

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 27/3/2025

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (6,00 điểm)

1. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\sqrt{x^2 + m} = 2x - 1$ có nghiệm duy nhất.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + yz = 6 \\ x^3 + y^2z = 12 \\ x^4 + y^3z = 24 \end{cases}$$

Câu 2. (5,00 điểm)

1. Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$ thỏa mãn $\frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} = a^2$.

Tính số đo góc \widehat{BAC} .

2. Cho đường tròn (O) đường kính AB , C là trung điểm của OA , M là một điểm thuộc (O) . Đường thẳng MC cắt (O) tại điểm thứ hai D , đường thẳng qua D và vuông góc với AB cắt lại (O) tại E , đường thẳng ME cắt đường thẳng AB tại F .

a) Chứng minh A là trung điểm của FO .

b) Đường thẳng qua M và vuông góc với AB cắt lại (O) tại K ($K \neq M$). Chứng minh ba điểm F, D, K thẳng hàng; từ đó chỉ ra vị trí điểm M sao cho tổng $EF + MC$ có giá trị nhỏ nhất.

Câu 3. (2,00 điểm) Cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$.

Biết $f(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \sqrt{2}$. Tính $f(16)$.

Câu 4. (4,00 điểm) Cho a, b, c là các số thực thỏa $(a + 3c)(a + 2b + 3c) < 0$. Chứng minh rằng $(2b - 3c)^2 > 4a(a + 2b + 3c)$.

Câu 5. (3,00 điểm) Dãy các số tự nhiên u_0, u_1, u_2, \dots được xác định như sau: u_0, u_1 là các số tự nhiên nhỏ hơn 2025, còn với mọi $n \geq 2$ thì u_n là số nhỏ nhất trong các giá trị tuyệt đối của hiệu hai số hạng bất kì đứng trước nó. Chứng minh rằng $u_{17} = 0$.

- Hết -

Thí sinh không sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1:; Chữ ký của giám thị 2: