CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI: LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng:

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{-2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 2: Cho $a=\frac{1}{256}$ và $b=\frac{1}{27}$. Tính $A=a^{-\frac{3}{4}}+b^{-\frac{4}{3}}$

A. 23. **B.** 89. **C.** 145. **D.** 26.

Câu 3: Giá trị của biểu thức $P=\frac{2^5.2^{-3}+5^{-4}.5^5}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}$ là

A. -10. **B.** 10. **C.** $-\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Câu 4: Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{7}{2}}:\sqrt{b}$ với $b>0$.

A. $Q=b^{\frac{9}{2}}$. **B.** $Q=b^3$. **C.** $Q=b^{\frac{7}{4}}$. **D.** $Q=b^4$.

Câu 5: Rút gọn biểu thức thức $P=\frac{x^{\frac{5}{4}}y+y^{\frac{5}{4}}x}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}},(x,y>0)$

A. $P=xy$. **B.** $P=\frac{x}{y}$. **C.** $P=\sqrt[4]{xy}$. **D.** $P=\sqrt[4]{\frac{x}{y}}$.

Câu 6: Giá trị biểu thức $P=\left(\frac{1}{3}\right)^{-10}.27^{-3}$ bằng

A. $P=30$. **B.** $P=10$. **C.** $P=3$. **D.** 9.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$.

A. $b^{\frac{4}{3}}$. **B.** b^2. **C.** $b^{\frac{5}{9}}$. **D.** $b^{\frac{-4}{3}}$.

Câu 8: Giá trị biểu thức $\frac{(2-\sqrt{3})^{2023}}{(2+\sqrt{3})^{-2024}}$ bằng

A. $\left(2-\sqrt{3}\right)^{4037}$. **B.** $2-\sqrt{3}$. **C.** $2+\sqrt{3}$. **D.** 1.

Câu 9: Cho các số thực x, y thỏa $5^x=\frac{1}{2}$, $5^y=\frac{1}{3}$. Khi đó giá trị biểu thức $\frac{2^x.10^y+2^y.10^x}{10^{x+y}}$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 10: Năm 2025, dân số của một quốc gia châu Á là 19 triệu người. Người ta ước tình rằng dân số của quốc gia này sẽ tăng gấp đôi sau 30 năm nữa. Khi đó dân số A (triệu người) của quốc gia đó sau t năm kể từ năm 2025 được ước tính bằng công thức $A=19.2^{\frac{t}{30}}$. Hỏi với tốc độ tăng dân số như vậy thì sau 20 năm nữa, dân số quốc gia này sẽ là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số hàng triệu)

A. 29 triệu người. **B.** 30 triệu người.

C. 31 triệu người. **D.** 32 triệu người.

Câu 11: Tờ tiền mệnh giá 500000 VND có kích thước chiều dài $1,52.10^{-1}m$; chiều rộng $6,5.10^{-2}m$; bề dày $10^{-4}m$; nặng $10^{-3}kg$. Ngày 05/07/2023 công ty Xổ số điện toán Việt Nam thông báo ông An ở thành phố Thái Bình trúng thưởng trị giá 39 tỷ đồng. Công ty Xổ số điện toán Việt Nam đã trả thưởng cho ông An bằng tiền mặt toàn loại tiền mệnh giá 500000 VND. Ông An nhận được số kilogam tiền là

A. 78. **B.** $7,8$. **C.** 780. **D.** 87.

Câu 12: Nếu một khoản tiền gốc P được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r, được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền A nhận được sau N kì gửi cho bởi công thức sau $A=P\left(1+\frac{r}{n}\right)^N$. Bác An gửi tiết kiệm theo kì hạn một năm với lãi suất không đổi là 7.2% một năm thì sau 5 năm bác thu được số tiền là $141.570.878$ đồng. Số tiền ban đầu bác An đã gửi là?.

A. $100.000.000$. **B.** $120.000.000$.

C. $110.000.000$. **D.** $90.000.000$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\frac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{5}}}}\cdot\frac{2}{5}$

a) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}}-\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}}=0$

b) $\sqrt[7]{\frac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{5}}}=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=24$

c) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\frac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{5}}}}=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=88$

d) $\sqrt[3]{\frac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\frac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{5}}}}\cdot\frac{2}{5}=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=151$

Câu 2: Một người gửi số tiền 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép.

a) Lãi suất của ngân hàng là $0,65$ trong một năm

b) Sau khi gửi 1 năm, số tiền mà người đó có trong ngân hàng là $532\,500\,000$ đồng

c) Sau khi gửi 3 năm, số tiền mà người đó có trong ngân hàng nhiều hơn $600\,000\,000$ đồng.

d) Do thiếu tiền nên ở cuối năm thứ 3, người đó đã rút 100 triệu đồng từ ngân hang và tiếp tục gửi thêm 2 năm nữa thì rút toàn bộ số tiền. Lúc này người này có số tiền ít hơn $670\,000\,000$ đồng.

Câu 3: Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Sau năm 2019.

a) Công thức sau n năm thì diện tích trồng rừng của tỉnh A là $A = 1000.(1+0,06)^{n+1}$.

b) Vào năm 2032, diện tích rừng năm đó hơn gấp đôi năm 2019.

c) Vào năm 2025 thì diện tích rừng năm đó đạt trên 1400 ha.

d) Diện tích rừng vào hai năm sau kể từ năm 2019 sẽ đạt 1123,6 ha.

Câu 4: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A = P \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 6% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại là 95 triệu đồng.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 84,64 triệu đồng.

b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là 5,13%

c) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau 14 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho x, y là các số thực dương. Giả sử $\left(\sqrt[5]{x^3}.y^{\frac{2}{5}}\right)^2 = x^a.y^b$ với $a;b$ là số hữu tỷ. Tính $a+b$

Câu 2: Biết rằng $3^x = 5$, giá trị của biểu thức $P = 81^x + \sqrt[4]{3^x}.\sqrt[4]{27^x}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Công ty FTK về mua bán xe ô tô đã qua sử dụng, sau khi khảo sát thị trường 6 tháng đã đưa ra công thức chung về giá trị còn lại của ô tô 4 chỗ kể từ khi đưa vào sử dụng *(các loại xe 4 chỗ không sử dụng mục đích kinh doanh)* được tính $P(t) = A \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{4}}$. Trong đó A là giá tiền ban đầu mua xe, t là số năm kể từ khi đưa vào sử dụng. Giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng có dạng $768.601.abc$, với $a;b;c$ là các số nguyên, tính giá trị $S = a+b+c$?. Biết giá trị mua xe ban đầu là 920 triệu.

Câu 4: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \dfrac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4.2^x - 4.2^{-x}}$ có giá trị bằng

Câu 5: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

Câu 6: Bác An gửi tiết kiệm số tiền 300 triệu đồng kì hạn 12 tháng với lãi suất kép 5% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Sau ba năm vì cần tiền nên bác An đến ngân hàng rút ra 100 triệu đồng, phần còn lại vẫn tiếp tục gửi. Hết bốn năm tiếp theo, bác An lại đến ngân hàng rút toàn bộ tiền tiết kiệm (cả gốc và lãi) về, hỏi bác An sẽ thu về được bao nhiêu tiền? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tính giá trị biểu thức trong các trường hợp sau:

a) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $4^x = 5; 4^y = 3$. Tính 4^{x+y}

b) Cho a là số thực dương thỏa mãn $a^{2b} = 3$. Tính $K = 2a^{6b} + 4$.

c) Biết rằng α ; β là các số thực thỏa mãn $2^\beta\left(2^\alpha + 2^\beta\right) = 8\left(2^{-\alpha} + 2^{-\beta}\right)$. Tính $\alpha + 2\beta$

Câu 2: Tính giá trị biểu thức trong các trường hợp sau:

a) Tính giá trị biểu thức $A = 3\left(3^{3x} + 3^{-3x}\right)$ biết $3^x + 3^{-x} = 4$.

b) Biết $4^x + 4^{-x} = 23$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$

c) Cho $9^x + 9^{-x} = 47$. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{13 + 3^x + 3^{-x}}{2 - 3^x - 3^{-x}}$

Câu 3: Nếu một khoản tiền gốc P được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r (r được biểu thị dưới dạng số thập phân), được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền A nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau N kì gửi cho bởi công thức sau: $A = P\left(1 + \dfrac{r}{n}\right)^N$. Hỏi nếu bác An gửi tiết kiệm số tiền 120 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 5% một năm, thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của bác An sau 2 năm là bao nhiêu?

Câu 4: Năm 2021, dân số của một quốc gia ở châu Á là 19 triệu người. Người ta ước tính rằng dân số của quốc gia này sẽ tăng gấp đôi sau 30 năm nữa. Khi đó dân số A (triệu người) của quốc gia đó sau t năm kể từ năm 2021 được ước tính bằng công thức $A = 19 \cdot 2^{\frac{t}{30}}$. Hỏi với tốc độ tăng dân số như vậy thì sau 20 năm nữa dân số của quốc gia này sẽ là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng triệu).

Câu 5: Ông Đại mới xin được việc làm nên gửi tiết kiệm vào ngân hàng với hình thức cứ mỗi đầu tháng đóng vào 5 triệu đồng với lãi suất 0,33%/ tháng. Tính số tiền mà ông Đại thu được từ ngân hàng sau 5 năm.

Câu 6: Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100000000 đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là $1,2\%$ và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng:

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{-2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Với $a>0$, ta có $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}=\sqrt{a.a^{\frac{1}{3}}}=\sqrt{a^{\frac{4}{3}}}=a^{\frac{4}{6}}=a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 2: Cho $a=\frac{1}{256}$ và $b=\frac{1}{27}$. Tính $A=a^{-\frac{3}{4}}+b^{-\frac{4}{3}}$

A. 23. **B.** 89. **C.** 145. **D.** 26.

Lời giải

Thay $a=\frac{1}{256}$, $b=\frac{1}{27}$ vào $A=a^{-\frac{3}{4}}+b^{-\frac{4}{3}}$ ta được

$$A=a^{-\frac{3}{4}}+b^{-\frac{4}{3}}=\left(\frac{1}{256}\right)^{-\frac{3}{4}}+\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{4}{3}}=\left(4^{-4}\right)^{-\frac{3}{4}}+\left(3^{-3}\right)^{-\frac{4}{3}}=4^3+3^4=145.$$

Câu 3: Giá trị của biểu thức $P=\frac{2^5.2^{-3}+5^{-4}.5^5}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}$ là

A. -10. **B.** 10. **C.** $-\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=\frac{2^5.2^{-3}+5^{-4}.5^5}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}=\frac{2^{5-3}+5^{5-4}}{10^{-3+2}-1}=\frac{4+5}{\frac{1}{10}-1}=-10$.

Câu 4: Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{7}{2}}:\sqrt{b}$ với $b>0$.

A. $Q=b^{\frac{9}{2}}$. **B.** $Q=b^3$. **C.** $Q=b^{\frac{7}{4}}$. **D.** $Q=b^4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có. $Q=b^{\frac{7}{2}}:\sqrt{b}=b^{\frac{7}{2}}:b^{\frac{1}{2}}=b^3$

Câu 5: Rút gọn biểu thức thức $P=\frac{x^{\frac{5}{4}}y+y^{\frac{5}{4}}x}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}},(x,y>0)$

A. $P=xy$. **B.** $P=\frac{x}{y}$. **C.** $P=\sqrt[4]{xy}$. **D.** $P=\sqrt[4]{\frac{x}{y}}$.

Lời giải

Chọn A

$$P=\frac{x^{\frac{5}{4}}y+y^{\frac{5}{4}}x}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}=\frac{xy\left(\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}\right)}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}=xy.$$

Câu 6: Giá trị biểu thức $P=\left(\frac{1}{3}\right)^{-10}.27^{-3}$ bằng

A. $P=30$. **B.** $P=10$. **C.** $P=3$. **D.** 9.

Lời giải

Ta có: $P=\left(\frac{1}{3}\right)^{-10}.27^{-3}=3^{10}.3^{-9}=3$

Câu 7: Rút gọn biểu thức $b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$.

A. $b^{\frac{4}{3}}$. **B.** b^{2}. **C.** $b^{\frac{5}{9}}$. **D.** $b^{\frac{-4}{3}}$.

Lời giải

Ta có: $b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}=b^{\frac{5}{3}}:b^{\frac{1}{3}}=b^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}}=b^{\frac{4}{3}}$

Câu 8: Giá trị biểu thức $\frac{(2-\sqrt{3})^{2023}}{(2+\sqrt{3})^{-2024}}$ bằng

A. $\left(2-\sqrt{3}\right)^{4037}$. **B.** $2-\sqrt{3}$. **C.** $2+\sqrt{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có:

$$\frac{(2-\sqrt{3})^{2023}}{(2+\sqrt{3})^{-2024}}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{2023}.\left(2+\sqrt{3}\right)^{2024}=\left[\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)\right]^{2023}.\left(2+\sqrt{3}\right)$$

$$=1^{2023}.\left(2+\sqrt{3}\right)=2+\sqrt{3}$$

Câu 9: Cho các số thực x, y thỏa $5^x=\frac{1}{2}$, $5^y=\frac{1}{3}$. Khi đó giá trị biểu thức $\frac{2^x.10^y+2^y.10^x}{10^{x+y}}$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Ta có:

$$\frac{2^x.10^y+2^y.10^x}{10^{x+y}}=\frac{2^x.10^y+2^y.10^x}{10^x.10^y}=\frac{2^x.10^y}{10^x.10^y}+\frac{2^y.10^x}{10^x.10^y}$$

$$=\frac{2^x}{10^x}+\frac{2^y}{10^y}=\frac{1}{5^x}+\frac{1}{5^y}=2+3=5$$

Câu 10: Năm 2025, dân số của một quốc gia châu Á là 19 triệu người. Người ta ước tình rằng dân số của quốc gia này sẽ tăng gấp đôi sau 30 năm nữa. Khi đó dân số A (triệu người) của quốc gia đó sau t năm kể từ năm 2025 được ước tính bằng công thức $A=19.2^{\frac{t}{30}}$. Hỏi với tốc độ tăng dân số như vậy thì sau 20 năm nữa, dân số quốc gia này sẽ là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số hàng triệu)

A. 29 triệu người. **B.** 30 triệu người.

C. 31 triệu người. **D.** 32 triệu người.

Lời giải

Với $t=20$ thì dân số quốc gia này sau 20 năm nữa là

$A=19.2^{\frac{20}{30}}\approx 30$ (triệu người)

Câu 11: Tờ tiền mệnh giá 500000 VND có kích thước chiều dài $1,52.10^{-1}m$; chiều rộng $6,5.10^{-2}m$; bề dày $10^{-4}m$; nặng $10^{-3}kg$. Ngày 05/07/2023 công ty Xổ số điện toán Việt Nam thông báo ông An ở thành phố Thái Bình trúng thưởng trị giá 39 tỷ đồng. Công ty Xổ số điện toán Việt Nam đã trả thưởng cho ông An bằng tiền mặt toàn loại tiền mệnh giá 500000 VN**D.** Ông An nhận được số kilogam tiền là

A. 78. **B.** $7,8$. **C.** 780. **D.** 87.

Lời giải

Ta có $39.000.000.000 = 3,9.10^{10}; 500000 = 5.10^5$.

Số tờ tiền mệnh giá 500000 VND mà ông An nhận được $\dfrac{3,9.10^{10}}{5.10^5} = 7,8.10^4$ tờ.

Một tờ tiền mệnh giá 500000 VND nặng $10^{-3}kg$ nên $7,8.10^4 \times 10^{-3} = 78kg$.

Vậy ông An nhận được $78kg$ tiền.

Câu 12: Nếu một khoản tiền gốc P được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r, được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền A nhận được sau N kì gửi cho bởi công thức sau $A = P\left(1+\dfrac{r}{n}\right)^N$. Bác An gửi tiết kiệm theo kì hạn một năm với lãi suất không đổi là 7.2% một năm thì sau 5 năm bác thu được số tiền là $141.570.878$ đồng. Số tiền ban đầu bác An đã gửi là?.

A. $100.000.000$. **B.** $120.000.000$. **C.** $110.000.000$. **D.** $90.000.000$.

Lời giải

Gọi P là số tiền gửi ban đầu thì $n = 1; N = 5; r = 0,072$ ta có

$141.570.878 = P.(1+0,072)^5 \Rightarrow P = \dfrac{141.570.878}{(1+0,072)^5} = 99999999,7$ đồng.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}}}}\cdot\dfrac{2}{5}$

a) $\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}} - \left(\dfrac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0$

b) $\sqrt[7]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}}} = \left(\dfrac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=24$

c) $\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}}}} = \left(\dfrac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=88$

d) $\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}}}}\cdot\dfrac{2}{5} = \left(\dfrac{2}{5}\right)^{\frac{a}{b}}$, ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a+b=151$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Ta có: $\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}}}}\cdot\dfrac{2}{5} = \sqrt[3]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\dfrac{2}{5}\cdot\left(\dfrac{2}{5}\right)^{\frac{1}{3}}}}\cdot\dfrac{2}{5} = \sqrt[3]{\dfrac{2}{5}\cdot\sqrt[7]{\left(\dfrac{2}{5}\right)^{\frac{4}{3}}}}\cdot\dfrac{2}{5}$

$$=\sqrt[3]{\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{21}}}\cdot\frac{2}{5}=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{25}{63}}\cdot\frac{2}{5}=\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{88}{63}}.$$

Câu 2: Một người gửi số tiền 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép.

a) Lãi suất của ngân hàng là $0,65$ trong một năm

b) Sau khi gửi 1 năm, số tiền mà người đó có trong ngân hàng là $532\,500\,000$ đồng

c) Sau khi gửi 3 năm, số tiền mà người đó có trong ngân hàng nhiều hơn $600\,000\,000$ đồng.

d) Do thiếu tiền nên ở cuối năm thứ 3, người đó đã rút 100 triệu đồng từ ngân hang và tiếp tục gửi thêm 2 năm nữa thì rút toàn bộ số tiền. Lúc này người này có số tiền ít hơn $670\,000\,000$ đồng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai: Lãi suất ngân hàng là $0,065$ trong một năm.

b) Đúng: Sau một năm số tiền gửi là $500\left(1+6,5\%\right)^{1}=532,5$ (triệu đồng).

c) Đúng: Đến hết năm thứ ba, số tiền người đó có được là $500\left(1+6,5\%\right)^{3}>600$ triệu đồng.

d) Sai: Sau khi rút về 100 triệu đồng và tiếp tục gửi trong vòng 2 năm tiếp theo, người đó có số tiền là $\left[500\left(1+6,5\%\right)^{3}-100\right].\left(1+6,5\%\right)^{2}\approx 571,621$ triệu đồng. Tổng số tiền người đó có được sau 5 năm (sau khi làm tròn) là $571,621+100=671,621$ triệu đồng, gần nhất với 671,620 triệu đồng.

Câu 3: Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Sau năm 2019.

a) Công thức sau n năm thì diện tích trồng rừng của tỉnh A là $A=1000.\left(1+0,06\right)^{n+1}$.

b) Vào năm 2032, diện tích rừng năm đó hơn gấp đôi năm 2019.

c) Vào năm 2025 thì diện tích rừng năm đó đạt trên 1400 ha.

d) Diện tích rừng vào hai năm sau kể từ năm 2019 sẽ đạt 1123,6 ha.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Áp dụng công thức $A=a\left(1+r\right)^{n}$

a) Sai: Ta có sau n năm thì diện tích trồng mới của tỉnh A là: $A=1000\left(1+0,06\right)^{n}$.

b) Đúng: $1000.\left(1+0,06\right)^{n}>2000\Rightarrow 1,06^{n}>1\Rightarrow n>11,8$.

Vào năm 2032, diện tích rừng năm đó hơn gấp đôi năm 2019.

c) Đúng: Theo đề bài, ta có $1000.\left(1+0,06\right)^{n}>1400\Rightarrow 1,06^{n}>1,4\Rightarrow n>5,774$

Vậy vào năm 2025 thì diện tích rừng mới năm đó đạt trên 1400 ha.

d) Đúng: $n=2\Rightarrow 1000\left(1+0,06\right)^{2}=1123,6$ ha.

Câu 4: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A = P\cdot\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 6% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại là 95 triệu đồng.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 84,64 triệu đồng.

b) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là 5,13%

c) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau 14 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) Sai: Theo công thức $A = P.\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$ ta có: $A = 100.\left(1-\frac{6}{100}\right)^1 = 94$ triệu đồng

Vậy sức mua của 100 triệu đồng sau một năm với tỉ lệ lạm phát là 6% một năm chỉ còn lại khoảng 94 triệu đồng.

b) Đúng: Theo công thức $A = P.\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$ ta có: $A = 100.\left(1-\frac{8}{100}\right)^2 = 84,64$ triệu đồng

Vậy sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm với tỉ lệ lạm phát là 8% một năm chỉ còn lại khoảng 84,64 triệu đồng.

c) Đúng: Thay $P = 100$ triệu đồng, $A = 90$ triệu đồng, $n = 2$ vào phương trình ta có:

$$90 = 100.\left(1-\frac{r}{100}\right)^2 \Rightarrow r = 5,13\%$$

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là khoảng 5.13 %.

d) Đúng: Thay $P = 1$ và $A = \frac{1}{2}$ vào phương trình ta có: $\frac{1}{2} = \left(1-\frac{r}{100}\right)^n$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = n\ln\left(1-\frac{r}{100}\right) \Leftrightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln\left(1-\frac{r}{100}\right)} \Leftrightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln\left(1-\frac{5}{100}\right)} \approx 13,51$$

Vậy sau khoảng 14 năm thì sức mua của số tiền ban đầu sẽ chỉ còn lại một nửa nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho x, y là các số thực dương. Giả sử $\left(\sqrt[5]{x^3}.y^{\frac{2}{5}}\right)^2 = x^a.y^b$ với $a;b$ là số hữu tỷ. Tính $a+b$

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $\left(\sqrt[5]{x^3}.y^{\frac{2}{5}}\right)^2 = \left(x^{\frac{3}{5}}.y^{\frac{2}{5}}\right)^2 = x^{\frac{6}{5}}.y^{\frac{4}{5}} = x^a.y^b \Rightarrow a = \frac{6}{5},\ b = \frac{4}{5} \Rightarrow a+b = 2$.

Câu 2: Biết rằng $3^x = 5$, giá trị của biểu thức $P = 81^x + \sqrt[4]{3^x}.\sqrt[4]{27^x}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 630

Ta có: $P=81^x+\sqrt[4]{3^x}.\sqrt[4]{27^x}=\left(3^4\right)^x+\sqrt[4]{3^x.27^x}=\left(3^x\right)^4+\sqrt[4]{\left(3^x\right)^4}=5^4+5=630$.

Câu 3: Công ty FTK về mua bán xe ô tô đã qua sử dụng, sau khi khảo sát thị trường 6 tháng đã đưa ra công thức chung về giá trị còn lại của ô tô 4 chỗ kể từ khi đưa vào sử dụng *(các loại xe 4 chỗ không sử dụng mục đích kinh doanh)* được tính $P(t)=A\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{4}}$. Trong đó A là giá tiền ban đầu mua xe, t là số năm kể từ khi đưa vào sử dụng. Giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng có dạng $768.601.abc$, với $a;b;c$ là các số nguyên, tính giá trị $S=a+b+c$?. Biết giá trị mua xe ban đầu là 920 triệu.

Lời giải

Trả lời: 7

Ta có: $A=920$ triệu; $t=2,5$ năm

Vậy giá trị còn lại của xe ô tô sau 30 tháng đưa vào sử dụng là:

$$P(2,5)=920.\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2,5}{4}}=768.601.304\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=0\Rightarrow S=7\\c=4\end{cases}$$

Câu 4: Cho $4^x+4^{-x}=7$. Biểu thức $P=\dfrac{5+2^x+2^{-x}}{8-4.2^x-4.2^{-x}}$ có giá trị bằng

Lời giải

Trả lời: -2

$4^x+4^{-x}=7\Leftrightarrow\left(2^x+2^{-x}\right)^2=9\Leftrightarrow 2^x+2^{-x}=3.$

Suy ra $P=\dfrac{5+2^x+2^{-x}}{8-4.2^x-4.2^{-x}}=\dfrac{5+3}{8-12}=-2.$

Câu 5: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

Lời giải

Trả lời: 2026

Từ công thức $S=A.e^{Nr}\Leftrightarrow N=\dfrac{1}{r}\ln\dfrac{S}{A}$ với $A=78685800$, $r=1,7\%=0,017$, $S=120000000$

Vậy $N=\dfrac{1}{0,017}\ln\dfrac{120000000}{78685800}\Leftrightarrow N\approx 24,83$ (năm)

Vậy sau 25 năm thì dân số nước ta ở mức 120 triệu người hay đến năm 2026 thì dân số nước ta ở mức 120 triệu người.

Câu 6: Bác An gửi tiết kiệm số tiền 300 triệu đồng kì hạn 12 tháng với lãi suất kép 5% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Sau ba năm vì cần tiền nên bác An đến ngân hàng rút ra 100 triệu đồng, phần còn lại vẫn tiếp tục gửi. Hết bốn năm tiếp theo, bác An lại đến ngân hàng rút toàn bộ tiền tiết kiệm (cả gốc và lãi) về, hỏi bác An sẽ thu về được bao nhiêu tiền? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 301

Số tiền cả gốc và lãi bác An có được sau 3 năm là $A_1 = P_1(1+r)^{N_1}$ với $P_1 = 300; r = 0,05; N_1 = 3$

Bác An rút về 100 triệu đồng nên số tiền còn lại tiếp tục gửi tiết kiệm là $P_2 = A_1 - 100$.

Hết 4 năm tiếp theo, số tiền cả gốc và lãi bác An thu được là $A_2 = P_2.(1,05)^4 \approx 300,580$ (triệu đồng).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tính giá trị biểu thức trong các trường hợp sau:

a) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $4^x = 5; 4^y = 3$. Tính 4^{x+y}

b) Cho a là số thực dương thỏa mãn $a^{2b} = 3$. Tính $K = 2a^{6b} + 4$.

c) Biết rằng α ; β là các số thực thỏa mãn $2^\beta\left(2^\alpha + 2^\beta\right) = 8\left(2^{-\alpha} + 2^{-\beta}\right)$. Tính $\alpha + 2\beta$

Lời giải

a) $4^{x+y} = 4^x.4^y = 5.3 = 15$.

b) Ta có: $K = 2a^{6b} + 4 = 2\left(a^{2b}\right)^3 + 4 = 58$.

c) Ta có: $2^\beta\left(2^\alpha + 2^\beta\right) = 8\left(2^{-\alpha} + 2^{-\beta}\right) \Leftrightarrow 2^\beta\left(2^\alpha + 2^\beta\right) = 8\left(\dfrac{2^\alpha + 2^\beta}{2^{\alpha+\beta}}\right) \Leftrightarrow 2^\beta.2^{\alpha+\beta} = 8$

$\Leftrightarrow 2^{\alpha+2\beta} = 2^3 \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = 3$.

Câu 2: Tính giá trị biểu thức trong các trường hợp sau:

a) Tính giá trị biểu thức $A = 3\left(3^{3x} + 3^{-3x}\right)$ biết $3^x + 3^{-x} = 4$.

b) Biết $4^x + 4^{-x} = 23$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$

c) Cho $9^x + 9^{-x} = 47$. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{13 + 3^x + 3^{-x}}{2 - 3^x - 3^{-x}}$

Lời giải

a) Ta có:

$3^x + 3^{-x} = 4 \Leftrightarrow \left(3^x + 3^{-x}\right)^3 = 4^3 \Leftrightarrow 3^{3x} + 3^{-3x} + 3.3^x.3^{-x}\left(3^x + 3^{-x}\right) = 64 \Rightarrow 3^{3x} + 3^{-3x} = 52$.

Vậy $A = 3\left(3^{3x} + 3^{-3x}\right) = 3.52 = 156$.

b) Ta có: $4^x + 4^{-x} = 23 \Leftrightarrow 2^{2x} + 2 + 2^{-2x} = 25 \Leftrightarrow \left(2^x + 2^{-x}\right)^2 = 25 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 5$

(Do $2^x + 2^{-x} > 0$). Vậy $P = 2^x + 2^{-x} = 5$.

c) Ta có $\left(3^x + 3^{-x}\right)^2 = 9^x + 9^{-x} + 2 \Leftrightarrow \left(3^x + 3^{-x}\right)^2 = 49 \Leftrightarrow 3^x + 3^{-x} = 7$.

Do vậy $P = \dfrac{13 + 3^x + 3^{-x}}{2 - 3^x - 3^{-x}} = \dfrac{13 + 3^x + 3^{-x}}{2 - \left(3^x + 3^{-x}\right)} = \dfrac{13 + 7}{2 - 7} = -4$. Vậy $P = \dfrac{13 + 3^x + 3^{-x}}{2 - 3^x - 3^{-x}} = -4$.

Câu 3: Nếu một khoản tiền gốc P được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r(r được biểu thị dưới dạng số thập phân), được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền A nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau N kì gửi cho bởi công thức sau: $A = P\left(1 + \dfrac{r}{n}\right)^N$. Hỏi nếu bác An gửi tiết kiệm số tiền

120 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 5% một năm, thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của bác An sau 2 năm là bao nhiêu?

Lời giải

Với số tiền gốc $P=120$ triệu đồng, lãi suất $r=0.05$ (vì lãi suất được biểu thị dưới dạng số thập phân), và số kỳ gửi trong một năm $n=2$ (vì một năm có 2 kỳ gửi 6 tháng), số kỳ gửi trong 2 năm là $N=4$.

Áp dụng công thức tính lãi suất kép: $A=P\left(1+\frac{r}{n}\right)^N=120\left(1+\frac{0.05}{2}\right)^4\approx 136.047$ triệu đồng.

Vậy sau 2 năm, bác An sẽ nhận được khoản tiền là khoảng 136.047 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi).

Câu 4: Năm 2021, dân số của một quốc gia ở châu Á là 19 triệu người. Người ta ước tính rằng dân số của quốc gia này sẽ tăng gấp đôi sau 30 năm nữa. Khi đó dân số A (triệu người) của quốc gia đó sau t năm kể từ năm 2021 được ước tính bằng công thức $A=19\cdot 2^{\frac{t}{30}}$. Hỏi với tốc độ tăng dân số như vậy thì sau 20 năm nữa dân số của quốc gia này sẽ là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng triệu).

Lời giải

Sau 30 năm, dân số của quốc gia sẽ tăng gấp đôi, tức là sẽ đạt mức 38 triệu người. Ta có công thức tính tỉ số tăng trưởng dân số là: $2=2^{\frac{t}{30}}$

Từ đó, ta có thể tìm được số năm tương ứng với tốc độ tăng dân số như vậy là:

$$\frac{t}{30}=\log_2 2=1\Rightarrow t=30.$$

Vậy sau 30 năm kễ từ năm 2021, tức là năm 2051, dân số của quốc gia này sẽ đạt mức 38 triệu người.

Để tính dân số sau 20 năm kể từ năm 2021, ta có thể tính tỉ số tăng trưởng dân số trong 20 năm như sau: $2^{\frac{20}{30}}=2^{\frac{2}{3}}$

Vậy dân số của quốc gia này sau 20 năm, tức là năm 2041, sẽ đạt mức: $19\times 2^{\frac{2}{3}}\approx 27.076$ triệu người

Câu 5: Ông Đại mới xin được việc làm nên gửi tiết kiệm vào ngân hàng với hình thức cứ mỗi đầu tháng đóng vào 5 triệu đồng với lãi suất 0,33%/ tháng. Tính số tiền mà ông Đại thu được từ ngân hàng sau 5 năm.

Lời giải

Với a là số tiền ông Đại đóng vào hằng tháng, $r\%$ lãi suất ông Đại gửi tiết kiệm hằng tháng.

Gọi P_n là số tiền mà ông Đại thu được sau n tháng $(n\ge 1)$.

Suy ra

$P_1=a.(1+r\%)$.

$P_2=(P_1+a)(1+r\%)=a.(1+r\%)^2+a.(1+r\%)$

$P_3=(P_2+a)(1+r\%)=a.(1+r\%)^3+a.(1+r\%)^2+a.(1+r\%)$

……………………………………………………………………….

………………………………………………………………………….

$P_n=(P_{n-1}+a)(1+r\%)=a.(1+r\%)^n+a.(1+r\%)^{n-1}+...+a.(1+r\%)$

Xét cấp số nhân có số hạng đầu là $u_1=a.(1+r\%)$ và công bội $q=1+r\%$ thì

$P_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = u_1 \dfrac{1-q^n}{1-q}$.

Vậy số tiền ông Đại nhận được từ ngân hàng sau 5 năm là

$P_{60} = u_1 \dfrac{1-q^{60}}{1-q} = 5.(1,0033).\dfrac{1-(1,0033)^{60}}{0,0033} \approx 332$ triệu đồng.

Câu 6: Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền $100\,000\,000$ đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là $1,2\%$ và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

Lời giải

Gọi $m,\ r,\ T_n,\ a$ lần lượt là số tiền vay ngân hàng, lãi suất hàng tháng, tổng số tiền vay còn lại sau n tháng, số tiền trả đều đặn mỗi tháng.

Sau khi hết tháng thứ nhất $(n=1)$ thì còn lại: $T_1 = m(r+1) - a$.

Sau khi hết tháng thứ hai $(n=2)$ thì còn lại: $T_2 = \left[m(r+1)-a\right](r+1) - a$

$= m(r+1)^2 - a(r+1) - a = m(r+1)^2 - a(r+2) = m(r+1)^2 - \dfrac{a}{r}\left[(r+1)^2 - 1\right]$.

Sau khi hết tháng thứ ba $(n=3)$ thì còn:

$T_3 = \left[m(r+1)^2 - \dfrac{a}{r}\left[(r+1)^2-1\right]\right](r+1) - a = m(r+1)^3 - \dfrac{a}{r}\left[(r+1)^3 - 1\right]$.

Sau khi hết tháng thứ n thì còn lại: $T_n = m(r+1)^n - \dfrac{a}{r}\left[(r+1)^n - 1\right]$

Áp dụng công thức trên, ta có $T_n = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{m(r+1)^n r}{(r+1)^n - 1} = \dfrac{12.10^5\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60}}{\left(\dfrac{1,2}{100}+1\right)^{60} - 1}$.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ
VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI: LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng:

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

A. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $Q = b^{\frac{4}{3}}$. **C.** $Q = b^{\frac{5}{9}}$. **D.** $Q = b^2$.

Câu 3: So sánh ba số: $(0,2)^{0,3}$, $(0,7)^{3,2}$ và $\sqrt{3}^{0,2}$ ta được:

A. $(0,7)^{3,2} < (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2}$. **B.** $(0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2} < \sqrt{3}^{0,2}$.

C. $\sqrt{3}^{0,2} < (0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2}$. **D.** $(0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2} < (0,7)^{3,2}$.

Câu 4: Nếu $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2 < a < 3$. **B.** $a > 2$. **C.** $a < 3$. **D.** $a > 3$.

Câu 5: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{7}{12}}$. **C.** $P = x^{\frac{5}{8}}$. **D.** $P = x^{\frac{7}{24}}$.

Câu 6: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x.\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{7}{24}}$. **C.** $P = x^{\frac{15}{24}}$. **D.** $P = x^{\frac{7}{12}}$.

Câu 7: Rút gọn : $\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(a^{\frac{4}{9}}+a^{\frac{2}{9}}+1\right)\left(a^{\frac{2}{9}}-1\right)$ ta được.

A. $a^{\frac{1}{3}}+1$. **B.** $a^{\frac{1}{3}}-1$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}+1$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}-1$.

Câu 8: Cho $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}$, $x > 0; y > 0$. Biểu thức rút gọn của P là.

A. $x-1$. **B.** $x+1$. **C.** $2x$. **D.** x.

Câu 9: Cho số thực a thỏa $2^a = 3$. Khi đó giá trị biểu thức $4^a + 3$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 10: Nếu một khoản tiền gốc T_0 được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r (được biểu thị dưới dạng số thập phân), được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền T_N nhận được sau N kì gửi được cho bởi công thức sau: $T_N = T_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^N$. Hỏi nếu anh A gửi tiết kiệm số tiền 200 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 5%/năm thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của anh A sau 2 năm khoảng bao nhiêu?

A. 220,7 triệu đồng. **B.** 220 triệu đồng.
C. 221,7 triệu đồng. **D.** 221 triệu đồng.

Câu 11: Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

Câu 12: Bác Nam đem gửi tổng số tiền 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đồng theo kỳ hạn ba tháng với lãi suất $2,1\%$ một quý. Số tiền còn lại bác Nam gửi theo kỳ hạn một tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác Nam đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác Nam.

A. 36080251 đồng. **B.** 36080254 đồng.
C. 36080255 đồng. **D.** 36080253 đồng.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $\sqrt[5]{2\cdot\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{2}}} = 2^{\frac{a}{b}}$ và $\sqrt[6]{3\cdot\sqrt[3]{3\cdot\sqrt{3}}} = 3^{\frac{m}{n}}$ trong đó ($\frac{a}{b},\frac{m}{n}$ là các phân số tối giản)

a) $a+b=13$
b) $m-n=3$
c) $\frac{a}{b}+\frac{m}{n}=\frac{11}{20}$
d) $\frac{a}{b}-\frac{m}{n}=\frac{1}{20}$

Câu 2: Cho biểu thức $A = 3^{2x-1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}+9^{x+1}$.

a) Cho $3^x=2$. Thì $A=37$
b) Cho $3^x=1$. Thì $A=10$
c) Cho $3^x=3$. Thì $A=80$
d) Cho $3^x=4$. Thì $A=144$

Câu 3: Tại một xí nghiệp, công thức $P(t)=500.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giá trị còn lại của máy sau 3 năm sử dụng là 250 triệu đồng.		
b)	Giá trị còn lại của máy sau 4 năm 3 tháng sử dụng gần bằng 180 triệu đồng.		
c)	Sau 2 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 185 triệu đồng so với giá trị ban đầu.		
d)	Sau 1 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm $20,6\%$ so với giá trị ban đầu của nó.		

Câu 4: Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp với lãi suất $0,5\%$ / tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian trả nợ.

a) Số tiền nợ sau 8 tháng là $796464780,4$.

b) Số tiền nợ sau 10 tháng là $744299339,8$.

c) Sau 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

d) Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 45 triệu đồng thì sau hai năm anh Nam trả hết nợ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $4^x+4^{-x}=14$, tính giá trị của biểu thức $P=2^x+2^{-x}$.

Câu 2: Cho $9^x+9^{-x}=23$. Khi đó biểu thức $A=\frac{5+3^x+3^{-x}}{1-3^x-3^{-x}}=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Tích $a.b$ bằng

Câu 3: Cho x là số thực dương. Biết $\sqrt{x.\sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt[3]{x}}}}=x^{\frac{b}{a}}$ với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

Câu 4: Trong khuôn viên một trường đại học có 5000 sinh viên, một sinh viên vừa trở về sau kì nghỉ và bị nhiễm virus cúm truyền nhiễm kéo dài. Sự lây lan này được mô hình hóa bởi công thức $y=\frac{5000}{1+4999e^{-0,8t}},\forall t\ge 0$. Trong đó y là tổng số học sinh bị nhiễm sau t ngày. Các trường đại học sẽ cho các lớp học nghỉ khi có nhiều hơn hoặc bằng 40% số sinh viên bị lây nhiễm. Sau ít nhất bao nhiêu ngày thì trường cho các lớp nghỉ học?

Câu 5: Trong năm 2022, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 7% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Hỏi năm 2030, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là tính theo ha? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) là bao nhiêu?

Câu 6: Bác An gửi ngân hàng số tiền 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép với kỳ hạn 6 tháng với lãi suất $3,5\%$ / kỳ. Số tiền cả vốn và lãi được ngân hàng tính theo công thức $T=T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gốc và n là số kỳ đã gửi. Hỏi sau 3 năm bác An mới rút tiền thì bác thu được số tiền lãi là bao nhiêu triệu đồng? (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Biết $4^x + 25^y = 10$. Giá trị của biểu thức $T = \dfrac{x+y}{xy}$ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Biết $9^\alpha = \dfrac{1}{2}$. Tính $B = \left(3^\alpha + 3^{-\alpha}\right)^2 - \left(81^\alpha + 81^{-\alpha}\right)$.

Câu 3: Rút gọn biểu thức sau: $B = \dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ với $a > 0$.

Câu 4: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4.10^5\, m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là bao nhiêu?

Câu 5: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0)\cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 10 phút thì số lượng vi khuẩn A là bao nhiêu?

Câu 6: Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200000000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng:

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

$P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

A. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $Q = b^{\frac{4}{3}}$. **C.** $Q = b^{\frac{5}{9}}$. **D.** $Q = b^2$.

Lời giải

$Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b} = b^{\frac{5}{3}} : b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}}$.

Câu 3: So sánh ba số: $(0,2)^{0,3}$, $(0,7)^{3,2}$ và $\sqrt{3}^{0,2}$ ta được:

A. $(0,7)^{3,2} < (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2}$. **B.** $(0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2} < \sqrt{3}^{0,2}$.

C. $\sqrt{3}^{0,2} < (0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2}$. **D.** $(0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2} < (0,7)^{3,2}$.

Lời giải

$(0,2)^{0,3} = (0,2)^{\frac{3}{10}} = \left[(0,2)^3\right]^{\frac{1}{10}} = (0,008)^{\frac{1}{10}}$.

$(0,7)^{3,2} = (0,7)^{\frac{32}{10}} = \left[(0,7)^{32}\right]^{\frac{1}{10}}$.

$\sqrt{3}^{0,2} = (3)^{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{10}} = 3^{\frac{1}{10}}$.

Do $(0,7)^{32} < 0,008 < 3$ nên $(0,7)^{3,2} < (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,2}$.

Câu 4: Nếu $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $2 < a < 3$. **B.** $a > 2$. **C.** $a < 3$. **D.** $a > 3$.

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ và $(a-2)^{\frac{1}{4}} < (a-2)^{\frac{1}{3}}$ nên $a - 2 > 1 \Leftrightarrow a > 3$.

Câu 5: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{7}{12}}$. **C.** $P = x^{\frac{5}{8}}$. **D.** $P = x^{\frac{7}{24}}$.

Lời giải

$P = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}} = [x(x^3.x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}]^{\frac{1}{3}} = [x(x^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{4}}]^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{7}{24}} = x^{\frac{5}{8}}$

Câu 6: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x.\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{7}{24}}$. **C.** $P = x^{\frac{15}{24}}$. **D.** $P = x^{\frac{7}{12}}$.

Lời giải

Ta có: $P=\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^3.x^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^{\frac{7}{2}}}}=\sqrt[3]{x.x^{\frac{7}{8}}}=\sqrt[3]{x^{\frac{15}{8}}}=x^{\frac{15}{24}}$.

Câu 7: Rút gọn : $\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(a^{\frac{4}{9}}+a^{\frac{2}{9}}+1\right)\left(a^{\frac{2}{9}}-1\right)$ ta được.

A. $a^{\frac{1}{3}}+1$. **B.** $a^{\frac{1}{3}}-1$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}+1$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}-1$.

Lời giải

Ta có: $\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(a^{\frac{4}{9}}+a^{\frac{2}{9}}+1\right)\left(a^{\frac{2}{9}}-1\right)=\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left[\left(a^{\frac{2}{9}}\right)^3-1\right]=\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(a^{\frac{2}{3}}-1\right)=a^{\frac{4}{3}}-1$.

Câu 8: Cho $P=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}, x>0; y>0$. Biểu thức rút gọn của P là.

A. $x-1$. **B.** $x+1$. **C.** $2x$. **D.** x.

Lời giải

Với $x>0; y>0$ ta có:

$$P=\left(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1-2\sqrt{\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}\right)^{-1}=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\left(1-\sqrt{\frac{y}{x}}\right)^{-2}.$$

$$=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^{-2}=x.$$

Câu 9: Cho số thực a thỏa $2^a=3$. Khi đó giá trị biểu thức 4^a+3 bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Ta có: $4^a+3=\left(2^a\right)^2+3=3^2+3=12$.

Câu 10: Nếu một khoản tiền gốc T_0 được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r (được biểu thị dưới dạng số thập phân), được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền T_N nhận được sau N kì gửi được cho bởi công thức sau: $T_N=T_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^N$. Hỏi nếu anh A gửi tiết kiệm số tiền 200 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 5%/năm thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của anh A sau 2 năm khoảng bao nhiêu?

A. 220,7 triệu đồng. **B.** 220 triệu đồng.
C. 221,7 triệu đồng. **D.** 221 triệu đồng.

Lời giải

Ta có: $T_0=200$

$r=5\%$

$n=2$ (một năm nhận lãi 2 lần do kì hạn 6 tháng)

$N=4$ (do gửi 2 năm thì tính là 4 kì hạn)

Thế vào công thức ta được số tiền cả vốn lẫn lãi sau 2 năm là

$$T_N=200.\left(1+\frac{5\%}{2}\right)^4\approx 220,7 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 11: Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 210 triệu. **B.** 220 triệu. **C.** 212 triệu. **D.** 216 triệu.

Lời giải

Số tiền nhận về sau 1 năm của 100 triệu gửi trước là $100(1+2\%)^4$ triệu.

Số tiền nhận về sau 6 tháng của 100 triệu gửi sau là $100(1+2\%)^2$ triệu.

Vậy tổng số tiền là $100(1+2\%)^4+100(1+2\%)^2=212,283216(\approx 212,283)$ triệu.

Câu 12: Bác Nam đem gửi tổng số tiền 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đồng theo kỳ hạn ba tháng với lãi suất $2,1\%$ một quý. Số tiền còn lại bác Nam gửi theo kỳ hạn một tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác Nam đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác Nam.

A. 36080251 đồng. **B.** 36080254 đồng.
C. 36080255 đồng. **D.** 36080253 đồng.

Lời giải

Số tiền nhận về sau 15 tháng của 140 triệu gửi trước là $140.(1+2,1\%)^5$ triệu.

Số tiền nhận về sau 15 tháng của 180 triệu gửi sau là $180.(1+0,73\%)^{15}$ triệu.

Suy ra tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà bác Nam thu được là

$140.(1+2,1\%)^5+180.(1+0,73\%)^{15}\approx 356,080253$ triệu.

Suy ra số tiền lãi: $356,080253-320=360,80253=36080253$ đồng.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $\sqrt[5]{2\cdot\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{2}}}=2^{\frac{a}{b}}$ và $\sqrt[6]{3\cdot\sqrt[3]{3\cdot\sqrt{3}}}=3^{\frac{m}{n}}$ trong đó ($\frac{a}{b},\frac{m}{n}$ là các phân số tối giản)

a) $a+b=13$

b) $m-n=3$

c) $\frac{a}{b}+\frac{m}{n}=\frac{11}{20}$

d) $\frac{a}{b}-\frac{m}{n}=\frac{1}{20}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Ta có: $\sqrt[5]{2\cdot\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{2}}}=\sqrt[5]{2\cdot\sqrt[3]{2\cdot 2^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[5]{2\cdot\sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt[5]{2\cdot 2^{\frac{1}{2}}}=\sqrt[5]{2^{\frac{3}{2}}}=2^{\frac{3}{10}}$.

Ta có: $\sqrt[6]{3\cdot\sqrt[3]{3\cdot\sqrt{3}}}=\sqrt[6]{3\cdot\sqrt[3]{3\cdot 3^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[6]{3\cdot\sqrt[3]{3^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt[6]{3\cdot 3^{\frac{1}{2}}}=\sqrt[6]{3^{\frac{3}{2}}}=3^{\frac{1}{4}}$.

Câu 2: Cho biểu thức $A = 3^{2x-1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$.

a) Cho $3^x = 2$. Thì $A = 37$

b) Cho $3^x = 1$. Thì $A = 10$

c) Cho $3^x = 3$. Thì $A = 80$

d) Cho $3^x = 4$. Thì $A = 144$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Ta có: $A = \left(3\cdot\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9\cdot 9^x = 1 + 9\left(3^x\right)^2$.

Câu 3: Tại một xí nghiệp, công thức $P(t) = 500.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ được dùng để tính giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc máy sau thời gian t (tính theo năm) kể từ khi đưa vào sử dụng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giá trị còn lại của máy sau 3 năm sử dụng là 250 triệu đồng.		
b)	Giá trị còn lại của máy sau 4 năm 3 tháng sử dụng gần bằng 180 triệu đồng.		
c)	Sau 2 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 185 triệu đồng so với giá trị ban đầu.		
d)	Sau 1 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm $20,6\%$ so với giá trị ban đầu của nó.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng

Giá trị còn lại của máy sau 3 năm sử dụng là 250 triệu đồng.

Giá trị còn lại của máy sau 3 năm sử dụng là

$$P(3) = 500.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{3}} = 250 \text{ (triệu đồng)}$$

b) Sai

Giá trị còn lại của máy sau 4 năm 3 tháng sử dụng gần bằng 180 triệu đồng.

Đổi: 4 năm 3 tháng $= 4,25$ năm

Giá trị còn lại của máy sau 4 năm 3 tháng sử dụng là

$$P(4,25) = 500.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4,25}{3}} \approx 187 \text{ (triệu đồng)}$$

c) Đúng

Sau 2 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm 185 triệu đồng so với giá trị ban đầu.

Giá trị của máy lúc ban đầu là $P(0) = 500$ (triệu đồng)

Giá trị còn lại của máy sau 2 năm đưa vào sử dụng là

$$P(2)=500.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\approx 315 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy sau 2 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm $500-315=185$ triệu đồng so với giá trị ban đầu.

d) Đúng

Sau 1 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm $20,6\%$ so với giá trị ban đầu của nó.

Giá trị của máy lúc ban đầu là $P(0)=500$ (triệu đồng)

Giá trị còn lại của máy sau 1 năm đưa vào sử dụng là

$$P(1)=500.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\approx 397 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy sau 1 năm đưa vào sử dụng thì giá trị của chiếc máy giảm $100\%-\frac{397}{500}.100\approx 20,6\%$ so với giá trị ban đầu của nó.

Câu 4: Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp với lãi suất $0,5\%$ / tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian trả nợ.

a) Số tiền nợ sau 8 tháng là $796464780,4$.

b) Số tiền nợ sau 10 tháng là $744299339,8$.

c) Sau 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

d) Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 45 triệu đồng thì sau hai năm anh Nam trả hết nợ.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng: Gọi a là số tiền vay, r là lãi suất, m là số tiền hàng tháng trả.

Số tiền nợ sau tháng thứ nhất là: $N_1=a(1+r)-m$.

Số tiền nợ sau tháng thứ hai là: $N_2=\left[a(1+r)-m\right]+\left[a(1-r)-m\right]r-m$

$=a(1+r)^2-m\left[(1+r)+1\right]$

….

Số tiền nợ sau n tháng là:

$$N_n=a(1+r)^n-m\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+...+1\right]=a(1+r)^n-m\frac{(1+r)^n-1}{r}.$$

Sau n tháng anh Nam còn nợ số tiền là: $N_n=10^9(1+0,5\%)^n-30.10^6.\frac{(1+0,5\%)^n-1}{0,5\%}$.

Số tiền nợ sau 8 tháng là $796464780,4$.

b) Đúng: Số tiền nợ sau 10 tháng là 744299339.8.

c) Đúng: Sau n tháng anh Nam trả hết nợ: $N_n = a(1+r)^n - m\dfrac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$

$\Leftrightarrow 1000(1+0,005)^n - 30\dfrac{(1+0,005)^n - 1}{0,005} = 0 \Leftrightarrow n = 36,55$

Vậy 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

d) Đúng: Sau n tháng anh Nam trả hết nợ: $N_n = a(1+r)^n - m\dfrac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$

$\Leftrightarrow 1000(1+0,005)^n - 45.\dfrac{(1+0,005)^n - 1}{0,005} = 0 \Leftrightarrow n = 23,615$

Vậy sau hai năm anh Nam trả hết nợ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Lời giải

Trả lời: 4

Ta có $4^x + 4^{-x} = 14 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x + 2^{-x} = 4 \\ 2^x + 2^{-x} = -4 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 4$ (vì $2^x + 2^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$). Vậy $P = 4$.

Câu 2: Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $A = \dfrac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b \in \mathbb{Z}$. Tích $a.b$ bằng

Lời giải

Trả lời: -10

Ta có: $9^x + 9^{-x} = 23 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 25 \Leftrightarrow 3^x + 3^{-x} = 5$ vì $3^x + 3^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow A = \dfrac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \dfrac{5+5}{1-5} = \dfrac{-5}{2}$.

Vậy $a.b = -10$.

Câu 3: Cho x là số thực dương. Biết $\sqrt{x.\sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt[3]{x}}}} = x^{\frac{b}{a}}$ với a, b là các số tự nhiên và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

Lời giải

Trả lời: 16

Ta có $\sqrt{x.\sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt[3]{x}}}} = \sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt{x.x^{\frac{1}{3}}}}} = \sqrt{x\sqrt[3]{x.x^{\frac{2}{3}}}} = \sqrt{x.x^{\frac{5}{9}}} = x^{\frac{7}{9}}$.

Khi đó $a = 7$; $b = 7$ nên $a + b = 16$.

Câu 4: Trong khuôn viên một trường đại học có 5000 sinh viên, một sinh viên vừa trở về sau kì nghỉ và bị nhiễm virus cúm truyền nhiễm kéo dài. Sự lây lan này được mô hình hóa bởi công thức $y = \dfrac{5000}{1 + 4999e^{-0,8t}}, \forall t \geq 0$. Trong đó y là tổng số học sinh bị nhiễm sau t ngày. Các trường đại học sẽ cho các lớp học nghỉ khi có nhiều hơn hoặc bằng 40% số sinh viên bị lây nhiễm. Sau ít nhất bao nhiêu ngày thì trường cho các lớp nghỉ học?

Lời giải

Trả lời: 11

Ta có:

$$\frac{5000}{1+4999e^{-0,8t}}:5000\ge\frac{40}{100}\Leftrightarrow 1+4999e^{-0,8t}\le\frac{5}{2}\Leftrightarrow e^{-0,8t}\le\frac{3}{9998}\Leftrightarrow t\ge-\frac{\ln\frac{3}{9998}}{0,8}\approx 10,14.$$

Vậy sau ít nhất 11 ngày thì trường cho các lớp nghỉ học

Câu 5: Trong năm 2022, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 7% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Hỏi năm 2030, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là tính theo ha? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1375

Năm 2030 thì diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là: $800.(1+7\%)^8\approx 1375$ (ha).

Câu 6: Bác An gửi ngân hàng số tiền 200 triệu đồng theo thể thức lãi kép với kỳ hạn 6 tháng với lãi suất $3,5\%$ / kỳ. Số tiền cả vốn và lãi được ngân hàng tính theo công thức $T=T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gốc và n là số kỳ đã gửi. Hỏi sau 3 năm bác An mới rút tiền thì bác thu được số tiền lãi là bao nhiêu triệu đồng? (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 46

Số tiền cả vốn và lãi sau 3 năm gửi là $T=200.(1+0,035)^6\approx 245,85$ (triệu đồng).

Vậy số tiền lãi mà bác An thu được sau 3 năm gửi xấp xỉ là $245,85-200\approx 46$ (triệu đồng).

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Biết $4^x+25^y=10$. Giá trị của biểu thức $T=\dfrac{x+y}{xy}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $4^x=10\Rightarrow 10^{\frac{1}{x}}=4$ và $25^y=10\Rightarrow 10^{\frac{1}{y}}=25$ suy ra $10^{\frac{1}{x}}.10^{\frac{1}{y}}=4.25=100$

$$\Leftrightarrow 10^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=10^2\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2 \text{ hay } T=\frac{x+y}{xy}=2$$

Câu 2: Biết $9^\alpha=\dfrac{1}{2}$. Tính $B=\left(3^\alpha+3^{-\alpha}\right)^2-\left(81^\alpha+81^{-\alpha}\right)$.

Lời giải

$$B=\left(3^\alpha\right)^2+2\cdot3^\alpha\cdot3^{-\alpha}+\left(3^{-\alpha}\right)^2-\left(9^2\right)^\alpha+\left(9^2\right)^{-\alpha}$$

$$=3^{2\alpha}+2\cdot3^{\alpha+(-\alpha)}+\left(3^2\right)^{-\alpha}-\left(9^\alpha\right)^2+\left(9^{-\alpha}\right)^2$$

$$=9^\alpha+2\cdot3^0+9^{-\alpha}-\left(9^\alpha\right)^2+\left(9^\alpha\right)^{-2}=\frac{1}{2}+2+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\frac{33}{4}$$

Câu 3: Rút gọn biểu thức sau: $B=\dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}$ với $a>0$.

Lời giải

Ta có: $B=\dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}=\dfrac{a+a^2}{a+1}=\dfrac{a(a+1)}{a+1}=a$.

Câu 4: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $4.10^5\,m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây lấy gỗ trong khu rừng này là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm không khai thác, khu rừng sẽ có số mét khối gỗ là bao nhiêu?

Lời giải

Nếu trữ lượng gỗ của khu rừng ban đầu là A thì sau năm thứ nhất, lượng gỗ có được là $A+Ar=A(1+r)$ với r là tốc độ tăng trưởng mỗi năm.

Sau năm thứ hai, lượng gỗ có được là $A(1+r)+A(1+r)\cdot r=A(1+r)^2$.

Theo phương pháp quy nạp, ta chứng minh được công thức tính lượng gỗ trong khu rừng là $T_n=A(1+r)^n$ với A là lượng gỗ ban đầu, r là tốc độ tăng trưởng mỗi năm và n là số năm tăng trưởng của rừng.

Vậy sau 5 năm, lượng gỗ trong khu rừng là:

$T_5=4\cdot10^5\left(1+\dfrac{4}{100}\right)^5=486661{,}161\left(m^3\right)$

Câu 5: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0)\cdot2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau 10 phút thì số lượng vi khuẩn A là bao nhiêu?

Lời giải

Sau 3 phút, số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con nên $s(3)=s(0)\cdot2^3$

$\Rightarrow s(0)=\dfrac{s(3)}{2^3}=\dfrac{625000}{8}=78125$ (tức là ban đầu có 78125 con vi khuẩn A trong phòng thí nghiệm).

Sau 10 phút, số lượng vi khuẩn là: $s(10)=78125\cdot2^{10}=80\cdot10^6$ (con).

Câu 6: Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho $200\,000\,000$ VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là $243\ 101\ 250$ VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi lãi suất kỳ hạn một năm của ngân hàng MSB là r. Áp dụng công thức lãi suất kép $P=a\left(1+r\right)^n$ trong đó ta có :

$243101250=200000000\left(1+r\right)^4\Leftrightarrow\left(1+r\right)^4=\dfrac{243101250}{200000000}$

$\Leftrightarrow 1+r=\sqrt[4]{\dfrac{243101250}{200000000}} \Leftrightarrow r=\sqrt[4]{\dfrac{243101250}{200000000}}-1 \Leftrightarrow r=0,05$.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI: LOGARIT
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^5} a^4$ bằng

A. $\frac{4}{5}$. **B.** 20. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 2: Với mọi số thực a dương thì $\log_{\frac{1}{a^2}}\left(a\sqrt{a}\right)$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 3: Đặt $a = \log_2 7$. Hãy tính $\log_2 56$ theo a

A. $\log_2 56 = 2 + a$. **B.** $\log_2 56 = 3 + 2a$. **C.** $\log_2 56 = 1 + 3a$. **D.** $\log_2 56 = 3 + a$.

Câu 4: Cho $\log_a 3 = 5$. Tính $P = \log_a\left(3a^5\right)$.

A. $P = 10$ **B.** $P = 25$ **C.** $P = 12$ **D.** $P = 125$

Câu 5: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a = 4b^3$. **B.** $a = 3b + 4$. **C.** $a = 3b + 2$. **D.** $a = \frac{4}{b^3}$.

Câu 6: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 32.

Câu 7: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x$, $\log_2 b = y$. Tính $P = \log_2\left(a^2b^3\right)$.

A. $P = 6xy$. **B.** $P = 2x + 3y$. **C.** $P = x^2y^3$. **D.** $P = x^2 + y^3$.

Câu 8: Với a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}} b$ bằng

A. $2 + \log_a b$. **B.** $2\log_a b$. **C.** $\frac{1}{2} + \log_a b$. **D.** $\frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 9: Với $a > 0; a \neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 5}$ là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 25.

Câu 10: Biết rằng vi khuẩn E. coli là vi khuẩn gây tiêu chảy đường ruột, gây đau bụng dữ dội, ngoài ra cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi, nghĩa là số lượng tính theo công thức $S = S_0.2^n$, S_0 là số lượng ban đầu, n là số lần nhân đôi. Ban đầu chỉ có 40 con vi khuẩn nói trên trong đường ruột, hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 671088640 con?

A. 20 giờ. **B.** 8 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 6 giờ.

Câu 11: Cho áp suất không khí P (đo bằng milimet thuỷ ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức P giảm theo công thức $P = P_0 e^{xi}$ trong đó $P_0 = 760mmHg$ là áp suất ở mực nước biển $(x=0)$, i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao $1000m$ thì áp suất của không khí là $672,71mmHg$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao $3580m$ gần với số nào sau đây nhất

A. $491\,mmHg$. **B.** $490\,mmHg$.

C. $492\,mmHg$. **D.** $493\,mmHg$.

Câu 12: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 10 giờ ?

A. 800. **B.** 900. **C.** 950. **D.** 1000.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các biểu thức sau: $P = \dfrac{\log_a\left(a^3b^2\right) - \log_b\left(\dfrac{b^3}{a^2}\right)}{\log_a^2 b + 1}$ và $Q = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ với a, b là các số dương và a khác 1.

a) $Q = 6\log_a b$

b) $P = 6\log_b a$

c) $Q = 3P$

d) $Q.P = 12$

Câu 2: Biết $a = \log_{27} 5$, $b = \log_8 7$, $c = \log_2 3$.

a) $c > 2$

b) $a.c = \dfrac{1}{3}\log_2 5$

c) $\dfrac{a.c}{b} = \log_7 5$

d) $\log_{12} 35 = \dfrac{3(b+ac)}{c+2}$

Câu 3: Cho các biểu thức sau: $A = \log_{2^{2030}} 4 - \dfrac{1}{1015} + \ln e^{2035}$; $B = \log_5 3 \cdot \log_2 5 - \dfrac{\ln 9}{\ln 4}$

a) A chia hết cho 5

b) $A - B = 2036$

c) $A + 2024B = 2035$

d) $A - 2024B = 2035$

Câu 4: Công thức $\log x = 11,8 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3.10^{34}$ erg.

b) Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng 2.10^{9} (J)

c) Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.

d) Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \le x \le 10^{20,8}$ erg.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\log a = 10; \log b = 100$. Khi đó $\log\left(a.b^3\right)$ bằng

Câu 2: Cho $\log_6 45 = a + \dfrac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, với $a,b,c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b+c$.

Câu 3: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3\log a + 2\log b = 1$. Khi đó, a^3b^2 bằng

Câu 4: Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 a = 3$, $\log_2 b = 5$. Giá trị của biểu thức $C = \log_2\left(a^2b\right)$ là

Câu 5: Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn đồng thời $\dfrac{1}{\log_2 x} + \dfrac{1}{\log_2 y} + \dfrac{1}{\log_2 z} = \dfrac{1}{2020}$ và $\log_2(xyz) = 2020$. Tính $\log_2\left(xyz(x+y+z) - xy - yz - zx + 1\right)$

Câu 6: Biết rằng vi khuẩn E. coli là vi khuẩn gây tiêu chảy đường ruột, gây đau bụng dữ dội, ngoài ra cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi, nghĩa là số lượng tính theo công thức $S = S_0.2^n$, S_0 là số lượng ban đầu, n là số lần nhân đôi. Ban đầu chỉ có 40 con vi khuẩn nói trên trong đường ruột, hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 671088640 con?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho a là số thực dương và $a \ne 1$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $T = \log_a\left(a^3\right)$.

b) Tính $I = \log_{\frac{a}{4}}\left(\dfrac{a^3}{64}\right)$ với $a \ne 4$.

c) $T = \log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{a}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[15]{a^4}}\right)$.

d) $\log_{a^2}\left(a\sqrt{a}\right)$.

e) $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$.

f) $P = \log_{\sqrt[3]{a}} \dfrac{1}{a^3}$.

Câu 2: Cho các số a,b,c thỏa mãn: $\log_a 3 = 2, \log_b 3 = \dfrac{1}{4}, \log_{abc} 3 = \dfrac{2}{15}$. Tính giá trị của $\log_c 3$.

Câu 3: Cho biết hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_a^2(ab)=4$; với $b>1>a>0$. Tính giá trị của biểu thức $\log_a^3(ab^2)$.

Câu 4: Gia đình bác An gửi tiết kiệm 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $6,5\%$/năm. Biết rằng tiền lãi của kì trước được cộng vào gốc tính lãi kì sau (lãi kép).

a) Hỏi sau ba năm, gia đình bác nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? Nếu tính theo thể thức lãi kép liên tục thì số tiền cả vốn lẫn lãi của gia đình bác An thu được là bao nhiêu (sau ba năm)?

b) Vẫn với 500 triệu đồng, gia đình bác An gửi tiết kiệm với lãi kép $6,5\%$/năm theo kì hạn 6 tháng. Hỏi để nhận được cả gốc và lãi là 1 tỉ đồng thì gia đình bác An cần gửi bao nhiêu năm?

Câu 5: Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ $8,3$ độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được $7,1$ độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu trận động đất này.

Câu 6: Người ta thả một lượng bèo vào một hồ nước. Kết quả cho thấy sau 9 giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì lượng bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^5} a^4$ bằng

A. $\frac{4}{5}$. **B.** 20. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

- Ta có: $\log_{a^5} a^4 = \frac{4}{5}.\log_a a = \frac{4}{5}.1 = \frac{4}{5}$.

Câu 2: Với mọi số thực a dương thì $\log_{\frac{1}{a^2}}\left(a\sqrt{a}\right)$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $\log_{\frac{1}{a^2}}\left(a\sqrt{a}\right) = \log_{a^{-2}}\left(a^{\frac{3}{2}}\right) = -\frac{3}{4}$.

Câu 3: Đặt $a = \log_2 7$. Hãy tính $\log_2 56$ theo a

A. $\log_2 56 = 2 + a$. **B.** $\log_2 56 = 3 + 2a$. **C.** $\log_2 56 = 1 + 3a$. **D.** $\log_2 56 = 3 + a$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 56 = \log_2\left(2^3.7\right) = \log_2 2^3 + \log_2 7 = 3 + \log_2 7 = 3 + a$

Câu 4: Cho $\log_a 3 = 5$. Tính $P = \log_a\left(3a^5\right)$.

A. $P = 10$ **B.** $P = 25$ **C.** $P = 12$ **D.** $P = 125$

Lời giải

Ta có: $\log_a\left(3a^5\right) = \log_a 3 + \log_a a^5 = 5 + 5 = 10$.

Câu 5: Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a = 4b^3$. **B.** $a = 3b + 4$. **C.** $a = 3b + 2$. **D.** $a = \frac{4}{b^3}$.

Lời giải

Điều kiện: $a,b > 0$

$\log_2 a - 3\log_2 b = 2 \Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b^3 = 2 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 4 \Leftrightarrow a = 4b^3$

Câu 6: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 32.

Lời giải

Ta có: $\log_2 a^3b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a + 2\log_2 b = 5$

Câu 7: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x$, $\log_2 b = y$. Tính $P = \log_2\left(a^2b^3\right)$.

A. $P = 6xy$. **B.** $P = 2x + 3y$. **C.** $P = x^2y^3$. **D.** $P = x^2 + y^3$.

Lời giải

$P = \log_2\left(a^2b^3\right) = \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2\log_2 a + 3\log_2 b = 2x + 3y$.

Câu 8: Với a,b,c là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\sqrt{a}} b$ bằng

A. $2+\log_a b$. **B.** $2\log_a b$. **C.** $\frac{1}{2}+\log_a b$. **D.** $\frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} b=\log_{a^{1/2}} b=2\log_a b$

Câu 9: Với $a>0;a\neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}}5}$ là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 25.

Lời giải

Ta có $a^{\log_{\sqrt{a}}5}=a^{2\log_a 5}=\left(a^{\log_a 5}\right)^2=5^2=25$

Câu 10: Biết rằng vi khuẩn E. coli là vi khuẩn gây tiêu chảy đường ruột, gây đau bụng dữ dội, ngoài ra cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi, nghĩa là số lượng tính theo công thức $S=S_0.2^n$, S_0 là số lượng ban đầu, n là số lần nhân đôi. Ban đầu chỉ có 40 con vi khuẩn nói trên trong đường ruột, hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 671088640 con?

A. 20 giờ. **B.** 8 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 6 giờ.

Lời giải

Ta có: $S=S_0.2^n$.

Suy ra $671088640=40.2^n \Leftrightarrow 2^n=\dfrac{671088640}{40}=16777216 \Leftrightarrow n=\log_2 16777216=24$.

Để số lượng vi khuẩn là 671088640 con thì vi khuẩn đã có 24 lần nhân đôi.

Do đó, thời gian mà vi khuẩn đã thực hiện 24 lần nhân đôi đó là $20.24=480$ phút (8 giờ).

Vậy, sau 8 giờ số lượng vi khuẩn là 671088640 con.

Câu 11: Cho áp suất không khí P (đo bằng milimet thuỷ ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức P giảm theo công thức $P=P_0e^{xi}$ trong đó $P_0=760mmHg$ là áp suất ở mực nước biển $(x=0)$, i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao $1000m$ thì áp suất của không khí là $672,71mmHg$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao $3580m$ gần với số nào sau đây nhất

A. $491\,mmHg$. **B.** $490\,mmHg$. **C.** $492\,mmHg$. **D.** $493\,mmHg$.

Lời giải

Áp dụng công thức $P=P_0e^{xi}$

Ở độ cao $1000m$, ta có : $P_0=760mmHg, x=1000m, P=672,71mmHg$, từ giả thiết này ta tìm được hệ số suy giảm i. Ta có $672,71=760e^{1000\times i} \Leftrightarrow 1000i=\ln\dfrac{672,71}{760} \Leftrightarrow i=\dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{672,71}{760}$

Khi đó ở độ cao $3580m$, áp suất của không khí là: $P=760e^{\frac{1}{1000}\ln\frac{672,71}{760}\times 3580}\approx 491,04$.

Câu 12: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 10 giờ ?

A. 800. **B.** 900. **C.** 950. **D.** 1000.

Lời giải

Trước tiên, ta tìm tỉ lệ tăng trưởng mỗi giờ của loại vi khuẩn này.

Từ giả thiết ta có: $300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow r = \dfrac{\ln 300 - \ln 100}{5} = \dfrac{\ln 3}{5}$.

Sau 10 giờ, từ 100 con vi khuẩn sẽ có $100.e^{10.\frac{\ln 3}{5}} = 900$ con.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các biểu thức sau: $P = \dfrac{\log_a\left(a^3b^2\right) - \log_b\left(\dfrac{b^3}{a^2}\right)}{\log_a^2 b + 1}$ và $Q = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ với a, b là các số dương và a khác 1.

a) $Q = 6\log_a b$

b) $P = 6\log_b a$

c) $Q = 3P$

d) $Q.P = 12$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

Ta có: $Q = 3\log_a b + 6\cdot\dfrac{1}{2}\log_a b = 6\log_a b$.

$$P = \frac{\log_a a^3 + \log_a b^2 - \left(\log_b b^3 - \log_b a^2\right)}{\log_a^2 b + 1}$$

Ta có: $$= \frac{3 + 2\log_a b - 3 + 2\log_b a}{\log_a^2 b + 1} = \frac{2\left(\log_a b + \dfrac{1}{\log_a b}\right)}{\log_a^2 b + 1}$$

$$= \frac{2\left(\dfrac{\log_a^2 b + 1}{\log_a b}\right)}{\log_a^2 b + 1} = \frac{2}{\log_a b} = 2\log_b a.$$

Câu 2: Biết $a = \log_{27} 5$, $b = \log_8 7$, $c = \log_2 3$.

a) $c > 2$

b) $a.c = \dfrac{1}{3}\log_2 5$

c) $\dfrac{a.c}{b} = \log_7 5$

d) $\log_{12} 35 = \dfrac{3(b + ac)}{c + 2}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) Sai: Ta có: $c = \log_2 3 < \log_2 4 = 2$

b) Đúng: Ta có: $a.c = c.a = \log_2(3).\log_{27}(5) = \log_2(3).\dfrac{1}{3}\log_3(5) = \dfrac{1}{3}\log_2 5$

c) Đúng: Ta có: $\frac{a.c}{b}=\frac{\frac{1}{3}\log_2 5}{\log_8 7}=\frac{1}{3}\log_2(5).\log_7(8)=\frac{1}{3}\log_2(5).3.\log_7(2)=\log_7 5$

d) Đúng: Ta có: $\begin{cases} a=\log_{27}(5)=\frac{1}{3}\log_3 5 \\ b=\log_8 7=\frac{1}{3}\log_2 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 5=3a \\ \log_2 7=3b \end{cases}$

Mà: $\log_{12}35=\frac{\log_2(7.5)}{\log_2(3.2^2)}=\frac{\log_2 7+\log_2 5}{\log_2 3+2}=\frac{\log_2 7+\log_2 3.\log_3 5}{\log_2 3+2}=\frac{3b+c.3a}{c+2}=\frac{3(b+ac)}{c+2}$

Câu 3: Cho các biểu thức sau: $A=\log_{2^{2030}}4-\frac{1}{1015}+\ln e^{2035}$; $B=\log_5 3\cdot\log_2 5-\frac{\ln 9}{\ln 4}$

a) A chia hết cho 5

b) $A-B=2036$

c) $A+2024B=2035$

d) $A-2024B=2035$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

Ta có: $A=\log_{2^{2030}}4-\frac{1}{1015}+\ln e^{2035}=\log_{2^{2030}}2^2-\frac{1}{1015}+2035$

$=\frac{2}{2030}-\frac{1}{1015}+2035=2035.$

Ta có: $B=\log_5 3.\log_2 5-\frac{\ln 9}{\ln 4}=\log_2 5.\log_5 3-\log_4 9$

$=\log_2 3-\log_{2^2}3^2=\log_2 3-\log_2 3=0.$

Câu 4: Công thức $\log x=11{,}8+1{,}5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6{,}3.10^{34}$ erg.

b) Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng 2.10^9 (J)

c) Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.

d) Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17{,}8}\le x\le 10^{20{,}8}$ erg.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai: Ta có $\log x=11{,}8+1{,}5M$

Với $M=2$ ta được $\log x=14{,}8\Leftrightarrow x\approx 6{,}3.10^{14}$ erg.

b) Đúng: Với $M=3$ ta được $\log x=16{,}3\Leftrightarrow x\approx 2.10^{16}$ erg $=2.10^9$ jun.

c) Đúng: Gọi x_1,x_2 (erg) lần lượt là năng lượng tạo ra của hai trận động đất có độ lớn lần lượt là $M_1=5,M_2=3$ (độ Richter).

Ta có: $\log x_1=11{,}8+1{,}5M_1;\log x_2=11{,}8+1{,}5M_2$

$\Rightarrow \log x_1 - \log x_2 = 1,5(M_1 - M_2) \Rightarrow \log\frac{x_1}{x_2} = 3 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = 10^3 = 1000.$

d) Sai: $11,8 + 1,5.4 \le \log x \le 11,8 + 1,5.6 \Rightarrow 17,8 \le \log x \le 20,8 \Rightarrow 10^{17,8} \le x \le 10^{20,8}$ erg.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\log a = 10; \log b = 100$. Khi đó $\log(a.b^3)$ bằng

Lời giải

Trả lời: 310

$\log(a.b^3) = \log(a) + \log(b^3) = \log(a) + 3\log(b) = 310$.

Câu 2: Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $\log_6 45 = \log_6(3^2.5) = \frac{\log_2(3^2 5)}{\log_2 6} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2(2.3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3}$

$= \frac{2(\log_2 3 + 1) + \log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1} = 2 + \frac{\log_2 5 - 2}{\log_2 3 + 1}$

Vậy $\begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 2 - 2 + 1 = 1$.

Câu 3: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3\log a + 2\log b = 1$. Khi đó, $a^3 b^2$ bằng

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có: $3\log a + 2\log b = 1 \Leftrightarrow \log a^3 + \log b^2 = 1 \Leftrightarrow \log(a^3 b^2) = 1 \Leftrightarrow a^3 b^2 = 10$.

Câu 4: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 a = 3$, $\log_2 b = 5$. Giá trị của biểu thức $C = \log_2(a^2 b)$ là

Lời giải

Trả lời: 11

Ta có: $C = \log_2(a^2 b) = \log_2 a^2 + \log_2 b = 2\log_2 a + \log_2 b = 2.3 + 5 = 11$.

Câu 5: Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn đồng thời $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 y} + \frac{1}{\log_2 z} = \frac{1}{2020}$ và $\log_2(xyz) = 2020$. Tính $\log_2(xyz(x + y + z) - xy - yz - zx + 1)$

Lời giải

Trả lời: 4040

Đặt $a = \log_2 x; b = \log_2 y; c = \log_2 z$.

Ta có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2020}$ và $a + b + c = 2020$

$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+b+c)=1 \Leftrightarrow (a+b+c)(ab+ac+bc)=abc$

$\Leftrightarrow a^2b+ab^2+abc+abc+b^2c+bc^2+a^2c+ac^2=0 \Leftrightarrow (a+b)(b+c)(c+a)=0$

Vì vai trò a,b,c như nhau nên giả sử $a+b=0 \Rightarrow c=2020 \Rightarrow z=2^{2020}$ và $xy=1$.

$\log_2\left(xyz(x+y+z)-xy-yz-zx+1\right)=\log_2\left(z(x+y+z)-1-yz-zx+1\right)$

$=\log_2\left(z^2\right)=2\log_2 z=4040$

Câu 6: Biết rằng vi khuẩn E. coli là vi khuẩn gây tiêu chảy đường ruột, gây đau bụng dữ dội, ngoài ra cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi, nghĩa là số lượng tính theo công thức $S=S_0.2^n$, S_0 là số lượng ban đầu, n là số lần nhân đôi. Ban đầu chỉ có 40 con vi khuẩn nói trên trong đường ruột, hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 671088640 con?

Lời giải

Trả lời: 8

Ta có: $S=S_0.2^n$.

Suy ra $671088640=40.2^n \Leftrightarrow 2^n=\frac{671088640}{40}=16777216 \Leftrightarrow n=\log_2 16777216=24$.

Để số lượng vi khuẩn là 671088640 con thì vi khuẩn đã có 24 lần nhân đôi.

Do đó, thời gian mà vi khuẩn đã thực hiện 24 lần nhân đôi đó là $20.24=480$ phút (8 giờ).

Vậy, sau 8 giờ số lượng vi khuẩn là 671088640 con.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho a là số thực dương và $a\neq 1$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $T=\log_a\left(a^3\right)$.

b) Tính $I=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$ với $a\neq 4$.

c) $T=\log_a\left(\frac{a^2\sqrt[3]{a}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[15]{a^4}}\right)$.

d) $\log_{a^2}\left(a\sqrt{a}\right)$.

e) $a^{\log_{\sqrt{a}}4}$.

f) $P=\log_{\sqrt[3]{a}}\frac{1}{a^3}$.

Lời giải

a) Ta có $T=\log_a\left(a^3\right)=3$.

b) $I=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a}{4}\right)^3=3$.

c) Ta có $T=\log_a\left(\frac{a^2\sqrt[3]{a}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[15]{a^4}}\right)=\log_a\left(\frac{a^2a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{4}{15}}}\right)=\log_a\left(\frac{a^2a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{4}{15}}}\right)=\log_a a^{\frac{8}{3}}=\frac{8}{3}$.

d) Ta có: $\log_{a^2}\left(a\sqrt{a}\right)=\frac{1}{2}\log_a a^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{2}.\frac{3}{2}\log_a a=\frac{3}{4}$.

e) Ta có $a^{\log_{\sqrt{a}}4}=a^{2\log_a 4}=\left(a\right)^{\log_a 4^2}=4^2=16$.

f) Ta có: $P=\log_{\sqrt[3]{a}}\frac{1}{a^3}=\log_{a^{\frac{1}{3}}}a^{-3}=-3.3\log_a a=-9$.

Câu 2: Cho các số a,b,c thỏa mãn: $\log_a 3=2,\log_b 3=\frac{1}{4},\log_{abc}3=\frac{2}{15}$. Tính giá trị của $\log_c 3$.

Lời giải

Ta có: $\log_a 3=2\Rightarrow\log_3 a=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\log_b 3=\frac{1}{4}\Rightarrow\log_3 b=4$

Ta có $\log_{abc}3=\frac{2}{15}\Leftrightarrow\log_3 abc=\frac{15}{2}\Leftrightarrow\log_3 a+\log_3 b+\log_3 c=\frac{15}{2}$

$\Leftrightarrow\log_3 c=\frac{15}{2}-\frac{1}{2}-4=3\Leftrightarrow\log_c 3=\frac{1}{3}$.

Câu 3: Cho biết hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_a^2\left(ab\right)=4$; với $b>1>a>0$. Tính giá trị của biểu thức $\log_a^3\left(ab^2\right)$.

Lời giải

Với $b>1>a>0$ ta có :

$\log_a^2\left(ab\right)=4\Leftrightarrow\left(\log_a a+\log_a b\right)^2=4\Leftrightarrow\left(1+\log_a b\right)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1+\log_a b=2\\1+\log_a b=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_a b=1\\\log_a b=-3\end{array}\right.$

Vì $\begin{cases}0<a<1\\b>1\end{cases}$ nên $\log_a b=-3$. Khi đó :

$\log_a^3\left(ab^2\right)=\left(\log_a a+2\log_a b\right)^3=\left(1+2.\left(-3\right)\right)^3=-125$.

Câu 4: Gia đình bác An gửi tiết kiệm 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $6,5\%$/năm. Biết rằng tiền lãi của kì trước được cộng vào gốc tính lãi kì sau (lãi kép).

a) Hỏi sau ba năm, gia đình bác nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? Nếu tính theo thể thức lãi kép liên tục thì số tiền cả vốn lẫn lãi của gia đình bác An thu được là bao nhiêu (sau ba năm)?

b) Vẫn với 500 triệu đồng, gia đình bác An gửi tiết kiệm với lãi kép $6,5\%$/năm theo kì hạn 6 tháng. Hỏi để nhận được cả gốc và lãi là 1 tỉ đồng thì gia đình bác An cần gửi bao nhiêu năm?

Lời giải

a) Ta có: $A_o=500$ triệu đồng là số tiền gốc ban đầu.

$r=6,5\%=0,065$/năm là lãi suất một kỳ.

$n=3$ (năm) là số kỳ hạn gửi.

A_n là số tiền cả vốn và lãi nhận được sau n kỳ gửi.

Sau ba năm, gia đình bác An nhận được số tiền cả gốc và lãi là:

$A_n=A_o\left(1+r\right)^n=500.\left(1+0,065\right)^3\approx603,975$ triệu đồng.

Với thể thức lãi kép liên tục thì số tiền gia đình bác An thu được sau ba năm là:

$A_n=A_oe^{tr}=500.e^{3.0,065}\approx607,655$ triệu đồng.

b) Ta có: $A_o = 500$ triệu đồng là số tiền gốc ban đầu.

$r = 6,5\% = 0,065$ /năm là lãi suất một kỳ.

n là số năm cần gửi.

$A_n = 1$ tỉ đồng là số tiền cả vốn và lãi nhận được sau n năm gửi.

Do kì hạn là 6 tháng, tức là mỗi năm là 2 kì tính lãi nên:

Số kì gửi là $N = 2n$, lãi suất mỗi kì gửi là $\frac{r}{2}$.

Khi đó: $A_n = A_o\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2n} \Leftrightarrow 1000 = 500.\left(1+\frac{0,65\%}{2}\right)^{2n} \Leftrightarrow 1,0325^{2n} = 2$.

$\Leftrightarrow n = \frac{\log_{1,0325} 2}{2} \approx 10,83$ (năm).

Vậy, gia đình bác An cần gửi ít nhất 11 năm để nhận được số tiền như dư định.

Câu 5: Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ $8,3$ độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được $7,1$ độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu trận động đất này.

Lời giải

Xét trận động đất ở San Francisco, ta có

$$8,3 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 8,3 = \log\frac{A}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A}{A_0} = 10^{8,3} \Leftrightarrow A = A_0.10^{8,3}$$

Xét trận động đất khác gần đó, ta có:

$$7,1 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 7,1 = \log\frac{A}{A_0} \Leftrightarrow \frac{A}{A_0} = 10^{7,1} \Leftrightarrow A = A_0.10^{7,1}$$

Từ đó ta tính tỉ lệ: $\frac{A_0.10^{8,3}}{A_0.10^{7,1}} = 10^{1,2} \simeq 15,8$

Vậy trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp $\simeq 15,8$ trận động đất khác gần đó.

Câu 6: Người ta thả một lượng bèo vào một hồ nước. Kết quả cho thấy sau 9 giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì lượng bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ?

Lời giải

Gọi A là lượng bèo ban đầu. Sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần nên sau 9 giờ ta lượng bèo là $A.10^9$.

Gọi t là số giờ để lượng bèo trong hồ phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ. Khi đó ta có:

$A.10^t = \frac{1}{3} \times A.10^9 \Rightarrow t = \log\frac{10^9}{3} = 9 - \log 3$.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI: LOGARIT
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị $A=\log_9\sqrt[4]{27}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 2

Câu 2: Với a, b là các số thực dương tuỳ ý và $a\neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}}\frac{1}{b^5}$ bằng

A. $5\log_a b$. **B.** $\log_a b$. **C.** $-5\log_a b$. **D.** $\frac{1}{5}\log_a b$.

Câu 3: Giá trị $A=\log_{\frac{1}{a}}\sqrt[3]{a^8}$ với $0<a\neq 1$ bằng:

A. $-\frac{8}{3}$. **B.** -2. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 4

Câu 4: Xét số thực dương a khác 1, giá trị của biểu thức $N=\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}$ bằng

A. $-\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 5: Giá trị $A=\log_a\left(\frac{a^2\sqrt[3]{a^5}\sqrt[5]{a^9}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)$ với $0<a\neq 1$ bằng:

A. 5. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 2

Câu 6: Giá trị $a^{2-3\log_a b}$ $(0<a\neq 1,\ b>0)$ bằng:

A. a^2b^{-3}. **B.** a^2b. **C.** a^2b^3. **D.** ab^2

Câu 7: Cho số thực dương a khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_2(4a)$ bằng

A. $4+\log_2 a$. **B.** $2+\log_2 a$. **C.** $2\log_2 a$. **D.** $4\log_2 a$.

Câu 8: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2}\left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}}\right)=3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Câu 9: Với mọi a,b dương thỏa mãn $\log_2\sqrt{a}-\log_2 b=3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a=64b^2$. **B.** $ab^2=64$. **C.** $\sqrt{a}-b=8$. **D.** $\dfrac{\sqrt{a}}{b}=3$.

Câu 10: Biết thời gian cần thiết (tính theo năm) để tăng gấp đôi số tiền đầu tư theo thể thức lãi kép liên tục với lãi suất không đổi r mỗi năm được cho bởi công thức $t=\dfrac{\ln 2}{r}$. Tính thời gian cần thiết để tăng gấp đôi số tiền đầu tư khi lãi suất là 8% mỗi năm (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất)

A. 8.7 năm. **B.** 8.6 năm. **C.** 8 năm. **D.** 8.67 năm.

Câu 11: Gọi $I(t)$ là số ca bị nhiễm bệnh Covid-19 ở quốc gia X sau t ngày khảo sát. Khi đó ta có công thức $I(t)=A.\mathrm{e}^{r_0(t-1)}$ với A là số ca bị nhiễm trong ngày khảo sát đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Biết rằng ngày đầu tiên khảo sát có 500 ca bị nhiễm bệnh và ngày thứ 10 khảo sát có 1000 ca bị nhiễm bệnh. Hỏi ngày thứ 20 số ca nhiễm bệnh gần nhất với số nào dưới đây, biết rằng trong suốt quá trình khảo sát hệ số lây nhiễm là không đổi?

A. 2000. **B.** 2160. **C.** 2340. **D.** 2520.

Câu 12: Người ta thả một lượng bèo vào một hồ nước. Kết quả cho thấy sau 9 giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì lượng bèo phủ kín $\dfrac{1}{3}$ mặt hồ?

A. 3 giờ. **B.** $9-\log 3$ giờ. **C.** $\dfrac{10^9}{3}$ giờ. **D.** $\dfrac{9}{\log 3}$ giờ.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $B=2\ln\sqrt{ex}-\ln\dfrac{e^2}{\sqrt{x}}+\ln 3\cdot\log_3\left(ex^2\right)$, với x là số thực dương.

a) Cho $\ln x=2$ thì $B=7$

b) Cho $\ln x=4$ thì $B=14$

c) Cho $x=e^3$ thì $B=\dfrac{21}{2}$

d) Cho $x=e^6$ thì $B=18$

Câu 2: Cho $\log_{27}5=a$, $\log_3 7=b$ và $\log_2 3=c$.

a) $0<a<1$

b) $bc=\log_7 2$

c) $\log_6 45=\dfrac{6ac+2c}{1+c}$

d) Biết $\log_6 35=\dfrac{(ma+nb)c}{1+pc}$ với $m,n,p\in\mathbb{Z}$. Khi đó $m^2+n^2+p^2=11$.

Câu 3: Cho $a=\log_2 5$, $b=\log_3 5$.

a) $b>1$

b) $ab=\log_2 3$

c) $\log_{12} 5=\dfrac{2}{a+b}$

d) Biết $\log_{24} 250=\dfrac{mab+nb}{pa+qb}$ với $m,n,p,q\in\mathbb{Z}$. Khi đó $A=mnpq=9$.

Câu 4: Công thức $\log x=11,8+1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3.10^{34}$ erg.		
b)	Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng 2.10^{9} jun.		
c)	Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.		
d)	Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8}\le x\le 10^{20,8}$ erg.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^2-8b=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{\sqrt{2}} a-\log_2 b-1$.

Câu 2: Rút gọn $P=3^{\log_9 4+\log_3 5}$

Câu 3: Cho x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân; $\log_a x$, $\log_{\sqrt{a}} y$, $\log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng, với a là số thực dương khác 1. Giá trị của $p=\dfrac{9x}{y}+\dfrac{y}{z}+\dfrac{3z}{x}$ là

Câu 4: Trên một chiếc đài Radio FM có vạch chia để người dùng có thể dò sóng cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và vạch ngoài cùng bên phải tương ứng với $88Mhz$ và $108Mhz$. Hai vạch này cách nhau $10\,\text{cm}$. Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái $d\,(\text{cm})$ thì có tần số bằng $k.a^d\,(Mhz)$ với k và a là hai hằng số. Tìm vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV1 với tần số $102,7\,Mhz$. *(đơn vị cm, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 5: Vào cuối năm 2022, báo Rossiyskaya Gazeta dẫn lời Bộ trưởng Tài nguyên Nga cảnh báo nước này sẽ cạn kiệt dầu mỏ sau 28 năm nữa nếu sản lượng khai thác hằng năm vẫn giữ như năm 2022. Bắt đầu từ năm 2023, nếu nước Nga mỗi năm giảm sản lượng khai thác 2% so với năm trước thì sau bao nhiêu năm nữa nước này cạn kiệt dầu mỏ (chọn phương án có kết quả gần nhất với tính toán của bạn)?

Câu 6: Cho ba số thực dương a,b,c đều khác 1 thoả mãn $\log_a b=2\log_b c=4\log_c a$ và $a+2b+3c=48$. Khi đó $P=abc$ bằng bao nhiêu

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Cho các số thực dương $x \neq 1$, $y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$ và tích $xy = 64$. Tính giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \dfrac{y}{x}\right)^2$

Câu 2: Cho các số dương a, b, c khác 1 thoả mãn $\log_a(bc) = 3$ và $\log_b(ac) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

Câu 3: Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

Câu 4: Cho hai số thực a, b thỏa mãn: $2\log_3(a-3b) = \log_3 a + \log_3(4b)$ và $a > 3b > 0$. Tính $\dfrac{a}{b}$

Câu 5: Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2, \log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

Câu 6: Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và giả sử tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị $A=\log_9\sqrt[4]{27}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 2

Lời giải

$A=\log_9\sqrt[4]{27}=\log_{3^2}3^{\frac{3}{4}}=\frac{3}{8}$.

Câu 2: Với $a,\ b$ là các số thực dương tuỳ ý và $a\neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}}\frac{1}{b^5}$ bằng

A. $5\log_a b$. **B.** $\log_a b$. **C.** $-5\log_a b$. **D.** $\frac{1}{5}\log_a b$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\frac{1}{a}}\frac{1}{b^5}=\log_{a^{-1}}b^{-5}=\frac{1}{-1}.\log_a b^{-5}=-1.(-5).\log_a b=5\log_a b$.

Câu 3: Giá trị $A=\log_{\frac{1}{a}}\sqrt[3]{a^8}$ với $0<a\neq 1$ bằng:

A. $-\frac{8}{3}$. **B.** -2. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 4

Lời giải

$A=\log_{\frac{1}{a}}\sqrt[3]{a^8}=\log_{a^{-1}}a^{\frac{8}{3}}=-\frac{8}{3}$.

Câu 4: Xét số thực dương a khác 1, giá trị của biểu thức $N=\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}$ bằng

A. $-\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $N=\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}=\log_a a^{\frac{3}{4}}=\frac{3}{4}$.

Câu 5: Giá trị $A=\log_a\left(\frac{a^2\sqrt[3]{a^5}\sqrt[5]{a^9}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)$ với $0<a\neq 1$ bằng:

A. 5. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 2

Lời giải

$A=\log_a\left(\frac{a^2\sqrt[3]{a^5}\sqrt[5]{a^9}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)=\log_a\frac{a^2.a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{9}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}}=\log_a a^5=5$.

Câu 6: Giá trị $a^{2-3\log_a b}$ $(0<a\neq 1,\ b>0)$ bằng:

A. a^2b^{-3}. **B.** a^2b. **C.** a^2b^3. **D.** ab^2

Lời giải

$a^{2-3\log_a b}=\frac{a^2}{a^{3\log_a b}}=\frac{a^2}{b^3}=a^2b^{-3}$.

Câu 7: Cho số thực dương a khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_2(4a)$ bằng

A. $4+\log_2 a$. **B.** $2+\log_2 a$. **C.** $2\log_2 a$. **D.** $4\log_2 a$.

Lời giải

Ta có $\log_2(4a)=\log_2 4+\log_2 a=2+\log_2 a$.

Câu 8: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2}\left(\dfrac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}}\right)=3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $-\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có $\log_{a^2}\left(\dfrac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}}\right)=3\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\left(\log_a a^3-\log_a b^{\frac{3}{5}}\right)=3\Leftrightarrow 3-\dfrac{3}{5}\log_a b=6\Leftrightarrow\log_a b=-5$.

Câu 9: Với mọi a,b dương thỏa mãn $\log_2\sqrt{a}-\log_2 b=3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a=64b^2$. **B.** $ab^2=64$. **C.** $\sqrt{a}-b=8$. **D.** $\dfrac{\sqrt{a}}{b}=3$.

Lời giải

Ta có $\log_2\sqrt{a}-\log_2 b=3\Leftrightarrow\log_2\dfrac{\sqrt{a}}{b}=3\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{a}}{b}=2^3\Leftrightarrow a=64b^2$.

Câu 10: Biết thời gian cần thiết (tính theo năm) để tăng gấp đôi số tiền đầu tư theo thể thức lãi kép liên tục với lãi suất không đổi r mỗi năm được cho bởi công thức $t=\dfrac{\ln 2}{r}$. Tính thời gian cần thiết để tăng gấp đôi số tiền đầu tư khi lãi suất là 8% mỗi năm (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất)

A. 8.7 năm. **B.** 8.6 năm. **C.** 8 năm. **D.** 8.67 năm.

Lời giải

Ta có $r=8\%=0.08$. Do đó thời gian cần thiết để tăng gấp đôi khoản đầu tư là:

$t=\dfrac{\ln 2}{r}=\dfrac{\ln 2}{0.08}\approx 8.7$ (năm).

Câu 11: Gọi $I(t)$ là số ca bị nhiễm bệnh Covid-19 ở quốc gia X sau t ngày khảo sát. Khi đó ta có công thức $I(t)=A.e^{r_0(t-1)}$ với A là số ca bị nhiễm trong ngày khảo sát đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Biết rằng ngày đầu tiên khảo sát có 500 ca bị nhiễm bệnh và ngày thứ 10 khảo sát có 1000 ca bị nhiễm bệnh. Hỏi ngày thứ 20 số ca nhiễm bệnh gần nhất với số nào dưới đây, biết rằng trong suốt quá trình khảo sát hệ số lây nhiễm là không đổi?

A. 2000. **B.** 2160. **C.** 2340. **D.** 2520.

Lời giải

Theo giả thiết ta có $I(1)=A=500$.

Ngày thứ 10 có 1000 ca nên $I(10)=A.e^{9r_0}\Leftrightarrow 1000=500.e^{9r_0}\Leftrightarrow r_0=\dfrac{\ln 2}{9}$.

Vậy ngày thứ 20 số ca nhiễm bệnh là $I(20)=500.e^{\frac{19\ln 2}{9}}\approx 2160$.

Câu 12: Người ta thả một lượng bèo vào một hồ nước. Kết quả cho thấy sau 9 giờ bèo sẽ sinh sôi kín cả mặt hồ. Biết rằng sau mỗi giờ, lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi. Hỏi sau mấy giờ thì lượng bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ?

A. 3 giờ. **B.** $9-\log 3$ giờ. **C.** $\frac{10^9}{3}$ giờ. **D.** $\frac{9}{\log 3}$ giờ.

Lời giải

Gọi A là lượng bèo ban đầu. Sau mỗi giờ, lượng lá bèo tăng gấp 10 lần nên sau 9 giờ ta lượng bèo là $A.10^9$.

Gọi t là số giờ để lượng bèo trong hồ phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ. Khi đó ta có:

$$A.10^t=\frac{1}{3}\times A.10^9 \Rightarrow t=\log\frac{10^9}{3}=9-\log 3.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho biểu thức $B=2\ln\sqrt{ex}-\ln\frac{e^2}{\sqrt{x}}+\ln 3\cdot\log_3\left(ex^2\right)$, với x là số thực dương.

a) Cho $\ln x=2$ thì $B=7$

b) Cho $\ln x=4$ thì $B=14$

c) Cho $x=e^3$ thì $B=\frac{21}{2}$

d) Cho $x=e^6$ thì $B=18$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

Ta có:

$$B=2\ln(ex)^{\frac{1}{2}}-\left(\ln e^2-\ln x^{\frac{1}{2}}\right)+\ln\left(ex^2\right)$$

$$=\ln(ex)-\left(2-\frac{1}{2}\ln x\right)+\ln\left(ex^2\right)=(\ln e+\ln x)-2+\frac{1}{2}\ln x+\ln e+\ln x^2.$$

$$=1+\ln x-2+\frac{1}{2}\ln x+1+2\ln x=\frac{7}{2}\ln x$$

Câu 2: Cho $\log_{27}5=a$, $\log_3 7=b$ và $\log_2 3=c$.

a) $0<a<1$

b) $bc=\log_7 2$

c) $\log_6 45=\frac{6ac+2c}{1+c}$

d) Biết $\log_6 35=\frac{(ma+nb)c}{1+pc}$ với $m,n,p\in\mathbb{Z}$. Khi đó $m^2+n^2+p^2=11$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng: Ta có $0=\log_{27}1<\log_{27}5<\log_{27}27=1\Rightarrow 0<a<1$

b) Sai: Ta có $bc = \log_3 7.\log_2 3 = \dfrac{\log_3 7}{\log_3 2} = \log_2 7$.

3) Đúng: $\log_{27} 5 = a \Rightarrow a = \dfrac{1}{3}\log_3 5 \Rightarrow 3a = \log_3 5$.

Khi đó $\log_6 45 = \dfrac{\log_2\left(3^2.5\right)}{\log_2(2.3)} = \dfrac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1+\log_2 3} = \dfrac{2c + \log_2 3.\log_3 5}{1+c} = \dfrac{2c + 2c.3a}{1+c} = \dfrac{6ac+2c}{1+c}$.

d) Đúng: $\log_{27} 5 = a \Rightarrow a = \dfrac{1}{3}\log_3 5 \Rightarrow 3a = \log_3 5 \Rightarrow \log_5 3 = \dfrac{1}{3a}$

$\log_3 7 = b \Rightarrow \log_7 3 = \dfrac{1}{b}$; $\qquad bc = \log_2 3.\log_3 7 = \log_2 7 \Rightarrow \log_7 2 = \dfrac{1}{bc}$;

$3ac = \log_3 5.\log_2 3 = \log_2 5 \Rightarrow \log_5 2 = \dfrac{1}{3ac}$.

Khi đó $\log_6 35 = \log_6 5 + \log_6 7$

$$= \frac{1}{\log_5 6} + \frac{1}{\log_7 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} + \frac{1}{\log_7 3 + \log_7 2} = \frac{1}{\frac{1}{3ac} + \frac{1}{3a}} + \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{1}{bc}} = \frac{(3a+b)c}{c+1}.$$

Vậy ta có: $\begin{cases} m = 3 \\ n = 1 \\ p = 1 \end{cases} \Rightarrow m^2 + n^2 + p^2 = 11$.

Câu 3: Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$.

a) $b > 1$

b) $ab = \log_2 3$

c) $\log_{12} 5 = \dfrac{2}{a+b}$

d) Biết $\log_{24} 250 = \dfrac{mab+nb}{pa+qb}$ với $m,n,p,q \in \mathbb{Z}$. Khi đó $A = mnpq = 9$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng: Ta có $b = \log_3 5 > \log_3 3 = 1$

b) Sai: Ta có $\log_2 3 = \dfrac{\log_5 3}{\log_5 2} = \dfrac{1}{\log_3 5}.\log_2 5 = \dfrac{a}{b}$.

c) Sai: $\log_{12} 5 = \dfrac{1}{\log_5 12} = \dfrac{1}{\log_5\left(2^2.3\right)} = \dfrac{1}{\log_5 2^2 + \log_5 3} = \dfrac{1}{\dfrac{2}{\log_2 5} + \dfrac{1}{\log_3 5}}$

$$= \frac{1}{\frac{2}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{1}{\frac{a+2b}{ab}} = \frac{ab}{a+2b}.$$

d) Đúng: $\log_{24} 250 = \log_{2^3.3}\left(2.5^3\right) = \log_{2^3.3} 2 + \log_{2^3.3} 5^3 = \dfrac{1}{\log_2\left(2^3.3\right)} + \dfrac{3}{\log_5\left(2^3.3\right)}$

$$=\frac{1}{3+\log_2 3}+\frac{3}{3\log_5 2+\log_5 3}=\frac{1}{3+\dfrac{\log_2 5}{\log_3 5}}+\frac{3}{\dfrac{3}{\log_2 5}+\dfrac{1}{\log_3 5}}$$

$$=\frac{1}{3+\dfrac{a}{b}}+\frac{3}{\dfrac{3}{a}+\dfrac{1}{b}}=\frac{1}{\dfrac{3b+a}{b}}+\frac{3}{\dfrac{3b+a}{ab}}=\frac{b}{3b+a}+\frac{3ab}{3b+a}=\frac{3ab+b}{a+3b}.$$

Vậy ta có $\begin{cases} m=3 \\ n=1 \\ p=1 \\ q=3 \end{cases} \Rightarrow mnpq=9$.

Câu 4: Công thức $\log x=11,8+1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng x tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3.10^{34}$ erg.		
b)	Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng 2.10^{9} jun.		
c)	Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.		
d)	Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8}\le x\le 10^{20,8}$ erg.		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai

Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3.10^{34}$ erg.

Ta có $\log x=11,8+1,5M$

Với $M=2$ ta được $\log x=14,8 \Leftrightarrow x\approx 6,3.10^{14}$ erg.

b) Đúng

Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng 2.10^{9} jun.

Với $M=3$ ta được $\log x=16,3 \Leftrightarrow x\approx 2.10^{16}$ erg $=2.10^{9}$ jun.

c) Sai

Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.

Gọi x_1,x_2 (erg) lần lượt là năng lượng tạo ra của hai trận động đất có độ lớn lần lượt là $M_1=5,M_2=3$ (độ Richter).

Ta có: $\log x_1=11,8+1,5M_1;\log x_2=11,8+1,5M_2$

$$\Rightarrow \log x_1-\log x_2=1,5\left(M_1-M_2\right)\Rightarrow \log\frac{x_1}{x_2}=3\Rightarrow \frac{x_1}{x_2}=10^3=1000.$$

d) Đúng

Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \le x \le 10^{20,8}$ *erg.*

$11,8+1,5,4 \le \log x \le 11,8+1,5.6 \Rightarrow 17,8 \le \log x \le 20,8 \Rightarrow 10^{17,8} \le x \le 10^{20,8}$ erg.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 - 8b = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{2}} a - \log_2 b - 1$.

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có:

$P = \log_{\sqrt{2}} a - \log_2 b - 1 = 2\log_2 a - (\log_2 b + \log_2 2) = \log_2 a^2 - \log_2 2b = \log_2 \dfrac{a^2}{2b} = \log_2 \dfrac{8b}{2b} = 2$.

Câu 2: Rút gọn $P = 3^{\log_9 4 + \log_3 5}$

Lời giải

Trả lời: 10

Ta có : $\log_9 4 = \log_{3^2} 2^2 = \log_3 2$.

$\log_9 4 + \log_3 5 = \log_3 2 + \log_3 5 = \log_3 (2.5) = \log_3 10$.

Câu 3: Cho x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân; $\log_a x$, $\log_{\sqrt{a}} y$, $\log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng, với a là số thực dương khác 1. Giá trị của $p = \dfrac{9x}{y} + \dfrac{y}{z} + \dfrac{3z}{x}$ là

Lời giải

Trả lời: 13

x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân nên ta có $xz = y^2$ (1).

$\log_a x$, $\log_{\sqrt{a}} y$, $\log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng nên:

$\log_a x + \log_{\sqrt[3]{a}} z = 2\log_{\sqrt{a}} y \Leftrightarrow \log_a x + 3\log_a z = 4\log_a y \Leftrightarrow xz^3 = y^4$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra $x = y = z$.

Vậy $p = \dfrac{9x}{y} + \dfrac{y}{z} + \dfrac{3z}{x} = 9 + 1 + 3 = 13$.

Câu 4: Trên một chiếc đài Radio FM có vạch chia để người dùng có thể dò sóng cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và vạch ngoài cùng bên phải tương ứng với $88\,Mhz$ và $108\,Mhz$. Hai vạch này cách nhau $10\,\text{cm}$. Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái $d(\text{cm})$ thì có tần số bằng $k.a^d\,(Mhz)$ với k và a là hai hằng số. Tìm vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV1 với tần số $102,7\,Mhz$. *(đơn vị cm, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 7,54

Ta có:

$d = 0 \Rightarrow k.a^0 = 88 \Rightarrow k = 88$.

$d = 10 \Rightarrow k.a^{10} = 108 \Rightarrow 88.a^{10} = 108 \Rightarrow a^{10} = \dfrac{108}{88} \Rightarrow a = \sqrt[10]{\dfrac{108}{88}}$.

Gọi d_1 là vị trí để vạch có tần số $102,7\,Mhz$ khi đó ta có

$88.\left(\sqrt[10]{\frac{108}{88}}\right)^{d_1}=102,7 \Leftrightarrow \left(\sqrt[10]{\frac{108}{88}}\right)^{d_1}=\frac{102,7}{88} \Leftrightarrow d_1=\log_{\sqrt[10]{\frac{108}{88}}}\frac{102,7}{88}=7,54$.

Vậy vị trí tốt nhất của vạch để bắt sóng VOV1 với tần số $102,7\,Mhz$ là $7,54\,\text{cm}$.

Câu 5: Vào cuối năm 2022, báo Rossiyskaya Gazeta dẫn lời Bộ trưởng Tài nguyên Nga cảnh báo nước này sẽ cạn kiệt dầu mỏ sau 28 năm nữa nếu sản lượng khai thác hằng năm vẫn giữ như năm 2022. Bắt đầu từ năm 2023, nếu nước Nga mỗi năm giảm sản lượng khai thác 2% so với năm trước thì sau bao nhiêu năm nữa nước này cạn kiệt dầu mỏ (chọn phương án có kết quả gần nhất với tính toán của bạn)?

Lời giải

Trả lời: 40

Gọi S (tỷ tấn) là sản lượng dầu mỏ còn lại của Nga trên thực tế tính từ cuối năm 2022.

x (tỷ tấn) là sản lượng khai khác hằng năm như năm 2022.

Theo đề bài, ta có: $S=28x$ (tỷ tấn).

Gọi n là số năm khai thác còn lại với sản lượng khai thác thay đổi hằng năm tính từ 2023.

Lượng khai thác mỗi năm tính từ năm 2023 là: $x.\frac{(1-2\%)^n-1}{(1-2\%)-1}=\frac{0,98^n-1}{-0,02}x$ (tỷ tấn).

Đến khi khai thác hết, ta có: $\frac{0,98^n-1}{-0,02}x=28x \Leftrightarrow n=\log_{0,98}(1-0,02.28)\approx 40.64$.

Câu 6: Cho ba số thực dương a,b,c đều khác 1 thoả mãn $\log_a b=2\log_b c=4\log_c a$ và $a+2b+3c=48$. Khi đó $P=abc$ bằng bao nhiêu

Lời giải

Trả lời: 243

Do a,b,c đều khác 1 nên $\log_a b,\log_b c,\log_c a$ đều khác 0 ta có:

$\log_a b=2\log_b c \Leftrightarrow \log_a c.\log_c b=2\log_b c \Leftrightarrow \log_a c=2\log_b^2 c$.

$\log_a b=4\log_c a \Leftrightarrow \log_a c.\log_c b=4\log_c a \Leftrightarrow \log_c b=4\log_c^2 a$.

Nên $\log_a c.\log_c b=8\log_b^2 c.\log_c^2 a \Leftrightarrow \log_a b=8\log_b^2 a \Leftrightarrow \log_a^3 b=8 \Leftrightarrow \log_a b=2 \Leftrightarrow b=a^2$.

Mà $\log_a b=2\log_b c \Leftrightarrow \log_a b=2\log_{a^2} c \Leftrightarrow b=c$.

Ta lại có $a+2b+3c=48 \Leftrightarrow a+2a^2+3a^2=48 \Leftrightarrow 5a^2+a-48=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-\frac{16}{5} \\ a=3 \end{array}\right.$

Do a,b,c đều là số thực dương $\Rightarrow a=3 \Rightarrow b=9,\ c=9 \Rightarrow P=abc=243$.

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1: Cho các số thực dương $x\neq 1$, $y\neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x=\log_y 16$ và tích $xy=64$. Tính giá trị của biểu thức $\left(\log_2\frac{y}{x}\right)^2$

Lời giải

Đặt $t=\log_2 x \Rightarrow x=2^t$ và $t=\log_y 16 \Rightarrow y=16^{\frac{1}{t}}=2^{\frac{4}{t}} \Rightarrow \frac{y}{x}=2^{\frac{4}{t}-t}$

$$x.y=64\Rightarrow 2^t.2^{\frac{4}{t}}=2^6\Rightarrow t+\frac{4}{t}=6\Leftrightarrow t^2-6t+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3+\sqrt{5}\\t=3-\sqrt{5}\end{array}\right.\to\left(\log_2 2^{\frac{4}{t}-t}\right)^2=20.$$

Câu 2: Cho các số dương a,b,c khác 1 thoả mãn $\log_a(bc)=3$ và $\log_b(ac)=4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases}\log_a(bc)=3\\\log_b(ac)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}bc=a^3\\ac=b^4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=a^3.c^{-1}\\ac=\left(a^3.c^{-1}\right)^4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=a^3.c^{-1}\\ac=a^{12}.c^{-4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=c^{\frac{5}{11}}\\b=c^{\frac{4}{11}}\end{cases}$.

$\Rightarrow\log_c(ab)=\log_c\left(c^{\frac{5}{11}}.c^{\frac{4}{11}}\right)=\log_c c^{\frac{9}{11}}=\frac{9}{11}$.

Câu 3: Đặt $a=\log_2 3,\ b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

Lời giải

Ta có $\log_6 45=\log_6 9+\log_6 5$.

$\log_6 9=2\log_6 3=\frac{2}{\log_3 6}=\frac{2}{1+\log_3 2}=\frac{2}{1+\frac{1}{a}}=\frac{2a}{a+1}$.

$\log_6 5=\frac{1}{\log_5 6}=\frac{1}{\log_5 3+\log_5 2}=\frac{a}{b(a+1)}$ vì $\log_5 2=\frac{b}{a}$.

Vậy $\log_6 45=\frac{2a}{a+1}+\frac{a}{b(a+1)}=\frac{a+2ab}{ab+b}$..

Câu 4: Cho hai số thực a,b thỏa mãn: $2\log_3(a-3b)=\log_3 a+\log_3(4b)$ và $a>3b>0$. Tính $\frac{a}{b}$

Lời giải

Ta có: $2\log_3(a-3b)=\log_3 a+\log_3(4b)\Leftrightarrow\log_3(a-3b)^2=\log_3(4ab)$

$\Leftrightarrow(a-3b)^2=4ab\Leftrightarrow a^2-10ab+9b^2=0\Leftrightarrow\left(\frac{a}{b}\right)^2-10\frac{a}{b}+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{a}{b}=9\\\frac{a}{b}=1\ (loai)\end{array}\right.$.

Câu 5: Cho các số dương a,b,c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc)=2,\log_b(ca)=4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}\log_a(bc)=2\\\log_b(ca)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{\log_c(bc)}{\log_c a}=2\\\frac{\log_c(ca)}{\log_c b}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_c b+1=2\log_c a\\1+\log_c a=4\log_c b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\log_c a-\log_c b=1\\\log_c a-4\log_c b=-1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_c a=\frac{5}{7}\\\log_c b=\frac{3}{7}\end{cases}$. Vậy $\log_c(ab)=\log_c a+\log_c b=\frac{8}{7}$.

Câu 6: Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và giả sử tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

Lời giải

Số lượng bèo ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ.

Sau 1 tuần số lượng bèo là $0,04\times 3$ diện tích mặt hồ.

Sau 2 tuần số lượng bèo là $0,04\times 3^2$ diện tích mặt hồ.

Sau n tuần số lượng bèo là $0,04\times 3^n$ diện tích mặt hồ.

Để bèo phủ kín mặt hồ thì: $0,04\times 3^n=1\Rightarrow 3^n=25\Rightarrow n=\log_3 25$ (tuần).

Số ngày tương ứng là $7n=7\log_3 25\approx 20,51$ (ngày).

Vậy sau ít nhất 21 ngày thì bèo hoa dâu sẽ phủ kín mặt hồ.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=x^{\sqrt{7}}$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lôgarit?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=x^{\sqrt{7}}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=\left(\sqrt{5}\right)^x$ là:

A. $[5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=\log x$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

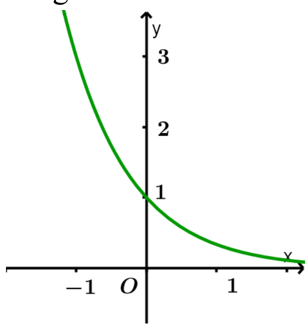
Câu 5: Tập xác định D của hàm số $y=\ln(1-x)$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\log_2 x-1}$ là

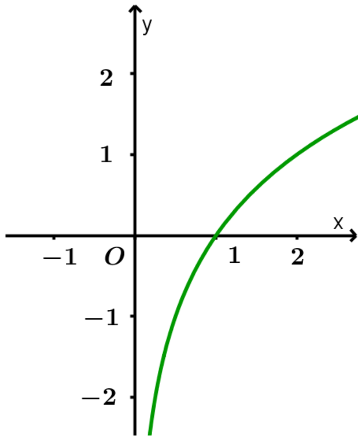
A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)\setminus\{2\}$. **D.** $(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y=3^x$. **B.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. **D.** $y=\log_3 x$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

D. $y = \log_2 x$.

Câu 9: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log x$.

B. $y = \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^x$.

C. $y = \ln x$.

D. $y = \left(\frac{1}{7}\right)^{-x}$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	0	1	$+\infty$
y	$-\infty$	↗ 0 ↗	$+\infty$

A. $y = 3^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \log_{\left(\frac{1}{5}\right)} x$.

Câu 11: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A.e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết năm 2023 dân số thành phố Cần Thơ năm 2023 ước tính là 1282000 người và tỉ lệ gia tăng dân số là $1,03\%$. Hỏi đến năm bao nhiêu thì dân số thành phố Cần Thơ đạt hơn $1,5$ triệu người?

A. 2038. **B.** 2039. **C.** 2040. **D.** 2041.

Câu 12: Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiến 10 triệu đồng với lãi suất là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 46794000 đồng **B.** 44163000 đồng
C. 42465000 đồng **D.** 41600000 đồng

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=2^x$

a) Tập xác định của hàm số là khoảng $(0;+\infty)$.

b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(0;1)$.

c) Hàm số đồng biến trên R.

d) Đồ thị hàm số $y=2^x$ cắt đường thẳng $y=\dfrac{1}{8}$ tại điểm $M(-3;8)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\log_3(5x-3)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

b) Hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2;7)$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[\dfrac{4}{5};\dfrac{12}{5}\right]$ là 2

Câu 3: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A=P\cdot\left(1-\dfrac{r}{100}\right)^n$.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 6% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại là 94 triệu đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 84,64 triệu đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là 5,03%

d) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau 14 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

Câu 4: Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (triệu đồng), cô Nga sử dụng công thức $y=\log_{1,06}\left(\dfrac{x}{100}\right)$.

a) Tổng số tiền x thu được tăng lên khi số năm gửi y tăng lên do đó hàm số $y=\log_{1,06}\left(\dfrac{x}{100}\right)$ đồng biến trên tập xác định.

b) Sau ít nhất 12 năm thì cô Nga có thể rút ra được số tiền gấp đôi số tiền đã gửi từ tài khoản tiết kiệm đó.

c) Có một dự án đầu tư đòi hỏi chi phí hiện tại là 100 triệu đồng và sau 5 năm sẽ đem lại 150 triệu đồng. Xét khẳng định: "Cô Nga nếu đầu tư vào dự án này sẽ thu về khoản lợi nhuận nhiều hơn là gửi tiền vào ngân hàng đã nêu".

d) Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Xét khẳng định: "Cô Nga sử dụng số tiền theo cách đó sẽ đóng bảo hiểm được tối đa 6 năm từ số tiền 100 triệu vốn ban đầu".

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(-x^2+2023x-2022\right)$ có bao nhiêu số nguyên?

Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$. Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+2b^2$.

Câu 3: Cường độ một trận động đất M (Richte) được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richte. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

Câu 4: Năm 2020, dân số thế giới là $7,795$ tỉ người và tốc độ tăng dân số $1,05\%$/năm. Nếu tốc độ tăng này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì đến năm bao nhiêu năm dân số đạt 10 tỉ người.

Câu 5: Anh Trung gửi vào ngân hàng 180 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Sau mỗi tháng, anh Trung đến ngân hàng rút mỗi tháng 5 triệu đồng để chi tiêu đến khi hết tiền thì thôi. Biết trong suốt thời gian đó, ngoài số tiền rút mỗi tháng anh Trung không rút thêm một đồng nào kể cả gốc lẫn lãi và lãi suất không đổi. Vậy tháng cuối cùng anh Trung sẽ rút được số tiền là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến đến hàng phần trăm)?

Câu 6: Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất $0,85\%$ / tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng?

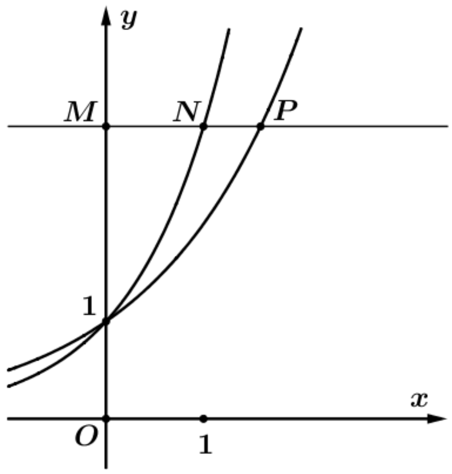
PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tìm tập xác định D của các hàm số sau:

a) $y=\log(x+1)^2$ b) $y=\log_2(2-x)+(x+1)^{-2}$

c) $y=\ln\left(-x^2+5x-6\right)$ d) $y=\log_2\dfrac{x+3}{2-x}$ e) $y=\dfrac{1}{\log_3\left(2x^2-x\right)}$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y=a^x, y=b^x$ (a,b là các số dương khác 1) có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$ như hình vẽ. Vẽ đường thẳng $y=c>1$ cắt trục tung và $(C_1),(C_2)$ lần lượt tại M,N,P. Biết rằng $S_{OMN}=3S_{ONP}$. Tìm mối liên hệ giữa a và b.



Câu 3: E.coli là vi khuẩn đường ruột gây bệnh tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E.coli tăng gấp đôi. Ban đầu có 20 vi khuẩn E.coli trong đường ruột. Hỏi sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn E.coli lớn hơn 81920 con?

Câu 4: Chị Lan chuẩn bị mua nhà trị giá 1 tỷ đồng. Chị Lan thực hiện việc tiết kiệm bằng cách mỗi tháng gửi đều đặn vào ngân hàng 20 triệu đồng/tháng. Biết rằng trong thời gian chị Lan gửi tiền thì ngân hàng áp dụng mức lãi suất $0,6\%$ tháng và chị Lan không rút lãi lần nào. Hỏi chị Lan phải gửi tối thiểu bao nhiêu tháng để có được số tiền 1 tỷ đồng bao gồm cả tiền gốc và tiền lãi?

Câu 5: Chị Lan muốn mua một chiếc điện thoại Iphone 14 Pro Max trị giá 27 triệu đồng, nhưng vì chưa đủ tiền nên chị chọn mua bằng hình thức trả góp hàng tháng (số tiền trả góp mỗi tháng như nhau) với lãi suất 12% một năm và trả trước 10 triệu đồng. Hỏi mỗi tháng chị phải trả số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây để sau đúng 1 năm kể từ ngày mua điện thoại, chị sẽ trả hết nợ, biết kì trả nợ đầu tiên sau ngày mua điện thoại đúng một tháng và chỉ tính lãi hàng tháng trên số dư nợ thực tế của tháng đó

Câu 6: Anh Minh muốn sau 3 năm nữa có một khoản tiền 500 triệu đồng để mua ôtô. Để thực hiện việc đó, anh Minh xây dựng kế hoạch ngay từ bây giờ, hàng tháng phải gửi một khoản tiền không đổi vào ngân hàng theo thể thức lãi kép và không rút tiền ra trong 3 năm đó. Giả sử rằng lãi suất không đổi là $0,65\%$/tháng. Hỏi số tiền anh Minh phải gửi hàng tháng là bao nhiêu để sau 3 năm anh có được 500 triệu? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=x^{\sqrt{7}}$.

Lời giải

Ta có: $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ là hàm số mũ.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lôgarit?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=x^{\sqrt{7}}$.

Lời giải

Ta có: $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ là hàm số lôgarit.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=\left(\sqrt{5}\right)^x$ là:

A. $[5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=\left(\sqrt{5}\right)^x$ có nghĩa $\forall x\in\mathbb{R}$.

Tập xác định của hàm số là: $(-\infty;+\infty)$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=\log x$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=\log x$ xác định $\Leftrightarrow x>0$. Vậy tập xác định của hàm số là: $D=(0;+\infty)$.

Câu 5: Tập xác định D của hàm số $y=\ln(1-x)$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=(-\infty;1)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 1-x>0\Leftrightarrow x<1$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\log_2 x-1}$ là

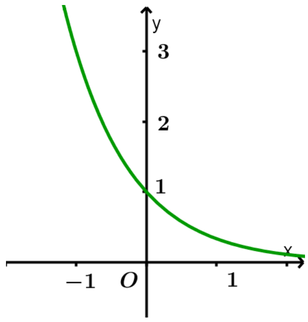
A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)\setminus\{2\}$. **D.** $(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases}x>0\\ \log_2 x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ \log_2 x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ x\neq 2\end{cases}$.

Vậy tập xác định $D=(0;+\infty)\setminus\{2\}$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?

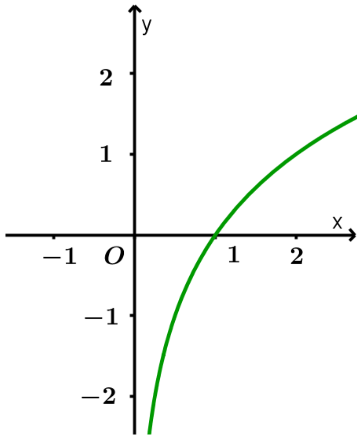


A. $y=3^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{3}}x$. **D.** $y=\log_3 x$.

Lời giải

Hàm số có đồ thị như hình vẽ trên nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$ nên loại **A, D**, đồ thị nhận Ox làm tiệm cận ngang chọn hàm số $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y=2^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **D.** $y=\log_2 x$.

Lời giải

Hàm số có đồ thị như hình vẽ trên đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên loại **B, C**, đồ thị nhận Oy làm tiệm cận đứng nên chọn hàm số $y=\log_2 x$.

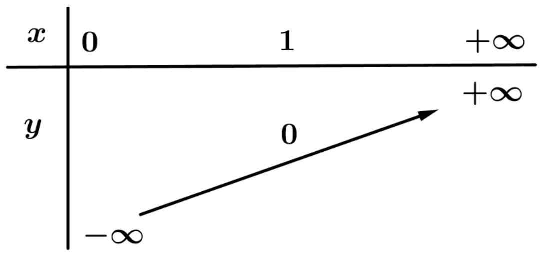
Câu 9: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log x$. **B.** $y=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^x$. **C.** $y=\ln x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{7}\right)^{-x}$.

Lời giải

Hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ do $0<\frac{\sqrt{2}}{5}<1$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới



A. $y = 3^x$. **B.** $y = \left(\dfrac{1}{5}\right)^x$.

C. $y = \log_3 x$. **D.** $y = \log_{\left(\frac{1}{5}\right)} x$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên loại đáp án **B, D**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$ nên chọn đáp án **C**

Câu 11: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A.e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết năm 2023 dân số thành phố Cần Thơ năm 2023 ước tính là 1282000 người và tỉ lệ gia tăng dân số là $1,03\%$. Hỏi đến năm bao nhiêu thì dân số thành phố Cần Thơ đạt hơn $1,5$ triệu người?

A. 2038. **B.** 2039. **C.** 2040. **D.** 2041.

Lời giải

Lấy năm 2023 làm mốc, khi đó $A = 1282000$. Giả sử sau n năm thì dân số thành phố Cần Thơ đạt hơn 1500000, tức là

$$1500000 = 1282000.e^{0,0103n} \Rightarrow e^{0,0103n} = \frac{750}{641} \Rightarrow 0,0103n = \ln\frac{750}{641} \Rightarrow n \approx 15,25$$

Có nghĩa là theo tốc độ tăng dân số này thì sau 16 năm dân số thành phố sẽ đạt 1500000 người vào năm 2039.

Câu 12: Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải kinh phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 46794000 đồng **B.** 44163000 đồng **C.** 42465000 đồng **D.** 41600000 đồng

Lời giải

Tổng số tiền bạn Nam vay (gốc và lãi) sau 4 năm là:

$$A = 10^7(1+0,04)^4 + 10^7(1+0,04)^3 + 10^7(1+0,04)^2 + 10^7(1+0,04)$$

$$= 10^7(1+0,04)[1+(1+0,04)+(1+0,04)^2+(1+0,04)^3]$$

$$= 10^7(1+0,04).\frac{1-(1+0,04)^4}{1-(1+0,04)} = 44163225,6$$

Nên $A \simeq 44163000$ đồng

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Câu 1: Cho hàm số $y = 2^x$

a) Tập xác định của hàm số là khoảng $(0;+\infty)$.

b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(0;1)$.

c) Hàm số đồng biến trên R.

d) Đồ thị hàm số $y=2^x$ cắt đường thẳng $y=\dfrac{1}{8}$ tại điểm $M(-3;8)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Tập xác định hàm số $y=2^x$ là R.

b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $(0;1)$ vì $y(0)=2^0=1$.

c) Hàm số đồng biến trên R vì cơ số $a=2>1$.

d) Phương trình hoành độ giao điểm $2^x=\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow x=-3$. Vậy toạ độ giao điểm hai đồ thị là

$M(-3;\dfrac{1}{8})$

Câu 2: Cho hàm số $y=\log_3(5x-3)$.

a) Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

b) Hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2;7)$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[\dfrac{4}{5};\dfrac{12}{5}\right]$ là 2

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai: Hàm số xác định $\Leftrightarrow 5x-3>0\Leftrightarrow x>\dfrac{3}{5}$, do đó hàm số có TXĐ: $D=\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$.

b) Đúng: Với $\forall x_1,x_2\in\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right);x_1<x_2\Rightarrow 5x_1-3<5x_2-3\Rightarrow \log_3(5x_1-3)<\log_3(5x_2-3)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$.

c) Sai: Với $x=2$ thì $y=\log_3 7$.

Vậy đồ thị hàm số qua điểm $(2;\log_3 7)$ và không đi qua điểm M.

d) Đúng: Do hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$

Suy ra $\underset{\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]}{Max} f(x)=f\left(\dfrac{12}{5}\right)=\log_3\left(5.\dfrac{12}{5}-3\right)=2$ và $\underset{\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]}{Min} f(x)=f\left(\dfrac{4}{5}\right)=\log_3\left(5.\dfrac{4}{5}-3\right)=0.$

Vậy $\underset{\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]}{Max} f(x)+\underset{\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]}{Min} f(x)=2.$

Câu 3: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là $A = P\cdot\left(1-\frac{r}{100}\right)^n$.

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 6% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại là 94 triệu đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 84,64 triệu đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm chỉ còn là 90 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của hai năm đó là 5,03%

d) Nếu tỉ lệ lạm phát là 5% một năm thì sau 14 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) $A = 100\cdot\left(1-\frac{6}{100}\right)^1$ =94. Vậy tỉ lệ lạm phát là 6% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại là 94 triệu đồng.

b) $A = 100\cdot\left(1-\frac{8}{100}\right)^2$ =84,64. Vậy tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại là 84,64 triệu đồng.

c) $A = 100\cdot\left(1-\frac{r}{100}\right)^2 = 90 \Rightarrow$ r=5,13%.

d) $A = 100\cdot\left(1-\frac{5}{100}\right)^{14}$ =48,77.

Câu 4: Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Để biết sau y (năm) thì tổng số tiền cả vốn và lãi có được là x (triệu đồng), cô Nga sử dụng công thức $y = \log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$.

a) Tổng số tiền x thu được tăng lên khi số năm gửi y tăng lên do đó hàm số $y = \log_{1,06}\left(\frac{x}{100}\right)$ đồng biến trên tập xác định.

b) Sau ít nhất 12 năm thì cô Nga có thể rút ra được số tiền gấp đôi số tiền đã gửi từ tài khoản tiết kiệm đó.

c) Có một dự án đầu tư đòi hỏi chi phí hiện tại là 100 triệu đồng và sau 5 năm sẽ đem lại 150 triệu đồng. Xét khẳng định: "Cô Nga nếu đầu tư vào dự án này sẽ thu về khoản lợi nhuận nhiều hơn là gửi tiền vào ngân hàng đã nêu".

d) Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Xét khẳng định: "Cô Nga sử dụng số tiền theo cách đó sẽ đóng bảo hiểm được tối đa 6 năm từ số tiền 100 triệu vốn ban đầu".

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng.

b) Đúng: Với $x=200$ ta có $\log_{1.06}\left(\frac{200}{100}\right)=\log_{1.06}2\simeq 11,9\Rightarrow y\ge 12$ (năm).

c) Đúng: Với $x=150$ ta có $\log_{1.06}\left(\frac{150}{100}\right)=\log_{1.06}1,5\simeq 6,96\Rightarrow y\ge 7$ (năm). Nên nếu gửi ngân hàng thì cần ít nhất 7 năm thì mới thu về được số tiền 150 triệu, mà để đầu tư dự án thì chỉ mất 5 năm.

d) Đúng: Sau một năm gửi ngân hàng, số tiền thu được là $x=100.1,06$ (triệu đồng).

Rút 20 triệu để đóng bảo hiểm nên số tiền còn lại để gửi ngân hàng là $x_1=100.1,06-20$.

Sau năm thứ hai, tiền thu được trừ đi 20 triệu đóng bảo hiểm thì còn lại tiền gửi ngân hàng là

$x_2=x_1.1,06-20=(100.1,06-20).1,06-20=100.1,06^2-20.1,06-20$.

Tiếp tục như vậy ta có: $x_n=100.1,06^n-20.\left(1,06^{n-1}+1,06^{n-2}+...+1,06+1\right)$

$=100.1,06^n-20.\frac{1-1,06^n}{1-1,06}$.

Khi $x_n=0$ ta có $100.1,06^n=20.\frac{1-1,06^n}{1-1,06}\Leftrightarrow 1,06^n=\frac{20}{20-100.0,06}$

$\Leftrightarrow n=\log_{1,06}\left(\frac{20}{20-100.0,06}\right)(\simeq 6,12)$.

Với $n=6$, có $x_6=100.1,06^6-20.\frac{1-1,06^6}{1-1,06}\simeq 2,3$. Tức là sau 6 năm thực hiện kế hoạch thì số tiền còn lại là 2,3 triệu đồng.

Vậy số tiền vốn đã có đủ để thực hiện kế hoạch trong 6 năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(-x^2+2023x-2022\right)$ có bao nhiêu số nguyên?

Lời giải

Trả lời: 2020

Hàm số các định khi và chỉ khi $-x^2+2023x-2022>0\Leftrightarrow x\in(1;2022)$.

Vậy có tất cả 2020 số nguyên trong tập xác định của hàm số đã cho.

Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$. Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+2b^2$.

Lời giải

Trả lời: 17

Điều kiện xác định: $a,b>0;a,b\ne 1$

Vì đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$ nên điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 = a^{\frac{1}{2}} \\ 2 = \log_b \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b^2 = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow T = a^2 + 2b^2 = 4^2 + 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 17.$$

Vậy giá trị của biểu thức bằng 17.

Câu 3: Cường độ một trận động đất M (Richte) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richte. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật Bản.

Lời giải

Trả lời: 100

Trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richte khi đó áp dụng công thức

$$M_1 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 8 = \log A_1 - \log A_0 \ (1).$$

Trận động đất ở Nhật có cường độ 6 độ Richte khi đó áp dụng công thức là: $M_2 = \log A_1 - \log A_0 \Rightarrow 6 = \log A_2 - \log A_0 \ (2)$.

Lấy $(1)-(2)$ vế với vế ta được: $2 = \log A_1 - \log A_2 \Leftrightarrow 2 = \log \dfrac{A_1}{A_2} \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = 100 \Leftrightarrow A_1 = 100A_2$.

Vậy trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp 100 lần biên độ trận động đất ở Nhật bản.

Câu 4: Năm 2020, dân số thế giới là $7{,}795$ tỉ người và tốc độ tăng dân số $1{,}05\%$/năm. Nếu tốc độ tăng này tiếp tục duy trì ở những năm tiếp theo thì đến năm bao nhiêu năm dân số đạt 10 tỉ người.

Lời giải

Trả lời: 2044

Dân số thế giới sau 1 năm tính từ năm 2020 là $7{,}795.(1+1{,}05\%)^1 = 7{,}795.1{,}0105^1$ tỉ người.

Dân số thế giới sau 2 năm tính từ năm 2020 là $7{,}795.1{,}0105.(1+1{,}05\%)^1 = 7{,}795.1{,}0105^2$ tỉ người.

….

Dân số thế giới sau t năm tính từ năm 2020 là $P(t) = 7{,}795.1{,}0105^t$ tỉ người.

Giả sử sau ít nhất t năm tính từ năm 2020 thì dân số thế giới đạt 10 tỉ người.

Khi đó $7{,}795.1{,}0105^t = 10 \Leftrightarrow t \approx 23{,}85$.

Do đó sau ít nhất 24 năm thì dân số thế giới đạt 10 tỉ người.

Vậy đến năm $2020 + 24 = 2044$ dân số đạt 10 tỉ người.

Câu 5: Anh Trung gửi vào ngân hàng 180 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Sau mỗi tháng, anh Trung đến ngân hàng rút mỗi tháng 5 triệu đồng để chi tiêu đến khi hết tiền thì thôi. Biết trong suốt thời gian đó, ngoài số tiền rút mỗi tháng anh Trung không rút thêm một đồng nào kể cả gốc lẫn lãi và lãi suất không đổi. Vậy tháng cuối cùng anh Trung sẽ rút được số tiền là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 3,38

Gọi $A = 180$ triệu đồng, $r = 0{,}6\%$ và $X = 5$ triệu đồng, S_n là số tiền còn lại sau n tháng, n là thời gian anh Trung rút tiền

Sau 1 tháng số tiền còn lại là: $180(1+0,006)-5$.

Sau 2 tháng số tiền còn lại là: $180(1+0,006)^2-5(1+0,006)-5$.

Sau 3 tháng số tiền còn lại là: $180(1+0,006)^3-5(1+0,006)^2-5(1+0,006)-5$.

…

Sau n tháng số tiền còn lại là: $180(1+0,006)^n-5\left[(1+0,006)^{n-1}+...+(1+0,006)+1\right]$

$$=180(1+0,006)^n-5\left[\frac{(1+0,006)^n-1}{0,006}\right]$$

Để rút hết số tiền thì ta tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho

$$S_n\le 0\Leftrightarrow 180.1,006^n-5.\frac{1,006^n-1}{0,006}\le 0\Leftrightarrow \frac{2500}{3}-\frac{1960}{3}.1,006^n\le 0\Leftrightarrow n\ge \log_{1,006}\frac{2500}{1960}\Rightarrow n=41$$

Khi đó số tiền tháng cuối cùng mà anh Trung lấy về là:

$$S_{40}=\left[180.1,006^{40}-5.\frac{1,006^{40}-1}{0,006}\right]\approx 3,38 \text{ triệu đồng}$$

Câu 6: Để đủ tiền mua nhà, anh An vay ngân hàng 500 triệu theo phương thức trả góp với lãi suất $0,85\%$ / tháng. Nếu sau mỗi tháng, kể từ thời điểm vay, anh An trả nợ cho ngân hàng số tiền cố định là 10 triệu đồng bao gồm cả tiền lãi vay và tiền gốc. Biết phương thức trả lãi và gốc không thay đổi trong suốt quá trình anh An trả nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh trả hết nợ ngân hàng?

Lời giải

Trả lời: 66

Đặt $N=500$ triệu là số tiền đã vay, $A=10$ triệu là số tiền trả trong mỗi tháng và $r=0,85\%$ là lãi suất ngân hàng, n là số tháng anh An phải trả hết nợ.

Theo đề bài

Cuối tháng thứ nhất anh An còn nợ số tiền là $N(1+r)-A$.

Cuối tháng thứ hai anh An còn nợ số tiền là $\left[N(1+r)-A\right](1+r)-A=N(1+r)^2-A\left[(1+r)+1\right]$

Cuối tháng thứ ba anh An còn nợ số tiền là

$\left[N(1+r)^2-A\left[(1+r)+1\right]\right](1+r)-A=N(1+r)^3-A\left[(1+r)^2+(1+r)+1\right]$.

….

Cuối tháng thứ n anh An còn nợ số tiền là $N(1+r)^n-A\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+...+(1+r)+1\right]$.

Để sau n tháng anh An trả hết nợ thì $N(1+r)^n-A\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+...+(1+r)+1\right]=0$

$$\Leftrightarrow N(1+r)^n=A\left[(1+r)^{n-1}+(1+r)^{n-2}+...+(1+r)+1\right]\Leftrightarrow N(1+r)^n=A\frac{(1+r)^n-1}{r}$$

$$\Leftrightarrow (1+r)^n=\frac{A}{A-Nr}\Leftrightarrow n=\log_{(1+r)}\left(\frac{A}{A-Nr}\right).$$

Áp dụng ta có $n=\log_{(1+0,0085)}\left(\dfrac{10}{10-500.0,0085}\right)\Leftrightarrow n\approx 65,38$.

Vậy anh An phải trả trong vòng 66 tháng.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tìm tập xác định D của các hàm số sau:

a) $y=\log(x+1)^2$ b) $y=\log_2(2-x)+(x+1)^{-2}$

c) $y=\ln\left(-x^2+5x-6\right)$ d) $y=\log_2\dfrac{x+3}{2-x}$ e) $y=\dfrac{1}{\log_3\left(2x^2-x\right)}$.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $(x+1)^2>0 \Leftrightarrow x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$. TXĐ của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

b) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases}2-x>0\\ x+1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<2\\ x\neq -1\end{cases}$. Vậy $D=(-\infty;2)\setminus\{-1\}$.

c) Hàm số xác định khi: $-x^2+5x-6>0 \Leftrightarrow 2<x<3$. Vậy $D=(2;3)$.

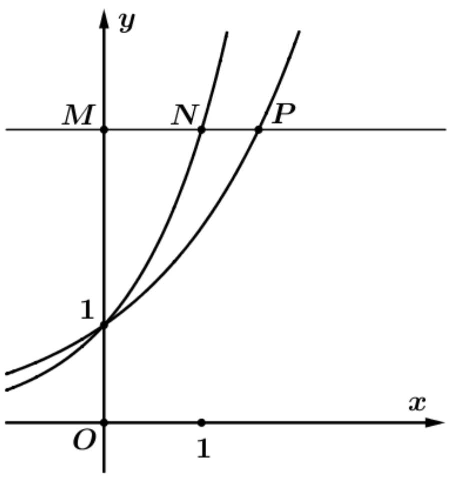
d) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases}x\neq 2\\ \dfrac{x+3}{2-x}>0\end{cases} \Leftrightarrow -3<x<2$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\log_2\dfrac{x+3}{2-x}$ là: $D=(-3;2)$.

e) Hàm số xác định khi $\begin{cases}2x^2-x>0\\ \log_3\left(2x^2-x\right)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<0\vee x>\dfrac{1}{2}\\ 2x^2-x\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<0\vee x>\dfrac{1}{2}\\ x\neq -\dfrac{1}{2}\\ x\neq 1\end{cases}$.

Vậy $D=(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\left\{-\dfrac{1}{2};1\right\}$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y=a^x, y=b^x$ (a,b là các số dương khác 1) có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$ như hình vẽ. Vẽ đường thẳng $y=c>1$ cắt trục tung và $(C_1),(C_2)$ lần lượt tại M,N,P. Biết rằng $S_{OMN}=3S_{ONP}$. Tìm mối liên hệ giữa a và b.



Lời giải

Ta có: $a^x=c\Rightarrow x=\log_a c\Rightarrow x_N=\log_a c$ và $b^x=c\Rightarrow x=\log_b c\Rightarrow x_P=\log_b c$ /

Theo đề bài: $S_{OMN}=3S_{ONP}\Rightarrow MN=3NP\Rightarrow 3MP=4MN$

Suy ra $3x_P=4x_N\Rightarrow 3\log_b c=4\log_a c\Rightarrow \sqrt[3]{b}=\sqrt[4]{a}\Rightarrow a^3=b^4$.

Vậy $a^3 = b^4$.

Câu 3: E.coli là vi khuẩn đường ruột gây bệnh tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E.coli tăng gấp đôi. Ban đầu có 20 vi khuẩn E.coli trong đường ruột. Hỏi sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn E.coli lớn hơn 81920 con?

Lời giải

Vì cứ sau 20 phút (bằng $\frac{1}{3}$ giờ) số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi nên số lượng vi khuẩn tăng theo quy luật $N_n = N_0.2^n = 20.2^n > 81920 \Rightarrow n > 12$

Vậy sau $12.\frac{1}{3} = 4$ giờ thì số vi khuẩn đạt mức lớn hơn 81920 con.

Câu 4: Chị Lan chuẩn bị mua nhà trị giá 1 tỷ đồng. Chị Lan thực hiện việc tiết kiệm bằng cách mỗi tháng gửi đều đặn vào ngân hàng 20 triệu đồng/tháng. Biết rằng trong thời gian chị Lan gửi tiền thì ngân hàng áp dụng mức lãi suất $0,6\%$ tháng và chị Lan không rút lãi lần nào. Hỏi chị Lan phải gửi tối thiểu bao nhiêu tháng để có được số tiền 1 tỷ đồng bao gồm cả tiền gốc và tiền lãi?

Lời giải

Chị Lan hàng tháng gửi vào ngân hàng một số tiền như nhau là A đồng, kì hạn 1 tháng với lãi suất $r\%$ một tháng.

Cuối tháng thứ 1, chị Lan có số tiền là: $P_1 = A + A.r = A(1+r)$

Đầu tháng thứ 2, chị Lan có số tiền là:

$P_1 + A = A(1+r) + A = A + A(1+r) = A\left[1+(1+r)\right]$

Cuối tháng thứ 2, chị Lan có số tiền là:

$P_2 = P_1 + P_1.r = A + A(1+r) + \left[A + A(1+r)\right].r = A\left[(1+r)^2 + (1+r)\right]$

Đầu tháng thứ 3, chị Lan có số tiền là:

$P_2 + A = A\left[(1+r)+(1+r)^2\right] + A = A\left[1+(1+r)+(1+r)^2\right]$

Cuối tháng thứ 3, chị Lan có số tiền là:

$P_3 = P_2 + P_2.r = A\left[1+(1+r)+(1+r)^2\right] + A\left[1+(1+r)+(1+r)^2\right].r = A\left[(1+r)^3+(1+r)^2+(1+r)\right]$

…………………

Cuối tháng thứ n, chị Lan có số tiền là:

$$P_n = A\left[\underbrace{(1+r)^n + (1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r)^2 + (1+r)}_{S_n}\right]$$

$$\Leftrightarrow P_n = A(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

trong đó $A = 20$ (triệu đồng), $r = 0,6\%$ và n là số tháng gửi.

Theo giả thiết $P_n = 10^9 \Leftrightarrow A(1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r} = 10^9 \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{10^9 \mathrm{r}}{A(1+r)} + 1$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+r}\left(\frac{10^9 \mathrm{r}}{A(1+r)} + 1\right) = \log_{1+0.006}\left(\frac{10^9.0,006}{20.10^6.(1+0,006)} + 1\right) \approx 43,63.$$

Vì n nguyên dương nên $n = 44$.

Vậy phải gửi tối thiểu 44 tháng thì chị Lan mới có được số tiền 1tỷ đồng.

Câu 5: Chị Lan muốn mua một chiếc điện thoại Iphone 14 Pro Max trị giá 27 triệu đồng, nhưng vì chưa đủ tiền nên chị chọn mua bằng hình thức trả góp hàng tháng (số tiền trả góp mỗi tháng như nhau) với lãi suất 12% một năm và trả trước 10 triệu đồng. Hỏi mỗi tháng chị phải trả số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây để sau đúng 1 năm kể từ ngày mua điện thoại, chị sẽ trả hết nợ, biết kì trả nợ đầu tiên sau ngày mua điện thoại đúng một tháng và chỉ tính lãi hàng tháng trên số dư nợ thực tế của tháng đó

Lời giải

Số tiền chị Lan còn nợ lại sau khi trả 10 triệu là 17 triệu đồng lãi suất 1% một tháng. Gọi A triệu là số tiền hàng tháng chị Lan trả cửa hàng điện thoại. Như vậy

Sau 1 tháng số tiền còn nợ lại lại là: $17(1+0,01)-A$.

Sau 2 tháng số tiền còn nợ lại là: $17(1+0,01)^2-A\left(1+0,01\right)-A$.

Sau 3 tháng số tiền còn nợ lại là: $17(1+0,01)^3-A(1+0,01)^2-A(1+0,01)-A$.

…

Sau 12 tháng số tiền còn nợ lại là: $17(1+0,01)^{12}-A\left[(1+0,01)^{11}+...+(1+0,01)+1\right]=0$

$$\Leftrightarrow 17(1+0,01)^{12}-A\left[\frac{(1+0,01)^{12}-1}{0,01}\right]=0 \Leftrightarrow A=\frac{17.0,01.(1+0,01)^{12}}{(1+0,01)^{12}-1} \Leftrightarrow A\approx 1,510429408.$$

Câu 6: Anh Minh muốn sau 3 năm nữa có một khoản tiền 500 triệu đồng để mua ôtô. Để thực hiện việc đó, anh Minh xây dựng kế hoạch ngay từ bây giờ, hàng tháng phải gửi một khoản tiền không đổi vào ngân hàng theo thể thức lãi kép và không rút tiền ra trong 3 năm đó. Giả sử rằng lãi suất không đổi là $0,65\%$ /tháng. Hỏi số tiền anh Minh phải gửi hàng tháng là bao nhiêu để sau 3 năm anh có được 500 triệu? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

Lời giải

Gọi x đồng là số tiền anh Minh gửi mỗi tháng.

Sau tháng thứ nhất, số tiền trong ngân hàng của anh Minh là: $x\left(1+0,65\%\right)$.

Sau tháng thứ hai, số tiền trong ngân hàng của anh Minh là: $x\left(1+0,65\%\right)^2+x\left(1+0,65\%\right)$.

…

…

…

Sau tháng thứ ba mươi sáu, số tiền trong ngân hàng của anh Minh là

$$x\left(1+0,65\%\right)^{36}+x\left(1+0,65\%\right)^{35}+...+x\left(1+0,65\%\right)=x\left(1+0,65\%\right)\frac{\left(1+0,65\%\right)^{36}-1}{0,65\%}.$$

Để số tiền có được là 500 triệu đồng thì $500.000.000=x\dfrac{\left(1+0,65\%\right)^{36}-1}{0,65\%}\left(1+0,65\%\right)$

$\Leftrightarrow x\approx 12.292.000$ đồng.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x-3}}$.

A. $D=[3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=(3;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

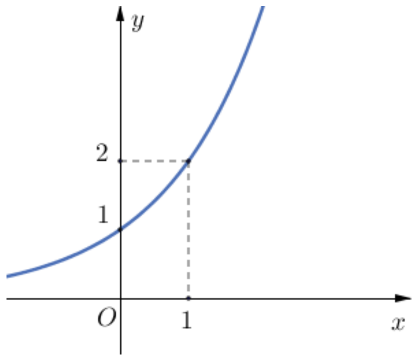
Câu 2: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_5(2x+6)$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=(-3;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Câu 3: Tập giá trị của hàm số $y=3^{x^2+1}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 4: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\frac{1}{2}x+3$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$. **D.** $y=\log_4(2x)$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$.

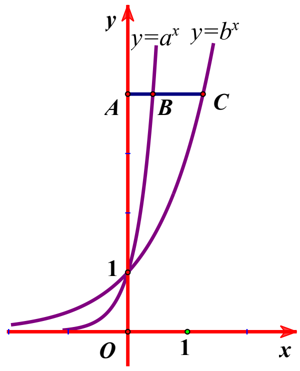
A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $D=[-1;3]$.

C. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=(-1;3)$.

Câu 6: Tập giá trị của hàm số $y=\log_{0,25}\left(x^2+8\right)$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right]$. **C.** $\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y=4$ cắt trục tung, đồ thị $y=a^x$, đồ thị $y=b^x$ lần lượt tại các điểm A,B,C thỏa mãn $AC=3AB$. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a=3b$. **B.** $3a=b$. **C.** $a^3=b$. **D.** $a=b^3$.

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\left(x^2+3x+2\right)+\log_4\left(x+2\right)$.

A. $D=\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-2;+\infty\right)$.

C. $D=\left(-\infty;-2\right)\cup\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $D=\left(-\infty;-2\right)$.

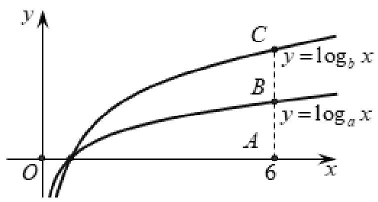
Câu 9: Cường độ ánh sáng đi qua môi trường khác không khí (chẳng hạn sương mù, nước,…) sẽ giảm dần tùy thuộc độ dày của môi trường và hằng số μ gọi là khả năng hấp thu của môi trường, tùy thuộc môi trường thì khả năng hấp thu tính theo công thức $I=I_0e^{-\mu x}$ với x là độ dày của môi trường đó và được tính bằng đơn vị mét. Biết rằng nước biển có $\mu=1,4$. Hãy tính cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu khi từ độ sâu 2m xuống đến 20m?

A. $e^{25,2}$. **B.** $e^{22,5}$. **C.** $e^{32,5}$. **D.** $e^{52,5}$.

Câu 10: E.coli là vi khuẩn đường ruột gây bệnh tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E.coli tăng gấp đôi. Ban đầu có 20 vi khuẩn E.coli trong đường ruột. Hỏi sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn E.coli lớn hơn 81920 con?

A. 12 giờ. **B.** 3 giờ. **C.** 4 giờ. **D.** 6 giờ.

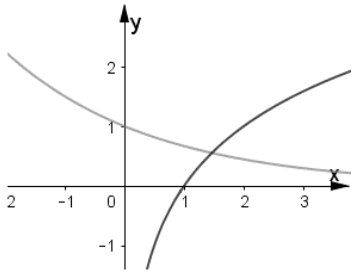
Câu 11: Cho các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đường thẳng $x=6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ lần lượt tại A,B và C. Nếu $AC=AB\log_2 3$ thì

A. $b^3=a^2$ **B.** $b^2=a^3$ **C.** $\log_3 b=\log_2 a$ **D.** $\log_2 b=\log_3 a$

Câu 12: Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<a<\frac{1}{2}<b$. **B.** $0<a<1<b$. **C.** $0<b<1<a$. **D.** $0<a<1$, $0<b<\frac{1}{2}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=2^x$.

a) Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;4)$

d) Đồ thị hàm số $y=2^x$ đối xứng với đồ thị $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ qua trục tung.

Câu 2: Một người gửi số tiền 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép.

a) Lãi suất của ngân hàng là $0,65$ trong một năm

b) Sau khi gửi 1 năm, số tiền mà người đó có trong ngân hàng là $532\,500\,000$ đồng

c) Sau khi gửi 3 năm, số tiền mà người đó có trong ngân hàng nhiều hơn $600\,000\,000$ đồng.

d) Do thiếu tiền nên ở cuối năm thứ 3, người đó đã rút 100 triệu đồng từ ngân hang và tiếp tục gửi thêm 2 năm nữa thì rút toàn bộ số tiền. Lúc này người này có số tiền ít hơn $670\,000\,000$ đồng.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)=5^{x+1}$

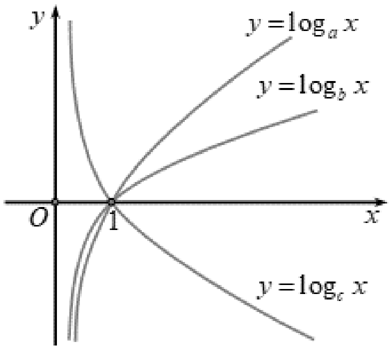
a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;5)$.

b) Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

c) Với hai số thực $a<b$ bất kì, ta luôn có $f(a)<f(b)$.

d) Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=25$, B là hình chiếu của A xuống trục tung. Diện tích tam giác OAB bằng $\frac{25}{2}$.

Câu 4: Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Cho biết tính đúng, sai mỗi phát biểu sau:



a) Trong các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$ (đồ thị trên hình vẽ), có đúng hai hàm số đồng biến trên các tập xác định của nó.

b) $\log_c x>\log_c 2\Rightarrow x<2$.

c) $c<b<a$.

d) Đường thẳng $y=3$ cắt trục Oy và cắt đồ thị các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x$ lần lượt tại các điểm M,N,P sao cho N là trung điểm của MP. Khi đó $a^3=2b^3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=\ln\left(x^2-6x+m-2\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$?

Câu 2: Vợ chồng anh Bình dự định lương của vợ dùng chi trả sinh hoạt phí, lương của anh Bình được gửi tiết kiệm hàng tháng. Biết đầu tháng này anh mới được tăng lương nhận mức lương 8 triệu đồng/tháng và cứ sau 2 năm lương của anh được tăng lên 10% so với 2 năm trước đó. Giả sử rằng dự định của vợ chồng anh được thực hiện từ đầu tháng này và lãi suất ngân hàng ổn định ở $0,6\%$ một tháng. Tính số tiền vợ chồng anh A tiết kiệm được sau 50 tháng (kết quả làm tròn đến triệu đồng)

Câu 3: Thực hiện một mẻ nuôi cấy vi khuẩn với 1500 vi khuẩn ban đầu, nhà sinh học phát hiện số lượng vi khuẩn tăng thêm 25% sau mỗi hai ngày. Công thức $P(t)=P_0.a^t$ cho phép tính số lượng vi khuẩn của mẻ nuôi cấy sau t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Sau 6 ngày thì số lượng vi khuẩn là bao nhiêu con.

Câu 4: Anh Bình mua xe ô tô trị giá 600 triệu đồng theo phương thức trả góp với lãi suất là $9\%/1$ năm và lãi chỉ tính trên số tiền chưa trả. Cứ cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất, anh Bình trả 10 triệu đồng. Anh Bình trả hết số tiền trên sau số tháng là

Câu 5: Áp suất không khi P (đo bằng milimet thủy ngân, ki hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức P giảm theo công thức $P=P_0e^{ni}$ trong đó $\mathrm{P0}=760\mathrm{mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển $(\mathrm{x}=0)$, i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao $1000\,\mathrm{m}$ thì áp suất của không khí là $672,7\mathrm{mmHg}$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao $3000\,\mathrm{m}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 6: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y=a^x\,(a>0,a\neq 1)$ qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $T=-f\left(2+\log_a\frac{1}{2023}\right)$ bằng

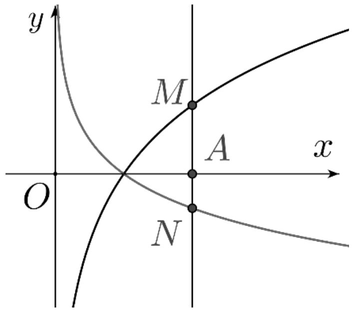
PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tìm tập xác định D của các hàm số sau:

a) $y=\log_2\left(\log_3 x\right)$ b) $y=\dfrac{2}{\log_4 x-3}$.

Câu 2: Tìm m để hàm số $y=\log\left(x^2-2mx+4\right)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Câu 3: Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào vuông góc với trục hoành mà cắt các đồ thị của hàm số $y=\log_2 x$, $y=\log_a x$ và trục hoành lần lượt tại M,N và A thì $AM=2AN$ (hình vẽ bên). Tính giá trị của a.



Câu 4: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên 1 tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2019 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% trên 1 tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2019 mẹ đi rút toàn số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

Câu 5: Các nhà tâm lí học sử dụng mô hình hàm số mũ để mô phỏng quá trình học tập của một học sinh như sau: $f(t)=c\left(1-e^{-kt}\right)$, trong đó c là tổng đơn vị kiến thức học sinh phải học, k (kiến thức/ngày) là tốc độ tiếp thu của học sinh, t (ngày) là thời gian học và $f(t)$ là số đơn vị kiến thức học sinh đã học được (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Giả sử một em học sinh phải tiếp thu 25 đơn vị kiến thức mới. Biết rằng tốc độ tiếp thu của em học sinh là $k=0,2$. Hỏi em học sinh sẽ nhớ được (khoảng) bao nhiêu đơn vị kiến thức mới sau 2 ngày? Sau 8 ngày?

Câu 6: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm theo với độ cao x (so với mặt nước biển, đo bằng mét) theo công thức $P=P_0.e^{xi}$, trong đó $P_0=760\,\text{mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển $(x=0)$, i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao $1000\,\text{m}$ thì áp suất của không khí là $672,71\,\text{mmHg}$. Hỏi áp suất không khí trên đỉnh Phanxipăng ở độ cao $3143\,\text{m}$ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x-3}}$.

A. $D=[3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=(3;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện $x-3\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 3$.

Vậy tập xác định $D=[3;+\infty)$.

Câu 2: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_5(2x+6)$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=(-3;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Lời giải

Điều kiện $2x+6>0 \Leftrightarrow x>-3$.

Vậy tập xác định $D=(-3;+\infty)$.

Câu 3: Tập giá trị của hàm số $y=3^{x^2+1}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

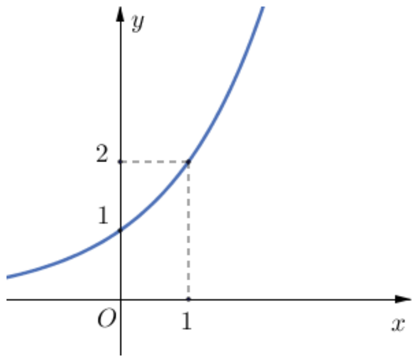
Lời giải

Ta có $x^2+1\geq 1$

Vì cơ số $a=3>1$ nên hàm số đồng biến $\Rightarrow 3^{x^2+1}\geq 3^1=3$

Vậy tập giá trị là $[3;+\infty)$.

Câu 4: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\frac{1}{2}x+3$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$. **D.** $y=\log_4(2x)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;2)$ (loại A, B, D) $\Rightarrow y=2^x$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2(x^2-2x-3)$.

A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $D=[-1;3]$.

C. $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=(-1;3)$.

Lời giải

Ta có điều kiện xác định $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>3 \end{array}\right. \Rightarrow D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 6: Tập giá trị của hàm số $y=\log_{0,25}\left(x^2+8\right)$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$. **C.** $\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $(1;+\infty)$.

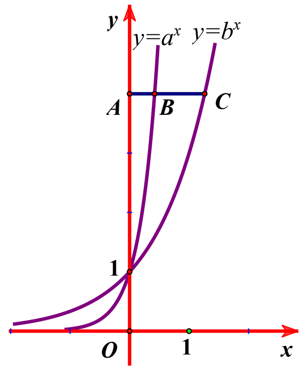
Lời giải

Ta có $x^2+8\geq 8$

Vì cơ số $a=0,25<1$ nên hàm số nghịch biến $\Rightarrow \log_{0,25}\left(x^2+8\right)\leq \log_{0,25}8=-\dfrac{3}{2}$

Vậy tập giá trị là $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 7: Cho hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y=4$ cắt trục tung, đồ thị $y=a^x$, đồ thị $y=b^x$ lần lượt tại các điểm A,B,C thỏa mãn $AC=3AB$. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a=3b$. **B.** $3a=b$. **C.** $a^3=b$. **D.** $a=b^3$.

Lời giải

Theo đề bài ta có tọa độ các điểm là $A(0;4),B(\log_a 4;4)$ và $C(\log_b 4;4)$.

Theo giả thiết $AC=3AB \Leftrightarrow \log_b 4=3\log_a 4 \Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_4 b}=\dfrac{3}{\log_4 a}$

$\Leftrightarrow \log_4 a=3\log_4 b \Leftrightarrow a=b^3$

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3\left(x^2+3x+2\right)+\log_4(x+2)$.

A. $D=(-1;+\infty)$. **B.** $D=(-2;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-2)\cup(-1;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;-2)$.

Lời giải

Điều kiện xác định $\begin{cases} x^2+3x+2>0 \\ x+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;-2)\cup(-1;+\infty) \\ x>-2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x\in(-1;+\infty)$.

Vậy tập xác định $D=(-1;+\infty)$

Câu 9: Cường độ ánh sáng đi qua môi trường khác không khí (chẳng hạn sương mù, nước,…) sẽ giảm dần tùy thuộc độ dày của môi trường và hằng số μ gọi là khả năng hấp thu của môi trường, tùy thuộc môi trường thì khả năng hấp thu tính theo công thức $I = I_0 e^{-\mu x}$ với x là độ dày của môi trường đó và được tính bằng đơn vị mét. Biết rằng nước biển có $\mu = 1,4$. Hãy tính cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu khi từ độ sâu 2m xuống đến 20m?

A. $e^{25,2}$. **B.** $e^{22,5}$. **C.** $e^{32,5}$. **D.** $e^{52,5}$.

Lời giải

Cường độ ánh sáng thay đổi khi từ độ sâu x_1 đến độ sâu x_2 là:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_0 e^{-\mu x_1}}{I_0 e^{-\mu x_2}} = e^{\mu(x_2 - x_1)} = e^{25,2}.$$

Câu 10: E.coli là vi khuẩn đường ruột gây bệnh tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E.coli tăng gấp đôi. Ban đầu có 20 vi khuẩn E.coli trong đường ruột. Hỏi sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn E.coli lớn hơn 81920 con?

A. 12 giờ. **B.** 3 giờ. **C.** 4 giờ. **D.** 6 giờ.

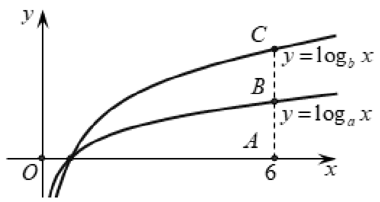
Lời giải

Vì cứ sau 20 phút (bằng $\frac{1}{3}$ giờ) số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi nên số lượng vi khuẩn tăng

theo quy luật $N_n = N_0.2^n = 20.2^n > 81920 \Rightarrow n > 12$

Vậy sau $12.\frac{1}{3} = 4$ giờ thì số vi khuẩn đạt mức lớn hơn 81920 con.

Câu 11: Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đường thẳng $x = 6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C. Nếu $AC = AB\log_2 3$ thì

A. $b^3 = a^2$ **B.** $b^2 = a^3$ **C.** $\log_3 b = \log_2 a$ **D.** $\log_2 b = \log_3 a$

Lời giải

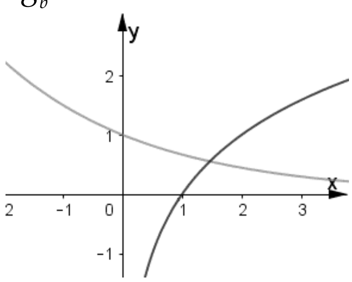
Từ các đồ thị hàm số đã cho trên hình ta có $A(6;0)$, $B(6;\log_a 6)$, $C(6;\log_b 6)$,

$AC = y_C - y_A = \log_b 6$, $AB = y_B - y_A = \log_a 6$.

Vậy $AC = AB\log_2 3 \Leftrightarrow \log_b 6 = \log_a 6.\log_2 3$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_6 b} = \frac{1}{\log_6 a}.\frac{\log_6 3}{\log_6 2} \Leftrightarrow \frac{\log_6 2}{\log_6 b} = \frac{\log_6 3}{\log_6 a} \Leftrightarrow \log_2 b = \log_3 a.$$

Câu 12: Cho đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<a<\frac{1}{2}<b$. **B.** $0<a<1<b$. **C.** $0<b<1<a$. **D.** $0<a<1,\ 0<b<\frac{1}{2}$.

Lời giải

Xét hàm số $y=a^x$ đi qua $(0;1)$ suy ra đồ thị hàm số (1) là đồ thị của hàm nghịch biến nên $0<a<1$.

Xét đồ thị hàm số $y=\log_b x$ đi qua $(1;0)$ suy ra đồ thị của hàm số (2) là đồ thị của hàm đồng biến suy ra $b>1$.

Vậy $0<a<1<b$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=2^x$.

a) Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;4)$

d) Đồ thị hàm số $y=2^x$ đối xứng với đồ thị $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ qua trục tung.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng: Hàm số $y=2^x$ xác định trên $\mathbb{R}$ do đó hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$

b) Sai: Hàm số $y=2^x$ có cơ số $2>1$, do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

c) Đúng: Thay $A(2;4)$ vào $y=2^x$: $2^2=4=y_A$ do đó Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;4)$

d) Đúng: Đồ thị hàm số $y=a^x$ đối xứng với đồ thị $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ qua trục tung với $a>0$

Câu 2: Một người gửi số tiền 500 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6,5% một năm theo hình thức lãi kép.

a) Lãi suất của ngân hàng là $0,65$ trong một năm

b) Sau khi gửi 1 năm, số tiền mà người đó có trong ngân hàng là $532\,500\,000$ đồng

c) Sau khi gửi 3 năm, số tiền mà người đó có trong ngân hàng nhiều hơn $600\,000\,000$ đồng.

d) Do thiếu tiền nên ở cuối năm thứ 3, người đó đã rút 100 triệu đồng từ ngân hang và tiếp tục gửi thêm 2 năm nữa thì rút toàn bộ số tiền. Lúc này người này có số tiền ít hơn $670\,000\,000$ đồng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) Sai: Lãi suất ngân hàng là $0,065$ trong một năm.

b) Đúng: Sau một năm số tiền gửi là $500(1+6,5\%)^1=532,5$ (triệu đồng).

c) Đúng: Đến hết năm thứ ba, số tiền người đó có được là $500(1+6,5\%)^3>600$ triệu đồng.

d) Sai: Sau khi rút về 100 triệu đồng và tiếp tục gửi trong vòng 2 năm tiếp theo, người đó có số tiền là $\left[500(1+6,5\%)^3-100\right].(1+6,5\%)^2\approx 571,621$ triệu đồng. Tổng số tiền người đó có được sau 5 năm (sau khi làm tròn) là $571,621+100=671,621$ triệu đồng, gần nhất với 671,620 triệu đồng.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)=5^{x+1}$

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;5)$.

b) Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

c) Với hai số thực $a<b$ bất kì, ta luôn có $f(a)<f(b)$.

d) Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=25$, B là hình chiếu của A xuống trục tung. Diện tích tam giác OAB bằng $\frac{25}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

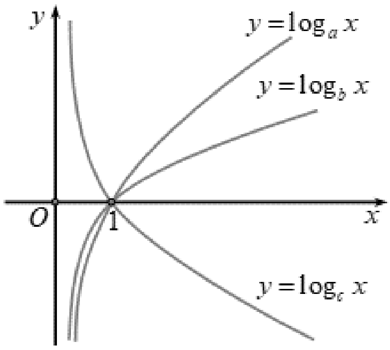
a) Ta có $5^{0+1}=5$ nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;5)$.

b) $y=f(x)=5^{x+1}>0$ Nên đồ thị hàm số nằm bên trên trục hoành.

c) Vì $y=f(x)=5^{x+1}$ là hàm số đồng biến nên với hai số thực $a<b$ bất kì, ta luôn có $f(a)<f(b)$.

d) Toạ độ điểm $A(1;25), B(0;25), O(0;0)$ nên $AB=1,\ OB=25,\ S_{OAB}=\frac{1}{2}AB.OB=\frac{25}{2}$.

Câu 4: Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Cho biết tính đúng, sai mỗi phát biểu sau:



a) Trong các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$ (đồ thị trên hình vẽ), có đúng hai hàm số đồng biến trên các tập xác định của nó.

b) $\log_c x>\log_c 2\Rightarrow x<2$.

c) $c<b<a$.

d) Đường thẳng $y=3$ cắt trục Oy và cắt đồ thị các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x$ lần lượt tại các điểm M,N,P sao cho N là trung điểm của MP. Khi đó $a^3=2b^3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ đồng biến trên tập xác định.

b) Vì hàm số $y=\log_c x$ nghịch biến nên $\log_c x>\log_c 2\Rightarrow x<2$.

c) Vì hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ đồng biến, hàm số $y=\log_c x$ nghịch biến nên $1<a<b, 0<c<1$. Kẻ đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ lần lượt tại các điểm có hoành độ $x=a, x=b, a<b$ nên $c<a<b$.

d) Điểm $M(0,3)$, hoành độ điểm N là nghiệm phương trình $\log_a x = 3 \Rightarrow x_N = a^3$, hoành độ điểm P là nghiệm phương trình $\log_b x = 3 \Rightarrow x_P = b^3$. Vì $MN = NP$ nên $x_P = 2x_N \Rightarrow b^3 = 2a^3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2023; 2023)$ để hàm số $y = \ln\left(x^2 - 6x + m - 2\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Trả lời: 2011

Hàm số $y = \ln\left(x^2 - 6x + m - 2\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 - 6x + m - 2 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 9 - m + 2 < 0 \Leftrightarrow m > 11$. Do đó, tập các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn là $\{12, 13, 14, ..., 2022\}$. Vậy có 2011 số nguyên.

Câu 2: Vợ chồng anh Bình dự định lương của vợ dùng chi trả sinh hoạt phí, lương của anh Bình được gửi tiết kiệm hàng tháng. Biết đầu tháng này anh mới được tăng lương nhận mức lương 8 triệu đồng/tháng và cứ sau 2 năm lương của anh được tăng lên 10% so với 2 năm trước đó. Giả sử rằng dự định của vợ chồng anh được thực hiện từ đầu tháng này và lãi suất ngân hàng ổn định ở $0,6\%$ một tháng. Tính số tiền vợ chồng anh A tiết kiệm được sau 50 tháng (kết quả làm tròn đến triệu đồng)

Lời giải

Trả lời: 492

Số tiền vợ chồng anh A Bình tiết kiệm được sau 2 năm (24 tháng) là:

$$T_1 = \frac{8.10^6.(1+0,6\%).[(1+0,6\%)^{24} - 1]}{0,6\%} = 207084821,3 \text{ (đồng)}$$

Số tiền trên được hưởng lãi suất 26 tháng tiếp theo nên thành $T_1.(1+0,6\%)^{26} = 241933365,1$

Số tiền có được nhờ tiết kiệm tiền lương của anh Bình trong 24 tháng tiếp theo là

$$T_2 = \frac{8.10^6.(1+10\%).(1+0,6\%).\left[(1+0,6\%)^{24} - 1\right]}{0,6\%} = 227793303,1$$

(hoặc dùng $T_2 = T_1.(1+10\%) = 227793303,1$)

Số tiền trên được hưởng lãi suất 2 tháng tiếp theo nên thành $T_2.(1+0,6\%)^2 = 230535023,6$

Số tiền có được nhờ tiết kiệm tiền lương của anh Bình trong 2 tháng (thứ 49+50) là

$$T_3 = \frac{8.10^6.(1+10\%)^2.(1+0,6\%).\left[(1+0,6\%)^2 - 1\right]}{0,6\%} = 19534588,5$$

Vậy tổng số tiền vợ chồng anh Bình tiết kiệm được sau 50 tháng là

$$T_1.(1+0,6\%)^{26} + T_2(1+0,6\%)^2 + T_3 = 492 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 3: Thực hiện một mẻ nuôi cấy vi khuẩn với 1500 vi khuẩn ban đầu, nhà sinh học phát hiện số lượng vi khuẩn tăng thêm 25% sau mỗi hai ngày. Công thức $P(t) = P_0.a^t$ cho phép tính số lượng vi khuẩn của mẻ nuôi cấy sau t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Sau 6 ngày thì số lượng vi khuẩn là bao nhiêu con.

Lời giải

Trả lời: 2929

Ban đầu có 1500 vi khuẩn nên $P_0 = 1500$.

Sau 2 ngày, số lượng vi khuẩn là: $P = 125\%.P_0 = 125\%.1500 = 1875$

Ta có: $P(2) = P_0.a^2 \Leftrightarrow 1875 = 1500.a^2 \Leftrightarrow a^2 = \dfrac{5}{4} \Leftrightarrow a = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

Số lượng vi khuẩn sau 6 ngày là: $P(6) = P_0.a^6 = 1500.\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^6 \approx 2929$ (vi khuẩn).

Câu 4: Anh Bình mua xe ô tô trị giá 600 triệu đồng theo phương thức trả góp với lãi suất là $9\%/1$ năm và lãi chỉ tính trên số tiền chưa trả. Cứ cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất, anh Bình trả 10 triệu đồng. Anh Bình trả hết số tiền trên sau số tháng là

Lời giải

Trả lời: 81

Do lãi suất một năm là $9\%/1$ năm nên lãi suất một tháng là $r = 0,75\%/1$ tháng

Đặt $q = 1 + r = 1,0075$

Số tiền anh Bình còn nợ sau khi trả lần thứ 1 là:

$A_1 = 600(1+r) - 10 = 600q - 10$

Số tiền anh Bình còn nợ sau khi trả lần thứ 2 là:

$A_2 = A_1q - 10 = (600q - 10)q - 10 = 600q^2 - 10q - 10$

…….

Số tiền anh Bình còn nợ sau khi trả lần thứ n là:

$$A_n = 600q^n - 10q^{n-1} - 10q^{n-2} - ..... - 10 = 600q^n - 10(q^{n-1} + q^{n-2} + ... + 1) = 600q^n - 10(\frac{q^n - 1}{q - 1})$$

Khi anh Bình trả hết số tiền thì $A_n = 0$

$$\Leftrightarrow 600q^n - 10(\frac{q^n - 1}{q - 1}) = 0 \Leftrightarrow 600.1,0075^n - 10(\frac{1.0075^n - 1}{1.0075 - 1}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2200}{3}.1,0075^n = \frac{4000}{3} \Leftrightarrow 1.0075^n = \frac{20}{11} \Leftrightarrow n \approx 80,0101$$

Vậy anh Bình trả hết số tiền trên sau số tháng là 81 tháng.

Câu 5: Áp suất không khi P (đo bằng milimet thủy ngân, ki hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức P giảm theo công thức $P = P_0e^{ni}$ trong đó $\text{P0} = 760\text{mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển $(\text{x} = 0)$, i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao $1000\,\text{m}$ thì áp suất của không khí là $672,7\text{mmHg}$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao $3000\,\text{m}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 530

Áp dụng công thức $P = P_0e^{nt}$

Ở độ cao $1000\,\text{m}$ ta có: $\text{P.0} = 760\text{mmHg}, \text{n} = 1000\,\text{m}, \text{P} = 672,71\text{mmHg}$, từ giả thiết này ta tìm được hệ số suy giảm.

Ta có $672,71 = 760e^{1000 \times x} \Leftrightarrow 1000i = \ln\dfrac{672,71}{760} \Leftrightarrow i \approx -0,00012$

Khi đó ở độ cao $3000\,\text{m}$, áp suất của không khí là: $P = 760e^{-0,00012*5000} \approx 530$

Câu 6: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y=a^x\left(a>0,a\neq 1\right)$ qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $T=-f\left(2+\log_a\frac{1}{2023}\right)$ bằng

Lời giải

Trả lời: 2021

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=a^x$; (C_1) là đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$M\left(2+\log_a\frac{1}{2023};y_M\right)\in(C_1)\Leftrightarrow y_M=f\left(2+\log_a\frac{1}{2023}\right)$.

Gọi N đối xứng với M qua $I(1;1)\Rightarrow N\left(-\log_a\frac{1}{2023};2-y_M\right)$.

Do đồ thị (C_1) đối xứng (C) qua $I(1;1)$ nên $N\left(-\log_a\frac{1}{2023};2-y_M\right)\in(C)$.

$N\in(C)\Leftrightarrow 2-y_M=a^{-\log_a\frac{1}{2023}}\Leftrightarrow 2-y_M=a^{\log_a 2023}\Leftrightarrow 2-y_M=2023\Leftrightarrow y_M=-2021$.

Vậy $T=-f\left(2+\log_a\frac{1}{2023}\right)=2021$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Tìm tập xác định D của các hàm số sau:

a) $y=\log_2\left(\log_3 x\right)$ b) $y=\frac{2}{\log_4 x-3}$.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\log_3 x>0\Leftrightarrow x>1$. Vậy TXĐ của hàm số là: $D=(1;+\infty)$.

b) Hàm số $y=\frac{2}{\log_4 x-3}$ xác định khi $\begin{cases}x>0\\ \log_4 x\neq 3\end{cases}$ hay $\begin{cases}x>0\\ x\neq 64\end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(0;64)\cup(64;+\infty)$.

Câu 2: Tìm m để hàm số $y=\log\left(x^2-2mx+4\right)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

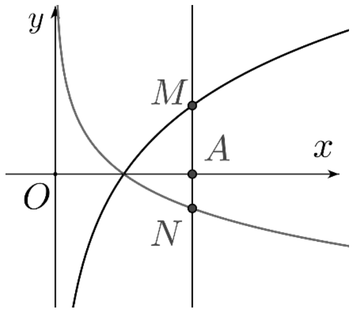
Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2mx+4>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\ \Delta'=m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<2.$

Vậy $-2<m<2$ thoả mãn đề bài.

Câu 3: Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào vuông góc với trục hoành mà cắt các đồ thị của hàm số $y=\log_2 x$, $y=\log_a x$ và trục hoành lần lượt tại M,N và A thì $AM=2AN$ (hình vẽ bên). Tính giá trị của a.



Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $0 < a < 1$.

Đường thẳng $x = m\left(m > 0\right)$ cắt đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$, $y = \log_a x$ và trục hoành lần lượt tại $M\left(m;\log_2 m\right), N\left(m;\log_a m\right)$ và $A\left(m;0\right)$.

Theo đề $AM = 2AN \Leftrightarrow \left|\log_2 m\right| = 2\left|\log_a m\right|, \forall m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 m = \log_a m, \forall m > 0\\ \log_2 m = -\log_a m, \forall m > 0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 m = \log_a m, \forall m > 0\\ \log_{\frac{1}{2}} m = \log_a m, \forall m > 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a = 2\\ a = \dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Vì $0 < a < 1$ nên $a = \dfrac{1}{2}$.

Câu 4: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên 1 tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2019 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% trên 1 tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2019 mẹ đi rút toàn số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

Lời giải

Gọi sô tiền mẹ gửi vào ngân hàng vào đầu tháng hàng tháng là A đồng.

Số tiền mẹ lĩnh vào đầu tháng 12 là T đồng.

Lãi suất hàng tháng mẹ gửi tại ngân hàng là r %.

Vì mẹ rút tiền vào đầu tháng 12 năm 2019 nên thời gian được tính lãi suất là 11 tháng.

Ta có:

Đầu tháng 1 mẹ gửi vào A đồng $\Rightarrow$ cuối tháng 1 số tiền của mẹ là: $A + Ar = A\left(1+r\right)$ đồng.

Đầu tháng 2 số tiền của mẹ gửi vào là: $A + A\left(1+r\right)$ đồng.

$\Rightarrow$ cuối tháng 2 số tiền của mẹ là: $\left[A + A\left(1+r\right)\right]\left(1+r\right) = A\left(1+r\right) + A\left(1+r\right)^2$ đồng.

Đầu tháng 3 số tiền mẹ gửi vào là: $A + A\left(1+r\right) + A\left(1+r\right)^2$.

$\Rightarrow$ cuối tháng 3 số tiền của mẹ là:

$\left[A + A\left(1+r\right) + A\left(1+r\right)^2\right]\left(1+r\right) = A\left(1+r\right) + A\left(1+r\right)^2 + A\left(1+r\right)^3$.

Cứ như vậy đến cuối tháng thứ 11 số tiền của mẹ là:

$A\left(1+r\right) + A\left(1+r\right)^2 + \ldots + A\left(1+r\right)^{11} = A\left[\left(1+r\right) + \left(1+r\right)^2 + \ldots + \left(1+r\right)^{11}\right] = T_1$.

Ta thấy $\left[\left(1+r\right) + \left(1+r\right)^2 + \ldots + \left(1+r\right)^{11}\right]$ là tổng của 1 cấp số nhân với $u_1 = 1+r, \mathrm{n} = 11, \mathrm{q} = 1+r$.

$\Rightarrow T_1 = A\dfrac{u_1\left(1-q^{11}\right)}{1-q}$.

Ta có: $A = 4000000,\ r = 1\% = 0.01 \Rightarrow T_1 \approx 46730000$ đồng.

Vì mẹ rút tiền vào đầu tháng 12 năm 2019 $\Rightarrow T = T_1 + 4000000 = 50730000$ đồng.

Câu 5: Các nhà tâm lí học sử dụng mô hình hàm số mũ để mô phỏng quá trình học tập của một học sinh như sau: $f(t) = c\left(1-e^{-kt}\right)$, trong đó c là tổng đơn vị kiến thức học sinh phải học, k (kiến thức/ngày) là tốc độ tiếp thu của học sinh, t (ngày) là thời gian học và $f(t)$ là số đơn vị kiến thức học sinh đã học được (Nguồn: R.I. Charles et al., Algebra 2, Pearson). Giả sử một em học sinh phải tiếp thu 25 đơn vị kiến thức mới. Biết rằng tốc độ tiếp thu của em học sinh là $k = 0,2$. Hỏi em học sinh sẽ nhớ được (khoảng) bao nhiêu đơn vị kiến thức mới sau 2 ngày? Sau 8 ngày?

Lời giải

Áp dụng công thức $f(t) = c\left(1-e^{-kt}\right)$

Sau 2 ngày, em học sinh tiếp thu được $f(t) = 25\left(1-e^{-0,2.2}\right) \approx 8$ (đơn vị kiến thức mới)

Sau 8 ngày, em học sinh tiếp thu được $f(t) = 25\left(1-e^{-0,2.8}\right) \approx 20$ (đơn vị kiến thức mới).

Câu 6: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm theo với độ cao x (so với mặt nước biển, đo bằng mét) theo công thức $P = P_0.e^{xi}$, trong đó $P_0 = 760\,\text{mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển $(x = 0)$, i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao $1000\,\text{m}$ thì áp suất của không khí là $672,71\,\text{mmHg}$. Hỏi áp suất không khí trên đỉnh Phanxipăng ở độ cao $3143\,\text{m}$ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Ở độ cao $1000\,\text{m}$ thì áp suất của không khí là $672,71\,\text{mmHg}$ nên

$672,71 = 760.e^{1000i} \Leftrightarrow e^{1000i} = \dfrac{672,71}{760} \Leftrightarrow i = \dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{672,71}{760}$.

Áp suất không khí trên đỉnh Phanxipăng ở độ cao $3143\,\text{m}$ là $P = 760.e^{\frac{3143}{1000}\ln\frac{672,71}{760}}$

$\Rightarrow P \approx 517,94$ mmHg.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI: PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$ là

A. $x = \sqrt{7}$. **B.** $x = \frac{7}{2}$. **C.** $x = \log_2 7$. **D.** $x = \log_7 2$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $[-4;+\infty)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0$ là

A. $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 4: Giải bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ ta được nghiệm là

A. $x \geq 1$. **B.** $x < 1$. **C.** $x \leq 1$. **D.** $x > 1$.

Câu 5: Tập nghiệm của phương trình $9^{x+1} = 27^{2x+1}$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\left\{-\frac{1}{4};0\right\}$.

Câu 6: Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

A. $S = \{0\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{-2\}$. **D.** $S = \varnothing$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2) - \log_2 x = 2$ là

A. $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = \frac{3}{2}$. **C.** $x = \frac{2}{3}$. **D.** $x = 2$.

Câu 8: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4)+1>0$.

A. $\left(-\infty;\frac{13}{2}\right)$. **B.** $\left[\frac{13}{2};+\infty\right)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $\left(4;\frac{13}{2}\right)$.

Câu 9: Phương trình $\log_3\left(2^x-1\right)=4$ có nghiệm là

A. $x = \log_2 82$. **B.** $x = \log_2 65$. **C.** $x = \log_2 81$. **D.** $x = \log_2 66$.

Câu 10: Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

A. 12 năm. **B.** 15 năm. **C.** 14 năm. **D.** 13 năm.

Câu 11: E. coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu, số lượng vi khuẩn E. coli là 671088640 con?

A. 48 giờ. **B.** 24 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 8 giờ.

Câu 12: Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%$/năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.

A. 10 năm. **B.** 9 năm. **C.** 8 năm. **D.** 11 năm.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $9^{2x}.27^{x^2}=\dfrac{1}{3}$.

a) $x=0$ là một nghiệm của phương trình.

b) $x=-1$ không phải là nghiệm của phương trình.

c) $S=\{1;-1\}$ là tập nghiệm của phương trình.

d) $(x_1)^2+(x_2)^2=\dfrac{10}{9}$, với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Câu 2: Cho phương trình $\log_2(x^2-3x)=\log_4(x-3)^2+2$.

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x<0$ hoặc $x>3$.

b) Phương trình tương đương với $\log_2(x^2-3x)=\log_2(x-3)+2$.

c) Phương trình có một nghiệm duy nhất.

d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng 32.

Câu 3: Dân số nước ta năm 2023 ước tính là $A=100,3$ triệu người. *(Nguồn:Tổng Cục Thống Kê https://gso.gov.vn)*. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta là $r=0,84\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2023) được tính theo công thức: $S=A.e^{rt}$ triệu người.

a) Sau 1 năm nữa dân số Việt Nam đạt 101,1 triệu người.

b) Đến năm 2030, dân số Việt Nam ước đạt 120 triệu người.

c) Người ta ước tính rằng, đến năm 2035. Mức sinh của Việt Nam có xu hướng giảm, tỉ lệ tăng dân số hằng năm chỉ còn khoảng $r=0,4\%$. Dân số Việt Nam vào năm 2040 là hơn 120 triệu người.

d) Dân số nước ta vượt 110 triệu người trong vòng 10 năm nữa.

Câu 4: Cent âm nhạc là một đơn vị trong thang lôgarit của cao độ hoặc khoảng tương đối. Một quãng tám bằng 1200 cent. Công thức xác định chênh lệch khoảng thời gian (tính bằng cent) giữa hai nốt nhạc có tần số a và b $(a>b)$là $n=1200.\log_2\dfrac{a}{b}$

(Theo Algebra 2, NXB MacGraw-Hill, 2008) (Lưu ý: Làm tròn số đến hàng phần mười)

a) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là 131 cent.

b) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz nằm trong khoảng $(246;250)$.

c) Giả sử khoảng thời gian là 230 cent và tần số đầu là 328 Hz thì tần số cuối cùng là $287,2$ Hz.

d) Với tần số đầu không vượt quá 355 Hz và tần số cuối cùng là 384 Hz thì khoảng thời gian chênh lệnh giữa hai nốt nhạc không vượt quá 178 cent.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2+4x\right)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)=0$ là

Câu 2: Bất phương trình $2^{x^2-3x+4}\le\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

Câu 3: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(x+6)<2-2\log_4 x$ bằng

Câu 4: Tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3\frac{9^x-328}{78}\right)<1$ là

Câu 5: Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

Câu 6: Ông A bị nhiễm một loại virus nên phải nhập viện và được điều trị ngay lập tức. Kể từ ngày nhập viện, sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì ông A sẽ được xuất viện, biết rằng ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải các phương trình mũ sau:

a) $3^{x+1}=2$

b) $3^{2x^2+5x+4}=9$

c) $2^x=\frac{1}{8}$

a) $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}=7^{x+1}$

b) $4^{5x-2}=64$

g) $3^{x^2-4}=\left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$

g) $\log x+\log(x-9)=1$ h) $\log_3(\log_2 a)=0$

i) $\left(x^2-2x-3\right)\log_2 x=0$ k) $\left(x^2+2x-3\right)\left(\log_2 x-3\right)=0$.

g) $\log_2(x+1)-2\log_{\frac{1}{4}}(x-1)=3$ h) $\log_3(6+x)+\log_3(9x)-5=0$

i) $\log_2 x+\log_3 x=1+\log_2 x\log_3 x$ k) $\log_3\left(9^x-5.3^x+7\right)=x+1$

l) $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x = \dfrac{2}{3}$

Câu 2: Giải các bất phương trình mũ sau :

e) $2^{x^2-3x+4} \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x-10}$ f) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1}$

c) $\log_4\left(x^2-3x\right) > \log_2\left(9-x\right)$ d) $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(2x-1\right)$

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x-1\right)^2 + \log_{\sqrt{3}}\left(2x-1\right) = 2$ là

Câu 4: Dân số ở một địa phương được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{r.t}$, trong đó A không đổi là dân số của năm 2023, S là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Hỏi đến năm nào thì dân số ở địa phương đó sẽ đạt gấp đôi dân số năm 2023? Biết $r = 1{,}13\%$ / năm.

Câu 5: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỉ lệ tăng trưởng $(r > 0), t$ (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 6 giờ có 2000 con. Hỏi ít nhất bao nhiêu giờ, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con?

Câu 6: Nếu một người gửi số tiền A với lãi suất kép r mỗi kì thì sau n kì, số tiền T người ấy thu được cả vốn lẫn lãi được cho bởi công thức $T_n = A(1+r)^n$.

Một người gửi 150 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi suất kép với lãi suất cố định là $8{,}4\%/$ năm. Nếu theo kì hạn là 1 năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó thu được cả vốn và tiền lãi hơn 200 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$ là

A. $x = \sqrt{7}$. **B.** $x = \frac{7}{2}$. **C.** $x = \log_2 7$. **D.** $x = \log_7 2$.

Lời giải

Ta có: $2^x = 7$. Lấy logarit cơ số 2 cho hai vế ta được nghiệm $x = \log_2 7$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \ge \frac{1}{9}$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $[-4;+\infty)$.

Lời giải

$3^{x+2} \ge \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \ge 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \ge -2 \Leftrightarrow x \ge -4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-4;+\infty)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 5x + 7\right) > 0$ là

A. $(-\infty;2) \cup (3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 5x + 7\right) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 \ (luon\, dung) \\ x^2 - 5x + 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \ 2 < x < 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (2;3)$.

Câu 4: Giải bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \le \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ ta được nghiệm là

A. $x \ge 1$. **B.** $x < 1$. **C.** $x \le 1$. **D.** $x > 1$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \le \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \le \left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} \Leftrightarrow 2x - 1 \ge 2 - x \Leftrightarrow x \ge 1$.

Câu 5: Tập nghiệm của phương trình $9^{x+1} = 27^{2x+1}$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\left\{-\frac{1}{4};0\right\}$.

Lời giải

Ta có: $9^{x+1} = 27^{2x+1} \Leftrightarrow 3^{2x+2} = 3^{6x+3} \Leftrightarrow 2x + 2 = 6x + 3 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$.

Câu 6: Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-3) = \log_2(2x-1)$ là

A. $S = \{0\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{-2\}$. **D.** $S = \varnothing$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 3$

Ta có: $\log_2(x-3)=\log_2(2x-1)\Leftrightarrow x-3=2x-1\Leftrightarrow x=-2$(KTMĐK). Vậy $S=\varnothing$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2)-\log_2 x=2$ là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}x+2>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>0$.

Ta có $\log_2(x+2)-\log_2 x=2\Leftrightarrow\log_2(x+2)=\log_2 4+\log_2 x$

$\Leftrightarrow\log_2(x+2)=\log_2 4x\Leftrightarrow x+2=4x\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$ (thỏa mãn).

Nghiệm của phương trình $\log_2(x+2)-\log_2 x=2$ là $x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 8: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4)+1>0$.

A. $\left(-\infty;\dfrac{13}{2}\right)$. **B.** $\left[\dfrac{13}{2};+\infty\right)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $\left(4;\dfrac{13}{2}\right)$.

Lời giải

$\log_{\frac{2}{5}}(x-4)+1>0\Leftrightarrow\log_{\frac{2}{5}}(x-4)>-1\Leftrightarrow 0<x-4<\dfrac{5}{2}\Leftrightarrow 4<x<\dfrac{13}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(4;\dfrac{13}{2}\right)$.

Câu 9: Phương trình $\log_3(2^x-1)=4$ có nghiệm là

A. $x=\log_2 82$. **B.** $x=\log_2 65$. **C.** $x=\log_2 81$. **D.** $x=\log_2 66$.

Lời giải

Ta có $\log_3(2^x-1)=4\Leftrightarrow 2^x-1=81\Leftrightarrow x=\log_2 82$.

Câu 10: Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $7\,\%$/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

A. 12 năm. **B.** 15 năm. **C.** 14 năm. **D.** 13 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép $P_n=P(1+r)^n$ với P là số tiền ban đầu, P_n là số tiền sau n năm, r là lãi suất.

Ta có $250=100(1+0,07)^n\Leftrightarrow n=\log_{1,07}2,5\Leftrightarrow n\approx 13,54$.

Vậy cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất 14 năm.

Câu 11: E. coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu, số lượng vi khuẩn E. coli là 671088640 con?

A. 48 giờ. **B.** 24 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 8 giờ.

Lời giải

Gọi N_0 là số vi khuẩn ban đầu, $N_n = 671088640$.

Vì cứ sau 20 phút (bằng $\frac{1}{3}$ giờ) số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi nên số lượng vi khuẩn tăng theo quy luật $N_n = N_0.2^n \Leftrightarrow 671088640 = 40.2^n \Rightarrow n = 24$. Vậy sau $24.\frac{1}{3} = 8$ giờ thì số vi khuẩn đạt mức 671088640 con.

Câu 12: Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%$/năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.

A. 10 năm. **B.** 9 năm. **C.** 8 năm. **D.** 11 năm.

Lời giải

Gọi số tiền gửi ban đầu là A và số năm thỏa yêu cầu bài toán là n.

Ta có $A(1+8,4\%)^n > 2A \Leftrightarrow 1,084^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,084} 2 \approx 8,59$.

Vậy số năm tối thiểu là 9 năm.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $9^{2x}.27^{x^2} = \frac{1}{3}$.

a) $x = 0$ là một nghiệm của phương trình.

b) $x = -1$ không phải là nghiệm của phương trình.

c) $S = \{1;-1\}$ là tập nghiệm của phương trình.

d) $(x_1)^2 + (x_2)^2 = \frac{10}{9}$, với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Sai: Thay $x = 0$ vào phương trình ta được $9^0.27^0 = \frac{1}{3}$ (sai).

b) Sai: Thay $x = -1$ vào phương trình ta được $9^{-2}.27^1 = \frac{1}{3}$ (đúng)

c) Sai: Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $9^2.27^1 = \frac{1}{3}$ (sai)

d) Đúng

$$9^{2x}.27^{x^2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^{4x}.3^{3x^2} = 3^{-1} \Leftrightarrow 3^{4x+3x^2} = 3^{-1} \Leftrightarrow 4x + 3x^2 = -1 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{-1}{3} \end{array}\right..$$

Suy ra $(x_1)^2 + (x_2)^2 = \frac{10}{9}$.

Câu 2: Cho phương trình $\log_2(x^2 - 3x) = \log_4(x-3)^2 + 2$.

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x < 0$ hoặc $x > 3$.

b) Phương trình tương đương với $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2(x-3) + 2$.

c) Phương trình có một nghiệm duy nhất.

d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình bằng 32.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng: Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ (x-3)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \vee x > 3 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 3 \end{array}\right.$

b) Sai: Phương trình tương đương với $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2|x-3| + 2$

c) Sai.

d) Đúng: Có $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2|x-3| + \log_2 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4|x-3|$

TH1: Với $x < 0$ ta có phương trình: $x^2 - 3x = -4(x-3) \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -4(nhan) \\ x = 3(loai) \end{array}\right.$

TH2: Với $x > 3$ ta có phương trình: $x^2 - 3x = 4(x-3) \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4(nhan) \\ x = 3(loai) \end{array}\right.$

Câu 3: Dân số nước ta năm 2023 ước tính là $A = 100,3$ triệu người. *(Nguồn:Tổng Cục Thống Kê https://gso.gov.vn)*. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm của nước ta là $r = 0,84\%$. Biết rằng sau t năm, dân số Việt Nam (tính từ mốc năm 2023) được tính theo công thức: $S = A.e^{rt}$ triệu người.

a) Sau 1 năm nữa dân số Việt Nam đạt 101,1 triệu người.

b) Đến năm 2030, dân số Việt Nam ước đạt 120 triệu người.

c) Người ta ước tính rằng, đến năm 2035. Mức sinh của Việt Nam có xu hướng giảm, tỉ lệ tăng dân số hằng năm chỉ còn khoảng $r = 0,4\%$. Dân số Việt Nam vào năm 2040 là hơn 120 triệu người.

d) Dân số nước ta vượt 110 triệu người trong vòng 10 năm nữa.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) Đúng: Sau 1 năm nữa (tính từ 2023) dân số Việt Nam ước tính là: $100,3.e^{0,0084.1} = 101,1$ triệu người.

b) Sai: Đến năm 2030, tức là sau 7 năm dân số Việt Nam ước tính là: $100,3.e^{0,0084.7} = 106,4$ triệu người.

c) Sai: Với tỉ lệ tăng dân số hằng năm là $r = 0,84\%$, ước tính dân số Việt Nam vào năm 2035 là $100,3.e^{0,0084.12} = 110,9$ triệu người.

Từ 2035, tỉ lệ tăng dân số hằng năm chỉ còn khoảng $r = 0,4\%$, nên tính đến 2040, dân số Việt Nam khoảng: $110,9.e^{0,004.5} = 113,1$ triệu người.

d) Sai: Ta có: $100,3.e^{0,0084.t} > 110 \Leftrightarrow e^{0,0084.t} > \dfrac{110}{100,3} \Leftrightarrow 0,0084t > \ln\dfrac{110}{100,3} \Leftrightarrow t > 10,9$.

Vậy sau 11 năm nữa tính từ mốc 2023, tức là từ năm 2034 trở đi, dân số Việt Nam ước tính vượt quá 110 triệu người.

Câu 4: Cent âm nhạc là một đơn vị trong thang lôgarit của cao độ hoặc khoảng tương đối. Một quãng tám bằng 1200 cent. Công thức xác định chênh lệch khoảng thời gian (tính bằng cent) giữa hai nốt nhạc có tần số a và b ($a > b$)là $n = 1200.\log_2\dfrac{a}{b}$

(Theo Algebra 2, NXB MacGraw-Hill, 2008) (Lưu ý: Làm tròn số đến hàng phần mười)

a) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là 131 cent.

b) Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz nằm trong khoảng $(246;250)$.

c) Giả sử khoảng thời gian là 230 cent và tần số đầu là 328 Hz thì tần số cuối cùng là $287,2$ Hz.

d) Với tần số đầu không vượt quá 355 Hz và tần số cuối cùng là 384 Hz thì khoảng thời gian chênh lệnh giữa hai nốt nhạc không vượt quá 178 cent.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai: Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 443 Hz và 415 Hz là

$$n = 1200.\log_2 \frac{443}{415} \approx 113 \text{ cent.}$$

b) Đúng: Khoảng thời gian chênh lệch giữa hai nốt nhạc có tần số 345 Hz và 398 Hz là

$$n = 1200.\log_2 \frac{398}{345} \approx 247,4$$

c) Đúng: Ta có phương trình $230 = 1200.\log_2 \frac{328}{b} \Leftrightarrow \log_2 \frac{328}{b} = \frac{23}{120} \Leftrightarrow \frac{328}{b} = 2^{\frac{23}{120}} \Leftrightarrow b \approx 287,2$ Hz

d) Sai: Ta có phương trình $178 \ge 1200.\log_2 \frac{a}{320} \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{320} \le \frac{89}{600} \Leftrightarrow \frac{a}{320} \le 2^{\frac{89}{600}} \Leftrightarrow a \le 354,6$ Hz

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 7: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2+4x\right)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)=0$ là

Lời giải

Trả lời: 1

Điều kiện $\begin{cases} x^2+4x>0 \\ 2x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>0 \\ x<-4 \end{array}\right. \\ x>-\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x>0$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+4x\right)=\log_3(2x+3) \Leftrightarrow x^2+4x=2x+3 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được $x=1$.

Câu 8: Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

Lời giải

Trả lời: 3

Bất phương trình tương đương với $2^{x^2-3x+4} \le 2^{10-2x} \Leftrightarrow x^2-3x+4 \le 10-2x \Leftrightarrow x^2-x-6 \le 0$ $\Leftrightarrow -2 \le x \le 3$.

Mà $x \in \mathbb{Z}^+$ nên $x \in \{1;2;3\}$ .Vậy bất phương trình có có 3 nghiệm nguyên dương.

Câu 9: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(x+6)<2-2\log_4 x$ bằng

Lời giải

Trả lời: 1

Điều kiện $x>0$.

Ta có: $\log_4(x+6)<2-2\log_4 x \Leftrightarrow \log_4(x+6)<\log_4\dfrac{16}{x^2}$

$\Leftrightarrow x+6<\dfrac{16}{x^2} \Leftrightarrow x^3+6x^2-16<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2-2\sqrt{3} \\ -2<x<-2+2\sqrt{3}. \end{array}\right.$

So với điều kiện ta có $0<x<-2+2\sqrt{3}$.

Suy ra nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là $x=1$.

Vậy bất phương trình có 1 nghiệm nguyên.

Câu 10: Tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3\dfrac{9^x-328}{78}\right)<1$ là

Lời giải

Trả lời: 7

Điều kiện $\begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ 9^x>328 \end{cases} \Leftrightarrow x>\log_9 328$.

Khi đó: $\log_x\left(\log_3\dfrac{9^x-328}{78}\right)<1 \Leftrightarrow \log_3\dfrac{9^x-328}{78}<x$

$\Leftrightarrow 9^x-328<78.3^x \Leftrightarrow 3^{2x}-78.3^x-328<0 \Leftrightarrow 3^x<82 \Leftrightarrow x<\log_3 82.$

So với điều kiện, suy ra $\log_9 328<x<\log_3 82$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{3;4\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3\dfrac{9^x-328}{78}\right)<1$ là 7.

Câu 11: Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

Lời giải

Trả lời: 12

Gọi số tiền ban đầu người đó gửi là A (đồng), $A>0$.

Số tiền lãi và gốc sau n năm là $T=a(1+6,1\%)^n$.

Ta có $a(1+6,1\%)^n=2a \Leftrightarrow (1+6,1\%)^n=2 \Leftrightarrow n=\log_{1+6,1\%}2\approx 11,7$.

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu

Câu 12: Ông A bị nhiễm một loại virus nên phải nhập viện và được điều trị ngay lập tức. Kể từ ngày nhập viện, sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì ông A sẽ được xuất viện, biết rằng ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện?

Lời giải

Trả lời: 12

Gọi K là lượng virus trong cơ thể ông A khi bắt đầu nhập viện.

Sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó, nên lượng virus trong cơ thể ông A ở ngày thứ n là : $T \le K.(1-10\%)^n$

Ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện, nên ta có : $K.(1-10\%)^n \le K.30\% \Leftrightarrow (1-10\%)^n \le 30\% \Leftrightarrow n \le \log_{(1-10\%)} 30\% \Leftrightarrow n \ge 11.4$

Vậy, sau ít nhất 12 ngày thì ông A sẽ được xuất viện.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải các phương trình mũ sau:

a) $3^{x+1} = 2$

b) $3^{2x^2+5x+4} = 9$

c) $2^x = \dfrac{1}{8}$

a) $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$

b) $4^{5x-2} = 64$

g) $3^{x^2-4} = \left(\dfrac{1}{9}\right)^{3x-1}$

g) $\log x + \log(x-9) = 1$ h) $\log_3(\log_2 a) = 0$

i) $(x^2-2x-3)\log_2 x = 0$ k) $(x^2+2x-3)(\log_2 x - 3) = 0$.

g) $\log_2(x+1) - 2\log_{\frac{1}{4}}(x-1) = 3$ h) $\log_3(6+x) + \log_3(9x) - 5 = 0$

i) $\log_2 x + \log_3 x = 1 + \log_2 x \log_3 x$ k) $\log_3(9^x - 5.3^x + 7) = x+1$

l) $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x = \dfrac{2}{3}$

Lời giải

a) Ta có: $3^{x+1} = 2 \Leftrightarrow x+1 = \log_3 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2 - 1$

b) Phương trình $3^{2x^2+5x+4} = 9 \Leftrightarrow 3^{2x^2+5x+4} = 3^2 \Leftrightarrow 2x^2+5x+4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2+5x+2 = 0$ có $\Delta = 9 > 0$ nên theo định lý viet, tích các nghiệm của phương trình là 1.

c) Ta có $2^x = \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow 2^x = 2^{-3} \Leftrightarrow x = -3$.

a) $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1} \Leftrightarrow \left(7^{-1}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1} \Leftrightarrow -x^2+2x+3 = x+1 \Leftrightarrow x^2-x-2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

b) Ta có $4^{5x-2} = 64 \Leftrightarrow 4^{5x-2} = 4^3 \Leftrightarrow 5x-2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

g) $3^{x^2-4} = \left(\dfrac{1}{9}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow 3^{x^2-4} = 3^{-2(3x-1)} \Leftrightarrow x^2-4 = -2(3x-1) \Leftrightarrow x^2+6x-6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -3-\sqrt{15} \\ x_2 = -3+\sqrt{15} \end{array}\right.$

g) Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x-9>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x>9 \end{cases} \Leftrightarrow x>9$.

$\log x+\log(x-9)=1 \Leftrightarrow \log[x(x-9)]=1 \Leftrightarrow x^2-9x=10 \Leftrightarrow x^2-9x-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\ (loai) \\ x=10 \end{array}\right.$

h) Điều kiện $\begin{cases} a>0 \\ \log_2 a>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ a>1 \end{cases} \Leftrightarrow a>1$

Ta có $\log_3(\log_2 a)=0 \Leftrightarrow \log_2 a=1 \Leftrightarrow a=2$

i) Điều kiện: $x>0$.

$(x^2-2x-3)\log_2 x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2x-3=0 \\ \log_2 x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=-1\ (loai) \\ x=3\ (tm) \end{array}\right. \\ x=1\ (tm) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

k) Điều kiện xác định của phương trình là: $x>0$.

Ta có: $(x^2+2x-3)(\log_2 x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+2x-3=0 \\ \log_2 x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1; x=-3 \\ x=8 \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $x>0$ phương trình có 2 nghiệm $x=1; x=8$.

g) Điều kiên: $x>1$

Ta có: $\log_2(x+1)-2\log_{\frac{1}{4}}(x-1)=3 \Leftrightarrow \log_2(x+1)+\log_2(x-1)=3 \Leftrightarrow \log_2(x^2-1)=3$

$\Leftrightarrow x^2-1=8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3 \end{array}\right.$. Vì $x>1$ nên pt có 1 nghiệm $x=3$.

h) Ta có: $\log_3(6+x)+\log_3(9x)-5=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \log_3[9x(6+x)]=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 9x(6+x)=3^5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 9x^2+54x-243=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=-9 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=3$. Vậy phương trình có nghiệm $x=3$.

i) Phương trình đã cho xác định khi: $x>0$

Khi đó: $\log_2 x+\log_3 x=1+\log_2 x\log_3 x \Leftrightarrow \log_2 x-\log_2 x\log_3 x+\log_3 x-1=0$

$\Leftrightarrow \log_2 x(1-\log_3 x)-(1-\log_3 x)=0 \Leftrightarrow (1-\log_3 x)(\log_2 x-1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-\log_3 x=0 \\ \log_2 x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=1 \\ \log_3 x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

k) Ta có: $\log_3(9^x-5.3^x+7)=x+1 \Leftrightarrow 9^x-5.3^x+7=3^{x+1} \Leftrightarrow (3^x)^2-8.3^x+7=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=1 \\ 3^x=7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\log_3 7 \end{array}\right.$

l) Điều kiện: $x>0$. Ta có $\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x=\frac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow \log_3 x.\left(\frac{1}{2}\log_3 x\right).\left(\frac{1}{3}\log_3 x\right).\left(\frac{1}{4}\log_3 x\right)=\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(\log_3 x\right)^4=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=2\\ \log_3 x=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=9\\ x=\frac{1}{9}\end{array}\right..$$

Câu 2: Giải các bất phương trình mũ sau :

e) $2^{x^2-3x+4} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1}$

c) $\log_4\left(x^2-3x\right) > \log_2\left(9-x\right)$ d) $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(2x-1\right)$

Lời giải

e) Ta có: $2^{x^2-3x+4} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} \le 2^{-2x+10} \Leftrightarrow x^2-3x+4 \le -2x+10$

$\Leftrightarrow x^2-x-6 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le x \le 3$.

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên dương là $x=1, x=2, x=3$.

f) Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1} \Leftrightarrow 3^{3x^2} < 3^{2x+1} \Leftrightarrow 3x^2 < 2x+1 \Leftrightarrow \frac{-1}{3} < x < 1$. Vậy $S=\left(\frac{-1}{3};1\right)$.

c) Điều kiện: $\left[\begin{array}{l}x<0\\ 3<x<9\end{array}\right.$

Ta có: $\log_4\left(x^2-3x\right) > \log_2\left(9-x\right) \Leftrightarrow \log_2\left(x^2-3x\right) > \log_2\left(9-x\right)^2$

$\Leftrightarrow x^2-3x > \left(9-x\right)^2 \Leftrightarrow 15x > 81 \Leftrightarrow x > \frac{27}{5}$. Kết hợp điều kiện suy ra $\frac{27}{5} < x < 9$.

d) Ta có: $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(2x-1\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\sqrt{x} \le \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(2x-1\right)\\ x>\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\sqrt{x}-2x+1 \ge 0\\ x>\frac{1}{2}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{2} \le \sqrt{x} \le 1\\ x>\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}0 \le x \le 1\\ x>\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \le 1$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x-1\right)^2+\log_{\sqrt{3}}\left(2x-1\right)=2$ là

Lời giải

Điều kiện: $x > -\frac{1}{2}, x \ne 1$

Ta có: $\log_2\left(x-1\right)^2+\log_{\sqrt{2}}\left(2x+1\right)=2 \Leftrightarrow \log_2\left(x-1\right)^2+\log_2\left(2x+1\right)^2=\log_2 4$

$\Leftrightarrow \log_2\left[\left(x-1\right)\left(2x+1\right)\right]^2=\log_2 4 \Leftrightarrow \left(2x^2-x-1\right)^2=4$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}2x^2-x-1=-2\\ 2x^2-x-1=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x^2-x+1=0\,(VN)\\ 2x^2-x-3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{2}\\ x=-1\end{array}\right..$$

Thử lại ta có một nghiệm $x=\frac{3}{2}$ thỏa mãn.

Câu 4: Dân số ở một địa phương được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{r.t}$, trong đó A không đổi là dân số của năm 2023, S là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Hỏi đến năm nào thì dân số ở địa phương đó sẽ đạt gấp đôi dân số năm 2023? Biết $r = 1{,}13\%$ / năm.

Lời giải

Dân số đạt gấp đôi nghĩa là $S = 2A$, ta có:

$$2A = A \cdot e^{1{,}13\%.t} \Leftrightarrow e^{1{,}13\%.t} = 2 \Leftrightarrow 1{,}13\%.t = \ln_e 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{1{,}13\%} \approx 61{,}34 \text{ (do } e > 1\text{)}.$$

Vậy sau 62 năm tức đến năm 2085 thì dân số ở địa phương đó sẽ gấp đôi dân số năm 2023.

Câu 5: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỉ lệ tăng trưởng $(r > 0), t$ (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 6 giờ có 2000 con. Hỏi ít nhất bao nhiêu giờ, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con?

Lời giải

Ta có: $A = 500, S(360) = 2000, 6$ giờ $= 360$ phút.

Sau 6 giờ số lượng vi khuẩn là 2000 con, tức là: $2000 = 500 \cdot e^{r.360}$

$$\Leftrightarrow e^{r.360} = 4 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 4}{360} \text{ (do } e > 1\text{)}.$$

Số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con, nghĩa là: $500 \cdot e^{\frac{\ln 4}{360} \cdot t} \geq 120000$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{\ln 4}{360} \cdot t} \geq 240 \Leftrightarrow \frac{\ln 4}{360} \cdot t \geq \ln 240 \Leftrightarrow t \geq \frac{360 \cdot \ln 240}{\ln 4} \approx 1423{,}24 \text{ (phút)}.$$

Vậy sau ít nhất 24 (giờ) thì số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 120000 con.

Câu 6: Nếu một người gửi số tiền A với lãi suất kép r mỗi kì thì sau n kì, số tiền T người ấy thu được cả vốn lẫn lãi được cho bởi công thức $T_n = A(1+r)^n$.

Một người gửi 150 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi suất kép với lãi suất cố định là $8{,}4\%$ / năm. Nếu theo kì hạn là 1 năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó thu được cả vốn và tiền lãi hơn 200 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Ta có: $A = 150$ (triệu đồng), $r = 8{,}4\%$

Vốn và tiền lãi hơn 200 triệu đồng nghĩa là $T_n > 200$ (triệu đồng)

Ta có: $150(1+8{,}4\%)^n > 200 \Leftrightarrow (1+8{,}4\%)^n > \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow n > \log_{1+8{,}4\%} \dfrac{4}{3} \approx 3{,}6$

Vậy thực tế thì sau ít nhất 4 năm người đó thu được cả vốn và tiền lãi hơn 200 triệu đồng.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI: PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – LOGARIT
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $\left\{0;\frac{2}{3}\right\}$. **B.** $\left\{0;\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\{0;2\}$. **D.** $\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 2: Tập nghiệm S của bất phương trình $4^x<2^{x+1}$ là

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=(0;1)$. **D.** $S=(-\infty;+\infty)$.

Câu 3: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $S=(1;9)$. **B.** $S=(1;10)$. **C.** $S=(-\infty;10)$. **D.** $S=(-\infty;9)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right)<1$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\frac{1}{8};3\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{8};1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{8};+\infty\right)$.

Câu 5: Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x)+\log_3 9x-5=0$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 7: Giải bất phương trình $\log_3(x-1)>2$.

A. $x>10$. **B.** $x<10$. **C.** $0<x<10$. **D.** $x>9$.

Câu 8: Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4}=3^{x-2}$ là

A. $\log_2 3$. **B.** $2\log_2 3-4$. **C.** $\log_3 2$. **D.** 3.

Câu 10: Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm $2°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm $5°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t°C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t)=k.a^t$ trong đó k,a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?

A. $8,4°C$. **B.** $9,3°C$. **C.** $7,6°C$. **D.** $6,7°C$.

Câu 11: Cho biết chu kì bán rã của chất phóng xạ radi ^{226}Ra là 1602 năm (tức là một lượng ^{226}Ra sau 1602 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S=A.e^{-r.t}$ trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm $(r<1)$, t là thời gian phân hủy, s là lượng còn lại sau thời gian phân hủy. Hỏi 5 gam ^{226}Ra sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại bao nhiêu gam (làm tròn đến 3 chữ số thập phân)?

A. 1,023 gam. **B.** 0,795 gam. **C.** 0,923 gam. **D.** 0,886 gam.

Câu 12: Số lượng của loại vi khuẩn C trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=S(0).5^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn C lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn C có sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn C là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn C là 390625000 con?

A. 24 phút. **B.** 17 phút. **C.** 8 phút. **D.** 10 phút.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $27^{2x-3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}\ (1)$.

a) Phương trình (1) tương đương với phương trình $27^{2x-3}=3^{-x^2+2}$.

b) $x=1$ là một nghiệm của phương trình (1).

c) Phương trình (1) tương đương với phương trình $3^{3(2x-3)}=3^{-x^2-2}$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 6.

Câu 2: Cho phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$.

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x>0$.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

c) Tổng bình phương các nghiệm là 1.

d) Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Câu 3: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S=A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con.

a) Phương trình thể hiện tỷ lệ tăng trưởng là $300=100.e^{5r}$

b) Tỉ lệ tăng trưởng của loại vi khuẩn này là $r=\ln\frac{3}{5}$ mỗi giờ.

c) Sau 10 giờ, từ 100 con vi khuẩn sẽ có $100.e^{10.\frac{\ln 3}{5}}=900$ con.

d) Phải cần ít nhất 20 giờ để số con vi khuẩn lớn hơn 10000 con.

Câu 4: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là: $A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là $9{,}17\%$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2 + 4x\right) + \log_{\frac{1}{3}}\left(3x + 6\right) = 0$ là

Câu 2: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 + x + 1\right) = 2 + \log_2 x$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2\left(x - 3\right) = 2$?

Câu 4: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

Câu 5: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x + 10) < \log_{\frac{1}{3}}(4x - 9)$

Câu 6: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2\left(8x^2\right) + \log_3\left(3x^3\right) \geq \log_2 x.\log_3 x$?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải các phương trình logarit sau:

1) $3^{2x^2 - x} = 3$

2) $2^{x-1}.3^x = 18$

3) $2^{x-6} = \left(\frac{1}{4}\right)^{3x+1}$

4) $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^{2x}$

5) $\left(\frac{2020}{2021}\right)^{4x} = \left(\frac{2021}{2020}\right)^{2x-6}$

6) $2^{\sqrt{x+3}} = 2^{3-x}$

7) $\log_3\left(x^2 + 4x - 3\right) = \log_3\left(x + 1\right)$

8) $2\log_2\left(2x + 3\right) = \log_2 x^2$

9) $\log_2 x + \log_2\left(x - 3\right) = 2$

10) $\log_5 x = \log_5(x+6) - \log_5(x+2)$

Câu 2: Giải các bất phương trình mũ sau :

1) $4^{x-1} \geq 2^{x^2-3x+2}$

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1}$

3) $2^{x^2-3x+2} \geq 4$

4) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

5) $\log_{2-\sqrt{3}}(x+1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0$

Câu 3: Một người gửi tiết kiệm 10 tỉ đồng theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng với lãi suất 7% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng?

Câu 4: Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức $L = 10\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$, trong đó I (đơn vị: W/m^2) là cường độ âm. Hãy tính mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được, biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ $10^{-12}\, W/m^2$ đến $10^1\, W/m^2$.

Câu 5: Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Thảo đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng số tiền là 500 triệu đồng với lãi suất $r < 0$ cho kỳ hạn một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi năm trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho năm sau (theo thể thức lãi kép). Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác đã thanh toán hợp đồng ngân hàng với số tiền là 599823000 đồng. Hỏi bác Thảo đã vay ngân hàng với lãi suất r là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

Câu 6: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau $Q(t) = Q_o \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right)$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_o là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 80% dung lượng pin tối đa (làm tròn đến hàng phần trăm).

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $\left\{0;\frac{2}{3}\right\}$. **B.** $\left\{0;\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\{0;2\}$. **D.** $\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Ta có $4^{x-x^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^x \Leftrightarrow 2^{2x-2x^2}=2^{-x} \Leftrightarrow -2x^2+2x=-x \Leftrightarrow -2x^2+3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Câu 2: Tập nghiệm S của bất phương trình $4^x<2^{x+1}$ là

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=(0;1)$. **D.** $S=(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $4^x<2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x}<2^{x+1} \Leftrightarrow 2x<x+1 \Leftrightarrow x<1$.

Câu 3: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $S=(1;9)$. **B.** $S=(1;10)$. **C.** $S=(-\infty;10)$. **D.** $S=(-\infty;9)$.

Lời giải

$\log_2(x-1)<3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1<2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<9 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<9$.

Vậy tập nghiệm là $S=(1;9)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)<1$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\frac{1}{8};3\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{8};1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{8};+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)<1 \Leftrightarrow 0<\log_{\frac{1}{2}} x<3^1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^0>x>\left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow 1>x>\frac{1}{8}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(\frac{1}{8};1\right)$.

Câu 5: Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x)+\log_3 9x-5=0$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện $x>0$

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3(6+x)+\log_3 x=3 \Leftrightarrow \log_3 x(6+x)=3 \Leftrightarrow x^2+6x-27=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-9(L) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=3$. Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $2^{2x}<2^{x+6}\Leftrightarrow 2x<x+6\Leftrightarrow x<6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;6)$.

Câu 7: Giải bất phương trình $\log_3(x-1)>2$.

A. $x>10$. **B.** $x<10$. **C.** $0<x<10$. **D.** $x>9$.

Lời giải

Điều kiện $x>1$, ta có $\log_3(x-1)>2\Leftrightarrow x-1>3^2\Leftrightarrow x>10$.

Câu 8: Phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow x>3$.

Ta có $\log_2 x+\log_2(x-3)=2\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-3x\right)=2\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\ (loai)\\x=4\ (t/m)\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có một nghiệm $x=4$.

Câu 9: Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4}=3^{x-2}$ là

A. $\log_2 3$. **B.** $2\log_2 3-4$. **C.** $\log_3 2$. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $2^{x^2-4}=3^{x-2}\Leftrightarrow x^2-4=(x-2)\log_2 3\Leftrightarrow x^2-x\log_2 3+2\log_2 3-4=0$

Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt và tích các nghiệm bằng $2\log_2 3-4$.

Câu 10: Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm $2°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm $5°C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t°C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t)=k.a^t$ trong đó k,a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?

A. $8,4°C$. **B.** $9,3°C$. **C.** $7,6°C$. **D.** $6,7°C$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}k.a^2=3\%\\k.a^5=10\%\end{cases}\Rightarrow a=\sqrt[3]{\dfrac{10}{3}};k=\dfrac{3\%}{a^2}$

Tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20% $\Rightarrow\dfrac{3\%}{a^2}.a^t=20\%\Rightarrow a^{t-2}=\dfrac{20}{3}$

$\Rightarrow t=2+\log_a\dfrac{20}{3}=2+\log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}}\dfrac{20}{3}\approx 6,7$

Câu 11: Cho biết chu kì bán rã của chất phóng xạ radi ^{226}Ra là 1602 năm (tức là một lượng ^{226}Ra sau 1602 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S=A.e^{-r.t}$ trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm $(r<1)$, t là thời gian phân hủy, s là lượng còn lại sau thời gian phân hủy. Hỏi 5 gam ^{226}Ra sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại bao nhiêu gam (làm tròn đến 3 chữ số thập phân)?

A. 1,023 gam. **B.** 0,795 gam. **C.** 0,923 gam. **D.** 0,886 gam.

Lời giải

Vì chu kì bán rã của chất phóng xạ radi ^{226}Ra là 1602 năm nên ta có:

$\frac{A}{2}=A.e^{-1602.r}\Leftrightarrow \frac{1}{2}=e^{-1602.r}\Leftrightarrow \ln 2=1602.r\Leftrightarrow r=\frac{\ln 2}{1602}$.

Vậy 5 gam ^{226}Ra sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại số gam là:

$S=A.e^{-r.t}=5.\mathrm{e}^{-4000.\frac{\ln 2}{1602}}\approx 0,886$ (gam).

Câu 12: Số lượng của loại vi khuẩn C trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=S(0).5^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn C lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn C có sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn C là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn C là 390625000 con?

A. 24 phút. **B.** 17 phút. **C.** 8 phút. **D.** 10 phút.

Lời giải

Sau 4 phút ta có: $S(4)=S(0).5^4\Rightarrow S(0)=\frac{S(4)}{5^4}=1000$.

Tại thời điểm t số lượng vi khuẩn C là 390625000 con nên ta có:

$S(t)=S(0).5^t\Leftrightarrow 5^t=\frac{S(t)}{S(0)}\Leftrightarrow 5^t=\frac{390625000}{1000}\Leftrightarrow 5^t=390625\Leftrightarrow t=\log_5 390625=8$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $27^{2x-3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ (1).

a) Phương trình (1) tương đương với phương trình $27^{2x-3}=3^{-x^2+2}$.

b) $x=1$ là một nghiệm của phương trình (1).

c) Phương trình (1) tương đương với phương trình $3^{3(2x-3)}=3^{-x^2-2}$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 6.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai: Phương trình (1) tương đương với với phương trình $27^{2x-3}=3^{-x^2-2}$.

b) Đúng: Thay $x=1$ vào phương trình ta được $27^{2.1-3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{1^2+2}\Leftrightarrow 27^{-1}=\left(\frac{1}{3}\right)^3$ luôn đúng.

c) Đúng: Phương trình (1) tương đương với phương trình $27^{2x-3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}\Leftrightarrow 3^{3(2x-3)}=3^{-x^2-2}$

d) Sai: Ta có $27^{2x-3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}\Leftrightarrow 3^{3(2x-3)}=3^{-x^2-2}\Leftrightarrow 6x-9=-x^2-2\Leftrightarrow x^2+6x-7=0$

$\Rightarrow x_1+x_2=-6$.

Do đó: $(*) \Leftrightarrow 2^6 = 2m - 1 \Leftrightarrow m = \dfrac{65}{2} = 32.5$. Vậy $m_0 = 32,5$.

Câu 2: Cho phương trình $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1$.

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x > 0$.
b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.
c) Tổng bình phương các nghiệm là 1.
d) Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai: Điều kiện xác định của phương trình là $x^2 - x + 2 > 0 \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Đúng: $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

c) Đúng: Tổng bình phương các nghiệm là $0^2 + 1^2 = 1$.

d) Sai: Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x = 0$ và $x = 1$.

Câu 3: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con.

a) Phương trình thể hiện tỷ lệ tăng trưởng là $300 = 100.e^{5r}$

b) Tỉ lệ tăng trưởng của loại vi khuẩn này là $r = \ln\dfrac{3}{5}$ mỗi giờ.

c) Sau 10 giờ, từ 100 con vi khuẩn sẽ có $100.e^{10.\frac{\ln 3}{5}} = 900$ con.

d) Phải cần ít nhất 20 giờ để số con vi khuẩn lớn hơn 10000 con.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng: Từ giả thiết ta có: $300 = 100.e^{5r}$

b) Sai: Ta có $300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow r = \dfrac{\ln 300 - \ln 100}{5} = \dfrac{\ln 3}{5}$. Tức tỉ lệ tăng trưởng của loại vi khuẩn này là $r = \dfrac{\ln 3}{5}$ mỗi giờ.

c) Đúng: Sau 10 giờ, từ 100 con vi khuẩn sẽ có $100.e^{10.\frac{\ln 3}{5}} = 900$ con.

d) Sai: Để số con số vi khuẩn lớn hơn 10000 con thì

$$100.e^{t.\frac{\ln 3}{5}} > 10000 \Leftrightarrow e^{t.\frac{\ln 3}{5}} > 100 \Leftrightarrow t.\frac{\ln 3}{5} > \ln 100 \Leftrightarrow t > \frac{5\ln 100}{\ln 3} \approx 20,96$$

Câu 4: Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% một năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là $r\%$ một năm thì tổng số tiền P ban đầu, sau n năm số tiền đó chỉ còn giá trị là: $A = P\left(1 - \dfrac{r}{100}\right)^n$

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là $9{,}17\%$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) b) Giả thiết cho $P=100$ triệu đồng, $r\%=7\%, n=2$ năm.

Ta có: $A=100.10^6\left(1-\dfrac{7}{100}\right)^2=86490000$ đồng.

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 86490000 đồng.

c) Giả thiết cho $P=100$ triệu đồng, $A=80$ triệu đồng, $n=3$ năm.

Ta có: $80=100\left(1-\dfrac{r}{100}\right)^3 \Leftrightarrow 1-\dfrac{r}{100}=\sqrt[3]{\dfrac{4}{5}} \Leftrightarrow r\approx 7{,}17$.

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm là $r\%\approx 7{,}17\%$.

d) Giả thiết cho $P=X$ triệu đồng, $A=\dfrac{X}{2}$ triệu đồng, $r\%=6\%$.

Ta có: $\dfrac{X}{2}=X\left(1-\dfrac{6}{100}\right)^n \Leftrightarrow (0,94)^n=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow n\approx 11,2$ (năm).

Vậy sau khoảng 12 năm sức mua của số tiền còn lại là một nửa.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2+4x\right)+\log_{\frac{1}{3}}(3x+6)=0$ là

Lời giải

Trả lời: 1

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+4x>0 \\ 3x+6>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-4 \\ x>0 \end{array}\right. \\ x>-2 \end{cases} \Rightarrow x>0$.

Ta có $\log_3\left(x^2+4x\right)+\log_{\frac{1}{3}}(3x+6)=0 \Leftrightarrow \log_3\left(x^2+4x\right)=\log_3(3x+6) \Leftrightarrow x^2+4x=3x+6$

$\Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện, phương trình có nghiệm $x=2$.

Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất.

Câu 2: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x$.

Lời giải

Trả lời: 1,5

Điều kiện: $x>0$

Ta có $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+x+1\right)=\log_2(4x) \Leftrightarrow x^2+x+1=4x$

$\Leftrightarrow x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (thoả mãn). Vậy tổng các nghiệm bằng $\dfrac{3}{2}$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$?

Lời giải

Trả lời: 2

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$

Ta có: $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2 \Leftrightarrow \log_2[x(x-3)] = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1(l) \\ x = 4(tm) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 4: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 5^{3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 3x^2 < 5x + 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 2$.

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0;1\}$.

Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.

Câu 5: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+10) < \log_{\frac{1}{3}}(4x-9)$

Lời giải

Trả lời: 4

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}(x+10) < \log_{\frac{1}{3}}(4x-9) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 10 > 4x - 9 \\ 4x - 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{19}{3} \\ x > \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{9}{4} < x < \frac{19}{3}$

Vậy phương trình có 4 nghiệm nguyên.

Câu 6: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2(8x^2) + \log_3(3x^3) \geq \log_2 x.\log_3 x$?

Lời giải

Trả lời: 134

Điều kiện: $x > 0$. Với điều kiện trên, bpt tương đương với:

Ta có: $3 + 2\log_2 x + 1 + 3\log_3 x - \log_2 x.\log_3 x \geq 0$

$\Leftrightarrow 2\log_2 x + 3\log_3 2.\log_2 x - \log_2 x.\log_3 2.\log_2 x + 4 \geq 0$

$\Leftrightarrow -\log_3 2.(\log_2 x)^2 + (2 + 3\log_3 2).\log_2 x + 4 \geq 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{-0{,}897...}_{A} \leq \log_2 x \leq \underbrace{7{,}067...}_{B} \Leftrightarrow 0{,}536... \leq x \leq 134{,}087...$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{1;2;...;134\}$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Giải các phương trình logarit sau:

1) $3^{2x^2-x} = 3$

2) $2^{x-1}.3^x = 18$

3) $2^{x-6}=\left(\frac{1}{4}\right)^{3x+1}$

4) $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1}=125^{2x}$

5) $\left(\frac{2020}{2021}\right)^{4x}=\left(\frac{2021}{2020}\right)^{2x-6}$

6) $2^{\sqrt{x+3}}=2^{3-x}$

7) $\log_3\left(x^2+4x-3\right)=\log_3\left(x+1\right)$

8) $2\log_2\left(2x+3\right)=\log_2 x^2$

9) $\log_2 x+\log_2\left(x-3\right)=2$

10) $\log_5 x=\log_5\left(x+6\right)-\log_5\left(x+2\right)$

Lời giải

1) Ta có $3^{2x^2-x}=3\Leftrightarrow 2x^2-x=1\Leftrightarrow 2x^2-x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

2) Ta có $2^{x-1}.3^x=18\Leftrightarrow\frac{2^x}{2}.3^x=18\Leftrightarrow 6^x=36\Leftrightarrow x=2$.

3) Ta có: $2^{x-6}=\left(\frac{1}{4}\right)^{3x+1}\Leftrightarrow 2^{x-6}=2^{-2(3x+1)}\Leftrightarrow x-6=-6x-2\Leftrightarrow 7x=4\Leftrightarrow x=\frac{4}{7}$

4) Phương trình đã cho $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1}=125^{2x}\Leftrightarrow 5^{-2(x+1)}=5^{6x}\Leftrightarrow -2\left(x+1\right)=6x\Leftrightarrow 8x=-2\Leftrightarrow x=-\frac{1}{4}$.

5) Ta có $\left(\frac{2020}{2021}\right)^{4x}=\left(\frac{2021}{2020}\right)^{2x-6}\Leftrightarrow\left(\frac{2020}{2021}\right)^{4x}=\left(\frac{2020}{2021}\right)^{-2x+6}\Leftrightarrow 4x=-2x+6\Leftrightarrow x=1$.

6) Điều kiện $x+3\ge 0\Leftrightarrow x\ge -3$

Ta có: $2^{\sqrt{x+3}}=2^{3-x}\Leftrightarrow\sqrt{x+3}=3-x\Leftrightarrow\begin{cases}3-x\ge 0\\x+3=9-6x+x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\x^2-7x+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=6\end{array}\right.\end{cases}$

7) Ta có $\log_3\left(x^2+4x-3\right)=\log_3\left(x+1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+4x-3=x+1\\x>-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+3x-4=0\\x>-1\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

8) Ta có: $2\log_2\left(2x+3\right)=\log_2 x^2\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3>0\\x^2>0\\\log_2\left(2x+3\right)^2=\log_2 x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3>0\\\left(2x+3\right)^2=x^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x>-\frac{3}{2}\\\left[\begin{array}{l}2x+3=x\\2x+3=-x\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-\frac{3}{2}\\\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1\end{array}\right.$. Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-3;-1\right\}$.

9) Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 3.$

Ta có: $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2 \Leftrightarrow \log_2(x(x-3)) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -1 & (loai) \\ x = 4 & (tm) \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4$.

10) Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x + 6 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -6 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

Ta có: $\log_5 x = \log_5(x+6) - \log_5(x+2) \Leftrightarrow \log_5 x + \log_5(x+2) = \log_5(x+6)$

$\Leftrightarrow \log_5[x(x+2)] = \log_5(x+6) \Leftrightarrow x(x+2) = x + 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$

So với điều kiện, suy ra $x = 2$. Vậy $S = \{2\}$.

Câu 2: Giải các bất phương trình mũ sau :

1) $4^{x-1} \geq 2^{x^2-3x+2}$

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1}$

3) $2^{x^2-3x+2} \geq 4$

4) $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

5) $\log_{2-\sqrt{3}}(x+1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0$

Lời giải

1) Ta có: $4^{x-1} \geq 2^{x^2-3x+2} \Leftrightarrow 2^{2x-2} \geq 2^{x^2-3x+2} \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$.

2) Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2} < 3^{2x+1} \Leftrightarrow 3^{3x^2} < 3^{2x+1} \Leftrightarrow 3x^2 < 2x + 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 1$

3) Ta có $2^{x^2-3x+2} \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \geq 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq 0 \\ x \geq 3 \end{array}\right.$.

4) Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow (x+1) > (2x-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2$

5) Điều kiện xác định $-1 < x < \frac{11}{2}$.

Ta có: $\log_{2-\sqrt{3}}(x+1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0$

$\Leftrightarrow \log_{(2+\sqrt{3})^{-1}}(x+1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0$ vì $2 - \sqrt{3} = (2+\sqrt{3})^{-1}$

$\Leftrightarrow -\log_{(2+\sqrt{3})}(x+1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}} \frac{11-2x}{x+1} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{11-2x}{x+1} \geq (2+\sqrt{3})^0 = 1 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x+1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{10-3x}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-1; \frac{10}{3}\right]$

Câu 3: Một người gửi tiết kiệm 10 tỉ đồng theo thể thức lãi kép kì hạn 12 tháng với lãi suất 7% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng?

Lời giải

Theo công thức lãi kép: $T = A(1+r)^n$, số tiền người đó nhận được sau n năm là:

$T = 10.10^9(1+7\%)^n = 10^{10}\cdot 1,07^n$ (đồng)

Để nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng thì

$T = 10^{10}\cdot 1,07^n > 12\cdot 10^9 \Leftrightarrow 1,07^n > \dfrac{6}{5} \Leftrightarrow n > \log_{1,07}\left(\dfrac{6}{5}\right) \approx 2,695.$

Vậy sau ít nhất 3 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 12 tỉ đồng.

Câu 4: Mức cường độ âm L (đơn vị: dB) được tính bởi công thức

$L = 10\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right)$, trong đó I (đơn vị: W/m^2) là cường độ âm. Hãy tính mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được, biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ $10^{-12}\,W/m^2$ đến $10^1\,W/m^2$.

Lời giải

Ta có:

$10^{-12} \le I \le 10^1 \Leftrightarrow \dfrac{10^{-12}}{10^{-12}} \le \dfrac{I}{10^{-12}} \le \dfrac{10^1}{10^{-12}}$

$\Leftrightarrow 1 \le \dfrac{I}{10^{-12}} \le 10^{13} \Leftrightarrow \log 1 \le \log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) \le \log 10^{13}$

$\Leftrightarrow 0 \le 10\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) \le 130(\text{ do } 10 > 1)$

$\Leftrightarrow 0 \le L \le 130.$

Vậy mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được là từ $0dB$ đến $130dB$.

Câu 5: Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Thảo đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng số tiền là 500 triệu đồng với lãi suất $r < 0$ cho kỳ hạn một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi năm trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho năm sau (theo thể thức lãi kép). Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác đã thanh toán hợp đồng ngân hàng với số tiền là 599823000 đồng. Hỏi bác Thảo đã vay ngân hàng với lãi suất r là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

Lời giải

Ta có: $A = 500$ triệu đồng, lãi suất $r/$ năm, $n = 2$ năm, $T = 599823000$ đồng.

Theo công thức lãi kép, ta có:

$T = A(1+r)^n \quad \Leftrightarrow 599823000 = 500000000(1+r)^2$

$\Leftrightarrow r = \sqrt{\dfrac{599823}{500000}} - 1 \approx 0,095.$

Vậy lãi suất mà bác Thảo vay ngân hàng là xấp xỉ $9,5\%$.

Câu 6: Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau $Q(t) = Q_o\cdot\left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right)$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_o là dung lượng nạp tối đa.

Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 80% dung lượng pin tối đa (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$\frac{80}{100}Q_o = Q_o \cdot \left(1 - e^{-\frac{3t}{2}}\right) \Rightarrow e^{-\frac{3t}{2}} = \frac{1}{5} \Rightarrow -\frac{3t}{2} = -\ln 5 \Rightarrow t \approx 1,07 \text{ giờ}$$

Vậy thời gian nạp pin của điện thoại là khoảng 1,07 giờ.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nếu $a^{\frac{1}{3}}=b$ $(a>0,a\ne 1)$ thì

A. $\log_{\frac{1}{3}}a=b$. **B.** $3\log_a b=1$. **C.** $\log_a\frac{1}{3}=b$. **D.** $\log_{\frac{1}{3}}b=a$.

Câu 2: Tập nghiệm bất phương trình: $2^x>8$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2)>2$

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(2;6)$.

Câu 4: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a)+\ln\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng:

A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. **B.** $\ln 15$. **C.** $\ln\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{\ln 5}{\ln 3}$

Câu 5: Có bao nhiêu số nguyên dương n khác 1 để $\log_n 81$ là một số nguyên?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 6: Cho hàm số mũ $y=(9-2a)^x$ với a là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên a để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 7: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $e^{x^2-3x}=\frac{1}{e^2}$.

A. $T=3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$

Câu 8: Với mọi a,b thoả mãn $\frac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5}+\log b=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a=1-b\log_2 5$. **B.** $ab=10$. **C.** $a\log_2 5+b=1$. **D.** $a+b=1$.

Câu 9: Rút gọn biểu thức $P=3^{2\log_3 a}-\log_5 a^2.\log_a 25$, với a là số thực dương khác 1 ta được:

A. $P=a^2-4$. **B.** $P=a^2-2$. **C.** $P=a^2+2$. **D.** $P=a^2+4$.

Câu 10: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là $78.685.800$ người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Nếu dân số vẫn tăng với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2022. **B.** 2025. **C.** 2020. **D.** 2026.

Câu 11: Người ta nuôi cấy một loại vi khuẩn V trong phòng thí nghiệm. Nếu số vi khuẩn ban đầu là N_0 ,tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là r thì sau t giờ số vi khuẩn $N(t)$ nuôi cấy được ước tính theo công thức $N(t) = N_0.e^{rt}$. Ban đầu có 300 con vi khuẩn và sau 4 giờ người ta thấy số lượng vi khuẩn đã tăng gấp đôi. Số giờ gần nhất để số lượng vi khuẩn thu được là 9000 con là

A. 19. **B.** 20. **C.** 22. **D.** 21.

Câu 12: Vào ngày 15 hàng tháng, ông An đều đến gửi tiết kiệm tại ngân hàng với số tiền 5 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi trong suốt quá trình gửi là $0,6\%/$ tháng. Hỏi sau đúng ba năm (kể từ ngày bắt đầu gửi), ông An thu được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu (làm tròn đến nghìn đồng)?

A. 195251000 (đồng). **B.** 195252000 (đồng).

C. 201450000 (đồng). **D.** 201453000 (đồng).

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các biểu thức sau: $P = \log_2 8 + \log_3 27 - \log_5 5^3$; $Q = \ln(2e) - \log 100$.

a) $P + Q = 2\ln 2$

b) $Q - P = \ln 2 - 4$

c) $3Q + P = 3\ln 2$

d) $2Q + P = 2\ln 2 + 1$

Câu 2: Cho phương trình $2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|} = 16^{x^2-1}$.

a) Nghiệm của phương trình là các số vô tỷ.

b) Tổng các nghiệm của một phương trình là một số nguyên**.**

c) Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.

d) Phương trình vô nghiệm.

Câu 3: Cho bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}}\left(9 - x\right)$ Khi đó

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Điều kiện xác định của bất phương trình $0 < x < 9$.		
b)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $2x < 9 - x$.		
c)	Tập nghiệm bất phương trình là $\left(3;9\right)$.		
d)	Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.		

Câu 4: Ông A đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi. Lãi suất được cho là không đổi trong suốt thời gian vay tiền.

a) Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm lớn hơn 850 triệu đồng?

b) Ông A định dùng tiền lãi sau 2 năm để mua chiếc xe SH trị giá 100 triệu đồng. Sau đúng 2 năm tiền lãi thu được đủ để ông A mua chiếc xe đó.

c) Sau ít nhất 45 tháng thì số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng?

d) Sau khi gửi, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Một năm sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại ít hơn 776 triệu đồng?

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{8}$, $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $G = a + b$.

Câu 2: Cho $\log_2 3 = a$ và $\log_3 5 = b$. Biết $\log_{12} 150 = \frac{2ab + ma + n}{a + 2}$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $L = m + n$ là

Câu 3: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2\left(x^2 - 3x + 2\right) \le 1$ là

Câu 4: Số nghiệm nguyên thuộc $\left[-2024; 2024\right]$ của bất phương trình $\log_2\left(2^x + 1\right) > 2 + x$ là

Câu 5: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(12 - 2^x\right) = 5 - x$ bằng

Câu 6: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $P_n = P_0.e^{nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001 dân số Việt Nam là 76.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho số thực dương a khác 1, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 2: Nếu $9^x - 12^2 = 0$ thì biểu thức $P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8.9^{\frac{x-1}{2}} + 19$ có giá trị bằng

Câu 3: Cho phương trình $2^{x^2 - x + 8} - 4^{1-3x} = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

Câu 4: Nếu một người gửi tiết kiệm số tiền 150 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 5% một năm (theo thể thức lãi kép), thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của người đó sau 3 năm gần với số nào sau đây nhất?

Câu 5: Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con.

Câu 6: Năm 2020 công ty M thuê mặt bằng để sản xuất kinh doanh với số tiền là 850 triệu và ký vào hợp đồng trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm chịu tăng 2% giá thuê mặt bằng của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 công ty M phải trả số tiền thuê mặt bằng khoảng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nếu $a^{\frac{1}{3}} = b$ $(a > 0, a \neq 1)$ thì

A. $\log_{\frac{1}{3}} a = b$. **B.** $3\log_a b = 1$. **C.** $\log_a \frac{1}{3} = b$. **D.** $\log_{\frac{1}{3}} b = a$.

Lời giải

Ta có $3\log_a b = 3\log_a a^{\frac{1}{3}} = 3.\frac{1}{3}\log_a a = 1$

Câu 2: Tập nghiệm bất phương trình: $2^x > 8$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3]$.

Lời giải

Ta có: $2^x > 8 \Leftrightarrow 2^x > 2^3 \Leftrightarrow x > 3$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $(3;+\infty)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2) > 2$

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(2;6)$.

Lời giải

Ta có $\log_2(x-2) > 2 \Leftrightarrow x-2 > 2^2 \Leftrightarrow x-2 > 4 \Leftrightarrow x > 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (6;+\infty)$.

Câu 4: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) + \ln\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng:

A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. **B.** $\ln 15$. **C.** $\ln\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{\ln 5}{\ln 3}$

Lời giải

$\ln(5a) + \ln\left(\frac{3}{a}\right) = \ln\left(5a.\frac{3}{a}\right) = \ln 15$.

Câu 5: Có bao nhiêu số nguyên dương n khác 1 để $\log_n 81$ là một số nguyên?

A. 6. **<u>B</u>.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $\log_n 81 = \log_n 3^4 = 4\log_n 3 = \dfrac{4}{\log_3 n}$.

Để $\log_n 81$ là một số nguyên thì $\log_3 n \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ $\Leftrightarrow n \in \left\{\frac{1}{3}; 3; \frac{1}{9}; 9; \frac{1}{81}; 81\right\}$

Mà n nguyên dương nên $n \in \{3; 9; 81\}$

Vậy có tất cả 6 số thực dương n khác 1 thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 6: Cho hàm số mũ $y = (9-2a)^x$ với a là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên a để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Hàm số $y=(9-2a)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 9-2a>1 \Leftrightarrow a<4$

Mà $a \in \mathbb{N} \Rightarrow a \in \{0;1;2;3\}$

Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn.

Câu 7: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $e^{x^2-3x}=\dfrac{1}{e^2}$.

A. $T=3$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$

Lời giải

Tacó $e^{x^2-3x}=\dfrac{1}{e^2} \Leftrightarrow e^{x^2-3x}=e^{-2} \Leftrightarrow x^2-3x=-2 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Tập nghiệm của phương trình là $S=\{1;2\}$nên tổng các nghiệm là $T=3$

Câu 8: Với mọi a,b thoả mãn $\dfrac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5}+\log b=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a=1-b\log_2 5$. **B.** $ab=10$. **C.** $a\log_2 5+b=1$. **D.** $a+b=1$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5}+\log b=1 \Leftrightarrow \dfrac{\log_2 a}{\log_2 10}+\log b=1 \Leftrightarrow \log a+\log b=1$

$\Leftrightarrow \log(ab)=1 \Leftrightarrow ab=10$.

Câu 9: Rút gọn biểu thức $P=3^{2\log_3 a}-\log_5 a^2.\log_a 25$, với a là số thực dương khác 1 ta được:

A. $P=a^2-4$. **B.** $P=a^2-2$. **C.** $P=a^2+2$. **D.** $P=a^2+4$.

Lời giải

Ta có: $P=\left(3^{\log_3 a}\right)^2-2\log_5 a.2\log_a 5=a^2-4$.

Câu 10: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là $78.685.800$ người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Nếu dân số vẫn tăng với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2022. **B.** 2025. **C.** 2020. **D.** 2026.

Lời giải

Ta có Nếu dân số vẫn tăng với tỉ lệ $1,7\%$ thì:

Sau N năm dân số Việt Nam là 120.000.000 người

Ta có: $S=A.e^{Nr} \Leftrightarrow 120000000=78685800.e^{1,7\%.N} \Rightarrow N \approx 25$

Vậy đến năm $2001+25=2026$ thì dân số nước ta ở mức 120 triệu người

Câu 11: Người ta nuôi cấy một loại vi khuẩn V trong phòng thí nghiệm. Nếu số vi khuẩn ban đầu là N_0,tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là r thì sau t giờ số vi khuẩn $N(t)$ nuôi cấy được ước tính theo công thức $N(t)=N_0.e^{rt}$. Ban đầu có 300 con vi khuẩn và sau 4 giờ người ta thấy số lượng vi khuẩn đã tăng gấp đôi. Số giờ gần nhất để số lượng vi khuẩn thu được là 9000 con là

A. 19. **B.** 20. **C.** 22. **D.** 21.

Lời giải

Áp dụng công thức $N(t)=N_0.e^{rt}$ ta có $600=300.e^{r.4} \Leftrightarrow 2=e^{4r} \Leftrightarrow 4r=\ln 2 \Leftrightarrow r=\dfrac{\ln 2}{4}$

Để số lượng vi khuẩn thu được là 9000 con thì :

$300.e^{\frac{\ln 2}{4}.t}=9000 \Leftrightarrow e^{\frac{\ln 2}{4}.t}=30 \Leftrightarrow \frac{\ln 2}{4}.t=\ln 30 \Leftrightarrow t \approx 19,628$

Câu 12: Vào ngày 15 hàng tháng, ông An đều đến gửi tiết kiệm tại ngân hàng với số tiền 5 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi trong suốt quá trình gửi là $0,6\%/$ tháng. Hỏi sau đúng ba năm (kể từ ngày bắt đầu gửi), ông An thu được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu (làm tròn đến nghìn đồng)?

A. 195251000 (đồng). **B.** 195252000 (đồng).

C. 201450000 (đồng). **D.** 201453000 (đồng).

Lời giải

Đặt $A=5$ triệu, $r=0,6\%$.

Sau một tháng ông An có số tiền cả vốn và lãi là $A(1+r)$, tiếp tục gửi vào ngân hàng A đồng nên số tiền trong ngân hàng lúc này là $T_1=A(1+r)+A=A\left[(1+r)+1\right]$.

Sau hai tháng ông An có số tiền cả vốn và lãi là $T_2=T_1(1+r)+A=A\left[(1+r)^2+(1+r)+1\right]$.

….

Sau 36 tháng ông An có số tiền cả vốn và lãi là

$T_{36}=A\left[(1+r)^{36}+(1+r)^{35}+...+(1+r)+1\right]-A=A.\frac{(1+r)^{37}-1}{r}-A \approx 201453000$ đồng.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các biểu thức sau: $P=\log_2 8+\log_3 27-\log_5 5^3$; $Q=\ln(2e)-\log 100$.

a) $P+Q=2\ln 2$

b) $Q-P=\ln 2-4$

c) $3Q+P=3\ln 2$

d) $2Q+P=2\ln 2+1$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Ta có: $P=\log_2 8+\log_3 27-\log_5 5^3=\log_2 2^3+\log_3 3^3-\log_5 5^3=3+3-3=3$.

Ta có: $Q=\ln(2e)-\log 100=\ln 2+\ln e-\log 10^2=\ln 2+1-2=\ln 2-1$.

Câu 2: Cho phương trình $2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|}=16^{x^2-1}$.

a) Nghiệm của phương trình là các số vô tỷ.

b) Tổng các nghiệm của một phương trình là một số nguyên.

c) Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.

d) Phương trình vô nghiệm.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

$2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|}=16^{x^2-1} \Leftrightarrow 2^{\left|\frac{28}{3}x+4\right|}=2^{4x^2-4} \Leftrightarrow \left|\frac{28}{3}x+4\right|=4x^2-4 \ (1)$.

TH1: Nếu $x > -\frac{3}{7}$. PT (1): $\frac{28}{3}x + 4 = 4x^2 - 4 \Leftrightarrow 4x^2 - \frac{28}{3}x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3\ \ (TM) \\ x = -\frac{2}{3}\ (L) \end{array}\right.$

TH1: Nếu $x \le -\frac{3}{7}$. PT (1): $-\frac{28}{3}x - 4 = 4x^2 - 4 \Leftrightarrow 4x^2 + \frac{28}{3}x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0\ \ (L) \\ x = -\frac{7}{3}\ (TM) \end{array}\right.$

Phương trình có tập nghiệm $S = \left\{-\frac{7}{3}; 3\right\}$.

Câu 3: Cho bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}}(9 - x)$ Khi đó

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Điều kiện xác định của bất phương trình $0 < x < 9$.		
b)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $2x < 9 - x$.		
c)	Tập nghiệm bất phương trình là $(3;9)$.		
d)	Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.		

Lời giải

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Đúng**	**d) Sai**

a) Đúng

Điều kiện xác định của bất phương trình $0 < x < 9$.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 2x > 0 \\ 9 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 9\ \ (*)$.

b) Sai

Bất phương trình tương đương với bất phương trình $2x < 9 - x$.

Ta có: $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}}(9 - x) \Leftrightarrow 2x > 9 - x$.

c) Đúng

Tập nghiệm bất phương trình là $(3;9)$.

Khi đó: $2x > 9 - x \Leftrightarrow x > 3$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm bất phương trình là $(3;9)$

d) Sai

Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

Tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình là $\{4;5;6;7;8\}$.

Vậy có 5 nghiệm nguyên

Câu 4: Ông A đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi. Lãi suất được cho là không đổi trong suốt thời gian vay tiền.

a) Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm lớn hơn 850 triệu đồng?

b) Ông A định dùng tiền lãi sau 2 năm để mua chiếc xe SH trị giá 100 triệu đồng. Sau đúng 2 năm tiền lãi thu được đủ để ông A mua chiếc xe đó.

c) Sau ít nhất 45 tháng thì số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng?

d) Sau khi gửi, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Một năm sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại ít hơn 776 triệu đồng?

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) Sai: Số tiền cả gốc và lãi ông A rút về sau một năm:

$A_{12} = A(1+r)^{12} = 800000000.(1+0,5\%)^{12} \approx 849342250 < 850000000$

b) Đúng: Số tiền lãi ông A rút về sau hai năm:

$A_{12} = A(1+r)^{12} = 800000000.(1+0,5\%)^{24} - 800000000 \approx 101728000 > 100000000$

c) Đúng: Số tiền thu về cả gốc lẫn lãi lớn hơn 1 tỷ đồng: $800000000.(1+0,5\%)^n > 1000000000$

$\Leftrightarrow (1+0,5\%)^n > \frac{5}{4} \Leftrightarrow n > \log_{(1+0,5\%)}\left(\frac{5}{4}\right) \Leftrightarrow n > 44,74$ tháng.

d) Đúng: Gửi ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất r/tháng. Mỗi tháng vào ngày ngân hàng tính lãi, rút ra số tiền là X đồng. Sô tiền còn lại sau n tháng đươc tính theo công thức:

$S_n = A(1+r)^n - X\frac{(1+r)^n - 1}{r} = 800(1,005)^{12} - 6.\frac{(1,005)^{12} - 1}{0,005} = 775.3288753$

$= 1200 - 400.(1,005)^{12}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{8}$, $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $G = a + b$.

Lời giải

Trả lời: 20

Ta có: $\log_a b = \frac{b}{8}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b} \Rightarrow \log_2 a.\log_a b = \frac{16}{b}.\frac{b}{8} \Leftrightarrow \log_2 b = 2 \Leftrightarrow b = 4$

$\Rightarrow \log_2 a = 4 \Leftrightarrow a = 16 \Rightarrow G = a + b = 16 + 4 = 20$.

Câu 2: Cho $\log_2 3 = a$ và $\log_3 5 = b$. Biết $\log_{12} 150 = \frac{2ab + ma + n}{a+2}$ với $m, n \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $L = m + n$ là

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $\log_2 3 = a \Leftrightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a}$ và $\log_3 5 = b$.

Khi đó: $\log_{12} 150 = \frac{\log_3 150}{\log_3 12} = \frac{\log_3(2.3.5^2)}{\log_3(2^2.3)} = \frac{\log_3 2 + 1 + 2\log_3 5}{2\log_3 2 + 1} = \frac{\frac{1}{a} + 1 + 2b}{\frac{2}{a} + 1} = \frac{2ab + a + 1}{a+2}$

Do $m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 1$ và $n = 1 \Rightarrow L = m + n = 2$.

Câu 3: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2) \le 1$ là

Lời giải

Trả lời: 2

$\log_2\left(x^2-3x+2\right)\le 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2>0 \\ \log_2\left(x^2-3x+2\right)\le \log_2 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2>0 \\ x^2-3x+2\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2>0 \\ x^2-3x\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>2 \end{array}\right. \\ 0\le x\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0\le x<1 \\ 2<x\le 3 \end{array}\right.$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[0;1\right)\cup\left(2;3\right]$

Số nghiệm nguyên của phương trình là 2.

Câu 4: Số nghiệm nguyên thuộc $\left[-2024;2024\right]$ của bất phương trình $\log_2\left(2^x+1\right)>2+x$ là

Lời giải

Trả lời: 2023

Điều kiện: $2^x+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

$\log_2\left(2^x+1\right)>2+x \Leftrightarrow \log_2\left(2^x+1\right)>\log_2 2^{2+x}$

$\Leftrightarrow 2^x+1>2^{2+x} \Leftrightarrow 1>3.2^x \Leftrightarrow 2^x<\frac{1}{3} \Leftrightarrow x<\log_2\left(\frac{1}{3}\right)$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;\log_2\left(\frac{1}{3}\right)\right)$.

Số nghiệm nguyên thuộc $\left[-2024;2024\right]$ của bất phương trình là $\left\{-2024;-2023;...;-2\right\}$, có 2023 số.

Câu 5: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(12-2^x\right)=5-x$ bằng

Lời giải

Trả lời: 6

Ta có: $\log_2\left(12-2^x\right)=5-x \Leftrightarrow \begin{cases} 12-2^x>0 \\ 12-2^x=2^{5-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\log_2 12 \\ \left(2^x\right)^2-12.2^x+32=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x<\log_2 12 \\ \left[\begin{array}{l} 2^x=8 \\ 2^x=4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\log_2 12 \\ \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Do đó tích các nghiệm của phương trình là $P=3.2=6$.

Câu 6: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $P_n=P_0.e^{nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001 dân số Việt Nam là 76.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người

Lời giải

Trả lời: 2025

Theo bài ra ta xét phương trình:

$P_n=115.10^6 \Leftrightarrow P_0.e^{nr}=115.10^6 \Leftrightarrow \ln P_0+nr=\ln\left(115.10^6\right)$

Suy ra $n = \dfrac{\ln\left(115.10^6\right) - \ln P_0}{r} \approx 23,8$.

Như vậy đến năm 2025 dân số nước ta sẽ ở mức 115 triệu người.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Cho số thực dương a khác 1, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $D = \log_{a^3} a = \dfrac{1}{3}\log_a a = \dfrac{1}{3}$

Câu 2: Nếu $9^x - 12^2 = 0$ thì biểu thức $P = \dfrac{1}{3^{-x-1}} - 8.9^{\frac{x-1}{2}} + 19$ có giá trị bằng

Lời giải

Ta có $9^x - 12^2 = 0 \Leftrightarrow 3^x = 12$

$P = \dfrac{1}{3^{-x-1}} - 8.9^{\frac{x-1}{2}} + 19 = 3^{x+1} - 8.3^{x-1} + 19 = 23$

Câu 3: Cho phương trình $2^{x^2-x+8} - 4^{1-3x} = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

Lời giải

Ta có $2^{x^2-x+8} - 4^{1-3x} = 0 \Leftrightarrow 2^{x^2-x+8} = 2^{2-6x} \Leftrightarrow x^2 - x + 8 = 2 - 6x \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Câu 4: Nếu một người gửi tiết kiệm số tiền 150 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 5% một năm (theo thể thức lãi kép), thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của người đó sau 3 năm gần với số nào sau đây nhất?

Lời giải

Mỗi kỳ hạn 6 tháng nên 3 năm có 6 kỳ hạn.

Số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của người đó sau 3 năm:

$P = 150.\left(1 + 5\%.\dfrac{6}{12}\right)^6 \approx 173,95$ (triệu đồng).

Câu 5: Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $s(3) = 625000 \Leftrightarrow s(0).2^3 = 625000 \Leftrightarrow s(0) = 78125$.

Số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con khi

$s(t) = 20000000 \Leftrightarrow s(0).2^t = 20000000 \Leftrightarrow 2^t = \dfrac{20000000}{s(0)} = \dfrac{20000000}{78125} = 256 \Leftrightarrow t = 8$.

Vậy, sau 8 phút thì số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con.

Câu 6: Năm 2020 công ty M thuê mặt bằng để sản xuất kinh doanh với số tiền là 850 triệu và ký vào hợp đồng trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm chịu tăng 2% giá thuê mặt bằng của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 công ty M phải trả số tiền thuê mặt bằng khoảng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

Lời giải

Sau năm thứ nhất giá thuê mặt bằng là: $850.000.000\left(1 + 2\%\right)$ đồng

Sau năm thứ hai giá thuê mặt bằng là:

$850.000.000\left(1+2\%\right)+850.000.000\left(1+2\%\right).2\%=850.000.000\left(1+2\%\right)^2$

….

Đến năm 2025 giá thuê mặt bằng là $850.000.000\left(1+2\%\right)^5\approx 938.469.000$.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}:x^{\frac{5}{8}}$ $(x>0)$ ta được

A. $\sqrt[4]{x}$. **B.** $\sqrt{x}$. **C.** $\sqrt[3]{x}$. **D.** $\sqrt[5]{x}$.

Câu 2: Cho hai số thực dương a,b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a\left(a^3b^2\right)=3+\log_a b$.

B. $\log_a\left(a^3b^2\right)=3+2\log_a b$.

C. $\log_a\left(a^3b^2\right)=\frac{3}{2}+\log_a b$.

D. $\log_a\left(a^3b^2\right)=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 3: Đặt $\log_2 5=a,\log_3 5=b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b bằng

A. $\frac{ab}{a+b}$. **B.** $\frac{1}{a+b}$. **C.** a^2+b^2. **D.** $a+b$.

Câu 4: Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$. **B.** $a^{\frac{8}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{8}}$. **D.** $\sqrt[6]{a}$.

Câu 5: Tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_2(x+1)=2\log_4(x^2-1)$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x-1}=\frac{1}{3}$

A. $S=\{0;-1\}$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\{0;1\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Câu 7: Phương trình $\log_2(x-2)=3$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 8: Tìm tập nghiệp S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-1)<\log_{\frac{1}{5}}(3x-3)$.

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)\cup((2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 9: Cho các số thực x, y thỏa mãn $2^x=3$, $3^y=4$. Tính giá trị biểu thức $P=8^x+9^y$.

A. 43. **B.** 17. **C.** 24. **D.** 34.

Câu 10: Nếu $2^a=9$ thì $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{a}{8}}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 11: Kết quả thống kê cho biết ở thời điểm năm 2013 dân số Việt Nam là 90 triệu người, tốc độ tăng dân số là $1{,}1\%/$ năm. Nếu mức tăng dân số ổn định như vậy thì dân số Việt Nam sau t năm kể từ năm 2013 được tính bởi công thức $P(t)=90(1+1{,}1\%)^t$ (triệu người). Hỏi đến năm 2077 dân số Việt Nam là khoảng bao nhiêu triệu người?

A. 181. **B.** 179. **C.** 180. **D.** 182.

Câu 12: Một người gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $7{,}2\%$/năm với hình thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu?

A. 10 năm. **B.** 11 năm. **C.** 12 năm. **D.** 13 năm.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $2\log_9 x+\log_3\left(x-8\right)=3$ (1)

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Điều kiện của phương trình (1) là $x>8$.		
b)	Phương trình (1) $\Rightarrow x^2-8x-9=0$.		
c)	Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.		
d)	Phương trình (1) có một nghiệm là số chính phương.		

Câu 2: Cho phương trình $\log_3\left(7-3^x\right)=2-x$.

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Điều kiện xác định của phương trình là $x>\log_3 7$.		
b)	Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7-3^x=\dfrac{9}{3^x}$		
c)	Phương trình có hai nghiệm là $x_1=\log_3\left(7-\sqrt{13}\right)$ và $x_2=\log_3\left(7+\sqrt{13}\right)$		
d)	Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1+x_2=2$		

Câu 3: Cho bất phương trình $16^{-x^2+1}<\dfrac{1}{16}$. Khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Bất phương trình tương đương đương với bất phương trình $4^{-2x^2}<4^{-2}$.		
b)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $-2x^2<4$.		
c)	$16^{-x^2+1}<\dfrac{1}{4}$ có nghiệm nguyên dương nhỏ nhất là $x=2$.		
d)	$16^{-x^2+1}<\dfrac{1}{4}$ có tập nghiệm là $S=\left(a;b\right)\cup\left(c;d\right)$ thì $b+c=0$.		

Câu 4: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng mỗi tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu mỗi tháng). Tháng 12 năm 2023 về trước, mẹ đã rút hết tiền hàng tháng. Từ tháng 1 năm 2024, mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% /tháng vào ngày mồng 1 đầu tháng trên tổng số tiền gốc và lãi có của tháng liền trước đó.

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng $8\,080\,000$ đồng.		
b)	Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.		
c)	Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).		
d)	Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết phương trình $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5$ có ai nghiệm thực phân biệt $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = 6{x_1}^2 - x_2 + 1$.

Câu 2: Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x-\frac{1}{3}} = 9^{x+\frac{4}{3}}$

Câu 3: Biết rằng phương trình $\log_3\left(x^2 - 2021x\right) = 2022$ có 2 nghiệm x_1, x_2. Tính tổng $x_1 + x_2$.

Câu 4: Bất phương trình $\log_2\left(x^2 - x - 2\right) \ge \log_{0,5}\left(x-1\right) + 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[0;2023]$?

Câu 5: Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t) = 100.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}}(\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 79%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

Câu 6: Giả sử số lượng một bầy ruồi tại thời điểm t được tính theo công thức là $N(t) = N_o.e^{kt}$, trong đó N_o là số lượng bầy ruồi tại thời điểm $t = 0$ và k là hằng số tăng trưởng của bầy ruồi. Biết số lượng bầy ruồi tăng lên gấp đôi sau 9 ngày và biết $N_0 = 100$ con. Hỏi sau bao nhiêu ngày bầy ruồi có 800 con?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Viết công thức biểu thị y theo x, biết $5\log_3 y = 3 + \frac{1}{2}\log_3 x$.

Câu 2: Giá trị của biểu thức $P = \log_2\frac{2}{3} + \log_2 12$ bằng

Câu 3: Tổng các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-3x+4}=4^{2x-3}$ bằng

Câu 4: Bất phương trình $3^{x^2+3}<81^x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Câu 5: Ông A gửi tiền tiết kiệm với lãi suất $8,1\%$ / năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn (hình thức lãi kép). Hỏi sau bao nhiêu năm Ông A được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

Câu 6: Ông C gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông C nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông C không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Rút gọn biểu thức $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}:x^{\frac{5}{8}}\ \left(x>0\right)$ ta được

A. $\sqrt[4]{x}$. **B.** $\sqrt{x}$. **C.** $\sqrt[3]{x}$. **D.** $\sqrt[5]{x}$.

Lời giải

$$\frac{\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}{x^{\frac{5}{8}}}=\frac{\sqrt{x\sqrt{x.x^{\frac{1}{2}}}}}{x^{\frac{5}{8}}}=\frac{\sqrt{x.\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}}{x^{\frac{5}{8}}}=\frac{\sqrt{x.x^{\frac{3}{4}}}}{x^{\frac{5}{8}}}=\frac{\left(x^{\frac{7}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{5}{8}}}=\frac{x^{\frac{7}{8}}}{x^{\frac{5}{8}}}=x^{\frac{2}{8}}=\sqrt[4]{x}.$$

Câu 2: Cho hai số thực dương a,b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a\left(a^3b^2\right)=3+\log_a b$. **B.** $\log_a\left(a^3b^2\right)=3+2\log_a b$.

C. $\log_a\left(a^3b^2\right)=\frac{3}{2}+\log_a b$. **D.** $\log_a\left(a^3b^2\right)=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải

Ta có: $\log_a\left(a^3b^2\right)=\log_a\left(a^3\right)+\log_a\left(b^2\right)=3+2\log_a b$.

Câu 3: Đặt $\log_2 5=a,\log_3 5=b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b bằng

A. $\frac{ab}{a+b}$. **B.** $\frac{1}{a+b}$. **C.** a^2+b^2. **D.** $a+b$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 3=\log_2 5.\log_5 3=\log_2 5.\frac{1}{\log_3 5}=\frac{a}{b}$.

$$\log_6 5=\frac{\log_2 5}{\log_2 6}=\frac{a}{\log_2 2+\log_2 3}=\frac{a}{1+\frac{a}{b}}=\frac{ab}{a+b}.$$

Câu 4: Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$. **B.** $a^{\frac{8}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{8}}$. **D.** $\sqrt[6]{a}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}=\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{2}{3}.\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{a}$

Câu 5: Tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_2(x+1)=2\log_4(x^2-1)$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x+1>0\\x^2-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$

$\log_2(x+1)=2\log_4(x^2-1)\Leftrightarrow\log_2(x+1)=\log_2(x^2-1)\Leftrightarrow x+1=x^2-1$

$\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$

.So điều kiện ta nhận $x = 2$.

Vậy tổng các nghiệm thực của phương trình là 2.

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x-1} = \frac{1}{3}$

A. $S = \{0;-1\}$. **B.** $S = \{0\}$. **C.** $S = \{0;1\}$. **D.** $S = \{1\}$.

Lời giải

$$3^{2x-1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x - 1 = -1 \Leftrightarrow x = 0$$

Câu 7: Phương trình $\log_2(x-2) = 3$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\log_2(x-2) = 3 \Leftrightarrow x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow x = 10$, do vậy phương trình $\log_2(x-2) = 3$ có đúng một nghiệm thực.

Câu 8: Tìm tập nghiệp S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x-3)$.

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1) \cup ((2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 3x - 3 > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

Ta có $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x-3) \Leftrightarrow x^2 - 1 > 3x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x > 2 \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện bất phương trình có nghiệm là $(2;+\infty)$.

Câu 9: Cho các số thực x, y thỏa mãn $2^x = 3$, $3^y = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = 8^x + 9^y$.

A. 43. **B.** 17. **C.** 24. **D.** 34.

Lời giải

Ta có $P = 8^x + 9^y = (2^3)^x + (3^2)^y = 2^{3x} + 3^{2y} = (2^x)^3 + (3^y)^2 = 3^3 + 4^2 = 43$

Câu 10: Nếu $2^a = 9$ thì $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{a}{8}}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Ta có $2^a = 9 \Rightarrow a = \log_2 9$ Nên $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{a}{8}} = \left(2^{-4}\right)^{\frac{a}{8}} = 2^{\frac{-a}{2}} = 2^{\frac{-\log_2 9}{2}} = \left(2^{\log_2 9}\right)^{\frac{-1}{2}} = 9^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{3}$

Câu 11: Kết quả thống kê cho biết ở thời điểm năm 2013 dân số Việt Nam là 90 triệu người, tốc độ tăng dân số là $1{,}1\%$/ năm. Nếu mức tăng dân số ổn định như vậy thì dân số Việt Nam sau t năm kể từ năm 2013 được tính bởi công thức $P(t) = 90(1+1{,}1\%)^t$ (triệu người). Hỏi đến năm 2077 dân số Việt Nam là khoảng bao nhiêu triệu người?

A. 181. **B.** 179. **C.** 180. **D.** 182.

Lời giải

Ta có: Tính từ năm 2013 đến năm 2077 là $2077-2013=64$ năm

Áp dụng công thức $P(t)=90.(1+1{,}1\%)^t$ thì đến năm 2077 dân số nước ta là

$P=90.(1+1{,}1\%)^{64}\approx 181{,}266$ triệu người.

Câu 12: Một người gửi tiền tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $7{,}2\%$/năm với hình thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu?

A. 10 năm. **B.** 11 năm. **C.** 12 năm. **D.** 13 năm.

Lời giải

Gọi số tiền ban đầu là P. Số tiền lãi nhận được sau n năm là $P(1+0{,}072)^n-P$.

Ta cần tìm n nguyên dương nhỏ nhất để $P(1+0{,}072)^n-P\ge P \Leftrightarrow n\ge \log_{1,072}2\approx 9{,}97$.

Vậy $n=10$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $2\log_9 x+\log_3(x-8)=3$ (1)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện của phương trình (1) là $x>8$.		
b)	Phương trình (1) $\Rightarrow x^2-8x-9=0$.		
c)	Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.		
d)	Phương trình (1) có một nghiệm là số chính phương.		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng

Điều kiện của phương trình (1) là $x>8$.

Điều kiện: $x>0$ và $x-8>0$, hay $x>8$.

b) Đúng

Phương trình (1) $\Rightarrow x^2-8x-9=0$.

Phương trình (1) suy ra: $\log_3 x+\log_3(x-8)=3$ hay $\log_3 x(x-8)=3$

hay $x^2-8x-9=0$.

c) Sai

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Từ đó tìm được $x_1=-1$ và $x_2=9$, nhưng chỉ có nghiệm $x=9$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=9$.

d) Đúng

Phương trình (1) có một nghiệm là số chính phương.

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=9$ là số chính phương.

Câu 2: Cho phương trình $\log_3(7-3^x)=2-x$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Điều kiện xác định của phương trình là $x>\log_3 7$.		
b)	Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7-3^x=\dfrac{9}{3^x}$		

c)	Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3\left(7-\sqrt{13}\right)$ và $x_2 = \log_3\left(7+\sqrt{13}\right)$		
d)	Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1 + x_2 = 2$		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai

Điều kiện xác định của phương trình là $x > \log_3 7$.

Điều kiện xác định của phương trình là $7 - 3^x > 0 \Leftrightarrow 3^x < 7 \Leftrightarrow x < \log_3 7$.

b)Đúng

Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có phương trình tương đương $7 - 3^x = \dfrac{9}{3^x}$

Mũ hóa cơ số 3 hai vế ta có $\log_3\left(7-3^x\right) = 2 - x \Leftrightarrow 7 - 3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7 - 3^x = \dfrac{9}{3^x}$.

c) Sai

Phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \log_3\left(7-\sqrt{13}\right)$ *và* $x_2 = \log_3\left(7+\sqrt{13}\right)$

Đặt $t = 3^x$, với $0 < t < 7$ suy ra $x = \log_3 t$.

Ta có phương trình $t^2 - 7t - 9 = 0$ có hai nghiệm $t_1 = \dfrac{7-\sqrt{13}}{2}$ và $t_2 = \dfrac{7+\sqrt{13}}{2}$.

Vậy có hai nghiệm x_1, x_2 là $x_1 = \log_3\left(\dfrac{7-\sqrt{13}}{2}\right)$ và $x_2 = \log_3\left(\dfrac{7+\sqrt{13}}{2}\right)$

d) Đúng

Tổng hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình $x_1 + x_2 = 2$

Ta có $x_1 + x_2 = \log_3 t_1 + \log_3 t_2 = \log_3 t_1.t_2$

Theo định lý Vi-ét ta có $t_1.t_2 = 9$ nên $x_1 + x_2 = \log_3 9 = 2$.

Vậy $x_1 + x_2 = 2$.

Câu 3: Cho bất phương trình $16^{-x^2+1} < \dfrac{1}{16}$. Khi đó:

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Bất phương trình tương đương đương với bất phương trình $4^{-2x^2} < 4^{-2}$.		
b)	Bất phương trình tương đương với bất phương trình $-2x^2 < 4$.		
c)	$16^{-x^2+1} < \dfrac{1}{4}$ có nghiệm nguyên dương nhỏ nhất là $x = 2$.		
d)	$16^{-x^2+1} < \dfrac{1}{4}$ có tập nghiệm là $S = \left(a;b\right) \cup \left(c;d\right)$ thì $b + c = 0$.		

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

$16^{-x^2+1} < \dfrac{1}{16} \Leftrightarrow 4^{-2x^2+2} < 4^{-2} \Leftrightarrow 4^{-2x^2} < 4^{-4} \Leftrightarrow -2x^2 < -4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > \sqrt{2} \\ x < -\sqrt{2} \end{array}\right.$ (do $4 > 1$).

a) Sai

Bất phương trình tương đương đương với bất phương trình $4^{-2x^2} < 4^{-2}$.

Bất phương trình tương đương đương với bất phương trình $4^{-2x^2} < 4^{-2}$.

b) Sai

Bất phương trình tương đương với bất phương trình $-2x^2 < 4$.

Bất phương trình tương đương với bất phương trình $-2x^2 < 4$.

c) Đúng

$16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ *có nghiệm nguyên dương nhỏ nhất là $x = 2$.*

$16^{-x^2+1} < \frac{1}{16}$ có nghiệm nguyên dương nhỏ nhất là $x = 2$.

d) Đúng

$16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ *có tập nghiệm là $S = (a;b) \cup (c;d)$ thì $b + c = 0$.*

$16^{-x^2+1} < \frac{1}{4}$ có tập nghiệm là $(a;b) \cup (c;d) = \left(-\infty; -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}; +\infty\right)$

$\Rightarrow b + c = -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$.

Câu 4: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng mỗi tháng (chuyển vào tài khoản ngân hàng của mẹ ở ngân hàng vào đầu mỗi tháng). Tháng 12 năm 2023 về trước, mẹ đã rút hết tiền hàng tháng. Từ tháng 1 năm 2024, mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi 1% /tháng vào ngày mồng 1 đầu tháng trên tổng số tiền gốc và lãi có của tháng liền trước đó.

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
a)	Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng $8\,080\,000$ đồng.		
b)	Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.		
c)	Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).		
d)	Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.		

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai

Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì tổng số tiền nhận được bằng $8\,080\,000$ đồng.

Đến ngày 29 tháng 2 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bao gồm:

+ Tiền tháng 1 và Lãi

+ Cộng với tiền tháng 2 chưa có lãi, nên số tiền nhận được bằng:

$$4\,000\,000.(1 + 1\%) + 4\,000\,000 = 8\,040\,000 \text{ đồng.}$$

b) Đúng

Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền gốc và lãi của tháng 1, tháng 2 và tiền tháng 3, thì tổng số tiền nhận được bằng 12 120 400 đồng.

Đến ngày 02 tháng 3 năm 2024, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bao gồm tiền tháng 1, tháng 2 và lãi, cộng với tiền tháng 3 chưa có lãi, nên số tiền nhận được bằng:

$(4000000.1,01+4000000).1,01+4000000=12120400$ đồng.

c) Đúng

Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025, mẹ đi rút tiền thì số tiền nhận được bằng 50 triệu 730 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).

Xét bài toán tổng quát:

Gọi số tiền mẹ nhận được gửi vào ngân hàng mỗi đầu hàng tháng là A đồng.

Lãi suất hàng tháng mẹ gửi tại ngân hàng là r %.

Đầu tháng thứ 2, số tiền của mẹ là: $A+A(1+r)$ đồng.

Đầu tháng thứ 3, số tiền của mẹ là: $A+\left[A+A(r+1)\right](1+r)=A+A(1+r)+A(1+r)^2$ đồng.

…

Đầu tháng thứ n, số tiền của mẹ là: $A+A(1+r)+A(1+r)^2+\cdots+A(1+r)^{n-1}$ đồng.

Ta có $A+A(1+r)+A(1+r)^2+\cdots+A(1+r)^{n-1}=A.1.\dfrac{(1+r)^n-1}{(1+r)-1}=A.\dfrac{(1+r)^n-1}{r}$.

Đến ngày 05 tháng 01 năm 2025 thì $n=12$, với $A=4000000$; $r=1\%=0,01$, số tiền nhận được bằng:

$4000000.\dfrac{1,01^{12}-1}{0,01}\approx 50730012$ đồng, làm tròn là 50 triệu 730 nghìn đồng.

d) Sai

Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì mẹ phải đi rút tiền trong tháng 12 năm 2025.

Để nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng thì

$4000000.\dfrac{1,01^n-1}{0,01}\ge 100000000\Rightarrow 1,01^n\ge\dfrac{5}{4}\Rightarrow n\ge\log_{1,01}\dfrac{5}{4}\approx 22,4$.

Vậy phải 23 tháng, tức là đến tháng 11 năm 2025 thì nhận được số tiền hơn 100 triệu đồng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết phương trình $2\log_3 x+2\log_x 3=5$ có ai nghiệm thực phân biệt $x_1<x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T=6{x_1}^2-x_2+1$.

Lời giải

Trả lời: 10

Điều kiện: $0<x\ne 1$.

Phương trình $2\log_3 x+2\log_x 3=5\Leftrightarrow 2\log_3 x+2\dfrac{1}{\log_3 x}=5$

$$\Leftrightarrow 2{\log_3}^2 x-5\log_3 x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x=\dfrac{1}{2}\\ \log_3 x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\sqrt{3}\\ x_2=9\end{array}\right..\Rightarrow T=6{x_1}^2-x_2+1=10.$$

Câu 2: Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x-\frac{1}{3}}=9^{x+\frac{4}{3}}$

Lời giải

Trả lời: 31

Ta có: $3^{x^2-3x-\frac{1}{3}}=9^{x+\frac{4}{3}} \Leftrightarrow x^2-3x-\frac{1}{3}=2x+\frac{8}{3} \Leftrightarrow x^2-5x-3=0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1+x_2=5;x_1.x_2=-3$

Suy ra: ${x_1}^2+{x_2}^2=31$

Câu 3: Biết rằng phương trình $\log_3\left(x^2-2021x\right)=2022$ có 2 nghiệm x_1,x_2. Tính tổng x_1+x_2.

Lời giải

Trả lời: 2021

Phương trình: $\log_3\left(x^2-2021x\right)=2022 \Leftrightarrow x^2-2021x=3^{2022} \Leftrightarrow x^2-2021x-3^{2022}=0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 nên theo định lí Viét ta có: $x_1+x_2=2021$.

Câu 4: Bất phương trình $\log_2\left(x^2-x-2\right)\ge\log_{0,5}\left(x-1\right)+1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc [0;2023] ?

Lời giải

Trả lời: 2021

Ta có: $\log_2\left(x^2-x-2\right)\ge\log_{0,5}\left(x-1\right)+1$

Điều kiện: $\begin{cases}x-1>0\\x^2-x-2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>1\\ \left[\begin{array}{l}x<-1\\x>2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\log_2\left(x^2-x-2\right)\ge\log_{0,5}\left(x-1\right)+1 \Leftrightarrow \log_2\left(x^2-x-2\right)\ge-\log_2\left(x-1\right)+1$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)\ge1 \Leftrightarrow \left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)\ge2 \Leftrightarrow x^3-2x^2-x\ge0$

$\Leftrightarrow x\in\left[1-\sqrt{2};0\right]\cup\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$

So với điều kiện $\Rightarrow x\in\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$

Vậy có 2021 nghiệm nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5: Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức $N(t)=100.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}}(\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3754 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 79%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

Lời giải

Trả lời: 2054

Theo bài ta có $65=100.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow 0,65=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3754}{A}} \Leftrightarrow \frac{3754}{A}=\log_{\frac{1}{2}}0,65 \Leftrightarrow A=\frac{3754}{\log_{\frac{1}{2}}0,65}$

Do mẫu gỗ còn 79% lượng Cacbon 14 nên ta có: $79=100.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}} \Leftrightarrow 0,79=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{A}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{t}{A} = \log_{\frac{1}{2}} 0,79 \Leftrightarrow t = A.\log_{\frac{1}{2}} 0,79 = \dfrac{3754}{\log_{\frac{1}{2}} 0,65}.\log_{\frac{1}{2}} 0,79 \approx 2054$.

Câu 6: Giả sử số lượng một bầy ruồi tại thời điểm t được tính theo công thức là $N(t) = N_o.e^{kt}$, trong đó N_o là số lượng bầy ruồi tại thời điểm $t = 0$ và k là hằng số tăng trưởng của bầy ruồi. Biết số lượng bầy ruồi tăng lên gấp đôi sau 9 ngày và biết $N_0 = 100$ con. Hỏi sau bao nhiêu ngày bầy ruồi có 800 con?

Lời giải

Trả lời: 27

Ta có: $2N_0 = N_0.e^{9k} \Leftrightarrow k = \dfrac{\ln 2}{9}$

Để được 800 con ruồi, ta có: $800 = 100.e^{t.\frac{\ln 2}{9}} \Leftrightarrow t = \dfrac{\ln 8}{\ln 2}.9 = 27$ ngày.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1: Viết công thức biểu thị y theo x, biết $5\log_3 y = 3 + \dfrac{1}{2}\log_3 x$.

Lời giải

Ta có $5\log_3 y = 3 + \dfrac{1}{2}\log_3 x \Leftrightarrow 10\log_3 y = 6 + \log_3 x$

$\Leftrightarrow \log_3 y^{10} = \log_3 3^6 + \log_3 x \Leftrightarrow y^{10} = 3^6 x \Leftrightarrow y = \sqrt[10]{3^6 x}$.

Câu 2: Giá trị của biểu thức $P = \log_2 \dfrac{2}{3} + \log_2 12$ bằng

Lời giải

Ta có: $P = \log_2 \dfrac{2}{3} + \log_2 12 = \log_2\left(\dfrac{2}{3}.12\right) = \log_2 8 = 3$.

Câu 3: Tổng các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-3x+4} = 4^{2x-3}$ bằng

Lời giải

Ta có: $2^{x^2-3x+4} = 4^{2x-3} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} = 2^{2(2x-3)} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 4x - 6$

$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Tổng các nghiệm của phương trình là 7.

Câu 4: Bất phương trình $3^{x^2+3} < 81^x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Lời giải

Ta có: $3^{x^2+3} < 81^x \Leftrightarrow 3^{x^2+3} < 3^{4x} \Leftrightarrow x^2 + 3 < 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$

Vậy nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là $x = 2$.

Câu 5: Ông A gửi tiền tiết kiệm với lãi suất $8,1\%$ / năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn (hình thức lãi kép). Hỏi sau bao nhiêu năm Ông A được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

Lời giải

Giả sử sau n năm, ông A được gấp đôi số tiền T ban đầu, ta có

$2T = T(1,081)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,081} 2 \approx 8,9$.

Vậy số năm cần gửi là 9.

Câu 6: Ông C gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông C nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông C không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

Lời giải

Gọi $a = 200$ triệu; $b = 20$ triệu; $\alpha = 7\%$.

Số tiền sau 1 năm: $a\left(1+\alpha\right)$.

Số tiền sau 2 năm: $a\left(1+\alpha\right)^2 + b\left(1+\alpha\right)$.

Số tiền sau 3 năm: $a\left(1+\alpha\right)^3 + b\left(1+\alpha\right)^2 + b\left(1+\alpha\right)$.

……………………

Số tiền sau 18 năm: $a\left(1+\alpha\right)^{18} + b\left[\left(1+\alpha\right)^{17} + \left(1+\alpha\right)^{16} + ... + \left(1+\alpha\right)\right]$

$= a\left(1+\alpha\right)^{18} + b\left[\left(1+\alpha\right).\dfrac{\left(1+\alpha\right)^{17}-1}{\alpha}\right]$

Vậy số tiền ông C nhận sau 18 năm là: $1.335.967.000$ VNĐ.