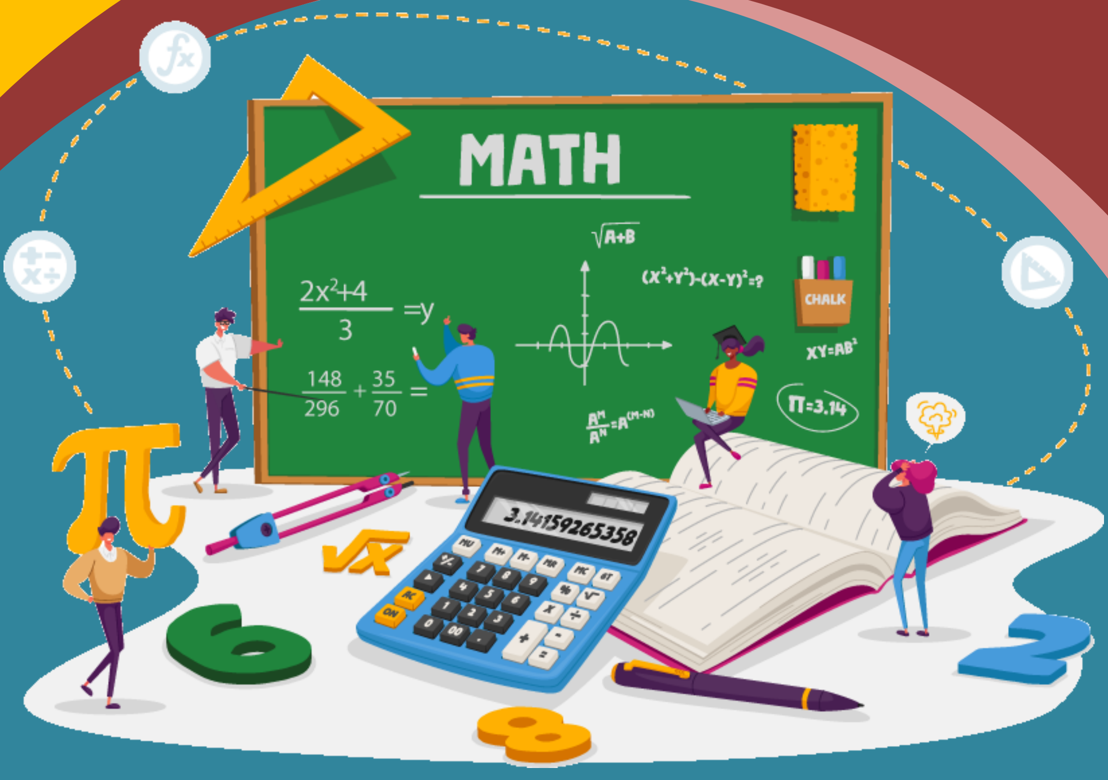
LÊ BÁ BẢO
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

Chuyên đề HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



Chủ đề 1: VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

I. LÝ THUYẾT

1. Vectơ trong không gian

+) Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.

+) Độ dài của vectơ trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

Chú ý. *Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, đối với vectơ trong không gian ta cũng có các kí hiệu và khái niệm sau:*

- Vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$.

- Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vectơ thì vectơ còn được kí hiệu là $\vec{x},\vec{y},\vec{a},\vec{b},...$

- Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $\left|\overrightarrow{AB}\right|$, độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $\left|\vec{a}\right|$.

- Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vectơ được gọi là giá của vectơ đó.

Hai vectơ cùng phương, cùng hướng/ ngược hướng, hai vectơ bằng nhau trong không gian

- Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.

- Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.

- Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu là $\vec{a}=\vec{b}$, nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng.

Chú ý. *Tương tự vectơ trong mặt phẳng, ta có tính chất và các quy ước sau đối với vectơ trong không gian:*

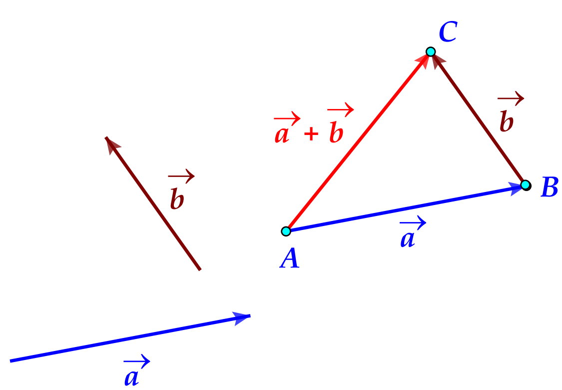
- Trong không gian, với mỗi điểm O và vectơ $\vec{a}$ cho trước, có duy nhất điểm M sao cho $\overrightarrow{OM}=\vec{a}$.

- Các vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ví dụ như $\overrightarrow{AA},\overrightarrow{BB},...$ gọi là các vectơ – không.

- Ta quy ước vectơ- không có độ dài bằng 0, cùng hướng (và vì vậy cùng phương) với mọi vectơ. Do đó, vectơ- không đều bằng nhau và được kí hiệu chung là $\vec{0}$.

2. Tổng và hiệu của hai vectơ trong không gian

a) Tổng của hai vectơ trong không gian



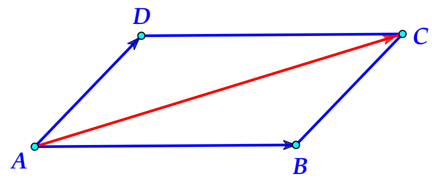
Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A bất kì và các điểm B,C sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Khi đó, vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a}+\vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy tổng của hai vectơ được gọi là phép cộng vectơ.

Nhận xét. *Quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng vẫn đúng trong không gian:*

*** Quy tắc ba điểm:** Nếu A,B,C là ba điểm bất kì thì $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$.

*** Quy tắc hình bình hành:** Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}}$.

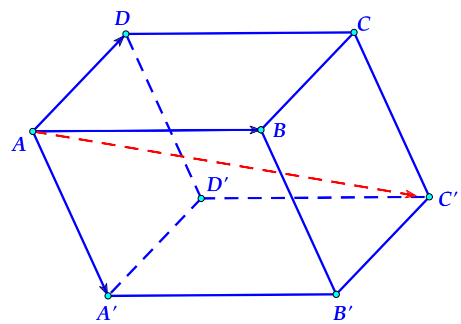


Chú ý. *Tương tự như phép cộng vectơ trong mặt phẳng, phép cộng vectơ trong không gian có các tính chất sau:*

- *Tính chất giao hoán*: Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$.
- *Tính chất kết hợp*: Nếu $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ là ba vectơ bất kì thì $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$.
- *Tính chất cộng với vectơ* $\vec{0}$: Nếu $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$.

Từ tính chất kết hợp của phép cộng vectơ trong không gian, ta có thể viết tổng của ba vectơ $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ là $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ mà không cần sử dụng các dấu ngoặc. Tương tự đối với tổng của nhiều vectơ trong không gian.

*** Quy tắc hình hộp:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, ta có: $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}}$.



b) Hiệu của hai vectơ trong không gian

*** Khái niệm vectơ đối**

Trong không gian, vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ được gọi là **vectơ đối** của vectơ $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$.

*** Chú ý.**

- Hai vectơ là đối nhau nếu và chỉ nếu tổng của chúng bằng $\vec{0}$.
- Vectơ $\overrightarrow{BA}$ là một vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AB}$.
- Vectơ $\vec{0}$ được coi là vectơ đối của chính nó.

Tương tự như hiệu của hai vectơ trong mặt phẳng, ta có định nghĩa về hiệu của hai vectơ trong không gian:

Vectơ $\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$ được gọi là **hiệu hai** vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và kí hiệu là $\vec{a}-\vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy hiệu của hai vectơ được gọi là phép trừ vectơ.

*** Quy tắc hiệu hai vectơ:**

Với ba điểm O,A,B bất kì trong không gian, ta có: $\boxed{\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AB}}$.

3. Tích của một số với một vectơ trong không gian

Tương tự như tích một số với một vectơ trong mặt phẳng, ta có định nghĩa về tích của một số với một vectơ trong không gian.

Trong không gian, tích của một số thực $k\neq 0$ với một vectơ $\vec{a}\neq\vec{0}$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$

được xác định như sau:

- Cùng hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k>0$; ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ nếu $k<0$.
- Có độ dài bằng $|k|.|\vec{a}|$.

Trong không gian, phép lấy tích của một số và một vectơ được gọi là phép nhân một số với một vectơ.

Chú ý.

- Quy ước $k\vec{a}=\vec{0}$ nếu $k=0$ hoặc $\vec{a}=\vec{0}$.
- Trong không gian, điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b}\neq\vec{0}$) cùng phương là có một số thực k sao cho $\vec{a}=k\vec{b}$.

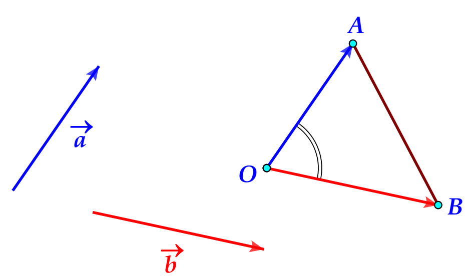
Tương tự như phép nhân một số với một vectơ trong mặt phẳng, phép nhân một số với một vectơ trong không gian có các tính chất sau:

- *Tính chất kết hợp*: Nếu h,k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $h\left(k\vec{a}\right)=\left(hk\right)\vec{a}$.
- *Tính chất phân phối*: Nếu h,k là hai số thực và $\vec{a},\vec{b}$ là hai vectơ bất kì thì $\left(h+k\right)\vec{a}=h\vec{a}+k\vec{a}$ và $k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=k\vec{a}+k\vec{b}$.
- Tính chất nhân với 1 và -1: Nếu $\vec{a}$ là một vectơ bất kì thì $1\vec{a}=\vec{a}$ và $\left(-1\right)\vec{a}=-\vec{a}$.

4. Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian

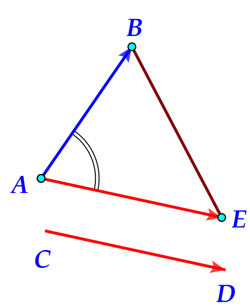
a) Góc giữa hai vectơ trong không gian

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm O bất kì và gọi A,B là hai điểm sao cho $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b}$. Khi đó, góc AOB,$\left(0°\le AOB\le 180°\right)$ được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là: $\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.



Chú ý.

- Để xác định góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ trong không gian, ta có thể lấy điểm E sao cho $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CD}$, khi đó: $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=BAE$.



- Quy ước góc giữa một vectơ bất kì và $\vec{0}$ có thể nhận một giá trị tùy ý từ $0°$ đến $180°$.

b) Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a}.\vec{b}$, được xác định bởi công thức: $\boxed{\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}$.

Chú ý.

- Quy ước: Nếu $\vec{a}=\vec{0}$ hoặc $\vec{b}=\vec{0}$ thì $\vec{a}.\vec{b}=0$.
- Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khi đó: $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0$.
- Với mọi vectơ $\vec{a}$, ta có: $\vec{a}^2=|\vec{a}|^2$.
- Nếu $\vec{a},\vec{b}$ là hai vectơ khác $\vec{0}$ thì $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}$.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Sử dụng các đỉnh của hình hộp làm điểm đầu và điểm cuối của vectơ.

a) Hãy kể tên các vectơ bằng nhau lần lượt bằng các vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA'}$.

b) Hãy kể tên các vectơ luôn có độ dài bằng nhau và bằng độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC}$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}$

Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành. Chứng minh: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

a) Chứng minh $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$

b) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{SA}^2+\overrightarrow{SC}^2=\overrightarrow{SB}^2+\overrightarrow{SD}^2$

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD. Chứng minh: $\overrightarrow{C_1M}=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{C_1D_1}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

Câu 6: Trong không gian, cho tam giác ABC có trọng tâm G. Chứng minh: $AB^2+AC^2+BC^2=3\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)$.

Câu 7: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=3$ và $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=30°$. Tính độ dài của vectơ $3\vec{a}-2\vec{b}$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Phân tích vec tơ $\overrightarrow{DM}$ theo ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{MP}$ theo ba vectơ $\vec{b},\vec{c},\vec{d}$..

Câu 10: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{B'C},\overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$.

Câu 11: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Hãy phân tích véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

Câu 12: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$.

Câu 13: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$.

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Tính $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}$.

Câu 15: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC}$.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$; $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Tìm điểm M xác định bởi $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh a. Điểm I xác định bởi $P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 18: Cho tam giác ABC. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ - không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}$.

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 21: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{y}=-4\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{z}=-3\vec{b}-2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai vectơ $\vec{y}$, $\vec{z}$ cùng phương.
B. Hai vectơ $\vec{x}$, $\vec{y}$ cùng phương.
C. Hai vectơ $\vec{x}$, $\vec{z}$ cùng phương.
D. Ba vectơ $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đồng phẳng.

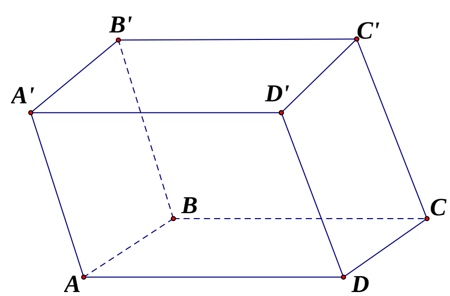
Câu 22: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.
B. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$.
C. $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{B'B}$.
D. $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D'}$.

Câu 23: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{CA}$.
C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.
D. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BO}$.

Câu 24: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{DB'}$. **B.** $\overrightarrow{DB}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{BD'}$.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$.
B. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.
C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$.
D. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}$.

Câu 26: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Với 3 điểm M,N,P tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}$.

B. Với 3 điểm $\mathrm{O},\mathrm{A},\mathrm{B}$ tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AB}$.

C. Vecto $\vec{b}$ là vecto đối của vecto $\vec{a}$ nếu $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ và $\vec{a},\vec{b}$ là hai vecto ngược hướng.

D. Mỗi vecto đều có vecto đối. Vecto đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$, vecto đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$.

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD'. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{CJ}$. **B.** $\overrightarrow{D'A'}=\overrightarrow{IJ}$. **C.** $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{D'J}$. **D.** $\overrightarrow{A'I}=\overrightarrow{JC}$.

Câu 28: Cho $|\vec{a}|=3,|\vec{b}|=5$, góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $120°$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

A. $|\vec{a}-\vec{b}|=7$ **B.** $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{19}$

C. $|\vec{a}+2\vec{b}|=9$ **D.** $|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{139}$.

Câu 29: Cho hai vecto $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}|=26;|\vec{b}|=28;|\vec{a}+\vec{b}|=48$. Độ dài vecto $\vec{a}-\vec{b}$ bằng

A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,AD. Khi đó, vecto cùng hướng với vecto $\overrightarrow{MN}$ là vecto nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{MA}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{BD}$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$, O là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm của AD. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$ **B.** $\overrightarrow{OM}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$

C. $\overrightarrow{OM}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$ **D.** $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$

Câu 32: Cho tứ diện $SABC$. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a},\overrightarrow{SB}=\vec{b},\overrightarrow{SC}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên cạnh BC sao cho $NC=3NB$. Phân tích vecto $\overrightarrow{MN}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ ta được

A. $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}.$

C. $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}.$ **D.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}.$

Câu 33: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

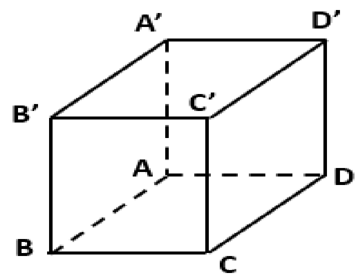
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG}=-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A}$ bằng



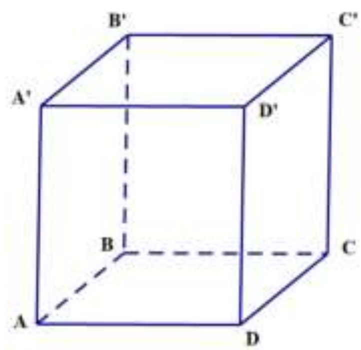
A. $\overrightarrow{AC'}$ **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{AB'}$. **D.** $\overrightarrow{AD'}$.

Câu 36: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 37: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{AA'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{AB'}$. **D.** $\overrightarrow{AD'}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=8\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{OS}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}\right)$.

C. $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}\right)$.

Câu 40: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề dưới đây:

A. $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$. **B.** $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A'D'}$. **C.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{D'C'}$.

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$. Chọn đẳng thức đúng.

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$.

Câu 42: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=k\overrightarrow{AC_1}$

A. $k=4$. **B.** $k=1$. **C.** $k=0$. **D.** $k=2$.

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{DG}$

A. $k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=2$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\frac{1}{2}$.

Câu 44: Cho hình chóp $SABC$, gọi M,N lần lượt là điểm thuộc cạnh SB,SC sao cho $SM=3MB, CN=\frac{1}{3}NS$. Tìm số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{CB}$.

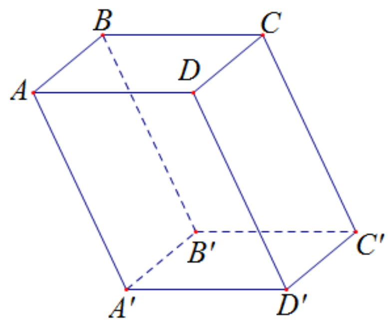
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{-1}{3}$. **C.** $\frac{-3}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB'. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 46: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{C'A}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 47: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND=2NC$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng MN. Biểu diễn vecto $\overrightarrow{AO}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ ta có

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{6}\vec{c}$

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Đặt $\vec{x}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng

A. $\left(1+\sqrt{3}\right)a$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 49: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{d}$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$. **B.** $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$.

C. $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

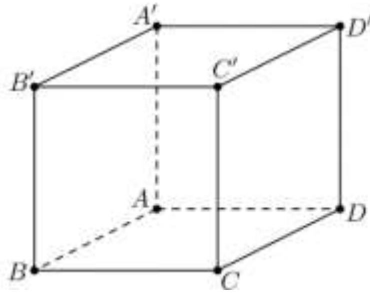
C. $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Câu 51: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi O là trung điểm CH. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$. **B.** $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$.

C. $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$. **D.** $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BF}$.

Câu 52: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{BD'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{B'D}$.

Câu 53: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}$.

Câu 54: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$.

C. $\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{B'A}$.

Câu 55: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

Câu 56: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=2\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{CA_1}+2\overrightarrow{C_1C}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AA_1}$. **D.** $\overrightarrow{CA_1}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC_1}$.

Câu 57: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{CA'}+2\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{CA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC'}$.

Câu 58: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với tâm O. Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

Câu 59: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{CA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC'}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{CA'}+2\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{AA'}$.

Câu 60: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Câu 61: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $P,\ Q$ là trung điểm của AB và CD. Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$.

Câu 63: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\vec{0}$.

Câu 64: Trong không gian cho tam giác ABC. Tìm M sao cho giá trị của biểu thức $P=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. M là trọng tâm tam giác ABC.

B. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

C. M là trực tâm tam giác ABC.

D. M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD, Xác định vị trí của M để $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ nhỏ nhất.

A. Trung điểm AB. **B.** Trùng với trung điểm IJ.

C. Trung điểm IC. **D.** Trung điểm JD.

Câu 66: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \overrightarrow{AC}=\vec{b},\ \overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$. **B.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.

Câu 67: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\ \overrightarrow{AB}=\vec{b},\ \overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$.

A. $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Câu 68: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'},\vec{b}=\overrightarrow{AB},\vec{c}=\overrightarrow{AC}$.

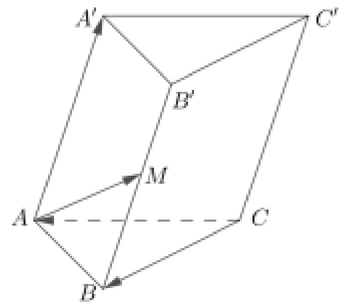
Xét hai mệnh đề sau:

(I) $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$; (II) $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Không có. D. Cả (I) và (II).

Câu 69: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$ (Tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$.

B. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$.

D. $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 70: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'},\vec{b}=\overrightarrow{AB},\vec{c}=\overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vecto $\overrightarrow{AG}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}\right)$.

B. $\frac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

C. $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c}\right)$.

D. $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Câu 71: Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=a, BC=a\sqrt{2}$. Tích vô hướng giữa $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $-\frac{a^2}{2}$ B. $\frac{a^2}{2}$ C. a^2 D. $-a^2$

Câu 72: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{A'D}$.

A. 0. B. a^2. C. $4a^2$. D. $2a^2$.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$. Xét hai mệnh đề

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

Nếu $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Không có. D. Cả (I) và (II).

Câu 74: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Giá trị của $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng

A. a^2. B. $a^2\sqrt{2}$. C. $a^2\sqrt{3}$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 75: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\left|\overrightarrow{AC'}\right|=a\sqrt{3}$.

B. $\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{AB'}=a^2$.

C. $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{CD'}=0$.

D. $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A'}=\vec{0}$.

Câu 76: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm E thoả $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DB}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACDE$.

B. E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $AECD$.
C. E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACED$.
D. E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ADCE$.

Câu 77: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Điểm M thoả $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. M trùng với G. **B.** M thuộc AG và $AM=3AG$.
C. G là trung điểm AM. **D.** M là trung điểm AG.

Câu 78: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và I là trung điểm của BC. Tìm điểm M thoả mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$.
A. M trùng với G. **B.** M là trung điểm của AI.
C. M là trung điểm AG. **D.** M nằm trên mặt cầu tâm G.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, SB. Khi đó số đo góc giữa hai vecto $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{CB}$ bằng với số đo của góc nào sau đây?
A. PMN. **B.** MNP. **C.** MPN. **D.** ASB.

Câu 80: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vecto $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng
A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 81: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tính côsin của góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A_1C_1}$.
A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 82: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh a. Tính số đo góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{EG}$.
A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 83: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp véc tơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$ bằng
A. 30^0. **B.** 120^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 84: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ bằng
A. 0. **B.** $-\frac{a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{2}$. **D.** a^2.

Câu 85: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ theo a.
A. $\frac{1}{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $-a^2$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Câu 86: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác đều cạnh a, các mặt bên của lăng trụ đều là hình vuông. Khi đó, cosin góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{BC'}$ bằng
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 87: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD. Giá trị $\overrightarrow{MS}.\overrightarrow{CB}$ bằng
A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** $-\frac{a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Câu 88: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết $MN=\sqrt{3}a$, góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ bằng
A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Câu 89: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $6a$, $SA = SB = SC = 9a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{2}MC$. Côsin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AM}$ bằng

A. $\frac{7}{2\sqrt{48}}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{19}}{7}$. **D.** $-\frac{7\sqrt{3}}{18}$.

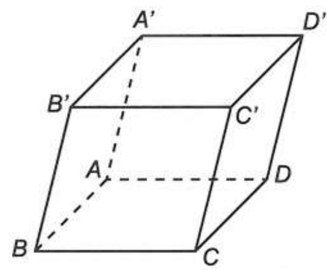
IV. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Sử dụng các đỉnh của hình hộp làm điểm đầu và điểm cuối của vectơ.

a) Hãy kể tên các vectơ bằng nhau lần lượt bằng các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$.

b) Hãy kể tên các vectơ luôn có độ dài bằng nhau và bằng độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:



a) Ta có

+) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{D'C'}$.

+) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

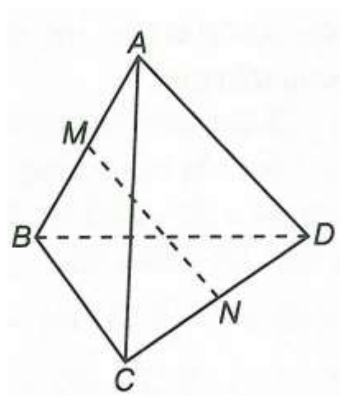
+) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{B'C'}$

+) $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$

b) Từ tính chất của hình bình hành, ta suy ra các vectơ luôn có độ dài bằng độ dài của vectơ $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{D'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{C'B'}$.

Câu 2: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *AB* và *CD*. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC}$ (đẳng thức này đúng).

Do *M, N* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB* và *CD* nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = 0 \end{cases}$

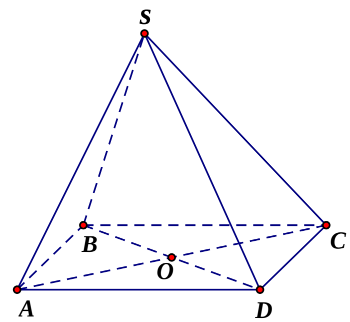
Do đó $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)+\left(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\right)$

$=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}\right)+\left(\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{ND}\right)+2\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{MN}.$

Vậy $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}$.

Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành. Chứng minh: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$.

Lời giải:



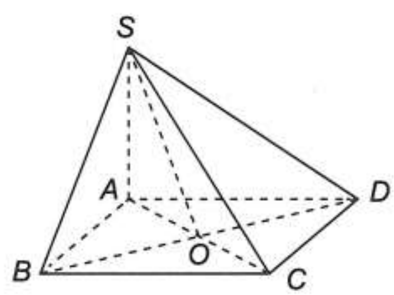
* Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$. Vậy B đúng.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

a) Chứng minh $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$

b) Nếu $ABCD$ là hình chữ nhật thì $\overrightarrow{SA}^2+\overrightarrow{SC}^2=\overrightarrow{SB}^2+\overrightarrow{SD}^2$

Lời giải:



a) Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$ thì O là trung điểm của mỗi đường chéo AC và BD.

Do đó $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$ và $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}.$

Vậy $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}.$

b) Ta có $\overrightarrow{SA}^2=\left(\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OA}\right)^2=\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OA}^2+2\overrightarrow{SO}.\overrightarrow{OA}$,

$\overrightarrow{SC}^2=\left(\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OC}\right)^2=\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OC}^2+2\overrightarrow{SO}.\overrightarrow{OC}$.

Suy ra $\overrightarrow{SA}^2+\overrightarrow{SC}^2=2\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OC}^2+2\overrightarrow{SO}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)$

$=2\left(\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OA}^2\right)$ (vì $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{OC}$ là hai vectơ đối nhau nên $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$)

$=2\left(SO^2+OA^2\right)$

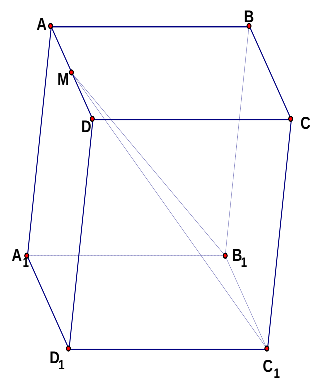
Tương tự. $\overrightarrow{SB}^2+\overrightarrow{SD}^2=2\left(SO^2+OB^2\right)$

Mà $ABCD$ là hình chữ nhật nên $OA=OB$

Suy ra $\overrightarrow{SA}^2+\overrightarrow{SC}^2=\overrightarrow{SB}^2+\overrightarrow{SD}^2$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD. Chứng minh: $\overrightarrow{C_1M}=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{C_1D_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{C_1M}=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{C_1C}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CD}\right)=\overrightarrow{C_1C}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{C_1A_1}+\overrightarrow{C_1D_1}\right)$

$=\overrightarrow{C_1C}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{C_1B_1}+\overrightarrow{C_1D_1}+\overrightarrow{C_1D_1}\right)=\overrightarrow{C_1C}+\overrightarrow{C_1D_1}+\frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$.

Câu 6: Trong không gian, cho tam giác ABC có trọng tâm G. Chứng minh: $AB^2+AC^2+BC^2=3\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)$.

Lời giải:

Cách 1

Ta có: $\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)^2=0\Leftrightarrow GA^2+GB^2+GC^2+2\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GC}+2\overrightarrow{GB}.\overrightarrow{GC}=0$

$\Leftrightarrow GA^2+GB^2+GC^2+\left(GA^2+GB^2-AB^2\right)+\left(GA^2+GC^2-AC^2\right)+\left(GB^2+GC^2-BC^2\right)=0$

$\Leftrightarrow AB^2+AC^2+BC^2=3\left(GA^2+GB^2+GC^2\right)$

Cách 2: Ta có:

$$\begin{cases} MA^2=\dfrac{AB^2+AC^2}{2}-\dfrac{BC^2}{4} \\ GA=\dfrac{2}{3}MA \end{cases}\Rightarrow GA^2=\frac{4}{9}\left(\frac{AB^2+AC^2}{2}-\frac{BC^2}{4}\right).$$

Tương tự ta suy ra được

$$GA^2+GB^2+GC^2=\frac{4}{9}\left(\frac{AB^2+AC^2}{2}-\frac{BC^2}{4}+\frac{BA^2+BC^2}{2}-\frac{AC^2}{4}+\frac{CA^2+CB^2}{2}-\frac{AB^2}{4}\right).$$

$=\frac{1}{3}\ AB^2+BC^2+CA^2$.

$\Leftrightarrow 3\ GA^2+GB^2+GC^2\ =AB^2+BC^2+CA^2$

Cách 3: Chuẩn hóa giả sử tam giác ABC đều có cạnh là 1. Khi đó

$$\begin{cases} AB^2+BC^2+CA^2=3 \\ GA^2+GB^2+GC^2=1 \end{cases} \Rightarrow 3\ GA^2+GB^2+GC^2\ = AB^2+BC^2+CA^2.$$

Câu 7: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=3$ và $(\vec{a},\vec{b})=30^\circ$. Tính độ dài của vectơ $3\vec{a}-2\vec{b}$.

Lời giải:

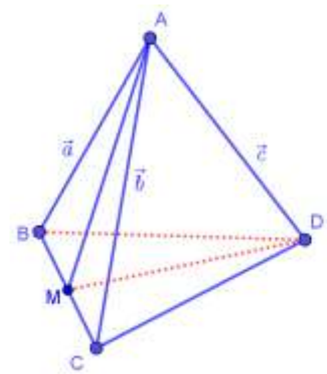
Ta có: $(3\vec{a}-2\vec{b})^2=9\vec{a}^2-12\vec{a}.\vec{b}+4\vec{b}^2$

$=9\vec{a}^2-12|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})+4\vec{b}^2=9.12-12.2\sqrt{3}.3.\cos 30^\circ+4.9=36$

$\Rightarrow |3\vec{a}-2\vec{b}|=6$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Phân tích vec tơ $\overrightarrow{DM}$ theo ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$.

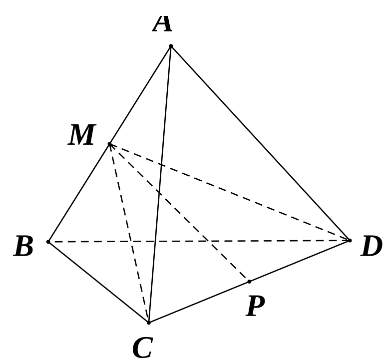
Lời giải:



$\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c})$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{MP}$ theo ba vectơ $\vec{b},\vec{c},\vec{d}$..

Lời giải:



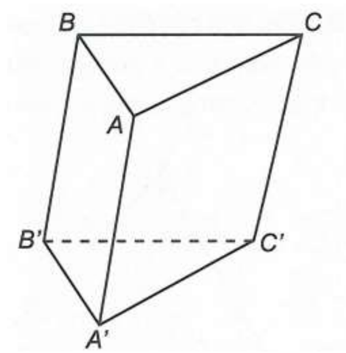
Ta có: $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{MD}=-\frac{1}{4}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DA})$

$=-\frac{1}{4}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA})$

$= -\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}\right) = -\frac{1}{2}\left(-\vec{c}+\vec{b}-\vec{d}\right) = \frac{1}{2}(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b})$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}, \overrightarrow{AB}=\vec{b}, \overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Hãy phân tích các vectơ $\overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{BC'}$ qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Lời giải:

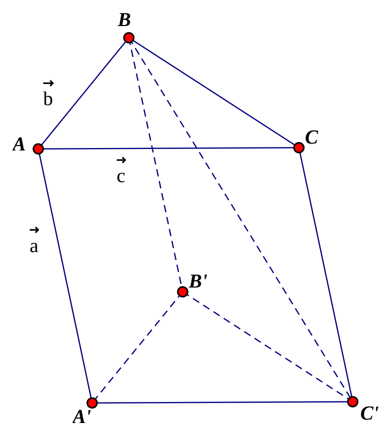


Ta có $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

$\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 11: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\ \overrightarrow{AB}=\vec{b},\ \overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Hãy phân tích véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$.

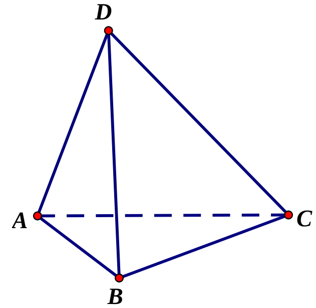
Lời giải:



Vì mặt bên $(BCC'B')$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ nên $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 12: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$.

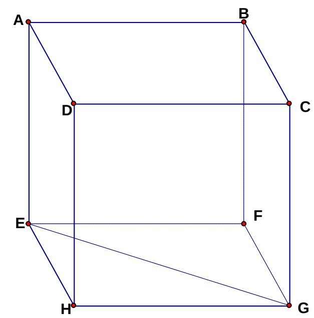
Lời giải:



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right).\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}=CB.CD.\cos 60^0-CA.CD.\cos 60^0=0$.

Câu 13: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$.

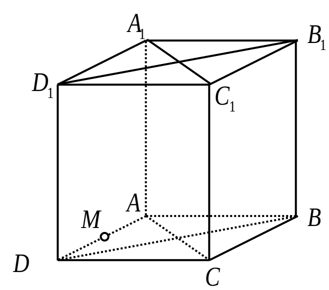
Lời giải:



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EH}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ $(\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{AD})=a^2$ (Vì $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AD}$).

Câu 14: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Tính $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}$.

Lời giải:

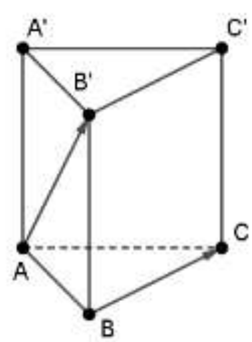


Ta có: $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}=\left(\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}\right)\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD_1}\right)$

$$=\overrightarrow{B_1B}.\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{BA}^2+\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}=-a^2+a^2+\frac{a^2}{2}=\frac{a^2}{2}$$

Câu 15: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:



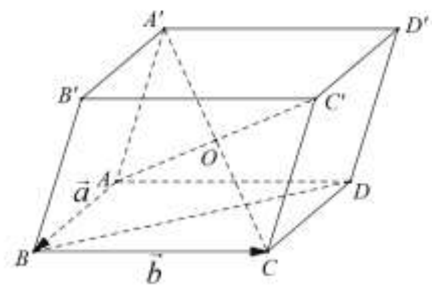
Ta có: $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}\right).\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC}$

$=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ (vì $\overrightarrow{BB'}\perp\overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC}=0$)

$=-\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=-AB.BC.\cos 60^\circ=-a.a.\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}a^2$.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$; $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Tìm điểm M xác định bởi $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$.

Lời giải:

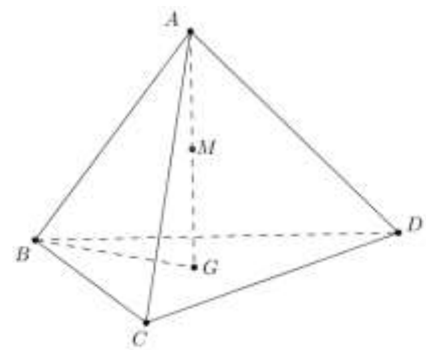


Ta phân tích: $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$.

$\Rightarrow M$ là trung điểm của BB'.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh a. Điểm I xác định bởi $P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Lời giải:



Gọi M là điểm thoả mãn hệ thức $3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\vec{0}$. Suy ra, M cố định vì A,B,C,D cố định.

Ta có:

$P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2=3\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MA}\right)^2+\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MB}\right)^2+\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MC}\right)^2+\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MD}\right)^2$

$=6IM^2+3MA^2+MB^2+MC^2+MD^2+2\overrightarrow{IM}\left(3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)$

$=6IM^2+3MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$.

Do đó để P nhỏ nhất thì I trùng với M.

Gọi G là trọng tâm tam giác BCD.

$3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MA}+\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MG}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}=\vec{0}$

Suy ra M là trung điểm của AG.

Ta có $BG=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a}{\sqrt{3}}\Rightarrow AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow MA = \dfrac{1}{2}AG = \dfrac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow MA^2 = \dfrac{a^2}{6}$.

Lại có $MD^2 = MC^2 = MB^2 = MG^2 + BG^2 = \dfrac{a^2}{6} + \dfrac{a^2}{3} = \dfrac{a^2}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất là $P = 3.\dfrac{a^2}{6} + 3.\dfrac{a^2}{2} = 2a^2$ khi I trùng với M.

Câu 18: Cho tam giác ABC. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ - không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải:

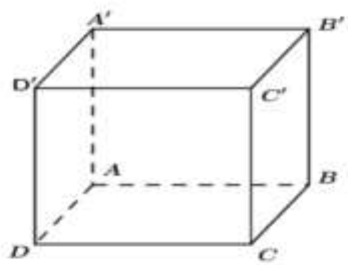
Các vectơ khác vectơ - không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tam giác ABC đó là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}$.

Vậy có 6 vectơ thỏa mãn.

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải:



Vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{CD}$, vì hai vectơ này có giá song song với nhau.

Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải:

Mỗi vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ tương ứng một chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử. Từ đó suy ra số vectơ cần tính là $A_4^2 = 12$.

Câu 21: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

A. Hai vectơ $\vec{y}$, $\vec{z}$ cùng phương. **B.** Hai vectơ $\vec{x}$, $\vec{y}$ cùng phương.

C. Hai vectơ $\vec{x}$, $\vec{z}$ cùng phương. **D.** Ba vectơ $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đồng phẳng.

Lời giải:

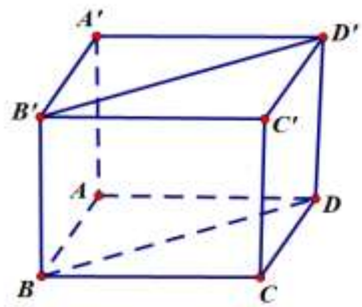
+ Nhận thấy: $\vec{y} = -2\vec{x}$ nên hai vectơ $\vec{x}$, $\vec{y}$ cùng phương.

Câu 22: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$.

C. $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{B'B}$. **D.** $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$.

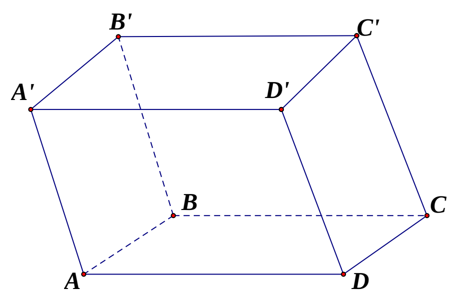
Câu 23: Cho ba điểm A, B, C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.
D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BO}$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$ nên câu $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BO}$ sai.

Câu 24: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{DB'}$. **B.** $\overrightarrow{DB}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{BD'}$.

Lời giải:

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nao dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$.
B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$.
D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA}$.

Lời giải:

A sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC}$(sai)

B sai vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$(sai)

C sai vì $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DB}$(sai)

D đúng vì $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA}$ (đúng)

Câu 26: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Với 3 điểm M, N, P tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.

B. Với 3 điểm O, A, B tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$.

C. Vecto $\vec{b}$ là vectơ đối của vecto $\vec{a}$ nếu $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vectơ ngược hướng.

D. Mỗi vectơ đều có vectơ đối. Vectơ đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$, vectơ đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$.

Lời giải:

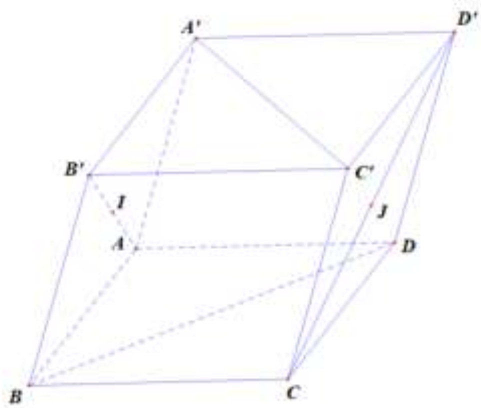
Chọn B sai vì:

Với 3 điểm O, A, B tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}$.

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD'. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{CJ}$. **B.** $\overrightarrow{D'A'}=\overrightarrow{IJ}$. **C.** $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{D'J}$. **D.** $\overrightarrow{A'I}=\overrightarrow{JC}$.

Lời giải:



Câu 28: Cho $\left|\vec{a}\right|=3,\left|\vec{b}\right|=5$, góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $120°$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

A. $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=7$ **B.** $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{19}$

C. $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=9$ **D.** $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|=\sqrt{139}$.

Lời giải:

Ta có: $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2+2\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=3^2+5^2+2.3.5.\cos120°=19$

Suy ra $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{19}$.

Câu 29: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=26;\left|\vec{b}\right|=28;\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=48$. Độ dài vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ bằng

A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.

Lời giải:

$$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}.\vec{b}=2\left(\vec{a}^2+\vec{b}^2\right)-\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2$$

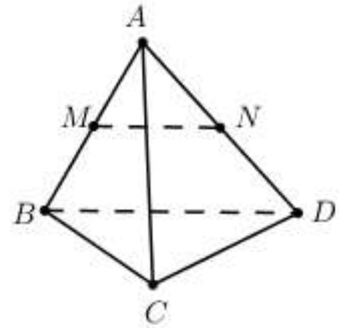
$$=2\left(\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2\right)-\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=2\left(26^2+28^2\right)-48^2=616$$

$$\Rightarrow\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{616}.$$

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,AD. Khi đó, vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{MN}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{MA}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{BD}$.

Lời giải:



Vì MN là đường trung bình của tam giác ABD, nên $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng với nhau.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$, O là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm của AD. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$ **B.** $\overrightarrow{OM}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$

C. $\overrightarrow{OM}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$ **D.** $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}.$

Lời giải:

Ta có O là trọng tâm tam giác ΔBCD nên $\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{DO}=\vec{0}$ (1)

Ta có: $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO};\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CO};\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DO}$

Từ (1) suy ra $3\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\Rightarrow\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Suy ra $\overrightarrow{OA}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ (2)

Mà $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ (3)

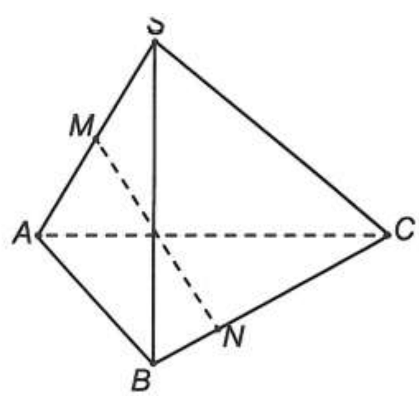
Từ (2) và (3) suy ra $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$

Câu 32: Cho tứ diện $SABC$. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a},\overrightarrow{SB}=\vec{b},\overrightarrow{SC}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên cạnh BC sao cho $NC=3NB$. Phân tích vecto $\overrightarrow{MN}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ ta được

A. $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}.$ **B.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}.$

C. $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}.$ **D.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}.$

Lời giải:



$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MS}+\overrightarrow{SN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{BN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}\right)=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

Câu 33: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:

Theo quy tắc hiệu, ta có: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG}=-\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG}=-\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

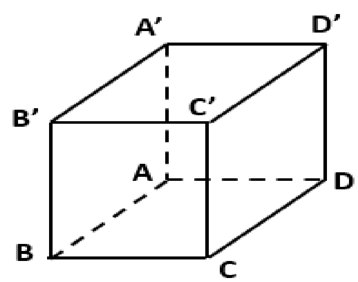
Lời giải:

Ta có G là trọng tâm tam giác BCD nên

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$

Vậy $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$ **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{AB'}$. **D.** $\overrightarrow{AD'}$.

Lời giải:

Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A'}=\overrightarrow{A'C}$.

Câu 36: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

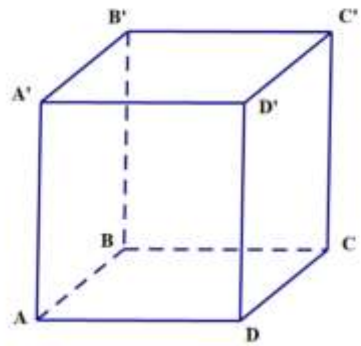
A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:

Theo quy tắc trừ ta có: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

Câu 37: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{AA'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{AB'}$. **D.** $\overrightarrow{AD'}$.

Lời giải:

Cách 1: $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{AA'}=\left(\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'A}\right)+\left(\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A}\right)+\overrightarrow{AA'}$.

$=\left(\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}\right)+\overrightarrow{A'A}=\overrightarrow{A'C'}+\overrightarrow{A'A}=\overrightarrow{A'C}$.

Cách 2: $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A'C}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=8\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{OS}$.

Lời giải:

$ABCD$ là hình bình hành tâm $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SA}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SB}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SC}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SD}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=-4\overrightarrow{OS}=4\overrightarrow{SO}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}\right)$.

C. $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}\right)$.

Lời giải:

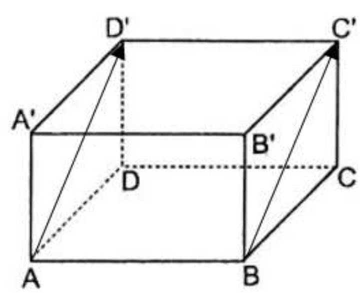
Ta có $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{CG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}\right)$.

Câu 40: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề dưới đây:

A. $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$. **B.** $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A'D'}$. **C.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{D'C'}$.

Lời giải:



Dựa vào hình vẽ, ta xác định được cặp vectơ bằng nhau là $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$. Chọn đẳng thức đúng.

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$.
B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$.
D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$.

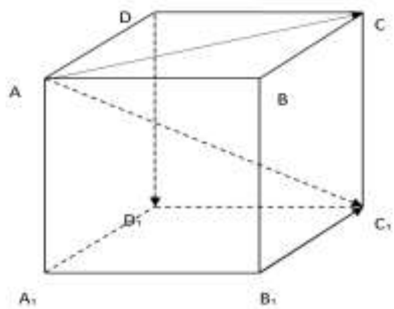
Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}$.

Câu 42: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=k\overrightarrow{AC_1}$

A. $k=4$.
B. $k=1$.
C. $k=0$.
D. $k=2$.

Lời giải:



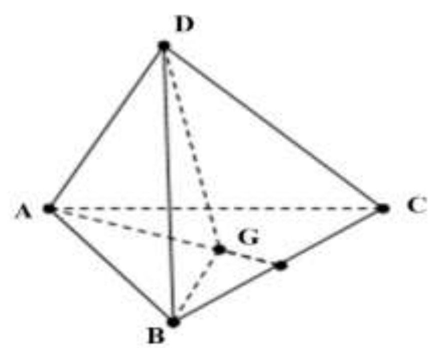
Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AC_1}$. (Quy tắc hình hộp)

Nên $k=1$.

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{DG}$

A. $k=\dfrac{1}{3}$.
B. $k=2$.
C. $k=3$.
D. $k=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

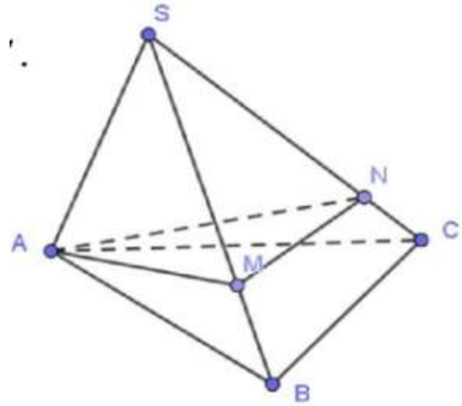


Ta có $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$. ($G$ là trọng tâm tam giác ABC).

Câu 44: Cho hình chóp $SABC$, gọi M,N lần lượt là điểm thuộc cạnh SB,SC sao cho $SM=3MB, CN=\dfrac{1}{3}NS$. Tìm số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{CB}$.

A. $\dfrac{1}{3}$.
B. $\dfrac{-1}{3}$.
C. $\dfrac{-3}{4}$.
D. $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải:



Xét tam giác SBC ta có: $\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{3}{4}$.

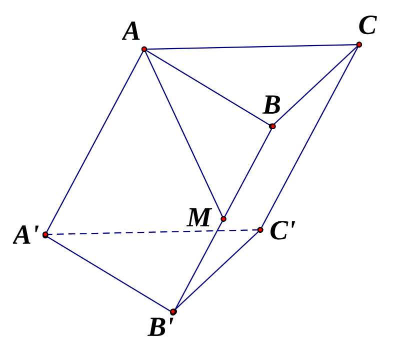
Nên theo định lí Talet ta có: $\begin{cases} MN\ //\ BC \\ MN=\dfrac{3}{4}BC \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB'. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$.
B. $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.
D. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

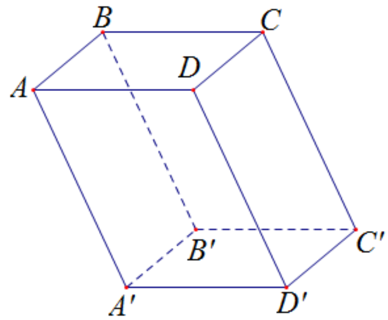
Lời giải:



Vì M là trung điểm của BB' nên ta có:

$2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 46: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{C'A}.$ **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{A'C}.$

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\vec{0}.$ **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}.$

Lời giải:

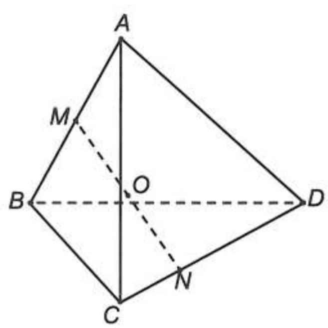
Theo quy tắc hình hộp.

Câu 47: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND=2NC$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng MN. Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{AO}$ theo ba vectơ $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ ta có

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}.$ **B.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{6}\vec{c}.$

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}.$ **D.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}.$

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}\right)$, trong đó $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\vec{a}$;

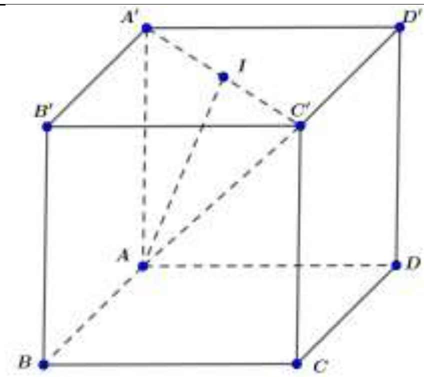
$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$

Vậy $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}\right)=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{6}\vec{c}$.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Đặt $\vec{x}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng

A. $\left(1+\sqrt{3}\right)a$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải:



Gọi I là trung điểm của $A'C'$.

Khi đó $\vec{x}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC'}=2\overrightarrow{AI}\Rightarrow\left|\vec{x}\right|=2AI=2\sqrt{AA'^2+A'I^2}=2\sqrt{a^2+\frac{1}{2}a^2}=a\sqrt{6}$.

Câu 49: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A_1B_1C_1$. Đặt $\overrightarrow{AA_1}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{d}$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

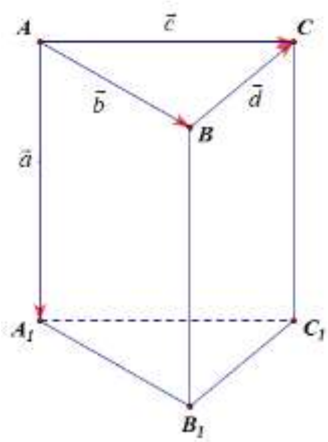
A. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$.

B. $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$.

C. $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.

D. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.

Lời giải:



Vì $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{CC}=\vec{0}$.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Lời giải:

Ta có: $2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

Câu 51: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi O là trung điểm CH. Khẳng định nào sau đây đúng?

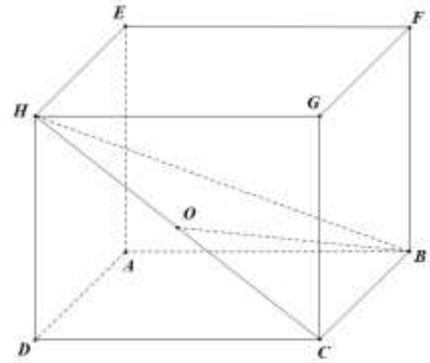
A. $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$.

B. $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$.

C. $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$.

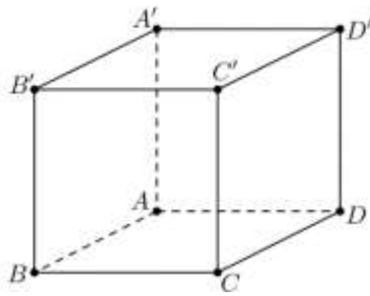
D. $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BF}$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BH}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BF}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$.

Câu 52: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{BD'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{B'D}$.

Lời giải:

$ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên ta có

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{C'C}=\overrightarrow{A'C'}+\overrightarrow{C'C}=\overrightarrow{A'C}$

Câu 53: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}$.

Lời giải:

Ta có:

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CD}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\Rightarrow$ Đáp án A đúng

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CB}\Rightarrow$ Đáp án B đúng

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}+\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BD}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}\Rightarrow$ Đáp án C đung

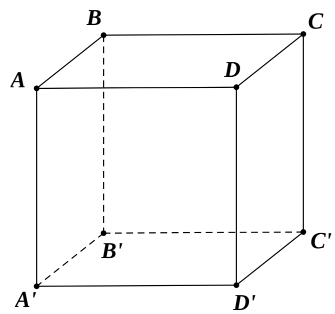
$\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CA}=\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}\right)-\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}\right)=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DA}\Rightarrow$ Đáp án D sai

Câu 54: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$.

C. $\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{B'A}$.

Lời giải:



Phương án A đúng vì theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

Phương án B đúng vì $AD'C'B$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$.

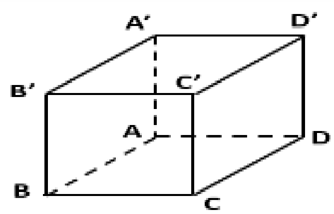
Phương án C đúng vì $\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$.

Phương án D sai vì $DC'B'A$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{AB'}=-\overrightarrow{B'A}$.

Câu 55: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.
B. $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.
D. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

Lời giải:

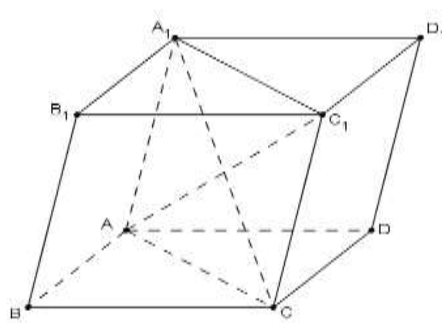


Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

Câu 56: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=2\overrightarrow{AC}$.
B. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{CA_1}+2\overrightarrow{C_1C}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AA_1}$.
D. $\overrightarrow{CA_1}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC_1}$.

Lời giải:



Phương án A: Xét

$\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{A_1C_1}=\left(\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{A_1A}\right)+\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A_1C_1}\right)=\vec{0}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AC}$. Vậy A đúng.

Phương án B: $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{CA_1}+2\overrightarrow{C_1C}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AA_1}+2\overrightarrow{A_1A}=2\overrightarrow{AA_1}+2\overrightarrow{A_1A}=\vec{0}$. Vậy B đúng.

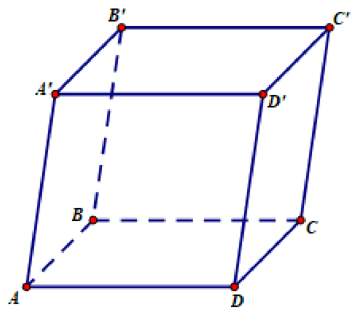
Phương án C: $\overrightarrow{AC_1}+\overrightarrow{A_1C}=2\overrightarrow{AC}\neq\overrightarrow{AA_1}$ nên C sai.

Phương án D: $\overrightarrow{CA_1}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{CC_1}$. Vậy D đúng.

Câu 57: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{AC}$.
B. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{CA'}+2\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{AA'}$.
D. $\overrightarrow{CA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC'}$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{A'C'}+\overrightarrow{C'C}=2\overrightarrow{AC}$. Vậy phương án A là khẳng định đúng, phương án C là khẳng định sai.

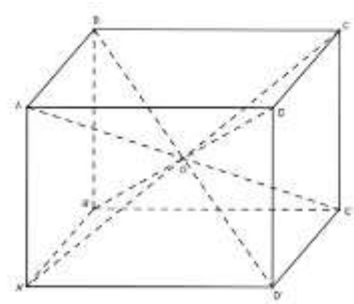
$\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{CA'}+2\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'C'}+\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'A'}+2\overrightarrow{C'C}=2\overrightarrow{CC'}+2\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$. Vậy phương án B là khẳng định đúng.

$\overrightarrow{CA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'A'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC'}$. Vậy phương án D là khẳng định đúng.

Câu 58: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với tâm O. Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$.
B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$.
D. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải:

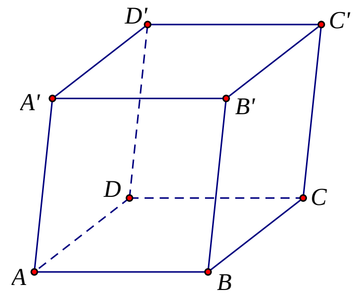


Ta có : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{AD}$ (vô lí).

Câu 59: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{CA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CC'}$.
B. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{CA'}+2\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$.
D. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{AC}$
$=\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{AC}$
$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AC}\neq\overrightarrow{AA'}$.

Câu 60: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.
B. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.
C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.
D. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

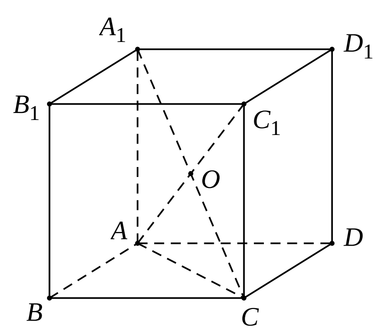
Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC'}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Câu 61: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.
B. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.
C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.
D. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AC_1}=2\overrightarrow{AO}$.

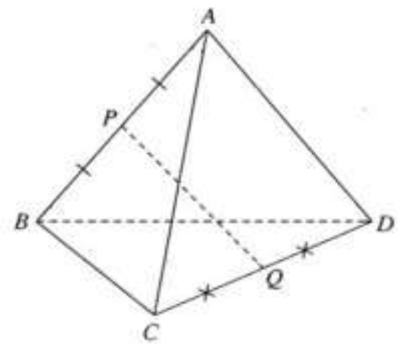
$\Rightarrow\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD. Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.
B. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

C. $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$.

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ}=\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right)+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}+\left(\overrightarrow{CQ}+\overrightarrow{DQ}\right)=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$. Vậy $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 63: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\vec{0}$.

Lời giải:

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương. Nên ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\vec{0}$

Câu 64: Trong không gian cho tam giác ABC. Tìm M sao cho giá trị của biểu thức $P=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. M là trọng tâm tam giác ABC.

B. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

C. M là trực tâm tam giác ABC.

D. M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Lời giải:

Gọi G là trọng tâm ΔABC thì G cố định và $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

Ta có: $P=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2$

$=3MG^2+2\overrightarrow{MG}.\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+GA^2+GB^2+GC^2$

$=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2\geq GA^2+GB^2+GC^2$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M\equiv G$

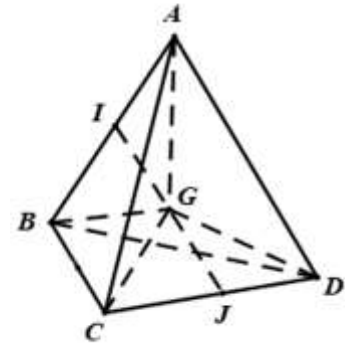
Vậy $P_{\min}=GA^2+GB^2+GC^2$ với $M\equiv G$ là trọng tâm tam giác ABC.

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB và CD, Xác định vị trí của M để $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ nhỏ nhất.

A. Trung điểm AB. **B.** Trùng với trung điểm IJ.

C. Trung điểm IC. **D.** Trung điểm JD.

Lời giải:



Gọi G trung điểm IJ

Ta có: $\left|\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right|=\left|\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)\right|$

$=\left|2\overrightarrow{GI}+2\overrightarrow{GJ}\right|=\left|2\left(\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{GJ}\right)\right|=\left|\vec{0}\right|=0$.

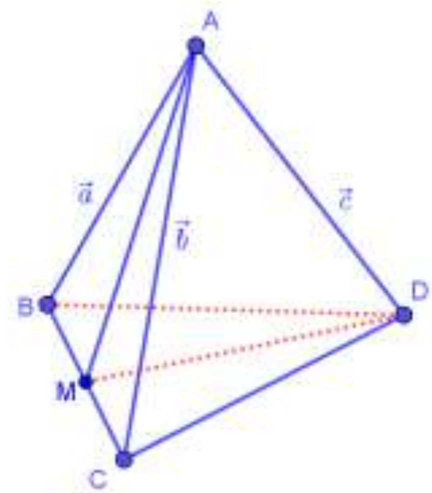
Nên $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=0$ là nhỏ nhất khi $M\equiv G$

Vậy M trung điểm IJ.

Câu 66: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$.
B. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$.
C. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.
D. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.

Lời giải:

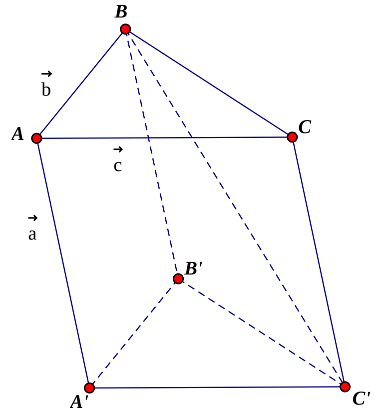


$\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$.

Câu 67: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

A. $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.
B. $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.
C. $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.
D. $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Lời giải:



Vì mặt bên $(BCC'B')$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ nên $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 68: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}, \vec{b} = \overrightarrow{AB}, \vec{c} = \overrightarrow{AC}$.

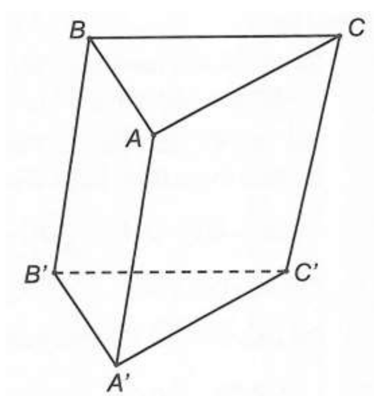
Xét hai mệnh đề sau:

(I) $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$; (II) $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Không có. **D.** Cả (I) và (II).

Lời giải:

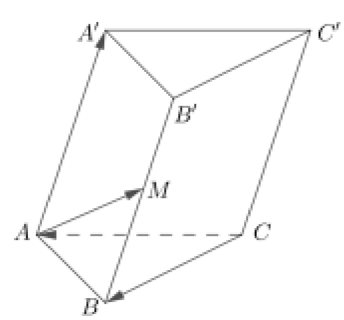


(I) Đúng vì

$\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AA'} + \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = -\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

(II) Sai vì $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AA'} + \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 69: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ (Tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$.
B. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$.
C. $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$.
D. $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

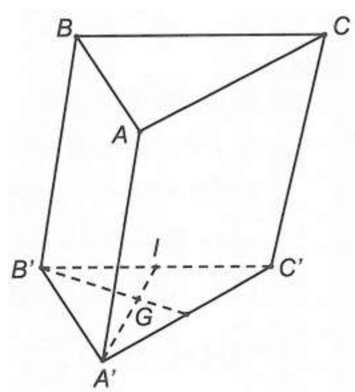
Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$

Câu 70: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AA'},\vec{b}=\overrightarrow{AB},\vec{c}=\overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}\right)$.
B. $\frac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.
C. $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c}\right)$.
D. $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Lời giải:



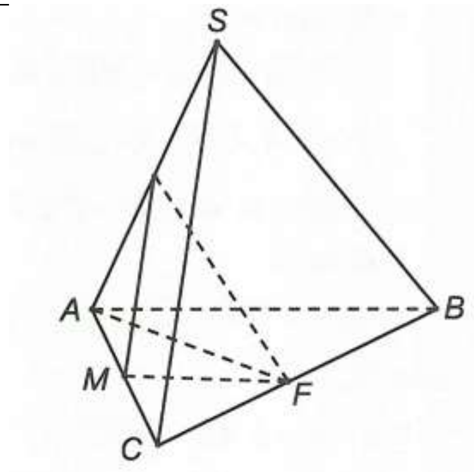
Ta có: $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'G}=\overrightarrow{AA'}+\frac{2}{3}\overrightarrow{A'I}=\overrightarrow{AA'}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'C'}\right)$

$\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AA'}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{3}\left(3\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$

Câu 71: Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=a,BC=a\sqrt{2}$. Tích vô hướng giữa $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $-\frac{a^2}{2}$
B. $\frac{a^2}{2}$
C. a^2
D. $-a^2$

Lời giải:



Từ giả thiết suy ra ΔSBC vuông cân tại S; ΔSAC là tam giác đều.

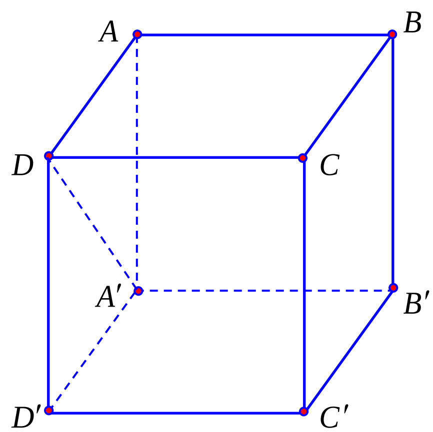
Ta có $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC}.\left(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}\right) = \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA} = -SC.SA.\cos ASC = -a.a.\cos 60° = -\dfrac{a^2}{2}$

Vậy $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = a^2.\dfrac{-1}{2} = \dfrac{-a^2}{2}$.

Câu 72: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{A'D}$.

A. 0. **B.** a^2. **C.** $4a^2$. **D.** $2a^2$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ và $AB \perp (AA'D'D)$ nên $(AB, A'D) = (A'B', A'D) = 90°$.

Do đó $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'D}\right) = 90°$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{A'D} = 0$.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$. Xét hai mệnh đề

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.

Nếu $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ thì $ABCD$ là hình bình hành.

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Không có. **D.** Cả (I) và (II).

Lời giải:

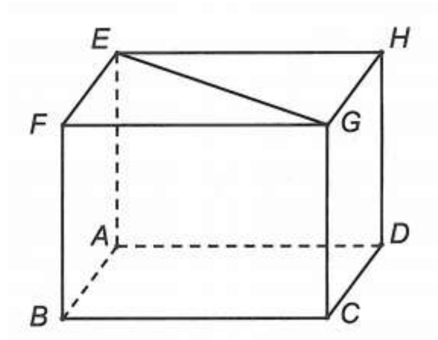
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BD.

Ta có: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{SM} = 2\overrightarrow{SN} \Leftrightarrow \overrightarrow{SM} = \overrightarrow{SN} \Leftrightarrow M \equiv N \Leftrightarrow ABCD$ là hình bình hành.

Câu 74: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Giá trị của $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng

A. a^2. **B.** $a^2\sqrt{2}$. **C.** $a^2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EH}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EH}$

Do $AB\perp EH$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EH}=0$

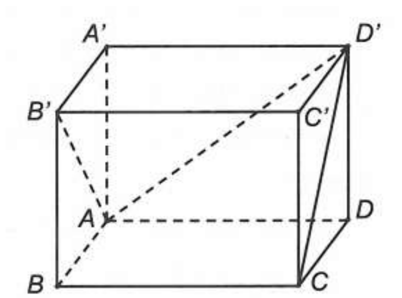
Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}^2=a^2$

Câu 75: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\left|\overrightarrow{AC'}\right|=a\sqrt{3}$. **B.** $\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{AB'}=a^2$.

C. $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{CD'}=0$. **D.** $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A'}=\vec{0}$.

Lời giải:



+) **A** đúng vì $\overrightarrow{AC'}^2=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)^2$

$=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AD}^2+\overrightarrow{AA'}^2\left(do\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AB}=\vec{0}\right)=3a^2$

Suy ra $\left|\overrightarrow{AC'}\right|=a\sqrt{3}$

+) **B** đúng vì $\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{AB'}=\left(\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'D'}\right)\left(\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'B'}\right)=\overrightarrow{AA'}^2=a^2$

$\left(do\ \overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{A'B'}.\overrightarrow{A'D'}=0\right)$

+) **C** đúng vì $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{CD'}=\overrightarrow{DC'}.\overrightarrow{CD'}=0\left(do\ \ DC'\perp CD'\right)$

+) **D** sai vì $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A'}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}\neq\vec{0}$.

Câu 76: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm E thoả $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DB}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACDE$.

B. E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $AECD$.

C. E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACED$.

D. E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ADCE$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DB}\Leftrightarrow\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}\Leftrightarrow\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AD}$

Vậy theo quy tắc hình bình hành ta có E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ACED$.`

Câu 77: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Điểm M thoả $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. M trùng với G.

B. M thuộc AG và $AM=3AG$.

C. G là trung điểm AM.

D. M là trung điểm AG.

Lời giải:

Ta có G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$.

Khi đó $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$.

Vậy M thuộc AG và $AM=3AG$.`

Câu 78: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và I là trung điểm của BC. Tìm điểm M thoả mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$.

A. M trùng với G.

B. M là trung điểm của AI.

C. M là trung điểm AG.

D. M nằm trên mặt cầu tâm G.

Lời giải:

Ta có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=4\overrightarrow{MG}$.

I là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AI}$.

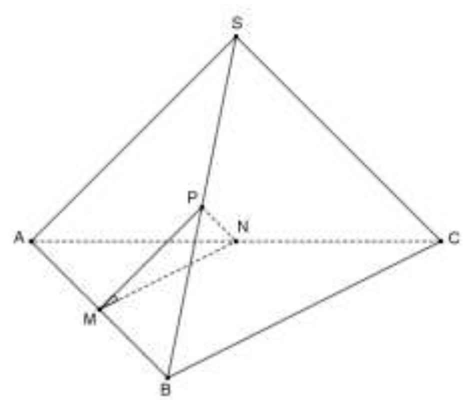
Khi đó: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|\Leftrightarrow\left|4\overrightarrow{MG}\right|=\left|2\overrightarrow{AI}\right|\Leftrightarrow MG=\frac{1}{2}AI$.

Vậy điểm M nằm trên mặt cầu tâm G với bán kính $\frac{1}{2}AI$.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,AC,SB. Khi đó số đo góc giữa hai vecto $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{CB}$ bằng với số đo của góc nào sau đây?

A. PMN. **B.** MNP. **C.** MPN. **D.** ASB.

Lời giải:

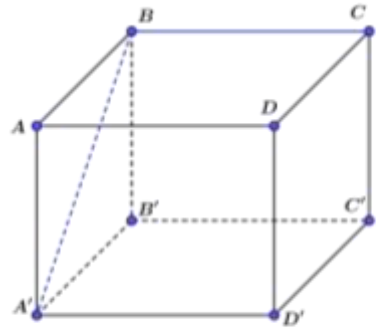


Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{SA}=2\overrightarrow{PM}\\ \overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{NM}\end{cases}\Rightarrow\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{CB}\right)=\left(\overrightarrow{PM},\overrightarrow{NM}\right)=\left(\overrightarrow{MP},\overrightarrow{MN}\right)=PMN$.

Câu 80: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vecto $\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải:



Ta có $\left(\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{BC}\right)=\left(\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{A'D'}\right)=BA'D'$.

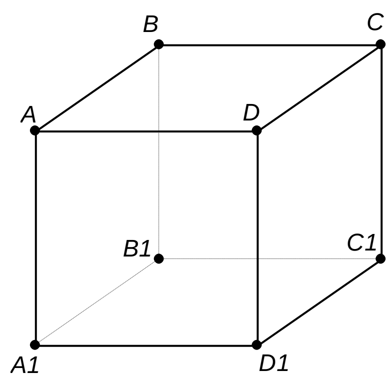
Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $A'D'\perp\left(ABB'A'\right)\Rightarrow A'D'\perp A'B.\Rightarrow BA'D=90°$.

Vậy $\left(\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{BC}\right)=90°$.

Câu 81: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tính côsin của góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A_1C_1}$.

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{A_1C_1}=\overrightarrow{AC}$ (do ACC_1A_1 là hình chữ nhật)

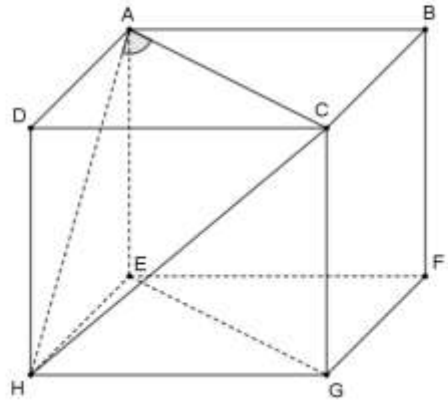
$\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A_1C_1}\right)=\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=BAC=45°$ (do $ABCD$ là hình vuông).

Vậy $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A_1C_1}\right)=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 82: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh a. Tính số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AC}\Rightarrow\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{EG}\right)=\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AC}\right)=HAC$.

Xét ΔHAC có $HA=AC=CH=a\sqrt{2}$ nên ΔHAC đều. Vậy $\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{EG}\right)=60°$.

Câu 83: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp véc tơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$ bằng

A. 30^0. **B.** 120^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AC}\Rightarrow\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{EG}\right)=\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AC}\right)=\mathrm{CAF}=60^0$.

Câu 84: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ bằng

A. 0. **B.** $-\dfrac{a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{2}$. **D.** a^2.

Lời giải:

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=a.a.\cos BAC=\dfrac{a^2}{2}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=a.a.\cos BAD=\dfrac{a^2}{2}$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=\dfrac{a^2}{2}-\dfrac{a^2}{2}=0$.

Câu 85: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ theo a.

A. $\dfrac{1}{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $-a^2$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

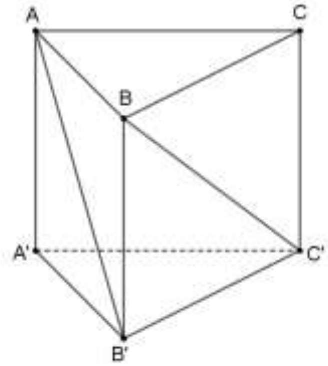
Lời giải:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|.\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=a.a.\cos 60^o=\dfrac{1}{2}a^2$.

Câu 86: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác đều cạnh a, các mặt bên của lăng trụ đều là hình vuông. Khi đó, cosin góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{BC'}$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải:



Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \end{cases}$ và $AB' = BC' = a\sqrt{2}$.

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos BAC = \dfrac{a^2}{2}$; $\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AC} = 0$ (vì $\overrightarrow{AA'} \perp \overrightarrow{AC}$)

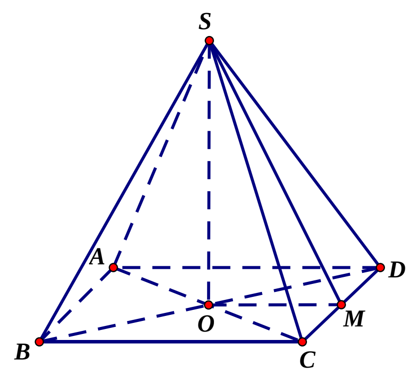
$\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'} = \left(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}\right).\left(\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \overrightarrow{AA'}^2 + \overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \dfrac{a^2}{2}$

$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}\right) = \dfrac{\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'}}{AB'.BC'} = \dfrac{\frac{a^2}{2}}{a\sqrt{2}.a\sqrt{2}} = \dfrac{1}{4}$.

Câu 87: Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD. Giá trị $\overrightarrow{MS}.\overrightarrow{CB}$ bằng

A. $\dfrac{a^2}{2}$. **B.** $-\dfrac{a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Lời giải:



Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều

$\Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp BD \end{cases}$.

Do M là trung điểm của CD nên ta có:

$$\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OS},\ \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}.$$

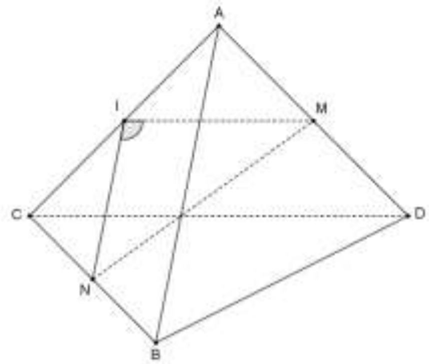
Do $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OS}$; $\overrightarrow{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên ta có:

$$\overrightarrow{MS}.\overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}OC^2 + \frac{1}{2}OD^2 = OC^2 = \frac{a^2}{2}$$

Câu 88: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết $MN = \sqrt{3}a$, góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Lời giải:



Gọi I là trung điểm của AC. Suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{IN} \\ \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IM} \end{cases}$ và $IM = IN = a$.

Khi đó: $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = \left(\overrightarrow{IN}, \overrightarrow{IM}\right) = \widehat{MIN}$.

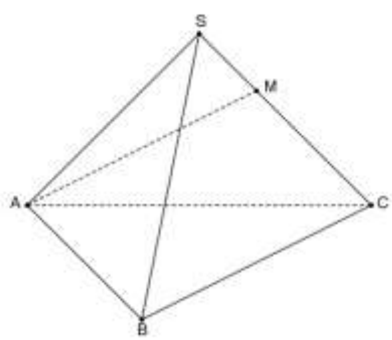
Lại có: $\cos \widehat{MIN} = \dfrac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2IM.IN} = \dfrac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2a^2} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MIN} = 120°$.

Do vậy: $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = 120°$.

Câu 89: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $6a$, $SA = SB = SC = 9a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SM = \dfrac{1}{2}MC$. Côsin của góc giữa hai vecto $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AM}$ bằng

A. $\dfrac{7}{2\sqrt{48}}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{19}}{7}$. **D.** $-\dfrac{7\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải:



Ta có $\cos \widehat{ASB} = \dfrac{SA^2 + SB^2 - AB^2}{2SA.SB} = \dfrac{7}{9} = \cos \widehat{CSB} = \cos \widehat{ASC}$

$AM^2 = SA^2 + SM^2 - 2SA.SM.\cos \widehat{ASC} = 48a^2 \Rightarrow AM = 4a\sqrt{3}$

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{SM} - \overrightarrow{SA} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}$

Do đó $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{SB} = \left(\dfrac{1}{3}\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}\right)\overrightarrow{SB} = \dfrac{1}{3}.SC.SB.\cos \widehat{BSC} - SA.SB.\cos \widehat{ASB} = -42a^2$

nên $\cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{SB}\right)=\dfrac{\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{SB}}{AM.SB}=\dfrac{-42a^2}{4a\sqrt{3}.9a}=-\dfrac{7\sqrt{3}}{18}$.

NGÂN HÀNG CÂU HỎI:

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

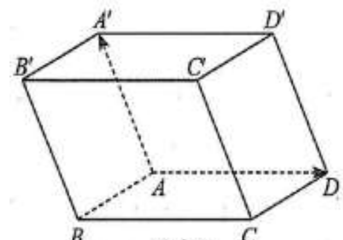
*Trong quá trình **sưu tầm** và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!*

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Vectơ $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với vectơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{BI}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{CI}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 7).



Hình 7

Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng

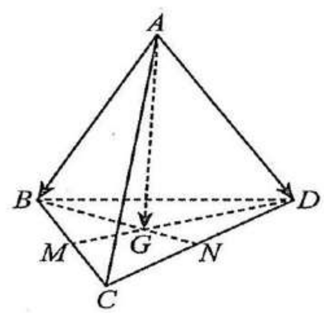
A. $\overrightarrow{AD'}$. **B.** $\overrightarrow{AB'}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Đẳng thức nào dưới đây **sai?**

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. **B.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$. **D.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

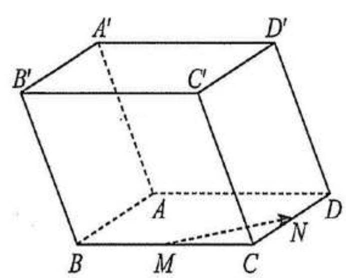
Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD.



Khi đó, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng

A. $6\overrightarrow{AM}$. **B.** $3\overrightarrow{AN}$. **C.** $3\overrightarrow{AG}$. **D.** $6\overrightarrow{AG}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.\ A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A. $\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{A'C'}$. **C.** $\overrightarrow{B'D'}$. **D.** $\overrightarrow{BC}$.

Câu 6: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Khi đó, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CA}$ bằng

A. 2. **B.** $-2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** -2.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{GD}-\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$.

Câu 8: Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{IA}+(2k-1)\overrightarrow{IB}+k\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}.$

A. $k=2$. **B.** $k=4$. **C.** $k=1$. **D.** $k=0$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{DG}$

A. $k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=2$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\frac{1}{2}$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+k\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{C'D}\right)=\vec{0}$.

A. $k=0$. **B.** $k=1$. **C.** $k=4$. **D.** $k=2$.

Câu 11: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=0$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=-1$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

Câu 12: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

A. $\alpha=180^\circ$. **B.** $\alpha=0^\circ$. **C.** $\alpha=90^\circ$. **D.** $\alpha=45^\circ$.

Câu 13: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=3,\ \left|\vec{b}\right|=2$ và $\vec{a}.\vec{b}=-3.$ Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha=30^\circ$. **B.** $\alpha=45^\circ$. **C.** $\alpha=60^\circ$. **D.** $\alpha=120^\circ$.

Câu 14: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$ và hai vectơ $\vec{u}=\frac{2}{5}\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{v}=\vec{a}+\vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha=90^\circ$. **B.** $\alpha=180^\circ$. **C.** $\alpha=60^\circ$. **D.** $\alpha=45^\circ$.

Câu 15: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$ và $\vec{a}.\vec{b}=3.$ Tính độ dài vectơ $3\vec{a}+5\vec{b}.$

A. $5\sqrt{5}.$ **B.** $\sqrt{24}.$ **C.** $\sqrt{124}.$ **D.** $124.$

Câu 16: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=4;\left|\vec{b}\right|=3;\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\cos\alpha=\frac{3}{8}$. **B.** $\alpha=30^\circ$. **C.** $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. **D.** $\alpha=60^\circ$.

Câu 17: Cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ có $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$ vuông góc với vectơ $\left(5\vec{a}-4\vec{b}\right)$ và $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$. Tính $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=90^\circ$. **C.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{1}{2}$.

Câu 18: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=4;\left|\vec{b}\right|=3;\vec{a}.\vec{b}=10$. Xét hai vectơ $\vec{y}=\vec{a}-\vec{b}$ $\vec{x}=\vec{a}-2\vec{b}$, . Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{x},\vec{y}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\cos\alpha = \frac{-2}{\sqrt{15}}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$. **C.** $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{15}}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{15}}$.

Câu 19: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 26; |\vec{b}| = 28; |\vec{a}+\vec{b}| = 48$. Tính độ dài vectơ $\vec{a}-\vec{b}$.

A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.

Câu 20: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$ và $|\vec{a}+\vec{b}| = 13$. Khi đó, cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ và $\vec{a}+\vec{b}$ bằng

A. $\frac{12}{13}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $-\frac{119}{169}$. **D.** $\frac{119}{169}$.

Câu 21: Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $(\vec{a},\vec{b}) = 75°$. **B.** $(\vec{a},\vec{b}) = 60°$. **C.** $(\vec{a},\vec{b}) = 120°$. **D.** $(\vec{a},\vec{b}) = 45°$.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60°$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $120°$. **D.** $90°$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $ASB = BSC = CSA$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. $120°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo của góc (MN, SC) bằng:

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Góc giữa AO và CD bằng

A. $0°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

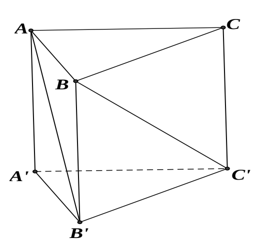
Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ với $AB \perp AC$, $AB \perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD. Góc giữa PQ và AB bằng

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $BAC = BAD = 60^0, CAD = 90^0$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$.

A. $120°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 28: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$.



Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Giá trị $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}$ là:

A. $\frac{1}{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\frac{3}{4}a^2$. **D.** $\frac{3}{2}a^2$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BB'. Cosin của góc hợp bởi MN và AC' bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}\right)$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}\right)$. **B.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b}\right)$. **B.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d}\right)$. **D.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}\right)$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{SC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{SD}=\vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a}+\vec{c}=\vec{b}+\vec{d}$. **B.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **C.** $\vec{a}+\vec{d}=\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}+\vec{d}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}\right)$. **B.** $\frac{1}{3}\left(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. **C.** $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c}\right)$. **D.** $\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$ **B.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ ta được:

A. $\overrightarrow{B'C}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{B'C}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

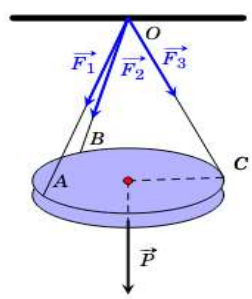
Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?

A. N là trung điểm BD. **B.** N là đỉnh hình bình hành $BCDN$.
C. N là đỉnh hình bình hành $CDBN$. **D.** $N\equiv A$.

Câu 42: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Điểm M xác định bởi đẳng thức $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

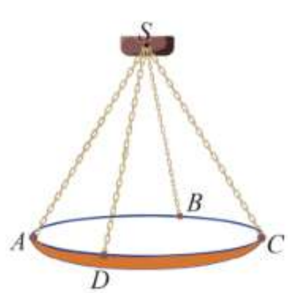
A. M là trung điểm BB'. **B.** M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.
C. M là trung điểm CC'. **D.** M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Câu 43: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A,B,C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $\left|\overrightarrow{F_1}\right|=\left|\overrightarrow{F_2}\right|=\left|\overrightarrow{F_3}\right|=15$ (N). Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



A. $14\sqrt{3}$ N. **B.** $15\sqrt{3}$ N. **C.** $17\sqrt{3}$ N. **D.** $16\sqrt{3}$ N.

Câu 44: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m=5\,\text{kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA,SB,SC,SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC=60^\circ$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích, lấy $g=10\,\text{m}/\text{s}^2$.

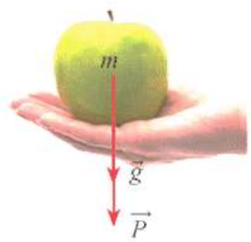


A. $\frac{15\sqrt{3}}{3}$ N. **B.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ N. **C.** $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ N. **D.** $\frac{30\sqrt{3}}{3}$ N.

Câu 45: Theo định luật II Newton *(Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60)* thì gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc $\left(\mathrm{m/s^2}\right), \vec{F}$ là vectơ lực (N). Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng $0{,}5\ \mathrm{kg}$ một gia tốc $50\ \mathrm{m/s^2}$ thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

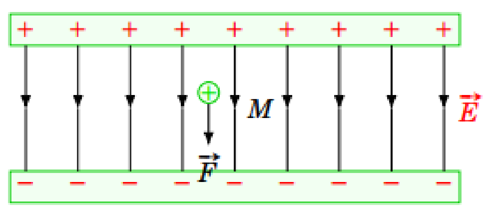
A. $10\,\mathrm{N}$. **B.** $15\,\mathrm{N}$. **C.** $20\,\mathrm{N}$. **D.** $25\,\mathrm{N}$.

Câu 46: Nếu một vật có khối lượng $m(kg)$ thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 105 gam



A. $1{,}029\,\mathrm{N}$. **B.** $1{,}433\,\mathrm{N}$. **C.** $2{,}096\,\mathrm{N}$. **D.** $1{,}477\,\mathrm{N}$.

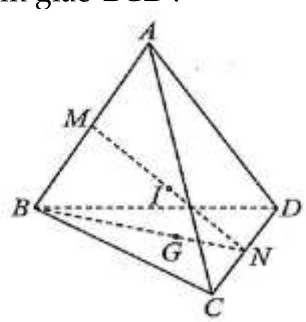
Câu 47: Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q.\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9}\mathrm{C}$ và độ lớn điện trường $E = 10^5$ (N/C)



A. $10^{-4}\,\mathrm{N}$. **B.** $2.10^{-6}\,\mathrm{N}$. **C.** $10^{-2}\,\mathrm{N}$. **D.** $1{,}8.10^{-6}\,\mathrm{N}$.

CÂU HỎI ĐÚNG – SAI

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm của MN. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD.



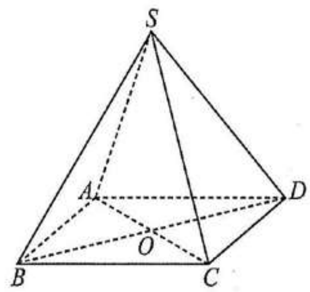
a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MN}$

c) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

d) $3\overrightarrow{AI}-2\overrightarrow{AG}=\vec{0}$.

Câu 49: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



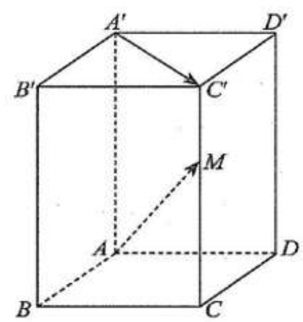
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$

d) $\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=0$

Câu 50: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có $AB=1,\ AD=2, AA'=3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM=2MC'$.



a) $\overrightarrow{AA'}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.

b) $\cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{A'C'}\right)=\dfrac{2}{3}$.

c) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$.

d) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{B'D}=0$.

Câu 51: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a.

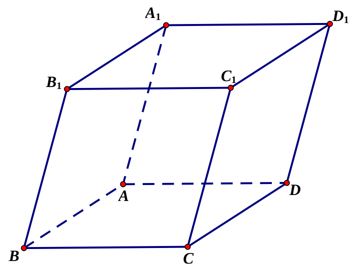
a) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

b) Tam giác SBD cân tại S.

c) $\left(\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BD}\right)=45°$.

d) $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{BD}=-a^2$.

Câu 52: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.



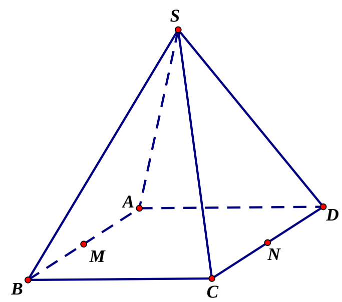
a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D_1C_1}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1}$.

d) Có tất cả 28 vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu điểm cuối là các đỉnh của hình hộp trên.

Câu 53: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.



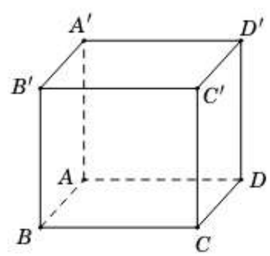
a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CN}$.

b) $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{DM}$ là hai vectơ đối nhau.

c) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.

d) $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SB}$.

Câu 54: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1.



a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB}.$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB'}.$

c) $\left|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}\right| = \sqrt{2}$.

d) $\left|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA'}\right| = 1.$

Câu 55: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a.

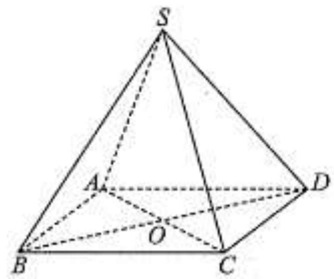
a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

b) $\overrightarrow{SB} \perp \overrightarrow{SD}$.

c) $\left(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}\right) = 45°$.

d) $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{BD} = -a^2$.

Câu 56: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



a) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

b) $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=2\overrightarrow{SO}$.

d) $\overrightarrow{SO}.\overrightarrow{AB}=0$.

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G.

a) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

c) $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}$.

d) $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 58: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB,CD và G là trung điểm MN

a) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=4\overrightarrow{MG}$.

c) $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)$.

d) $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$.

Câu 59: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O.

a) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$.

d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$.

Câu 60: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{B'A'}$.

b) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D'C'}+\overrightarrow{D'A'}=\overrightarrow{DC}$.

c) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

d) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 61: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

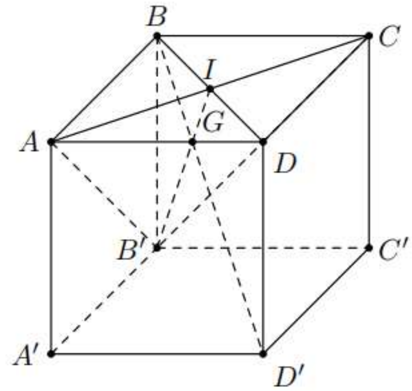
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{SO}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}$.

d) $\overrightarrow{GS}=3\overrightarrow{OG}$.

Câu 62: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$.



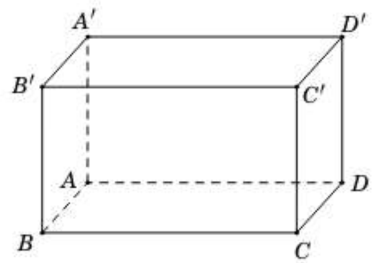
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

b) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GI}$.

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A'C'}$.

d) $\overrightarrow{BD'}=2\overrightarrow{BG}$.

Câu 63: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB=a;\ AD=a\sqrt{3};\ AA'=2a$.



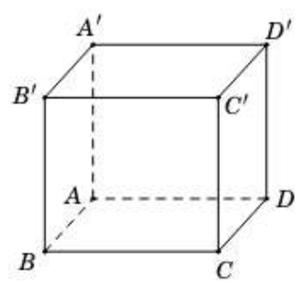
a) $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CD'}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{CB'}=\vec{0}$.

c) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=a\sqrt{5}$.

d) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{CC'}\right|=2\sqrt{2}a$.

Câu 64: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.



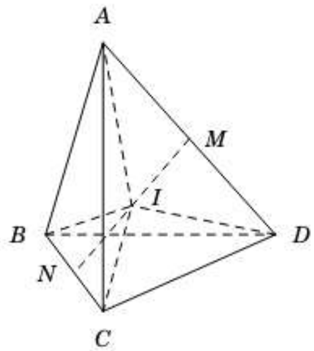
a) $\overrightarrow{B'B}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{B'D}$.

b) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD}$.

c) $\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right|=a\sqrt{2}$.

d) $\left|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{C'A}\right|=a$.

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC, I là trung điểm MN.



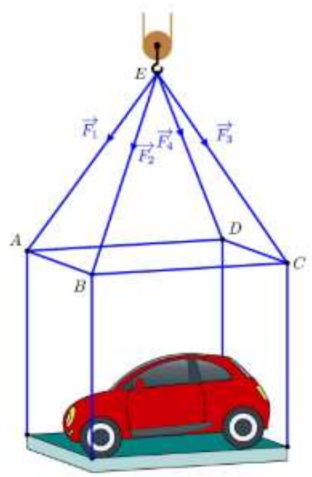
a) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}$.

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{MN}$.

d) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

Câu 66: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3},\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là $4700\,\mathrm{N}$ và trọng lượng của khung sắt là $3000\,\mathrm{N}$.



a) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}$

b) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_4}$

c) $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}\right|\approx 8141(\mathrm{N})$.

d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô gần bằng $16282(\mathrm{N})$.

Câu 67: Cho $\vec{a}=3,\vec{b}=5$ và góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120°.

a) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{19}$.

b) $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=8$.

c) $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|=\sqrt{139}$.

d) $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=9$.

Câu 68: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là $45°$.

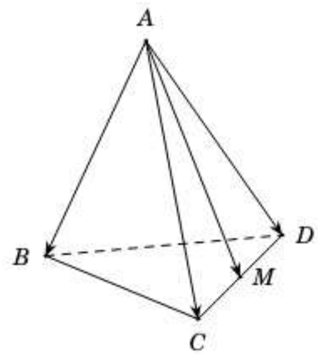
a) $\vec{a}.\vec{b}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b) $\left(\vec{a}+3\vec{b}\right).\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=-5+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=2+\sqrt{2}$.

d) $\left|\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}\right|=0$.

Câu 69: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.



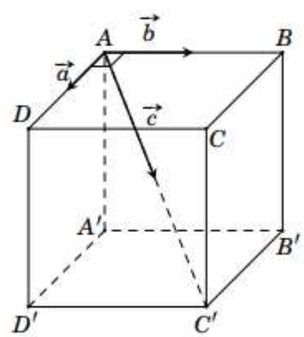
a) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0$.

b) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\dfrac{a^2}{2}$.

c) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$

d) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=-\dfrac{a^2}{2}$.

Câu 70: Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là $10\,\text{N}$, $10\,\text{N}$ và $20\,\text{N}$.



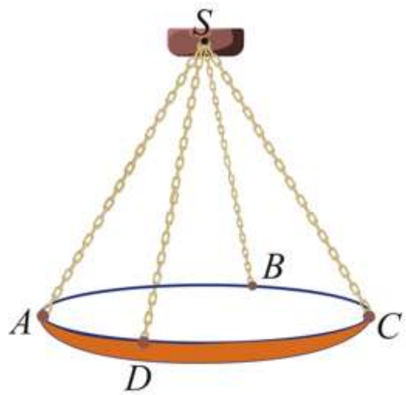
a) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$.

b) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=20\,\text{N}$.

c) $\left|\vec{a}+\vec{c}\right|=\left|\vec{b}+\vec{c}\right|$.

d) $|\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right|\approx 32,59\,\text{N}$.

Câu 71: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m=5kg$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA,SB,SC,SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC=60^{\circ}$. Biết $\vec{P}=m.\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10\,\text{m/s}^2$, $\vec{P}$ là trọng lực tác động vật có đơn bị là N, m là khối lượng của vật có đơn vị kg.



a) $\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SD}$ là 4 vectơ đồng phẳng.

b) $\left|\overrightarrow{SA}\right|=\left|\overrightarrow{SB}\right|=\left|\overrightarrow{SC}\right|=\left|\overrightarrow{SD}\right|$.

c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng $50(N)$.

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\dfrac{25\sqrt{3}}{2}(N)$.

TRẢ LỜI NGẮN

Câu 72: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{MN}=k\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$.

Câu 73: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=k\overrightarrow{AC_1}$

Câu 74: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 45°, hãy tính:

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ b) $\left(\vec{a}+3\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)$ c) $(\vec{a}+\vec{b})^2$.

Câu 75: Cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=4,\left|\vec{b}\right|=3$ và $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=2\sqrt{7}$. Tính $\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

Câu 76: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc $120°$ và $\left|\vec{a}\right|=3$, $\left|\vec{b}\right|=5$. Tính $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|$.

Câu 77: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=1$, $\left|\vec{b}\right|=2$, $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=3$. Tính $\left(\vec{a}-2\vec{b}\right).\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$.

Câu 78: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính các tích vô hướng sau:

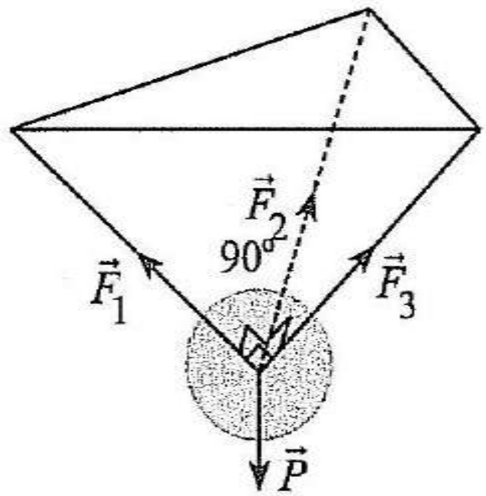
a) $\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{BC}$; b) $\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{AC}$.

Câu 79: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=2,BC=2\sqrt{2}$. Hãy tính $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}$.

Câu 80: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai vecto $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{A'B}$. Số đo của góc φ bằng bao nhiêu độ?

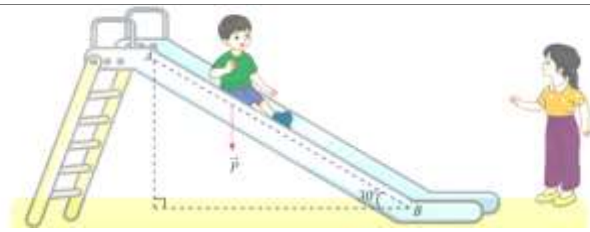
Câu 81: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 82: Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc $90°$. Gọi $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F_1}$ bằng bao nhiêu Niutơn? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)



Câu 83: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của đông cơ, lực cản cưa không khí, trọng lực vả lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và cổ độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc mây bay tăng vận tốc tữ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giứ nguyên hướng bay. Lực cán của khống khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vectơ $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$. Hãy giải thích vì sao $\overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{F_2}$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

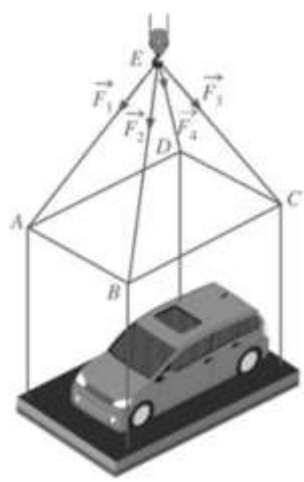
Câu 84: Một em nhỏ cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu trượt dài $3,5$ m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là $30°$.



Tính độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$.

Câu 85: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

Câu 86: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$, $\vec{F_4}$ đều có cường độ là $4700\,N$ và trọng lượng của khung sắt là $3000\,N$.

________________HẾT________________

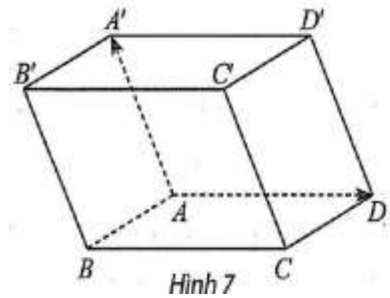
Huế, 17h20' Ngày 11 tháng 11 năm 2024

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Vectơ $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với vectơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{BI}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{CI}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (Hình 7).



Hình 7

Khi đó, $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ bằng

A. $\overrightarrow{AD'}$. **B.** $\overrightarrow{AB'}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải:

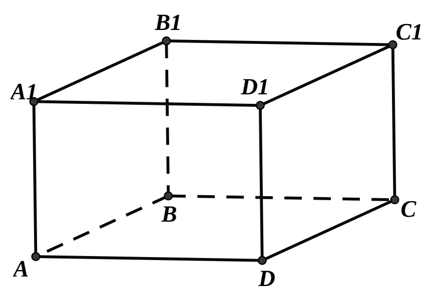
Do tứ giác $ADD'A'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Đẳng thức nào dưới đây **sai?**

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. **B.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$. **D.** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải:



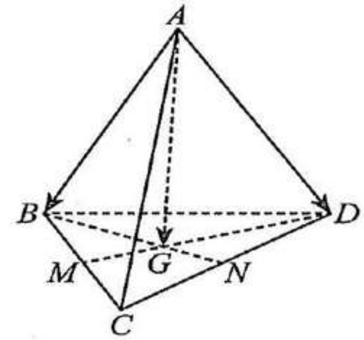
Ta có : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

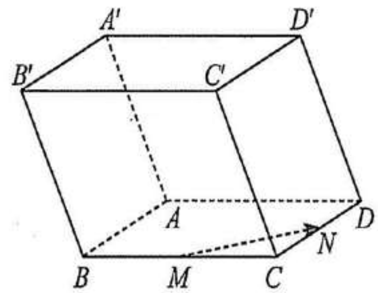
Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD.



Khi đó, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ bằng

A. $6\overrightarrow{AM}$. **B.** $3\overrightarrow{AN}$. **C.** $3\overrightarrow{AG}$. **D.** $6\overrightarrow{AG}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A. $\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{A'C'}$. **C.** $\overrightarrow{B'D'}$. **D.** $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{B'D'}$ cùng hướng với $\overrightarrow{MN}$ và $B'D'=2MN$, suy ra $\overrightarrow{B'D'}=2\overrightarrow{MN}$

Câu 6: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Khi đó, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CA}$ bằng

A. 2. **B.** $-2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** -2.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

$$=-AB\cdot AC\cdot\cos BAC=-2\cdot 2\cdot\cos 60^\circ=-2$$

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác ABC. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

C. $\overrightarrow{GD}-\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$.

Lời giải:

Tính chất trọng tâm: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Câu B chỉ đúng khi G là tâm tứ diện $ABCD$.

Câu 8: Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{IA}+(2k-1)\overrightarrow{IB}+k\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

A. $k=2$. **B.** $k=4$. **C.** $k=1$. **D.** $k=0$.

Lời giải:

Ta chứng minh được $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$ nên $k=1$

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{DG}$

A. $k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=2$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+k\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{C'D}\right)=\vec{0}$.

A. $k=0$. **B.** $k=1$. **C.** $k=4$. **D.** $k=2$.

Lời giải:

Với $k=1$ ta có: $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+1.\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{C'D}\right)=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+\overrightarrow{C'B}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{C'A'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$.

Câu 11: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=0$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=-1$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

Lời giải:

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng nên $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=0°\Rightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=1$.

Vậy $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

Câu 12: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

A. $\alpha=180°$. **B.** $\alpha=0°$. **C.** $\alpha=90°$. **D.** $\alpha=45°$.

Lời giải:

Mà theo giả thiết $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$, suy ra $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-1\Rightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=180°$

Câu 13: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=3$, $\left|\vec{b}\right|=2$ và $\vec{a}.\vec{b}=-3$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha=30°$. **B.** $\alpha=45°$. **C.** $\alpha=60°$. **D.** $\alpha=120°$.

Lời giải:

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Rightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\frac{-3}{3.2}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120°$.

Câu 14: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$ và hai vectơ $\vec{u}=\frac{2}{5}\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{v}=\vec{a}+\vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha=90°$. **B.** $\alpha=180°$. **C.** $\alpha=60°$. **D.** $\alpha=45°$.

Lời giải:

Ta có $\vec{u}\perp\vec{v}\Rightarrow\vec{u}.\vec{v}=0\Leftrightarrow\left(\frac{2}{5}\vec{a}-3\vec{b}\right)\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=0\Leftrightarrow\frac{2}{5}\vec{a}^2-\frac{13}{5}\vec{a}\vec{b}-3\vec{b}^2=0\xrightarrow{\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1}\vec{a}\vec{b}=-1$

Suy ra $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=-1\Rightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=180°$

Câu 15: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$ và $\vec{a}.\vec{b}=3$. Tính độ dài vectơ $3\vec{a}+5\vec{b}$.

A. $5\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{24}$. **C.** $\sqrt{124}$. **D.** 124.

Lời giải:

Ta có: $\left(3\vec{a}+5\vec{b}\right)^2=9\vec{a}^2+30\vec{a}\vec{b}+25\vec{b}^2=9+90+25=124\Rightarrow\left|3\vec{a}+5\vec{b}\right|=\sqrt{124}.$

Câu 16: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=4;\left|\vec{b}\right|=3;\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\cos\alpha=\dfrac{3}{8}$. **B.** $\alpha=30°$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\alpha=60°$.

Lời giải:

Ta có: $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2-2\vec{a}.\vec{b}\Rightarrow\vec{a}.\vec{b}=\dfrac{9}{2}$. Do đó: $\cos\alpha=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{3}{8}$.

Câu 17: Cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ có $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$ vuông góc với vectơ $\left(5\vec{a}-4\vec{b}\right)$ và $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$. Tính $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=90°$. **C.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

+Vì $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$ vuông góc với vectơ $\left(5\vec{a}-4\vec{b}\right)$ nên:

$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right).\left(5\vec{a}-4\vec{b}\right)=0\Leftrightarrow 5\vec{a}^2-8\vec{b}^2+6\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=\dfrac{-5\vec{a}^2+8\vec{b}^2}{6}$.

Ta có $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|\Leftrightarrow\left|\vec{a}\right|^2=\left|\vec{b}\right|^2$. Suy ra $\vec{a}.\vec{b}=\dfrac{3\vec{a}^2}{6}$

+ $\cos\left(\bar{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{\dfrac{3\vec{a}^2}{6}}{\vec{a}^2}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 18: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=4;\left|\vec{b}\right|=3;\vec{a}.\vec{b}=10$. Xét hai vectơ $\vec{y}=\vec{a}-\vec{b}$ $\vec{x}=\vec{a}-2\vec{b},$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{x},\vec{y}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\cos\alpha=\dfrac{-2}{\sqrt{15}}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{15}}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{3}{\sqrt{15}}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{15}}$.

Lời giải:

Ta có $\vec{x}.\vec{y}=\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\left(\vec{a}\right)^2+2\left(\vec{b}\right)^2-3\vec{a}.\vec{b}=4$.

$\left|\vec{x}\right|=\sqrt{\left(\vec{x}\right)^2}=\sqrt{\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\left(\vec{a}\right)^2+4\left(\vec{b}\right)^2-4\vec{a}.\vec{b}}=2\sqrt{3}$.

$\left|\vec{y}\right|=\sqrt{\left(\vec{y}\right)^2}=\sqrt{\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\left(\vec{a}\right)^2+\left(\vec{b}\right)^2-2\vec{a}.\vec{b}}=\sqrt{5}$.

Khi đó $\cos\alpha=\dfrac{\vec{x}.\vec{y}}{\left|\vec{x}\right|.\left|\vec{y}\right|}=\dfrac{4}{2\sqrt{3}.\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{15}}$

Câu 19: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=26;\left|\vec{b}\right|=28;\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=48$. Tính độ dài vectơ $\vec{a}-\vec{b}$.

A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.

Lời giải:

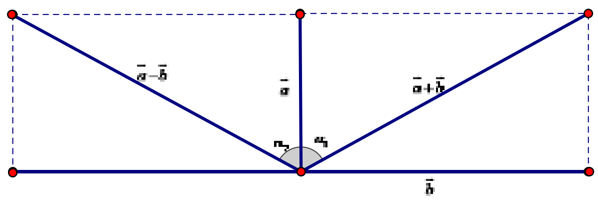
Ta có: $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}.\vec{b}=2\left(\vec{a}^2+\vec{b}^2\right)-\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2$

$=2\left(\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2\right)-\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=2\left(26^2+28^2\right)-48^2=616\Rightarrow\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{616}.$

Câu 20: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}|=5$, $\left|\vec{b}\right|=12$ và $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=13$. Khi đó, cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ và $\vec{a}+\vec{b}$ bằng

A. $\dfrac{12}{13}$. **B.** $\dfrac{5}{12}$. **C.** $-\dfrac{119}{169}$. **D.** $\dfrac{119}{169}$.

Lời giải:



Nhận thấy $\sqrt{5^2+12^2}=13$ suy ra $\vec{a}\perp\vec{b}$

Mặt khác: $\cos\left(\alpha_2\right)=\dfrac{\left|\vec{a}\right|}{\left|\vec{a}+\vec{b}\right|}=\dfrac{5}{13}\Rightarrow\alpha_2=\cos^{-1}\dfrac{5}{13}$.

Do đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ và $\vec{a}+\vec{b}$ bằng $\alpha_1+\alpha_2=2\alpha_2=2.\cos^{-1}\dfrac{5}{13}$

Vậy $\cos\left(\vec{a}-\vec{b},\vec{a}+\vec{b}\right)=\cos\left(2.\cos^{-1}\dfrac{5}{13}\right)=-\dfrac{119}{169}$.

Câu 21: Cho $\vec{u}=\vec{a}+3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v}=7\vec{a}-5\vec{b}$ và $\vec{x}=\vec{a}-4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y}=7\vec{a}-2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=75°$. **B.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=60°$. **C.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120°$. **D.** $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=45°$.

Lời giải:

Ta có:

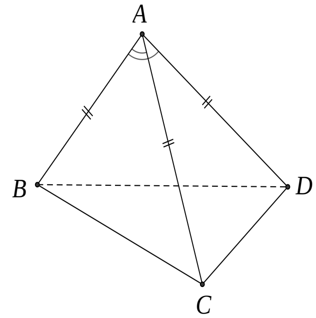
$$\begin{cases}\vec{u}.\vec{v}=0\\ \vec{x}.\vec{y}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(\vec{a}+3\vec{b}\right).\left(7\vec{a}-5\vec{b}\right)=0\\ \left(\vec{a}-4\vec{b}\right).\left(7\vec{a}-2\vec{b}\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7\left|\vec{a}\right|^2-15\left|\vec{b}\right|^2=-16\vec{a}.\vec{b}\\ 7\left|\vec{a}\right|^2+8\left|\vec{b}\right|^2=30\vec{a}.\vec{b}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|\vec{b}\right|^2=2\vec{a}.\vec{b}\\ \left|\vec{a}\right|^2=2\vec{a}.\vec{b}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|\vec{b}\right|^2=2\vec{a}.\vec{b}\\ \left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|\end{cases}.$$

Từ đó, ta có: $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^2}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=60°$

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD$ và $BAC=BAD=60°$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$.

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $120°$. **D.** $90°$.

Lời giải:



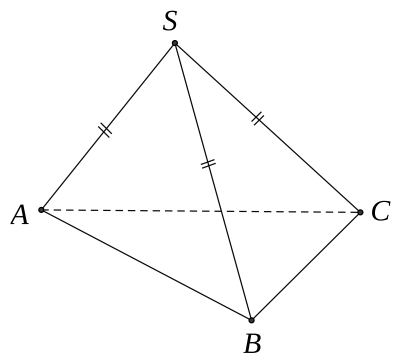
Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB.AD.\cos 60°-AB.AC.\cos 60°=0$

$\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90°$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$ và $ASB=BSC=CSA$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. $120°$.   **B.** $90°$.   **C.** $60°$.   **D.** $45°$.

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{SA}.\left(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}\right)=\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}=SA.SC.\cos ASC-SA.SB.\cos ASB=0$

$\Rightarrow\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BC}\right)=90^0$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo của góc (MN,SC) bằng:

A. $45°$.   **B.** $30°$.   **C.** $90°$.   **D.** $60°$.

Lời giải:

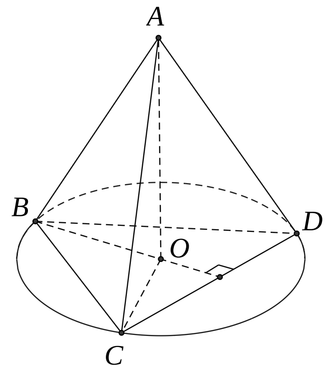
Ta có: $AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AC^2=2a^2=SA^2+SC^2\Rightarrow\Delta SAC$ vuông tại S.

Khi đó: $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{SC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}=0\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{NM},\overrightarrow{SC}\right)=90°\Rightarrow(MN,SC)=90°$

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Góc giữa AO và CD bằng

A. $0°$.   **B.** $30°$.   **C.** $90°$.   **D.** $60°$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{CO}-\overrightarrow{CA}\right)\overrightarrow{CD}$

$=\overrightarrow{CO}.\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}=CO.CD.\cos 30°-CA.CD.\cos 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}-a.a.\dfrac{1}{2}=\dfrac{a^2}{2}-\dfrac{a^2}{2}=0.$

Suy ra $AO\perp CD$.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ với $AB\perp AC$, $AB\perp BD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD. Góc giữa PQ và AB bằng

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

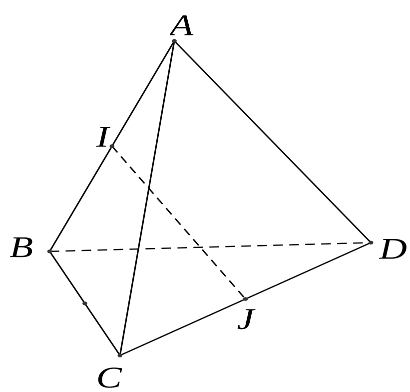
Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{PQ}\Rightarrow AB\perp PQ$

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD$ và $BAC=BAD=60^0, CAD=90^0$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$.

A. $120°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải:



Xét tam giác ICD có J là trung điểm đoạn CD. Ta có: $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right)$

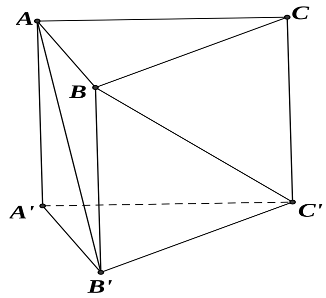
Vì tam giác ABC có $AB=AC$ và $BAC=60°$ nên tam giác ABC đều. Suy ra: $CI\perp AB$

Tương tự ta có tam giác ABD đều nên $DI\perp AB$.

Xét $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right).\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{IC}.\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{ID}.\overrightarrow{AB}=\vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{IJ}\perp\overrightarrow{AB}$. Hay góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{IJ}$ bằng $90°$.

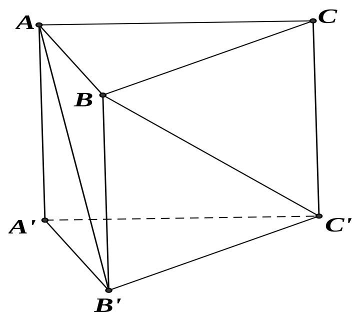
Câu 28: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$ và $AA'=\sqrt{2}a$.



Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}\right)\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{CC'}$

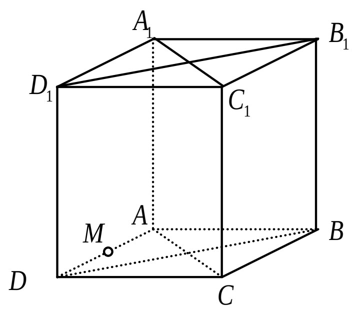
$=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{CC'}=-\dfrac{a^2}{2}+0+0+2a^2=\dfrac{3a^2}{2}$.

Suy ra $\cos\left(\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{BC'}\right)=\dfrac{\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'}}{\left|\overrightarrow{AB'}\right|.\left|\overrightarrow{BC'}\right|}=\dfrac{\frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{3}.a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\left(AB',BC'\right)=60°$.

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Giá trị $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}$ là:

A. $\dfrac{1}{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\dfrac{3}{4}a^2$. **D.** $\dfrac{3}{2}a^2$.

Lời giải:



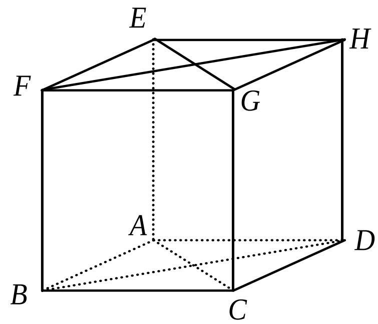
Ta có: $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}=\left(\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}\right)\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD_1}\right)$

$=\overrightarrow{B_1B}.\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{BA}^2+\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}=-a^2+a^2+\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{a^2}{2}$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Lời giải:



Ta có: $EG//AC$ (do $ACGE$ là hình chữ nhật) $\Rightarrow \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}\right) = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = BAC = 45°$.

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BB'. Cosin của góc hợp bởi MN và AC' bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải:

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a.

Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB},\ \vec{b} = \overrightarrow{AD},\ \vec{c} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| = \left|\vec{c}\right| = a,\ \vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{c} = \vec{a}.\vec{c} = 0$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \Rightarrow \left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow \left|\overrightarrow{AC'}\right| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}.$

Ta có: $\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{MN} = a^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 = a^2$.

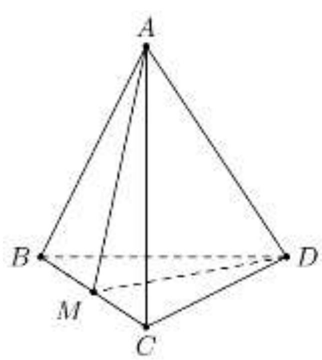
$\Rightarrow \cos\left(MN; AC'\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{AC'}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AC'}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\overrightarrow{AC'}\right|} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}\right)$

$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}\right)$.

B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}\right)$.

D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}\right)$.

Lời giải:

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$

Mà $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}$ nên $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}\right)$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

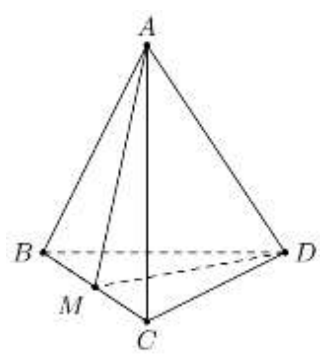
A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}\right)$.

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}\right)$.

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}\right)$.

Lời giải:



Vì M là trung điểm của $BC \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

Mặt khác $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}\right)$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

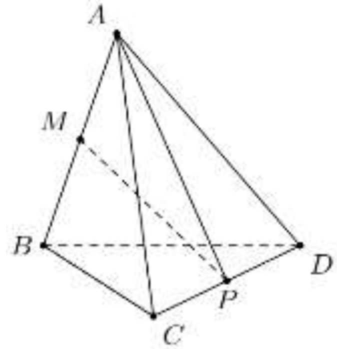
A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\left(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b}\right)$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\left(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\left(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d}\right)$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\left(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}\right)$.

Lời giải:



Vì M, P lần lượt là trung điểm của $AB, CD \Rightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AP} \end{cases}$

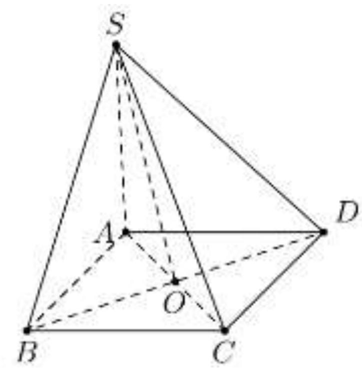
$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$

$= -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d} = \frac{1}{2}\left(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}\right).$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. **B.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. **C.** $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Lời giải:

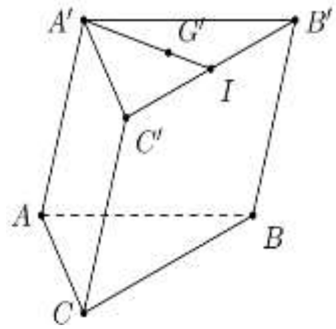


Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{a} + \vec{c} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} = \vec{b} + \vec{d} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\left(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}\right)$. **B.** $\frac{1}{3}\left(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$. **C.** $\frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}\right)$. **D.** $\frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

Lời giải:



Gọi I là trung điểm $B'C'$. Vì G' là trọng tâm tam giác $A'B'C' \Rightarrow \overrightarrow{A'G'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I}$.

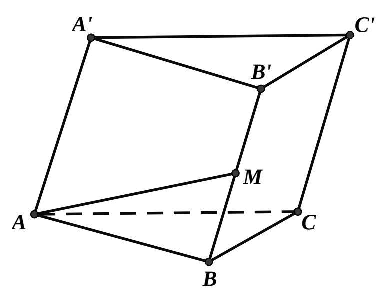
Mặt khác $\overrightarrow{AG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'G'} = \overrightarrow{AA'} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}\right)$

$= \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{3}\left(3\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{3}\left(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ **B.** $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

Lời giải:

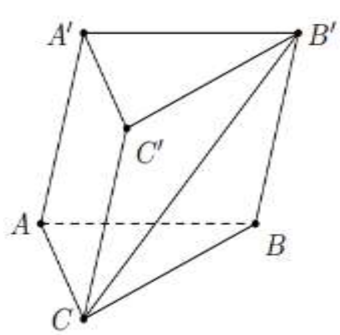


Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$

Câu 39: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ta được:

A. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải:



Vì $BB'C'C$ là hình bình hành nên $\Rightarrow \overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AA'}$

$= -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{a}$. **C.** $\overrightarrow{AM}=\vec{b}-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$.

Lời giải:

Vì M là trung điểm $BB' \to \overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=-\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}=-\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}=-\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?

A. N là trung điểm BD. **B.** N là đỉnh hình bình hành $BCDN$.

C. N là đỉnh hình bình hành $CDBN$. **D.** $N \equiv A$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN}=\overrightarrow{DC}$.

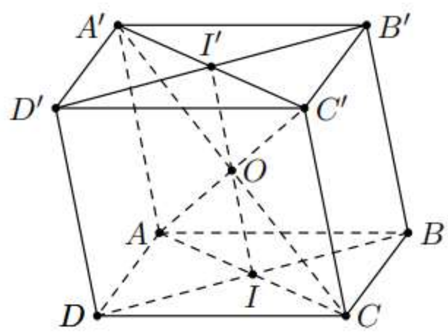
Suy ra N là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CDBN$.

Câu 42: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Điểm M xác định bởi đẳng thức $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm BB'. **B.** M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

C. M là trung điểm CC'. **D.** M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.

Lời giải:

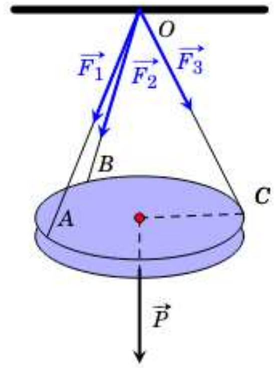


Gọi I,I' lần lượt là tâm các mặt đáy $ABCD, A'B'C'D' \Rightarrow O$ là trung điểm II'.

Mặt khác $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{IB}$.

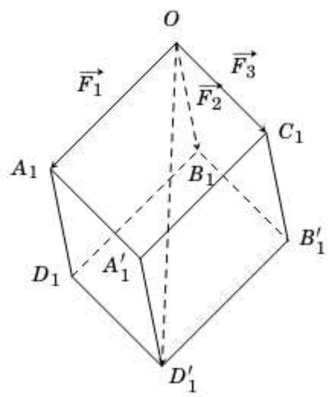
Suy ra M là trung điểm BB'.

Câu 43: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A,B,C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mối dây OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $\left|\overrightarrow{F_1}\right|=\left|\overrightarrow{F_2}\right|=\left|\overrightarrow{F_3}\right|=15$ (N). Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



A. $14\sqrt{3}\,\text{N}$. **B.** $15\sqrt{3}\,\text{N}$. **C.** $17\sqrt{3}\,\text{N}$. **D.** $16\sqrt{3}\,\text{N}$.

Lời giải:



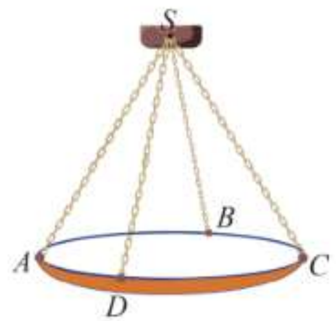
Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1} = \vec{F_1}, \overrightarrow{OB_1} = \vec{F_2}, \overrightarrow{OC_1} = \vec{F_3}$. Lấy các điểm D_1, A_1', B_1', D_1' sao cho $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A_1'D_1'B_1'$ là hình hộp (như hình bên).

Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1'}$.

Mặt khác, do các lực căng $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ đôi một vuông góc và $\left|\vec{F_1}\right| = \left|\vec{F_2}\right| = \left|\vec{F_3}\right| = 15(\text{N})$ nên hình hộp $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A_1'D_1'B_1'$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế hình hộp đó là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15. Suy ra độ dài đường chéo OD_1' của hình lập phương đó bằng $15\sqrt{3}$.

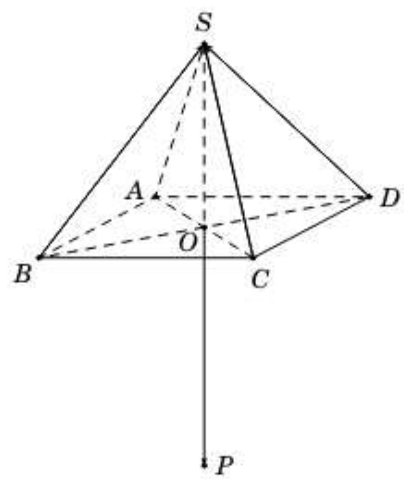
Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trong lực tác dụng lên chiếc đèn. Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là $|\vec{P}| = \left|\overrightarrow{OD_1'}\right| = 15\sqrt{3}\text{N}$.

Câu 44: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5\,\text{kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 60°$. Tìm độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích, lấy $g = 10\,\text{m}/\text{s}^2$.



A. $\dfrac{15\sqrt{3}}{3}\,\text{N}$. **B.** $\dfrac{20\sqrt{3}}{3}\,\text{N}$. **C.** $\dfrac{25\sqrt{3}}{3}\,\text{N}$. **D.** $\dfrac{30\sqrt{3}}{3}\,\text{N}$.

Lời giải:



Ta có $\vec{P} = m\vec{g}$ nên $\left|\vec{P}\right| = m\left|\vec{g}\right| = 5.10 = 50\,\text{N}$.

Vậy độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm là $50\,\text{N}$.

Gọi O là trọng tâm của chiếc đèn chùm cũng là chân đường cao hình chóp đều $S.ABCD$.

Vẽ $\overrightarrow{OP}$ biểu diễn trọng lực tác động lên đèn chùm với $OP \perp (ABCD)$.

Khi đó lực căng mỗi sợi xích sẽ là $\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BS}, \overrightarrow{CS}, \overrightarrow{DS}$.

Chiếc đèn chùm đứng yên nên $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{CS} + \overrightarrow{DS} + \overrightarrow{OP} = \vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO} \Rightarrow SO = \dfrac{1}{4}OP = \dfrac{50}{4} = \dfrac{25}{2}$

Tam giác SAC cân tại S có $\cos OSA = \dfrac{SO}{SA}$

Suy ra lực căng của mỗi sợi dây xích là: $SA = \dfrac{SO}{\cos 30^\circ} = \dfrac{\frac{25}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{25\sqrt{3}}{3}$ N.

Câu 45: Theo định luật II Newton *(Vật lí 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60)* thì gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với

khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc $\left(\text{m}/\text{s}^2\right), \vec{F}$ là vectơ lực (N). Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng $0{,}5\text{ kg}$ một gia tốc $50\text{ m}/\text{s}^2$ thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

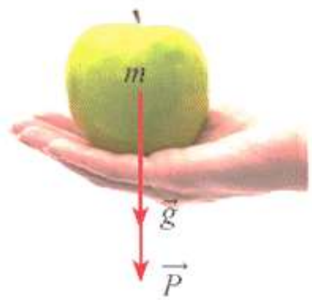
A. 10 N. **B.** 15 N. **C.** 20 N. **D.** 25 N.

Lời giải:

Ta có $\vec{F} = m\vec{a}$ suy ra $\left|\vec{F}\right| = m\left|\vec{a}\right| = 0{,}5.50 = 25\left(\text{N}\right)$.

Vậy muốn truyền cho quả bóng khối lượng $0{,}5\text{ kg}$ một gia tốc $50\text{ m}/\text{s}^2$ thì cần một lực đá có độ lớn là 25 N.

Câu 46: Nếu một vật có khối lượng $m\left(kg\right)$ thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9{,}8\text{ m}/\text{s}^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 105 gam



A. $1{,}029\text{ N}$. **B.** $1{,}433\text{ N}$. **C.** $2{,}096\text{ N}$. **D.** $1{,}477\text{ N}$.

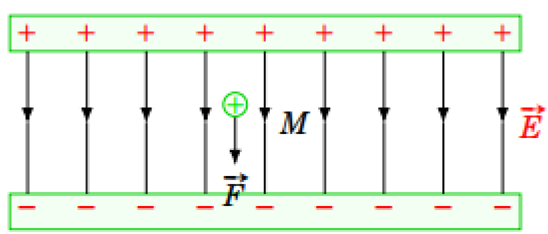
Lời giải:

Đổi $105\text{g} = 0{,}105\text{ kg}$.

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo là:

$$\left|\vec{P}\right| = m\left|\vec{g}\right| = 0{,}105.9{,}8 = 1{,}029\text{ N}$$

Câu 47: Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q.\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9}\text{C}$ và độ lớn điện trường $E = 10^5$ (N/C)



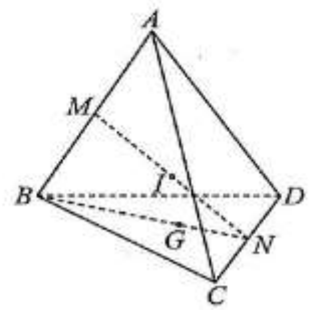
A. 10^{-4} N. **B.** 2.10^{-6} N. **C.** 10^{-2} N. **D.** $1{,}8.10^{-6}$ N.

Lời giải:

Độ lớn của lực tĩnh điện là $\left|\vec{F}\right| = q.\left|\vec{E}\right| = 10^{-9}.10^5 = 10^{-4}$ N.

CÂU HỎI ĐÚNG – SAI

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm của MN. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD.

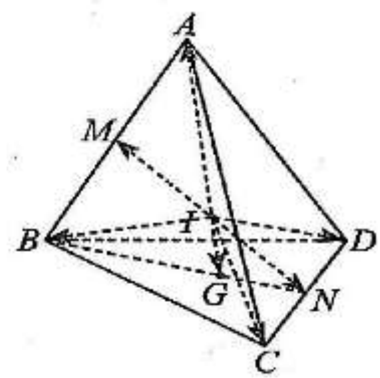


a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.
b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MN}$
c) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$
d) $3\overrightarrow{AI}-2\overrightarrow{AG}=\vec{0}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

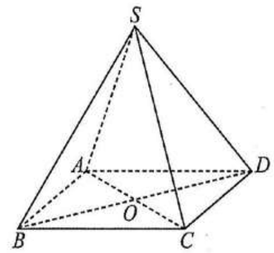
a) Đúng.
Do M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.
b) Đúng.
Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NC}\\ \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}\right)+2\overrightarrow{MN}+\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}\right)$.
Vì M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD nên $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\vec{0},\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$.
Do đó $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MN}$.
c) Đúng.
Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MA}\\ \overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MB}\\ \overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IN}+\overrightarrow{NC}\\ \overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IN}+\overrightarrow{ND}\end{cases}$



$\Rightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=2\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IN}\right)+\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)+\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}\right)=\vec{0}$.

d) Sai.
Do $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$ nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AI}$.
Mặt khác, vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$.
Suy ra $4\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AG}$, suy ra $4\overrightarrow{AI}-3\overrightarrow{AG}=\vec{0}$.

Câu 49: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$

d) $\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=0$

Lời giải:

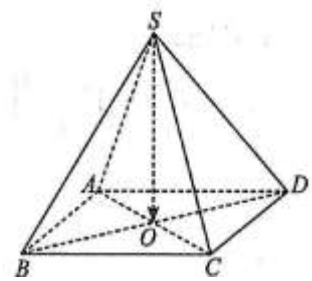
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng.

Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ nên $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DC}=\vec{0}$, suy ra $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

b) Đúng.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên O là trung điểm của AC, suy ra $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.



c) Sai.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên O là trung điểm của các cạnh AC, BD.

Suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}\\ \overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$.

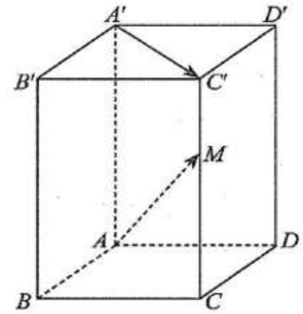
d) Đúng.

Ta có $\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=\overrightarrow{CA}\cdot\left(2\overrightarrow{SO}\right)=2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{SO}$

Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra $\overrightarrow{SO}\perp\overrightarrow{CA}\Rightarrow\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{SO}=0$

Suy ra $\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=0$.

Câu 50: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có $AB=1$, $AD=2, AA'=3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM=2MC'$.



a) $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.

b) $\cos\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}\right) = \frac{2}{3}$.

c) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$.

d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} = 0$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AA'}$ cùng phương với $\overrightarrow{CM}$ và $AA' = \frac{3}{2}CM$, suy ra $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.

b) Sai.

Do $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{A'C'}$,

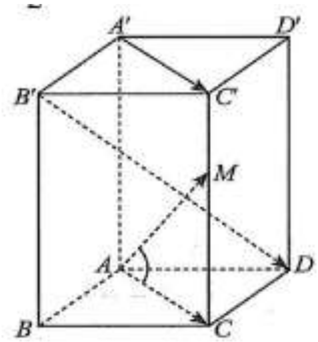
suy ra $\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}\right) = \left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}\right) = CAM$,

suy ra $\cos\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}\right) = \cos CAM = \frac{AC}{AM} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

c) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$.

d) Sai.



Ta có $\overrightarrow{B'D} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AD} - \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}\right) = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}$.

Do đó $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}\right) \cdot \left(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}\right)$

$$= -AB^2 + AD^2 - \frac{2}{3}AA'^2 = -1 + 4 - 6 = -3.$$

Câu 51: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a.

a) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

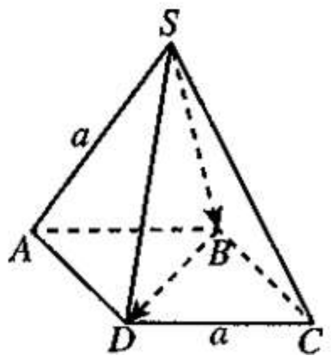
b) Tam giác SBD cân tại S.

c) $\left(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}\right) = 45^\circ$.

d) $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{BD} = -a^2$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông. Suy ra a) đúng.

b) Do $S.ABCD$ là hình chóp đều tất cả các cạnh bằng a $\Rightarrow SB = SD = a$. Suy ra b) đúng.

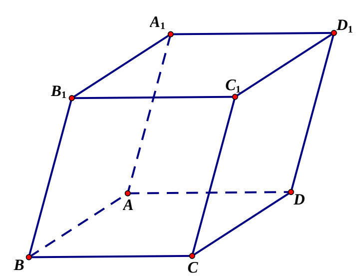
c) Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông có độ dài cạnh bằng a nên độ dài đường chéo $BD = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD có $\Rightarrow SB = SD = a$ và $BD = a\sqrt{2}$ nên tam giác SBD vuông cân tại S, suy ra $SBD = 45^\circ$.

Vậy $\left(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}\right) = 180^\circ - SBD = 135^\circ$. Suy ra c) sai.

d) Ta có $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{BD} = SB.BD.\cos\left(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}\right) = a.a\sqrt{2}.\cos 135^\circ = -a^2$. Suy ra d) đúng.

Câu 52: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ.



a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D_1C_1}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1}$.

d) Có tất cả 28 vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu điểm cuối là các đỉnh của hình hộp trên.

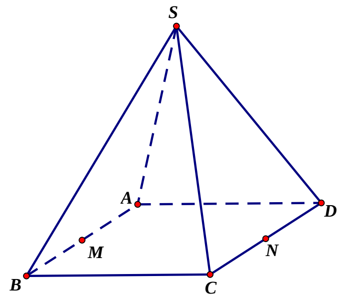
Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

c) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BD}$.

d) Có $A_8^2 = 56$ vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu điểm cuối là các đỉnh của hình hộp trên.

Câu 53: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.



a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CN}$.

b) $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{DM}$ là hai vectơ đối nhau.

c) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SA}$.

d) $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SB}$.

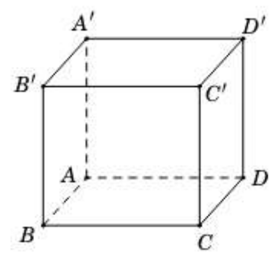
Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

c) $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{SA}$.

d) $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{SA}$.

Câu 54: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1.



a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB'}$.

c) $\left|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}\right| = \sqrt{2}$.

d) $\left|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA'}\right| = 1$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Câu 55: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a.

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

b) $\overrightarrow{SB} \perp \overrightarrow{SD}$.

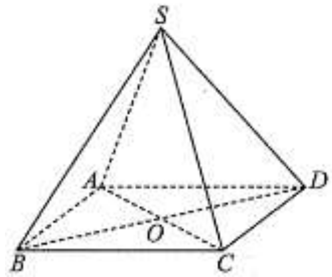
c) $\left(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BD}\right) = 45°$.

d) $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{BD} = -a^2$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Câu 56: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

b) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO}$.

d) $\overrightarrow{SO}.\overrightarrow{AB} = 0$.

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G.

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right)$.

c) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}$.

d) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng: Theo công thức vì G là trọng tâm tứ diện $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

b) Đúng: Ta có:

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG}\right) = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DG}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right)$$

c) Đúng: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BG}$

d) Sai: $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right) = \overrightarrow{AO} + \frac{1}{4}\left(4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$.

$$= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$$

Câu 58: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm MN

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

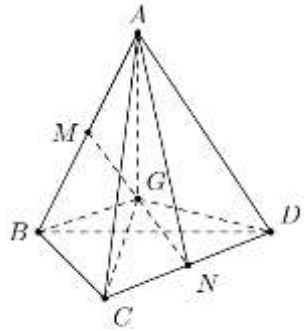
b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$.

c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\right)$.

d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) Đúng: Vì M, N lần lượt là trung điểm $AB, CD \to \begin{cases} \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GM} \\ \overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=2\overrightarrow{GN} \end{cases}$

Mặt khác G là trung điểm $MN \to \overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0} \leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

b) Đúng: Khi đó $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=4\overrightarrow{MG}+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=4\overrightarrow{MG}$

c) Sai: Dễ chứng minh được $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$

d) Đúng. Ta có: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CN}$; $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DN}$. Do đó: $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$

Câu 59: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O.

a) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$.

d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$.

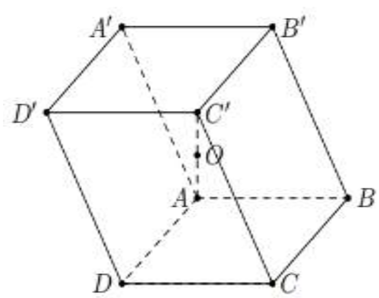
Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng: Theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$

b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$.

Do đó: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$.



c) Sai: Vì $\begin{cases} \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AB'} \\ \overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{AD'} \end{cases}$ mà $\overrightarrow{AB'}\neq\overrightarrow{AD'} \Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}\neq\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$.

d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AC'}$; $\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}=\overrightarrow{AC'}$

Vậy $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$

Câu 60: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{B'A'}$.

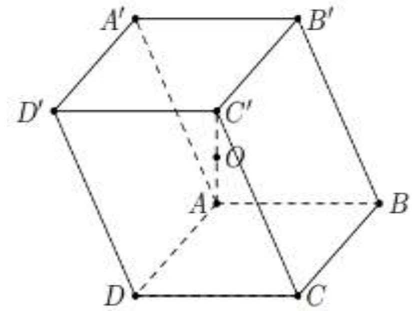
b) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D'C'}+\overrightarrow{D'A'}=\overrightarrow{DC}$.

c) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

d) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{B'D'}$ mà $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D'}$

b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D'C'}+\overrightarrow{D'A'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D'B'}=\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{D'B'}=\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{DC}$

c) Đúng: Ta có: $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$

d) Sai: Vì $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BA'}+\overrightarrow{BD'}\neq\overrightarrow{BC}$

Câu 61: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GS}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{SO}$.

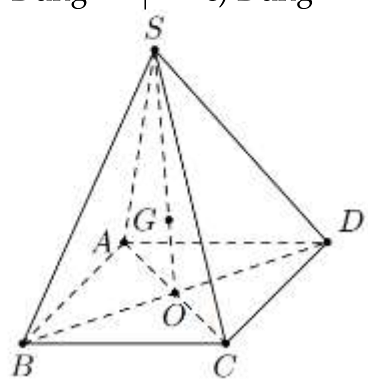
b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}$.

d) $\overrightarrow{GS}=3\overrightarrow{OG}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



a) Sai: Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

b) Đúng: Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

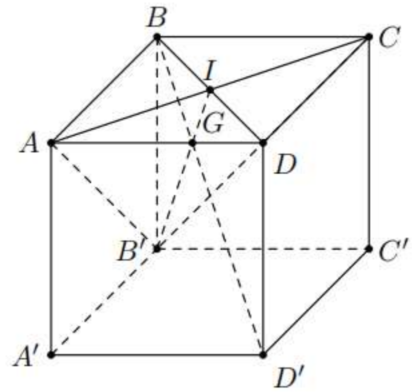
c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$; $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$ nên $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}$

d) Sai: Ta có

$\overrightarrow{GS}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS}+4\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS}+4\overrightarrow{GO}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GS}=4\overrightarrow{OG}$

Câu 62: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$.



a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

b) $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GI}$.

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A'C'}$.

d) $\overrightarrow{BD'}=2\overrightarrow{BG}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

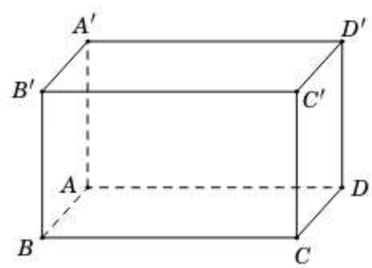
a) Đúng: Theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$

b) Sai: G là trọng tâm của tam giác $AB'C$ nên $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$

d) Sai: Ta có $\Delta BIG \sim \Delta D'B'G \Rightarrow \dfrac{BG}{D'G}=\dfrac{BI}{D'B'}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow \dfrac{BG}{BD'}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow \overrightarrow{BD'}=3\overrightarrow{BG}$.

Câu 63: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB=a;\ AD=a\sqrt{3};\ AA'=2a$.



a) $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CD'}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{CB'}=\vec{0}$.

c) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=a\sqrt{5}$.

d) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{CC'}\right|=2\sqrt{2}a$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

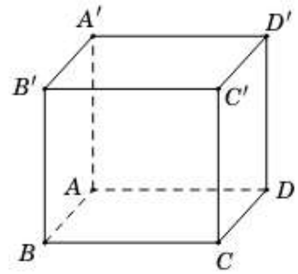
a) Sai: $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{CD'}$ không đối nhau nên $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CD'}\neq\vec{0}$

b) Đúng: $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau nên $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CD'}=\vec{0}$

c) Sai: $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=AC=\sqrt{AB^2+AD^2}=2a$

d) Đúng: $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{CC'}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right|=AC'=\sqrt{AB^2+AD^2+AA^2}=2\sqrt{2}a$

Câu 64: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.



a) $\overrightarrow{B'B}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{B'D}$.
b) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD}$.
c) $\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right|=a\sqrt{2}$.
d) $\left|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{C'A}\right|=a$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

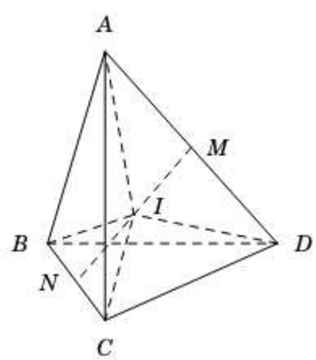
a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{B'B}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{B'B}+\left(-\overrightarrow{DB}\right)=\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D}$.

b) Sai: Áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$

c) Sai: $\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right|=\left|\overrightarrow{BD'}\right|=BD'=a\sqrt{3}$

d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{C'A}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{C'A}=\overrightarrow{C'C}$. Do đó $\left|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{C'A}\right|=C'C=a$

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC, I là trung điểm MN.



a) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}$.
b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.
c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{MN}$.
d) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

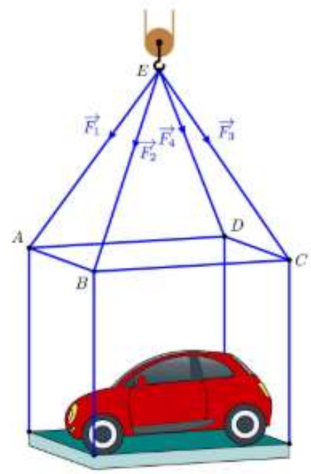
a) Sai: Sử dụng quy tắc ba điểm và quy tắc hiệu, ta có
$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}\right)=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}$.

b) Đúng: Theo quy tắc ba điểm, ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}$.
Do đó $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

c) Đúng: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{MN}$

d) Đúng: $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

Câu 66: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3},\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là $4700\,\text{N}$ và trọng lượng của khung sắt là $3000\,\text{N}$.



a) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}$

b) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_4}$

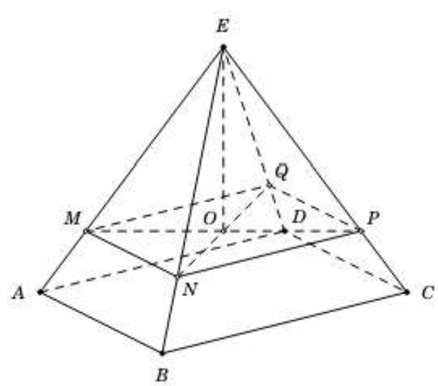
c) $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}\right|\approx 8141(\text{N})$.

d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô gần bằng $16282(\text{N})$.

Lời giải:

Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt trên các tia EA, EB, EC, ED sao cho $\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{EN}=\overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{EP}=\overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{EQ}=\overrightarrow{F_4}$.

Do các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3},\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là $4700\,\text{N}$ nên $EM=EN=EP=EQ=4700$.



a) Sai: Ta có: $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EN}=2\overrightarrow{EH}$, với H là trung điểm của MN

$\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}=\overrightarrow{EP}+\overrightarrow{EQ}=2\overrightarrow{EK}$, với K là trung điểm của PQ suy ra $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}\neq\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}$

b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EP}=2\overrightarrow{EO}$, với O là trung điểm của MP

$\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_4}=\overrightarrow{EN}+\overrightarrow{EQ}=2\overrightarrow{EO}$, với O là trung điểm của MP suy ra $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_4}$.

c) Đúng: $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}\right|=|2\overrightarrow{EO}|=2EO$.

Theo giả thiết, góc giữa EA với $(ABCD)$ bằng $60°$ nên góc giữa EM với $(MNPQ)$ cũng bằng $60°$ hay $\widehat{SMO}=60°$.

Xét ΔEMO có $EM=4700$, $\widehat{SMO}=60°$ suy ra $EO=EM\sin 60°=2350\sqrt{3}$.

d) Đúng: Từ đây ta tính được $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}\right|=2EO\approx 8141(\mathrm{N})$.

Câu 67: Cho $\vec{a}=3,\vec{b}=5$ và góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $120°$.

a) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{19}.$

b) $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=8.$

c) $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|=\sqrt{139}.$

d) $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=9.$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2+2\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2+2\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|\cos\left(\vec{a}.\vec{b}\right)=9+25+2.3.5\left(-\frac{1}{2}\right)=19$$

$$\Rightarrow\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{19}$$

$$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2-2\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2-2\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|\cos\left(\vec{a}.\vec{b}\right)=9+25-2.3.5\left(-\frac{1}{2}\right)=49$$

$$\Rightarrow\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{49}=7$$

$$\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2+4\left|\vec{b}\right|^2-4\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|^2+4\left|\vec{b}\right|^2-4\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|\cos\left(\vec{a}.\vec{b}\right)=9+4.25-4.3.5\left(-\frac{1}{2}\right)=139$$

$$\Rightarrow\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|=\sqrt{139}$$

$$\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2+4\left|\vec{b}\right|^2+4\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|^2+4\left|\vec{b}\right|^2+4\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|\cos\left(\vec{a}.\vec{b}\right)=9+4.25+4.3.5\left(-\frac{1}{2}\right)=79$$

$$\Rightarrow\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=\sqrt{79}$$

Câu 68: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là $45°$.

a) $\vec{a}.\vec{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) $\left(\vec{a}+3\vec{b}\right).\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=-5+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=2+\sqrt{2}$.

d) $\left|\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}\right|=0$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

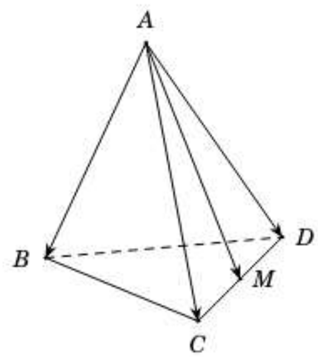
a) Đúng: $\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Đúng: $\left(\vec{a}+3\vec{b}\right).\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=|\vec{a}|^2+\vec{a}.\vec{b}-6|\vec{b}|^2=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}-6=-5+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) Sai: $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+2\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}^2=1+2.\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1=2+\sqrt{2}$ suy ra $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

d) Sai: $\left(\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+2\sqrt{2}\vec{a}.\vec{b}+2\vec{b}^2=1+2\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}+2=2$ suy ra $|\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}|=\sqrt{2}$.

Câu 69: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.



a) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0.$

b) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\dfrac{a^2}{2}.$

c) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$

d) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=-\dfrac{a^2}{2}.$

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng: Tam giác ACD đều suy ra AM vuông góc với CD nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0$.

b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=AB.AC.\cos\widehat{BAC}=a.a.\cos 60°=\dfrac{a^2}{2}$.

c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CD}$.

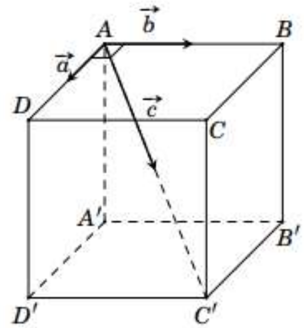
Mặt khác AM, BM là trung tuyến của các tam giác đều ACD, BCD nên $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MB}\perp\overrightarrow{CD}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CD}=0\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90^{\circ}$.

d) Sai. Ta có $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}.\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a^2}{2}+\dfrac{a^2}{2}\right)=\dfrac{a^2}{2}$.

Câu 70: Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là $10\,\text{N}$, $10\,\text{N}$ và $20\,\text{N}$.



a) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$.

b) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=20\,\text{N}$.

c) $\left|\vec{a}+\vec{c}\right|=\left|\vec{b}+\vec{c}\right|$.

d) $|\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right|\approx 32,59\,\text{N}$.

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Từ giả thiết ta có $\vec{a}\perp\vec{b}$; $\cos\left(\vec{a},\vec{c}\right)=\cos DAC'=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos\left(\vec{b},\vec{c}\right)=\cos BAC'=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

a) Sai: Giả sử $\vec{a}+\vec{b}=\vec{d}$. Theo quy tắc hình bình hành thì $\vec{d}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ suy ra $\vec{a}+\vec{b}\neq\vec{c}$

b) Sai: $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=10\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông cạnh bằng 10).

c) Đúng: Ta có $\vec{a}+\vec{c}^{\,2}=\left|\vec{a}\right|^2+2\vec{a}.\vec{c}+\left|\vec{c}\right|^2=10^2+2.10.20.\dfrac{1}{\sqrt{3}}+20^2=500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $\left|\vec{a}+\vec{c}\right|=\sqrt{500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}}$.

Mặt khác $\left(\vec{b}+\vec{c}\right)^2=\left|\vec{b}\right|^2+2\vec{b}.\vec{c}+\left|\vec{c}\right|^2=10^2+2.10.20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}+20^2=500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $\left|\vec{b}+\vec{c}\right|=\sqrt{500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}}$. Vậy $\left|\vec{a}+\vec{c}\right|=\left|\vec{b}+\vec{c}\right|$.

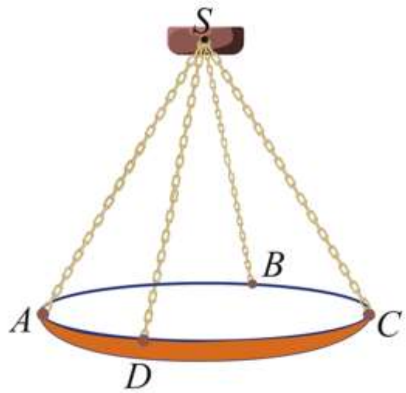
d) Đúng. Giả sử lực tổng hợp là $\vec{m}$, tức là $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

Do đó: $\vec{n}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\Leftrightarrow\left|\vec{m}\right|^2=\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)^2\Leftrightarrow\left|\vec{m}\right|^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2+\vec{c}^2+2\vec{a}.\vec{b}+2\vec{b}.\vec{c}+2\vec{c}.\vec{a}$

$\Leftrightarrow\left|\vec{m}\right|^2=10^2+10^2+20^2+0+2.10.20.\dfrac{1}{\sqrt{3}}+2.10.20.\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow\left|\vec{m}\right|^2=10^2+10^2+20^2+0+2.10.20.\dfrac{1}{\sqrt{3}}+2.10.20.\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\left|\vec{m}\right|\approx 32,59.$

Câu 71: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m=5\,kg$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA,SB,SC,SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC=60^{\circ}$. Biết $\vec{P}=m.\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10\,\text{m/s}^2$, $\vec{P}$ là trọng lực tác động vật có đơn bị là N, m là khối lượng của vật có đơn vị kg.



a) $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ là 4 vectơ đồng phẳng.

b) $\left|\overrightarrow{SA}\right| = \left|\overrightarrow{SB}\right| = \left|\overrightarrow{SC}\right| = \left|\overrightarrow{SD}\right|$.

c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng $50(N)$.

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\dfrac{25\sqrt{3}}{2}(N)$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng: $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}$ là 4 vectơ đồng phẳng

b) Đúng: $\left|\overrightarrow{SA}\right| = \left|\overrightarrow{SB}\right| = \left|\overrightarrow{SC}\right| = \left|\overrightarrow{SD}\right|$

c) Đúng: Độ lớn trọng lực tác động lên đèn chùm là: $P = mg = 5.10 = 50\,N$

d) Sai: Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều => $SA = SB = SC = SD$ mà $ASC = 60^\circ$
Vậy tam giác SAC đều. Gọi O là trung điểm AC.
Hợp lực của 4 sợi xích là: $\vec{F} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} + 2\overrightarrow{SO} = 4\overrightarrow{SO}$
Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4\overrightarrow{SO} = \vec{P}$ hay $4SO = P \Leftrightarrow SO = 12,5$

Xét tam giác đều SAC có $SA = \dfrac{\sqrt{3}}{2}SO = \dfrac{25\sqrt{3}}{4}$

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là $\dfrac{25\sqrt{3}}{4}N$

TRẢ LỜI NGẮN

Câu 72: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{MN} = k\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}\right)$.

Lời giải:

Đáp án: $k = \dfrac{1}{2}$.

$\overrightarrow{MN} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right)$(quy tắc trung điểm) $= \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD}\right)$

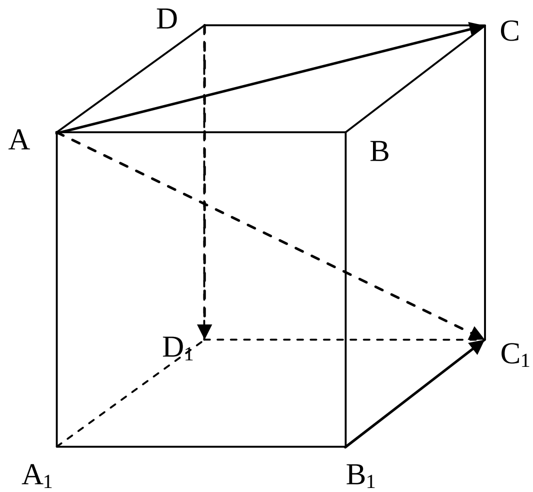
Mà $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ (vì M là trung điểm AB) $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}\right)$.

Vậy $k=\frac{1}{2}$.

Câu 73: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=k\overrightarrow{AC_1}$

Lời giải:

Đáp án: $k=1$.



Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AC_1}$. Nên $k=1$.

Câu 74: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 45°, hãy tính:

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ b) $\left(\vec{a}+3\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)$ c) $(\vec{a}+\vec{b})^2$.

Lời giải:

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=1\cdot1\cdot\cos45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\left(\vec{a}+3\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}-6\vec{b}^2=1+\frac{\sqrt{2}}{2}-6\cdot1=-5+\frac{\sqrt{2}}{2}$

$(\vec{a}+\vec{b})^2=\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=1+2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+1=2+\sqrt{2}$.

Câu 75: Cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=4,\left|\vec{b}\right|=3$ và $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=2\sqrt{7}$. Tính $\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

Lời giải:

Đáp án: 120°.

Ta có: $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=2\sqrt{7}\Leftrightarrow\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)^2=28\Leftrightarrow\vec{a}^2+4\vec{b}^2+4\vec{a}\vec{b}=28$

$\Leftrightarrow\left|\vec{a}\right|^2+4\left|\vec{b}\right|^2+4\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=28\ \ cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120^0$

Câu 76: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 120° và $\left|\vec{a}\right|=3$, $\left|\vec{b}\right|=5$. Tính $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|$.

Lời giải:

Đáp án: $\sqrt{79}$.

Cách 1 :

$\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2+4\left|\vec{b}\right|^2+4\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|^2+4\left|\vec{b}\right|^2+4\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|\cos\left(\vec{a}.\vec{b}\right)=9+4.25+4.3.5\left(-\dfrac{1}{2}\right)=79$

$\Rightarrow\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=\sqrt{79}.$

Cách 2 :

Vẽ hình bình hành $ABCD$ sao cho: $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=2\vec{b}$.

Theo quy tắc hình bình hành ta có: $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|=AC$.

Áp dụng định lí hàm côsin trong tam giác ACD:

$AC=\sqrt{CD^2+AD^2-2CD.AD.\cos 60^\circ}=\sqrt{79}$.

Câu 77: Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=1$, $\left|\vec{b}\right|=2$, $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=3$. Tính $\left(\vec{a}-2\vec{b}\right).\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$.

Lời giải:

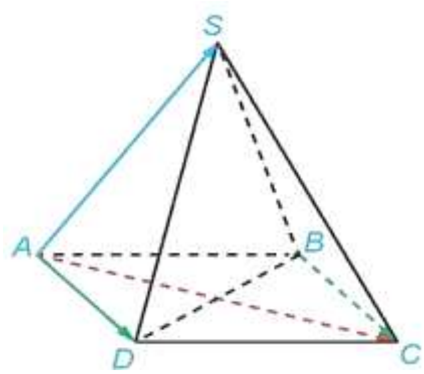
Đáp án: 0.

Ta có: $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=3\Leftrightarrow\left(\vec{a}\right)^2-2\vec{a}.\vec{b}+\left(\vec{b}\right)^2=9\Leftrightarrow 1-2\vec{a}.\vec{b}+4=9\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=-2$.

Ta có: $\left(\vec{a}-2\vec{b}\right).\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)=2\left(\vec{a}\right)^2-3\vec{a}.\vec{b}-2\left(\vec{b}\right)^2=2.1-3.(-2)-2.4=0$.

Câu 78: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính các tích vô hướng sau:

a) $\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{BC}$; b) $\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{AC}$.



Lời giải:

a) Tam giác SAD có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều, suy ra $SAD=60^\circ$. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$, suy ra $\left(\overrightarrow{AS},\overrightarrow{BC}\right)=\left(\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AD}\right)=SAD=60^\circ$. Do đó

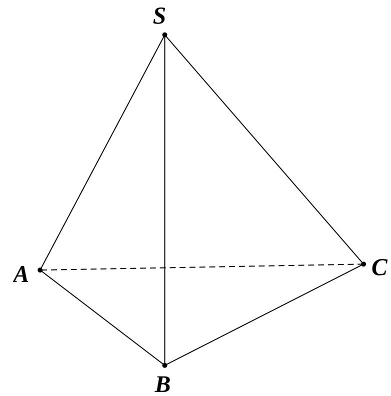
$\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{BC}=\left|\overrightarrow{AS}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BC}\right|\cdot\cos 60^\circ=a\cdot a\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{a^2}{2}$.

b) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông có độ dài mỗi cạnh là a nên độ dài đường chéo AC là $\sqrt{2}a$. Tam giác SAC có $SA=SC=a$ và $AC=\sqrt{2}a$ nên tam giác SAC vuông cân tại S, suy ra $SAC=45^\circ$. Do đó $\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AS}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\cos SAC=a\cdot\sqrt{2}a\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=a^2$.

Câu 79: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=2, BC=2\sqrt{2}$. Hãy tính $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}$.

Lời giải:

Đáp án: -2.



Ta có: $BC^2 = SB^2 + SC^2\left(2.2^2 = 2^2 + 2^2\right) \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S.

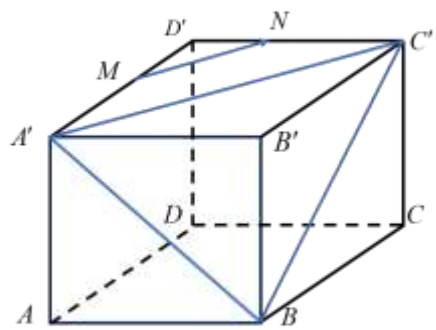
Mặt khác: $SA = AC = SC = 2 \Rightarrow \Delta SAC$ là tam giác đều.

$$\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC}\left(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}\right) = \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA} = 0 - SC.SA.\cos ASC = -2.2.\cos 60° = -\frac{2^2}{2} = -2.$$

Vậy $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = -2$.

Câu 80: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai vecto $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{A'B}$. Số đo của góc φ bằng bao nhiêu độ?

Lời giải:



Trả lời: $60°$

Vì $MN \,//\, A'C'$ nên $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'B}\right) = \left(\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{A'B}\right) = C'A'B$.

Tam giác $C'A'B'$ là tam giác đều vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.

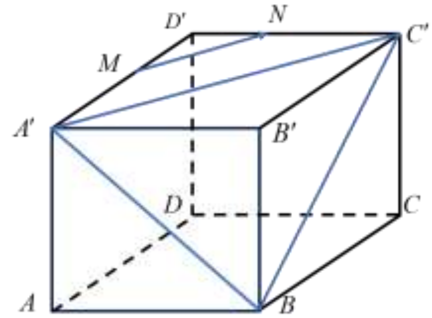
Suy ra $C'A'B = 60°$.

Vậy $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'B}\right) = \overline{C'A'B} = 60°$.

Câu 81: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Trả lời: $n = -0,5$



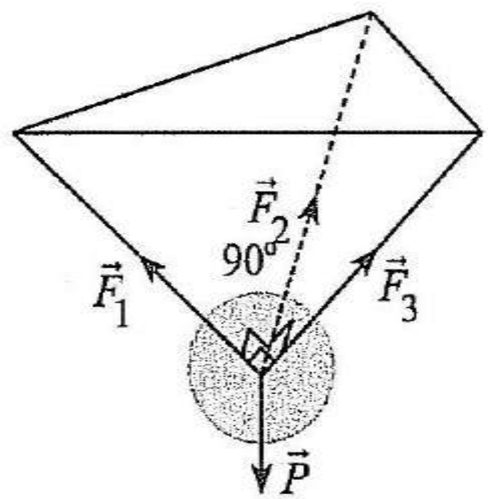
Vì $MN//A'C'$ nên $\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{C'B}\right)=\left(\overrightarrow{A'C'},\overrightarrow{C'B}\right)=180°-\widehat{A'C'B}=120°$.

Ta có: $MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}, C'B=a\sqrt{2}$.

Suy ra: $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{C'B}=|\overrightarrow{MN}|\cdot\left|\overrightarrow{C'B}\right|\cdot\cos\left(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{C'B}\right)=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\cdot a\sqrt{2}\cdot\cos 120°=-0,5a^2$.

Vậy $n=-0,5$.

Câu 82: Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc $90°$. Gọi $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3}$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F_1}$ bằng bao nhiêu Niutơn? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)



Lời giải:

Xét tứ diện đều $SABC$ có cạnh SA, SB, SC biểu diễn độ lớn các lực căng dây và SP biểu diễn độ lớn của trọng lực tác dụng lên vật nặng S.

Ta có $\left|\vec{F_1}\right|=SA, \left|\vec{F_2}\right|=SC, \left|\vec{P}\right|=SG$ và $\overrightarrow{SG}+\overrightarrow{SP}=\vec{0}$, trong đó G là trọng tâm của tam giác đều ABC.

Đặt $x=SA, x>0\Rightarrow AC=x\sqrt{2}$.

Khi đó $AG=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{AC\sqrt{3}}{2}\right)=\dfrac{x\sqrt{6}}{3}$.

Mặt khác $SG=SP=30$ nên xét tam giác SAG vuông tại G, ta có

$SA^2=SG^2+AG^2\Leftrightarrow x^2=30^2+\dfrac{2x^2}{3}\Leftrightarrow x=30\sqrt{3}\approx 51,96\ (N)$.

Câu 83: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của đông cơ, lực cản cưa không khí, trọng lực vả lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và cổ độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc mây bay tăng vận tốc tữ $900 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$ lên $920 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$, trong quá trình tăng tốc máy bay giứ nguyên hướng bay. Lực cán của khống khí khi máy bay đạt vận tốc $900 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$ và $920 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$ lần lượt được biểu diễn bởi hai vectơ $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$. Hãy giải thích vì sao $\overrightarrow{F_1}=k\overrightarrow{F_2}$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải:

Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ $900 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$ lên $920 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$ máy bay giữ nguyên hướng bay nên vectơ $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ có cùng hướng. Do đó, $\overrightarrow{F_1}=k\overrightarrow{F_2}$ với k là một số thực dương nào đó (1).

Gọi v_1, v_2 lần lượt là vận tốc của của chiếc máy bay khi đạt $900 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$ và $920 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$.

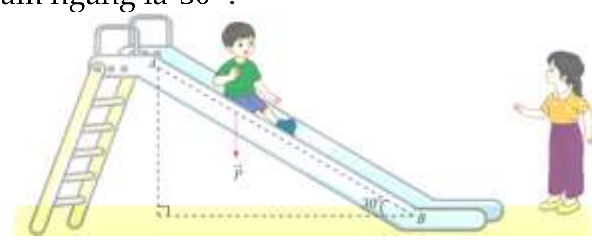
Suy ra $v_1=900(\mathrm{~km} / \mathrm{h}), v_2=920(\mathrm{~km} / \mathrm{h})$

vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay nên

$$\frac{\left|\vec{F_1}\right|}{\left|\overrightarrow{F_2}\right|}=\frac{v_1^2}{v_2^2}=\frac{900^2}{920^2}=\frac{2025}{2116} \Rightarrow\left|\overrightarrow{F_1}\right|=\frac{2025}{2116}\left|\overrightarrow{F_2}\right|$$

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{F_1}=\frac{2025}{2116} \overrightarrow{F_2} \Rightarrow k=\frac{2025}{2116} \approx 0,96$.

Câu 84: Một em nhỏ cân nặng $m=25$ kg trượt trên cầu trượt dài $3,5$ m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30°.



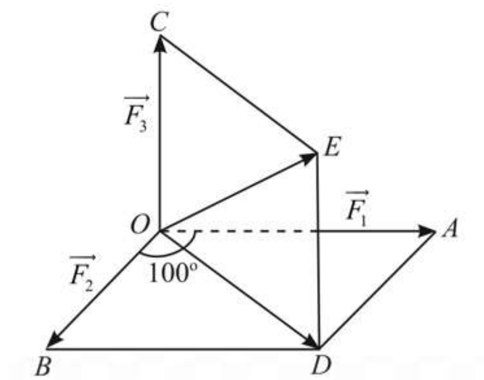
Tính độ lớn của trọng lực $\vec{P}=m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g=9,8 \mathrm{m/s}^2$.

Lời giải:

Độ lớn trọng lực tác dụng lên em nhỏ là: $P=mg\cos 60^{\circ}=25.9,8 \cdot \frac{1}{2}=122,5 \mathrm{~N}$

Câu 85: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc $100°$ và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

Lời giải:



Gọi $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ là ba lực tác động vào vật đặt tại điểm O lần lượt có độ lớn là $25\,N, 12\,N, 4\,N$.

Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{F_1}, \overrightarrow{OB} = \vec{F_2}, \overrightarrow{OC} = \vec{F_3}$.

Dựng hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$.

Hợp lực tác động vào vật là $\vec{F} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OE}$

Áp dụng định lí côsin trong tam giác OBD, ta có

$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2.BD.OB.\cos OBD = OA^2 + OB^2 + 2.OA.OB.\cos 100°$.

Vì $OC \perp (OADB)$ nên $OC \perp OD$ suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó tam giác ODE vuông tại D.

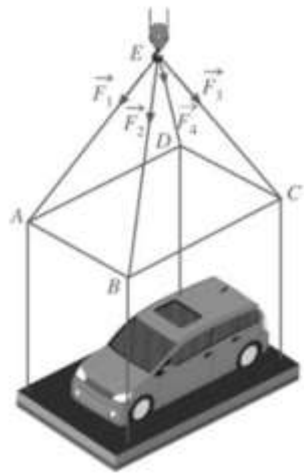
Ta có $OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2.OA.OB.\cos 100°$.

Suy ra $OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2.OA.OB.\cos 100°}$

$= \sqrt{4^2 + 25^2 + 12^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 100^\circ} \approx 26,092.$

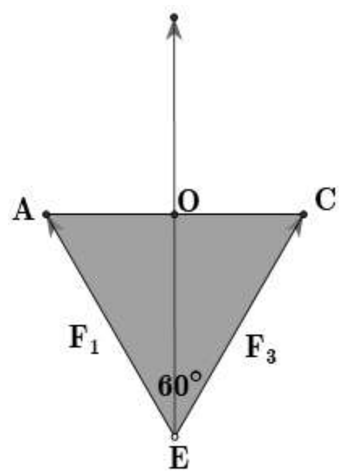
Vậy độ lớn của hợp lực là $F = OE \approx 26\,N$.

Câu 86: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng $60°$. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là $4700\,N$ và trọng lượng của khung sắt là $3000\,N$.

Lời giải:



Ta có $AEC = 60^\circ$

Ta có $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3} = 2\overrightarrow{EO} \Rightarrow \left|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_3}\right| = 2\left|\overrightarrow{EO}\right| \Rightarrow \left|\overrightarrow{F_1}\right|\sqrt{3} = 4700\sqrt{3}$

Tương tự ta cũng có $\overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_4} = \left|\overrightarrow{F_2}\right|\sqrt{3} = 4700\sqrt{3}$

Vậy trọng lực ôtô là: $\left(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4}\right) -$ (trọng lực khung sắt) $\approx 13281(N)$

HẾT

Huế, 17h20′ Ngày 11 tháng 11 năm 2024

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

HUE - CLUB

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_*TrNg 2025*

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: *Toán 12 – KNTT*

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế *Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế*

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

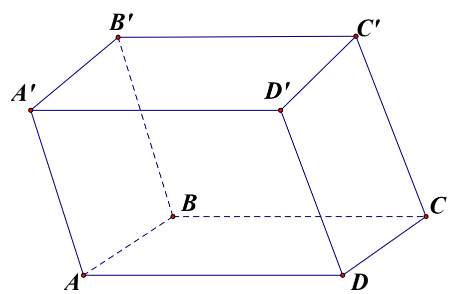
*Trong quá trình **sưu tầm** và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.
B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$.
D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{DB'}$.
B. $\overrightarrow{DB}$.
C. $\overrightarrow{BD}$.
D. $\overrightarrow{BD'}$.

Câu 3: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.
B. $\vec{a}.\vec{b}=0$.
C. $\vec{a}.\vec{b}=-1$.
D. $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.
B. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$.
C. $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{B'B}$.
D. $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D'}$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.
B. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.
C. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.
D. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. $90°$.
B. $60°$.
C. $45°$.
D. $120°$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{SC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{SD}=\vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a}+\vec{c}=\vec{b}+\vec{d}$. **B.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **C.** $\vec{a}+\vec{d}=\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}+\vec{d}$.

Câu 8: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=26;\left|\vec{b}\right|=28;\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=48$. Độ dài vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ bằng

A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}$.

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Giá trị $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}$ bằng

A. $\frac{1}{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\frac{3}{4}a^2$. **D.** $\frac{3}{2}a^2$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề dưới đây:

A. $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$. **B.** $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A'D'}$. **C.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{D'C'}$.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$. M là điểm xác định bởi $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$. **B.** M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

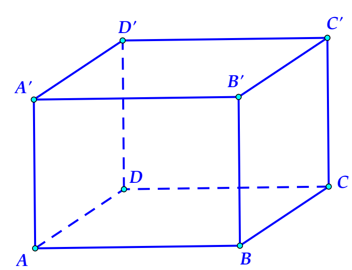
C. M là trung điểm BB'. **D.** M là trung điểm CC'.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu* **X** *vào ô chọn)*

Câu 1: Cho hình chóp $A.BCD$. Gọi G là trọng tâm ΔBCD.

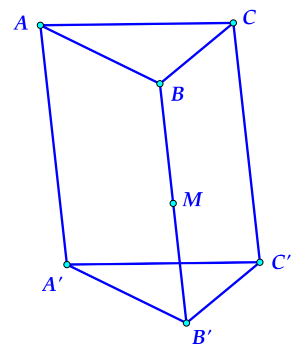
	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{GA}$.		
b)	$\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AB}$.		
c)	$(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC})+(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB})=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.		
d)	$3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.		

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{D'C'}$.		
b)	$\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{D'A}$.		
c)	$\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC'}$.		
d)	$\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.		

Câu 3: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.		
b)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AM}$.		
c)	$\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.		
d)	$\overrightarrow{A'M} = \vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{c}$.		

Câu 4: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là $45°$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\vec{a}.\vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.		
b)	$\left(\vec{a} + 3\vec{b}\right).\left(\vec{a} - 2\vec{b}\right) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.		
c)	$\left\|\vec{a} + \vec{b}\right\| = 2 + \sqrt{2}$.		
d)	$\left\|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}\right\| = 0$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = k\overrightarrow{AC_1}$.

Kết quả: ☐

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Biết $\overrightarrow{DM}=m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$, tính $m+n+p$.

Kết quả:

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Câu 3: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=2, BC=2\sqrt{2}$. Tính $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}$.

Kết quả:

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Câu 4: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$ và $\vec{a}.\vec{b}=3$. Biết $\left|3\vec{a}+5\vec{b}\right|=\sqrt{a}$, tính a.

Kết quả:

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

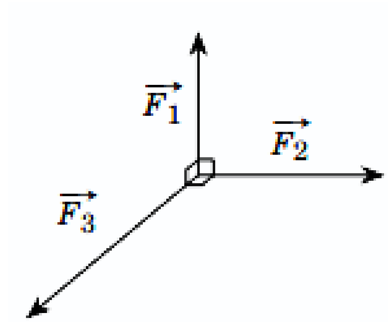
Câu 5: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{MA'} = k.\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NC'} = l.\overrightarrow{ND}$. Khi MN song song với BD' thì $k+l$ có giá trị là bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Câu 6: Ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ cùng tác dụng vào một vật có phương đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn lần lượt là 2 N, 3 N và 4 N.



Biết $\left|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}\right| = \sqrt{a}\ N$. Tính a.

Kết quả:

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HẾT

Huế, 17h20′ Ngày 11 tháng 7 năm 2024

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

HUE - CLUB

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 12 – KNTT

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

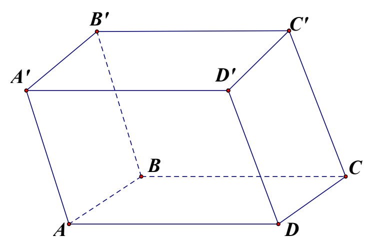
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:

Theo quy tắc hiệu, ta có: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{DB'}$.

B. $\overrightarrow{DB}$.

C. $\overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{BD'}$.

Lời giải:

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{DB'}$.

Câu 3: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

B. $\vec{a}.\vec{b}=0$.

C. $\vec{a}.\vec{b}=-1$.

D. $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

Lời giải:

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng nên $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=0^0 \Rightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=1$. Vậy $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

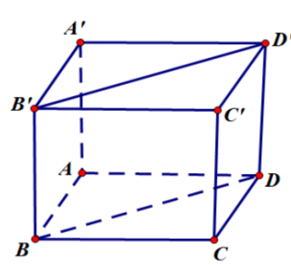
A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$.

C. $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{B'B}$.

D. $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D'}$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

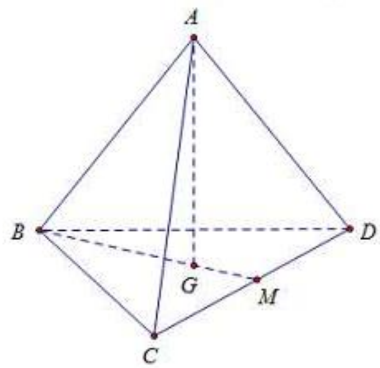
A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$.

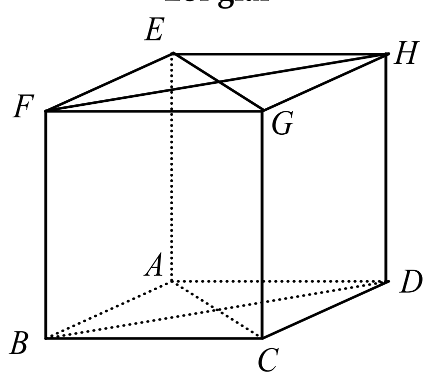
Mặt khác $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}\right)$

$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Lời giải

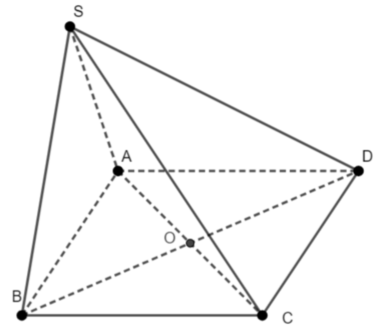


Ta có: $EG // AC$ (do $ACGE$ là hình chữ nhật) $\Rightarrow \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}\right) = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = BAC = 45°$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. **B.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. **C.** $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Lời giải:



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}=\vec{a}+\vec{c} \\ \overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}=\vec{b}+\vec{d} \end{cases} \Rightarrow \vec{a}+\vec{c}=\vec{b}+\vec{d}$.

Câu 8: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=26;\left|\vec{b}\right|=28;\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=48$. Độ dài vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ bằng

A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.

Lời giải:

Ta có: $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}.\vec{b}=2\left(\vec{a}^2+\vec{b}^2\right)-\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2$

$=2\left(\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2\right)-\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=2\left(26^2+28^2\right)-48^2=616\Rightarrow\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{616}.$

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}$.

Lời giải:

A sai vì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}\Leftrightarrow\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DC}$(sai)

B sai vì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}\Leftrightarrow\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CB}$(sai)

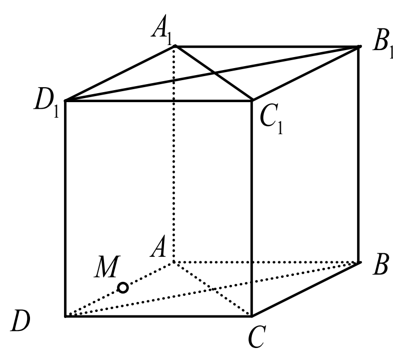
C sai vì $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DB}$(sai)

D đúng vì $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA}\Leftrightarrow\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DA}$ (đúng)

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Giá trị $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}$ bằng

A. $\frac{1}{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\frac{3}{4}a^2$. **D.** $\frac{3}{2}a^2$.

Lời giải:



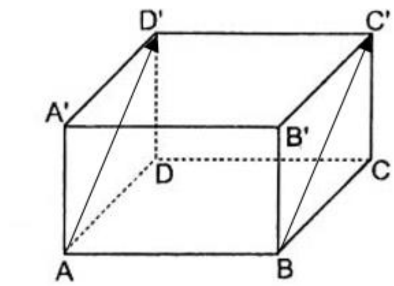
Ta có: $\overrightarrow{B_1M}.\overrightarrow{BD_1}=\left(\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}\right)\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD_1}\right)$

$=\overrightarrow{B_1B}.\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{BA}^2+\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}=-a^2+a^2+\frac{a^2}{2}=\frac{a^2}{2}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề dưới đây:

A. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{BC'}$. **B.** $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'}$. **C.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Lời giải:



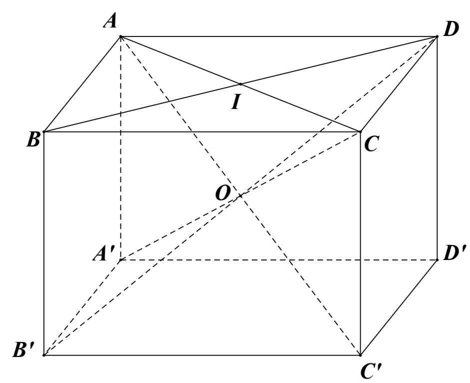
Dựa vào hình vẽ, ta xác định được cập vectơ bằng nhau là $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. M là điểm xác định bởi $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$. **B.** M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.

C. M là trung điểm BB'. **D.** M là trung điểm CC'.

Lời giải:



Gọi $I = AC \cap BD$.

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = -\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right) = -2\overrightarrow{BI} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{IB}$.

Vậy M là trung điểm BB'.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)*

Câu 1: Cho hình chóp $A.BCD$. Gọi G là trọng tâm ΔBCD.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GA}.$		
b)	$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AB}.$		
c)	$(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}.$		
d)	$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}.$		

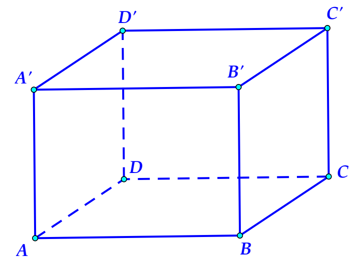
Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Ta có: $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}.$

c) Ta có: $(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}.$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.		
b)	$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{D'A}$.		
c)	$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC'}$.		
d)	$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.		

Lời giải:

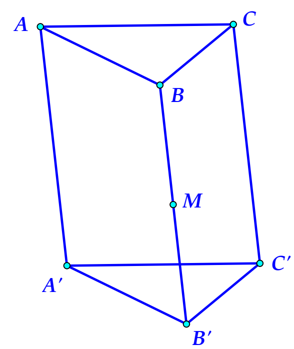
a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

b) Do $ADD'A'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$.

c) Do $ADD'A'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD'}$.

Mặt khác, $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{BC'}$.

Câu 3: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB'. Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.		
b)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AM}$.		
c)	$\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.		
d)	$\overrightarrow{A'M} = \vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{c}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} = 2\overrightarrow{AM}$.

c) Ta phân tích như sau:

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$$

$$= \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

d) Phân tích:

$\overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{C'B'} - \overrightarrow{C'A'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{c}.$

Câu 4: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là $45°$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\vec{a}.\vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$		
b)	$\left(\vec{a}+3\vec{b}\right).\left(\vec{a}-2\vec{b}\right) = -5+\frac{\sqrt{2}}{2}.$		
c)	$\left\|\vec{a}+\vec{b}\right\| = 2+\sqrt{2}.$		
d)	$\left\|\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}\right\| = 0.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng: $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

b) Đúng: $\left(\vec{a}+3\vec{b}\right).\left(\vec{a}-2\vec{b}\right) = |\vec{a}|^2 + \vec{a}.\vec{b} - 6|\vec{b}|^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 6 = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}.$

c) Sai: $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}^2 = 1 + 2.\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}$ suy ra $\left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \sqrt{2+\sqrt{2}}$.

d) Sai: $\left(\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}\right)^2 = \vec{a}^2 - 2\sqrt{2}\vec{a}.\vec{b} + 2\vec{b}^2 = 1 - 2\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} + 2 = 1$ suy ra $\left|\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}\right| = 1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

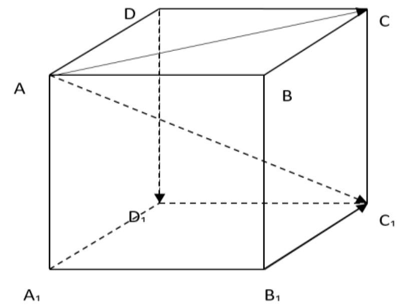
Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = k\overrightarrow{AC_1}$.

Kết quả: 1

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AC_1}$. (Quy tắc hình hộp)

Nên $k=1$.

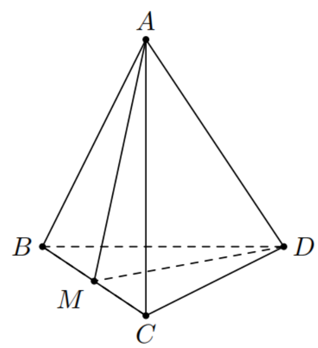
Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Biết $\overrightarrow{DM}=m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$, tính $m+n+p$.

Kết quả: 0

Trình bày:

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Lời giải:



Vì M là trung điểm của $BC\Rightarrow \overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

Mặt khác $\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$$=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}\longrightarrow m=\frac{1}{2};n=\frac{1}{2};p=-1.$$

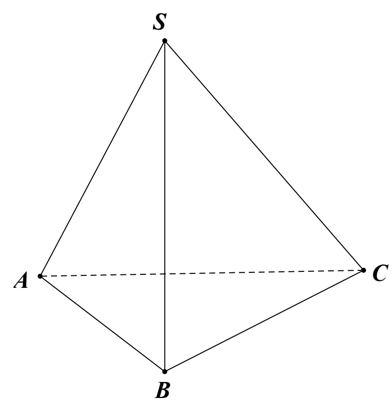
Câu 3: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$. Tính $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}$.

Kết quả: -2

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Lời giải:



Ta có: $BC^2 = SB^2 + SC^2 \left(2.2^2 = 2^2 + 2^2\right) \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S.

Mặt khác: $SA = AC = SC = 2 \Rightarrow \Delta SAC$ là tam giác đều.

$$\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC}\left(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}\right) = \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA} = 0 - SC.SA.\cos ASC = -2.2.\cos 60° = -\frac{2^2}{2} = -2.$$

Vậy $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = -2$.

Câu 4: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| = 1$ và $\vec{a}.\vec{b} = 3$. Biết $\left|3\vec{a} + 5\vec{b}\right| = \sqrt{a}$, tính a.

Kết quả: 124

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Lời giải:

Ta có: $\left(3\vec{a}+5\vec{b}\right)^2 = 9\vec{a}^2 + 30\vec{a}\vec{b} + 25\vec{b}^2 = 9 + 90 + 25 = 124 \Rightarrow \left|3\vec{a}+5\vec{b}\right| = \sqrt{124}.$

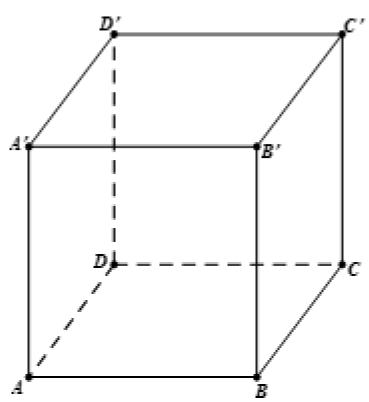
Câu 5: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{MA'} = k.\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{NC'} = l.\overrightarrow{ND}$. Khi MN song song với BD' thì $k+l$ có giá trị là bao nhiêu?

Kết quả: $\boxed{-4}$

Trình bày:

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Lời giải:



Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.

Ta có: $\overrightarrow{MA'} = k.\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AM} = k\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \dfrac{-k\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}}{1-k}$.

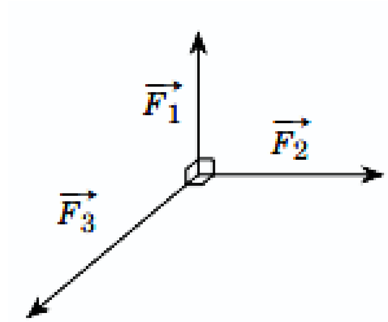
Mặt khác: $\overrightarrow{NC'} = l.\overrightarrow{ND} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = \dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}-l\vec{b}}{1-l}$.

Suy ra: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AN}=\left(-\frac{k}{1-k}-\frac{1}{1-l}\right)\vec{a}+\left(-\frac{k}{1-k}-1\right)\vec{b}+\left(\frac{1}{1-k}-\frac{1}{1-l}\right)\vec{c}$.

Hơn nữa: $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{AD'}-\overrightarrow{AB}=-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

Vì $MN//BD'$ nên $\overrightarrow{MN}//\overrightarrow{BD'}\Leftrightarrow\frac{3k+1}{1-k}=-2\Leftrightarrow k=-3\Rightarrow l=-1$. Vậy $k+l=-4$.

Câu 6: Ba lực $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ cùng tác dụng vào một vật có phương đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn lần lượt là 2 N, 3 N và 4 N.



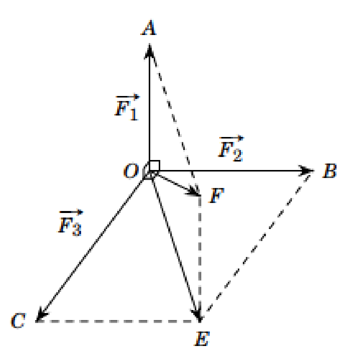
Biết $\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}\right|=\sqrt{a}\,N$. Tính a.

Kết quả: 29

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Lời giải:



Gọi O là vị trí trên vật mà ba lực cùng tác động vào. Gọi A,B,C là các điểm sao cho $\overrightarrow{F_1}=\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{OC}$.

Dựng các hình chữ nhật $OBEC$ và $OEFA$

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OE}\\ \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OF}\end{cases}$

Do đó $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OF}$

Vậy độ lớn hợp lực của cả ba lực là:

$\left|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}\right|=\left|\overrightarrow{OF}\right|=\sqrt{OA^2+OE^2}=\sqrt{OA^2+OB^2+OC^2}=\sqrt{2^2+3^2+4^2}=\sqrt{29}\,N\longrightarrow a=29.$

HẾT

Huế, 17h20′ Ngày 11 tháng 7 năm 2024

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: *Toán 12 – KNTT*

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_*TrNg 2025*

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ — **SĐT: 0935.785.115** — **Facebook:** Lê Bá Bảo

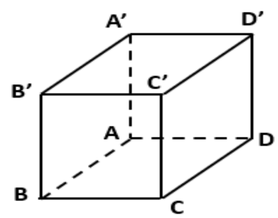
***116/04 Nguyễn Lộ Trạch*, TP Huế** — *Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế*

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

*Trong quá trình **sưu tầm** và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$ **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{AB'}$. **D.** $\overrightarrow{AD'}$.

Câu 2: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-|\vec{a}|.|\vec{b}|$.

A. $\alpha=180^{\circ}$. **B.** $\alpha=0^{\circ}$. **C.** $\alpha=90^{\circ}$. **D.** $\alpha=45^{\circ}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=8\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{OS}$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b}\right)$. **B.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d}\right)$. **D.** $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}\right)$.

Câu 6: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$ và hai vectơ $\vec{u}=\frac{2}{5}\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{v}=\vec{a}+\vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha=90^{\circ}$. **B.** $\alpha=180^{\circ}$. **C.** $\alpha=60^{\circ}$. **D.** $\alpha=45^{\circ}$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,AD. Khi đó, vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{MN}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{MA}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{BD}$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng

A. $\sqrt{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\sqrt{3}a^2$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{DG}$.

A. $k=\dfrac{1}{3}$. **B.** $k=2$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\dfrac{1}{2}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$.

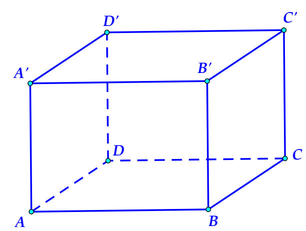
C. $\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{B'A}$.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh a. Tính số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

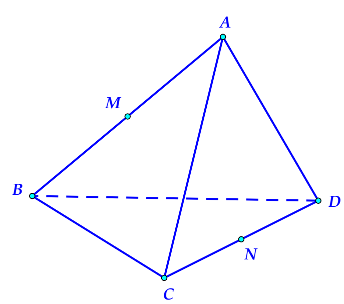
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)*

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



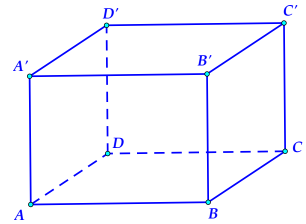
	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.		
b)	$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{BB'}$.		
c)	$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{A'C'}+\overrightarrow{AA'}$.		
d)	$\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{A'A}$.		

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.



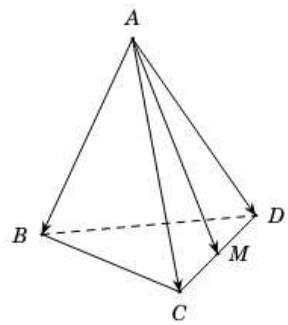
	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}$.		
b)	$\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{DN}$.		
c)	$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}$.		
d)	Với mọi điểm P bất kì, ta luôn có $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{PI}$, I là trung điểm MN.		

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.		
b)	$\left\|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}\right\| = \left\|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}\right\|$.		
c)	$\left\|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right\| = a\sqrt{5}$.		
d)	$\left\|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}\right\| = a\sqrt{6}$.		

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD} = 0$.		
b)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \dfrac{a^2}{2}$.		
c)	$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = 90^\circ$		
d)	$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = -\dfrac{a^2}{2}$.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị k thỏa mãn $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{MN}$.

Kết quả: 2

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đối bằng nhau từng đôi một, $AC = BD = a, AB = CD = 2a, AD = BC = a\sqrt{6}$. Biết góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng $k°$. Tìm k.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Câu 3: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Biết $\overrightarrow{AG'} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, tính $m + 3n + 6p$.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Biết tích vô hướng $\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{BC} = \dfrac{a^2}{k}$, tính k.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

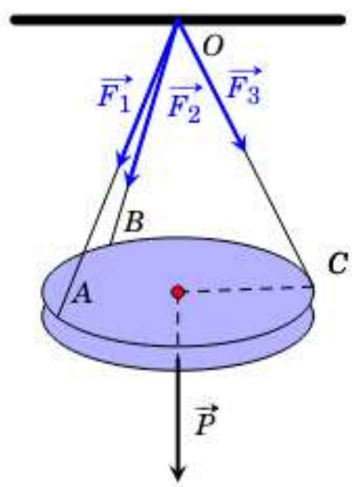
Câu 5: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}|=4;|\vec{b}|=3;|\vec{a}-\vec{b}|=4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ và $\cos\alpha=\frac{3}{k}$, tìm k.

Kết quả:

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....

Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A,B,C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $|\overrightarrow{F_1}|=|\overrightarrow{F_2}|=|\overrightarrow{F_3}|=15$ (N).



Biết trọng lượng của chiếc đèn tròn đó bằng $15\sqrt{a}\,N$ và trọng lượng của dây không đáng kể. Tính a.

Kết quả:

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....

HẾT

Huế, 17h20′ Ngày 11 tháng 7 năm 2024

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 12 – KNTT

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

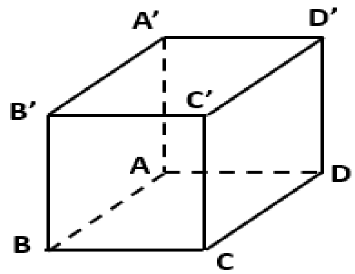
ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_*TrNg 2025*

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO
Trường THPT Đặng Huy Trứ SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo
116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế *Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế*

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$ **B.** $\overrightarrow{A'C}$. **C.** $\overrightarrow{AB'}$. **D.** $\overrightarrow{AD'}$.

Lời giải:

Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có: $\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A}=\overrightarrow{A'C}$.

Câu 2: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-|\vec{a}|.|\vec{b}|$.

A. $\alpha=180^\circ$. **B.** $\alpha=0^\circ$. **C.** $\alpha=90^\circ$. **D.** $\alpha=45^\circ$.

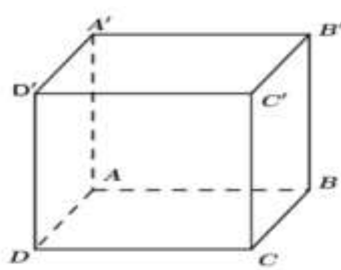
Lời giải:

Mà theo giả thiết $\vec{a}.\vec{b}=-|\vec{a}|.|\vec{b}|$, suy ra $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-1\Rightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=180^\circ$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải:



Vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{CD}$, vì hai vectơ này có giá song song với nhau.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=8\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{OS}$.

Lời giải:

$ABCD$ là hình bình hành tâm $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SA}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SB}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SC}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SD}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=-4\overrightarrow{OS}=4\overrightarrow{SO}$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

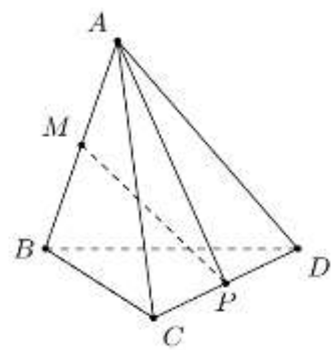
A. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b}\right)$.

B. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d}\right)$.

D. $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}\right)$.

Lời giải:



Vì M,P lần lượt là trung điểm của $AB,CD \Rightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AP} \end{cases}$

$\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AP}=-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$

$=-\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{d}=\frac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}\right)$.

Câu 6: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1$ và hai vectơ $\vec{u}=\frac{2}{5}\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{v}=\vec{a}+\vec{b}$ vuông góc với nhau. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha=90^\circ$. **B.** $\alpha=180^\circ$. **C.** $\alpha=60^\circ$. **D.** $\alpha=45^\circ$.

Lời giải:

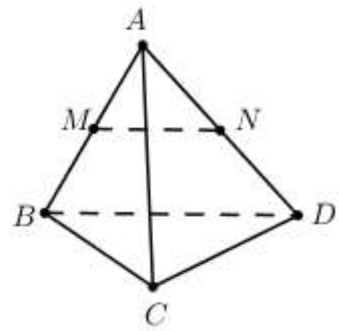
Ta có $\vec{u}\perp\vec{v}\Rightarrow\vec{u}.\vec{v}=0\Leftrightarrow\left(\frac{2}{5}\vec{a}-3\vec{b}\right)\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=0\Leftrightarrow\frac{2}{5}\vec{a}^2-\frac{13}{5}\vec{a}\vec{b}-3\vec{b}^2=0\xrightarrow{\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=1}\vec{a}\vec{b}=-1$

Suy ra $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=-1\Rightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=180^\circ$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,AD. Khi đó, vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{MN}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{MA}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$. **D.** $\overrightarrow{BD}$.

Lời giải:



Vì MN là đường trung bình của tam giác ABD, nên $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng với nhau.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

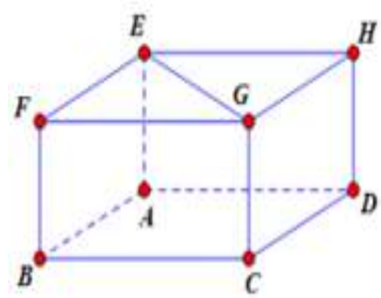
Lời giải:

Mỗi vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ tương ứng một chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử. Từ đó suy ra số vectơ cần tính là $A_4^2 = 12$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng

A. $\sqrt{2}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\sqrt{3}a^2$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Lời giải:



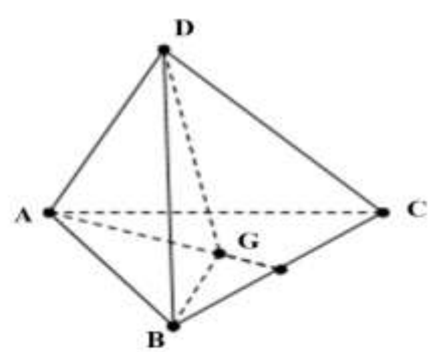
Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = a^2$

(do $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$)

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$.

A. $k = \dfrac{1}{3}$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = 3$. **D.** $k = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải:



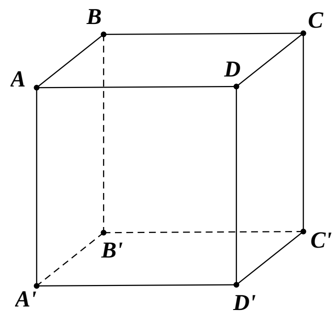
Ta có $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$. ($G$ là trọng tâm tam giác ABC).

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{BC'}$.

C. $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{B'A}$.

Lời giải:



Phương án A đúng vì theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Phương án B đúng vì $AD'C'B$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{BC'}$.

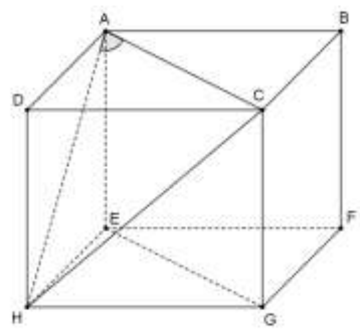
Phương án C đúng vì $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$.

Phương án D sai vì $DC'B'A$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{AB'} = -\overrightarrow{B'A}$.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh a. Tính số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải:

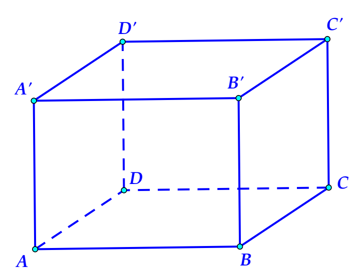


Ta có: $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \left(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{EG}\right) = \left(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AC}\right) = HAC$.

Xét ΔHAC có $HA = AC = CH = a\sqrt{2}$ nên ΔHAC đều. Vậy $\left(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{EG}\right) = 60°$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)*

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.		
b)	$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{BB'}$.		
c)	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{AA'}$.		

d)	$\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{A'A}.$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng. Ta có: $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}$

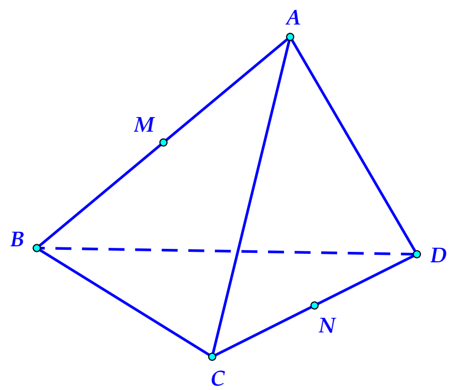
Mà $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AA'}\Rightarrow\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

b) Sai. Ta có : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BB'}\neq\vec{0}$.

c) Đúng. Ta có: $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}=\vec{0}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{C'C}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'C'}$.

d) Sai. $\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{B'A'}+\overrightarrow{C'B'}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{C'B'}+\overrightarrow{AA'}=-(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{A'A})$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}.$		
b)	$\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{DN}.$		
c)	$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}.$		
d)	Với mọi điểm P bất kì, ta luôn có $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{PI},\ I$ là trung điểm MN.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

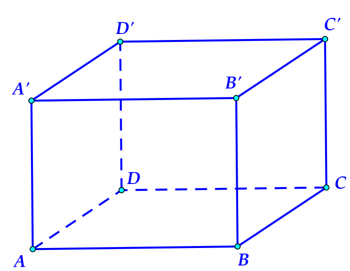
b) Do N là trung điểm CD nên $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{ND}.$

c) Ta có: $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\right)+\left(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NC}\right)$

$=2\overrightarrow{MN}+\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}\right)+\left(\overrightarrow{ND}+\overrightarrow{NC}\right)=2\overrightarrow{MN}.$

d) Ta có: $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right)+\left(\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}\right)=2\overrightarrow{PM}+2\overrightarrow{PN}=2\left(\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}\right)=4\overrightarrow{PI}.$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}.$		

b)	$\left\|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}\right\|=\left\|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right\|$.		
c)	$\left\|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right\|=a\sqrt{5}$.		
d)	$\left\|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC'}\right\|=a\sqrt{6}$.		

Lời giải:

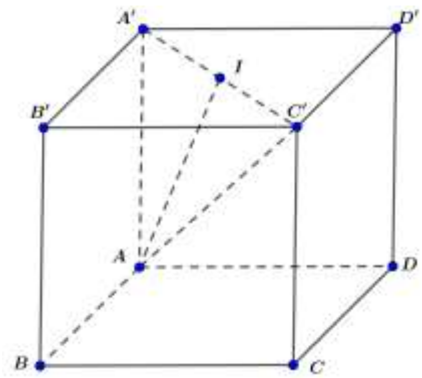
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

b) Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD'}\\ \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BC'}\end{cases}\longrightarrow\left|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right|\Leftrightarrow AD'=BC'$ (đúng)

c) Ta có: $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.

$\longrightarrow\left|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=AC'=\sqrt{A'A^2+AC^2}=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=a\sqrt{3}$

d)

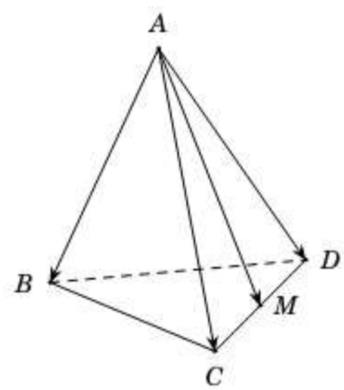


Gọi I là trung điểm của $A'C'$.

Khi đó: $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC'}=2\overrightarrow{AI}$

$\longrightarrow\left|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC'}\right|=2AI=2\sqrt{AA'^2+A'I^2}=2\sqrt{a^2+\frac{1}{2}a^2}=a\sqrt{6}$.

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0$.		
b)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\frac{a^2}{2}$.		
c)	$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90°$		
d)	$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=-\frac{a^2}{2}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng: Tam giác ACD đều suy ra AM vuông góc với CD nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0$.

b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=AB.AC.\cos BAC=a.a.\cos 60^\circ=\dfrac{a^2}{2}$.

c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CD}$.

Mặt khác AM, BM là trung tuyến của các tam giác đều ACD, BCD nên $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{CD},\overrightarrow{MB}\perp\overrightarrow{CD}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CD}=0\Rightarrow\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90^\circ$.

d) Sai: Ta có $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}.\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a^2}{2}+\dfrac{a^2}{2}\right)=\dfrac{a^2}{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

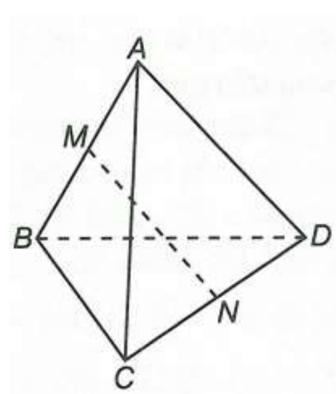
Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị k thỏa mãn $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=k\overrightarrow{MN}$.

Kết quả: 2

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Lời giải:



Do M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD nên $\begin{cases}\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=0\\ \overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=0\end{cases}$

Do đó $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)+\left(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\right)$

$= \left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}\right) + \left(\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND}\right) + 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MN}$

Vậy $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN} \longrightarrow k = 2.$

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đối bằng nhau từng đôi một, $AC = BD = a, AB = CD = 2a, AD = BC = a\sqrt{6}$. Biết góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng $k°$. Tìm k.

Kết quả: 60

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

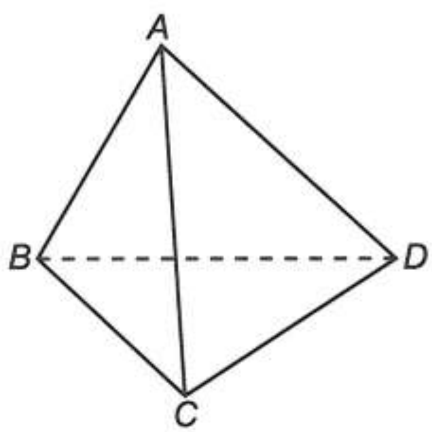
....

....

....

....

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}.\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB} = AD.AC.\cos CAD - AD.AB.\cos BAD$

$$= AD.AC.\frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2.AC.AD} - AD.AB.\frac{AB^2 + AD^2 - BD^2}{2.AB.AD}$$

$$= a\sqrt{6}.a.\frac{a^2 + \left(a\sqrt{6}\right)^2 - (2a)^2}{2.a.a\sqrt{6}} - a\sqrt{6}.2a.\frac{(2a)^2 + \left(a\sqrt{6}\right)^2 - a^2}{2.2a.a\sqrt{6}} = -3a^2$$

Suy ra $\cos\left(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}}{AD.BC} = \dfrac{-3a^2}{a\sqrt{6}.a\sqrt{6}} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \left(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}\right) = 120°$

Vậy $\left(AD; BC\right) = 60° \longrightarrow k = 60.$

Câu 3: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Biết $\overrightarrow{AG'}=m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}$, tính $m+3n+6p$.

Kết quả: 4

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

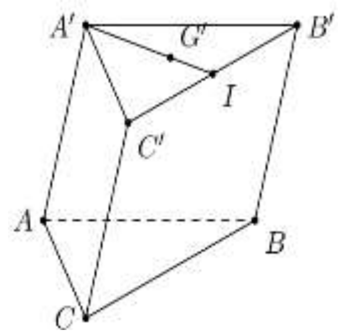
....

....

....

....

Lời giải:



Gọi I là trung điểm $B'C'$. Vì G' là trọng tâm tam giác $A'B'C' \Rightarrow \overrightarrow{A'G'}=\frac{2}{3}\overrightarrow{A'I}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AG'}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'G'}=\overrightarrow{AA'}+\frac{2}{3}\overrightarrow{A'I}=\overrightarrow{AA'}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'C'}\right)$

$=\overrightarrow{AA'}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{3}\left(3\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}\longrightarrow m=1; n=\frac{1}{3}; p=\frac{1}{3}$.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Biết tích vô hướng $\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{BC}=\frac{a^2}{k}$, tính k.

Kết quả: 2

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

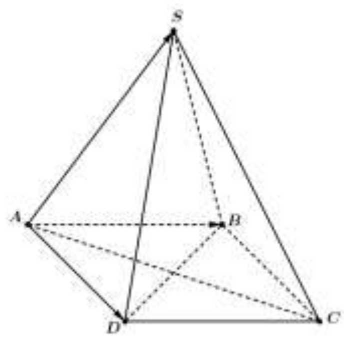
....

....

....

....

Lời giải:



Tam giác SAD có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều suy ra $SAD = 60^\circ$.

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ suy ra $\left(\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BC}\right) = \left(\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AD}\right) = SAD = 60^\circ$.

Do đó $\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{BC} = \left|\overrightarrow{AS}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|.\cos 60^\circ = a.a.\dfrac{1}{2} = \dfrac{a^2}{2} \longrightarrow k = 2.$

Câu 5: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right| = 4; \left|\vec{b}\right| = 3; \left|\vec{a} - \vec{b}\right| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ và $\cos\alpha = \dfrac{3}{k}$, tìm k.

Kết quả: 8

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

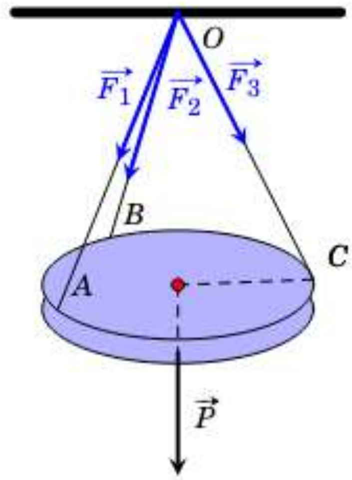
....

....

Lời giải:

Ta có $\left(\vec{a} - \vec{b}\right)^2 = \left|\vec{a}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 - 2\vec{a}.\vec{b} \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} = \dfrac{9}{2}$. Do đó: $\cos\alpha = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{3}{8} \longrightarrow k = 8.$

Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right| = 15$ (N).



Biết trọng lượng của chiếc đèn tròn đó bằng $15\sqrt{a}\,N$ và trọng lượng của dây không đáng kể. Tính a.

Kết quả: 3

Trình bày:

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

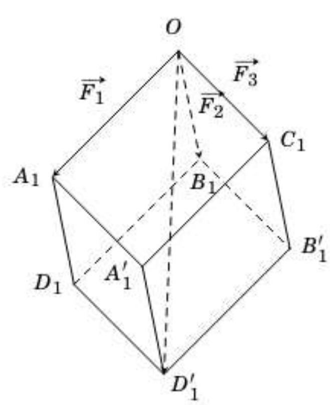
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Lời giải:



Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{F_3}$. Lấy các điểm D_1, A_1', B_1', D_1' sao cho $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A_1'D_1'B_1'$ là hình hộp (như hình bên). Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1'}$.

Mặt khác, do các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ đôi một vuông góc và $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right| = 15(\mathrm{N})$ nên hình hộp $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A_1'D_1'B_1'$ có ba cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau.

Suy ra $OA_1D_1B_1 \cdot C_1A_1'D_1'B_1'$ là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15. Suy ra $OD_1' = 15\sqrt{3}$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{P}$, do đó $\vec{P}$ là trong lực tác dụng lên chiếc đèn. Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là $|\vec{P}| = \left|\overrightarrow{OD_1'}\right| = 15\sqrt{3}\mathrm{N} \longrightarrow a = 3.$

HẾT

Huế, 17h20′ Ngày 11 tháng 7 năm 2024

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

HUE - CLUB

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 12 – KNTT

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

*Trong quá trình **sưu tầm** và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

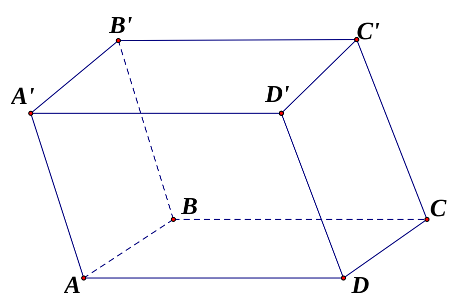
Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CC'}$ là vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{DB'}$. **B.** $\overrightarrow{DB}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{BD'}$.

Câu 4: Cho tứ diện $SABC$. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a},\overrightarrow{SB}=\vec{b},\overrightarrow{SC}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên cạnh BC sao cho $NC=3NB$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo ba vectơ $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ ta được

A. $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{A'D}$.

A. 0. **B.** a^2. **C.** $4a^2$. **D.** $2a^2$.

Câu 6: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=8\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{OS}$.

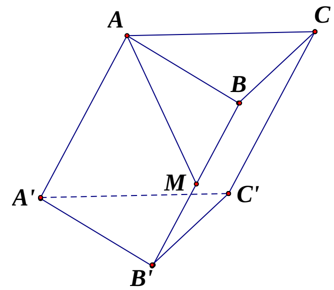
Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vecto: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{DG}$

A. $k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=2$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\frac{1}{2}$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh a. Tính số đo góc giữa hai vecto $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB'.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$.

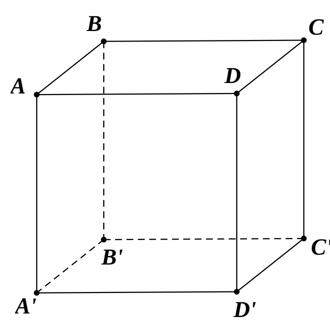
C. $\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{B'A}$.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Giá trị của $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng

A. a^2. **B.** $a^2\sqrt{2}$. **C.** $a^2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

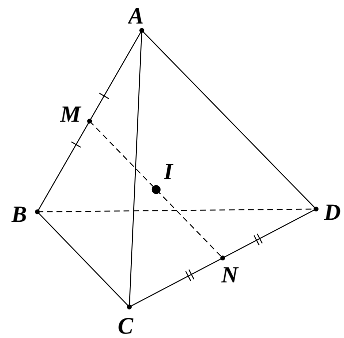
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)*

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



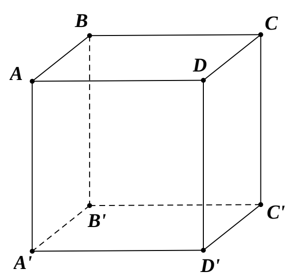
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{DC'}$.		
b)	$\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\left\|\overrightarrow{C'D'}\right\|$.		
c)	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.		
d)	$\left\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right\|=BD'$.		

Câu 2: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD, I là trung điểm của đoạn MN.



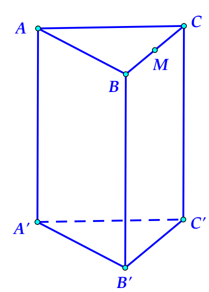
Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}.$		
b)	$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right).$		
c)	$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}.$		
d)	$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}.$		

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh a.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{CC'}=a^2.$		
b)	$\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{AB'}=a^2.$		
c)	$\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{CD'}=0.$		
d)	$\left\|\overrightarrow{AC'}\right\|=a\sqrt{3}.$		

Câu 4: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a, cạnh bên $2a$. Gọi M là trung điểm BC.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}.$		
b)	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AB'}.$		
c)	$\left\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right\|=a\sqrt{3}.$		

d)	$\overrightarrow{A'M}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}.$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD. Tìm k thỏa mãn $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{PQ}.$

Kết quả: ☐

Trình bày:

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=k\overrightarrow{AC_1}.$

Kết quả: ☐

Trình bày:

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Biết $\overrightarrow{MP}=m\vec{b}+n\vec{c}+p\vec{d}$, tính $m+n+2p$.

Kết quả: ☐

Trình bày:

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Câu 4: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=3$ và $(\vec{a},\vec{b})=30^\circ$. Tính độ dài của vectơ $3\vec{a}-2\vec{b}$.

Kết quả: ☐

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng 2. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$.

Kết quả:

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Câu 6: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 4. Tính $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC}$.

Kết quả:

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

HẾT

Huế, 10h20′ Ngày 30 tháng 7 năm 2024

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_*TrNg 2025*

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: ***Toán 12 – KNTT***

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

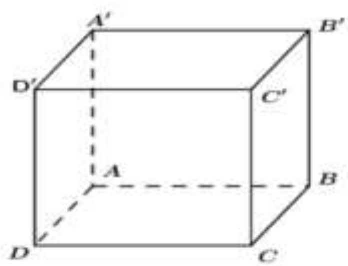
LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải:



Vectơ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{CD}$, vì hai vectơ này có giá song song với nhau.

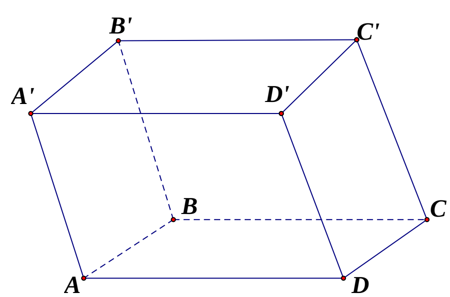
Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải:

Mỗi vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ tương ứng một chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử. Từ đó suy ra số vectơ cần tính là $A_4^2 = 12$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC'}$ là vectơ nào dưới đây?



A. $\overrightarrow{DB'}$. **B.** $\overrightarrow{DB}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{BD'}$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$.

Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$.

Câu 4: Cho tứ diện $SABC$. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a},\overrightarrow{SB}=\vec{b},\overrightarrow{SC}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên cạnh BC sao cho $NC=3NB$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo ba vectơ $\vec{a},\vec{b}$ và $\vec{c}$ ta được

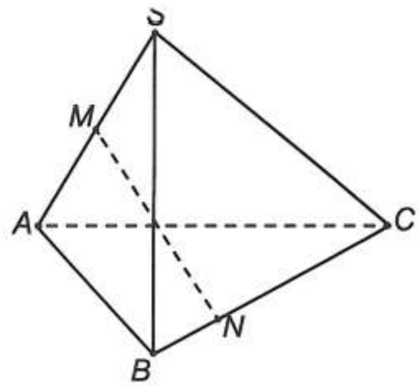
A. $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}$.

D. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

Lời giải:



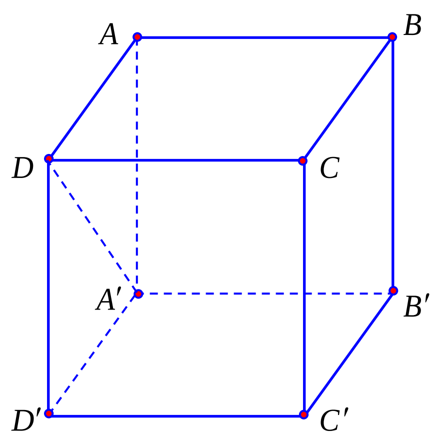
$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MS}+\overrightarrow{SN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{BN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

$$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}\right)=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}.$$

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{A'D}$.

A. 0. **B.** a^2. **C.** $4a^2$. **D.** $2a^2$.

Lời giải:



Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'}$ và $AB\perp\left(AA'D'D\right)$ nên $\left(AB,A'D\right)=\left(A'B',A'D\right)=90°$.

Do đó $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'D}\right)=90°$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{A'D}=0$.

Câu 6: Cho ba điểm A,B,C tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$.

Lời giải:

Theo quy tắc hiệu, ta có: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$.

B. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=8\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. D. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{OS}$.

Lời giải:

$ABCD$ là hình bình hành tâm $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

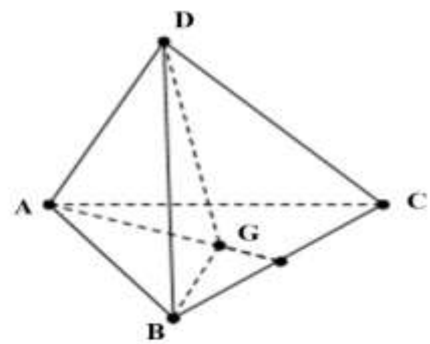
$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SA}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SB}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SC}\right)+\left(\overrightarrow{OS}+\overrightarrow{SD}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=-4\overrightarrow{OS}=4\overrightarrow{SO}$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=k\overrightarrow{DG}$

A. $k=\dfrac{1}{3}$. B. $k=2$. C. $k=3$. D. $k=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

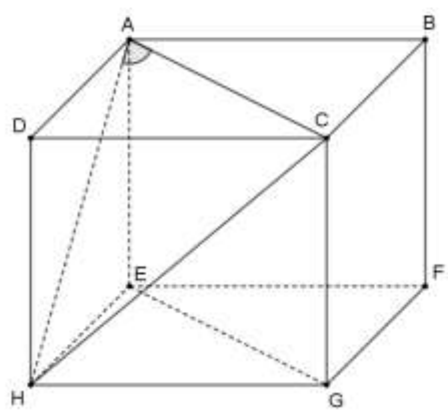


Ta có $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$. ($G$ là trọng tâm tam giác ABC).

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh a. Tính số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{EG}$.

A. $30°$. B. $45°$. C. $60°$. D. $90°$.

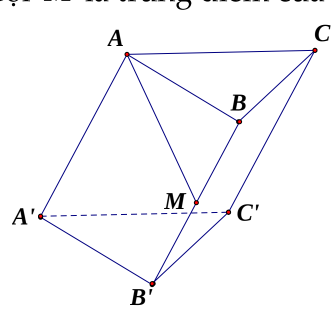
Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{AC}\Rightarrow\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{EG}\right)=\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AC}\right)=HAC$.

Xét ΔHAC có $HA=AC=CH=a\sqrt{2}$ nên ΔHAC đều. Vậy $\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{EG}\right)=60°$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB'.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

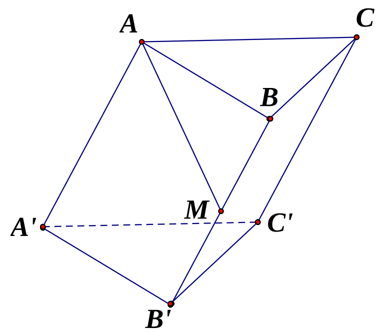
A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$.

B. $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

D. $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải:



Vì M là trung điểm của BB' nên ta có:

$2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

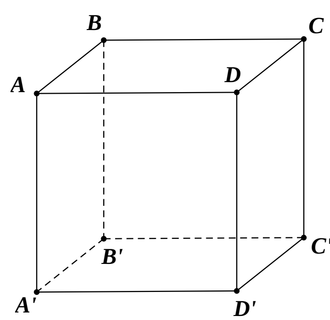
A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

B. $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$.

C. $\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{B'A}$.

Lời giải:



Phương án A đúng vì theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

Phương án B đúng vì $AD'C'B$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{BC'}$.

Phương án C đúng vì $\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$.

Phương án D sai vì $DC'B'A$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{AB'}=-\overrightarrow{B'A}$.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Giá trị của $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng

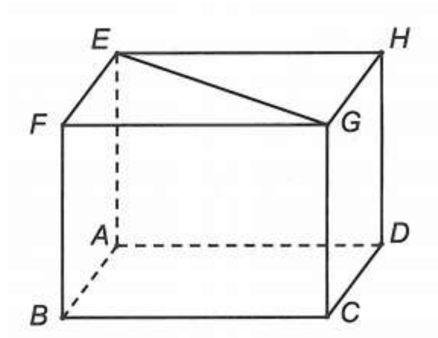
A. a^2.

B. $a^2\sqrt{2}$.

C. $a^2\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:



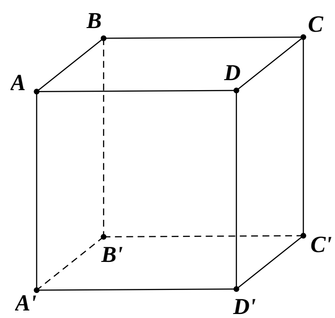
Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EH}$

Do $AB \perp EH$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EH} = 0$

Suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}^2 = a^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu* **X** *vào ô chọn)*

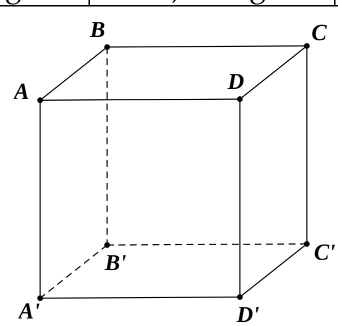
Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DC'}$.	**X**	
b)	$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \left\|\overrightarrow{C'D'}\right\|$.	**X**	
c)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.	**X**	
d)	$\left\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right\| = BD'$.	**X**	

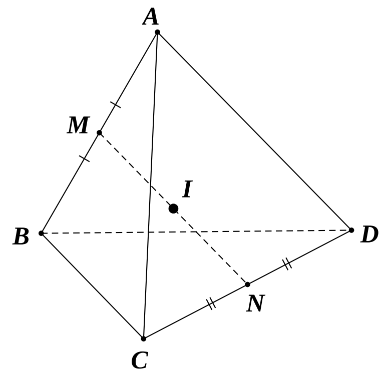
Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng



Ta có : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \longrightarrow \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right| = \left|\overrightarrow{AC'}\right| = AC' = BD'$.

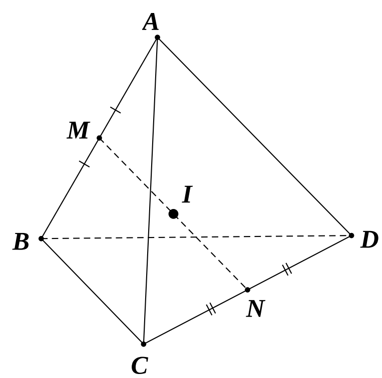
Câu 2: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD, I là trung điểm của đoạn MN.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.	X	
b)	$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.	X	
c)	$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.	X	
d)	$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}$.	X	

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng



+) a đúng. Vì M là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

+) c đúng. Vì $\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)+\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right)=2\overrightarrow{IM}+2\overrightarrow{IN}=2\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IN}\right)=\vec{0}$.

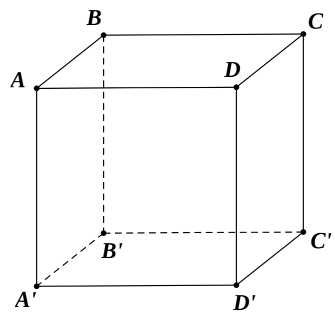
+) d đúng. Vì $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}$

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}$

$\Rightarrow 2\overrightarrow{MN}=\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)+\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{DN}+\overrightarrow{CN}\right)=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

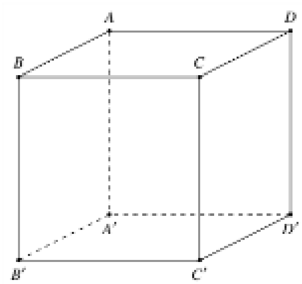
Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, có cạnh a.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{CC'} = a^2$.	X	
b)	$\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{AB'} = a^2$.	X	
c)	$\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{CD'} = 0$.	X	
d)	$\left\|\overrightarrow{AC'}\right\| = a\sqrt{3}$.	X	

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng



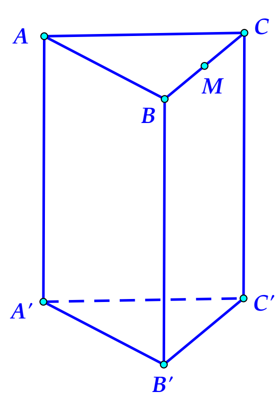
Ta có: $\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{AA'} = \left|\overrightarrow{AD'}\right|.\left|\overrightarrow{AA'}\right|\cos 45^0 = a^2$.

$\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{AB'} = \left|\overrightarrow{AD'}\right|.\left|\overrightarrow{AB'}\right|\cos 60^0 = a^2$.

$\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BA'} = 0$.

$\left|\overrightarrow{AC'}\right| = AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{3}$.

Câu 4: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a, cạnh bên $2a$. Gọi M là trung điểm BC.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$.	X	
b)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$.	X	

c)	$\left\lvert\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right\rvert = a\sqrt{3}.$	X	
d)	$\overrightarrow{A'M} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}.$		X

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

c) Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} \longrightarrow \left\lvert\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right\rvert = 2AM = 2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$

d) Ta có: $\overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AA'} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right) - \overrightarrow{AA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA'}.$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

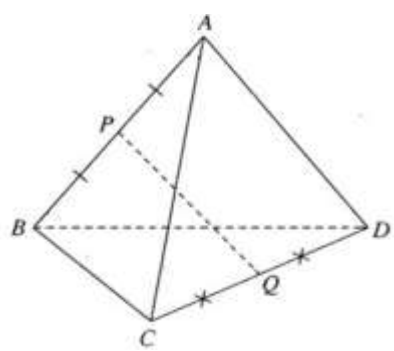
Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD. Tìm k thỏa mãn $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{PQ}.$

Kết quả: 2

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DQ}$

nên $2\overrightarrow{PQ} = \left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right)+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}+\left(\overrightarrow{CQ}+\overrightarrow{DQ}\right) = \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$. Vậy $k=2$..

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1} = k\overrightarrow{AC_1}.$

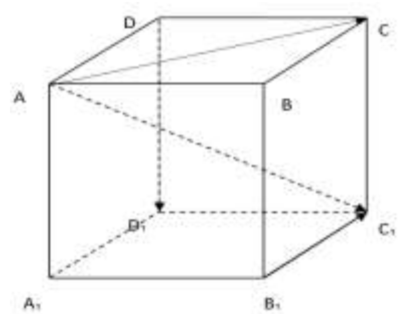
Kết quả: 1

Trình bày:

....
....

………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AC_1}$. (Quy tắc hình hộp)

Nên $k=1$.

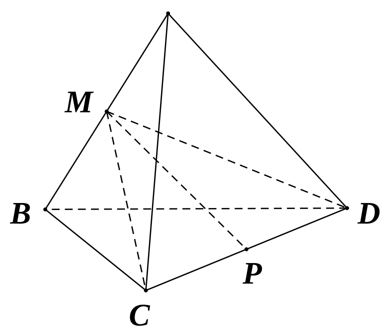
Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Biết $\overrightarrow{MP}=m\vec{b}+n\vec{c}+p\vec{d}$, tính $m+n+2p$.

Kết quả: $\boxed{1}$

Trình bày:

………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{MD}=-\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DA}\right)$

$=-\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}\right)$

$=-\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}\right)=-\frac{1}{2}\left(-\vec{c}+\vec{b}-\vec{d}\right)=-\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{d}\longrightarrow m=-\frac{1}{2};n=p=\frac{1}{2}$.

Câu 4: Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=3$ và $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=30°$. Tính độ dài của vectơ $3\vec{a}-2\vec{b}$.

Kết quả: 6

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Lời giải:

Ta có: $\left(3\vec{a}-2\vec{b}\right)^2=9\vec{a}^2-12\vec{a}.\vec{b}+4\vec{b}^2$

$=9\vec{a}^2-12|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)+4\vec{b}^2=9.12-12.2\sqrt{3}.3.\cos 30°+4.9=36$

$\Rightarrow\left|3\vec{a}-2\vec{b}\right|=6$.

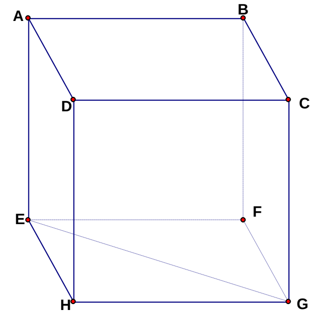
Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng 2. Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$.

Kết quả: 4

Trình bày:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Lời giải:



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ $(\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}) = 4$ (Vì $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$).

Câu 6: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 4. Tính $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC}$.

Kết quả: $\boxed{-2}$

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

....

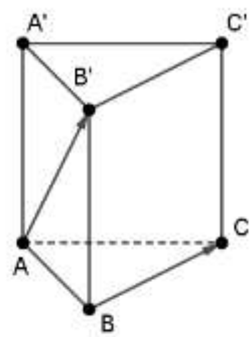
....

....

....

....

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC} = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}\right).\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ (vì $\overrightarrow{BB'} \perp \overrightarrow{BC}$ nên $\overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC} = 0$)

$= -\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = -AB.BC.\cos 60° = -2.2.\dfrac{1}{2} = -2.$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 30 tháng 7 năm 2024

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

HUE - CLUB

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: *Toán 12 – KNTT*

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế *Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế*

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

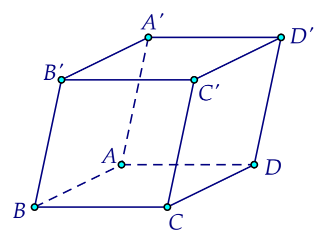
Câu 1: Trong không gian, cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Xác định $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PM}$.

A. $\overrightarrow{NM}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{NP}$. **D.** $\overrightarrow{PN}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Số các vectơ có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

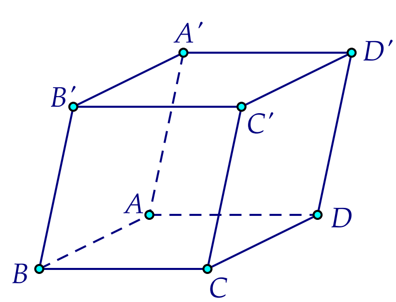
A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{A'C}$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2a, AD=3a$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{B'D'}$.

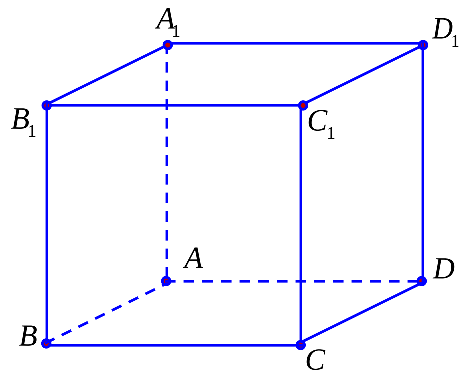
A. $\left|\overrightarrow{B'D'}\right|=a\sqrt{11}$. **B.** $\left|\overrightarrow{B'D'}\right|=3a$. **C.** $\left|\overrightarrow{B'D'}\right|=a\sqrt{5}$. **D.** $\left|\overrightarrow{B'D'}\right|=a\sqrt{13}$.

Câu 5: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD\,A'B'C'D'$. Vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AA'}$ là



A. $\overrightarrow{A'C'}$. **B.** $\overrightarrow{BA'}$. **C.** $\overrightarrow{BB'}$. **D.** $\overrightarrow{C'C}$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$.

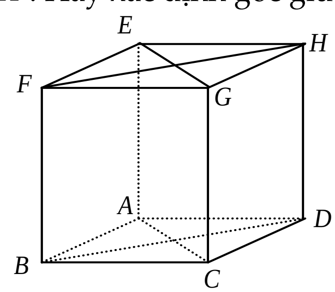
Câu 7: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\left(4\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{CD}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thỏa mãn $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$.

A. $k=4$. **B.** $k=1$. **C.** $k=0$. **D.** $k=2$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $120°$.

Câu 10: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right| = 3$, $\left|\vec{b}\right| = 2$ và $\vec{a}.\vec{b} = 3$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha = 30°$. **B.** $\alpha = 45°$. **C.** $\alpha = 60°$. **D.** $\alpha = 120°$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Gọi M là trung điểm của đoạn AD, G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{6}\vec{d}$. **B.** $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{6}\vec{d}$.

C. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$. **D.** $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$.

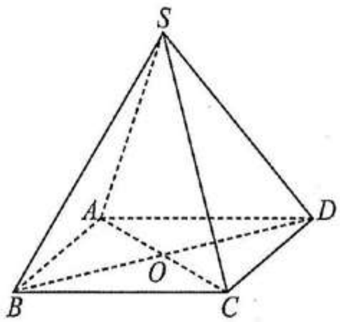
Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu* **X** *vào ô chọn)*

Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



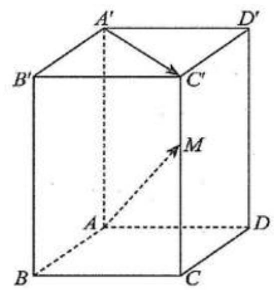
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}.$

d) $\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=0.$

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có $AB=1,\ AD=2, AA'=3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM=2MC'$.



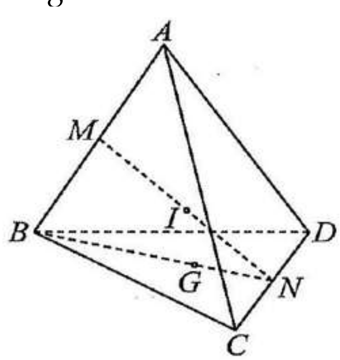
a) $\overrightarrow{AA'}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.

b) $\cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{A'C'}\right)=\dfrac{2}{3}$.

c) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$.

d) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{B'D}=0$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD và I là trung điểm của MN. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD.



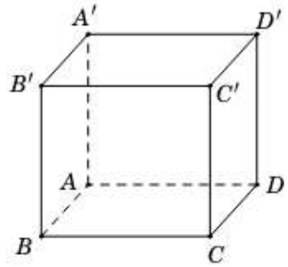
a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MN}$

c) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

d) $3\overrightarrow{AI}-2\overrightarrow{AG}=\vec{0}$.

Câu 4: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1.



a) $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{B'D}$.

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AB'}$.

c) $\left|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}\right|=\sqrt{2}$.

d) $\left|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA'}\right|=1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=k\overrightarrow{AC_1}$.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....

....

....

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị k thỏa mãn $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=k\overrightarrow{NM}$.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....

....

....

....

....

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Biết $\overrightarrow{MP}=m\vec{b}+n\vec{c}+p\vec{d}$, tính $2m+n+p$.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

Câu 4: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=2, BC=2\sqrt{2}$. Tính $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}$.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

Câu 5: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a}.\vec{b} = 3$. Biết $|3\vec{a} + 5\vec{b}| = \sqrt{a}$, tính a.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có AC' và $A'C$ cắt nhau tại O. Cho biết $AO = 3$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{A'A}$.

Kết quả: $\boxed{}$

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

HẾT

Huế, 10h20′ Ngày 30 tháng 7 năm 2024

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_*TrNg 2025*

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: ***Toán 12 – KNTT***

VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

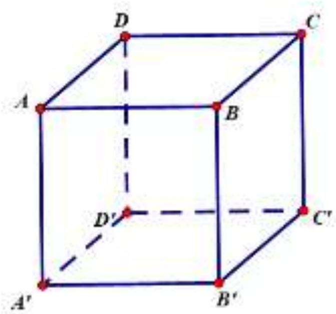
Câu 1: Trong không gian, cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Xác định $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PM}$.

A. $\overrightarrow{NM}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$. **C.** $\overrightarrow{NP}$. **D.** $\overrightarrow{PN}$.

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{PN}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Số các vectơ có điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

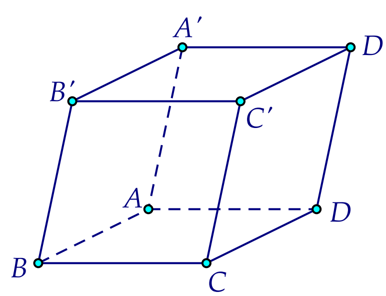


A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải:

Đó là các véc tơ: $\overrightarrow{DC},\overrightarrow{D'C'},\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{AB}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{A'C}$.

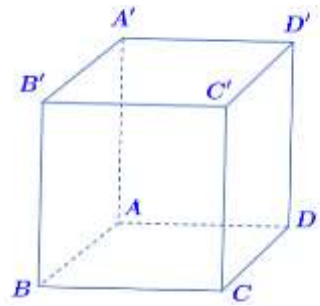
Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2a, AD=3a$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{B'D'}$.

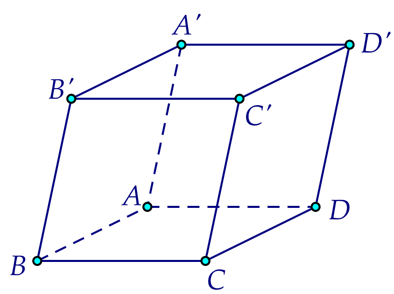
A. $\left|\overrightarrow{B'D'}\right| = a\sqrt{11}$. **B.** $\left|\overrightarrow{B'D'}\right| = 3a$. **C.** $\left|\overrightarrow{B'D'}\right| = a\sqrt{5}$. **D.** $\left|\overrightarrow{B'D'}\right| = a\sqrt{13}$.

Lời giải:



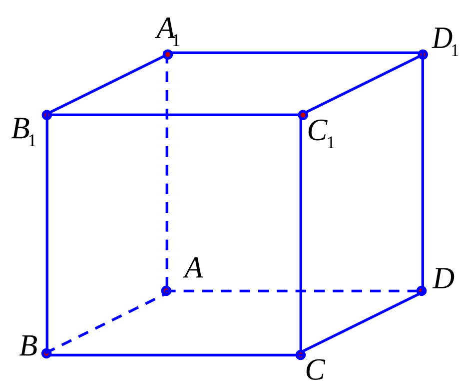
Ta có: $\left|\overrightarrow{B'D'}\right| = B'D' = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{13}$.

Câu 5: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD\,A'B'C'D'$. Vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AA'}$ là



A. $\overrightarrow{A'C'}$. **B.** $\overrightarrow{BA'}$. **C.** $\overrightarrow{BB'}$. **D.** $\overrightarrow{C'C}$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

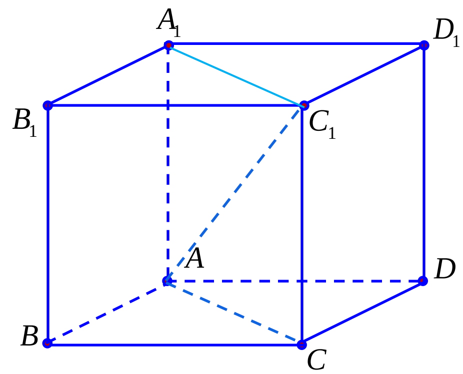


Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$.

Lời giải:

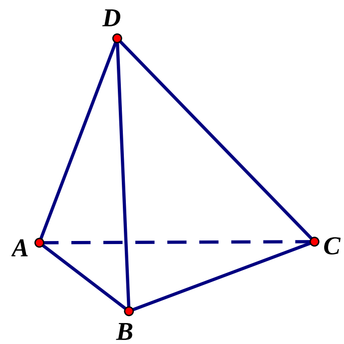


Ta có $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$.

Câu 7: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\left(4\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CD}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AB}.\left(4\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CD}\right) = 4\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = -4\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ (Do $AB \perp CD$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = 0$)

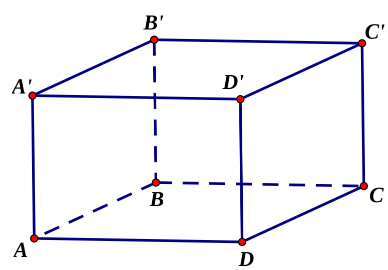
Ta có: $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = BA.BC.\cos\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = BA.BC.\cos BAC = 1.1.\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $\overrightarrow{AB}.\left(4\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CD}\right) = -2$.

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thỏa mãn $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$.

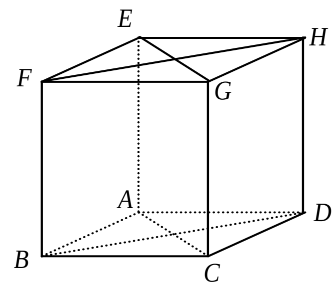
A. $k = 4$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = 0$. **D.** $k = 2$.

Lời giải:



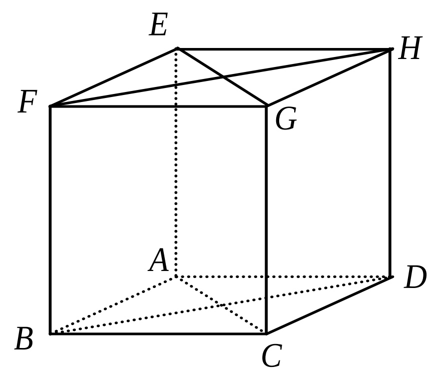
Ta có $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{BB'}$ nên $k = 1$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 120°.

Lời giải:



Ta có: $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}\right) = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = BAC = 45°$.

Câu 10: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right| = 3$, $\left|\vec{b}\right| = 2$ và $\vec{a}.\vec{b} = 3$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha = 30°$. **B.** $\alpha = 45°$. **C.** $\alpha = 60°$. **D.** $\alpha = 120°$.

Lời giải:

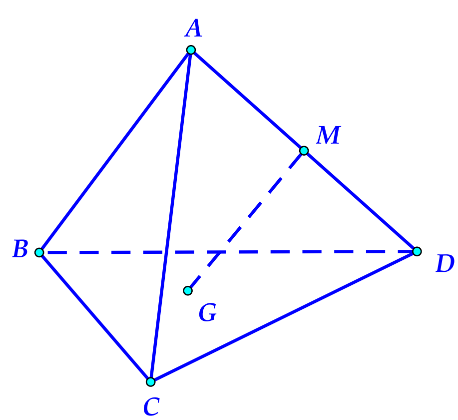
Ta có $\vec{a}.\vec{b} = \left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) \Rightarrow \cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{3}{3.2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 60°$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Gọi M là trung điểm của đoạn AD, G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{MG} = \dfrac{1}{3}\vec{b} + \dfrac{1}{3}\vec{c} - \dfrac{1}{6}\vec{d}$. **B.** $\overrightarrow{MG} = \dfrac{1}{3}\vec{b} - \dfrac{1}{3}\vec{c} - \dfrac{1}{6}\vec{d}$.

C. $\overrightarrow{MG} = \dfrac{1}{3}\vec{b} - \dfrac{1}{3}\vec{c} - \dfrac{1}{3}\vec{d}$. **D.** $\overrightarrow{MG} = \dfrac{1}{3}\vec{b} - \dfrac{1}{3}\vec{c} + \dfrac{1}{3}\vec{d}$.

Lời giải:



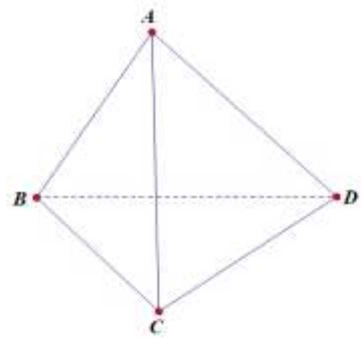
Ta có: $\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}-\frac{1}{6}\vec{d}$.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$.
B. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$.
D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CB}$.

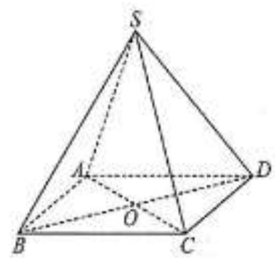
Lời giải:



Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}\\ \overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CB}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu* **X** *vào ô chọn)*

Câu 1: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.

c) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$.

d) $\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=0$.

Lời giải:

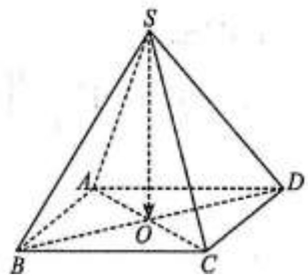
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng.

Do tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ nên $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DC}=\vec{0}$, suy ra $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

b) Đúng.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên O là trung điểm của AC, suy ra $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.



c) Sai.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên O là trung điểm của các cạnh AC, BD.

Suy ra $\begin{cases} \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO} \\ \overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$.

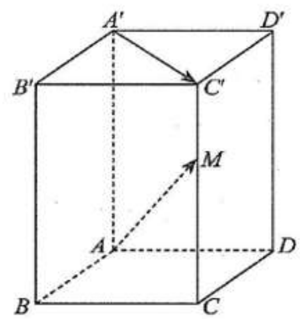
d) Đúng.

Ta có $\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=\overrightarrow{CA}\cdot\left(2\overrightarrow{SO}\right)=2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{SO}$

Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra $\overrightarrow{SO}\perp\overrightarrow{CA}\Rightarrow\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{SO}=0$

Suy ra $\left(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}\right)=0$.

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có $AB=1,\ AD=2, AA'=3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM=2MC'$.



a) $\overrightarrow{AA'}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.

b) $\cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{A'C'}\right)=\frac{2}{3}$.

c) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$.

d) $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{B'D}=0$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AA'}$ cùng phương với $\overrightarrow{CM}$ và $AA'=\frac{3}{2}CM$, suy ra $\overrightarrow{AA'}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.

b) Sai.

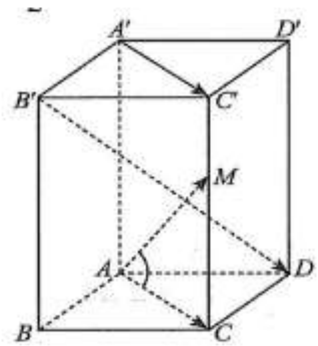
Do $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{A'C'}$,

suy ra $\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{A'C'}\right)=\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right)=CAM$, suy ra $\cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{A'C'}\right)=\cos CAM=\dfrac{AC}{AM}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

c) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$.

d) Sai.

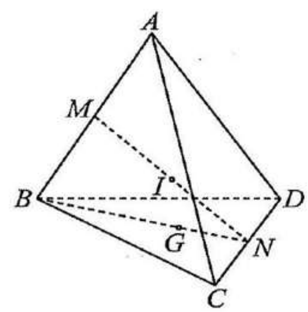


Ta có $\overrightarrow{B'D}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{AD}-\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}\right)=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA'}$.

Do đó $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{B'D}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AA'}\right)\cdot\left(-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA'}\right)$

$$=-AB^2+AD^2-\frac{2}{3}AA'^2=-1+4-6=-3.$$

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD và I là trung điểm của MN. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD.



a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

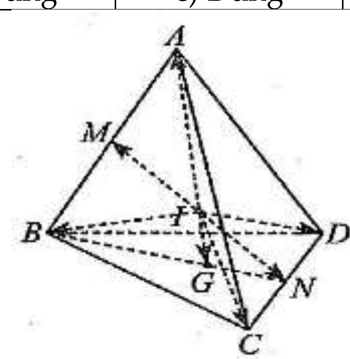
b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MN}$

c) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

d) $3\overrightarrow{AI}-2\overrightarrow{AG}=\vec{0}$.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



a) Đúng.

Do M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

b) Đúng.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NC}\\ \overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}\right)+2\overrightarrow{MN}+\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}\right)$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD nên $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=\vec{0}, \overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$.

Do đó $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MN}$.

c) Đúng.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MA}\\ \overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MB}\\ \overrightarrow{IC}=\overrightarrow{IN}+\overrightarrow{NC}\\ \overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IN}+\overrightarrow{ND}\end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=2\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IN}\right)+\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)+\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}\right)=\vec{0}$.

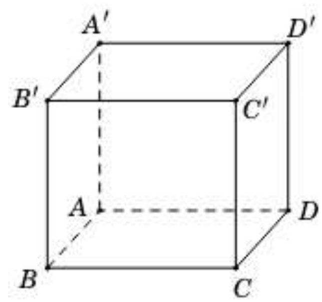
d) Sai.

Do $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$ nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AI}$.

Mặt khác, vì G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$.

Suy ra: $4\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AG}\longrightarrow 4\overrightarrow{AI}-3\overrightarrow{AG}=\vec{0}$.

Câu 4: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1.



a) $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{B'D}$.

b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AB'}$.

c) $\left|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}\right|=\sqrt{2}$.

d) $\left|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA'}\right|=1$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai. Ta có: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{DB'}\neq\overrightarrow{B'D}$.

b) Đúng. Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{AB'}$.

c) Sai. Ta có: $\left|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}\right|=\left|\overrightarrow{DB'}\right|=DB'=\sqrt{3}$.

d) Đúng. Ta có: $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA'}=\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}\right)+\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{AA'}$

$\longrightarrow\left|\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA'}\right|=\left|\overrightarrow{AA'}\right|=1$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=k\overrightarrow{AC_1}$.

Kết quả: 1

Trình bày:

....

....

....

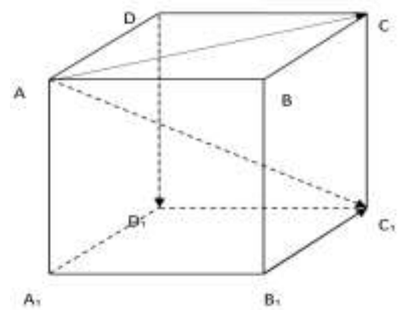
....

....

....

....

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{AC_1}$. (Quy tắc hình hộp)

Nên $k=1$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị k thỏa mãn $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=k\overrightarrow{NM}$.

Kết quả: -2

Trình bày:

....

....

....

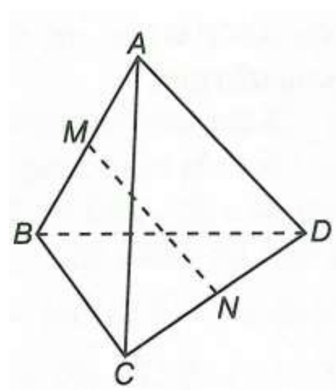
....

....

....

....

Lời giải:



Do M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD nên $\begin{cases}\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=0\\ \overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=0\end{cases}$

Do đó $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}\right)+\left(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{ND}\right)$

$= \left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}\right) + \left(\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND}\right) + 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MN}$

Vậy $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{NM} \longrightarrow k = -2.$

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Biết $\overrightarrow{MP} = m\vec{b} + n\vec{c} + p\vec{d}$, tính $2m + n + p$.

Kết quả: $\boxed{0}$

Trình bày:

....

....

....

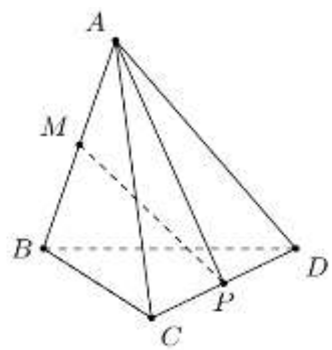
....

....

....

....

Lời giải:



Vì M, P lần lượt là trung điểm của $AB, CD \Rightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AP} \end{cases}$

$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AP} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$

$= -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d} \longrightarrow m = -\frac{1}{2}; n = \frac{1}{2}; p = \frac{1}{2}.$

Câu 4: Trong không gian, cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 2, BC = 2\sqrt{2}$. Tính $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB}$.

Kết quả: $\boxed{-2}$

Trình bày:

....

....

....

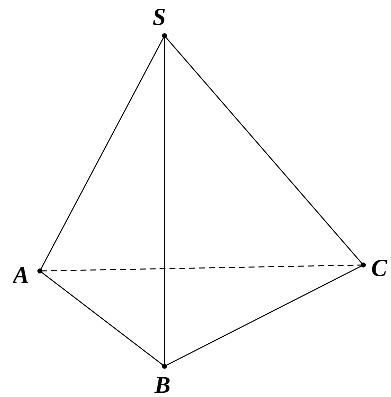
....

....

....

....

Lời giải:



Ta có: $BC^2 = SB^2 + SC^2\left(2.2^2 = 2^2 + 2^2\right) \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S.

Mặt khác: $SA = AC = SC = 2 \Rightarrow \Delta SAC$ là tam giác đều.

$$\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC}\left(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}\right) = \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA} = 0 - SC.SA.\cos ASC = -2.2.\cos 60° = -\frac{2^2}{2} = -2.$$

Vậy $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = -2$.

Câu 5: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| = 1$ và $\vec{a}.\vec{b} = 3$. Biết $\left|3\vec{a} + 5\vec{b}\right| = \sqrt{a}$, tính a.

Kết quả: 124

Trình bày:

....

....

....

....

....

....

....

Lời giải:

Ta có: $\left(3\vec{a} + 5\vec{b}\right)^2 = 9\vec{a}^2 + 30\vec{a}\vec{b} + 25\vec{b}^2 = 9 + 90 + 25 = 124 \Rightarrow \left|3\vec{a} + 5\vec{b}\right| = \sqrt{124}.$

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có AC' và $A'C$ cắt nhau tại O. Cho biết $AO = 3$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{A'A}$.

Kết quả: 6

Trình bày:

....

....

....

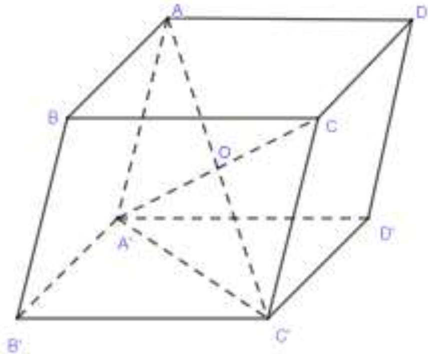
....

....

....

....

Lời giải:



Ta có: $\overrightarrow{C'B'}+\overrightarrow{C'D'}+\overrightarrow{A'A}=\overrightarrow{C'B'}+\overrightarrow{C'D'}+\overrightarrow{C'C}=\overrightarrow{C'A}$.

Suy ra: $\left|\overrightarrow{C'B'}+\overrightarrow{C'D'}+\overrightarrow{A'A}\right|=\left|\overrightarrow{C'A}\right|=C'A=2.3=6$.

HẾT

Huế, 10h20′ Ngày 30 tháng 7 năm 2024