

CHỦ ĐỀ 11: ĐẠI SỐ TỔ HỢP

A – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Có hai quy tắc đếm quan trọng nhất, đó là quy tắc cộng và quy tắc nhân.

1. Quy tắc cộng. Giả sử có một công việc có thể được thực hiện theo một trong k phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện;

- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện;

....

- Phương án k có n_k cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ cách.

2. Quy tắc nhân. Giả sử có một công việc nào đó phải hoàn thành qua k công đoạn liên tiếp nhau:

- Công đoạn 1 có m_1 cách thực hiện;

- Công đoạn 2 có m_2 cách thực hiện;

....

- Công đoạn k có m_k cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ cách.

Trong các bài toán đếm, các khái niệm cơ bản nhất là hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp.

3. Hoán vị. Một hoán vị của một tập hợp n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$)

. Số các hoán vị của n , kí hiệu là P_n , được tính bằng công thức: $P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 2 \cdot 1$.

Ta quy ước $0! = 1$.

4. Chỉnh hợp. Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử, với $k, n \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$. Số các chỉnh hợp chập k của n , kí hiệu là A_n^k được tính bằng công thức:

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-k+1), \text{ hay } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

5. Tổ hợp. Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử, với

$k, n \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq n$. Số các tổ hợp chập k của n , kí hiệu là C_n^k , được tính bằng công thức: $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$.

Để tránh nhầm lẫn các khái niệm tổ hợp và chỉnh hợp, cần lưu ý rằng chỉnh hợp liên quan đến việc chọn có xếp thứ tự còn tổ hợp là chọn không xếp thứ tự.

B – BÀI TẬP VẬN DỤNG

BÀI TOÁN 1: QUY TẮC CỘNG- QUY TẮC NHÂN

Câu 1: Trong một trường trung học phổ thông, khối 10 có 245 học sinh nam và 235 học sinh nữ.

a. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự buổi giao lưu với học sinh các trường trung học phổ thông trong tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

b. Nhà trường cần chọn hai học sinh ở khối 10, trong đó có 1 nam và 1 nữ, đi dự trại hè của học sinh trong tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Câu 2: Trong giải thi đấu bóng đá World Cup, vòng bảng có 32 đội tham gia, được chia làm 8 bảng, mỗi bảng có 4 đội đấu vòng tròn một lượt. Tính số trận được thi đấu trong vòng bảng theo thể thức trên.

Câu 3: Ở Canada, mã bưu chính có 6 kí tự gồm: 3 chữ cái in hoa (trong số 26 chữ cái tiếng Anh) và 3 chữ số. Mỗi mã bưu chính bắt đầu bằng 1 chữ cái và xen kẽ bằng 1 chữ số. (Nguồn: <https://capath.vn/postal-code-canada>)

a. Có thể tạo được bao nhiêu mã bưu chính?

b. Có thể tạo được bao nhiêu mã bắt đầu bằng chữ S ?

c. Có thể tạo được bao nhiêu mã bắt đầu bằng chữ S và kết thúc bằng chữ số 8?

Câu 4: Một hãng thời trang đưa ra một mẫu áo sơ mi mới có ba màu: trắng, xanh, đen. Mỗi loại có các cỡ S, M, L, XL, XXL .

a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị các loại áo sơ mi với màu và cỡ áo nói trên.

b. Nếu một cửa hàng muốn mua tất cả các loại áo sơ mi (đủ loại màu và đủ loại cỡ áo) và mỗi loại một chiếc để về giới thiệu thì cần mua tất cả bao nhiêu chiếc áo sơ mi?

Câu 5: Một khách sạn nhỏ chuẩn bị bữa ăn sáng gồm 2 đồ uống là: trà và cà phê; 3 món ăn là: phở, bún và cháo; 2 món tráng miệng là: bánh ngọt và sữa chua.

a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị các cách chọn khẩu phần ăn gồm đủ ba loại: đồ uống, món ăn và món tráng miệng.

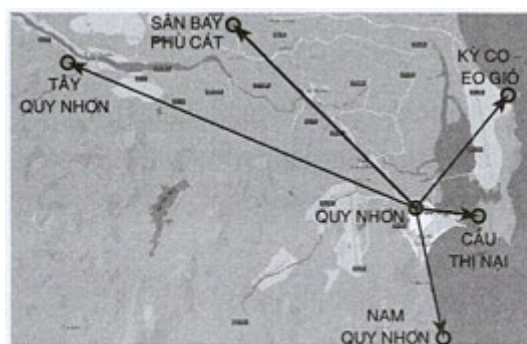
b. Tính số cách chọn khẩu phần ăn gồm: 1 đồ uống, 1 món ăn và 1 món tráng miệng.

Câu 6: Cho kiểu gen $AaBbDdEe$. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

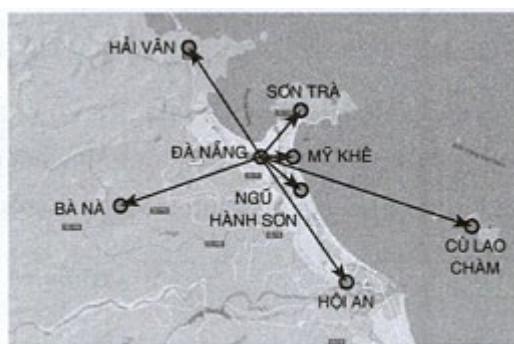
a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b. Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AaBbDdEe$.

Câu 7: Gia đình bạn Dương dự định chọn một địa điểm du lịch ở Quy Nhơn (Bình Định) hoặc Đà Nẵng. Nếu chọn Quy Nhơn thì có 5 địa điểm tham quan (Hình 2), nếu chọn Đà Nẵng thì có 7 địa điểm tham quan (Hình 3). Hỏi gia đình bạn Dương có bao nhiêu cách để chọn một địa điểm tham quan?



Hình 2



Hình 3

Câu 8: Gia đình bạn Dương dự định chọn một địa điểm du lịch ở Quy Nhơn, sau đó đi tham quan tiếp một địa điểm du lịch ở Đà Nẵng. Biết rằng, nếu chọn Quy Nhơn thì có 5 địa điểm tham quan

(Hình 2), nếu chọn Đà Nẵng thì có 7 địa điểm tham quan (Hình 3). Hỏi gia đình bạn Dương có bao nhiêu cách để chọn hai địa điểm ở Quy Nhơn và Đà Nẵng để tham quan theo dự định trên?

Câu 9: Cho kiểu gen $AABBdEe$. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AABBdEe$.

Câu 10: Lớp 10A có 10 bạn nữ và 25 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn để làm lớp trưởng?

Câu 11: Bạn Nam có 8 quyển sách Toán, 6 quyển sách Vật lí và 5 quyển sách Hóa học, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

Câu 12: Bạn Quân dự định đặt mật khẩu cho vali của mình bằng dãy có 3 kí tự là các chữ số. Hỏi có bao nhiêu cách để Quân có thể đặt một mật khẩu cho vali?

Câu 13: Lớp 10A có 30 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ban cán sự lớp gồm 3 thành viên: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn thể. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn một ban cán sự lớp?

Câu 14: Trong loạt đá luân lưu giữa hai đội tuyển, huấn luyện viên của một đội phải lập danh sách 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trên sân và xếp thứ tự đá luân lưu của họ. Hỏi huấn luyện viên có bao nhiêu cách lập một danh sách cầu thủ đá luân lưu? Biết ông sẽ để đội trưởng là người sút lượt thứ nhất và tiền đạo cắm (không phải đội trưởng) là người sút lượt thứ ba.

Câu 15: Có 10 cặp vợ chồng dự tiệc. Tính số cách chọn ra một nam và một nữ trong bữa tiệc để phát biểu ý kiến, sao cho:

a) Hai người đó là một cặp vợ chồng;

b) Hai người đó không là vợ chồng.

Câu 16: Cho kiểu gen $AaBBdEe$. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AaBBdEe$.

Câu 17: Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh họa và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

Câu 18: Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì ghi lại kết quả là sấp hay ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 3 lần thì có thể có bao nhiêu khả năng xảy ra?

Câu 19: Ở một loài thực vật, A là gen trội quy định tính trạng hoa kép, a là gen lặn quy định tính trạng hoa đơn.

a. Sự tổ hợp giữa hai gen trên tạo ra mấy kiểu gen? Viết các kiểu gen đó.

b. Khi giao phối ngẫu nhiên, có bao nhiêu kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó?

Câu 20:

a. Mật khẩu của chương trình máy tính quy định gồm 3 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

b. Nếu chương trình máy tính quy định mới mật khẩu vẫn gồm 3 kí tự, nhưng kí tự đầu tiên phải là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ (từ A đến Z) và 2 kí tự

sau là các chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

- Câu 21:** Một câu lạc bộ cầu lông có 10 tay vợt nam và 8 tay vợt nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đôi nam nữ để tham gia một giải đấu đôi nam nữ?
- Câu 22:** Cửa hàng ăn nhanh có bán combo bánh mì và nước uống. Có các loại bánh mì thịt bò, bánh mì thịt gà, bánh mì cá chiên, bánh mì pa tê, bánh mì trứng và nước cam, nước táo, nước chanh và trà xanh. Hỏi có bao nhiêu loại combo bánh mì và nước uống khác nhau?
- Câu 23:** Một phòng chiếu phim có 4 cửa đi vào và 2 cửa đi ra. Có tất cả bao nhiêu cách để một khán giả vào phòng chiếu phim rồi sau đó ra về?
- Câu 24:** Để chuẩn bị cho mùa giải mới, câu lạc bộ bóng đá của trường cần một mẫu áo thi đấu mới. Nhà sản xuất gửi đến câu lạc bộ các tùy chọn mẫu áo theo bảng sau:

Kiểu áo	<ul style="list-style-type: none"> – Có cổ – Không có cổ
Chất liệu	<ul style="list-style-type: none"> – 100% polyester – 70% polyester và 30% cotton – 30% polyester và 70% cotton – 100% cotton

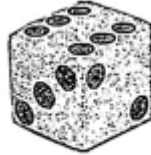
Hoạ tiết	<ul style="list-style-type: none"> – Tròn – Sọc dọc – Sọc ngang – Ô vuông – Quả trám
Màu áo	<ul style="list-style-type: none"> – Trắng – Xám – Đỏ – Cam – Lam – Lá cây – Tím

Hỏi câu lạc bộ có tất cả bao nhiêu sự lựa chọn cho mẫu áo thi đấu?

- Câu 25:** Số điện thoại cho mỗi thuê bao của một nhà mạng có 10 chữ số và có các đầu số là 081,082, 083,084, 085,088, 091 hoặc 094. Giả sử hiện tại, nhà mạng đó đã cấp số cho tổng số 35 triệu thuê bao. Hỏi, nếu không có thêm các đầu số mới và không thu hồi các đầu số đã cấp thì nhà mạng đó còn có thể cung cấp bao nhiêu thuê bao nữa?
- Câu 26:** Tế bào A có $2n = 8$ nhiễm sắc thể (NST), và nguyên phân 5 lần liên tiếp. Tế bào B có $2n = 14$ NST và nguyên phân 4 lần liên tiếp. Tính và so sánh tổng số NST trong tế bào A và trong tế bào B được tạo ra.

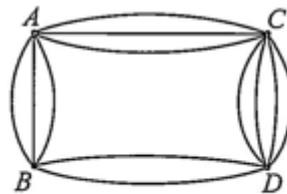
- Câu 27:** Trên giá sách có 6 cuốn sách Ngữ Văn khác nhau, 7 cuốn sách Toán khác nhau và 8 cuốn sách Tiếng Anh khác nhau. Từ giá sách này,
- có bao nhiêu cách lấy một cuốn sách?
 - có bao nhiêu cách lấy ba cuốn sách, mỗi môn một cuốn?
 - có bao nhiêu cách lấy hai cuốn sách từ hai môn khác nhau?

- Câu 28:** Tung một con xúc xắc ba lần liên tiếp và ghi lại kết quả (chẳng hạn, 2 – 5 – 4 nếu số chấm xuất hiện lần lượt là 2, 5 và 4). Có tất cả bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?



Hình 1

- Câu 29:** Trong một công viên, có các con đường nối bốn địa điểm A, B, C , và D như Hình 2. Có bao nhiêu cách chọn một đường đi từ A đến D ?



Hình 2

Chỉ tính các đường đi qua mỗi địa điểm nhiều nhất một lần.

- Câu 30:** Một thùng chứa 6 quả dưa hấu, một thùng khác chứa 15 quả thanh long.



Từ hai thùng này,

- Có bao nhiêu cách chọn một quả dưa hấu hoặc một quả thanh long?
 - Có bao nhiêu cách chọn một quả dưa hấu và một quả thanh long?
- Câu 31:** Tung đồng thời một đồng xu và một con xúc xắc, nhận được kết quả là mặt xuất hiện trên đồng xu (sấp hay ngửa) và số chấm xuất hiện trên con xúc xắc.
- Tính số kết quả có thể xảy ra.

b. Vẽ sơ đồ hình cây và liệt kê tất cả các kết quả đó.

Câu 32: Tại một nhà hàng chuyên phục vụ cơm trưa văn phòng, thực đơn có 5 món chính, 3 món phụ và 4 loại đồ uống. Tại đây, thực khách có bao nhiêu cách chọn bữa trưa gồm một món chính, một món phụ và một loại đồ uống?

Câu 33: An có thể đi từ nhà đến trường theo các con đường như Hình, trong đó có những con đường đi qua nhà sách.



a. An có bao nhiêu cách đi từ nhà đến trường mà có đi qua nhà sách?

b. An có bao nhiêu cách đi từ nhà đến trường?

Câu 34: Trong một cái hộp có chứa 8 quả bóng màu trắng đánh số từ 1 đến 8; 10 quả bóng màu xanh đánh số từ 1 đến 10; 12 quả bóng màu cam đánh số từ 1 đến 12. Từ hộp này, có bao nhiêu cách

a) chọn ra một quả bóng?

b) chọn ra ba quả bóng có màu khác nhau đôi một?

c) chọn ra hai quả bóng có màu khác nhau?

Câu 35: Có ba cái hộp, hộp thứ nhất chứa 2 quả cầu dán nhãn A, B ; Hộp thứ hai chứa 3 quả cầu dán nhãn a, b, c ; Hộp thứ ba có 2 quả cầu dán nhãn 1, 2. Từ mỗi hộp lấy ra ngẫu nhiên một quả cầu.

a) Hãy vẽ sơ đồ hình cây để thể hiện tất cả các kết quả có thể xảy ra.

b) Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

Câu 36: Ba lớp của một trường đang lên kế hoạch để đi dã ngoại, mỗi lớp có thể chọn một trong năm địa điểm. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra về cách chọn địa điểm của ba lớp?

Lời giải

Mỗi lớp có 5 cách chọn địa điểm. Theo quy tắc nhân, số cách chọn địa điểm của ba lớp là $5.5.5 = 125$.

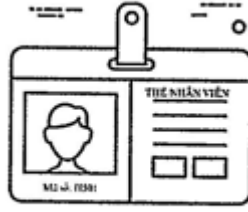
Câu 37: Mã xác thực (OTP - One Time Password) do một ngân hàng gửi vào điện thoại của khách hàng cho mỗi lần giao dịch là một dãy 6 kí tự từ các chữ số từ 0 đến 9. Có thể tạo ra bao nhiêu mã xác thực khác nhau như vậy?



Hình 3

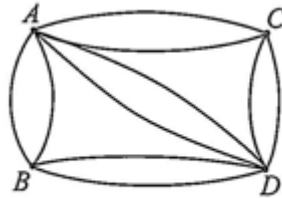
Câu 38: Tung một đồng xu 5 lần liên tiếp và ghi lại kết quả (ví dụ dùng kí hiệu SSNSN để chỉ kết quả 5 lần tung lần lượt là sấp, sấp, ngửa, sấp, ngửa). Có bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?

Câu 39: Mã số nhân viên của một công ty có 4 kí tự, gồm một chữ cái đầu tiên (từ 6 chữ cái A, B, C, D, E, F) và tiếp theo là 3 chữ số (từ các chữ số $0; 1; \dots; 9$). Công ty có thể tạo ra bao nhiêu mã số nhân viên theo cách này?



Hình 4

Câu 40: Có các con đường nối bốn ngôi làng A, B, C, D như trong Hình 5. Có bao nhiêu cách chọn đường đi khác nhau



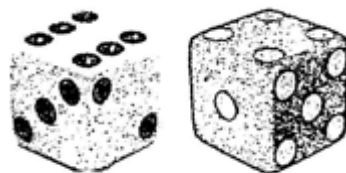
Hình 5

a) từ A qua B rồi đến D ?

b) từ A đến D ?

Lưu ý: Mỗi đường đi qua mỗi ngôi làng nhiều nhất một lần.

Câu 41: Tung đồng thời hai con xúc xắc khác nhau và ghi lại số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra mà tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt là bội của 5?



Hình 6

Câu 42: Một khoá tổ hợp với đĩa quay có 40 vạch số (xem Hình 7). Mật mã của khoá là một dãy gồm 3 số, kí hiệu là $a-b-c$, mỗi số là một số tự nhiên từ 0 đến 39. Để mở khoá, cần quay mặt số ngược chiều kim đồng hồ cho đến khi điểm mốc gặp vạch số a lần thứ ba, rồi quay mặt số theo chiều ngược lại cho đến khi điểm mốc gặp vạch số b lần thứ hai, cuối cùng quay mặt số ngược chiều kim đồng hồ cho đến



Hình 7

- Câu 43:** Một bài kiểm tra có 6 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 4 phương án chọn. Nếu chọn một cách tùy ý một phương án cho mỗi câu hỏi thì có bao nhiêu cách hoàn thành bài kiểm tra?
- Câu 44:** Một lớp học có 16 bạn nam và 14 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách bầu ra bạn lớp trưởng?
- Câu 45:** Chợ Bến Thành có 4 cổng ra vào. Một người đi chợ ở chợ này thì,
- có bao nhiêu cách vào và ra chợ?
 - có bao nhiêu cách vào và ra chợ bằng hai cổng khác nhau?

BÀI TOÁN 2: HOÁN VỊ

- Câu 46:** Trong giờ học thể dục, thầy giáo yêu cầu cả lớp chia thành các nhóm tự luyện tập. Nhóm bạn An có bao nhiêu cách xếp thành một hàng dọc? Biết nhóm của An có 6 người.
- Câu 47:** Cần sắp xếp thứ tự 8 tiết mục văn nghệ cho buổi biểu diễn văn nghệ của trường. Ban tổ chức dự kiến xếp 4 tiết mục ca nhạc ở vị trí thứ 1, thứ 2, thứ 5 và thứ 8; 2 tiết mục múa ở vị trí thứ 3 và thứ 6; 2 tiết mục hài ở vị trí thứ 4 và thứ 7. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau?
- Câu 48:** Có bao nhiêu cách xếp 6 lá thư khác nhau vào 6 chiếc phong bì khác nhau (mỗi lá thư vào trong một phong bì)?
- Câu 49:** Bạn Nam có 4 quyển sách Toán, 6 quyển sách Tiếng Anh (các quyển sách là khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách thành hàng ngang sao cho:
- Các quyển sách cùng môn thì xếp cạnh nhau (không có quyển sách Toán nào nằm giữa hai quyển sách Tiếng Anh và ngược lại)?
 - Các quyển sách Toán thì xếp cạnh nhau?

Coi nhóm sách Toán là một quyển sách, gọi là A , xếp quyển sách A và 6 quyển sách Tiếng Anh có

$$P_7 = 7! = 5040 \text{ (cách)}$$

Vậy số cách xếp các quyển sách sao cho các quyển sách Toán thì xếp cạnh nhau là:

$$24.5040 = 120960.$$

- Câu 50:** Bạn Dương có 2 chiếc quần gồm: một quần màu xanh và một quần màu đen; 3 chiếc áo gồm: một áo màu nâu, một áo màu xanh và một áo màu vàng; 2 đôi giày gồm: một đôi giày màu đen và một đôi giày màu đỏ. Bạn Dương muốn chọn một bộ quần áo và một đôi giày để đi tham quan. Bằng cách vẽ sơ đồ hình cây, tính số cách chọn một bộ quần áo và một đôi giày cho bạn Dương.
- Câu 51:** Một tổ có 8 học sinh gồm 4 nữ và 4 nam. Có bao nhiêu cách xếp các học sinh trong tổ:
- Thành một hàng dọc?

b) Thành một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau?

Câu 52: Cần xếp một nhóm 5 học sinh ngồi vào một dãy 5 chiếc ghế.



a. Có bao nhiêu cách xếp?

b. Nếu bạn Nga (một thành viên trong nhóm) nhất định muốn ngồi vào chiếc ghế ngoài cùng bên trái, thì có bao nhiêu cách xếp?

BÀI TOÁN 3: CHỈNH HỢP

Câu 53: Trong chương trình ngoại khoá giáo dục truyền thống, 60 học sinh được trường tổ chức cho đi xem phim. Các ghế ở rạp được sắp thành các hàng. Mỗi hàng có 20 ghế.

a. Có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng đầu tiên?

b. Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ hai?

c. Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ ba?

Câu 54: Bạn Việt chọn mật khẩu cho email của mình là một dãy gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó có 3 kí tự đầu tiên là 3 chữ cái trong bảng gồm 26 chữ cái in thường và 5 kí tự tiếp theo là chữ số. Bạn Việt có bao nhiêu cách tạo ra mật khẩu?

Câu 55: Mỗi máy tính tham gia vào mạng phải có một địa chỉ duy nhất, gọi là địa chỉ IP, nhằm định danh máy tính đó trên Internet. Xét tập hợp A gồm các địa chỉ IP có dạng $192.168.abc.deg$, trong đó a, d là các chữ số khác nhau được chọn ra từ các chữ số $1, 2$, còn b, c, e, g là các chữ số đôi một khác nhau được chọn ra từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

Câu 56: Một nhóm 22 bạn đi chụp ảnh kỷ yếu. Nhóm muốn trong bức ảnh có 7 bạn ngồi ở hàng đầu và 15 bạn đứng ở hàng sau. Có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?

Câu 57: Bạn Dũng mới mua điện thoại và muốn lập mật khẩu có 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi bạn Dũng có bao nhiêu cách để lập một mật khẩu?

Câu 58: Trong một buổi kỉ niệm ngày thành lập trường, bí thư Đoàn trường cần chọn 4 tiết mục từ 6 tiết mục hát và 4 tiết mục từ 5 tiết mục múa rồi xếp thứ tự biểu diễn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn và xếp thứ tự sao cho các tiết mục hát và múa xen kẽ nhau?

Câu 59: 90 học sinh được trường tổ chức cho đi xem kịch ở rạp hát thành phố. Các ghế ở rạp được sắp thành các hàng. Mỗi hàng có 30 ghế.

- a) Có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng đầu tiên?
- b) Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ hai?
- c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ ba?

- Câu 60:** Bạn Đan chọn mật khẩu cho email của mình gồm 6 kí tự đôi một khác nhau, trong đó, 2 kí tự đầu tiên là 2 chữ cái trong bảng gồm 26 chữ cái in thường, 3 kí tự tiếp theo là chữ số, kí tự cuối cùng là 1 trong 3 kí tự đặc biệt. Bạn Đan có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?
- Câu 61:** Một lớp có 40 học sinh chụp ảnh tổng kết năm học. Lớp đó muốn trong bức ảnh có 18 học sinh ngồi ở hàng đầu và 22 học sinh đứng ở hàng sau. Có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?
- Câu 62:** Có 12 thí sinh tham gia một cuộc thi âm nhạc. Hỏi có bao nhiêu cách trao ba giải cao nhất: Nhất, Nhì và Ba của cuộc thi cho các thí sinh?
- Câu 63:** Một nhóm hành khách, gồm 2 nam và 3 nữ, lên một chiếc xe buýt. Trên xe có 10 ghế trống, trong đó có 5 ghế cạnh cửa sổ.
- a) Hỏi họ bao nhiêu cách ngồi?
- b) Các hành khách nữ mong muốn ngồi cạnh cửa sổ. Hỏi số cách ngồi của họ là bao nhiêu?
- Câu 64:** Để chuẩn bị cho buổi biểu diễn, 3 anh hề phải chọn trang phục biểu diễn cho mình gồm mũ, tóc giả, mũi và quần áo. Đoàn xiếc có 10 chiếc mũ, 6 bộ tóc giả, 5 cái mũi hề và 8 bộ quần áo hề. Hỏi các anh hề có bao nhiêu cách chọn trang phục biểu diễn?
- Câu 65:** Cô giáo đã biên soạn 10 câu hỏi trắc nghiệm. Từ 10 câu hỏi này, cô giáo chọn ra 6 câu hỏi và sắp xếp theo thứ tự để tạo nên một đề trắc nghiệm. Cô giáo có thể tạo bao nhiêu đề kiểm tra trắc nghiệm khác nhau?
- Câu 66:** Chọn 4 trong 6 giống hoa khác nhau và trồng trên 4 mảnh đất khác nhau để thử nghiệm. Có bao nhiêu cách thực hiện khác nhau?
- Câu 67:** Trên một trạm quan sát, có sẵn 4 lá cờ màu khác nhau (đỏ, xanh, vàng, cam). Mỗi khi muốn báo một tín hiệu, chiến sĩ thông tin lấy 2 hoặc 3 trong số 4 lá cờ đó và cắm thành một hàng trên nóc của trạm. Bao nhiêu tín hiệu khác nhau có thể được tạo ra?
- Câu 68:** Một trường trung học phổ thông tổ chức cuộc thi chạy tiếp sức giữa các lớp với nội dung 4×100 mà yêu cầu mỗi đội gồm 2 nam, 2 nữ. Bạn An được giáo viên giao nhiệm vụ chọn ra 4 bạn và sắp xếp thứ tự chạy của các bạn đó để đăng kí dự thi. Bạn An có bao nhiêu cách lập ra một đội thi đủ điều kiện đăng kí? Biết lớp bạn An có 22 nam và 17 nữ.
- Câu 69:** Các bạn lớp 10A lập kế hoạch đi du lịch chỉ một trong hai thành phố là thành phố M hoặc thành phố N . Vì đi trong ngày nên các bạn cần lập danh sách 4 địa điểm tham quan và thứ tự đi các địa điểm đó từ trước. Biết rằng, các bạn liệt kê ra 10 địa điểm có thể đi ở thành phố M và 4 địa điểm có thể đi ở thành phố N . Các bạn lớp 10A có bao nhiêu cách lập một danh sách các địa điểm để đi du lịch?
- Câu 70:** Chọn 3 cuốn từ 6 cuốn sách khác nhau và đưa cho 3 bạn cùng lớp, mỗi bạn 1 cuốn. Có bao nhiêu cách thực hiện việc này?

BÀI TOÁN 4: TỔ HỢP

- Câu 71:** Có 10 đội tham gia một giải bóng đá. Có bao nhiêu cách xếp trận đấu vòng tính điểm sao cho hai đội chỉ gặp nhau đúng một lần?

- Câu 72:** Khối 10 có 16 bạn nữ và 18 bạn nam tham gia đợt tình nguyện Mùa hè xanh. Đoàn trưởng dự định lập một tổ trồng cây gồm 3 học sinh có cả nam và nữ. Có bao nhiêu cách lập một tổ trồng cây như vậy?
- Câu 73:** Một quán nhỏ bày bán hoa có 50 bông hồng và 60 bông cúc. Bác Ngọc muốn mua 5 bông hoa gồm cả hai loại hoa trên. Bác Ngọc có bao nhiêu cách chọn hoa?
- Câu 74:** Một lớp có 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn:
- 3 học sinh làm ban cán sự của lớp?
 - 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có 2 học sinh nam?
 - 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam?
- Câu 75:** Bạn Nam đến cửa hàng mua 2 chiếc ghế loại A . Tại cửa hàng, ghế loại A màu xanh có 20 chiếc và ghế loại A màu đỏ có 15 chiếc. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách chọn mua 2 chiếc ghế loại A ?
- Câu 76:** Mật khẩu của máy tính là một dãy các kí tự (có kể thứ tự từ trái qua phải) được chọn từ: 10 chữ số, 26 chữ cái in thường, 26 chữ cái in hoa và 10 kí tự đặc biệt. Bạn Ngân muốn lập một mật khẩu của máy tính có độ dài là 8 kí tự bao gồm: 4 kí tự đầu tiên là 4 chữ số đôi một khác nhau, 2 kí tự tiếp theo là chữ cái in thường, 1 kí tự tiếp theo nữa là chữ cái in hoa, kí tự cuối cùng là kí tự đặc biệt. Bạn Ngân có bao nhiêu cách lập một mật khẩu của máy tính?
- Câu 77:** Bác Thảo muốn mua 2 chiếc máy tính để phục vụ công việc. Người bán hàng giới thiệu cho bác 3 hãng máy tính để tham khảo: hãng thứ nhất có 4 loại máy tính phù hợp, hãng thứ hai có 5 loại máy tính phù hợp, hãng thứ ba có 7 loại máy tính phù hợp. Bác Thảo có bao nhiêu cách chọn 2 máy tính dùng cho công việc?
- Câu 78:** Giải bóng chuyền gồm 9 đội tham dự, trong đó có 3 đội của nước X . Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để xếp các đội vào 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính số cách xếp sao cho 3 đội bóng của nước X ở 3 bảng khác nhau.
- Câu 79:** Một đề thi học sinh giỏi lớp 10 môn Toán gồm 5 câu được chọn từ 15 câu thông hiểu, 10 câu vận dụng thấp và 5 câu vận dụng cao. Một đề thi được gọi là tốt nếu trong đề thi có cả ba loại mức độ, đồng thời số câu thông hiểu không ít hơn 2. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi tốt?
- Câu 80:** Một họa sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?
- Câu 81:** Bạn Hà có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách để Hà chọn ra đúng 2 viên bi khác màu?
- Câu 82:** Một câu lạc bộ cờ vua có 10 bạn nam và 7 bạn nữ. Huấn luyện viên muốn chọn 4 bạn đi thi đấu cờ vua.
- Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn nam?
 - Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ?
 - Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn, trong đó có 2 bạn nam và 2 bạn nữ?
- Câu 83:** Cửa hàng kem có các vị va ni, sô cô la, dâu, trà xanh, cà phê, chuối, sầu riêng. Lan muốn mua một cốc kem có hai vị khác nhau. Hỏi Lan có bao nhiêu cách chọn?
- Câu 84:** Minh có 4 vé xem bóng đá và muốn mời thêm các bạn đi xem cùng. Nhưng Minh có tới 6 người bạn thích bóng đá. Hỏi Minh có bao nhiêu cách mời 3 bạn để đi xem bóng đá cùng mình?

Câu 85: Ông An quyết định sơn ngôi nhà 4 tầng mới xây của mình bằng gam màu xanh. Hăng sơn mà ông An chọn có gam màu xanh với 10 màu xanh có mức độ đậm nhạt khác nhau.

a) Ông An có bao nhiêu cách sơn nhà sao cho 2 tầng khác nhau có màu khác nhau?

b) Sau khi tham khảo ý kiến của mọi người, ông điều chỉnh ý định ban đầu và bây giờ muốn các tầng sơn màu nhạt dần từ thấp lên cao. Số cách sơn nhà theo yêu cầu mới là bao nhiêu?

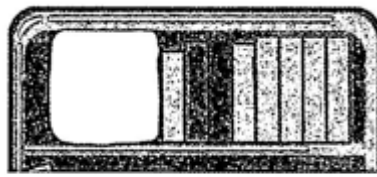
Câu 86: Lớp 10B có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 bạn tham gia vào đội thiện nguyện của trường trong mỗi trường hợp sau?

a. Ba học sinh được chọn là bất kì.

b. Ba học sinh được chọn gồm 1 nam và 2 nữ?

c. Có ít nhất một nam trong ba học sinh được chọn.

Câu 87: Có 5 cuốn sách Toán học khác nhau và 3 cuốn sách Sinh học khác nhau.

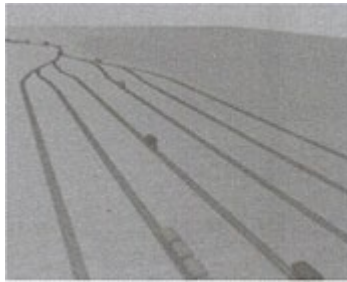


Hình 1

a) Có bao nhiêu cách xếp các cuốn sách này thành một dãy trên giá sách?

b) Nếu yêu cầu thêm các cuốn sách cùng môn phải được xếp cạnh nhau thì có bao nhiêu Hình 1 cách xếp?

Câu 88: Một ga tàu hỏa có 6 đường nhánh, mỗi nhánh chỉ đỗ được một đoàn tàu. Hiện các đường nhánh đều đang trống và có 3 đoàn tàu sắp vào ga. Có bao nhiêu cách bố trí nhánh đỗ cho 3 đoàn tàu?



Câu 89: Một bệnh viện có 12 bác sĩ nội khoa và 10 bác sĩ ngoại khoa. Bệnh viện cần cử 5 bác sĩ tham gia vào đội y tế cứu trợ thiên tai.

a) Cần cử 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

b) Cần cử ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

Câu 90: Trong một lô 100 sản phẩm, có 97 chính phẩm (sản phẩm đạt tiêu chuẩn) và 3 thứ phẩm (sản phẩm không đạt tiêu chuẩn). Từ 100 sản phẩm này, có bao nhiêu cách lấy ra 3 sản phẩm mà

a) 3 sản phẩm được lấy bất kì?

b) trong đó có 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm?

c) trong đó có ít nhất một thứ phẩm?

Câu 91: Tổ Một có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Có bao nhiêu cách cử 3 bạn của tổ làm trực nhật trong mỗi trường hợp sau?

- a. 3 bạn được chọn bất kì
- b. 3 bạn gồm 2 nam và 1 nữ.

- Câu 92:** Từ một danh sách gồm 8 người, người ta bầu ra một ủy ban gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch, một thư kí và một ủy viên. Có bao nhiêu khả năng có thể về kết quả bầu ủy ban này?
- Câu 93:** Một nhóm gồm 7 bạn đến trung tâm chăm sóc người cao tuổi làm từ thiện. Theo chỉ dẫn của trung tâm, 3 bạn hỗ trợ đi lại, 2 bạn hỗ trợ tắm rửa và 2 bạn hỗ trợ ăn uống. Có bao nhiêu cách phân công các bạn trong nhóm làm các công việc trên?
- Câu 94:** Mùa giải 2019, giải bóng đá vô địch quốc gia (V. League) có 14 đội bóng tham gia. Các đội bóng đấu vòng tròn hai lượt đi và về. Hỏi cả giải đấu có bao nhiêu trận đấu?
- Câu 95:** Sau khi biên soạn 9 câu hỏi trắc nghiệm, cô giáo có thể tạo ra bao nhiêu đề kiểm tra khác nhau bằng cách đảo thứ tự các câu hỏi đó.
- Câu 96:** Một giải đấu có 4 đội bóng A, B, C và D tham gia. Các đội đấu vòng tròn một lượt để tính điểm và xếp hạng.
- a) Có tất cả bao nhiêu trận đấu?
 - b) Có tất cả bao nhiêu khả năng có thể xảy ra về đội vô địch và á quân?
 - c) Có bao nhiêu khả năng về bảng xếp hạng sau khi giải đấu kết thúc? Biết rằng không có hai đội nào đồng hạng.
- Câu 97:** Một tổ công nhân 9 người làm vệ sinh cho một toà nhà lớn. Cần phân công 3 người lau cửa sổ, 4 người lau sàn và 2 người lau cầu thang. Tổ có bao nhiêu cách phân công?
- Câu 98:** Chọn 4 trong số 3 học sinh nam và 5 học sinh nữ tham gia một cuộc thi.
- a) Nếu chọn 2 nam và 2 nữ thì có bao nhiêu cách chọn?
 - b) Nếu trong số học sinh được chọn nhất thiết phải có học sinh nam A và học sinh nữ B thì có bao nhiêu cách chọn?
 - c) Nếu phải có ít nhất một trong hai học sinh A và B được chọn, thì có bao nhiêu cách chọn?
 - d) Nếu trong 4 học sinh được chọn phải có cả học sinh nam và học sinh nữ thì có bao nhiêu cách chọn?
- Câu 99:** Bạn An có 4 cái bánh khác nhau từng đôi một. An có bao nhiêu cách chọn ra một số cái bánh (tính cả trường hợp không chọn cái nào) để mang theo trong buổi dã ngoại?
- Câu 100:** Một nhóm tình nguyện viên gồm 4 học sinh lớp 10A, 5 học sinh lớp 10B và 6 học sinh lớp 10C. Để tham gia một công việc tình nguyện, nhóm có bao nhiêu cách cử ra
- a. 1 thành viên của nhóm?
 - b. 3 thành viên của nhóm đang học ở ba lớp khác nhau?
 - c. 2 thành viên của nhóm đang học ở hai lớp khác nhau?
- Câu 101:** Một khoá số có 3 vòng số (mỗi vòng gồm 10 số, từ 0 đến 9) như Hình 1. Người dùng cần đặt mật mã cho khoá là một dãy số có ba chữ số. Để mở khoá, cần xoay các vòng số để dãy số phía trước khoá trùng với mật mã đã chọn. Có bao nhiêu cách chọn mật mã cho khoá?

- Câu 102:** Thực đơn tại một quán cơm văn phòng có 6 món mặn, 5 món rau và 3 món canh. Tại đây, một nhóm khách muốn chọn bữa trưa gồm cơm, 2 món mặn, 2 món rau và 1 món canh. Nhóm khách có bao nhiêu cách chọn?
- Câu 103:** Từ một danh sách gồm 9 người, người ta bầu ra một uỷ ban gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch và 3 uỷ viên. Có bao nhiêu khả năng có thể về kết quả bầu uỷ ban này?
- Câu 104:** Trong một bài thi bằng hình thức trắc nghiệm có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời A, B, C, D . Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Nếu thí sinh chọn ngẫu nhiên đáp án của tất cả 50 câu hỏi thì số khả năng đạt 9,4 điểm ở bài thi trên là bao nhiêu?

CHỦ ĐỀ 11: ĐẠI SỐ TỔ HỢP

A – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Có hai quy tắc đếm quan trọng nhất, đó là quy tắc cộng và quy tắc nhân.

1. Quy tắc cộng. Giả sử có một công việc có thể được thực hiện theo một trong k phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện;

- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện;

....

- Phương án k có n_k cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ cách.

2. Quy tắc nhân. Giả sử có một công việc nào đó phải hoàn thành qua k công đoạn liên tiếp nhau:

- Công đoạn 1 có m_1 cách thực hiện;

- Công đoạn 2 có m_2 cách thực hiện;

....

- Công đoạn k có m_k cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ cách.

Trong các bài toán đếm, các khái niệm cơ bản nhất là hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp.

3. Hoán vị. Một hoán vị của một tập hợp n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$)

. Số các hoán vị của n , kí hiệu là P_n , được tính bằng công thức: $P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 2 \cdot 1$.

Ta quy ước $0! = 1$.

4. Chỉnh hợp. Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử, với $k, n \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$. Số các chỉnh hợp chập k của n , kí hiệu là A_n^k được tính bằng công thức:

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-k+1), \text{ hay } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

5. Tổ hợp. Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử, với

$k, n \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq n$. Số các tổ hợp chập k của n , kí hiệu là C_n^k , được tính bằng công thức: $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$.

Để tránh nhầm lẫn các khái niệm tổ hợp và chỉnh hợp, cần lưu ý rằng chỉnh hợp liên quan đến việc chọn có xếp thứ tự còn tổ hợp là chọn không xếp thứ tự.

B – BÀI TẬP VẬN DỤNG

BÀI TOÁN 1: QUY TẮC CỘNG- QUY TẮC NHÂN

Câu 1: Trong một trường trung học phổ thông, khối 10 có 245 học sinh nam và 235 học sinh nữ.

a. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự buổi giao lưu với học sinh các trường trung học phổ thông trong tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

b. Nhà trường cần chọn hai học sinh ở khối 10, trong đó có 1 nam và 1 nữ, đi dự trại hè của học sinh trong tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

a.

- Chọn học sinh nam: Có 245 cách

- Chọn học sinh nữ: Có 235 cách

Vậy nhà trường có $245 + 235 = 480$ cách chọn một học sinh

b.

- Chọn học sinh nam: Có 245 cách

- Chọn học sinh nữ: Có 235 cách

Vậy nhà trường có $245 \cdot 235 = 57575$ cách chọn hai học sinh 1 nam và 1 nữ.

Câu 2: Trong giải thi đấu bóng đá World Cup, vòng bảng có 32 đội tham gia, được chia làm 8 bảng, mỗi bảng có 4 đội đấu vòng tròn một lượt. Tính số trận được thi đấu trong vòng bảng theo thể thức trên.

Lời giải

Mỗi bảng có số trận đấu là:

$$3 + 2 + 1 = 6 \text{ (trận)}$$

Tổng số trận được thi đấu trong vòng bảng là:

$$8 \cdot 6 = 48 \text{ (trận)}$$

Câu 3: Ở Canada, mã bưu chính có 6 kí tự gồm: 3 chữ cái in hoa (trong số 26 chữ cái tiếng Anh) và 3 chữ số. Mỗi mã bưu chính bắt đầu bằng 1 chữ cái và xen kẽ bằng 1 chữ số. (Nguồn: <https://capath.vn/postal-code-canada>)

a. Có thể tạo được bao nhiêu mã bưu chính?

b. Có thể tạo được bao nhiêu mã bắt đầu bằng chữ S ?

c. Có thể tạo được bao nhiêu mã bắt đầu bằng chữ S và kết thúc bằng chữ số 8?

Lời giải

a. Có thể tạo được $26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 = 17576000$ mã bưu chính.

b. Có thể tạo được $1 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 = 676000$ mã bắt đầu bằng chữ S .

c. Có thể tạo được $1 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 1 = 67600$ mã bắt đầu bằng chữ S và kết thúc bằng chữ số 8.

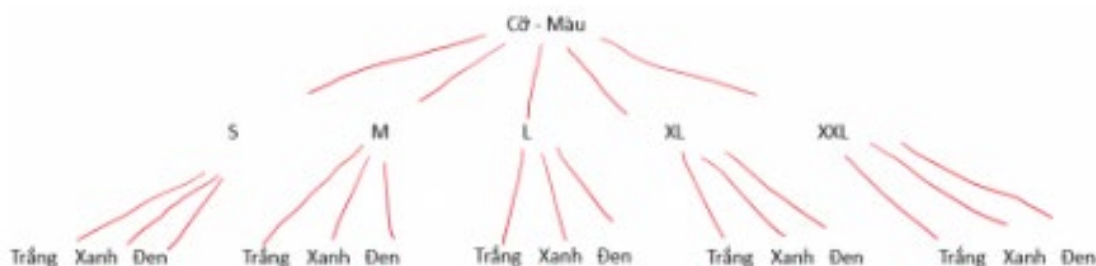
Câu 4: Một hãng thời trang đưa ra một mẫu áo sơ mi mới có ba màu: trắng, xanh, đen. Mỗi loại có các cỡ S, M, L, XL, XXL .

a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị các loại áo sơ mi với màu và cỡ áo nói trên.

b. Nếu một cửa hàng muốn mua tất cả các loại áo sơ mi (đủ loại màu và đủ loại cỡ áo) và mỗi loại một chiếc để về giới thiệu thì cần mua tất cả bao nhiêu chiếc áo sơ mi?

Lời giải

a.



b. Cần mua tất cả 15 chiếc áo sơ mi.

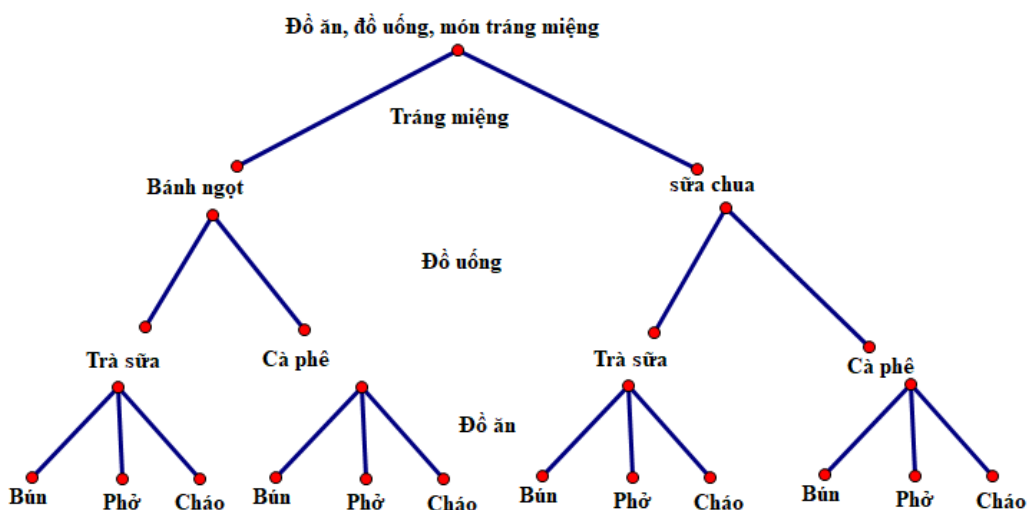
Câu 5: Một khách sạn nhỏ chuẩn bị bữa ăn sáng gồm 2 đồ uống là: trà và cà phê; 3 món ăn là: phở, bún và cháo; 2 món tráng miệng là: bánh ngọt và sữa chua.

a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị các cách chọn khẩu phần ăn gồm đủ ba loại: đồ uống, món ăn và món tráng miệng.

b. Tính số cách chọn khẩu phần ăn gồm: 1 đồ uống, 1 món ăn và 1 món tráng miệng.

Lời giải

a.



b. Số cách chọn khẩu phần ăn gồm: 1 đồ uống, 1 món ăn và 1 món tráng miệng là $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ (cách)

Câu 6: Cho kiểu gen AaBbDdEe. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

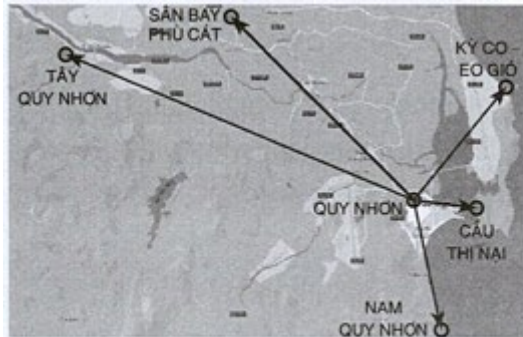
a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b. Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen AaBbDdEe.

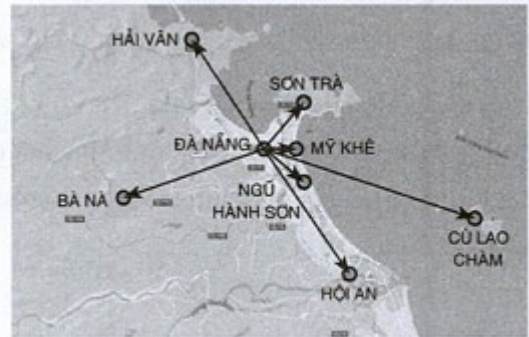
Lời giải

- a. Vẽ tương tự các bài trước.
- b. Số loại giao tử của kiểu gen AaBbDdEe là 16.

Câu 7: Gia đình bạn Dương dự định chọn một địa điểm du lịch ở Quy Nhơn (Bình Định) hoặc Đà Nẵng. Nếu chọn Quy Nhơn thì có 5 địa điểm tham quan (Hình 2), nếu chọn Đà Nẵng thì có 7 địa điểm tham quan (Hình 3). Hỏi gia đình bạn Dương có bao nhiêu cách để chọn một địa điểm tham quan?



Hình 2



Hình 3

Giải

Nếu chọn Quy Nhơn thì có 5 cách chọn một địa điểm tham quan.
 Nếu chọn Đà Nẵng thì có 7 cách chọn một địa điểm tham quan.
 Vậy gia đình bạn Dương có $5 + 7 = 12$ cách chọn một địa điểm tham quan.

Câu 8: Gia đình bạn Dương dự định chọn một địa điểm du lịch ở Quy Nhơn, sau đó đi tham quan tiếp một địa điểm du lịch ở Đà Nẵng. Biết rằng, nếu chọn Quy Nhơn thì có 5 địa điểm tham quan (Hình 2), nếu chọn Đà Nẵng thì có 7 địa điểm tham quan (Hình 3). Hỏi gia đình bạn Dương có bao nhiêu cách để chọn hai địa điểm ở Quy Nhơn và Đà Nẵng để tham quan theo dự định trên?

Giải

Việc chọn hai địa điểm ở Quy Nhơn và Đà Nẵng để tham quan là thực hiện hai hành động liên tiếp: chọn một địa điểm ở Quy Nhơn, sau đó chọn một địa điểm ở Đà Nẵng.

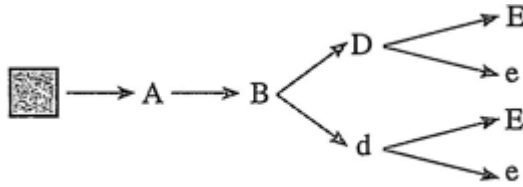
Có 5 cách chọn địa điểm tham quan ở Quy Nhơn.
 Với mỗi cách chọn một địa điểm tham quan ở Quy Nhơn, có 7 cách chọn địa điểm tham quan ở Đà Nẵng.
 Vậy gia đình bạn Dương có tất cả $5 \cdot 7 = 35$ cách chọn hai địa điểm ở Quy Nhơn và Đà Nẵng để tham quan theo dự định trên.

Câu 9: Cho kiểu gen *AABBdEe*. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

- a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.
 b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen *AABBdEe*.

Giải

a) Sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử:



b) Từ sơ đồ hình cây, ta có 4 loại giao tử của kiểu gen AABBDdEe

Câu 10: Lớp 10A có 10 bạn nữ và 25 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn để làm lớp trưởng?

Lời giải

Có số cách chọn một bạn để làm lớp trưởng là

$$10 + 25 = 35 \text{ (cách chọn).}$$

Câu 11: Bạn Nam có 8 quyển sách Toán, 6 quyển sách Vật lí và 5 quyển sách Hóa học, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

Lời giải

$$8 + 6 + 5 = 19 \text{ (cách chọn).}$$

Câu 12: Bạn Quân dự định đặt mật khẩu cho vali của mình bằng dãy có 3 kí tự là các chữ số. Hỏi có bao nhiêu cách để Quân có thể đặt một mật khẩu cho vali?

Lời giải

$$10^3 = 1000 \text{ (cách).}$$

Câu 13: Lớp 10A có 30 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ban cán sự lớp gồm 3 thành viên: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn thể. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn một ban cán sự lớp?

Lời giải

$$30 \cdot 29 \cdot 28 = 24360 \text{ (cách chọn).}$$

Câu 14: Trong loạt đá luân lưu giữa hai đội tuyển, huấn luyện viên của một đội phải lập danh sách 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trên sân và xếp thứ tự đá luân lưu của họ. Hỏi huấn luyện viên có bao nhiêu cách lập một danh sách cầu thủ đá luân lưu? Biết ông sẽ để đội trưởng là người sút lượt thứ nhất và tiền đạo cắm (không phải đội trưởng) là người sút lượt thứ ba.

Lời giải

Vì đội trưởng là người sút lượt thứ nhất và tiền đạo cắm là người sút lượt thứ ba nên chỉ còn 3 lượt sút thứ hai, thứ tư, thứ năm để sắp xếp. Sau khi xếp lượt sút của đội trưởng và tiền đạo cắm thì còn 9 cầu thủ để chọn. Vậy số cách lập một danh sách cầu thủ đá luân lưu là $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$.

Câu 15: Có 10 cặp vợ chồng dự tiệc. Tính số cách chọn ra một nam và một nữ trong bữa tiệc để phát biểu ý kiến, sao cho:

a) Hai người đó là một cặp vợ chồng;

b) Hai người đó không là vợ chồng.

Lời giải

a) Có 10 cách chọn một nam. Sau khi chọn một nam, chỉ có 1 cách chọn một nữ sao cho hai người đó là vợ chồng. Vậy có $10 \cdot 1 = 10$ cách chọn hai người là một cặp vợ chồng.

b) Có 10 cách chọn một nam. Sau khi chọn một nam, có 9 cách chọn một nữ không là vợ của nam đã chọn. Vậy có $10 \cdot 9 = 90$ cách chọn hai người không là vợ chồng.

Câu 16: Cho kiểu gen $AaBBDDdEe$. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AaBBDDdEe$.

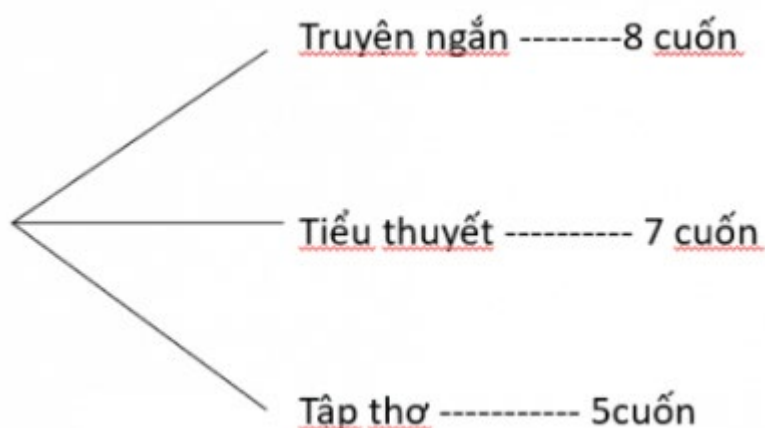
Lời giải

a) Học sinh tự làm.

b) Có 8 loại giao tử của kiểu gen $AaBBDDdEe$.

Câu 17: Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh họa và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

Lời giải



Số cách chọn một cuốn sách để đọc là: $8 + 7 + 5 = 20$ cuốn.

Câu 18: Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì ghi lại kết quả là sấp hay ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 3 lần thì có thể có bao nhiêu khả năng xảy ra?

Lời giải

- Gieo lần 1 thì có thể xuất hiện mặt sấp hoặc ngửa nên số khả năng xảy ra là: 2.

- Gieo lần 2 tương tự lần 1, số khả năng là: 2.

- Gieo lần 3 tương tự như trên, số khả năng là: 2.

⇒ Vậy sau gieo 3 lần, số khả năng xảy ra là: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

Câu 19: Ở một loài thực vật, A là gen trội quy định tính trạng hoa kép, a là gen lặn quy định tính trạng hoa đơn.

a. Sự tổ hợp giữa hai gen trên tạo ra mấy kiểu gen? Viết các kiểu gen đó.

b. Khi giao phối ngẫu nhiên, có bao nhiêu kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó?

Lời giải

a. Tổ hợp tạo 3 kiểu gen: AA, Aa, aa .

b. Khi giao phối ngẫu nhiên thì AA có thể tạo với AA, Aa, aa .

Suy ra có các kiểu: $AA \times AA; AA \times Aa; AA \times aa; Aa \times Aa; Aa \times aa; aa \times aa$

Có 6 kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó.

Câu 20:

a. Mật khẩu của chương trình máy tính quy định gồm 3 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

b. Nếu chương trình máy tính quy định mới mật khẩu vẫn gồm 3 kí tự, nhưng kí tự đầu tiên phải là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ (từ A đến Z) và 2 kí tự sau là các chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

Lời giải

a. Gọi số tự nhiên cần lập có dạng: \overline{abc} , với a, b, c thuộc tập hợp số $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

- Chọn a có 10 cách từ tập A .

- Chọn b có 10 cách từ tập A .

- Chọn c có 10 cách từ tập A .

Vậy có thể tạo được số mật khẩu là: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ mật khẩu.

b. Chọn kí tự đầu từ tập 26 chữ từ A đến Z thì có 26 cách chọn,

- Chọn kí tự thứ hai là chữ số có 10 cách chọn,

- Chọn kí tự thứ ba là chữ số có 10 cách chọn.

\Rightarrow Số cách tạo mật khẩu mới là: $26 \cdot 10 \cdot 10 = 2600$ mật khẩu.

Vậy có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ số mật khẩu là: $2600 - 1000 = 1600$ mật khẩu.

Câu 21: Một câu lạc bộ cầu lông có 10 tay vợt nam và 8 tay vợt nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đôi nam nữ để tham gia một giải đấu đôi nam nữ?

Lời giải

Để lập một đôi nam nữ, câu lạc bộ có thể thực hiện hai công đoạn:

- Công đoạn 1: chọn 1 trong số 10 tay vợt nam;

- Công đoạn 2: chọn 1 trong số 8 tay vợt nữ.

Với công đoạn 1, câu lạc bộ có 10 cách chọn tay vợt nam và với công đoạn 2, có 8 cách chọn tay vợt nữ. Vì thế, theo quy tắc nhân, số các cách lập ra một đôi nam nữ tham gia giải đấu là $10 \cdot 8 = 80$ (cách).

Câu 22: Cửa hàng ăn nhanh có bán combo bánh mì và nước uống. Có các loại bánh mì thịt bò, bánh mì thịt gà, bánh mì cá chiên, bánh mì pa tê, bánh mì trứng và nước cam, nước táo, nước chanh và trà xanh. Hỏi có bao nhiêu loại combo bánh mì và nước uống khác nhau?

Lời giải

Để có một combo, khách hàng cần chọn bánh mì và chọn nước ngọt. Có 5 cách chọn bánh mì và 4 cách chọn nước ngọt. Theo quy tắc nhân, số các loại combo khác nhau là: $5 \cdot 4 = 20$.

Câu 23: Một phòng chiếu phim có 4 cửa đi vào và 2 cửa đi ra. Có tất cả bao nhiêu cách để một khán giả vào phòng chiếu phim rồi sau đó ra về?

Lời giải

Một khán giả có thể vào phòng chiếu phim bằng một cửa đi vào bất kì, do đó có 4 cách đi vào phòng chiếu phim. Sau khi vào phòng, khán giả có thể đi ra khỏi phòng bằng một cửa đi ra bất kì, như vậy, khán giả có 2 cách đi ra. Vì thế, theo quy tắc nhân, số cách mà một khán giả đi vào phòng rồi sau đó ra về là:

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ (cách)}$$

Câu 24: Để chuẩn bị cho mùa giải mới, câu lạc bộ bóng đá của trường cần một mẫu áo thi đấu mới. Nhà sản xuất gửi đến câu lạc bộ các tùy chọn mẫu áo theo bảng sau:

Kiểu áo	<ul style="list-style-type: none">– Có cổ– Không có cổ
Chất liệu	<ul style="list-style-type: none">– 100% polyester– 70% polyester và 30% cotton– 30% polyester và 70% cotton– 100% cotton

Hoạ tiết	<ul style="list-style-type: none">– Tròn– Sọc dọc– Sọc ngang– Ô vuông– Quả trám
Màu áo	<ul style="list-style-type: none">– Trắng– Xám– Đỏ– Cam– Lam– Lá cây– Tím

Hỏi câu lạc bộ có tất cả bao nhiêu sự lựa chọn cho mẫu áo thi đấu?

Lời giải

Để chọn mẫu áo, câu lạc bộ cần thực hiện việc lựa chọn các mục: kiểu áo, chất liệu, hoạ tiết và màu áo. Có 2 cách chọn kiểu áo, 4 cách chọn chất liệu áo, 5 cách chọn hoạ tiết và 7 cách chọn màu áo. Vì thế, theo quy tắc nhân, số cách chọn mẫu áo là: $2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 = 280$. (cách)

Câu 25: Số điện thoại cho mỗi thuê bao của một nhà mạng có 10 chữ số và có các đầu số là 081,082, 083,084, 085,088, 091 hoặc 094. Giả sử hiện tại, nhà mạng đó đã cấp số cho tổng số 35 triệu thuê

bao. Hỏi, nếu không có thêm các đầu số mới và không thu hồi các đầu số đã cấp thì nhà mạng đó còn có thể cung cấp bao nhiêu thuê bao nữa?

Lời giải

Mỗi số thuê bao đầu số 081 của nhà mạng đó có dạng $\overline{081abcdefg}$, trong đó mỗi kí hiệu a, b, c, d, e, f, g có thể là bất kì 1 trong các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$. Như vậy, theo quy tắc nhân thì số các thuê bao có đầu số 081 là: $10^7 = 10000000$ (số) = 10 (triệu số).

Tương tự, số các thuê bao của mỗi đầu số 082, 083, 084, 085, 088, 091 và 094 cũng là 10 triệu.

Như vậy, theo quy tắc cộng thì kho số thuê bao của nhà mạng có tất cả

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 80 \text{ (triệu số).}$$

Do đó, nếu không có thêm các đầu số mới và không thu hồi các thuê bao đã cấp thì nhà mạng đó còn có thể cấp cho $80 - 35 = 45$ (triệu thuê bao).

Câu 26: Tế bào A có $2n = 8$ nhiễm sắc thể (NST), và nguyên phân 5 lần liên tiếp. Tế bào B có $2n = 14$ NST và nguyên phân 4 lần liên tiếp. Tính và so sánh tổng số NST trong tế bào A và trong tế bào B được tạo ra.

Lời giải

- Sau 5 lần nguyên phân, số tế bào A là: $2^5 = 32$ tế bào.

\Rightarrow Số NST trong tế bào A được tạo ra là: $32 \cdot 8 = 256$ NST.

- Sau 4 lần nguyên phân, số tế bào B là: $2^4 = 16$ tế bào.

\Rightarrow Số NST trong tế bào B được tạo ra là: $16 \cdot 14 = 224$ NST.

Tổng số NST trong tế bào A lớn hơn trong tế bào B .

Câu 27: Trên giá sách có 6 cuốn sách Ngữ Văn khác nhau, 7 cuốn sách Toán khác nhau và 8 cuốn sách Tiếng Anh khác nhau. Từ giá sách này,
a) có bao nhiêu cách lấy một cuốn sách?

b) có bao nhiêu cách lấy ba cuốn sách, mỗi môn một cuốn?

c) có bao nhiêu cách lấy hai cuốn sách từ hai môn khác nhau?

Lời giải

a) Công việc lấy ra một cuốn sách có ba phương án thực hiện:

Phương án 1: Lấy một quyển sách Ngữ Văn, có 6 cách thực hiện.

Phương án 2: Lấy một quyển sách Toán, có 7 cách thực hiện.

Phương án 3: Lấy một quyển sách Tiếng Anh, có 8 cách thực hiện.

Theo quy tắc cộng, có $6 + 7 + 8 = 21$ cách chọn một cuốn sách từ giá sách.

b) Để chọn ba cuốn sách, mỗi môn một cuốn, ta thực hiện thành ba công đoạn.

Công đoạn 1: Chọn một cuốn sách Ngữ Văn, có 6 cách thực hiện.

Công đoạn 2: Chọn một cuốn sách Toán, có 7 cách thực hiện.

Công đoạn 3: Chọn một cuốn sách Tiếng Anh, có 8 cách thực hiện.

Từ đó, theo quy tắc nhân, có $6 \cdot 7 \cdot 8 = 336$ cách chọn ba cuốn sách, mỗi môn một cuốn.

c) Để chọn hai cuốn sách từ hai môn khác nhau, ta có ba phương án thực hiện.

Phương án 1: Chọn một cuốn sách Ngũ Văn và một cuốn sách Toán, ta có $6 \cdot 7 = 42$ cách thực hiện phương án này.

Phương án 2: Chọn một cuốn sách Ngũ Văn và một cuốn sách Tiếng Anh, có $6 \cdot 8 = 48$ cách thực hiện phương án này.

Phương án 3: Chọn một cuốn sách Toán và một cuốn sách Tiếng Anh, có $7 \cdot 8 = 56$ cách thực hiện phương án này.

Mỗi cách thực hiện của phương án này đều không trùng với cách thực hiện nào của phương án khác, nên theo quy tắc cộng, số cách chọn hai cuốn sách từ hai môn khác nhau là $42 + 48 + 56 = 146$ (cách).

Câu 28: Tung một con xúc xắc ba lần liên tiếp và ghi lại kết quả (chẳng hạn, 2 – 5 – 4 nếu số chấm xuất hiện lần lượt là 2, 5 và 4). Có tất cả bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?

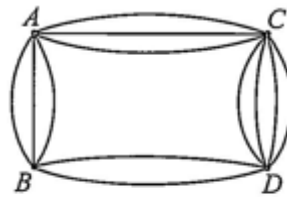


Hình 1

Lời giải

Có thể coi việc tung con xúc xắc ba lần liên tiếp là công việc gồm ba công đoạn, mỗi công đoạn là một lần tung. Mỗi lần tung đều có 6 khả năng khác nhau xảy ra (số chấm xuất hiện là 1; 2; ...; 6). Do đó, theo quy tắc nhân, ta có $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ kết quả khác nhau có thể xảy ra.

Câu 29: Trong một công viên, có các con đường nối bốn địa điểm A, B, C , và D như Hình 2. Có bao nhiêu cách chọn một đường đi từ A đến D ?



Hình 2

Chỉ tính các đường đi qua mỗi địa điểm nhiều nhất một lần.

Lời giải

Có hai phương án để đi từ A đến D .

Phương án 1: Đi từ A qua B rồi đến D . Có 3 cách chọn đường đi từ A đến B , có 2 cách chọn đường đi từ B đến D . Theo quy tắc nhân, có $3 \cdot 2 = 6$ cách chọn đường đi từ A qua B rồi đến D .

Phương án 2: Đi từ A qua C rồi đến D . Có 3 cách chọn đường đi từ A đến C , có 4 cách chọn đường đi từ C đến D . Theo quy tắc nhân, có $3.4 = 12$ cách chọn đường đi từ A qua C rồi đến D .

Áp dụng quy tắc cộng, có $6 + 12 = 18$ cách chọn đường đi từ A đến D .

Câu 30: Một thùng chứa 6 quả dưa hấu, một thùng khác chứa 15 quả thanh long.



Từ hai thùng này,

- Có bao nhiêu cách chọn một quả dưa hấu hoặc một quả thanh long?
- Có bao nhiêu cách chọn một quả dưa hấu và một quả thanh long?

Lời giải

a. Công việc chọn một quả dưa hấu hoặc một quả thanh long có 2 phương án thực hiện:

- PA1: Chọn 1 trong 6 quả dưa hấu \Rightarrow có 6 cách chọn

- PA2: Chọn 1 trong 15 quả thanh long \Rightarrow có 15 cách chọn.

\Rightarrow Áp dụng quy tắc cộng có: $6 + 15 = 21$ cách chọn một quả dưa hấu hoặc 1 quả thanh long trong thùng.

b. Công việc chọn một quả dưa hấu và một quả thanh long gồm 2 công đoạn thực hiện:

- CD1: Chọn 1 quả dưa hấu trong 6 quả dưa hấu \Rightarrow có 6 cách chọn

- CD2: Chọn 1 quả thanh long trong 15 quả thanh long \Rightarrow có 15 cách chọn.

\Rightarrow Áp dụng quy tắc nhân có: $6.15 = 90$ cách chọn một quả dưa hấu và một quả thanh long.

Câu 31: Tung đồng thời một đồng xu và một con xúc xắc, nhận được kết quả là mặt xuất hiện trên đồng xu (sấp hay ngửa) và số chấm xuất hiện trên con xúc xắc.

- Tính số kết quả có thể xảy ra.
- Vẽ sơ đồ hình cây và liệt kê tất cả các kết quả đó.

Lời giải

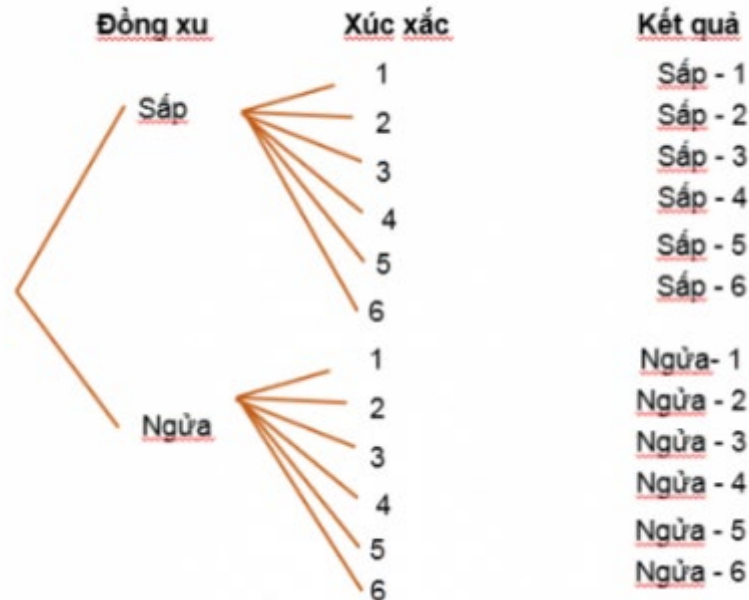
a. Kết quả của việc tung đồng xu và một con xúc xắc gồm hai công đoạn:

- CD1: Có 2 khả năng xảy ra khi tung đồng xu (sấp hoặc ngửa)

- CD2: Có 6 khả năng xảy ra khi tung xúc xắc (1 chấm, 2 chấm, 3 chấm, 4 chấm, 5 chấm, 6 chấm).

⇒ Áp dụng quy tắc nhân có: 2.6 bằng 12 kết quả có thể xảy ra.

b. Sơ đồ:



Câu 32: Tại một nhà hàng chuyên phục vụ cơm trưa văn phòng, thực đơn có 5 món chính, 3 món phụ và 4 loại đồ uống. Tại đây, thực khách có bao nhiêu cách chọn bữa trưa gồm một món chính, một món phụ và một loại đồ uống?

Lời giải

Công việc chọn bữa trưa gồm một món chính, một món phụ và một loại đồ uống gồm 4 công đoạn:

- CD1: Chọn 1 món chính trong 5 món chính ⇒ có 5 cách chọn

- CD2: Chọn 1 món phụ trong 3 món phụ ⇒ có 3 cách chọn.

- CD3: Chọn 1 đồ uống trong 4 loại đồ uống ⇒ có 4 cách chọn.

⇒ Áp dụng quy tắc nhân: $5.3.4 = 60$ cách chọn bữa trưa.

Câu 33: An có thể đi từ nhà đến trường theo các con đường như Hình, trong đó có những con đường đi qua nhà sách.



a. An có bao nhiêu cách đi từ nhà đến trường mà có đi qua nhà sách?

b. An có bao nhiêu cách đi từ nhà đến trường?

Lời giải

a. Việc An chọn cách đi từ nhà đến trường mà có đi qua nhà sách có 3 công đoạn:

- CD1: Từ nhà An đến nhà sách có 3 con đường \Rightarrow có 3 cách chọn

- CD2: Từ nhà sách đến trường có 2 con đường \Rightarrow có 2 cách chọn.

\Rightarrow Áp dụng quy tắc nhân có $3.2 = 6$ cách chọn.

Vậy An có 6 cách đi từ nhà đến trường đi qua nhà sách.

b. Việc An chọn cách đi từ nhà đến trường có 2 công đoạn:

- CD1: Từ nhà An đến nhà sách có 5 cách chọn

- CD2: Từ nhà sách đến trường có 2 cách chọn

\Rightarrow Áp dụng quy tắc nhân có: $5.2 = 10$ cách chọn.

Vậy An có 10 cách đi từ nhà đến trường.

Câu 34: Trong một cái hộp có chứa 8 quả bóng màu trắng đánh số từ 1 đến 8; 10 quả bóng màu xanh đánh số từ 1 đến 10; 12 quả bóng màu cam đánh số từ 1 đến 12. Từ hộp này, có bao nhiêu cách

a) chọn ra một quả bóng?

b) chọn ra ba quả bóng có màu khác nhau đôi một?

c) chọn ra hai quả bóng có màu khác nhau?

Lời giải

a) $8 + 10 + 12 = 30$;

b) $8.10.12 = 960$

c) $8.10 + 8.12 + 10.12 = 296$.

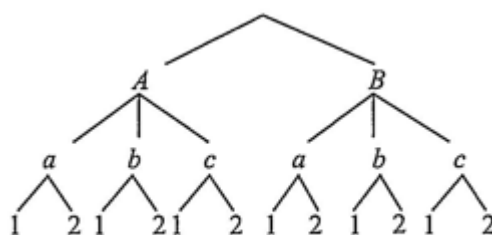
Câu 35: Có ba cái hộp, hộp thứ nhất chứa 2 quả cầu dán nhãn A, B ; Hộp thứ hai chứa 3 quả cầu dán nhãn a, b, c ; Hộp thứ ba có 2 quả cầu dán nhãn 1, 2. Từ mỗi hộp lấy ra ngẫu nhiên một quả cầu.

a) Hãy vẽ sơ đồ hình cây để thể hiện tất cả các kết quả có thể xảy ra.

b) Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

Lời giải

a) Sơ đồ hình cây như Hình 1.



Hình 1

b) $2.3.2 = 12$ cách.

Câu 36: Ba lớp của một trường đang lên kế hoạch đi dã ngoại, mỗi lớp có thể chọn một trong năm địa điểm. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra về cách chọn địa điểm của ba lớp?

Lời giải

Mỗi lớp có 5 cách chọn địa điểm. Theo quy tắc nhân, số cách chọn địa điểm của ba lớp là $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

Câu 37: Mã xác thực (OTP - One Time Password) do một ngân hàng gửi vào điện thoại của khách hàng cho mỗi lần giao dịch là một dãy 6 kí tự từ các chữ số từ 0 đến 9. Có thể tạo ra bao nhiêu mã xác thực khác nhau như vậy?



Hình 3

Lời giải

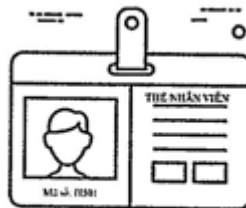
Có 10 cách chọn chữ số cho mỗi kí tự của mã xác nhận. Do đó theo quy tắc nhân, số mã xác nhận có thể tạo ra là $10^6 = 1000000$.

Câu 38: Tung một đồng xu 5 lần liên tiếp và ghi lại kết quả (ví dụ dùng kí hiệu SSNSN để chỉ kết quả 5 lần tung lần lượt là sấp, sấp, ngửa, sấp, ngửa). Có bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?

Lời giải

Có thể coi việc tung đồng xu 5 lần liên tiếp là công việc gồm 5 công đoạn. Mỗi công đoạn có 2 phương án thực hiện, tương ứng đồng xu xuất hiện sấp hay ngửa. Do đó, theo quy tắc nhân, có $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ kết quả có thể của việc tung đồng xu 5 lần liên tiếp.

Câu 39: Mã số nhân viên của một công ty có 4 kí tự, gồm một chữ cái đầu tiên (từ 6 chữ cái A, B, C, D, E, F) và tiếp theo là 3 chữ số (từ các chữ số $0; 1; \dots; 9$). Công ty có thể tạo ra bao nhiêu mã số nhân viên theo cách này?



Hình 4

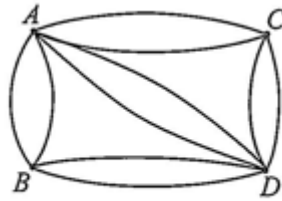
Lời giải

Có 6 cách chọn chữ cái cho kí tự đầu tiên.

Với 3 kí tự tiếp theo, mỗi kí tự có 10 cách chọn từ 10 chữ số $0, 1, 2, \dots, 9$.

Theo quy tắc nhân, công ty có thể tạo ra $6 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 6000$ mã số nhân viên.

Câu 40: Có các con đường nối bốn ngôi làng A, B, C, D như trong Hình 5. Có bao nhiêu cách chọn đường đi khác nhau



Hình 5

a) từ A qua B rồi đến D ?

b) từ A đến D ?

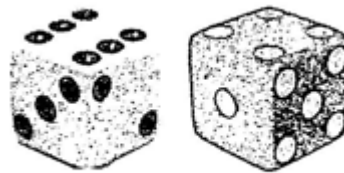
Lưu ý: Mỗi đường đi qua mỗi ngôi làng nhiều nhất một lần.

Lời giải

a) $2.2 = 4$;

b) $2.2 + 2.2 + 2 = 10$

Câu 41: Tung đồng thời hai con xúc xắc khác nhau và ghi lại số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra mà tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt là bội của 5?



Hình 6

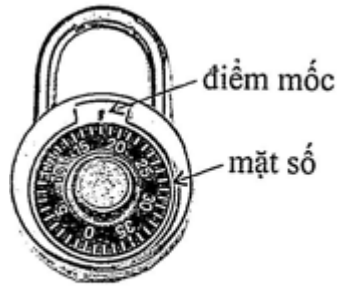
Lời giải

Ta viết (a, b) để kí hiệu kết quả số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lần lượt là a và b . Ta có $2 \leq a + b \leq 12$ nên $a + b$ là bội của 5 khi $a + b = 5$ hoặc $a + b = 10$. Trường hợp $a + b = 5$ gồm các kết quả: $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$. Trường hợp này có 4 kết quả.

Trường hợp $a + b = 10$ bao gồm các kết quả: $(4, 6), (5, 5), (6, 4)$. Trường hợp này có 3 kết quả.

Vậy có $4 + 3 = 7$ kết quả có thể xảy ra mà tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là bội của 5.

Câu 42: Một khoá tổ hợp với đĩa quay có 40 vạch số (xem Hình 7). Mật mã của khoá là một dãy gồm 3 số, kí hiệu là $a - b - c$, mỗi số là một số tự nhiên từ 0 đến 39. Để mở khoá, cần quay mặt số ngược chiều kim đồng hồ cho đến khi điểm mốc gặp vạch số a lần thứ ba, rồi quay mặt số theo chiều ngược lại cho đến khi điểm mốc gặp vạch số b lần thứ hai, cuối cùng quay mặt số ngược chiều kim đồng hồ cho đến



Hình 7

Lời giải

Có 40 cách chọn số a từ các số từ 0 đến 39. Tiếp theo, có 39 cách chọn số b từ 39 số còn lại. Cuối cùng, có 38 cách chọn số c từ 38 số còn lại. Áp dụng quy tắc nhân, ta có $40 \cdot 39 \cdot 38 = 59280$ cách chọn mật mã cho khoá.

Câu 43: Một bài kiểm tra có 6 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 4 phương án chọn. Nếu chọn một cách tùy ý một phương án cho mỗi câu hỏi thì có bao nhiêu cách hoàn thành bài kiểm tra?

Lời giải

$$4^6 = 4096.$$

Câu 44: Một lớp học có 16 bạn nam và 14 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách bầu ra bạn lớp trưởng?

Lời giải

Có hai phương án để bầu ra bạn lớp trưởng:

- Phương án 1: bầu 1 trong số 16 bạn nam làm lớp trưởng;
- Phương án 2: bầu 1 trong số 14 bạn nữ làm lớp trưởng.

Với phương án 1, ta có 16 cách bầu và với phương án 2, ta có 14 cách. Như vậy, theo quy tắc cộng, có tất cả $16 + 14 = 30$ cách bầu ra một bạn làm lớp trưởng.

Câu 45: Chợ Bến Thành có 4 cổng ra vào. Một người đi chợ ở chợ này thì, a) có bao nhiêu cách vào và ra chợ?

b) có bao nhiêu cách vào và ra chợ bằng hai cổng khác nhau?

Lời giải

a) Có 4 cách chọn cổng để vào chợ. Ứng với mỗi cách đó, có 4 cách chọn cổng để đi ra. Do đó, có $4 \cdot 4 = 16$ cách vào và ra chợ.

b) Có 4 cách chọn cổng để vào chợ. Ứng với mỗi cách đó, có 3 cách chọn cổng để đi ra khác với cổng đã đi vào. Do đó, có $4 \cdot 3 = 12$ cách vào và ra chợ theo hai cổng khác nhau.

BÀI TOÁN 2: HOÁN VỊ

Câu 46: Trong giờ học thể dục, thầy giáo yêu cầu cả lớp chia thành các nhóm tự luyện tập. Nhóm bạn An có bao nhiêu cách xếp thành một hàng dọc? Biết nhóm của An có 6 người.

Lời giải

Mỗi cách xếp thứ tự vị trí cho 6 bạn là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy số cách xếp nhóm bạn An thành một hàng dọc là: $P_6 = 6! = 720$.

Câu 47: Cần sắp xếp thứ tự 8 tiết mục văn nghệ cho buổi biểu diễn văn nghệ của trường. Ban tổ chức dự kiến xếp 4 tiết mục ca nhạc ở vị trí thứ 1, thứ 2, thứ 5 và thứ 8; 2 tiết mục múa ở vị trí thứ 3 và thứ 6; 2 tiết mục hài ở vị trí thứ 4 và thứ 7. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau?

Lời giải

Chia thành 3 công đoạn. Công đoạn 1: Sắp xếp 4 tiết mục ca nhạc vào 4 vị trí (1, 2, 5 và 8).
Công đoạn 2: Sắp xếp 2 tiết mục múa vào 2 vị trí (3 và 6). Công đoạn 3: Sắp xếp 2 tiết mục hài vào 2 vị trí (4 và 7).

Đáp số: $4!2!2! = 96$.

Câu 48: Có bao nhiêu cách xếp 6 lá thư khác nhau vào 6 chiếc phong bì khác nhau (mỗi lá thư vào trong một phong bì)?

Lời giải

Số cách xếp như vậy chính là số các hoán vị của 6, nghĩa là bằng $P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ (cách)

Câu 49: Bạn Nam có 4 quyển sách Toán, 6 quyển sách Tiếng Anh (các quyển sách là khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách thành hàng ngang sao cho:

a) Các quyển sách cùng môn thì xếp cạnh nhau (không có quyển sách Toán nào nằm giữa hai quyển sách Tiếng Anh và ngược lại)?

b) Các quyển sách Toán thì xếp cạnh nhau?

Lời giải

a) Xếp 4 quyển sách Toán cạnh nhau thành một nhóm có $P_4 = 4! = 24$ (cách).

Xếp 6 quyển sách Tiếng Anh cạnh nhau thành một nhóm có $P_6 = 6! = 720$ (cách).

Có $P_2 = 2! = 2$ cách xếp hai nhóm sách trên.

Vậy số cách xếp các quyển sách sao cho các quyển sách cùng môn thì xếp cạnh nhau là:

$$24 \cdot 720 \cdot 2 = 34560.$$

b) Xếp 4 quyển sách Toán cạnh nhau thành một nhóm có

$$P_4 = 4! = 24$$

$$P_7 = 7! = 5040$$

$$24 \cdot 5040 = 120960. \quad (\text{cách})$$

$$P_n = n(n-1) \dots 2 \cdot 1 = n!.$$

Coi nhóm sách Toán là một quyển sách, gọi là A , xếp quyển sách A và 6 quyển sách Tiếng Anh có

$$P_7 = 7! = 5040 \quad (\text{cách})$$

Vậy số cách xếp các quyển sách sao cho các quyển sách Toán thì xếp cạnh nhau là:

$$24 \cdot 5040 = 120960.$$

Câu 50: Bạn Dương có 2 chiếc quần gồm: một quần màu xanh và một quần màu đen; 3 chiếc áo gồm: một áo màu nâu, một áo màu xanh và một áo màu vàng; 2 đôi giày gồm: một đôi giày màu đen và một đôi giày màu đỏ. Bạn Dương muốn chọn một bộ quần áo và một đôi giày để đi tham quan. Bằng cách vẽ sơ đồ hình cây, tính số cách chọn một bộ quần áo và một đôi giày cho bạn Dương.

Lời giải

- Học sinh tự vẽ sơ đồ hình cây

- Từ sơ đồ, có 12 cách chọn một bộ quần áo và một đôi giày cho bạn Dương

Câu 51: Một tổ có 8 học sinh gồm 4 nữ và 4 nam. Có bao nhiêu cách xếp các học sinh trong tổ:
a) Thành một hàng dọc?

b) Thành một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau?

Lời giải

a) Có $8! = 40320$ cách xếp.

b) Vì số lượng nam và nữ bằng nhau nên có hai trường hợp: nam đứng đầu hàng hoặc nữ đứng đầu hàng.

Số cách xếp nếu nam đứng đầu hàng là $4! \cdot 4! = 576$.

Số cách xếp nếu nữ đứng đầu hàng là $4! \cdot 4! = 576$.

Vậy số cách xếp một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau là: $576 + 576 = 1152$.

Câu 52: Cần xếp một nhóm 5 học sinh ngồi vào một dãy 5 chiếc ghế.



a. Có bao nhiêu cách xếp?

b. Nếu bạn Nga (một thành viên trong nhóm) nhất định muốn ngồi vào chiếc ghế ngoài cùng bên trái, thì có bao nhiêu cách xếp?

Lời giải

a. Mỗi cách xếp 5 học sinh vào 5 chiếc ghế là 1 hoán vị của 5 học sinh

⇒ Có: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ (cách)

b.- CD1: Xếp Nga vào chiếc ghế ngoài cùng bên trái ⇒ có 1 cách xếp.

- CD2: Xếp 4 học sinh còn lại vào 4 chiếc ghế còn lại là 1 hoán vị của 4 học sinh \Rightarrow Có:
 $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ (cách)

\Rightarrow Áp dụng quy tắc nhân, có: $1 \cdot 24 = 24$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu đề.

BÀI TOÁN 3: CHỈNH HỢP

Câu 53: Trong chương trình ngoại khoá giáo dục truyền thống, 60 học sinh được trường tổ chức cho đi xem phim. Các ghế ở rạp được sắp thành các hàng. Mỗi hàng có 20 ghế.

a. Có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng đầu tiên?

b. Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ hai?

c. Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ ba?

Lời giải

a. Có A_{60}^{20} cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng đầu tiên.

b. Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có A_{40}^{20} cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ hai.

c. Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có A_{20}^{20} cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ ba.

Câu 54: Bạn Việt chọn mật khẩu cho email của mình là một dãy gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó có 3 kí tự đầu tiên là 3 chữ cái trong bảng gồm 26 chữ cái in thường và 5 kí tự tiếp theo là chữ số. Bạn Việt có bao nhiêu cách tạo ra mật khẩu?

Lời giải

Bạn Việt có $A_{26}^3 \cdot A_{10}^5 = 471744000$ cách tạo ra mật khẩu.

Câu 55: Mỗi máy tính tham gia vào mạng phải có một địa chỉ duy nhất, gọi là địa chỉ IP, nhằm định danh máy tính đó trên Internet. Xét tập hợp A gồm các địa chỉ IP có dạng 192.168 .abc. deg, trong đó a, d là các chữ số khác nhau được chọn ra từ các chữ số 1, 2, còn b, c, e, g là các chữ số đôi một khác nhau được chọn ra từ các chữ số 0,1,2,3,4,5. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Tập hợp A có số phần tử là: $2 \cdot A_6^2 \cdot 1 \cdot A_6^2 = 1800$ (phần tử)

Câu 56: Một nhóm 22 bạn đi chụp ảnh kỷ yếu. Nhóm muốn trong bức ảnh có 7 bạn ngồi ở hàng đầu và 15 bạn đứng ở hàng sau. Có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?

Lời giải

Có số cách xếp vị trí chụp ảnh để 7 bạn ngồi ở hàng đầu và 15 bạn đứng ở hàng sau là:

$$A_{22}^7 \cdot 15 = 12893126400 \text{ (cách)}$$

Câu 57: Bạn Dũng mới mua điện thoại và muốn lập mật khẩu có 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi bạn Dũng có bao nhiêu cách để lập một mật khẩu?

Lời giải

Mỗi mật khẩu có thể lập được là một cách chọn 6 chữ số từ 10 chữ số và sắp xếp thứ tự của chúng, tức là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử.

Vậy bạn Dũng có $A_{10}^6 = 151200$ (cách lập mật khẩu).

Câu 58: Trong một buổi kỉ niệm ngày thành lập trường, bí thư Đoàn trường cần chọn 4 tiết mục từ 6 tiết mục hát và 4 tiết mục từ 5 tiết mục múa rồi xếp thứ tự biểu diễn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn và xếp thứ tự sao cho các tiết mục hát và múa xen kẽ nhau?

Lời giải

Giả sử các tiết mục được biểu diễn đánh số thứ tự từ 1 đến 8. Vì số lượng tiết mục hát và múa bằng nhau nên có hai trường hợp:

Trường hợp 1: Tiết mục hát diễn ra đầu tiên

Khi đó, các tiết mục hát có số thứ tự là số lẻ, còn các tiết mục múa có số thứ tự là số chẵn. Như vậy, thứ tự của các tiết mục múa và hát được cố định, chỉ thay đổi thứ tự giữa các tiết mục múa, hoặc giữa các tiết mục hát.

Chọn 4 tiết mục hát từ 6 tiết mục hát và xếp thứ tự có $A_6^4 = 360$ (cách).

Chọn 4 tiết mục múa từ 5 tiết mục múa và xếp thứ tự có $A_5^4 = 120$ (cách).

Khi đó, số cách chọn và xếp thứ tự các tiết mục văn nghệ trong trường hợp tiết mục hát diễn ra đầu tiên là: $360.120 = 43200$.

Trường hợp 2: Tiết mục múa diễn ra đầu tiên

Tương tự, số cách chọn và xếp thứ tự các tiết mục văn nghệ trong trường hợp tiết mục múa diễn ra đầu tiên là: $120.360 = 43200$.

Vậy số cách chọn và xếp thứ tự các tiết mục văn nghệ sao cho các tiết mục hát và múa xen kẽ nhau là: $43200 + 43200 = 86400$.

Câu 59: 90 học sinh được trường tổ chức cho đi xem kịch ở rạp hát thành phố. Các ghế ở rạp được sắp thành các hàng. Mỗi hàng có 30 ghế.

a) Có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng đầu tiên?

b) Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ hai?

c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ ba?

Lời giải

a) Có A_{90}^{30} cách sắp xếp 30 học sinh ngồi vào hàng đầu tiên.

b) Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, còn 60 học sinh. Khi đó, có A_{60}^{30} cách sắp xếp 30 học sinh ngồi vào hàng thứ hai.

c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, còn 30 học sinh. Khi đó, có $30!$ cách sắp xếp 30 học sinh còn lại ngồi vào hàng thứ ba.

Câu 60: Bạn Đan chọn mật khẩu cho email của mình gồm 6 kí tự đôi một khác nhau, trong đó, 2 kí tự đầu tiên là 2 chữ cái trong bảng gồm 26 chữ cái in thường, 3 kí tự tiếp theo là chữ số, kí tự cuối cùng là 1 trong 3 kí tự đặc biệt. Bạn Đan có bao nhiêu cách tạo ra một mật khẩu?

Lời giải

Có $A_{26}^2 = 650$ cách chọn 2 kí tự đầu. Có $A_{10}^3 = 720$ cách chọn 3 kí tự tiếp theo. Có 3 cách chọn 1 kí tự cuối cùng.

Vậy số cách tạo ra một mật khẩu là: $650 \cdot 720 \cdot 3 = 1404\ 000$.

Câu 61: Một lớp có 40 học sinh chụp ảnh tổng kết năm học. Lớp đó muốn trong bức ảnh có 18 học sinh ngồi ở hàng đầu và 22 học sinh đứng ở hàng sau. Có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?

Lời giải

Cách 1: Chọn 18 học sinh ngồi ở hàng đầu có A_{40}^{18} cách.

Xếp vị trí của 22 học sinh còn lại đứng ở hàng sau có $22!$ cách.

Vậy số cách xếp vị trí chụp ảnh là $A_{40}^{18} \cdot 22!$.

Cách 2: Vì ta có thể xếp vị trí của 40 học sinh rồi chia 18 học sinh ngồi ở hàng đầu và 22 học sinh đứng ở hàng sau nên số cách xếp vị trí chụp ảnh có thể tính bằng $40!$.

Câu 62: Có 12 thí sinh tham gia một cuộc thi âm nhạc. Hỏi có bao nhiêu cách trao ba giải cao nhất: Nhất, Nhì và Ba của cuộc thi cho các thí sinh?

Lời giải

Số cách trao giải bằng số cách lấy ra 3 người từ 12 thí sinh và xếp có thứ tự giữa họ, do đó chính là: $A_{12}^3 = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$ (cách)

Câu 63: Một nhóm hành khách, gồm 2 nam và 3 nữ, lên một chiếc xe buýt. Trên xe có 10 ghế trống, trong đó có 5 ghế cạnh cửa sổ.

a) Hỏi họ bao nhiêu cách ngồi?

b) Các hành khách nữ mong muốn ngồi cạnh cửa sổ. Hỏi số cách ngồi của họ là bao nhiêu?

Lời giải

a) Số cách ngồi của nhóm hành khách chính là số cách chọn ra 5 chiếc ghế có xếp thứ tự từ 10 chiếc ghế trống, nghĩa là: $A_{10}^5 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240$ (cách)

b) Việc xếp chỗ cho nhóm khách có thể được thực hiện theo 2 công đoạn:

- Công đoạn 1: xếp chỗ cho những hành khách nữ;

- Công đoạn 2: xếp chỗ cho những hành khách nam.

Với công đoạn 1, ta cần xếp chỗ cho 3 hành khách nữ vào 3 trong 5 chiếc ghế cạnh cửa sổ. Số cách xếp là: $A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ (cách)

Đối với công đoạn 2, ta cần xếp chỗ cho 2 hành khách nam vào 2 trong bất kì $10 - 3 = 7$ chiếc ghế còn lại. Số cách xếp là: $A_7^2 = 7 \cdot 6 = 42$ (cách)

Như vậy, theo quy tắc nhân thì số cách xếp chỗ là: $60 \cdot 42 = 2520$ (cách)

Câu 64: Để chuẩn bị cho buổi biểu diễn, 3 anh hề phải chọn trang phục biểu diễn cho mình gồm mũ, tóc giả, mũi và quần áo. Đoàn xiếc có 10 chiếc mũ, 6 bộ tóc giả, 5 cái mũi hề và 8 bộ quần áo hề. Hỏi các anh hề có bao nhiêu cách chọn trang phục biểu diễn?

Lời giải

Để chọn trang phục biểu diễn, các anh hề có thể thực hiện 4 công đoạn, gồm:

- Công đoạn 1: chọn mũ;
- Công đoạn 2: chọn tóc giả;
- Công đoạn 3: chọn mũi giả;
- Công đoạn 4: chọn quần áo.

Có 3 anh hề và 10 chiếc mũ nên số cách chọn mũ để đội cho 3 anh hề là: $A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ (cách)

Tương tự, có $A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ cách chọn tóc giả, có $A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách chọn mũi hề và có $A_8^3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ cách chọn quần áo.

Như vậy, theo quy tắc nhân thì số cách chọn trang phục của 3 anh hề là:
 $720 \cdot 120 \cdot 60 \cdot 336 = 1741824000$ (cách)

Câu 65: Cô giáo đã biên soạn 10 câu hỏi trắc nghiệm. Từ 10 câu hỏi này, cô giáo chọn ra 6 câu hỏi và sắp xếp theo thứ tự để tạo nên một đề trắc nghiệm. Cô giáo có thể tạo bao nhiêu đề kiểm tra trắc nghiệm khác nhau?

Lời giải

Mỗi đề được tạo ra là một chỉnh hợp chập 6 của 10 câu hỏi. Do đó, số đề có thể được tạo ra là $A_{10}^6 = \frac{10!}{4!} = 151200$. Mỗi đề được tạo ra là một chỉnh hợp chập 6 của 10 câu hỏi. Do đó, số đề có thể được tạo ra là $A_{10}^6 = \frac{10!}{4!} = 151200$.

Câu 66: Chọn 4 trong 6 giống hoa khác nhau và trồng trên 4 mảnh đất khác nhau để thử nghiệm. Có bao nhiêu cách thực hiện khác nhau?

Lời giải

Mỗi cách chọn 4 trong 6 giống hoa khác nhau và trồng trên 4 mảnh đất khác nhau là một chỉnh hợp chập 4 của 6 giống hoa. Do đó, số cách thực hiện là $A_6^4 = \frac{6!}{4!} = 360$.

Câu 67: Trên một trạm quan sát, có sẵn 4 lá cờ màu khác nhau (đỏ, xanh, vàng, cam). Mỗi khi muốn báo một tín hiệu, chiến sĩ thông tin lấy 2 hoặc 3 trong số 4 lá cờ đó và cắm thành một hàng trên nóc của trạm. Bao nhiêu tín hiệu khác nhau có thể được tạo ra?

Lời giải

Xét hai trường hợp: cắm 2 lá cờ và cắm 3 lá cờ.

Nên ta có: $A_4^2 + A_4^3 = 12 + 24 = 36$.

Câu 68: Một trường trung học phổ thông tổ chức cuộc thi chạy tiếp sức giữa các lớp với nội dung 4×100 mà yêu cầu mỗi đội gồm 2 nam, 2 nữ. Bạn An được giáo viên giao nhiệm vụ chọn ra 4 bạn và sắp xếp thứ tự chạy của các bạn đó để đăng kí dự thi. Bạn An có bao nhiêu cách lập ra một đội thi đủ điều kiện đăng kí? Biết lớp bạn An có 22 nam và 17 nữ.

Lời giải

Bạn An có số cách lập ra một đội thi đủ điều kiện đăng kí là:

$$A_{22}^2 \cdot A_{17}^2 = 125664 \text{ (cách)}$$

Câu 69: Các bạn lớp 10A lập kế hoạch đi du lịch chỉ một trong hai thành phố là thành phố M hoặc thành phố N . Vì đi trong ngày nên các bạn cần lập danh sách 4 địa điểm tham quan và thứ tự đi các địa điểm đó từ trước. Biết rằng, các bạn liệt kê ra 10 địa điểm có thể đi ở thành phố M và 4 địa điểm có thể đi ở thành phố N . Các bạn lớp 10A có bao nhiêu cách lập một danh sách các địa điểm để đi du lịch?

Lời giải

Nếu đi thành phố M , lớp 10A có $A_{10}^4 = 5040$ cách lập một danh sách 4 địa điểm tham quan.

Nếu đi thành phố N , lớp 10A có $P_4 = 4! = 24$ cách lập một danh sách 4 địa điểm tham quan.

Vậy số cách lập một danh sách các địa điểm để tham quan là $5040 + 24 = 5064$.

Câu 70: Chọn 3 cuốn từ 6 cuốn sách khác nhau và đưa cho 3 bạn cùng lớp, mỗi bạn 1 cuốn. Có bao nhiêu cách thực hiện việc này?

Lời giải

$$A_6^3 = 120.$$

BÀI TOÁN 4: TỔ HỢP

Câu 71: Có 10 đội tham gia một giải bóng đá. Có bao nhiêu cách xếp trận đấu vòng tính điểm sao cho hai đội chỉ gặp nhau đúng một lần?

Lời giải

Có $C_{10}^2 = 45$ cách xếp trận đấu vòng tính điểm sao cho hai đội chỉ gặp nhau đúng một lần.

Câu 72: Khối 10 có 16 bạn nữ và 18 bạn nam tham gia đợt tình nguyện Mùa hè xanh. Đoàn trường dự định lập một tổ trồng cây gồm 3 học sinh có cả nam và nữ. Có bao nhiêu cách lập một tổ trồng cây như vậy?

Lời giải

Lớp đó có tổng cộng $16 + 18 = 34$ (học sinh)

Có $C_{34}^3 = 5984$ cách lập một tổ trồng cây gồm các học sinh bất kì.

Có $C_{16}^3 = 560$ cách lập một tổ trồng cây gồm toàn học sinh nữ.

Có $C_{18}^3 = 816$ cách lập một tổ trồng cây gồm toàn học sinh nam.

Có $5984 - 560 - 816 = 4608$ cách lập một tổ trồng cây gồm 3 học sinh có cả nam và nữ.

Câu 73: Một quán nhỏ bày bán hoa có 50 bông hồng và 60 bông cúc. Bác Ngọc muốn mua 5 bông hoa gồm cả hai loại hoa trên. Bác Ngọc có bao nhiêu cách chọn hoa?

Lời giải

Tổng số bông hoa là: $50 + 60 = 110$ (bông)

Có C_{110}^5 cách chọn 5 bông hoa bất kì.

Có C_{50}^5 cách chọn 5 bông hoa hồng.

Có C_{60}^5 cách chọn 5 bông hoa cúc.

Có $C_{110}^5 - C_{50}^5 - C_{60}^5 = 114811250$ cách chọn 5 bông hoa gồm cả hai loại hoa.

Câu 74: Một lớp có 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn:

a) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp?

b) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có 2 học sinh nam?

c) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam?

Lời giải

a) Mỗi cách chọn 3 học sinh trong 40 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 40. Số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp là: $C_{40}^3 = 9880$.

b) Mỗi cách chọn 2 học sinh nam trong 24 học sinh nam là một tổ hợp chập 2 của 24. Số cách chọn 2 học sinh nam trong 24 học sinh nam là: $C_{24}^2 = 276$.

Mỗi cách chọn 1 học sinh nữ trong 16 học sinh nữ là một tổ hợp chập 1 của 16.

Số cách chọn 1 học sinh nữ trong 16 học sinh nữ là: $C_{16}^1 = 16$.

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự lớp sao cho trong đó có 2 học sinh nam là:
 $276 \cdot 16 = 4416$.

c) Cách 1:

Để ban cán sự lớp có ít nhất 1 học sinh nam thì xảy ra các trường hợp:

Trường hợp 1:

Chọn 1 học sinh nam và 2 học sinh nữ có $C_{24}^1 \cdot C_{16}^2 = 24 \cdot 120 = 2880$ (cách chọn)

Trường hợp 2:

Chọn 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ có $C_{24}^2 \cdot C_{16}^1 = 276 \cdot 16 = 4416$ (cách chọn)

Trường hợp 3:

Chọn 3 học sinh nam có $C_{24}^3 = 2024$ (cách chọn).

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam là:

$$2880 + 4416 + 2024 = 9320 .$$

Cách 2:

Số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp là: $C_{40}^3 = 9880$.

Số cách chọn 3 học sinh nữ làm ban cán sự của lớp là: $C_{16}^3 = 560$.

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam là:

$$9880 - 560 = 9320.$$

Câu 75: Bạn Nam đến cửa hàng mua 2 chiếc ghế loại A . Tại cửa hàng, ghế loại A màu xanh có 20 chiếc và ghế loại A màu đỏ có 15 chiếc. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách chọn mua 2 chiếc ghế loại A ?

Lời giải

Tổng số ghế loại A là: $20 + 15 = 35$ (chiếc)

Vậy số cách chọn mua 2 chiếc ghế loại A là: $C_{35}^2 = 595$.

Câu 76: Mật khẩu của máy tính là một dãy các kí tự (có kể thứ tự từ trái qua phải) được chọn từ: 10 chữ số, 26 chữ cái in thường, 26 chữ cái in hoa và 10 kí tự đặc biệt. Bạn Ngân muốn lập một mật khẩu của máy tính có độ dài là 8 kí tự bao gồm: 4 kí tự đầu tiên là 4 chữ số đôi một khác nhau, 2 kí tự tiếp theo là chữ cái in thường, 1 kí tự tiếp theo nữa là chữ cái in hoa, kí tự cuối cùng là kí tự đặc biệt. Bạn Ngân có bao nhiêu cách lập một mật khẩu của máy tính?

Lời giải

Bạn Ngân có số cách lập mật khẩu máy tính là:

$$A_{10}^4 \cdot C_{26}^1 \cdot C_{26}^1 \cdot C_{26}^1 \cdot C_{10}^1 = 885830400 \text{ (cách)}$$

Câu 77: Bác Thảo muốn mua 2 chiếc máy tính để phục vụ công việc. Người bán hàng giới thiệu cho bác 3 hãng máy tính để tham khảo: hãng thứ nhất có 4 loại máy tính phù hợp, hãng thứ hai có 5 loại máy tính phù hợp, hãng thứ ba có 7 loại máy tính phù hợp. Bác Thảo có bao nhiêu cách chọn 2 máy tính dùng cho công việc?

Lời giải

Tổng số máy tính của 3 hãng là: $4 + 5 + 7 = 16$ (máy tính)

Bác Thảo có số cách chọn 2 máy tính dùng cho công việc là: $C_{16}^2 = 120$ (cách)

Câu 78: Giải bóng chuyên gồm 9 đội tham dự, trong đó có 3 đội của nước X . Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để xếp các đội vào 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính số cách xếp sao cho 3 đội bóng của nước X ở 3 bảng khác nhau.

Lời giải

Xếp 3 đội của nước X vào 3 bảng khác nhau có $3! = 6$ cách.

Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng A, B, C có $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 90$ (cách)

Vậy số cách xếp sao cho 3 đội bóng của nước X ở 3 bảng khác nhau là: $6 \cdot 90 = 540$.

Câu 79: Một đề thi học sinh giỏi lớp 10 môn Toán gồm 5 câu được chọn từ 15 câu thông hiểu, 10 câu vận dụng thấp và 5 câu vận dụng cao. Một đề thi được gọi là tốt nếu trong đề thi có cả ba loại mức độ, đồng thời số câu thông hiểu không ít hơn 2. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi tốt?

Lời giải

Vì đề thi có số câu thông hiểu không ít hơn 2 và có đủ 3 mức độ nên xảy ra 3 trường hợp:

Nếu đề thi có 3 câu thông hiểu, 1 câu vận dụng thấp và 1 câu vận dụng cao thì có $C_{15}^3 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^1 = 22750$ (cách chọn đề).

Nếu đề thi có 2 câu thông hiểu, 2 câu vận dụng thấp và 1 câu vận dụng cao thì có $C_{15}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_5^1 = 23625$ (cách chọn đề).

Nếu đề thi có 2 câu thông hiểu, 1 câu vận dụng thấp và 2 câu vận dụng cao thì có $C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^2 = 10500$ (cách chọn đề).

Vậy số đề thi tốt có thể chọn được là: $22750 + 23625 + 10500 = 56875$.

Câu 47*. Trong một bài thi bằng hình thức trắc nghiệm có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời A, B, C, D . Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Nếu thí sinh chọn ngẫu nhiên đáp án của tất cả 50 câu hỏi thì số khả năng đạt 9,4 điểm ở bài thi trên là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50 - x$ là số câu trả lời sai.

Ta có số điểm của thí sinh là $0,2x - 0,1(50 - x) = 9,4 \Leftrightarrow x = 48$.

Do đó, thí sinh làm đúng 48 câu và sai 2 câu thì được 9,4 điểm.

Vì mỗi câu hỏi có 1 phương án đúng và 3 phương án sai nên số khả năng đạt 9,4 điểm ở bài thi trên là $C_{50}^{48} \cdot 1 \cdot 3^2 = 11025$.

Câu 80: Một họa sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

Lời giải

Sắp xếp 10 bức tranh thành 1 hàng là hoán vị của 10 phần tử, nên số cách sắp xếp là: $10! = 3628800$ cách.

Câu 81: Bạn Hà có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách để Hà chọn ra đúng 2 viên bi khác màu?

Lời giải

Để chọn ra 2 viên bi khác màu thì chọn được 1 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ.

- Số cách chọn 1 viên bi xanh là: $C_5^1 = 5$ cách.

- Số cách chọn 1 viên bi đỏ là: $C_7^1 = 7$ cách.

\Rightarrow Vậy số cách chọn 2 viên bi khác màu là: $5 \cdot 7 = 35$ cách.

Câu 82: Một câu lạc bộ cờ vua có 10 bạn nam và 7 bạn nữ. Huấn luyện viên muốn chọn 4 bạn đi thi đấu cờ vua.

a. Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn nam?

b. Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ?

c. Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn, trong đó có 2 bạn nam và 2 bạn nữ?

Lời giải

a. Chọn 4 bạn nam trong 10 bạn nam là tổ hợp chập 4 của 10 phần tử, nên số cách chọn là:

$$C_{10}^4 = 210 \text{ cách.}$$

b. Chọn 4 bạn không phân biệt nam nữ từ 17 bạn là tổ hợp chập 4 của 17 phần tử, nên số cách chọn là: $C_{17}^4 = 2380$ cách.

c. Chọn 2 bạn nam trong 10 nam, có: $C_{10}^2 = 45$ cách.

Chọn 2 bạn nữ trong 7 nữ, có: $C_7^2 = 21$ cách.

Vậy số cách chọn 4 bạn, có 2 nam, 2 nữ là: $45 \cdot 21 = 945$ cách

Câu 83: Cửa hàng kem có các vị va ni, sô cô la, dâu, trà xanh, cà phê, chuối, sầu riêng. Lan muốn mua một cốc kem có hai vị khác nhau. Hỏi Lan có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Có 7 loại kem khác nhau. Lan muốn chọn 2 loại từ 7 loại kem đó. Do đó, số cách chọn là

$$C_7^2 = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21 \text{ (cách)}$$

Câu 84: Minh có 4 vé xem bóng đá và muốn mời thêm các bạn đi xem cùng. Nhưng Minh có tới 6 người bạn thích bóng đá. Hỏi Minh có bao nhiêu cách mời 3 bạn để đi xem bóng đá cùng mình?

Lời giải

Số cách chọn ra 3 người từ 6 người bạn là: $C_6^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$ (cách)

Vậy, Minh có tất cả 20 cách mời 3 bạn đi xem bóng đá cùng mình.

Câu 85: Ông An quyết định sơn ngôi nhà 4 tầng mới xây của mình bằng gam màu xanh. Hãng sơn mà ông An chọn có gam màu xanh với 10 màu xanh có mức độ đậm nhạt khác nhau.

a) Ông An có bao nhiêu cách sơn nhà sao cho 2 tầng khác nhau có màu khác nhau?

b) Sau khi tham khảo ý kiến của mọi người, ông điều chỉnh ý định ban đầu và bây giờ muốn các tầng sơn màu nhạt dần từ thấp lên cao. Số cách sơn nhà theo yêu cầu mới là bao nhiêu?

Lời giải

a) Để có một cách sơn, ông A cần chọn ra một bộ 4 màu sơn khác nhau, có sắp thứ tự (tương ứng với màu sơn của tầng 1, tầng 2, tầng 3 và tầng 4). Do có 10 màu sơn nên số cách sơn là:

$$A_{10}^4 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040 \text{ (cách)}$$

b) Để có một cách sơn nhà, ông An cần chọn ra 4 màu khác nhau từ 10 màu xanh rồi với mỗi bộ 4 màu đã chọn ra, ông An sắp thứ tự từ đậm nhất đến nhạt nhất để sơn các tầng từ thấp lên cao theo mong muốn. Nói cách khác, với mỗi bộ 4 màu khác nhau, ông An có một cách sơn. Ngược lại, rõ ràng mỗi cách sơn phải dùng 4 màu khác nhau. Như vậy, số cách sơn bằng số

cách chọn ra 4 màu sơn từ 10 màu sơn, nghĩa là có: $C_{10}^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$ (cách)

Câu 86: Lớp 10B có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 bạn tham gia vào đội thiện nguyện của trường trong mỗi trường hợp sau?

a. Ba học sinh được chọn là bất kì.

- b. Ba học sinh được chọn gồm 1 nam và 2 nữ?
 c. Có ít nhất một nam trong ba học sinh được chọn.

Lời giải

a. Chọn 3 bạn bất kì trong 40 học sinh là tổ hợp chập 3 của 40 phần tử, nên số cách chọn là:
 $C_{40}^3 = 9880$ cách.

b. Chọn 1 nam từ 25 nam, số cách chọn: $C_{25}^1 = 25$ cách.

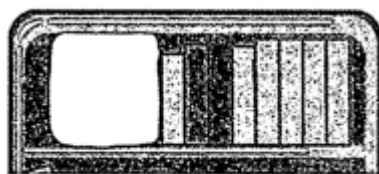
Chọn 2 nữ từ 15 nữ, số cách chọn: $C_{15}^2 = 105$ cách.

Vậy số cách chọn 1 nam, 2 nữ là: $25 \cdot 105 = 2625$ cách.

c. Xét trường hợp, không có học sinh nam nào được chọn, thì sẽ chọn 3 bạn nữ, số cách chọn là: $C_{15}^3 = 455$ cách.

Để trong 3 bạn được chọn có ít nhất 1 bạn nam thì số cách chọn là: $C_{40}^3 - C_{15}^3 = 9425$ cách.

Câu 87: Có 5 cuốn sách Toán học khác nhau và 3 cuốn sách Sinh học khác nhau.



Hình 1

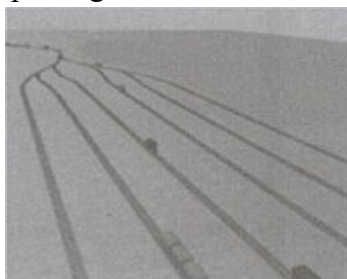
- a) Có bao nhiêu cách xếp các cuốn sách này thành một dãy trên giá sách?
 b) Nếu yêu cầu thêm các cuốn sách cùng môn phải được xếp cạnh nhau thì có bao nhiêu Hình 1 cách xếp?

Lời giải

a) Mỗi cách sắp xếp 8 cuốn sách thành một dãy trên giá là một hoán vị của 8 cuốn sách này. Do đó, có $8! = 40320$ cách sắp xếp.

b) Có $5!$ cách sắp xếp 5 cuốn sách Toán học cạnh nhau để thành một dãy. Có $3!$ cách sắp xếp 3 cuốn sách Sinh học cạnh nhau để thành một dãy. Có $2!$ cách sắp xếp 2 dãy trên cạnh nhau để thành một dãy mới. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách sắp xếp các cuốn sách trên thành một dãy sao cho các sách cùng môn được xếp cạnh nhau là $5!3!2! = 1440$ (cách xếp).

Câu 88: Một ga tàu hoả có 6 đường nhánh, mỗi nhánh chỉ đỗ được một đoàn tàu. Hiện các đường nhánh đều đang trống và có 3 đoàn tàu sắp vào ga. Có bao nhiêu cách bố trí nhánh đỗ cho 3 đoàn tàu?



Giải

Mỗi cách chọn 3 đường nhánh và bố trí nhánh đỗ cho 3 đoàn tàu là một chỉnh hợp chập 3 của 6 đường nhánh. Do đó, số cách bố trí là $A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ (cách).

Câu 89: Một bệnh viện có 12 bác sĩ nội khoa và 10 bác sĩ ngoại khoa. Bệnh viện cần cử 5 bác sĩ tham gia vào đội y tế cứu trợ thiên tai.

a) Cần cử 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

b) Cần cử ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

Giải

a) Mỗi cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa là một tổ hợp chập 3 của 12 bác sĩ này. Do đó, có C_{12}^3 cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa. Có C_{10}^2 cách chọn 2 trong 10 bác sĩ ngoại khoa. Áp dụng quy tắc nhân, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa là: $C_{12}^3 C_{10}^2 = 220 \cdot 45 = 9900$ (cách).

b) Có hai phương án thực hiện.

Phương án 1: Chọn 2 bác sĩ nội khoa và 3 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^2 C_{10}^3$ cách chọn.

Phương án 2: Chọn 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^3 C_{10}^2$ cách chọn. Áp dụng quy tắc cộng, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa là: $C_{12}^2 C_{10}^3 + C_{12}^3 C_{10}^2 = 66 \cdot 120 + 220 \cdot 45 = 17820$ (cách).

Câu 90: Trong một lô 100 sản phẩm, có 97 chính phẩm (sản phẩm đạt tiêu chuẩn) và 3 thứ phẩm (sản phẩm không đạt tiêu chuẩn). Từ 100 sản phẩm này, có bao nhiêu cách lấy ra 3 sản phẩm mà

a) 3 sản phẩm được lấy bất kì?

b) trong đó có 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm?

c) trong đó có ít nhất một thứ phẩm?

Giải

a) Mỗi cách lấy 3 sản phẩm từ 100 sản phẩm là một tổ hợp chập 3 của 100 sản phẩm. Do đó, số cách lấy 3 sản phẩm bất kì là $C_{100}^3 = 161700$ (cách).

b) Có C_{97}^2 cách lấy 2 chính phẩm từ 97 chính phẩm. Có C_3^1 cách lấy 1 thứ phẩm từ 3 thứ phẩm. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách lấy 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm là $C_{97}^2 C_3^1 = 4656 \cdot 3 = 13968$ (cách).

c) Trong 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 thứ phẩm trong 3 trường hợp sau đây.

Trường hợp 1: Có đúng 1 thứ phẩm.

Trường hợp này có $C_{97}^2 C_3^1 = 4656 \cdot 3 = 13968$ cách lấy, như đã tính ở trên.

Trường hợp 2: Có đúng 2 thứ phẩm.

Trường hợp này có $C_{97}^1 C_3^2 = 97 \cdot 3 = 291$ cách lấy.

Trường hợp 3: Có đúng 3 thứ phẩm.

Trường hợp này có $C_3^3 = 1$ cách lấy.

Áp dụng quy tắc cộng, số cách lấy 3 sản phẩm có ít nhất 1 thứ phẩm là $13968 + 291 + 1 = 14260$ (cách).

Cách khác: Có thể giải bài toán bằng cách tìm phần bù. Số cách lấy 3 sản phẩm đều là chính phẩm là C_{97}^3 . Từ đó, số cách lấy 3 sản phẩm trong đó có ít nhất một thứ phẩm là $C_{100}^3 - C_{97}^3 = 161700 - 147440 = 14260$ (cách).

Câu 91: Tổ Một có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Có bao nhiêu cách cử 3 bạn của tổ làm trực nhật trong mỗi trường hợp sau?

- 3 bạn được chọn bất kì
- 3 bạn gồm 2 nam và 1 nữ.

Lời giải

a. Chọn 3 bạn bất kì trong 7 bạn trong tổ trực nhật là một tổ hợp chập 3 của 7 bạn

$$\Rightarrow \text{Có } C_7^3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35 \text{ (cách chọn).}$$

b. Việc chọn 3 bạn gồm 2 nam và 1 nữ của tổ làm trực nhật gồm 2 công đoạn:

- CD1: Chọn 2 bạn nam trong 4 bạn nam trong tổ trực nhật là một tổ hợp chập 2 của 4 bạn.

$$\Rightarrow \text{Có } C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6 \text{ (cách chọn).}$$

- CD2: Chọn 1 bạn nữ trong 5 bạn nữ trong tổ trực nhật là một tổ hợp chập 1 của 5 bạn.

$$\Rightarrow C_5^1 = 5 \text{ (cách chọn)}$$

\Rightarrow Áp dụng quy tắc nhân có $6.5 = 30$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 92: Từ một danh sách gồm 8 người, người ta bầu ra một ủy ban gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch, một thư kí và một ủy viên. Có bao nhiêu khả năng có thể về kết quả bầu ủy ban này?

Lời giải

Việc chọn bầu ra một ủy ban gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch, một thư kí và một ủy viên gồm 4 công đoạn:

- CD1: Chọn 1 chủ tịch trong danh sách 8 người là một tổ hợp chập 1 của 8 người

$$\Rightarrow \text{Có: } C_8^1 = 8 \text{ (cách chọn)}$$

- CD2: Chọn một phó chủ tịch trong 7 người còn lại là một tổ hợp chập 1 của 7 người

$$\Rightarrow \text{Có: } C_7^1 = 7 \text{ (cách chọn)}$$

- CD3: Chọn một thư kí trong 6 người còn lại là một tổ hợp chập 1 của 6 người \Rightarrow Có: $C_6^1 = 6$ (cách chọn)

- CD4: Chọn một ủy viên trong 5 người còn lại là một tổ hợp chập 1 của 5 người

$$\Rightarrow C_6^1 = 5 \text{ (cách chọn)}$$

$$\Rightarrow \text{Áp dụng quy tắc nhân: } 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680 \text{ (cách chọn)}$$

Vậy có 1680 khả năng về kết quả bầu ủy ban này.

Câu 93: Một nhóm gồm 7 bạn đến trung tâm chăm sóc người cao tuổi làm từ thiện. Theo chỉ dẫn của trung tâm, 3 bạn hỗ trợ đi lại, 2 bạn hỗ trợ tắm rửa và 2 bạn hỗ trợ ăn uống. Có bao nhiêu cách phân công các bạn trong nhóm làm các công việc trên?

Lời giải

Việc phân công các bạn trong nhóm làm các công việc theo chỉ dẫn của trung tâm gồm 3 công đoạn:

- CD1: Chọn 3 bạn hỗ trợ đi lại trong 7 bạn đến trung tâm là một tổ hợp chập 3 của 7.

$$\Rightarrow \text{Có: } C_7^3 = 35 \text{ (cách chọn)}$$

- CD2: Chọn 2 bạn hỗ trợ tắm rửa trong 6 bạn còn lại là một tổ hợp chập 2 của 7

$$\Rightarrow \text{Có: } C_6^2 = 21 \text{ (cách chọn)}$$

- CD3: Chọn 2 bạn hỗ trợ ăn uống trong 5 bạn còn lại là một tổ hợp chập 2 của 5

$$\Rightarrow \text{Có: } C_5^2 = 10 \text{ (cách chọn)}$$

$$\Rightarrow \text{Áp dụng quy tắc nhân có: } 35 \cdot 21 \cdot 10 = 7350 \text{ cách chọn thỏa mãn yêu cầu đề.}$$

Câu 94: Mùa giải 2019, giải bóng đá vô địch quốc gia (V. League) có 14 đội bóng tham gia. Các đội bóng đấu vòng tròn hai lượt đi và về. Hỏi cả giải đấu có bao nhiêu trận đấu?

Lời giải

Chọn 2 đội trong 14 đội bóng tham gia để thi đấu lượt đi là một tổ hợp chập 2 của

14

$$\Rightarrow C_{14}^2 = 91 \text{ (trận)}$$

$$\Rightarrow \text{Cả giải đấu lượt đi và về có số trận đấu là: } 2 \cdot 91 = 182 \text{ (trận)}$$

Câu 95: Sau khi biên soạn 9 câu hỏi trắc nghiệm, cô giáo có thể tạo ra bao nhiêu đề kiểm tra khác nhau bằng cách đảo thứ tự các câu hỏi đó.

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp thứ tự để tạo một đề ta được một hoán vị của 9 câu hỏi. Do đó, số đề khác nhau có thể tạo ra là $9! = 362880$.

Câu 96: Một giải đấu có 4 đội bóng A, B, C và D tham gia. Các đội đấu vòng tròn một lượt để tính điểm và xếp hạng.

a) Có tất cả bao nhiêu trận đấu?

b) Có tất cả bao nhiêu khả năng có thể xảy ra về đội vô địch và á quân?

c) Có bao nhiêu khả năng về bảng xếp hạng sau khi giải đấu kết thúc? Biết rằng không có hai đội nào đồng hạng.

Lời giải

a) Cứ hai đội bất kì thì có một trận đấu. Do đó, số trận đấu của giải bằng số tổ hợp chập 2 của 4 đội, tức bằng $C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$.

b) Mỗi kết quả của giải đấu về đội vô địch và á quân là một chỉnh hợp chập 2 của 4 đội. Do đó, số kết quả này bằng $A_4^2 = 4.3 = 12$.

c) Mỗi kết quả về bảng xếp hạng của giải đấu là một hoán vị của 4 đội. Do đó, số kết quả có thể xảy ra là $P_4 = 4! = 24$.

Câu 97: Một tổ công nhân 9 người làm vệ sinh cho một toà nhà lớn. Cần phân công 3 người lau cửa sổ, 4 người lau sàn và 2 người lau cầu thang. Tổ có bao nhiêu cách phân công?

Lời giải

Có C_9^3 cách chọn 3 trong 9 người để lau cửa sổ. Tiếp theo, có C_6^4 cách chọn 4 trong 6 người còn lại để lau sàn. Cuối cùng, có C_2^2 cách chọn 2 người trong 2 người còn lại để lau cầu thang.

Áp dụng quy tắc nhân, ta có $C_9^3 C_6^4 C_2^2 = 84 \cdot 15 \cdot 1 = 1260$ cách phân công.

Câu 98: Chọn 4 trong số 3 học sinh nam và 5 học sinh nữ tham gia một cuộc thi.

a) Nếu chọn 2 nam và 2 nữ thì có bao nhiêu cách chọn?

b) Nếu trong số học sinh được chọn nhất thiết phải có học sinh nam A và học sinh nữ B thì có bao nhiêu cách chọn?

c) Nếu phải có ít nhất một trong hai học sinh A và B được chọn, thì có bao nhiêu cách chọn?

d) Nếu trong 4 học sinh được chọn phải có cả học sinh nam và học sinh nữ thì có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

a) Chọn 2 trong 3 học sinh nam, rồi chọn 2 trong 5 học sinh nữ.

Ta có: $C_3^2 C_5^2 = 3.10 = 30$.

b) Sau khi đã có A và B , chọn 2 trong 6 học sinh còn lại. Ta có $C_6^2 = 15$.

c) Chia thành 3 phương án: có cả A và B ; chỉ có A ; chỉ có B .

Nên ta có: $C_6^2 + C_6^3 + C_6^3 = 15 + 20 + 20 = 55$.

d) Chia thành 3 phương án: có 1 học sinh nam; có 2 học sinh nam; có 3 học sinh nam.

Nên ta có: $C_3^1 C_5^3 + C_3^2 C_5^2 + C_3^3 C_5^1 = 3.10 + 3.10 + 1.5 = 65$.

Câu 99: Bạn An có 4 cái bánh khác nhau từng đôi một. An có bao nhiêu cách chọn ra một số cái bánh (tính cả trường hợp không chọn cái nào) để mang theo trong buổi dã ngoại?

Lời giải

Số cách chọn của An bằng số tập hợp con của tập hợp A gồm 4 cái bánh của An, tức bằng $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = (1+1)^4 = 2^4 = 16$.

Câu 100: Một nhóm tình nguyện viên gồm 4 học sinh lớp 10A, 5 học sinh lớp 10B và 6 học sinh lớp 10C.

Để tham gia một công việc tình nguyện, nhóm có bao nhiêu cách cử ra

- 1 thành viên của nhóm?
- 3 thành viên của nhóm đang học ở ba lớp khác nhau?
- 2 thành viên của nhóm đang học ở hai lớp khác nhau?

Lời giải

a.

- PA1: Chọn 1 thành viên bất kì trong 4 học sinh lớp 10A là một tổ hợp chập 1 của 4 học sinh
 $\Rightarrow C_4^1 = 4$ (cách)

- PA2: Chọn 1 thành viên bất kì trong 5 học sinh lớp 10B là một tổ hợp chập 1 của 5 học sinh
 $\Rightarrow C_5^1 = 5$ (cách)

- PA3: Chọn 1 thành viên bất kì trong 6 học sinh lớp 10C là một tổ hợp chập 1 của 6 học sinh
 $\Rightarrow C_6^1 = 6$ (cách)

\Rightarrow Áp dụng quy tắc cộng: $4 + 5 + 6 = 15$ cách thỏa mãn yêu cầu đề.

b. Việc chọn 3 thành viên của nhóm đang học ở ba lớp khác nhau gồm 3CE :

- CD1: Mỗi 1 thành viên bất kì trong 4 học sinh lớp 10A là một tổ hợp chập 1 của 4 học sinh
 $\Rightarrow C_4^1 = 4$

- CD2: Mỗi 1 thành viên bất kì trong 5 học sinh lớp 10B là một tổ hợp chập 1 của 5 học sinh
 $\Rightarrow C_5^1 = 5$

- CD3: Mỗi 1 thành viên bất kì trong 6 học sinh lớp 10C là một tổ hợp chập 1 của 6 học sinh
 $\Rightarrow C_6^1 = 6$

\Rightarrow Áp dụng quy tắc nhân: $4.5.6 = 120$ (cách) thỏa mãn yêu cầu đề.

c. Việc chọn 2 thành viên của nhóm đang học ở hai lớp khác nhau gồm 2 PÁ:

- PÁ1: Chọn 1 thành viên của lớp 10A và 1 thành viên của lớp 10B

$\Rightarrow C_4^1 \cdot C_5^1 = 4.5 = 20$ (cách)

- PÁ2: Chọn 1 thành viên của lớp 10A và 1 thành viên của lớp 10C

$\Rightarrow C_4^1 \cdot C_6^1 = 4.6 = 24$ (cách)

- PÁ3: Chọn 1 thành viên của lớp 10B và một thành viên của lớp 10C

$\Rightarrow C_5^1 \cdot C_6^1 = 5.6 = 30$ (cách)

\Rightarrow Áp dụng quy tắc cộng: $20 + 24 + 30 = 74$ cách thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 101: Một khoá số có 3 vòng số (mỗi vòng gồm 10 số, từ 0 đến 9) như Hình 1. Người dùng cần đặt mật mã cho khoá là một dãy số có ba chữ số. Để mở khoá, cần xoay các vòng số để dãy số phía trước khoá trùng với mật mã đã chọn. Có bao nhiêu cách chọn mật mã cho khoá?

Lời giải

Việc chọn mật mã cho khoá gồm 3 công đoạn:

- CD1: Chọn 1 mã số trong 10 chữ số ở vòng số thứ nhất $\Rightarrow C_{10}^1 = 10$ (cách)

- CD2: Chọn 1 mã số trong 10 chữ số ở vòng số thứ hai $\Rightarrow C_{10}^1 = 10$ (cách)

- CD3: Chọn 1 mã số trong 10 chữ số ở vòng số thứ hai $\Rightarrow C_{10}^1 = 10$ (cách)

\Rightarrow Áp dụng quy tắc nhân: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ cách chọn mật mã cho khoá.

Câu 102: Thực đơn tại một quán cơm văn phòng có 6 món mặn, 5 món rau và 3 món canh. Tại đây, một nhóm khách muốn chọn bữa trưa gồm cơm, 2 món mặn, 2 món rau và 1 món canh. Nhóm khách có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Việc chọn bữa trưa gồm 2 món mặn, món rau và 1 món canh gồm 3 CD:

- CD1: Mỗi cách chọn 2 món mặn trong 6 món mặn là một tổ hợp chập 2 của 6 món canh

$\Rightarrow C_6^2 = 15$ (cách chọn)

- CD2: Mỗi cách chọn 2 món rau trong 5 món rau là một tổ hợp chập 2 của 5 món canh.

$\Rightarrow C_5^2 = 10$ (cách chọn)

- CD3: Mỗi cách chọn 1 món canh trong 3 món canh là một tổ hợp chập 1 của 3 món canh

$\Rightarrow C_3^1 = 3$ (cách chọn)

\Rightarrow Áp dụng quy tắc nhân: $15 \cdot 10 \cdot 3 = 450$ (cách chọn).

Vậy nhóm khách có 450 cách chọn bữa trưa.

Câu 103: Từ một danh sách gồm 9 người, người ta bầu ra một uỷ ban gồm một chủ tịch, một phó chủ tịch và 3 uỷ viên. Có bao nhiêu khả năng có thể về kết quả bầu uỷ ban này?

Lời giải

$9 \cdot 8 \cdot C_7^3 = 9 \cdot 8 \cdot 35 = 2520$.

Câu 104: Trong một bài thi bằng hình thức trắc nghiệm có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời A, B, C, D . Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Nếu thí sinh chọn ngẫu nhiên đáp án của tất cả 50 câu hỏi thì số khả năng đạt 9,4 điểm ở bài thi trên là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50 - x$ là số câu trả lời sai.

Ta có số điểm của thí sinh là $0,2x - 0,1(50 - x) = 9,4 \Leftrightarrow x = 48$.

Do đó, thí sinh làm đúng 48 câu và sai 2 câu thì được 9,4 điểm.

Vì mỗi câu hỏi có 1 phương án đúng và 3 phương án sai nên số khả năng đạt 9,4 điểm ở bài thi trên là $C_{50}^{48} \cdot 1 \cdot 3^2 = 11025$.