SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT THỌ XUÂN 5

(Đề thi gồm có 04 trang)

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12
NĂM HỌC 2025 - 2026

MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian giao đề)

Họ và tên: …….…… Số báo danh: …… …….

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi Thí sinh chỉ chọn một đáp án.

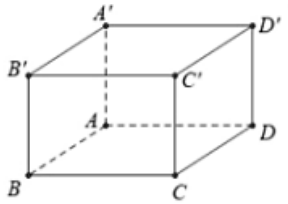
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây:

A. $P(-3;0;0)$. **B.** $M(1;-1;-1)$. **C.** $Q(0;0;-3)$. **D.** $N(1;1;-1)$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+2}{x+1}$ là:

A. $y=-3$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-1$.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên dưới). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;2]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu?

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	3	↘	0	↗	2	↘	
	-2								1

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 5. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_{-1}^{2}\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

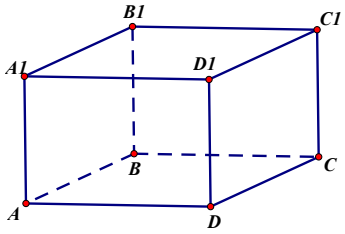
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_4=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}_3=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_1=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}_2=(2;1;1)$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x+2)>1$ là

A. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-2;-\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[-2;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (minh họa như hình bên dưới). Góc giữa $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{DA_1}$ là



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 120^0.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\cos x$ là

A. $x^3+\sin x$. **B.** $x^3+\sin x+C$. **C.** $x^3-\sin x+C$. **D.** $x^3+\cos x+C$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $5^{x-1}=25$ là

A. $x=2$. **B.** $x=\log_5 3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=4$.

Câu 11. Bạn An và bạn Minh cùng sử dụng vòng đeo tay thông minh để ghi lại số bước chân hai bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước (đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số ngày của bạn An (M_1)	6	7	6	6	5
Số ngày của bạn Minh (M_2)	2	5	13	8	2

Gọi s_1, s_2 là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Phát biểu nào sau đây đúng ?

A. $s_1>s_2$. **B.** $s_1<s_2$. **C.** $s_1=s_2$. **D.** $2s_1=s_2$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-1$ và công sai $d=7$. Giá trị của u_3 bằng

A. 12. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 15.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2\sin x-x$.

a) $f(-\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}-2$; $f(\frac{\pi}{2})=2-\frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos x-1$.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ bằng 0..

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$.

Câu 2. Một cửa hàng kinh doanh 2 mặt hàng là A và B. Xác suất có lãi của mặt hàng A là $0,6$ và xác suất có lãi của mặt hàng B là $0,7$. Xác suất chỉ có mặt hàng A có lãi $0,2$. Gọi A là biến cố: "Mặt hàng A có lãi", B là biến cố: "Mặt hàng B có lãi".

a) $P(A\overline{B})=0,2$;

b) Xác suất để cả hai mặt hàng đều có lãi là $0,5$;

c) Xác suất để có đúng một mặt hàng có lãi là $0,5$;

d) Xác suất để mặt hàng B có lãi biết mặt hàng A không có lãi là $0,25$;

Câu 3. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0. Sau 4 giây, chất điểm gặp chướng ngại vật nên phải giảm tốc độ với vận tốc là $v(t)=-\frac{5}{2}t+a(m/s),(t\geq 4)$ cho đến khi dừng hẳn. Quãng đường chất điểm đi được kể từ lúc chuyển động đến khi dừng hẳn là $80m$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 4 giây là $S(4)=4v_0(m)$.

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 5 giây là $S(5)=\int_0^5 v(t)\,dt\ \ (m)$.

c) Giá trị của a là $a = v_0 + 10$.

d) $v_0 < 8(m/s)$

Câu 4. Có hai chiếc Flycam bay lên từ cùng một thời điểm. Chiếc Flycam thứ nhất bay lên từ vị trí A, chiếc Flycam thứ hai bay lên từ vị trí B. Để theo dõi đường đi của hai chiếc Flycam này, người ta đã thiết lập các trạm có thể quan sát và xác định được tọa độ của chúng khi đặt trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$. Với cách chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, đơn vị độ dài trên trục tọa độ là 1m, tọa độ các điểm $A(5;0;1)$, $B(0;-30;1)$. Trong thời gian khoảng 20 phút, họ quan sát thấy rằng mỗi chiếc Flycam chuyển động thẳng đều. Biết rằng sau 2 phút chiếc thứ nhất ở vị trí $M(-5;-10;6)$, còn chiếc thứ hai ở vị trí $N(-12;-10;10)$

a) Quãng đường Flycam thứ nhất đi được sau 2 phút là $15m$

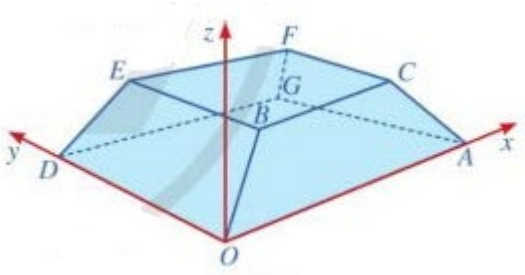
b) Quãng đường Flycam thứ hai đi được sau 5 phút là $62m$.

c) Vị trí của Flycam thứ nhất ở thời điểm t là $P\left(-5t+5;-5t;\frac{5t}{2}+1\right)$.

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa hai Flycam sau khoảng thời gian t với $0 \le t \le 20$ là $44,6m$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

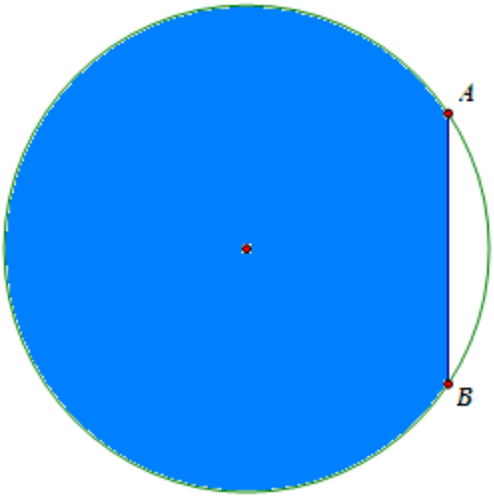
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100m$, chiều rộng $OD = 60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ theo đơn vị m? (*Làm tròn đến hàng phần mười*)

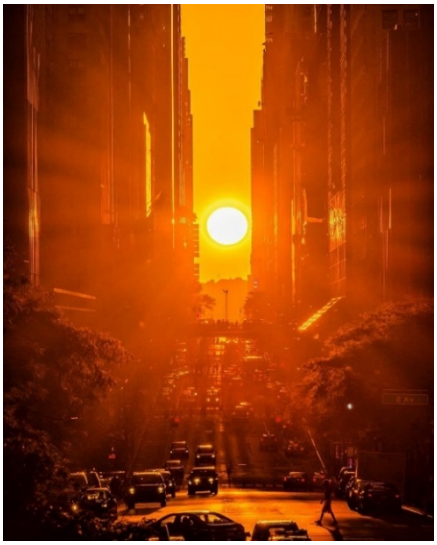


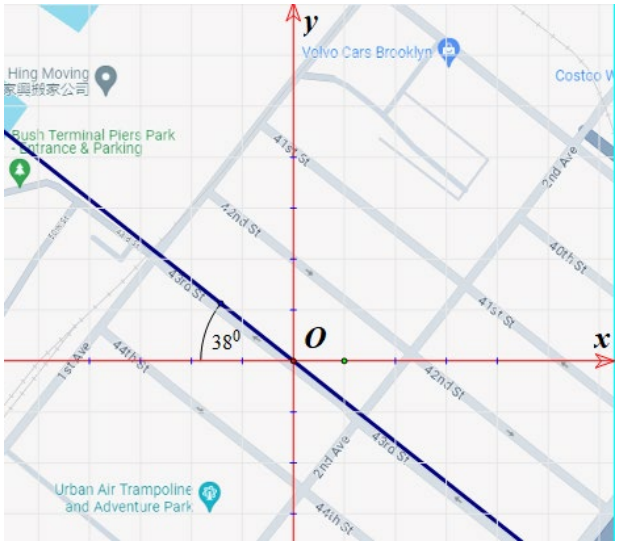
Câu 2. Một con cá bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là $100\,km$. Vận tốc dòng nước là $5\,km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$, $(v > 5)$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = c.v^3.t$, trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng Jun. Biết rằng vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên thuộc khoảng $(a;b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Hãy tính giá trị lớn nhất của $b-a$ (*kết quả làm tròn tới hàng phần mười*).

Câu 3. Một người có miếng đất hình tròn có bán kính bằng 5 m. Người này tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn. Tuy nhiên cần có 1 khoảng trống để dựng 1 cái chòi và để đồ dùng nên người này bớt lại 1 phần đất nhỏ không trồng cây (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6m$. Hỏi khi thu hoạch cây thì người này thu được bao nhiêu tiền(*Kết quả làm tròn đến đơn vị nghìn đồng*)?



Câu 4. Manhattanhenge (Hình vẽ) là một sự kiện diễn ra khi Mặt Trời mọc hoặc khi Mặt Trời lặn nằm thẳng hàng với các tuyến phố Đông - Tây thuộc mạng lưới đường phố chính tại quận Manhattan của thành phố New York. Khi mặt trời lặn, tia sáng song song mặt đất lệch một góc khoảng $38°$ so với hướng tây (Hình 8).





Giả sử mặt tiền các tòa nhà hai bên đường nằm trong 2 mặt phẳng song song cách nhau $30\,\text{m}$ và vuông góc với mặt đất. Biết rằng mặt phẳng phía bắc đi qua gốc O của hệ trục $Oxyz$, với tia Oz vuông góc với mặt đất và hướng lên trên. Phương trình mặt phẳng thứ hai có dạng $(Q): x + ay + bz + c = 0$ với $c = \dfrac{m}{\sin n°}$. Tính $m + n$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $AB = 1$, $BC = \sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S, mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng bao nhiêu (*Kết quả viết dưới dạng thập phân*)?

Câu 6. Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm),*

------ HẾT ------

SỞ GD & ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT THỌ XUÂN 5

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12 NĂM HỌC 2025 - 2026 MÔN: TOÁN

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
D	D	C	C	C	B	B	D	B	C	A	B

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
ĐĐĐS	ĐSĐS	ĐSĐS	ĐSĐS

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
62,5	2,5	7445	68	0,75	0,64

Hướng dẫn giải

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một đáp án.

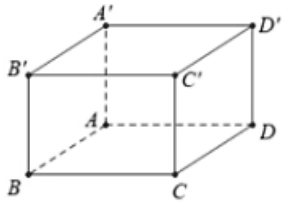
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây:

A. $P(-3;0;0)$. **B.** $M(1;-1;-1)$. **C.** $Q(0;0;-3)$. **D.** $N(1;1;-1)$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+2}{x+1}$ là:

A. $y=-3$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-1$.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên dưới). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. **B.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;2]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu?

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	3	↘	0	↗	2	↘	1
	-2								

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 5. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_{-1}^{2}\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

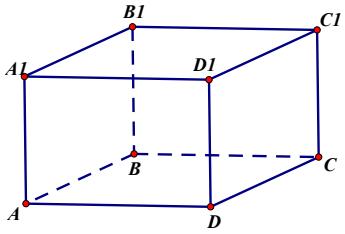
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_4=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}_3=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_1=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}_2=(2;1;1)$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x+2)>1$ là

A. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-2;-\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[-2;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (minh họa như hình bên dưới). Góc giữa $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{DA_1}$ là



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 120^0.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\cos x$ là

A. $x^3+\sin x$. **B.** $x^3+\sin x+C$. **C.** $x^3-\sin x+C$. **D.** $x^3+\cos x+C$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $5^{x-1}=25$ là

A. $x=2$. **B.** $x=\log_5 3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=4$.

Câu 11. Bạn An và bạn Minh cùng sử dụng vòng đeo tay thông minh để ghi lại số bước chân hai bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước (đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số ngày của bạn An (M_1)	6	7	6	6	5
Số ngày của bạn Minh (M_2)	2	5	13	8	2

Gọi s_1, s_2 là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $s_1>s_2$. **B.** $s_1<s_2$. **C.** $s_1=s_2$. **D.** $2s_1=s_2$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-1$ và công sai $d=7$. Giá trị của u_3 bằng

A. 12. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 15.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=2\sin x-x$.

a) $f(-\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{\pi}{2}-2$; $f(\dfrac{\pi}{2})=2-\dfrac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos x-1$.

c) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ bằng 0.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3}+\dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) $f(-\dfrac{\pi}{2})=2\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)+\dfrac{\pi}{2}=\dfrac{\pi}{2}-2$; $f(\dfrac{\pi}{2})=2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)-\dfrac{\pi}{2}=2-\dfrac{\pi}{2}$

b) $f'(x)=2\cos x-1$

c) $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\cos x-1=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$

Trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3} \\ x=-\frac{\pi}{3} \end{array}\right.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ bằng 0.

d) $f(-\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}-2; f(\frac{\pi}{2})=2-\frac{\pi}{2}; f(-\frac{\pi}{3})=\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}; f(\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$

Vậy giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$.

Câu 2. Một cửa hàng kinh doanh 2 mặt hàng là A và B. Xác suất có lãi của mặt hàng A là $0,6$ và xác suất có lãi của mặt hàng B là $0,7$. Xác suất chỉ có mặt hàng A có lãi $0,2$. Gọi A là biến cố: "Mặt hàng A có lãi", B là biến cố: "Mặt hàng B có lãi".

a) $P\left(A\overline{B}\right)=0,2$;

b) Xác suất để cả 2 mặt hàng đều có lãi là $0,5$;

c) Xác suất để có đúng một mặt hàng có lãi là $0,5$;

d) Xác suất để mặt hàng B có lãi biết mặt hàng A không có lãi là $0,25$;

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) $A\overline{B}$ là biến cố "Mặt hàng A có lãi và mặt hàng B không có lãi" hay "Chỉ có mặt hàng A có lãi"
$\Rightarrow P\left(A\overline{B}\right)=0,2$

b) Có: AB là biến cố "Cả 2 mặt hàng có lãi".
Khi đó: $P\left(A\overline{B}\right)=P(A)-P(AB) \Rightarrow P(AB)=P(A)-P\left(A\overline{B}\right)=0,6-0,2=0,4$

c) Gọi C là biến cố "Có đúng một mặt hàng có lãi" $\Rightarrow C=\overline{A}B\cup A\overline{B}$ mà $\overline{A}B$ và $A\overline{B}$ là các biến cố xung khắc $\Rightarrow P(C)=P\left(\overline{A}B\right)+P\left(A\overline{B}\right)$

Có: $P\left(\overline{A}B\right)=P(B)-P(AB)=0,7-0,4=0,3$ và $P\left(A\overline{B}\right)=0,2$

Vậy: $P(C)=0,3+0,2=0,5$

d) Gọi D là biến cố: "Mặt hàng B có lãi biết mặt hàng A không có lãi" $\Rightarrow D=B\,|\,\overline{A}$

Khi đó: $P(D)=P\left(B\,|\,\overline{A}\right)=\frac{P\left(\overline{A}B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{P(B)-P(AB)}{1-P(A)}=\frac{0,7-0,4}{1-0,6}=\frac{0,3}{0,4}=0,75$

Câu 3. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0. Sau 4 giây, chất điểm gặp chướng ngại vật nên phải giảm tốc độ với vận tốc là $v(t)=-\frac{5}{2}t+a\,(m/s), (t\geq 4)$ cho đến khi dừng hẳn. Quãng đường chất điểm đi được kể từ lúc chuyển động đến khi dừng hẳn là $80\,m$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 4 giây là $S(4)=4v_0\,(m)$.

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được sau 5 giây là $S(5)=\int_0^5 v(t)\,\mathrm{d}t \ \ (m)$.

c) Giá trị của a là $a=v_0+10$.

d) $v_0 < 8(m/s)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng.

Trong 4 giây đầu chất điểm chuyển động đều với vận tốc v_0 nên quảng đường di chuyển được trong 4 giây đầu là $S(4) = 4v_0\ (m)$

b) Sai

Trong 4 giây đầu chất điểm chuyển động đều với vận tốc v_0, giây tiếp theo chất điểm chuyển động với vận tốc $v(t)$, do đó quãng đường đi được sau 5 giây là $S(5) = 4v_0 + \int_4^5 v(t)\,dt\ \ (m)$

c) Đúng.

Tại thời điểm $t = 4$ vật đang chuyển động với vận tốc v_0 nên $v(4) = v_0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2}.4 + a = v_0 \Leftrightarrow a = v_0 + 10$

d) Sai.

Vì $a = v_0 + 10$ suy ra $v(t) = -\frac{5}{2}t + v_0 + 10(m/s), (t \ge 4)$

Gọi k là thời điểm vật dừng hẳn, ta có:

$v(k) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2}k + v_0 + 10 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5}(v_0 + 10) \Leftrightarrow k = \frac{2v_0}{5} + 4$

Tổng quãng đường vật đi được là $80 = 4v_0 + \int_4^k (-\frac{5}{2}t + v_0 + 10)dt \Leftrightarrow 80 = 4v_0 + (-\frac{5}{4}t^2 + v_0 t + 10t)\Big|_4^k \Leftrightarrow$

$80 = 4v_0 - \frac{5}{4}(k^2 - 4) + v_0(k-4) + 10(k-4) \Leftrightarrow 80 = 4v_0 - \frac{5}{4}\left(\frac{2}{5}v_0\right)\left(\frac{2}{5}v_0 + 8\right) + v_0.\frac{2}{5}v_0 + 10.\frac{2}{5}v_0$

$\Leftrightarrow 80 = 4v_0 - \frac{v_0^2}{5} - 4v_0 + \frac{2v_0^2}{5} + 4v_0 \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{5} + 4v_0 - 80 = 0 \Leftrightarrow v_0^2 + 10v_0 - 200 = 0 \Leftrightarrow v_0 = 10$

Vậy $v_0 > 8(m/s)$

Câu 4. Có hai chiếc Flycam bay lên từ cùng một thời điểm. Chiếc Flycam thứ nhất bay lên từ vị trí A, chiếc Flycam thứ hai bay lên từ vị trí B. Để theo dõi đường đi của hai chiếc Flycam này, người ta đã thiết lập các trạm có thể quan sát và xác định được tọa độ của chúng khi đặt trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$. Với cách chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, đơn vị độ dài trên trục tọa độ là 1m, tọa độ các điểm $A(5;0;1)$, $B(0;-30;1)$. Trong thời gian khoảng 20 phút, họ quan sát thấy rằng mỗi chiếc Flycam chuyển động thẳng đều. Biết rằng sau 2 phút chiếc thứ nhất ở vị trí $M(-5;-10;6)$, còn chiếc thứ hai ở vị trí $N(-12;-10;10)$

a) Quãng đường Flycam thứ nhất đi được sau 2 phút là $15m$

b) Quãng đường Flycam thứ hai đi được sau 5 phút là $62m$.

c) Vị trí của Flycam thứ nhất ở thời điểm t là $P\left(-5t+5;-5t;\frac{5t}{2}+1\right)$.

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa hai Flycam sau khoảng thời gian t với $0 \le t \le 20$ là $44,6m$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Quãng đường Flycam thứ nhất đi được sau 2 phút là $AM = \sqrt{100+100+25} = 15$

b) Sau 5 phút Flycam thứ hai đi được $\frac{5}{2}BN = \frac{5}{2}\sqrt{144+400+81} = 62,5$.

c) Vị trí của Flycam thứ nhất sau thời gian t là $P(x_p; y_p; z_p)$

với $\overrightarrow{AP} = \frac{t}{2}\overrightarrow{AM} = \frac{t}{2}(-10;-10;5) = \left(-5t;-5t;\frac{5t}{2}\right)$, suy ra $P = \left(-5t+5;-5t;\frac{5t}{2}+1\right)$

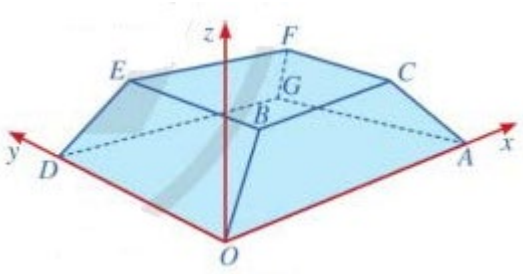
c) Vị trí của Flycam thứ hai sau thời gian t là $Q\left(x_Q;y_Q;z_Q\right)$

với $\overrightarrow{BQ}=\frac{t}{2}\overrightarrow{BN}=\frac{t}{2}(-12;20;9)=\left(-6t;10t;\frac{9t}{2}\right)$ suy ra $Q\left(-6t;10t-30;\frac{9t}{2}+1\right)$

Khoảng cách giữa hai Flycam là $PQ=\sqrt{(t+5)^2+(15t-30)^2+(2t)^2}=\sqrt{230t^2-890t+925}$ ngắn nhất khi $f(t)=230t^2-890t+925$, $0\le t\le 20$ nhỏ nhất. Do $\min f(t)\approx 64,2\,(m)$ nên d) sai.

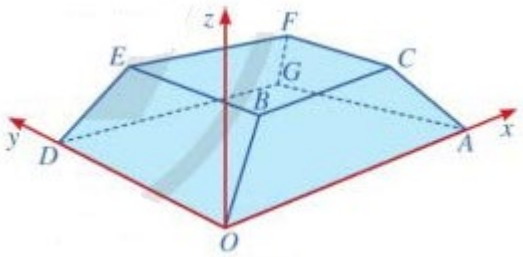
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA=100m$, chiều rộng $OD=60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ theo đơn vị m? (*Làm tròn đến hàng phần mười)*



Trả lời: 62,5

Lời giải



Gắn hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ vào hệ trục $Oxyz$, ta có:

$O(0;0;0),A(100;0;0),G(100;60;0),D(0;60;0),B(10;10;8)$

$\overrightarrow{OD}=(0;60;0),\overrightarrow{OB}=(10;10;8)$

Ta có: $\left[\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OB}\right]=(480;0;-600)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OBED)$ là $\vec{n}=(4;0;-5)$

Phương trình mặt phẳng $(OBED)$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;0;-5)$ là:

$4x-5z=0$

Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ là:

$$d\left(G,(OBED)\right)=\frac{|4.100-5.0|}{\sqrt{16+25}}=\frac{400\sqrt{41}}{41}\approx 62,5(m)$$

Câu 2. Một con cá bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là $100\,km$. Vận tốc dòng nước là $5\,km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$, $(v>5)$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=c.v^3.t$, trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng Jun. Biết rằng vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên thuộc khoảng $(a;b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Hãy tính giá trị lớn nhất của $b-a$ *(kết quả làm tròn tới hàng phần mười)*.

Lời giải

Trả lời: 2,5

Khi bơi ngược dòng vận tốc của cá là $v-5(km/h)$.

Thời gian để cá vượt khoảng cách $100\,km$ là $t=\dfrac{100}{v-5}(v>5)$.

Năng lượng tiêu hao của cá khi vượt khoảng cách $100\,km$ là $E(v)=c.v^3.\dfrac{100}{v-5}=100c.\dfrac{v^3}{v-5}$

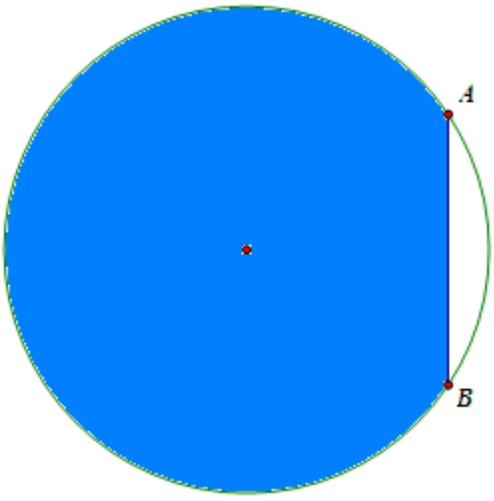
Xét hàm số $y=E(v)$ ta có $E'(v)=100c.\dfrac{3v^2(v-5)-v^3}{(v-5)^2}=100c.\dfrac{v^2(2v-15)}{(v-5)^2}$ $E'(v)=0\Leftrightarrow v=7{,}5$ (do $v>5$). Ta có bảng biến thiên

v	5		$7{,}5$		$+\infty$
$E'(v)$		$-$	0	$+$	
$E(v)$		↘	$E(7{,}5)$	↗	

Vậy vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên thuộc khoảng $(5;7{,}5)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm.

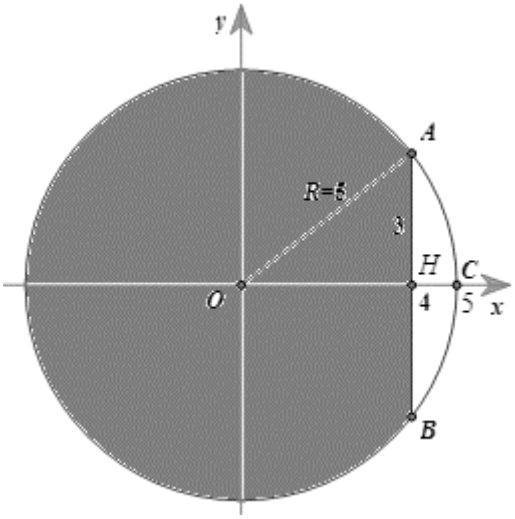
Khi đó giá trị lớn nhất của $b-a$ là 2,5.

Câu 3. Một người có miếng đất hình tròn có bán kính bằng 5 m. Người này tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn. Tuy nhiên cần có 1 khoảng trống để dựng 1 cái chòi và để đồ dùng nên người này bớt lại 1 phần đất nhỏ không trồng cây (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB=6m$. Hỏi khi thu hoạch cây thì người này thu được bao nhiêu tiền *(Kết quả làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)*?



Lời giải

Trả lời: 7445



Diện tích miếng đất là $S_1=\pi R^2=25\pi$ (m^2).

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Ta có phương trình của đường tròn biên là $x^2+y^2=25$.

$R=5, AH=3\Rightarrow OH=4$.

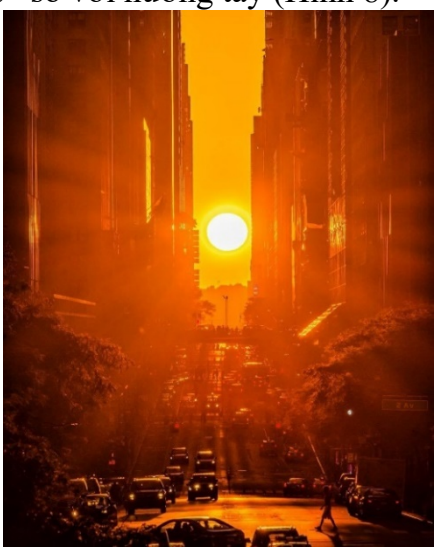
$\Rightarrow$ Phương trình của cung tròn nhỏ $\overset{\frown}{AC}$ là $y=\sqrt{25-x^2}$, với $4\le x\le 5$.

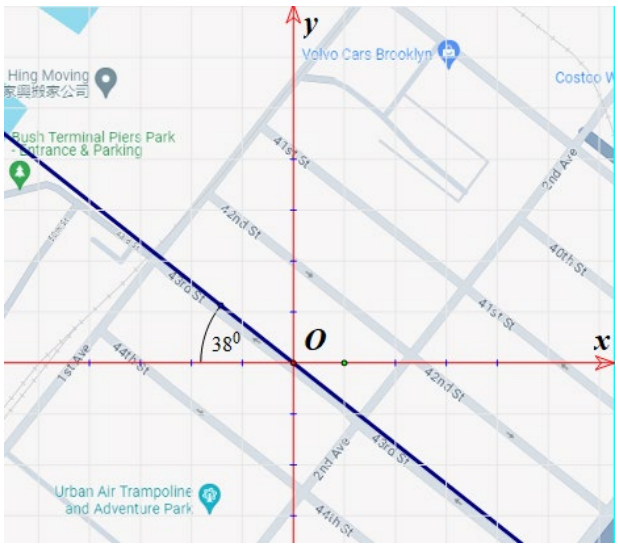
$\Rightarrow$ Diện tích phần đất trồng là $S_2=2\int_4^5\sqrt{25-x^2}\,dx$ (m^2).

$\Rightarrow$ Diện tích phần đất trồng cây là $S=S_1-S_2=25\pi-2\int_4^5\sqrt{25-x^2}\,dx$.

$\Rightarrow$ Số tiền thu được là $T=100S=100(25\pi-2\int_4^5\sqrt{25-x^2}\,dx)\approx 7445$ (nghìn đồng).

Câu 4. Manhattanhenge (Hình vẽ) là một sự kiện diễn ra khi Mặt Trời mọc hoặc khi Mặt Trời lặn nằm thẳng hàng với các tuyến phố Đông - Tây thuộc mạng lưới đường phố chính tại quận Manhattan của thành phố New York. Khi mặt trời lặn, tia sáng song song mặt đất lệch một góc khoảng $38°$ so với hướng tây (Hình 8).



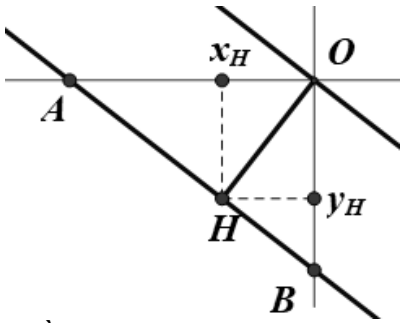


Giả sử mặt tiền các tòa nhà hai bên đường nằm trong 2 mặt phẳng song song cách nhau 30 m và vuông góc với mặt đất. Biết rằng mặt phẳng phía bắc đi qua gốc O của hệ trục $Oxyz$, với tia Oz vuông góc với mặt đất và hướng lên trên. Phương trình mặt phẳng thứ hai có dạng $(Q): x+ay+bz+c=0$ với $c=\dfrac{m}{\sin n°}$. Tính $m+n$.

Lời giải

Trả lời: Trả lời: 68

Gọi A,B là giao điểm của mp (Q) với trục Ox và Oy, H là hình chiếu vuông góc của O lên AB.



Vì khoảng cách giữa hai mặt phẳng bằng 30 m nên $OH=30$

Theo giả thiết ta có góc $\widehat{OAH}=38°$ nên khi đó $OA=\dfrac{OH}{\sin 38°}=\dfrac{30}{\sin 38°}$

$x_H=-OH.\cos 52°=-30.\cos 52°$, $y_H=-OH\cos 38^0=-30\cos 38^0$

Tọa độ điểm $A\left(-\dfrac{30}{\sin 38°};0;0\right)$, $H\left(-30\cos 52°;-30\cos 38°;0\right)$ và chọn một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;\dfrac{\cos 38°}{\cos 52°};0\right)$

Mặt phẳng (Q) đi qua A vuông góc OH nhận $\vec{n}$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình:

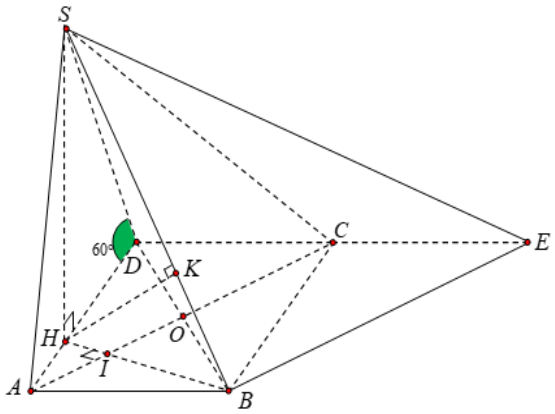
$\left(x+\dfrac{30}{\sin 38°}\right)+\dfrac{\cos 38°}{\cos 52°}y=0\Leftrightarrow x+\dfrac{\cos 38°}{\cos 52°}y+\dfrac{30}{\sin 38°}=0$

Vậy $m+n=68$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $AB=1$, $BC=\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S, mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,75



Ta có $(SAD)\perp(ABCD)$, $(SAD)\cap(ABCD)=AD$; trong mp(SAD), kẻ $SH\perp AD$ thì $SH\perp(ABCD)$

Gọi I là trung điểm OA, vì ΔASO cân tại S nên $AO\perp SI$ mà $AO\perp SH$ $\Rightarrow OA\perp(SHI)\Rightarrow OA\perp HI$

Tam giác ADC vuông tại D có $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=2$ và $\tan\widehat{DAC}=\dfrac{DC}{AD}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{DAC}=30°$

Tam giác AHI vuông tại I có $AH=\dfrac{AI}{\cos 30°}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow HD=AD-AH=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác ABH vuông tại A có $HB=\sqrt{AH^2+AB^2}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$, $AB^2=IB.HB\Rightarrow IB=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, dựng hình bình hành $ABEC$ thì $BE//AC$, $BE\subset(SBE)$ $\Rightarrow AC//(SBE)\Rightarrow d(SB,AC)=d\left(AC,(SBE)\right)=d\left(I,(SBE)\right)$

Mà $\dfrac{IB}{HB}=\dfrac{3}{4}$ nên $d\left(I,(SBE)\right)=\dfrac{3}{4}d\left(H,(SBE)\right)$

Lại có tam giác OAB là tam giác đều cạnh 1 nên $BI\perp AC\Rightarrow BI\perp BE$ mà $BE\perp SH$ $\Rightarrow BE\perp(SBH)\Rightarrow(SBE)\perp(SBH)$.

Ta có: $(SBE)\cap(SBH)=SB$

Trong mặt phẳng (SBH), kẻ $HK\perp SB$ thì $HK\perp(SBE)\Rightarrow HK=d\left(H,(SBE)\right)$

Ta có: $SH=HD.tan60^0=2$; $HB=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Tam giác SBH vuông tại H có $\dfrac{1}{HK^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{1}{HB^2}=\dfrac{1}{1^2}=1\Rightarrow HK=1$.

Vậy $d\left(H,\left(SBE\right)\right)=HK=1$ và $d(AC,SB)=d\left(I,\left(SBE\right)\right)=\frac{3}{4}d\left(H,\left(SBE\right)\right)=\frac{3}{4}=0,75$.

Câu 6. Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. (*Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).*

Lời giải

Trả lời: 0,64

Xét A:"*Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng*".

Và B: "*Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng*".

Ta có $P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid\overline{A}\right)$.

» Tính $P\left(A\right)$: *Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I*. Có $n\left(\Omega\right)=C_{10}^{1}$, $n\left(A\right)=C_{3}^{1}$ Vậy $P\left(A\right)=\frac{3}{10}$.

» Tính $P\left(\overline{A}\right)$: $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=\frac{7}{10}$.

» Tính $P\left(B\mid A\right)$: *Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I,*

Tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I.

Tương tự như trên ta có $P\left(B\mid A\right)=\frac{11}{16}$.

» Tính $P\left(B\mid\overline{A}\right)$: *Đây là để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I.*

Tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có $P\left(B\mid\overline{A}\right)=\frac{10}{16}$

Vậy $P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right)\cdot P\left(B\mid\overline{A}\right)=\frac{3}{10}.\frac{11}{16}+\frac{7}{10}.\frac{10}{16}=\frac{103}{160}\approx0,64375$

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là $0,64375$

------ HẾT ------