - 9 = 0$. **B.** $3x - 4y - 31 = 0$ và $3x - 4y - 9 = 0$

<u>C</u>. $3x - 4y + 9 = 0$. **D.** $3x - 4y + 9 = 0$ và $3x - 4y - 31 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm là $I(1;-2)$ và có bán kính $R = 4$.

Đường thẳng $d \,//\, \Delta \Rightarrow d: 3x - 4y + c = 0\ (c \ne -31)$.

d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I,d)=R \Leftrightarrow \dfrac{|3+8+c|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=9\ (TM) \\ c=-31(L) \end{array}\right.$

Phương trình tiếp tuyến d là $3x-4y+9=0$.

Câu 29: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(C): x^2+y^2-4x+8y-5=0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $3x-4y+5=0$ là

A. $4x+3y+29=0;\ 4x+3y-21=0$.
B. $4x+3y-25=0; 4x+3y+29=0$.
C. $\left[\begin{array}{l} 3x+4y+15=0 \\ 3x+4y-35=0 \end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l} 3x+4y+15=0 \\ 3x+4y-35=0 \end{array}\right.$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+8y-5=0$ có tâm $I(2;-4)$ và bán kính $R=\sqrt{2^2+(-4)^2+5}=5$

Phương trình tiếp tuyến d vuông góc với $3x-4y+5=0$ có dạng $4x+3y+c=0$.

Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn khi và chỉ khi:

$$d(I,d)=R \Leftrightarrow \frac{|4.2+3.(-4)+c|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=5 \Leftrightarrow |c-4|=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-21 \\ c=29 \end{array}\right..$$

Vậy phương trình đường thẳng d: $4x+3y+29=0;\ 4x+3y-21=0$.

Câu 30: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(C): x^2+y^2+4x-4y-1=0$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) đi qua điểm $M(0;-1)$ là

A. $y-1=0;-12x+5y+5=0$.
B. $y+1=0;-12x+5y+5=0$.
C. $y-1=0;12x+5y+5=0$.
D. $y+1=0;12x+5y+5=0$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2+4x-4y-1=0$ có tâm $I(-2;2)$ và bán kính $R=\sqrt{(-2)^2+2^2+1}=3$

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(0;-1)$ có dạng: $d: ax+by+b=0$ với $a^2+b^2>0$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến đường tròn (C) khi và chỉ khi: $d(I,d)=R \Leftrightarrow \dfrac{|-2a+2b+b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=3$

$$\Leftrightarrow |-2a+3b|=3\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 4a^2-12ab+9b^2=9a^2+9b^2 \Leftrightarrow 5a^2+12ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=-\dfrac{12}{5}b \end{array}\right..$$

Với $a=0$, chọn $b=1$ ta được phương trình tiếp tuyến: $d: y+1=0$.

Với $a=-\dfrac{12}{5}b$, chọn $b=5 \Rightarrow a=-12$ ta được phương trình tiếp tuyến: $d: -12x+5y+5=0$.

Câu 31: Phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+2y-4=0$ song song đường thẳng $\Delta: 3x+4y-17=0$ là

A. $3x+4y-13=0$. **B.** $3x+4y+13=0$. **C.** $4x-3y+13=0$. **D.** $4x-3y-13=0$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+2y-4=0$ có tâm $I(2;-1), r=3$

Do tiếp tuyến song song đường thẳng $\Delta: 3x+4y-17=0$ nên tiếp tuyến có dạng

$d: 3x+4y+c=0\ (c\neq -17)$

Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ khi:

$$d(I,d)=r \Leftrightarrow \frac{|3.2+4.(-1)+c|}{5}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=13 \\ c=-17 \end{array}\right..$$

So với điều kiện $c=-17$ loại.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $3x+4y+13=0$.

Câu 32: Cho đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$, (C) cắt đường thẳng $\Delta: 3x+4y+13=0$ theo một dây cung có độ dài bằng 8. Phương trình của đường tròn (C) là

A. $x^2+y^2-2x+2y-30=0$. **B.** $x^2+y^2-2x-2y+30=0$.

C. $x^2+y^2-2x-2y-30=0$. **D.** $x^2+y^2+2x+2y-30=0$.

Lời giải

Gọi giao điểm của đường thẳng Δ và (C) là A và B, H là hình chiếu của I xuống AB.

Khi đó $d(I;\Delta)=IH=\dfrac{|3.1+4.1+13|}{\sqrt{3^2+4^2}}=4$.

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông AHB ta có:

$AI^2=AH^2+IH^2 \Leftrightarrow R^2=4^2+4^2=32.$

Do đó phương trình của (C) là $(x-1)^2+(y-1)^2=32 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y-30=0$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-1;-1)$, $C(1;1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a;b)$. Tính $a-b$.

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Vì $I(a;b)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $IA=IB=IC=R$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA^2=IB^2 \\ IA^2=IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-a)^2+(3-b)^2=(-1-a)^2+(-1-b)^2 \\ (1-a)^2+(3-b)^2=(1-a)^2+(1-b)^2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=2 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow I(-2;2)$. Vậy $a-b=-4$.

Câu 34: Cho đường thẳng $d: x-3y+5=0$, Viết phương trình đường tròn (C) có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x+y=0$ và tiếp xúc với d tại điểm $A(1;2)$

A. $(x-3)^2+(y+6)^2=160$.

B. $(x+3)^2+(y-6)^2=\frac{64}{5}$.

C. $(x-5)^2+(y+10)^2=160$.

D. $(x-5)^2+(y+10)^2=16$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(3;1)$.

Do tâm I của đường tròn (C) nằm trên đường thẳng Δ nên tọa độ $I(t;-2t)$.

Do đường tròn (C) tiếp xúc với d tại điểm $A(1;2)$ nên ta có $\overrightarrow{IA} \perp \overrightarrow{u_d}$ và $R=IA$.

Từ $\overrightarrow{IA} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA}.\overrightarrow{u_d}=0 \Leftrightarrow 3.(1-t)+1(2+2t)=0 \Leftrightarrow t=5$, suy ra $I(5;-10)$, $R=IA=4\sqrt{10}$.

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-5)^2+(y+10)^2=160$.

Câu 35: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) tâm I bán kính R. Từ điểm C nằm ngoài đường tròn kẻ 2 tiếp tuyến CM, CN sao cho M và N là các tiếp điểm. Đường thẳng IC cắt (C) tại K và H sao cho $CK<CH$. Biết khoảng cách từ K đến CM bằng $\sqrt{17}$ và MN có phương trình $x-4y+3=0$ và H, K lần lượt thuộc các đường thẳng $5x+y-1=0$, $2x-y-7=0$. Biết K có tung độ âm. Phương trình đường tròn (C) là

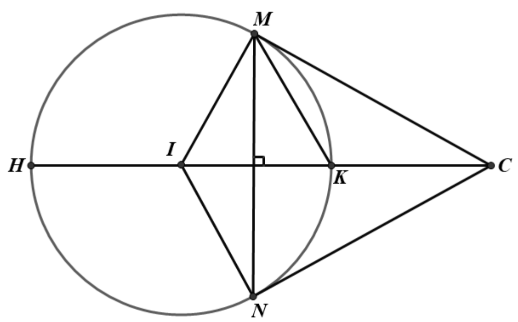
A. $x^2+y^2+2x-18y-71=0$.

B. $x^2+y^2-2x+18y-71=0$.

C. $x^2+y^2+2x-18y+71=0$.

D. $x^2+y^2-2x-18y-71=0$.

Lời giải



Vì $KMC=KMN=\frac{1}{2}sd\,MN$, suy ra MK là phân giác trong CMN.

Lại có CK là phân giác trong MCN. Từ đó ta có K là tâm đường tròn nội tiếp ΔCMN $\Rightarrow d(K,CM)=d(K,MN)=\sqrt{17}$.

Gọi $K(a,2a-7)$ (với $2a-7<0$) thuộc đường thẳng $2x-y-7=0$.

Vì $d(K,MN)=\sqrt{17} \Leftrightarrow \dfrac{|a-4(2a-7)+3|}{\sqrt{17}}=\sqrt{17} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=\dfrac{48}{7}\ (loaïi) \end{array}\right. \Rightarrow K(2;-3)$.

Do $CK \perp MN \Rightarrow CK: 4x+y+m=0$.

Vì $K(2;-3)\in CK \Rightarrow m=-5$ nên phương trình đường thẳng $CK: 4x+y-5=0$.

Tọa độ điểm H là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} 4x+y-5=0 \\ 5x+y-1=0 \end{cases} \Rightarrow H(-4;21)$.

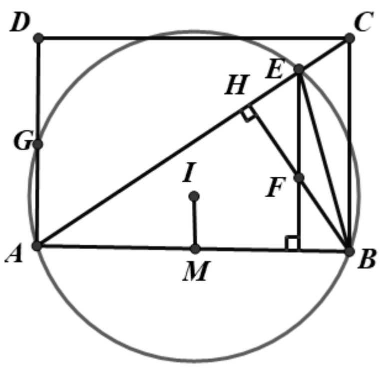
Do I là trung điểm $HK \Rightarrow I(-1;9)$; Đường tròn (C) có tâm I bán kính $R=IK=\sqrt{153}$.

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+1)^2+(y-9)^2=153 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x-18y-71=0$.

Câu 36: Cho hình chữ nhật $ABCD$, qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại H. Gọi $E\left(\dfrac{17}{5};\dfrac{29}{5}\right)$; $F\left(\dfrac{17}{5};\dfrac{9}{5}\right)$; $G(1;5)$ lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng CH, BH, AD. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE có tâm $I(a;b)$. Tính $a+b$.

A. 0. **B.** 4. **<u>C</u>.** 6. **D.** 9.

Lời giải



Xét tam giác ΔHBC có E là trung điểm của HC, F là trung điểm của $HB \Rightarrow EF$ là đường trung bình của tam giác $\Delta HBC \Rightarrow EF // BC \Rightarrow EF \perp AB$.

Xét $\Delta ABE: EF \perp AB, BH \perp AE \Rightarrow F$ là trực tâm của tam giác.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE,

Ta thấy ngay EF là đường trung bình của tam giác ΔHBC

$\Rightarrow \overrightarrow{FE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG} \Rightarrow A(1;1)$

Đường thẳng AE đi qua điểm $A(1;1)$; $\vec{u}=\overrightarrow{AE}=\left(\dfrac{12}{5};\dfrac{24}{5}\right)=\dfrac{12}{5}(1;2) \Rightarrow \vec{n}=(2;-1)$

$\Rightarrow AE: -2x+y+1=0$

Đường thẳng AB qua $A(1;1)$ và vuông góc với AG nên nhận $\overrightarrow{AG}=(0;4)$ là vectơ pháp tuyến $\Rightarrow AB: y-1=0$

Đường thẳng BH qua $F\left(\frac{17}{5};\frac{9}{5}\right)$ và vuông góc với AE nên nhận $\overrightarrow{AE}=\frac{12}{5}(1;2)$ là vectơ pháp tuyến $\Rightarrow BH: x+2y-7=0$

$B=BH\cap AB\Rightarrow$ tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x+2y-7=0\\y-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}\Rightarrow B(5;1)$.

Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE là đường tròn (C) đi qua ba điểm A,B,E có dạng là $x^2+y^2-2ax-2by+c=0;\ a^2+b^2-c>0$

Vì $A,B,E\in(C)\Rightarrow\begin{cases}-2a-2b+c=-2\\-10a-2b+c=-26\\-\frac{34}{5}a-\frac{58}{5}b+c=-\frac{226}{5}\end{cases}\Leftrightarrow a=3;b=3;c=10$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE có tâm $I(3;3)$. Khi đó $a+b=6$.

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn tâm I có phương trình $(C):(x-2)^2+(y-1)^2=10$. Gọi Δ là một tiếp tuyến của (C). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $d(I,\Delta)=5$. **<u>B</u>.** $d(I,\Delta)=\sqrt{10}$. **C.** $d(I,\Delta)=10$. **D.** $d(I,\Delta)=\sqrt{5}$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$, bán kính $R=\sqrt{10}$.

Vì Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) nên $d(I,\Delta)=R=\sqrt{10}$.

Câu 38: Cho đường tròn $(C):(x+3)^2+(y-2)^2=8$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(-1;4)$ là

A. $x+y+1=0$. **B.** $2x-2y-10=0$. **C.** $x-2y-9=0$. **<u>D</u>.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$.

Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(-1;4)$ vuông góc với IM do đó nhận $\overrightarrow{IM}=(2;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $2(x+1)+2(y-4)=0\Leftrightarrow x+y-3=0$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):(x+5)^2+(y-1)^2=20$ tại điểm $K(-1;-1)$?

<u>A</u>. $y=2x+1$. **B.** $y=-x-4$. **C.** $y=2x+11$. **D.** $y=5x+4$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-5;1)$.

Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $K(-1;-1)$ vuông góc với IK do đó nhận $\overrightarrow{IK}=(4;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $4(x+1)-2(y+1)=0 \Leftrightarrow 4x-2y+2=0 \Leftrightarrow y=2x+1$.

Câu 40: Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=25$. Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $M(-2;-2)$ là

A. $-3x-4y+14=0$. **B.** $-3x-4y+11=0$. **C.** $3x+4y+14=0$. **D.** $3x+4y+15=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$.

Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(-2;-2)$ vuông góc với IM do đó nhận $\overrightarrow{MI}=(3;4)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình tiếp tuyến d là: $3(x+2)+4(y+2)=0 \Leftrightarrow 3x+4y+14=0$.

Câu 41: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):x^2+(y-2)^2=25$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d:4x-3y+31=0$.

A. $4x-3y+2=0$. **B.** $4x-3y+31=0$. **C.** $3x+4y+17=0$. **D.** $4x-3y-19=0$.

Lời giải

Đường tròn $(C):x^2+(y-2)^2=25$ có tâm $I(0;2)$ và bán kính $R=5$.

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d:4x-3y+31=0$

$\Rightarrow \Delta$ có phương trình dạng $4x-3y+c=0$ $(c\in\mathbb{R}, c\neq 31)$.

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $(C) \Leftrightarrow d(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \dfrac{|4.0-3.2+c|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=5$

$\Leftrightarrow \dfrac{|c-6|}{5}=5 \Leftrightarrow |c-6|=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=31 \\ c=-19 \end{array}\right.$.

$c=31$ không thỏa mãn điều kiện $c\neq 31$.

$c=-19$ thỏa mãn điệu kiện $c\neq 31$ khi đó đường thẳng Δ có phương trình là $4x-3y-19=0$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) song song với đường thẳng d là $4x-3y-19=0$.

Câu 42: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):x^2+y^2=16$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d:x+y=0$.

A. $x-y+3\sqrt{2}=0, x-y-4\sqrt{2}=0$. **B.** $x+y+4\sqrt{2}=0, x+y-4\sqrt{2}=0$.
C. $x+y+4\sqrt{2}=0, x+y-3\sqrt{2=0}$. **D.** $x-y+4\sqrt{2}=0, x-y-4\sqrt{2}=0$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2=16$ có tâm $O(0;0)$ bán kính $R=4$.

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: x+y=0 \Rightarrow \Delta$ có phương trình dạng $x-y+c=0 \ (c\in\mathbb{R})$.

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $(C) \Leftrightarrow d(O,\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|0-0+c|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=4$

$\Leftrightarrow |c|=4\sqrt{2} \Leftrightarrow c=\pm 4\sqrt{2}$.

Với $c=4\sqrt{2}$ đường thẳng Δ có phương trình là $x-y+4\sqrt{2}=0$.

Với $c=-4\sqrt{2}$ đường thẳng Δ có phương trình là $x-y-4\sqrt{2}=0$.

Vậy đường tròn (C) có hai tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d là $x-y+4\sqrt{2}=0$, $x-y-4\sqrt{2}=0$.

Câu 43: Tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-2x=0$ đi qua điểm $M(1;1)$ là

A. $y-1=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $2x-y-1=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Lời giải

$(C): x^2+y^2-2x=0 \Rightarrow$ đường tròn (C) có tâm $I(1;0)$ bán kính $R=1$.

$\overrightarrow{IM}=(0;1) \Rightarrow IM=1=R \Rightarrow M\in(C)$.

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) đi qua điểm M.

Do $M\in(C)$ nên Δ nhận $\overrightarrow{IM}=(0;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng Δ là: $0.(x-1)+1.(y-1)=0 \Leftrightarrow y-1=0$.

Vậy tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-2x=0$ đi qua điểm $M(1;1)$ là $y-1=0$.

Câu 44: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2+y^2-6x+2y=0$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $x+3y+10=0$

A. $x+3y-5=0$. **B.** $3x-y=0$. **C.** $x+3y-10=0$. **D.** $x+3y+10=0$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2-6x+2y=0$ có tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=\sqrt{10}$.

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: x+3y+10=0$ nên đường thẳng Δ có phương trình dạng $x+3y+c=0 \ (c\in\mathbb{R}, c\neq 10)$.

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) $\Leftrightarrow d(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \dfrac{|3+3.(-1)+c|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\sqrt{10}$

$\Leftrightarrow |c|=10 \Leftrightarrow c=\pm 10$.

$c=10$ không thỏa mãn điều kiện $c\neq 10$.

$c=-10$ thỏa mãn điều kiện $c\neq 10 \Rightarrow$ phương trình đường thẳng Δ là $x+3y-10=0$.

Vậy đường tròn (C) có một tiếp tuyến song song với đường thẳng $x+3y+10=0$ là $x+3y-10=0$.

Câu 45: Trong mặt phẳng Oxy, cho (C): $x^2+y^2-2x-2y-2=0$ và $M(3;5)$. Lập phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm M .

A. $\Delta_1:-3x-4y+11=0$ và $\Delta_2:y=3$.
B. $\Delta_1:3x+4y-11=0$ và $\Delta_2:y=-3$.
C. $\Delta_1:3x+4y+11=0$ và $\Delta_2:x=-3$.
D. $\Delta_1:3x-4y+11=0$ và $\Delta_2:x=3$.

Lời giải

Ta có (C) có tâm $I(1;1)$ và bán kính $R=2$.

Ta có $IM=\sqrt{(3-1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}>R$. Do đó qua M có hai tiếp tuyến đến (C).

Cách 1: Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và tiếp xúc với (C)

Gọi $\vec{n}=(a;b)\neq\vec{0}$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

$\Delta: a(x-3)+b(y-5)=0 \Leftrightarrow ax+by-3a-5b=0$.

Δ là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I;\Delta)=R \Leftrightarrow \dfrac{|a+b-3a-5b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2$

$\Leftrightarrow |-2a-4b|=2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3b^2+4ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=-\dfrac{4a}{3}\end{array}\right.$

Với $b=0$ chọn $a=1 \Rightarrow \vec{n}=(1;0) \Rightarrow \Delta_1:1(x-3)+0(y-5)=0 \Leftrightarrow x=3$.

Với $b=-\dfrac{4a}{3}$ chọn $a=3 \Rightarrow b=-4 \Rightarrow \vec{n}=(3;-4) \Rightarrow \Delta_2:3x-4y+11=0$.

Cách 2: Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và tiếp xúc với (C).

Trường hợp 1: Δ có hệ số góc k có phương trình $y=k(x-3)+5 \Leftrightarrow kx-y+5-3k=0$.

Δ tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \dfrac{|k-1+5-3k|}{\sqrt{k^2+1}}=2 \Leftrightarrow k=\dfrac{3}{4}$.

Vậy tiếp tuyến $\Delta_1: y=\dfrac{3}{4}(x-3)+5 \Leftrightarrow 3x-4y+11=0$.

Trường hợp 2: $\Delta_2: x=3$ đi qua $M(3;5)$

Ta có $d(I,\Delta_2)=\dfrac{|1-3|}{\sqrt{1^2+0}}=2=R$. Do đó $\Delta_2: x=3$ đi qua M và là tiếp tuyến của (C).

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán $\Delta_1: 3x-4y+11=0$ và $\Delta_2: x=3$.

Câu 46: Trong mặt phẳng (Oxy), cho $(C):(x-2)^2+(y-1)^2=5$. Gọi phương trình tiếp tuyến của (C) cắt $Ox; Oy$ lần lượt tại $A; B$ sao cho $OA=2OB$ là $ax+by-9=0$, với $a; b$ là các số nguyên dương và ước chung lớn nhất của $a; b$ là 1. Tính $a+2b$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$

Tiếp tuyến cắt $Ox; Oy$ lần lượt tại $A; B$ sao cho $OA=2OB$

Tiếp tuyến có hệ số góc $k=\pm\dfrac{OB}{OA}=\pm\dfrac{1}{2}$.

Trường hợp 1: Với $k=\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến có dạng $\Delta: y=\dfrac{1}{2}x+n$

Δ là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \dfrac{|2n|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=\dfrac{5}{2} \\ n=-\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là $\left[\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2} \\ y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$

Trường hợp 2: Với $k=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến có dạng $d: y=-\dfrac{1}{2}x+m$

d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I,d)=R \Leftrightarrow \dfrac{|4-2m|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{9}{2} \\ m=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là $\left[\begin{array}{l} y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{9}{2} \\ y=-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+2y-9=0 \\ x+2y+1=0\end{array}\right.$

Vậy $a=1; b=2 \Rightarrow a+2b=5$.

Câu 47: Trong mặt phẳng (Oxy), cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+1)^2=10$. Có thể lập được bao nhiêu phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến tạo với $\Delta: 2x+y-4=0$ một góc bằng 45°.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{10}$.

Gọi tiếp điểm $M(x_0;y_0)$, khi đó phương trình tiếp tuyến có dạng:

$d:(x-1)(x_0-1)+(y+1)(y_0+1)=10 \Leftrightarrow (x_0-1)x+(y_0+1)y-x_0+y_0-8=0$ (1)

Vì $M(x_0;y_0)\in(C)\Leftrightarrow (x_0-1)^2+(y_0+1)^2=10$ (2)

Đường thẳng d tạo với Δ một góc bằng 45° khi và chỉ khi

$$\cos 45^\circ=\frac{|2(x_0-1)+1.(y_0+1)|}{\sqrt{4+1}.\sqrt{(x_0-1)^2+(y_0+1)^2}} \Leftrightarrow |2x_0+y_0-1|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y_0=6-2x_0 & (3)\\ y_0=-4-2x_0 & (4)\end{array}\right.$$

Giải hệ phương trình tạo bởi $(2),(3)$ ta được: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_0=2\\ y_0=2\end{cases}\\ \begin{cases}x_0=4\\ y_0=-2\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}M_1(2;2)\\ M_2(4;-2)\end{array}\right.$.

Giải hệ phương trình tạo bởi $(2),(4)$ ta được: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_0=0\\ y_0=-4\end{cases}\\ \begin{cases}x_0=-2\\ y_0=0\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}M_3(0;-4)\\ M_4(-2;0)\end{array}\right.$.

Với $M_1(2;2)$, thay vào (1) ta được tiếp tuyến $d_1: x+3y-8=0$.

Với $M_2(4;-2)$, thay vào (1) ta được tiếp tuyến $d_2: 3x-y-14=0$.

Với $M_3(0;-4)$, thay vào (1) ta được tiếp tuyến $d_3: x+3y+12=0$.

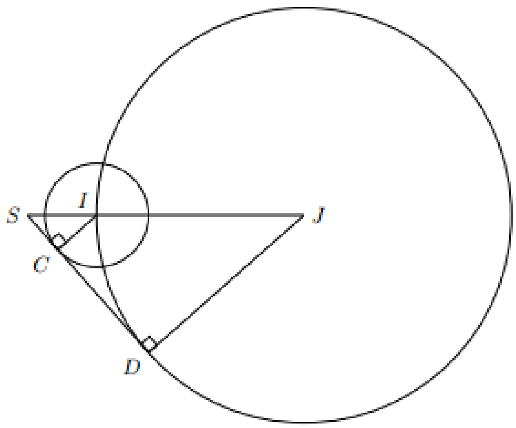
Với $M_4(-2;0)$, thay vào (1) ta được tiếp tuyến $d_4: 3x-y+6=0$.

Vậy có bốn tiếp tuyến $d_1,\ d_2,\ d_3,\ d_4$ tới (C) thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 48: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hai đường tròn $(C_1):(x+2)^2+y^2=1$ và $(C_2):(x-2)^2+y^2=16$. Biết đường thẳng $d: ax+by-10=0$ là một tiếp tuyến chung của hai đường tròn (C_1) và (C_2). Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=12$. **B.** $S=16$. **C.** $S=20$. **D.** $S=24$

Lời giải



Cách 1: Gọi R_1, R_2 lần lượt là bán kính đường tròn (C_1) và (C_2). Ta có $I(-2;0)$ và $J(2;0)$ lần lượt là tâm đường tròn đó. Vì $IJ = 4 < 1 + 4 = R_1 + R_2$ nên hai đường tròn đã cho cắt nhau, do đó chúng chỉ có hai tiếp tuyến chung ngoài. Gọi S là giao điểm của IJ và tiếp tuyến chung ngoài CD của hai đường tròn.

Ta có $\dfrac{SI}{SJ} = \dfrac{IC}{JD} = \dfrac{1}{4}$, suy ra $4\overrightarrow{SI} - \overrightarrow{SJ} = \vec{0}$ hay $3\overrightarrow{OS} = 4\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$. Do đó $S\left(-\dfrac{10}{3}; 0\right)$.

Giả sử tiếp tuyến CD có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (u;v)$. Phương trình đường thẳng CD là $u\left(x + \dfrac{10}{3}\right) + vy = 0$. Suy ra

$$1 = R_1 = d(I, CD) = \frac{\left|\frac{4}{3}u\right|}{\sqrt{u^2 + v^2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{7}}{3}u = \pm v.$$

Kết hợp giả thiết ta có $\dfrac{a}{u} = \dfrac{b}{v} = \dfrac{-10}{\frac{10u}{3}}$ hay $a = -3$ và $b = \pm v$. Từ đó $b = \pm\sqrt{7}$.

Trong tất cả các trường hợp ta đều có $S = a^2 + b^2 = 16$.

Cách 2: (d) tiếp xúc với (C_1) nên $\dfrac{|-2a-10|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} = |2a+10|$ (1)

(d) tiếp xúc với (C_2) nên $\dfrac{|2a-10|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 4 \Leftrightarrow 4\sqrt{a^2+b^2} = |2a-10|$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $|2a-10| = 4|2a+10| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2a-10 = 8a+40 \\ 2a-10 = -8a-40 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -\dfrac{25}{3} \\ a = -3 \end{array}\right.$

Với $a = -3$ thì ta có $\sqrt{a^2+b^2} = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16$. Lúc này $b = \pm\sqrt{7}$ (Nhận)

Với $a = -\dfrac{25}{3}$ thì ta có $\sqrt{a^2+b^2} = \dfrac{20}{3} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = \dfrac{400}{9}$. Lúc này $b^2 = -\dfrac{225}{9}$ (Loại)

Vậy $a^2 + b^2 = 16$.

Câu 49: Một cửa hàng ăn nhanh đặt ở vị trí I trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là 1 km). Vùng ship đồ ăn của cửa hàng được mô tả bởi $(x-1)^2+(y-1)^2 \le 100$. Địa điểm nào sau đây thuộc vùng ship đồ của cửa hàng?

A. $M(7;10)$. **B.** $N(-4;-8)$. **C.** $P(9;-6)$. **D.** $Q(-7;5)$.

Lời giải

Ta có vị trí đặt cửa hàng là $I(1;1)$, bán kính vùng ship hàng là $R=10$.

Để nằm trong vùng được ship hàng thì khoảng cách từ cửa hàng đến địa điểm đó phải nhỏ hơn hoặc bằng R. Ta xét:

$IM=\sqrt{(7-1)^2+(10-1)^2}=\sqrt{117}>R$.

$IN=\sqrt{(-4-1)^2+(-8-1)^2}=\sqrt{106}>R$.

$IP=\sqrt{(9-1)^2+(-6-1)^2}=\sqrt{113}>R$.

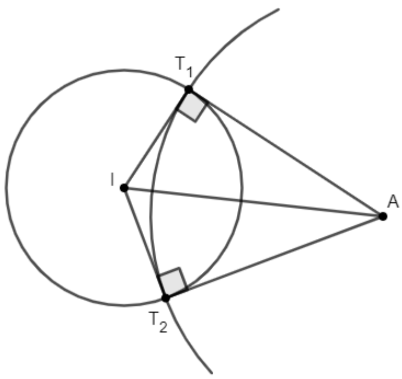
$IQ=\sqrt{(-7-1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{80}<R$.

Vậy Q thuộc vùng ship đồ của cửa hàng.

Câu 50: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-8x+2y-8=0$ và $A(-1;0)$ Gọi T_1,T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ A đến (C). Phương trình đường thẳng T_1T_2 là

A. $5x-y+4=0$. **B.** $5x-y-4=0$. **C.** $10x-2y-17=0$. **D.** $10x-2y+1=0$.

Lời giải



Đường tròn (C) có tâm $I(4;-1)$, bán kính $R=5=IT_1=IT_2$.

Ta có $IA=\sqrt{(-1-4)^2+(0+1)^2}=\sqrt{26}$.

Xét ΔIT_1A vuông tại T_1 có $AT_1=\sqrt{IA^2-IT_1^2}=\sqrt{26-25}=1=AT_2$.

Đường tròn (C_1) tâm A, bán kính $r=AT_1=AT_2=1$ có phương trình là:

$(x+1)^2+y^2=1 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x=0$.

Do $\{T_1,T_2\}=(C)\cap(C_1)$ nên phương trình đường thẳng T_1T_2 là

$(x^2+y^2-8x+2y-8)-(x^2+y^2+2x)=0 \Leftrightarrow -10x+2y-8=0 \Leftrightarrow 5x-y+4=0$.

Câu 51: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-2y=0$. Từ điểm $A(3;-2)$ có thể kẻ đến (C) hai tiếp tuyến phân biệt có phương trình là

A. $2x+y-8=0$ và $x-2y+1=0$.
B. $a^2+b^2\neq 0$ $2x+y+8=0$ và $x-2y-1=0$
C. $2x-y+8=0$ và $x+2y-1=0$.
D. $2x-y-8=0$ và $x+2y+1=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Gọi $\vec{n}=(a;b)$ (điều kiện $a^2+b^2\neq 0$) là vectơ pháp tuyến của tiếp tuyến của (C) qua A.

Phương trình tiếp tuyến Δ có dạng $a(x-3)+b(y+2)=0$.

Ta có $d(I;\Delta)=R \Leftrightarrow \dfrac{|-a+3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow 5(a^2+b^2)=(a-3b)^2 \Leftrightarrow 4a^2+6ab-4b^2=0$

$\Leftrightarrow (2a-b)(a+2b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2a=b \\ a=-2b \end{array}\right.$

Trường hợp 1: Với $2a=b$, do $a^2+b^2\neq 0$ nên chọn $a=1 \Rightarrow b=2$.

Phương trình tiếp tuyến Δ là $1.(x-3)+2.(y+2)=0 \Leftrightarrow x+2y+1=0$.

Trường hợp 2: Với $a=-2b$, do nên chọn $b=1 \Rightarrow a=-2$.

Phương trình tiếp tuyến Δ là $-2.(x-3)+1.(y+2)=0 \Leftrightarrow 2x-y-8=0$.

Câu 52: Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+3)^2=10$ và đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$ biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A,B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\dfrac{19}{2}$.
B. $\sqrt{38}$.
C. $\dfrac{\sqrt{19}}{2}$.
D. $\dfrac{\sqrt{38}}{2}$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{10}$.

Gọi H là trung điểm dây cung AB nên $IH=d(I;\Delta)=\dfrac{|1-3+1|}{\sqrt{1+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Tam giác AIH vuông tại H nên $AH=\sqrt{IA^2-IH^2}=\sqrt{10-\dfrac{1}{2}}=\dfrac{\sqrt{38}}{2}$.

Độ dài đoạn thẳng $AB = 2AH = \sqrt{38}$.

Câu 53: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 8 = 0$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 2x - 3y + 2022 = 0$.

A. $3x + 2y - 17 = 0$ hoặc $3x + 2y - 9 = 0$. **B.** $3x + 2y + 17 = 0$ hoặc $3x + 2y + 9 = 0$.

C. $3x + 2y + 17 = 0$ hoặc $3x + 2y - 9 = 0$. **D.** $3x + 2y - 17 = 0$ hoặc $3x + 2y + 9 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;1), R = \sqrt{13}$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: 3x + 2y + c = 0.$

Ta có $R = d[I;\Delta] \Leftrightarrow \frac{|c-4|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 17 \\ c = -9 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $3x + 2y + 17 = 0$ hoặc $3x + 2y - 9 = 0$.

Câu 54: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ và đường thẳng $d: 4x - 3y - 1 = 0$. Đường thẳng Δ vuông góc với d và tiếp xúc với đường tròn (C) có phương trình là

A. $3x + 4y = 0, 3x + 4y + 50 = 0$. **B.** $3x - 4y = 0, 3x - 4y + 50 = 0$.

C. $4x - 3y = 0, 4x - 3y + 50 = 0$. **D.** $3x + 4y = 0, 3x + 4y - 50 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng Δ vuông góc với $d: 4x - 3y - 1 = 0$ nên Δ có phương trình dạng: $3x + 4y + c = 0$

Đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ có tâm $I(3;4)$ và bán kính $R = 5$.

Đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) $\Leftrightarrow d(I;\Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|3.3 + 4.4 + c|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5$

$\Leftrightarrow |25 + c| = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 0 \\ c = -50 \end{array}\right.$

Vậy đường thẳng Δ có dạng: $3x + 4y = 0$ hoặc $3x + 4y - 50 = 0$.

Câu 55: Trong mặt phẳng Oxy, cho (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ và $M(3;5)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm M là

A. $\Delta_1: -3x - 4y + 11 = 0$ và $\Delta_2: y = 3$. **B.** $\Delta_1: 3x + 4y - 11 = 0$ và $\Delta_2: y = -3$.

C. $\Delta_1: 3x + 4y + 11 = 0$ và $\Delta_2: x = -3$. **D.** $\Delta_1: 3x - 4y + 11 = 0$ và $\Delta_2: x = 3$.

Lời giải

Ta có (C) có tâm $I(1;1)$ và bán kính $R = 2$.

Ta có $IM = \sqrt{(3-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} > R$. Do đó qua M có hai tiếp tuyến đến (C).

Cách 1: Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và tiếp xúc với (C)

Gọi $\vec{n} = (a;b) \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

$\Delta : a(x-3) + b(y-5) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 3a - 5b = 0$.

Δ là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I;\Delta) = R \Leftrightarrow \dfrac{|a+b-3a-5b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2$

$$\Leftrightarrow |-2a-4b| = 2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3b^2 + 4ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ b = -\dfrac{4a}{3} \end{array}\right.$$

Với $b = 0$ chọn $a = 1 \Rightarrow \vec{n} = (1;0) \Rightarrow \Delta_1 : 1(x-3) + 0(y-5) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Với $b = -\dfrac{4a}{3}$ chọn $a = 3 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow \vec{n} = (3;-4) \Rightarrow \Delta_2 : 3x - 4y + 11 = 0$.

Cách 2: Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và tiếp xúc với (C).

TH1: Δ có hệ số góc k có phương trình $y = k(x-3) + 5 \Leftrightarrow kx - y + 5 - 3k = 0$.

Δ tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I;\Delta) = R \Leftrightarrow \dfrac{|k-1+5-3k|}{\sqrt{k^2+1}} = 2 \Leftrightarrow k = \dfrac{3}{4}$.

Vậy tiếp tuyến $\Delta_1 : y = \dfrac{3}{4}(x-3) + 5 \Leftrightarrow 3x - 4y + 11 = 0$.

TH2: $\Delta_2 : x = 3$ đi qua $M(3;5)$

Ta có $d(I;\Delta_2) = \dfrac{|1-3|}{\sqrt{1^2+0}} = 2 = R$. Do đó $\Delta_2 : x = 3$ đi qua M và là tiếp tuyến của (C).

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán $\Delta_1 : 3x - 4y + 11 = 0$ và $\Delta_2 : x = 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình tổng quát là: $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(1;2)$

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính $R = \sqrt{5}$

d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=\sqrt{5}$?

Lời giải

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A,B,C có dạng $(C):x^2+y^2+2ax+2by+c=0$

Thay tọa độ 3 điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$ ta được:

$$\begin{cases}8b+c=-16\\4a+8b+c=-20\\4a+c=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-2\\c=0\end{cases}\Rightarrow(C):x^2+y^2-2x-4y=0.$$

Suy ra (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

a) Đúng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình tổng quát là:

$$(C):x^2+y^2-2x-4y=0$$

b) Đúng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(1;2)$.

c) Đúng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính $R=\sqrt{5}$.

d) Sai: Vì Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình chính tắc là:

$$(C):(x-1)^2+(y-2)^2=5$$

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng cách từ điểm $I(1;1)$ đến đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$ bằng 1

b) Đường tròn tâm $I(1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$ có phương trình chính tắc là $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

c) Đường tròn tâm $I(1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$ có phương trình tổng quát là $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

d) Đường thẳng đi qua điểm $I(1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$ có phương trình tổng quát là $3x+4y-7=0$

Lời giải

a) Đúng: Khoảng cách từ điểm $I(1;1)$ đến đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$ bằng 1

Vì $d(I,d)=\dfrac{|3.1+4.1-2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$

b) Đúng: Đường tròn tâm $I(1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$ có phương trình chính tắc là $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Vì $R=d(I,d)=\dfrac{|3.1+4.1-2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$ nên phương trình chính tắc là $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

c) Đúng: Đường tròn tâm $I(1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d): 3x+4y-2=0$ có phương trình tổng quát là $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

Vì $R=d(I,d)=\dfrac{|3.1+4.1-2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$ nên phương trình chính tắc là $x^2+y^2-2x-2y+1=0$

d) Sai: Phương trình tổng quát đường thẳng qua $I(1;1)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-4;3)$ là $(d'): -4x+3y+1=0$

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ và cắt đường thẳng $\Delta: 3x+4y-6=0$ tại hai điểm A,B sao cho $AB=4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

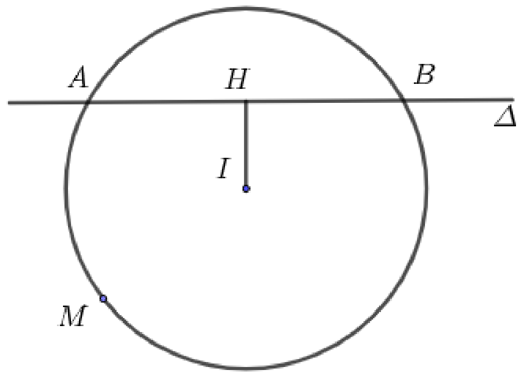
a) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng Δ bằng 2.

b) Bán kính đường tròn bằng $\sqrt{5}$.

c) Phương trình đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$.

d) Điểm $M(3;1)$ nằm trong đường tròn (C).

Lời giải



a) Sai: Kẻ $IH \perp \Delta$ thì ta có $IH=d_{(I,\Delta)}=\dfrac{|3+8-6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$.

b) Đúng: $IH \perp AB \Rightarrow H$ là trung điểm AB và $AH=2$

Khi đó ta có $R=IA=\sqrt{IH^2+AH^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

c) Đúng: Phương trình đường tròn (C) tâm $I(1;2)$, bán kính $R=\sqrt{5}$ là $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=5$ hay $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$.

d) Sai: Ta có $\overrightarrow{IM}=(2;-1) \Rightarrow IM=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}=R$ suy ra $M \in (C)$.

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) tâm $I(1;2)$ và cắt đường thẳng $\Delta: 3x+4y-6=0$ tại hai điểm A,B sao cho $S_{IAB}=4$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

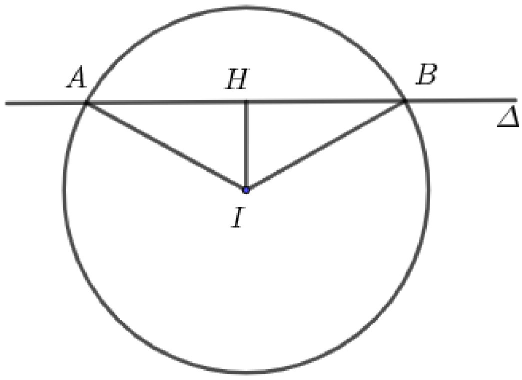
a) Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng Δ bằng 1.

b) Bán kính đường tròn (C) nhỏ hơn 4.

c) Phương trình đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+12=0$.

d) Điểm O nằm trên đường tròn (C).

Lời giải



a) Đúng: Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow IH \perp AB$

Ta có $IH = d_{(I,\Delta)} = \dfrac{|3+8-6|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1$.

b) Sai: $IH \perp AB \Rightarrow S_{IAB} = \dfrac{1}{2}AB.IH \Leftrightarrow 4 = \dfrac{1}{2}AB.1 \Leftrightarrow AB = 8 \Rightarrow AH = 4$ và

$R = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{17} \Rightarrow R > 4$.

c) Sai: Phương trình đường tròn (C) tâm $I(1;2)$, bán kính $R = \sqrt{17}$ là

$(C):(x-1)^2 + (y-2)^2 = 17$ hay $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 12 = 0$.

d) Sai: Ta có $\overrightarrow{IO} = (-1;-2) \Rightarrow IO = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} < R = \sqrt{17}$ suy ra O nằm trong (C).

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;-4), B(-2;0)$ và đường thẳng $d: 2x - 4y + 1 = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm A, B cách đều đường thẳng d.

b) Tọa độ tâm của đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là $I\left(1;\dfrac{3}{4}\right)$.

c) Phương trình đường tròn (C) đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là

$$4x^2 + 4y^2 - 60x - 32y - 136 = 0$$

d) Giá trị nhỏ nhất của OM với M là điểm chuyển động trên đường tròn là $\dfrac{5\sqrt{17} - 17}{2}$.

Lời giải

a) Sai: Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d là $d(A,d) = \dfrac{|2.1 - 4(-4) + 1|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \dfrac{19\sqrt{5}}{10}$

Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là $d(B,d) = \dfrac{|2.(-2) - 4.0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{10}$

Vậy hai điểm A, B không cách đều đường thẳng d.

b) Sai: Đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $d: 2x - 4y + 1 = 0$ nên gọi I là tâm đường tròn thì $I\left(2a - \dfrac{1}{2}; a\right)$.

Mặt khác đường tròn đi qua A, B nên

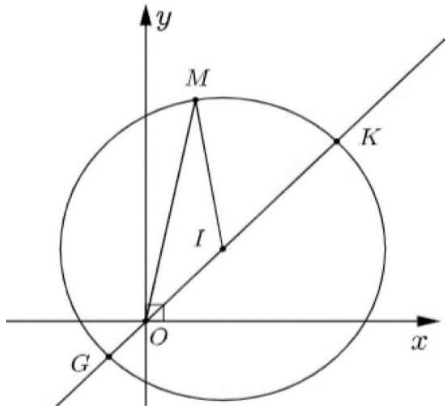
$IA = IB \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{IA}\right| = \left|\overrightarrow{IB}\right| \Leftrightarrow \sqrt{\left(1-2a+\frac{1}{2}\right)^2 + (-4-a)^2} = \sqrt{\left(-2-2a+\frac{1}{2}\right)^2 + (0-a)^2} \Leftrightarrow a = 4$

Vậy đường tròn đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d có tọa độ tâm là $I\left(\frac{15}{2};4\right)$

c) Đúng: $R = IB = \left|\overrightarrow{IB}\right| = \sqrt{\left(-2-\frac{15}{2}\right)^2 + (0-4)^2} = \frac{5\sqrt{17}}{2}$

Phương trình đường tròn đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d là

$\left(x-\frac{15}{2}\right)^2 + (y-4)^2 = \left(\frac{5\sqrt{17}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4y^2 - 60x - 32y - 136 = 0$



d) Đúng: Gọi G, K lần lượt là giao điểm của đường thẳng IO và đường tròn.

Với ba điểm I, O, M ta có

$IM - IO \le OM \le IM + IO \Rightarrow IG - IO \le OM \le IK + IO \Rightarrow OG \le OM \le OK$

Trong đó $OG = IG - IO = \frac{5\sqrt{17}}{2} - \frac{17}{2} = \frac{5\sqrt{17}-17}{2}$

Vậy OM đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{5\sqrt{17}-17}{2}$ khi M trùng G.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x+2)^2+(y-1)^2=9$ và hai điểm $A(-4;3), B(2;-1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm A nằm trên đường tròn (C).

b) Điểm B nằm ngoài đường tròn (C).

c) Phương trình đường thẳng d đi qua điểm A sao cho khoảng cách từ tâm đường tròn đến đường thẳng d là lớn nhất là $x-y-1=0$

d) Giá trị lớn nhất của BM với M là điểm chuyển động trên đường tròn là $2\sqrt{5}+3$.

Lời giải

Đường tròn $(C):(x+2)^2+(y-1)^2=9$ có tâm $I(-2;1)$ và bán kính $R=3$

a) Sai: Ta có $(-4+2)^2+(3-1)^2=8\neq 9$ nên điểm A không nằm trên đường tròn (C).

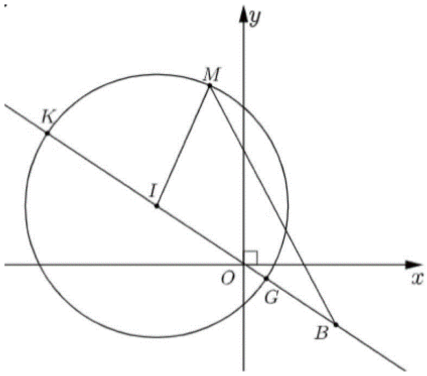
b) Đúng: Đường tròn $(C):(x+2)^2+(y-1)^2=9$ có tâm $I(-2;1)$ và bán kính $R=3$

Mà $IB=\left|\overrightarrow{IB}\right|=2\sqrt{5}>3$ nên điểm B nằm ngoài đường tròn (C).

c) Sai: Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d. Khi đó $IH\le IA$
Do đó khoảng cách lớn nhất là IA, khi đó đường thẳng d đi qua A và vuông góc với IA.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(-2;2)$ nên phương trình đường thẳng d: $-2(x+4)+2(y-3)=0\Leftrightarrow x-y+7=0$

d) Đúng: Gọi G, K lần lượt là giao điểm của đường thẳng IB và đường tròn (C).



Với ba điểm I,B,M ta có

$IB-IM\le MB\le IB+IM\Rightarrow IB-IG\le MB\le IB+IK\Rightarrow BG\le BM\le BK$

Trong đó: $BG=IB-IG=2\sqrt{5}-3$; $BK=IB+IK=2\sqrt{5}+3$

Vậy BM đạt giá trị lớn nhất là $2\sqrt{5}+3$ khi M trùng K.

Câu 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ và đường thẳng d: $4x-3y+5=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng d và đường tròn (C) tiếp xúc

b) Đường thẳng d cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài bằng 1.

c) Đường thẳng song song với d và tiếp xúc với đường tròn (C) có phương trình:

$$d:\ 4x-3y-10=0.$$

d) Khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc đường tròn (C) đến đường thẳng d là bằng 10.

Lời giải

Đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ có tâm $I(1;-2)$ bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+11}=4$.

a) Sai: $d=d(I;d)=\dfrac{|4.1-3(-2)+5|}{\sqrt{3^3+4^2}}=3<R$ nên do đó d cắt (C) chứ không tiếp xúc với (C)

b) Sai: Do $d(I;d)=3<R$ nên d cắt (C) theo dây cung AB. Gọi H là trung điểm của AB

Ta có: $AB=2AH=2\sqrt{IA^2-IH^2}=2\sqrt{R^2-d^2}=2\sqrt{4^2-3^2}=2\sqrt{7}$.

c) Sai: Phương trình đường thẳng $\Delta \parallel d$ có dạng $4x-3y+c=0\ (c\neq 5)$.

Ta có Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I,\Delta)=R$.

Khi đó ta có: $\dfrac{|4-3(-2)+c|}{5}=4\Leftrightarrow |c+10|=20\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=10\\ c=-30\end{array}\right.$.

d) Sai: Khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc đường tròn (C) đến đường thẳng d bằng $d(I,\Delta)+R=2\sqrt{7}+4$

Câu 8: Cho đường tròn $(C): x^2+(y-1)^2=5$. Gọi Δ là phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(1;-1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Δ cách tâm của đường tròn (C) một khoảng bằng 5.

b) Δ có hệ số góc $k=\dfrac{1}{2}$.

c) Δ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{9}{4}$

d) Δ cắt đường tròn $(C'):(x+2)^2+y^2=9$ theo dây cung có độ dài bằng 4

Lời giải

a) Sai: Do Δ là tiếp tuyến của đường tròn $(C)\Rightarrow$ Δ cách tâm của đường tròn (C) một khoảng bằng $R=\sqrt{5}$.

b) Đúng: Đường tròn (C) có tâm $I(0;1)$

Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{IM}=(1;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-1)$

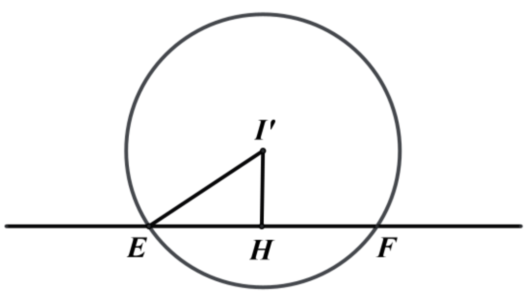
Phương trình đường thẳng $\Delta:1(x-1)-2(y+1)=0\Rightarrow \Delta: x-2y-3=0\Rightarrow \Delta: y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$.

Vậy Δ có hệ số góc $k=\dfrac{1}{2}$.

c) Đúng: $\Delta: x-2y-3=0\Rightarrow \Delta$ cắt trục Ox tại $A(3;0)$, cắt trục Oy tại $B\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)$.

$S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB=\dfrac{9}{4}$.

d) Đúng: (C') có tâm $I'(-2;0)$, bán kính $R'=3$.



Giả sử Δ cắt (C') theo dây cung EF và H là trung điểm của EF.

Ta có $I'H = d\left(I';\Delta\right) = \dfrac{\left|-2-2.0-3\right|}{\sqrt{1^2+\left(-2\right)^2}} = \sqrt{5}$, $EF = 2EH = 2\sqrt{R'^2 - I'H^2} = 2\sqrt{9-5} = 4$.

Vậy Δ cắt đường tròn $\left(C'\right)$ theo dây cung có độ dài bằng 4.

Câu 9: Cho đường tròn $\left(C\right): x^2+\left(y+1\right)^2=5$ và đường thẳng $\Delta: x+2y-3=0$. Gọi $d: ax+by+c=0$ là đường thẳng song song với Δ và là tiếp tuyến của $\left(C\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) d có hệ số góc $k=2$.

b) $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{7}$.

c) Khoảng cách giữa d và Δ bằng 10.

d) d cắt đường tròn $\left(C'\right):\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2=6$ tại 2 điểm A, B. Diện tích $\Delta I'AB$ bằng $\sqrt{5}$ (với I' là tâm của đường tròn $\left(C'\right)$).

Lời giải

a) Sai: Do $d \,//\, \Delta: x+2y-3=0 \Rightarrow d$ có hệ số góc $k=-\dfrac{1}{2}$.

b) Đúng: Do $d \,//\, \Delta: x+2y-3=0 \Rightarrow d: x+2y+m=0 \left(m\neq -3\right)$

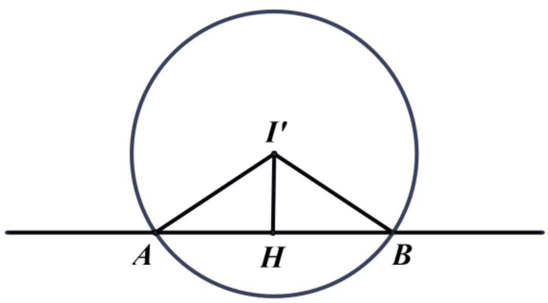
Đường tròn $\left(C\right)$ có tâm $I\left(0;-1\right)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

d là tiếp tuyến của $\left(C\right) \Leftrightarrow d\left(I,d\right)=R \Leftrightarrow \dfrac{\left|0+2.(-1)+m\right|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \left|m-2\right|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=7 \\ m=-3\ (l)\end{array}\right.$.

Vậy $d: x+2y+7=0 \Rightarrow \dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{7}$.

c) Sai: Ta có: $d\left(d;\Delta\right)=\dfrac{\left|7-(-3)\right|}{\sqrt{1^2+2^2}}=2\sqrt{5}$.

d) Đúng: $\left(C'\right):\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2=6$ có tâm $I'\left(2;-2\right)$, bán kính $R'=\sqrt{6}$.



Gọi H là trung điểm AB ta có $I'H = d\left(I',d\right)=\dfrac{\left|2+2.(-2)+7\right|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{5}$.

$AH=\sqrt{R'^2-I'H^2}=1\Rightarrow AB=2AH=2$ nên $S_{\Delta I'AB}=\dfrac{1}{2}I'H.AB=\dfrac{1}{2}.\sqrt{5}.2=\sqrt{5}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=25$ và đường thẳng $(d):4x-3y+2=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (C).

b) Khoảng cách giữa hai tiếp tuyến của đường tròn (C) vuông góc với đường thẳng d bằng 10

c) Đường thẳng $m:3x+4y+14=0$ là tiếp tuyến của đường tròn (C) vuông góc với đường thẳng d.

d) Tiếp tuyến của đường tròn (C) vuông góc với đường thẳng d đi qua điểm $A(0;9)$.

Lời giải

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=25$ có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$.

a) Sai: Ta có $d(I,d)=\left|\dfrac{4.1-3.2+2}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}\right|=0$

Vậy đường thẳng d không tiếp xúc với đường tròn (C).

b) Đúng: Khoảng cách giữa hai tiếp tuyến của đường tròn (C) vuông góc với đường thẳng d bằng đường kính nên bằng 10.

c) Đúng: Gọi m là đường thẳng vuông góc với $d:4x-3y+2=0$.

Khi đó m có dạng $3x+4y+C=0$.

Đường thẳng m tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I,m)=R\Leftrightarrow\left|\dfrac{3.1+4.2+C}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|=5\Leftrightarrow|11+C|=25\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}11+C=25\\11+C=-25\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}C=14\\C=-36\end{array}\right.$$

Suy ra có hai tiếp tuyến của đường tròn (C) vuông góc với đường thẳng d là

$m_1:3x+4y+14=0$ và $m_2:3x+4y-36=0$.

d) Đúng: Điểm $A(0;9)$ thuộc tiếp tuyến $m_2:3x+4y-36=0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$. Tính giá trị $a+b+c$.

Lời giải

Phương trình đường tròn có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$. Đường tròn này qua A,B,C nên

$$\begin{cases}1+4-2a-4b+c=0\\25+4-10a-4b+c=0\\1+9-2a+6b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-\dfrac{1}{2}\\c=-1\end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2-6x+y-1=0$.

Câu 2: Phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0),B(0;2)$ và có tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $d:x+y=0$. Khi đó giá trị của biểu thức $2a+5b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$A(3;0)$, $B(0;2)$, $d:x+y=0$.

Gọi I là tâm đường tròn vậy $I(x;-x)$ vì $I\in d$.

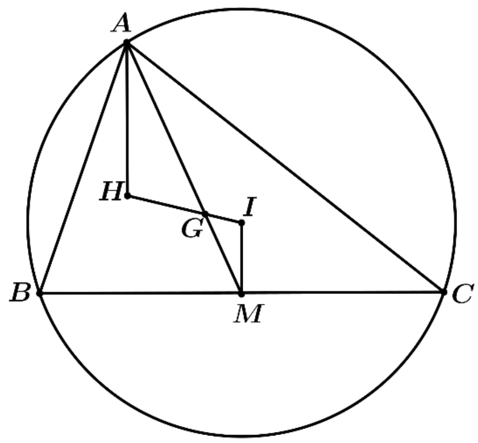
$IA^2=IB^2\Leftrightarrow(3-x)^2+x^2=x^2+(2+x)^2\Leftrightarrow-6x+9=4x+4\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$. Vậy $I\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

$IA=\sqrt{\left(3-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{26}}{2}$ là bán kính đường tròn.

Phương trình đường tròn cần lập là: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm bán kính của phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

Lời giải



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

$$\Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{HG} \Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2}\left(\frac{5}{3} - 3\right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2}\left(\frac{8}{3} - 2\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}.$$

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM : 2x - y + 1 = 0$.

Khi đó: $M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1)$.

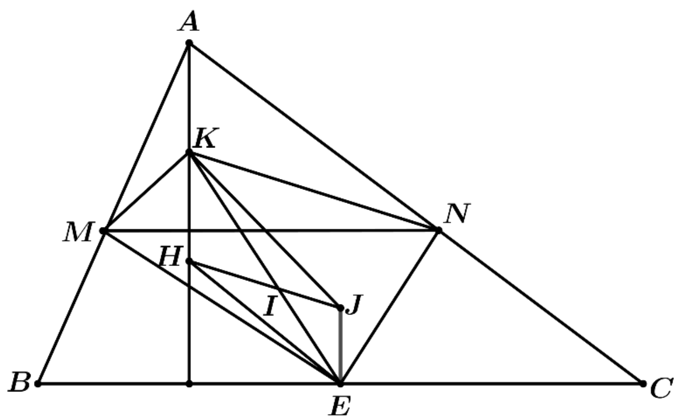
Lại có: $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3.\frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3.\left(\frac{8}{3} - 1\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}$.

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB, AC. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ Tính giá trị $a + b + R$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm BC, J là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Ta có $\begin{cases} MK \parallel BH \\ ME \parallel AC \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow MK \perp ME \ (1)$, $\begin{cases} KN \parallel CH \\ NE \parallel AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow KN \perp NE (2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow KMEN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính KE.

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 4y - 17 = 0$ có tâm $I(-2;2)$ bán kính $r = 5 \Rightarrow I$ là trung điểm KE.

$KHEJ$ là hình bình hành $\Rightarrow I$ là trung điểm JH

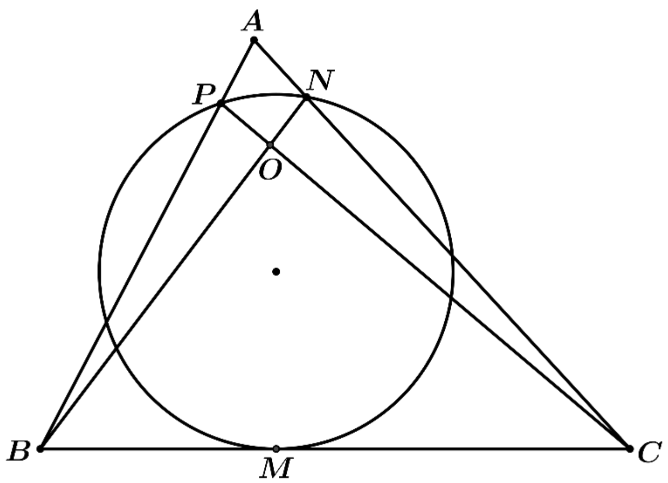
Ta có: $\overrightarrow{IJ}=3\overrightarrow{IG} \Rightarrow \begin{cases} x_J+2=3(-1+2) \\ y_J-2=3(3-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_J=1 \\ y_J=5 \end{cases} \Rightarrow J(1;5)$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R=JA=2IK=2r=10$.

Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là: $(x-1)^2+(y-5)^2=100$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy,cho tam giác ABC có trực tâm O. Gọi M là trung điểm của BC; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là $(T):(x-1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=25$. Tính giá trị của $3a+4b$

Lời giải



Ta có M là trung điểm của BC; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P là đường tròn Euler. Do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là ảnh của đường tròn Euler qua phép vị tự tâm là O, tỷ số $k=2$.

Gọi I và I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC.

Gọi R và R' lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC.

Ta có $I\left(1;-\frac{1}{2}\right)$ và do đó $\overrightarrow{OI'}=2\overrightarrow{OI} \Rightarrow I'(2;-1)$.

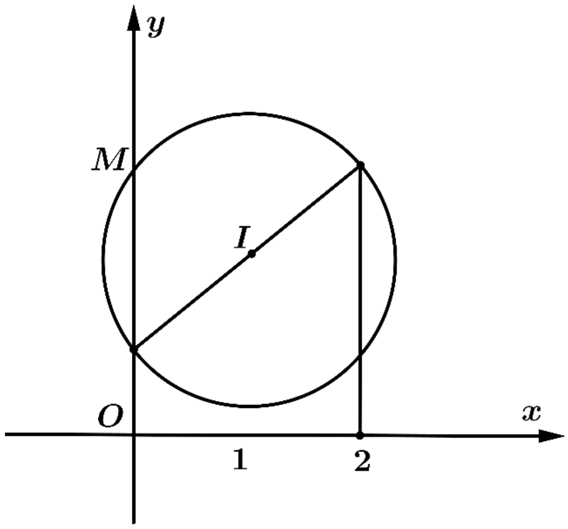
Mặt khác $R=\frac{5}{2} \Rightarrow R'=5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $(x-2)^2+(y+1)^2=25$.

Nhận xét: Đề bài này rất khó đối với học sinh nếu không biết đến đường tròn Euler.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Tọa độ điểm $M(x_0;y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T=x_0+y_0$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị $S=2x_0+3y_0$

Lời giải



Đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$, (C) có tâm $I(1;2)$, $R=\sqrt{2}$.

Suy ra $(C):(x-1)^2+(y-2)^2-2=0$.

Có $T=x_0+y_0=(x_0-1)+(y_0-2)+3$.

Áp dụng bất đẳng thức bunhiacossiki cho 2 bộ số $(1;1),((x_0-1);(y_0-2))$.

$|(x_0-1)+(y_0-2)|\le\sqrt{2\left[(x_0-1)^2+(y_0-2)^2\right]}=2$, do $(x_0-1)^2+(y_0-2)^2=2$.

$\Rightarrow -2\le(x_0-1)+(y_0-2)\le 2\Rightarrow 1\le(x_0-1)+(y_0-2)+3\le 5\Rightarrow 1\le T\le 5$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}(x_0-1)=(y_0-2)\\(x_0-1)^2+(y_0-2)^2=2\end{cases}$

$\Rightarrow (x_0-1)^2=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_0-1=1\\x_0-1=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2,y_0=3,T=5\\x_0=0,y_0=1,T=1\end{array}\right.$.

Vậy $\max T=5$ khi $x_0=2,y_0=3$ nên $S=2x_0+3y_0=2.2+3.3=13$.

-----------------HẾT-----------------

Dạng 3: Vị trí tương đối của đường tròn

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường tròn

Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn (C): Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính IM

- Nếu $IM < R$ suy ra M nằm trong đường tròn
- Nếu $IM = R$ suy ra M thuộc đường tròn
- Nếu $IM > R$ suy ra M nằm ngoài đường tròn

Vị trí tương đối giữa đường thẳng Δ và đường tròn (C): Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính $d(I;\Delta)$

- Nếu $d(I;\Delta) < R$ suy ra Δ cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt
- Nếu $d(I;\Delta) = R$ suy ra Δ tiếp xúc với đường tròn
- Nếu $d(I;\Delta) > R$ suy ra Δ không cắt đường tròn

Vị trí tương đối giữa đường tròn (C) và đường tròn (C'): Xác định tâm I, bán kính R của đường tròn (C) và tâm I', bán kính R' của đường tròn (C') và tính II', $R+R', |R-R'|$

- Nếu $II' > R+R'$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và ở ngoài nhau
- Nếu $II' = R+R'$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau
- Nếu $II' < |R-R'|$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và lồng vào nhau
- Nếu $II' = |R-R'|$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau
- Nếu $|R-R'| < II' < R+R'$ suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Nếu biết tiếp điểm là $M(x_0;y_0)$ thì tiếp tuyến đó đi qua M và nhận vectơ $\overrightarrow{IM} = (x_0 - a; y_0 - b)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$

Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện: Đường thẳng Δ tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I;\Delta) = R$ để xác định tiếp tuyến.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

a) Chứng minh điểm $M(2;1)$ nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối giữa Δ và (C)

c) Viết phương trình đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất.

Lời giải

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2;-1)$ và bán kính $R=3$.

Ta có $IM=\sqrt{(2-2)^2+(1+1)^2}=2<3=R$ do đó M nằm trong đường tròn.

b) Vì $d(I;\Delta)=\dfrac{|2+1+1|}{\sqrt{1+1}}=2\sqrt{2}<3=R$ nên Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

c) Vì Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất nên Δ' vuông góc với Δ và đi qua tâm I của đường tròn (C).

Do đó Δ' nhận vectơ $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1)$ làm vectơ pháp tuyến suy ra $\Delta':1(x-2)+1(y+1)=0$ hay $x+y-1=0$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\Delta':x+y-1=0$

Bài tập 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn có phương trình $(C):x^2+y^2-2x-6y-15=0$ và $(C'):x^2+y^2-6x-2y-3=0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A,B

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B

c) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A,B và O

Lời giải

a) **Cách 1:** (C) có tâm $I(1;3)$ và bán kính $R=5$, (C) có tâm $I'(3;1)$ và bán kính $R=\sqrt{13}$

Khi đó: $II'=\sqrt{(3-1)^2+(1-3)^2}=2\sqrt{2}$

Ta thấy $|R_1-R_2|<I_1I_2<|R_1+R_2|$ suy ra hai đường tròn cắt nhau.

Cách 2: Xét hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2-2x-6y-15=0\\x^2+y^2-6x-2y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2-2x-6y-15=0\\x-y-3=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(y+3)^2+y^2-2(y+3)-6y-15=0\\x=y+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^2-y-6=0\\x=y+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}y=-2\\y=3\end{array}\right.\\x=y+3\end{cases}$$

Suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm có tọa độ là $A(1;-2)$ và $B(6;3)$

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A,B nhận $\overrightarrow{AB}=(5;5)$ làm vectơ chỉ phương suy ra phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=1+5t\\y=-2+5t\end{cases}$

c) **Cách 1:** Đường tròn cần tìm (C'') có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$

(C'') đi qua ba điểm A,B và O nên ta có hệ $\begin{cases} 1+4-2a+4b+c=0 \\ 36+9-12a-6b+c=0 \\ c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{7}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \\ c=0 \end{cases}$

Vậy $(C''): x^2+y^2-7x-y=0$

Cách 2: Vì A,B là giao điểm của hai đường tròn (C) và (C') nên tọa độ đều thỏa mãn phương trình $x^2+y^2-2x-6y-15+m\left(x^2+y^2-6x-2y-3\right)=0$ (*)

Tọa độ điểm O thỏa mãn phương trình $(*)$ khi và chỉ khi $-15+m.(-3)=0 \Leftrightarrow m=-5$

Khi đó phương trình $(*)$ trở thành $x^2+y^2-7x-y=0$

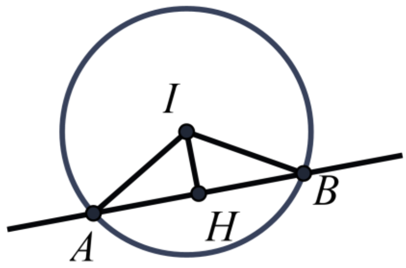
Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2-7x-y=0$

Bài tập 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-4=0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x+my+1-\sqrt{2}=0$

a) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B

b) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

Lời giải



a) Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$ và đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi: $d(I;\Delta)<R \Leftrightarrow \dfrac{\left|\sqrt{2}-2m+1-\sqrt{2}\right|}{\sqrt{2+m^2}}<3$

$\Leftrightarrow 5m^2+5m+17>0$ (đúng với mọi m)

b) Ta có $S_{IAB}=\dfrac{1}{2}IA.IB.\sin AIB=\dfrac{9}{2}\sin AIB \le \dfrac{9}{2}$

Suy ra: $\max S_{IAB}=\dfrac{9}{2}$ khi và chỉ khi $\sin AIB=1 \Leftrightarrow AIB=90°$

Gọi H là hình chiếu của I lên Δ khi đó $AIH = 45° \Rightarrow IH = IA.\cos 45° = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

Ta có: $d(I;\Delta) = IH \Leftrightarrow \dfrac{|1-2m|}{\sqrt{2+m^2}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m^2 + 8m + 16 = 0 \Leftrightarrow m = -4$

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm hai điểm $A(1;-1); B(1;3)$

a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ B.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ bán kính $R = \sqrt{3^2 + 1 - 6} = 2$.

a) Ta có: $IA = 2 = R; IB = 2\sqrt{5} > R$ suy ra điểm A thuộc đường tròn và điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\overrightarrow{IA} = (2;0)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x-1) + 0(y+1) = 0$ hay $x = 1$

b) Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng:

$a(x-1) + b(y-3) = 0$ (với $a^2 + b^2 \neq 0$) hay $ax + by - a - 3b = 0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Leftrightarrow d(I;\Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a - b - a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a-2b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ 3b = 4a \end{array}\right.$$

Nếu $b = 0$, chọn $a = 1$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $x = 1$.

Nếu $3b = 4a$, chọn $a = 3, b = 4$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $3x + 4y - 15 = 0$

Vậy qua A kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x = 1$ và $3x + 4y - 15 = 0$

Bài tập 5: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ trong các trường hợp sau:

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x + 3y + 4 = 0$

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc $45°$

Lời giải

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2;-2)$, bán kính $R = 3$

Vì đường thẳng $\Delta \perp \Delta'$ nên Δ nhận $\vec{u}(-3;2)$ làm vectơ pháp tuyến do đó phương trình có dạng $-3x+2y+c=0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I;\Delta)=3 \Leftrightarrow \frac{|-10+c|}{\sqrt{13}}=3 \Leftrightarrow c=10\pm 3\sqrt{13}$$

Vậy có hai tiếp tuyến là $\Delta: -3x+2y+10\pm 3\sqrt{13}=0$

b) Giả sử phương trình đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0,\ a^2+b^2\neq 0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I;\Delta)=3 \Leftrightarrow \frac{|2a-2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=3 \Leftrightarrow (2a-2b+c)^2=9(a^2+b^2)\ (*)$$

Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc $45°$ suy ra

$$\cos(\Delta;Ox)=\frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \cos 45^0=\frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow a=b \text{ hoặc } a=-b$$

Trường hợp 1: Nếu $a=b$ thay vào (*) ta có $18a^2=c^2 \Leftrightarrow \pm c=3\sqrt{2}a$

Chọn $a=b=1 \Rightarrow c=\pm 3\sqrt{2}$ suy ra $\Delta: x+y\pm 3\sqrt{2}=0$

Trường hợp 2: Nếu $a=-b$ thay vào $(*)$ ta có $18a^2=(4a+c)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=(3\sqrt{2}-4)a \\ c=-(3\sqrt{2}+4)a \end{array}\right.$

Với $c=(3\sqrt{2}-4)a$, chọn $a=1,\ b=-1,\ c=(3\sqrt{2}-4) \Rightarrow \Delta: x-y+3\sqrt{2}-4=0$

Với $c=-(3\sqrt{2}+4)a$, chọn $a=1,\ b=-1,\ c=-(3\sqrt{2}+4) \Rightarrow \Delta: x-y-3\sqrt{2}-4=0$

Vậy có bốn đường thẳng thỏa mãn bài toán là $\Delta_{1,2}: x+y\pm 3\sqrt{2}=0,\ \Delta_3: x-y+3\sqrt{2}-4=0$ và $\Delta_4: x-y-3\sqrt{2}-4=0$

Bài tập 6: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau: $(C_1): x^2+y^2-4y-5=0$ và $(C_2): x^2+y^2-6x+8y+16=0$

Lời giải

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0;2)$ bán kính $R_1=3$

Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(3;-4)$ bán kính $R_2=3$

Gọi tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình $\Delta: ax+by+c=0$ với $a^2+b^2\neq 0$

Δ là tiếp tuyến chung của (C_1) và $(C_2) \Leftrightarrow \begin{cases} d(I_1,\Delta)=3 \\ d(I_2,\Delta)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c|=3\sqrt{a^2+b^2}\ (*) \\ |3a-4b+c|=3\sqrt{a^2+b^2} \end{cases}$

Suy ra $|2b+c|=|3a-4b+c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2b \\ c=\dfrac{-3a+2b}{2} \end{array}\right.$

Trường hợp 1: Nếu $a=2b$ chọn $a=2, b=1$ thay vào $(*)$ ta được $c=-2\pm3\sqrt{5}$ nên ta có 2 tiếp tuyến là $2x+y-2\pm3\sqrt{5}=0$

Trường hợp 2: Nếu $c=\dfrac{-3a+2b}{2}$ thay vào $(*)$ ta được $|2b-a|=2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a=0$ hoặc $3a+4b=0$

Với $a=0 \Rightarrow c=b$, chọn $b=c=1$ ta được $\Delta: y+1=0$

Với $3a+4b=0 \Rightarrow c=3b$, chọn $a=4, b=-3, c=-9$ ta được $\Delta: 4x-3y-9=0$

Vậy có 4 tiếp tuyến chung của hai đường tròn là: $2x+y-2\pm3\sqrt{5}=0, y+1=0, 4x-3y-9=0$

$m=-4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2+6x-2y+5=0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Khi đó hãy viết phương trình của đường thẳng d.

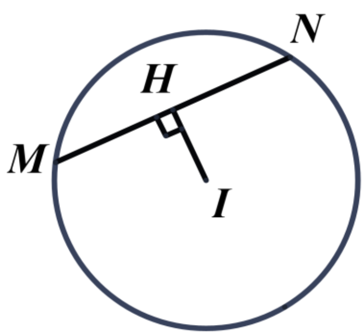
Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-3;1), R=\sqrt{5}$ nên do đó $IA=\sqrt{2}<R \Rightarrow A$ ở trong (C).

Mặt khác A là trung điểm của $MN \Rightarrow IA \perp MN \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(-1;1)$ là vectơ pháp tuyến của d nên d có phương trình: $-1(x+4)+1(y+2)=0 \Leftrightarrow x-y+6=0$.

Bài tập 8: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+6y+6=0$ và đường thẳng $d: 4x-3y+5=0$. Viết phương trình đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{3}$.

Lời giải



Đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$, $R=2$

Do $d'//d \Rightarrow d'$ có phương trình $4x-3y+m=0\ (m\neq 5)$.

Vẽ $IH\perp MN \Rightarrow HM=\sqrt{3}\Rightarrow IH^2=R^2-HM^2=4-3=1$.

Khi đó: $d(I,d')=IH \Leftrightarrow \dfrac{|4.1-3.(-3)+m|}{\sqrt{16+9}}=1\Leftrightarrow |m+13|=5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-8\\ m=-18.\end{array}\right.$

Vậy: $\left[\begin{array}{l} d':4x-3y-8=0\\ d':4x-3y-18=0\end{array}\right.$.

Bài tập 9: Cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y-2)^2=9$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(-5;1)$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2;2)$ và bán kính $R=3$.

Khi đó: $\vec{n}=(A;B)$ là vectơ pháp tuyến nên $D:A(x-5)+B(y+1)=0$.

Đường thẳng D là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi :

$$d(I,\Delta)=R\Leftrightarrow \frac{|A(2-5)+B(2+1)|}{\sqrt{A^2+B^2}}=3\Leftrightarrow A.B=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=0 \xrightarrow{B=0} y=-1\\ B=0 \xrightarrow{A=0} x=5\end{array}\right..$$

Bài tập 10: Cho đường tròn $(C):x^2+y^2-6x+2y+5=0$ và đường thẳng $d:2x+(m-2)y-m-7=0$ .Với giá trị nào của m thì là tiếp tuyến của (C)?

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) khi va chỉ khi:

$$d(I,d)=R\Leftrightarrow \frac{|6-m+2-m-7|}{\sqrt{4+(m-2)^2}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow m^2-16m+39=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3\\ m=13\end{array}\right..$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-3)^2=4$ và đường thẳng $d:3x-4y+5=0$. Phương trình của đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất là

A. $4x+3y+13=0$. **B.** $3x-4y+25=0$. **C.** $3x-4y+15=0$. **D.** $4x+3y+20=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và $R=2$. $d'//d \Rightarrow d':3x-4y+c=0$.

Yêu cầu bài toán có nghĩa là d' qua tâm $I(-1;3)$ của (C) tức là : $-3-12+c=0 \Leftrightarrow c=1$

Vậy $d':3x-4y+15=0$.

Câu 2: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$

A. $(3;3)$ và $(-1;1)$. **B.** $(-1;1)$ và $(3;-3)$. **C.** $(3;3)$ và $(1;1)$. **D.** $(2;1)$ và $(2;-1)$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x-2y+3=0 \\ x^2+y^2-2x-4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-3 \\ (2y-3)^2+y^2-2(2y-3)-4y=0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2-4y+3=0 \\ x=2y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y=3 \\ x=3 \end{cases}$. Vậy tọa độ giao điểm là $(3;3)$ và $(-1;1)$.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-6y+5=0$. Đường thẳng d đi qua $A(3;2)$ và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất có phương trình là

A. $2x-y+2=0$. **B.** $x+y-1=0$. **C.** $x-y-1=0$. **D.** $x-y+1=0$.

Lời giải

$f(x;y)=x^2+y^2-4x-6y+5 \Leftrightarrow f(3;2)=9+4-12-12+5=-6<0.$

Vậy $A(3;2)$ ở trong (C).

Dây cung MN ngắn nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất $\Leftrightarrow H\equiv A \Leftrightarrow MN$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA}=(1;-1)$

Vậy d có phương trình: $1(x-3)-1(y-2)=0 \Leftrightarrow x-y-1=0$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+6y-3=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(I) Điểm $A(1;1)$ nằm ngoài (C).

(II) Điểm $O(0;0)$ nằm trong (C).

(III) (C) cắt trục tung tại hai điểm phân biệt.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III). **D.** Cả (I), (II) và (III).

Lời giải

Đặt $f(x;y)=x^2+y^2-4x+6y-3 \Rightarrow f(1;1)=1+1-4+6-3=1>0 \Rightarrow A$ ở ngoài (C).

Do $f(0;0)=-3<0 \Rightarrow O(0;0)$ ở trong (C).

Khi $x=0 \Rightarrow y^2+6y-3=0$. Phương trình này có hai nghiệm suy ra (C) cắt $y'Oy$ tại 2 điểm.

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+6x-2y+5=0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của đường thẳng d là

A. $x-y+6=0$. **B.** $7x-3y+34=0$. **C.** $7x-3y+30=0$. **D.** $7x-y+35=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-3;1), R=\sqrt{5}$ nên $IA=\sqrt{2}<R \Rightarrow A$ ở trong (C).

Điểm A là trung điểm của $MN \Rightarrow IA \perp MN \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(-1;1)$ là vectơ pháp tuyến của d nên d có phương trình: $-1(x+4)+1(y+2)=0 \Leftrightarrow x-y+6=0$.

Câu 6: Đường tròn $x^2+y^2-2x-2y-23=0$ cắt đường thẳng $x+y-2=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Giải hệ: $\begin{cases} x^2+y^2-2x-2y-23=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-4x-23=0 \\ y=2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2+5\sqrt{2}}{2} \\ y=\dfrac{2-5\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Hay $\begin{cases} x=\dfrac{2-5\sqrt{2}}{2} \\ y=\dfrac{2+5\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ nên độ dài dây cung $AB=10$.

Câu 7: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4=0$ và $(C_2): x^2+y^2-4x-4y+4=0$

A. $(\sqrt{2};\sqrt{2})$ và $((\sqrt{2};-\sqrt{2})$. **B.** $(0;2)$ và $(0;-2)$.

C. $(2;0)$ và $(0;2)$. **D.** $(2;0)$ và $(-2;0)$.

Lời giải

Giải hệ $\begin{cases} x^2+y^2-4=0 \\ x^2+y^2-4x-4y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-4=0 \\ 4-4x-4y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-4=0 \\ x+y=2 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+(2-x)^2-4=0 \\ y=2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(2-x)^2-4=0 \\ y=2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} hay \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$.

Vậy giao điểm $A(0;2)$, $B(2;0)$.

Câu 8: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2): (x+10)^2+(y-16)^2=1$.

A. Cắt nhau. **<u>B</u>.** Không cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Lời giải

(C_1) có tâm và bán kính: $I_1 \equiv (0;0)$, $R_1=2$; (C_2) có tâm và bán kính: $I_2(-10;16)$, $R_2=1$

Khoảng cách giữa hai tâm $I_1I_2=\sqrt{10^2+16^2}=2\sqrt{89}>R_1+R_2$.

Vậy (C_1) và (C_2) không có điểm chung.

Câu 9: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2+y^2-9=0$.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$ và $m=-3$. **C.** $m=3$. **<u>D</u>.** $m=15$ và $m=-15$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm và bán kính là $I \equiv (0;0)$ và bán kính $R=3$.

Đường thẳng Δ tiếp xúc$(C) \Leftrightarrow d(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|m|}{5}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=15 \\ m=-15 \end{array}\right.$

Câu 10: Một đường tròn có tâm $I(1;3)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x+4y=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{5}$. **<u>B</u>.** 1. **C.** 3. **D.** 15.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow R=d(I;\Delta)=\frac{|3.1+3.4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$.

Câu 11: Đường tròn $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ cắt đường thẳng $x+y-a-b=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

<u>A</u>. $2R$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}$. ***D.*** R.

Lời giải

Vì đường tròn có tâm $I(a;b)$, bán kính R và tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $x+y-a-b=0$.

Nên độ dài của dây cung bằng độ dài đường kính bằng $2R$.

Câu 12: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x=0$ và $(C_2): x^2+y^2+8y=0$.

A. Tiếp xúc trong. **B.** Không cắt nhau. **<u>C</u>.** Cắt nhau. **D.** Tiếp xúc ngoài.

Lời giải

Đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x=0$ có tâm $I_1(2;0)$, bán kính $R_1=2$.

Đường tròn $(C_2): x^2+y^2+8y=0$ có tâm $I_2(0;-4)$, bán kính $R_2=4$.

Ta có $R_2-R_1<I_1I_2=2\sqrt{5}<R_2+R_1$ nên hai đường tròn cắt nhau.

Câu 13: Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$ tại điểm H có tọa độ là

A. $\left(-\frac{1}{5};-\frac{7}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{5};-\frac{7}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Lời giải

Hai đường thẳng $IH\perp d \Rightarrow IH: 4x+3y+c=0$.

Đường thẳng IH qua $I(-1;3)$ nên $4(-1)+3.3+c=0 \Leftrightarrow c=-5$ nên $IH: 4x+3y-5=0$.

Giải hệ: $\begin{cases}4x+3y-5=0\\3x-4y+5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{5}\\y=\frac{7}{5}\end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Câu 14: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2): (x-3)^2+(y-4)^2=25$.

A. Không cắt nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Lời giải

Tâm $I_1(0;0)$, $I_2(3;4)$, bán kính $R_1=2$, $R_2=5$ nên $R_2-R_1=3<I_1I_2=5<R_2+R_1=7$

Vậy hai đường tròn trên cắt nhau.

Câu 15: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-6y+5=0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $D: x+2y-15=0$ là

A. $x+2y=0$ và $x+2y-10=0$. **B.** $x-2y=0$ và $x+2y+10=0$.

C. $x+2y-1=0$ và $x+2y-3=0$. **D.** $x-2y-1=0$ và $x-2y-3=0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1+9-5}=\sqrt{5}$, $d: x+2y-m=0$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi:

$$d(I,d)=R \Leftrightarrow \frac{|-1+6-m|}{\sqrt{1+4}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow |m-5|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m-5=-5\\m-5=5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\Rightarrow d: x+2y=0\\m=10\Rightarrow d: x+2y-10=0\end{array}\right.$$

Câu 16: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-23=9$ và điểm $M(8;-3)$. Độ dài đoạn tiếp tuyến của (C) xuất phát từ M là:

A. 10. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-23=9$ có tâm $I(1;-4)$ bán kính $R=\sqrt{40}$.

Độ dài tiếp tuyến là $\sqrt{IM^2-R^2}=\sqrt{10}$.

Câu 17: Nếu đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-3)^2=R^2$ tiếp xúc với đường thẳng $d: 5x+12y-60=0$ thì giá trị của R là:

A. $R=2\sqrt{2}$. **B.** $R=\dfrac{19}{13}$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-3)^2=R^2$ có tâm $I(1;3)$ bán kính R.

Đường thẳng $d: 5x+12y-60=0$ tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ khi:

$$d=d(I,d)=\frac{|5.1+12.3-60|}{\sqrt{5^3+12^3}}=\frac{19}{13}$$

Câu 18: Cho đường tròn $(T): x^2+y^2+2x-4y-20=0$ và điểm $A(5;-6)$. Gọi B, C lần lượt là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ điểm A đến đường tròn (T). Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

A. $(x-2)^2+(y+2)^2=\dfrac{25}{4}$. **B.** $(x-2)^2+(y-2)^2=\dfrac{25}{4}$

C. $(x+2)^2+(y+2)^2=\dfrac{25}{4}$. **D.** $(x+2)^2+(y-2)^2=\dfrac{25}{4}$

Lời giải

Ta thấy điểm A nằm ngoài đường tròn (T) nên từ A luôn kẻ được 2 tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (T) (với B, C lần lượt là các tiếp điểm).

Đường tròn (T) có tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=5$ và có $AI=\sqrt{(-1-5)^2+(2+6)^2}=10$.

Xét ΔBAI vuông tại B có: $\cos AIB=\dfrac{IB}{AI}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow AIB=60°\Rightarrow BAI=30°\Rightarrow BAC=60°$

Từ đó ta có tam giác ΔABC là tam giác đều và gọi H là giao điểm của BC và AI.

Trong $\triangle BAI$ vuông tại B và BH là đường cao nên $IH.IA=IB^2\Rightarrow IH=\dfrac{IB^2}{IA}=\dfrac{5}{2}$

Suy ra $IH=\dfrac{1}{4}IA\Rightarrow \overrightarrow{IH}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{IA}$ $(*)$.

Gọi $H(x_0;y_0)$, từ $(*)$ suy ra $\begin{cases} x_0=\dfrac{1}{2} \\ y_0=0 \end{cases}\Rightarrow H\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

Do ΔABC đều nên tâm đường tròn nội tiếp ΔABC là trọng tâm G của tam giác đó.

Khi đó ta có $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AH}\Rightarrow G(2;-2)$.

Vậy đường tròn nội tiếp ΔABC có tâm $G(2;-2)$ và bán kính $r=GH=\frac{5}{2}$ nên có phương trình: $(x-2)^2+(y+2)^2=\frac{25}{4}$.

Câu 19: Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+3)^2=10$ và đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$ biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\frac{19}{2}$. **B.** $\sqrt{38}$. **C.** $\frac{\sqrt{19}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{38}}{2}$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{10}$.

Gọi H là trung điểm dây cung AB. Khi đó ta có: $IH=d_{(I;\Delta)}=\frac{|1-3+1|}{\sqrt{1+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Tam giác AIH vuông tại H nên $AH=\sqrt{10-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{38}}{2}$.

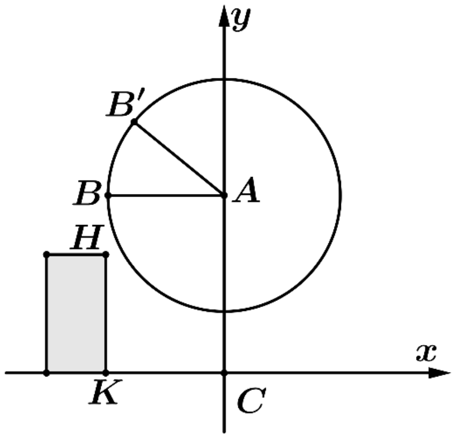
Độ dài đoạn thẳng $AB=2AH=\sqrt{38}$.

Câu 20: Một cành cây dài 4 m, rẽ nhánh tại điểm cao 7 m trên thân cây mọc thẳng đứng so với mặt đất. Cành cây này có nguy cơ gãy tại gục A (giả sử khi gãy sẽ rơi theo một cung tròn) tại điểm rẽ nhành tại thân cây trong mùa mưa bão. Hỏi các công trình xây theo phương thẳng đứng cao 3,7m nằm theo hướng gãy của cành cây, phải cách thân cây ít nhất bao nhiêu để được an toàn?

A. 4 m. **B.** 6,17 m. **C.** 7 m. **D.** 2,26 m.

Lời giải

Ta mô hình hóa bài toán như hình vẽ:



Với gốc cây là điểm C, điểm rẽ nhánh của cành cây tại A và điểm cuối cùng của cành cây là B

Công trình xây dựng có các điểm gần thân cây nhất là HK

Theo giả thiết thì $AC = 7$, $AB = AB' = 4\text{m}$; $HK = 3,7$ m.

Ta đặt hệ trục gắn với bài toán như hình vẽ

Khi đó ta có: $A = (0;7)$, $B' = (-4;7)$, $C \equiv O = (0;0)$; điểm $K = (x;3,7)$, $H = (x;0)$.

Cách 1:

Cung tròn tạo ra bởi điểm B khi cành cây gãy gục thuộc đường tròn tâm A và bán kính là 4, đường tròn có phương trình: $x^2 + (y-7)^2 = 4^2 \; (C)$.

Điểm $K = (x;3,7)$, thuộc đường thẳng d: $y = 3,7$.

Tọa độ các điểm giao điểm của đường tròn (C) và đường thẳng d là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x^2 + (y-7)^2 = 4^2 \\ y = 3,7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \dfrac{511}{100} \\ y = 3,7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pm\sqrt{511}}{10} \approx \pm 2,26 \\ y = 3,7 \end{cases}.$$

Vậy ta có các giao điểm là $M\left(\dfrac{\sqrt{511}}{10};3,7\right)$, $N\left(\dfrac{-\sqrt{511}}{10};3,7\right)$.

Ta thấy công trình sẽ bị cành cây va phải nếu đường tròn và đoạn MN có điểm chung.

Vậy công trình phải cách thân cây ít nhất 2,26 m theo phương gãy của cành cây.

Cách 2: Công trình sẽ không bị tổn hại nếu xảy ra $AK > 4$

$$\Leftrightarrow AK^2 > 16 \Leftrightarrow x^2 + (7-3,7)^2 > 16 \Leftrightarrow x^2 > \frac{511}{100} \Leftrightarrow |x| > \frac{\sqrt{511}}{10}$$

Hay ta có kết quả xấp xỉ $|x| > 2,26$.

Vậy công trình phải cách thân cây ít nhất 2,26 m theo phương gãy của cành cây.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $(C):(x-1)^2+y^2=10$; và điểm $A(4;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm $A\in(C)$.

b) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{10}$.

c) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4;1)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;1)$.

d) Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(4;1)$ đi qua điểm $N(4;3)$.

Lời giải

a) Đúng: Thay $x=4, y=1$ vào phương trình đường tròn (C) ta có: $(4-1)^2+1^2=10$.

Do đó $A\in(C)$.

b) Sai: Bán kính của (C) bằng $\sqrt{10}$. Do đó đường kính của (C) là $2\sqrt{10}$.

c) Đúng: Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $A(1;4)$ có $\vec{n}=\overrightarrow{IA}=(3;1)$.

d) Sai: Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $A(1;4)$ có $\vec{n}=\overrightarrow{IA}=(3;1)$ nên có phương trình là $3x+y-13=0$.

Thay $x=4, y=3$ vào phương trình tiếp tuyến ta có: $3.4+3-13=2\neq 0$.

Do đó N không thuộc tiếp tuyến.

Câu 2: Cho đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $d(I,\Delta)=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$

b) Đường kính của đường tròn có độ dài bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

c) Phương trình đường tròn là $(x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{4}{5}$

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Lời giải

a) Sai: (C) có tâm I và tiếp xúc Δ nên có bán kính $R=d(I,\Delta)=\dfrac{|-1-4+7|}{\sqrt{1+4}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

b) Đúng: Từ $R=d(I,\Delta)=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\Rightarrow$ đường kính của đường tròn có độ dài bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

c) Đúng: Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x+1)^2+(y-2)^2=\dfrac{4}{5}$.

d) Sai: Xét $\left|\overrightarrow{OI}\right|=\sqrt{(-1)^2+(2)^2}=\sqrt{5}>R=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Do đó điểm $O(0;0)$ nằm bên ngoài đường tròn (C)

Câu 3: Đường tròn (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tâm của (C) có dạng $I(R;-R)$, R là bán kính đường tròn (C)

b) $R^2=(R-2)^2+(R-1)^2$

c) Có 2 đường tròn thỏa mãn

d) Tổng bán kính các đường tròn thỏa mãn bằng 5

Lời giải

a) Đúng: Vì điểm $A(2;-1)$ nằm ở góc phần tư thứ tư của hệ trục tọa độ và đường tròn tiếp xúc với hai trục toạ độ

Nên tâm của đường tròn có dạng $I(R;-R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C).

b) Đúng: Ta có: $R^2=IA^2 \Leftrightarrow R^2=(2-R)^2+(-1+R)^2 \Leftrightarrow R^2-6R+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R=1 \\ R=5 \end{array}\right.$.

c) Đúng: Vậy có hai đường tròn thoả mãn đề bài là: $(x-1)^2+(y+1)^2=1$;

$(x-5)^2+(y+5)^2=25$.

d) Sai: Ta có: $\begin{cases} R_1=1 \Rightarrow d_1=2 \\ R_2=5 \Rightarrow d_2=10 \end{cases} \Rightarrow d_1+d_2=12$.

Câu 4: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;3), B(-1;1)$ có tâm thuộc $\Delta: x-3y-11=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tâm của đường tròn (C) là $I\left(7;-\frac{4}{3}\right)$

b) Đường kính của đường tròn (C) bằng 65

c) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

d) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(0;2)$

Lời giải

a) Sai: Gọi tâm đường tròn là $I(3t+11;t) \in \Delta$.

Ta có: $IA=IB \Leftrightarrow IA^2=IB^2$

$\Leftrightarrow (3t+11-2)^2+(t-3)^2=(3t+11+1)^2+(t-1)^2 \Leftrightarrow 22t=-55 \Leftrightarrow t=-\frac{5}{2}$.

Suy ra $I\left(\frac{7}{2};-\frac{5}{2}\right)$;

b) Sai: Ta có bán kính đường tròn $R=IA=\sqrt{\left(2-\frac{7}{2}\right)^2+\left(3+\frac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{65}{2}}=\frac{\sqrt{130}}{2}$.

Vậy đường kính của đường tròn (C) bằng $2.\frac{\sqrt{130}}{2}=\sqrt{130}$

c) Đúng: Xét $\left|\overrightarrow{OI}\right|=\sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2+\left(-\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{74}}{2}<R=\frac{\sqrt{130}}{2}$.

Do đó điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

d) Đúng: Thay điểm $N(0;2)$ vào $(C):\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{65}{2}$

$\Rightarrow\left(0-\frac{7}{2}\right)^2+\left(2+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{65}{2}=R^2$

Do đó $N(0;2)$ nằm trên đường tròn $(C):\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{65}{2}$

Câu 5: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2),B(3;4)$ và tiếp xúc $\Delta:3x+y-3=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $IB=d(I,\Delta)$

b) Tổng đường kính của các đường tròn (C) bằng: $2\sqrt{10}$

c) Có hai đường tròn (C) thỏa mãn

d) Điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

Lời giải

a) Đúng: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2),B(3;4)$ $\Rightarrow IA=IB=R$

Đường tròn (C) tiếp xúc $\Delta:3x+y-3=0$ $\Rightarrow d(I,\Delta)=R$

Vậy $IB=d(I,\Delta)$

b) Đúng: Gọi tâm đường tròn là $I(a;b)$, ta có: $d(I,\Delta)=\frac{|3a+b-3|}{\sqrt{10}}$.

Theo giả thiết $\begin{cases}IA^2=IB^2\\IA^2=(d(I,\Delta))^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(b-2)^2=(a-3)^2+(b-4)^2\\(a-1)^2+(b-2)^2=\dfrac{(3a+b-3)^2}{10}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=5 & (1)\\a^2-2a+9b^2-34b+41-6ab=0 & (2)\end{cases}$

Thay (1) vào $(2):(5-b)^2-2(5-b)+9b^2-34b+41-6(5-b)b=0$

$\Leftrightarrow 4b^2-18b+14=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=1\quad\Rightarrow a=4\Rightarrow R_1=\sqrt{10}\\b=\frac{7}{2}\quad\Rightarrow a=\frac{3}{2}\Rightarrow R_2=\frac{\sqrt{10}}{2}\end{array}\right.$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn: $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$ và $(x-4)^2+(y-1)^2=10$

c) Sai: Ta có $\begin{cases}R_1=\sqrt{10}\\R_2=\dfrac{\sqrt{10}}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}d_1=2\sqrt{10}\\d_2=\sqrt{10}\end{cases}\Rightarrow d_1+d_2=3\sqrt{10}$

d) Đúng: Thay điểm $N(1;0)$ vào đường tròn $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$

$\Rightarrow\left(1-\frac{7}{2}\right)^2+\left(0-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{17}{2}\neq\frac{5}{2}$

Do đó $N(1;0)$ không nằm trên đường tròn $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$

Thay điểm $N(1;0)$ vào đường tròn $(x-4)^2+(y-1)^2=10 \Rightarrow (1-4)^2+(0-1)^2=10=R^2$

Do đó $N(1;0)$ nằm trên đường tròn $(x-4)^2+(y-1)^2=10$

Vậy điểm $N(1;0)$ nằm trên ít nhất một đường tròn (C)

Câu 6: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và hai điểm $A(1;-1),B(1;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Điểm A thuộc đường tròn

b) Điểm B nằm trong đường tròn

c) $x=1$ phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A

d) Qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là: $x=1$; $3x+4y-12=0$

Lời giải

a) Đúng: Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ bán kính $R=\sqrt{9+1-6}=2$.

Ta có: $IA=2=R$

$\Rightarrow A$ thuộc đường tròn

b) Sai: $IB=2\sqrt{5}>R \Rightarrow$ điểm B nằm ngoài đường tròn.

c) Đúng: Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\overrightarrow{AI}=(2;0)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x-1)+0(y+1)=0 \Leftrightarrow x=1$.

d) Sai: Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng: $a(x-1)+b(y-3)=0$ (với $a^2+b^2\neq 0$) hay $ax+by-a-3b=0$.

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Leftrightarrow d(I,\Delta)=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a-b-a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2 \Leftrightarrow (a-2b)^2=a^2+b^2 \Leftrightarrow 3b^2-4ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ 3b=4a \end{array}\right..$$

» Với $b=0$, chọn $a=1$; phương trình tiếp tuyến là $x=1$.

» Với $3b=4a$, chọn $a=3 \Rightarrow b=4$; phương trình tiếp tuyến là $3x+4y-15=0$.

Vậy qua B kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là: $x=1$; $3x+4y-15=0$.

Câu 7: Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(2;0),B(0;-3),C(5;-3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng $\sqrt{26}$

b) Hoành độ của tâm đường tròn (C) bằng $-\frac{5}{2}$

c) Đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$

d) Gọi I là tâm của đường tròn (C) khi đó độ dài đoạn $IO=5\sqrt{2}$

Lời giải

Gọi tâm đường tròn là $I(a;b)$.

Theo giả thiết $\begin{cases} AI^2=BI^2 \\ AI^2=CI^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(a-2)^2+b^2=a^2+(b+3)^2\\(a-2)^2+b^2=(a-5)^2+(b+3)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4a+6b=-5\\6a-6b=30\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{5}{2}\\b=-\dfrac{5}{2}\end{cases}$$

Bán kính đường tròn là $R=\sqrt{\left(\frac{5}{2}-2\right)^2+\left(-\frac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{13}{2}}$.

a) Đúng: Ta co $R=\sqrt{\frac{13}{2}} \Rightarrow d=2\sqrt{\frac{13}{2}}=\sqrt{26}$.

b) Sai: Ta có tâm $I\left(\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right) \Rightarrow$ hoành độ của tâm bằng $\frac{5}{2}$.

c) Đúng: Xét $\left|\overrightarrow{NI}\right|=\sqrt{\left(\frac{5}{2}-3\right)^2+\left(-\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{26}}{2}=R$.

Do đó đường tròn (C) đi qua điểm $N(3;0)$

d) Sai: Xét $\left|\overrightarrow{IO}\right|=\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 8: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(-2;6)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y-15=0$ tại $B(1;-3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường kính của đường tròn (C) bằng 10

b) Tâm của đường tròn (C) có tung độ bằng -2

c) Khoảng cách từ tâm của đường tròn (C) đến đường thẳng Δ bằng 4

d) Điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Lời giải

Gọi tâm đường tròn $I(a;b)$.

Ta có vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta=(4;3)$ và $\overrightarrow{IB}=(1-a;-3-b)$.

Theo giả thiết: $\overrightarrow{IB}\perp\vec{u}_\Delta \Rightarrow \overrightarrow{IB}.\vec{u}_\Delta=0 \Rightarrow 4a+3b+5=0 \quad (1)$.

Ta lại có $IA=IB \Leftrightarrow IA^2=IB^2$

$\Leftrightarrow (-2-a)^2+(6-b)^2=(1-a)^2+(-3-b)^2 \Leftrightarrow a-3b+5=0 \quad (2)$

Giải hệ (1) và (2): $\begin{cases}4a+3b=-5\\a-3b=-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-2\\b=1\end{cases}$.

Suy ra $R=IA=\sqrt{(-2+2)^2+(6-1)^2}=5$.

a) Đúng: Từ $R=IA=5 \Rightarrow$ Đường kính của đường tròn (C) bằng 10.

b) Sai: Ta có tâm $I(-2;1) \Rightarrow$ tung độ của tâm bằng 1.

c) Sai: $\mathrm{d}(I;\Delta)=\dfrac{|3.(-2)-4.1-15|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=5$

d) Đúng: Xét $\left|\overrightarrow{OI}\right|=\sqrt{(-2)^2+(1)^2}=\sqrt{5}<R=5$.

Do đó điểm $O(0;0)$ nằm bên trong đường tròn (C)

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $I(-2;3)$ và điểm $M(2;5)$ và hai đường thẳng $d: 12x-5y+13=0$ và $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường tròn tâm I và đi qua M có bán kính $R=2\sqrt{5}$.

b) Đường tròn tâm I và đi qua M có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2=10$.

c) Đường tròn tâm I và tiếp xúc đường thẳng d có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2=4$.

d) Phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases}$ và đi qua hai điểm I và M là: $(x+4)^2+(y-4)^2=85$.

Lời giải

a) Đúng: Đường tròn tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M(2;5)$ có bán kính

$R=IM=\sqrt{(2+2)^2+(5-3)^2}=2\sqrt{5}$.

b) Sai: Đường tròn tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M(2;5)$ có bán kính

$R=IM=\sqrt{(2+2)^2+(5-3)^2}=2\sqrt{5}$.

Suy ra phương trình đường tròn cần tìm: $(x+2)^2+(y-3)^2=20$.

c) Đúng: Đường tròn tâm $I(-2;3)$ và tiếp xúc đường thẳng $d: 12x-5y+13=0$ có bán kính

$$R=d(I,d)=\frac{|12.(-2)-5.3+13|}{\sqrt{12^2+(-5)^2}}=2.$$

Phương trình đường tròn cần tìm: $(x+2)^2+(y-3)^2=4$

d) Sai: Gọi K là tâm của đường tròn, ta có $K\in\Delta$ và $KI=KM=R$.

$K\in\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-t \end{cases} \Rightarrow K(t;-t)$.

$KI=KM \Leftrightarrow KI^2=KM^2 \Leftrightarrow (-2-t)^2+(3+t)^2=(2-t)^2+(5+t)^2 \Leftrightarrow -4t+16=0 \Leftrightarrow t=4$.

Suy ra đường tròn có tâm $K(4;-4)$ và bán kính $R=KM=\sqrt{85}$ có phương trình là:

$(x-4)^2+(y+4)^2=85$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn $(C): (x-1)^2+(y-2)^2=4$ .Phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A;B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất có dạng $(d): ax+by+c=0$ Tính $a+b+c$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=2$ và $IM=\sqrt{2}<R=2$ nên điểm M nằm trong đường tròn.

Giả sử gọi H là trung điểm của AB khi đó $AB = 2HB = 2.\sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{4 - IH^2}$

Vì $IH \le IM = \sqrt{2}$ nên $AB = 2\sqrt{4 - IH^2} \ge 2\sqrt{4 - IM^2} = 2\sqrt{2}$

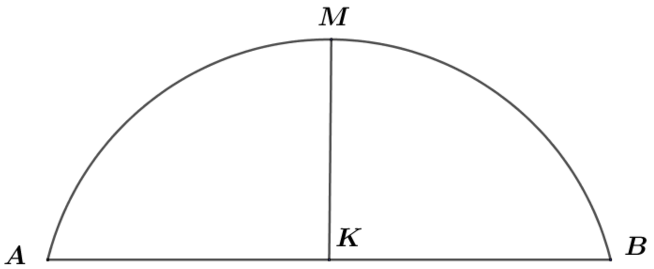
Do đó AB ngắn nhất khi $IH = IM$

Lúc đó đường thẳng d qua $M(2;1)$ và nhận $\overrightarrow{IM} = (1;-1)$ làm vecto pháp tuyến

Phương trình đường thẳng (d) là: $1(x-2) - 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow (d): x - y - 1 = 0$

Khi đó $a = 1; b = -1; c = -1$ nên $a + b + c = -1$.

Câu 2: Một chiếc cầu được thiết kế dưới dạng 1 cung tròn (Hình vẽ)

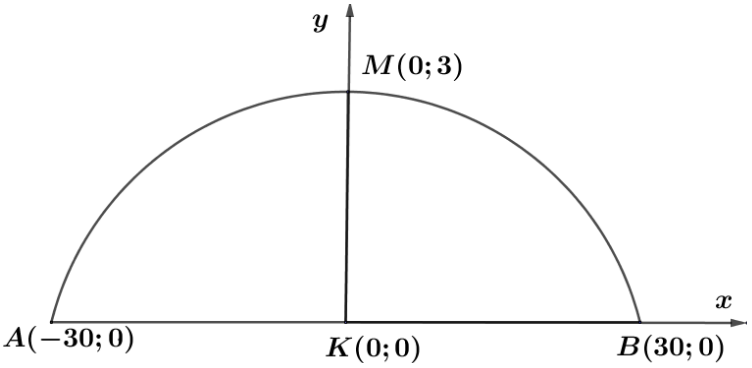


Biết độ dài $AB = 60\text{m}$, chiều cao $MK = 3\text{m}$. Tính bán kính của đường tròn chứa cung AMB

(Biết MK đi qua tâm của đường tròn chứa cung AMB)

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Kxy như hình vẽ $\Rightarrow A(-30;0)$, $B(30;0), M(0;3)$.



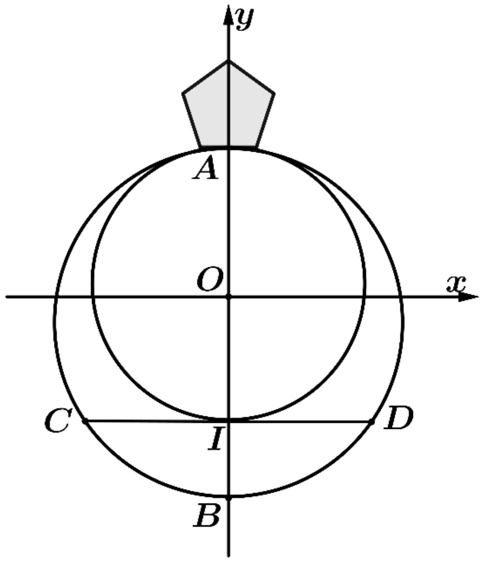
Đường tròn chứa cung AMB có phương trình dạng: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ đi qua A, M, B.

Nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 900 - 60a + c = 0 \\ 900 + 60a + c = 0 \\ 9 + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ c = -900 \\ b = \dfrac{297}{2} \end{cases}$

Bán kính đường tròn chứa cung $AMB \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{0^2 + \left(\dfrac{297}{2}\right)^2 + 900} = 151{,}5\text{m}$.

Vậy $R = 151{,}5\text{m}$.

Câu 3: Giả sử có chiếc nhẫn đường kính 20mm. Người thợ muốn sửa thành chiếc nhẫn vừa với ngón tay đường kính 16mm thì người thợ tính độ dài dây cung CD để cắt chiếc nhẫn ở hai điểm C và D rồi hàn lại (hình vẽ). Tính độ dài CD.



Lời giải

Đường tròn (C) biểu diễn cho chiếc nhẫn đường kính $20\,\text{mm}$. Đường tròn (C') biểu diễn cho ngón tay đường kính $16\,\text{mm}$.

Ta chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ O là tâm của đường tròn (C), đơn vị trên các trục là 1mm

Đường tròn (C) có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 10$ nên phương trình là $x^2 + y^2 = 100$.

Ta có $IA = 16 \Rightarrow IB = 20 - 16 = 4 \Rightarrow OI = 6$.

Điểm $D(d;-6)$ $(d > 0)$ thuộc (C) nên có: $(-6)^2 + d^2 = 100 \Rightarrow d = 8$.

Vậy $CD = 2d = 16\,\text{mm}$.

Câu 4: Có hai hòn đảo xem như hình tròn là (C) có tâm ở vị trí $I(3;4)$, bán kính $R = 7\,\text{km}$ và (C') có tâm ở vị trí $J(15;9)$, bán kính $R' = 5\,\text{km}$. Người ta dự định xây một cây cầu nối hai hòn đảo. Tính độ dài ngắn nhất của cây cầu?

Lời giải

Ta có khoảng cách giữa tâm của hai đảo là: $IJ = \sqrt{(15-3)^2 + (9-4)^2} = 13(\text{km})$.

Cây cầu có chiều dài ngắn nhất khi điểm đặt của nó nằm trên giao điểm của đường nối tâm của hai đảo với hai đường tròn. Khi đó khoảng cách ngắn nhất bằng:

$AB = IJ - R - R' = 13 - 7 - 5 = 1(\text{km})$.

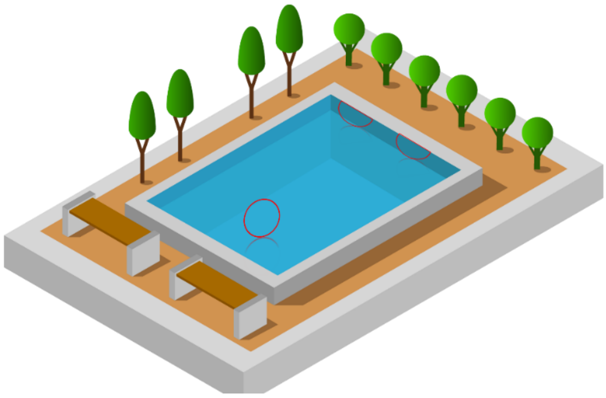
Câu 5: Là một trong bảy kì quan thế giới, ngọn hải đăng Alexandria sừng sững nghìn năm chiếu ánh sáng dẫn đường cho nhiều con tàu cập bến Ai Cập an toàn. Ngọn hải đăng này ở tọa độ $(3;4)$, một trong các điểm được nó chiếu sáng xa nhất có tọa độ $(23;4)$. Tìm bán kính đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà ánh sáng từ ngọn hải đăng chiếu tới.

Lời giải

Đường tròn biểu diễn tập hợp các điểm xa nhất mà ánh sáng từ ngọn hải đăng chiếu tới có tâm tọa độ $(3;4)$ đi qua điểm $(23;4)$ có bán kính: $R=\sqrt{(23-3)^2+(4-4)^2}=20$.

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-3)^2+(y-4)^2=400$.

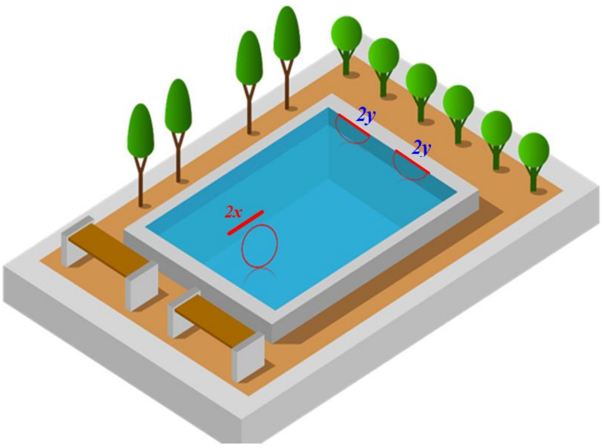
Câu 6: Bên trong một hồ bơi, người ta dự định thiết kế hai bể sục nửa hình tròn bán kính bằng nhau và một bể sục hình tròn (tham khảo hình vẽ) để người bơi có thể tựa lưng vào thành các bể sục thư giãn.



Biết tổng chu vi của ba bể là 32m. Tổng diện tích ba bể sục là nhỏ nhất khi bán kính mỗi bể sục lần lượt bằng a (m) và b (m) (trong tính toán lấy $\pi=3{,}14$, độ dài tính theo mét và làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai). Tính $a+b$.

Lời giải

Gọi bán kính mỗi bể sục hình tròn và nửa hình tròn tương ứng là $x,\ y\ (m)\ (x,y>0)$



Tổng chu vi ba bể là 32m, ta có:

$$2.3{,}14.x+2.3{,}14.y+4y=32 \Leftrightarrow y=\frac{8-1{,}57x}{2{,}57} \Leftrightarrow 1{,}57x+2{,}57y-8=0.$$

Gọi tổng diện tích của ba bể sục là $S\left(m^2\right),\ S>0$

Khi đó $3{,}14x^2+3{,}14y^2=S \Leftrightarrow x^2+y^2=\dfrac{S}{3{,}14}$.

Ta có $3,14S = x^2 + y^2 = x^2 + \left(\frac{8-1,57x}{2,57}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{2,57^2}\left(1,57^2x^2 - 16.1,57x + 64\right)$

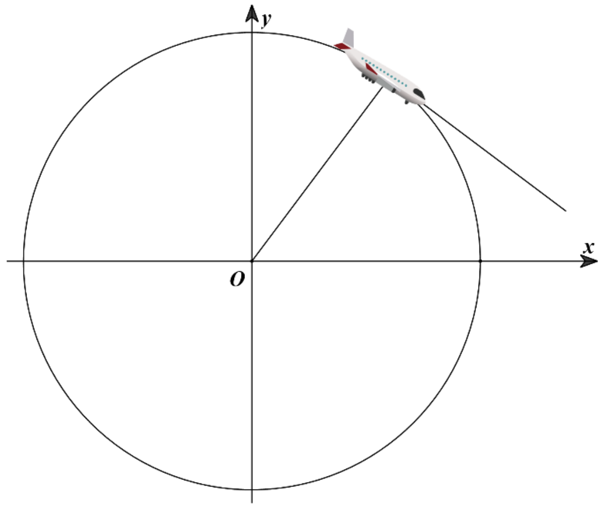
$= \left(1 + \frac{1,57^2}{2,57^2}\right)x^2 - \frac{16.1,57}{2,57^2}x + \frac{64}{2,57^2}$.

$S_{\min}$ khi và chỉ khi $x = \frac{16.1,57}{2,57^2} : \left[2\left(1 + \frac{1,57^2}{2,57^2}\right)\right] = 1,38 > 0$ (thỏa mãn) $\Rightarrow y = 2,27$.

Vậy tổng diện tích bể sục là nhỏ nhất khi bán kính của bể hình tròn và bể nửa hình tròn tương ứng là $a = 1,38$ m; $b = 2,27$ m.

Khi đó $a + b = 1,38 + 2,27 = 3,65$ (m).

Câu 7: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, một vật chuyển động nhanh trên đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 25$. Khi tới vị trí $M(3;4)$ thì vật bị văng khỏi quỹ đạo tròn và ngay sau đó, một khoảng thời gian ngắn bay theo hướng tiếp tuyến của đường tròn (tham khảo hình vẽ).



Hỏi trong khoảng thời gian ngắn ngay sau khi văng, vật chuyển động trên đường thẳng có phương trình $ax + 4y + c = 0$. Tính giá trị biểu thức $a + c$.

Lời giải

Xét đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$ có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R = 5$.

Tiếp tuyến d của đường tròn (C) tại điểm $M(3;4)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{OM} = (3;4)$ và phương trình $d: 3(x-3) + 4(y-4) = 0 \Leftrightarrow d: 3x + 4y - 25 = 0$.

Khi đó $a = 3; c = -25$ nên $a + c = -23$.

Câu 8: Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm $t\,(0 \le t \le 180)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $(3 + \sin t°; 5 + \cos t°)$. Kết thúc quá trình chuyển động thì vật bị văng khỏi quỹ đạo tròn chuyển động và ngay sau đó, trong một khoảng thời gian ngắn bay theo hướng tiếp tuyến của đường tròn quỹ đạo. Trong khoảng thời gian ngắn ngay sau khi văng, vật chuyển động trên đường thẳng $y = a$. Tìm a?

Lời giải

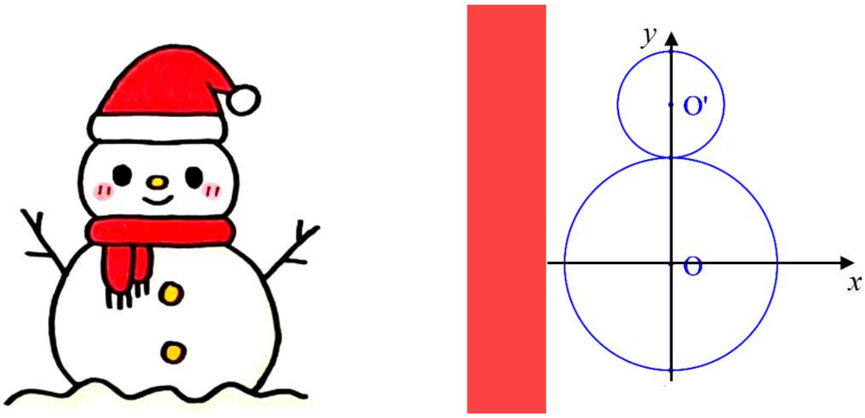
Quỹ đạo chuyển động của vật thể trong khoảng thời gian $t(0 \le t \le 180)$ là đường tròn (C) có phương trình $(x-3)^2+(y-5)^2=1$.

Kết thúc chuyển động, vật thể tới vị trí $M(3;4)$. Sau đó, trong khoảng thời gian ngắn vật chuyển động theo hướng tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(3;4)$.

Tiếp tuyến này đi qua điểm $M(3;4)$ và có VTPT $\vec{n}=(0;1)$ nên có phương trình là $y-4=0$.

Hay $y=4$ nên giá trị của $a=4$.

Câu 9: Ở các nước xứ lạnh, vào mùa Đông thường có tuyết rơi dày đặc khắp các con đường, trẻ em tại đây rất thích đắp hình dạng của người tuyết. Có thể xem phần thân dưới và thân trên của người tuyết là hai hình cầu tiếp xúc nhau. Vào ba đêm ta dùng một chiếc đèn pin soi vuông góc với người tuyết thì được hình ảnh là hai hình tròn tiếp xúc nhau như hình vẽ. Tính tổng bán kính phương trình đường tròn lớn và đường tròn nhỏ biết kích thước của hai viên tuyết cần đắp để được một người tuyết cao 1,8m có đường kính của hần thân dưới phải gấp đôi đường kính của phần thân trên người tuyết (theo đơn vị cm).



Lời giải

Ta có: $1{,}8\,\text{m}=180\,\text{cm}$. Gọi r (cm) là bán kính của đường tròn nhỏ $(r>0)$.

Đường kính của đường tròn nhỏ là $2r$ (cm); Đường kính của đường tròn lớn là: $2.2r=4r$ (cm).

Ta có: $2r+4r=6r=180$ (vì (O) tiếp xúc với $(O'))$ $\Leftrightarrow r=30$ (cm).

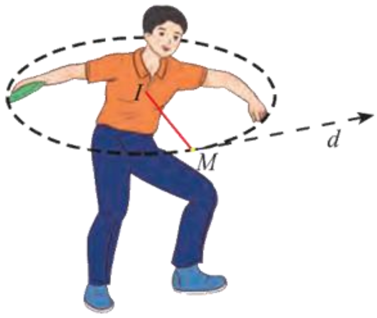
Phương trình đường tròn (O) có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R=2r=60$: $x^2+y^2=3600$.

Phương trình đường tròn (O') có tâm $O'(0;90)$ và bán kính $r=30$: $(x-90)^2+y^2=900$.

Vậy tổng bán kính hai đường tròn bằng $90\,\text{cm}$.

Câu 10: Trong thể thao, một vận động ném đĩa đã vung đĩa theo một đường tròn (C) có phương trình là $(x-1)^2+(y-1)^2=\dfrac{169}{144}$. Khi đó, người đó vung đĩa đến vị trí điểm $M\left(\dfrac{17}{12};2\right)$ thì buông đĩa.

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm M có dạng $(d): ax+by+c=0$. Tính giá trị của $\dfrac{a}{60}+\dfrac{b}{144}+\dfrac{c}{373}$



Lời giải

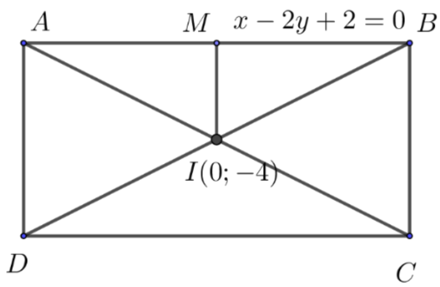
Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=\dfrac{169}{144}$ có tâm $I(1;1)$.

Điểm $M\left(\dfrac{17}{12};2\right)$ thuộc đường tròn (C).

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M\left(\dfrac{17}{12};2\right)$ là đường thẳng đi qua M và nhận vectơ $\overrightarrow{IM}=\left(\dfrac{5}{12};1\right)$ làm VTPT nên có phương trình $60x+144y-373=0$.

Câu 11: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I(0;-4)$, phương trình cạnh AB là $x-2y+2=0$ và $AB=2AD$. Biết rằng đỉnh A có tung độ dương. Khi đó, phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC có tâm là $(m;n)$ và bán kính r. Giá trị $T=m+n+r$ là bao nhiêu? (kết quả lấy đến 1 chữ số có nghĩa).

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB.

Đường thẳng IM đi qua $I(0;-4)$ và vuông góc với AB nên IM có phương trình là:

$2x+y+4=0$.

Do $M=AB\cap IM$ nên tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}x-2y+2=0\\2x+y+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=0\end{cases}\Rightarrow M(-2;0).$$

Gọi $A(2t-2;t)\in AB,\ (t>0)$.

Do M là trung điểm của AB nên $B(-2-2t;-t)$

Do I là trung điểm của BD nên $D(2t+2;t-8)$

Theo bài ra ta có: $AB = 2AD \Leftrightarrow AB^2 = 4AD^2 \Leftrightarrow (-4t)^2 + (-2t)^2 = 4\left[4^2 + (-8)^2\right]$

$\Leftrightarrow 20t^2 = 320 \Leftrightarrow t^2 = 16 \Leftrightarrow t = \pm 4$

Kết hợp điều kiện ta được điểm $A(6;4)$. Khi đó: $B(-10;-4); C(-6;-12); D(10;-4)$.

Gọi phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC là:

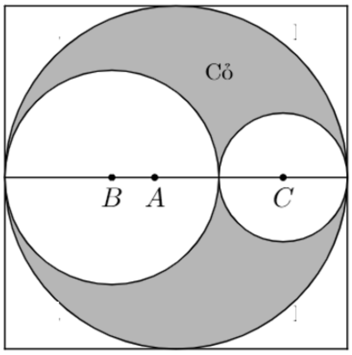
$$x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0,\ (a^2 + b^2 - c > 0).$$

Thay tọa độ các điểm $I;B;C$ vào phương trình trên ta có hệ phương trình sau:

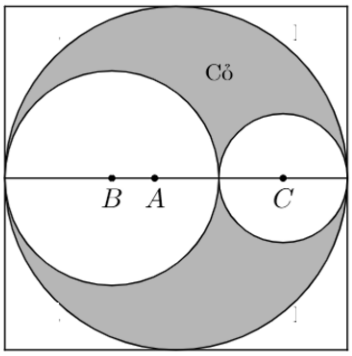
$$\begin{cases} -8b + c = -16 \\ -20a - 8b + c = -116 \\ -12a - 24b + c = -180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = \dfrac{13}{2} \\ c = 36 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC là: $x^2 + y^2 + 10x + 13y + 36 = 0$ với tâm là $\left(-5;-\dfrac{13}{2}\right)$ và bán kính $r = \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$. Vậy $T = m + n + r \approx -5.9$.

Câu 12: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình vuông cạnh 10m như hình vẽ. Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng (làm tròn đến hàng nghìn)?



Lời giải

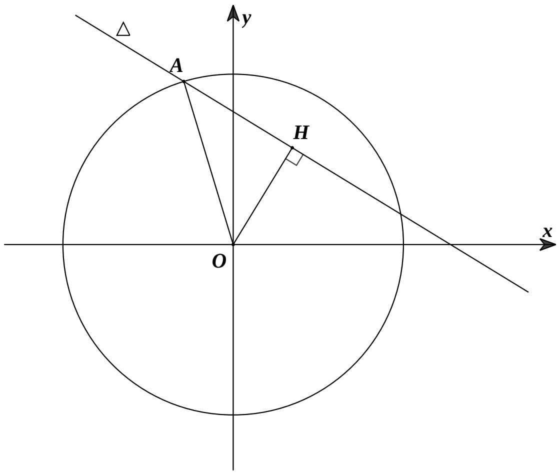


Gọi $x, y(m)$ lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn $(x, y > 0)$ ta có $x + y = 5$.

Gọi $S\left(m^2\right)$ là phần diện tích được lát gạch của khu vườn $\left(S>0\right)$, ta có

$S=100-25\pi+\pi x^2+\pi y^2=100+\pi\left(x^2+y^2-25\right)\Leftrightarrow x^2+y^2=\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}$.

Ta có: $\left(C\right): x^2+y^2=\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}$ có tâm $O\left(0;0\right)$, bán kính $R=\sqrt{\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}}$ và đường thẳng $\Delta: x+y-5=0$. Khi đó bài toán trở thành: Tìm R nhỏ nhất để $\left(C\right)$ và Δ có ít nhất một điểm chung, với hoành độ và tung độ đều là các số dương?



Ta có $\left(C\right)$ và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi

$R\ge d\left(O,\Delta\right)\Leftrightarrow\sqrt{\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}}\ge\dfrac{5}{\sqrt{2}}\quad\Leftrightarrow S+25\pi-100\ge\dfrac{25\pi}{2}\Leftrightarrow S\ge 100-\dfrac{25\pi}{2}$.

Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất bằng $S_{\min}=100-\dfrac{25\pi}{2}$.

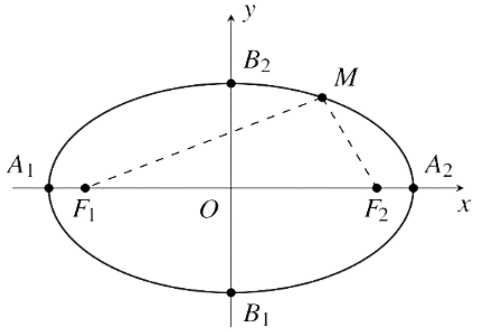
Từ đó chi phí để thi công khu vườn Hạnh phúc là $100.\left(100-S_{\min}\right)+300.S_{\min}=22146$ nghìn đồng.

-----------------HẾT-----------------

BÀI 03 BA ĐƯỜNG CÔNIC

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Elip



Định nghĩa: Cho hai điểm cố định và phân biệt F_1, F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$. Cho số thực a lớn hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ được gọi là đường elip . Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của elip đó.

Phương trình đường Elip: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, elip có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đọan thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a > b > 0$ (1)

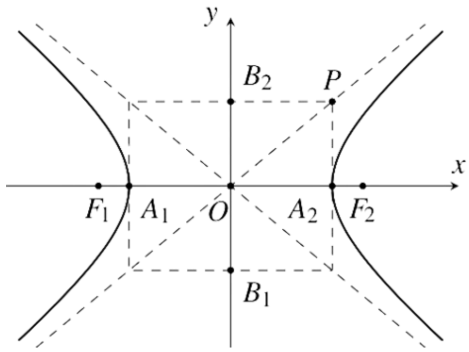
Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (1) đều là phương trình của elip có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2-b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2-b^2};0\right)$, tiêu cự $2c = 2\sqrt{a^2-b^2}$ và tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip đó tới hai tiêu điểm bằng $2a$.

Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của elip tương ứng.

Tính chất: Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a > b > 0$.

- Trục đối xứng Ox, Oy
- Tâm đối xứng O.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- Nội tiếp trong hình chữ nhật cơ sở có kích thước là $2a$ và $2b$.
- Tâm sai $e=\frac{c}{a}<1$.
- Hai đường chuẩn $x=\frac{a}{e}$ và $x=-\frac{a}{e}$.

2 Hypebol



Định nghĩa: Trên mặt phẳng, nếu hai thiết bị đặt tại các vị trí F_1, F_2 nhận được một tín hiệu âm thanh cùng lúc thì vị trí phát ra tín hiệu cách đều hai điểm F_1, F_2, và do đó nó nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2.

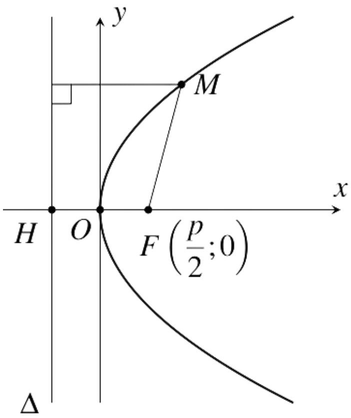
Cho hai điểm phân biệt cố định F_1, F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c$. Cho số thực dương a nhỏ hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ được gọi là đường hypebol . Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của hypebol đó.

Phương trình của Hypebol: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hypebol có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\,(2)$ với $a, b > 0$

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (2) đều là phương trình của hypebol có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, tiêu cự $2x = 2\sqrt{a^2+b^2}$ và giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2a$.

Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của hypebol tương ứng.

3 Parabol



Định nghĩa: Cho một điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F. Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ được gọi là đường parabol . Điểm F được gọi là tiêu điểm, Δ được gọi là đường chuẩn, khoảng cách từ F đến Δ được gọi là tham số tiêu của parabol đó.

Xét (P) là một parabol với tiêu điểm F, đường chuẩn Δ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên đường thẳng Δ. Khi đó, trong hệ trục tọa độ Oxy với gốc O là trung điểm của HF, tia Ox trùng với tia OF thì parabol (P) có phương trình: $y^2 = 2px$ (3)

Phương trình (3) được gọi là phương trình chính tắc của parabol (P).

Ngược lại, mỗi phương trình dạng (3), với $p > 0$, là phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định các yếu tố của Elip

Phương pháp: Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$.

- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$.
- Độ dài trục bé $2b$.
- Tiêu cự $2c$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Lời giải

Từ phương trình của $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$ (E) ta có $a=2, b=1$ suy ra $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$.

Suy ra tọa độ các đỉnh là $A_1(-2;0)$; $A_2(2;0)$; $B_1(0;-1)$; $B_2(0;1)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2=4$, độ dài trục bé $B_1B_2=2$.

Tiêu cự $F_1F_2=2c=2\sqrt{3}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$; $F_2\left(\sqrt{3};0\right)$.

Tâm sai của $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$ là $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Bài tập 2: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E):4x^2+25y^2=100$.

Lời giải

Ta có $4x^2+25y^2=100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ suy ra $a=5; b=2$ nên $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{21}$.

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1(-5;0)$; $A_2(5;0)$; $B_1(0;-2)$; $B_2(0;2)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2=10$, độ dài trục bé $B_1B_2=4$.

Tiêu cự $F_1F_2=2c=2\sqrt{21}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{21};0\right)$; $F_2\left(\sqrt{21};0\right)$.

Tâm sai của (E) là $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Bài tập 3: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): 4x^2+9y^2=1$.

Lời giải

Ta có $4x^2+9y^2=1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{1}{4}}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{9}}=1$ suy ra $a=\dfrac{1}{2}; b=\dfrac{1}{3}$ nên $c=\sqrt{a^2-b^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{6}$.

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1\left(-\dfrac{1}{2};0\right); A_2\left(\dfrac{1}{2};0\right); B_1\left(0;-\dfrac{1}{3}\right); B_2\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2=1$, độ dài trục bé $B_1B_2=\dfrac{2}{3}$.

Tiêu cự $F_1F_2=2c=\dfrac{2\sqrt{5}}{6}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{6};0\right); F_2\left(\dfrac{\sqrt{5}}{6};0\right)$.

Tâm sai của (E) là $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Bài tập 4: Tìm tâm sai của Elip biết:

a) Mỗi tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc $60°$.

b) Đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc $60°$.

c) Khoảng cách giữa hai đỉnh trên hai trục bằng hai lần tiêu cự

Lời giải

a) Từ giả thiết, ta có: $\tan 30°=\dfrac{b}{c} \Leftrightarrow b=c.\tan 30°$ suy ra: $e=\dfrac{c}{a}$

$$\Leftrightarrow e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{c^2}{b^2+c^2}=\frac{c^2}{c^2.\tan^2 30°+c^2}=\frac{1}{\tan^2 30°+1}=\cos^2 30° \Leftrightarrow e=\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Từ giả thiết, ta có $\cot 30°=\dfrac{b}{c} \Leftrightarrow b=c.\cot 30°$ suy ra: $e=\dfrac{c}{a}$

$$\Leftrightarrow e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{c^2}{b^2+c^2}=\frac{c^2}{c^2.\cot^2 30°+c^2}=\frac{1}{\cot^2 30°+1}=\sin^2 30° \Leftrightarrow e=\sin 30°=\frac{1}{2}$$

c) Từ giả thiết, ta có: $A_2B_2=4c$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}=4c \Leftrightarrow a^2+b^2=16c^2 \Leftrightarrow c^2+b^2+b^2=16c^2 \Leftrightarrow b^2=\frac{15c^2}{2}.$$

Suy ra: $e=\dfrac{c}{a} \Leftrightarrow e^2=\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{c^2}{b^2+c^2}=\dfrac{c^2}{\frac{15c^2}{2}+c^2}=\dfrac{2}{17} \Leftrightarrow e=\dfrac{\sqrt{34}}{2}$

Bài tập 5: Cho $(E): 16x^2 + 25y^2 = 100$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ bằng 2. Tính tổng khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của (E)

Lời giải

Ta có: $(E): \dfrac{x^2}{\frac{100}{16}} + \dfrac{y^2}{\frac{100}{25}} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = \dfrac{100}{16} \\ b^2 = \dfrac{100}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{5}{2} \\ b = 2 \end{cases}$

Theo định nghĩa Elip thì với mọi điểm $M \in (E)$ ta có: $MF_1 + MF_2 = 2a = 5$.

Bài tập 6: Cho $9x^2 + 25y^2 = 225$. Tính diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là

Lời giải

Phương trình chính tắc của (E): $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.

Ta có $\begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là $S = 4ab = 60$.

Bài tập 7: Trong hệ trục tọa độ (Oxy), cho elip $(E): \dfrac{4x^2}{25} + \dfrac{4y^2}{9} = 1$. Tính độ dài tiêu cự của (E)

Lời giải

Ta có $(E): \dfrac{4x^2}{25} + \dfrac{4y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{25}{4}} + \dfrac{y^2}{\frac{9}{4}} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} + \dfrac{y^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = 1$.

Do đó $\begin{cases} a = \dfrac{5}{2} \\ b = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$. Vậy độ dài tiêu cự là $F_1F_2 = 2c = 4$.

Bài tập 8: Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình $(E): \dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $\Delta: x = -4$ cắt elip (E) tại hai điểm M, N. Tính độ dài đoạn thẳng MN?

Lời giải

Thế $x = -4$ vào phương trình elip (E) ta được: $\dfrac{16}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm\dfrac{9}{5}$.

$\Rightarrow M\left(-4; -\dfrac{9}{5}\right), N\left(-4; \dfrac{9}{5}\right)$ do đó: $MN = \dfrac{18}{5}$.

Bài tập 9: Một elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a>b>0$. Biết (E) đi qua điểm $A\left(2;\sqrt{2}\right)$ và $B\left(2\sqrt{2};0\right)$. Tính độ dài trục bé của Elip

Lời giải

(E) đi qua $B\left(2\sqrt{2};0\right)$ nên ta có $\frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2}{a^2}+\frac{0^2}{b^2}=1$ suy ra $a=2\sqrt{2}$.

(E) đi qua $A\left(2;\sqrt{2}\right)$ nên ta có $\frac{(2)^2}{8}+\frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{b^2}=1$ suy ra $b=2$.

Do đó độ dài trục bé $2b=4$.

Bài tập 10: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$ và điểm M thuộc (E). Biết chu vi tam giác MF_1F_2 bằng 18. Tính tâm sai của (E).

Lời giải

Ta có $F_1F_2=8$ và $c=4$ nên $C_{\Delta MF_1F_2}=MF_1+MF_2+F_1F_2=18 \Rightarrow MF_1+MF_2=10=2a \Rightarrow a=5$.

Tâm sai của elip: $e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip (E): $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$?

A. $F_{1,2}=(0;\pm 1)$. **B.** $F_{1,2}=(\pm 1;0)$. **C.** $F_{1,2}=(\pm 3;0)$. **D.** $F_{1,2}=(1;\pm 2)$.

Lời giải

Ta có: $a^2=5;b^2=4 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=1 \Rightarrow c=1 \Rightarrow F_{1,2}=(\pm 1;0)$.

Câu 2: Cho Elip $(E): 4x^2+9y^2=36$. Mệnh đề nào ***sai*** trong các mệnh đề sau:

A. (E) có tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. (E) có trục lớn bằng 6.

C. (E) có trục nhỏ bằng 4.

D. (E) có tiêu cự $\sqrt{5}$.

Lời giải

$(E): 4x^2+9y^2=36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ suy ra: $a=3, b=2, c=\sqrt{5}$

Tiêu cự của (E) là $2c=2\sqrt{5}$.

Câu 3: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $4x^2+8y^2=32$. **B.** $\frac{x^2}{\frac{1}{5}}+\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$. **C.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{16}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Vì $4x^2+8y^2=32 \Leftrightarrow \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 4: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $x^2-y^2=2$. **B.** $x^2+y^2=2$. **C.** $x^2+2y^2=2$. **D.** $x^2=2y^2$.

Lời giải

Vì $x^2+2y^2=2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 5: Trong mặt phẳng (Oxy), cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$. Tìm tiêu cự của (E).

A. $F_1F_2=12$ **B.** $F_1F_2=8$ **C.** $F_1F_2=2\sqrt{5}$ **D.** $F_1F_2=4\sqrt{5}$

Lời giải

$$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2-b^2=20 \Rightarrow c=2\sqrt{5} \Rightarrow F_1F_2=4\sqrt{5}.$$

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, tìm tiêu cự của elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

A. 3 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

Ta có $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=16 \end{cases} \Rightarrow c^2=25-16=9 \Rightarrow c=3$ nên tiêu cự $2c=6$.

Câu 7: Tìm các tiêu điểm của Elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$

A. $F_1(3;0);\ F_2(0;-3)$.

B. $F_1(\sqrt{8};0);\ F_2(0;-\sqrt{8})$.

C. $F_1(-3;0);\ F_2(0;-3)$.

D. $F_1(-\sqrt{8};0);\ F_2(\sqrt{8};0)$.

Lời giải

$(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$ có $a=3$; $b=1 \Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{8}$.

Vậy (E) có các tiêu điểm là: $F_1(-\sqrt{8};0);\ F_2(\sqrt{8};0)$.

Câu 8: Elíp $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 25. **B.** 50. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Từ phương trình $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1 \Rightarrow a=5$.

Do đó (E) có độ dài trục lớn là $2a=10$.

Câu 9: Cho elip $(E): \frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$. Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Ta có: $a^2=5 \Rightarrow a=\sqrt{5}$; $b^2=4 \Rightarrow b=2 \Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=1$.

Vậy tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{2c}{2a}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 10: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và đi qua điểm $A(2;-2)$ là

A. $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$

Lời giải

Gọi phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{4}{4b^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}$.

Vậy phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 11: Phương trình chính tắc của (E) nhận điểm $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{3} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

Lời giải

Gọi phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Vì $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở nên $a = 4$, $b = 3$.

Vậy phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 12: Phương trình chính tắc của (E) có khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng $\frac{50}{3}$ và tiêu cự bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

Lời giải

Gọi phương trình elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} \frac{a^2}{c} = \frac{25}{3} \\ 2c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16$.

Vậy phương trình elip là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. M là điểm thuộc (E). Tính $MF_1 + MF_2$.

A. 5 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Phương trình của (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a^2=b^2+c^2)$. Suy ra $a^2=9 \Rightarrow a=3$.

Do M thuộc (E) nên $MF_1+MF_2=2a=6$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy cho elip $(E): x^2+3y^2=6$. Giá trị nào sau đây là tiêu cự của elip?

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Lời giải

Ta có $(E): \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$, dó đó $a=\sqrt{6}, b=\sqrt{2}, c=2$. Độ dài tiêu cự là $2c=4$.

Câu 15: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$. **B.** (E) có tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$.

C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$. **D.** (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Lời giải

Phương trình elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ nên ta có: $a=5; b=3 \Rightarrow c=4$.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. (E) có tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $F_1(0;-\sqrt{5}), F_2(0;\sqrt{5})$ là các tiêu điểm của (E).

C. Độ dài trục lớn là 9.

D. Các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(0;3)$ và $A_2(0;-3)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} a^2=9 \\ b^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$ mà $c^2=a^2-b^2=9-4=5 \Rightarrow c=\sqrt{5}$

Câu 17: Cho Elip có phương trình $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. Một tiêu điểm của Elip có tọa độ là:

A. $A(\sqrt{3};0)$. **B.** $B(0;\sqrt{3})$. **C.** $C(\sqrt{5};0)$. **D.** $D(0;\sqrt{5})$.

Lời giải

Ta có: $c^2=a^2-b^2=4-1=3$ nên tiêu điểm của Elip có tọa độ là: $F_1(-\sqrt{3};0), F_2(\sqrt{3};0)$.

Câu 18: Diện tích của tứ giác tạo nên bởi các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4}+y^2=1$ là

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Tọa độ các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ là $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$; $B_1(0;-1)$, $B_2(0;1)$.

Vì tứ giác $A_1B_1A_2B_2$ là hình thoi có hai đường chéo $A_1A_2 = 4$ và $B_1B_2 = 2$.

Vậy diện tích tứ giác cần tìm là $S = \frac{1}{2} \cdot A_1A_2.B_1B_2 = 4$.

Câu 19: Trong hệ tọa độ (Oxy), cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Bán kính qua tiêu của (E) đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. 0 **B.** 1 **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** 2

Lời giải

Từ phương trình elip ta có $\begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 3$. Bán kính qua tiêu là $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$ với $-a \le x \le a$. Suy ra $a - c \le MF_1 = a + c$ hay $(MF_1)_{\min} = a - c = 5 - 3 = 2$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm nào dưới đây là một tiêu điểm của elip?

A. $F_1(16;0)$. **B.** $F_1(-4;0)$. **C.** $F_1(0;-4)$. **D.** $F_1(5;0)$.

Lời giải

Phương trình elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$.

Theo bài ra ta có $a^2 = 25$, $b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 16 \Rightarrow c = 4$.

Vậy elip có hai tiêu điểm là $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ hay $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$. Độ dài trục nhỏ của đường elip bằng

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \Rightarrow a = 7, b = 4$.

Vậy độ dài trục nhỏ của đường elip là: $2b = 2.4 = 8$.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$. Tiêu cự của elip bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** $2\sqrt{21}$. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình elip (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=21 \end{cases}$ mà $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-21}=\sqrt{4}=2$.

Vậy tiêu cự của elip đã cho là $2c=4$.

Câu 23: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, elip (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ có tâm sai bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ \ (a>b>0)$.

$\Rightarrow \begin{cases} a^2=25 \\ b^2=9 \\ c^2=a^2-b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=3 \\ c=4 \end{cases}$ nên tâm sai của elip $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5}$.

Câu 24: Trong hệ trục toạ độ Oxy, elip (E): $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{7}=1$ có tiêu cự bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** $\dfrac{9}{16}$. **D.** $\dfrac{6}{7}$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ \ (a>b>0)$.

$\Rightarrow \begin{cases} a^2=16 \\ b^2=7 \\ c^2=a^2-b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=\sqrt{7} \\ c=3 \end{cases}$. Vậy tiêu cự của elip $F_1F_2=2c=2.3=6$.

Câu 25: Trong hệ trục toạ độ Oxy, cho elip (E) có phương trình $9x^2+25y^2=225$. Lúc đó hình chữ nhật cơ sở của elip (E) có diện tích bằng

A. 15. **B.** 40. **C.** 60. **D.** 30.

Lời giải

Ta có: $9x^2+25y^2=225 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Từ đây, ta được $a=5,\ b=3$. Diện tích hình chữ nhật cơ sở là $S=2a.2b=60$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Elip có tiêu cự bằng 8.

b) Elip có tiêu điểm $F_1(-4;0)$.

c) Điểm $A(5;3)$ thuộc đường elip.

d) $MF_1+MF_2=12$, với M là một điểm thuộc đường elip.

Lời giải

Ta có: $a^2=25\Rightarrow a=5; b^2=9\Rightarrow b=3$

$c^2=a^2-b^2=25-9=16\Rightarrow c=4$

a) Đúng: Elip có tiêu cự bằng $2c=2.4=8$.

b) Đúng: Elip có hai tiêu điểm là $F_1(-4;0), F_2(4;0)$.

c) Sai: Thế tọa độ $A(5;3)$ vào phương trình của elip ta được $\frac{5^2}{25}+\frac{3^2}{9}=2$ nên điểm $A(5;3)$ không thuộc đường elip.

d) Sai: $MF_1+MF_2=2a=2.5=10$.

Câu 2: Trong mặt phẳng toạ độ, cho đường conic có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{25}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường conic đã cho là một elip có tiêu điểm nằm trên trục hoành.

b) Đường conic đã cho có tiêu cự bằng $4\sqrt{14}$.

c) Đường conic đã cho có tiêu điểm $F_1\left(0;-2\sqrt{14}\right)$.

d) Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng 18.

Lời giải

a) Đúng: Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$

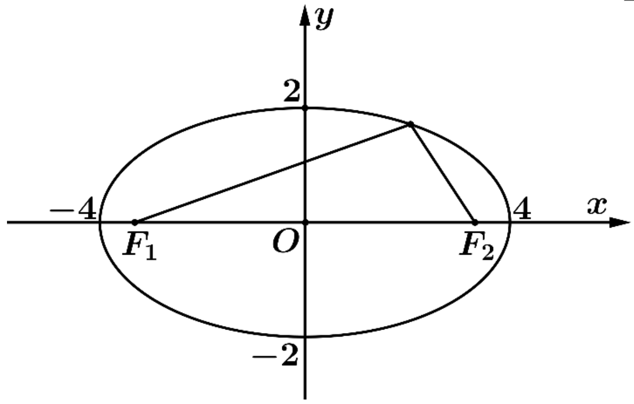
b) Đúng: $c^2=a^2-b^2=81-25=56\Rightarrow c=2\sqrt{14}$.

Vậy tiêu cự của đường conic đã cho bằng $4\sqrt{14}$

c) Sai: Đường conic đã cho có tiêu điểm thuộc thuộc trục Ox

d) Đúng: Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng $2a=18$

Câu 3: Trong mặt phẳng toạ độ, cho elip như hình vẽ.



a) Phương trình elip của hình trên có dạng $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

b) Elip đã cho có tiêu cự là 12.

c) Một tiêu điểm của elip đã cho là $F_1\left(-2\sqrt{3};0\right)$.

d) Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng 4.

Lời giải

a) Đúng: Phương trình elip của hình trên có dạng $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$

b) Sai: $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ nên Elip đã cho có tiêu cự là $2c=4\sqrt{3}$

c) Đúng: $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ nên tiêu điểm của elip đã cho là $F_1\left(-2\sqrt{3};0\right)$.

d) Sai: Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng $2a=8$

Câu 4: Trong mặt phẳng toạ độ, cho elip có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{100}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc elip có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $\left(a>b>0\right)$ thì $a=144;b=100$.

b) Elip đã cho có tiêu cự là $4\sqrt{11}$.

c) Tiêu điểm của elip đã cho là $F_1\left(0;-2\sqrt{11}\right)$.

d) Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng 144.

Lời giải

a) Sai: Từ phương trình chính tắc elip ta có $a=\sqrt{144}=12;b=\sqrt{100}=10$

b) Đúng: $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$ nên elip đã cho có tiêu cự là $2c=4\sqrt{11}$

c) Sai: Elip đã cho đã cho có tiêu điểm thuộc thuộc trục Ox

d) Sai: Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng $2a=24$

Câu 5: Trong mặt phẳng toạ độ, cho đường conic có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{121}+\frac{y^2}{25}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường conic đã cho là 1 elip có tiêu cự bằng 22.

b) Đường conic đã cho là một elip có tiêu điểm nằm trên trục tung.

c) Đường conic đã cho có một tiêu điểm $F_1\left(-4\sqrt{6};0\right)$.

d) Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng 22.

Lời giải

a) Sai: Đường conic có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{121}+\frac{y^2}{25}=1$ là một elip

Elip này có $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$ nên elip đã cho có tiêu cự là $2c=8\sqrt{6}$

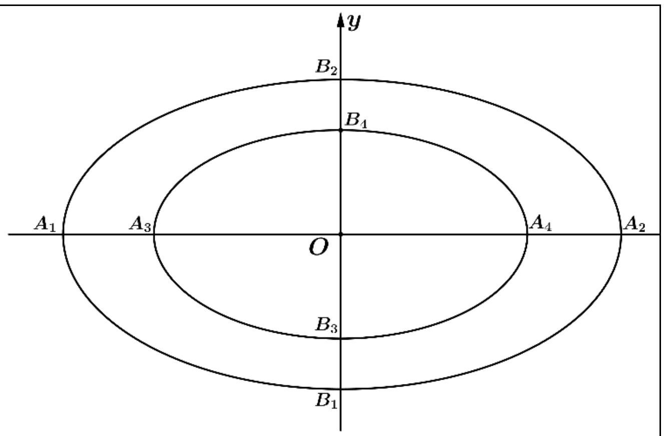
b) Sai: Đường conic đã cho là một elip có tiêu điểm thuộc thuộc trục Ox

c) Đúng: Phương trình elip trên có $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$ nên elip có một tiêu điểm $F_1\left(-4\sqrt{6};0\right)$

d) Đúng: Tổng các khoảng cách từ một điểm thuộc đường conic đến hai tiêu điểm bằng $2a=22$

Câu 6: Câu lạc bộ bóng đá AS ROMA dự định xây dựng SVĐ mới có tên là Stadio Della Roma để làm sân nhà của đội bóng thay thế cho sân bóng Olimpico. Hệ thống mái của SVĐ Stadio Della Roma dự định được xây dựng có dạng hai hình elip như hình 1 và được biểu diễn trên hệ trục tọa độ như hình 2 với hình elip lớn bên ngoài có độ dài đoạn $A_1A_2=146$ mét, đoạn $B_1B_2=108$ mét, hình elip nhỏ bên trong có độ dài đoạn $A_3A_4=110$ mét và $B_3B_4=72$ mét. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Hình 1



Hình 2

a) Đường elip lớn trong hình 2 có phương trình chính tắc: $\frac{x^2}{5329}+\frac{y^2}{2916}=1$.

b) Phương trình $1296x^2+3025y^2=3920400$ là phương trình của đường elip nhỏ trong hình 1.

c) Đường elip lớn trong hình 2 đã cho có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{2413};0\right)$.

d) Đường elip trong nhỏ hình 2 có tiêu cự 1729.

Lời giải

a) Đúng: Đường elip trong hình 1 có $a=\frac{146}{2}=73;b=\frac{108}{2}=54$

Khi đó elip có phương trình $\frac{x^2}{5329}+\frac{y^2}{2916}=1$

b) Đúng: Đường elip trong hình 2 có $a=\frac{110}{2}=55;b=\frac{72}{2}=36$

Khi đó elip có phương trình $1296x^2+3025y^2=3920400\Leftrightarrow\frac{x^2}{3025}+\frac{y^2}{1296}=1$

c) Đúng: Đường elip lớn trong hình 1 có $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{2413}$ nên có tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{2413};0\right)$

d) Sai: Đường elip trong hình 1 có $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{1729}$ nên có tiêu cự là $2c=2\sqrt{1729}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

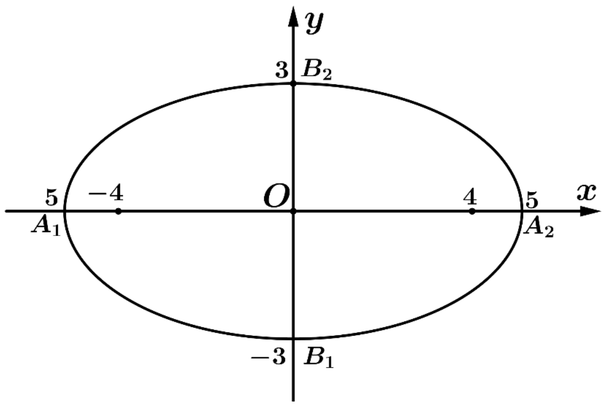
Câu 1: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{7};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{7};0\right)$ và điểm $M\left(-\sqrt{7};\frac{9}{4}\right)$ thuộc (E). Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Tính NF_1+MF_2

Lời giải

Điểm N đối xứng với M qua gốc tọa độ O nên $N\left(\sqrt{7};-\frac{9}{4}\right)$.

Ta có: $MF_1=\frac{9}{4};MF_2=\frac{23}{4};NF_1=\frac{23}{4};NF_2=\frac{9}{4}$ nên do đó $NF_2+MF_1=\frac{9}{2}$.

Câu 2: Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài các trục là $A_1A_2=10$; $B_1B_2=6$. Xét hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục là mét) như hình vẽ;



Xét các điểm M,N cùng thuộc đoạn A_1A_2 của elip và đều cách O một khoảng bằng 4 m về hai phía của O. Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến M và N luôn bằng 10 m.

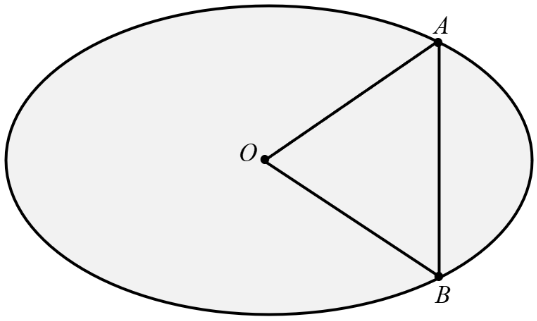
Lời giải

Ta có: $a=5,b=3\Rightarrow(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow c=4$ nên do đó $M(-4;0),N(4;0)$ là hai tiêu điểm của (E).

Gọi A là điểm bất kì trên (E) ta có $MA+NA=2a=10$.

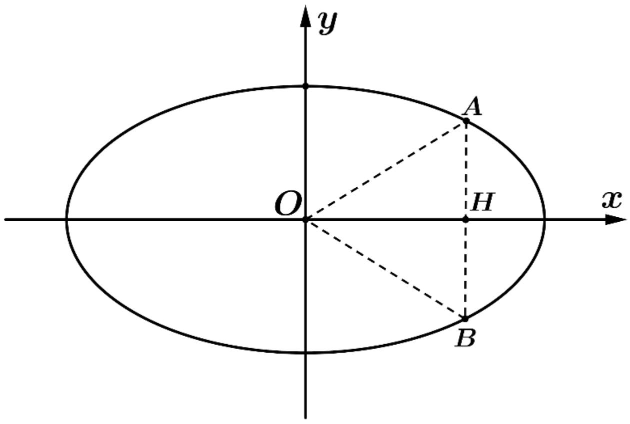
Câu 3: Gia chủ có một miếng đất có hình Elip với độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{6}$ m, độ dài trục nhỏ bằng 2 m. Gia chủ muốn trồng hoa thành hình tam giác cân OAB (tham khảo hình vẽ) với điểm O là tâm của Elip và các điểm A và B thuộc đường Elip nói trên. Diện tích trồng hoa lớn nhất bằng bao nhiêu?



Lời giải

Chọn hệ trục toạ độ như (Oxy) như hình vẽ.

Khi đó phương trình đường Elip là (E): $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{1}=1.$



Không mất tổng quát, ta chọn điểm A và B thuộc (E) sao cho điểm A và B có hoành độ dương. Do tam giác OAB cân tại O suy ra A đối xứng với B qua Ox.

Gọi điểm $A(x_0;y_0)\Rightarrow B(x_0;-y_0);(x_0>0)$

Điểm $A\in(E):\frac{x_0^2}{6}+\frac{y_0^2}{1}=1\Rightarrow\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{1}=1\Rightarrow|y_0|=\frac{\sqrt{6-x_0^2}}{2}$ nên ta có $AB=2|y_0|=\sqrt{6-x_0^2}$

Gọi H là trung điểm AB thì $H(x_0;0)\Rightarrow OH=x_0$

Khi đó: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}.OH.AB=\frac{1}{2}.x_0.\sqrt{6-x_0^2}=\frac{1}{2}.\sqrt{x_0^2\left(6-x_0^2\right)}\le\frac{1}{2}.\frac{x_0^2+6-x_0^2}{2}=\frac{3}{2}$

Đẳng thức xảy ra khi $x_0^2=6-x_0^2\Rightarrow x_0=\sqrt{3}\Rightarrow y_0=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy diện tích trồng hoa lớn nhất bằng $\frac{3}{2}$=1,5 m^2.

Câu 4: Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 60 m và 30 m. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S=\pi ab$ trong đó a,b lần lượt là đọ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.

Lời giải

Diện tích hình tròn: $S_T=\pi.15^2$, diện tích elip là $S_E=\pi.15.30$.

Tỉ số diện tích $T=\frac{S_T}{S_E-S_T}=\frac{\pi.15^2}{\pi.15.30-\pi.15^2}=\frac{15}{30-15}=1$.

Câu 5: Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một đường elip với tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ của quỹ đạo lần lượt là 768800 km và 767640 km. Tìm khoảng cách lớn nhất và bé nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng.

Lời giải

Vì $2a=768800$ và $2b=767640$ nên ta có $a=384400$ và $b=383820$.

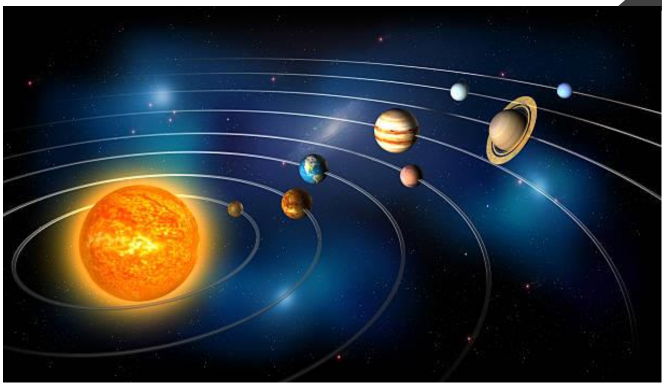
Từ đó suy ra $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{384400^2-383820^2}\approx 21108$.

Khoảng cách lớn nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng là:

$$a+c\approx 384400+21108=405508\,(\text{km})$$

Khoảng cách nhỏ nhất là $a-c\approx 384400-21108=363292$ (km)

Câu 6: Các hành tinh và các sao chổi khi chuyển động xung quanh mặt trời có quỹ đạo là một đường elip trong đó tâm mặt trời là một tiêu điểm. Điểm gần mặt trời nhất gọi là điểm cận nhật, điểm xa mặt trời nhất gọi là điểm viễn nhật. Trái đất chuyển động xung quanh mặt trời theo quỹ đạo là một đường elip có độ dài nửa trục lớn bằng 93.000.000 dặm. Tỉ số khoảng cách giữa điểm cận nhật và điểm viễn nhật đến mặt trời là $\frac{59}{61}$. Tính khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật.



Lời giải

Ta có $a = 93.000.000$

Và $\dfrac{a-c}{a+c} = \dfrac{59}{61} \Leftrightarrow 61a - 61c = 59a + 59c \Leftrightarrow c = \dfrac{a}{60} = \dfrac{93.000.000}{60} = 1.550.000$

Suy ra khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật là: $91.450.000$.

-----------------HẾT-----------------

Dạng 2: Phương trình đường Elip

Phương pháp: Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$.

- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$.
- Độ dài trục bé $2b$.
- Tiêu cự $2c$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$.

b) Elip nhận $F_2(5;0)$ là một tiêu điểm và có độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.

d) Elip đi qua hai điểm $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$.

Lời giải

a) Do (E) có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ nên $c=2$ suy ra $a^2=b^2+c^2=b^2+4$.

Mặt khác, (E) đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ nên $\frac{2^2}{a^2}+\frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{4}{b^2+4}+\frac{25}{9b^2}=1$

$\Leftrightarrow 9b^4-25b^2-100=0 \Leftrightarrow b^2=5$ hoặc $b^2=-\frac{20}{9}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

b) Do (E) có một tiêu điểm $F_2(5;0)$ nên $c=5$.

Theo giả thiết độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$ nên $2b=4\sqrt{6} \Leftrightarrow b=2\sqrt{6}$.

Suy ra $a^2=b^2+c^2=5^2+\left(2\sqrt{6}\right)^2=49$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$.

c) Độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ nên $2a=2\sqrt{5}\Leftrightarrow a=\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2 nên $2c=2\Leftrightarrow c=1$.

Từ hệ thức $a^2=b^2+c^2$, suy ra $b^2=a^2-c^2=5-1=4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$.

d) Do (E) đi qua $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$ nên ta có hệ phương trình

$\begin{cases}\frac{4}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1\\ \frac{6}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{a^2}=\frac{1}{8}\\ \frac{1}{b^2}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=8\\ b^2=4\end{cases}$ nên Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

Bài tập 2: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có tổng độ dài hai trục bằng 8 và tâm sai $e=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

b) Elip có tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20.

c) Elip có tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng $12\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Tổng độ dài hai trục bằng 8 nên $2a+2b=8$. (1)

Tâm sai $e=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow a=\sqrt{2}c$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases}2a+2b=8\\ e=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=4\\ a=\sqrt{2}c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{2}c+b=4\\ a=\sqrt{2}c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=4-\sqrt{2}c\\ a=\sqrt{2}c\end{cases}$.

Thay vào hệ thức $a^2=b^2+c^2$, ta được

$2c^2=\left(4-\sqrt{2}c\right)^2+c^2\Leftrightarrow c^2-8\sqrt{2}c+16=0\Leftrightarrow c=4\sqrt{2}\pm 4$.

Với $c=4\sqrt{2}+4$, suy ra $\begin{cases}a=8+4\sqrt{2}\\ b=-4-4\sqrt{2}\end{cases}$: không thỏa mãn.

Với $c=4\sqrt{2}-4$, suy ra $\begin{cases}a=8-4\sqrt{2}\\ b=-4+4\sqrt{2}\end{cases}$.

Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{\left(8-4\sqrt{2}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(4\sqrt{2}-4\right)^2}=1$.

b) Elip có tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}\Leftrightarrow\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}\Leftrightarrow a=\frac{3}{\sqrt{5}}c\ (1)$. Mặt khác, Elip có hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20 nên $2(2a+2b)=20\Leftrightarrow a+b=5\Leftrightarrow b=5-a$. (2)

Thay (1) và (2) vào hệ thức $a^2=b^2+c^2$, ta được:

$$\left(\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2=(5-a)^2+c^2\Leftrightarrow\left(\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2=\left(5-\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2+c^2\Leftrightarrow c^2-\frac{30}{\sqrt{5}}c+25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=5\sqrt{5}\\c=\sqrt{5}\end{array}\right..$$

Với $c=5\sqrt{5}$, suy ra $\begin{cases}a=15\\b=-10\end{cases}$: không thỏa mãn.

Với $c=\sqrt{5}$, suy ra $\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

c) Elip có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ nên $c=2$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở $S=2a.2b=12\sqrt{5}\Leftrightarrow ab=3\sqrt{5}\Leftrightarrow a^2b^2=45$. (1)

Mặt khác, ta có $a^2=b^2+c^2=b^2+4$. (2)

Kết hợp (1) và (2), ta được

$a^2b^2=45\Leftrightarrow(b^2+4)b^2=45\Leftrightarrow b^4+4b^2-45=0\Leftrightarrow b^2=5$ hoặc $b^2=-9$.

Với $b^2=5$, suy ra $a^2=9$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

Bài tập 3: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(-\sqrt{5};2\right)$ và khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 10.

b) Elip có tâm sai $e=\frac{3}{5}$ và khoảng cách từ tâm đối xứng của nó đến một đường chuẩn bằng $\frac{25}{3}$

c) Elip có độ dài trục lớn bằng 10 và phương trình một đường chuẩn là $x=\frac{25}{4}$.

d) Khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng 36 và bán kính qua tiêu điểm của điểm M thuộc Elip là 9 và 15.

Lời giải

a) Elip đi qua điểm $M\left(-\sqrt{5};2\right)$ nên $\frac{5}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1$. (1)

Khoảng cách giữa hai đường chuẩn của Elip bằng 10 nên $2.\frac{a}{e}=10\Leftrightarrow\frac{a}{e}=5\Leftrightarrow\frac{a^2}{c}=5\Leftrightarrow a^2=5c$ (2)

Từ (2), kết hợp với hệ thức $a^2=b^2+c^2$, ta được $b^2=a^2-c^2=5c-c^2\ (3)$

Thay (2), (3) vào (1), ta được: $\frac{5}{5c}+\frac{4}{5c-c^2}=1\Leftrightarrow c^2-6c+9=0\Leftrightarrow c=3$.

Với $c=3$, suy ra $\begin{cases}a^2=15\\b^2=6\end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{6}=1$.

b) Ta có $e=\frac{3}{5}\Leftrightarrow\frac{c}{a}=\frac{3}{5}\Leftrightarrow c=\frac{3}{5}a$.

Elip có khoảng cách từ tâm đối xứng O đến một đường chuẩn một khoảng bằng $\frac{25}{3}$ nên

$\frac{a}{e}=\frac{25}{3}\Leftrightarrow\frac{a^2}{c}=\frac{25}{3}\Leftrightarrow\frac{a^2}{\frac{3}{5}a}=\frac{25}{3}\Leftrightarrow a=5$.

Với $a=5$, suy ra $c=3$ và $b^2=a^2-c^2=16$.

Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng 10 nên $2a=10\Leftrightarrow a=5$.

Mặt khác, Elip có phương trình một đường chuẩn

$x=\frac{25}{4}\Leftrightarrow\frac{a}{e}=\frac{25}{4}\Leftrightarrow\frac{a^2}{c}=\frac{25}{4}\Leftrightarrow\frac{5^2}{c}=\frac{25}{4}\Leftrightarrow c=4$.

Suy ra $b^2=a^2-c^2=25-16=9$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

d) Elip có khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 36 nên $2.\frac{a}{e}=36\Leftrightarrow 2.\frac{a^2}{c}=36\Leftrightarrow\frac{a^2}{c}=18$.

Mặt khác, ta có $\begin{cases}MF_1=a+ex=9\\MF_2=a-ex=15\end{cases}$ suy ra $2a=24\Leftrightarrow a=12$.

Với $a=12$, suy ra $c=8$ và $b^2=a^2-c^2=144-64=80$.

Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{80}=1$.

Bài tập 4 : Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C):x^2+y^2=41$ và đi qua điểm $A(0;5)$.

b) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C):x^2+y^2=21$ và điểm $M(1;2)$ nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc $60°$.

c) Một cạnh hình chữ nhật cơ sở của Elip nằm trên $d: x-\sqrt{5}=0$ và độ dài đường chéo hình chữ nhật bằng 6.

d) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Bán kính của đường tròn nội tiếp hình thoi bằng $\sqrt{2}$ và tâm sai của Elip bằng $\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Elip đi qua $A(0;5)\in Oy$, suy ra $b=5$.

Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x=\pm a;\ y=\pm 5$.

Suy ra một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $(a;5)$. Theo giả thiết $(a;5)$ thuộc đường tròn (C)

$\Leftrightarrow a^2+25=41 \Leftrightarrow a^2=16$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$.

b) Theo giả thiết bài toán, ta có $F_1MF_2=60°$ suy ra

$$F_1F_2{}^2=MF_1{}^2+MF_2{}^2-2MF_1.MF_2.\cos 60^0$$

$$\Leftrightarrow 4c^2=(1+c)^2+4+(1-c)^2+4-2\sqrt{(1+c)^2+4}.\sqrt{(1-c)^2+4}.\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4c^2=2c^2+10-\sqrt{(1+c)^2+4}.\sqrt{(1-c)^2+4} \Leftrightarrow \sqrt{(1+c)^2+4}.\sqrt{(1-c)^2+4}=10-2c^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}10-2c^2\ge 0\\ \left[(1+c)^2+4\right].\left[(1-c)^2+4\right]=(10-2c^2)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<c\le\sqrt{5}\\ 3c^4-46c^2+75=0\end{cases} \Leftrightarrow c^2=\frac{23\pm 4\sqrt{19}}{3}.$$

Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x=\pm a;\ y=\pm b$.

Suy ra một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $(a;b)$. Theo giả thiết $(a;b)$ thuộc đường tròn (C) nên $a^2+b^2=21$.

Lại có $a^2=b^2+c^2$, suy ra $a^2-b^2=c^2$.

Với $c^2=\frac{23+4\sqrt{19}}{3}$, ta có $\begin{cases}a^2+b^2=21\\ a^2-b^2=\frac{23+4\sqrt{19}}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2=\frac{43+2\sqrt{19}}{3}\\ b^2=\frac{20-2\sqrt{19}}{3}\end{cases}$.

Suy ra $(E): \frac{x^2}{\frac{43+2\sqrt{19}}{3}}+\frac{y^2}{\frac{20-2\sqrt{19}}{3}}=1$.

Với $c^2=\dfrac{23-4\sqrt{19}}{3}$, ta có $\begin{cases}a^2+b^2=21\\ a^2-b^2=\dfrac{23-4\sqrt{19}}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=\dfrac{43-2\sqrt{19}}{3}\\ b^2=\dfrac{20+2\sqrt{19}}{3}\end{cases}$.

Suy ra $(E):\dfrac{x^2}{\frac{43-2\sqrt{19}}{3}}+\dfrac{y^2}{\frac{20+2\sqrt{19}}{3}}=1$.

Vậy có hai Elip cần tìm thỏa yêu cầu bài toán:

$(E):\dfrac{x^2}{\frac{43+2\sqrt{19}}{3}}+\dfrac{y^2}{\frac{20-2\sqrt{19}}{3}}=1$ hoặc $(E):\dfrac{x^2}{\frac{43-2\sqrt{19}}{3}}+\dfrac{y^2}{\frac{20+2\sqrt{19}}{3}}=1$.

c) Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x=\pm a;\ y=\pm b$.

Theo giả thiết, một cạnh hình chữ nhật cơ sở là $d: x-\sqrt{5}=0$, suy ra $a=\sqrt{5}$.

Độ dài đường chéo hình chữ nhật cơ sở bằng 6 nên

$\sqrt{4a^2+4b^2}=6\Leftrightarrow 4a^2+4b^2=36\Leftrightarrow 20+4b^2=36\Leftrightarrow b^2=4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

d) Elip có tâm sai $e=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow a=2c$.

Elip có các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$. Gọi H là hình chiếu của O lên A_2B_2

Theo giả thiết suy ra bán kính của đường tròn đã cho bằng OH. Ta có

$\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4c^2}+\dfrac{1}{a^2-c^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4c^2}+\dfrac{1}{3c^2}\Leftrightarrow c^2=\dfrac{7}{6}$.

Suy ra $a^2=4c^2=\dfrac{14}{3}$ và $b^2=a^2-c^2=\dfrac{7}{2}$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{\frac{14}{3}}+\dfrac{y^2}{\frac{7}{2}}=1$.

Bài tập 5: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $(C): x^2+y^2=4$ và $AC=2BD$, A thuộc Ox.

b) Elip có độ dài trục lớn bằng 8 và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2+y^2=8$ tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

c) Elip có tâm sai $e=\dfrac{1}{3}$ và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2+y^2=9$ tại bốn điểm A, B, C, D sao cho AB song song với Ox và $AB=3BC$.

d) Elip có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của Elip cùng nằm trên một đường tròn.

Lời giải

a) Giả sử một đỉnh của hình thoi là $A(a;0)$. Suy ra $AC=2a$ và $BD=2b$.

Theo giả thiết: $AC=2BD \Leftrightarrow 2a=2.2b \Leftrightarrow a=2b$.

Đường tròn (C) có $R=2$. Gọi H là hình chiếu của O lên AB với $B(0;b)$. Khi đó ta có

$$\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{R^2}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4b^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow b^2=5.$$

Suy ra $a^2=20$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$.

b) Elip có độ dài trục lớn bằng 8 nên $2a=8 \Leftrightarrow a=4$.

Do (E) và (C) đều có tâm đối xứng là O và hai trục đối xứng là Ox và Oy nên hình vuông tạo bởi giữa chúng cũng có tính chất tương tự. Do đó ta giả sử gọi một đỉnh của hình vuông là $M(x;x)$ với $x>0$. Vì $M\in(C) \Leftrightarrow x^2+x^2=8 \Leftrightarrow x^2=4$ suy ra $x=2 \Rightarrow M(2;2)$.

Ta có $M\in(E) \Leftrightarrow \frac{4}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{4}{16}+\frac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow b^2=\frac{16}{3}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{\frac{16}{3}}=1$.

c) Elip có tâm sai $e=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow a=3c$.

Đặt $BC=x$ với $x>0$, suy ra $AB=3x$. Giả sử một đỉnh $A\left(\frac{3}{2}x;\frac{1}{2}x\right)$. Ta có

$$A\in(C) \Leftrightarrow \frac{9}{4}x^2+\frac{1}{4}x^2=9 \Leftrightarrow x^2=\frac{18}{5} \text{ suy ra } x=\frac{3\sqrt{10}}{5} \Rightarrow A\left(\frac{9\sqrt{10}}{10};\frac{3\sqrt{10}}{10}\right).$$

Mặt khác:

$$A\in(E) \Leftrightarrow \frac{81}{10a^2}+\frac{9}{10b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{81}{10(3c)^2}+\frac{9}{10(a^2-c^2)}=1 \Leftrightarrow \frac{9}{10c^2}+\frac{9}{80c^2}=1 \Leftrightarrow c^2=\frac{81}{80}.$$

Suy ra $a^2=9c^2=\frac{729}{80}$ và $b^2=a^2-c^2=\frac{81}{10}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{\frac{729}{80}}+\frac{y^2}{\frac{81}{10}}=1$.

d) Độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$ nên $2a = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow a = 2\sqrt{2}$.

Các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm cùng thuộc đường tròn nên $b = c$.

Từ hệ thức $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 8 = 2b^2 \Leftrightarrow b^2 = 4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Bài tập 6: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32.

b) Elip có một đỉnh và hai tiêu điểm tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của Elip bằng $12\left(2+\sqrt{3}\right)$.

c) Elip đi qua điểm $M\left(2\sqrt{3};2\right)$ và M nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

d) Elip đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60^0.

Lời giải

a) Hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông nên $b = c$.

Mặt khác, diện tích hình vuông bằng 32 nên $2c.2b = 32 \Leftrightarrow b^2 = 8$.

Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = 16$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$.

b) Chu vi hình chữ nhật cơ sở

$C = 12\left(2+\sqrt{3}\right) \Leftrightarrow 2(2a+2b) = 12\left(2+\sqrt{3}\right) \Leftrightarrow a + b = 3\left(2+\sqrt{3}\right)$. (1)

Giả sử tam giác $F_1F_2B_2$ đều cạnh $F_1F_2 = 2c$ mà $B_2O \perp F_1F_2$ suy ra:

$OB_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_1F_2 \Leftrightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}.2c = \sqrt{3}c$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $a = 3\left(2+\sqrt{3}\right) - b = 3\left(2+\sqrt{3}\right) - \sqrt{3}c$.

Thay vào hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được

$\left[\left(6+3\sqrt{3}\right) - \sqrt{3}c\right]^2 = 3c^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 + 6\sqrt{3}\left(2+\sqrt{3}\right)c - \left(6+3\sqrt{3}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow c = 3$

Hoặc $c = -12\sqrt{3} - 21$.

Với $c = 3$, suy ra $a = 6$ và $b = 3\sqrt{3}$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$.

c) Từ giả thiết, ta suy ra $F_1MF_2 = 90^0$ hay $MF_1 \perp MF_2$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MF_1}.\overrightarrow{MF_2} = 0 \Leftrightarrow \left(-c-2\sqrt{3}\right)\left(c-2\sqrt{3}\right)+4=0 \Leftrightarrow c^2 = 16$.

Hơn nữa (E) qua M nên

$\dfrac{12}{a^2}+\dfrac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{12}{b^2+16}+\dfrac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow 12b^2+4b^2+64=b^4+16b^2 \Leftrightarrow b^4=64 \Leftrightarrow b^2=8$.

Suy ra $a^2=b^2+c^2=24$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{8}=1$.

d) Từ giả thiết, ta suy ra $B_1F_1B_2 = 60^0$ mà $F_1B_1 = F_1B_2$. Suy ra tam giác $F_1B_1B_2$ đều cạnh $B_1B_2 = 2b$ nên

$F_1O = \dfrac{\sqrt{3}}{2}B_1B_2 \Leftrightarrow c = \dfrac{\sqrt{3}}{2}2b \Leftrightarrow c = \sqrt{3}b$. (1)

Hơn nưa (E) qua $M\left(1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ nên $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{4b^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1 \Leftrightarrow b^2=1$. (2)

Từ (1) và (2), kết hợp với hệ thức $a^2=b^2+c^2$, ta được $a^2=4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

Bài tập 7: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Elip có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm M, biết tam giác F_1MF_2 có diện tích bằng 1 và vuông tại M.

b) Elip đi qua ba đỉnh của tam giác đều ABC. Biết tam giác ABC có trục đối xứng là Oy, $A(0;2)$ và có diện tích bằng $\dfrac{49\sqrt{3}}{12}$.

c) Khi M thay đổi trên Elip thì độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 và độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm của Elip.

Lời giải

a) Elip có tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$, suy ra $c=\sqrt{3}$. Gọi $M(x;y)\in(E)$. Theo giả thiết, ta có:

$S_{\Delta F_1MF_2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}MF_1.MF_2=1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}(a+ex)(a-ex)=1 \Leftrightarrow a^2-e^2x^2=2 \Leftrightarrow a^2-\dfrac{c^2}{a^2}.x^2=2$

$\Leftrightarrow a^2-\dfrac{3}{a^2}.x^2=2 \Leftrightarrow x^2=\dfrac{\left(a^2-2\right)a^2}{3}$ (1)

Cũng từ $MF_1 \perp MF_2$, ta có $\overrightarrow{MF_1}.\overrightarrow{MF_2} = 0 \Leftrightarrow (-c-x)(c-x)+(-y)(-y)=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2=c^2=3\ (2)$. Từ (1) và (2), ta có $y^2 = 3-x^2 = 3-\dfrac{(a^2-2)a^2}{3} = \dfrac{9-a^4+2a^2}{3}$.

Do đó: $M(x;y)\in(E) \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{a^2-2}{3}+\dfrac{9-a^4+2a^2}{3(a^2-3)}=1$

$\Leftrightarrow (a^2-2)(a^2-3)+9-a^4+2a^2 = 3a^2-9 \Leftrightarrow a^2=4$.

Suy ra $b^2=1$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

b) Tam giác ABC đều, có điểm $A(0;2)\in Oy$ và trục đối xứng là Oy nên hai điểm B, C đối xứng nhau qua Oy.

Giả sử $B(x;y)$ với $x>0, y<2$, suy ra $C(-x;y)$. Độ dài cạnh của tam giác là $2x$.

Theo giả thiết, ta có: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{49\sqrt{3}}{12} \Leftrightarrow \dfrac{(2x)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{49\sqrt{3}}{12}$, suy ra $x=\dfrac{7}{2\sqrt{3}}$.

Đường cao của tam giác đều $h=\dfrac{2x\sqrt{3}}{2}=x\sqrt{3}=\dfrac{7}{2} \Leftrightarrow 2-y=\dfrac{7}{2} \Leftrightarrow y=\dfrac{3}{2}$ suy ra $B\left(\dfrac{7}{2\sqrt{3}};\dfrac{3}{2}\right)$.

Đến đây bài toán trở thành viết phương trình Elip đi qua hai điểm $A(0;2)$ và $B\left(\dfrac{7}{2\sqrt{3}};\dfrac{3}{2}\right)$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{\frac{28}{5}}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

c) Độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 nên $b=4$.

Mặt khác, ta lại có độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 nên $a+c=8$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+c=8 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=8 \\ a^2=16+c^2 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} a=5 \\ c=3 \end{cases}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Bài tập 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8. Viết phương trình chính tắc của Elip.

Lời giải

$M(0;3)\in(E) \Rightarrow b=3$ nên khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8 $\Rightarrow a=4$.

Phương trình chính tắc của (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Bài tập 9: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip; A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $AF_1+BF_2=8$. Tính AF_2+BF_1.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1=2MF_2$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1-MF_2=2$.

Lời giải

a) Ta có $a^2=25\Rightarrow a=5$. Do $A, B\in(E)$ nên $AF_1+AF_2=2a=10$ và $BF_1+BF_2=2a=10$.

Suy ra $AF_1+AF_2+BF_1+BF_2=20\Leftrightarrow 8+AF_2+BF_1=20\Leftrightarrow AF_2+BF_1=12$.

b) Ta có $a^2=9\Rightarrow a=3$ và $b^2=5\Rightarrow b=\sqrt{5}$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=4\Rightarrow c=2$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $MF_1=2MF_2\Leftrightarrow a+ex=2(a-ex)\Leftrightarrow x=\frac{a}{3e}=\frac{a^2}{3c}=\frac{3}{2}$.

Thay vào (E), ta được $\frac{9}{4.9}+\frac{y^2}{5}=1\Leftrightarrow y^2=\frac{15}{4}\Leftrightarrow y=\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Vậy $M\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$ hoặc $M\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$.

c) Ta có $a^2=8\Rightarrow a=2\sqrt{2}$ và $b^2=4\Rightarrow b=2$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=4\Rightarrow c=2$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $MF_1-MF_2=2\Leftrightarrow a+ex-(a-ex)=2\Leftrightarrow x=\frac{1}{e}=\frac{a}{c}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

Thay vào (E), ta được $\frac{2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow y^2=3\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{3}$.

Vậy $M(\sqrt{2};-\sqrt{3})$ hoặc $M(\sqrt{2};\sqrt{3})$.

Bài tập 10: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm những điểm M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{4}+y^2=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $F_1MF_2=60^0$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{25}=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $F_1MF_2=120^0$.

d) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $MF_1F_2=120^0$.

Lời giải

a) Ta có $a^2=9\Rightarrow a=3$ và $b^2=1\Rightarrow b=1$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=2\Rightarrow c=2\sqrt{2}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $F_1MF_2=90^0$ nên $F_1F_2{}^2=MF_1{}^2+MF_2{}^2$

$$\Leftrightarrow 4c^2=(a+ex)^2+(a-ex)^2\Leftrightarrow 32=2a^2+2e^2x^2\Leftrightarrow 32=18+2.\frac{8}{9}.x^2\Leftrightarrow x^2=\frac{63}{8}\Leftrightarrow x=\pm\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

Thay vào (E), ta được $y^2=\frac{1}{8}\Leftrightarrow y=\pm\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Vậy $M\left(\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}};\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $M\left(\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}};-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $M\left(-\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}};\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}};-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$.

b) Ta có $a^2=4\Rightarrow a=2$ và $b^2=1\Rightarrow b=1$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=3\Rightarrow c=\sqrt{3}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $F_1F_2{}^2=MF_1{}^2+MF_2{}^2-2MF_1.MF_2.\cos 60^0$

$$\Leftrightarrow 4c^2=(a+ex)^2+(a-ex)^2-2(a+ex)(a-ex).\frac{1}{2}\Leftrightarrow 12=2a^2+2e^2x^2-a^2+e^2x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2=\frac{12-a^2}{3e^2}=\frac{32}{9}\Leftrightarrow x=\pm\frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

Thay vào (E), ta được $\frac{32}{9.4}+y^2=1\Leftrightarrow y^2=\frac{1}{9}\Leftrightarrow y=\pm\frac{1}{3}$.

Vậy $M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$, $M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$, $M\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

c) Ta có $a^2=100\Rightarrow a=10$ và $b^2=25\Rightarrow b=5$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=75\Rightarrow c=5\sqrt{3}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $F_1F_2{}^2=MF_1{}^2+MF_2{}^2-2MF_1.MF_2\cos 120^0$

$\Leftrightarrow 4c^2 = (a+ex)^2 + (a-ex)^2 - 2(a+ex)(a-ex)\left(-\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 300 = 2a^2 + 2e^2x^2 + a^2 - e^2x^2$

$\Leftrightarrow 300 = 3a^2 + e^2x^2 \Leftrightarrow 300 = 300 + e^2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Thay vào (E), ta được $\dfrac{0}{100} + \dfrac{y^2}{25} = 1 \Leftrightarrow y^2 = 25 \Leftrightarrow y = \pm 5$.

Vậy $M(0;5)$ hoặc $M(0;-5)$.

d) Ta có $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$ và $b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 \Rightarrow c = 4$.

Gọi $M(x;y) \in (E)$. Ta có $MF_2{}^2 = MF_1{}^2 + F_1F_2{}^2 - 2MF_1.F_1F_2\cos 120^0$

$\Leftrightarrow (a-ex)^2 = (a+ex)^2 + 4c^2 - 2(a+ex)2c\left(-\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4aex + 4c^2 + 2ac + 2ecx = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{65}{14}.$

Thay vào (E), ta được $y^2 = \dfrac{243}{196} \Leftrightarrow y = \pm\dfrac{9\sqrt{3}}{14}$. Vậy $M\left(-\dfrac{65}{14};\dfrac{9\sqrt{3}}{14}\right)$ hoặc $M\left(-\dfrac{65}{14};-\dfrac{9\sqrt{3}}{14}\right)$.

Bài tập 11: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1$ và điểm $C(2;0)$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E), biết rằng A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{1} = 1$ và điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết B có tung độ dương.

Lời giải

a) a có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ và $b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$.

Giả sử $A(x;y)$ suy ra $B(x;-y)$. Theo giả thiết, tam giác ABC đều

$AC^2 = AB^2 \Leftrightarrow (2-x)^2 + y^2 = 4y^2 \Leftrightarrow (2-x)^2 = 3y^2$. (1)

Hơn nữa $A \in (E) \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4y^2 = 4$. (2)

Từ (1) và (2), ta có

$$\begin{cases}(2-x)^2=3y^2\\x^2+4y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^2=1-\dfrac{x^2}{4}\\7x^2-16x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x=\dfrac{2}{7}\\y=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x=\dfrac{2}{7}\\y=-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\end{cases}.$$

Vì A, B khác C nên $A\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

b) Do tam giác OAB cân tại O và A, B đều có hoành độ dương nên A, B đối xứng nhau qua Ox.

Giả sử $A(x;y)$ với $x>0$, suy ra $B(x;-y)$. Gọi H là hình chiếu của O lên AB. Khi đó ta có

$S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}AB.OH=\dfrac{1}{2}|2y|x=x|y|$.

Áp dụng bất đẳng thức $Cauchy$, ta có $1=\dfrac{x^2}{4}+y^2\ge 2.\dfrac{x}{2}.|y|=x|y|$.

Do đó $S_{\Delta OAB}\le 1$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\dfrac{x^2}{4}=y^2$.

Thay vào (E), ta được $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1\Leftrightarrow y^2+y^2=1\Leftrightarrow y^2=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra . $x^2=2\Rightarrow x=\sqrt{2}$ ..

Vậy $A\left(\sqrt{2};\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ và $B\left(\sqrt{2};-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2};-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ và $B\left(\sqrt{2};\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

c) Gọi $B(x;y)$ với $x>0$.

Do tam giác ABC vuông cân tại A, suy ra B và C đối xứng nhau qua Ox nên $C(x;-y)$.

Ta có $AB\perp AC\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow(x-3)^2-y^2=0\ (1)$

Hơn nữa, $B\in(E)\Leftrightarrow\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1.\ (2)$

Từ (1) và (2), ta có

$$\begin{cases}(x-3)^2-y^2=0\\\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^2=1-\dfrac{x^2}{9}\\(x-3)^2-1+\dfrac{x^2}{9}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^2=1-\dfrac{x^2}{9}\\\dfrac{10}{9}x^2-6x+8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x=\dfrac{12}{5}\\y=\pm\dfrac{3}{5}\end{cases}.$$

Vì A, B khác C nên $B\left(\dfrac{12}{5};\dfrac{3}{5}\right)$, $C\left(\dfrac{12}{5};-\dfrac{3}{5}\right)$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$.
B. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.
C. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$.
D. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$.

Lời giải

Câu 2: Phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.
B. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$.
C. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$.
D. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Gọi phương trình elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Vì trục lớn bằng 10 nên $2a=10\Rightarrow a=5$.

Elip có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3\Rightarrow\sqrt{a^2-b^2}=3\Rightarrow b=4$.

Vậy phương trình Elip là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 3: Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $9x^2+16y^2=144$.
B. $9x^2+16y^2=1$.
C. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$.
D. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$.

Lời giải

Gọi $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1;(a>b)$

Độ dài trục lớn là: $A_1A_2=2a=8\Rightarrow a=4$

Độ dài trục nhỏ là: $B_1B_2=2b=6\Rightarrow b=3$

Vậy phương trình Elip là: $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1\Leftrightarrow 9x^2+16y^2=144$

Câu 4: Cho (E) có hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 8, chu vi bằng 6 thì phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$.
B. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.
C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.
D. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}2a\cdot 2b=8\\2a+2b=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$. Vậy phương trình chính tắc của (E) là : $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E)

A. $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$. **<u>C</u>.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=0$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a,b>0)$.

Ta có $a=6$, $b=3$, vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 6: Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$. **<u>B</u>.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. **D.** $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$.

Theo giả thiết: $e=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{c}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=3c$ và $2a=6\Leftrightarrow a=3\Rightarrow c=1$

Khi đó: $a^2=b^2+c^2\Leftrightarrow 3^2=b^2+1\Leftrightarrow b^2=8\Leftrightarrow b=2\sqrt{2}$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

Câu 7: Phương trình Elip có trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ là:

<u>A</u>. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $4x^2+5y^2=12$. **C.** $5x^2+4y^2=20$ **D.** $5x^2+4y^2=12$.

Lời giải

Ta có: $2a=2\sqrt{5}\Leftrightarrow a=\sqrt{5}$ và $b^2=a^2-c^2=\sqrt{5}^2-1^2=4$.

Vậy phương trình Elip có dạng: $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow 4x^2+5y^2=20$.

Câu 8: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $9x^2+16y^2=1$. **<u>D</u>.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}2a=8\\2b=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc của (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

Câu 9: Phương trình chính tắc của (E) có tâm sai $e=\frac{4}{5}$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **<u>C</u>.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$. **D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} e=\dfrac{4}{5} \\ 2b=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5c=4a \\ b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25c^2=16a^2 \\ b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25\left(a^2-b^2\right)=16a^2 \\ b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=6 \end{cases}$.

Vậy phương trình của (E): $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Câu 10: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 6, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\dfrac{1}{3}$ là

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{19}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Do độ dài trục lớn bằng 6 nên $2a=6 \Rightarrow a=3.$

Do tỷ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\dfrac{1}{3}$ nên $\dfrac{2c}{2a}=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow a=3c \Rightarrow c=1$.

Ta có: $b^2=a^2-c^2=9-1=8 \Rightarrow (E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$.

Câu 11: Elip có hai đỉnh $(-3;0)$; $(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

Lời giải

Theo đề bài ta có $\begin{cases} a=3 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow b^2=a^2-c^2=8$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip đã cho là $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$

Câu 12: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{24}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{6}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Do độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ nên $2a=2.2b \Rightarrow a=2b.$

Do tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ nên $2c=4\sqrt{3} \Rightarrow c=2\sqrt{3}$.

Ta có: $b^2=a^2-c^2 \Leftrightarrow b^2=4b^2-12 \Rightarrow b=2 \Rightarrow a=4 \Rightarrow (E): \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Câu 13: Phương trình chính tắc của (E) có đường chuẩn $x+4=0$ và tiêu điểm $F(-1;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{15}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$.

Lời giải

Do đường chuẩn là $x+4=0\Leftrightarrow x=-4$ nên $\dfrac{a}{e}=4\Leftrightarrow \dfrac{a^2}{c}=4\Rightarrow a^2=4c$.

Do có tiêu điểm $F(-1;0)$ nên $c=1\Rightarrow a=2,\ b^2=a^2-c^2=3$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

Câu 14: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{81}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{15}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3$.

Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Câu 15: Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0);F_2(1;0)$ và tâm sai $e=\dfrac{1}{5}$ có phương trình là

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{24}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{25}=-1$. **C.** $\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{25}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{24}=-1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$

Tiêu điểm $F_1(-1;0)\Rightarrow c=1$

Tâm sai $e=\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow a=5c=5\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-1=24$.

Vậy $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{24}=1$.

Câu 16: Trong hệ trục tọa độ Oxy, một elip có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục bé là 6 thì có phương trình chính tắc là.

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{7}=1$.

Lời giải

Độ dài trục lớn là $8\Rightarrow 2a=8\Leftrightarrow a=4$

Độ dài trục nhỏ là $6\Rightarrow 2b=6\Leftrightarrow b=3$

Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 17: Các đỉnh của Elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$; $(a>b>0)$ tạo thành hình thoi có một góc ở đỉnh là $60°$, tiêu cự của (E) là 8. Khi đó $a^2+b^2=?$

A. 16. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 128.

Lời giải

Gọi hình thoi là $ABCD$ và $A=60°$.

Tiêu cự là $8 \Rightarrow a^2-b^2=64$ (1).

Mặt khác xét tam giác AOB vuông tại O có góc $BAO=30°$ nên

$OB=OA\tan 30° \Leftrightarrow b=a.\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ thay vào phương trình (1)

ta được $\frac{2}{3}a^2=64 \Leftrightarrow a^2=96 \Rightarrow b^2=32$. Vậy $a^2+b^2=128$.

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định phương trình chính tắc của elip biết $A_1A_2=10$, $B_1B_2=6$ với A_1, A_2 là giao điểm của elip với trục Ox; B_1, B_2 là giao điểm của elip với trục Oy.

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=0$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$.

$A_1A_2=10 \Rightarrow 2a=10 \Rightarrow a=5$; $B_1B_2=6 \Rightarrow 2b=6 \Rightarrow b=3$

Phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định phương trình chính tắc của elip biết giao điểm của elip với các trục tọa độ là $A_1(3;0)$, $A_2(-3;0)$, $B_1(0;2)$, $B_2(0;-2)$.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=0$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$.

Elip giao trục Ox tại $A_1(3;0)$, $A_2(-3;0) \Rightarrow a=3$

Elip giao trục Oy tại $B_1(0;2)$, $B_2(0;-2) \Rightarrow b=2$

Phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định phương trình chính tắc của elip biết một giao điểm của elip với trục Ox là $A_1(6;0)$, elip đi qua $M(0;\sqrt{32})$.

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$. **C.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=0$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$.

Một giao điểm của elip với trục Ox là $A_1(6;0)\Rightarrow a=6$

Elip đi qua $M\left(0;\sqrt{32}\right)\Leftrightarrow\frac{0}{a^2}+\frac{32}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=32$

Phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, xác định phương trình chính tắc của elip biết elip đi qua $M(0;3)$ khi tổng khoảng cách từ một điểm trên elip tới hai tiêu điểm là $2\sqrt{34}$

A. $\frac{x^2}{34}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{34}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{34}=1$. **D.** $\frac{x^2}{34}+\frac{y^2}{9}=0$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$.

Elip đi qua $M(0;3)\Leftrightarrow\frac{0}{a^2}+\frac{9}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=9$

Tổng khoảng cách từ một điểm trên elip tới hai tiêu điểm là $2\sqrt{34}\Rightarrow 2a=2\sqrt{34}\Rightarrow a=\sqrt{34}$.

Phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{34}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip có một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ và khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên Elip bằng $2\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của Elip

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $4x^2+5y^2=12$. **C.** $5x^2+4y^2=20$. **D.** $5x^2+4y^2=12$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$.

Ta có: $2a=2\sqrt{5}\Leftrightarrow a=\sqrt{5}$ và $b^2=a^2-c^2=\sqrt{5}^2-1^2=4$.

Vậy phương trình Elip có dạng: $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1 \Leftrightarrow 4x^2+5y^2=20$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{64}=1$. **D.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ và $M(0;3)\in(E)\Rightarrow b=3$

Khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm trên (E) bằng $8 \Rightarrow a=4$.

Phương trình chính tắc của (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0); F_2(1;0)$ và tổng khoảng cách từ mỗi điểm trên elip đến hai tiêu điểm bằng 10 có phương trình

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$. **B.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=-1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \ (a>b>0)$

Tiêu điểm $F_1(-1;0)\Rightarrow c=1$.

Tổng khoảng cách từ mỗi điểm trên elip đến hai tiêu điểm bằng $10 \Rightarrow a=5$.

Mà $b^2=a^2-c^2=5^2-1^2=24$ nên (E): $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **B.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \ (a>b>0)$

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3$.

Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

Phương trình chính tắc của (E) là (E): $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho đường cong (C) có phương trình $3x^2+4y^2-48=0$ và đường thẳng $d: x-2y+4=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường cong (C) là một elip.

b) Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm M,N.

c) Nếu đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm M,N thì $MN>3$.

d) Có 4 điểm trên (C) sao cho $3F_1M=F_2M$ với $F_1(-2;0),F_2(2;0)$

Lời giải

a) Đúng: Ta có $3x^2+4y^2-48=0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$.

b) Đúng: Ta có $x-2y+4=0 \Leftrightarrow x=2y-4$, thay vào phương trình của (C) ta được:

$$3(2y-4)^2+4y^2-48=0 \Leftrightarrow 16y^2-48y=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \Rightarrow x=-4 \\ y=3 \Rightarrow x=2 \end{array}\right.$$

c) Đúng: Toạ độ giao điểm của đường thẳng d và đường cong (C) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x^2+4y^2-48=0 \\ x-2y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2y-4)^2+4y^2-48=0 \\ x=2y-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-4 \\ \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=3 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow M(-4;0),N(2;3)$$

$\Rightarrow MN=3\sqrt{5}>3$.

d) Sai: $3x^2+4y^2-48=0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1 \Rightarrow a=4,b=2\sqrt{3},c=2 \Rightarrow F_1(-2;0),F(2;0)$

Gọi $M(x;y)\in(C)$

Ta có: $\begin{cases} 3MF_1=MF_2 \\ MF_1+MF_2=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MF_1=2 \\ MF_2=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)^2+y^2=4 \\ (x-2)^2+y^2=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=0 \end{cases}$.

Vậy có 1 điểm thuộc (C) thỏa mãn điều kiện.

Câu 2: Cho elip (E): $x^2+4y^2-40=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của elip là $\dfrac{x^2}{40}+\dfrac{y^2}{10}=1$.

b) (E) có các tiêu điểm $F_1(30;0)$ và $F_2(-30;0)$.

c) Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip tới hai tiêu điểm bằng $2\sqrt{10}$.

d) (E) có chu vi hình chữ nhật cơ sở bằng $6\sqrt{10}$.

Lời giải

a) Đúng: Cho elip (E): $x^2+4y^2-40=0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{10}=1$

b) Sai: Từ phương trình elip (E): $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{10}=1$ ta có $\begin{cases} a=2\sqrt{10} \\ b=\sqrt{10} \\ c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{30} \end{cases}$

Do đó (E) có các tiêu điểm $F_1\left(\sqrt{30};0\right)$ và $F_2\left(-\sqrt{30};0\right)$

c) Sai: Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip tới hai tiêu điểm bằng $2a=2.2\sqrt{10}=4\sqrt{10}$

d) Sai: (E) có $\begin{cases} a=2\sqrt{10} \\ b=\sqrt{10} \end{cases}$ suy ra độ dài trục lớn $2a=4\sqrt{10}$ và độ dài trục bé $2b=2\sqrt{10}$.

Chu vi hình chữ nhật cơ sở là: $2(2a+2b)=2\left(4\sqrt{10}+2\sqrt{10}\right)=12\sqrt{10}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường elip biết $A_1A_2=10$, $B_1B_2=6$ với A_1, A_2 là giao điểm của elip với trục Ox; B_1, B_2 là giao điểm của elip với trục Oy. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

b) Tiêu cự là 8.

c) Độ dài trục bé là 6.

d) Độ dài trục lớn là 5.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$.

$A_1A_2=10 \Rightarrow 2a=10 \Rightarrow a=5$; $B_1B_2=6 \Rightarrow 2b=6 \Rightarrow b=3$

Phương trình chính tắc của elip cần tìm là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Ta có: $c^2=a^2-b^2=25-9=16 \Rightarrow c=4 \Rightarrow 2c=8$.

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và độ dài trục lớn là 10. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

b) Độ dài trục lớn là 4.

c) Độ dài trục bé là 10.

d) (E) đi qua điểm $C(0;3)$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3$.

Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Ta có: $b=4\Rightarrow 2b=8$.

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Sai

Câu 5: Cho elip (E) biết tiêu cự bằng 6 và trục nhỏ bằng 8. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu điểm $F_1(0;-3);F_2(0;-3)$.

b) Độ dài trục lớn bằng 5.

c) Tổng khoảng cách từ điểm thuộc Elip có hoành độ $x=2$ đến hai tiêu điểm bằng 10.

d) Phương trình Elip (E) là $16x^2+25y^2=400$.

Lời giải

a) Sai: Tiêu điểm $F_1(-3;0);\ F_2(3;0)$

b) Sai: Từ $\begin{cases}2c=6\\2b=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=3\\b=4\end{cases}$.

Ta có $a^2=b^2+c^2=16+9=25\Rightarrow a=5$ nên độ dài trục lớn bằng 10.

c) Đúng: Ta có: $MF_1+MF_2=2a=2.5=10$.

d) Đúng: Phương trình elip cần tìm $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\Leftrightarrow(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1\Leftrightarrow 16x^2+25y^2=400$.

Câu 6: Cho elip (E) có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{3}$.

b) Điểm $N\left(-1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ thuộc elip.

c) Độ dài $MF_1=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

d) Phương trình Elip (E) là $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Lời giải

a) Đúng: Tiêu cự là $F_1F_2=2\sqrt{3}$

b) Sai: Điểm $N\left(1;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ đối xứng với M qua trục tung. Do đó $N\left(1;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$thuộc Elip.

c) Sai: Ta có: $MF_1=\sqrt{\left(1+\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

d) Đúng: Phương trình chính tắc của elip có dạng$(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1, a>b>0$ (1)

Suy ra $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}\Rightarrow a^2-b^2=3$

$M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\in(E)\Rightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{1}{4b^2}=1\Leftrightarrow 4b^2+3a^2=4a^2b^2$ (2)

Giải hệ (1) và (2) $\begin{cases}a^2-b^2=3\\4b^2+3a^2=4a^2b^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=3+b^2\\4b^2+3\left(3+b^2\right)=4\left(3+b^2\right)b^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=3+b^2\\4b^4+5b^2-9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=4\\b^2=1\end{cases}$

Vậy phương trình elip là: $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E) có $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$ lần lượt là hai tiêu điểm và có tâm sai $e=\frac{3}{5}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Elip (E) có tiêu cự bằng 6.

b) Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10.

c) Elip (E) có độ dài trục nhỏ bằng 4.

d) Phương trình chính tắc của (E)là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

a) Đúng: Elip (E) có $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)\Rightarrow c=3\Rightarrow 2c=6$.

b) Đúng: Elip (E) có tâm sai $e=\frac{3}{5}\Leftrightarrow\frac{c}{a}=\frac{3}{5}\Leftrightarrow\frac{3}{a}=\frac{3}{5}\Leftrightarrow a=5\Leftrightarrow 2a=10$.

c) Sai: $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4\Rightarrow 2b=8$.

d) Đúng: Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ cho hai elip, đường elip (E) có hai đỉnh $A(10;0)$ và $B(0;6)$. Đường elip (E') có tâm sai $e=\frac{4}{8}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của elip (E) là $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=0$.

b) (E) có các tiêu điểm $F_1(64;0)$ và $F_2(-64;0)$.

c) (E) có tiêu cự bằng 8.

d) (E') nhận $B(0;6)$ làm đỉnh thì phương trình chính tắc của (E') là: $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{36}=1$

Lời giải

a) Đúng: (E) có hai đỉnh $A(10;0)$ và $B(0;6)$ suy ra $a=10$ và $b=6$.

Do đó phương trình chính tắc của elip là: $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$.

b) Sai: Có phương trình elip (E): $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ ta có $\begin{cases}a=10\\b=6\\c=\sqrt{10^2-6^2}=8\end{cases}$

(E) có các tiêu điểm $F_1(8;0)$ và $F_2(-8;0)$.

c) Sai: (E) có tiêu cự bằng $F_1F_2=2c=2.8=16$

d) Sai: (E') nhận $B(0;6)$ làm đỉnh suy ra $b=6$.

(E') có tâm sai $e=\frac{4}{8}$ suy ra ta có $e=\frac{c}{a}=\frac{4}{8}$. Vì $a,c>0$ nên ta có $\frac{c^2}{a^2}=\frac{16}{64}\Leftrightarrow 64c^2-16a^2=0$

Ngoài ra ta có $a^2-c^2=b^2=36$

Có hệ phương trình $\begin{cases}16a^2-64c^2=0\\a^2-c^2=36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=48\\c^2=12\end{cases}$

Vậy phương trình chính tắc của (E') là $\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{36}=1$.

Câu 9: Cho elip (E) có một tiêu điểm $F_1(4;0)$, một đỉnh $A(5;0)$. Gọi M là điểm trên elip có tọa độ là các số dương. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Elip (E) có tiêu điểm còn lại là $F_2(0;-4)$.

b) Phương trình chính tắc của elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=0$.

c) Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip tới hai tiêu điểm bằng 25.

d) Để $F_1MF_2=90^\circ$ thì M có tọa độ là $\left(\frac{5\sqrt{7}}{4};\frac{9}{4}\right)$.

Lời giải

a) Sai: elip (E) có tiêu điểm $F_1(4;0)\Rightarrow c=4$

Do đó elip (E) có hai tiêu điểm $F_1(4;0)$ và $F_2(-4;0)$

b) Sai: Elip có đỉnh $A(5;0)$ suy ra $a=5$. Lại có $b^2=a^2-c^2=25-16=9$

Do đó phương trình chính tắc của elip là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

c) Sai: Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip tới hai tiêu điểm bằng $2a=10$.

d) Đúng: Giả sử $M(x_M;y_M)\in(E)\Rightarrow\frac{{x_M}^2}{25}+\frac{{y_M}^2}{9}=1\ (1)$

(E) có $c=4$ suy ra có hai tiêu điểm $F_1(4;0)$ và $F_2(-4;0)$

Lại có: $\begin{cases}\overrightarrow{F_1M}=(x_M+4;y_M)\\ \overrightarrow{F_2M}=(x_M-4;y_M)\end{cases}$ Để $F_1MF_2=90^o\Rightarrow\overrightarrow{F_1M}.\overrightarrow{F_2M}=0\Leftrightarrow {x_M}^2+{y_M}^2=16\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases}\frac{{x_M}^2}{25}+\frac{{y_M}^2}{9}=1\\ {x_M}^2+{y_M}^2=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}{x_M}^2=\frac{175}{16}\\ {y_M}^2=\frac{81}{16}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_M=\frac{5\sqrt{7}}{4}\\ y_M=\frac{9}{4}\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{5\sqrt{7}}{4};\frac{9}{4}\right)$.

Câu 10: Một đường hầm xuyên qua núi có chiều rộng là 20m, mặt cắt đứng của đường hầm có dạng nửa elip. Biết elip có tiêu cự bằng 10m. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0);F_2(5;0)$.

b) Chiều cao của hầm là $8,66$ m

c) Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{75}=1$.

d) Chiều cao của đường hầm xuyên núi tại tiêu điểm của (E) là 5m

Lời giải

a) Đúng: Elip (E) có tiêu cự bằng $10\,\text{m}$ nên $2c=10\Rightarrow c=5$ là $F_1(-5;0);F_2(5;0)$.

b) Đúng: Xét $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Vì chiều rộng của hầm là $20\,\text{m}$ nên elip cắt trục Ox tại hai điểm $A_1(-10;0),A_2(10;0)$ suy ra $a=10$.

Khi đó: $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}\approx 8,66\,\text{m}$.

c) Đúng: $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ có $a=10\Leftrightarrow a^2=100$ và $b=5\sqrt{3}\Rightarrow b^2=75$.

Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{75}=1$

d) Sai: Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{75}=1$. Tại tiêu điểm của (E) thì M là điểm thuộc (E) ứng với chiều cao h của đường hầm ta có $M(5;h)$. Chiều cao của đường hầm xuyên núi tại tiêu điểm của (E) là $\dfrac{5^2}{100}+\dfrac{h^2}{75}=1\Rightarrow\dfrac{h^2}{75}=1-\dfrac{1}{4}\Rightarrow\dfrac{h^2}{75}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow h^2=\dfrac{225}{4}\Rightarrow h=\dfrac{15}{2}\,\text{m}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E):\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Xét các điểm M,N lần lượt thuộc các tia Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (E). Tính độ dài ngắn nhất của MN

Lời giải

Gọi $M(m;0)$, $N(0;n)$ với $m,n>0\Rightarrow MN^2=m^2+n^2$. Đường thẳng $MN:\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1$.

Elip chính tắc $(E):\dfrac{x^2}{a}+\dfrac{y^2}{b}=1$ và đường thẳng $\Delta: Ax+By+C=0$ tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi $a^2A^2+b^2B^2=C^2$.

Phương trình tiếp tuyến của elip chính tắc tại $M(x_0;y_0)$ là: $\dfrac{x_0}{a^2}x+\dfrac{y_0}{b^2}y=1$.

Đường thẳng MN tiếp xúc với Elip $(E)\Leftrightarrow\dfrac{16}{m^2}+\dfrac{9}{n^2}=1$.

Khi đó ta có: $1=\dfrac{16}{m^2}+\dfrac{9}{n^2}\ge\dfrac{(4+3)^2}{m^2+n^2}\Rightarrow m^2+n^2\ge 49\Rightarrow MN_{\min}=7$.

Câu 2: Một cây cầu bê tông bắc qua con sông rộng $12\,\text{m}$, nhịp cuốn cầu có hình dạng nửa elip. Các kĩ sư đã thiết kế sao cho vị trí cao nhất của gầm cầu so với mặt nước là $4\,\text{m}$. Tính chiều cao của gầm cầu tại vị trí cách bờ $1,5\,\text{m}$.

Lời giải

Vì sông rộng $12\,\text{m}$ nên tọa độ giao điểm giữa (E) với trục hoành Ox là $A_1(-6;0);A_2(6;0)$.

Mặt khác ở vị trí cao nhất của gầm cầu so với mặt nước là $4m$ nên suy ra tọa độ giao điểm giữa elip với trục tung Oy là $B_1(0;4)$.

Giả sử $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$.

Gọi M là điểm thuộc (E)ứng với chiều cao h của đường hầm ta có $M(4,5;h)$

Khi đó $\frac{4,5^2}{36}+\frac{h^2}{16}=1 \Rightarrow \frac{h^2}{16}=\frac{7}{16} \Rightarrow h^2=7 \Rightarrow h=\sqrt{7} \approx 2,65\,\text{m}$.

Câu 3: Cho đường elip có phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$ và điểm $A(3;0)$. Điểm B,C nằm trên (E) sao cho B,C đối xứng qua trục Ox và ΔABC đều. Diện tích của tam giác ABC là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Hai điểm B,C đối xứng qua trục Ox. Giả sử $B(x_0;y_0), C(x_0;-y_0)$ với $y_0>0$.

B,C nằm trên $(E) \Rightarrow \frac{x_0^2}{9}+\frac{y_0^2}{3}=1 \Leftrightarrow x_0^2+3y_0^2=9$ và $(BC): x=x_0 \Rightarrow d(A,(BC))=|3-x_0|$.

Vì $A(3;0)\in Ox$, B,C đối xứng qua trục$\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A $\Rightarrow \Delta ABC$ đều

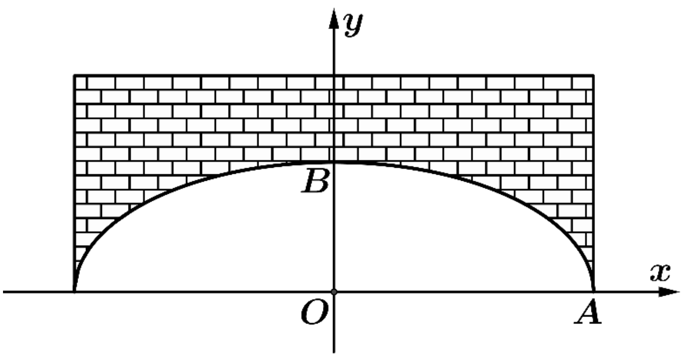
$\Leftrightarrow d(A,(BC))=\frac{\sqrt{3}}{2}BC \Leftrightarrow |3-x_0|=\sqrt{3}y_0 \Leftrightarrow 3y_0^2=(x_0-3)^2 \Rightarrow x_0^2+(x_0-3)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=3 \end{array}\right.$.

Với $x_0=0 \Rightarrow y_0=\sqrt{3} \Rightarrow BC=2\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BC.BA.\sin 60^\circ=3\sqrt{3}$.

Với $x_0=3 \Rightarrow y_0=0$ (loại).

Vậy diện tích của tam giác ABC bằng $5,2$.

Câu 4: Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là $12\,\text{m}$, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là $3\,\text{m}$. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao $2,8\,\text{m}$ thì có chiều rộng không quá $3\,\text{m}$. Tính độ cao y của điểm $M\in(E)$ có hoành độ $1,5$.



Lời giải

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a>b>0$.

Do các điểm $B(0;3)$ và $A(6;0)$ thuộc (E) nên thay vào phương trình của (E) ta có $b=3$ và $a=6$. Suy ra phương trình của (E) là $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.

Với những xe tải có chiều cao 2,8 m, chiều rộng của xe tải là 3 m, tương ứng với $x=1{,}5$.

Thay vào phương trình của elip để ta tìm ra độ cao y của điểm M (có hoành độ bằng 1,5 thuộc (E)) so với trục Ox thì $y_M=3\cdot\sqrt{1-\frac{x_M^2}{16}}=3\cdot\sqrt{1-\frac{1{,}5^2}{16}}\approx 2{,}905>2{,}8$.

Câu 5: Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F=50\,\text{m}$ và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là $100\,\text{m}$. Tính tổng độ dài trục lớn và trục bé của elip.

Lời giải

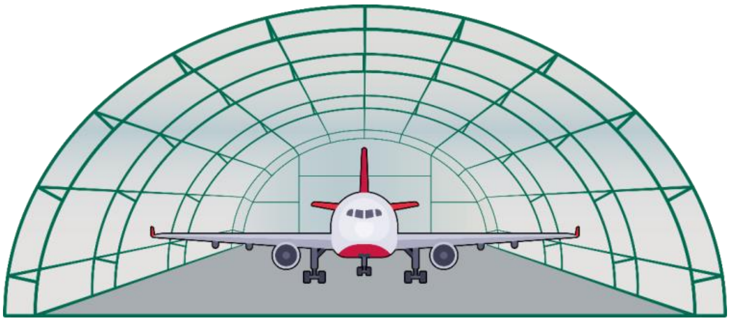
Ta có $F'F=2c=50$ suy ra $c=25$.

Tổng khoảng cách $F'M+FM=2a=100$ suy ra $a=50$.

Ta có: $b^2=a^2-c^2=50^2-25^2=1875$.

Vậy elip có phương trình $\frac{x^2}{2500}+\frac{y^2}{1875}=1\Rightarrow 2a+2b=5000+3750=8750$.

Câu 6: Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao $10\,\text{m}$ và rộng $24\,\text{m}$. Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường $4\,\text{m}$ lên đến nóc nhà vòm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Lời giải

Chọn hệ toạ độ thích hợp và viết phương trình của elip nói trên.

Ta thấy AB là độ dài trục lớn của elip nên $2a=24\Leftrightarrow a=12$

OC là một nửa trục bé nên $b=10$

Khi đó phương trình của elip trên là: $\frac{x^2}{12^2}+\frac{y^2}{10^2}=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{100}=1\,(*)$

Vậy phương trình elip đã cho là $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{100}=1$.

Gọi điểm D là điểm nằm trên elip và cách chân tường 4m.

Khi đó khoảng cách từ D đến gốc tọa độ O là $12-4=8\text{m}$.

Gọi $D(8;y_D)$

Vì D thuộc elip trên nên tọa độ điểm D thỏa mãn phương trình $(*)$ ta có: $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{100}=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{y_D^2}{100} = \dfrac{5}{9} \Leftrightarrow y_D^2 = \dfrac{500}{9} \Leftrightarrow y_D = \dfrac{10\sqrt{5}}{3} \Rightarrow D\left(8; \dfrac{10\sqrt{5}}{3}\right)$

Suy ra khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 4m đến nóc nhà là tung độ của điểm D là $\dfrac{10\sqrt{5}}{3} \approx 7,45(\text{m})$.

----------------HẾT----------------

Dạng 3: Phương trình đường Hypebol

Phương pháp: Cho Hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a,b>0$. Các yếu tố trong Hypebol:

- Độ dài trục thực: $A_1A_2=2a$; độ dài trục ảo: $B_1B_2=2b$; độ dài tiêu cự: $F_1F_2=2c$
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H):\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}=1$. Tìm tiêu điểm của hypebol

Lời giải

Ta có $(H):\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}=1\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}\Rightarrow c=\sqrt{5}\Rightarrow F_1\left(-\sqrt{5};0\right),F_2\left(\sqrt{5};0\right)$.

Bài tập 2: Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A,B cách nhau 300 km. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s để một tàu thuỷ thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ A đến sớm hơn tín hiệu từ B là 0,0005 s. Từ thông tin trên, ta có thể xác định được tàu thuỷ thuộc đường hypebol nào? Viết phương trình chính tắc của hypebol đó theo đơn vị kilômet.

Lời giải

Do tín hiệu A đến sớm hơn tín hiệu từ B nên tàu thuỷ thuộc đường hepebol nhánh A.

Gọi vị trí tàu thuỷ là điểm M. Khi đó phương trình hyperbol có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b}=1$

Khi đó $|MA-MB|=2a=292000.0,0005=146\,(\text{km})\Rightarrow a=73$

Mặt khác $AB=300=2c\Rightarrow c=150$

Từ đó $b^2=c^2-a^2=17171$

Vậy phương trình hyperbol $\frac{x^2}{73^2}-\frac{y^2}{17171^2}=1$.

Bài tập 3: Cho hypebol $4x^2-5y^2=20$. Tìm độ dài trục thực, trục ảo và tiêu cự.

Lời giải

Ta có $4x^2-5y^2=20\Leftrightarrow\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1\Rightarrow\begin{cases}a=\sqrt{5}\\b=2\end{cases}$ suy ra $2a=2\sqrt{5},2b=4,2c=6$.

Bài tập 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hypebol có phương trình $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$ và M là một điểm thuộc hypebol có hoành độ bằng 12. Tính MF_1,MF_2 với F_1,F_2 là hai tiêu điểm.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = 4 \Rightarrow \begin{cases} MF_1 = \left|a + \dfrac{c}{a}x\right| = 19 \\ MF_2 = \left|a - \dfrac{c}{a}x\right| = 13 \end{cases}$

Bài tập 5: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol có phương trình: $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $y = 3$ cắt hybepol tại hai điểm A, B. Tính diện tích tam giác OAB .

Lời giải

Thay $y = 3$ vào phương trình $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ ta được: $x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.

Do đó đường thẳng $y = 3$ cắt hybepol tại hai điểm $A\left(-2\sqrt{2}; 3\right), B\left(2\sqrt{2}; 3\right)$.

Tam giác OAB cân tại O nên diện tích tam giác OAB: $S = \dfrac{1}{2}.3.AB = \dfrac{1}{2}.3.4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$,

Bài tập 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình: $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$. Điểm $M(3a; 2a) \in (H)$ và điểm M thuộc góc phần tư thứ nhất. Tính diện tích tam giác MF_1F_2.

Lời giải

Vì $M(3a; 2a) \in (H)$ nên ta được: $\dfrac{(3a)^2}{9} - \dfrac{(2a)^2}{16} = 1 \Leftrightarrow a^2 - \dfrac{a^2}{4} = 1 \Leftrightarrow a^2 = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow a = \pm\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ mà M nằm trong góc phần tư thứ nhất nên suy ra $M\left(2\sqrt{3}; \dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)$.

Diện tích tam giác MF_1F_2 bằng: $S = \dfrac{1}{2}.F_1F_2.\dfrac{4\sqrt{3}}{3} = \dfrac{1}{2}.10.\dfrac{4\sqrt{3}}{3} = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng toạ độ, cho Hypebol (H) đi qua điểm $M\left(4; \sqrt{5}\right)$, có một tiêu điểm $F_1(-3; 0)$ và đường thẳng $d: y = \dfrac{1}{2}x$. Đường thẳng d cắt (H) tại hai điểm E, F Tính độ dài đoạn EF .

Lời giải

Gọi phương trình của (H): $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Vì $M\left(4; \sqrt{5}\right) \in (H)$ nên ta được: $\dfrac{16}{a^2} - \dfrac{5}{b^2} = 1 \ (1)$.

Ta có $a^2 + b^2 = c^2$ mà $c = 3$ nên suy ra $b^2 = 9 - a^2 \ (2)$

Thay (2) vào (1) ta được $\dfrac{16}{a^2} - \dfrac{5}{9 - a^2} = 1 \Leftrightarrow a^4 - 30a^2 + 144 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 = 24 \\ a^2 = 6 \end{array}\right.$.

Mà $a^2 < 9$ nên suy ra $a^2 = 6 \Rightarrow b^2 = 3$ do đó $(H): \dfrac{x^2}{6} - \dfrac{y^2}{3} = 1$.

Tọa độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1\\ y=\dfrac{1}{2}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{4y^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1\\ x=2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^2=3\\ x=2y\end{cases}\begin{cases}y=\pm\sqrt{3}\\ x=2y\end{cases}.$$

Suy ra $E\left(-2\sqrt{3};-\sqrt{3}\right),F\left(2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)\ EF=\sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{15}$.

Bài tập 8: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol (H)có phương trình $9x^2-7y^2=63$ và đường thẳng $d:y=kx$. Tìm k để đường thẳng d và (H) có điểm chung.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}9x^2-7y^2=1\\ y=kx\end{cases}\Rightarrow 9x^2-7.k^2x^2=1\Leftrightarrow x^2\left(9-7k^2\right)=1\Leftrightarrow x^2=\frac{1}{9-7k^2}\ (1).$$

Suy ra d và (H) có giao điểm thì phương trình (1) có nghiệm

$$\Leftrightarrow 9-7k^2>0\Leftrightarrow k^2<\frac{9}{7}\Leftrightarrow\frac{-3}{\sqrt{7}}<k<\frac{3}{\sqrt{7}}.$$

Bài tập 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H):\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{4}=1$. Viết phương trình đường tròn tâm O bán kính OF_2

Lời giải

Ta có $OF_2=c\Rightarrow R=\sqrt{5}$

Phương trình đường tròn trên là: $(x-0)^2+(y-0)^2=\sqrt{5}^2\Leftrightarrow x^2+y^2=5$

Bài tập 10: Cho hypebol (H) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1,(a>0,b>0)$, đi qua các điểm $M(3;-2),N\left(-3\sqrt{3};4\right)$. Viết phương trình chính tắc của hypebol

Lời giải

Vì hypebol (H) đi qua các điểm $M(3;-2),N\left(-3\sqrt{3};4\right)$ nên

$$\begin{cases}\dfrac{3^2}{a^2}-\dfrac{(-2)^2}{b^2}=1\\ \dfrac{\left(-3\sqrt{3}\right)^2}{a^2}-\dfrac{4^2}{b^2}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}9.\dfrac{1}{a^2}-4.\dfrac{1}{b^2}=1\\ 27.\dfrac{1}{a^2}-16.\dfrac{1}{b^2}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{1}{b^2}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Vậy phương trình chính tắc của đường hypebol (H) là : $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{2}=1$. (*)

Bài tập 11: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hypebol có phương trình: $4x^2-5y^2=20$.

a) Viết phương trình chính tắc của Hyperbol (H) là $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

b) Tính Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên hypebol tới hai tiêu điểm

c) $M \in (H)$ và $y_M = 2; x_M < 0$. Tính diện tích tam giác MF_1F_2

Lời giải

a) Ta có: $4x^2 - 5y^2 = 20 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{20} - \frac{5y^2}{20} = \frac{20}{20} \Leftrightarrow \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5} \Rightarrow 2a = 2\sqrt{5}$

b) Ta có: $|MF_1 - MF_2| = 2a = 2\sqrt{5}$

c) Ta có: $M \in (H) \Rightarrow \frac{x_M^2}{5} - \frac{2^2}{4} = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_M = \sqrt{10}\ \ (l) \\ x_M = -\sqrt{10} < 0 \end{array}\right. \Rightarrow x_M = -\sqrt{10} \Rightarrow M\left(-\sqrt{10}; 2\right)$;

$S_{MF_1F_2} = \frac{1}{2} d(M; Ox).F_1F_2 = \frac{1}{2}.|y_M|.2c = \frac{1}{2}.2.6 = 6$.

Bài tập 12: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho phương trình chính tắc của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, trong đó $a, b > 0$, hypebol đi qua điểm $M\left(3\sqrt{2}; -4\right)$ và có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$. Viết phương trình chính tắc của (H).

Lời giải

Do (H) có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$ nên ta có $c = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 25 - b^2$

Vì (H) đi qua điểm $M\left(3\sqrt{2}; -4\right)$ nên ta có $\frac{\left(3\sqrt{2}\right)^2}{a^2} - \frac{4^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{18}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1$

Theo giả thiết, ta có hệ: $\begin{cases} a^2 = 25 - b^2 \\ \frac{18}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1 \end{cases}$.

Đặt $t = b^2 > 0 \Rightarrow a^2 = 25 - t$ thay vào ta được $t^2 + 9t - 400 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 16 \\ t = -25. \end{array}\right.$;

Đối chiếu với điều kiện $t > 0$ ta được $t = 16$ suy ra $b^2 = t = 16, a^2 = 25 - t = 9$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tọa độ các tiêu điểm của hypebol $(H):\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$ là

A. $F_1=(-5;0);F_2=(5;0)$.
B. $F_1=(0;-5);F_2=(0;5)$.
C. $F_1=\left(0;-\sqrt{7}\right);F_2=\left(0;\sqrt{7}\right)$.
D. $F_1=\left(-\sqrt{7};0\right);F_2=\left(\sqrt{7};0\right)$.

Lời giải

Gọi $F_1=(-c;0);F_2=(c;0)$ là hai tiêu điểm của (H).

Từ phương trình $(H):\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$, ta có: $a^2=4$ và $b^2=3$

Suy ra $c^2=a^2+b^2=7\Rightarrow c=\sqrt{7},(c>0)$.

Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1=\left(-\sqrt{7};0\right);F_2=\left(\sqrt{7};0\right)$.

Câu 2: Tọa độ các đỉnh của hypebol $(H):\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ là

A. $A_1=(-5;0);A_2=(5;0)$.
B. $A_1=(0;-4);A_2=(0;4)$.
C. $A_1=(-4;0);A_2=(4;0)$.
D. $A_1=(0;-5);A_2=(0;5)$.

Lời giải

Từ phương trình $(H):\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$, ta có: $a^2=25\Rightarrow a=5,(a>0)$.

Gọi A_1 và A_2 là hai đỉnh của (H).

Vậy tọa độ các đỉnh của (H) là $A_1=(-5;0);A_2=(5;0)$.

Câu 3: Phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $\left(\sqrt{34};0\right)$ và độ dài trục thực bằng 10 là

A. $(H):\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$.
B. $(H):\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=-1$.
C. $(H):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.
D. $(H):\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của hypebol $(H):\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,(a>0,b>0)$, ta có một tiêu điểm là $\left(\sqrt{34};0\right)$ suy ra $c^2=34$. Độ dài trục thực $2a=10\Leftrightarrow a=5\Leftrightarrow a^2=25$.

Ta có: $b^2=c^2-a^2=34-25=9$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là: $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 4: Cho của hypebol $(H):\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{5}=1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Gọi F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của $(H):\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,(a>0,b>0)$.

Điểm $M\in(H)\Leftrightarrow|MF_1-MF_2|=2a$.

Từ phương trình $(H):\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{5}=1$ suy ra $a^2=16\Rightarrow a=4,(a>0)$.

Vậy hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm M nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối là $|MF_1-MF_2|=2a=8$.

Câu 5: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường hypebol?

A. $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{4^2}=-1$. **B.** $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$. **C.** $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{5^2}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của hypebol có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a>0,b>0$ nên các trường hợp D là phương trình chính tắc của đường hypebol.

Câu 6: Cho hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{12}=1$. Tiêu cự của hypebol là:

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $a^2=16\Rightarrow a=4$; $b^2=12\Rightarrow b=2\sqrt{3}$

Khi đó: $b^2=c^2-a^2\Rightarrow c^2=a^2+b^2=16+12=28\Rightarrow c=2\sqrt{7}\Rightarrow 2c=4\sqrt{7}$

Câu 7: Phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$ là:

A. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ với $a>0,b>0$.

Do $A_2(4;0)$ thuộc (H) nên $\frac{4^2}{a^2}-\frac{0^2}{b^2}=1$, suy ra $a=4$ mà $F_2(6;0)$ là tiêu điểm của (H) nên $c=6$ suy ra $b^2=c^2-a^2=36-16=20$.

Vậy hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$.

Câu 8: Cho đường hypebol có phương trình $(H):100x^2-25y^2=100$. Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{104}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{104}$.

Lời giải

Hypebol $(H):100x^2-25y^2=100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{4}=1$ và $a=10,b=2 \Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{104}$.

Tiêu cự của hypebol là $2\sqrt{104}$.

Câu 9: Cho đường hypebol có phương trình $(H):9x^2-y^2=1$. Khoảng cách giữa hai tiêu điểm là

A. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$. **B.** 0. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{3}$ **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

$(H):9x^2-y^2=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{9}}-y^2=1$ và $a=\frac{1}{3},b=1 \Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}$.

Tiêu điểm: $F_1\left(-\frac{\sqrt{10}}{3};0\right),F_2\left(\frac{\sqrt{10}}{3};0\right)$. Khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F_1F_2=\frac{2\sqrt{10}}{3}$.

Câu 10: Cho đường hypebol có phương trình $(H):9x^2-y^2=9$. Tiêu cự của hypebol đó là

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

$(H):9x^2-y^2=9 \Leftrightarrow x^2-\frac{y^2}{9}=1$ và $a=1,b=3 \Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{10}$.

Tiêu cự của hypebol là $2\sqrt{10}$.

Câu 11: Cho đường hypebol có phương trình $(H):9x^2-y^2=1$. Hai tiêu điểm của hypebol đó là

A. $F_1\left(-\frac{\sqrt{10}}{3};0\right),F_2\left(\frac{\sqrt{10}}{3};0\right)$. **B.** $F_1\left(-\sqrt{10};0\right),F_2\left(\sqrt{10};0\right)$.

C. $F_1\left(0;-\frac{\sqrt{10}}{3}\right),F_2\left(0;\frac{\sqrt{10}}{3}\right)$ **D.** $F_1\left(0;-\sqrt{10}\right),F_2\left(0;\sqrt{10}\right)$.

Lời giải

$(H):9x^2-y^2=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{9}}-y^2=1$ và $a=\frac{1}{3},b=1 \Rightarrow c=\sqrt{a^2+b^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}$.

Tiêu điểm: $F_1\left(-\frac{\sqrt{10}}{3};0\right),F_2\left(\frac{\sqrt{10}}{3};0\right)$.

Câu 12: Cho Hypebol $(H): 3x^2 - 4y^2 = 12$. Gọi A là giao điểm của (H) với trục Ox, A có hoành độ dương tổng $AF_1 + AF_2$ bằng

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $4\sqrt{7}$. **C.** $8\sqrt{7}$.

Lời giải

Vì A là giao điểm của (H) với trục Ox thay $y=0$ vào (H) ta được :

$3x^2 - 4.0^2 = 12 \Leftrightarrow x = 2; x = -2$ suy ra $A(2;0)$(do A có hoành độ dương):

$\overrightarrow{AF_1} = \left(-\sqrt{7}-2;0\right); \overrightarrow{AF_1} = \left(\sqrt{7}-2;0\right)$

$\Rightarrow AF_1 + AF_2 = \sqrt{\left(-\sqrt{7}-2\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{7}-2\right)^2} = \sqrt{7}+2+\sqrt{7}-2 = 2\sqrt{7}$

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc (H) với $x_0 > 0, y_0 > 0$ sao cho M nhìn các tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông. Phương trình đường tròn tâm O bán kính OF_2 là

A. $x^2 + y^2 = \sqrt{5}$. **B.** $x^2 + y^2 = 5$. **C.** $x^2 + y^2 = 25$. **C.** $x^2 + y^2 = 10$.

Lời giải

Ta có $OF_2 = c \Rightarrow R = \sqrt{5}$

Phương trình đường tròn trên là: $(x-0)^2 + (y-0)^2 = \sqrt{5}^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 5$

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.Hai điểm F_1, F_2 là hai tiêu điểm (H) có tiêu cự bằng.

A. $\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** 5. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow c = 5 \Rightarrow \Rightarrow F_1(-5;0), F_2(5;0) \Rightarrow F_1F_2 = 10$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol có độ dài trục lớn và trục bé lần lượt là $2a,\ 2b\ (a,b>0)$.Hai điểm F_1, F_2 là hai tiêu điểm. biết (H) đi qua điểm $M\left(3\sqrt{2};-4\right)$ và có 1 tiêu điểm là $F_2(5;0)$. (H) có phương trình

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$.

Lời giải

Vì (H) có 1 tiêu điểm là $F_2(5;0) \Rightarrow c = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 25$ và $M\left(3\sqrt{2};-4\right) \in (H) \Rightarrow \frac{18}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a^2 + b^2 = 25 \\ \frac{18}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 25 - a^2 \\ \frac{18}{a^2} - \frac{16}{25-a^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 25 - a^2 \\ 18\left(25-a^2\right) - 16a^2 = a^2\left(25-a^2\right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 25 - a^2 \\ 450 - 34a^2 = 25a^2 - a^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 25 - a^2 \\ a^4 - 59a^2 + 450 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a^2 = 50 \\ a^2 = 9 \end{array}\right. \\ b^2 = 25 - a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 = 50, b^2 = -25 (ktm) \\ a^2 = 9, b^2 = 16 \end{array}\right.$

Vậy $(H): \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x^2}{6} - \dfrac{y^2}{8} = 1$. Trên (H) lấy điểm M bất kì ta có $|MF_1 - MF_2|$ bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** 6. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** 12.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} a^2 = 6 \\ b^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{6} \\ b = 2\sqrt{2} \end{cases}$. Vì $M \in (H)$ nên ta có $|MF_1 - MF_2| = 2a = 2\sqrt{6}$.

Câu 17: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Hypebol Có tiêu cự là.

A. $2c = 2\sqrt{a^2 + b^2}$. **B.** $c = 2\sqrt{a^2 + b^2}$. **C.** $c = 4\sqrt{a^2 + b^2}$. **D.** $2c = 4\sqrt{a^2 + b^2}$.

Lời giải

Sử dụng mối liên hệ giữa a, b, c trong phương trình chính tắc ta có $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Câu 18: Cho hypebol (H) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1, (a > 0, b > 0)$, đi qua các điểm $M(3; -2), N(-3\sqrt{3}; 4)$. Tiêu cự Hypebol (H) bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Vì hypebol (H) đi qua các điểm $M(3; -2), N(-3\sqrt{3}; 4)$ nên

$$\begin{cases} \dfrac{3^2}{a^2} - \dfrac{(-2)^2}{b^2} = 1 \\ \dfrac{(-3\sqrt{3})^2}{a^2} - \dfrac{4^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9.\dfrac{1}{a^2} - 4.\dfrac{1}{b^2} = 1 \\ 27.\dfrac{1}{a^2} - 16.\dfrac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{b^2} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình chính tắc của đường hypebol (H) là: $\dfrac{x^2}{3} - \dfrac{y^2}{2} = 1$. (*)

Ta có $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3 + 2} = \sqrt{5}$. Suy ra độ dài tiêu cự của hypebol là $2c = 2\sqrt{5}$,

Câu 19: Cho hypebol (H) có dạng: $(H): 16x^2 - 9y^2 = 144$. Tiêu điểm của Hypebol là:

A. $F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$. **B.** $F_1(0; -4), F_2(0; 4)$.

C. $F_1(-2; 0), F_2(2; 0)$ **D.** $F_1(0; -2), F_2(0; 2)$

Lời giải

Ta có $(H): 16x^2 - 9y^2 = 144 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ do đó : $\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$

Mặt khác $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9+16} = 5$.

Vậy tiêu điểm của hypebol trên là $F_1(-5;0), F_2(5;0)$,

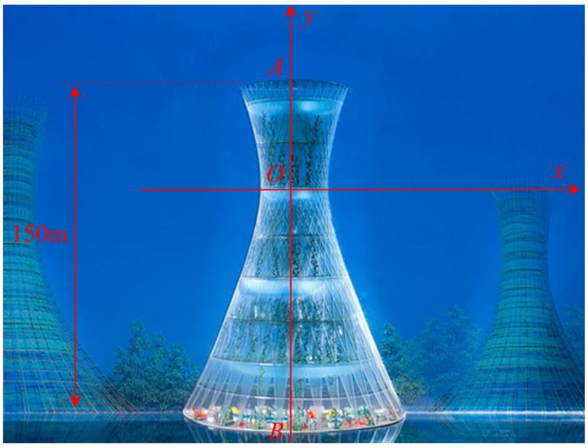
Câu 20: Cho hypebol (H) có dạng: $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm nào sau đây thuộc Hypebol

A. $(4;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(16;0)$. **D.** $(8;0)$.

Lời giải

Thay $A(4;0)$ vào phương trình (H) ta thấy thỏa mãn,

Câu 21: Tháp "Skyfarm" là một dạng nhà nhiều tầng hình hyperbol có phương trình $\frac{x^2}{28^2} - \frac{y^2}{42^2} = 1$, bên trong có thể làm từ nông nghiệp cho đến nuôi trồng thuỷ sản và năng lượng được thiết kế theo hướng tự cung cấp. Biết chiều cao của tháp là 150 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tấm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy, tham khảo hình vẽ bên dưới.



Độ dài đoạn OB bằng

A. 100 m. **B.** 50 m. **C.** 80 m. **D.** 90 m.

Lời giải

Theo đề bài ta có: $OA + OB = 150$ m mà $OA = \frac{2}{3}OB$ nên $OA = 60$ m và $OB = 90$ m.

Câu 22: Cho phương trình Hyperbol $(H): 4x^2 - 9y^2 = 36$. Độ dài trục thực bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $4x^2 - 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{36} - \frac{9y^2}{36} = \frac{36}{36} \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow 2a = 6$

Câu 23: Trong hệ trục tọa độ Oxy, Hypebol có độ dài trục ảo và trục thực lần lượt là 8 và 10. Phương trình chính tắc của Hyperbol (H) là.

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Độ dài trục ảo là $8\Rightarrow 2b=8\Rightarrow b=4$; độ dài trục thực là $10\Rightarrow 2a=10\Rightarrow a=5$

Vậy phương trình chính tắc của hyperbol (H) là $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 24: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$. Tìm tiêu cự F_1F_2 của hypebol (H).

A. $F_1F_2=3$. **B.** $F_1F_2=4$. **C.** $F_1F_2=8$. **D.** $F_1F_2=6$.

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của (H) ta có $a^2=4,b^2=5$ nên $c=\sqrt{a^2+b^2}=3$.

Vậy (H) có tiêu cự là $F_1F_2=2c=2.3=6$.

Câu 25: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$. Tìm các tiêu điểm $F_1;F_2$ của hypebol (H).

A. $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$. **B.** $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)$.

C. $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$. **D.** $F_1(-16;0)$, $F_2(16;0)$.

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của (H) ta có $a^2=9,b^2=7$ nên $c=\sqrt{a^2+b^2}=4$.

Vậy (H) có hai tiêu điểm là $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

Câu 26: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. Hiệu các khoảng cách từ một điểm nằm trên (H) tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của (H) ta có $a^2=25\Rightarrow a=5$.

Vậy hiệu các khoảng cách từ một điểm nằm trên (H) tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng $2a=2.5=10$.

Câu 27: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tiêu cự của hypebol (H).

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của (H) ta có $a^2=1,b^2=1$ nên $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2}$.

Vậy (H) có tiêu cự là $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{2}$.

Câu 28: Hypebol $7x^2 - 9y^2 = 63$ có tiêu cự bằng

A. 8.. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 63.

Lời giải

Ta có: $7x^2 - 9y^2 = 63 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$ suy ra $\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 7 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \sqrt{7} \\ c = 4 \end{cases}$.

Vậy hypebol có tiêu cự là: $F_1F_2 = 2c = 8$.

Câu 29: Đường hypebol $4x^2 - y^2 = 16$ có một tiêu điểm là điểm nào dưới đây?

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $\left(2\sqrt{3};0\right)$. **D.** $\left(2\sqrt{5};0\right)$.

Lời giải

Ta có : $4x^2 - y^2 = 16 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ suy ra $\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 16 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = 2\sqrt{5} \end{cases}$.

Các tiêu điểm của hypebol là $\left(-2\sqrt{5};0\right)$ và $\left(2\sqrt{5};0\right)$..

Câu 30: Hiệu các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên hyperbol $4x^2 - 9y^2 = 36$ tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng

A. 4.. **B.** 6.. **C.** 12.. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có $4x^2 - 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ suy ra $\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 3$.

Hiệu các khoảng cách từ một điểm bất kỳ nằm trên hypebol tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng $2a = 2.3 = 6$.

Câu 31: Cho điểm M nằm trên hypebol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Nếu hoành độ điểm M bằng 8 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm của hypebol là

A. $8 \pm 4\sqrt{2}$.. **B.** $8 \pm \sqrt{5}$.. **C.** 6 và 14.. **D.** 5 và 13.

Lời giải

Với $x = 8$ ta có : $\frac{8^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm 3\sqrt{3}$.

Có hai điểm M thỏa mãn là $M_1\left(8;3\sqrt{3}\right)$ và $M_2\left(8;-3\sqrt{3}\right)$.

Tiêu điểm của (H) là $F_1(-5;0)$ và $F_2(5;0)$ nên $M_1F_1 = M_2F_1 = 14$, $M_1F_2 = M_2F_2 = 6$.

Câu 32: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường hypebol?

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = -1$. **C.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = -1$. **D.** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của đường hypebol là $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 33: Viết phương trình chính tắc của đường hypebol biết tiêu cự bằng 6 và độ dài trục thực $A_1A_2=2a=4$.

B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Ta có tiêu cự $2c=6\Rightarrow c=3$ và $a=2$ và $c=\sqrt{a^2+b^2}\Rightarrow 3=\sqrt{2^2+b^2}\Rightarrow b=\sqrt{5}$.

Phương trình chính tắc của đường hypebol là $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 34: Viết phương trình chính tắc của đường hypebol (H), biết tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{5};0\right)$ và độ dài trục ảo $B_1B_2=2b=4$.

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{2}=1$. **C.** $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Ta có tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{5};0\right)$ suy ra $c=\sqrt{5}$.

Độ dài trục ảo $B_1B_2=2b=4$ suy ra $b=2$ và $c=\sqrt{a^2+b^2}\Rightarrow\sqrt{5}=\sqrt{a^2+4}\Rightarrow a=1$.

Phương trình chính tắc của đường hypebol là $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 35: Viết phương trình chính tắc của đường hypebol (H), biết toạ độ đỉnh $A_1(-5;0)$ và tâm sai $e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}$.

D. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{\sqrt{2}}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{25}=1$

Lời giải

Ta có đỉnh $A_1(-5;0)$ suy ra $a=5$.

Từ giả thiết tâm sai $e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}\Rightarrow c=5\sqrt{2}$ và $c=\sqrt{a^2+b^2}\Rightarrow 5\sqrt{2}=\sqrt{5^2+b^2}\Rightarrow b=5$.

Phương trình chính tắc của đường hypebol là $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{25}=1$.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) có một tiêu điểm là $F_2(3;0)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2.

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=1$. **C.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$.

(H) cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ bằng $-2\Rightarrow A(-2;0)\in(H)\Leftrightarrow\frac{4}{a^2}-0=1\Leftrightarrow a^2=4$

$F_2(3;0)$ là một tiêu điểm của $(H)\Rightarrow c=3\Leftrightarrow c^2=9\Leftrightarrow a^2+b^2=9\Rightarrow b^2=5$.

Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) có tiêu cự bằng 8 và giá trị tuyệt đối của hiệu khoảng cách từ mỗi điểm thuộc (H) đến hai tiêu điểm của (H) bằng 6.

A. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$. **<u>B.</u>** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$.. **C.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$.

Giá trị tuyệt đối của hiệu khoảng cách từ mỗi điểm thuộc (H) đến hai tiêu điểm bằng $6\Rightarrow a=3$

(H) có tiêu cự bằng $8\Rightarrow 2c=8\Leftrightarrow c=4\Leftrightarrow a^2+b^2=16\Rightarrow b^2=16-9=7$.

Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$.

Câu 38: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) đi qua hai điểm $A\left(4\sqrt{2};2\right)$ và $B\left(-6;-\sqrt{5}\right)$.

<u>A.</u> $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$.. **B.** $\frac{x^2}{31}-\frac{y^2}{31}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{12}=1$. **D.** $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{8}=1$

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$.

$A\left(4\sqrt{2};2\right)\in(H)\Leftrightarrow\frac{32}{a^2}-\frac{4}{b^2}=1\,(1)$; $B\left(-6;-\sqrt{5}\right)\in(H)\Leftrightarrow\frac{36}{a^2}-\frac{5}{b^2}=1\,(2)$.

Từ $(1),(2)\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{a^2}=\frac{1}{16}\\ \frac{1}{b^2}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=16\\ b^2=4\end{cases}$. Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 39: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{10};0\right)$ và đi qua điểm $A\left(4;-\sqrt{2}\right)$.

A. $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{6}=1$. **B.** $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1$. **D.** $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{2}=1$.

Lời giải

Gọi phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$.

$F_1\left(-\sqrt{10};0\right)\Rightarrow c=-\sqrt{10}\Leftrightarrow c^2=10\Leftrightarrow a^2+b^2=10\Leftrightarrow b^2=10-a^2\ (1)$.

$A\left(4;-\sqrt{2}\right)\in(H)\Leftrightarrow \frac{16}{a^2}-\frac{2}{b^2}=1\,(2)$.

Thay (1) vào (2) ta được:

$$\frac{16}{a^2}-\frac{2}{10-a^2}=1\Leftrightarrow a^4-28a^2+160=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a^2=20\Rightarrow b^2=-20\,(loai)\\ a^2=8\ \Rightarrow b^2=2\end{array}\right..$$

Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1$.

Câu 40: Cho hypebol (H) có hai tiêu điểm $F_1;F_2$ nằm trên Ox và đối xứng qua gốc tọa độ O, (H) đi qua điểm $M\left(\frac{4\sqrt{34}}{5},\frac{9}{5}\right)$ và $F_1MF_2=90^\circ$. Phương trình (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. Tính $a.b$

A. $a.b=12$. **B.** $a.b=15$. **C.** $a.b=20$. **D.** $a.b=10$.

Lời giải

Đặt $c=\sqrt{a^2+b^2}=OF_1=OF_2$ thì ta có $OM=\sqrt{\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}\right)^2+\left(\frac{9}{5}\right)^2}=5$.

Mà $F_1MF_2=90^\circ\Rightarrow F_1F_2=2OM=10\Rightarrow F_1(-5;0);F_2(5;0)$. Khi đó:

$MF_1=\sqrt{50+8\sqrt{34}}=4+\sqrt{34};MF_2=\sqrt{50-8\sqrt{34}}=-4+\sqrt{34}\Rightarrow|MF_1-MF_2|=8=2\text{a}\Rightarrow a=4$.

Vậy $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{25-16}=3\Rightarrow a.b=12$.

Câu 41: Cho hypebol (H) có hai tiêu điểm $F_1;F_2$ nằm trên Ox và đối xứng qua gốc tọa độ O, (H) đi qua điểm M có hoành độ -5 và $MF_1=\frac{9}{4};MF_2=\frac{41}{4}$. Phương trình đường hypebol (H) có dạng:

A. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Gọi phương trình đường hypebol (H) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $F_1F_2=2c$

Mặt khác: $c=\sqrt{a^2+b^2}$ nên ta có $|MF_1-MF_2|=8=2a\Rightarrow a=4$.

Gọi $M(-5;y);F_1(-c;0);F_2(c;0)=>F_1M^2=(c-5)^2+y^2;F_2M^2=(c+5)^2+y^2$

$\Rightarrow F_1M^2-F_2M^2=-20c=-100\Rightarrow c=5\Rightarrow b^2=9$.

Vậy $(H):\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 42: Cho hypebol $(H):\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm $F_1;F_2$ nằm trên Ox trong đó F_1 có hoành độ âm, cho điểm M nằm trên hypebol sao cho $F_1MF_2=60°$. Khi đó MF_2 có độ dài lớn nhất là m. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m\in(9;10)$. **B.** $m\in(10;11)$. **C.** $m\in(11;12)$. **D.** $m\in(12;13)$.

Lời giải

Ta có $(H):\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow a=4;b=3\Rightarrow c=5\Rightarrow F_1(-5;0);F_2(5;0);F_1F_2=10$.

Để độ dài MF_2 max $\Rightarrow\begin{cases}MF_2>MF_1\\MF_2-MF_1=2a=8\Rightarrow MF_1=MF_2-8=m-8\end{cases}$

Ta có $F_1MF_2=60°\Rightarrow F_1F_2^2=MF_1^2+MF_2^2-2MF_1.MF_2.\cos F_1MF_2$.

$\Rightarrow 100=m^2+(m-8)^2-2.m(m-8).\cos 60°\Rightarrow m^2-8m-36=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4-2\sqrt{13}\\m=4+2\sqrt{13}\end{array}\right.$.

Vậy $m=4+2\sqrt{13}$ (do $m>0$).

Câu 43: Cho hypebol $(H):9x^2-16y^2=144$ có hai tiêu điểm $F_1;F_2$ nằm trên Ox trong đó F_1 có hoành độ âm. Đường thẳng $\Delta: y=m^2x-3m-1$ cắt hypebol tại hai điểm thuộc 2 nhánh hypebol, M là giao điểm thuộc nhánh có hoành độ dương sao cho MF_2 ngắn nhất. Tìm m.

A. $m=-\frac{1}{4}$. **B.** $m=1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-\frac{1}{4}\end{array}\right.$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Ta có $(H):9x^2-16y^2=144\Leftrightarrow(H):\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow a=4;b=3;c=5\Rightarrow\begin{cases}F_1(-5;0);F_2(5;0)\\A_1(-4;0);A_2(4;0)\end{cases}$

Khi đó với mọi điểm M thuộc nhánh có hoành độ dương sao cho MF_2 ngắn thì $M\equiv A_2(4;0)$.

Vậy $A_2 \in \Delta : 4m^2 - 3m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

Thử lại:

Với $m = 1 \Rightarrow (\Delta)\, y = x - 4$, ta có phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và hypebol là: $9x^2 - 16(x-4)^2 - 144 = 0 \Leftrightarrow 7x^2 - 128x + 400 = 0$ có 2 nghiệm cùng dương nên loại.

Với $m = -\dfrac{1}{4} \Rightarrow (\Delta)\, y = \dfrac{1}{16}x - \dfrac{1}{4}$, ta có phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và hypebol là: $9x^2 - 16\left(\dfrac{1}{16}x - \dfrac{1}{4}\right)^2 - 144 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{143}{16}x^2 + \dfrac{1}{2}x - 145 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu.

Vậy chọn $m = -\dfrac{1}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H): \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hypebol (H) có toạ độ tiêu điểm $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.

b) Hypebol (H) có độ dài trục thực bằng 16.

c) Hypebol (H) có độ dài trục ảo bằng 4.

d) Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng 10.

Lời giải

a) Đúng: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \Rightarrow F_1(-5;0), F_2(-5;0)$.

b) Sai: Độ dài trục thực $2a = 2\sqrt{16} = 8$.

c) Sai: Độ dài trục ảo $2b = 2\sqrt{9} = 6$.

d) Sai: Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối là $|MF_1 - MF_2| = 2a = 8$.

Câu 2: Cho hypebol (H) có phương trình: $16x^2 - 9y^2 = 144$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hypebol (H) có hai tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$.

b) Hypebol (H) có tiêu cự bằng 5.

c) Hypebol (H) có hai điểm có hoành độ $x = 2$.

d) Khi $-4<k<4$ thì đường thẳng $(d): y=kx$ có điểm chung với hypebol (H).

Lời giải

a) Đúng: Ta có $(H): \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. Do đó ta có: $\begin{cases} a^2=9 \\ b^2=16 \end{cases}$ nên $c^2=a^2+b^2=25$. Suy ra: $c=5$.

Nên hypebol (H) có hai tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$.

a) Sai: Vì tiêu cự: $F_1F_2=2c=10$.

c) Sai: Thay $x=2$ vào phương trình (H): $16.2^2-9y^2=144 \Leftrightarrow y^2=-\frac{80}{9}$ (vô nghiệm) nên hypebol đó không tồn tại điểm nào có hoành độ $x=2$.

d) Sai: Tọa độ giao điểm của hypebol (H) và đường thẳng $(d): y=kx$ là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} y=kx \\ 16x^2-9y^2=144 \end{cases}$ suy ra: $16x^2-9k^2x^2=144 \Leftrightarrow (16-9k^2)x^2=144$.

Đường thẳng (d) cắt (H) khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm, tức là:

$$\begin{cases} 16-16k^2 \neq 0 \\ x^2=\dfrac{144}{16-9k^2} \end{cases} \Leftrightarrow 16-9k^2>0 \Leftrightarrow -\frac{4}{3}<k<\frac{4}{3}.$$

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, biết hypebol $(H): \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ có một tiêu điểm là $F_1(-3;0)$ và độ dài trục thực bằng 4. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hypebol (H) có tiêu cự bằng 6.

b) Độ dài trục ảo của hypebol (H) là $2b=\sqrt{5}$.

c) Phương trình chính tắc của hypebol (H) là $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

d) Hypebol (H) cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ lần lượt là $(4;0),(-4;0)$.

Lời giải

a) Đúng: $F_1(-3;0)$ suy ra $c=3 \Rightarrow 2c=6$ nên tiêu cự bằng 6.

b) Sai: $a=2, c=\sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow 3=\sqrt{2^2+b^2} \Rightarrow b=\sqrt{5}$ nên độ dài trục ảo của hypebol (H) là $2b=2\sqrt{5}$.

c) Đúng: Theo trên ta có $a=2, b=\sqrt{5}$ suy ra phương trình chính tắc của đường hypebol là $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

d) Sai: Hypebol (H) cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ lần lượt là $(2;0),(-2;0)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là hypebol có một tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{10};0\right)$ và đi qua điểm $A\left(4;-\sqrt{2}\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu điểm còn lại của hypebol (H) là $F_2\left(\sqrt{10};0\right)$.

b) Hypebol (H) có tiêu cự bằng $\sqrt{10}$.

c) Giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol (H) đến hai tiêu điểm bằng $4\sqrt{2}$.

d) Phương trình chính tắc của hypebol (H) là $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1$.

Lời giải

a) Đúng: $F_1\left(-\sqrt{10};0\right)\Rightarrow c=\sqrt{10}\Rightarrow F_2\left(\sqrt{10};0\right)$

b) Sai: $F_1\left(-\sqrt{10};0\right)\Rightarrow c=\sqrt{10}\Rightarrow 2c=2\sqrt{10}$ nên tiêu cự bằng $2\sqrt{10}$.

c) Đúng: Ta gọi phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$.

$F_1\left(-\sqrt{10};0\right)\Rightarrow c=\sqrt{10}\Leftrightarrow c^2=10\Leftrightarrow a^2+b^2=10\Leftrightarrow b^2=10-a^2\ (1)$.

$A\left(4;-\sqrt{2}\right)\in(H)\Leftrightarrow\frac{16}{a^2}-\frac{2}{b^2}=1\,(2)$.Thay (1) vào (2) ta được:

$$\frac{16}{a^2}-\frac{2}{10-a^2}=1\Leftrightarrow a^4-28a^2+160=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2=20\Rightarrow b^2=-10\ (loaïi)\\a^2=8\ \Rightarrow b^2=2\end{array}\right..$$

$a^2=8\Rightarrow a=2\sqrt{2}\Rightarrow 2a=4\sqrt{2}\Rightarrow|MF_1-MF_2|=2a=4\sqrt{2}$.

d) Đúng: Theo lời giải trên ta có $a^2=8;b^2=2$ nên phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{2}=1$.

Câu 5: Cho Hyperbol (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và độ dài trục ảo bằng $\sqrt{28}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của Hyperbol là $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{7}=1$.

b) Độ dài trục thực bằng 6.

c) Tiêu cự của Hyperbol (H) là 4.

d) Điểm $B(3;0)$ nằm trên Hyperbol (H).

Lời giải

Phương trình chính tắc của heberbol (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, $(a>0,b>0)$.

Vì (H) có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ nên $c=4$

Độ dài trục ảo bằng $\sqrt{28}$ suy ra $2b=\sqrt{28} \Leftrightarrow b^2=7$

Mà $a^2=c^2-b^2=4^2-7=9$. Vậy phương trình Hyperbol (H) là: $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$.

a) Sai:

b) Đúng: $a=\sqrt{9}=3$ nên độ dài trục thực $2a=6$.

c) Sai: Tiêu cự $2c=8$.

d) Đúng: Đúng do $\frac{3^2}{9}-\frac{0^2}{7}=1$ nên $B(3;0)$ nằm trên Hyperbol (H).

Câu 6: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $a=2$, $b=3$.

b) Hybebol có hai tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{13};0\right), F_2\left(\sqrt{13};0\right)$.

c) Điểm $M(5;y_M)$ với $y_M>0$ nằm trên hypebol có tung độ $y_M=\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

d) Đường thẳng $y=3$ cắt hybepol tại hai điểm A,B. Diện tích tam giác OAB bằng $3\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Đúng: $a^2=4, b^2=9 \Rightarrow a=2, b=3$.

b) Đúng: $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13} \Rightarrow F_1\left(\sqrt{13};0\right), F_2\left(-\sqrt{13};0\right)$

c) Sai: Thay $x=5, y=y_M$ vào phương trình $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ ta được: $\frac{25}{4}-\frac{{y_M}^2}{9}=1$ suy ra $y_M=\frac{3\sqrt{21}}{2}\ (y_M>0)$

d) Sai: Thay $y=3$ vào phương trình $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ ta được: $x^2=8 \Rightarrow x=\pm 2\sqrt{2}$.

Do đó đường thẳng $y=3$ cắt hybepol tại hai điểm $A\left(-2\sqrt{2};3\right), B\left(2\sqrt{2};3\right)$.

Tam giác OAB cân tại O nên diện tích tam giác OAB: $S=\frac{1}{2}.3.AB=\frac{1}{2}.3.4\sqrt{2}=6\sqrt{2}$.

Câu 7: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol (H) có phương trình: $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $a=4$.

b) Điểm $M(-3;0)$ nằm trên hypebol.

c) Tiêu cự của (H) bằng 10.

d) Điểm $M(3a;2a) \in (H)$ thuộc góc phần tư thứ nhất. Diện tích tam giác MF_1F_2 bằng $\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Sai: $a^2 = 9$ nên $a = 3$

b) Đúng: Thay $x=-3, y=0$ vào phương trình $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ được $\frac{(-3)^2}{9} - \frac{0}{16} = 1 \Leftrightarrow 1 = 1$ (đúng)

Do đó $M \in (H)$

c) Đúng: Ta có $a=3, b=4 \Rightarrow c = \sqrt{a^2+b^2} = 5 \Rightarrow 2c = 10$. Do đó tiêu cự $F_1F_2 = 2c = 10$.

d) Sai: Vì $M(3a;2a) \in (H)$ nên ta được:

$\frac{(3a)^2}{9} - \frac{(2a)^2}{16} = 1 \Leftrightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} = 1 \Leftrightarrow a^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow a = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$ mà M nằm trong góc phần tư thứ nhất

nên suy ra $M\left(2\sqrt{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$.

Diện tích tam giác MF_1F_2 bằng: $S = \frac{1}{2}.F_1F_2.\frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2}.10.\frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ, cho Hypebol (H) đi qua điểm $M(4;\sqrt{5})$, có một tiêu điểm $F_1(-3;0)$ và đường thẳng $d: y = \frac{1}{2}x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu cự của (H) bằng 6.

b) $|MF_2| = \sqrt{6}$.

c) Gọi A là một điểm tùy ý thuộc (H). Khi đó A cách trục Oy một khoảng ngắn nhất bằng 4.

d) Đường thẳng d cắt (H) tại hai điểm E, F và $EF = 2\sqrt{15}$.

Lời giải

a) Đúng: Vì (H) có tiêu điểm $F_1(-3;0)$ nên $c=3$ suy ra tiêu cự $2c=6$

b) Đúng: (H) có tiêu điểm $F_2 = (3;0)$ nên $|MF_2| = \sqrt{(3-4)^2 + (0-\sqrt{5})^2} = \sqrt{6}$

c) Sai: Ta có $c=3$ nên $d(A;Oy) < 3$

d) Đúng: Gọi phương trình của (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Vì $M\left(4;\sqrt{5}\right)\in(H)$ nên ta được: $\dfrac{16}{a^2}-\dfrac{5}{b^2}=1\ (1)$.

Ta có $a^2+b^2=c^2$ mà $c=3$ nên suy ra $b^2=9-a^2\ (2)$

Thay (2) vào (1) ta được $\dfrac{16}{a^2}-\dfrac{5}{9-a^2}=1\Leftrightarrow a^4-30a^2+144=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2=24\\a^2=6\end{array}\right.$.

Mà $a^2<9$ nên suy ra $a^2=6\Rightarrow b^2=3$.

Do đó $(H):\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$.

Tọa độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1\\ y=\dfrac{1}{2}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{4y^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1\\ x=2y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^2=3\\ x=2y\end{cases}\begin{cases}y=\pm\sqrt{3}\\ x=2y\end{cases}.$$

Suy ra $E\left(-2\sqrt{3};-\sqrt{3}\right),F\left(2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$ $EF=\sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2\sqrt{15}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng toạ độ, cho hypebol (H) có phương trình $9x^2-7y^2=63$ và đường thẳng $d:y=kx$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $b^2=9$.

b) Giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2\sqrt{7}$.

c) Hai tiêu điểm là $F_1(-4;0),F_2(4;0)$.

d) Có 5 giá trị nguyên của k để đường thẳng d và (H) có điểm chung.

Lời giải

a) Đúng: $9x^2-7y^2=63\Leftrightarrow\dfrac{x^2}{7}-\dfrac{y^2}{9}=1$ nên suy ra $b^2=9$

b) Đúng: $a^2=7\Leftrightarrow a=\sqrt{7}$ suy ra $\left|MF_1-MF_2\right|=2a=2\sqrt{7}$

c) Đúng: $c^2=a^2+b^2=7+9=16\Rightarrow c=4$. Do đó hypebol có hai tiêu điểm $F_1(-4;0),F_2(4;0)$

d) Sai: Tọa độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}9x^2-7y^2=1\\ y=kx\end{cases}\Rightarrow 9x^2-7.k^2x^2=1\Leftrightarrow x^2\left(9-7k^2\right)=1\Leftrightarrow x^2=\dfrac{1}{9-7k^2}\ (1).$$

Suy ra d và (H) có giao điểm thì phương trình (1) có nghiệm

$\Leftrightarrow 9-7k^2>0\Leftrightarrow k^2<\dfrac{9}{7}\Leftrightarrow\dfrac{-3}{\sqrt{7}}<k<\dfrac{3}{\sqrt{7}}$.

Vậy k nhận các giá trị nguyên $-1;0;1$ nên có ba giá trị của k.

Câu 10: Cho hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu cự của hypebol bằng 5

b) Điểm $A(4;3) \in (H)$

c) Tiêu điểm của hypebol là $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$

d) Trên (H) có 4 điểm M sao cho $MF_1 \perp MF_2$.

Lời giải

a) Sai: Ta có $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4, b^2 = 9 \Rightarrow b = 3; c^2 = a^2 + b^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow c = 5$

b) Sai: Thay tọa độ điểm $A(4;3)$ vào phương trình $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$, ta được $0 = 1$ (vô lý)

c) Đúng: Tiêu điểm: $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$

d) Đúng: Gọi $M(x_M; y_M) \in (H)$ và $MF_1 \perp MF_2$ nên $MF_1^{\ 2} + MF_2^{\ 2} = F_1F_2^{\ 2}$

$$\Leftrightarrow \left(a + \frac{c}{a}x_M\right)^2 + \left(a - \frac{c}{a}x_M\right)^2 = (2c)^2 \Leftrightarrow \left(4 + \frac{5}{4}x_M\right)^2 + \left(4 - \frac{5}{4}x_M\right)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow x_M^{\ 2} = \frac{544}{25} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_M = -\frac{4\sqrt{34}}{5} \Rightarrow y_M = \pm\frac{9}{5} \Rightarrow M_1\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5}; -\frac{9}{5}\right), M_2\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5}; \frac{9}{5}\right) \\ x_M = \frac{4\sqrt{34}}{5} \Rightarrow y_M = \pm\frac{9}{5} \Rightarrow M_3\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}; -\frac{9}{5}\right), M_4\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}; \frac{9}{5}\right) \end{array}\right.$$

Có 4 điểm thỏa mãn yêu cầu:

$M_1\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5}; \frac{9}{5}\right)$, $M_2\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5}; -\frac{9}{5}\right)$, $M_3\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}; -\frac{9}{5}\right)$, $M_4\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{8} = 1$. Trên (H) lấy điểm M bất kì. Tính $|MF_1 - MF_2|$

Lời giải

Ta có $\begin{cases} a^2 = 6 \\ b^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{6} \\ b = 2\sqrt{2} \end{cases}$ nên độ dài trục thực $2a = 2\sqrt{6}$, độ dài trục ảo $2b = 4\sqrt{2}$.

Vì $M \in (H)$ nên ta có $|MF_1 - MF_2| = 2a = 2\sqrt{6}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol $(H): \dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{4} = 1$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc (H) với $x_0 > 0, y_0 > 0$ sao cho M nhìn các tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông. Giá trị của biểu thức $T = 2\sqrt{5}x_0 + \sqrt{5}y_0$ bằng 10.

Lời giải

Điểm M nhìn các tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông $\Rightarrow$ Điểm M nằm trên đường tròn tâm O đường kính F_1F_2. Ta có $OF_2 = c \Rightarrow R = \sqrt{5}$

Phương trình đường tròn trên là: $(x-0)^2 + (y-0)^2 = \sqrt{5}^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 5$

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ \dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \dfrac{9}{5} \\ y^2 = \dfrac{16}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3\sqrt{5}}{5} \\ y = \dfrac{4\sqrt{5}}{5} \end{cases} \text{(vì tọa độ điểm } M \text{ dương)} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{3\sqrt{5}}{5} \\ b = \dfrac{4\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

Vậy $T = 2\sqrt{5}.\dfrac{3\sqrt{5}}{5} + \sqrt{5}.\dfrac{4\sqrt{5}}{5} = 10$.

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ Oxy, Hypebol có độ dài trục ảo và trục thực lần lượt là 8 và 10. Điểm $M \in (H)$ và $y_M = 4; x_M < 0$. Tính MF_2.

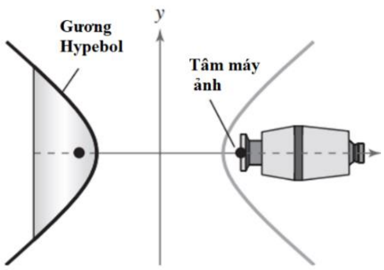
Lời giải

Độ dài trục ảo là $8 \Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4$; độ dài trục thực là $10 \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$ nên phương trình chính tắc của hyperbol (H) là $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$

Ta có: $M \in (H) \Rightarrow \dfrac{x_M^2}{25} - \dfrac{4^2}{16} = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_M = 5\sqrt{2} \quad (l) \\ x_M = -5\sqrt{2} < 0 \end{array}\right. \Rightarrow x_M = -5\sqrt{2} \Rightarrow M(-5\sqrt{2}; 4)$;

$F_2(\sqrt{41}; 0)$; do đó $MF_2 = \sqrt{(\sqrt{41} + 5\sqrt{2})^2 + (4)^2} = \sqrt{95 + 10\sqrt{82}}$

Câu 4: Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình).



Phương trình cho mặt cắt của gương là $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$. Tính khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Ta có $\begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 41 \Rightarrow c = \sqrt{41}$.

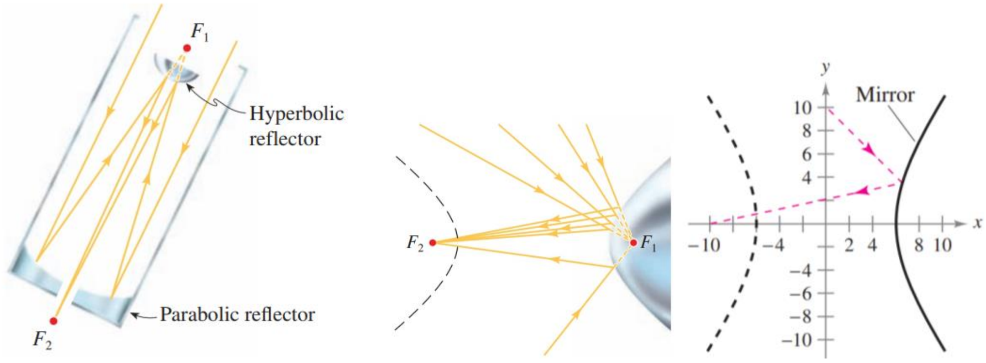
Tọa độ tiêu điểm của gương là $F_1\left(-\sqrt{41};0\right); F_2\left(\sqrt{41};0\right)$

Lại có $a = 5$ nên tọa độ đỉnh của gương là $A_1\left(-5;0\right); A_2\left(5;0\right)$

Vậy khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương bằng

$$A_1F_2 = \sqrt{\left(-5-\sqrt{41}\right)^2 + 0^2} = 5 + \sqrt{41} \approx 11,4.$$

Câu 5: Một gương hypebol (được sử dụng trong một số kính thiên văn) có tính chất là một tia sáng hướng vào tiêu điểm sẽ bị phản xạ sang tiêu điểm khác. Gương trong hình vẽ có phương trình $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$. Điểm $M\left(a;b\right)$ trên gương sẽ nhận được tia sánh đi qua điểm $\left(0;10\right)$ và bị phản xạ sang tiêu điểm còn lại? (tham khảo hình vẽ). Tính $T = a + b$.



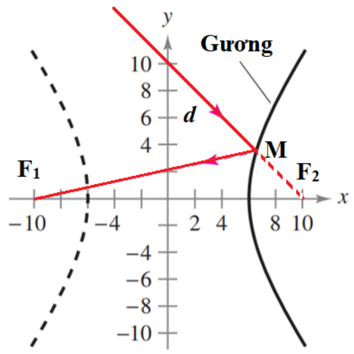
Lời giải

Gọi $\left(H\right): \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$

Phương trình của gương $\left(H\right)$ có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a = 6, b = 8$; suy ra $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 10$.

Giả sử điểm cần tìm là $M \in \left(H\right)$

Gọi đường đi của ánh sáng qua điểm $\left(0;10\right)$ và M là d, do tia sáng sau khi phản xạ bởi gương sẽ đi qua tiêu điểm $F_1\left(-10;0\right)$, suy ra d nhằm vào tiêu điểm $F_2\left(10;0\right)$ ($F_2 \in d$).



Từ đây dễ dàng lập được phương trình của d là $y=-x+10$.

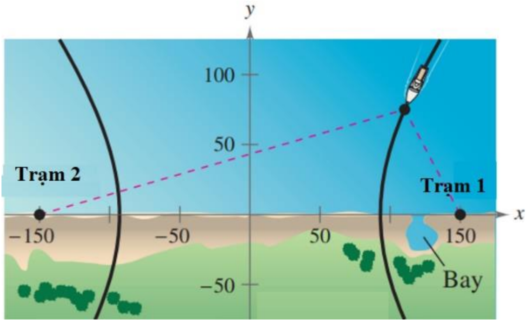
Tọa độ của $M\in(H)$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y=-x+10 \\ \dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{64}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+10 \\ 28x^2+720x-5904=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\approx -32,25 \\ y\approx 42,25 \end{cases} \\ \begin{cases} x\approx 6,54 \\ y\approx 3,46 \end{cases} \end{array}\right. .$$

Do điểm cần tìm nằm ở nhánh bên phải nên ta có $M=(6,54;3,55)$

Khi đó $a=6,54;\ b=3,55 \Rightarrow T=a+b=10,09$

Câu 6: Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi hai trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186.000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150;0)$ và $(150;0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol và có tọa độ $(x;75)$ (xem hình vẽ).

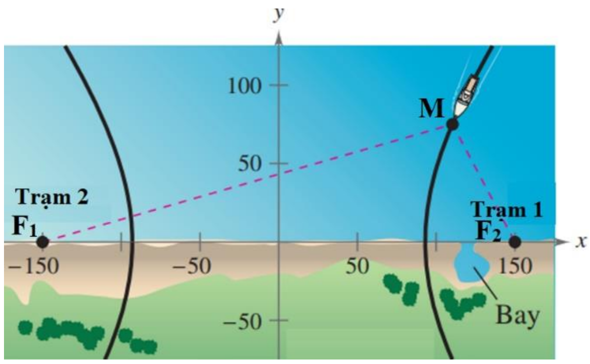


Tính gần đúng hoành độ của vị trí con tàu khi chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây) (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy)

Lời giải

Gọi đường đi của con tàu là (H) thì (H) có phương trình dạng $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$;

Với giả thiết ta có các tiêu điểm của (H) là $F_1(-150;0),\ F_2(150;0)$, suy ra $c=150$



Giả sử vị trí con tàu hiện tại là $M(x;75)\in(H)$; theo giả thiết độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây), tức là:

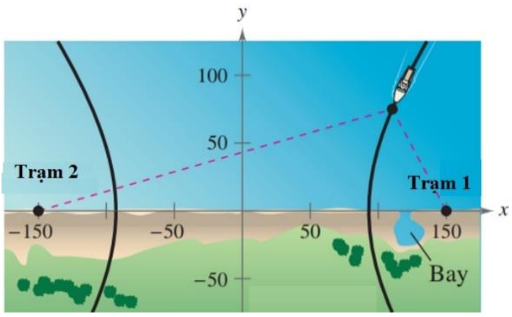
$|MF_1 - MF_2| = 0,001.186.000 = 186$ (dặm); tức là ta có $2a = 186 \Rightarrow a = 93$;

$\Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = 27\sqrt{19}$ nên phương trình (H): $\dfrac{x^2}{8649} - \dfrac{y^2}{13851} = 1$.

Ta có $M(x;75)\in(H) \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{8649} - \dfrac{75^2}{13851} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \approx 110,3 \\ x \approx -110,3 \end{array}\right.$.

Vậy hoành độ của con tàu gần bằng $110,3$.

Câu 7: Điều hướng LORAN (điều hướng vô tuyến đường dài) cho máy bay và tàu thủy sử dụng các xung đồng bộ được truyền bởi các trạm phát đặt cách xa nhau. Các xung này di chuyển với tốc độ ánh sáng (186.000 dặm / giây). Sự chênh lệch về thời gian nhận được phản xạ của các xung này từ một máy bay hoặc tàu thủy là không đổi, nên máy bay hoặc con tàu sẽ nằm trên một hyperbol có các trạm phát là các tiêu điểm. Giả sử rằng hai trạm phát, cách nhau 300 dặm, được đặt trên một hệ tọa độ vuông góc tại các điểm có tọa độ $(-150;0)$ và $(150;0)$ và một con tàu đang đi trên một con đường là một nhánh của hypebol (xem hình vẽ).

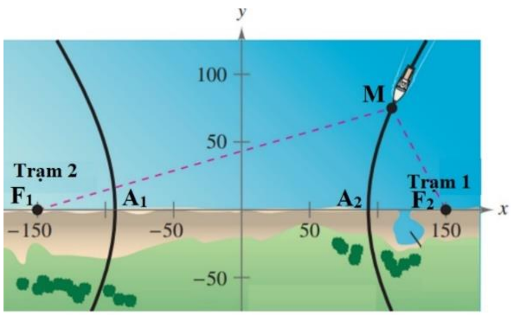


Biết rằng độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát với con tàu là 1000 micro giây (0,001 giây). Xác định khoảng cách giữa tàu và trạm phát số 1 khi tàu vào bờ.

Lời giải

Gọi đường đi của con tàu là (H) thì (H) có phương trình dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$;

Với giả thiết ta có các tiêu điểm của (H) là $F_1(-150;0)$, $F_2(150;0)$, suy ra $c = 150$



Giả sử vị trí con tàu hiện tại là $M(x;y)\in(H)$; theo giả thiết độ chênh lệch thời gian giữa các xung từ các trạm phát là 1000 micro giây (0,001 giây), tức là:

$\left|MF_1 - MF_2\right| = 0,001.186.000 = 186$ (dặm); tức là ta có $2a = 186 \Rightarrow a = 93$;

$\Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = 27\sqrt{19}$ nên phương trình (H): $\dfrac{x^2}{8649} - \dfrac{y^2}{13851} = 1$.

Trạm phát số 1 nằm tại tiêu điểm $F_2(150;0)$, vị trí khi con tàu vào bờ là đỉnh của (H) là $A_2(93;0)$.

Vậy khoảng cách từ vị trí tàu vào bờ đến trạm số 1 là: $F_2A_2 = 150 - 93 = 57$ (dặm).

Câu 8: Một con tàu đang trên hành trình đi song song với một bờ biển thẳng và cách bờ 80 km. Hai trạm truyền tin S_1 và S_2 nằm trên bờ biển, cách xa nhau 220 km. Bằng cách tính giờ các tín hiệu vô tuyến từ hai trạm, hoa tiêu của tàu xác định rằng con tàu đang ở giữa hai trạm và ở gần S_2 hơn S_1 là 60 km. Tìm khoảng cách từ con tàu tới trạm S_2. Đáp số làm tròn đến hai chữ số thập phân.

Lời giải

Gọi d_1 và d_2 là các khoảng cách tương ứng từ con tàu tới S_1 và S_2, khi đó hiệu $d_1 - d_2 = 60$ và con thuyền phải nằm trên một hyperbol với tiêu điểm là S_1 và S_2, hiệu hai khoảng cách cố định bằng 60.

Để đưa ra phương trình của hyperbol, ta biểu diễn hiệu cố định này bằng $2a$.

Như vậy, ta có $c = 110$, $a = \dfrac{1}{2}.60 = 30$, $b = \sqrt{110^2 - 30^2} = \sqrt{11200}$.

Phương trình của hyperbol này có dạng là $\dfrac{x^2}{900} - \dfrac{y^2}{11200} = 1$.

Thay $y = 80$ vào phương trình và giải theo x ta được:

$$\frac{x^2}{900} - \frac{y^2}{11200} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{900} - \frac{80^2}{11200} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{3600}{7}$$

Do đó $x \approx 37,61$ (nghiệm âm bị loại, vì con tàu ở gần S_2 hơn S_1).

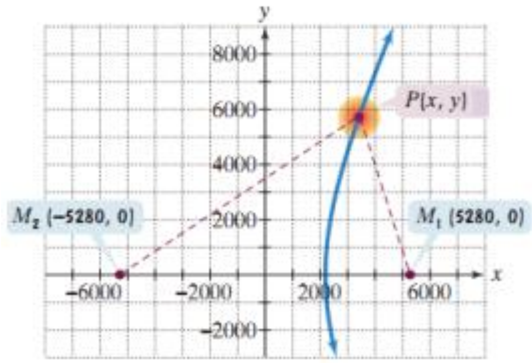
Khoảng cách từ con tàu đến S_1 bằng $d_1 = \sqrt{(37,61 + 110)^2 + 80^2} = \sqrt{28188,7121} \approx 167,89$ km.

Khoảng cách từ con tàu đến S_2 là $d_2 = \sqrt{(37,61 - 110)^2 + 80^2} = \sqrt{11640.3121} \approx 107.89$ km.

Câu 9: Một vụ nổ được hai micro M_1 và M_2 cách nhau 2 dặm ghi lại (1 dặm bằng 5280 feet). Micro M_1 nhận được âm thanh trước 4 giây so với micro M_2. Giả sử âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây. Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện trên là một hypebol có phương trình dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu? (Đáp số a và b làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

Lời giải

Ta bắt đầu bằng cách đặt micro trong một hệ tọa độ vuông góc. Bởi vì 1 dặm bằng 5280 feet nên ta đặt M_1 trên trục hoành cách gốc tọa độ 5280 feet về bên phải và đặt M_2 trên trục hoành cách gốc tọa độ 5280 feet về bên trái như hình vẽ minh họa hai micro cách nhau 2 dặm.



Ta biết rằng M_2 nhận được âm thanh sau 4 giây so với M_1. Vì âm thanh di chuyển với tốc độ 1100 feet/giây nên hiệu số khoảng cách từ P (nơi xảy ra vụ nổ) tới M_2 và từ P tới M_1 là 4400 feet.

Tập tất cả các điểm P xảy ra vụ nổ thỏa mãn các điều kiện này là một hyperbol, với hai micro M_1 và M_2 là các tiêu điểm.

Như vậy, vị trí xảy ra vụ nổ nằm trên hyperbol có phương trình chuẩn là $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Ta có hiệu số khoảng cách giữa hai micro là 4400 feet và được đặt bằng $2a$, tức là $2a=4400 \Rightarrow a=2200$ nên ta có $\dfrac{x^2}{2200^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ hay $\dfrac{x^2}{4840000}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Mà khoảng cách từ gốc $O(0;0)$ tới tiêu điểm $M_2(-5280;0)$ hoặc $M_1(5280;0)$ đều bằng 5280.

Do đó $c=5280$.

Sử dụng hệ thức $c^2=a^2+b^2 \Rightarrow b=\sqrt{5280^2-2200^2}\approx 4800$.

Vậy $a+b=2200+4800=7000$.

Câu 10: Hai tháp vô tuyến cách nhau $200\,\text{km}$ được đặt dọc bờ biển với A nằm về phía Tây đối với B. Các tín hiệu vô tuyến được gửi đồng thời từ mỗi tháp tới một con tàu và tín hiệu ở B nhận được sớm hơn 500 micro giây trước tín hiệu ở A. Giả sử rằng các tín hiệu vô tuyến truyền đi với vận tốc 300 mét/micro giây và con tàu nằm về phía Bắc của tháp B thì tàu cách bờ biển bao xa? Đáp số làm tròn đến hai chữ số thập phân.

Lời giải

Theo đề bài con tàu nhận được tín hiệu từ B sớm hơn từ A 500 micro giây,

Vì âm thanh di chuyển với tốc độ 300 mét/micro giây nên hiệu số khoảng cách từ con tàu tới A và B là $500\text{x}300=150000=150\,\text{km}$.

Hiệu khoảng cách này là $2a=150 \Rightarrow a=75$.

Con tàu nằm trên một nhánh của hyperbol, với hai tháp vô tuyến A và B là hai tiêu điểm, A và B cách nhau $200km$, nghĩa là $2c = 200 \Rightarrow c = 100$.

Theo tính chất của hyperbol, $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{100^2 - 75^2} = \sqrt{4375}$,

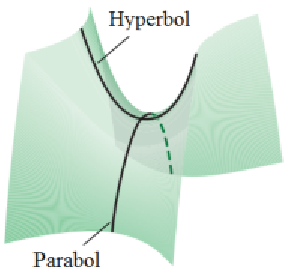
và phương trình chuẩn của hyperbol là $\dfrac{x^2}{5625} - \dfrac{y^2}{4375} = 1$.

Vì con tàu nằm về phía Bắc của tháp B, nghĩa là có hoành độ $x = c = 100$.

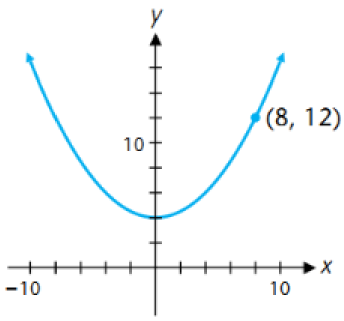
Thay $x = 100$ vào phương trình trên ta có $y \approx 58,33$.

Vậy tàu cách bờ biển $\approx 58,33$ km.

Câu 11: Một kiến trúc sư quan tâm đến việc thiết kế một mái vòm mỏng có hình dạng của hình Hyperbolic parabolid như hình 1. Tìm phương trình hypebol trong hệ trục tọa độ vẽ ở hình 2 và thỏa mãn các điều kiện đã chỉ ra. Hỏi điểm thuộc Hyperbol nằm cao hơn đỉnh $6(m)$ ở bên phải cách đỉnh bao xa? Kết quả tính toán được làm tròn tới hai chữ số thập phân.



Hình1: Hyperbolic paraboloid.



Hình 2: Phần hyperbol của vòm.

Lời giải

Từ hình vẽ cho thấy hypebol có trục thực nằm dọc và $a = 4$. Phương trình chuẩn của hypebol có dạng $\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{x^2}{b^2} = 1$. Điểm $(8;12)$ nằm trên hypebol và $a = 4$ nên ta có: $\dfrac{12^2}{4^2} - \dfrac{8^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 8$

Phương trình của hypebol là $\dfrac{y^2}{16} - \dfrac{x^2}{8} = 1$.

Điểm cao hơn đỉnh $6m$ có tung độ $y = 4 + 6 = 10$.

Thay vào phương trình Hyperbol ta có: $\dfrac{10^2}{16} - \dfrac{x^2}{8} = 1 \Rightarrow x \approx 6,48$ (vì điểm nằm bên phải đỉnh).

Điểm thuộc hypebol ở bên phải đỉnh có tọa độ $(6,48;10)$.

Khoảng cách từ điểm này tới đỉnh $(0;4)$ bằng: $\sqrt{(6,48-0)^2 + (10-4)^2} = \sqrt{78} \approx 8,83$ m.

----------------HẾT----------------

Dạng 4: Phương trình đường Parabol

Phương pháp: Cho Parabol có phương trình: $y^2 = 2px$, với $p > 0$. Các yếu tố trong parabol:

- p gọi là tham số tiêu của parabol (P)
- Tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho parabol $(P): y^2 = 4x$.

a) Tính đường chuẩn của (P)

b) Tính bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(1;2)$

Lời giải

a) Ta có đường chuẩn $x = -\frac{p}{2} = -1$

b) Bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(1;2)$ là $FM = 1 + \frac{p}{2} = 2$.

Bài tập 2: Parabol $(P): y^2 = 6x$ cắt đường thẳng $(d): y = x + 1$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 18$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của $(P): y^2 = 6x$ và $(d): y = x + 1$ là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases} y^2 = 6x \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = 6x \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \pm \sqrt{3} \\ y = 3 \pm \sqrt{3} \end{cases}$. Do đó $x_1^2 + x_2^2 = \left(2+\sqrt{3}\right)^2 + \left(2-\sqrt{3}\right)^2 = 14$

Bài tập 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y^2 = 2px (p > 0)$ đi qua điểm $M\left(3;3\sqrt{2}\right)$. Tính bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(x;y)$.

Lời giải

Bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(x;y)$ là $FM = x + \frac{p}{2} = x + \frac{3}{2}$

Bài tập 4: Cho parabol $(P): y^2 = 16x$. Trên (P) lấy hai điểm M, N sao cho độ dài đoạn thẳng MN qua tiêu điểm F của (P). Tính khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường chuẩn Δ.

Lời giải

Ta có: $2p = 16 \Rightarrow p = 8 \Rightarrow \frac{p}{2} = 4 \Rightarrow$ tiêu điểm là $F(4;0)$

Ta có đường chuẩn $x=-4$ nên khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là 8.

Bài tập 5: Một sao chổi A chuyển động theo quỹ đạo có dạng là một parabol (P) nhận tâm Mặt Trời là tiêu điểm. Cho biết khoảng cách ngắn nhất giữa sao chổi A và tâm Mặt Trời là khoảng $112\,\text{km}$. Tính khoảng cách giữa sao chổi $A(x;y)$ và tâm Mặt Trời .

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho gốc tọa độ $O(0;0)$ trùng với đỉnh của (P) và tiêu điểm F trùng với tâm Mặt Trời, đơn vị trên các trục là km.

Giả sử phương trình chính tắc của Parabol (P) có dạng $(P): y^2=2px\,(p>0)$

Khoảng cách giữa sao chổi $A(x;y)$ và tâm Mặt Trời là $AF=x+\dfrac{p}{2}$.

Bài tập 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y^2=12x$. Điểm có tung độ bằng 12 nằm trên đồ thị của (P), tìm hoành độ của điểm đó

Lời giải

Gọi điểm $M(x_0;12)\in(P)\Rightarrow 12^2=12.x_0\Leftrightarrow x_0=12$.

Bài tập 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y^2=6x$. Tính khoảng cách từ điểm $M(6;36)$ đến phương trình đường chuẩn .

Lời giải

Phương trình đường chuẩn $\Delta: x+\dfrac{p}{2}=0\Rightarrow \Delta: x+\dfrac{3}{2}=0\Leftrightarrow \Delta: x=-\dfrac{3}{2}$.

Ta có $d(M,\Delta)=\left|6+\dfrac{3}{2}\right|=\dfrac{15}{2}$.

Bài tập 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có tiêu điểm $F(1;0)$. Viết phương trình chính tắc của parabol là $y^2=4x$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của parabol $y^2=2px\Rightarrow y^2=4x$.

Bài tập 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có đường chuẩn $\Delta: x+1=0$. Viết phương trình chính tắc của parabol

Lời giải

Phương trình chính tắc của parabol là $y^2=2px\Rightarrow y^2=4x$.

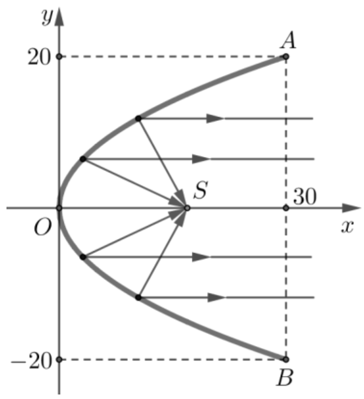
Bài tập 10: Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A điểm cuối là B, khoảng cách $AB=400\,\text{m}$. Đỉnh parabol của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng $20\,\text{m}$ và cách đều A,B. Viết phương trình chính tắc của hypebol, với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ tương ứng 1 m trên thực tế.

Lời giải

Phương trình chính tắc: $y^2 = 2px$

Do đi qua A nên suy ra $20^2 = 2p = -400 \Rightarrow p = -1$ nên $y^2 = -2x.$

Bài tập 11: Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol như hình bên. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40\,\text{cm}$ và chiều sâu $h = 30\,\text{cm}$ (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



Lời giải

Gắn hình parabol vào hệ trục như đề bài, dựa vào giả thiết bài toán ta có tọa độ điểm $A(30;20)$
.

Parabol đi qua điểm A

Nên ta có phương trình $20^2 = 2p \cdot 30 \Leftrightarrow p = \dfrac{20}{3}$.

Vậy ta có phương trình chính tắc của parabol đó là $y^2 = \dfrac{40x}{3}$.

Bài tập 12: Đường thẳng $d: y = kx,\ (k \neq 0)$ đi qua điểm O cắt $(P): y^2 = 16x$ tại điểm thứ hai là A. Tập hợp trung điểm của đoạn OA là parabol có phương trình là

Lời giải

Phương trình tung độ giao điểm của d và (P) là: $y^2 = \dfrac{16y}{k} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = \dfrac{16}{k} \end{array}\right.$.

Suy ra tọa độ điểm $A\left(\dfrac{16}{k^2};\dfrac{16}{k}\right)$. Tọa độ $M\left(\dfrac{8}{k^2};\dfrac{8}{k}\right)$.

Khi đó: $\begin{cases} x = \dfrac{8}{k^2} \\ y = \dfrac{8}{k} \end{cases} \Rightarrow x = \dfrac{y^2}{8}$ hay $y^2 = 8x$.

Vậy tập hợp điểm M là parabol $y^2 = 8x$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 4x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

A. $F(-1;0)$. **B.** $F(1;0)$. **C.** $F(0;1)$. **D.** $F(0;-1)$.

Lời giải

Từ phương trình của parabol ta có $2p = 4 \Rightarrow p = 2$.

Suy ra parabol (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$.

Câu 2: Cho Parapol $(P): y^2 = 2px\,(p > 0)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. (P) có tiêu điểm $F\left(0;\frac{p}{2}\right)$.

B. (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: y = \frac{p}{2}$.

C. (P) có tiêu điểm $F\left(-\frac{p}{2};0\right)$.

D. (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

Lời giải

Theo tính chất của Parabol $(P): y^2 = 2px\,(p > 0)$.

Ta có (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và có phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

Câu 3: Cho Parapol $(P): y^2 = 16x$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. (P) có tiêu điểm $F(0;-4)$. **B.** (P) có tiêu điểm $F(-4;0)$.

C. (P) có tiêu điểm $F(0;4)$. **D.** (P) có tiêu điểm $F(4;0)$.

Lời giải

Từ phương trình của $(P): y^2 = 16x$ ta có: $2p = 16 \Leftrightarrow p = 8$.

Vậy (P) có tiêu điểm $F(4;0)$.

Câu 4: Phương trình của parabol (P) biết parabol (P) có đỉnh là $I\left(\frac{1}{4};-1\right)$ và đường chuẩn Δ có phương trình $6x - 8y + 3 = 0$ là

A. $64x^2 + 36y^2 + 96xy = 0$.

B. $64x^2 + 36y^2 + 96xy - 236x + 448y + 491 = 0$

C. $y^2 = 4x$.

D. $64x^2 + 36y^2 - 236x - 448y + 491 = 0$.

Lời giải

Gọi P là hình chiếu của I lên Δ, ta có $P=\left(-\frac{1}{2};0\right)$. Gọi F là điểm sao cho I là trung điểm của PF thì F là tiêu điểm của parabol (P) và $F=(1;-2)$.

Với $M(x;y)$ thì $MF=\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}$ và $d(M;\Delta)=\frac{|6x-8y+3|}{10}$.

$M\in(P)\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=\frac{|6x-8y+3|}{10}$

$\Leftrightarrow 100(x^2+y^2-2x+4y+5)=36x^2+64y^2-96xy+36x-48y+9$

$\Leftrightarrow 64x^2+36y^2+96xy-236x+448y+491=0$.

Câu 5: Phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ là:

A. $y=20x$. **B.** $y=30x$. **C.** $y=15x$. **D.** $y=10x$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2=2px(p>0)$.

Vì (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ nên $\frac{p}{2}=5$, tức là $p=10$. Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y=20x$.

Câu 6: Cho parabol có phương trình: $4y^2=20x$. Phương trình đường chuẩn của parabol là:

A. $x=\frac{5}{4}$. **B.** $x=\frac{4}{5}$. **C.** $x=-\frac{4}{5}$. **D.** $x=-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Ta có: $(P):4y^2=20x\Rightarrow 2p=5\Rightarrow p=\frac{5}{2}$.

Vậy (P) có phương trình đường chuẩn là: $\Delta: x=-\frac{5}{4}$.

Câu 7: Cho parabol $(P):y^2=4x$ và hai điểm $M(0;-4),N(-6;4)$. Tìm toạ độ điểm $A\in(P)$ sao cho ΔAMN vuông tại M ?

A. $A_1(16;8)$, $A_2\left(\frac{16}{9};-\frac{8}{3}\right)$. **B.** $A_1(16;9)$, $A_2\left(\frac{16}{9};-\frac{8}{3}\right)$.

C. $A_1(16;8)$, $A_2\left(\frac{16}{9};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $A_1(16;8)$, $A_2\left(\frac{15}{9};-\frac{8}{3}\right)$.

Lời giải

Gọi $A\left(\frac{t^2}{4};t\right)\in(P)$; $\overrightarrow{MN}=(-6;8)$, $\overrightarrow{MA}=\left(\frac{t^2}{4};t+4\right)$.

ΔAMN vuông tại $M \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MA}=0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}t^2+8t+32=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=8 \\ t=-\frac{8}{3} \end{array}\right.$

Vậy có hai điểm cần tìm là $A_1(16;8)$, $A_2\left(\frac{16}{9};-\frac{8}{3}\right)$.

Câu 8: Cho parabol (P) có phương trình $y^2=6x$. Xác định đường chuẩn của parabol (P) là

A. $x=-\frac{2}{3}$. **B.** $x=-\frac{1}{3}$. **C.** $x=\frac{-3}{2}$. **D.** $x=\frac{2}{3}$.

Lời giải

Từ phương trình của parabol ta có $2p=6 \Rightarrow p=3$.

Suy ra parabol (P) có đường chuẩn là $x=\frac{-3}{2}$.

Câu 9: Cho parabol (P) có phương trình $4y^2=x$. Tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là

A. $F\left(-\frac{1}{16};0\right)$. **B.** $F\left(\frac{1}{4};0\right)$. **C.** $F\left(\frac{1}{8};0\right)$. **D.** $F\left(\frac{1}{16};0\right)$.

Lời giải

Parabol (P) có phương trình $4y^2=x \Leftrightarrow y^2=\frac{1}{4}x$. Ta có $2p=\frac{1}{4} \Rightarrow p=\frac{1}{8}$.

Suy ra parabol (P) có tiêu điểm là $F\left(\frac{1}{16};0\right)$.

Câu 10: Cho parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x+\frac{1}{2}=0$. Phương trình chính tắc của parabol (P) là

A. $y^2=4x$. **B.** $y^2=x$. **C.** $y^2=\frac{1}{2}x$. **D.** $y^2=2x$.

Lời giải

Parabol (P) có phương trình đường chuẩn $x+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}=-\frac{p}{2} \Rightarrow p=1$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2=2x$.

Câu 11: Cho Parabol $(P): y^2=6x$. Chọn khẳng định đúng

A. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{3}{2}$ và Oy là trục đối xứng.

B. Phương trình đường chuẩn $x=\frac{3}{2}$ và Ox là trục đối xứng.

C. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{3}{2}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(-\frac{3}{2};0\right)$.

D. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{3}{2}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{3}{2};0\right)$.

Lời giải

Từ phương trình ta có $2p=6\Leftrightarrow p=3$

Parabol có phương trình đường chuẩn $x=-\frac{p}{2}=-\frac{3}{2}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{p}{2};0\right)=\left(\frac{3}{2};0\right)$, trục đối xứng là Ox

Câu 12: Cho Parabol $(P):y^2=4x$. Xét các khẳng định sau:

P " Parabol có phương trình đường chuẩn $x+2=0$"

Q "Parabol có tọa độ tiêu điểm $F(2;0)$"

Chọn khẳng định đúng.

A. P đúng, Q sai. **B.** P sai, Q sai. **C.** P sai, Q đúng. **D.** P đúng, Q đúng.

Lời giải

Từ phương trình ta có $2p=4\Leftrightarrow p=2$.

Parabol có phương trình đường chuẩn $x=-\frac{p}{2}=-1$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{p}{2};0\right)=(1;0)$

Câu 13: Cho Parabol $(P):4y^2=x$. Chọn khẳng định đúng

A. Phương trình đường chuẩn $x=-2$ và Oy là trục đối xứng.

B. Phương trình đường chuẩn $x=2$ và Ox là trục đối xứng.

C. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{1}{4}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{4};0\right)$.

D. Phương trình đường chuẩn $x=-\frac{1}{16}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{16};0\right)$.

Lời giải

$(P):4y^2=x\Leftrightarrow y^2=\frac{1}{4}x$. Ta có: $2p=\frac{1}{4}\Leftrightarrow p=\frac{1}{8}$ nên Parabol có phương trình đường chuẩn $x=-\frac{p}{2}=-\frac{1}{16}$ và tiêu điểm có tọa độ $\left(\frac{p}{2};0\right)=\left(\frac{1}{16};0\right)$, trục đối xứng là Ox

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P):y^2=6x$. Khoảng cách từ điểm $M(6;36)$ đến phương trình đường chuẩn bằng

A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{15}{4}$. **C.** 15. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Phương trình đường chuẩn $\Delta:x+\frac{p}{2}=0\Rightarrow\Delta:x+\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow\Delta:x=-\frac{3}{2}$.

Ta có $d(M,\Delta)=\left|6+\frac{3}{2}\right|=\frac{15}{2}$.

Câu 15: Cho parabol $(P): y^2 = 2px$ biết rằng parabol có tiêu điểm $F(5;0)$. Phương trình chính tắc của Parabol đó là:

A. $y^2 = 5x$. **B.** $y^2 = \frac{5}{2}x$. **C.** $y^2 = 20x$. **D.** $y = 10x^2$.

Lời giải

Do tọa độ tiêu điểm của (P) là $F(5;0)$ nên : $\frac{p}{2} = 5 \Rightarrow p = 10$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là : $y^2 = 20x$.

Câu 16: Viết phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$. Biết rằng khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta: x + y - 12 = 0$ là $2\sqrt{2}$?

A. $y^2 = 16x$ hoặc $y^2 = 32x$. **B.** $y^2 = -16x$ hoặc $y^2 = 32x$.

C. $y^2 = 32x$ hoặc $y^2 = 64x$. **D.** $y^2 = -32x$ hoặc $y^2 = 64x$.

Lời giải

Gọi tọa độ tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.

Khoảng cách từ F đến Δ là $2\sqrt{2}$ nên: $d(F,\Delta) = \frac{\left|\frac{p}{2} - 12\right|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p = 16 \\ p = 32 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình chính tắc của (P) là : $y^2 = 32x$ hoặc $y^2 = 64x$.

Câu 17: Viết phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$, biết rằng phương trình đường chuẩn của (P) là $x + 2 = 0$?

A. $y^2 = 8x$. **B.** $y^2 = 4x$. **C.** $y^2 = -8x$. **D.** $y^2 = -4x$.

Lời giải

Do đường chuẩn của (P) là : $x + 2 = 0$ nên $\frac{-p}{2} = -2 \Rightarrow p = 4$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là : $y^2 = 8x$.

Câu 18: Viết phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$, biết rằng (P) cắt đường thẳng $\Delta\ 3x - y = 0$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{10}$.

A. $y^2 = -18x$. **B.** $y^2 = 81x$. **C.** $y^2 = 9x$. **D.** $y^2 = 18x$.

Lời giải

Ta có: $(3x)^2 = 2px$ luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi $p > 0$.

Tọa độ hai giao điểm là : $A(0;0)$, $B\left(\frac{2p}{9};\frac{2p}{3}\right)$

Khi đó : $AB=\sqrt{\left(\frac{2p}{9}\right)^2+\left(\frac{2p}{3}\right)^2}=2\sqrt{10}\Rightarrow p=9$.

Vậy phương trình chính tắc của (P) là : $y^2=18x$.

Câu 19: Viết phương trình chính tắc của parabol (P) biết khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta: x+y-12=0$ bằng $2\sqrt{2}$?

A. $y^2=32x$ hoặc $y^2=64x$. **B.** $y^2=16x$ hoặc $y^2=32x$.
C. $y^2=24x$ hoặc $y^2=48x$. **D.** $y^2=12x$ hoặc $y^2=24x$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2=2px$ $(p>0)$.

Ta có tọa độ tiêu điểm của parabol (P) là: $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.

Khoảng cách từ F đến đường thẳng Δ bằng $2\sqrt{2}$ nên:

$$d(F,\Delta)=\frac{\left|\frac{p}{2}-12\right|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\Rightarrow\left|\frac{p}{2}-12\right|=4\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{p}{2}-12=4\\ \frac{p}{2}-12=-4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}p=32\\ p=16\end{array}\right..$$

Vậy phương trình của (P): $y^2=32x$ hoặc $y^2=64x$.

Câu 20: Phương trình chính tắc của parabol (P) biết một dây cung của (P) vuông góc với trục Ox có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1 là

A. $y^2=16x$. **B.** $y^2=32x$. **C.** $y^2=24x$. **D.** $y^2=12x$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2=2px$.

Vì một dây cung của (P) vuông góc với trục Ox có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1 nên điểm $A(1;4)\in(P)\Rightarrow 16=2.p.1\Rightarrow p=8$.

$\Rightarrow(P): y^2=16x$.

Câu 21: Phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt đường thẳng $\Delta: 3x-y=0$ tại 2 điểm $A;B$ sao cho $AB=4\sqrt{2}$ là

A. $y^2=\frac{16}{\sqrt{5}}x$. **B.** $y^2=\frac{36}{\sqrt{5}}x$. **C.** $y^2=\frac{32}{\sqrt{5}}x$. **D.** $y^2=\frac{18}{\sqrt{5}}x$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2=2px$.

Ta thấy (P) luôn cắt đường thẳng Δ tại gốc tọa độ, giả sử $B\equiv O$ và A là giao điểm còn lại.

Ta có: $A\in\Delta\Rightarrow A(a;3a)$.

Mặt khác: $AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{a^2 + 9a^2} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 = \frac{16}{5} \Rightarrow a = \pm\frac{4}{\sqrt{5}}$.

Nếu $a = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow \left(3.\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 = 2p\frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow p = \frac{18}{\sqrt{5}} \Rightarrow (P): y^2 = \frac{36}{\sqrt{5}}x$.

Nếu $a = -\frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow \left(3.\frac{-4}{\sqrt{5}}\right)^2 = 2p\left(\frac{-4}{\sqrt{5}}\right)$ không thỏa mãn điều kiện.

Câu 22: Phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt elip $(E): 4x^2 + 6y^2 = 24$ tại 2 điểm $A;B$ sao cho $AB = 2$ là

A. $y^2 = \frac{\sqrt{2}}{6}x$. **B.** $y^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}x$. **C.** $y^2 = \frac{\sqrt{2}}{12}x$. **D.** $y^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}x$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px$ $(p > 0)$.

Do (E) và (P) có tính đối xứng và $AB = 2 \Rightarrow A(t;1),\ B(t;-1)$, hai giao điểm nằm bên phải Oy nên $t > 0$.

$A \in (E) \Rightarrow 4t^2 + 6 = 24 \Rightarrow t = \frac{3}{\sqrt{2}}$.

$A \in (P) \Rightarrow 1 = 2p.\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow p = \frac{\sqrt{2}}{6} \Rightarrow (P): y^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}x$.

Câu 23: Tìm điểm M có tung độ dương nằm trên $(P): y^2 = 4x$ mà khoảng cách từ M đến tiêu điểm bằng 5.

A. $(2;2)$. **B.** $M(4;4)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-4;4)$.

Lời giải

$(P): y^2 = 4x$ có tiêu điểm là $F(1;0)$

Do $M \in (P)$ nên tọa độ M có dạng $M\left(\frac{a^2}{4};a\right)$ $(a > 0)$ $(*)$

Do $MF = 5 \Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{4} - 1\right)^2 + a^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 4 \\ a = -4 \end{array}\right.$.

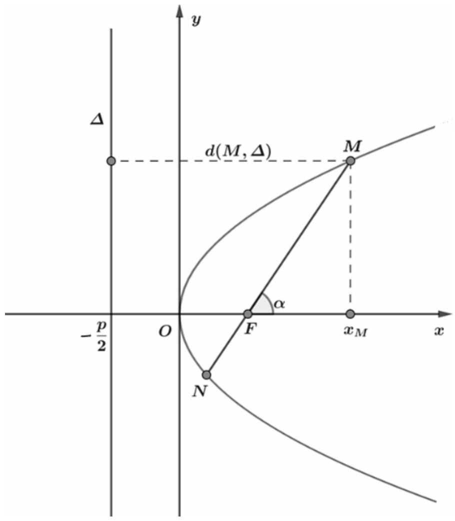
Do $a > 0$ nên $M(4;4)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 24: Một đường thẳng d đi qua tiêu điểm F của $(P): y^2 = 2px$ và cắt (P) tại 2 điểm M, N. Tổng $\frac{1}{FM} + \frac{1}{FN}$ bằng

A. $\frac{1}{p}$. **B.** $\frac{2}{p}$. **C.** p. **D.** $2p$.

Lời giải

Gọi α là góc giữa $\overrightarrow{FM}$ và trục Ox.

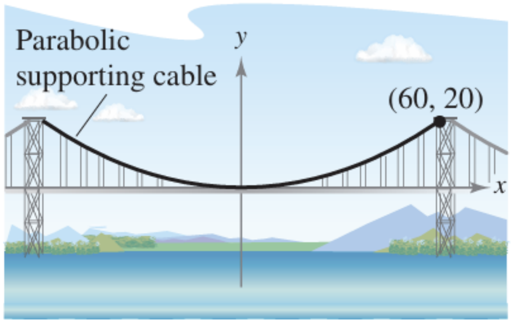


Ta có: $\cos\alpha = \dfrac{x_M - \dfrac{p}{2}}{FM} \Rightarrow 1-\cos\alpha = \dfrac{FM - x_M + \dfrac{p}{2}}{FM}$.

Khi đó: $FM = d(M,\Delta) = x_M + \dfrac{p}{2} \Rightarrow 1-\cos\alpha = \dfrac{p}{FM}$ và $\dfrac{1}{FM} = \dfrac{1-\cos\alpha}{p}$.

Tương tự ta có: $\dfrac{1}{FN} = \dfrac{1+\cos\alpha}{p}$ nên do đó $\dfrac{1}{FM} + \dfrac{1}{FN} = \dfrac{2}{p}$.

Câu 25: Một cái cầu có dây cáp treo hình parabol, cầu dài 120 m và được nâng đỡ bởi những thanh thẳng đứng treo từ cáp xuống, thanh dài nhất là 20 m, thanh ngắn nhất là 8 m.



Phương trình chính tắc của Parabol là:

A. $y^2 = 9x$. **B.** $y^2 = \dfrac{20}{3}x$. **C.** $y^2 = 45x$. **D.** $y^2 = -\dfrac{10}{3}x$.

Lời giải

Thay toạ độ điểm $M(60;20)$ vào phương trình ta được $20^2 = 2.p.60 \Rightarrow p = \dfrac{10}{3}$.

Do $p = \dfrac{10}{3}$ nên phương trình chính tắc của Parabol là: $y^2 = \dfrac{20}{3}x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho parabol $(P): y^2 = 2px\left(p > 0\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.

b) (P) có tọa độ trục đối xứng là Ox và phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

c) Parabol $(P): y^2 = 2px$ có tiêu điểm $F(5;0)$ thì phương trình chính tắc của parabol đó là $y^2 = 20x$.

d) Nếu khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường thẳng $\Delta: x + y - 12 = 0$ bằng $2\sqrt{2}$ thì phương trình chính tắc của parabol là $y^2 = 16x$ hoặc $y^2 = 32x$.

Lời giải

a) Đúng: Theo tính chất của parabol thì $(P): y^2 = 2px\left(p > 0\right)$ có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.

b) Đúng: $(P): y^2 = 2px\left(p > 0\right)$ có tọa độ trục đối xứng là Ox và phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

c) Đúng: Tọa độ tiêu điểm của (P) là $F(5;0)$ nên: $\frac{p}{2} = 5 \Rightarrow p = 10$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là : $y^2 = 20x$.

d) Sai: Gọi tọa độ tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.

Vì khoảng cách từ F đến Δ là $2\sqrt{2}$ nên: $d(F,\Delta) = \dfrac{\left|\frac{p}{2} - 12\right|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p = 16 \\ p = 32 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình chính tắc của (P) là : $y^2 = 32x$ hoặc $y^2 = 64x$.

Câu 2: Cho parabol $(P): y^2 = 2px\left(p > 0\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) (P) có phương trình đường chuẩn $\Delta: y = -\frac{p}{2}$.

b) Nếu (P) cắt đường thẳng Δ $3x - y = 0$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{10}$ thì phương trình chính tắc của parabol $y^2 = 18x$.

c) Một dây cung của (P) vuông góc với trục Ox có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1 thì phương trình chính tắc của parabol là $y^2 = 16x$.

d) Nếu (P) cắt đường thẳng $\Delta: 3x - y = 0$ tại 2 điểm $A; B$ sao cho $AB = 4\sqrt{2}$ thì phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = \frac{36}{\sqrt{5}}x$.

Lời giải

d) Sai: Parabol $(P): y^2 = 2px\,(p>0)$ có phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

b) Đúng: $(3x)^2 = 2px$ luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi $p>0$.

Tọa độ hai giao điểm là : $A(0;0)$, $B\left(\frac{2p}{9};\frac{2p}{3}\right)$

Khi đó : $AB = \sqrt{\left(\frac{2p}{9}\right)^2 + \left(\frac{2p}{3}\right)^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow p = 9$.

Vậy phương trình chính tắc của (P) là : $y^2 = 18x$.

c) Đúng: Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px$.

Vì một dây cung của (P) vuông góc với trục Ox có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1 nên điểm $A(1;4) \in (P) \Rightarrow 16 = 2.p.1 \Rightarrow p = 8$
$\Rightarrow (P): y^2 = 16x$.

d) Đúng: Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px$.

Ta thấy (P) luôn cắt đường thẳng Δ tại gốc tọa độ, giả sử $B \equiv O$ và A là giao điểm còn lại.

Ta có: $A \in \Delta \Rightarrow A(a;3a)$.

Mặt khác: $AB = 4\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{a^2 + 9a^2} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 = \frac{16}{5} \Rightarrow a = \pm\frac{4}{\sqrt{5}}$.

Nếu $a = \frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow \left(3.\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 = 2p\frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow p = \frac{18}{\sqrt{5}} \Rightarrow (P): y^2 = \frac{36}{\sqrt{5}}x$.

Nếu $a = -\frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow \left(3.\frac{-4}{\sqrt{5}}\right)^2 = 2p\left(\frac{-4}{\sqrt{5}}\right)$ không thỏa mãn điều kiện.

Câu 3: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình dạng chính tắc. Biết (P) qua $A(1;1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = x$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{1}{2};0\right)$.

c) Đường chuẩn của (P) là $\Delta: x + \frac{1}{4} = 0$.

d) Một điểm M nằm trên (P) có tung độ $y = -2$ thì $MF = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng: Ta có phương trình chính tắc của (P) có dạng: $(P): y^2 = 2px(p>0)$

Do (P) qua $A(1;1)$. suy ra $1^2 = 2p.1 \Leftrightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow (P): y^2 = x$.

b) Sai: Ta có tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{p}{2};0\right) \Rightarrow F\left(\frac{1}{4};0\right)$.

c) Đúng: Ta có đường chuẩn của (P) là $\Delta: x = -\frac{p}{2} \Rightarrow \Delta: x = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow \Delta: x + \frac{1}{4} = 0$.

d) Sai: Với $y = -2 \Rightarrow 4 = x \Rightarrow M(4;-2) \Rightarrow MF = \sqrt{\left(\frac{15}{4}\right)^2 + (-2)^2} = \frac{17}{4}$.

Câu 4: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình dạng chính tắc. Biết (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$.

a) Phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = 2x$.

b) Đường chuẩn của (P) là $\Delta: x - 1 = 0$.

c) (P) qua $A(1;4)$.

d) Trong các dây cung của (P) qua tiêu điểm thì dây có độ dài nhỏ nhất là 4.

Lời giải

a) Sai: Ta có phương trình chính tắc của (P) có dạng: $(P): y^2 = 2px(p>0)$

Do (P) có tiêu điểm của là $F(1;0) \Rightarrow \frac{p}{2} = 1 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow (P): y^2 = 4x$.

b) Sai: Ta có đường chuẩn của (P) là $\Delta: x = -\frac{p}{2} \Rightarrow \Delta: x = -1 \Leftrightarrow \Delta: x + 1 = 0$.

c) Sai: Thay $A(1;4)$ vào $(P): y^2 = 4x \Rightarrow 4^2 = 4.1 \Rightarrow 16 = 4$ Vô lý vậy $A(1;4) \notin (P)$.

d) Đúng: Ta có đường thẳng qua $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ có phương trình là: $(d): a\left(x - \frac{p}{2}\right) + by = 0$.

Do đường thẳng cắt (P) tại hai điểm nên $a \neq 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow (d): x - \frac{p}{2} + by = 0$

Khi đó tọa độ giao điểm của $(d) \& (P)$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y^2 = 2px \\ x - \frac{p}{2} + by = 0 \end{cases} \Rightarrow y^2 = 2p\left(-by + \frac{p}{2}\right) \Leftrightarrow y^2 + 2bpy - p^2 = 0 (1)$$

Nhận thấy (1) luôn có hai nghiêm y_1, y_2 suy ra hai đầu dây cung của (P) có tọa độ là

$$M\left(-by_1+\frac{p}{2};y_1\right);N\left(-by_2+\frac{p}{2};y_2\right)\Rightarrow MN=\sqrt{b^2\left(y_2-y_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}\ge\left|y_2-y_1\right|$$

Dấu bằng xảy ra khi $b=0\Rightarrow(1)\Leftrightarrow y=\pm p\Rightarrow \min MN=\left|y_2-y_1\right|=2p=4$.

Câu 5: Trong mặt phẳng toạ độ, cho parabol $(P): y^2=4x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tiêu điểm của (P) là $F(4;0)$.

b) (P) đi qua điểm $M(1;-2)$.

c) Đường thẳng $\Delta: y=x$ cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

d) M là điểm thuộc parabol (P) có tiêu điểm F. Khi đó đoạn MF ngắn nhất bằng 1.

Lời giải

a) Sai: $2p=4\Rightarrow p=2\Rightarrow F(1;0)$

b) Đúng: Vì $M(1;-2)\in(P)\Leftrightarrow(-2)^2=4.1$

c) Đúng: Từ Δ Thay $x=y$ vào phương trình (P) ta có phương trình $y^2=4y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\y=4\end{array}\right.$.

Với $y=0\Rightarrow x=0$.

Với $y=4\Rightarrow x=4$ nên đường thẳng cắt (P) tại 2 điểm

d) Gọi $M(x;y)\in(P)\Rightarrow MF=\sqrt{(x-1)^2+y^2}=\sqrt{\left(\frac{y^2}{4}-1\right)^2+y^2}$.

Ta có $MF^2=\left(\frac{y^2}{4}-1\right)^2+y^2=\frac{y^4}{16}+\frac{y^2}{2}+1\ge 1, \forall y\in\mathbb{R}\Rightarrow MF\ge 1\Rightarrow \min MF=1$.

Câu 6: Trong mặt phẳng toạ độ, cho parabol $(P): y^2=16x$. Xét tính đúng sai của các khẳng đính sau:

a) Tham số tiêu $p=8$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F(4;0)$.

c) Phương trình đường chuẩn Δ là $x=-4$.

d) M là điểm thuộc parabol (P) có hoành độ m. Khi đó $MF=5$ khi và chỉ khi $m=5$.

Lời giải

a) Đúng: $2p=16$ suy ra tham số tiêu $p=8$

b) Đúng: Tiêu điểm của (P) là $F(4;0)$

c) Đúng: Phương trình đường chuẩn Δ là $x=-4$

d) Vì $M \in (P) \Rightarrow MF = d(M,\Delta) \Rightarrow d(M,\Delta) = 5 \Leftrightarrow |m+4| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -9 \end{array}\right.$.

Câu 7: Trong mặt phẳng toạ độ, cho Parabol (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{1}{4};0\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tham số tiêu $p = \frac{1}{2}$.

b) Phương trình đường chuẩn Δ là: $x - \frac{1}{4} = 0$.

c) Phương trình chính tắc của Parabol (P) là: $y^2 = x$.

d) Gọi A, B là giao điểm của (P) và $d: x - y - 2 = 0$, điểm $C \in (P)$ có tung độ nguyên m sao cho ΔABC cân tại A khi và chỉ khi $m = 2$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $\frac{p}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

b) Sai: Vì đường chuẩn của (P) có phương trình $x = -\frac{p}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$ là phương trình đường chuẩn của (P).

c) Đúng: Vì $\frac{p}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow p = \frac{1}{2}$. Vậy phương trình chính tắc của (P) là $(P): y^2 = 2px = 2\frac{1}{2}x = x$

d) Vì $C \in (P) \Rightarrow C(m^2; m)$.

Thay $x = y^2$ vào phương trình $d: y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = -1 \\ y = 2 \end{array}\right.$.

Vậy $A(1;-1), B(4;2)$

ΔABC cân tại $A \Leftrightarrow AB = AC \Leftrightarrow 18 = m^4 - 2m^2 + 1 + m^2 + 2m + 1$

$\Leftrightarrow m^4 - m^2 + 2m - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2\ (thoa\ man) \\ m \approx -2,24\ (loai) \end{array}\right.$

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ, cho parabol $(P): y^2 - \sqrt{2}x = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đường chuẩn Δ là $x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$.

c) Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn Δ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

d) Nếu khoảng cách từ $A \in (P)$ (A có tung độ là số thực dương) đến đường chuẩn bằng 5 thì khoảng cách từ A đến trục hoành bằng 4.

Lời giải

a) Đúng : Vì $(P): y^2 - \sqrt{2}x = 0 \Leftrightarrow y^2 = \sqrt{2}x \Rightarrow 2p = \sqrt{2} \Rightarrow p = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Đường chuẩn $x = -\frac{\sqrt{2}}{4}(\Delta)$

b) Sai: Vì $p = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow F\left(\frac{\sqrt{2}}{4};0\right)$.

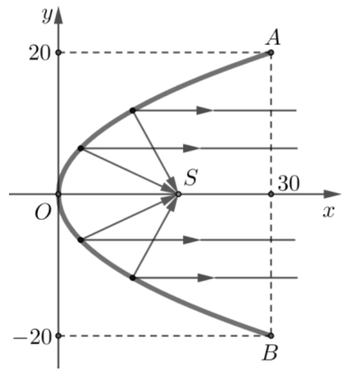
c) Đúng: Đường chuẩn $(\Delta): x + \frac{\sqrt{2}}{4} = 0, F\left(\frac{\sqrt{2}}{4};0\right)$.

Vậy $d(F,\Delta) = \frac{\left|\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) Sai: Vì $A \in (P);\ d(A,\Delta) = 5 \Leftrightarrow \left|x_A + \frac{p}{2}\right| = 5 \Leftrightarrow x_A + \frac{p}{2} = 5 \Rightarrow x_A = 5 - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{20-\sqrt{2}}{4}$

$A \in (P) \Rightarrow {y_A}^2 = \sqrt{2}.\frac{20-\sqrt{2}}{4} \Rightarrow A\left(\frac{20-\sqrt{2}}{4};\sqrt{\frac{\sqrt{2}\left(20-\sqrt{2}\right)}{4}}\right) \Rightarrow d(A,Ox) = \sqrt{\frac{\sqrt{2}\left(20-\sqrt{2}\right)}{4}}$

Câu 9: Hình vẽ bên mô phỏng mặt cắt ngang của một chiếc đèn có dạng parabol trong mặt phẳng Oxy (đơn vị trên mỗi trục là cm). Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S .



a) (P) đi qua điểm $A(30;20)$.

b) Tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{20}{3};0\right)$.

c) Phương trình đường chuẩn Δ là $x=-\frac{10}{3}$.

d) Khoảng cách ngắn nhất từ 1 điểm trên (P) đến đường thẳng $d: x-2y+6=0$ bằng $\frac{22}{3\sqrt{5}}$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi (P) có phương trình chính tắc là: $y^2=2px\,(p>0)$.

Vì $AB=40$ cm và $h=30$ cm nên $A(30;20)$

b) Sai: Vì $A(30;20)\in(P)\Leftrightarrow(20)^2=2p.30\Rightarrow p=\frac{20}{3}$ nên (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{10}{3};0\right)$

c) Đúng: Ta có $p=\frac{20}{3}$, khi đó phương trình đường chuẩn là $x=-\frac{10}{3}$

d) Đúng: Gọi $M\left(\frac{3}{40}m^2;m\right)\in(P)$.

Ta có $d(M;d)=\frac{\left|\frac{3}{40}m^2-2m+6\right|}{\sqrt{5}}=\frac{\left|3m^2-80m+240\right|}{40\sqrt{5}}$.

$d(M;d)_{\min}\Leftrightarrow\frac{1}{40\sqrt{5}}\left|3m^2-80m+240\right|_{\min}=\frac{1}{40\sqrt{5}}.\frac{|-880|}{3}=\frac{1}{40\sqrt{5}}.\frac{880}{3}=\frac{22}{3\sqrt{5}}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2=8x$. Gọi I là giao điểm của đường chuẩn với trục Ox, đường thẳng đi qua tiêu điểm F và vuông góc với trục Ox cắt (P) tại hai điểm lần lượt là M,N. Tính diện tích tam giác IMN.

Lời giải

Parabol (P) có tiêu điểm $F(2;0)$ và đường chuẩn $\Delta: x+2=0$.

Ta có $I(-2;0)$ suy ra $IF=4$

Đường thẳng d vuông góc với trục Ox và đi qua tiêu điểm F có phương trình $x=2$.

Toạ độ M,N là nghiệm của hệ $\begin{cases}y^2=8x\\x=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}\\\begin{cases}x=2\\y=-4\end{cases}\end{array}\right.$.

Suy ra, $M(2;-4)$, $N(2;4)$. Do đó, $MN=8$.

Vì tam giác IMN cân tại I và F là trung điểm của MN nên diện tích tam giác IMN là

$$S=\frac{1}{2}.MN.IF=\frac{1}{2}.8.4=16.$$

Câu 2: Cho parabol $(P): y^2=4x$ và đường thẳng $d: 2x-y-4=0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P). Tìm tung độ dương của điểm $C\in(P)$ sao cho ΔABC có diện tích bằng 12.

Lời giải

Đường thẳng d cắt (P) tại $A(4;4); B(1;-2)$ nên độ dài $AB=\sqrt{(1-4)^2+(-2-4)^2}=\sqrt{45}$

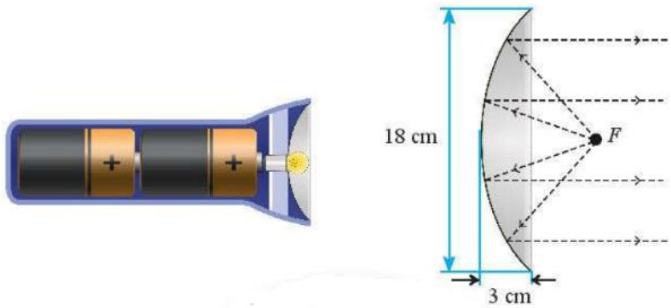
Điểm $C\in(P)\Rightarrow C(c^2;2c)$

Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC}=\frac{d_{(C;AB)}.AB}{2}=\frac{d_{(C;d)}.AB}{2}=12$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2c^2-2c-4\right|.\sqrt{45}}{2.\sqrt{2^2+(-1)^2}}=12\Leftrightarrow \left|c^2-c-2\right|=4\Rightarrow \left[\begin{array}{l} c=-2\\ c=3\end{array}\right.$$

Vậy tung độ của điểm C dương là 6.

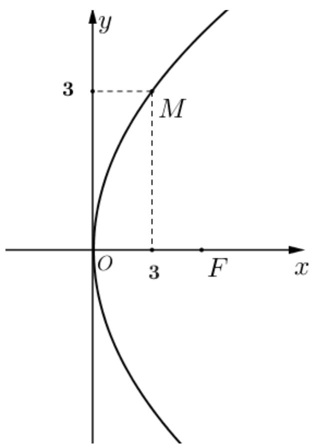
Câu 3: Một đèn pin có chóa đèn mặt cắt hình parabol với kính thước trong hình trên. Giây tóc bóng đèn được đặt ở tiêu điểm F.



Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn bao nhiêu cm?

Lời giải

Viết phương trình chính tắc của parabol.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2=2px\,(p>0)$.

Khi đó $M(3;9)\in(P)\Rightarrow 9^2=2.p.3\Leftrightarrow p=\frac{81}{6}$.

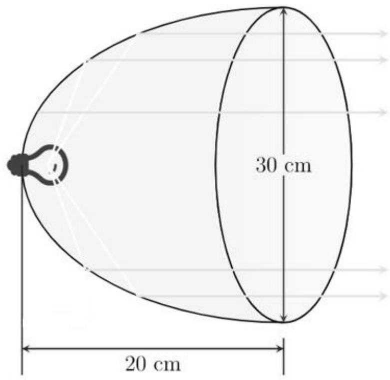
Vậy phương trình $(P): y^2=\frac{81}{3}x$.

Parabol $(P): y^2 = \frac{81}{3}x$ có tiêu điểm $F\left(\frac{81}{12};0\right)$.

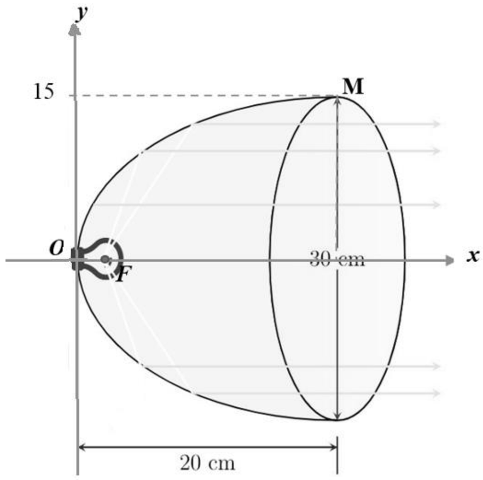
Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn ở vị trí tiêu điểm,khi đó các tia sáng phát ra từ bóng đèn chiếu lên bề mặt của choa đèn sẽ phản xạ tạo nên các tia sáng song song hoặc trùng với trục của parabol.

Vậy cần đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn $\frac{81}{12}$=6,75cm.

Câu 4: Cho một cái đèn với chụp bóng đèn có mặt cắt qua trục là parabol với kích thước được thể hiện trên hình vẽ, giả sử xem dây tóc bóng đèn là một điểm và được đặt ở vị trí tiêu điểm của parabol. Tính khoảng cách từ dây tóc bóng đèn tới đỉnh của chụp bóng đèn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Gọi (P) là parabol, với (P) là mặt cắt qua trục của chụp bóng đèn và (P) thuộc mặt phẳng tọa độ Oxy.

Phương trình chính tắc của (P): $y^2 = 2px$ $(p>0)$

Theo đề bài, ta suy ra điểm $M(20;15) \in (P) \Rightarrow 15^2 = 2.p.20 \Rightarrow p = \frac{45}{8}$

Khoảng cách từ dây tóc bóng đèn tới đỉnh của chụp bóng đèn là: $OF = \frac{p}{2} = \frac{45}{16} \approx 2,81$cm.

Câu 5: Khi du lịch đến thành phố Xanh Luis của Mỹ, ta sẽ thấy một cái cổng lớn có hình parabol hướng bề lõm xuống dưới, đó là cổng Acxơ. Khoảng cách giữa hai chân cổng là 162 m. Từ một điểm trên thân cổng người ta đo được khoảng cách tới mặt đất là 43 m và vị trí đo trên mặt đất này đến chân cổng gần nhất là $10\,m$. Chiều cao của cổng bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân đầu tiên sau dấu phẩy)

Lời giải

Gọi chiều cao của cổng là $OH = h$ (với $h > 43$).

Khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 162$ suy ra $AH = 81$ nên do đó $A(h;81)$.

Theo giả thiết, ta có $MI = 43$ và $AI = 10$.

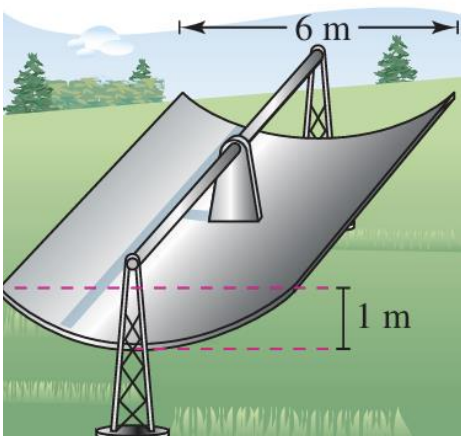
Suy ra $ME = OH - MI = h - 43$ và $MF = AH - AI = 81 - 10 = 71$ nên $M(h-43;71)$.

Giả sử, phương trình parabol có dạng $y^2 = 2px$. Vì parabol đi qua hai điểm A và M nên ta có

$\begin{cases} 81^2 = 2ph \\ 71^2 = 2p(h-43) \end{cases}$ suy ra $\dfrac{h}{h-43} = \dfrac{81^2}{71^2} \Rightarrow h = \dfrac{81^2.43}{81^2 - 71^2} \approx 185,6$.

Vậy chiều cao của cổng khoảng $185,6$ mét.

Câu 6: Một bộ thu năng lượng mặt trời để làm nóng nước được làm bằng một tấm thép không gỉ có mặt cắt hình parabol (minh họa như hình vẽ dưới đây). Nước sẽ chảy thông qua một đường ống nằm ở tiêu điểm của parabol. Hỏi đường ống cách đỉnh bao xa?



Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol cần tìm là: $y^2 = 2px\,(p \geq 0)$

Điểm $A(1;3)$ thuộc parabol nên thay tọa độ điểm A vào phương trình trên ta được:

$$3^2 = 2.p.1 \Leftrightarrow p = \frac{9}{2}$$

Khi đó phương trình chính tắc của parabol là: $y^2 = 2.\frac{9}{2}.x = 9x$

Tâm của đường ống chính là tiêu điểm của parabol.

Khi đó tọa độ tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right) = \left(\frac{9}{4};0\right)$

Vậy khoảng cách từ tâm đường ống đến đỉnh của parabol là $\frac{9}{4} = 2,25$ m.

-----------------HẾT-----------------