CHƯƠNG V

GIỚI HẠN
HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI: GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2+\dfrac{9}{1945n}\right)$?

A. $-\infty$ **B.** 1. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Câu 2: Cho $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=3,\ \lim\limits_{n\to+\infty} v_n=-1$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n-v_n\right)=2$. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n+v_n\right)=2$. **C.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n.v_n\right)=-3$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{v_n}=-3$.

Câu 3: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{7n^2+5n+1954}{n^2+1}$?

A. $+\infty$ **B.** 5. **C.** 1954. **D.** 7.

Câu 4: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $u_n\ge 0, v_n<0, \forall n$. Biết $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=a,\ \lim\limits_{n\to+\infty} v_n=b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n}=a$. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n}=\sqrt{a}$. **C.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{v_n}=b$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{v_n}=\sqrt{b}$.

Câu 5: Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=4,\ \lim\limits_{n\to+\infty} v_n=3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n}=2$. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n+7v_n}=5$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n+7v_n}=2+\sqrt{21}$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{v_n}=\sqrt{3}$.

Câu 6: Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{30n+4n^2+1975}}{n+1}$.

A. 2. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 7: Tìm công bội của cấp số nhân lùi vô hạn, biết $S=-6;\ u_1=-3$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 8: Tính tổng sau: $S=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dots$

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 9: Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \frac{3}{4^n}$. Tổng của cấp số nhân này bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 10: Giới hạn $\lim\left(-n^4 - 5n + 11\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 11: Giới hạn $\lim\left(2^n - 5^n\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $-\infty$.

Câu 12: Tính tổng $S = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \ldots + \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \ldots$

A. $\frac{6}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với: $u_n = n^2 + n + 1; v_n = 1 - n$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n . v_n = -\infty$.

d) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{v_n}{u_n} = 0$.

Câu 2: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = \frac{2n^2 - 4n + 7}{8n^2 + 3n + 1}$, $v_n = \frac{\sqrt{4n^2 + 5}}{8n}$.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}$

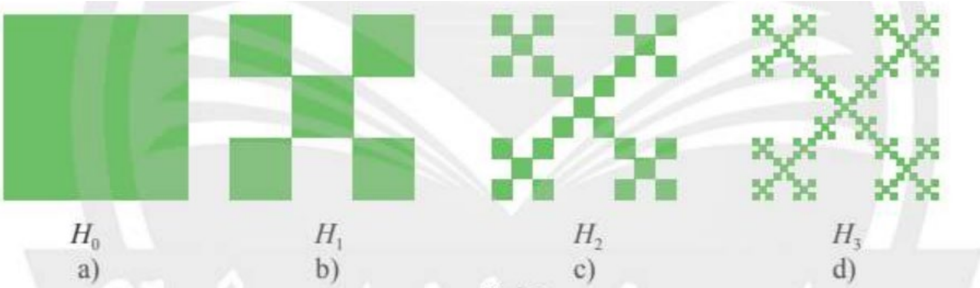
b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(v_n - \frac{1}{4}\right) = 0$

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(2u_n - 4v_n\right) = 0$

d) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{u_n}{2v_n} = 1$

Câu 3: Xét quá trình tạo ra hình vuông như sau:

Bắt đầu hằng một hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài (xem Hình 6a). Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 (xem Hình 6b). Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của H_1 thành chín hình vuông rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2(xem Hình 6c). Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình H_n $(n=1,2,3,...)$.



Hình 6

Xét u_n là cạnh của mỗi hình vuông tương ứng với hình H_n $(n=1,2,3,...)$.

a) $u_1=\dfrac{1}{3}$

b) $u_2=\dfrac{1}{2}$

c) u_n lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q=\dfrac{1}{3}$

d) Gọi S_n là tổng diện tích tất cả các hình vuông ở hình H_n. Khi đó $\lim S_n=0$

Câu 4: Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc $100\,mg$. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn tồn dư 5%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a) Ngay trước khi uống viên thuốc ngày thứ 2, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $100\,mg$.

b) Ngay sau khi uống viên thuốc ngày thứ 2, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $105\,mg$.

c) Hàm lượng thuốc trong cơ thể sau khi uống viên thuốc ngày thứ 4 là $105,2625\,mg$.

d) Nếu sử dụng thuốc lâu ngày thì hàm lượng thuốc trong cơ thể hằng ngày được ước tính theo công thức $100(1+5\%)\,mg$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{2n^2+n}-\sqrt{2n^2+1}\right)$ *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

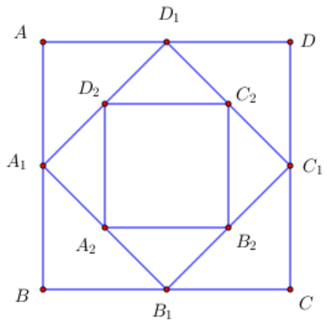
Câu 2: Biết giới hạn của $\lim\dfrac{\sqrt{9^n+1}}{2.3^n-1}=\dfrac{a}{b}$ (a,b tối giản). Giá trị của $P=2a+b$ là

Câu 3: Bạn đang chuẩn bị làm một chiếc bánh nhiều lớp. Để phủ đều các lớp bánh, bạn sử dụng một loại bột mịn. Lượng bột phủ cho lớp bánh đầu tiên là 100 g. Ở mỗi lớp tiếp theo, lượng bột cần thiết sẽ giảm đi 20% so với lớp trước đó do diện tích cần phủ giảm dần. Hãy tính tổng lượng bột bạn cần sử dụng nếu bạn muốn phủ vô hạn lớp bánh theo quy tắc này.

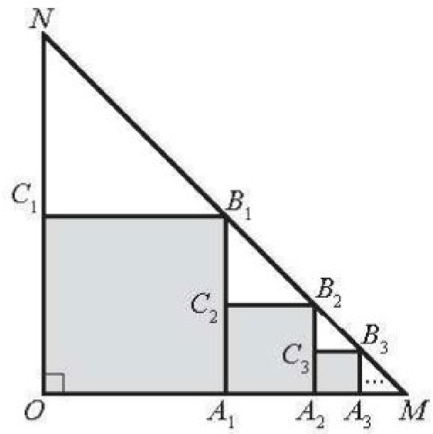
Câu 4: Cho số $a=3,13131313...$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì là 13, số a được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản dạng $a=\dfrac{x}{y}$, trong đó x và y là các số nguyên dương. Tìm tổng $x+y$

.

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a_1 và có diện tích S_1. Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2. Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, …và cứ tiếp tục làm như thế. Giả sử quá trình trên kéo dài vô hạn. Tính tổng diện tích các hình vuông được tạo thành nếu $a_1 = 4cm$.



Câu 6: Cho tam giác OMN vuông cân tại O, $OM = ON = 5$. Trong tam giác OMN, vẽ hình vuông $OA_1B_1C_1$ sao cho các đỉnh A_1, B_1, C_1 lần lượt nằm trên các cạnh OM, MN, ON. Trong tam giác A_1MB_1, vẽ hình vuông $A_1A_2B_2C_2$ sao cho các đỉnh A_2, B_2, C_2 lần lượt nằm trên các cạnh A_1M, MB_1, A_1B_1. Tiếp tục quá trình đó mãi mãi, ta được một dãy các hình vuông (tham khảo hình vẽ dưới đây). Tính tổng diện tích các hình vuông này.



---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2+\dfrac{9}{1945n}\right)$?

A. $-\infty$ **B.** 1. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2+\dfrac{9}{1945n}\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2+\dfrac{9}{1945}.\dfrac{1}{n}\right)=2+\dfrac{9}{1945}.0=2$.

Câu 2: Cho $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3,\ \lim\limits_{n\to+\infty}v_n=-1$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=2$. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n+v_n)=2$. **C.** $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n.v_n)=-3$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{v_n}=-3$.

Lời giải

+ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=\lim\limits_{n\to+\infty}u_n-\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=3-(-1)=4$.

+ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n+v_n)=\lim\limits_{n\to+\infty}u_n+\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=3+(-1)=2$.

+ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n.v_n)=\lim\limits_{n\to+\infty}u_n.\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=3.(-1)=-3$.

+ Có $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{v_n}=\dfrac{\lim\limits_{n\to+\infty}u_n}{\lim\limits_{n\to+\infty}v_n}=\dfrac{3}{-1}=-3$.

Câu 3: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{7n^2+5n+1954}{n^2+1}$?

A. $+\infty$ **B.** 5. **C.** 1954. **D.** 7.

Lời giải

$$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{7n^2+5n+1954}{n^2+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{7+\frac{5}{n}+\frac{1954}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}=\frac{7}{1}=7.$$

Câu 4: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) thỏa mãn $u_n\ge 0, v_n<0, \forall n$. Biết $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=a,\ \lim\limits_{n\to+\infty}v_n=b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n}=a$. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n}=\sqrt{a}$. **C.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{v_n}=b$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{v_n}=\sqrt{b}$.

Lời giải

Có $u_n\ge 0$ và $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=a$ nên $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n}=\sqrt{a}$.

Câu 5: Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) thỏa mãn $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4,\ \lim\limits_{n\to+\infty}v_n=3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n}=2$. **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n+7v_n}=5$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n+7v_n}=2+\sqrt{21}$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{v_n}=\sqrt{3}$.

Lời giải

Có $u_n\ge 0$ và $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$ nên $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n}=\sqrt{4}=2$.

Có $v_n \geq 0$ và $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 3$ nên $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{v_n} = \sqrt{3}$.

Có $\sqrt{\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n + 7v_n)} = \sqrt{4+7.3} = \sqrt{25} = 5$.

Câu 6: Tính $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\sqrt{30n+4n^2+1975}}{n+1}$.

A. 2. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\sqrt{30n+4n^2+1975}}{n+1} = \lim \dfrac{\sqrt{\dfrac{30}{n}+4+\dfrac{1975}{n^2}}}{1+\dfrac{1}{n}} = \dfrac{\sqrt{4}}{1} = 2$.

Câu 7: Tìm công bội của cấp số nhân lùi vô hạn, biết $S=-6;\ u_1=-3$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

+ Ta có: $S = \dfrac{u_1}{1-q}\left(|q|<1\right) \Rightarrow -6 = \dfrac{-3}{1-q} \Rightarrow q = \dfrac{1}{2}$.

Câu 8: Tính tổng sau: $S = 1 - \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \ldots$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

+ Do các số hạng của vế phải của tổng S lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1, q = -\dfrac{1}{2}$.

+ Áp dụng công thức: $S = \dfrac{u_1}{1-q}$.

+ Ta được: $S = 1 - \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \ldots = 1.\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}} = \dfrac{2}{3}$.

Câu 9: Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \dfrac{3}{4^n}$. Tổng của cấp số nhân này bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 6.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n). Ta có

$$u_{n+1} = u_n q \Rightarrow q = \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{3}{4^{n+1}} : \dfrac{3}{4^n} = \dfrac{3}{4.4^n}.\dfrac{4^n}{3} \Leftrightarrow q = \dfrac{1}{4}.$$

Số hạng đầu tiên $u_1 = \dfrac{3}{4}$. Suy ra tổng của cấp số nhân lùi vô hạn này là $S = \dfrac{u_1}{1-q} = \dfrac{3}{4} : \dfrac{3}{4} = 1$.

Câu 10: Giới hạn $\lim\left(-n^4 - 5n + 11\right)$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có

$$\lim\left(-n^4-5n+11\right)=\lim n^4\left(-1-\frac{5}{n^3}+\frac{11}{n^4}\right)=-\infty.$$

Vì $\lim n^4=+\infty$; $\lim\left(-1-\frac{5}{n^3}+\frac{11}{n^4}\right)=-1$

Câu 11: Giới hạn $\lim\left(2^n-5^n\right)$ bằng

A. $+\infty$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $-\infty$.

Lời giải

$$\lim\left(2^n-5^n\right)=\lim 5^n\left(\left(\frac{2}{5}\right)^n-1\right)=-\infty.$$

Vì $\lim 5^n=+\infty$; $\lim\left(\left(\frac{2}{5}\right)^n-1\right)=-1$.

Câu 12: Tính tổng $S=1-\frac{1}{5}+\frac{1}{25}-\frac{1}{125}+...+\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}+...$

A. $\frac{6}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Các số hạng của tổng lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1=1$, $q=-\frac{1}{5}$.

Tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân có $u_1=1$, $q=-\frac{1}{5}$ bằng:

$$S_n=1-\frac{1}{5}+\frac{1}{25}-\frac{1}{125}+...+\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}=u_1.\frac{1-q^n}{1-q}.$$

Vì: $|q|<1$, do đó:

$$S=1-\frac{1}{5}+\frac{1}{25}-\frac{1}{125}+...+\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}+...=\lim S_n=\frac{u_1}{1-q}=\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{5}\right)}=\frac{5}{6}.$$

Vậy $S=\frac{5}{6}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với: $u_n=n^2+n+1; v_n=1-n$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty.$

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty.$

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n.v_n=-\infty.$

d) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{v_n}{u_n}=0.$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+n+1) = \lim\limits_{n\to+\infty} n^2(1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}) = +\infty$.

b) Sai

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty}(1-n) = \lim\limits_{n\to+\infty} n(-1-\frac{1}{n}) = -\infty$.

c) Đúng

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n.v_n = \lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+n+1)(1-n) = \lim\limits_{n\to+\infty}(1-n^3) = -\infty$.

d) Đúng

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{v_n}{u_n} = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1-n}{n^2+n+1} = 0.$

Câu 2: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = \dfrac{2n^2-4n+7}{8n^2+3n+1}$, $v_n = \dfrac{\sqrt{4n^2+5}}{8n}$.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$

b) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(v_n - \dfrac{1}{4}\right) = 0$

c) $\lim\limits_{n\to+\infty}(2u_n - 4v_n) = 0$

d) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{2v_n} = 1$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n^2-4n+7}{8n^2+3n+1} = \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2-\frac{4}{n}+\frac{7}{n^2}}{8+\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$ → Sai

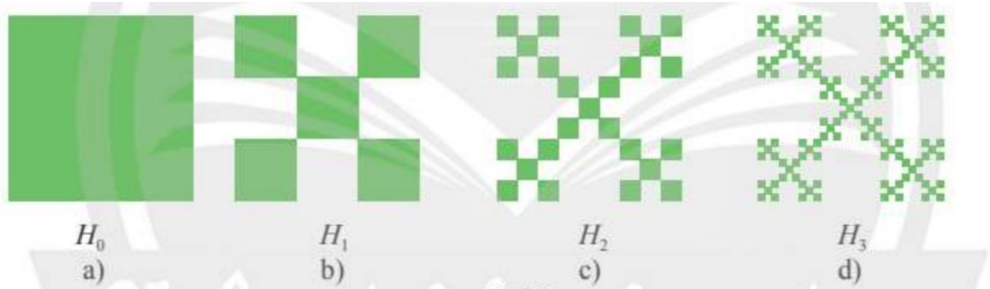
b) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4n^2+5}}{8n} = \lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4+\frac{5}{n^2}}}{8} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty}\left(v_n-\dfrac{1}{4}\right) = 0$ → Đúng

c) $\lim\limits_{n\to+\infty}(4u_n - v_n) = 4\lim\limits_{n\to+\infty} u_n - \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 4.\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$ → Sai

d) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{2v_n} = \dfrac{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n}{2.\lim\limits_{n\to+\infty} v_n} = \dfrac{\frac{1}{4}}{2.\frac{1}{4}} = \dfrac{1}{2}$ → Sai

Câu 3: Xét quá trình tạo ra hình vuông như sau:

Bắt đầu hằng một hình vuông H_0 cạnh bằng 1 đơn vị độ dài (xem Hình 6a). Chia hình vuông H_0 thành chín hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 (xem Hình 6b). Tiếp theo, chia mỗi hình vuông của H_1 thành chín hình vuông rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2 (xem Hình 6c). Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình H_n $(n = 1, 2, 3, \ldots)$.



Hình 6

Xét u_n là cạnh của mỗi hình vuông tương ứng với hình H_n $(n = 1, 2, 3, ...)$.

a) $u_1 = \dfrac{1}{3}$

b) $u_2 = \dfrac{1}{2}$

c) u_n lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \dfrac{1}{3}$

d) Gọi S_n là tổng diện tích tất cả các hình vuông ở hình H_n. Khi đó $\lim S_n = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) H_1 có 5 hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\dfrac{1}{3}$. Do đó $u_1 = \dfrac{1}{3}$. Vậy mệnh đề đúng.

b) H_2 có $5.5 = 5^2$ hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{3^2}$. Do đó $u_2 = \dfrac{1}{9}$. Vậy mệnh đề sai.

c) H_n có 5^n hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\dfrac{1}{3^n}$. Do đó $u_n = \dfrac{1}{3^n}$ là cấp số nhân lùi vô hạn với $q = \dfrac{1}{3}$. Vậy mệnh đề đúng

d) Diện tích S_n của H_n là: $S_n = 5^n.\left(\dfrac{1}{3}\right)^n.\left(\dfrac{1}{3}\right)^n = 5^n.\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2n} = \left(\dfrac{5}{9}\right)^n$

Khi đó $\lim S_n = \lim\left(\dfrac{5}{9}\right)^n = 0$. Vậy mệnh đề đúng.

Câu 4: Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc $100\,mg$. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn tồn dư 5%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a) Ngay trước khi uống viên thuốc ngày thứ 2, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $100\,mg$.

b) Ngay sau khi uống viên thuốc ngày thứ 2, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $105\,mg$.

c) Hàm lượng thuốc trong cơ thể sau khi uống viên thuốc ngày thứ 4 là $105,2625\,mg$.

d) Nếu sử dụng thuốc lâu ngày thì hàm lượng thuốc trong cơ thể hằng ngày được ước tính theo công thức $100(1+5\%)\,mg$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai.

Ngay trước khi uống viên thuốc ngày thứ 2, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $100.5\% = 5\,mg$.

b) Đúng.

Ngay sau khi uống viên thuốc ngày thứ 2, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $100+5=105\,mg$.

c) Đúng.

Sau khi uống viên thuốc ngày thứ 1, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $u_1=100\,mg$. Sau khi uống viên thuốc ngày thứ 2, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $u_2=\frac{5}{100}u_1+100=\frac{1}{20}\cdot 100+100=100\left(1+\frac{1}{20}\right)mg$. Sau khi uống viên thuốc ngày thứ 3, hàm lượng thuốc trong cơ thể là $u_3=\frac{1}{20}u_2+100=100\left(1+\frac{1}{20}+\left(\frac{1}{20}\right)^2\right)mg$. Sau khi uống viên thuốc ngày thứ 4, hàm lượng thuốc trong cơ thể là

$u_4=\frac{1}{20}u_3+100=100\left(1+\frac{1}{20}+\left(\frac{1}{20}\right)^2+\left(\frac{1}{20}\right)^3\right)=105,2625\,mg$.

d) Sai.

Đặt $r=\frac{1}{20}$, ta có $1+r+r^2+...+r^{n-1}=\frac{1-r^n}{1-r}$, $n\geq 2$, $n\in\mathbb{N}$.

Nếu sử dụng thuốc lâu ngày thì hàm lượng thuốc trong cơ thể hằng ngày là

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}\left[100\left(r^{n-1}+r^{n-2}+...+r+1\right)\right]=\lim_{n\to\infty}100\cdot\frac{1-r^n}{1-r}=\frac{100}{1-r}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{2n^2+n}-\sqrt{2n^2+1}\right)$ *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,35

Ta có: $$\lim\left(\sqrt{2n^2+n}-\sqrt{2n^2+1}\right)=\lim\frac{\left(\sqrt{2n^2+n}-\sqrt{2n^2+1}\right)\left(\sqrt{2n^2+n}+\sqrt{2n^2+1}\right)}{\sqrt{2n^2+n}+\sqrt{2n^2+1}}.$$

$$=\lim\frac{n-1}{\sqrt{2n^2+n}+\sqrt{2n^2+1}}=\lim\frac{n\left(1-\frac{1}{n}\right)}{n\left(\sqrt{2+\frac{1}{n}}+\sqrt{2+\frac{1}{n^2}}\right)}=\lim\frac{1-\frac{1}{n}}{\sqrt{2+\frac{1}{n}}+\sqrt{2+\frac{1}{n^2}}}=\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 2: Biết giới hạn của $\lim\frac{\sqrt{9^n+1}}{2.3^n-1}=\frac{a}{b}$ (a,b tối giản). Giá trị của $P=2a+b$ là

Lời giải

Trả lời: 4

Ta có: $$\lim\frac{\sqrt{9^n+1}}{2.3^n-1}=\lim\frac{\sqrt{\left(3^n\right)^2+1}}{2.3^n-1}=\lim\frac{3^n\sqrt{1+\frac{1}{3^n}}}{3^n\left(2-\frac{1}{3^n}\right)}=\lim\frac{\sqrt{1+\frac{1}{3^n}}}{2-\frac{1}{3^n}}=\frac{1}{2}.$$

Do đó $a=1, b=2$. Suy ra $P=2a+b=2.1+2=4$.

Câu 3: Bạn đang chuẩn bị làm một chiếc bánh nhiều lớp. Để phủ đều các lớp bánh, bạn sử dụng một loại bột mịn. Lượng bột phủ cho lớp bánh đầu tiên là $100\,$g. Ở mỗi lớp tiếp theo, lượng bột cần thiết sẽ giảm đi 20% so với lớp trước đó do diện tích cần phủ giảm dần. Hãy tính tổng lượng bột bạn cần sử dụng nếu bạn muốn phủ vô hạn lớp bánh theo quy tắc này.

Lời giải

Trả lời: 500.

Lượng bột cần cho lớp đầu tiên: $u_1 = 100$ g.

Do mỗi lớp tiếp theo lớp bột cần giảm đi 20% nên ta có: $q = 1 - 0,2 = 0,8$.

Khối lượng bột ở từng lớp lập thành một cấp số nhân với $u_1 = 100$ và $q = 0,8$.

Tổng lượng bột cần dùng cho các lớp bánh là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn:

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{100}{1-0.8} = 500$$

Vậy, tổng lượng bột cần để phủ vô hạn lớp bánh là 500 **g.**

Câu 4: Cho số $a = 3,13131313...$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì là 13, số a được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản dạng $a = \frac{x}{y}$, trong đó x và y là các số nguyên dương. Tìm tổng $x + y$.

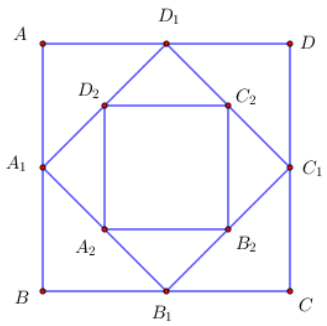
Lời giải

Trả lời: 409

Ta có $a = 3 + \frac{13}{100} + \frac{13}{100^2} + \frac{13}{100^3} + ... = 3 + \frac{\frac{13}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{310}{99}$.

Suy ra $\begin{cases} x = 310 \\ y = 99 \end{cases} \Rightarrow x + y = 409$.

Câu 5: Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a_1 và có diện tích S_1. Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2. Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3, …và cứ tiếp tục làm như thế. Giả sử quá trình trên kéo dài vô hạn. Tính tổng diện tích các hình vuông được tạo thành nếu $a_1 = 4cm$.



Lời giải

Trả lời: 32

Ta có: $A_1D_1 = \sqrt{2}.AD_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}AD$, $C_2D_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}A_1D_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 AD$,…

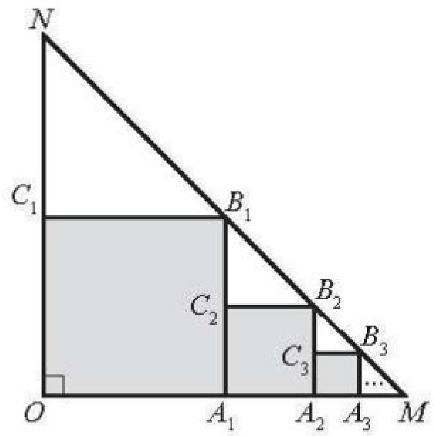
Khi đó: $S_1 = AD^2$, $S_2 = A_1D_1^{\ 2} = \frac{1}{2}AD^2$, $S_3 = C_2D_2^{\ 2} = \frac{1}{2}A_1D_1^{\ 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 AD^2$,…

Cứ như vậy ta thấy cạnh của các hình vuông lập thành 1 cấp số nhân với số hạng đầu là AD và công bội $q=\frac{\sqrt{2}}{2}$, còn diện tích các hình vuông lập thành 1 cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là S_1 và công bội $q'=\frac{1}{2}$.

Do đó tổng diện tích các hình vuông sẽ là: $S=S_1.\frac{1}{1-q'}=S_1.\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2S_1$.

Khi $a_1=4\Rightarrow S_1=16cm^2\Rightarrow S=32cm^2$.

Câu 6: Cho tam giác OMN vuông cân tại O, $OM=ON=5$. Trong tam giác OMN, vẽ hình vuông $OA_1B_1C_1$ sao cho các đỉnh A_1 ,B_1 ,C_1 lần lượt nằm trên các cạnh OM,MN,ON. Trong tam giác A_1MB_1, vẽ hình vuông $A_1A_2B_2C_2$ sao cho các đỉnh A_2 ,B_2 ,C_2 lần lượt nằm trên các cạnh A_1M, MB_1, A_1B_1. Tiếp tục quá trình đó mãi mãi, ta được một dãy các hình vuông (tham khảo hình vẽ dưới đây). Tính tổng diện tích các hình vuông này.



Lời giải

Trả lời: 8,33

Độ dài cạnh của các hình vuông lần lượt là $a_1=\frac{5}{2};\ a_2=\frac{5}{4};\ a_3=\frac{5}{8};\ ...$

Diện tích của các hình vuông lần lượt là $S_1=\left(\frac{5}{2}\right)^2;\ S_2=\left(\frac{5}{4}\right)^2;\ S_3=\left(\frac{5}{8}\right)^2;\ ...$

Các diện tích $S_1;\ S_2;\ S_3;\ ...$ tạo thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là $S_1=\frac{25}{4}$ và công bội là $q=\frac{1}{4}$.

Do đó, tổng diện tích các hình vuông là $S=\frac{\frac{25}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{25}{3}$

---------- HẾT ----------

CHƯƠNG V

GIỚI HẠN
HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI: GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2-\dfrac{1}{n}\right)$?

A. $-\infty$ **B.** 1. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Câu 2: Cho $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$, $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - v_n) = a-b$ **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n + v_n) = a+b$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n.v_n) = a.b$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{v_n} = a-b$.

Câu 3: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2n+3}{n-1}$?

A. $+\infty$ **B.** -3. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Câu 4: Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4n^2+5n+2}+n}{n+1}$

A. 2. **B.** 3. **C.** $+\infty$. **D.** 5.

Câu 5: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n+9}-\sqrt{n+4}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 6: Biểu diễn số $4,333333...$ dưới dạng phân số tối giản có dạng $\dfrac{a}{b}$, Tính $a+b$?

A. 21. **B.** 30. **C.** 39. **D.** 48.

Câu 7: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(8n^5-n^3+1\right)$

A. $+\infty$. **B.** 8. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 8: Giá trị của $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^3-2n+5}{3+5n}$ bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 9: Tìm $I = \lim\dfrac{7n^2-2n^3+1}{3n^3+2n^2+1}$.

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 10: $\lim\left(\frac{2024}{2025}\right)^n$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2024}{2025}$.

Câu 11: Tính $\lim\frac{1+3+5+....+(2n-1)}{2.(n+1).(n+2)}$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -3. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 12: Tính $\lim\frac{5+25+...+5^n}{3.5^n+2.3^n}$

A. $\frac{5}{12}$. **B.** 6. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{-1}{3}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n=\frac{3n+1}{n+2}$, $v_n=\frac{5-4n}{n}$.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=3$.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{3n+1}=0$.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=5$.

d) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{v_n}{n}=0$.

Câu 2: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n=\sqrt{n^2+n}-n$, $v_n=\sqrt{n^2-8n}-n$

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\frac{1}{2}$.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=b>0$.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{n}=0$.

d) Có hai giá trị nguyên dương của a để $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2-8n}-n+a^2\right)=0$.

Câu 3: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n=\sqrt{n^2+1}$ và $v_n=2n$.

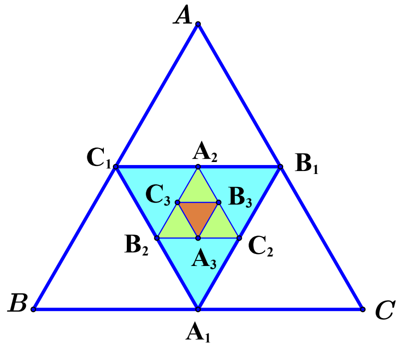
a) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=0$.

d) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-5n^2(u_n-v_n)}{n+1}=0$.

Câu 4: Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 1. Nối các trung điểm A_1, B_1, C_1 của các cạnh BC, CA, AB ta được tam giác đều $A_1B_1C_1$. Tiếp tục nối các trung điểm A_2, B_2, C_2 của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 ta được tam giác đều $A_2B_2C_2$, thực hiện quá trình này đến vô hạn. Gọi S_n lần là diện tích của tam giác đều $A_nB_nC_n$.



a) Tam giác $A_1B_1C_1$ có độ dài các cạnh bằng $\frac{1}{2}$.

b) Biết rằng tam giác đều có cạnh bằng a thì có diện tích là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Diện tích tam giác $A_3B_3C_3$ là: $S_3 = \frac{\sqrt{3}}{64}$.

c) Đặt $u_n = S_1 + S_2 + S_3 + ... + S_n$. Khi đó $\lim u_n = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

d) Đặt $h_1 = AA_1, h_2 = A_1A_2, h_3 = A_2A_3, ..., h_n = A_{n-1}A_n$ và $v_n = h_1 + h_2 + ... + h_n$. Khi đó $\lim v_n = \sqrt{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $L = \lim \frac{n^3 + n^2 + 1}{2018 - 3n^3} = -\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ tối giản, $a; b \in \mathbb{N}$). Tính $T = a + 3b$.

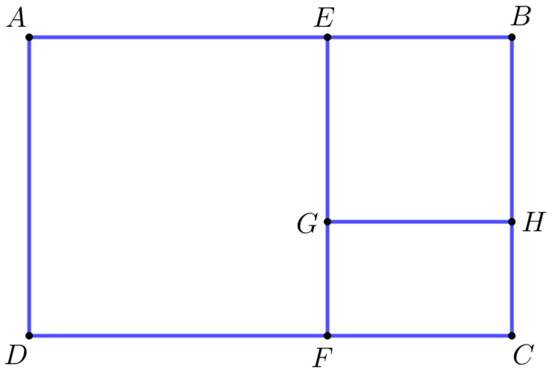
Câu 2: Tính giới hạn sau: $\lim_{n \to +\infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - n - 2\right)$;

Câu 3: Kết quả của $\lim \frac{3 + 5^{n+2}}{2^n + 2.5^n}$ bằng

Câu 4: Nam đang ngồi học thì nghe có tiếng mưa rơi. Tiếng mưa rơi lộp độp nhặt dần đến khi Nam nghe gần như đều đặn. Thời gian đầu tiên Nam ước chừng khoảng 5 giây. Sau đó thời gian liên tiếp giảm đi $\frac{11}{12}$ giây. Thời gian Nam bắt đầu nghe các tiếng mưa rơi gần như đều đặn là………phút.

Câu 5: Từ độ cao 63m của một ngọn tháp, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó. Độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất (khi khoảng cách từ quả bóng đến mặt đất không đáng kể) là bao nhiêu mét?

Câu 6: Ông An dự định dùng xen kẽ 2 màu vàng, xanh để sơn trang trí một bức tường hình chữ nhật theo cách như sau: Đầu tiên dùng màu vàng sơn bức tường theo tấm bìa hình chữ nhật H_1 có chiều dài, chiều rộng tính theo đơn vị m lần lượt là $\sqrt{5}+1$ và 2, sau đó cắt hình H_1 thành một hình vuông có cạnh bằng chiều rông của H_1 và hình chữ nhật H_2, rồi dùng màu xanh sơn tường theo hình H_2, …cứ tiếp tục quá trình như vậy cho đến khi hình chữ nhật tạo ra có diện tích không đáng kể. Biết rằng tiền công để sơn mỗi mét vuông tường như vậy là 21 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chuẩn bị tối đa bao nhiêu tiền công cho thợ sơn? (kết quả tính theo đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng nghìn).



---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2-\frac{1}{n}\right)$?

A. $-\infty$ **B.** 1. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2-\frac{1}{n}\right)=2$.

Câu 2: Cho $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=a,\ \lim\limits_{n\to+\infty}v_n=b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=a-b$ **B.** $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n+v_n)=a+b$.

C. $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n.v_n)=a.b$. **D.** $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{v_n}=a-b$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{v_n}=\frac{a}{b}(b\neq 0)$.

Câu 3: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n+3}{n-1}$?

A. $+\infty$ **B.** -3. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Lời giải

$$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n+3}{n-1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2+\frac{3}{n}}{1-\frac{1}{n}}=\frac{2}{1}=2.$$

Câu 4: Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{4n^2+5n+2}+n}{n+1}$

A. 2. **B.** 3. **C.** $+\infty$. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{4n^2+5n+2}+n}{n+1}=\lim\frac{\sqrt{4+\frac{5}{n}+\frac{2}{n^2}}+1}{1+\frac{1}{n}}=3$.

Câu 5: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n+9}-\sqrt{n+4}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n+9}-\sqrt{n+4}\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n+9-(n+4)}{\sqrt{n+5}+\sqrt{n+1}}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5}{\sqrt{n}\left(\sqrt{1+\frac{5}{n}}+\sqrt{n+\frac{1}{n}}\right)}=0.$

Câu 6: Biểu diễn số $4,333333...$ dưới dạng phân số tối giản có dạng $\frac{a}{b}$, Tính $a+b$?

A. 21. **B.** 30. **C.** 39. **D.** 48.

Lời giải

$S=1+3+\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{3}{10^3}+\cdots+\frac{3}{10^n}+...=1+3+3.\frac{1}{10}+3.\frac{1}{10^2}+3.\frac{1}{10^3}+\cdots+3.\frac{1}{10^n}+...=1+S'$

Nhận thấy S' tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1=3, q=\frac{1}{10}$.

Do đó $S=1+\frac{u_1}{1-q}=1+\frac{3}{1-\frac{1}{10}}=1+\frac{30}{9}=\frac{39}{9}$

Vậy $a+b=39+9=48$

Câu 7: Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(8n^5-n^3+1\right)$

A. $+\infty$. **B.** 8. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(8n^5-n^3+1\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}n^5\left(8-\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^5}\right)=+\infty$. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}n^5=+\infty$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(8-\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^5}\right)=8$

Câu 8: Giá trị của $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^3-2n+5}{3+5n}$ bằng

A. 5. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^3-2n+5}{3+5n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n^3\cdot\frac{1-\frac{2}{n^2}+\frac{5}{n^3}}{\frac{3}{n}+5}\right)=+\infty$ Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}n^3=+\infty$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1-\frac{2}{n^2}+\frac{5}{n^3}}{\frac{3}{n}+5}=\frac{1}{5}$

Câu 9: Tìm $I=\lim\frac{7n^2-2n^3+1}{3n^3+2n^2+1}$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $I=\lim\frac{7n^2-2n^3+1}{3n^3+2n^2+1}=\lim\frac{\frac{7}{n}-2+\frac{1}{n^3}}{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^3}}=-\frac{2}{3}$.

Câu 10: $\lim\left(\frac{2024}{2025}\right)^n$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2024}{2025}$.

Lời giải

Áp dụng $\lim q^n=0$, $|q|<1$.

Câu 11: Tính $\lim\frac{1+3+5+....+(2n-1)}{2.(n+1).(n+2)}$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -3. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có: $u_1=1$ và $d=2$ nên $1+3+5+....+(2n-1)=\left[1+(n-1).2\right].n$

Khi đó

$$\lim\frac{1+3+5+....+(2n-1)}{2.(n+1).(n+2)}=\lim\frac{[1+(n-1).2].n}{2.(n+1).(n+2)}$$

$$=\lim\frac{(2n-1).n}{4.(n+1).(n+2)}=\lim\frac{\left(2-\frac{1}{n}\right).1}{4.\left(\frac{1}{n}+1\right).\left(\frac{2}{n}+1\right)}=\frac{1}{2}$$

Câu 12: Tính $\lim\frac{5+25+...+5^n}{3.5^n+2.3^n}$

A. $\frac{5}{12}$. **B.** 6. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{-1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $u_1=5$ và $q=5$ nên $5+25+...+5^n=\frac{5.(1-5^n)}{1-5}=\frac{-5.(1-5^n)}{4}$

Khi đó

$$\lim\frac{5+25+...+5^n}{3.5^n+2.3^n}=\lim\frac{-5.(1-5^n)}{12.5^n+8.3^n}=\lim\frac{-5.5^n.\left(\frac{1}{5^n}-1\right)}{5^n.\left(12+8.\frac{3^n}{5^n}\right)}=\lim\frac{-5.\left(\frac{1}{5^n}-1\right)}{\left(12+8.\frac{3^n}{5^n}\right)}=\frac{5}{12}$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n=\frac{3n+1}{n+2}$, $v_n=\frac{5-4n}{n}$.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{3n+1}=0$.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=5$.

d) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{v_n}{n}=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3n+1}{n+2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3+\frac{1}{n}}{1+\frac{2}{n}}=3$.

b) Đúng. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_n}{3n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n+2}=0$.

c) Sai. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5-4n}{n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\frac{5}{n}-4}{1}=-4$.

d) Đúng. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{v_n}{n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5-4n}{n^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\frac{5}{n^2}-\frac{4}{n}}{1}=0$.

Câu 2: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n=\sqrt{n^2+n}-n$, $v_n=\sqrt{n^2-8n}-n$

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\dfrac{1}{2}$.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=b>0$.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{n}=0$.

d) Có hai giá trị nguyên dương của a để $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2-8n}-n+a^2\right)=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng. Vì $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{\sqrt{n^2+n}+n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{n}}+1}=\dfrac{1}{2}$.

b) Sai. Vì $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-8n}-n\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{-8n}{\sqrt{n^2-8n}+n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{-8}{\sqrt{1-\dfrac{8}{n}}+1}=-4<0$.

c) Đúng. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{u_n}{n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+n}-n}{n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{n}}-1}{1}=0$.

d) Sai. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2-8n}-n+a^2\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2-8n-(n-a^2)^2}{\sqrt{n^2-8n}+n-a^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\left(2a^2-8\right)n-a^4}{\sqrt{n^2-8n}+n-a^2}$

$=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2a^2-8-\dfrac{a^4}{n}}{\sqrt{1-\dfrac{8}{n}}+1-\dfrac{a^2}{n}}=a^2-4=0\Leftrightarrow a=\pm2$. Mà a nguyên dương nên $a=2$.

(Hoặc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2-8n}-n+a^2\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2-8n}-n\right)+a^2=a^2-4=0\Leftrightarrow a=\pm2$).

Câu 3: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n=\sqrt{n^2+1}$ và $v_n=2n$.

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$.

c) $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=0$.

d) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{-5n^2(u_n-v_n)}{n+1}=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=\lim\limits_{n\to+\infty}(2n)=+\infty$.

b) Đúng. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{n^2+1}=\lim\limits_{n\to+\infty} n\sqrt{1+\dfrac{1}{n^2}}=+\infty$ do $\lim\limits_{n\to+\infty} n=+\infty$, $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{1+\dfrac{1}{n^2}}=1$.

c) Sai. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-2n\right)=\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{n^2}}-2\right)=-\infty$

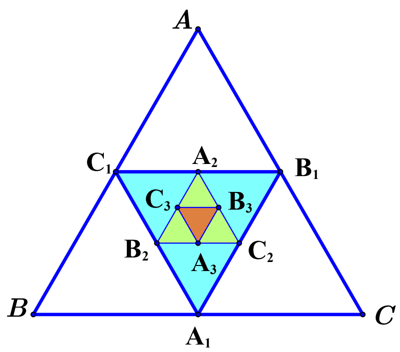
do $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$, $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}-2\right) = -1$.

d) Sai. Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-5n^2}{n+1} = -\infty$ và $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - v_n) = -\infty$ nên $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-5n^2(u_n-v_n)}{n+1} = +\infty$.

Hoặc: Vì $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-5n^2(u_n-v_n)}{n+1} = 0 = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-5n^3\left(\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}-2\right)}{n\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \lim\limits_{n\to+\infty}\left(-5n^2\right).\frac{\left(\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}-2\right)}{1+\frac{1}{n}} = +\infty$

do $\begin{cases}\lim\limits_{n\to+\infty} -5n^2 = -\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}-2\right)}{1+\frac{1}{n}} = -1 < 0\end{cases}$.

Câu 4: Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 1. Nối các trung điểm A_1, B_1, C_1 của các cạnh BC, CA, AB ta được tam giác đều $A_1B_1C_1$. Tiếp tục nối các trung điểm A_2, B_2, C_2 của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 ta được tam giác đều $A_2B_2C_2$, thực hiện quá trình này đến vô hạn. Gọi S_n lần là diện tích của tam giác đều $A_nB_nC_n$.



a) Tam giác $A_1B_1C_1$ có độ dài các cạnh bằng $\frac{1}{2}$.

b) Biết rằng tam giác đều có cạnh bằng a thì có diện tích là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Diện tích tam giác $A_3B_3C_3$ là: $S_3 = \frac{\sqrt{3}}{64}$.

c) Đặt $u_n = S_1 + S_2 + S_3 + ... + S_n$. Khi đó $\lim u_n = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

d) Đặt $h_1 = AA_1, h_2 = A_1A_2, h_3 = A_2A_3, ..., h_n = A_{n-1}A_n$ và $v_n = h_1 + h_2 + ... + h_n$. Khi đó $\lim v_n = \sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng.

Có B_1C_1 là đường trung bình của tam giác ABC nên $B_1C_1 = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}$. Do tam giác ABC đều nên $A_1B_1C_1$ cũng là tam giác đều. Vậy tam giác $A_1B_1C_1$ có độ dài các cạnh bằng $\frac{1}{2}$.

b) Sai.

Cách 1: Có $B_3C_3 = \frac{1}{2}B_2C_2 = \frac{1}{4}B_1C_1 = \frac{1}{8}BC = \frac{1}{8}$.

Diện tích tam giác $A_3B_3C_3$ là: $S_3 = \left(\frac{1}{8}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{256}$.

Cách 2:

Diện tích tam giác ABC là: $S_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ta có: $S_1 = \frac{1}{4}S_0; S_2 = \frac{1}{4}S_1 = \frac{1}{16}S_0; S_3 = \frac{1}{4}S_2 = \frac{1}{64}S_0 = \frac{1}{64}.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{256}$(vì cạnh tam giác sau bằng $\frac{1}{2}$ cạnh tam giác trước).

c) Đúng.

Diện tích tam giác ABC là: $S_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ta có: $S_1 = \frac{1}{4}S_0, S_2 = \frac{1}{4}S_1, S_3 = \frac{1}{4}S_2, \ldots$. Do đó $\{S_n\}$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{4}$.

$\lim u_n = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n + \ldots = \frac{S_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

d) Đúng.

Ta có: $h_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, h_2 = \frac{1}{2}h_1, h_3 = \frac{1}{2}h_2, \ldots, h_n = \frac{1}{2}h_{n-1}, \ldots \Rightarrow \{h_n\}$ là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{2}$.

$\lim v_n = h_1 + h_2 + \ldots + h_n + \ldots = \frac{h_1}{1-q} = \sqrt{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $L = \lim\frac{n^3+n^2+1}{2018-3n^3} = -\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ tối giản, $a;b \in \mathbb{N}$). Tính $T = a + 3b$.

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có $L = \lim\frac{n^3+n^2+1}{2018-3n^3} = \lim\frac{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^3}}{\frac{2018}{n^3}-3} = -\frac{1}{3}$.

Vậy $a = 1, b = 3 \Rightarrow T = a + 3b = 10$.

Câu 2: Tính giới hạn sau: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+2n}-n-2\right)$;

Lời giải

Trả lời: -1.

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+2n}-n-2\right)=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+2n-(n^2+4n+4)}{\left(\sqrt{n^2+2n}+n+2\right)}=\lim_{n\to+\infty}\frac{-2n-4}{\left(\sqrt{n^2+2n}+n+2\right)}$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\frac{-2-\frac{4}{n}}{\left(\sqrt{1+\frac{2}{n}}+1+\frac{2}{n}\right)}=-1.$$

Câu 3: Kết quả của $\lim\dfrac{3+5^{n+2}}{2^n+2.5^n}$ bằng

Lời giải

Trả lời: $12,5$

Ta có $\lim\dfrac{3+5^{n+2}}{2^n+2.5^n}=\lim\dfrac{3+25.5^n}{2^n+2.5^n}=\lim\dfrac{5^n\left(3.\left(\frac{1}{5}\right)^n+25\right)}{5^n\left(\left(\frac{2}{5}\right)^n+2\right)}=\dfrac{25}{2}$.

Câu 4: Nam đang ngồi học thì nghe có tiếng mưa rơi. Tiếng mưa rơi lộp độp nhặt dần đến khi Nam nghe gần như đều đặn. Thời gian đầu tiên Nam ước chừng khoảng 5 giây. Sau đó thời gian liên tiếp giảm đi $\dfrac{11}{12}$ giây. Thời gian Nam bắt đầu nghe các tiếng mưa rơi gần như đều đặn là………phút.

Lời giải

Trả lời: 1

Gọi t_1 là thời gian giữa 2 tiếng mưa rơi đầu tiên và kế tiếp

t_2 là thời gian giữa 2 tiếng mưa rơi thứ hai và kế tiếp

…………………………………………………………….

t_n là thời gian giữa 2 tiếng mưa rơi thứ n và kế tiếp

Theo đề ra ta có dãy số $\{t_n\}$ tạo thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu tiên là $t_1=5s$,

công bội $q=\dfrac{11}{12}$.

Vậy thời gian Nam bắt đầu nghe các tiếng mưa rơi gần như đều đặn là :

$$T=\frac{t_1}{1-q}=\frac{5}{1-\frac{11}{12}}=60\ \text{(giây)}\ =1\ \text{(phút)}.$$

Câu 5: Từ độ cao 63m của một ngọn tháp, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\dfrac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó. Độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất (khi khoảng cách từ quả bóng đến mặt đất không đáng kể) là bao nhiêu mét?

Lời giải

Trả lời: 77.

Ta thấy:

Ban đầu bóng cao 63m nên chạm đất lần 1 bóng di chuyển quãng đường $S_1=63(m)$.

Từ lúc chạm đất lần một đến chạm đất lần hai bóng di chuyển được quãng đường là

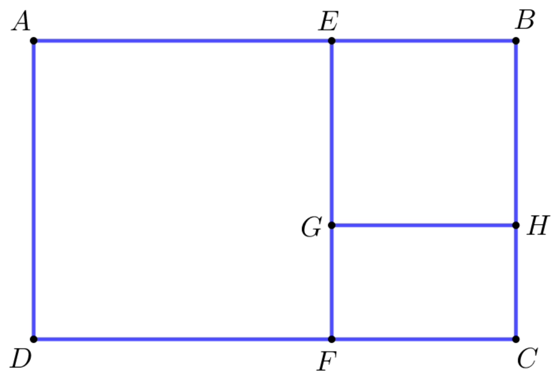
$S_2 = 2S_1.\frac{1}{10} = 2.63.\frac{1}{10} = \frac{63}{5}$ (do độ cao lần hai bằng $\frac{1}{10}$ độ cao ban đầu).

Từ lúc chạm đất lần hai đến chạm đất lần ba bóng di chuyển được quãng đường là $S_3 = S_2\frac{1}{10}$ (do độ cao lần ba bằng $\frac{1}{10}$ độ cao lần hai). Cứ tiếp tục như vậy kéo dài ra vô tận thì ta có được tổng quãng đường mà bóng cao su đã di chuyển là

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + ... = S_1 + S_2 + S_2.\frac{1}{10} + S_2.\left(\frac{1}{10}\right)^2 + ... = S_1 + S_2\frac{1}{1-\frac{1}{10}} = 63 + \frac{63}{5}.\frac{10}{9} = 77(m).$$

Vậy quãng đường di chuyển của bóng là $77m$.

Câu 6: Ông An dự định dùng xen kẽ 2 màu vàng, xanh để sơn trang trí một bức tường hình chữ nhật theo cách như sau: Đầu tiên dùng màu vàng sơn bức tường theo tấm bìa hình chữ nhật H_1 có chiều dài, chiều rộng tính theo đơn vị m lần lượt là $\sqrt{5}+1$ và 2, sau đó cắt hình H_1 thành một hình vuông có cạnh bằng chiều rông của H_1 và hình chữ nhật H_2, rồi dùng màu xanh sơn tường theo hình H_2, …cứ tiếp tục quá trình như vậy cho đến khi hình chữ nhật tạo ra có diện tích không đáng kể. Biết rằng tiền công để sơn mỗi mét vuông tường như vậy là 21 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chuẩn bị tối đa bao nhiêu tiền công cho thợ sơn? (kết quả tính theo đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng nghìn).



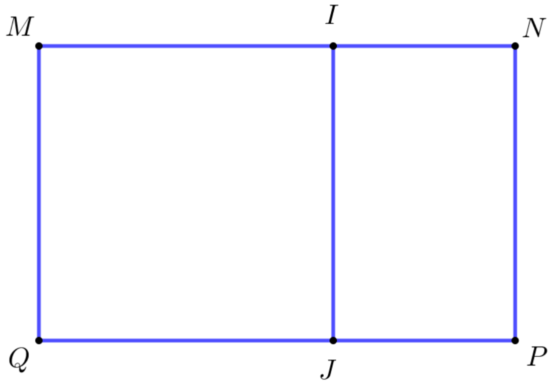
Lời giải

Trả lời: 220.

Tấm bìa ban đầu là hình chữ nhật $ABCD$ ký hiệu là H_1, H_2 là hình chữ nhật $EBCF$, H_3 là hình chữ nhật $GHCF$. Hình chữ nhật H_{n+1} có được bằng cách cắt đi hình vuông có cạnh bằng chiều rộng của hình chữ nhật H_n.

Ta chứng minh 2 hình chữ nhật H_n, H_{n+1} đồng dạng với tỷ số $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, với mọi $n \in \mathbb{N}$.

Xét bài toán tổng quát: Cho hình chữ nhật $MNPQ$ có $\frac{MN}{NP} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Gọi I, J là các điểm lần lượt thuộc cạnh MN, PQ sao cho tứ giác $MIJQ$ là hình vuông. Chứng minh rằng 2 hình chữ nhật $MNPQ$ và $NPJI$ là 2 hình chữ nhật đồng dạng.



Ta có 2 hình chữ nhật $MNPQ$ và $NPJI$ là 2 hình chữ nhật đồng dạng khi $\frac{MN}{NP}=\frac{NP}{PJ}$.

Vì $\frac{MN}{NP}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow MN=\frac{1+\sqrt{5}}{2}NP\Rightarrow IN=\frac{\sqrt{5}-1}{2}NP=JP\Rightarrow\frac{NP}{JP}=\frac{2}{\sqrt{5}-1}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Từ đó suy ra $\frac{MN}{NP}=\frac{NP}{PJ}$, do đó hai hình chữ nhật $MNPQ$, $NPJI$ đồng dạng với tỷ số $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Theo kết quả này thì 2 hình chữ nhật H_n, H_{n+1} đồng dạng với tỷ số $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, với mọi $n\in\mathbb{N}$.

Gọi $S_{(H_1)}, S_{(H_2)}, S_{(H_3)}, \ldots$ là diện tích các hình chữ nhật $H_1, H_2, H_3, \ldots$

Suy ra $\left(S_{(H_n)}\right)$ là cấp số nhân lùi vô hạn có công bội $q=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$, $S_{(H_1)}=2\left(\sqrt{5}+1\right)$

Do đó tổng diện tích tường được sơn là:

$$S=S_{(H_1)}+S_{(H_2)}+S_{(H_3)}+\ldots+S_{(H_n)}+\ldots=\frac{S_{(H_1)}}{1-q}=\frac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{1-\frac{3-\sqrt{5}}{2}}=6+2\sqrt{5}.$$

Số tiền cần dùng là: $T=21000.\left(6+2\sqrt{5}\right)$. Kết quả làm tròn đến hàng nghìn nên số tiền tối đa ông An cần chuẩn bị là 220 nghìn đồng.

CHƯƠNG V

GIỚI HẠN HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI: GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 2: $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{1}{7}$.

Câu 3: Tính $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x-3}$ bằng:

A. 3. **B.** -3. **C.** 6. **D.** $+\infty$.

Câu 4: $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{4x+1}{-x+1}$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5: Tính $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3+2x}{-x+7}$.

A. -2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{7}$. **D.** $\dfrac{-2}{7}$.

Câu 6: Tính $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x-3\right)$.

A. $\dfrac{-3}{2}$. **B.** -3. **C.** 0. **D.** $\dfrac{-7}{2}$.

Câu 7: Kết quả của $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-15}{x-2}$ là

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{-15}{2}$. **D.** 1.

Câu 8: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 9: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{7}{4}$.

Câu 10: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-2x+1\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 11: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x^5-3x^2+1\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 12: Tìm giới hạn $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt[3]{2x^3+x-1}\right)$:

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $f\left(x\right)=x^2-6x+5$, $g\left(x\right)=10-2x$.

a) $\lim\limits_{x\to1}f\left(x\right)=0$.

b) $\lim\limits_{x\to2}\left[2f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]=12$.

c) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}=3$.

d) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\left[f\left(x\right)\right]^2}{g\left(x\right)}=0$.

Câu 2: Cho $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{4x^2-6x+5}}{x-3}$, $g\left(x\right)=\dfrac{2x}{x-3}$.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(x\right)=2$.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=4$.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-2$.

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right].\left(x-3\right)=-3$.

Câu 3: Cho 2 hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x}{\left|x-2\right|}$ và $g\left(x\right)=\dfrac{x-1}{x^2}$.

a) $\lim\limits_{x\to2^+}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x}{x-2}$.

b) $\lim\limits_{x\to0}g\left(x\right)=+\infty$.

c) $\lim\limits_{x\to2^-}f\left(x\right)=+\infty$.

d) $\lim\limits_{x\to0^+}\left[f\left(x\right).g\left(x\right)\right]=-\infty$.

Câu 4: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{27t+10}{t+5}, t>0$, trong đó $f\left(t\right)$ được tính bằng nghìn người. Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm thứ t_0 kể từ năm 2000 là $v\left(t_0\right)=\lim\limits_{t\to t_0}\dfrac{f\left(t\right)-f\left(t_0\right)}{t-t_0}$ (tính bằng nghìn người/năm).

a) $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=27$.

b) Khi thời gian t càng lớn thì số dân của thị trấn sẽ tiến gần đến 27 nghìn người.

c) Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm 2024 là $0{,}135$ nghìn người/năm.

d) Từ sau năm 2000, có 6 năm tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1000 người/năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-12x+35}{25-5x}$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2: Kết quả của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-7x^2+11}{3x^6+2x^5-5}$ là

Câu 3: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1+x)^5-(1+5x)}{x+x^2}$ bằng

Câu 4: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+2}+2x-1\right)$ bằng

Câu 5: Giả sử khoảng cách từ đỉnh của vách đá đến mặt đất là $30\,m$. Một hòn đá roi từ đỉnh của vách đá xuống đất, sau khoảng thời gian t giây, khoảng cách của nó so với đỉnh của vách đá là $s(t)=5t^2$. Tính vận tốc của hòn đá tại thời điểm hòn đá chạm xuống đất, làm tròn đến hàng phần chục và đơn vị là m/s.

Câu 6: Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x)=15000+200x$. Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chỉ tối đa là bao nhiêu?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)=0$.

Câu 2: $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{1}{7}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}=\dfrac{2-5}{-1}=3$.

Câu 3: Tính $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x-3}$ bằng:

A. 3. **B.** -3. **C.** 6. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\left(x+3\right)=6$.

Câu 4: $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{4x+1}{-x+1}$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{4x+1}{-x+1}=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{4+\dfrac{1}{x}}{-1+\dfrac{1}{x}}=-4.$$

Câu 5: Tính $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3+2x}{-x+7}$.

A. -2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{7}$. **D.** $\dfrac{-2}{7}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3+2x}{-x+7}=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\dfrac{3}{x}+2}{-1+\dfrac{7}{x}}=-2$.

Câu 6: Tính $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x-3\right)$.

A. $\dfrac{-3}{2}$. **B.** -3. **C.** 0. **D.** $\dfrac{-7}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x-3\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+3x-x^2}{\sqrt{x^2+3x}+x}-3\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3x}{\sqrt{x^2+3x}+x}-3\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3}{\sqrt{1+\frac{3}{x}}+1}-3\right)=\frac{3}{2}-3=-\frac{3}{2}.$$

Câu 7: Kết quả của $\lim_{x\to2^+}\frac{x-15}{x-2}$ là

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\frac{-15}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Vì $\begin{cases}\lim_{x\to2^+}(x-15)=-13<0\\ \lim_{x\to2^+}(x-2)=0\\ x-2>0,\forall x>2\end{cases}$ nên $\lim_{x\to2^+}\frac{x-15}{x-2}=-\infty$.

Câu 8: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $+\infty$?

A. $\lim_{x\to+\infty}\frac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim_{x\to2^-}\frac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim_{x\to2^+}\frac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x+4}{x-2}$.

Lời giải

Dễ thấy $\lim_{x\to+\infty}\frac{-3x+4}{x-2}=-3$; $\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x+4}{x-2}=-3$.

Vì $\begin{cases}\lim_{x\to2^-}(-3x+4)=-2\\ \lim_{x\to2^-}(x-2)=0\\ x-2<0,\forall x<2\end{cases}$ nên $\lim_{x\to2^-}\frac{-3x+4}{x-2}=+\infty$.

Câu 9: Tìm giới hạn $\lim_{x\to-2^+}\frac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x\to-2^+}(3+2x)=-1$, $\lim_{x\to-2^+}(x+2)=0$ và $x+2>0$ nên $\lim_{x\to-2^+}\frac{3+2x}{x+2}=-\infty$. **Chọn B**

Câu 10: Tìm giới hạn $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2-2x+1\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2-2x+1\right)=\lim_{x\to+\infty}x^2\left(1-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=+\infty$ do $\lim_{x\to+\infty}x^2=+\infty$ và $\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=1>0$

.

Câu 11: Tìm giới hạn $\lim_{x\to-\infty}\left(2x^5-3x^2+1\right)$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x^5-3x^2+1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^5\left(2-\frac{3}{x^3}+\frac{1}{x^5}\right)=-\infty$ do $\lim\limits_{x\to-\infty}x^5=-\infty$ và

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2-\frac{3}{x^3}+\frac{1}{x^5}\right)=2>0$.

Câu 12: Tìm giới hạn $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt[3]{2x^3+x-1}\right)$:

A. $+\infty$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-x\sqrt[3]{2+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}}\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-\sqrt[3]{2+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}}\right)=-\infty$.

vì $=\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ và $=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-\sqrt[3]{2+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}}\right)=1-\sqrt[3]{2}<0$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho $f(x)=x^2-6x+5$, $g(x)=10-2x$.

a) $\lim\limits_{x\to1}f(x)=0$.

b) $\lim\limits_{x\to2}\left[2f(x)-g(x)\right]=12$.

c) $\lim\limits_{x\to5}\frac{f(x)}{g(x)}=3$.

d) $\lim\limits_{x\to5}\frac{\left[f(x)\right]^2}{g(x)}=0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng.

b) Sai. $\lim\limits_{x\to2}\left[2.\left(x^2-6x+5\right)-\left(10-2x\right)\right]=2\left(2^2-6.2+5\right)-\left(10-2.2\right)=-12$

c) Sai. $\lim\limits_{x\to5}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to5}\frac{x^2-6x+5}{10-2x}=\lim\limits_{x\to5}\frac{(x-1).(x-5)}{-2(x-5)}=\lim\limits_{x\to5}\frac{(x-1)}{-2}=-2$.

d) Đúng.

$$\lim\limits_{x\to5}\frac{\left[f(x)\right]^2}{g(x)}=\lim\limits_{x\to5}\frac{\left(x^2-6x+5\right)^2}{10-2x}=\lim\limits_{x\to5}\frac{\left((x-1).(x-5)\right)^2}{-2(x-5)}=\lim\limits_{x\to5}\frac{(x-1)^2.(x-5)}{-2}=0$$

Câu 2: Cho $f(x)=\frac{\sqrt{4x^2-6x+5}}{x-3}$, $g(x)=\frac{2x}{x-3}$.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=2$.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=4$.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$.

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-g(x)\right].(x-3) = -3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng. $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x-3} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{1-\dfrac{3}{x}} = 2$.

b) Sai. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-6x+5}}{x-3} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{4-\dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{x^2}}}{x\left(1-\dfrac{3}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4-\dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{x^2}}}{\left(1-\dfrac{3}{x}\right)} = 2$

c) Đúng. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-6x+5}}{x-3} = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{4-\dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{x^2}}}{x\left(1-\dfrac{3}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-\sqrt{4-\dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{x^2}}}{\left(1-\dfrac{3}{x}\right)} = -2$.

d) Sai.

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-g(x)\right].(x-3) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2-6x+5}-2x\right) = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-6x+5}{\sqrt{4x^2-6x+5}+2x}$$

$$= \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\left(-6+\dfrac{5}{x}\right)}{x\sqrt{4-\dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{x^2}}+2x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-6+\dfrac{5}{x}}{\sqrt{4-\dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{x^2}}+2} = \frac{-3}{2}.$$

Câu 3: Cho 2 hàm số $f(x) = \dfrac{x}{|x-2|}$ và $g(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$.

a) $\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x}{x-2}$.

b) $\lim\limits_{x\to0} g(x) = +\infty$.

c) $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = +\infty$.

d) $\lim\limits_{x\to0^+}\left[f(x).g(x)\right] = -\infty$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng

Vì $x\to2^+$ nên $x-2>0 \Rightarrow |x-2| = x-2$.

Do đó $\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x}{x-2}$

b) Sai

Vì $\lim\limits_{x\to0}(x-1) = -1 < 0$; $\lim\limits_{x\to0} x^2 = 0$ và $x^2 > 0$ *khi* $x\to0$

Do đó $\lim\limits_{x\to0} g(x) = \lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-1}{x^2} = -\infty$

c) Đúng

Khi $x \to 2^-$ thì $|x-2| = -x+2$

Vì $\lim\limits_{x \to 2^-} x = 2 > 0$; $\lim\limits_{x \to 2^-}(-x+2) = 0$ và $-x+2 > 0$ *khi* $x \to 2^-$

Nên $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x}{|x-2|} = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{x}{-x+2} = +\infty$

d) Đúng

Ta có $\lim\limits_{x \to 0^+} [f(x).g(x)] = \lim\limits_{x \to 0^+} \left[\dfrac{x}{|x-2|}.\dfrac{x-1}{x^2}\right] = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x}.\dfrac{x-1}{|x-2|}$

Ta có

$\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x-1}{|x-2|} = \dfrac{-1}{2}$ và $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$ nên $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{x}.\dfrac{x-1}{|x-2|} = -\infty$

Câu 4: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số $f(t) = \dfrac{27t+10}{t+5}, t > 0$, trong đó $f(t)$ được tính bằng nghìn người. Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm thứ t_0 kể từ năm 2000 là $v(t_0) = \lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$ (tính bằng nghìn người/năm).

a) $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 27$.

b) Khi thời gian t càng lớn thì số dân của thị trấn sẽ tiến gần đến 27 nghìn người.

c) Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm 2024 là $0,135$ nghìn người/năm.

d) Từ sau năm 2000, có 6 năm tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1000 người/năm.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng

$$\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = \lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{27 + \dfrac{10}{t}}{1 + \dfrac{5}{t}} = 27$$

b) Đúng

Vì $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 27$ nên khi thời gian t càng lớn thì số dân của thị trấn sẽ tiến gần đến 27 nghìn người.

c) Sai

Ta có: $f(t) = \dfrac{27t+10}{t+5} = 27 - \dfrac{125}{t+5}$; $\dfrac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0} = \dfrac{\dfrac{125}{t_0+5} - \dfrac{125}{t+5}}{t-t_0} = \dfrac{125}{(t_0+5)(t+5)}$

$$v(t_0) = \lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0} = \lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{125}{(t_0+5)(t+5)} = \dfrac{125}{(t_0+5)^2}$$

Tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm thứ t_0 kể từ năm 2000 là $v(t_0) = \dfrac{125}{(t_o+5)^2}$ (nghìn người/năm)

Do đó tốc độ tăng dân số của thị trấn vào năm 2024 là $v(24)=\dfrac{125}{(24+5)^2}\approx 0{,}149$ nghìn người/năm.

d) Đúng

Để tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1000 người/năm thì:

$v(t_0)=\dfrac{125}{(t_0+5)^2}>1\Leftrightarrow (t_0+5)^2<125$.

Do đó $0<t_0<\sqrt{125}-5$. Vậy từ sau năm 2000, có 6 năm: 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006 tốc độ tăng dân số của thị trấn lớn hơn 1000 người/năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-12x+35}{25-5x}$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: $0{,}4$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-12x+35}{25-5x}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x-7}{-5}=\dfrac{2}{5}=0{,}4$.

Câu 2: Kết quả của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-7x^2+11}{3x^6+2x^5-5}$ là

Lời giải

Trả lời: 0.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-7x^2+11}{3x^6+2x^5-5}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{2}{x^3}-\dfrac{7}{x^4}+\dfrac{11}{x^6}}{3+\dfrac{2}{x}-\dfrac{5}{x^6}}=\dfrac{0}{3}=0.$

Câu 3: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^5-(1+5x)}{x+x^2}$ bằng

Lời giải

Trả lời: 0.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^5-(1+5x)}{x+x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left[(1+x)^5-1\right]-5x}{x+x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\left[(1+x)^4+(1+x)^3+...+1\right]-5x}{x+x^2}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left[(1+x)^4+(1+x)^3+...+1\right]-5}{1+x}=0$

Câu 4: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+2}+2x-1\right)$ bằng

Lời giải

Trả lời: $-0{,}75$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+2}+2x-1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{4x^2-x+2-(2x-1)^2}{\sqrt{4x^2-x+2}-2x+1}\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{3x+1}{\sqrt{4x^2-x+2}-2x+1}\right)=-\dfrac{3}{4}$

Câu 5: Giả sử khoảng cách từ đỉnh của vách đá đến mặt đất là $30m$. Một hòn đá roi từ đỉnh của vách đá xuống đất, sau khoảng thời gian t giây, khoảng cách của nó so với đỉnh của vách đá là $s(t)=5t^2$. Tính vận tốc của hòn đá tại thời điểm hòn đá chạm xuống đất, làm tròn đến hàng phần chục và đơn vị là m/s.

Lời giải

Trả lời: $24,5$.

Hòn đá sẽ chạm đất khi và chỉ khi $s(t)=5t^2=30 \Leftrightarrow \Leftrightarrow t^2=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\sqrt{6} \\ t=-\sqrt{6}\ (l) \end{array}\right.$

Vậy hòn đá sẽ chạm đất tại thời điểm $t=\sqrt{6}\approx 2,4495\ (s)$

Tại thời điểm hòn đá chạm xuống đất, vận tốc của hòn đá là

$$\lim_{t\to\sqrt{6}}\frac{s(t)-s\left(\sqrt{6}\right)}{t-\sqrt{6}}=\lim_{t\to\sqrt{6}}\frac{5t^2-5.\sqrt{6}^2}{t-\sqrt{6}}=\lim_{t\to\sqrt{6}}5\left(t+\sqrt{6}\right)=10.\sqrt{6}\approx 24,5\ \ (m/s)$$

Câu 6: Chi phí (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x)=15000+200x$. Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chỉ tối đa là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 200.

Chi phí trung bình $\bar{C}(\mathrm{x})$ để sản xuất một sản phẩm là: $\bar{C}(x)=\dfrac{15000+200x}{x}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\bar{C}(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{15000+200x}{x}==\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{15000}{x}+200\right)=200$.

$\Rightarrow$Khi số sản phẩm sản xuất ra ngày càng nhiều thì chi phí trung bình chỉ tối đa là 200 nghìn đồng.

CHƯƠNG **V**

GIỚI HẠN
HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI: GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 2: $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{1}{7}$.

Câu 3: Tính $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3+2x}{-x+7}$.

A. -2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{7}$. **D.** $\dfrac{-2}{7}$.

Câu 4: Tính $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x-3\right)$.

A. $\dfrac{-3}{2}$. **B.** -3. **C.** 0. **D.** $\dfrac{-7}{2}$.

Câu 5: Kết quả của $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-15}{x-2}$ là

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{-15}{2}$. **D.** 1.

Câu 6: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 7: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{7}{4}$.

Câu 8: Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x^2-4x+3}{|x-3|}$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 9: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x^3+5x^2-3}{x^2+6x+3}$ là

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Câu 10: Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 11: Tính $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2x-1)(3x+2)(4x-5)}{8x^3+2x+7}$.

A. $L=3$. **B.** $L=\dfrac{3}{4}$. **C.** $L=\dfrac{4}{3}$. **D.** $L=-3$.

Câu 12: Tìm giới hạn $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt[3]{2x^3+x-1}\right)$:

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{2x+1}$ và $g(x)=\dfrac{2x}{2x+3}$.

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=1$.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-g(x)\right)=-2$.

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-1$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có $\lim\limits_{x\to3}f(x)=-2$ và $g(x)=(x-3)^3$.

a) $\lim\limits_{x\to3^+}g(x)=0$.

b) $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{g(x)}=-\infty$.

c) $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-\infty$.

d) $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{f(x).g(x)}=+\infty$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}1-x^2 & \text{khi } x<2\\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x\ge 2\end{cases}$.

a) $\lim\limits_{x\to3}f(x)=-8$.

b) $\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=-3$.

c) $\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=2$.

d) $\lim\limits_{x\to2}f(x)=2$

Câu 4: Nhà anh Bình có một hồ hình chữ nhật rộng 10 hecta và có độ sâu trung bình $1,5\,m$. Trong hồ có chứa $5000\ m^3$ nước ngọt. Để nuôi tôm, anh Bình bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 10 m^3 /phút. Theo nghiên cứu, đánh giá, độ mặn đo bằng các máy kiểm tra nước thích hợp trong ao nuôi tôm thẻ chân trắng nằm trong khoảng từ 2 - 40‰. Tôm sống và phát triển tốt nhất với chỉ số từ 10 - 25‰.

a) Sau t phút thì lượng muối trong hồ là $300t\ (kg)$

b) Sau t phút, lượng nước trong hồ là $5000+10t\ \left(m^3\right)$.

c) Nồng độ muối của nước trong trong hồ tại thời điểm t phút kể từ khi bơm là $C(t)=\dfrac{500+t}{30t}\ (g/l)$.

d) Khi t đủ lớn thì nước trong hồ sẽ thích hợp để tôm phát triển.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính giới hạn sau $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$.

Câu 2: Tính giới hạn sau $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^4-5x^2+6x-3}{2x^4+3x+1}$.

Câu 3: Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{x^2}=\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản). Tính giá trị của biểu thức $S=a^2+b$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{9-x^2}{x-3} & khi\ \ x<3\\ 1-x & khi\ \ x\ge 3\end{cases}$. Biết $\lim\limits_{x\to 3^-}f(x)=a$, $\lim\limits_{x\to 3^+}f(x)=b$. Tính a^2+b^2.

Câu 5: Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x)=5x+12$ (triệu đồng). Khi số sản phầm sản xuất ra càng lớn thì chi phí trung bình của mỗi sản phầm ngày càng giảm nhưng không vượt quá a triệu đồng. Tìm giá trị nhỏ nhất của a.

Câu 6: Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình $s(t)$. Khi đó vận tốc tức thời tại thời điểm t_0 được định nghĩa là $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$. Tính vận tốc tức thời của chất điểm với phương trình chuyển động $s(t)=5t^2-2t+3$ (trong đó $s(t)$ có đơn vị là mét, t đơn vị là giây) tại thời điểm $t=3$ giây.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 13: Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)=0$.

Câu 14: $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{1}{7}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2|x+1|-5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}=\dfrac{2-5}{-1}=3$.

Câu 15: Tính $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3+2x}{-x+7}$.

A. -2. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{7}$. **D.** $\dfrac{-2}{7}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3+2x}{-x+7}=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\frac{3}{x}+2}{-1+\frac{7}{x}}=-2$.

Câu 16: Tính $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x-3\right)$.

A. $\dfrac{-3}{2}$. **B.** -3. **C.** 0. **D.** $\dfrac{-7}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x-3\right)=\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\frac{x^2+3x-x^2}{\sqrt{x^2+3x}+x}-3\right)=\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\frac{3x}{\sqrt{x^2+3x}+x}-3\right)$$

$$=\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\frac{3}{\sqrt{1+\frac{3}{x}}+1}-3\right)=\frac{3}{2}-3=-\frac{3}{2}.$$

Câu 17: Kết quả của $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-15}{x-2}$ là

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{-15}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^+}(x-15) = -13 < 0 \\ \lim\limits_{x\to 2^+}(x-2) = 0 \\ x-2>0, \forall x>2 \end{cases}$ nên $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-15}{x-2} = -\infty$.

Câu 18: Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Lời giải

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2} = -3$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2} = -3$.

Vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-}(-3x+4) = -2 \\ \lim\limits_{x\to 2^-}(x-2) = 0 \\ x-2<0, \forall x<2 \end{cases}$ nên $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2} = +\infty$.

Câu 19: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** $\dfrac{7}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to -2^+}(3+2x) = -1$, $\lim\limits_{x\to -2^+}(x+2) = 0$ và $x+2>0$ nên $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{3+2x}{x+2} = -\infty$. **Chọn B**

Câu 20: Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x^2-4x+3}{|x-3|}$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x^2-4x+3}{|x-3|} = \lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{(3-x)(1-x)}{3-x} = \lim\limits_{x\to 3^-}(1-x) = -2.$

Câu 21: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+5x^2-3}{x^2+6x+3}$ là

A. -2. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3+5x^2-3}{x^2+6x+3} = \lim\limits_{x\to-\infty} x.\dfrac{2+\dfrac{5}{x}-\dfrac{3}{x^3}}{1+\dfrac{6}{x}+\dfrac{3}{x^2}} = -\infty$.

Câu 22: Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2}} = \lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{\dfrac{x+2}{x-2}} = +\infty$

Câu 23: Tính $L=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2x-1)(3x+2)(4x-5)}{8x^3+2x+7}$.

A. $L=3$. **B.** $L=\dfrac{3}{4}$. **C.** $L=\dfrac{4}{3}$. **D.** $L=-3$.

Lời giải

$$L=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^3\left(2-\frac{1}{x}\right)\left(3+\frac{2}{x}\right)\left(4-\frac{5}{x}\right)}{x^3\left(8+\frac{2}{x^2}+\frac{7}{x^3}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\left(2-\frac{1}{x}\right)\left(3+\frac{2}{x}\right)\left(4-\frac{5}{x}\right)}{8+\frac{2}{x^2}+\frac{7}{x^3}}=3.$$

Câu 24: Tìm giới hạn $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt[3]{2x^3+x-1}\right)$:

A. $+\infty$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $A=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-x\sqrt[3]{2+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}}\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-\sqrt[3]{2+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}}\right)=-\infty$.

vì $=\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ và $=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-\sqrt[3]{2+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}}\right)=1-\sqrt[3]{2}<0$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{2x+1}$ và $g(x)=\dfrac{2x}{2x+3}$.

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=1$.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-g(x)\right)=-2$.

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-1$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{2x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2+\frac{1}{x}}=-1$.

b) Đúng.

$\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{2x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{2+\frac{3}{x}}=1$.

c) Đúng.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-g(x)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-1-1=-2$.

d) Sai.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)}{\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)}=\dfrac{1}{1}=1$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có $\lim\limits_{x\to3}f(x)=-2$ và $g(x)=(x-3)^3$.

a) $\lim\limits_{x\to3^+}g(x)=0$.

b) $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{g(x)}=-\infty$.

c) $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-\infty$.

d) $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{f(x).g(x)}=+\infty$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng.

$\lim\limits_{x\to3^-}g(x)=\lim\limits_{x\to3^-}(x-3)^3=0$.

b) Sai.

Ta có: $\lim\limits_{x\to3^+}g(x)=0,\ \forall n\in\mathbb{N}^*$ mà với n lẻ thì $g(x)>0$ với mọi $x>3$.

Do đó $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{g(x)}=+\infty$.

c) Đúng.

Ta có: $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to3^+}f(x).\dfrac{1}{g(x)}$.

Do $\lim\limits_{x\to3^+}f(x)=\lim\limits_{x\to3}f(x)=-2$, $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{g(x)}=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to3^+}f(x).\dfrac{1}{g(x)}=-\infty$.

d) Sai.

Ta có: $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{f(x).g(x)}=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{f(x)}.\dfrac{1}{g(x)}$.

Do $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{f(x)}=-\dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{g(x)}=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{f(x).g(x)}=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{f(x)}.\dfrac{1}{g(x)}=-\infty$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}1-x^2 & \text{khi } x<2\\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x\ge2\end{cases}$.

a) $\lim\limits_{x\to3}f(x)=-8$.

b) $\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=-3$.

c) $\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=2$.

d) $\lim\limits_{x\to2}f(x)=2$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Ta có: $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\left(\sqrt{x+2}\right)=\sqrt{5}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(1-x^2\right)=1-2^2=-3$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\sqrt{x+2}\right)=\sqrt{2+2}=2$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Vì $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)\neq \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 8: Nhà anh Bình có một hồ hình chữ nhật rộng 10 hecta và có độ sâu trung bình $1,5m$. Trong hồ có chứa $5000\ m^3$ nước ngọt. Để nuôi tôm, anh Bình bơm nước biển có nồng độ muối là 30 gam/lít vào hồ với tốc độ 10 m^3 /phút. Theo nghiên cứu, đánh giá, độ mặn đo bằng các máy kiểm tra nước thích hợp trong ao nuôi tôm thẻ chân trắng nằm trong khoảng từ 2 - 40‰. Tôm sống và phát triển tốt nhất với chỉ số từ 10 - 25‰.

a) Sau t phút thì lượng muối trong hồ là $300t\ (kg)$

b) Sau t phút, lượng nước trong hồ là $5000+10t\ \left(m^3\right)$.

c) Nồng độ muối của nước trong trong hồ tại thời điểm t phút kể từ khi bơm là $C(t)=\dfrac{500+t}{30t}\ (g/l)$.

d) Khi t đủ lớn thì nước trong hồ sẽ thích hợp để tôm phát triển.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng.

Sau t phút thì lượng muối trong hồ là $30.10000.t=300000t\ (g)=300t\ (kg)$

b) Đúng.

Thể tích nước trong hồ là $5000+10t\ \left(m^3\right)$.

c) Sai.

Nồng độ muối của nước trong bể sau t phút là $C(t)=\dfrac{300000t}{5000000+10000t}=\dfrac{30t}{500+t}\ (g/l)$.

d) Đúng.

Ta có: $\lim\limits_{t\to+\infty} C(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{30t}{500+t}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{30}{\dfrac{500}{t}+1}=\dfrac{30}{1}=30$.

Ta thấy khi lượng nước trong hồ tăng theo thời gian đến đến một lượng đủ lớn thì thì nồng độ muối của nước sẽ tăng dần đến giá trị $30(g/l)$, tức là độ mặn của nước trong hồ không vượt quá 30‰.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 7: Tính giới hạn sau $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$.

Lời giải

Trả lời: -1

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x-3)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x-3)=2-3=-1$.

Câu 8: Tính giới hạn sau $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^4-5x^2+6x-3}{2x^4+3x+1}$.

Lời giải

Trả lời: 0,5

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^4-5x^2+6x-3}{2x^4+3x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\dfrac{5}{x^2}+\dfrac{6}{x^3}-\dfrac{3}{x^4}}{2+\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 9: Biết $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{x^2}=\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản). Tính giá trị của biểu thức $S=a^2+b$.

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1+x^2-1^3}{\left(\sqrt[3]{\left(1+x^2\right)^2}+\sqrt[3]{1+x^2}+1\right)x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{\sqrt[3]{\left(1+x^2\right)^2}+\sqrt[3]{1+x^2}+1}=\dfrac{1}{3}$.

Suy ra $a=1$ và $b=3\Rightarrow S=1^2+3^2=10$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{9-x^2}{x-3} & khi\ \ x<3\\ 1-x & khi\ \ x\ge3\end{cases}$. Biết $\lim\limits_{x\to3^-}f(x)=a$, $\lim\limits_{x\to3^+}f(x)=b$.

Tính a^2+b^2.

Lời giải

Trả lời: 40.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to3^-}f(x)=\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{9-x^2}{x-3}=\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{-(x-3)(x+3)}{x-3}=\lim\limits_{x\to3^-}(-x-3)=-6=a.$

$\lim\limits_{x\to3^+}f(x)=\lim\limits_{x\to3^-}(1-x)=-2=b.$

Khi đó: $a^2+b^2=(-6)^2+(-2)^2=40.$

Câu 11: Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số: $C(x)=5x+12$ (triệu đồng). Khi số sản phầm sản xuất ra càng lớn thì chi phí trung bình của mỗi sản phầm ngày càng giảm nhưng không vượt quá a triệu đồng. Tìm giá trị nhỏ nhất của a.

Lời giải

Trả lời: 5

Chi phí trung bình của một sản phẩm là: $\overline{C}(x)=\dfrac{5x+12}{x}=5+\dfrac{12}{x}$.

Khi số sản phẩm ngày càng lớn thì $x\to+\infty$, ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\overline{C}(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(5+\dfrac{12}{x}\right)=5$.

Như vậy giá trị nhỏ nhất của a là $a=5$.

Câu 12: Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình $s(t)$. Khi đó vận tốc tức thời tại thời điểm t_0 được định nghĩa là $\lim\limits_{\Delta t\to0}\dfrac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$. Tính vận tốc tức thời của chất điểm với phương trình chuyển động $s\left(t\right)=5t^2-2t+3$ (trong đó $s\left(t\right)$ có đơn vị là mét, t đơn vị là giây) tại thời điểm $t=3$ giây.

Lời giải

Trả lời: 28

Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t=3$ giây là

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{s\left(3+\Delta t\right)-s\left(3\right)}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{5\left(3+\Delta t\right)^2-2\left(3+\Delta t\right)+3-42}{\Delta t}$$

$$=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{5\left(\Delta t\right)^2+28\Delta t}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(5\Delta t+28\right)=28\left(\text{m/s}\right).$$

CHƯƠNG **V**

GIỚI HẠN
HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI: HÀM SỐ SỐ LIÊN TỤC
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x=3$?

A. $y=\sqrt{x+2}$. **B.** $y=\sin x$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x-3}$. **D.** $y=x^2+1$.

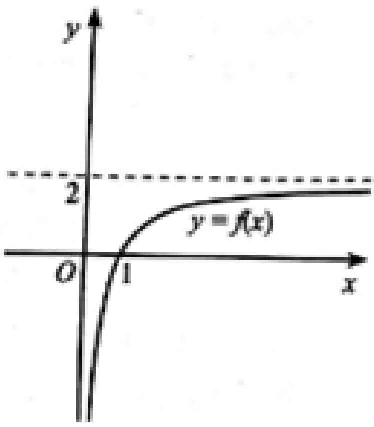
Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, liên tục tại $x=1$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=5$. Khi đó $f(1)$ bằng bao nhiêu?

A. $f(1)=-5$. **B.** $f(1)=-1$. **C.** $f(1)=1$. **D.** $f(1)=5$.

Câu 3: Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t)=\dfrac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t sử dụng độc tố. Hàm số $P(t)$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Chọn khẳng định đúng

A. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-1;+\infty)$

B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1} & khi\ x>-1\\ 2023x+2024 & khi\ x\le -1\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. Hàm số liên tục tại $x=-5$ **B.** Hàm số liên tục tại $x=-1$

C. Hàm số gián đoạn tại $x=0$ **D.** Hàm số liên tục tại $x=1$

Câu 6: Xét tính liên tục của hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{\sqrt{2-x}-1} & \text{khi } x<1\\ -2x & \text{khi } x\ge 1\end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f\left(x\right)$ không liên tục trên $\mathbb{R}$. **B.** $f\left(x\right)$ không liên tục trên $\left(0;2\right)$.

C. $f\left(x\right)$ gián đoạn tại $x=1$. **D.** $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Chọn khẳng định đúng về số nghiệm của phương trình sau: $4x^3-6x^2+x+1=0\left(1\right)$.

A. Phương trình $\left(1\right)$ có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $\left(-1;0\right)$.

B. Phương trình $\left(1\right)$ vô nghiệm.

C. Phương trình $\left(1\right)$ không có nghiệm âm.

D. Phương trình $\left(1\right)$ có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $\left(2;3\right)$.

Câu 8: Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được $N\left(t\right)=\dfrac{50t}{t+4}$ $\left(t\ge 0\right)$ bộ phận mỗi ngày sau t ngày đào tạo. Năng suất lao động cao nhất trong một ngày của một nhân viên là bao nhiêu bộ phận?

A. 46. **B.** 20. **C.** 4. **D.** 50.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

A. $f\left(x\right)=x^2+1$. **B.** $f\left(x\right)=\dfrac{x+1}{x^2}$. **C.** $f\left(x\right)=\dfrac{2-x}{x+2}$. **D.** $f\left(x\right)=\sqrt{x-1}$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây không liên tục trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$?

A. $y=x^2-2x+2$. **B.** $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$. **C.** $y=\sqrt{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x-2}$.

Câu 11: Cho các hàm số $y=x^2$; $y=\sin x$; $y=\tan x$; $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+x+1}$. Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

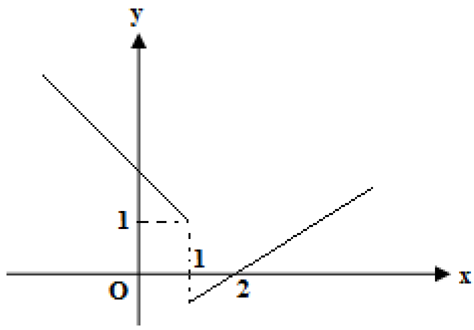
Câu 12: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $\left(0;1\right)$?

A. $x^2-3x-4=0$. **B.** $\left(x-1\right)^5-x^7-2=0$.

C. $3x^4-4x^2+5=0$. **D.** $x^{2021}-8x^2+4=0$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số có đồ thị như hình dưới:



a) Hàm số đã cho liên tục tại điểm $x=0$.

b) Hàm số đã cho không liên tục tại điểm $x=2$.

c) Hàm số đã cho liên tục tại điểm $x=1$.

d) Hàm số đã cho không liên tục tại điểm $x=1$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{x}{2} \text{ khi } x\le 1 \\ \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} \text{ khi } x>1 \end{cases}$ và $g(x)=x^2-3x+1$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

b) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\dfrac{1}{2}$

d) Hàm số $y=f(x)+g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+x+1 & \text{khi } x\le -1 \\ x+2 & \text{khi } -1<x<1 \\ 2x+3 & \text{khi } x\ge 1 \end{cases}$.

a) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=-2$.

b) Hàm số $y=f(x)$ không liên tục tại điểm $x=0$.

c) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=-1$.

d) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=1$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ (a,b,c là các số thực)

a) Với $a=-3;\ b=0; c=2$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-2;0)$.

b) Với $a=-3;\ b=0; c=2$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-2;3)$.

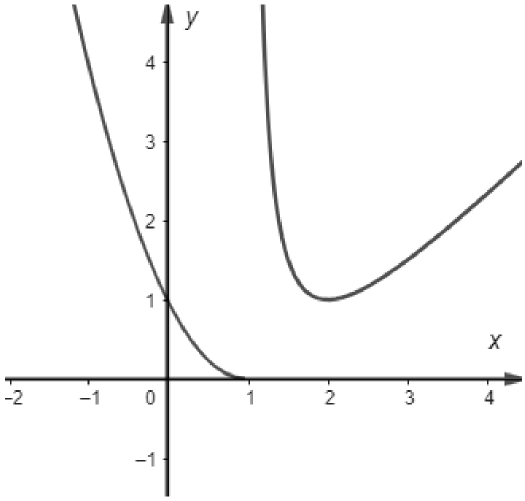
c) Với các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases} -8+4a-2b+c>0 \\ 8+4a+2b+c<0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox là 2.

d) Với các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases} a+c>b+1 \\ a+b+c+1<0 \end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox là 3.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho phương trình $4x^4+2x^2-x-3=0$. Phương trình có đúng m nghiệm trên khoảng $(-1;1)$. Tìm m.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị sau đây:



Biết rằng $A=\{x\in\mathbb{N}:0<x<4$ và hàm số $f(x)$ liên tục tại $x\}$. Số phần tử của tập hợp A là bao nhiêu?

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases} |x^2-3x+2| & \text{khi } x\ge 0 \\ x+1 & \text{khi } x<0 \end{cases}$.

Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại bao nhiêu điểm?

Câu 4: Hàm số $v(t)=\begin{cases} -t^2+4t+12 & \text{khi } 0\le t\le 5 \\ at-3 & \text{khi } 5<t\le 10 \end{cases}$ mô tả vận tốc (m/s) của một vật tại thời điểm t (giây) trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;10]$ và trong 10 giây đầu tiên đó, có hai lần vật đạt vận tốc $10\,m/s$ là vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính t_1+t_2 (Kết quả làm tròn đến hàng phần 10)

Câu 5: Cho số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8+4a-2b+c>0 \\ 8+4a+2b+c<0 \end{cases}$. Số giao điểm của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$ là

Câu 6: Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $4a+c>8+2b$ và $a+b+c<-1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$ bằng

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x=3$?

A. $y=\sqrt{x+2}$. **B.** $y=\sin x$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x-3}$. **D.** $y=x^2+1$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-3}$ không xác định tại $x=3$ nên gián đoạn tại $x=3$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, liên tục tại $x=1$ và thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=5$. Khi đó $f(1)$ bằng bao nhiêu?

A. $f(1)=-5$. **B.** $f(1)=-1$. **C.** $f(1)=1$. **D.** $f(1)=5$.

Lời giải

Hàm số liên tục tại $x=1 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)$. Suy ra $f(1)=5$.

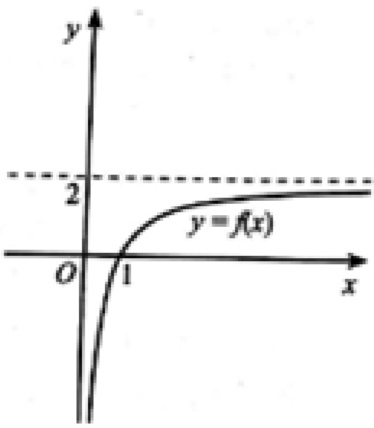
Câu 3: Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t)=\dfrac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t sử dụng độc tố. Hàm số $P(t)$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên tập $\mathbb{R}$. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Chọn khẳng định đúng

A. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-1;+\infty)$

B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số liên tục trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1} & khi\ x>-1\\ 2023x+2024 & khi\ x\le -1\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. Hàm số liên tục tại $x=-5$ **B.** Hàm số liên tục tại $x=-1$

C. Hàm số gián đoạn tại $x=0$ **D.** Hàm số liên tục tại $x=1$

Lời giải

Ta có:

+)Hàm số $f(x)=2023x+2024$ liên tục trên $(-\infty;-1)$ nên hàm số liên tục tại $x=-5$.

+) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2(x+1)}{(x+1)\left(\sqrt{3+2x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2}{\left(\sqrt{3+2x}+1\right)}=1$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}(2023x+2024)=1=f(-1)$.

Vậy hàm số liên tục tại $x=-1$.

+) Hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1}$ lên tục trên $(-1;+\infty)$ nên hàm số liên tục tại $x=0$. Do đó đáp án C sai.

+) Hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1}$ lên tục trên $(-1;+\infty)$ nên hàm số liên tục tại $x=5$.

Câu 6: Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{\sqrt{2-x}-1} & \text{khi } x<1\\ -2x & \text{khi } x\ge 1\end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)$ không liên tục trên $\mathbb{R}$. **B.** $f(x)$ không liên tục trên $(0;2)$.

C. $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$. **D.** $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Khi $x>1$, $f(x)=-2x$ liên tục trên $(1;+\infty)$

Khi $x<1$, $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{2-x}-1}$ liên tục trên $(-\infty;1)$

Ta có $\begin{cases} f(1)=-2\\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(-2x)=-2\\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x-1}{\sqrt{2-x}-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\left[-\left(\sqrt{2-x}+1\right)\right]=-2\end{cases} \longrightarrow f(x)$ liên tục tại $x=1$.

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Chọn khẳng định đúng về số nghiệm của phương trình sau: $4x^3-6x^2+x+1=0\,(1)$.

A. Phương trình (1) có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(-1;0)$.

B. Phương trình (1) vô nghiệm.

C. Phương trình (1) không có nghiệm âm.

D. Phương trình (1) có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(2;3)$.

Lời giải

Đặt $f(x)=4x^3-6x^2+x+1$, suy ra $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Có $f(-1)=-10; f(0)=1$.

Ta có: $f(-1).f(0)=-10<0$

Mà $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $[-1;0]$, suy ra phương trình có ít nhất 1 nghiệm thuộc $(-1;0)$. Vậy phương trình có ít nhất 1 nghiệm.

Câu 8: Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được $N(t)=\dfrac{50t}{t+4}$ $(t\geq 0)$ bộ phận mỗi ngày sau t ngày đào tạo. Năng suất lao động cao nhất trong một ngày của một nhân viên là bao nhiêu bộ phận?

A. 46. **B.** 20. **C.** 4. **D.** 50.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{50t}{t+4}=50$.

Năng suất lao động cao nhất trong một ngày của một nhân viên là 50 bộ phận.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây liên tục trên tập $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=x^2+1$. **B.** $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2}$. **C.** $f(x)=\dfrac{2-x}{x+2}$. **D.** $f(x)=\sqrt{x-1}$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=x^2+1$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số liên lục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{0\}\Rightarrow$ hàm số liên lục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Hàm số $f(x)=\dfrac{2-x}{x+2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{-2\}\Rightarrow$ hàm số liên lục trên $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Hàm số $f(x)=\sqrt{x-1}$ có tập xác định $D=[1;+\infty)\Rightarrow$ hàm số liên lục trên $[1;+\infty)$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây không liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. $y=x^2-2x+2$. **B.** $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$. **C.** $y=\sqrt{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x-2}$.

Lời giải

+) Hàm số $y=x^2-2x+2$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $(1;+\infty)$.

+) Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên liên tục trên $(1;+\infty)$.

+) Hàm số $y=\sqrt{x-1}$ xác định trên $[1;+\infty)$ nên liên tục trên $(1;+\infty)$.

+) Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x-2}$ không xác định tại điểm $x=2$ nên gián đoạn tại điểm đó. Vậy hàm số đã cho không liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 11: Cho các hàm số $y = x^2$; $y = \sin x$; $y = \tan x$; $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$. Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Vì các hàm số $y = x^2$; $y = \sin x$; $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên chúng liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ nên nó liên tục trên từng khoảng xác định $\left(-\dfrac{\pi}{2} + k\pi; \dfrac{\pi}{2} + k\pi \right)$.

Vậy có 3 hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 12: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$?

A. $x^2 - 3x - 4 = 0$. **B.** $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$.

C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$. **D.** $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$.

Lời giải

+) Phương án A: $x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array} \right.$. Vậy phương án A sai.

+) Phương án B: $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$.

Với $x \in (0;1) \Rightarrow x - 1 < 0 \Rightarrow (x-1)^5 < 0$.

Với $x \in (0;1) \Rightarrow -x^7 - 2 < 0$.

Vậy với $x \in (0;1) \Rightarrow (x-1)^5 - x^7 - 2 < 0$ nên $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(0;1)$.

Vậy phương án B sai.

+) Phương án C: $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$ vô nghiệm. Vậy phương án C sai.

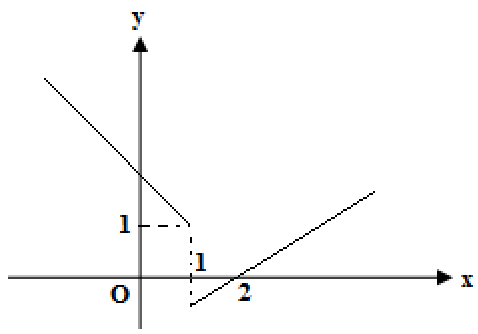
+) Phương án D: Xét hàm số $f(x) = x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0).f(1) = 4.(-3) = -12 < 0$ suy ra phương trình $x^{2021} - 8x^2 + 4 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(0;1)$.

Vậy phương án D đúng.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số có đồ thị như hình dưới:



a) Hàm số đã cho liên tục tại điểm $x=0$.
b) Hàm số đã cho không liên tục tại điểm $x=2$.
c) Hàm số đã cho liên tục tại điểm $x=1$.
d) Hàm số đã cho không liên tục tại điểm $x=1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

Quan sát đồ thị hàm số đã cho suy ra hàm số liên tục tại điểm $x=0$, không liên tục tại điểm $x=1$ và liên tục tại điểm $x=2$ suy ra a) đúng, b sai, c sai, d đúng.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\le 1\\ \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$ và $g(x)=x^2-3x+1$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

b) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\dfrac{1}{2}$

d) Hàm số $y=f\left(x\right)+g\left(x\right)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

***a)** Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.*

Ta có: $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-x}{2}=-\dfrac{1}{2}$,

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x-2}{x+1}=-\frac{1}{2}.$$

Vậy $f(1)=\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-\dfrac{1}{2}$

Nên hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Chọn ĐÚNG.

***b)** Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.*

Ta có: $g(1)=-1$ và $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=1^2-3\cdot 1+1=-1$ nên $g(1)=\lim\limits_{x\to 1} g(x)$.

Vậy hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Chọn ĐÚNG.

***c)** Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\dfrac{1}{2}$.*

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x-2}{x+1}=-\frac{1}{2}.$$

Chọn SAI.

***d)** Hàm số $y=f\left(x\right)+g\left(x\right)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.*

Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+x+1 & \text{khi } x\le -1 \\ x+2 & \text{khi } -1<x<1 \\ 2x+3 & \text{khi } x\ge 1 \end{cases}$.

a) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=-2$.

b) Hàm số $y=f(x)$ không liên tục tại điểm $x=0$.

c) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=-1$.

d) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

+) Ta có hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty;-1)$ nên hàm số liên tục tại điểm $x=-2$, do đó a) đúng.

+) Ta lại có hàm số liên tục trên khoảng $(-1;1)$ nên hàm số liên tục tại điểm $x=0$, do đó b) sai.

+) Mặt khác, ta có $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}(x^2+x+1)=f(-1)=1$; $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}(x+2)=1$ suy ra hàm số liên tục tại $x=-1$ nên c) đúng.

+) Lại có $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(x+2)=3$; $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(2x+3)=5$ suy ra hàm số không liên tục tại $x=1$ nên d) sai.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ (a,b,c là các số thực)

a) Với $a=-3;\ b=0; c=2$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-2;0)$.

b) Với $a=-3;\ b=0; c=2$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-2;3)$.

c) Với các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases} -8+4a-2b+c>0 \\ 8+4a+2b+c<0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox là 2.

d) Với các số thực a,b,c thỏa mãn $\begin{cases} a+c>b+1 \\ a+b+c+1<0 \end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox là 3.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng

Ta có hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số liên trên tục $[-2;0]$.

Ta có: $\begin{cases} f(-2)=-18 \\ f(0)=2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-2;0)$.

b) Đúng

Ta có hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số liên tục trên $[-2;3]$.

Ta có: $\begin{cases} f(-2)=-18 \\ f(0)=2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-2;0)$.

$\begin{cases} f(0)=2 \\ f(2)=-2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(0;2)$.

Do đó phương trình có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(-2;3)$.

c) Sai

Đặt $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Khi đó $\begin{cases} f(2)=8+4a+2b+c<0 \\ f(-2)=-8+4a-2b+c>0 \end{cases}$

$f(x)$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\begin{cases} f(2)<0 \\ f(-2)>0 \end{cases} \Rightarrow f(-2).f(2)<0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(-2;2)$.

$\begin{cases} f(2)<0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(2;+\infty)$.

$\begin{cases} f(-2)>0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(-\infty;-2)$.

Mà hàm số $f(x)$ là hàm bậc ba nên đồ thị của nó cắt trục Ox tối đa tại 3 điểm.

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại đúng 3 điểm.

d) Đúng

Vì hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba nên đồ thị hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và số giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox nhiều nhất là 3.

Theo đề bài ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$

$y(-1)=a+c-b-1>0$, $y(1)=a+b+c+1<0$,

Do đó hàm số đã cho có ít nhất một nghiệm trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$.

Từ đó suy ra số giao điểm cần tìm là 3.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho phương trình $4x^4+2x^2-x-3=0$. Phương trình có đúng m nghiệm trên khoảng $(-1;1)$. Tìm m.

Lời giải

Trả lời: 2

Xét $f(x)=4x^4+2x^2-x-3$ trên khoảng $[-1;1]$.

Ta có $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$f(-1)=4$, $f(0)=-3$, $f(1)=2 \Rightarrow f(-1).f(0)<0$, $f(1).f(0)<0$.

Như vậy phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.

Mặt khác $f'(x)=6x^3+4x-1$. Ta có $f'(-1)=-11$, $f'(1)=9 \Rightarrow f'(-1).f'(1)<0$.

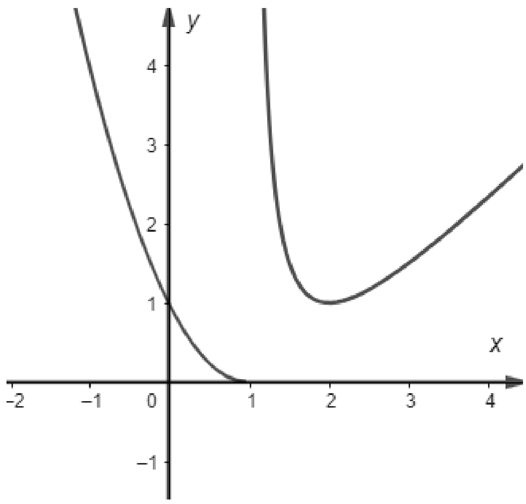
Do đó phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.

$f''(x)=18x^2+4>0$ với $\forall x\in(-1;1)$ nên $f'(x)$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1) \Rightarrow$ phương trình $f'(x)=0$ có duy nhất nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Do đó $f(x)=0$ có tối đa hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Vậy phương trình $4x^4+2x^2-x-3=0$ có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị sau đây:



Biết rằng $A=\{x\in\mathbb{N}:0<x<4$ và hàm số $f(x)$ liên tục tại $x\}$. Số phần tử của tập hợp A là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 2

Phần giải chi tiết:

Trên $(0;1)$ đồ thị hàm số là một đường liền nét nên hàm số liên tục.

Tại $x=1$ đồ thị hàm số rời nhau nên hàm số gián đoạn tại $x=1$.

Trên $(1;4)$ đồ thị hàm số là một đường liền nét nên hàm số liên tục.

Vậy trên $(0;4)$ hàm số $f(x)$ liên tục tại hai điểm có giá trị nguyên là $x=2$ và $x=3$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}|x^2-3x+2| & \text{khi } x\ge 0\\ x+1 & \text{khi } x<0\end{cases}$.

Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại bao nhiêu điểm?

Lời giải

Trả lời: 1

Phần giải chi tiết:

$$y=f(x)=\begin{cases}x^2-3x+2 & \text{khi } x\ge 2\\ -x^2+3x-2 & \text{khi } 1<x<2\\ x^2-3x+2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ x+1 & \text{khi } x<0\end{cases}.$$

Trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(0;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$ hàm số liên tục.

Tại $x=0$: $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(x+1)=1; \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2-3x+2)=2; f(0)=2\Rightarrow$ hàm số gián đoạn tại $x=0$.

Tại $x=1$: $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(x^2-3x+2)=0; \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(-x^2+3x-2)=0; f(1)=0\Rightarrow$ hàm số liên tục tại $x=1$.

Tại $x=2$: $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(-x^2+3x-2)=0; \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(x^2-3x+2)=0; f(2)=0\Rightarrow$ hàm số liên tục tại $x=2$.

Vậy hàm số chỉ gián đoạn tại 1 điểm là $x=0$.

Câu 4: Hàm số $v(t)=\begin{cases}-t^2+4t+12 & \text{khi } 0\le t\le 5\\ at-3 & \text{khi } 5<t\le 10\end{cases}$ mô tả vận tốc (m/s) của một vật tại thời điểm t (giây) trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên kể từ khi vật bắt đầu chuyển động. Biết rằng $v(t)$ là hàm liên tục trên đoạn $[0;10]$ và trong 10 giây đầu tiên đó, có hai lần vật đạt vận tốc $10\,m/s$ là vào các thời điểm t_1 giây và t_2 giây. Tính t_1+t_2 (Kết quả làm tròn đến hàng phần 10)

Lời giải

Trả lời: $10,9$

Hàm số $v(t)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ nên hàm số liên tục tại $t=5$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 5^+} v(t)=\lim\limits_{x\to 5^-} v(t)=v(5)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 5^+}(at-3)=\lim\limits_{x\to 5^-}(-t^2+4t+12)=7$

$\Leftrightarrow 5a-3=-5^2+4.5+12\Leftrightarrow a=2$.

Khi đó $v(t)=\begin{cases}-t^2+4t+12 & \text{khi } 0\le t\le 5\\ 2t-3 & \text{khi } 5<t\le 10\end{cases}$.

Vật đạt vận tốc 10 m/s nên ta có $v(t)=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-t^2+4t+12=10\ (0\le t\le 5)\\ 2t-3=10\ \ (5<t<10)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=2+\sqrt{6}\\ t=\dfrac{13}{2}\end{array}\right.$.

Như vậy ta có $t_1=2+\sqrt{6}$ và $t_2=\dfrac{13}{2}$ $t_1+t_2=2+\sqrt{6}+\dfrac{13}{2}\approx 10,9$.

Câu 5: Cho số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}-8+4a-2b+c>0\\ 8+4a+2b+c<0\end{cases}$. Số giao điểm của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$ là

Lời giải

Trả lời: 3

Đặt $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Khi đó $\begin{cases}f(2)=8+4a+2b+c<0\\ f(-2)=-8+4a-2b+c>0\end{cases}$

$f(x)$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

$\begin{cases} f(2)<0 \\ f(-2)>0 \end{cases} \Rightarrow f(-2).f(2)<0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(-2;2)$.

$\begin{cases} f(2)<0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(2;+\infty)$.

$\begin{cases} f(-2)>0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại ít nhất một điểm trong khoảng $(-\infty;-2)$.

Mà hàm số $f(x)$ là hàm bậc ba nên đồ thị của nó cắt trục Ox tối đa tại 3 điểm.

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại đúng 3 điểm.

Câu 6: Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $4a+c>8+2b$ và $a+b+c<-1$. Khi đó số nghiệm thực phân biệt của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$ bằng

Lời giải

Trả lời: 3

Xét phương trình: $x^3+ax^2+bx+c=0$

Đặt: $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$.

Từ giả thiết $\begin{cases} 4a+c>8+2b \Rightarrow -8+4a-2b+c>0 \Rightarrow f(-2)>0. \\ a+b+c<-1 \Rightarrow 1+a+b+c<0 \Rightarrow f(1)<0. \end{cases}$

Do đó $f(-2).f(1)<0$ nên phương trình có ít nhất một nghiệm trong $(-2;1)$.

Ta nhận thấy:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ mà $f(-2)>0$ nên phương trình có ít nhất một nghiệm $\alpha\in(-\infty;-2)$.

Tương tự: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ mà $f(1)<0$ nên phương trình có ít nhất một nghiệm $\beta\in(1;+\infty)$.

Như vậy phương trình đã cho có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt, mặt khác phương trình bậc 3 có tối đa 3 nghiệm.

CHƯƠNG V

GIỚI HẠN
HÀM SỐ LIÊN TỤC

BÀI: HÀM SỐ SỐ LIÊN TỤC
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ gián đoạn tại điểm x_o bằng

A. $x_o=1$. **B.** $x_o=-2$. **C.** $x_o=-1$. **D.** $x_o=3$.

Câu 2: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=|x+1|$. **B.** $y=\tan x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

Câu 3: Cho phương trình $2x^4-5x^2+x+1=0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.

B. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-2;0)$.

C. Phương trình chỉ có một nghiệm trong khoảng $(-2;1)$.

D. Phương trình có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(0;2)$.

Câu 4: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=|x+1|$. **B.** $y=\cot x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1} & khi\ x>-1\\ 2023x+2024 & khi\ x\le -1\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. Hàm số liên tục tại $x=-5$ **B.** Hàm số liên tục tại $x=-1$

C. Hàm số gián đoạn tại $x=0$ **D.** Hàm số liên tục tại $x=1$

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

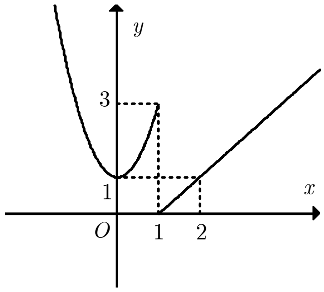
A. Phương trình $f(x)=0$ có một nghiệm trên $(a;b)$.

B. Phương trình $f(x)=0$ có nhiều nhất một nghiệm trên $(a;b)$.

C. Đồ thị $y=f(x)$ cắt trục hoành tại một điểm trên $(a;b)$.

D. Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên $(a;b)$.

Câu 7: Hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên



Khẳng định nào đúng ?

A. Hàm số liên tục trên $(-\infty;1)$.
B. Hàm số liên tục trên $(-\infty;2)$.
C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số liên tục trên $(0;+\infty)$.

Câu 8: Một chất điểm chuyển động với tốc độ được cho bởi hàm số $v(t)=\begin{cases}10 & \text{khi } 0\le t\le 5\\ t^2-5t+10 & \text{khi } t>5\end{cases}$, trong đó $v(t)$ được tính theo đơn vị m/s và t được tính theo giây. Tìm khẳng định đúng?

A. Hàm số $v(t)$ bị gián đoạn tại $t=0$.
B. Hàm số $v(t)$ bị gián đoạn tại $t=5$.
C. Hàm số $v(t)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số $v(t)$ liên tục trên $[0;+\infty)$.

Câu 9: Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;2)$.
B. $(-1;2)$.
C. $(1;2)$.
D. $(1;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x & \text{khi } x\ge 1\\ \dfrac{x-3}{x-2} & \text{khi } x<1\end{cases}$. Tìm khẳng định **sai.**

A. $f(x)$ liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$.
B. $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;1)$.
C. $f(x)$ **không** liên tục tại điểm $x=2$.
D. $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1$.

Câu 11: Phương trình $3x^5+5x^3+10=0$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-2;-1)$.
B. $(-10;-2)$.
C. $(0;1)$.
D. $(-1;0)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Biết $a+b+c>-1$ và $4a+2b+c<-8$. Tìm khẳng định **đúng.**

A. Phương trình $f(x)=0$ có đúng 3 nghiệm.

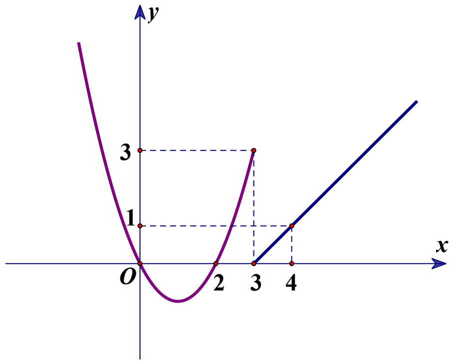
B. Phương trình $f(x)=0$ có đúng 2 nghiệm.

C. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất.

D. Phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới.



a) Hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục tại điểm $x = 2$.

b) Hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng $\mathbb{R}$.

c) Hàm số $y = f\left(x\right)$ gián đoạn tại điểm $x = 3$.

d) Hàm số $y = \dfrac{1}{f\left(x\right)}$ liên tục trên khoảng $\left(-\infty;3\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f\left(x\right) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi} x \neq 2 \\ 2x - 1 & \text{khi} x = 2 \end{cases}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \backslash \left\{2\right\}$.

b) Hàm số liên tục tại điểm $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x \to 2} f\left(x\right) = f\left(2\right)$.

c) Hàm số gián đoạn tại điểm $x = 2$.

d) Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 3: Cho phương trình $x^2 = \sqrt{x+1}$ (1) và phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$ (2).

a) Điều kiện xác định của phương trình (1) là $x \geq -1$.

b) Phương trình (1) và (2) có nghiệm trong $\left(1;2\right)$.

c) Phương trình (1) và (2) có nghiệm trong $\left(-1;0\right)$.

d) Phương trình (1) có nhiều nhất 1 nghiệm.

Câu 4: Một bãi đậu xe ô tô đưa ra giá $T\left(x\right)$ (đồng) khi thời gian đậu xe là x (giờ) như sau:

$$T\left(x\right) = \begin{cases} 50000, \ 0 < x \leq 2 \\ 120000, \ 2 < x < 4 \\ 35000x, \ x \geq 4 \end{cases}$$

a) $T\left(2\right) = 50000$.

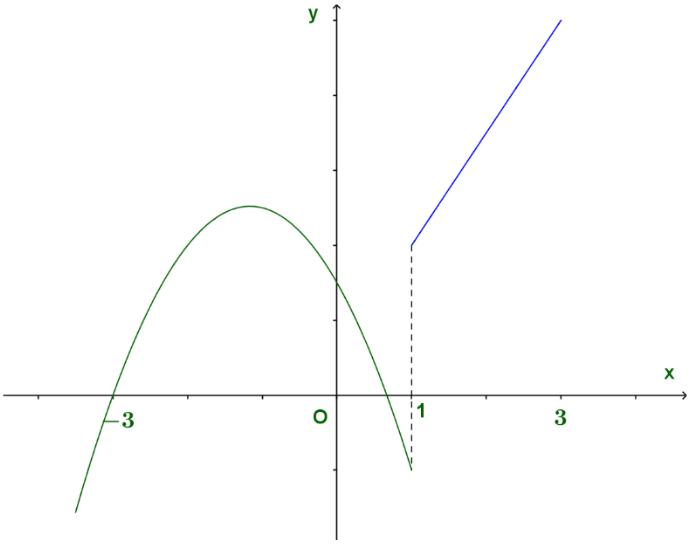
b) $\lim\limits_{x \to 4^+} T\left(x\right) = 120000$.

c) Hàm số $T\left(x\right)$ liên tục tại $x = 4$.

d) Hàm số $T\left(x\right)$ liên tục trên $\left[4;+\infty\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



Câu 2: Một bãi đậu xe ô tô đưa ra giá $C(x)$ (đồng) khi thời gian đậu xe là x (giờ) như sau: $C(x) = \begin{cases} 60000 \text{ khi } 0 < x \le 2 \\ 100000 \text{ khi } 2 < x \le 4 \\ 200000 \text{ khi } 4 < x < 24 \end{cases}$. Trên khoảng $(0;24)$ hàm số $C(x)$ có bao nhiêu điểm gián đoạn?

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt[3]{7x+1}-1} & \text{khi } x > 0 \\ x^2 - x + \dfrac{3}{7} & \text{khi } x \le 0 \end{cases}$. Xét trên toàn tập xác định của hàm số đã cho, tìm số điểm gián đoạn của hàm số đó.

Câu 4: Phương trình $2x^3 - 6x + 1 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-2;2)$?

Câu 5: Một chuyển động thẳng biến đổi đều trong 5 giây đầu có phương trình đường đi là $s(t) = 2t^2 + 10t$, sau đó tiếp tục chuyển động theo phương trình $S(t) = at^2 + 3t$ trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây. Tìm giá trị của a.

Câu 6: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $\begin{cases} a - b + c - 1 > 0 \\ 4a + 2b + c + 8 < 0 \end{cases}$. Số nghiệm của phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ là:

--------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ gián đoạn tại điểm x_o bằng

A. $x_o=1$. **B.** $x_o=-2$. **C.** $x_o=-1$. **D.** $x_o=3$.

Lời giải

Vì hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$ nên hàm số gián đoạn tại điểm $x_0=3$.

Câu 2: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=|x+1|$. **B.** $y=\tan x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Hàm số liên tục trên từng khoảng của TXĐ nên hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 3: Cho phương trình $2x^4-5x^2+x+1=0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-1;1)$.

B. Phương trình không có nghiệm trong khoảng $(-2;0)$.

C. Phương trình chỉ có một nghiệm trong khoảng $(-2;1)$.

D. Phương trình có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=2x^4-5x^2+x+1$ là hàm đa thức có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có

(i) $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(-1)=-3 \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(0)<0 \longrightarrow f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm x_1 thuộc $(-1;0)$.

(ii) $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=-1 \end{cases} \Rightarrow f(0).f(1)<0 \longrightarrow f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm x_2 thuộc $(0;1)$.

(iii) $\begin{cases} f(1)=-1 \\ f(2)=15 \end{cases} \Rightarrow f(1).f(2)<0 \longrightarrow f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm x_3 thuộc $(1;2)$.

Vậy phương trình $f(x)=0$ đã cho có các nghiệm x_1,x_2,x_3 thỏa

$-1<x_1<0<x_2<1<x_3<2$

Câu 4: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=|x+1|$. **B.** $y=\cot x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $y=\cot x$ là $\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Hàm số liên tục trên từng khoảng của TXĐ nên hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1} & khi\ x>-1\\ 2023x+2024 & khi\ x\le -1\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. Hàm số liên tục tại $x=-5$
B. Hàm số liên tục tại $x=-1$
C. Hàm số gián đoạn tại $x=0$
D. Hàm số liên tục tại $x=1$

Lời giải

Ta có:

+)Hàm số $f(x)=2023x+2024$ liên tục trên $(-\infty;-1)$ nên hàm số liên tục tại $x=-5$.

+) $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2(x+1)}{(x+1)\left(\sqrt{3+2x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2}{\left(\sqrt{3+2x}+1\right)}=1$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}(2023x+2024)=1=f(-1)$.

Vậy hàm số liên tục tại $x=-1$.

+) Hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1}$ lên tục trên $(-1;+\infty)$ nên hàm số liên tục tại $x=0$. Do đó đáp án C sai.

+) Hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{3+2x}-1}{x+1}$ lên tục trên $(-1;+\infty)$ nên hàm số liên tục tại $x=5$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phương trình $f(x)=0$ có một nghiệm trên $(a;b)$.

B. Phương trình $f(x)=0$ có nhiều nhất một nghiệm trên $(a;b)$.

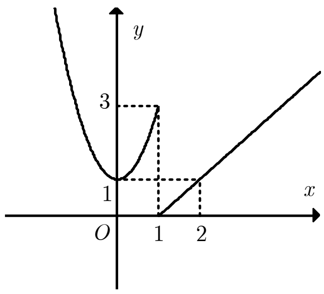
C. Đồ thị $y=f(x)$ cắt trục hoành tại một điểm trên $(a;b)$.

D. Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên $(a;b)$.

Lời giải

Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên $(a;b)$.

Câu 7: Hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên



Khẳng định nào đúng ?

A. Hàm số liên tục trên $(-\infty;1)$.
B. Hàm số liên tục trên $(-\infty;2)$.
C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số liên tục trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=0\ne 3=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ nên $f(x)$ gián đoạn tại $x=1$. Vậy đáp số đúng

A.

Câu 8: Một chất điểm chuyển động với tốc độ được cho bởi hàm số $v(t)=\begin{cases}10 & \text{khi } 0\le t\le 5\\ t^2-5t+10 & \text{khi } t>5\end{cases}$, trong đó $v(t)$ được tính theo đơn vị m/s và t được tính theo giây. Tìm khẳng định đúng?

A. Hàm số $v(t)$ bị gián đoạn tại $t=0$.
B. Hàm số $v(t)$ bị gián đoạn tại $t=5$.
C. Hàm số $v(t)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số $v(t)$ liên tục trên $[0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $v(5)=10$ và $\lim\limits_{t\to 5^-} v(t)=\lim\limits_{t\to 5^-}10=10; \lim\limits_{t\to 5^+} v(t)=\lim\limits_{t\to 5^+}\left(t^2-5t+10\right)=10$.

Suy ra $v(5)=\lim\limits_{t\to 5} v(t)$.

Lại có hàm $v(t)$ liên tục trên $\left[0;5\right)$ và $\left(5;+\infty\right)$

Vậy hàm số $v(t)$ liên tục tại trên $\left[0;+\infty\right)$.

Câu 9: Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-3x+2}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;2)$.
B. $(-1;2)$.
C. $(1;2)$.
D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho là hàm phân thức, có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Sử dụng tính chất hàm phân thức liên tục trên các khoảng xác định.

Nên hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$; $(1;2)$ và $(2;+\infty)$, vì thế chọn đáp án **C.**

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x & \text{khi } x\ge 1\\ \dfrac{x-3}{x-2} & \text{khi } x<1\end{cases}$. Tìm khẳng định **sai.**

A. $f(x)$ liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$.
B. $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;1)$.
C. $f(x)$ **không** liên tục tại điểm $x=2$.
D. $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1$.

Lời giải

Trên khoảng $(1;+\infty)$, ta có $f(x)=x^2+x$ nên $f(x)$ liên tục. Do đó $f(x)$ liên tục tại điểm $x=2$. Vậy C là khẳng định **sai**.

Câu 11: Phương trình $3x^5+5x^3+10=0$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-2;-1)$.
B. $(-10;-2)$.
C. $(0;1)$.
D. $(-1;0)$.

Lời giải

Đặt $f(x)=3x^5+5x^3+10$

$f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)$ liên tục trên $[-2;-1]$ (1)

Ta có: $\begin{cases}f(-2)=-126\\ f(-1)=2\end{cases}$

Suy ra $f(-2).f(-1)=-126.2=-252<0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $f(x)=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(-2;-1)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Biết $a+b+c>-1$ và $4a+2b+c<-8$. Tìm khẳng định **đúng.**

A. Phương trình $f(x)=0$ có đúng 3 nghiệm.

B. Phương trình $f(x)=0$ có đúng 2 nghiệm.

C. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất.

D. Phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm.

Lời giải

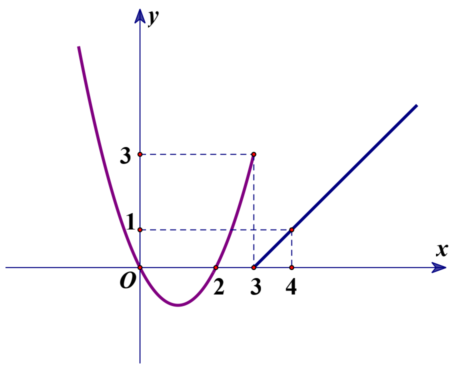
Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên tồn tại $\alpha<1,\beta>2$ sao cho $f(\alpha)<0, f(\beta)>0$.

Từ giả thiết ta có $f(1)>0, f(2)<0$.

Khi đó: $f(\alpha).f(1)<0, f(1).f(2)<0, f(2).f(\beta)<0$. Mặt khác hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục trên các khoảng $(\alpha;1),(1;2),(2;\beta)$. Suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất 3 nghiệm. Mặt khác $f(x)$ là hàm số bậc 3 nên phương trình $f(x)=0$ có nhiều nhất 3 nghiệm. Vậy phương trình $f(x)=0$ có đúng 3 nghiệm.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới.



a) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=2$.

b) Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $\mathbb{R}$.

c) Hàm số $y=f(x)$ gián đoạn tại điểm $x=3$.

d) Hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ liên tục trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Từ đồ thị hàm số ta thấy: Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$. Hàm số gián đoạn tại điểm $x=3$. Như vậy:

a) Đúng.

b) Sai.

c) Đúng.

d) Hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ không xác định tại $x=0$ và $x=2$ suy ra hàm số gián đoạn tại $x=0, x=2$. Suy ra hàm số không liên tục trên khoảng $(-\infty;3)$. Vậy d) sai.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & \text{khi}x\neq 2\\ 2x-1 & \text{khi}x=2\end{cases}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\backslash\left\{2\right\}$.

b) Hàm số liên tục tại điểm $x=2$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to 2}f\left(x\right)=f\left(2\right)$.

c) Hàm số gián đoạn tại điểm $x=2$.

d) Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$. Suy ra a) Sai.

b) Đúng.

c) Ta có: $\lim\limits_{x\to 2}f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(x+1\right)\left(x-2\right)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\left(x+1\right)=3$. $f\left(2\right)=2.2-1=3$

Suy ra $\lim\limits_{x\to 2}f\left(x\right)=f\left(2\right)=3$. Vậy hàm số liên tục tại $x=2$. c) Sai.

d) Với $x\neq 2$ thì $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-x-2}{x-2}$ là hàm số xác định trên $\mathbb{R}\backslash\left\{2\right\}$. Suy ra hàm số liên tục trên từng khoảng $\left(-\infty;2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$. Mặt khác hàm số liên tục tại $x=2$. Suy ra hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Vậy d) Sai.

Câu 3: Cho phương trình $x^2=\sqrt{x+1}$ (1) và phương trình $x^3-3x+1=0$ (2).

a) Điều kiện xác định của phương trình (1) là $x\geq -1$.

b) Phương trình (1) và (2) có nghiệm trong $\left(1;2\right)$.

c) Phương trình (1) và (2) có nghiệm trong $\left(-1;0\right)$.

d) Phương trình (1) có nhiều nhất 1 nghiệm.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng.

b) Đúng.

Ta có (1) $\Leftrightarrow x^2-\sqrt{x+1}=0$

Đặt $f\left(x\right)=x^2-\sqrt{x+1}$.

+ Ta có : $\begin{cases}f\left(1\right)=1-\sqrt{2}<0\\ f\left(2\right)=4-\sqrt{3}>0\end{cases}\Rightarrow f\left(1\right).f\left(2\right)<0$.

+ Hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(-1;+\infty\right)$ do đó liên tục trên $\left[1;2\right]$

$\Rightarrow$ Phương trình $f\left(x\right)=0$ có ít nhất 1 nghiệm trong $\left(1;2\right)$.

Đặt $g\left(x\right)=x^3-3x+1$.

+ Ta có $\begin{cases}g\left(1\right)=-1\\ g\left(2\right)=3\end{cases}\Rightarrow g\left(1\right).g\left(2\right)<0$.

+ Hàm số $y=g\left(x\right)$ là hàm đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$ do đó liên tục trên $\left[1;2\right]$

$\Rightarrow$ Phương trình $g\left(x\right)=0$ có ít nhất 1 nghiệm trong $\left(1;2\right)$.

c) Sai.

Xét trên khoảng $(-1;0)$

+ Ta có $\begin{cases} f(-1)=1 \\ f(0)=-1 \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(0)<0$.

+ Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;0]$

$\Rightarrow$ Phương trình $f(x)=0$ có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(-1;0)$.

Một cách tương tự ta chứng minh được phương trình $g(x)=0$ có nghiệm trên các khoảng $(-2;-1),(0;1),(1;2)$.

Mặt khác, phương trình (2) là phương trình bậc ba nên có nhiều nhất 3 nghiệm phân biệt và $(-2;-1),(0;1),(1;2)$ là các khoảng rời nhau do đó phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt thuộc 3 khoảng này.

$\Rightarrow$ Phương trình (2) không có nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$.

d) Sai.

Từ câu b) và c) suy ra: Phương trình (1) có ít nhất 2 nghiệm phân biệt.

Câu 4: Một bãi đậu xe ô tô đưa ra giá $T(x)$ (đồng) khi thời gian đậu xe là x (giờ) như sau:

$$T(x)=\begin{cases} 50000, & 0<x\le 2 \\ 120000, & 2<x<4 \\ 35000x, & x\ge 4 \end{cases}$$

a) $T(2)=50000$.

b) $\lim\limits_{x\to 4^+} T(x)=120000$.

c) Hàm số $T(x)$ liên tục tại $x=4$.

d) Hàm số $T(x)$ liên tục trên $[4;+\infty)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng

$T(2)=50000$.

b) Sai

$\lim\limits_{x\to 4^+} T(x)=\lim\limits_{x\to 4^+}(35000x)=35000.4=140000$.

c) Sai

Vì $\lim\limits_{x\to 4^-} T(x)=120000 \ne \lim\limits_{x\to 4^+} T(x)$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to 4} T(x)$ suy ra hàm số $T(x)$ không liên tục tại $x=4$.

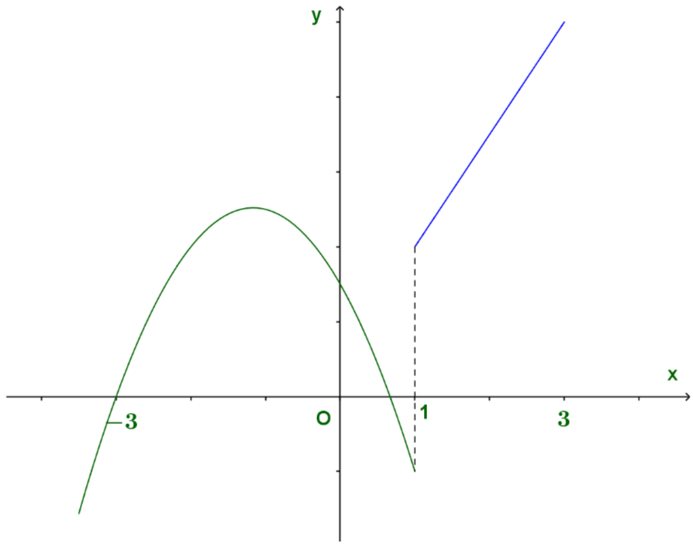
d) Đúng

Khi $x>4$, $T(x)=35000x$ là hàm đa thức nên liên tục trên $(4;+\infty)$.

Ta lại có $\lim\limits_{x\to 4^+} T(x)=T(4)$ nên hàm số $T(x)$ liên tục trên $[4;+\infty)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị dưới đây gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 1

Quan sát đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=-1; \lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)=2$. Vậy $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)\neq \lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)$ nên $\lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)$ không tồn tại. Do đó hàm số gián đoạn tại điểm $x=1$.

Câu 2: Một bãi đậu xe ô tô đưa ra giá $C(x)$ (đồng) khi thời gian đậu xe là x (giờ) như sau: $C(x)=\begin{cases} 60000 \text{ khi } 0<x\le 2 \\ 100000 \text{ khi } 2<x\le 4 \\ 200000 \text{ khi } 4<x<24 \end{cases}$. Trên khoảng $\left(0;24\right)$ hàm số $C(x)$ có bao nhiêu điểm gián đoạn?

Lời giải

Trả lời: 2

Với x thuộc các khoảng $(0;2),(2;4),(4;24)$ thì hàm số $C(x)$ là hàm hằng nên hàm số liên tục.

Xét tính liên tục của hàm số tại điểm $x=2$:

Vì $C(2)=60000$ và $\lim\limits_{x\to 2^-} C(x)=60000, \lim\limits_{x\to 2^+} C(x)=100000$ nên hàm số không liên tục tại điểm $x=2$.

Xét tính liên tục của hàm số tại điểm $x=4$:

Vì $C(4)=100000$ và $\lim\limits_{x\to 4^-} C(x)=100000, \lim\limits_{x\to 4^+} C(x)=200000$ nên hàm số không liên tục tại điểm $x=4$.

Vậy hàm số $C(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(0;2),(2;4),(4;24)$ và nó gián đoạn tại hai điểm $x=2, x=4$.

Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt[3]{7x+1}-1} & \text{khi } x>0 \\ x^2-x+\dfrac{3}{7} & \text{khi } x\le 0 \end{cases}$. Xét trên toàn tập xác định của hàm số đã cho, tìm số điểm gián đoạn của hàm số đó.

Lời giải

Trả lời: 0.

+) Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+) Hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt[3]{7x+1}-1}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$ nên hàm số liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$.

+) Hàm số $f(x)=x^2-x+\dfrac{3}{7}$ xác định trên trên khoảng $(-\infty;0)$ nên hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty;0)$.

+) Tại $x=0$:

$$\lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{\sqrt[3]{7x+1}-1}=\lim_{x\to0^+}\frac{x\left(\left(\sqrt[3]{7x+1}\right)^2+\sqrt[3]{7x+1}+1\right)}{7x}=\frac{3}{7}.$$

$$\lim_{x\to0^-} f(x)=\lim_{x\to0^-}\left(x^2-x+\frac{3}{7}\right)=\frac{3}{7}.$$

Nhận thấy $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=\dfrac{3}{7}\Rightarrow\lim\limits_{x\to0} f(x)=\dfrac{3}{7}$.

Đồng thời $f(0)=\dfrac{3}{7}$.

Do đó $\lim\limits_{x\to0} f(x)=f(0)$. Suy ra hàm số liên tục tại $x=0$.

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, hay số điểm gián đoạn của hàm số trên toàn tập xác định là 0.

Câu 4: Phương trình $2x^3-6x+1=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-2;2)$?

Lời giải

Trả lời: 3

Xét hàm số $f(x)=2x^3-6x+1$. Hàm số này xác định và liên tục trên tập $\mathbb{R}$ nên liên tục trên đoạn $[-2;2]$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;0]$ và $f(-2).f(0)=-3.1=-3<0$ nên phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-2;0)$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0).f(1)=1.(-3)=-3<0$ nên phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(0;1)$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ và $f(1).f(2)=-3.5=-15<0$ nên phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(1;2)$.

Vì phương trình đã cho là phương trình bậc ba có nhiều nhất ba nghiệm, nên phương trình đã cho có đúng ba nghiệm trên khoảng $(-2;2)$.

Câu 5: Một chuyển động thẳng biến đổi đều trong 5 giây đầu có phương trình đường đi là $s(t)=2t^2+10t$, sau đó tiếp tục chuyển động theo phương trình $S(t)=at^2+3t$ trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây. Tìm giá trị của a.

Lời giải

Trả lời: 3,4

Ta có phương trình của chuyển động là $S(t)=\begin{cases}2t^2+10t \text{ khi } 0\le t\le 5\\ at^2+3t \text{ khi } t>5\end{cases}$.

Vì đây là phương trình của 1 chuyển động nên $S(t)$ là hàm số liên tục.

Hàm số $S(t)$ liên tục trên các khoảng $(0;5)$ và $(5;+\infty)$, để hàm số $S(t)$ liên tục thì nó phải liên tục tại $t=5$.

$\lim\limits_{t\to 5^-} S(t)=\lim\limits_{t\to 5^-}\left(2t^2+10t\right)=100, \lim\limits_{t\to 5^+} S(t)=\lim\limits_{t\to 5^+}\left(at^2+3t\right)=25a+15, S(5)=100$.

Hàm số liên tục tại $t=5$ khi $\lim\limits_{t\to 5^-} S(t)=\lim\limits_{t\to 5^+} S(t)=100 \Leftrightarrow 25a+15=100 \Leftrightarrow a=\dfrac{17}{5}=3,4$.

Vậy $a=3,4$.

Câu 6: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $\begin{cases} a-b+c-1>0 \\ 4a+2b+c+8<0 \end{cases}$. Số nghiệm của phương trình $x^3+ax^2+bx+c=0$ là:

Lời giải

Trả lời: 3

Xét hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, là hàm số đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$ và $f(-1)=a-b+c-1>0$ nên phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-\infty;-1)$.

$f(-1).f(2)=(a-b+c-1)(4a+2b+c+8)<0$ nên phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-1;2)$.

$f(2)=4a+2b+c+8<0$ và $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ nên phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(2;+\infty)$.

CHƯƠNG V

GIỚI HẠN
HÀM SỐ LIÊN TỤC

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\lim \dfrac{3n^3-n^2+4}{4n^3-2n^2+3n}$.

A. $+\infty$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 2: Tìm $\lim\left(3^{2n}-5^n\right)$.

A. 3. **B.** $+\infty$. **C.** 5. **D.** $-\infty$.

Câu 3: Cho $\lim\limits_{x\to1} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to1} g(x)=-3$. Khi đó $\lim\limits_{x\to1}\left[f(x)-2g(x)\right]$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 8. **D.** -1.

Câu 4: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+2x^2}-x\right)$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\sqrt{2}-1$. **D.** $-\infty$.

Câu 5: Giá trị $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\left(x^3-x^2\right)}{x-1}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{khi} x>0 \\ x & \text{khi} x\le 0\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $f(0)=0$. **B.** $f(x)$ liên tục tại $x_0=0$.

C. $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=0$. **D.** $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=1$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{2x-3}$. Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-2;4)$. **B.** $(-\infty;2)$ **C.** $(-2;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 8: Tính tổng $S=-1+\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{10^2}+...+\dfrac{(-1)^n}{10^{n-1}}+...$

A. $\dfrac{9}{10}$. **B.** $\dfrac{-10}{11}$. **C.** $\dfrac{10}{11}$. **D.** $\dfrac{-9}{10}$.

Câu 9: Hàm số nào sau đây ***không*** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+1}$. **B.** $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$.

C. $f(x)=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{5}\right)$. **D.** $f(x)=x^3-2x^2+x-7$.

Câu 10: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-4}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Câu 11: Dãy số nào dưới đây có giới hạn bằng 0?

A. $\left(\dfrac{5}{3}\right)^n$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$. **C.** $\left(-\dfrac{5}{3}\right)^n$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2}\right)^n$.

Câu 12: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-5}{x-1}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** -5. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các dãy số (u_n) với $u_n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$.

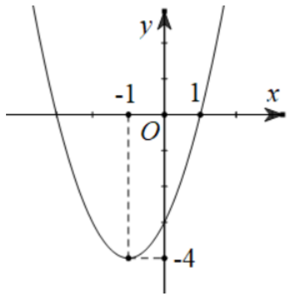
a) Số hạng đầu tiên của (u_n) bằng $\dfrac{1}{3}$.

b) (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q=\dfrac{1}{3}$.

c) Số hạng thứ 4 bằng $\dfrac{1}{12}$.

d) Tổng của các số hạng của dãy số (u_n) nằm trong khoảng $(0;1)$.

Câu 2: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



a) Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

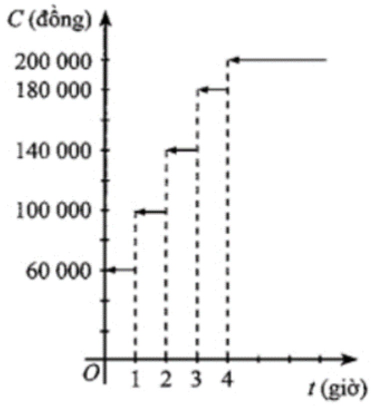
b) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$.

c) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=10$.

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-x+1-\sqrt{2x-1}}{f(x)-4x+4}=2$.

Câu 3: Một bãi đỗ xe tính phí 60000 đồng cho giờ đầu tiên (hoặc một phần của giờ đầu tiên) và thêm 40000 đồng cho mỗi giờ (hoặc một phần của mỗi giờ) tiếp theo, tối đa là 200000 đồng.

a) Đồ thị hàm số $C=C(t)$ biểu thị chi phí theo thời gian đỗ xe.



b) Hàm số $C = C(t)$ liên tục trên $[0;+\infty)$.

c) Từ đồ thị ta thấy $\lim\limits_{t\to 3} C(t) = 180000$.

d) Một người có thời gian đỗ xe tăng dần đến 3 giờ và một người có thời gian đỗ xe giảm dần đến 3 giờ thì chênh lệch chi phí giữa hai người là 20000 đồng.

Câu 4: Một bảng giá cước taxi được cho như sau:

Giá mở của $(0,5km)$	Giá cước các km tiếp theo đến $30km$	Giá cưới từ km thứ 31
10000 đồng	13500 đồng	11000 đồng

a) Công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo quãng đường di chuyển

$$f(x) = \begin{cases} 5000 + 13500(x - 0,5); \; 0,5 < x \le 30 \\ 403250 + 11000(x - 30); \; x > 30 \end{cases}.$$

b) Công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo quãng đường di chuyển

$$f(x) = \begin{cases} 10000x; \; x \le 0,5 \\ 5000 + 13500(x - 0,5); \; 0,5 < x \le 30 \\ 403250 + 11000(x - 30); \; x > 30 \end{cases}.$$

c) Hàm số $f(x) = \begin{cases} 10000x; \; x \le 0,5 \\ 5000 + 13500(x - 0,5); \; 0,5 < x \le 30 \\ 403250 + 11000(x - 30); \; x > 30 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

d) Khách hàng đi quãng đường $40km$ thì số tiền vị khách đó phải trả là 515000 đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

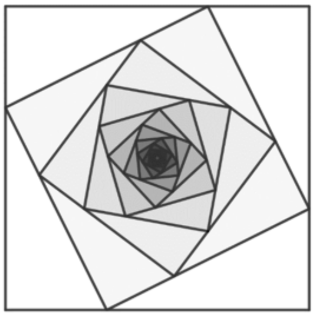
Câu 1: Tính $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2 + x} + x\right)$.

Câu 2: Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x} + \sqrt{x+4} - 4}{x}$.

Câu 3: Một cái hồ chứa $600l$ nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối $30\,g/l$ vào hồ với tốc độ $15l$/phút. Tính nồng độ muối trong hồ khi t dần về dương vô cùng (đơn vị g/l)

Câu 4: Tính $\lim\limits_{n\to +\infty}\left(\dfrac{1}{n^2} + \dfrac{3}{n^2} + \dfrac{5}{n^2} + \dfrac{7}{n^2} + ... + \dfrac{2n+1}{n^2}\right)$.

Câu 5: Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng 2. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành ba phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông C_1, C_2, C_3,., C_n,. Gọi S_i là diện tích của hình vuông $C_i\left(i\in\{1,2,3,.....\}\right)$. Tính $T=S_1+S_2+S_3+...S_n+....$



Câu 6: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-5}{x-1}=2$, $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{g(x)-1}{x-1}=3$. Biết $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{f(x).g(x)+4}-3}{x-1}=\dfrac{a}{b}$, trong đó a,b là những số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của biểu thức $P=a+2b$ bằng

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\lim \dfrac{3n^3 - n^2 + 4}{4n^3 - 2n^2 + 3n}$.

A. $+\infty$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim \dfrac{3n^3 - n^2 + 4}{4n^3 - 2n^2 + 3n} = \lim \dfrac{3 - \dfrac{1}{n} + \dfrac{4}{n^3}}{4 - \dfrac{2}{n} + \dfrac{3}{n^2}} = \dfrac{3}{4}$.

Câu 2: Tìm $\lim\left(3^{2n} - 5^n\right)$.

A. 3. **B.** $+\infty$. **C.** 5. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim\left(3^{2n} - 5^n\right) = \lim\left(9^n - 5^n\right) = \lim\left[9^n\left(1 - \left(\dfrac{5}{9}\right)^n\right)\right] = +\infty$.

vì $\lim 9^n = +\infty$; $\lim\left(1 - \left(\dfrac{5}{9}\right)^n\right) = 1 > 0$.

Câu 3: Cho $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to 1} g(x) = -3$. Khi đó $\lim\limits_{x\to 1}\left[f(x) - 2g(x)\right]$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 8. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\left[f(x) - 2g(x)\right] = 2 - 2(-3) = 8$.

Câu 4: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+2x^2} - x\right)$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $\sqrt{2} - 1$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+2x^2} - x\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{\dfrac{1}{x^2} + 2} - 1\right)$

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{\dfrac{1}{x^2} + 2} - 1\right) = \sqrt{2} - 1 > 0$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+2x^2} - x\right) = +\infty$.

Câu 5: Giá trị $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(x^3 - x^2\right)}{x - 1}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(x^3 - x^2\right)}{x - 1} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2(x-1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} x^2 = 1$

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 0 \\ x & \text{khi } x \le 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $f(0)=0$. **B.** $f(x)$ liên tục tại $x_0=0$.

C. $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=0$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} f(0)=0 \\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} x=0 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(x^2+1\right)=0^2+1=1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ hàm số gián đoạn tại $x=0$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{2x-3}$. Hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-2;4)$. **B.** $(-\infty;2)$ **C.** $(-2;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ có TXĐ là: $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

Hàm số $y=f(x)$ là hàm phân thức hữu tỉ nên nó liên tục trên từng khoảng xác định của nó.

Vậy nó liên tục trên khoảng $(-2;1)$ và không liên tục trên các khoảng còn lại ở trên.

Câu 8: Tính tổng $S=-1+\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{10^2}+...+\dfrac{(-1)^n}{10^{n-1}}+...$

A. $\dfrac{9}{10}$. **B.** $\dfrac{-10}{11}$. **C.** $\dfrac{10}{11}$. **D.** $\dfrac{-9}{10}$.

Lời giải

Ta có $-1;\ \dfrac{1}{10};\ \dfrac{-1}{10^2};\ ...;\ \dfrac{(-1)^n}{10^{n-1}};...$ lập thành cấp số nhân có công bội $q=\dfrac{-1}{10}$

$\Rightarrow$ dãy trên là cấp số nhân lùi vô hạn $\Rightarrow$ $S=\dfrac{u_1}{1-q}=\dfrac{-1}{1-\left(\dfrac{-1}{10}\right)}=\dfrac{-10}{11}$

Câu 9: Hàm số nào sau đây ***không*** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+1}$. **B.** $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$.

C. $f(x)=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{5}\right)$. **D.** $f(x)=x^3-2x^2+x-7$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ có tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 10: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-4}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+2x-8}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+4}{x+2}=\frac{3}{2}$$

Câu 11: Dãy số nào dưới đây có giới hạn bằng 0?

A. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$. **B.** $\left(\frac{1}{3}\right)^n$. **C.** $\left(-\frac{5}{3}\right)^n$. **D.** $\left(\frac{3}{2}\right)^n$.

Lời giải

$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$, nếu $|q|<1$.

Câu 12: $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{2x-5}{x-1}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** -5. **C.** 2. **D.** $+\infty$.

Lời giải

$$\lim_{x\to1^+}\frac{2x-5}{x-1}=-\infty \text{ vì } \begin{cases}\lim\limits_{x\to1^+}(2x-5)=-3<0\\ \lim\limits_{x\to1^+}(x-1)=0\\ x-1>0,\forall x>1\end{cases}.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các dãy số (u_n) với $u_n=\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

a) Số hạng đầu tiên của (u_n) bằng $\frac{1}{3}$.

b) (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q=\frac{1}{3}$.

c) Số hạng thứ 4 bằng $\frac{1}{12}$.

d) Tổng của các số hạng của dãy số (u_n) nằm trong khoảng $(0;1)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng

Ta có: $u_1=\frac{1}{3}$.

b) Đúng

Ta có: $q=\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{1}{3},\forall n\in\mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q=\frac{1}{3}$.

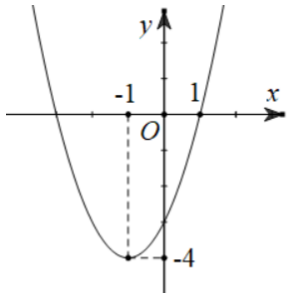
c) Sai

Ta có: $u_4=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$.

d) Đúng

Ta có: (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q=\frac{1}{3}$ có $|q|<1$ nên (u_n) là mốt cấp số nhân lùi vô hạn. Khi đó $S=\frac{u_1}{1-q}=\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}\in(0;1)$.

Câu 2: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



a) Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

b) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=0$.

c) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=10$.

d) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-\sqrt{2x-1}}{f(x)-4x+4}=2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Hàm số đã cho làm hàm đa thức bậc hai nên hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

b) Từ đồ thị, ta có $f(1)=0$, mà hàm số liên tục tại $x=1$. Suy ra $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)=0$.

c) Đặt $f(x)=ax^2+bx+c$.

Đồ thị hàm số đã cho có đỉnh $I(-1;-4)$ và đi qua $M(1;0)$ nên $\begin{cases} a-b+c=-4 \\ -\frac{b}{2a}=-1 \\ a+b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=-3 \end{cases}$.

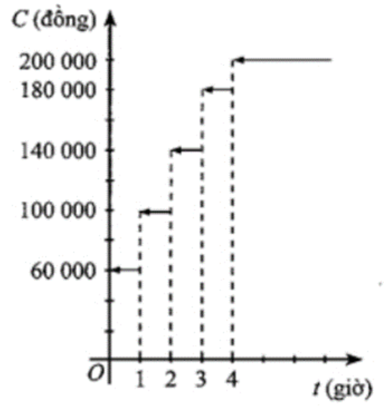
Khi đó $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}(x^2+2x-3)=12$.

d) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-\sqrt{2x-1}}{f(x)-4x+4}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-\sqrt{2x-1}}{x^2-2x+1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1+x-\sqrt{2x-1}}{x^2-2x+1}$

$\lim\limits_{x\to 1}\left(1+\frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-2x+1}\right)=\lim\limits_{x\to 1}\left(1+\frac{1}{x+\sqrt{2x-1}}\right)=\frac{3}{2}$.

Câu 3: Một bãi đỗ xe tính phí 60000 đồng cho giờ đầu tiên (hoặc một phần của giờ đầu tiên) và thêm 40000 đồng cho mỗi giờ (hoặc một phần của mỗi giờ) tiếp theo, tối đa là 200000 đồng.

a) Đồ thị hàm số $C=C(t)$ biểu thị chi phí theo thời gian đỗ xe.



b) Hàm số $C=C(t)$ liên tục trên $[0;+\infty)$.

c) Từ đồ thị ta thấy $\lim\limits_{t\to 3} C(t)=180000$.

d) Một người có thời gian đỗ xe tăng dần đến 3 giờ và một người có thời gian đỗ xe giảm dần đến 3 giờ thì chênh lệch chi phí giữa hai người là 20000 đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) Đúng

Đồ thị hàm số $C=C(t)$ (hình vẽ) biểu thị chi phí theo thời gian đỗ xe.

b) Sai

Từ đồ thị ta thấy hàm số $C(t)$ bị gián đoạn tại $t=1$ (giờ); $t=2$ (giờ); $t=3$ (giờ) $t=4$ (giờ) nên hàm số không liên tục trên $\left[0;+\infty\right)$.

c) Sai

ta có: $\lim\limits_{t\to 3^+} C(t)=180000, \lim\limits_{t\to 3^-} C(t)=140000$

Vì $\lim\limits_{t\to 3^+} C(t)\neq \lim\limits_{t\to 3^-} C(t)$ nên không tồn tại $\lim\limits_{t\to 3} C(t)$

d) Sai

Một người có thời gian đỗ xe tăng dần đến 3 giờ và một người có thời gian đỗ xe giảm dần đến 3 giờ thì chênh lệch chi phí giữa hai người luôn là $180000-140000=40000$ (đồng).

Câu 4: Một bảng giá cước taxi được cho như sau:

Giá mở của $(0,5km)$	Giá cước các km tiếp theo đến $30km$	Giá cưới từ km thứ 31
10000 đồng	13500 đồng	11000 đồng

a) Công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo quãng đường di chuyển

$$f(x)=\begin{cases}5000+13500(x-0,5);\ 0,5<x\le 30\\ 403250+11000(x-30);\ x>30\end{cases}.$$

b) Công thức hàm số mô tả số tiền khách phải trả theo quãng đường di chuyển

$$f(x)=\begin{cases}10000x;\ x\le 0,5\\ 5000+13500(x-0,5);\ 0,5<x\le 30\\ 403250+11000(x-30);\ x>30\end{cases}.$$

c) Hàm số $f(x)=\begin{cases}10000x;\ x\le 0,5\\ 5000+13500(x-0,5);\ 0,5<x\le 30\\ 403250+11000(x-30);\ x>30\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

d) Khách hàng đi quãng đường $40km$ thì số tiền vị khách đó phải trả là 515000 đồng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai

+) Đoạn mở cửa (0,5 km):

Giá mở cửa là 10.000 đồng cho 0,5 km đầu tiên.

Khi $0 < x \le 0,5$, tiền cước là: $f\left(x\right) = 10000$

+) Đoạn từ 0,5 km đến 30 km:

Sau 0,5 km, giá cước là 13.500 đồng cho mỗi km. Ta có:

Khi $0,5 < x \le 30$, tiền cước là: $f\left(x\right) = 10000 + 13500\left(x - 0,5\right)$

Vì 10.000 đồng là giá mở cửa, và ta trừ 0,5 km đầu tiên đã tính trong giá mở cửa.

+) Đoạn từ km thứ 31 trở đi:

Giá cước giảm còn 11.000 đồng mỗi km. Ta tiếp tục từ mức giá của 30 km đầu:

Khi $x > 30$, tiền cước là: $f\left(x\right) = 10000 + 13500\left(30 - 0,5\right) + 11000\left(x - 30\right)$

b) Đúng

+) Đoạn mở cửa (0,5 km):

Giá mở cửa là 10.000 đồng cho 0,5 km đầu tiên.

Khi $0 < x \le 0,5$, tiền cước là: $f\left(x\right) = 10000$

+) Đoạn từ 0,5 km đến 30 km:

Sau 0,5 km, giá cước là 13.500 đồng cho mỗi km. Ta có:

Khi $0,5 < x \le 30$, tiền cước là: $f\left(x\right) = 10000 + 13500\left(x - 0,5\right)$

Vì 10.000 đồng là giá mở cửa, và ta trừ 0,5 km đầu tiên đã tính trong giá mở cửa.

+) Đoạn từ km thứ 31 trở đi:

Giá cước giảm còn 11.000 đồng mỗi km. Ta tiếp tục từ mức giá của 30 km đầu:

Khi $x > 30$, tiền cước là: $f\left(x\right) = 10000 + 13500\left(30 - 0,5\right) + 11000\left(x - 30\right)$

Nên $f(x) = \begin{cases} 10000x; \ x \le 0,5 \\ 5000 + 13500\left(x - 0,5\right); \ 0,5 < x \le 30 \\ 403250 + 11000\left(x - 30\right); \ x > 30 \end{cases}$

c) Đúng

Xét tính liên tục của hàm số

Ta cần kiểm tra tính liên tục tại các điểm chuyển tiếp $x = 0,5$ và $x = 30$.

+) Tại $x = 0,5$:

$\lim\limits_{x \to 0,5^-} f\left(x\right) = f\left(0,5\right) = 5000$.

$\lim\limits_{x \to 0,5^+} f\left(x\right) = 5000 + 13500\left(0,5 - 0,5\right) = 5000$.

Hàm số liên tục tại $x = 0,5$.

+) Tại $x = 30$:

$\lim\limits_{x \to 0,5^-} f\left(x\right) = f\left(30\right) = 5000 + 13500\left(30 - 0,5\right) = 403205$.

$\lim\limits_{x \to 0,5^+} f\left(x\right) = 5000 + 13500\left(30 - 0,5\right) = 403205$.

Hàm số liên tục tại $x = 30$.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

d) Sai

Khách hàng đi quãng đường $40km$ thì số tiền vị khách đó phải trả là

$f(40)=403250+11000(40-30)=513250$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+x\right)$.

Lời giải

Trả lời: $-0,5$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x-x^2}{\sqrt{x^2+x}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{|x|\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}-x}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{-x\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+1\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{-\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}+1\right)}=-\dfrac{1}{2}=-0,5.$.

Câu 2: Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x}+\sqrt{x+4}-4}{x}$.

Lời giải

Trả lời: $1,25$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x}+\sqrt{x+4}-4}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(2\sqrt{1+x}-2\right)+\left(\sqrt{x+4}-2\right)}{x}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{2\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{x}+\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{2}{\sqrt{1+x}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{x+4}+2}\right]=1+\dfrac{1}{4}=1,25.$

Câu 3: Một cái hồ chứa $600l$ nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối $30\,g/l$ vào hồ với tốc độ $15l$ / phút. Tính nồng độ muối trong hồ khi t dần về dương vô cùng (đơn vị g/l)

Trả lời: 30

Lời giải

Sau t phút bơm nước vào hồ thì lượng nước là $600+15t$ (l) và lượng muối có được là $30.15t(g)$

Nồng độ muối của nước là: $C(t)=\dfrac{30.15t}{600+15t}=\dfrac{30t}{40+t}(g/l)$.

Khi t dần về dương vô cùng, ta có:

$\lim\limits_{t\to+\infty}C(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{30t}{40+t}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{30t}{t\left(\dfrac{40}{t}+1\right)}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{30}{\dfrac{40}{t}+1}=30(g/l)$.

Câu 4: Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{3}{n^2}+\dfrac{5}{n^2}+\dfrac{7}{n^2}+...+\dfrac{2n+1}{n^2}\right)$.

Trả lời: 1

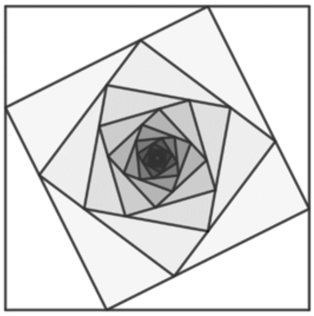
Lời giải

Dãy số $1,3,5,...,2n+1$ là một cấp số cộng có $u_1=1,d=2$ và có $n+1$ số hạng

Suy ra $1+3+5+...+(2n+1)=(n+1)^2$

Do đó $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\frac{5}{n^2}+\frac{7}{n^2}+...+\frac{2n+1}{n^2}\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^2+2n+1}{n^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}\right)=1$

Câu 5: Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng 2. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành ba phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông C_1, C_2, C_3,., C_n,. Gọi S_i là diện tích của hình vuông $C_i\left(i\in\{1,2,3,.....\}\right)$. Tính $T=S_1+S_2+S_3+...S_n+....$



Trả lời: 36

Lời giải

Cạnh của hình vuông (C_1) là: $a_1=2$.

$\Rightarrow S_1=(a_1)^2=4$.

Cạnh của hình vuông (C_2) là: $a_2=\sqrt{\left(\frac{2}{3}.a_1\right)^2+\left(\frac{1}{3}.a_1\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}a_1$.

$\Rightarrow S_2=\left(\frac{\sqrt{5}}{3}a_1\right)^2=\frac{5}{9}(a_1)^2=\frac{5}{9}S_1$.

Cạnh của hình vuông (C_n) là: $a_n=\sqrt{\left(\frac{2}{3}.a_{n-1}\right)^2+\left(\frac{1}{3}.a_{n-1}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}a_{n-1}$.

$\Rightarrow S_n=\left(\frac{\sqrt{5}}{3}a_{n-1}\right)^2=\frac{5}{9}(a_{n-1})^2=\frac{5}{9}S_{n-1}$.

Vậy dãy số (S_n) là một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1=S_1$ và công bội $q=\frac{5}{9}$.

$$T=\frac{S_1}{1-q}=\frac{4}{1-\frac{5}{9}}=36.$$

Câu 6: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=2$, $\lim\limits_{x\to1}\frac{g(x)-1}{x-1}=3$. Biết $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{f(x).g(x)+4}-3}{x-1}=\frac{a}{b}$, trong đó a,b là những số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của biểu thức $P=a+2b$ bằng

Trả lời: 29

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 1} f\left(x\right)=5,\ \lim\limits_{x\to 1} g\left(x\right)=1.$ Khi đó

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f\left(x\right).g\left(x\right)+4}-3}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{f\left(x\right).g\left(x\right)-5}{\left(x-1\right)\left(\sqrt{f\left(x\right).g\left(x\right)+4}+3\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{\left[f\left(x\right)-5\right].g\left(x\right)+5.\left[g\left(x\right)-1\right]}{\left(x-1\right)\left(\sqrt{f\left(x\right).g\left(x\right)+4}+3\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\left[\frac{f\left(x\right)-5}{\left(x-1\right)}.\frac{g\left(x\right)}{\left(\sqrt{f\left(x\right).g\left(x\right)+4}+3\right)}+\frac{g\left(x\right)-1}{\left(x-1\right)}.\frac{5}{\left(\sqrt{f\left(x\right).g\left(x\right)+4}+3\right)}\right]$$

$$=2.\frac{1}{\sqrt{5.1+4}+3}+3.\frac{5}{\sqrt{5.1+4}+3}=\frac{17}{6}=\frac{a}{b}$$

Vậy $P=a+2b=29.$

CHƯƠNG V

GIỚI HẠN
HÀM SỐ LIÊN TỤC

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 2: Tính $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x+3}$.

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=-3$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

A. $f(1)=3$. **B.** $f(1)=-1$. **C.** $f(1)=1$. **D.** $f(1)=-3$.

Câu 4: Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{2^n-5.7^{n+1}}{3.2^n+2.7^n}$ có giới hạn bằng $-\dfrac{a}{b}$ với $(a,b)=1$. Giá trị của biểu thức $P=a^2-b^2$ là

A. $P=1225$. **B.** $P=1221$. **C.** $P=-37$. **D.** $P=-34$.

Câu 5: Gọi $S=1+\dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{9}+...+\dfrac{2^n}{3^n}+....$Giá trị của S bằng

A. $S=3$. **B.** $S=5$. **C.** $S=6$. **D.** $S=4$.

Câu 6: $\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(\sqrt{x^2+5}-x\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $-\infty$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 7: Cho các giới hạn: $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=3$, hỏi $\lim\limits_{x\to x_0}\left[3f(x)-4g(x)\right]$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Câu 8: Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\dfrac{a}{b}$ trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=20$. **B.** $S=17$. **C.** $S=10$. **D.** $S=25$.

Câu 9: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 4 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=2$.
B. Hàm số gián đoạn tại $x=2$.
C. $f\left(4\right)=2$.
D. $\lim\limits_{x\to 2} f\left(x\right)=2$.

Câu 10: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ có $u_n=\dfrac{6^n+8^n}{2.10^n+9^n}$. Khi đó $\lim u_n$ bằng

A. $+\infty$.
B. $\dfrac{1}{2}$.
C. $-\infty$.
D. 0.

Câu 11: Giá trị của $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-1}$ là

A. 2.
B. 0.
C. 1.
D. $-\infty$.

Câu 12: Tìm giới hạn của hàm số $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2-\sqrt{x+1}}{x-3}$

A. 4.
B. -4.
C. $\dfrac{1}{4}$.
D. $-\dfrac{1}{4}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai dãy số $\left(u_n\right),\left(v_n\right)$ với $u_n=4.3^n-7^{n+1};v_n=7^n$.

a) $\lim\dfrac{1}{v_n}=0.$

b) $\lim\dfrac{u_n-v_n}{3u_n+2v_n}=\dfrac{8}{19}.$

c) $\lim u_n=+\infty$.

d) $\lim v_n=+\infty$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\le 1\\ \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$ và $g(x)=x^2-3x+1$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

b) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\dfrac{1}{2}$.

d) Hàm số $y=f\left(x\right)+g\left(x\right)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Câu 3: Cho các hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 5 & \text{khi } x=2\end{cases}$ và $g(x)=\dfrac{2}{x-1}$.

a) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 3$.

b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4$

c) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

d) Hàm số $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

Câu 4: Cho các hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{4x-7}-1}{x^2-4} \text{khi} x > 2 \\ \dfrac{3x-4}{4} \text{khi} x \le 2 \end{cases}$ và $g(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+2}-2}{2-x} & \text{khi } x > 2 \\ \dfrac{-1-x}{12} & \text{khi } x \le 2 \end{cases}$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

b) Hàm số $g(x)$ gián đoạn tại điểm $x_0 = 2$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x) = \dfrac{1}{4}$.

d) Hàm số $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sqrt{1+x}+\sqrt{x+4}-4}{x}$.

Câu 2: Cho hàm số $H(t) = \begin{cases} 0 \text{ khi } t < 0 \\ 1 \text{ khi } t \ge 0 \end{cases}$ (hàm Heaviside, thường được dùng để mô tả việc chuyển trạng thái tắt/mở của dòng điện tại thời điểm $t = 0$). Tính $\lim\limits_{t\to 0^-} H(t)$.

Câu 3: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{4x+4}-2}$ bằng

Câu 4: Biết rằng $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\sqrt{5x^2+2x} + x\sqrt{5}\right) = a\sqrt{5} + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 5a + b$

Câu 5: Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x\left(m^3\right)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; $0{,}12$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc cho mỗi mét khối sản phẩm. Gọi $C(x)$ là chi phí sản suất $x\left(m^3\right)$ sản phẩm mỗi ngày và $\overline{C}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó tính $\lim\limits_{x\to +\infty} \overline{C}(x)$

Câu 6: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+4x}-\sqrt[3]{1+6x}}{x^2}$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính $\lim \dfrac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\lim \dfrac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3} = \lim \dfrac{\sqrt{4+\dfrac{1}{n^2}}-\sqrt{\dfrac{1}{n}+\dfrac{2}{n^2}}}{2-\dfrac{3}{n}} = \dfrac{2-0}{2} = 1$.

Câu 2: Tính $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{x+3}$.

A. $-\infty$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{x+3} = \dfrac{3-3}{3+3} = 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = -3$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

A. $f(1)=3$. **B.** $f(1)=-1$. **C.** $f(1)=1$. **D.** $f(1)=-3$.

Lời giải

Vì hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số đó liên tục tại $x=1$. Vì vậy $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = f(1)$.

Suy ra $f(1)=-3$.

Câu 4: Dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{2^n-5.7^{n+1}}{3.2^n+2.7^n}$ có giới hạn bằng $-\dfrac{a}{b}$ với $(a,b)=1$. Giá trị của biểu thức $P=a^2-b^2$ là

A. $P=1225$. **B.** $P=1221$. **C.** $P=-37$. **D.** $P=-34$.

Lời giải

Ta có: $u_n = \dfrac{2^n-5.7^{n+1}}{3.2^n+2.7^n} = \dfrac{\left(\dfrac{2}{7}\right)^n - 35}{3.\left(\dfrac{2}{7}\right)^n+2} \Rightarrow \lim u_n = -\dfrac{35}{2}$.

Vậy $P=1221$.

Câu 5: Gọi $S = 1+\dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{9}+...+\dfrac{2^n}{3^n}+...$. Giá trị của S bằng

A. $S=3$. **B.** $S=5$. **C.** $S=6$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Ta thấy $1,\frac{2}{3},\frac{4}{9},...,\left(\frac{2}{3}\right)^n,....$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Do đó: $S = \frac{u_1}{1-q} = 3$.

Câu 6: $\lim\limits_{x\to-\infty} x\left(\sqrt{x^2+5}-x\right)$ bằng:

A. $+\infty$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $-\infty$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} x\left(\sqrt{x^2+5}-x\right) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^2\left(-\sqrt{1+\frac{5}{x^2}}-1\right)$

Ta có:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\sqrt{1+\frac{5}{x^2}}-1\right) = -2 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} x^2\left(-\sqrt{1+\frac{5}{x^2}}-1\right) = -\infty$$

Câu 7: Cho các giới hạn: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = 2$; $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim\limits_{x\to x_0}\left[3f(x)-4g(x)\right]$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to x_0}\left[3f(x)-4g(x)\right] = \lim\limits_{x\to x_0} 3f(x) - \lim\limits_{x\to x_0} 4g(x) = 3\lim\limits_{x\to x_0} f(x) - 4\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = -6$.

Câu 8: Cho giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4} = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a^2+b^2$.

A. $S = 20$. **B.** $S = 17$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 25$.

Lời giải

$$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \lim\limits_{x\to 2}\frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{4}.$$

Do đó $a = 1;\ b = 4$ suy ra $S = 1^2+4^2 = 17$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x = 2$. **B.** Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

C. $f(4) = 2$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 2$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} = \lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2}\left(\sqrt{x+2}+2\right) = 4$

$f(2) = 4$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2} f(x) = f(2)$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 2$.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{6^n + 8^n}{2.10^n + 9^n}$. Khi đó $\lim u_n$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Lời giải

$$\lim u_n = \lim\frac{6^n + 8^n}{2.10^n + 9^n} = \lim\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{4}{5}\right)^n}{2 + \left(\frac{9}{10}\right)^n} = 0.$$

Câu 11: Giá trị của $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-2x-3}{x^2-1}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-2x-3}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x\to -1}\frac{x-3}{x-1} = \frac{-1-3}{-1-1} = 2$.

Vây, $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-2x-3}{x^2-1} = 2$.

Câu 12: Tìm giới hạn của hàm số $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2-\sqrt{x+1}}{x-3}$

A. 4. **B.** -4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 3}\frac{2-\sqrt{x+1}}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3}\frac{\left(2-\sqrt{x+1}\right)\left(2+\sqrt{x+1}\right)}{(x-3)\left(2+\sqrt{x+1}\right)} = \lim\limits_{x\to 3}\frac{3-x}{(x-3)\left(2+\sqrt{x+1}\right)}$

$= \lim\limits_{x\to 3}\frac{-1}{2+\sqrt{x+1}} = -\frac{1}{4}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai dãy số $(u_n),(v_n)$ với $u_n = 4.3^n - 7^{n+1}; v_n = 7^n$.

a) $\lim\frac{1}{v_n} = 0.$

b) $\lim \dfrac{u_n - v_n}{3u_n + 2v_n} = \dfrac{8}{19}$.

c) $\lim u_n = +\infty$.

d) $\lim v_n = +\infty$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) $\lim \dfrac{1}{v_n} = \lim \left(\dfrac{1}{7}\right)^n = 0.$ đúng.

b) $\lim \dfrac{u_n - v_n}{3u_n + 2v_n} = \lim \dfrac{4.3^n - 8.7^n}{12.3^n - 19.7^n} = \lim \dfrac{4.\left(\dfrac{3}{7}\right)^n - 8}{12.\left(\dfrac{3}{7}\right)^n - 19} = \lim \dfrac{0-8}{0-19} = \dfrac{8}{19}$. đúng.

c) $\lim u_n = \lim\left(4.3^n - 7^{n+1}\right) = \lim 7^n \left[4\left(\dfrac{3}{7}\right)^n - 7\right]$

$\lim 7^n = +\infty; \lim \left[4\left(\dfrac{3}{7}\right)^n - 7\right] = -7 < 0 \Rightarrow \lim u_n = -\infty.$ sai.

d) $\lim 7^n = +\infty$. đúng.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{x}{2} \text{ khi } x \le 1 \\ \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \text{ khi } x > 1 \end{cases}$ và $g(x) = x^2 - 3x + 1$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

b) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \dfrac{1}{2}$.

d) Hàm số $y = f(x) + g(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

-Ta có: $f(1) = -\dfrac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{-x}{2} = -\dfrac{1}{2}$,

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x-2}{x+1} = -\dfrac{1}{2}$.

Vậy $f(1) = \lim\limits_{x \to 1} f(x) = -\dfrac{1}{2}$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- Ta có: $g(1)=-1$ và $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=1^2-3\cdot 1+1=-1$ nên $g(1)=\lim\limits_{x\to 1} g(x)$.

Vậy hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$.

Câu 3: Cho các hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 5 & \text{khi } x=2\end{cases}$ và $g(x)=\dfrac{2}{x-1}$.

a) Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=3$.

b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=4$

c) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

d) Hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Ta có: $g(3)=\dfrac{2}{3-1}=1$ và $\lim\limits_{x\to 3} g(x)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2}{x-1}=1$; suy ra $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=g(2)$.

Vậy hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

b) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x+2)=4$.

c) Ta có: $f(2)=5$ và $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x+2)=4$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 2} f(x)\neq f(2)$.

Vậy hàm số $f(x)$ không liên tục tại điểm $x_0=2$.

d) Vì hàm số $f(x)$ không liên tục tại điểm $x_0=2$ nên hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ bị gián đoạn tại $x_0=2$.

Câu 4: Cho các hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x-7}-1}{x^2-4} \text{khi} x>2\\ \dfrac{3x-4}{4} \text{khi} x\leq 2\end{cases}$ và $g(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{2-x} & \text{khi } x>2\\ \dfrac{-1-x}{12} & \text{khi } x\leq 2\end{cases}$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

b) Hàm số $g(x)$ gián đoạn tại điểm $x_0=2$.

c) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)=\dfrac{1}{4}$.

d) Hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Ta có: $f\left(x_0\right)=f(2)=\dfrac{1}{2}=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$.

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{\sqrt{4x-7}-1}{x^2-4}=\lim_{x\to 2^+}\frac{4}{(x+2)\left(\sqrt{4x-7}+1\right)}=\frac{1}{2}=\lim_{x\to 2^-} f(x).$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^+} f(x)=\frac{1}{2}=\lim_{x\to 2} f(x)=f(2).$$

Vậy hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

b, c) Ta có: $g(2)=\dfrac{-1-2}{12}=-\dfrac{1}{4}$; $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{-1-x}{12}\right)=-\dfrac{1}{4}$;

$$\lim_{x\to 2^+} g(x)=\lim_{x\to 2^+}\left(\frac{\sqrt{x+2}-2}{2-x}\right)=\lim_{x\to 2^+}\frac{x+2-4}{(2-x)(\sqrt{x+2}+2)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{-1}{\sqrt{x+2}+2}=-\frac{1}{4}.$$

Suy ra $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=-\dfrac{1}{4}=g(2)$.

Vậy hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

d) Vì hàm số $y=f(x)$ và hàm số $y=g(x)$ liên tục tại $x_0=2$ nên hàm số $y=\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}$ liên tục tại điểm $x_0=2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x}+\sqrt{x+4}-4}{x}$.

Lời giải

Trả lời: $1,25$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sqrt{1+x}+\sqrt{x+4}-4}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(2\sqrt{1+x}-2\right)+\left(\sqrt{x+4}-2\right)}{x}$

$$=\lim_{x\to 0}\left[\frac{2\left(\sqrt{1+x}-1\right)}{x}+\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}\right]=\lim_{x\to 0}\left[\frac{2}{\sqrt{1+x}+1}+\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}\right]=1+\frac{1}{4}=1,25.$$

Câu 2: Cho hàm số $H(t)=\begin{cases}0 \text{ khi } t<0\\ 1 \text{ khi } t\ge 0\end{cases}$ (hàm Heaviside, thường được dùng để mô tả việc chuyển trạng thái tắt/mở của dòng điện tại thời điểm $t=0$). Tính $\lim\limits_{t\to 0^-} H(t)$.

Lời giải

Trả lời: 0

Với dãy số (t_n) bất kì sao cho $t_n < 0$ và $t_n \to 0$, ta có $H(t_n) = 0$.

Do đó $\lim\limits_{t\to 0^-} H(t) = \lim\limits_{n\to+\infty} H(t_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} 0 = 0$.

Câu 3: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{4x+4}-2}$ bằng

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{4x+4}-2} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-1)\left(\sqrt[3]{(4x+4)^2}+2\sqrt[3]{4x+4}+4\right)}{(4x+4-8)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)}$

$= \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-1)\left(\sqrt[3]{(4x+4)^2}+2\sqrt[3]{4x+4}+4\right)}{4(x-1)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\left(\sqrt[3]{(4x+4)^2}+2\sqrt[3]{4x+4}+4\right)}{4\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)} = 1.$

Câu 4: Biết rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right) = a\sqrt{5}+b$, $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $S = 5a+b$

Lời giải

Trả lời: -1

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{5x^2+2x}+x\sqrt{5}\right) = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{5x^2+2x}-x\sqrt{5}}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{-\sqrt{5+\dfrac{2}{x}}-\sqrt{5}} = \dfrac{2}{-2\sqrt{5}} = -\dfrac{1}{\sqrt{5}} = -\dfrac{1}{5}\sqrt{5} = a\sqrt{5}+b \longrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{5} \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow S = 5a+b = -1.$

Câu 5: Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x\ (m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; $0{,}12$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc cho mỗi mét khối sản phẩm. Gọi $C(x)$ là chi phí sản suất $x\ (m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\overline{C}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\overline{C}(x)$

Lời giải

Trả lời: 0,12

Chi phí mỗi ngày là tổng các chi phí nên $C(x) = 0{,}12x+3$ (triệu đồng).

Chi phí trung bình trên mỗi khối sản phẩm là $\overline{C}(x) = \dfrac{0{,}12x+3}{x} = 0{,}12+\dfrac{3}{x}$.

$$\lim_{x\to+\infty}\overline{C}(x)=\lim_{x\to+\infty}(0,12+\frac{3}{x})=0,12.$$

Câu 6: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1+4x}-\sqrt[3]{1+6x}}{x^2}$.

Lời giải

Trả lời: 2

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+4x}-\sqrt[3]{1+6x}}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+4x}-(2x+1)+(2x+1)-\sqrt[3]{1+6x}}{x^2}$$

$$=\lim_{x\to0}\left[\frac{-4}{\left(\sqrt{1+4x}+(2x+1)\right)}+\frac{8x+12}{\left((2x+1)^2+(2x+1)\sqrt[3]{1+6x}+\sqrt[3]{(1+6x)^2}\right)}\right]=\frac{-4}{2}+\frac{12}{3}=2.$$