SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 GDTX CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2024-2025
Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 29/10/2024
Thời gian làm bài: 180 phút, không tính thời gian phát đề
Đề thi có 1 trang

Câu I. (*3,0 điểm*):

1) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 3$ có đồ thị (C).

a) Gọi A, B là hai điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn AB.

b) Cho $M(0;1)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng AB.

2) Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được cho bởi công thức $f(t) = \dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên $[0;+\infty)$.

a) Dân số của thị trấn đó vào năm 2025 là bao nhiêu?

b) Dân số của thị trấn đó không thể vượt quá bao nhiêu nghìn người?

Câu II. (*2,0 điểm*):

1) Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể sau t giờ được cho bởi công thức $C(t) = \dfrac{2t}{t^2+1}$ (đơn vị là miligam/lít). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

2) Có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Câu III. (*2,0 điểm*):

1) Giải phương trình: $2\sin x.\cos x - 2\sin x + cos\, x - 1 = 0$.

2) Giải phương trình: $9^{3x+2} = 27^{5-6x}$.

Câu IV. (*2,0 điểm*):

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, tâm O. Cho $SO \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$.

1) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

2) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

Câu V. (*1,0 điểm*):

Cho tam giác ABC có $A(2;3)$ và hai đường cao kẻ từ B, C lần lượt có phương trình là $(d_1): 3x + 2y - 3 = 0, (d_2): x - 3y + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

- - - - - - - - - - - - - - HẾT- - - - - - - - - - - - - -

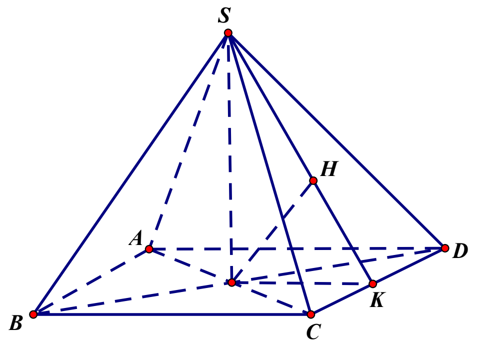
Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....
Cán bộ coi thi số 1 .... Cán bộ coi thi số 2 ....

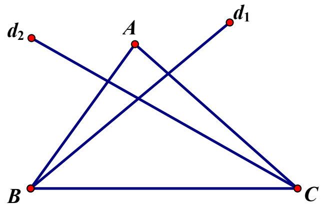
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 GDTX CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2024 – 2025
Môn thi: TOÁN
HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	ý	Nội Dung	Điểm
I	1	Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x-3$ có đồ thị (C). a) Gọi A,B là hai điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn AB.	
		$y'=3x^2+6x-9$ $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$ $y'>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$; $y'<0\Leftrightarrow x\in(-3;1)$ Hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x=-3;x=1$. $y(-3)=24;y(1)=-8$	0,5
		Hai điểm cực trị của (C) là $A(1;-8),B(-3;24)$ $\overrightarrow{AB}=(-4;32)\Rightarrow AB=\sqrt{16+32^2}=4\sqrt{65}$	0,5
		b) Cho $M(0;1)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng AB.	
		Phương trình đường thẳng $AB:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+8}{8}\Rightarrow 8x+y=0$	0,5
		Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng AB là $d=\dfrac{\lvert 8.0+1\rvert}{\sqrt{8^2+1}}=\dfrac{\sqrt{65}}{65}$	0,5
	2	Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được cho bởi công thức $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Xem $y=f(t)$ là một hàm số xác định trên $[0;+\infty)$. a)Dân số của thị trấn đó vào năm 2025 là bao nhiêu?	
		Từ năm 1970 đến năm 2025 có 55 năm	0,25
		Dân số của thị trấn đó vào năm 2025 là $f(55)=\dfrac{26.55+10}{55+5}=24$ (nghìn người).	0,25
		b) Dân số của thị trấn đó không thể vượt quá bao nhiêu nghìn người?	
		$f'(t)=\dfrac{120}{(t+5)^2}>0,\forall t\ge 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.	0,25
		$\lim\limits_{t\to+\infty}f(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{26t+10}{t+5}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{26+\frac{10}{t}}{1+\frac{5}{t}}=26$ Đồ thị hàm số $y=f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y=26$. Vậy dân số của thị trấn tăng nhưng không vượt quá 26 nghìn người.	0,25

<table>
<tr><td rowspan="11">II</td><td rowspan="5">1</td><td colspan="2">Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể sau t giờ được cho bởi công thức $C(t)=\dfrac{2t}{t^2+1}$ (đơn vị là miligam/lít). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.</td></tr>
<tr><td>Xét hàm số $C(t)=\dfrac{2t}{t^2+1}(t>0)$
$C'(t)=\dfrac{2-2t^2}{\left(t^2+1\right)^2}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$C'(t)=0 \Leftrightarrow t=\pm 1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>t</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$C'(t)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr>
<tr><td>$C(t)$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td><td>$\searrow$</td><td>0</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Vậy sau 1 giờ thì nồng thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="5">2</td><td colspan="2">Có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.</td></tr>
<tr><td>$n(\Omega)=C_{11}^4=330$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Gọi A là biến cố : “4 học sinh được chọn có cả nam và nữ”
$\overline{A}$ biến cố : “Chọn được 4 học sinh nam hoặc 4 học sinh nữ”
$n\left(\overline{A}\right)=C_6^4+C_5^4=20$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)}=\dfrac{20}{330}=\dfrac{2}{33}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Vậy $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{2}{33}=\dfrac{31}{33}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="4">III</td><td rowspan="4">1</td><td colspan="2">Giải phương trình: $2\sin x.\cos x-2\sin x+cos\,x-1=0$.</td></tr>
<tr><td>$2\sin x.\cos x-2\sin x+cos\,x-1=0$
$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-1)+\cos x-1=0$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow (\cos x-1)(2\sin x+1)=0$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\sin x+1=0\\ \cos x-1=0\end{array}\right.$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{-1}{2}\\ \cos x=1\end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	2	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \;\;\left(k\in\mathbb{Z}\right) \\ x=k2\pi \end{array}\right.$	0,25
	2	Giải phương trình: $9^{3x+2}=27^{5-6x}$.	
		$9^{3x+2}=27^{5-6x}$ $\Leftrightarrow \left(3^2\right)^{3x+2}=\left(3^3\right)^{5-6x}$	0,25
		$\Leftrightarrow 3^{2(3x+2)}=3^{3(5-6x)}$	0,25
		$\Leftrightarrow 3^{6x+4}=3^{15-18x}$	0,25
		$\Leftrightarrow 6x+4=15-18x \Leftrightarrow x=\dfrac{11}{24}$	0,25
IV	**1**	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, tâm O. Cho $SO\perp\left(ABCD\right)$ và $SA=a\sqrt{3}$. 1) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.	
		 Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $S_{ABCD}=a^2$.	0,25
		$AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$	0,25
		Xét tam giác vuông SOA có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{3a^2-\dfrac{2a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$	0,25
		$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{10}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$	0,25
	2	2) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$.	
		$d\left(A;\left(SCD\right)\right)=2d\left(O,\left(SCD\right)\right)$	0,25
		Kẻ $OK\perp CD$ tại K, $\begin{cases} CD\perp SO \\ CD\perp OK \end{cases}\Rightarrow CD\perp\left(SOK\right)\Rightarrow\left(SCD\right)\perp\left(SOK\right)$ $\left(SCD\right)\cap\left(SOK\right)=SK$, kẻ $OH\perp SK$ tại H thì $OH\perp\left(SCD\right)\Rightarrow OH=d\left(O;\left(SCD\right)\right)$	0,25

		Xét tam giác vuông SOK có $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{OK^2}=\dfrac{4}{10a^2}+\dfrac{4}{a^2}=\dfrac{44}{10a^2}\Rightarrow OH=\dfrac{a\sqrt{110}}{22}$	0,25
		Vậy $d\left(A;(SCD)\right)=\dfrac{a\sqrt{110}}{11}$	0,25
V		Cho tam giác ABC có $A(2;3)$ và hai đường cao kẻ từ B,C lần lượt có phương trình là $(d_1):3x+2y-3=0,(d_2):x-3y+4=0$. Viết phương trình đường thẳng BC.	
		 Đường thẳng AB đi qua $A(2;3)$, VTPT $\overrightarrow{n_1}(3;1)$ nên có phương trình: $3(x-2)+1(y-3)=0\Leftrightarrow 3x+y-9=0$.	0,25
		Tọa độ B là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases}3x+y=9\\3x+2y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=-6\end{cases}\Leftrightarrow B(5;-6)$	0,25
		Đường thẳng AC đi qua $A(2;3)$, VTPT $\overrightarrow{n_2}(2;-3)$ nên có phương trình: $2(x-2)-3(y-3)=0\Leftrightarrow 2x-3y+5=0$. Tọa độ C là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases}2x-3y=-5\\x-3y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}\Leftrightarrow C(-1;1)$	0,25
		Đường thẳng BC đi qua $B(5;-6)$, VTCP $\vec{u}(-6;7)$ nên có phương trình: $\dfrac{x-5}{-6}=\dfrac{y+6}{7}\Leftrightarrow 7x+6y+1=0$.	0,25