CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. SA. **B.** SB. **C.** SD. **D.** AC.

Câu 2: Cho 2 đường thẳng a,b cắt nhau và không đi qua điểm A. Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a,b và A?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh lần lượt là

A. 6 mặt, 8 cạnh. **B.** 6 mặt, 12 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 4: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó thoả điều kiện nào sau đây?

A. Đi qua ba điểm bất kỳ.

B. Đi qua một đường thẳng và một điểm.

C. Đi qua hai đường thẳng cắt nhau.

D. Đi qua bốn điểm bất kỳ trong không gian.

Câu 5: Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. SN. **B.** SM. **C.** SB. **D.** SC.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD//BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**

A. S, I, J thẳng hàng. **B.** $DM \subset mp(SCI)$. **C.** $JM \subset mp(SAB)$. **D.** $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 8: Trong mp(α), cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin mp(\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM, M là trung điểm AB. **B.** AN, N là trung điểm CD.

C. AH, H là hình chiếu của B trên CD. **D.** AK, K là hình chiếu của C trên BD.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM=(ACD)\cap(ABG)$.
B. A, J, M thẳng hàng.
C. J là trung điểm AM.
D. $DJ=(ACD)\cap(BDJ)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD \parallel BC)$. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SI, I là giao điểm AC và BM.
B. SJ, J là giao điểm AM và BD.
C. SO, O là giao điểm AC và BD.
D. SP, P là giao điểm AB và CD.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C.
B. I, B, D.
C. I, A, B.
D. I, C, D.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian, cho hai đường thẳng a,b và mặt phẳng (P).

a) Nếu a đi qua một điểm thuộc (P) thì a nằm trong (P).

b) Nếu a đi qua hai điểm phân biệt thuộc (P) thì a nằm trong (P).

c) Nếu a và b cùng nằm trong (P) thì giao điểm (nếu có) của a và b cũng thuộc (P).

d) Nếu a nằm trong (P) và a cắt b thì b nằm trong (P).

Câu 2: Cho hình tứ diện $ABCD$.

a) Các điểm $A;B;C;D$ là các đỉnh của hình tứ diện $ABCD$.

b) Các đoạn thẳng $AB;AC;BC$ được gọi là các cạnh bên của hình tứ diện $ABCD$.

c) Có ba cặp cạnh đối diện là: AB và CD; AC và BD; AD và BC.

d) Có ba cặp đỉnh đối diện với mặt.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy.

a) Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.

b) AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD), SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

d) Gọi $G=EF\cap AD$ khi đó, SG giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD).

Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD, đáy là tứ giác lồi ABCD có các cạnh đối không song song với nhau. Gọi M là điểm trên cạnh SA, O là giao điểm của AC và BD. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO.

b) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SF, F là giao điểm của AB và CD.

c) Giao tuyến của (BCM) và (SAD) là SM.

d) Giao tuyến của (CDM) và (SAB) là ME.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của SB và AD. Gọi I là trung điểm của NP và G là giao điểm của SI với mp(ABCD). Tính tỉ số $\frac{IS}{IG}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC), O là tâm của hình chữ nhật ABCD. Khi đó tỉ số $\frac{SG}{GO}$ bằng

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC và AD sao cho $AM = 2MB$, $AN = NC$ và $AP = 3PD$. Gọi Q là trung điểm cạnh BC, I là trung điểm của đoạn DQ và S là giao điểm của mặt phẳng (MNP) và đường thẳng AI. Tỉ số $\frac{AI}{AS}$ bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SD. Gọi G là giao điểm của BJ và CI và P, Q là trung điểm của SB, SC. Tính $\frac{GQ}{GA}$.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. SA. **B.** SB. **C.** SD. **D.** AC.

Lời giải

Vì S và B là hai điểm chung của hai mặt phẳng nên $(SAB)\cap(SBC)=SB$.

Câu 2: Cho 2 đường thẳng a,b cắt nhau và không đi qua điểm A. Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a,b và A?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Có 3 mặt phẳng gồm $(a,b),(A,a),(A,b)$.

Câu 3: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh lần lượt là

A. 6 mặt, 8 cạnh. **B.** 6 mặt, 12 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải

Hình chóp có đáy là ngũ giác có:

• 6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.

• 10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

Câu 4: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó thoả điều kiện nào sau đây?

A. Đi qua ba điểm bất kỳ.

B. Đi qua một đường thẳng và một điểm.

C. Đi qua hai đường thẳng cắt nhau.

D. Đi qua bốn điểm bất kỳ trong không gian.

Lời giải

Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó đi qua hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 5: Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

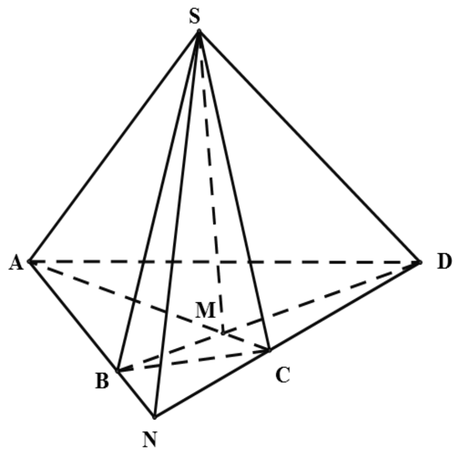
Lời giải

Do bốn điểm không đồng phẳng nên không tồn tại bộ ba điểm thẳng hàng trong số bốn điểm đó. Cứ ba điểm không thẳng hàng xác định một mặt phẳng nên số mặt phẳng phân biệt có thể lập được từ bốn điểm đã cho là $C_4^3=4.$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC\cap BD=M$ và $AB\cap CD=N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. SN. **B.** SM. **C.** SB. **D.** SC.

Lời giải

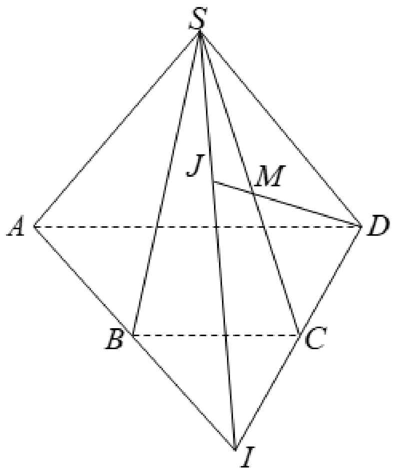


Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng SM..

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD//BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**

A. S, I, J thẳng hàng. **B.** $DM \subset mp(SCI)$. **C.** $JM \subset mp(SAB)$. **D.** $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Lời giải



 S, I, J thẳng hàng vì ba điểm cùng thuộc hai mp (SAB) và (SCD) nên A đúng.

 $M \in SC \Rightarrow M \in (SCI)$ nên $DM \subset mp(SCI)$ vậy B đúng.

 $M \notin (SAB)$ nên $JM \not\subset mp(SAB)$ vậy C sai.

 Hiển nhiên D đúng theo giải thích **A.**

Câu 8: Trong mp(α), cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin mp(\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên?

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

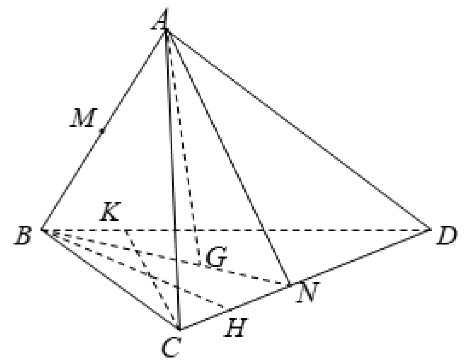
Điểm S cùng với hai trong số bốn điểm A, B, C, D tạo thành một mặt phẳng, từ bốn điểm ta có 6 cách chọn ra hai điểm, nên có tất cả 6 mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM, M là trung điểm AB. **B.** AN, N là trung điểm CD.

C. AH, H là hình chiếu của B trên CD. **D.** AK, K là hình chiếu của C trên BD.

Lời giải



A là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (GAB)

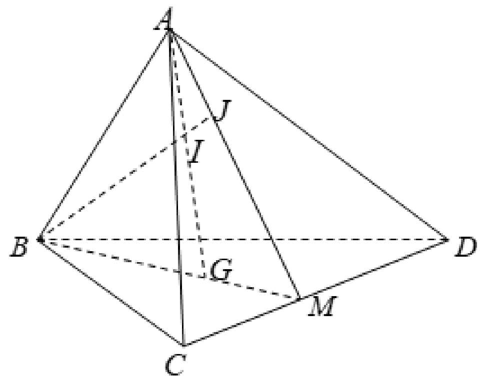
G là trọng tâm tam giác BCD, N là trung điểm CD nên $N \in BG$ nên N là điểm chung thứ hai của (ACD) và (GAB). Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$. **B.** A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM. **D.** $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Lời giải



Ta có $A \in (ACD) \cap (ABG)$, $\begin{cases} M \in BG \\ M \in CD \end{cases} \Rightarrow M \in (ACD) \cap (ABG)$ nên $AM = (ACD) \cap (ABG)$.

Nên $AM = (ACD) \cap (ABG)$ vậy A đúng.

A, J, M cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt $(ACD), (ABG)$ nên A, J, M thẳng hàng, vậy B đúng.

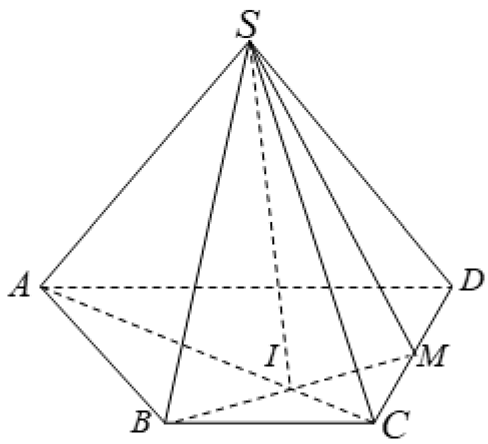
Vì I là điểm tùy ý trên AG nên J không phải lúc nào cũng là trung điểm của AM.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD \parallel BC)$. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SI, I là giao điểm AC và BM. **B.** SJ, J là giao điểm AM và BD.

C. SO, O là giao điểm AC và BD. **D.** SP, P là giao điểm AB và CD.

Lời giải



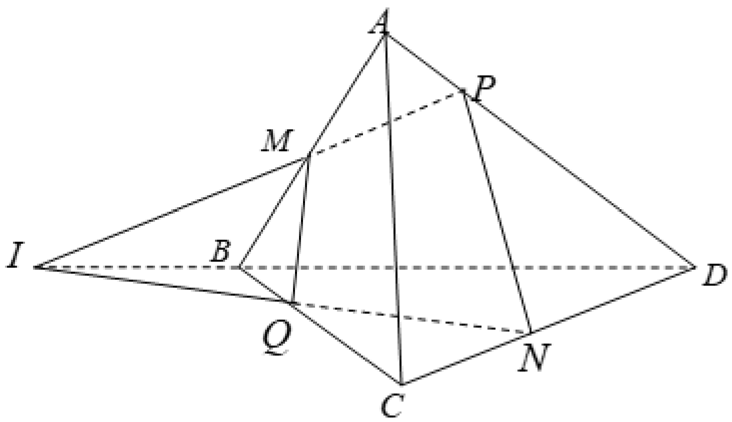
S là điểm chung thứ nhất của (MSB) và (SAC).

I là giao điểm của AC và BM nên $I \in AC$, $I \in BM$ do đó I là điểm chung thứ hai của (MSB) và (SAC). Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là SI.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C. **B.** I, B, D. **C.** I, A, B. **D.** I, C, D.

Lời giải



Ta có MP cắt NQ tại $I \Rightarrow \begin{cases} I \in MP \\ I \in NQ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (ABD) \\ I \in (CBD) \end{cases}$.

$\Rightarrow I \in (ABD) \cap (CBD)$.

$\Rightarrow I \in BD$.

Vậy I, B, D thẳng hàng.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian, cho hai đường thẳng a,b và mặt phẳng (P).

a) Nếu a đi qua một điểm thuộc (P) thì a nằm trong (P).

b) Nếu a đi qua hai điểm phân biệt thuộc (P) thì a nằm trong (P).

c) Nếu a và b cùng nằm trong (P) thì giao điểm (nếu có) của a và b cũng thuộc (P).

d) Nếu a nằm trong (P) và a cắt b thì b nằm trong (P).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Nếu a chứa một điểm nằm trong (P) thì a **chưa chắc nằm trong** (P) **mà** a **có thể cắt** (P)

b) Nếu a chứa hai điểm phân biệt thuộc (P) thì a nằm trong (P).

c) Nếu a và b cùng nằm trong (P) thì giao điểm (nếu có) của a và b cũng nằm trong (P).

d) Nếu a nằm trong (P) và a cắt b thì b chưa chắc nằm trong (P) mà b có thể cắt (P).

Câu 2: Cho hình tứ diện $ABCD$.

a) Các điểm $A;B;C;D$ là các đỉnh của hình tứ diện $ABCD$.

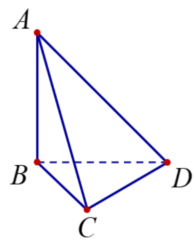
b) Các đoạn thẳng $AB;AC;BC$ được gọi là các cạnh bên của hình tứ diện $ABCD$.

c) Có ba cặp cạnh đối diện là: AB và CD; AC và BD; AD và BC.

d) Có ba cặp đỉnh đối diện với mặt.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai



a) $A;B;C;D$ là các đỉnh của hình tứ diện $ABCD$ nên a đúng.

b) Các đoạn thẳng $AB;AC;AD;BC;BD;CD$ được gọi là các cạnh của hình tứ diện $ABCD$ nên b sai.

c) Hình tứ diện $ABCD$ có ba cặp cạnh đối diện là: AB và CD; AC và BD; AD và BC nên c đúng.

d) Hình tứ diện $ABCD$ có: đỉnh A đối diện với mặt (BCD); đỉnh B đối diện với mặt (ACD); đỉnh C đối diện với mặt (ABD); đỉnh D đối diện với mặt (ABC) nên d sai.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy.

a) Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.

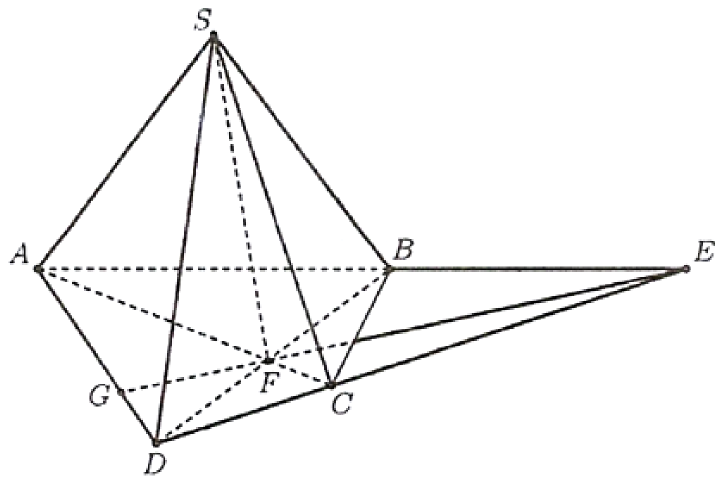
b) AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD), SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

d) Gọi $G = EF \cap AD$ khi đó, SG giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



Ta có: $E = AB \cap CD \Rightarrow E \in AB, AB \subset (ABCD) \Rightarrow E \in (ABCD)$.

Tương tự: $F = AC \cap BD \Rightarrow F \in AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow F \in (ABCD)$. Vậy $EF \subset (ABCD)$.

Dễ thấy A là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$, B cũng là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.

Suy ra $AB = (SAB) \cap (ABCD)$.

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Ta có: $\begin{cases} E \in AB, AB \subset (SAB) \\ E \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SCD)$.

Vậy $SE = (SAB) \cap (SCD)$.

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

Ta có: $\begin{cases} F \in AC, AC \subset (SAC) \\ F \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAC) \cap (SBD)$.

Vậy $SF = (SAC) \cap (SBD)$.

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SEF) và (SAD).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $G = EF \cap AD$.

Ta có: $\begin{cases} G \in EF, EF \subset (SEF) \\ G \in AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow G \in (SEF) \cap (SAD)$.

Vậy $SG = (SEF) \cap (SAD)$.

Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD, đáy là tứ giác lồi ABCD có các cạnh đối không song song với nhau. Gọi M là điểm trên cạnh SA, O là giao điểm của AC và BD. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO.

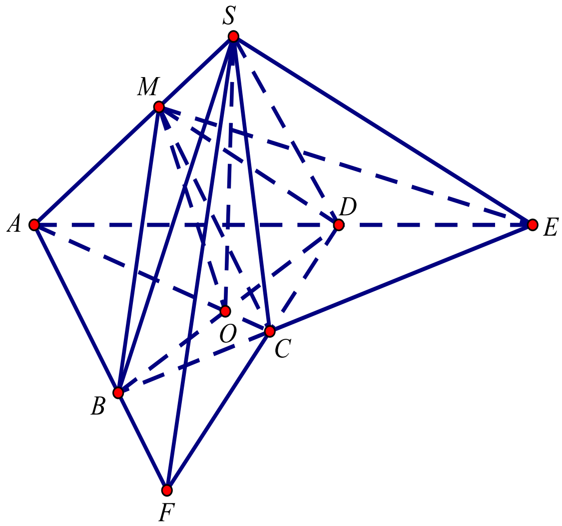
b) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SF, F là giao điểm của AB và CD.

c) Giao tuyến của (BCM) và (SAD) là SM.

d) Giao tuyến của (CDM) và (SAB) là ME.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



``a) Trong mp (ABCD):

$$\left.\begin{array}{l} AC\cap BD=\{O\} \\ AC\subset (SAC) \\ BD\subset (SBD) \end{array}\right\}\Rightarrow O\in (SAC)\cap (SBD)$$

Mà $S\in (SAC)\cap (SBD)$ nên $SO=(SAC)\cap (SBD)$. Vậy giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO.

Vậy ý a đúng.

b) Trong (ABCD) ta có:

$$\left.\begin{array}{l} AB\cap CD=\{F\} \\ AB\subset (SAB) \\ CD\subset (SCD) \end{array}\right\}\Rightarrow F\in (SAB)\cap (SCD)$$

Mà $S\in (SAB)\cap (SCD)$ nên $SF=(SAB)\cap (SCD)$. Vậy giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SF.

Vậy ý b đúng.

c) Trong (ABCD) ta có:

$$\left.\begin{array}{l} BC\cap AD=\{E\} \\ BC\subset (SBC) \\ AD\subset (SAD) \end{array}\right\}\Rightarrow E\in (SAD)\cap (SBC)$$

Mà $S\in (SAD)\cap (SBC)$ nên $SE=(SAD)\cap (SBC)$. Vậy ý c sai.

d) Ta có: $M\in (MBC)\cap (SAD)$

$E\in BC\cap AD\Rightarrow E\in (MBC)\cap (SAD)$

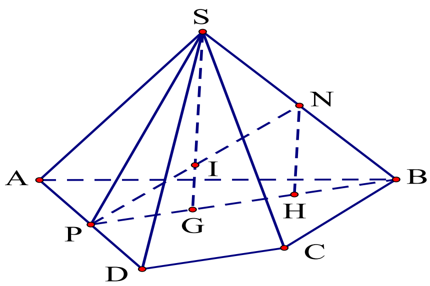
Nên $ME=(MBC)\cap (SAD)$. Vậy ý d đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của SB và AD. Gọi I là trung điểm của NP và G là giao điểm của SI với mp(ABCD). Tính tỉ số $\frac{IS}{IG}$.

Lời giải

Trả lời: 3

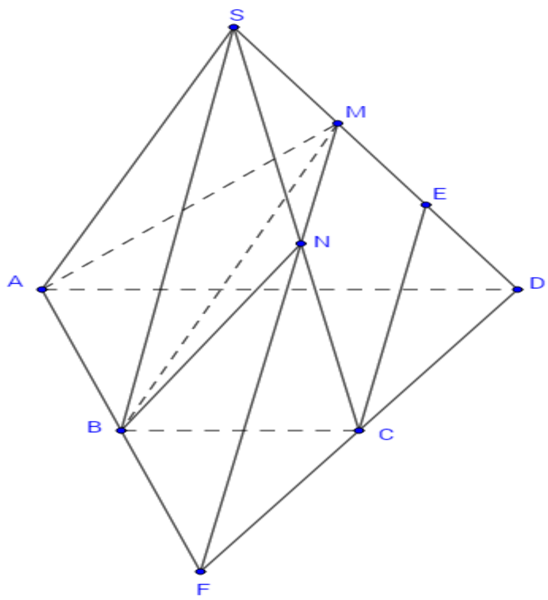


Qua N dựng đường thẳng song song với SG cắt BP tại H. Suy ra G là trung điểm PH và H là trung điểm BG. Suy ra $IG = \frac{1}{2}NH, NH = \frac{1}{2}SG$. Vậy $\frac{SI}{IG} = 3$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

Lời giải

Trả lời: 0,5



Gọi F là giao điểm của AB và CD. Nối F với M, FM cắt SC tại điểm N. Khi đó N là giao điểm của (ABM) và SC.

Theo giả thiết, ta chứng minh được C là trung điểm DF.

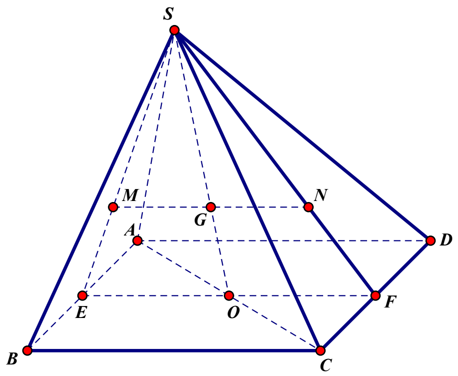
Trong mặt phẳng (SCD) kẻ CE song song NM (E thuộc SD). Do C là trung điểm DF nên suy ra E là trung điểm MD. Khi đó, ta có $SM = ME = ED$ và M là trung điểm SE.

Do $MN // CE$ và M là trung điểm SE nên MN là đường trung bình của tam giác SCE. Từ đó suy ra N là trung điểm SC và $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC), O là tâm của hình chữ nhật ABC**D.** Khi đó tỉ số $\frac{SG}{GO}$ bằng

Lời giải

Trả lời: 2



Ta có: $O \in FE$ .Xét hai mặt phẳng (SEF) và (SCD) có:

$\left.\begin{matrix} O \in EF \subset (SEF) \\ O \in AC \subset (SAC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow O \in (SEF) \cap (SAC)$. Mà $S \in (SEF) \cap (SAC)$ nên $(SEF) \cap (SAC) = SO$.

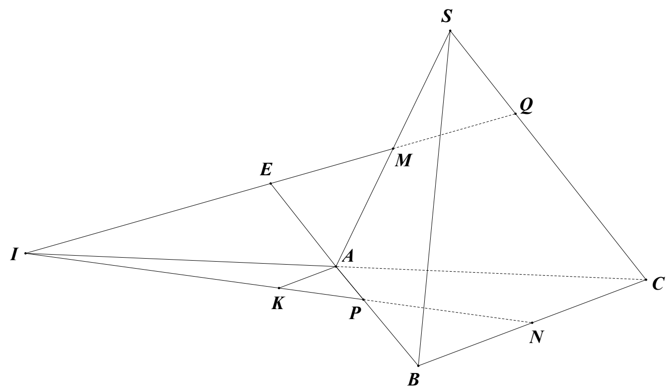
Trong mặt phẳng (SEF) ta có: $SO \cap MN = G \Rightarrow \begin{cases} G \in MN \\ G \in SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow MN \cap (SAC) = \{G\}$.

Xét tam giác SFE có: $MG // EF\,(do\, MN // \text{EF}) \Rightarrow \dfrac{SG}{SO} = \dfrac{SM}{SE} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{SG}{GO} = 2$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \dfrac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\dfrac{SQ}{SC}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,33



Gọi I là giao điểm của NP và AC. Khi đó Q là giao điểm của MI và SC.

Từ A kẻ đường thẳng song song với BC, cắt IN tại K.

Khi đó $\dfrac{AK}{BN} = \dfrac{AP}{BP} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{IA}{IC} = \dfrac{AK}{CN} = \dfrac{1}{2}$.

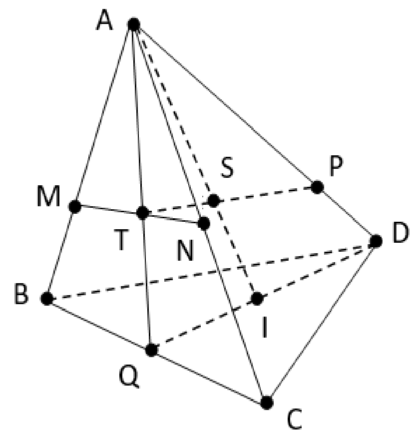
Từ A kẻ đường thẳng song song với SC, cắt IQ tại E.

Khi đó $\dfrac{AE}{SQ} = \dfrac{AM}{SM} = 1 \Rightarrow AE = SQ$, $\dfrac{AE}{CQ} = \dfrac{IA}{IC} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow AE = \dfrac{1}{2}CQ$. Do đó $\dfrac{SQ}{SC} = \dfrac{1}{3}$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC và AD sao cho $AM = 2MB$, $AN = NC$ và $AP = 3PD$. Gọi Q là trung điểm cạnh BC, I là trung điểm của đoạn DQ và S là giao điểm của mặt phẳng (MNP) và đường thẳng AI. Tỉ số $\frac{AI}{AS}$ bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,54



Gọi T là giao điểm của MN với AQ và S là giao điểm của TP với AI.

Khi đó $\begin{cases} S \in AI \\ S \in BT \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow S = AI \cap (MNP)$.

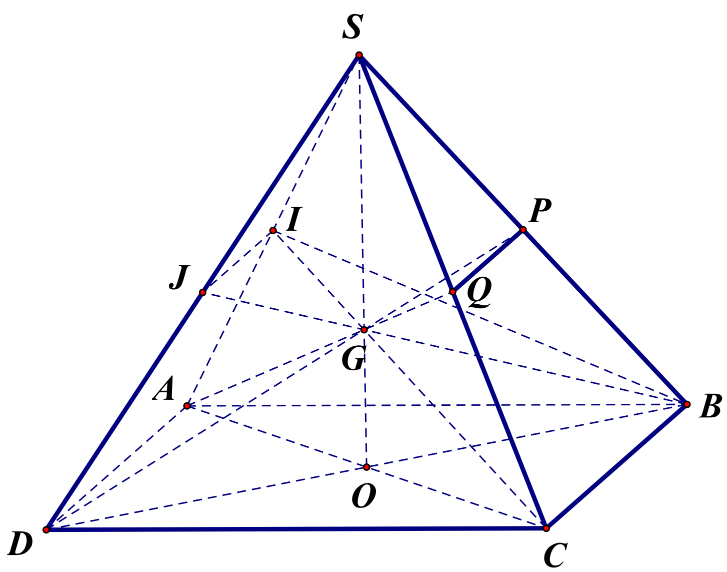
Ta có $\frac{AQ}{AT} = \frac{1}{2}\left(\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{1}\right) = \frac{7}{4}$.

Ta có $\frac{AI}{AS} = \frac{1}{2}\left(\frac{AQ}{AT} + \frac{AD}{AP}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{4} + \frac{4}{3}\right) = \frac{37}{24}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SD. Gọi G là giao điểm của BJ và CI và P, Q là trung điểm của SB, SC. Tính $\frac{GQ}{GA}$.

Lời giải

Trả lời: 0,5



Gọi $O = AC \cap BD$, $G' = CI \cap SO$. Khi đó G' là trọng tâm tam giác SAC và SBD. Do đó BG' đi qua trung điểm J của SD. Hay $J \in BG' \subset (BCI)$.

Từ đó suy ra: $G = CI \cap BJ \equiv G' = CI \cap SO$.

Ta có $\Delta GIJ \sim \Delta GCB$. Do đó $\frac{GI}{GC} = \frac{GJ}{GB} = \frac{IJ}{CB} = \frac{IJ}{AD} = \frac{1}{2}$.

G là trọng tâm tam giác SAC. Do đó trung tuyến AQ đi qua điểm G.

G là trọng tâm tam giác SBD. Do đó trung tuyến DP đi qua điểm G.

Ta có $\Delta GPQ \sim \Delta GDA$. Do đó $\frac{GQ}{GA} = \frac{GP}{GD} = \frac{PQ}{DA} = \frac{PQ}{CB} = \frac{1}{2}$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

B. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.

D. Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

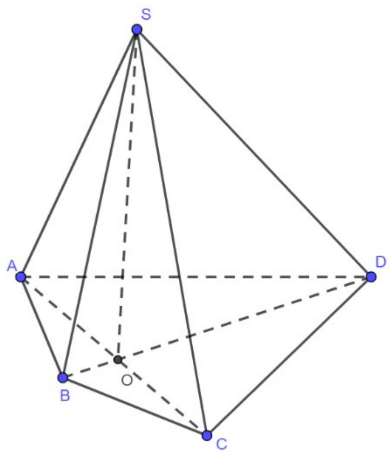
Câu 2: Cho điểm A thuộc mặt phẳng (P), cách viết nào dưới đây là đúng

A. $(P)\in A$. **B.** $A\notin(P)$. **C.** $A\subset(P)$. **D.** $A\in(P)$.

Câu 3: Hình tứ diện có số cạnh là

A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là



A. SI (I là giao điểm của AB và CD).

B. SK (K là giao điểm của AD và BC).

C. SO (O là giao điểm của AC và BD).

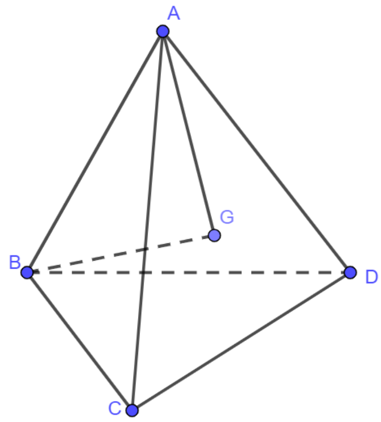
D. SA.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của CD và AB. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $(ABM)\cap(ACD)=AM$. **B.** $(ABM)\cap(DCN)=MN$.

C. $(AMN)\cap(ACD)=AB$. **D.** $(ACD)\cap(BDC)=CD$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (ABG) là



A. điểm M (với M là trung điểm của CD). **B.** điểm C.
C. điểm D. **D.** điểm G.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Đường thẳng SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAC) và (SCD). **B.** (SAB) và (SAC).
C. (SOC) và (SAB). **D.** $(SAC)\cap(SAD)$.

Câu 8: Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại E. Điểm E không thuộc mặt phẳng nào sao đây?

A. (ACD). **B.** (BCD). **C.** (ABD). **D.** (CMN).

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AD và MN không song song với BD. Đường thẳng MN cắt BD tại E. Gọi O là điểm nằm trong tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (OMN) là

A. Điểm E. **B.** Điểm D.
C. F (F là giao điểm của OE và CD). **D.** K (K là giao điểm của OB và CD).

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MND) và (SBC) là

A. MN.
B. NF (với F là trung điểm cạnh SB).
C. NE (với E là giao điểm của MD và SB).
D. NI (với I là điểm trên cạnh SB và $SI = \frac{2}{3}SB$).

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

A. đường thẳng MN..
B. đường thẳng AM..
C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, SC (không trùng với các đầu mút của các cạnh). Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD).

B. Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với SI, trong đó I là giao điểm của CM với BD.

C. Giao điểm của MN với (SBD) là M.

D. Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với BD.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AD,BC, M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC.

a) IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (JAD).

b) ND là giao tuyến của hai mặt phẳng (MND) và (ADC).

c) BI là giao tuyến của hai mặt phẳng (BCI) và (ABD).

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (DMN) song song với đường thẳng IJ.

Câu 2: Cho bốn điểm A,B,C,D không đồng phẳng. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP=2PD$, $E=CD\cap NP$.

a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABC).

b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD) và (ADC).

c) Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E.

d) Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M,N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB,SC. Gọi $O=AC\cap BD$.

a) SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Giao điểm của I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO.

c) Giao điểm của J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD.

d) Ba điểm I,J,B thẳng hàng.

Câu 4: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C, $K=AM\cap SO$.

a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (ABC).

b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

c) Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K.

d) Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và BC, P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB}=\frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC và mặt phẳng (MNP). Tính $\frac{SQ}{SC}$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, điểm G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC). Khi đó tỉ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M,N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB,SC. Gọi I,J theo thứ tự là giao điểm của AN,MN với mặt phẳng (SBD). Tính $k=\frac{IN}{IA}+\frac{JN}{JM}$?

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK=2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK). Tính tỉ số $\frac{FA}{FD}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD//BC$ và $AD=2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM=\frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M , N là lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD). J là giao điểm của MN với (SBD). Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

B. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.

D. Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Cho điểm A thuộc mặt phẳng (P), cách viết nào dưới đây là đúng

A. $(P) \in A$. **B.** $A \notin (P)$. **C.** $A \subset (P)$. **D.** $A \in (P)$.

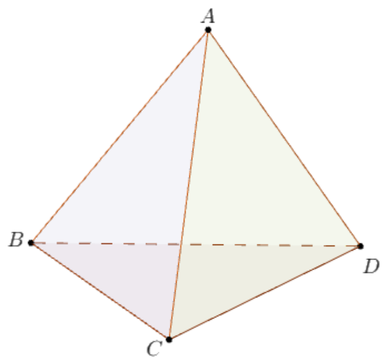
Lời giải

Chọn D

Câu 3: Hình tứ diện có số cạnh là

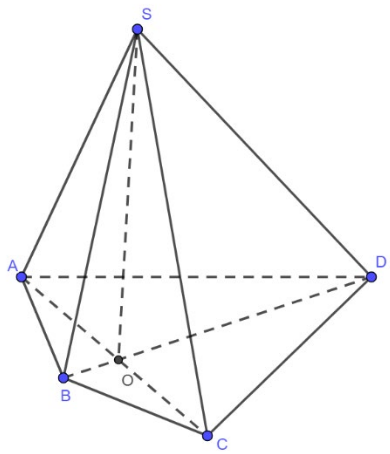
A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải



Hình tứ diện có 6 cạnh.

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy không là hình thang. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là



A. SI (I là giao điểm của AB và CD).

B. SK (K là giao điểm của AD và BC).

C. SO (O là giao điểm của AC và BD).

D. SA.

Lời giải

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có: $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1)

$$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

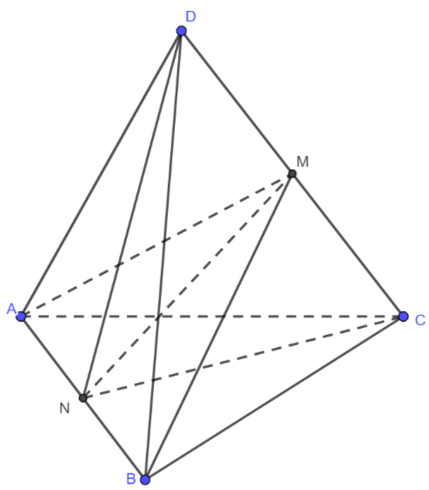
A. $(ABM) \cap (ACD) = AM$.

B. $(ABM) \cap (DCN) = MN$.

C. $(AMN) \cap (ACD) = AB$.

D. $(ACD) \cap (BDC) = CD$.

Lời giải



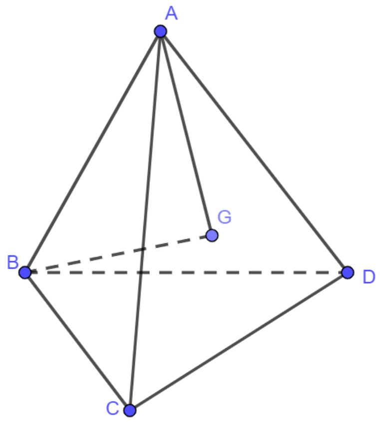
Ta có: $A \in (AMN) \cap (ACD)$ (1)

$$\begin{cases} M \in (AMN) \\ M \in CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow M \in (AMN) \cap (ACD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(AMN) \cap (ACD) = AM$.

Vậy khẳng định C sai.

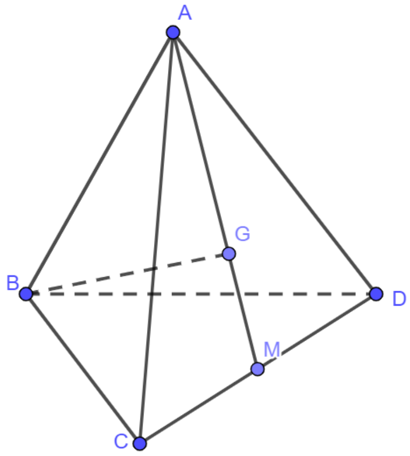
Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (ABG) là



A. điểm M (với M là trung điểm của CD). **B.** điểm C.

C. điểm D. **D.** điểm G.

Lời giải



Trong mặt phẳng (ACD), gọi M là giao điểm của AG và CD.

Do G là trọng tâm của tam giác ACD nên M là trung điểm của CD.

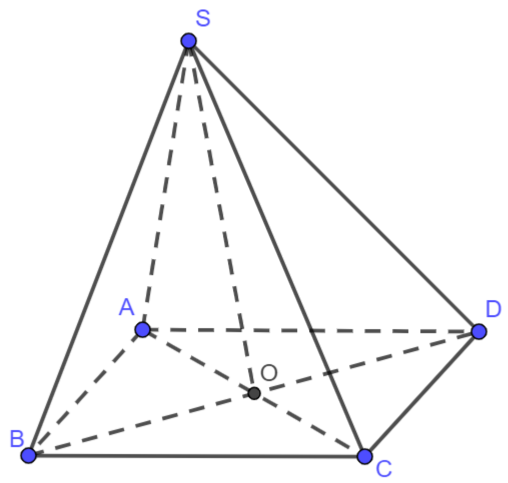
Ta có:

$$\begin{cases} M \in CD \\ M \in AG \subset (ABG) \end{cases} \Rightarrow (ABG) \cap CD = \{M\}.$$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Đường thẳng SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAC) và (SCD). **B.** (SAB) và (SAC). **C.** (SOC) và (SAB). **D.** $(SAC) \cap (SAD)$.

Lời giải



Ta có:

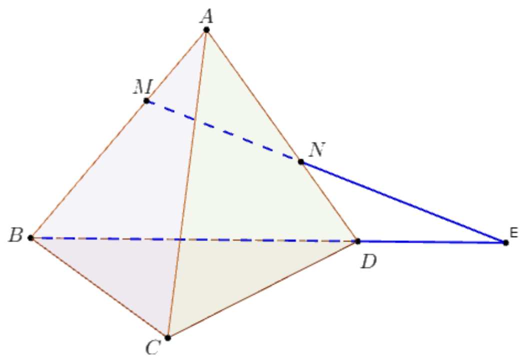
$$\begin{cases} S \in (SAC) \cap (SCD) \\ C \in (SAC) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SCD) = SC.$$

Vậy SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SCD).

Câu 8: Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại E. Điểm E không thuộc mặt phẳng nào sao đây?

A. (ACD). **B.** (BCD). **C.** (ABD). **D.** (CMN).

Lời giải



$E \in BD \Rightarrow E \in (BCD)$ và (ABD).

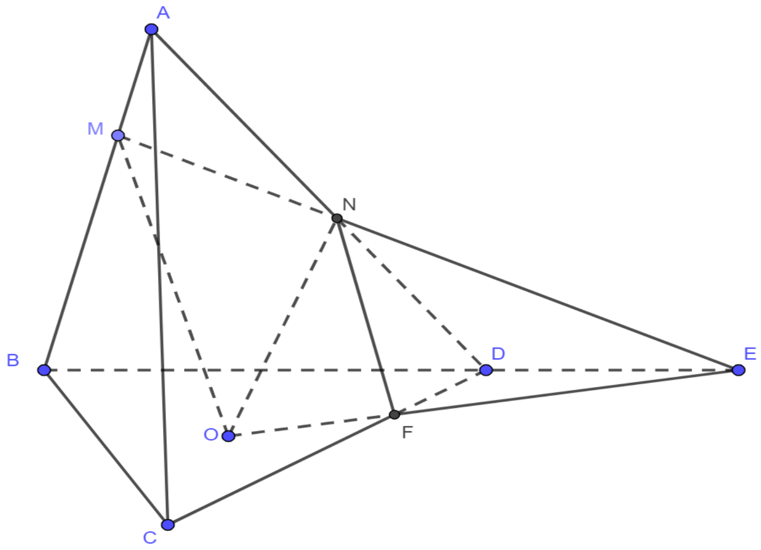
$E \in MN \Rightarrow E \in (CMN)$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AD và MN không song song với BD. Đường thẳng MN cắt BD tại E. Gọi O là điểm nằm trong tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (OMN) là

A. Điểm E. **B.** Điểm D.

C. F (F là giao điểm của OE và CD). **D.** K (K là giao điểm của OB và CD).

Lời giải



Trong mặt phẳng (BCD), gọi F là giao điểm của CD và OE.

Ta có: $\begin{cases} F \in CD \\ F \in OE \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow (OMN) \cap CD = \{F\}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MND) và (SBC) là

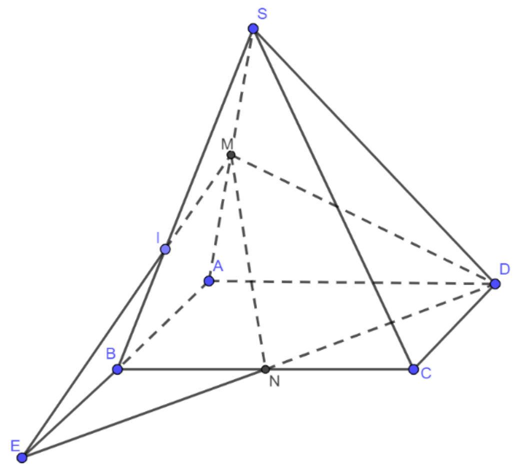
A. MN.

B. NF (với F là trung điểm cạnh SB).

C. NE (với E là giao điểm của MD và SB).

D. NI (với I là điểm trên cạnh SB và $SI = \frac{2}{3}SB$).

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $DN \cap AB = \{E\}$.

Trong mặt phẳng (SAB), gọi $EM \cap SB = \{I\}$.

Ta có $N \in (MND) \cap (SBC)$.

Mặt khác $\begin{cases} I \in SB \\ I \in ME \subset (MND) \end{cases} \Rightarrow I \in (MND) \cap SB$.

Vậy NI là giao tuyến của hai mặt phẳng (MND) và (SBC).

Lại có trong tam giác SAE có EM và SB là đường trung tuyến. Vậy I là trọng tâm của tam giác SAE nên $SI = \frac{2}{3}SB$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

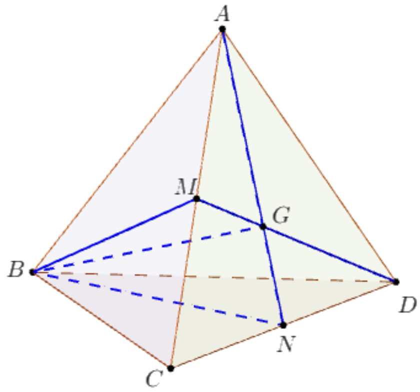
A. đường thẳng MN..

B. đường thẳng AM..

C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).

D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Lời giải



- B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).
- Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD. Gọi $G = AN \cap DM$

$\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \Rightarrow G$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).

Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$..

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, SC (không trùng với các đầu mút của các cạnh). Phát biểu nào sau đây đúng?

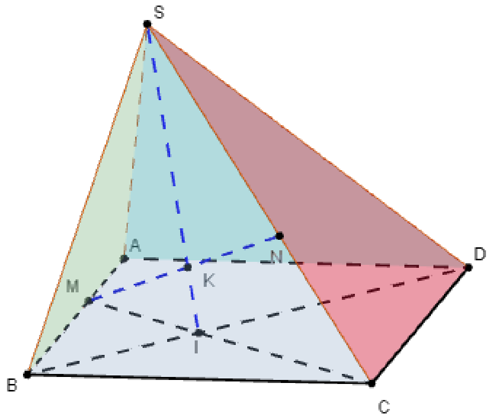
A. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD).

B. Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với SI, trong đó I là giao điểm của CM với BD.

C. Giao điểm của MN với (SBD) là M.

D. Giao điểm của MN với (SBD) là giao điểm của MN với BD.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của CM với BD, khi đó SI và MN cùng thuộc (SCM) nên cắt nhau tại K.

Vì $K \in SI$ nên $K \in (SBD)$. Vậy K là giao điểm của MN với (SBD).

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC, M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC.

a) IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (JAD).

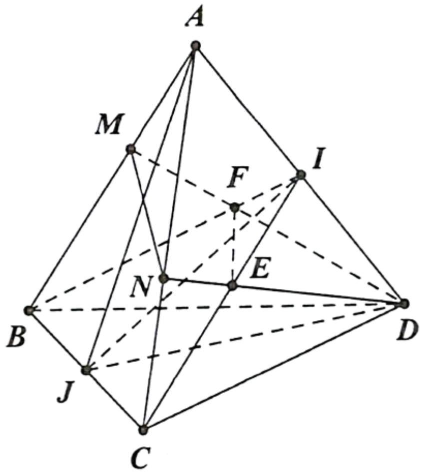
b) ND là giao tuyến của hai mặt phẳng (MND) và (ADC).

c) BI là giao tuyến của hai mặt phẳng (BCI) và (ABD).

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (DMN) song song với đường thẳng IJ.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và (JAD).

Ta có: $I \in AD, AD \subset (JAD) \Rightarrow I \in (JAD) \Rightarrow IJ \subset (JAD)$.

$J \in BC, BC \subset (IBC) \Rightarrow J \in (IBC) \Rightarrow IJ \subset (IBC)$.

Vậy $(IBC) \cap (JAD) = IJ$.

ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND),(ADC)$.

BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI),(ABD)$.

Gọi $E = DN \cap CI$ (trong $mp(ACD)$) và $F = DM \cap BI$ (trong $mp(ABD)$).

Ta có: $\begin{cases} E \in DN, DN \subset (DMN) \\ E \in IC, IC \subset (IBC) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in (DMN) \cap (IBC)$ (1)

Tương tự: $\begin{cases} F \in DM, DM \subset (DMN) \\ F \in BI, BI \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (DMN) \cap (IBC)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(DMN) \cap (IBC) = EF$.

Câu 2: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$, $E = CD \cap NP$.

a) NM là giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABC).

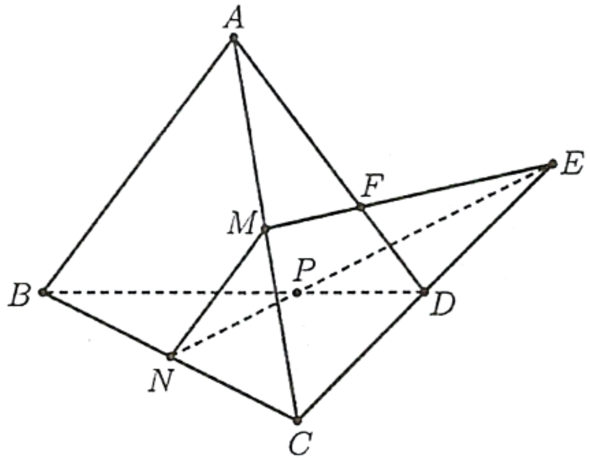
b) DC là giao tuyến của hai mặt phẳng (BCD) và (ADC).

c) Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là điểm E.

d) Giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của đường thẳng AD với đường thẳng MP.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



NM là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP),(ABC)$

DC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCD),(ADC)$

Trong mặt phẳng (BCD), vì NP và CD không song song nhau nên ta có thể gọi $E = CD \cap NP$.

Vì $\begin{cases} E \in CD \\ E \in NP, NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E = CD \cap (MNP)$.

Xét mặt phẳng phụ là (ACD) chứa AD. Ta cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (MNP).

Vì $M \in AC, AC \subset (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \Rightarrow M \in (ACD) \cap (MNP)$.(1)

Theo câu a), ta có $\begin{cases} E \in CD, CD \subset (ACD) \\ E \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (ACD) \cap (MNP)$.(2)

Từ (1) và (2) suy ra $ME = (ACD) \cap (MNP)$.

Trong mặt phẳng (ACD), gọi $F = AD \cap ME$.

Vì $\begin{cases} F \in AD \\ F \in ME, ME \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow F = AD \cap (MNP)$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$, các điểm M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, SC. Gọi $O = AC \cap BD$.

a) SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

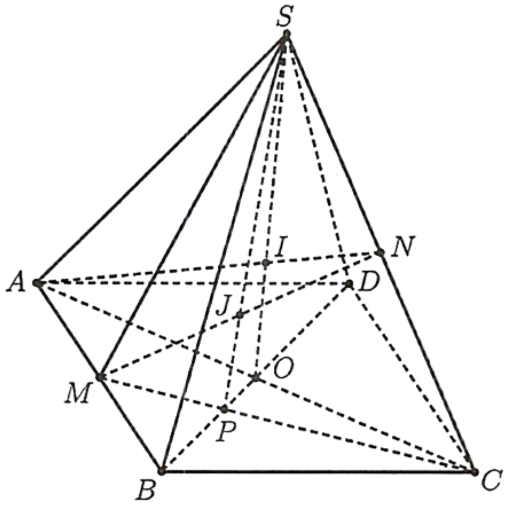
b) Giao điểm của I của đường thẳng AN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SO.

c) Giao điểm của J của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên đường thẳng SD.

d) Ba điểm I, J, B thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



SO giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

Tìm giao điểm I của AN và mặt phẳng (SBD):

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

Trong mặt phẳng (SAC), gọi $I = SO \cap AN$.

Ta có: $\begin{cases} I \in AN \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AN \cap (SBD)$.

Tìm giao điểm J của MN và mặt phẳng (SBD):

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $P = CM \cap BD$.

Trong mặt phẳng (SCM), gọi $J = MN \cap SP$.

Ta có: $\begin{cases} J \in MN \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J = MN \cap (SBD)$.

Chứng minh I, J, B thẳng hàng:

Dễ thấy $B \in (ABN) \cap (SBD)$. (1)

Ta có: $\begin{cases} I \in AN, AN \subset (ABN) \\ I \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABN) \cap (SBD)$. (2)

Tương tự: $\begin{cases} J \in MN, MN \subset (ABN) \\ J \in SP, SP \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow J \in (ABN) \cap (SBD)$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra B, I, J cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABN) và (SBD) nên ba điểm này thẳng hàng.

Câu 4: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C, $K = AM \cap SO$.

a) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (ABC).

b) SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

c) Giao điểm của đường thẳng SO với mặt phẳng (ABM) là điểm K.

d) Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là điểm N thuộc đường thẳng AK.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

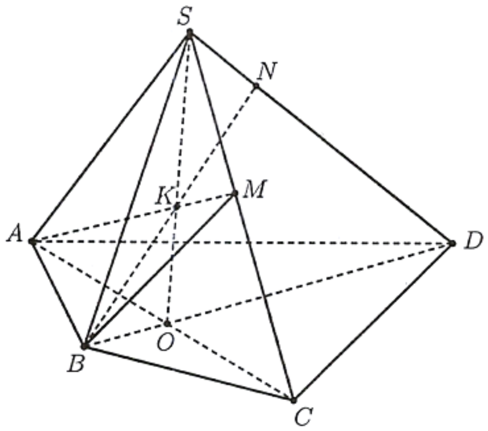
AC là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC), (ABC)$.

SO là giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC), (SBD)$.

Tìm giao điểm của SO và (ABM):

Trong mặt phẳng (SAC), gọi $K = AM \cap SO$.

Vì $\begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO \end{cases} \Rightarrow K = SO \cap (ABM)$



Tìm giao điểm của SD và (ABM):

Xét mặt phẳng phụ (SBD) chứa SD.

Dễ thấy B là điểm chung của hai mặt phẳng (SBD) và (ABM).

Ta có: $\begin{cases} K \in AM, AM \subset (ABM) \\ K \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBD) \cap (ABM)$.

Do đó $BK = (SBD) \cap (ABM)$.

Trong mặt phẳng (SBD), gọi $N = BK \cap SD$.

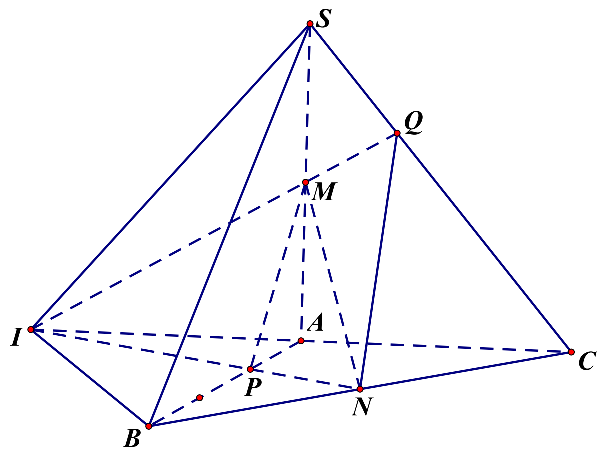
Vì $\begin{cases} N \in SD \\ N \in BK, BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = SD \cap (ABM)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC, P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC và mặt phẳng (MNP). Tính $\frac{SQ}{SC}$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,33



+) Gọi $I = PN \cap AC$; gọi $Q = IM \cap SC$

+) Áp dụng định lí Menalaus trong tam giác SAC ta có $\frac{QS}{QC}.\frac{IC}{IA}.\frac{MA}{MS} = 1 \Rightarrow \frac{QS}{QC} = \frac{IA}{IC}$(1)

+) Áp dụng định lí Menalaus trong tam giác ABC ta có $\frac{IA}{IC}.\frac{NC}{NB}.\frac{PB}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{PA}{PB} = \frac{1}{2}$(2)

+) Từ (1) và (2) suy ra $\frac{QS}{QC} = \frac{1}{2}$ hay $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, điểm G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC). Khi đó tỉ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1

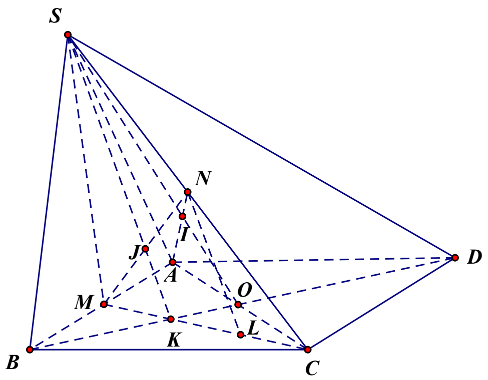
Áp dụng định lý Menelaus đối với tam giác AND và cát tuyến IGM ta có:

$$\frac{MA}{MD}.\frac{GD}{GN}.\frac{IN}{IA} = 1 \Leftrightarrow 1.2.\frac{IN}{IA} = 1 \Leftrightarrow \frac{IN}{IA} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{AN}{NI} = 1$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC. Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD). Tính $k=\dfrac{IN}{IA}+\dfrac{JN}{JM}$?

Lời giải

Trả lời: 1,5



Gọi $O=AC\cap BD, BD\cap MC=K$. Trong $(SAC): SO\cap AN=I$.

Trong $(SMC): SK\cap MN=J$.

Ta thấy I là trọng tâm tam giác SAC nên $\dfrac{IN}{IA}=\dfrac{1}{2}$.

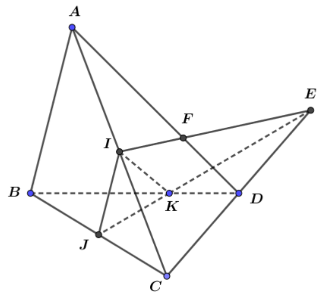
K là trọng tâm tam giác ABC, lấy L là trung điểm KC. Ta có $MK=KL=LC$.

NL là đường trung bình của tam giác SKC nên $NL//SK$, mà K là trung điểm ML nên KJ là đường trung bình của tam giác MNL. Khi đó $\dfrac{JN}{JM}=1\Rightarrow\dfrac{IN}{IA}+\dfrac{JN}{JM}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK=2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK). Tính tỉ số $\dfrac{FA}{FD}$.

Lời giải

Trả lời: 2



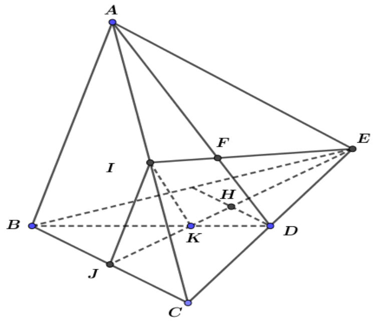
Trong mặt phẳng (BCD) hai đường thẳng JK và CD không song song nên gọi

$E=JK\cap CD$ Khi đó $E\in(ACD)$.

Suy ra : $(ACD)\cap(IJK)=EJ$.

Trong (ACD) gọi $F=EI\cap AD$. Khi đó $(IJK)\cap AD=F$.

Cách 1:



Vẽ $DH // BC$ và $H \in IE$. Ta có : $\frac{BJ}{HD} = \frac{BK}{KD} = 2 \Rightarrow HD = \frac{BJ}{2} \Rightarrow HD = \frac{1}{2}JC$.

Suy ra D là trung điểm của CE.

Xét ΔACE có EI và AD là hai đường trung tuyến nên F là trọng tâm của ΔACE.

Vậy $\frac{AF}{FD} = 2$.

Cách 2:

Xét ΔBCD, áp dụng định lí Menelaus có : $\frac{JB}{JC}.\frac{EC}{ED}.\frac{KD}{KB} = 1 \Rightarrow 1.\frac{EC}{ED}.\frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{EC}{ED} = 2$.

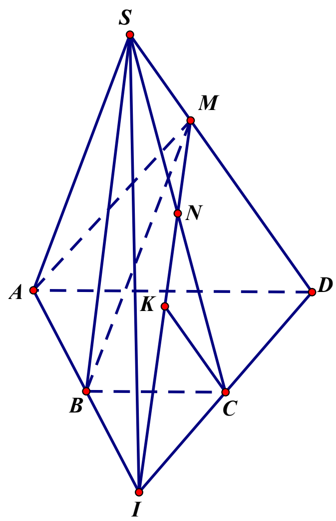
Xét ΔACD, áp dụng định lí Menelaus có : $\frac{EC}{ED}.\frac{FD}{FA}.\frac{IA}{IC} = 1 \Rightarrow 2.\frac{FD}{FA}.1 = 1 \Rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{1}{2}$.

Vậy $\frac{FA}{FD} = 2$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

Lời giải

Trả lời: 0,5



Trong mặt phẳng $(ABCD)$:

Gọi $I = AB \cap CD \Rightarrow I \in AB \subset (ABM)$

Trong mặt phẳng (SCD):

Gọi $N = IM \cap SC$ và K là trung điểm IM.

Ta có: $\dfrac{IC}{ID} = \dfrac{BC}{AD} = \dfrac{1}{2}$

Trong tam giác IMD có KC là đường trung bình nên $KC // MD$ và $KC = \dfrac{1}{2}MD$

Mà $SM = \dfrac{1}{2}MD \Rightarrow SM = KC$.

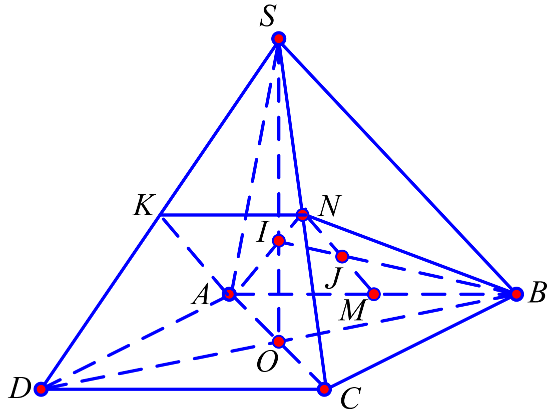
Lại có $KC // SM$ (do $M \in SD$)

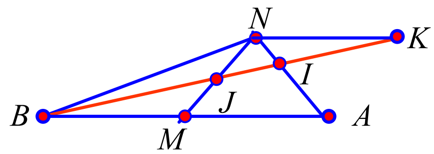
$\Rightarrow \dfrac{SN}{NC} = \dfrac{SM}{KC} = 1$. Vậy $\dfrac{SN}{SC} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD). J là giao điểm của MN với (SBD). Khi đó tỉ số $\dfrac{IB}{IJ}$ là:

Lời giải

Trả lời: 4





Gọi O là trung điểm của AC nên $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC): $AN \cap SO = I$ nên I là giao điểm của AN và (SBD). Trong (ABN) ta có $MN \cap BI = J$ nên J là giao điểm của MN với (SBD). Gọi K là trung điểm của SD. Suy ra $NK // DC // AB$ và $BI \cap SD = K$ hay B, I, J, K thẳng hàng. Khi đó $NK // BM$ và $NK = MA = BM$ và tứ giác $AKMN$ là hình bình hành. Xét hai tam giác đồng dạng ΔKJN và ΔBJM có $\dfrac{NK}{BM} = \dfrac{MJ}{NJ} = \dfrac{BJ}{JK} = 1$ suy ra J là trung điểm của MN và J là trung điểm của BK hay $BJ = JK$. Trong tam giác ΔSAC có I là trọng tâm của tam giác nên $\dfrac{NI}{IA} = \dfrac{1}{2}$. Do $AK // MN$ nên $\dfrac{IJ}{IK} = \dfrac{NI}{IA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{IJ}{JK} = \dfrac{1}{3} = \dfrac{IJ}{BJ} \Rightarrow \dfrac{IJ}{BI} = \dfrac{1}{4}$ hay $\dfrac{IB}{IJ} = 4$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu a và b có một điểm chung thì chúng đồng phẳng.
B. a và b song song với nhau khi và chỉ khi chúng không điểm chung.
C. a và b chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
D. a và b song song với nhau hoặc cắt nhau khi và chỉ khi chúng đồng phẳng.

Câu 3: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy các điểm A, B phân biệt thuộc a và các điểm C, D phân biệt thuộc b. Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Song song với nhau hoặc cắt nhau. **B.** Cắt nhau.
C. Song song với nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 4: Cho ba mặt phẳng phân biệt $(P),(Q),(R)$ có $(P)\cap(Q)=d_1$; $(Q)\cap(R)=d_2$; $(P)\cap(R)=d_3$. Biết rằng d_1 và d_2 cắt nhau. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3

A. đôi một cắt nhau. **B.** đôi một song song.
C. đồng quy. **D.** đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 5: Cho ba đường thẳng a, b, c đôi một chéo nhau. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng cắt cả ba đường thẳng nêu trên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. IJ song song CD.
B. IJ song song BC.
C. Đường thẳng IJ cắt cạnh BC
D. Đường thẳng IJ cắt cạnh BD.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. E, F lần lượt là trung điểm AC và AD, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GEF) và (BCD) là đường thẳng

A. Qua G và song song với BC. **B.** Qua E và song song với AB.
C. Qua F và song song với BD. **D.** Qua G và song song với CD.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C. **B.** I, B, D. **C.** I, A, B. **D.** I, C, D.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của cạnh CD, G là trọng tâm tứ diện. Khi đó hai đường thẳng AD và GM là hai đường thẳng

A. Chéo nhau. **B.** Song song. **C.** Cắt nhau. **D.** Trùng nhau.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (AIJ) và (ACD) là

A. Đường thẳng d đi qua A và $d//BC$. **B.** Đường thẳng d đi qua A và $d//BD$.

C. Đường thẳng d đi qua A và $d//CD$. **D.** Đường thẳng AB.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là

A. SC.

B. Đường thẳng qua S và cắt SC.

C. Đường thẳng qua S và song song với AD.

D. Đường thẳng qua S và song song với CD.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Gọi I, J, G lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SAD, AOD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $IJ // BD$. **B.** $IJ // MG$. **C.** $IG // SA$. **D.** $IO // SD$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, AD là đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi E là giao điểm của AB và CD, F là trung điểm AD.

a) Giao tuyến của (SAC) và (SAD) là đường thẳng SA.

b) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng SE.

c) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song cạnh CD

d) Giao tuyến của (SAB) và (SFC) là đường thẳng d' đi qua S và song song cạnh CD

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O. Gọi I là trung điểm SO. Mặt phẳng (ICD) cắt SA, SB lần lượt tại M, N. Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM.

a) Giao điểm của ID với mặt phẳng (SBC) là điểm N.

b) OI song song với SC.

c) $SN = \frac{2}{3}SB$.

d) Hai đường thẳng SK và BC chéo nhau.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

a) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB

b) Giao tuyến (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB

c) Gọi $M \in SC$, giao tuyến của (ABM) và (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB

d) Gọi $N \in SB$, giao tuyến của (SAB) và (NCD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn, BC là đáy nhỏ). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA và SD. K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD. Khi đó:

a) Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE

b) Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N. Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành

c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm

d) Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{2}{3}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SB, SD. Gọi K là giao điểm của mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SC. Tỉ số $\frac{SK}{SC}$ bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm ΔSAB và ΔSCD. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD và SO. Gọi H là giao điểm của SC với (MNP). Tỉ số $\frac{SH}{SC}$ là

Câu 4: Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A, cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2$, $DD' = 4$. Tính CC'.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với cạnh đáy AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC. Biết G là trọng tâm của ΔSAB. Mặt phẳng (IJG) cắt SA, SB lần lượt tại N và M. Biết rằng $AB = x.CD$ thì tứ giác $MNIJ$ là hình bình hành. Tìm x.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C'. Khi đó giá trị $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu a và b có một điểm chung thì chúng đồng phẳng.

B. a và b song song với nhau khi và chỉ khi chúng không điểm chung.

C. a và b chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

D. a và b song song với nhau hoặc cắt nhau khi và chỉ khi chúng đồng phẳng.

Lời giải

Ta biết rằng, a và b chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng. Do đó A, C, D đúng và B sai.

Câu 3: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy các điểm A, B phân biệt thuộc a và các điểm C, D phân biệt thuộc b. Mệnh đề nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Song song với nhau hoặc cắt nhau. **B.** Cắt nhau.

C. Song song với nhau. **D.** Chéo nhau.

Lời giải

Nhận thấy A, B, C, D không đồng phẳng. Vì vậy, AD và BC chéo nhau.

Câu 4: Cho ba mặt phẳng phân biệt $(P),(Q),(R)$ có $(P)\cap(Q)=d_1$; $(Q)\cap(R)=d_2$; $(P)\cap(R)=d_3$. Biết rằng d_1 và d_2 cắt nhau. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3

A. đôi một cắt nhau. **B.** đôi một song song.

C. đồng quy. **D.** đôi một song song hoặc đồng quy.

Lời giải

Theo định lý giao tuyến thì d_1, d_2, d_3 đôi một song song hoặc đồng quy. Mặt khác, do d_1 cắt d_2 cắt nhau nên cả ba đường thẳng sẽ đồng quy.

Câu 5: Cho ba đường thẳng a, b, c đôi một chéo nhau. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng cắt cả ba đường thẳng nêu trên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Gọi M là điểm bất kì nằm trên a. Lúc này hai mặt phẳng (M,b) và (M,c) chắc chắn cắt nhau, gọi giao tuyến là Δ.

Dễ thấy Δ qua A đồng thời cắt cả b và c.

Vậy có vô số đường thẳng cắt cả a, b và c.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Khẳng định nào sau đây đúng?

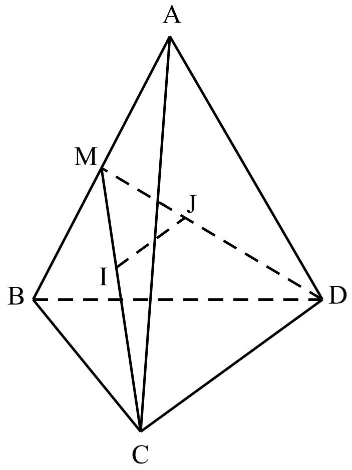
A. IJ song song CD.

B. IJ song song BC.

C. Đường thẳng IJ cắt cạnh BC

D. Đường thẳng IJ cắt cạnh BD.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của đoạn AB.

Xét tam giác ABC có I là trọng tâm nên $\frac{MI}{MC} = \frac{1}{3}$;

Xét tam giác ABD có J là trọng tâm nên $\frac{MJ}{MD} = \frac{1}{3}$.

Xét tam giác MCD có $\frac{MI}{MC} = \frac{MJ}{MD} = \frac{1}{3}$ nên $IJ//CD$ (Theo định lí Ta-lét đảo).

Chọn A

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. E, F lần lượt là trung điểm AC và AD, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GEF) và (BCD) là đường thẳng

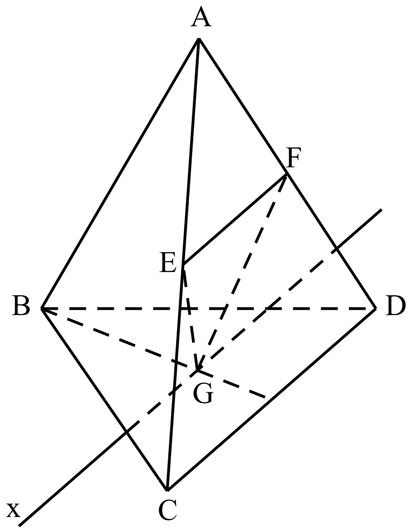
A. Qua G và song song với BC.

B. Qua E và song song với AB.

C. Qua F và song song với BD.

D. Qua G và song song với CD.

Lời giải



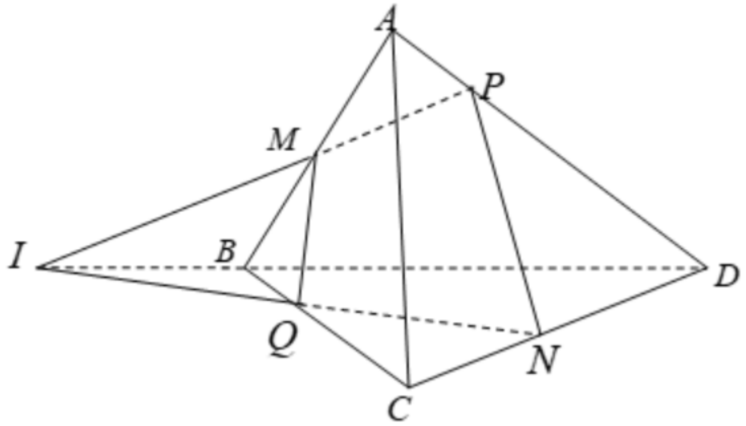
Xét tam giác ACD, có EF là đường trung bình nên $EF//CD$.

Ta có: $\begin{cases} G \in (GEF) \cap (BCD) \\ EF//CD \\ EF \subset (GEF), CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow (GEF) \cap (BCD) = Gx$ với $Gx//EF//CD$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, C. **B.** I, B, D. **C.** I, A, B. **D.** I, C, D.

Lời giải



Ta có MP cắt NQ tại $I \Rightarrow \begin{cases} I \in MP \\ I \in NQ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (ABD) \\ I \in (CBD) \end{cases}$.

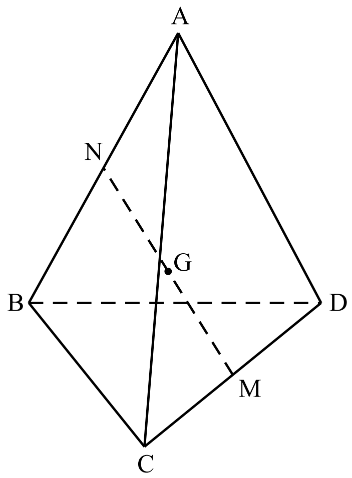
$\Rightarrow I \in (ABD) \cap (CBD)$.

$\Rightarrow I \in BD$. Vậy I, B, D thẳng hàng.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của cạnh CD, G là trọng tâm tứ diện. Khi đó hai đường thẳng AD và GM là hai đường thẳng

A. Chéo nhau. **B.** Song song. **C.** Cắt nhau. **D.** Trùng nhau.

Lời giải



AD và GM không cùng nằm trong một mặt phẳng nên là hai đường thẳng chéo nhau.

Chọn A

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (AIJ) và (ACD) là

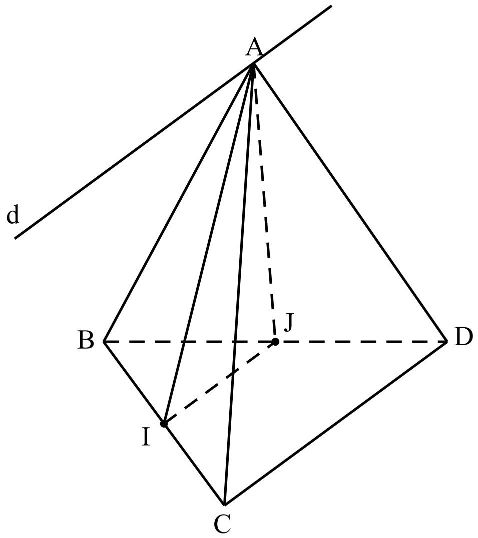
A. Đường thẳng d đi qua A và $d // BC$.

B. Đường thẳng d đi qua A và $d // BD$.

C. Đường thẳng d đi qua A và $d // CD$.

D. Đường thẳng AB.

Lời giải



Xét tam giác BCD có IJ là đường trung bình nên $IJ//CD$.

Ta có: $\begin{cases} A \in (AIJ) \cap (ACD) \\ IJ//CD \\ IJ \subset (AIJ), CD \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow (AIJ) \cap (ACD) = d$ với d đi qua A $d//IJ//CD$.

Chọn C

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là

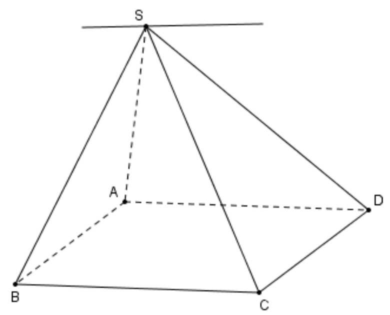
A. SC.

B. Đường thẳng qua S và cắt SC.

C. Đường thẳng qua S và song song với AD.

D. Đường thẳng qua S và song song với CD.

Lời giải



Ta có S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

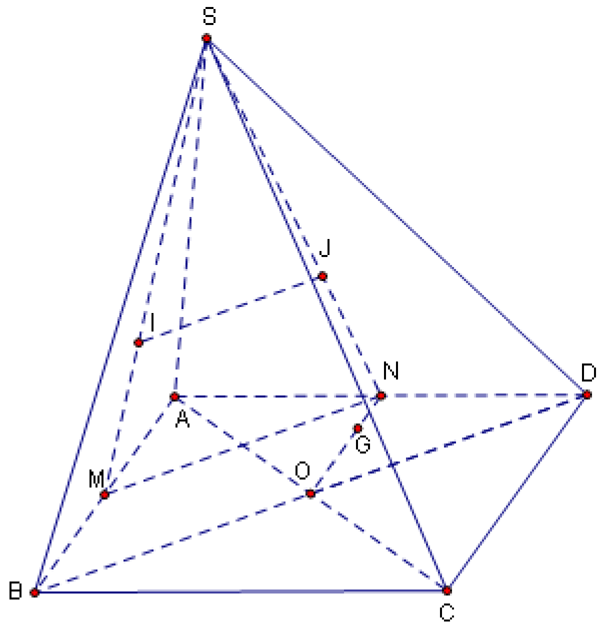
$AD \subset (SAD), BC \subset (SBC)$ và $AD // BC$.

Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD. Gọi I, J, G lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SAD, AOD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $IJ // BD$. **B.** $IJ // MG$. **C.** $IG // SA$. **D.** $IO // SD$.

Lời giải



Ta có: I là trọng tâm tam giác SAB nên $\frac{SI}{SM}=\frac{2}{3}$.

J là trọng tâm tam giác SAD nên $\frac{SJ}{SN}=\frac{2}{3}$.

Xét tam giác SMN có $\frac{SI}{SM}=\frac{SJ}{SN}=\frac{2}{3}\Rightarrow IJ//MN$ (1).

Mặt khác MN là đường trung bình tam giác ABD nên $MN//BD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $IJ//BD$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, AD là đáy lớn và $AD=2BC$. Gọi E là giao điểm của AB và CD, F là trung điểm AD.

a) Giao tuyến của (SAC) và (SAD) là đường thẳng SA.

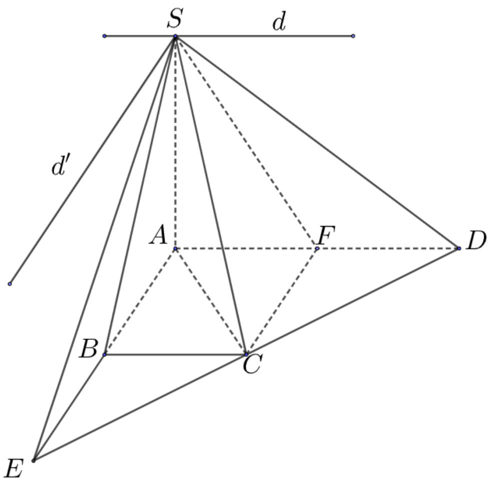
b) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng SE.

c) Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song cạnh CD

d) Giao tuyến của (SAB) và (SFC) là đường thẳng d' đi qua S và song song cạnh CD

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai



a) Đúng, vì: $(SAC)\cap(SAD)=SA$.

b) Đúng, vì:

$S\in(SAB)\cap(SCD)$ (1)

Trong $(ABCD)$, ta có $\begin{cases}E\in AB\subset(SAB)\\E\in CD\subset(SCD)\end{cases}\Rightarrow E\in(SAB)\cap(SCD)(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow(SAB)\cap(SCD)=SE$.

c) Sai, vì:

Ta có: $\begin{cases}S\in(SAD)\cap(SBC)\\AD//BC\\AD\subset(SAD);BC\subset(SBC)\end{cases}\Rightarrow(SAD)\cap(SBC)=d$, với d đi qua S và song song AD.

d) Sai, vì:

Xét tứ giác $ABCF$, ta có: $\begin{cases}BC//AF\\BC=AF=\dfrac{AD}{2}\end{cases}\Rightarrow ABCF$ là hình bình hành.

Ta có: $\begin{cases}S\in(SAB)\cap(SCF)\\AB//FC\\AB\subset(SAB);FC\subset(SCF)\end{cases}\Rightarrow(SAB)\cap(SCF)=d'$, với d' đi qua S và song song AB.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O. Gọi I là trung điểm SO. Mặt phẳng (ICD) cắt SA,SB lần lượt tại M,N. Trong mặt phẳng $(CDMN)$, gọi K là giao điểm của CN và DM.

a) Giao điểm của ID với mặt phẳng (SBC) là điểm N.

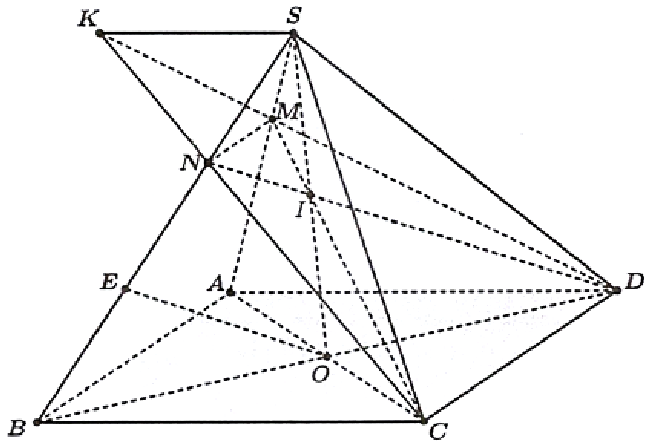
b) OI song song với SC.

c) $SN=\dfrac{2}{3}SB$.

d) Hai đường thẳng SK và BC chéo nhau.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai



a)

Ta có: ID nằm trong mặt phẳng (SBD).

$(SBD)\cap(SBC)$ theo giao tuyến là SB

Kéo dài ID cắt SB tại N.

$\Rightarrow N$ là giao điểm của ID với mặt phẳng (SBC).

b)

Ta thấy OI cắt SC tại S.

c)

Gọi E là trung điểm BN, OE là đường trung bình của tam giác BDN $\Rightarrow OE // DN$ và $NE = EB$.

Trong tam giác SOE, ta có NI qua trung điểm I của SO và $NI // OE$ nên N là trung điểm của SE, suy ra $SN = NE$

Vậy $SN = NE = EB$ hay $SN = \frac{1}{3}SB$.

d)

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SBC) và (SAD).

Ta có: $\begin{cases} K \in CN, CN \subset (SBC) \\ K \in DM, DM \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow K \in (SBC)\cap(SAD)$.

Vì vậy $SK = (SBC)\cap(SAD)$.

Khi đó: $\begin{cases} SK = (SBC)\cap(SAD) \\ BC \subset (SBC), AD \subset (SAD) \Rightarrow SK // BC // AD. \\ BC // AD \end{cases}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

a) Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB

b) Giao tuyến (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AB

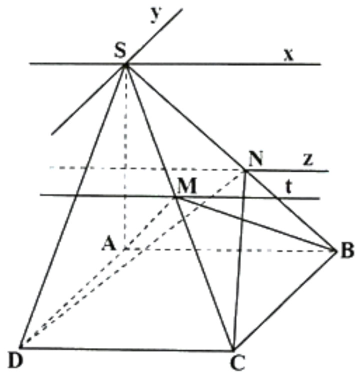
c) Gọi $M \in SC$, giao tuyến của (ABM) và (SCD) là đường thẳng đi qua M và song song với AB

d) Gọi $N \in SB$, giao tuyến của (SAB) và (NCD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD; AD // BC$.



a) Ta có: $\begin{cases} AB//CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sx = (SAB) \cap (SCD) \\ Sx//AB//CD \end{cases}$

b) Ta có: $\begin{cases} AD//BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ S \in (SAD) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Sy = (SAD) \cap (SCD) \\ Sy//AD//BC \end{cases}$

c) Ta có: $\begin{cases} AB//CD \\ AB \subset (MAB) \\ CD \subset (SCD) \\ M \in (MAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Mt = (MAB) \cap (SCD) \\ Mt//AB//CD \end{cases}$.

d) Ta có: $\begin{cases} AB//CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (NCD) \\ N \in (SAB) \cap (NCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Nz = (SAB) \cap (NCD) \\ Nz//AB//CD \end{cases}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn, BC là đáy nhỏ). Gọi E,F lần lượt là trung điểm của SA và SD. K là giao điểm của các đường thẳng AB và CD. Khi đó:

a) Giao điểm M của đường thẳng SB và mặt phẳng (CDE) là điểm thuộc đường thẳng KE

b) Đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EFM) tại N. Tứ giác $EFNM$ là hình bình hành

c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm

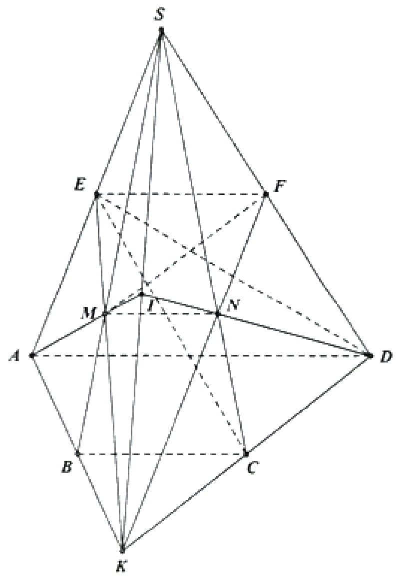
d) Cho biết $AD = 2BC$. Tỉ số diện tích của hai tam giác KMN và KEF bằng $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{2}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Có $SK = (SAB) \cap (SCD)$.

Trong mp (SAB), gọi $M = KE \cap SB$, có $KE \subset (CDE)$. Do đó $SB \cap (CDE) = M$.



b) Trong mp (SCD), gọi $N = KF \cap SC$, có $KF \subset (EFM)$.

Do đó $SC \cap (EFM) = N$.

Có $\Rightarrow \begin{cases} MN = (EFK) \cap (SBC) \\ EF // BC; EF \subset (EFK), BC \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow MN // EF // BC$.

Suy ra tứ giác $EFNM$ là hình thang.

c) Trong mp $(ADNM)$, gọi $I = AM \cap DN$.

Mà $\begin{cases} I \in AM, AM \subset (SAB) \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$,

Hay $I \in SK$. Kết luận 3 đường thẳng AM, DN, SK đồng quy tại điểm I.

d) Khi $AD = 2BC$ dễ dàng chứng minh được B, C lần lượt là trung điểm của KA và KD. Suy ra M, N lần lượt là trọng tâm của hai tam giác SAK và SDK.

Do đó $MN = \frac{2}{3}EF$, gọi h_1, h_2 lần lượt là độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh K xuống hai đáy MN và EF, dễ thấy $h_1 = \frac{2}{3}h_2$.

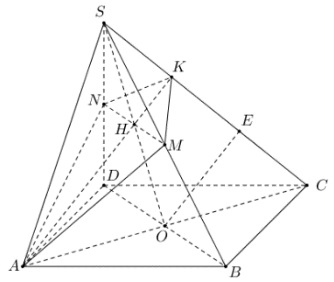
Vậy $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{\frac{1}{2}MN \cdot h_1}{\frac{1}{2}EF \cdot h_2} = \frac{\frac{2}{3}EF \cdot \frac{2}{3}h_2}{EF \cdot h_2} = \frac{4}{9}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh SB, SD. Gọi K là giao điểm của mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SC. Tỉ số $\frac{SK}{SC}$ bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,33



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Gọi $H = MN \cap SO$, khi đó $K = SC \cap AH$.

Xét ΔSBD có MN là đường trung bình nên ta có $\dfrac{SH}{SO} = \dfrac{SM}{SB} = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra H là trung điểm SO.

Gọi E là trung điểm CK, xét tam giác AKC có OE là đường trung bình nên $OE // HK$.

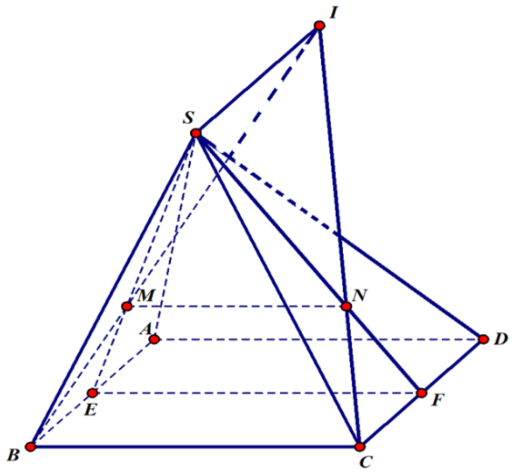
Xét ΔSOE có H là trung điểm cuả SO và $HK // OE$ nên HK là đường trung bình, suy ra K là trung điểm của SE.

Vậy tỉ số $\dfrac{SK}{SC} = \dfrac{1}{3}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm ΔSAB và ΔSCD. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Khi đó tỉ số $\dfrac{SI}{CD}$ bằng

Lời giải

Trả lời: 1



Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD.

Ta có $\{I\} = BM \cap CN \Rightarrow \begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$.

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

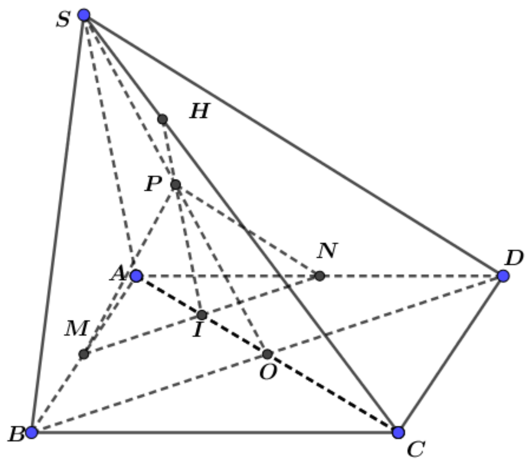
Ta có: $\left.\begin{array}{l} AB//CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{array}\right\} \Rightarrow SI//AB//CD$. Vì $SI//CD$ nên $SI//CF$.

Theo định lý Ta – let ta có: $\dfrac{SI}{CF} = \dfrac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow SI = 2CF = CD \Rightarrow \dfrac{SI}{CD} = 1$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD và SO. Gọi H là giao điểm của SC với (MNP). Tỉ số $\dfrac{SH}{SC}$ là

Lời giải

Trả lời: 0,25



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi I là giao điểm của MN với AO.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} SC \subset (SAC) \\ (SAC)\cap(MNP) = IP \\ \{H\} = IP \cap SC \end{array}\right\} \Rightarrow \{H\} = SC \cap (MNP)$.

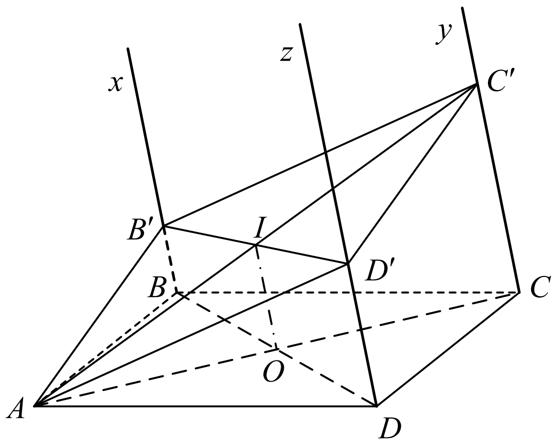
Do MN là đường trung bình của tam giác ABD nên I là trung điểm AO. Suy ra $\dfrac{AI}{AC} = \dfrac{1}{4}$ và PI là đường trung bình của tam giác OSA. Do đó: $IP // SA \Rightarrow IH // SA$.

Áp dụng định lí Thales ta có: $\dfrac{SH}{SC} = \dfrac{AI}{AC} = \dfrac{1}{4}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A, cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2$, $DD' = 4$. Tính CC'.

Lời giải

Trả lời : 3



Ta có: $AB'C'D'$ là hình bình hành.

$AC' \cap BD' = I$ và $AC \cap BD = O$ $\Rightarrow OI$ là đường trung bình của tam giác ACC'
$\Rightarrow CC' = 2OI$.

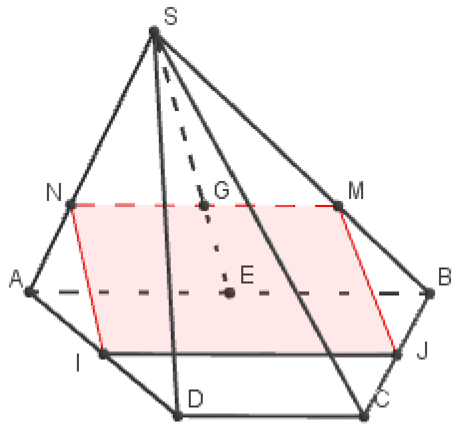
$BB'D'D$ là hình thang có OI là đường trung bình $\Rightarrow OI = \dfrac{BB' + DD'}{2} = 3$.

Vậy $CC' = 6$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với cạnh đáy AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC. Biết G là trọng tâm của ΔSAB. Mặt phẳng (IJG) cắt SA, SB lần lượt tại N và M. Biết rằng $AB = x.CD$ thì tứ giác $MNIJ$ là hình bình hành. Tìm x.

Lời giải

Trả lời: 3



Ta có: $\begin{cases} IJ \parallel AB \\ \{G\} = (IJG) \cap (SAB) \end{cases} \Rightarrow (IJG) \cap (SAB)$ là đường thẳng qua G, song song AB cắt SA, SB lần lượt tại N, M $\Rightarrow IJMN$ là hình thang.

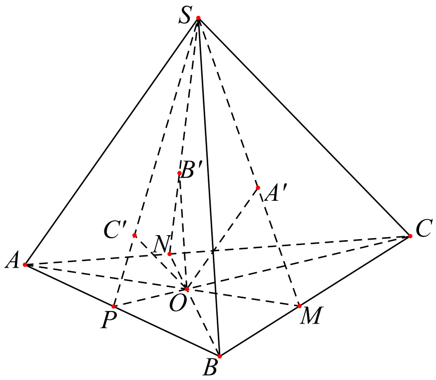
Ta có: $IJ = \dfrac{AB + CD}{2}$; $\dfrac{MN}{AB} = \dfrac{SG}{SE} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow MN = \dfrac{2}{3}AB$.

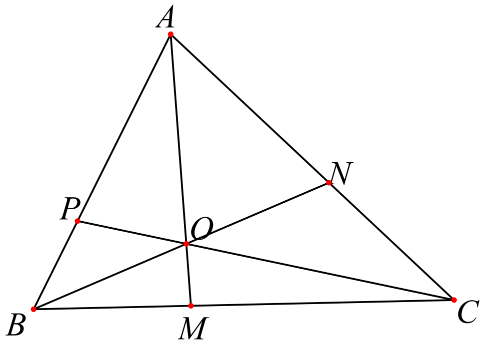
Để $IJMN$ là hình bình hành thì $MN = IJ \Leftrightarrow \dfrac{AB + CD}{2} = \dfrac{2}{3}AB \Leftrightarrow AB = 3CD$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C'. Khi đó giá trị $T = \dfrac{OA'}{SA} + \dfrac{OB'}{SB} + \dfrac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1





Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của AO và BC, BO và AC, CO và AB.

Ta có $\dfrac{OA'}{SA} = \dfrac{MO}{MA} = \dfrac{S_{CMO}}{S_{CMA}} = \dfrac{S_{BMO}}{S_{BMA}} = \dfrac{S_{CMO} + S_{BMO}}{S_{CMA} + S_{BMA}} = \dfrac{S_{OBC}}{S_{ABC}}$

$\dfrac{OB'}{SB} = \dfrac{NO}{NB} = \dfrac{S_{ANO}}{S_{ANB}} = \dfrac{S_{CNO}}{S_{CNB}} = \dfrac{S_{ANO} + S_{CNO}}{S_{ANB} + S_{CNB}} = \dfrac{S_{OAC}}{S_{ABC}}$.

$\dfrac{OC'}{SC} = \dfrac{PO}{PC} = \dfrac{S_{APO}}{S_{APC}} = \dfrac{S_{BPO}}{S_{BPC}} = \dfrac{S_{APO} + S_{BPO}}{S_{APC} + S_{BPC}} = \dfrac{S_{OAB}}{S_{ABC}}$

Từ đó $T = \dfrac{OA'}{SA} + \dfrac{OB'}{SB} + \dfrac{OC'}{SC} = \dfrac{S_{OBC}}{S_{ABC}} + \dfrac{S_{OAC}}{S_{ABC}} + \dfrac{S_{OAB}}{S_{ABC}} = \dfrac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$.

---------- HẾT ----------

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, với $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Đường thẳng nào sau đây không song song với đường thẳng MN?

A. CD. **B.** AB. **C.** PQ. **D.** CS.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng $AB; P, Q$ là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng MP, NQ.

A. $MP \parallel NQ$. **B.** $MP \equiv NQ$.
C. MP cắt NQ. **D.** MP và NQ chéo nhau.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IJK) là

A. KI. **B.** IJ.
C. Đường thẳng đi qua K và song song với AB. **D.** KJ.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, CD, SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SAD) là

A. NP. **B.** Đường thẳng đi qua M và song song AC.
C. Đường thẳng đi qua S và song song AD. **D.** Đường thẳng đi qua P và song song AD.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác BCD, E là điểm thuộc cạnh AD sao cho $DE = 2AE$, M là trung điểm của cạnh BC. Mệnh đề nào **đúng?**

A. EG cắt AB. **B.** EG cắt AC. **C.** $EG // AM$. **D.** EG cắt AM.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{2}{3}AB$, N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN = 2ND$, P, Q lần lượt là trung điểm BC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (MPQ) là

A. MD. **B.** MB. **C.** MP. **D.** MN.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $MN // BC$. **B.** $ON // SC$. **C.** $ON // SB$. **D.** $OM // SC$.

Câu 9: Cho tứ diện $SABC$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và AB, G là một điểm trên cạnh AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (EFG) song song với đường thẳng nào sau đây?

A. SC. **B.** SA. **C.** AB. **D.** SB

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB. **B.** CD. **C.** $C'D'$. **D.** SC.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD. Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD ; ACD. Đường thẳng HG chéo với đưởng thẳng nào sau đây?

A. MN. **B.** CD. **C.** CN. **D.** AB.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau. **B.** $MN // CD$.

C. MN và SC cắt nhau. **D.** MN và CD chéo nhau.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AD, BC, SB. Khi đó:

a) Giao tuyến của mặt phẳng (IJK) với mặt phẳng (SBC) là JK.

b) Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và (SCD) là Sx thỏa mãn điều kiện song song với AB, song song với BC.

c) Giao điểm của SA và (IJK) là N, với N là giao điểm của Kx với SA ($Kx // AB // DC$).

d) Diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng (IJK) và hình chóp là $5,5$ (biết thiết diện có chiều cao bằng 2, $SA = SB = SC = SD = 4$, $AB = 2DC = 4$).

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD. Khi đó:

a) SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD).

b) Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC.

c) Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD.

d) $CD // IJ$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là tứ giác không có cạnh nào song song với nhau. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là điểm thuộc miền trong của tam giác SAB, I là giao điểm của AB và CD. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Điểm I là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng SM.

d) Nếu $BC // AD$ thì giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) là đường thẳng d song song với AD và đi qua điểm M.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB, O là giao điểm của AC và BD. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D.

b) Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC.

c) Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D.

d) Gọi E giao điểm của DM và mặt phẳng (SBC). Khi đó $SE = 2BC$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AD // BC$. Gọi E là điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (BCE) cắt SD tại G. Biết $SD = x.GD$. Tìm x.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC. N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\frac{SH}{SC}$

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 3MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\frac{QC}{QA}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\frac{GM}{GN}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A' là điểm trên SA sao cho $A'A = \frac{1}{2}A'S$. Qua A' kẻ đường thẳng song song với AC cắt SC tại C'. Mặt phẳng (α) chứa $A'C'$ cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại B', D'. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{SD'}$.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.

D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

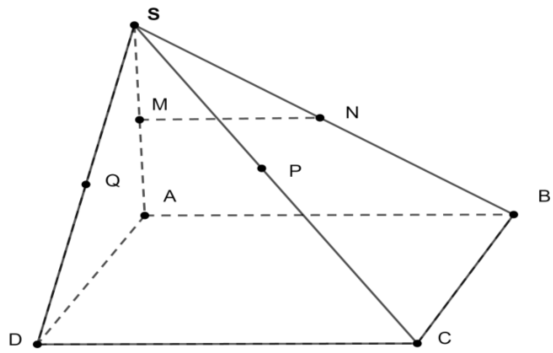
Lời giải

Chọn B

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, với $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Đường thẳng nào sau đây không song song với đường thẳng MN?

A. CD. **B.** AB. **C.** PQ. **D.** CS.

Lời giải



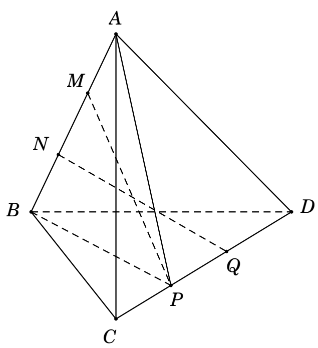
Ta có: $\begin{cases} MN//AB \\ AB//CD \\ CD//PQ \end{cases}$, do đó $\begin{cases} MN//AB \\ MN//CD \\ MN//PQ \end{cases}$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng $AB; P,Q$ là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng MP, NQ.

A. $MP \parallel NQ$. **B.** $MP \equiv NQ$.

C. MP cắt NQ. **D.** MP và NQ chéo nhau.

Lời giải

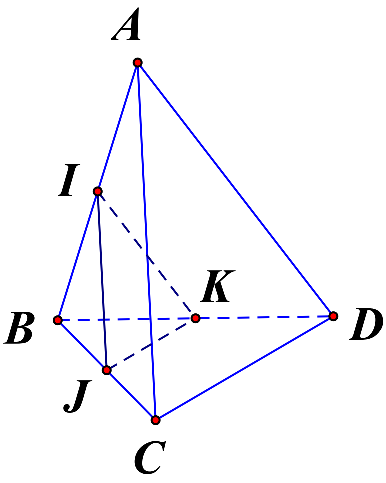


Ta có M,N nằm trên đường thẳng AB và P, Q nằm trên CD mà AB và CD chéo nhau. Do đó M,N, P, Q không đồng phẳng, tức MP và NQ chéo nhau.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I,J,K lần lượt là trung điểm của AB,BC,BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IJK) là

A. KI.
B. IJ.
C. Đường thẳng đi qua K và song song với AB.
D. KJ.

Lời giải



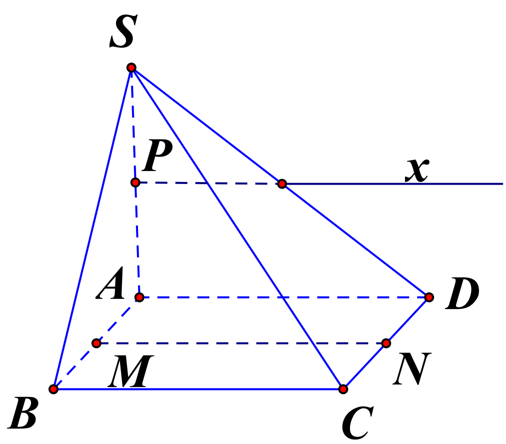
Ta có $I \in AB \subset (ABC)$ và $I \in (IJK)$ nên I là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (ABC) và (IJK). Tương tự J là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng đó.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IJK) là IJ.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của AB,CD,SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SAD) là

A. NP.
B. Đường thẳng đi qua M và song song AC.
C. Đường thẳng đi qua S và song song AD.
D. Đường thẳng đi qua P và song song AD.

Lời giải



Ta có $(SAD)\cap(ABCD)=AD,(ABCD)\cap(MNP)=MN,(SAD)\cap(MNP)=Px$

mà $MN//AD \Rightarrow MN//AD//Px$.

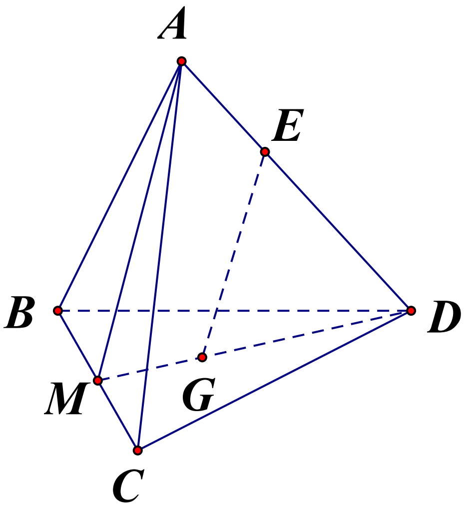
Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SAD) đường thẳng đi qua P và song song AD.

.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác BCD, E là điểm thuộc cạnh AD sao cho $DE = 2AE$, M là trung điểm của cạnh BC. Mệnh đề nào **đúng?**

A. EG cắt AB. **B.** EG cắt AC. **C.** $EG//AM$. **D.** EG cắt AM.

Lời giải



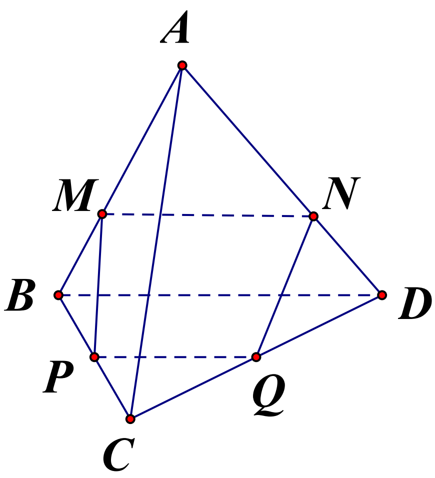
Vì G là trọng tâm tam giác BCD suy ra $\frac{DG}{GM} = 2$ mà

$DE = 2AE \Rightarrow \frac{DE}{EA} = 2 \Rightarrow \frac{DE}{EA} = \frac{DG}{GM} \Rightarrow EG//AM$. Chọn. **C.**

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{2}{3}AB$, N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN = 2ND$, P,Q lần lượt là trung điểm BC,CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (MPQ) là

A. MD. **B.** MB. **C.** MP. **D.** MN.

Lời giải



Vì $AM = \frac{2}{3}AB \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ và $AN = 2ND \Rightarrow \frac{AN}{ND} = 2 \Rightarrow \frac{AN}{AN+ND} = \frac{2}{2+1} \Rightarrow \frac{AN}{AD} = \frac{2}{3}$ suy ra $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} \Rightarrow MN//BD\ (1)$.

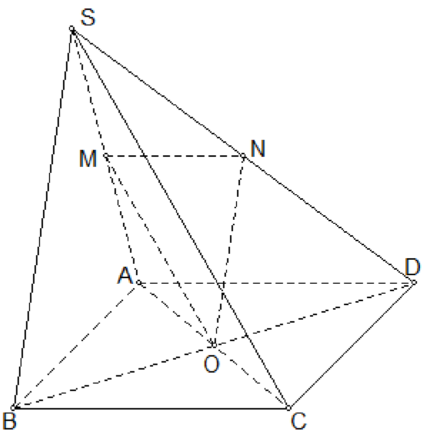
Vì P,Q lần lượt là trung điểm BC,CD suy ra $PQ//BD\ (2)$.

Từ $(1),(2) \Rightarrow MN//PQ \Rightarrow N \in (MPQ)$. Hai mặt phẳng (MPQ) và (ABD) có hai điểm chung M và N. Vậy $(MPQ) \cap (ABD) = MN$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $MN//BC$. **B.** $ON//SC$. **C.** $ON//SB$. **D.** $OM//SC$.

Lời giải



Ta có: MN là đường trung bình của tam giác SAD. Suy ra, $MN//AD$ mà $AD//BC$ nên $MN//BC$.

Xét tam giác SBD có ON là đường trung bình. Suy ra, $ON//SB$.

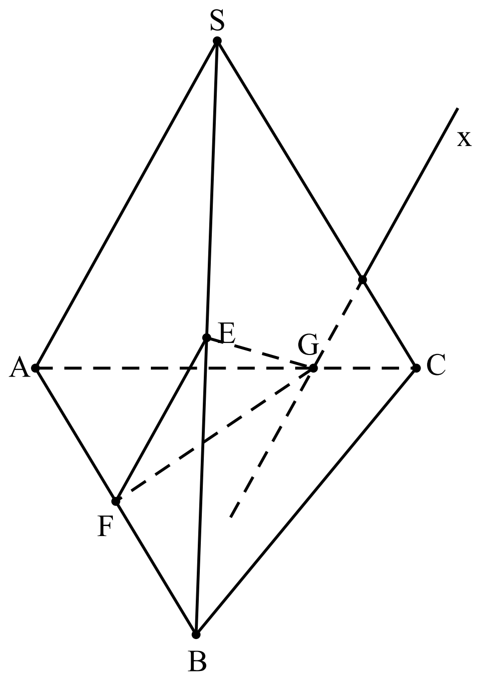
Xét tam giác SAC có OM là đường trung bình. Suy ra, $OM//SC$.

Vậy khẳng định $ON//SC$ là sai.

Câu 9: Cho tứ diện $SABC$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và AB, G là một điểm trên cạnh AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (EFG) song song với đường thẳng nào sau đây?

A. SC. **B.** SA. **C.** AB. **D.** SB

Lời giải



Xét tam giác SAB, có EF là đường trung bình nên $EF//SA$.

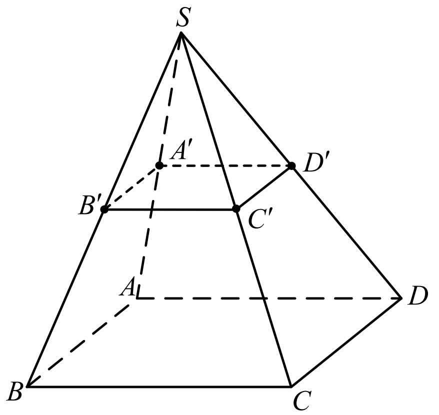
Ta có: $\begin{cases} G \in (GEF) \cap (SAC) \\ EF // SA \\ EF \subset (GEF), SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (GEF) \cap (SAC) = Gx$ với $Gx // EF // SA$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB. **B.** CD. **C.** $C'D'$. **D.** SC.

Lời giải

Chọn D



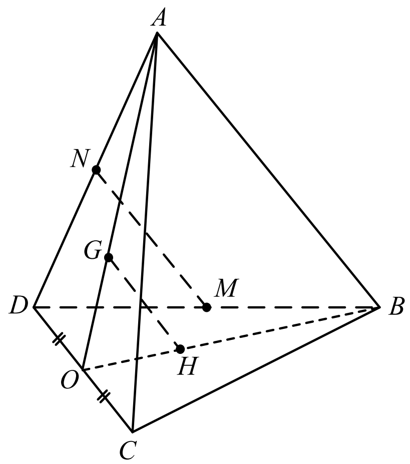
Do $A'B'$ và SC không đồng phẳng nên $A'B'$ và SC không song song nhau.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD. Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD ; ACD. Đường thẳng HG chéo với đưởng thẳng nào sau đây?

A. MN. **B.** CD. **C.** CN. **D.** AB.

Lời giải

Chọn B



Do $\frac{OG}{OA} = \frac{OH}{OB} = \frac{1}{3} \Rightarrow HG // AB$ (Định lý Talet)

Xét tam giác ABD có: $MN // AB$ (do MN là đường trung bình của tam giác)$\Rightarrow HG // MN$

Lại có: $HG \cap CN = G$

Vậy HG và CD chéo nhau.

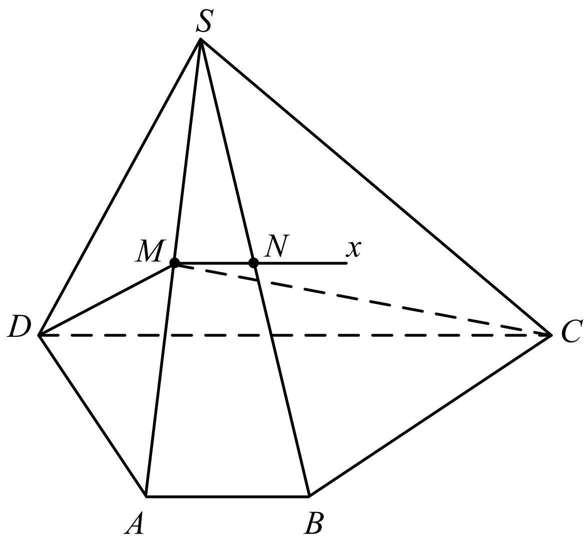
Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau. **B.** $MN // CD$.

C. MN và SC cắt nhau. **D.** MN và CD chéo nhau.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} MN = (MCD) \cap (SAB) \\ CD \subset (MCD)\ ;\ AB \subset (SAB) \\ CD \,//\, AB \end{cases} \Rightarrow MN \,//\, CD \,//\, AB$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn AB. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AD, BC, SB. Khi đó:

a) Giao tuyến của mặt phẳng (IJK) với mặt phẳng (SBC) là JK.

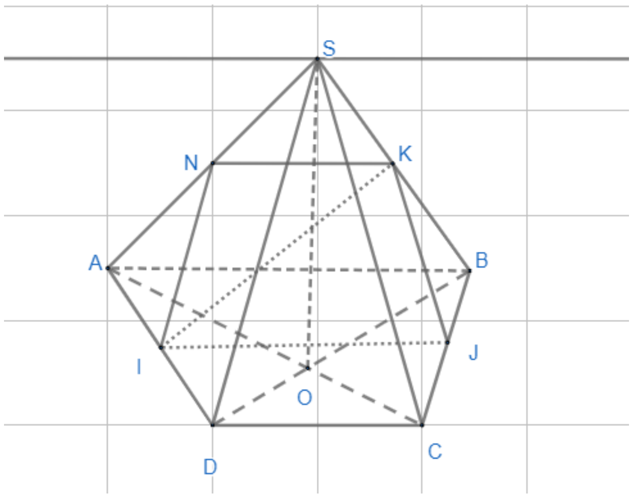
b) Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và (SCD) là Sx thỏa mãn điều kiện song song với AB, song song với BC.

c) Giao điểm của SA và (IJK) là N, với N là giao điểm của Kx với SA ($Kx // AB // DC$).

d) Diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng (IJK) và hình chóp là $5,5$ (biết thiết diện có chiều cao bằng 2, $SA = SB = SC = SD = 4$, $AB = 2DC = 4$).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai



a)

$\begin{cases} K \in SB \subset (SBC) \\ K \in (IJK) \end{cases} \Rightarrow K$ là điểm chung thứ nhất.

$\begin{cases} J \in BC \subset (SBC) \\ J \in (IJK) \end{cases} \Rightarrow J$ là điểm chung thứ hai.

Vậy giao tuyến của mặt phẳng (IJK) với mặt phẳng (SBC) là KJ.

b)

$\begin{cases} S \in (SAB) \\ S \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow S$ là điểm chung thứ nhất.

$\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ DC \subset (\text{SDC}) \\ AB // DC \end{cases} \Rightarrow$ Giao tuyến là $Sx // AB // CD$.

c)

- SA nằm trong mặt phẳng (SAB).

$-(SAB) \cap (IJK)$ theo giao tuyến là $Kx // AB // IJ // DC$

Kéo dài Kx cắt SA tại N

$\Rightarrow N$ là giao điểm cần tìm.

d)

Ta có: $IJ = \dfrac{AB + CD}{2} = \dfrac{4+2}{2} = 3$, $NK = \dfrac{1}{2}AB = 2$, $h = 2$.

Thiết diện cắt bởi mp (IJK) và hình chóp là hình thang $IJKN$ có diện tích là

$S = \dfrac{IJ + NK}{2}.h = \dfrac{3+2}{2}.2 = 5$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SB và SD. Khi đó:

a) SO là giao tuyến của (SAC) và (SBD).

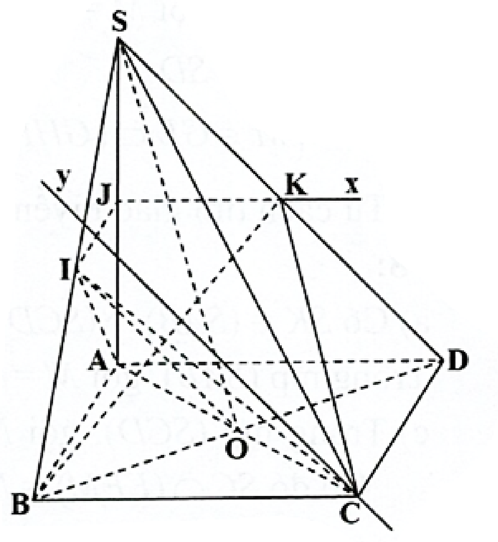
b) Giao điểm J của SA với (CKB) thuộc đường thẳng đi qua K và song song với DC.

c) Giao tuyến của (OIA) và (SCD) là đường thẳng đi qua C và song song với SD.

d) $CD // IJ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng



a) $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD)$

$S \in (SAB) \cap (SCD)$

$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD).$

b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB // CD; AD // BC$.

Ta có: $\begin{cases} AD // CB \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (KBC) \\ K \in (KBC) \cap (SAD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Kx = (KBC) \cap (SAD) \\ Kx // AD // BC \end{cases}.$

Trong (SAD) gọi $J = Kx \cap SA$, có $\Rightarrow \begin{cases} J \in SA \\ J \in Kx \subset (BKC) \end{cases} \Rightarrow J = SA \cap (BKC)$

c) Ta có OI là đường trung bình của $\Delta SBD \Rightarrow OI // SD$.

Ta có: $\begin{cases} OI // SD \\ OI \subset (OIA) \\ SD \subset (SCD) \\ C \in (OIA) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Cy = (OIA) \cap (SCD) \\ Cy // SD // OI \end{cases}.$

d)

Ta có: $IJ // AB$ (IJ là đường trung bình của ΔSAB)

$AB // CD$ (tứ giác $ABCD$ là hình bình hành) $\Rightarrow CD // IJ$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là tứ giác không có cạnh nào song song với nhau. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là điểm thuộc miền trong của tam giác SAB, I là giao điểm của AB và CD. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Điểm I là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

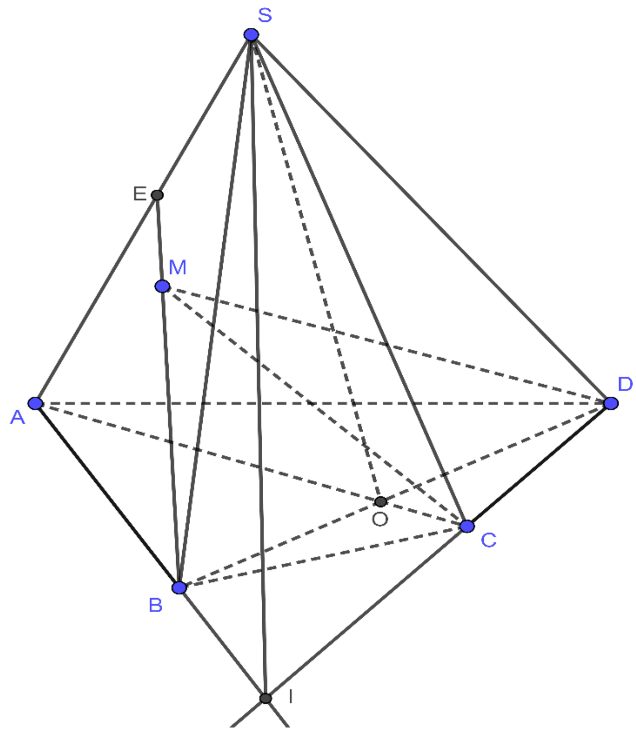
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng SM.

d) Nếu $BC // AD$ thì giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) là đường thẳng d song song với AD và đi qua điểm M .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai



● Xét hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

Ta có: $\begin{cases} S \in (SAC), S \in (SBD) \\ O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases}$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO, mà SO không đi qua điểm I nên a) là mệnh đề sai, b) là mệnh đề đúng.

● Xét hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có:

$\begin{cases} S \in (SAB) \\ S \in (SCD) \end{cases}$ nên S là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Mặt khác, $\begin{cases} I \in AB, AB \subset (SAB) \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases}$ nên I là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD). Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng SI. Do đó, c) là mệnh đề sai.

● Nếu $BC // AD$, xét hai mặt phẳng (MBC) và (SAD).

Trong mặt phẳng (SAB) gọi E là giao điểm của BM và SA, ta có:

$\begin{cases} E \in BM, BM \subset (MBC) \\ E \in SA, SA \subset (SAD) \end{cases}$ nên $E \in (MBC) \cap (SAD)$. Mặt khác, có $\begin{cases} BC // AD \\ BC \subset (MBC) \\ AD \subset (SAD) \end{cases}$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) là đường thẳng d song song với AD và đi qua điểm E. Vậy d) là mệnh đề sai.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB, O là giao điểm của AC và BD. Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

a) Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D.

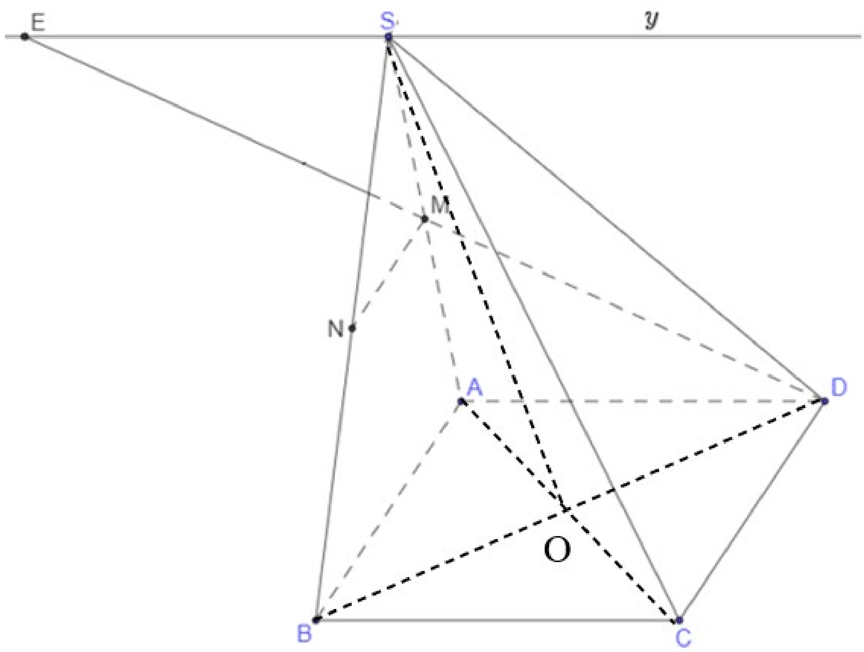
b) Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC.

c) Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D.

d) Gọi E giao điểm của DM và mặt phẳng (SBC). Khi đó $SE = 2BC$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai



a) Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D.

$SA \cap (ABCD) = \{A\}$. Vậy ý a) sai.

b) Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC.

$\begin{cases} O \in BD \\ O \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \cap (SAC) = \{O\}$. Vậy ý b) đúng.

c) Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D.

$\begin{cases} S \in SO \\ S \in AM \subset (ABNM) \end{cases} \Rightarrow SO \cap (ABNM) = \{S\}$. Vậy ý c) sai.

d) Gọi E giao điểm của DM và mặt phẳng (SBC). Khi đó $SE = 2BC$.

Ta có $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \,//\, BC \; (ABCD \text{ là hbh}) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$

$\Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sy \; (Sy \,//\, AD \,//\, BC)$

Trong mặt phẳng (SAD), gọi $E = Sy \cap DM$

$\begin{cases} E \in Sy \subset (SBC) \\ E \in DM \end{cases} \Rightarrow E = DM \cap (SBC)$

Vì M là trung điểm của SA và $SE//AD$ nên tứ giác $SEAD$ là hình bình hành.

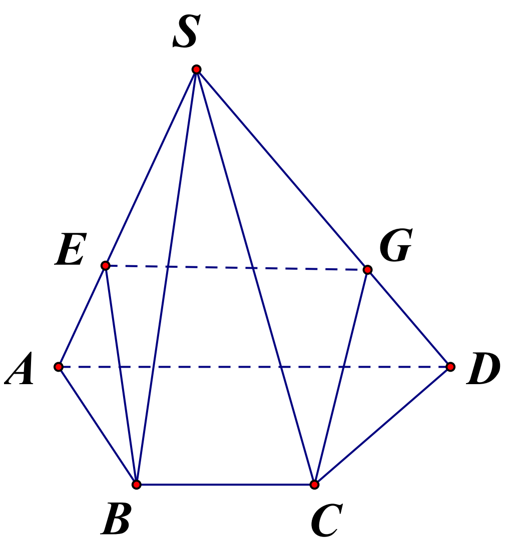
$\Rightarrow SE = AD = BC$. Vậy ý d) sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AD \,//\, BC$. Gọi E là điểm thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (BCE) cắt SD tại G. Biết $SD = x.GD$. Tìm x.

Lời giải

Trả lời: 3



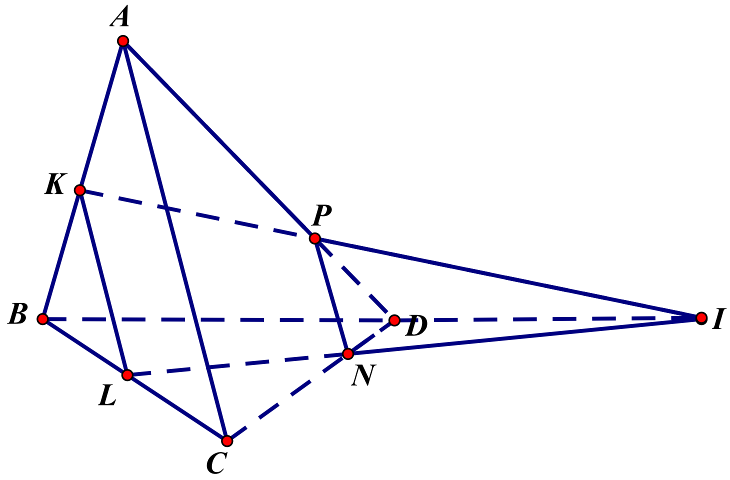
Ta thấy hai mặt phẳng (SAD) và (BCE) lần lượt đi qua hai đường thẳng $AD//BC$ và có E, G là hai điểm chung nên chúng cắt nhau theo giao tuyến $EG//AD//BC$.

Lại có vì $EG//AD$ suy ra $\frac{SE}{SA} = \frac{SG}{SD} = \frac{2}{3}$ nên $SD = 3GD$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC. N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

Lời giải

Trả lời: 2



Giả sử $LN \cap BD = I$. Nối K với I cắt AD tại P Suy ra $(KLN) \cap AD = P$

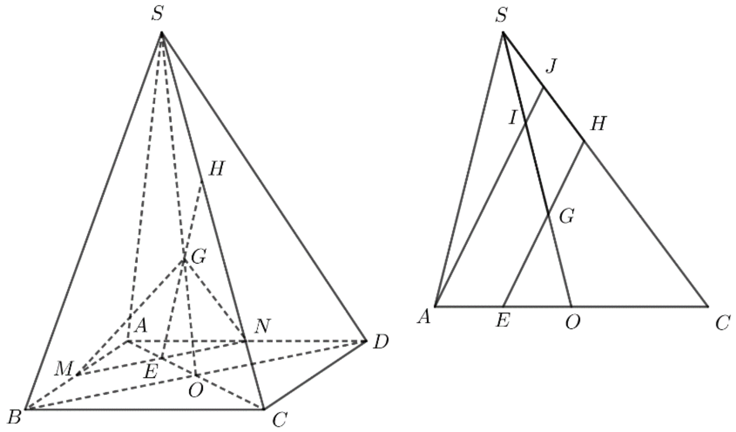
Ta có: $KL//AC \Rightarrow PN//AC$ Suy ra: $\dfrac{PA}{PD} = \dfrac{NC}{ND} = 2$

.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\dfrac{SH}{SC}$

Lời giải

Trả lời: 0,4



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = MN \cap AC$.

Trong mặt phẳng (SAC), gọi $H = EG \cap SC$.

Ta có: $\begin{cases} H \in EG; EG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (MNG)$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SG và SH.

Ta có $\begin{cases} IJ // HG \\ IA // GE \end{cases} \Rightarrow A, I, J$ thẳng hàng

Xét ΔACJ có $EH // AJ \Rightarrow \dfrac{CH}{HJ} = \dfrac{CE}{EA} = 3 \Rightarrow CH = 3HJ$.

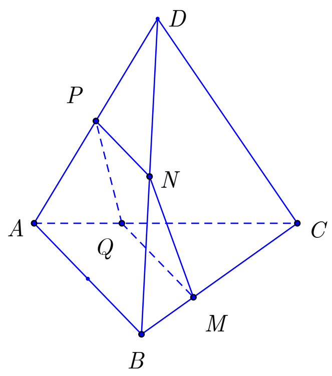
Lại có $SH = 2HJ$ nên $SC = 5HJ$.

Vậy $\dfrac{SH}{SC} = \dfrac{2}{5}$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 3MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\dfrac{QC}{QA}$.

Lời giải

Trả lời: 3



Ta có $NP\,//\,AB$.

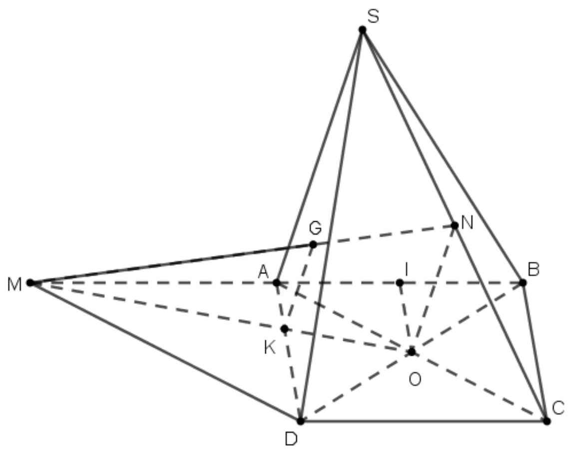
$NP \subset (MNP)$, $AB \subset (ABC)$, (ABC) và (MNP) có điểm M chung nên giao tuyến của (ABC) và (MNP) là đường thẳng $MQ\,//\,AB$ $(Q \in AC)$.

Ta có: $\dfrac{QC}{QA} = \dfrac{MC}{MB} = 3$. Vậy $\dfrac{QC}{QA} = 3$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\dfrac{GM}{GN}$.

Lời giải

Trả lời: 2



Gọi giao điểm của AC và BD là O và kẻ OM cắt AD tại K. Vì O là trung điểm AC, N là trung điểm SC nên $ON\,//\,SA$ (tính chất đường trung bình). Vậy hai mặt phẳng (MON) và (SAD) cắt nhau tại giao tuyến GK song song với NO. Áp dụng định lí Talet cho $GK\,//\,ON$, ta có:

$\dfrac{GM}{GN} = \dfrac{KM}{KO}$ (1)

Gọi I là trung điểm của AB, vì O là trung điểm của BD nên theo tính chất đường trung bình, $OI // AD$, vậy theo định lí Talet:

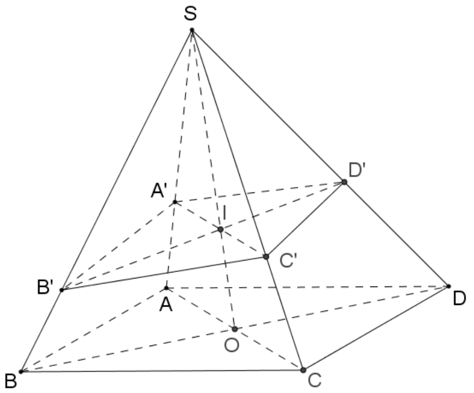
$\dfrac{KM}{KO} = \dfrac{AM}{AI} = \dfrac{AB}{AI} = 2$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\dfrac{GM}{GN} = 2$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A' là điểm trên SA sao cho $A'A = \dfrac{1}{2}A'S$. Qua A' kẻ đường thẳng song song với AC cắt SC tại C'. Mặt phẳng (α) chứa $A'C'$ cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại B', D'. Tính giá trị của biểu thức $T = \dfrac{SB}{SB'} + \dfrac{SD}{SD'}$.

Lời giải

Trả lời: 3



Gọi O là giao của AC và BD. Ta có O là trung điểm của đoạn thẳng AC, BD.

Các đoạn thẳng SO, $A'C'$, $B'D'$ đồng quy tại I.

Ta có: $S_{SA'I} + S_{SC'I} = S_{SA'C'} \Leftrightarrow \dfrac{S_{SA'I}}{S_{SAC}} + \dfrac{S_{SC'I}}{S_{SAC}} = \dfrac{S_{SA'C'}}{S_{SAC}} \Leftrightarrow \dfrac{S_{SA'I}}{2S_{SAO}} + \dfrac{S_{SC'I}}{2S_{SCO}} = \dfrac{S_{SA'C'}}{S_{SAC}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{SA'}{2SA}.\dfrac{SI}{SO} + \dfrac{SC'}{2SC}.\dfrac{SI}{SO} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC} \Leftrightarrow \dfrac{SI}{2SO}\left(\dfrac{SA'}{SA} + \dfrac{SC'}{SC}\right) = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC} \Leftrightarrow \dfrac{SA}{SA'} + \dfrac{SC}{SC'} = 2.\dfrac{SO}{SI}$.

Tương tự: $\dfrac{SB}{SB'} + \dfrac{SD}{SD'} = 2.\dfrac{SO}{SI}$

Ta có: $A'C'//AC \Rightarrow \dfrac{SA}{SA'} = \dfrac{SC}{SC'} = \dfrac{3}{2}$.

Suy ra: $\dfrac{SB}{SB'} + \dfrac{SD}{SD'} = \dfrac{SA}{SA'} + \dfrac{SC}{SC'} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2} = 3$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng qui.

C. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

D. Có một mặt phẳng duy nhất đi qua hai đường thẳng cắt nhau cho trước.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a // b$ và $b // (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a // (\alpha)$. **B.** $a \subset (\alpha)$.

C. a cắt (α). **D.** $a // (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB. Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SAB). **B.** $(ABCD)$. **C.** (SAD). **D.** (SBC).

Câu 4: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d. Kết luận nào sau đây đúng?

A. a và d cắt nhau. **B.** a và d trùng nhau. **C.** a và d chéo nhau. **D.** a và d song song.

Câu 5: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng a và song song với đường thẳng b?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AB. **B.** AD. **C.** BC. **D.** BD.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và tam giác ABD. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ABC).. **B.** (ABD). **C.** (BCD).. **D.** (AMN).

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, E là điểm thuộc cạnh BC sao cho $EB = 2EC$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $EG // (ABC)$. **B.** $EG // (BCD)$. **C.** $EG // (ABD)$. **D.** $EG // (ACD)$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD, điểm P thuộc cạnh SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là

A. đường thẳng qua P và song song song với AB.
B. đường thẳng qua P và song song song với AD.
C. PD.
D. đường thẳng qua P và song song song với MC.

Câu 10: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC. **B.** DC. **C.** BD. **D.** AD.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCD). **B.** (ABD). **C.** (ABC). **D.** (ACD).

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD, P là trung điểm cạnh SA. Khi đó:

a) $MN // (SBC)$
b) $MN // (SAD)$
c) SB cắt với mặt phẳng (MNP)
d) SC cắt với mặt phẳng (MNP)

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G,N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC.

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD
b) $\dfrac{DN}{DB} = \dfrac{1}{3}$
c) MN song song với mặt phẳng (SCD)
d) NG cắt với mặt phẳng (SAC).

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA, điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC. Khi đó:

a) $EF // AC$
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC.
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC.
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của SC, SA và SD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $CD//(SAB)$.

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với AB, CD.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$ là đường thẳng Δ đi qua B và song song với AC.

d) Gọi E, F lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (BMN) với các đường thẳng AD, CD. Khi đó $\frac{MN}{EF} = \frac{1}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AC, BC. Gọi K là một điểm trên cạnh BD sao cho $KB = 2KD$. Mặt phẳng (IJK) cắt AD tại H. Tính $\frac{AH}{HD}$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Mặt phẳng (P) song song với AB, CD cắt các cạnh BC, BD, AD, AC lần lượt tại M, N, I, K. Khi tứ giác $MNIK$ là một hình thoi, thì cạnh của hình thoi đó bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh BC, (α) là mặt phẳng qua A, M và song song với SD. Mặt phẳng (α) cắt SB tại N, tính tỉ số $\frac{SN}{SB}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn. Biết $AB = 5a, CD = 2a$. Gọi E là điểm thuộc cạnh SB thỏa mãn $\frac{ES}{EB} = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Biết rằng CE song song với mặt phẳng (SAD). Giá trị của $2m + 3n$ bằng

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và E là điểm thuộc cạnh SA thỏa mãn $SE = \frac{m}{n}.SA$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Biết rằng GE song song với mặt phẳng (SCD). Giá trị của $m.n$ bằng

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AD song song với BC và $AD = 2BC$. Gọi E là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BC = 4BE$. Lấy F thuộc cạnh SA sao cho $FA = k.FS$. Biết rằng EF song song với mặt phẳng (SCD). Khi đó giá trị của k bằng bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng qui.

C. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

D. Có một mặt phẳng duy nhất đi qua hai đường thẳng cắt nhau cho trước.

Lời giải

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba gieo tuyến phân biệt thì ba theo tuyến ấy song song hoặc đồng qui.

Vậy phương án B sai.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a // b$ và $b // (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a // (\alpha)$. **B.** $a \subset (\alpha)$.

C. a cắt (α). **D.** $a // (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Lời giải

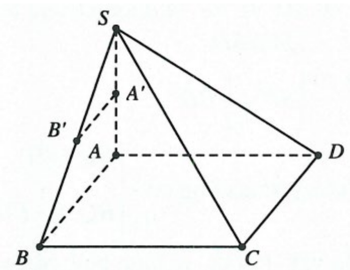
Dựa vào lí thuyết hai mặt phẳng song song thì phương án D đúng.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB. Đường thẳng $A'B'$ song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SAB). **B.** $(ABCD)$. **C.** (SAD). **D.** (SBC).

Lời giải

Ta có



$$\left.\begin{array}{l} A'B' // AB \\ AB \subset (ABCD) \\ A'B' \not\subset (ABCD) \end{array}\right\} \Rightarrow A'B' // (ABCD).$$

Câu 4: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d. Kết luận nào sau đây đúng?

A. a và d cắt nhau. **B.** a và d trùng nhau. **C.** a và d chéo nhau. **D.** a và d song song.

Lời giải

Ta có $\left.\begin{array}{l} d = (\alpha) \cap (\beta) \\ a \subset (\beta) \\ a // (\alpha) \end{array}\right\} \Rightarrow d // a$.

Câu 5: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng a và song song với đường thẳng b?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

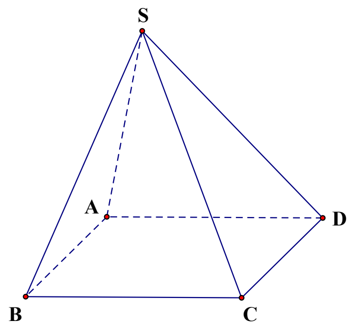
Lời giải

Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng a và song song với đường thẳng b.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AB. **B.** AD. **C.** BC. **D.** BD.

Lời giải

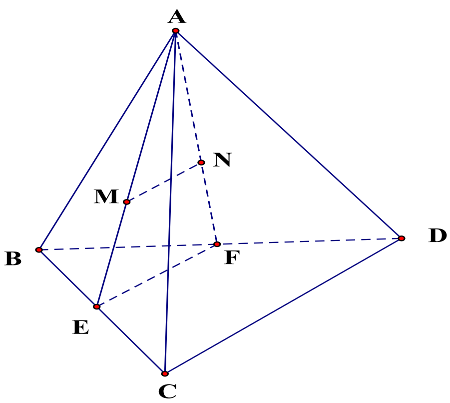


Ta có $\left.\begin{array}{l} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB // CD \end{array}\right\} \Rightarrow$ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng AB và CD.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và tam giác ABD. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ABC).. **B.** (ABD). **C.** (BCD).. **D.** (AMN).

Lời giải



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và BD.

Ta có $\dfrac{AM}{AE} = \dfrac{AN}{AF} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow MN // EF$

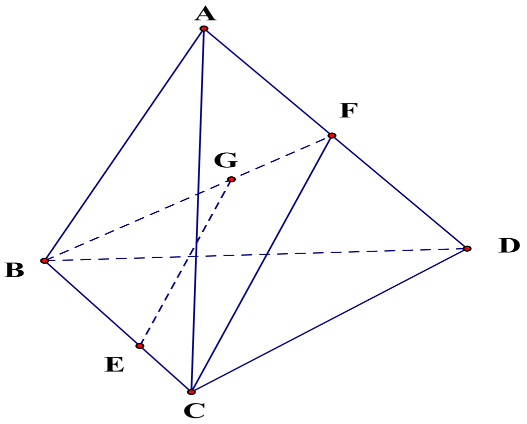
Mà $EF \subset (BCD), MN \not\subset (BCD)$

Suy ra $MN // (BCD)$..

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, E là điểm thuộc cạnh BC sao cho $EB = 2EC$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $EG//(ABC)$. **B.** $EG//(BCD)$. **C.** $EG//(ABD)$. **D.** $EG//(ACD)$.

Lời giải



Gọi F là trung điểm của AD.

Trong tam giác BCF có $\frac{BG}{BF} = \frac{BE}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow GE//CF$

Mà $CF \subset (ACD), EG \not\subset (ACD)$

Suy ra $EG//(ACD)$..

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD, điểm P thuộc cạnh SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là

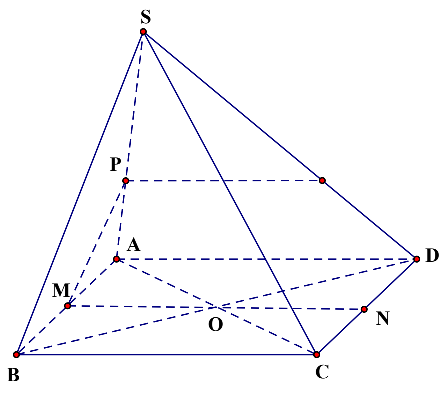
A. đường thẳng qua P và song song song với AB.

B. đường thẳng qua P và song song song với AD.

C. PD.

D. đường thẳng qua P và song song song với MC.

Lời giải

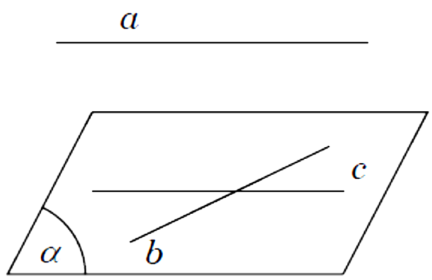


Ta có $\left.\begin{array}{l} MN//AD \\ MN \subset (PMN) \\ AD \subset (SAD) \\ P \in (PMN) \cap (SAD) \end{array}\right\} \Rightarrow$ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là đường thẳng qua P và song song song với AD.

Câu 10: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải



Gọi a và b là hai đường thẳng chéo nhau, c là đường thẳng song song với a và cắt b.

Gọi $(\alpha) = \text{mp}(b,c)$. Do $a // c$ nên ta có $a // (\alpha)$.

Giả sử $(\alpha) // (\beta)$. Mà $b \subset (\alpha)$. Suy ra $b // (\beta)$.

Mặt khác $a // (\alpha) \Rightarrow a // (\beta)$.

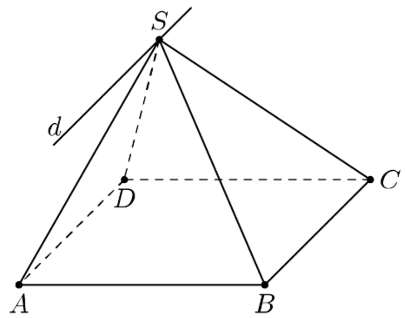
Ta có vô số mặt phẳng $(\beta) // (\alpha)$.

Vậy có vô số mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC. **B.** DC. **C.** BD. **D.** AD.

Lời giải



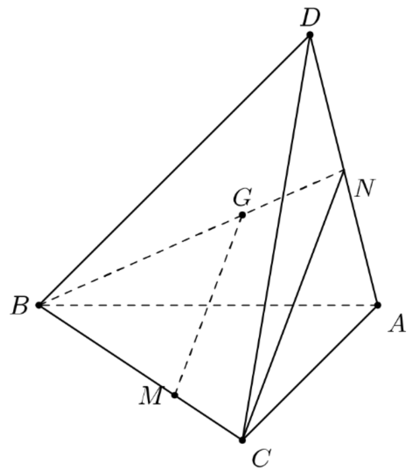
Giao tuyến của 2 mặt phẳng chứa 2 đường thẳng song song với nhau là đường thẳng đi qua 1 điểm chung của 2 mặt phẳng đó và song song với 2 đường thẳng song song trên.

Ta có: $\begin{cases} AD // BC \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ S \in (SAD) \cap (SBC) \end{cases}$. Suy ra $d = (SAD) \cap (SBC)$ với $S \in d$ và $d // AD // BC$.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCD). **B.** (ABD). **C.** (ABC). **D.** (ACD).

Lời giải



Gọi N là trung điểm của AD. Do G là trọng tâm của tam giác ABD nên $\frac{GB}{GC} = 2$.

Xét trong tam giác BCN, ta có $\frac{GB}{GC} = \frac{MB}{MC} = 2$.

Do đó $MG // CN$. Mà $CN \subset (ACD)$ và $MG \not\subset (ACD)$.

Vậy $MG // (ACD)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD, P là trung điểm cạnh SA. Khi đó:

a) $MN / /(SBC)$

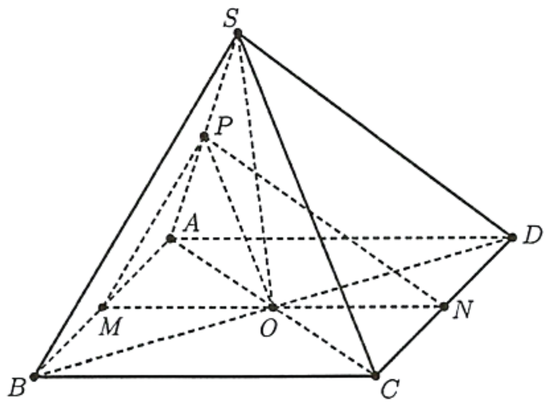
b) $MN / /(SAD)$

c) SB cắt với mặt phẳng (MNP)

d) SC cắt với mặt phẳng (MNP)

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Sai**



a) b) Chứng minh $MN / /(SBC), MN / /(SAD)$:

Vì MN là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ nên $MN / / BC$, mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow MN / /(SBC)$.

Tương tự: $MN / / AD, AD \subset (SAD) \Rightarrow MN / /(SAD)$.

c) d) Chứng minh $SB / /(MNP), SC / /(MNP)$:

Ta có MP là đường trung bình của tam giác SAB nên $SB//MP$, mà $MP \subset (MNP)$ nên $SB//(MNP)$.

Tương tự: OP là đường trung bình của tam giác SAC nên $SC//OP$, mà $OP \subset (MNP)$ nên $SC//(MNP)$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD = 3AM$. Gọi G, N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC.

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD

b) $\dfrac{DN}{DB} = \dfrac{1}{3}$

c) MN song song với mặt phẳng (SCD)

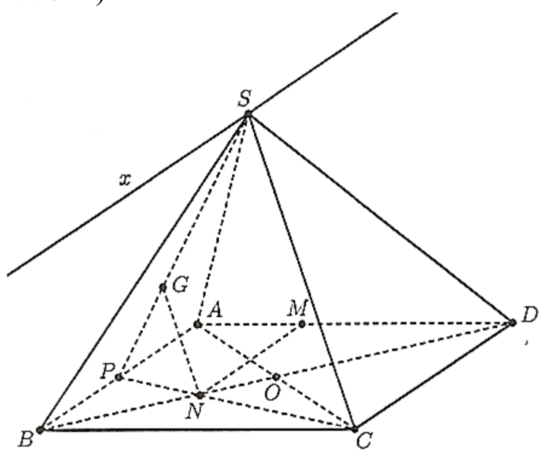
d) NG cắt với mặt phẳng (SAC).

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB//CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx$

(với Sx qua S và $Sx//AB//CD$).



c) Chứng minh MN song song với mặt phẳng (SCD):

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Vì N là trọng tâm của ΔABC nên $BN = \dfrac{2}{3}BO = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{1}{3}BD \Rightarrow \dfrac{DN}{DB} = \dfrac{2}{3}$.

Mặt khác, ta có: $AD = 3AM \Rightarrow \dfrac{DM}{DA} = \dfrac{2}{3}$.

Xét tam giác ADB, ta có: $\dfrac{DM}{DA} = \dfrac{DN}{DB} = \dfrac{2}{3}$ nên $MN//AB \Rightarrow MN//CD$,

mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow MN//(SCD)$.

d) Chứng minh NG song song (SAC):

Gọi P là trung điểm AB. Tam giác SPC có:

$\dfrac{PG}{PS} = \dfrac{PN}{PC} = \dfrac{1}{3}$ (tính chất trọng tâm)

$\Rightarrow NG//SC, SC \subset (SAC) \Rightarrow NG//(SAC)$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA, điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC. Khi đó:

a) $EF//AC$

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng qua S và song song với AC.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) đường thẳng qua M và song song với BC .

d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) là đường thẳng qua M và song song với AC.

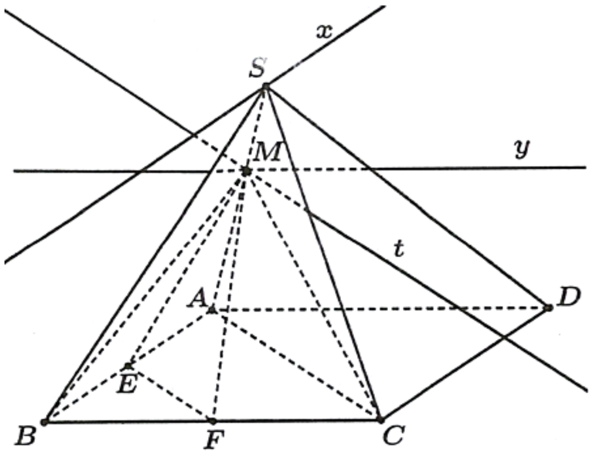
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD):

Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD). \\ AB//CD \end{cases}$

Suy ra $Sx = (SAB) \cap (SCD)$, với Sx là đường thẳng qua S và $Sx//AB//CD$.



c) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD):

Ta có: $\begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAD) \\ M \in (MBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (MBC) \cap (SAD)$.

Khi đó: $\begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (MBC); AD \subset (SAD). \\ BC//AD \end{cases}$

Suy ra $My = (MBC) \cap (SAD), My$ là đường thẳng qua M và $My//BC//AD$.

d) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC):

Ta có : $\begin{cases} M \in SA, SA \subset (SAC) \\ M \in (MEF) \end{cases} \Rightarrow M \in (MEF) \cap (SAC)$.

Xét tam giác ABC, ta có EF là đường trung bình $\Rightarrow EF//AC$.

Khi đó: $\begin{cases} M \in (MEF) \cap (SAC) \\ EF \subset (MEF); AC \subset (SAC). \\ EF//AC \end{cases}$

Suy ra $Mt = (MEF) \cap (SAC), Mt$ là đường thẳng qua M và $Mt//EF//AC$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của SC, SA và SD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $CD//(SAB)$.

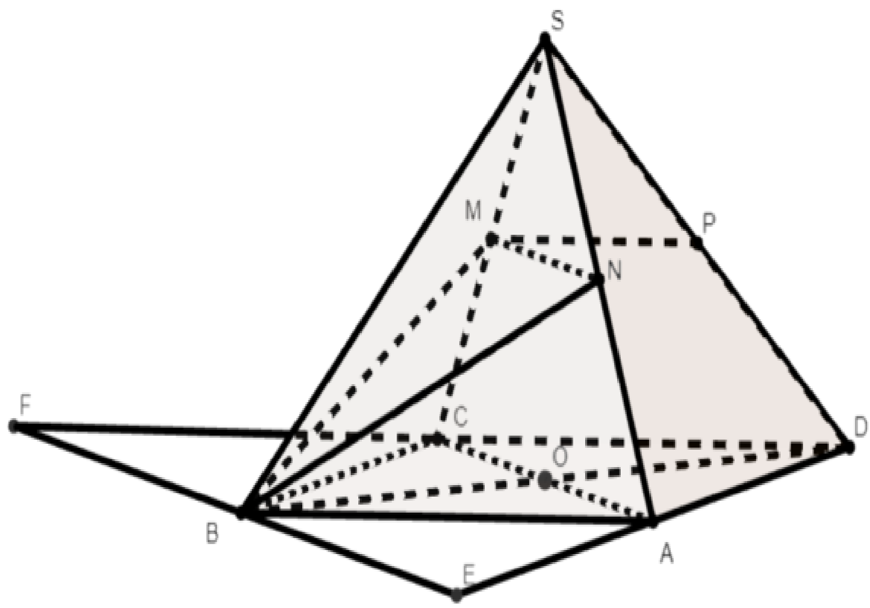
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với AB, CD.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$ là đường thẳng Δ đi qua B và song song với AC.

d) Gọi E, F lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (BMN) với các đường thẳng AD, CD. Khi đó $\dfrac{MN}{EF}=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng



a) $\left.\begin{array}{l} CD//AB\subset(SAB) \\ CD\not\subset(SAB)\end{array}\right\}\Rightarrow CD//(SAB)$. Vậy mệnh đề đúng.

b) Xét hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có:

$\left.\begin{array}{l} S \text{ chung} \\ AD//BC; AD\subset(SAD); BC\subset(SBC)\end{array}\right\}\Rightarrow$ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với AD, BC. Vậy mệnh đề sai.

c)

$\left.\begin{array}{l} B\in(BMN)\cap(ABCD) \\ MN//AC \\ MN\subset(BMN), AC\subset(ABCD)\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta=(BMN)\cap(ABCD)$ với Δ là đường thẳng đi qua B và song song với MN, AC. Vậy mệnh đề đúng.

d)

Bước 1: Xét giao tuyến của mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$ có:

$\left.\begin{array}{l} B \text{ chung} \\ MN//AC; MN\subset(BMN); AC\subset(ABCD)\end{array}\right\}\Rightarrow$ Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$ là đường thẳng Δ đi qua B và song song với AC.

Bước 2: E,F lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (BMN) với các đường thẳng AD,CD nên

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ ta có $\begin{cases} E = AD\cap\Delta \\ F = CD\cap\Delta\end{cases}$

Bước 3: Tính tỉ số

$AC = 2MN$

$AC//EF \Rightarrow \dfrac{AC}{EF} = \dfrac{DC}{DF} = \dfrac{DO}{DB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{2MN}{EF} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{MN}{EF} = \dfrac{1}{4}$

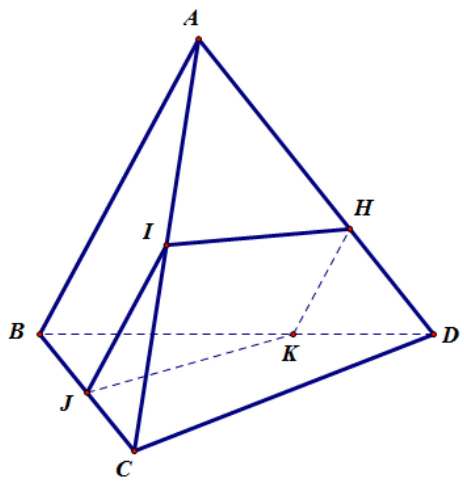
Vậy mệnh đề đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AC,BC. Gọi K là một điểm trên cạnh BD sao cho $KB = 2KD$. Mặt phẳng (IJK) cắt AD tại H. Tính $\dfrac{AH}{HD}$.

Lời giải

Trả lời: 2



Hai mặt phẳng $(ABD),(IJK)$ có K là điểm chung.

Mặt khác: $IJ\subset(IJK), AB\subset(ABD)$ và $IJ // AB$ suy ra $(IJK)\cap(ABD) = d$, biết d đi qua K và $d // AB // IJ$; $d\cap AD = H$. Khi đó ta có

$(IJK)\cap(ABC) = IJ$,

$(IJK)\cap(BCD) = JK$,

$(IJK)\cap(ABD) = KH$,

$(IJK)\cap(ACD) = HI$.

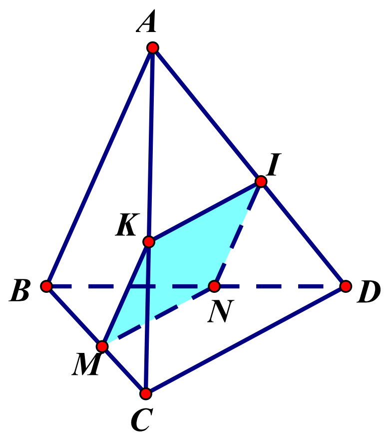
Vậy thiết diện của (IJK) với tứ diện $ABCD$ là hình thang $IJKH$.

Vì $HK // AB // IJ$ nên ta có $\dfrac{AH}{HD} = \dfrac{BK}{KD} = 2$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Mặt phẳng (P) song song với AB, CD cắt các cạnh BC, BD, AD, AC lần lượt tại M, N, I, K. Khi tứ giác $MNIK$ là một hình thoi, thì cạnh của hình thoi đó bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 3,43



Giả sử một mặt phẳng song song với AB và CD cắt tứ diện $ABCD$ theo một thiết diện là hình thoi $MNIK$ như hình vẽ trên. Khi đó ta có: $\begin{cases} MK \,//\, AB \,//\, IN \\ MN \,//\, CD \,//\, IK \\ MK = KI \end{cases}$.

Cách 1: Theo định lí Ta – lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{MK}{6} = \dfrac{AC - AK}{AC} \\ \dfrac{KI}{8} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{AK}{AC} \Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{KI}{8} \Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{MK}{8} \Leftrightarrow \dfrac{7}{24}MK = 1 \Leftrightarrow MK = \dfrac{24}{7}$.

Vậy hình thoi có cạnh bằng $\dfrac{24}{7}$.

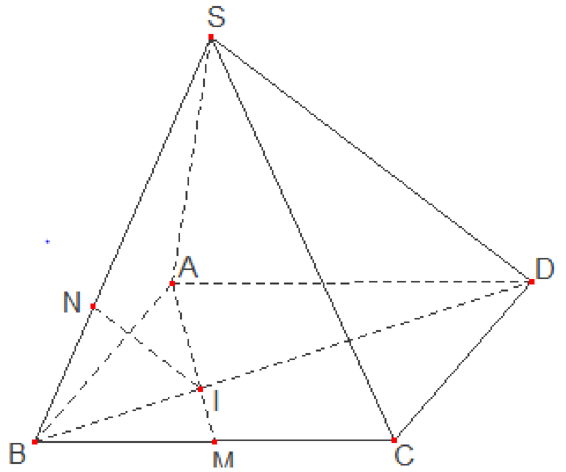
Cách 2: Theo định lí Ta – lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{MK}{AB} + \dfrac{MK}{CD} = \dfrac{CK}{AC} + \dfrac{AK}{AC}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6} + \dfrac{MK}{8} = \dfrac{AK + KC}{AC} \Rightarrow \dfrac{7MK}{24} = \dfrac{AC}{AC} = 1 \Rightarrow MK = \dfrac{24}{7}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh BC, (α) là mặt phẳng qua A, M và song song với SD. Mặt phẳng (α) cắt SB tại N, tính tỉ số $\dfrac{SN}{SB}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,67



Gọi I là giao điểm của AM và BD. Ta có I là trọng tâm tam giác ABC.

Suy ra: $\dfrac{BI}{BD}=\dfrac{1}{3};\dfrac{ID}{BD}=\dfrac{2}{3}$.

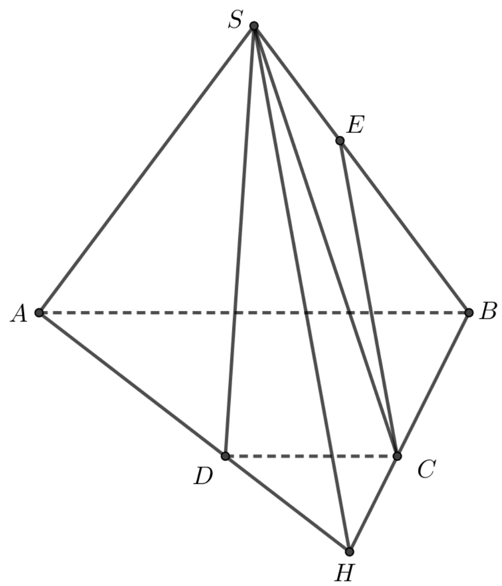
Ta có: (α) và mặt phẳng (SBD) có chung điểm I, $(\alpha)\parallel SD$, $SD\subset(SBD)$ nên giao tuyến của (α) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng qua I song song với SD cắt SB tại N.

Vậy $\dfrac{SN}{SB}=\dfrac{ID}{BD}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB là đáy lớn. Biết $AB=5a, CD=2a$. Gọi E là điểm thuộc cạnh SB thỏa mãn $\dfrac{ES}{EB}=\dfrac{m}{n}$ với $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Biết rằng CE song song với mặt phẳng (SAD). Giá trị của $2m+3n$ bằng

Lời giải

Trả lời: 13



Gọi H là giao điểm của AD và BC trong mặt phẳng $(ABCD)$.

Theo hệ quả Talet, ta có: $\dfrac{HC}{HB}=\dfrac{CD}{AB}=\dfrac{2}{5}$

Ta có:

$$\begin{cases} CE \subset (SBH) \\ CE//(SAD) \\ (SBH)\cap(SAD) = SH \end{cases} \Rightarrow CE//SH$$

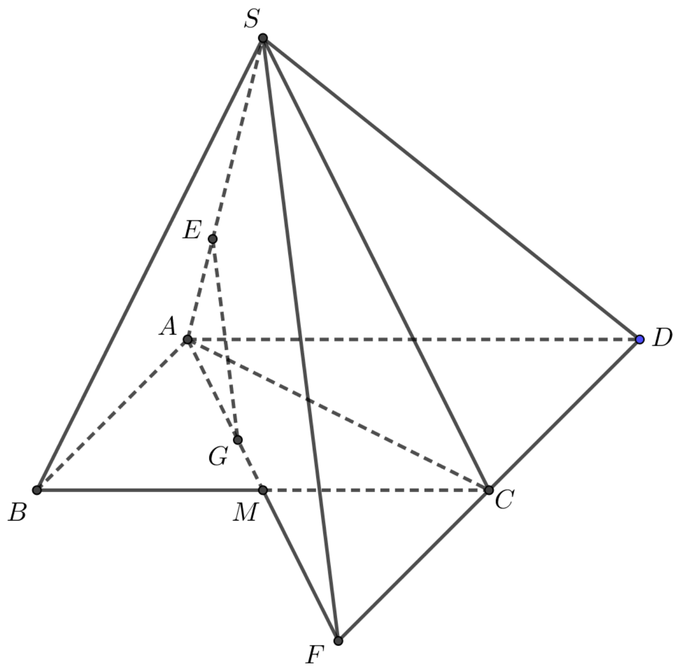
$$\Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{HC}{HB} = \frac{2}{5} \Rightarrow SE = \frac{2}{5}SB$$

$$\Rightarrow \frac{ES}{EB} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2m + 3n = 13.$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và E là điểm thuộc cạnh SA thỏa mãn $SE = \frac{m}{n}.SA$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Biết rằng GE song song với mặt phẳng (SCD). Giá trị của $m.n$ bằng

Lời giải

Trả lời: 6



Gọi M là trung điểm của BC, F là giao điểm của AM và CD trong mặt phẳng $(ABCD)$.

Theo định lý Talet, ta có: $\frac{MA}{MF} = \frac{MB}{MC} = 1 \Rightarrow MA = MF \Rightarrow M$ là trung điểm của AF

$$\Rightarrow \frac{AG}{AF} = \frac{AG}{2AM} = \frac{1}{3}$$

Ta có:

$$\begin{cases} GE \subset (SAF) \\ GE//(SCD) \\ (SAF)\cap(SCD) = SF \end{cases} \Rightarrow GE//SF$$

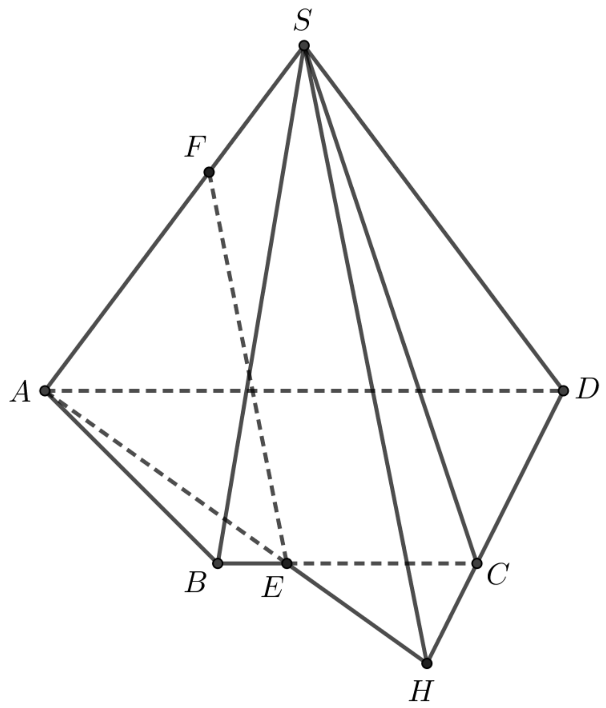
$$\Rightarrow \frac{AE}{AS} = \frac{AG}{AF} = \frac{1}{3} \Rightarrow AE = \frac{1}{3}AS$$

$$\Rightarrow SE = \frac{2}{3}SA \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{2}{3} \Rightarrow m.n = 6.$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AD song song với BC và $AD = 2BC$. Gọi E là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BC = 4BE$. Lấy F thuộc cạnh SA sao cho $FA = k.FS$. Biết rằng EF song song với mặt phẳng (SCD). Khi đó giá trị của k bằng bao nhiêu? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 1,67



Gọi H là giao điểm của AE và CD trong mặt phẳng $(ABCD)$.

Theo hệ quả Talet, ta có: $\dfrac{HE}{HA} = \dfrac{CE}{AD} = \dfrac{3}{8}$

Ta có:

$$\begin{cases} EF \subset (SAH) \\ EF // (SCD) \\ (SAH) \cap (SCD) = SH \end{cases} \Rightarrow EF // SH$$

$$\Rightarrow \frac{SF}{SA} = \frac{HE}{HA} = \frac{3}{8} \Rightarrow SF = \frac{3}{8}SA$$

$$\Rightarrow FA = \frac{5}{3}FS \Rightarrow k = \frac{5}{3} \approx 1,67$$

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN//mp(ABCD)$. **B.** $MN//mp(SAB)$. **C.** $MN//mp(SCD)$. **D.** $MN//mp(SBC)$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}=\frac{1}{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. MN song song $mp\ (SAB)$. **B.** MN cắt $mp\ (ABCD)$.

C. MN song song $mp\ (SCD)$. **D.** MN cắt $mp\ (SCD)$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Gọi I là trung điểm của BC, K thuộc cạnh SD sao cho $SK=\frac{1}{2}KD$. M là giao điểm của BD và AI. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $MK//(ABCD)$. **B.** $MK//(SBD)$. **C.** $MK//(SBC)$. **D.** $MK//(SCD)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. d qua S và song song với AB. **B.** d qua S và song song với BC.

C. d qua S và song song với DC. **D.** d qua S và song song với BD.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABD). **C.** (BCD). **D.** (ABC).

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I,J lần lượt là trọng tâm các tam giác và SAB và SAD. Gọi M là trung điểm CD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $IJ//(SBD)$. **B.** $IJ//(SBM)$. **C.** $IJ//(SCD)$. **D.** $IJ//(SBC)$.

Câu 7: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB=2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MG song song với (ACD) **B.** MG song song với (ABD).

C. MG song song với (ACB). **D.** MG song song với (BCD).

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN//mp(ABCD)$. **B.** $MN//mp(SAB)$. **C.** $MN//mp(SCD)$. **D.** $MN//mp(SBC)$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Gọi I là trung điểm của BC, K thuộc cạnh SD sao cho $SK=\frac{1}{2}KD$. M là giao điểm của BD và AI. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $MK//(ABCD)$. **B.** $MK//(SBD)$. **C.** $MK//(SBC)$. **D.** $MK//(SCD)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I,J lần lượt là trọng tâm các tam giác và SAB và SAD. Gọi M là trung điểm CD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $IJ//(SBD)$. **B.** $IJ//(SBM)$. **C.** $IJ//(SCD)$. **D.** $IJ//(SBC)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I là trung điểm SB. J,K là điểm thuộc BC,AD sao cho $\frac{BJ}{BC}=\frac{DK}{DA}=\frac{1}{3}$, M là trung điểm SA. Hỏi SC song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (MJK) **B.** (IJK) **C.** (IBK) **D.** (IJA)

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Khi đó:

a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB

b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD

c) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB

d) Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB và BC. Gọi H,K lần lượt là trọng tâm của ΔSAB và ΔSBC. Khi đó:

a) $AC//(SIJ)$.

b) HK cắt IJ

c) $HK//(SAC)$.

d) Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC=3DE, I$ là trung điểm AD. Khi đó:

a) OI song song với mặt phẳng (SAB)

b) OI song song với mặt phẳng (SCD)

c) IE song song với AC

d) $GE//(SBC)$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, AB là đáy lớn, O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $CD//(SAB)$.

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua C và song song với BD.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD, BC.

d) Gọi P là trung điểm của SC, I là giao điểm của OP và (CMN). Khi đó $\frac{IP}{IO}=\frac{1}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, G là trọng tâm tam giác SCD, I là điểm thuộc cạnh AB thỏa $AI=2IB$. Đường thẳng BG cắt mặt phẳng (SIC) và mặt phẳng (SAD) lần lượt tại K, H. Tính tỉ số $\frac{BK}{BH}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB. Khi $AB=k.CD, k\in\mathbb{N}^*$ thì tứ giác tạo bởi các giao tuyến của (IJG) với các mặt của hình chóp là một hình bình hành. Tìm k?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và CD. Gọi M là trung điểm của SB. Gọi F là giao điểm của DM và (SIK). Tính tỉ số $\frac{MF}{MD}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD và M là điểm thuộc cạnh BC sao cho GM song song với mặt phẳng (SCD). Khi đó tỉ số diện tích của hai tam giác MAB và MAC bằng

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E là trung điểm của BC, F là điểm thuộc cạnh CD sao cho $\widehat{EAF}=45^o$ và G thuộc cạnh SA. Biết FG song song với mặt phẳng (SBC). Khi đó tỉ số $\frac{GA}{GS}$ bằng

Câu 6: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh 3, G là trọng tâm tam giác BDC. Mặt phẳng qua A, G và song song với BC cắt DB, DC lần lượt tại M, N. Tính diện tích tam giác AMN.

---------- HẾT ----------

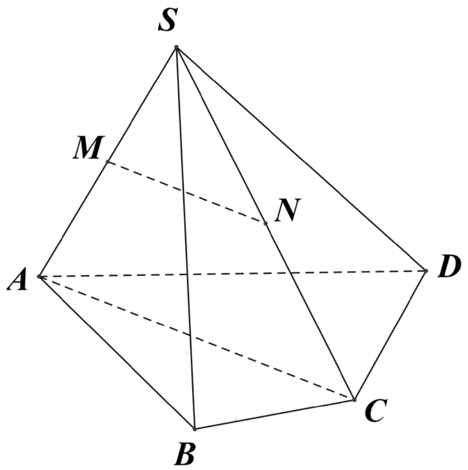
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN//mp(ABCD)$. **B.** $MN//mp(SAB)$. **C.** $MN//mp(SCD)$. **D.** $MN//mp(SBC)$.

Lời giải



MN là đường trung bình của ΔSAC nên $MN//AC$.

Ta có

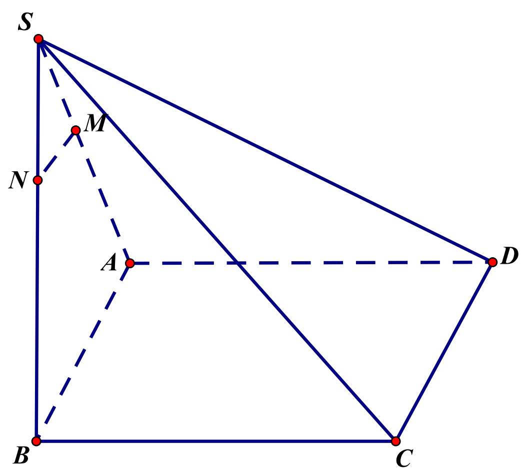
$$\left.\begin{array}{l} MN//AC \\ AC\subset(ABCD) \\ MN\not\subset(ABCD)\end{array}\right\}\Rightarrow MN//(ABCD).$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}=\frac{1}{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. MN song song $mp(SAB)$. **B.** MN cắt $mp(ABCD)$.

C. MN song song $mp(SCD)$. **D.** MN cắt $mp(SCD)$

Lời giải



Theo định lí Talet, ta có $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}$ suy ra MN song song với AB.

mà AB song song với CD.

Mà CD nằm trong mặt phẳng (SCD) suy ra $MN//(SCD)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Gọi I là trung điểm của BC, K thuộc cạnh SD sao cho $SK=\frac{1}{2}KD$. M là giao điểm của BD và AI. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $MK//(ABCD)$. **B.** $MK//(SBD)$. **C.** $MK//(SBC)$. **D.** $MK//(SCD)$.

Lời giải

Có điểm M là trọng tâm của tam giác ABC và O là trung điểm của BD nên $BM=\frac{1}{2}MD$.

Theo giả thiết ta có $SK=\frac{1}{2}KD$.

Do đó $\begin{cases} MK//SB \\ SB\subset(SBC) \\ MK\not\subset(SBC) \end{cases} \Rightarrow MK//(SBC)$.

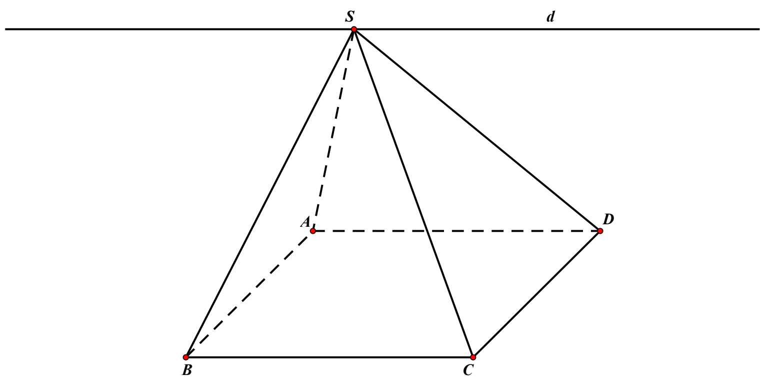
Vậy $MK//(SBC)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. d qua S và song song với AB. **B.** d qua S và song song với BC.

C. d qua S và song song với DC. **D.** d qua S và song song với BD.

Lời giải

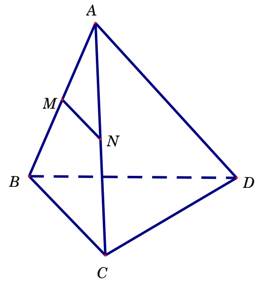


Ta có $S\in(SAD)\cap(SBC)$, $AD\,//\,BC$ $\Rightarrow$ giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d qua qua S và song song với BC.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABD). **C.** (BCD). **D.** (ABC).

Lời giải



Ta có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC

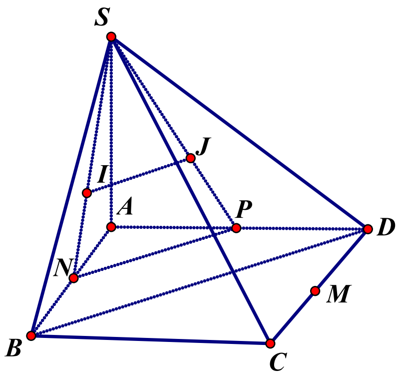
$\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN // BC$.

Ta có $\begin{cases} MN // BC,\ BC \subset (BCD) \\ MN \not\subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow MN // (BCD)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác và SAB và SAD. Gọi M là trung điểm CD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $IJ // (SBD)$. **B.** $IJ // (SBM)$. **C.** $IJ // (SCD)$. **D.** $IJ // (SBC)$.

Lời giải



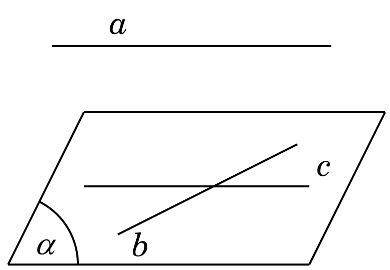
Gọi N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD.

Ta có $\frac{SI}{SN} = \frac{SJ}{SP} = \frac{1}{3} \Rightarrow IJ // NP$ mà $NP // BD$ suy ra $IJ // (SBD)$.

Câu 7: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải



Gọi a và b là 2 đường thẳng chéo nhau, c là đường thẳng song song với a và cắt b.

Gọi $(\alpha) \equiv (b, c)$. Do $a // c \Rightarrow a // (\alpha)$.

Giả sử $(\beta) // (\alpha)$. Mà $b \in (\alpha) \Rightarrow b // (\beta)$.

Mặt khác, $a // (\alpha) \Rightarrow a // (\beta)$.

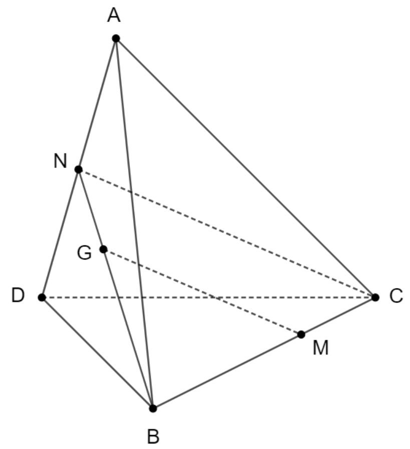
Có vô số mặt phẳng $(\beta) // (\alpha)$. Vậy có vô số mặt phẳng song song với 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MG song song với (ACD) **B.** MG song song với (ABD).

C. MG song song với (ACB). **D.** MG song song với (BCD).

Lời giải



Gọi N là trung điểm của AD.

Vì G là trọng tâm ΔABD nên $\frac{BG}{GN} = 2 (1)$.

mà $MB = 2MC \Rightarrow \frac{MB}{MC} = 2 (2)$.

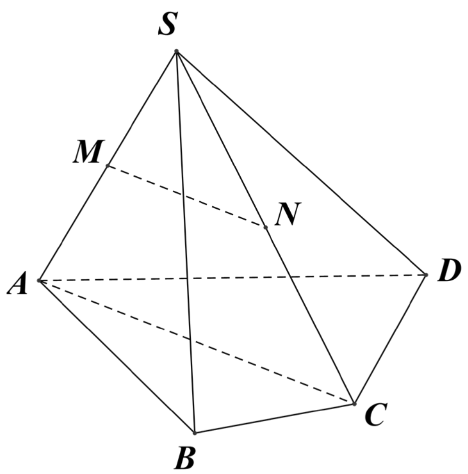
Từ (1) và (2) suy ra $\frac{BG}{GN} = \frac{BM}{MC} \Rightarrow MG \parallel NC$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} MG \not\subset (ACD) \\ MG \parallel NC, NC \subset (ACD) \end{array} \right\} \Rightarrow MG \parallel (ACD)$.

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN // mp(ABCD)$. **B.** $MN // mp(SAB)$. **C.** $MN // mp(SCD)$. **D.** $MN // mp(SBC)$.

Lời giải



MN là đường trung bình của ΔSAC nên $MN // AC$.

Ta có

$$\left.\begin{array}{l} MN//AC \\ AC \subset (ABCD) \\ MN \not\subset (ABCD) \end{array}\right\} \Rightarrow MN//(ABCD).$$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Gọi I là trung điểm của BC, K thuộc cạnh SD sao cho $SK = \frac{1}{2}KD$. M là giao điểm của BD và AI. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $MK//(ABCD)$. **B.** $MK//(SBD)$. **C.** $MK//(SBC)$. **D.** $MK//(SCD)$.

Lời giải

Có điểm M là trọng tâm của tam giác ABC và O là trung điểm của BD nên $BM = \frac{1}{2}MD.$

Theo giả thiết ta có $SK = \frac{1}{2}KD$.

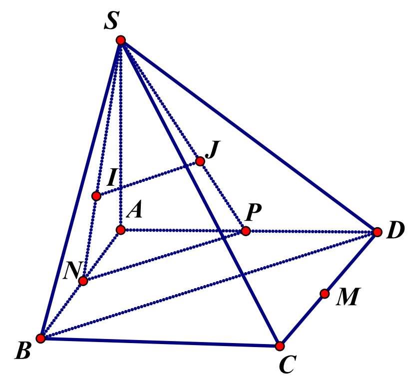
Do đó $\begin{cases} MK//SB \\ SB \subset (SBC) \\ MK \not\subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow MK//(SBC).$

Vậy $MK//(SBC)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I,J lần lượt là trọng tâm các tam giác và SAB và SAD. Gọi M là trung điểm CD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $IJ//(SBD)$. **B.** $IJ//(SBM)$. **C.** $IJ//(SCD)$. **D.** $IJ//(SBC)$.

Lời giải



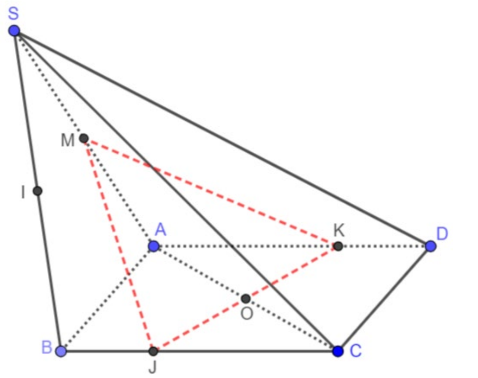
Gọi N,P lần lượt là trung điểm của AB,AD.

Ta có $\frac{SI}{SN}=\frac{SJ}{SP}=\frac{1}{3}\Rightarrow$ IJ$//NP$ mà $NP//$BD suy ra $IJ//(SBD)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I là trung điểm SB. J,K là điểm thuộc BC,AD sao cho $\frac{BJ}{BC}=\frac{DK}{DA}=\frac{1}{3}$, M là trung điểm SA. Hỏi SC song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (MJK) **B.** (IJK) **C.** (IBK) **D.** (IJA)

Lời giải



Do $\frac{BJ}{BC}=\frac{DK}{DA}=\frac{1}{3}$ và $BC=AD$ nên $BJ=DK$ hay $JC=AK$

Gọi O là giao điểm của AC và JK. Khi đó: $\frac{OA}{OC}=\frac{AK}{JC}=1\Rightarrow O$ là trung điểm AC

$\Rightarrow MO$ là đường trung bình tam giác $SAC\Rightarrow MO//SC$, mà $MO\subset(MJK)$

Vậy $SC//(MJK)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Khi đó:

a) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB

b) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD

c) Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB

d) Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

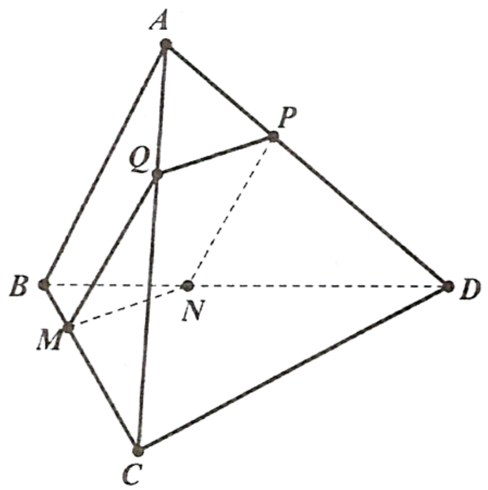
Vì $(\alpha)//AB$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB và cắt AC tại Q.

Vì $(\alpha)//CD$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD và cắt BD tại N.

Vì $(\alpha)//AB$ nên giao tuyến của mặt phẳng (α).với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB và cắt AD tại P.

Ta có $MN//PQ//CD, MQ//PN//AB$.

Vậy hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình bình hành $MNPQ$.



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và BC. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của ΔSAB và ΔSBC. Khi đó:

a) $AC//(SIJ)$.

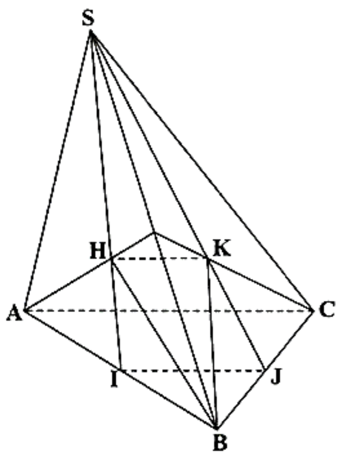
b) HK cắt IJ

c) $HK//(SAC)$.

d) Giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng đi qua B và song song với AC.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng



a) Vì IJ là đường trung bình ΔABC nên $IJ//AC$.

Ta có: $\begin{cases} AC//IJ \\ IJ \subset (SIJ) \\ AC \not\subset (SIJ) \end{cases} \Rightarrow AC//(SIJ)$.

b) Ta có $\dfrac{SH}{HI} = \dfrac{SK}{KJ} = 2(H, K$ lần lượt là trọng tâm ΔSAB và $\Delta SAC)$.

$\Rightarrow HK // IJ$

Lại có $\begin{cases} HK // AC (HK // IJ, AC // IJ) \\ AC \subset (SAC) \\ HK \not\subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow HK // (SAC)$

c) Ta có $\begin{cases} HK // AC \\ HK \subset (BHK) \\ AC \subset (ABC) \\ B \in (BHK) \cap (ABC) \end{cases}$

Vậy giao tuyến của (BHK) và (ABC) là đường thẳng Bx đi qua B và song song với AC và HK.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC = 3DE, I$ là trung điểm AD. Khi đó:

a) OI song song với mặt phẳng (SAB)

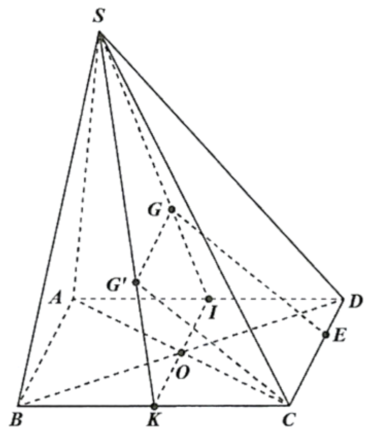
b) OI song song với mặt phẳng (SCD)

c) IE song song với AC

d) $GE // (SBC)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) Ta có $\begin{cases} OI \not\subset (SAB), AB \subset (SAB) \\ OI \parallel AB \end{cases} \Rightarrow OI \parallel (SAB)$

Tương tự, $\begin{cases} OI \not\subset (SCD), CD \subset (SCD) \\ OI \parallel CD \end{cases} \Rightarrow OI \parallel (SCD)$.

b) Vì $\frac{DI}{DA} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{3} = \frac{DE}{DC}$ nên IE không song song với AC. Trong hình chữ nhật $ABCD$, gọi $P = IE \cap BC$

$\Rightarrow P = IE \cap (SBC)$.

Gọi K là trung điểm của BC, G' là trọng tâm tam giác SBC.

Khi đó $\frac{SG'}{SK} = \frac{SG}{SI} = \frac{G'G}{KI} = \frac{2}{3}$, suy ra $G'G \parallel KI \parallel CE$ và $\Rightarrow G'G = \frac{2}{3}KI = \frac{2}{3}CD = CE$.

Do đó tứ giác $G'GEC$ là hình bình hành, suy ra $CG' \parallel CE \Rightarrow CG \parallel (SBC)$.

Câu 4: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thang, *AB* là đáy lớn, *O* là giao điểm của *AC* và *BD*. Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của *SB* và *SD*. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $CD//(SAB)$.

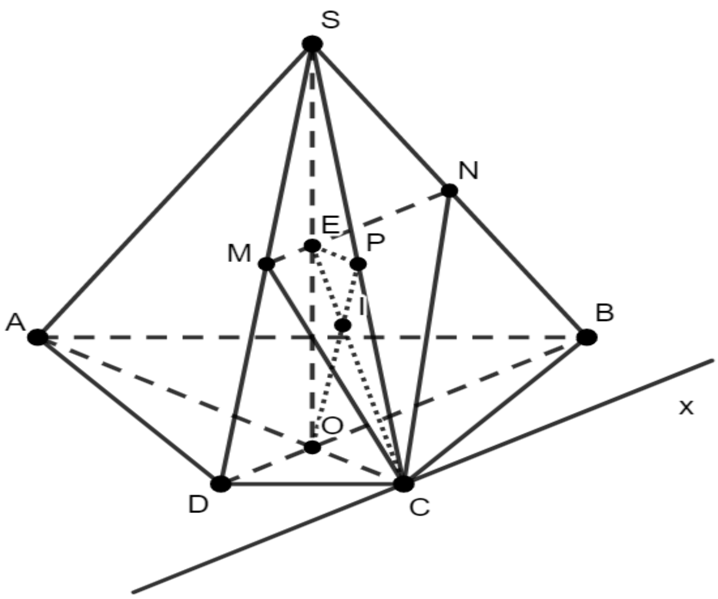
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua C và song song với BD.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD, BC.

d) Gọi *P* là trung điểm của *SC*, *I* là giao điểm của *OP* và (CMN). Khi đó $\frac{IP}{IO}=\frac{1}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai



a) $CD//AB$ (tính chất hình thang)

$CD \not\subset (SAB), AB \subset (SAB)$

$\Rightarrow CD//(SAB)$

Vậy mệnh đề đúng.

b)

$C \in (CMN) \cap (ABCD)$

$MN//BD; MN \subset (CMN); BD \subset (ABCD)$ (đường trung bình)

$\Rightarrow (CMN) \cap (ABCD) = Cx//MN//BD$

Vậy mệnh đề đúng.

c) Xét hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có:

Điểm S chung

Hình thang *ABCD* có *AB* là đáy lớn nên AD cắt BC. Gọi $K = AD \cap BC \Rightarrow K$ là điểm chung.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SK (cắt AD; cắt BC).

Vậy mệnh đề sai.

d)

$OP \subset (SAC)$

Trong (SBD), gọi E là giao điểm của MN và SO

$\Rightarrow \begin{cases} E \in MN, MN \subset (CMN) \\ E \in SO, SO \subset (SAC) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in (CMN) \cap (SAC)$

$\Rightarrow CE = (CMN) \cap (SAC)$

Trong (SAC) gọi I là giao điểm của OP và CE

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} I \in OP \\ I \in CE \subset (CMN) \end{array}\right\} \Rightarrow I = OP \cap (CMN)$

$ME // DO$, M là trung điểm $SD \Rightarrow E$ là trung điểm SO.

P là trung điểm $SC \Rightarrow EP // OC, EP = \frac{1}{2}OC$.

$\Rightarrow \frac{IP}{IO} = \frac{EP}{OC} = \frac{1}{2}$.

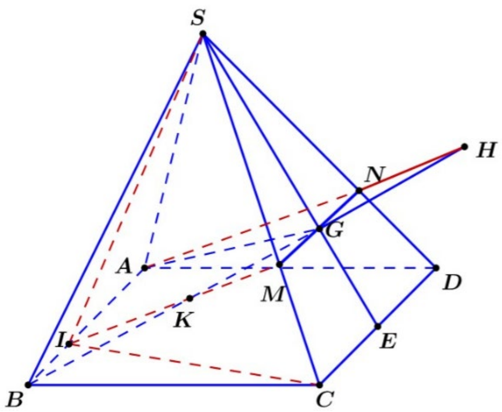
Vậy mệnh đề sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, G là trọng tâm tam giác SCD, I là điểm thuộc cạnh AB thỏa $AI = 2IB$. Đường thẳng BG cắt mặt phẳng (SIC) và mặt phẳng (SAD) lần lượt tại K, H. Tính tỉ số $\frac{BK}{BH}$.

Lời giải

Trả lời: 0,33



Ta có $BG, IM, AN \subset (ABMN)$ và BG không song song với IM, AN.

Gọi $K = BG \cap IM, IM \subset (SIC) \Rightarrow K = BG \cap (SIC)$.

Gọi $H = BG \cap AN, AN \subset (SAD) \Rightarrow H = BG \cap (SAD)$.

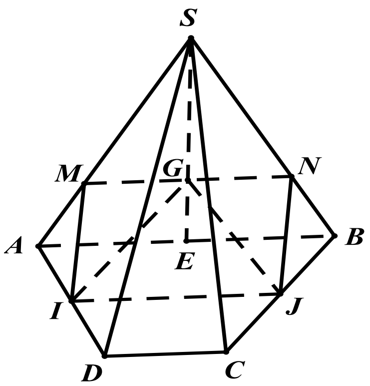
Xét tam giác ABH ta có $IK // AH \Rightarrow \frac{BK}{BH} = \frac{BI}{BA} = \frac{1}{3} \approx 0,33$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB. Khi

$AB = k.CD, k \in \mathbb{N}^*$ thì tứ giác tạo bởi các giao tuyến của (IJG) với các mặt của hình chóp là một hình bình hành. Tìm k ?

Lời giải

Trả lời: 3



Ta có $ABCD$ là hình thang và I, J là trung điểm của AD, BC nên $IJ // AB$.

Vậy $\begin{cases} G \in (SAB) \cap (IJG) \\ AB \subset (SAB) \\ IJ \subset (IJG) \\ AB \parallel IJ \end{cases}$

$\Rightarrow (SAB) \cap (IJG) = MN \parallel IJ \parallel AB$ với

$M \in SA, N \in SB$.

Dễ thấy hình đa giác tạo bởi các giao tuyến của (IJG) với các mặt của hình chóp là tứ giác $MNJI$.

Do G là trọng tâm tam giác SAB và $MN \parallel AB$ nên $\frac{MN}{AB} = \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}$

(E là trung điểm của AB) $\Rightarrow MN = \frac{2}{3}AB$.

Lại có $IJ = \frac{1}{2}(AB + CD)$. Vì $MN \parallel IJ$ nên $MNIJ$ là hình thang, do đó $MNIJ$ là hình bình hành khi $MN = IJ$

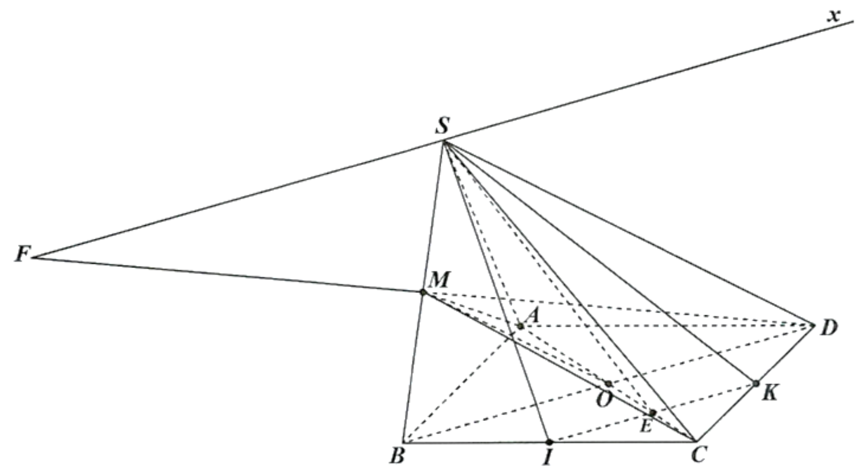
$\Leftrightarrow \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}(AB + CD) \Leftrightarrow AB = 3CD$.

Vậy thiết diện là hình bình hành khi $AB = 3CD$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và CD. Gọi M là trung điểm của SB. Gọi F là giao điểm của DM và (SIK). Tính tỉ số $\frac{MF}{MD}$.

Lời giải

Trả lời: 1



-Ta có $S \in (SIK) \cap (SAC)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = IK \cap AC \Rightarrow \begin{cases} E \in IK \subset (SIK) \\ E \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow E \in (SIK) \cap (SAC)$.

Suy ra $SE = (SIK) \cap (SAC)$.

Ta có $\begin{cases} S \in (SIK) \cap (SBD) \\ BD \subset (SBD), IK \subset (SIK) \Rightarrow (SIK) \cap (SBD) = Sx, (\ Sx \parallel BD \parallel IK). \\ BD \parallel IK \end{cases}$

-Trong mp (SBD), gọi $F = Sx \cap DM \Rightarrow \begin{cases} S \in DM \\ S \in Sx \subset (SIK) \end{cases} \Rightarrow F = DM \cap (SIK)$.

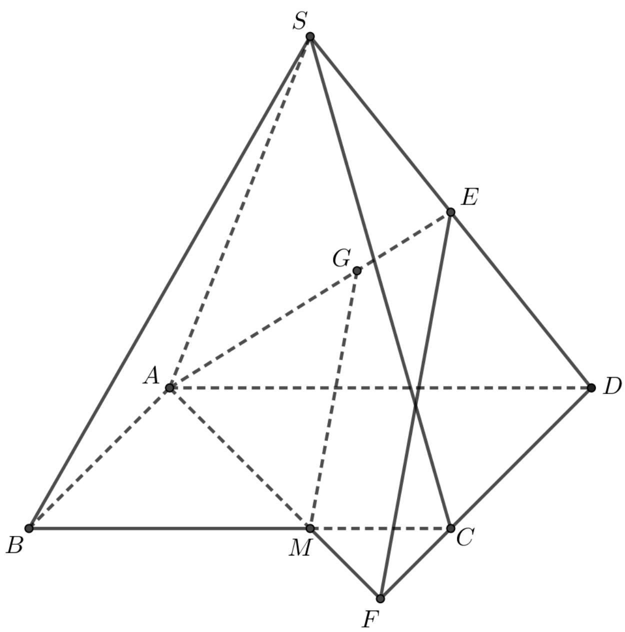
Ta có $SF \parallel BD \Rightarrow \dfrac{MF}{MD} = \dfrac{MS}{MB} = 1$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD và M là điểm thuộc cạnh BC sao cho GM song song với mặt phẳng (SCD). Khi đó tỉ số diện tích của hai tam giác MAB và MAC bằng

Lời giải

Trả lời: 2

Cách 1:



Gọi E là trung điểm của SD, F là giao điểm của AM và CD trong mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có:

$$\begin{cases} GM \subset (AEF) \\ GM // (SCD) \\ (AEF) \cap (SCD) = EF \end{cases} \Rightarrow GM // EF$$

$$\Rightarrow \frac{FM}{FA} = \frac{EG}{EA} = \frac{1}{3}$$

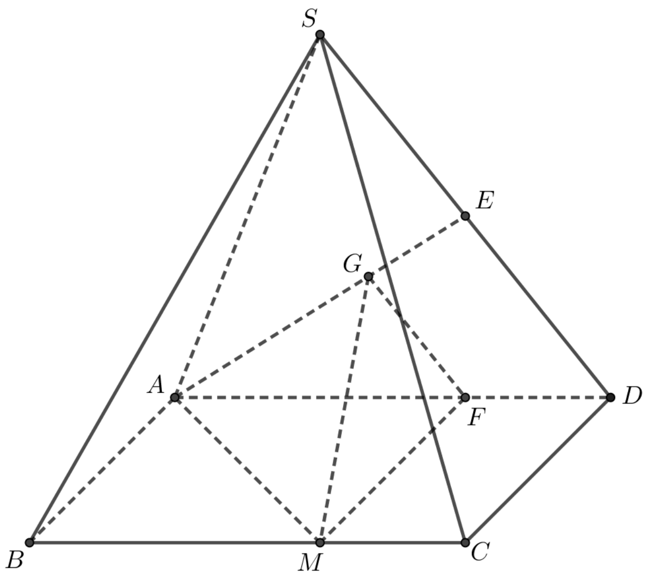
Theo hệ quả Talet, ta có: $\frac{MC}{AD} = \frac{FM}{FA} = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow MC = \frac{1}{3}AD = \frac{1}{3}BC \Rightarrow \frac{MB}{MC} = 2$$

Nhận xét: ΔMAB và ΔMAC có chung đường cao kẻ từ A

Do đó: $\frac{S_{\Delta MAB}}{S_{\Delta MAC}} = \frac{MB}{MC} = 2$.

Cách 2: Sử dụng 2 mặt phẳng song song



Gọi E là trung điểm của SD và vẽ GF song song với SD $(F \in AD)$.

Ta chứng minh được: $(GMF)//(SCD) \Rightarrow MF//CD$

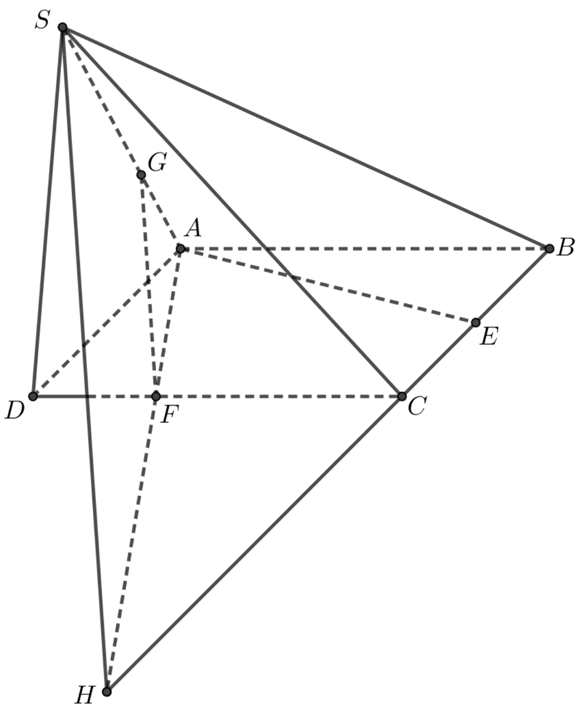
Từ đó suy ra được:

$$\frac{MC}{BC} = \frac{FD}{AD} = \frac{EG}{EA} = \frac{1}{3} \Rightarrow MC = \frac{1}{3}BC$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E là trung điểm của BC, F là điểm thuộc cạnh CD sao cho $\widehat{EAF} = 45^o$ và G thuộc cạnh SA. Biết FG song song với mặt phẳng (SBC). Khi đó tỉ số $\frac{GA}{GS}$ bằng

Lời giải

Trả lời: 0,5



Ta có: $\widehat{BAE}+\widehat{EAF}+\widehat{DAF}=90^o$

$\Rightarrow \widehat{BAE}+\widehat{DAF}=45^o$

$\Rightarrow \tan\left(\widehat{BAE}+\widehat{DAF}\right)=1$

$\Rightarrow \dfrac{\tan\widehat{BAE}+\tan\widehat{DAF}}{1-\tan\widehat{BAE}.\tan\widehat{DAF}}=1$

Mà $\tan\widehat{BAE}=\dfrac{BE}{BA}=\dfrac{1}{2}$

Nên $\tan\widehat{DAF}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow \dfrac{DF}{DA}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow DF=\dfrac{1}{3}DA=\dfrac{1}{3}DC$

Gọi H là giao điểm của AF và BC trong mặt phẳng $(ABCD)$

Ta có:

$$\begin{cases} GF\subset(SAH) \\ GF//(SBC) \\ (SAH)\cap(SBC)=SH \end{cases}\Rightarrow GF//SH$$

$\Rightarrow \dfrac{AG}{AS}=\dfrac{AF}{AH}$

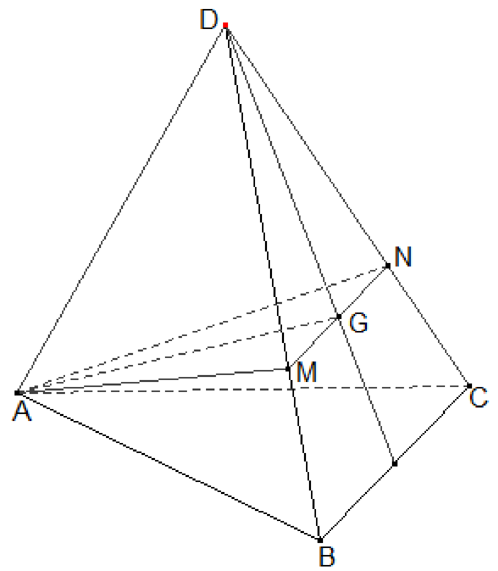
Mà $\dfrac{AF}{AH}=\dfrac{DF}{DC}=\dfrac{1}{3}$

Nên $\dfrac{AG}{AS}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow \dfrac{GA}{GS}=\dfrac{1}{2}$

Câu 6: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh 3, G là trọng tâm tam giác BDC. Mặt phẳng qua A,G và song song với BC cắt DB,DC lần lượt tại M,N. Tính diện tích tam giác AMN.

Lời giải

Trả lời: 2,45



Gọi (α) là mặt phẳng qua A,G và song song với BC.

Vì (α) và (BCD) có G chung, $(\alpha)\,||\,BC, BC\subset(BCD)$ nên giao tuyến của (α) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với BC cắt DB, DC lần lượt tại M, N.

Vì tứ diện $ABCD$ đều cạnh 3, G là trọng tâm tam giác BDC nên

$$MN=\frac{2}{3}BC=\frac{2.3}{3}=2, BM=\frac{3}{3}=1$$

$$AM=AN=\sqrt{3^2+1^2-2.3.1.\cos 60^0}=\sqrt{7}, AG=\sqrt{6}.$$

Vậy diện tích tam giác AMN là: $S=\frac{1}{2}\sqrt{6}.2=\sqrt{6}$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HAI MẶT PHẲNG SONG SONG
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì chúng không có điểm chung.

B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

C. Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

D. Nếu một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song với nhau cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến này song song với nhau.

Câu 2: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với (P)?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 3: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $AD \parallel (BEF)$. **B.** $EC \parallel (ABF)$. **C.** $(ABD) \parallel (EFC)$. **D.** $(ADF) \parallel (BCE)$

Câu 4: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) **và** (Q)**,** đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai**:

A. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//b$.

B. Nếu $(P)//(Q)$ thì $b//(P)$.

C. Nếu $(P)//(Q)$ thì a và b song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//(Q)$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCA'). **B.** (BDA'). **C.** $(A'C'C)$. **D.** $(BC'D)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC. Gọi A', B', C' lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng BP và CN, CM và AP, AN và BM. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $(MNP) \parallel (ABC)$. **B.** $(A'B'C') \parallel (ABC)$.

C. $(A'B'C') \parallel (MNP)$. **D.** (ABC) cắt (MNP).

Câu 7: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi D, E, F, P, Q theo thứ tự là trung điểm của các cạnh CC', AB, $A'A$, BB' và $B'C'$. Khi đó, mặt phẳng (DEF) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(A'BQ)$. **B.** $(A'PQ)$. **C.** $(A'PC')$. **D.** $(A'BC')$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm các cạnh SA,SA,SB. Chọn khẳng định đúng

A. (CMN) // (BPQ). **B.** (CMQ) // (DMN).

C. (MNP) // (BCD). **D.** (PQD) // (MNB)

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $MN//(ABCD)$. **B.** $MN//(SAB)$. **C.** $MN//(SAD)$. **D.** $MN//(SCD)$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,SD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MNPQ$ là hình bình hành. **B.** $MNPQ$ là hình vuông.

C. $(MNPQ)//(ABCD)$ **D.** $(MNP)//(SCD)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SC và AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(ONP)//(SBC)$. **B.** $(OMN)//(SAD)$. **C.** (OMP) cắt (SBC). **D.** $(ONP)//(SAD)$

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABB'A')$ // $(CDD'C')$. **B.** (BDA') // $(D'B'C)$.

C. $(BA'D')$ // (ADC). **D.** (ACD') // $(A'C'B)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I,K,G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC,A'B'C',ACC'$. Gọi M,M' lần lượt là trung điểm của $BC,B'C'$.

a) $AMM'A'$ là hình bình hành

b) $\frac{AI}{AM}=\frac{AG}{AN}=\frac{1}{3}$

c) (IKG) cắt $(BCC'B')$

d) $(A'KG)//(AIB')$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H,I,K lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC. Gọi M là giao điểm của AI và KD,N là giao điểm của DH và CI.

a) $HI//(ABCD)$.

b) $(HIK)//(ABCD)$.

c) SM và HI chéo nhau.

d) (SMN) cắt (HIK).

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SD.

a) $MN//(SBC)$

b) $(OMN)//(SBC)$.

c) Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON. Khi đó EF cắt với mặt phẳng (SBC).

d) Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Khi đó GN cắt (SAB)

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Gọi G_1,G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD,B'D'C$.

a) $A'D'CB$ là hình bình hành

b) $\left(A'BD\right)//\left(B'D'C\right)$

c) G_1,G_2 cùng thuộc AC'

d) $G_1G_2=\dfrac{2}{3}AC'$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F, K lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB, SA, SD (khác đầu mút) sao cho $\dfrac{EA}{EB}=\dfrac{FA}{FS}=\dfrac{KD}{KS}$ và gọi H là giao điểm của cạnh CD và mặt phẳng $\left(EFK\right)$. Xét các khẳng định sau:

(1) $EK//\left(SBC\right)$. (2) $KH//\left(SBC\right)$.

(3) $EH//\left(SAD\right)$. (4) $FK//\left(SAD\right)$.

Trong các khẳng định trên có tất cả bao nhiêu khẳng định đúng?

Câu 2: Cho 3 mặt phẳng $\left(P\right),\left(Q\right),\left(R\right)$ đôi một song song với nhau. Đường thẳng a cắt các mặt phẳng $\left(P\right),\left(Q\right),\left(R\right)$ lần lượt tại A,B,C sao cho $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{2}{3}$ và đường thẳng b cắt các mặt phẳng $\left(P\right),\left(Q\right),\left(R\right)$ lần lượt tại A',B',C'. Tỉ số $\dfrac{A'B'}{B'C'}$ bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M nằm trên cạnh AA' sao cho $AA'=4MA'$. Mặt phẳng qua M và song song $\left(A'B'C'D'\right)$ cắt BB' tại N. Tỉ số $\dfrac{B'N}{BN}$ bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P,Q,R lần lượt trên ba cạnh AB,CD,BC sao cho $PR\parallel AC$ và $CQ=3QD.$ Gọi giao điểm của AD và $\left(PQR\right)$ là $S.$Khi đó, $AD=x.DS$. Tìm x.

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$, song song với nhau và không nằm trong $\left(ABCD\right)$. Một mặt phẳng $\left(P\right)$ cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA'=6$, $BB'=10$, $CC'=8$. Tính DD'.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SB, AC sao cho $\dfrac{BM}{MS}=\dfrac{CN}{NA}=x,\ \left(0<x\neq 1\right)$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Tìm x để $\left(MNG\right)//\left(SAD\right)$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì chúng không có điểm chung.

B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

C. Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

D. Nếu một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song với nhau cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến này song song với nhau.

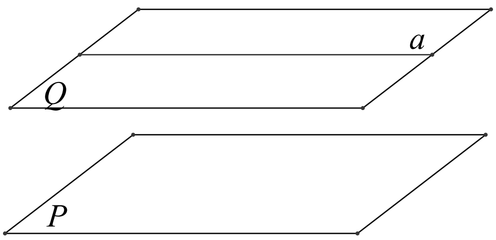
Lời giải

Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau hoặc trùng nhau.

Câu 2: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với (P)?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

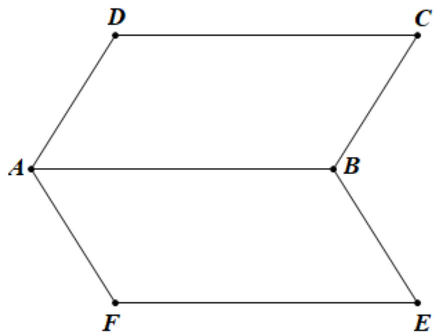


Có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với (P)

Câu 3: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $AD \parallel (BEF)$. **B.** $EC \parallel (ABF)$. **C.** $(ABD) \parallel (EFC)$. **D.** $(ADF) \parallel (BCE)$

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} AD \parallel BC \\ AD \not\subset (BCE) \\ BC \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (BCE) \text{ và } \begin{cases} AF \parallel BE \\ AF \not\subset (BCE) \\ BE \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AF \parallel (BCE)$$

$$\begin{cases} AD \parallel (BCE) \\ AF \parallel (BCE) \\ AD \cap AF = \{A\} \\ AD,\ AF \subset (ADF) \end{cases} \Rightarrow (ADF) \parallel (BCE).$$

Câu 4: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) **và** (Q)**,** đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai**:

A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.

B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.

C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$.

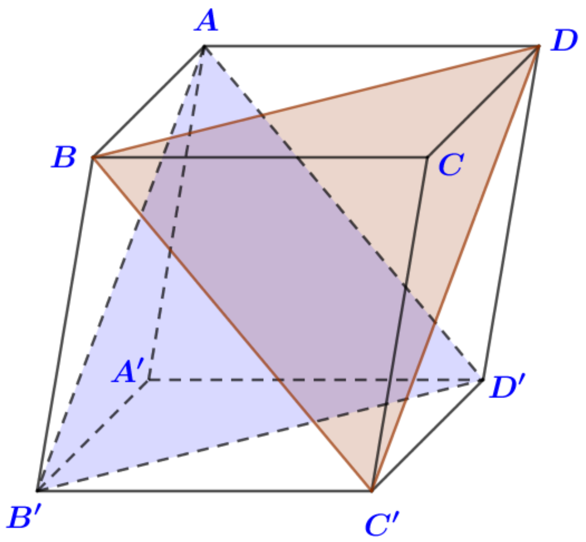
Lời giải

Đáp án **A**: Vì khi cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q); đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$, $(P) // (Q)$ thì a và b có thể song song hoặc chéo nhau.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCA'). **B.** (BDA'). **C.** $(A'C'C)$. **D.** $(BC'D)$.

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} AB' \parallel C'D \\ AB' \not\subset (BC'D) \\ C'D \subset (BC'D) \end{cases} \Rightarrow AB' \parallel (BC'D) \text{ và } \begin{cases} AD' \parallel C'B \\ AD' \not\subset (BC'D) \\ C'B \subset (BC'D) \end{cases} \Rightarrow AD' \parallel (BC'D)$$

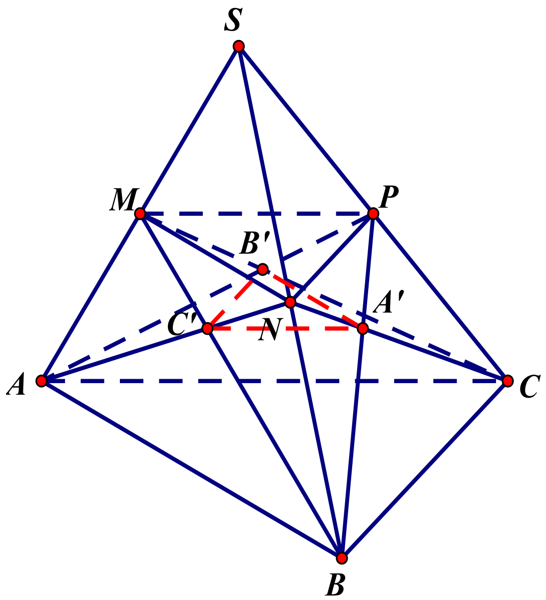
$$\begin{cases} AB' \parallel (BC'D) \\ AD' \parallel (BC'D) \\ AB' \cap AD' = \{A\} \\ AB',\ AD' \subset (AB'D') \end{cases} \Rightarrow (AB'D') \parallel (BC'D).$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC. Gọi A', B', C' lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng BP và CN, CM và AP, AN và BM. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $(MNP) \parallel (ABC)$. **B.** $(A'B'C') \parallel (ABC)$.

C. $(A'B'C') \parallel (MNP)$. **D.** (ABC) cắt (MNP).

Lời giải



Từ tính chất đường trung bình ta có $\begin{cases} MN \parallel AB \\ MP \parallel AC \end{cases}$.

Ta có:

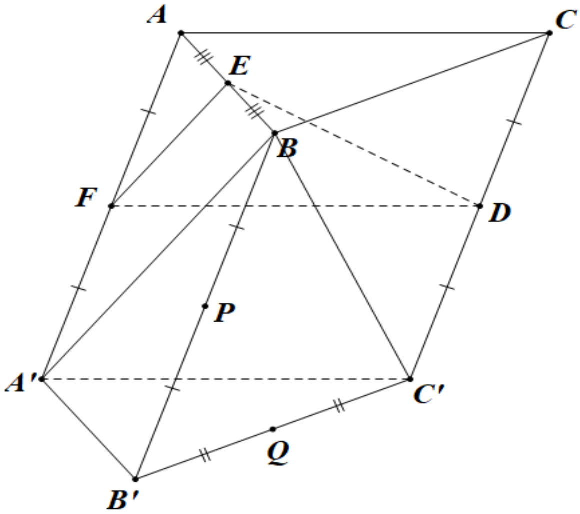
$\begin{cases} MN \parallel AB \\ MN \not\subset (ABC) \Rightarrow MN \parallel (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases}$ và $\begin{cases} MP \parallel AC \\ MP \not\subset (ABC) \Rightarrow MP \parallel (ABC) \\ AC \subset (ABC) \end{cases}$

$\begin{cases} MN \parallel (ABC) \\ MP \parallel (ABC) \\ MN \cap MP = \{M\} \\ MN, MP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (ABC)$.

Câu 7: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi D, E, F, P, Q theo thứ tự là trung điểm của các cạnh CC', AB, $A'A$, BB' và $B'C'$. Khi đó, mặt phẳng (DEF) song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(A'BQ)$. **B.** $(A'PQ)$. **C.** $(A'PC')$. **D.** $(A'BC')$.

Lời giải



Từ tính chất đường trung bình ta có $EF \parallel A'B$.

Tứ giác $A'C'DF$ là hình bình hành $\Rightarrow FD \parallel A'C'$

Ta có:

$$\begin{cases} EF \parallel A'B \\ EF \not\subset (A'BC') \\ A'B \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow EF \parallel (A'BC') \text{ và } \begin{cases} DF \parallel A'C' \\ DF \not\subset (A'BC') \\ A'C' \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow \text{DF} \parallel (A'BC')$$

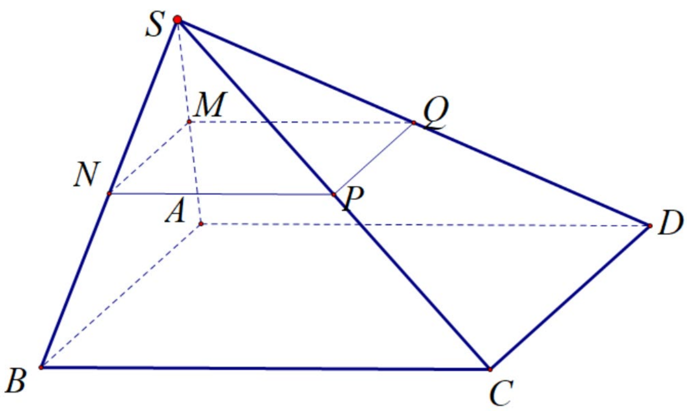
$$\begin{cases} EF \parallel (A'BC') \\ DF \parallel (A'BC') \\ EF \cap DF = \{F\} \\ EF,\, DF \subset (DEF) \end{cases} \Rightarrow (DEF) \parallel (A'BC').$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SA, SB. Chọn khẳng định đúng

A. $(CMN) \parallel (BPQ)$. **B.** $(CMQ) \parallel (DMN)$.

C. $(MNP) \parallel (BCD)$. **D.** $(PQD) \parallel (MNB)$

Lời giải

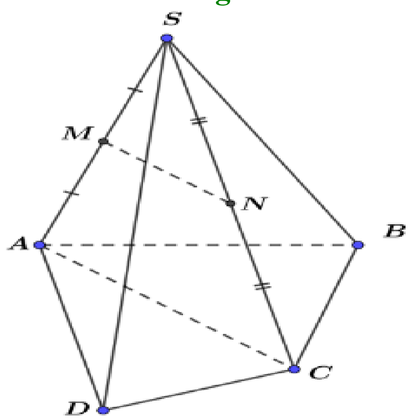


Dề dàng thấy các phương án khác là sai.

Câu 9: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $MN//(ABCD)$. **B.** $MN//(SAB)$. **C.** $MN//(SAD)$. **D.** $MN//(SCD)$.

Lời giải



Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow MN//AC$.

Mặt khác $AC \subset (ABCD) \Rightarrow MN//(ABCD)$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,SD. Khẳng định nào sau đây đúng?

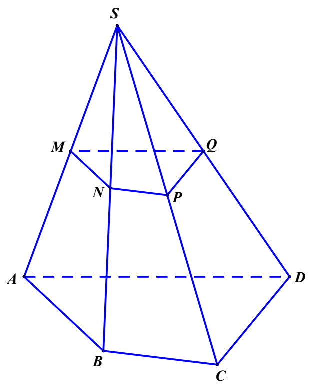
A. $MNPQ$ là hình bình hành.

B. $MNPQ$ là hình vuông.

C. $(MNPQ)//(ABCD)$

D. $(MNP)//(SCD)$.

Lời giải



Ta có M,N lần lượt là trung điểm của SA,SB nên MN là đường trung bình của tam giác $SAB \Rightarrow MN//AB$, $AB \subset (ABCD) \Rightarrow MN//(ABCD)$ (1).

Chứng minh tương tự, $NP//(ABCD)$ (2).

Từ (1),(2) kết hợp $MN \cap NP = N \Rightarrow (MNP)//(ABCD)$.

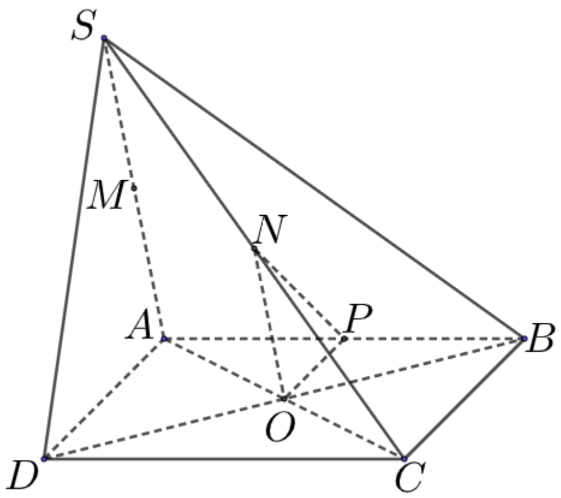
Chứng minh tương tự, $(NPQ)//(ABCD)$.

$\Rightarrow (MNP) \equiv (NPQ) \Rightarrow (MNPQ)//(ABCD)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SC và AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(ONP)//(SBC)$. **B.** $(OMN)//(SAD)$. **C.** (OMP) cắt (SBC). **D.** $(ONP)//(SAD)$

Lời giải



Ta có ON là đường trung bình của tam giác SAC suy ra $ON \,//\, SA$ (1)

OP là đường trung bình của tam giác BAD suy ra $OP \,//\, AD$ (2)

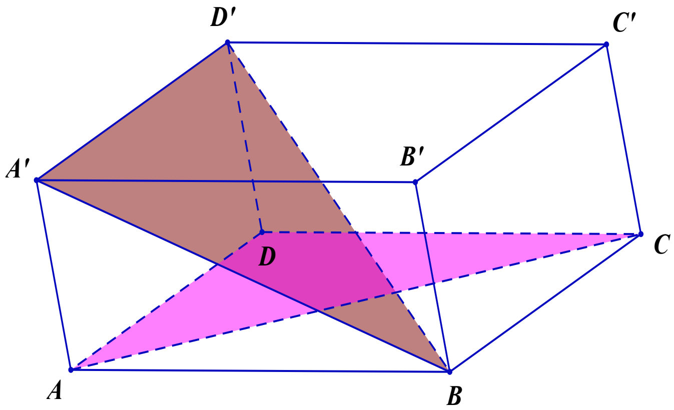
Từ $(1),(2)$ suy ra $(ONP)//(SAD)$.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABB'A') \,//\, (CDD'C')$. **B.** $(BDA') \,//\, (D'B'C)$.

C. $(BA'D') \,//\, (ADC)$. **D.** $(ACD') \,//\, (A'C'B)$.

Lời giải



Ta có $(BA'D') \equiv (BCA'D')$ và $(ADC) \equiv (ABCD)$.

Mà $(BCA'D') \cap (ABCD) = BC$, suy ra $(BA'D') \,//\, (ADC)$ **sai.**

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I,K,G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Gọi M,M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

a) $AMM'A'$ là hình bình hành

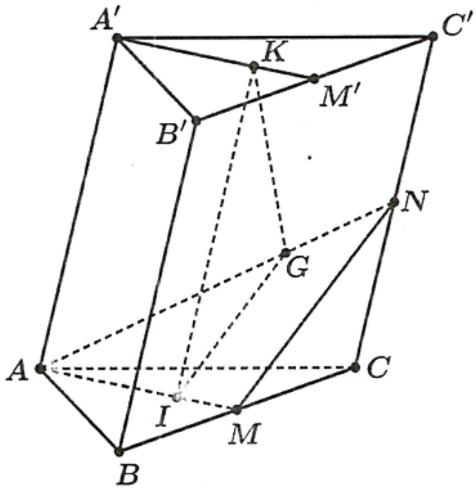
b) $\dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AG}{AN} = \dfrac{1}{3}$

c) (IKG) cắt $(BCC'B')$

d) $(A'KG)//(AIB')$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

MM' là đường trung bình của hình bình hành $BCC'B'$ nên

a) $\begin{cases} MM' // BB' \\ MM' = BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MM' // AA' \\ MM' = AA' \end{cases} \Rightarrow AMM'A'$ là hình bình hành.

Vì I, K theo thứ tự là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ nên

$IM = KM' = \dfrac{1}{3}A'M' = \dfrac{1}{3}AM$, mà $IM // KM'$ nên $IKM'M$ là hình bình hành.

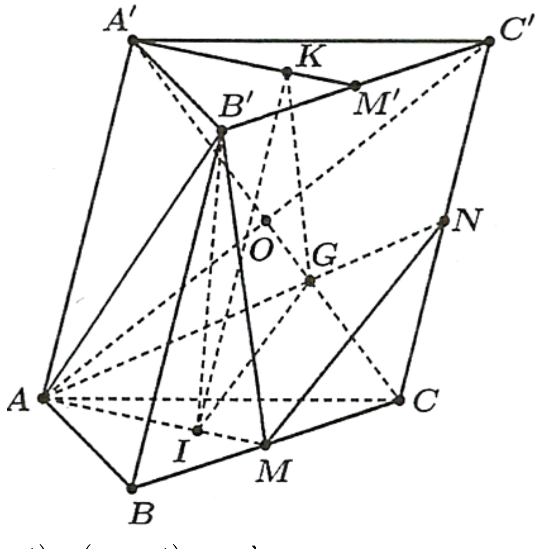
Suy ra $IK // MM', MM' \subset (BCC'B') \Rightarrow IK // (BCC'B')$.(1)

Gọi N là trung điểm của CC', tam giác AMN có

b) $\dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AG}{AN} = \dfrac{2}{3}$ (tính chất trọng tâm)

Suy ra $IG // MN$ mà $MN \subset (BCC'B')$ nên $IG // (BCC'B')$.(2)

c) Từ (1) và (2) suy ra $(IKG) // (BCC'B')$.



Vì $(A'KG) \equiv (A'M'C), (AIB') \equiv (AMB')$, ta cần chứng minh

$(A'M'C) // (AMB')$.

Dễ thấy $AMM'A'$ là hình bình hành nên $AM//A'M'$ mà $A'M' \subset \left(A'M'C\right)$ nên $AM//\left(A'M'C\right)$. (3)

Ta có : $\begin{cases} CM//B'M' \\ CM = B'M' \end{cases} \Rightarrow CMB'M'$ là hình bình hành, suy ra:

$B'M//CM', CM' \subset \left(A'M'C\right) \Rightarrow B'M//\left(A'M'C\right)$.(4)

d) Từ (3) và (4) suy ra $\left(A'M'C\right)//\left(AMB'\right)$, hay $\left(A'KG\right)//\left(AIB'\right)$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H,I,K lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC. Gọi M là giao điểm của AI và KD, N là giao điểm của DH và CI.

a) $HI//(ABCD)$

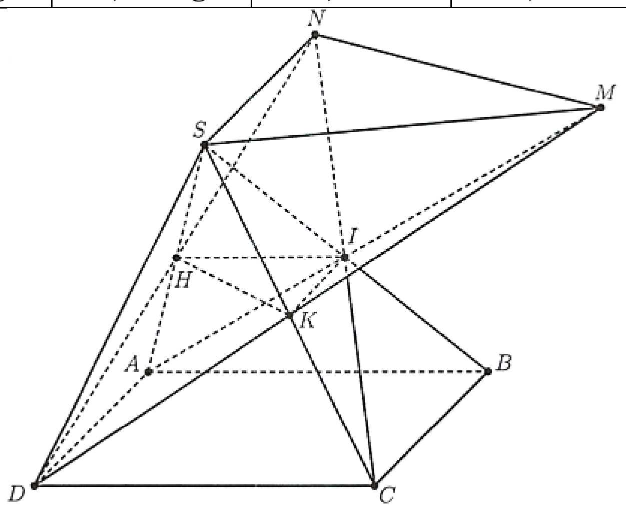
b) $(HIK)//(ABCD)$.

c) SM và HI chéo nhau

d) (SMN) cắt (HIK)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai



a) b) Vì HI là đường trung bình của tam giác SAB nên $HI//AB$,
mà $AB \subset (ABCD) \Rightarrow HI//(ABCD)$. (1)

Tương tự ta có: $KI//BC, BC \subset (ABCD) \Rightarrow KI//(ABCD)$. (2)

Mặt khác: $HI \subset (HKI), KI \subset (HKI), HI \cap KI = I$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $(HIK)//(ABCD)$.

c) d)

Vì $\begin{cases} M \in AI, AI \subset (SAB) \\ M \in DK, DK \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow M \in (SAB) \cap (SCD)$

$\Rightarrow SM = (SAB) \cap (SCD)$.

Khi đó: $\begin{cases} (SAB)\cap(SCD)=SM \\ AB\subset(SAB), CD\subset(SCD)\Rightarrow SM//AB//CD\Rightarrow SM//HI\ (1) \\ AB//CD \end{cases}$

Vì $\begin{cases} N\in DH, DH\subset(SAD) \\ N\in CI, CI\subset(SBC) \end{cases}\Rightarrow N\in(SAD)\cap(SBC)$

$\Rightarrow SN=(SAD)\cap(SBC).$

Khi đó, ta có:

$\begin{cases} (SAD)\cap(SBC)=SN \\ AD\subset(SAD), BC\subset(SBC)\Rightarrow SN//AD//BC\Rightarrow SN//KI\ (2) \\ AD//BC \end{cases}$

Mặt khác ba điểm S, M, N không thẳng hàng. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $(SMN)//(HIK)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD.

a) $MN//(SBC)$

b) $(OMN)//(SBC)$.

c) Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON. Khi đó EF cắt với mặt phẳng (SBC).

d) Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Khi đó GN cắt (SAB)

Lời giải

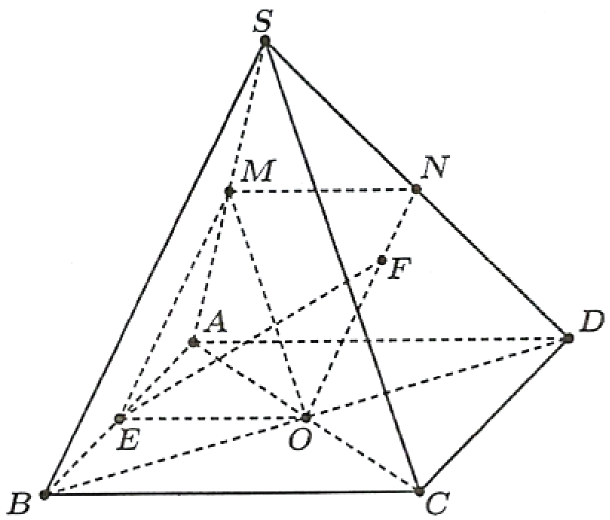
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) b) Vì MN là đường trung bình của tam giác SAD

nên $MN//AD\Rightarrow MN//BC\Rightarrow MN//(SBC)$. (1)

Tương tự, ta có O, N theo thứ tự là trung điểm của BD, SD nên ON là đường trung bình của tam giác $SBD\Rightarrow ON//SB\Rightarrow ON//(SBC)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(OMN)//(SBC)$.

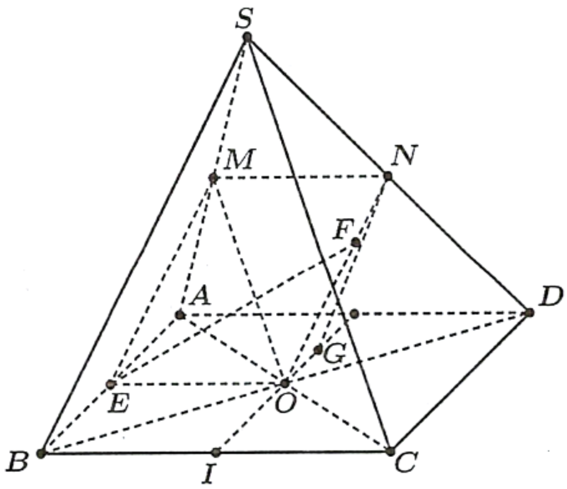


c) Ta có OE là đường trung bình của tam giác ABD nên $OE//AD\Rightarrow OE//MN$.

Do đó $E\in(OMN)$. Mặt khác $F\in ON, ON\subset(OMN)\Rightarrow F\in(OMN)$.

Ta có: $\begin{cases} EF \subset (OMN) \\ (OMN)//(SBC) \end{cases} \Rightarrow EF//(SBC)$.

d)



Vì G thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ và cách đều AB, CD nên G thuộc đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ (ứng với hai cạnh AB, CD).

Gọi I là trung điểm BC thì I, O, G thẳng hàng.

Ta có OI là đường trung bình của ΔABC nên $OI//AB \Rightarrow OI//(SAB)$.(3)

Tương tự, ta có $ON//SB \Rightarrow ON//(SAB)$.(4)

Từ (3), (4) suy ra $(OIN)//(SAB)$ mà $NG \subset (OIN)$ nên $NG//(SAB)$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD, B'D'C$.

a) $A'D'CB$ là hình bình hành

b) $(A'BD)//(B'D'C)$

c) G_1, G_2 cùng thuộc AC'

d) $G_1G_2 = \frac{2}{3}AC'$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) b)

Vì $ABCD \cdot A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\begin{cases} A'D'//BC \\ A'D' = BC \end{cases} \Rightarrow A'D'CB$ là hình bình hành.

Suy ra $A'B//CD' \Rightarrow A'B//(B'D'C)$. (1)

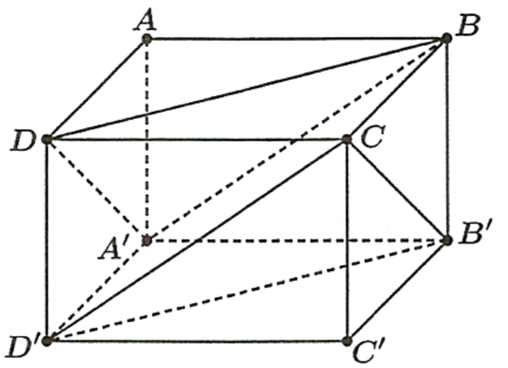
Tương tự, ta có: $\begin{cases} A'B'//CD \\ A'B' = CD \end{cases} \Rightarrow A'B'CD$ là hình bình hành.

Suy ra $A'D//B'C \Rightarrow A'D//(B'D'C)$.(2)

Từ (1) và (2) suy ra $(A'BD)//(B'D'C)$.

c) d)

Gọi O, O', I theo thứ tự là tâm của các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$, $ACC'A'$.

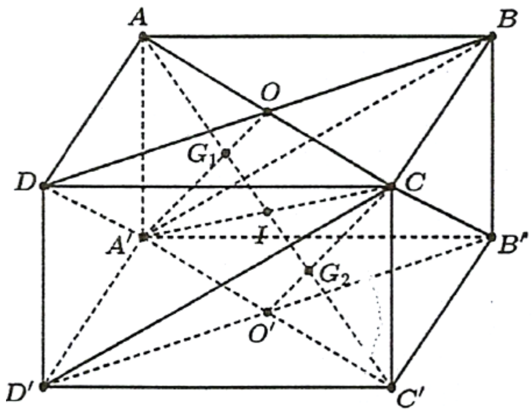


Vì G_1 là trọng tâm tam giác $AB'D$ nên $\frac{A'G_1}{A'O} = \frac{2}{3} \Rightarrow G_1$ là trọng tâm tam giác $A'AC$, suy ra $G_1 = AI \cap A'O$. (3)

Tương tự, G_2 là trọng tâm tam giác $B'D'C$ nên $\frac{CG_2}{CO'} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow G_2$ là trọng tâm tam giác $A'C'C$, suy ra $G_2 = C'I \cap CO'$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra G_1, G_2 cùng thuộc AC'.



Chứng minh $AG_1 = G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$:

Ta có: $\frac{AG_1}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AG_1}{AC'} = \frac{1}{3}; \frac{C'G_2}{C'I} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{C'G_2}{AC'} = \frac{1}{3}$.

Do vậy $AG_1 \doteq G_1G_2 = G_2C' = \frac{1}{3}AC'$.

Vậy G_1, G_2 cùng thuộc AC', đồng thời chia AC' thành ba phần bằng nhau.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F, K lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB, SA, SD (khác đầu mút) sao cho $\frac{EA}{EB} = \frac{FA}{FS} = \frac{KD}{KS}$ và gọi H là giao điểm của cạnh CD và mặt phẳng (EFK). Xét các khẳng định sau:

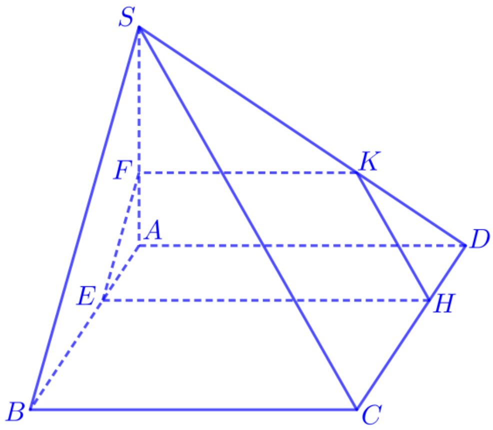
(1) $EK // (SBC)$. (2) $KH // (SBC)$.

(3) $EH // (SAD)$. (4) $FK // (SAD)$.

Trong các khẳng định trên có tất cả bao nhiêu khẳng định đúng?

Lời giải

Trả lời: 3



Theo đề bài, ta có: $\frac{EA}{EB}=\frac{FA}{FS}=\frac{KD}{KS}$ suy ra $EF // SB$, $FK // AD$ hay $FK // BC$.

Do đó, $(EFK)//(SBC)$.

Vì $(EFK)//(SBC)$ và $(SBC)\cap(SCD)=SC$ nên $(EFK)\cap(SCD)=KH$, với $KH // SC, H\in CD.$

Từ đó suy ra $\frac{EA}{EB}=\frac{FA}{FS}=\frac{KD}{KS}=\frac{HD}{HC}$ hay $EH // AD$.

Khi đó:

(1) $EK // (SBC)$ đúng vì $EK\subset(EFK)$ và $(EFK)//(SBC)$.

(2) $KH // (SBC)$ đúng vì $KH\not\subset(SBC)$; $KH // SC$; $SC\subset(SBC)$.

(3) $EH // (SAD)$ đúng vì $EH\not\subset(SAD)$; $EH // AD$; $AD\subset(SAD)$.

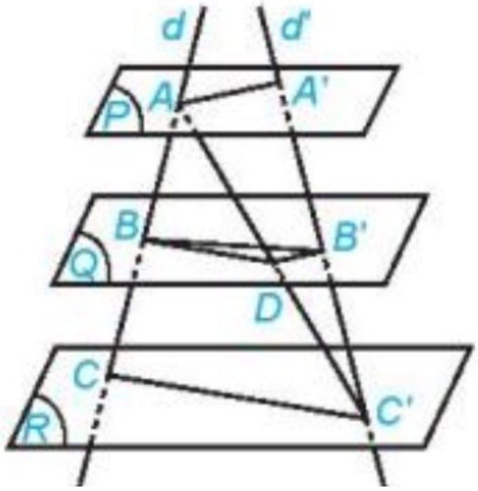
(4) $FK // (SAD)$ sai vì $FK\subset(SAD)$.

Vậy có 3 khẳng định đúng.

Câu 2: Cho 3 mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ đôi một song song với nhau. Đường thẳng a cắt các mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ lần lượt tại A,B,C sao cho $\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$ và đường thẳng b cắt các mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ lần lượt tại A',B',C'. Tỉ số $\frac{A'B'}{B'C'}$ bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,67

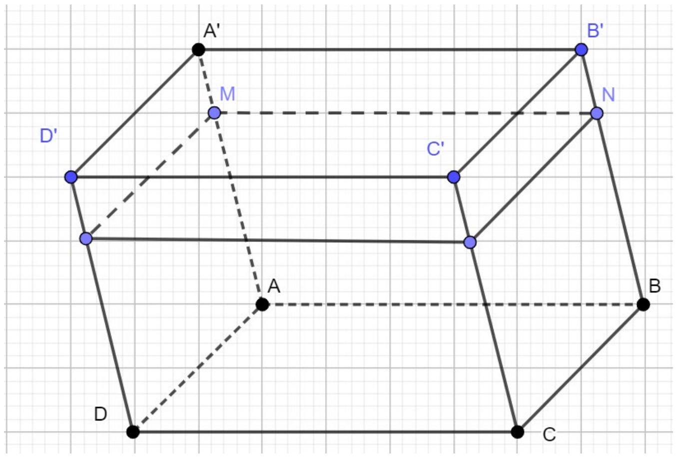


Theo định lí Thales trong không gian, Ta có: $\frac{AB}{BC}=\frac{A^{'}B^{'}}{B^{'}C^{'}}=\frac{2}{3}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M nằm trên cạnh AA$^{'}$ sao cho $AA'=4MA'$. Mặt phẳng qua M và song song $\left(A'B'C'D'\right)$ cắt $BB^{'}$ tại N. Tỉ số $\frac{B^{'}N}{BN}$ bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,33

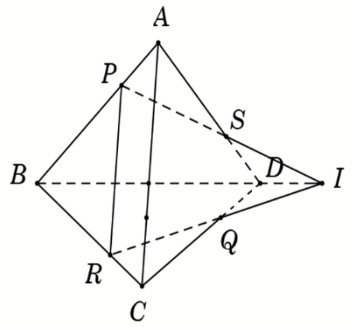


Theo định lí Thales trong không gian, Ta có: $\frac{A'M}{AM}=\frac{B^{'}N}{BN}=\frac{1}{3}$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P,Q,R lần lượt trên ba cạnh AB,CD,BC sao cho $PR\parallel AC$ và $CQ=3QD$. Gọi giao điểm của AD và $\left(PQR\right)$ là S. Khi đó, $AD=x.DS$. Tìm x.

Lời giải

Trả lời: 4



Gọi I là giao điểm của BD và RQ. Gọi $S = IP \cap AD$.

Ta có $\frac{DI}{IB}.\frac{BR}{RC}.\frac{CQ}{QD} = 1$ và $\frac{CQ}{QD} = 3$ suy ra $\frac{DI}{IB}.\frac{BR}{RC} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{3}.\frac{RC}{BR}$.

Vì PR song song với AC suy ra $\frac{RC}{BR} = \frac{AP}{PB} \Rightarrow \frac{DI}{IB} = \frac{1}{3}.\frac{AP}{PB}$.

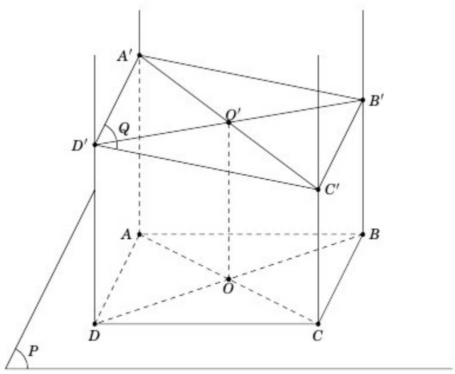
Lại có $\frac{SA}{SD}.\frac{DI}{IB}.\frac{BP}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{SA}{SD}.\frac{1}{3}.\frac{AP}{PB}.\frac{BP}{PA} = 1 \Leftrightarrow \frac{SA}{SD} = 3 \Rightarrow SA = 3SD.$

Suy ra $AD = 4DS.$

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 6$, $BB' = 10$, $CC' = 8$. Tính DD'.

Lời giải

Trả lời: 4



Do (P) cắt mặt phẳng (Ax, By) theo giao tuyến $A'B'$ và cắt mặt phẳng (Cz, Dt) theo giao tuyến $C'D'$, mà hai mặt phẳng (Ax, By) và (Cz, Dt) song song nên $A'B' // C'D'$.

Tương tự có $A'D' // B'C'$ nên $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

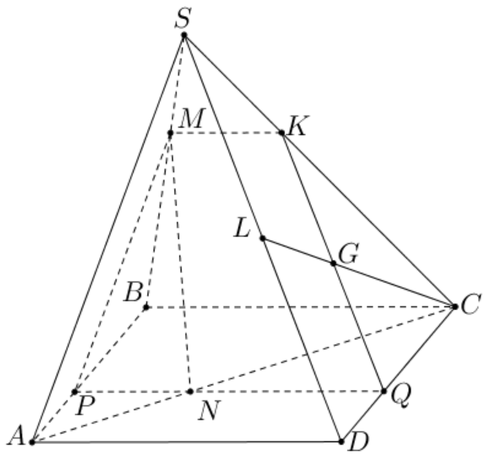
Gọi O, O' lần lượt là tâm $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Dễ dàng có OO' là đường trung bình của hai hình thang $AA'C'C$ và $BB'D'D$ nên $OO' = \frac{AA' + CC'}{2} = \frac{BB' + DD'}{2}$.

Từ đó ta có $DD' = 4$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SB, AC sao cho $\frac{BM}{MS}=\frac{CN}{NA}=x,\ \left(0<x\neq 1\right)$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Tìm x để $\left(MNG\right)//\left(SAD\right)$.

Lời giải

Trả lời: 2



Gọi các giao điểm của $\left(MNG\right)$ với các cạnh hình chóp như hình vẽ.

Ta có $\frac{BM}{MS}=\frac{CN}{NA}=x,\left(0<x\neq 1\right)$ nên $BC,\,MN,\,SA$ lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song, suy ra $MN//\left(SAD\right),\ \forall x\in\left(0<x\neq 1\right)$. Do đó

$\left(MNG\right)//\left(SAD\right)\Leftrightarrow NQ//AD\Leftrightarrow \frac{NC}{NA}=\frac{QC}{QD}\Leftrightarrow \frac{NC}{NA}=\frac{GC}{GL}=2$.

Vậy với $x=2$ thì $\left(MNG\right)//\left(SAD\right)$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: HAI MẶT PHẲNG SONG SONG
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P).

C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q).

D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Câu 2: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q); đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$.

B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.

C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.

Câu 3: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây

A. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

B. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến đó đồng qui với nhau.

C. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.

D. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BC'D)$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. $(AB'D')$. **B.** $(A'C'C)$. **C.** (BDA'). **D.** (BCA').

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB // CD)$ và $AB = 2CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB và AB. Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD)?

A. (BCI). **B.** (BIJ). **C.** (SJC). **D.** (CIJ).

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD và M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD. Khẳng định nào đúng?

A. $(DJK) // (ABC)$. **B.** $(KMN) // (ABC)$. **C.** $(IJK) // (BCD)$. **D.** $(IJK) // (KMD)$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm của SA,SD và AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(NOM)//(SAC)$. **B.** $(MNO)//(SBC)$. **C.** $(PON)//(SAD)$. **D.** $(NMP)//(SBD)$.

Câu 8: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang, $AB//CD$, $AB=a$; $CD=2a$, gọi I là giao điểm của AC và BD. Qua I kẻ đường thẳng song song CD cắt BC tại M. Trên cạnh SC lấy điểm N sao cho: $CN=2NS$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(IMN)//(SAB)$. **B.** $(IMN)//(SAD)$. **C.** $(IMN)//(SAC)$. **D.** $(IMN)//(SBD)$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh $SA, SB, SC, SD.$ Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $A'C'//(SBD)$. **B.** $(A'B'C')//(ABC)$. **C.** $A'B'//(SAD)$. **D.** $A'C'//BD$.

Câu 10: Trong không gian, cho đường thẳng d và hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu (P) và (Q) cùng cắt d thì (P) song song với (Q).

B. Nếu (P) và (Q) cùng song song với d thì (P) song song với (Q).

C. Nếu (P) song song với (Q) và d nằm trong mp (P) thì d song song với (Q).

D. Nếu (P) song song với (Q) và d cắt (P) thì d song song với (Q).

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

A. $(MNP)//(SBO)$. **B.** (OMN) cắt (OPM).

C. $(MPN)//(SBC)$. **D.** $(PON)\cap(MNP)=NP$.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

A. $(ABCD)//(A'B'C'D')$. **B.** $(AA'D'D)//(BCC'B')$.

C. $(BDD'B')//(ACC'A')$. **D.** $(ABB'A')//(CDD'C')$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm ΔABE. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF). Lấy N là giao điểm của (P) và AC.

a) $EFDC$ là hình thang

b) $FD//EC$

c) $(ADF)//(BCE)$.

d) $\dfrac{AN}{NC}=3$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó:

a) ON chéo nhau với SB

b) $(OMN)//(SBC)$.

c) Gọi P và Q là trung điểm của AB và ON. Khi đó PQ cắt (SBC)

d) Gọi R là trung điểm AD. Khi đó $(MOR)//(SCD)$.

Câu 3: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Khi đó:

a) $II'//BB'$.

b) $AA'I'I$ là hình bình hành.

c) IA' song song $(AB'C')$.

d) Giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng $AI', A'I$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh AA', BB', CC', DD' song song với nhau.

a) $(BDA')//(B'D'C')$.

b) Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C$.

c) $AG_1 = 2G_1G_2$

d) Mặt phẳng $(A'B'G_2)$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tạo thành một tứ giác là hình bình hành

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC. Gọi (α) là mặt phẳng qua G và song song với mặt phẳng (SBC). Gọi thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tam giác MNP với $M \in SA, N \in AB, P \in AC$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{SM}{SA}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các SB, SD; K là giao điểm của mặt phẳng lần (AMN) và đường thẳng SC. Tỉ số $\frac{SK}{SC}$ bằng

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các SC, OB với $O = AC \cap BD; I = SD \cap (AMN)$. Tỉ số $\frac{SI}{ID}$ bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a\sqrt{2}$. $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a\sqrt{7}$. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh SB, SD sao cho $SM = 2MB, SN = 2ND$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại I. Tính diện tích tứ giác $AMIN$ khi $a = 3$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Trên các cạnh SB, SD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (AMN) cắt SC tại J. Tính tỉ số $\frac{SJ}{SC}$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, E là trung điểm của SB. Biết rằng ΔEAC đều, $BD = 2AC = 2$. Lấy I trên đoạn OD với $DI = x$ $(0 < x < 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song với (ACE). Mặt phẳng (α) cắt AD, CD, SC, SB, SA lần lượt tại M, N, P, Q, R. Tìm diện tích lớn nhất của ngũ giác $MNPQR$? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P).

C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q).

D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Lời giải

Nếu (P) và (Q) song song với nhau và đường thẳng $d \subset (P)$, $d' \subset (Q)$ thì d, d' có thể chéo nhau. Nên khẳng định A là **sai**.

Câu 2: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q); đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//(Q)$.

B. Nếu $(P)//(Q)$ thì $b//(P)$.

C. Nếu $(P)//(Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//b$.

Lời giải

Đáp án D sai vì khi cho hai mặt phẳng phân biệt $(P)//(Q)$; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$ thì a và b có thể chéo nhau.

Câu 3: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây

A. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

B. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến đó đồng qui với nhau.

C. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.

D. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

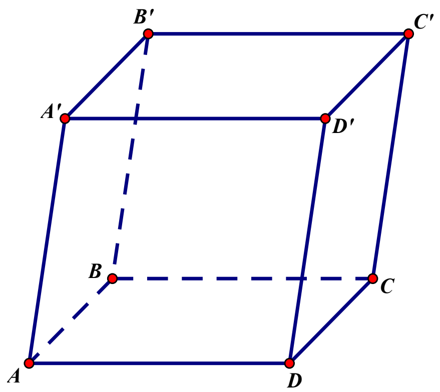
Lời giải

Sử dụng tính chất của hai mặt phẳng song song.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BC'D)$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. $(AB'D')$. **B.** $(A'C'C)$. **C.** (BDA'). **D.** (BCA').

Lời giải



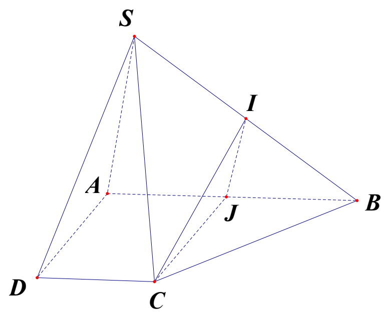
Ta có $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB'//DC'$; $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD'//BC'$

Suy ra $(AB'D')//(BC'D)$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB//CD)$ và $AB = 2CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SB và AB. Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD)?

A. (BCI). **B.** (BIJ). **C.** (SJC). **D.** (CIJ).

Lời giải



Xét tam giác SAB, ta có $IJ//SA$

Có $\begin{cases} IJ//SA \\ SA \subset (SAD) \Rightarrow IJ//(SAD) \ (1) \\ IJ \not\subset (SAD) \end{cases}$

Ta có tứ giác $ADCJ$ là hình bình hành suy ra $CJ//AD$

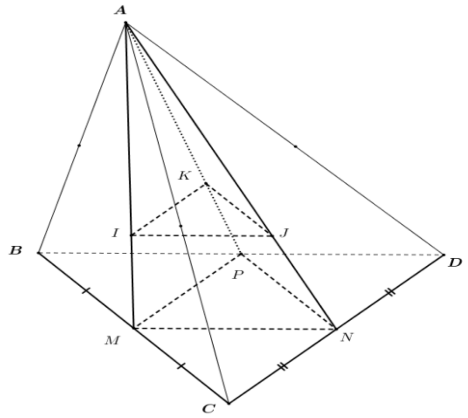
$\begin{cases} CJ//AD \\ AD \subset (SAD) \Rightarrow CJ//(SAD) \ (2). \\ CJ \not\subset (SAD) \end{cases}$

Từ (1), (2) suy ra $(CIJ)//(SAD)$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD và M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD. Khẳng định nào đúng?

A. $(DJK)//(ABC)$. **B.** $(KMN)//(ABC)$. **C.** $(IJK)//(BCD)$. **D.** $(IJK)//(KMD)$.

Lời giải



Ta có

Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của BC,CD,BD.

Khi đó I,J,K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC,ACD,ABD nên I,J,K lần lượt nằm trên SM,SN,SP và $\frac{SI}{SM}=\frac{SJ}{SN}=\frac{SK}{SP}=\frac{2}{3}$

Suy ra $IK//MP$ và $KJ//PN$

Ta có: + $\begin{cases} IK//MP \\ MP\subset(BCD)\Rightarrow IK//(BCD) \\ IK\not\subset(BCD) \end{cases}$

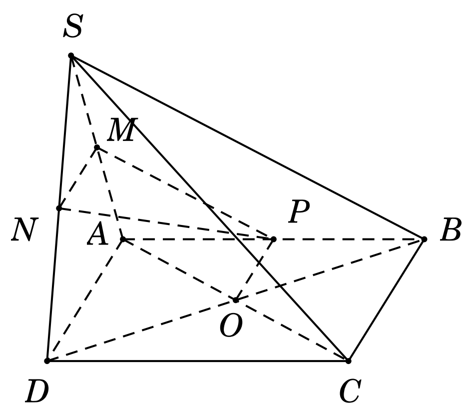
+ $\begin{cases} KJ//PN \\ PN\subset(BCD)\Rightarrow KJ//(BCD) \\ KJ\not\subset(BCD) \end{cases}$

Vậy $\begin{cases} IK//(BCD) \\ JK//(BCD) \\ IK,JK\subset(\text{IJK}) \\ IK\cap JK=\{K\} \end{cases}\Rightarrow(\text{IJK})//(BCD)$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm của SA,SD và AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(NOM)//(SAC)$. **B.** $(MNO)//(SBC)$. **C.** $(PON)//(SAD)$. **D.** $(NMP)//(SBD)$.

Lời giải



Vì M, N theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và O là trung điểm của AC và BD nên

$$\begin{cases} MO//SC \\ MO \not\subset (SBC) \Rightarrow MO//(SBC) \ (1). \\ SC \subset (SBC) \end{cases}$$

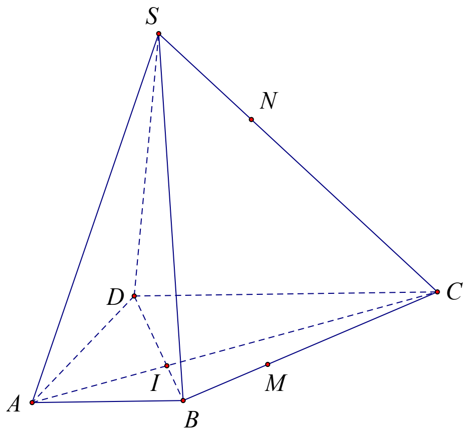
$$\begin{cases} NO//SB \\ NO \not\subset (SBC) \Rightarrow NO//(SBC) \ (2). \\ SB \subset (SBC) \end{cases}$$

Từ (1) và (2): $\begin{cases} MO//(SBC) \\ NO//(SBC) \\ MO \cap NO = O \Rightarrow (MNO)//(SBC). \\ MO \subset (MNO) \\ NO \subset (MNO) \end{cases}$

Câu 8: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang, $AB//CD$, $AB = a; CD = 2a$, gọi I là giao điểm của AC và BD. Qua I kẻ đường thẳng song song CD cắt BC tại M. Trên cạnh SC lấy điểm N sao cho: $CN = 2NS$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(IMN)//(SAB)$. **B.** $(IMN)//(SAD)$. **C.** $(IMN)//(SAC)$. **D.** $(IMN)//(SBD)$.

Lời giải



Ta có:

$IM//CD \Rightarrow IM//AB.$

$$\begin{cases} IM//AB \\ IM \not\subset (SAB) \Rightarrow IM//(SAB) \ (1). \\ AB \subset (SAB) \end{cases}$$

Trong $(ABCD)$: $\frac{IA}{IC} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IC}{AC} = \frac{2}{3} = \frac{CM}{CB}.$

Mà $\frac{CN}{CS} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CN}{CS} = \frac{CM}{CB} \Rightarrow MN//SB.$

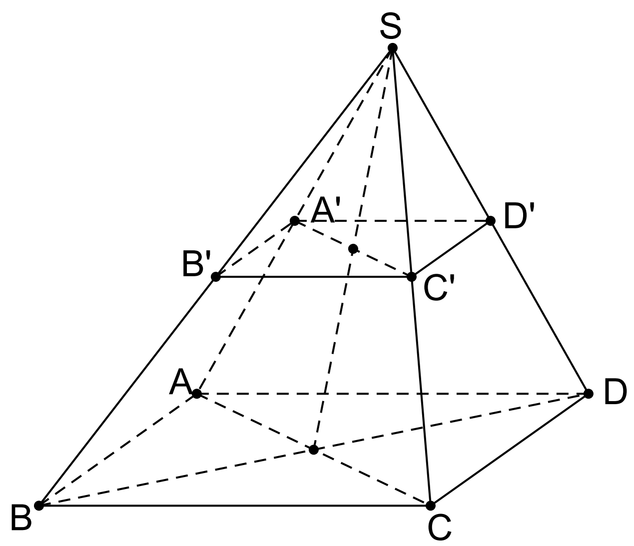
$\begin{cases} MN // SB \\ MN \not\subset (SAB) \Rightarrow MN // (SAB) \quad (2). \\ SB \subset (SAB) \end{cases}$

Từ (1) và (2): $\begin{cases} IM // (SAB) \\ MN // (SAB) \\ IM \cap MN = M \\ IM \subset (IMN) \\ MN \subset (IMN) \end{cases} \Rightarrow (IMN) // (SAB).$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh $SA, SB, SC, SD.$ Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $A'C' // (SBD)$. **B.** $(A'B'C') // (ABC)$. **C.** $A'B' // (SAD)$. **D.** $A'C' // BD$.

Lời giải



Vì $\begin{cases} A'B' // AB \\ B'C' // BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'B' // (ABC) \\ B'C' // (ABC) \end{cases} \Rightarrow (A'B'C') // (ABC).$.

Câu 10: Trong không gian, cho đường thẳng d và hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu (P) và (Q) cùng cắt d thì (P) song song với (Q).

B. Nếu (P) và (Q) cùng song song với d thì (P) song song với (Q).

C. Nếu (P) song song với (Q) và d nằm trong mp (P) thì d song song với (Q).

D. Nếu (P) song song với (Q) và d cắt (P) thì d song song với (Q).

Lời giải

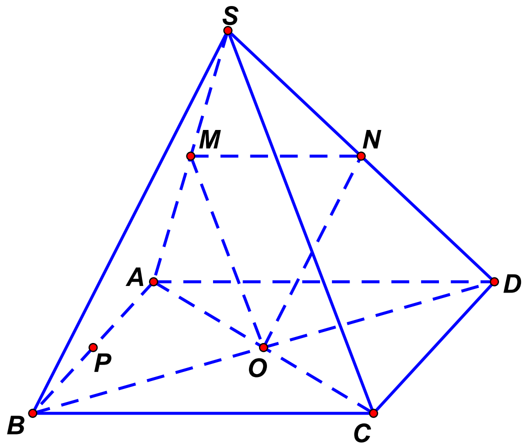
Chọn C. Nếu (P) song song với (Q) và d nằm trong mp (P) thì d song song với (Q).

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

A. $(MNP) // (SBO)$. **B.** (OMN) cắt (OPM).

C. $(MPN) // (SBC)$. **D.** $(PON) \cap (MNP) = NP$.

Lời giải



Xét hai mặt phẳng (MON) và (SBC), ta có: $OM \,//\, SC$ và $ON \,//\, SB$.

Mà $BS \cap SC = C$ và $OM \cap ON = O$.

Do đó $(MON) \,//\, (SBC)$.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

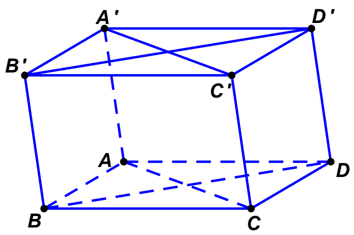
A. $(ABCD) \,//\, (A'B'C'D')$.

B. $(AA'D'D) \,//\, (BCC'B')$.

C. $(BDD'B') \,//\, (ACC'A')$.

D. $(ABB'A') \,//\, (CDD'C')$.

Lời giải



A. đúng vì hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ là hai mặt đối của hình hộp nên song song.

B. đúng vì hai mặt phẳng $(AA'D'D)$ và $(BCC'B')$ là hai mặt đối của hình hộp nên song song.

C. SAI vì hai mặt phẳng $(BDD'B')$ và $(ACC'A')$ cắt nhau.

D. đúng vì hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(CDD'C')$ là hai mặt đối của hình hộp nên song song.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm ΔABE. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF). Lấy N là giao điểm của (P) và AC.

a) $EFDC$ là hình thang

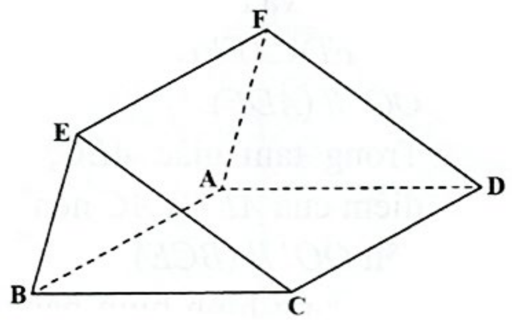
b) $FD \,//\, EC$

c) $(ADF) \,//\, (BCE)$.

d) $\dfrac{AN}{NC} = 3$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



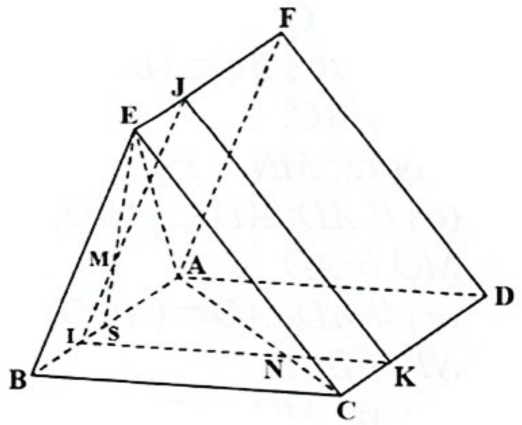
a) b) c) Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Chứng minh rằng: $(ADF)//(BCE)$.

Ta có $\begin{cases} EF//CD(//AB) \\ EF = CD(=AB) \end{cases} \Rightarrow EFDC$ là hình bình hành.

$\Rightarrow FD//EC$.

Ta có $\begin{cases} AD//BC; AF//BE \\ AD, AF \subset (ADF); AD \cap AF = A \Rightarrow (ADF)//(BCE) \\ BC, BE \subset (BEC); BC \cap BE = B \end{cases}$

d) Tính $\dfrac{AN}{NC}$.



Vẽ mp (P) chứa M và $(P)//(ADF)$ cắt AB, AC, CD, EF lần lượt tại I, N, K, J.

Ta có: $\dfrac{AI}{BI} = \dfrac{AN}{NC}(IN//BC)$

Ta có: $\dfrac{EJ}{IS} = \dfrac{ME}{MS} = 2(IS//JE)$

$BI = EJ$ (tứ giác BIJE là hình bình hành)

$\Rightarrow \dfrac{BI}{IS} = 2 \Rightarrow \dfrac{BI}{2} = \dfrac{IS}{1} = \dfrac{BI+IS}{2+1} = \dfrac{BS}{3}$

$\Rightarrow BI = \dfrac{2}{3}BS; IS = \dfrac{1}{3}BS$

Ta có: $AI = AS + AI = BS + \dfrac{1}{3}BS = \dfrac{4}{3}BS \Rightarrow> \dfrac{AI}{BI} = \dfrac{\frac{4}{3}BS}{\frac{2}{3}BS} = 2 \Rightarrow \dfrac{AN}{NC} = 2$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Khi đó:

a) ON chéo nhau với SB

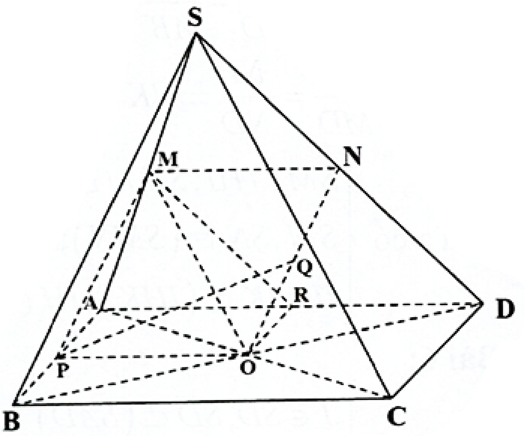
b) $(OMN)//(SBC)$.

c) Gọi P và Q là trung điểm của AB và ON. Khi đó PQ cắt (SBC)

d) Gọi R là trung điểm AD. Khi đó $(MOR)//(SCD)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) b) Ta có $OM//SC$ (đường trung bình tam giác SAC). Ta có $ON//SB$ (đường trung bình tam giác SBD).

Ta có $\begin{cases} ON//SB; OM//SC \\ OM, ON \subset (OMN), OM \cap ON = O \\ SB, SC \subset (SBC), SB \cap SC = S \end{cases}$

$\Rightarrow (OMN)//(SBC)$

c) Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của AB và ON. Chứng minh: $PQ//(SBC)$

Ta có $\begin{cases} OP//AB \\ AB//MN \end{cases}$

$\Rightarrow OP//MN \Rightarrow OMPN$ là hình thang $\Rightarrow P \in (OMN)$.

Ta có $\begin{cases} NP \subset (OMN) \\ (OMN)//(SBC) \end{cases} \Rightarrow NP//(SBC)$

d) Gọi R là trung điểm AD. Chứng minh: $(MOR)//(SCD)$.

Ta có $OR//CD$ (đường trung bình của tam giác ACD)

Ta có $\begin{cases} OM//SC(cmt) \\ OR//CD(cmt) \\ OM, OR \subset (MOR), OM \cap OR = O \\ SC, SD \subset (SCD), SC \cap SD = S \end{cases} \Rightarrow (MOR)//(SCD)$

Câu 3: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$.

a) $II'//BB'$.

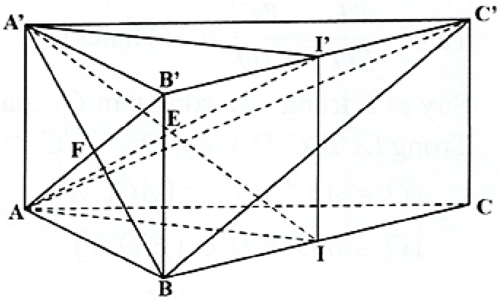
b) $AA'I'I$ là hình bình hành.

c) IA' song song $(AB'C')$.

d) Giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng $AI', A'I$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) b) Ta có I', I là trung điểm của $B'C'$ và BC.

Suy ra II' là đường trung bình của hình bình hành $BB'C'C$.

Suy ra $II' = BB'$ và $II' // BB'$.

Ta có $\begin{cases} II' // AA' \left(// BB'\right) \\ II' = AA' \left(= BB'\right) \end{cases}$

$\Rightarrow AA'I'I$ là hình bình hành. $\Rightarrow AI // A'I'$.

c) Trong ($IAA'I'$), gọi $E = AI' \cap A'I$.

Suy ra $\begin{cases} E \in AI'; AI' \subset \left(AB'C'\right) \\ E \in A'I \end{cases} \Rightarrow$ Suy ra $E = A'I \cap \left(AB'C'\right)$.

d) Tìm giao tuyến của $\left(AB'C'\right)$ và $\left(A'BC'\right)$.

Trong $\left(AA'B'B\right)$, gọi $F = AB' \cap A'B$.

$\Rightarrow \begin{cases} F \in AB'; AB' \subset \left(AB'C'\right) \\ F \in A'B; A'B \subset \left(A'BC'\right) \end{cases} \Rightarrow F \in \left(AB'C'\right) \cap \left(A'BC'\right)$ (1)

Ta có $E = AI' \cap A'I$.

$\Rightarrow \begin{cases} E \in AI'; AI' \subset \left(AB'C'\right) \\ E \in A'I; A'I \subset \left(A'BC'\right) \end{cases} \Rightarrow E \in \left(AB'C'\right) \cap \left(A'BC'\right) (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $EF = \left(AB'C'\right) \cap \left(A'BC'\right)$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh AA', BB', CC', DD' song song với nhau.

a) $\left(BDA'\right) // \left(B'D'C'\right)$.

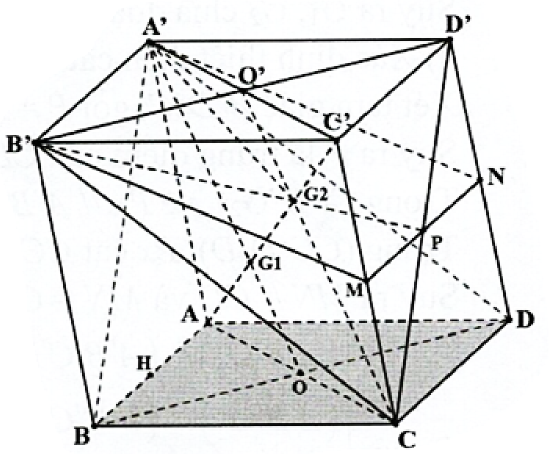
b) Đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C$.

c) $AG_1 = 2G_1G_2$

d) Mặt phẳng $\left(A'B'G_2\right)$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tạo thành một tứ giác là hình bình hành

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng



a) Chứng minh: $\left(BDA'\right)//\left(B'D'C\right)$.

Ta có $BA'D'C$ là hình bình hành nên $BA'//D'C$.

Ta có $BB'D'D$ là hình bình hành nên $B'D'//BD$.

Ta có $\begin{cases} BA'//D'C \\ BD//B'D' \\ BA', BD \subset \left(BA'D\right); BA' \cap BD = B \\ B'D', D'C \subset \left(B'D'C\right); B'D' \cap D'C = D' \end{cases}$

$\Rightarrow \left(BDA'\right)//\left(B'D'C\right)$.

b) Chứng minh đường chéo AC' qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' và $B'D'C$.

Trong $(ABCD)$, gọi $O = AC \cap BD$.

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC; AC \subset \left(ACC'A'\right) \\ O \in BD; BD \subset \left(BDA'\right) \end{cases} \Rightarrow O \in \left(ACC'A'\right) \cap \left(BDA'\right)$.

Mà $A' \in \left(ACC'A'\right) \cap \left(BDA'\right)$ nên $A'O = \left(ACC'A'\right) \cap \left(BDA'\right)$

Trong $\left(ACC'A'\right)$, gọi $E = A'O \cap AC'$.

Ta có $\dfrac{A'E}{EO} = \dfrac{A'C'}{AO} = 2$ (Thales)

Suy ra E trùng với trọng tâm G_1 của tam giác BDA'.(1)

Trong $\left(A'B'C'D'\right)$, gọi $O' = A'C' \cap B'D'$.

$\Rightarrow \begin{cases} O' \in A'C'; A'C' \subset \left(ACC'A'\right) \\ O' \in B'D; B'D' \subset \left(B'D'C\right) \end{cases} \Rightarrow O' \in \left(ACC'A'\right) \cap \left(B'D'C\right)$.

Mà $C \in \left(ACC'A'\right) \cap \left(B'D'C\right)$ nên $CO = \left(ACC'A'\right) \cap \left(B'D'C\right)$.

Trong $\left(ACC'A'\right)$, gọi $F = CO \cap AC'$.

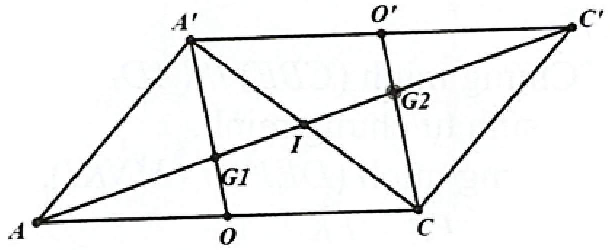
Ta có $\dfrac{CF}{FO'} = \dfrac{AC}{C'O'} = 2$ (Thales)

Suy ra F trùng với trọng tâm G_2 của tam giác $B'D'C$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra AC' qua trọng tâm G_1, G_2 của tam giác BDA' 'và $B'D'C$.

c) Chứng minh G_1, G_2 chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

Trong $(AA'C'C)$, gọi $I = A'C \cap AC'$.



Ta có G_1 là trọng tâm của tam giác $A'AC$ nên $AG_1 = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}AC' = \frac{1}{3}AC'$.

Ta có G_2 là trọng tâm của tam giác $A'CC'$ nên $AG_2 = \frac{2}{3}C'I = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}AC' = \frac{1}{3}AC'$.

Ta có $G_1G_2 = AC' - AG_1 - C'G_2 = AC' - \frac{1}{3}AC' - \frac{1}{3}AC' = \frac{1}{3}AC'$.

Từ đó ta có $AG_1 = G_1G_2 = G_2C'\left(=\frac{1}{3}AC'\right)$.

Suy ra G_1, G_2 chia đoạn AC' ' thành ba phần bằng nhau.

d) Xác định thiết diện cắt bởi mặt phẳng $(A'B'G_2)$. Thiết diện là hình gì?

Xét tam giác $B'D'C$, gọi $P = B'G_2 \cap CD'$.

Suy ra P là trung điểm của CD'.

Trong $(A'B'G_2)$, vẽ $Px // A'B'$.

Trong $(CC'D'D), Px$ cắt CC', DD' lần lượt tại M và N.

Suy ra $MN // CD$ và $MN = CD$.

Ta có $\begin{cases} (A'B'G_2)\cap(A'B'C'D') = A'B' \\ (A'B'G_2)\cap(B'C'CB) = B'M \\ (A'B'G_2)\cap(CC'D'D) = MN \\ (A'B'G_2)\cap(AA'D'D) = NA' \end{cases}$

$\Rightarrow$ thiết diện của $(A'B'G_2)$ và hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$ là tứ giác $A'B'MN$.

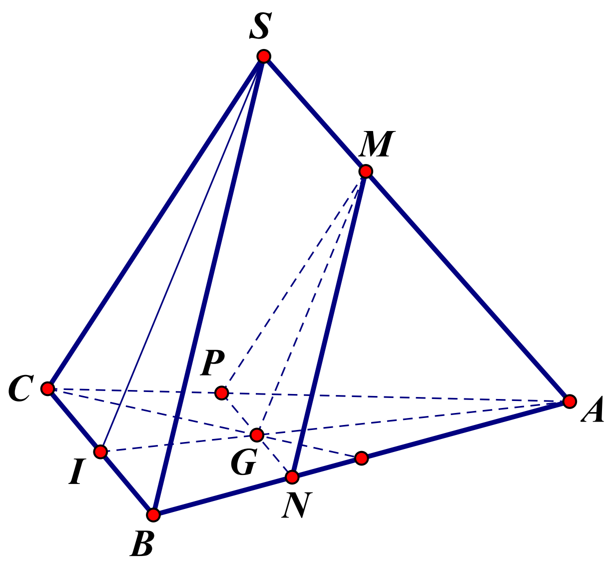
Ta có $\begin{cases} MN // A'B' \\ MN = A'B' (= CD) \end{cases} \Rightarrow$ thiết diện $A'B'MN$ là hình bình hành.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC. Gọi (α) là mặt phẳng qua G và song song với mặt phẳng (SBC). Gọi thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tam giác MNP với $M \in SA, N \in AB, P \in AC$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{SM}{SA}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,33



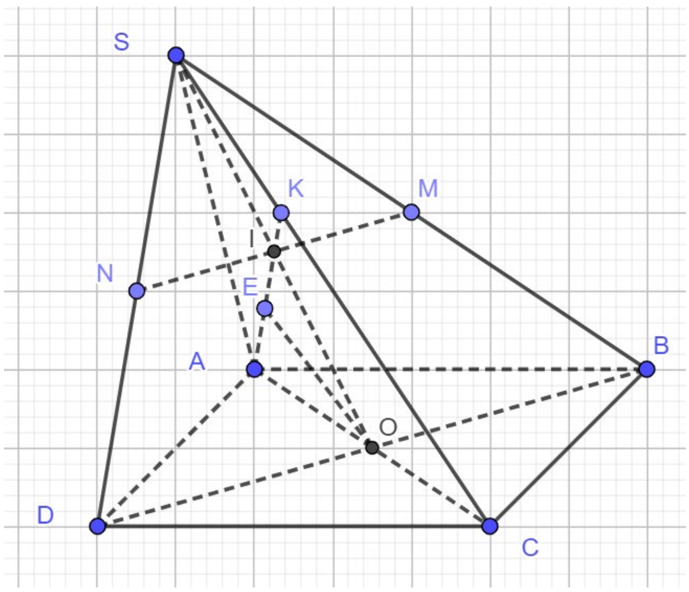
Gọi I là trung điểm BC

Ta có $SI//MG$ suy ra $\frac{SM}{SA}=\frac{IG}{IA}=\frac{1}{3}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các SB,SD; K là giao điểm của mặt phẳng lần $\left(AMN\right)$ và đường thẳng SC. Tỉ số $\frac{SK}{SC}$ bằng

Lời giải

Trả lời: 0,5



Theo Gọi $O=AC\cap BD$.

Trong $\left(SBD\right)$, gọi $I=SO\cap MN$.

Trong $\left(SAC\right)$

$$\begin{cases} K=AI\cap SC \\ K\in AI\subset\left(AMN\right)\Rightarrow K\in\left(AMN\right) \\ K\in SC \end{cases}$$

$\Rightarrow K=SC\cap\left(AMN\right)$.

Kẻ $OE//SC$. Theo định lý Thales, ta có:

$\frac{AC}{AO}=\frac{KC}{OE}.(1)$

$\frac{IO}{IS}=\frac{OE}{KS}.(2)$

Ta có $(1).(2)$:

$\frac{AC}{AO}.\frac{IO}{IS}=\frac{KC}{OE}\frac{OE}{KS}$

$\Leftrightarrow \frac{AC}{AO}.\frac{IO}{IS}=\frac{KC}{KS}$

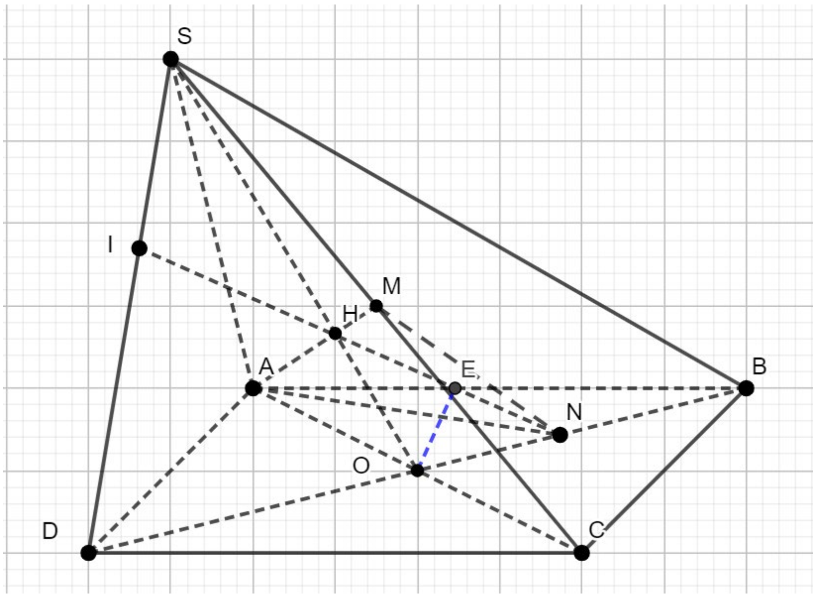
$\Leftrightarrow 2.1=\frac{KC}{KS}$

$\Leftrightarrow \frac{SK}{SC}=\frac{1}{2}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các SC, OB với $O=AC\cap BD; I=SD\cap(AMN)$. Tỉ số $\frac{SI}{ID}$ bằng *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,67



Trong (SAC), gọi $H=SO\cap AM \Rightarrow H$ là trọng tâm ΔSAC.

Trong (SBD)

$\begin{cases} I=NH\cap SC \\ I\in NH\subset(AMN)\Rightarrow I\in(AMN) \\ I\in SC \end{cases}$

$\Rightarrow I=SD\cap(AMN)$.

Kẻ $OE//SD$. Theo định lý Thales, ta có:

$\frac{ND}{NO}=\frac{ID}{OE}.(1)$

$\frac{HO}{HS}=\frac{OE}{IS}.(2)$

Ta có $(1).(2)$:

$\frac{ND}{NO}.\frac{HO}{HS}=\frac{ID}{OE}\frac{OE}{IS}$

$\Leftrightarrow\frac{ND}{NO}.\frac{HO}{HS}=\frac{ID}{IS}$

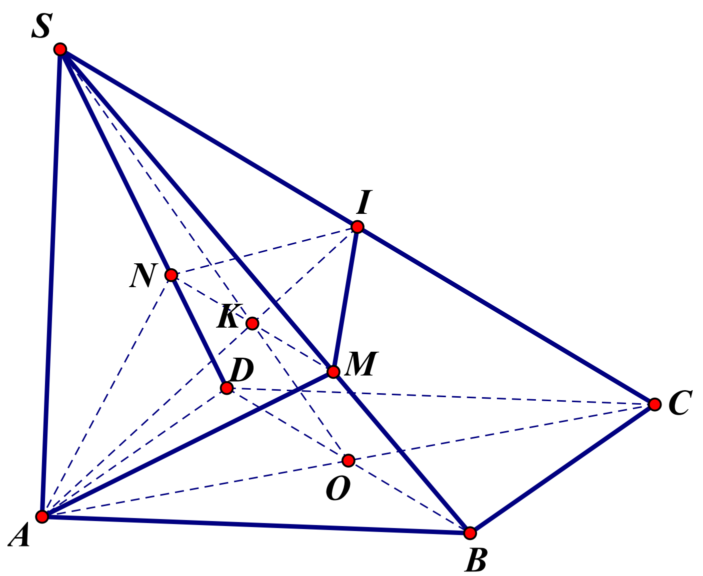
$\Leftrightarrow 3.\frac{1}{2}=\frac{ID}{IS}$

$\Leftrightarrow\frac{SI}{ID}=\frac{2}{3}.$

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a\sqrt{2}$. $SA\perp(ABCD)$, $SA=2a\sqrt{7}$. Gọi M,N lần lượt thuộc các cạnh SB,SD sao cho $SM=2MB,SN=2ND$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại I. Tính diện tích tứ giác $AMIN$ khi $a=3$.

Lời giải

Trả lời: 72



.

Ta có $AC=BD=AB\sqrt{2}=3a\sqrt{2}.\sqrt{2}=6a$, $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{(2a\sqrt{7})^2+(6a)^2}=8a$

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$

Trong mặt phẳng (SBD), gọi giao điểm của MN và SO là K

Trong mặt phẳng (SAC) gọi giao điểm của AK và SC là I

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (AMN) với hình chóp $S.ABCD$ là tứ giác $AMIN$

$SM=2MB,SN=2ND\Rightarrow MN=\frac{2}{3}BD=\frac{2}{3}.6a=4a$

$SM=2MB,SN=2ND\Rightarrow SK=\frac{2}{3}SO$

Vì SO là trung tuyến của tam giác ΔSAC và $SK = \frac{2}{3}SO$ nên K là trọng tâm tam giác ΔSAC

sủy ra AI là trung tuyến của tam giác ΔSAC suy ra $AI = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}.8a = 4a$

Ta có $SM = 2MB, SN = 2ND \Rightarrow \begin{cases} MN // BD \\ BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AI \end{cases} \Rightarrow AI \perp MN$

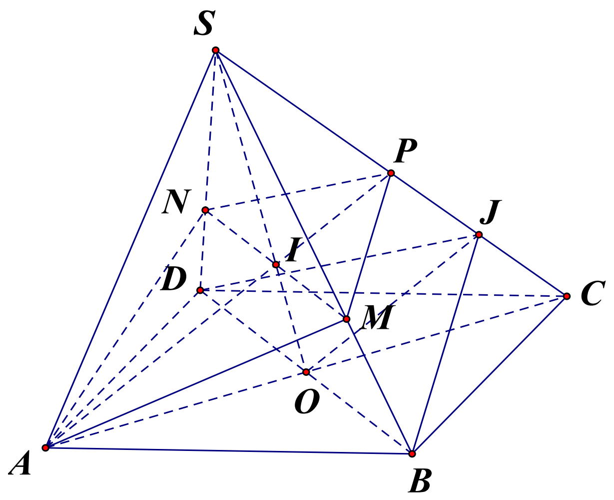
Tứ giác $AMIN$ có hai đường chéo vuông góc nên diện tích của nó là

$S_{AMIN} = \frac{1}{2}AI.MN = \frac{1}{2}4a.4a = 8a^2 = 8.3^2 = 72$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Trên các cạnh SB, SD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (AMN) cắt SC tại J. Tính tỉ số $\frac{SJ}{SC}$

Lời giải

Trả lời: 0,75



Ta có: $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN // BD$

Trong mặt phẳng (SBD) gọi $I = MN \cap SO$. Ta có $MI // BD \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $P = AI \cap SC \Rightarrow P = SC \cap (AMN)$ và $(SAC) \cap (AMN) = AP$

(P là trung điểm SC)

Hai mặt phẳng song song (AMN) và (α) bị cắt bởi mặt phẳng (SAC) theo hai giao tuyến AP và OJ nên $AP // OJ$

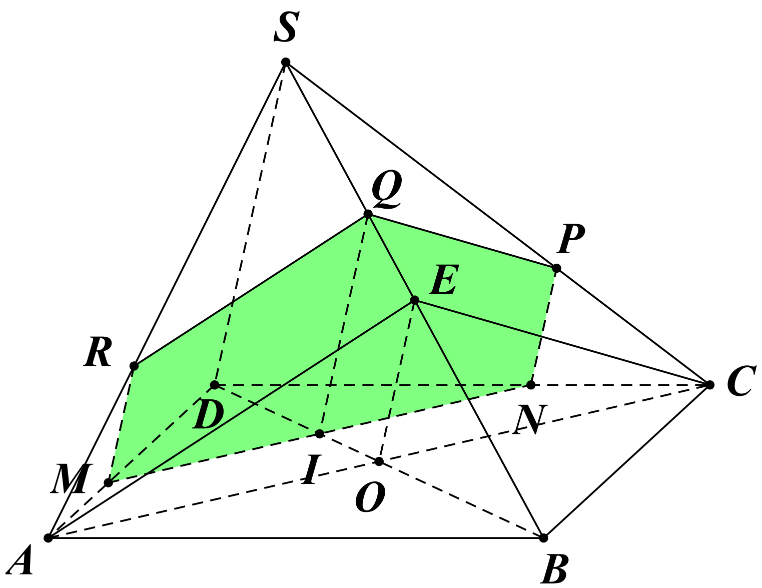
Ta có: $IP // OJ \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SP}{SJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow SJ = \frac{3}{2}SP = \frac{3}{2}.\frac{1}{2}SC = \frac{3}{4}SC \Rightarrow \frac{SJ}{SC} = \frac{3}{4}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, E là trung điểm của SB. Biết rằng ΔEAC đều, $BD = 2AC = 2$. Lấy I trên đoạn OD với $DI = x$ $(0 < x < 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song với (ACE). Mặt phẳng (α) cắt AD, CD, SC, SB, SA lần lượt tại

M, N, P, Q, R. Tìm diện tích lớn nhất của ngũ giác $MNPQR$? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,58



Qua I dựng đường thẳng song song với AC cắt AD, CD lần lượt tại M và N.

Qua I dựng đường thẳng song song với OE cắt SB tại Q.

Qua Q dựng đường thẳng song song với AE cắt SA tại R.

Qua Q dựng đường thẳng song song với EC cắt SC tại P.

Khi đó $(\alpha) \equiv (MNPQR)$ và $(MNPQR) \parallel (ACE)$.

Ta có: $\dfrac{QP}{EC} = \dfrac{QR}{AE} = \dfrac{RP}{AC} = \dfrac{SP}{SC}$ nên ΔQRP đều.

Ta có: $IQ \parallel OE \parallel SD$ nên $\begin{cases} RM \parallel SD \\ PN \parallel SD \end{cases}$. Mặt khác $\dfrac{CN}{CD} = \dfrac{AM}{AD}$ nên $RM = PN \Rightarrow MNPR$ là hình bình hành.

Lại có ΔEAC đều nên $OE \perp AC \Rightarrow PN \perp MN$. Suy ra $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Tam giác EAC đều có cạnh $AC = 1$ nên $EO = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SD = \sqrt{3}$.

Ta có: $\dfrac{MN}{AC} = \dfrac{DI}{DO} = \dfrac{x}{1} \Rightarrow MN = x$; $\dfrac{RM}{SD} = \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{OI}{OD} = 1 - x \Rightarrow RM = (1-x)\sqrt{3}$.

Diện tích hình chữ nhật $MNPR$ bằng: $S_{MNPR} = \sqrt{3}(1-x).x = -\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}x$.

Diện tích tam giác EAC bằng: $S_{\Delta EAC} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Lại có: $\dfrac{S_{\Delta QRP}}{S_{\Delta EAC}} = \left(\dfrac{QR}{AE}\right)^2 = \left(\dfrac{SR}{SA}\right)^2 = \left(\dfrac{DM}{DA}\right)^2 = \left(\dfrac{DI}{DO}\right)^2 = x^2 \Rightarrow S_{\Delta QRP} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$.

Do đó diện tích ngũ giác $MNPQR$ bằng: $\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \left(-\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}x\right) = -\dfrac{3\sqrt{3}}{4}x^2 + \sqrt{3}x$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=-\frac{3\sqrt{3}}{4}x^2+\sqrt{3}x$ với $0<x<1$.

Dễ thấy hàm số đạt GTLN bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$ tại $x=\frac{2}{3}$.

Vậy diện tích lớn nhất của ngũ giác $MNPQR$ là $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 4
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các mệnh đề sau:

(I): Nếu hai mặt phẳng song song thì thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

(II): Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì hai mặt phẳng này song song với nhau.

(III): Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

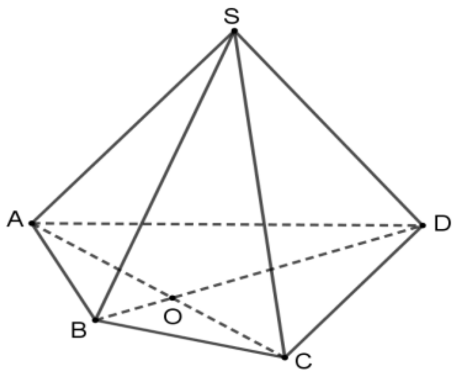
Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành; điểm N thuộc cạnh SD, sao cho $SN = \dfrac{ND}{2}$; điểm M thuộc các cạnh AD, sao cho $AM = \dfrac{AD}{3}$; G là trọng tâm của ΔABC. Điểm K luôn thuộc đường thẳng MG. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $NK \,//\, SB$. **B.** $NK \,//\, SA$. **C.** $NK \,//\, (SAB)$. **D.** $NK \,//\, SC$.

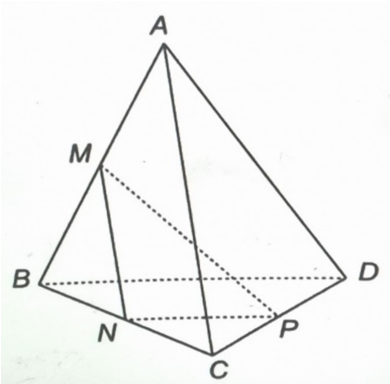
Câu 3: Trong không gian, cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có hình vẽ bên dưới. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng nào?

A. SA. **B.** SB. **C.** SO. **D.** BC.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CD (tham khảo hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $AC//(MNP)$. **B.** $AD//(MNP)$. **C.** $NP//(ABD)$. **D.** $MN//(ACD)$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A. S. **B.** Trung điểm của SD.
C. A. **D.** D.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD // BC)$. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

A. SI (I là giao điểm của AC và BM). **B.** SO (O là giao điểm của AC và BD).
C. SJ (J là giao điểm của AM và BD). **D.** SP (P là giao điểm của AB và CD).

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

A. đường thẳng MN.
B. đường thẳng AM.
C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I,J là trọng tâm các tam giác SAB,SBC. Khi đó đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào sau dây?

A. AC. **B.** BD **C.** AB. **D.** BC.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

A. đường thẳng qua S và song song với AD.
B. đường thẳng qua S và song song với AB.
C. đường thẳng SO với O là tâm hình bình hành $ABCD$.
D. đường thẳng qua S và song song với AC.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(ABCD)$. **B.** (SAB). **C.** (SAC). **D.** (SBC).

Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

A. A'. **B.** C'. **C.** B'. **D.** I'.

Câu 12: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (HAB). **B.** $(AA'H)$. **C.** (AHC'). **D.** $(HA'C)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD$, $B'D'C$.

a) $A'D'CB$ là hình bình hành.

b) $(A'BD) // (B'D'C)$.

c) G_1, G_2 cùng thuộc AC'.

d) $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AC'$.

Câu 2: Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song nhau, nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) và đi qua các điểm A, B, C, D. Một mặt phẳng (Q) cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'.

a) $mp(AA', BB')$ song song với $mp(CC', DD')$.

b) $A'B' // C'D'$.

c) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình thang.

d) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó $OO' // AA'$

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm ΔABE. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF). Lấy N là giao điểm của (P) và AC.

a) $EFDC$ là hình thang

b) $FD // EC$

c) $(ADF) // (BCE)$.

d) $\dfrac{AN}{NC} = 3$.

Câu 4: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

a) $AMM'A'$ là hình bình hành;

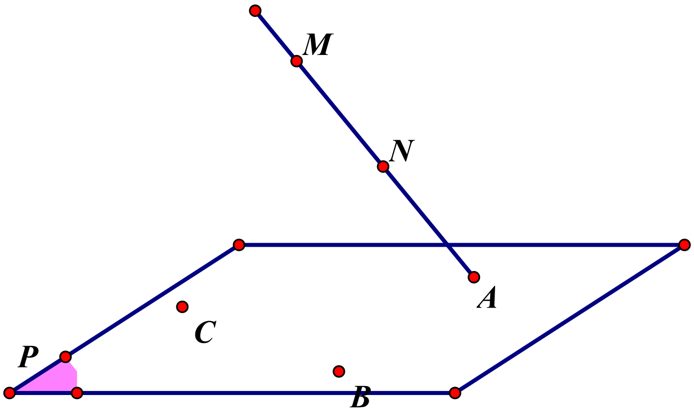
b) IG cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

c) (IKG) cắt $(BCC'B')$;

d) $(A'KG) // (AIB')$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC. Trên đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại A lấy 2 điểm phân biệt M, N khác A (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số mặt phẳng lập được từ 5 điểm A, B, C, M, N là



Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC'. Đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\frac{IM}{IJ}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. G là trọng tâm tam giác SAD. Mặt phẳng (GBC) cắt SD tại E. Tính tỉ số $\frac{SE}{SD}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, $SA = SB = 6$ và $AB = 8$. Mặt phẳng (P) đi qua O và song song với (SAB) cắt các cạnh SC, SD, AD, AB lần lượt tại M, N, P, Q. Tính diện tích tứ giác $MNPQ$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn AC', $B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 3AM$. Mặt phẳng (P) đi qua M song song với hai đường thẳng AD và BC. **Gọi** K **là giao điểm** của mặt phẳng (P) với đường thẳng CD. Tính tỉ số $\frac{KC}{CD}$.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho các mệnh đề sau:

(I): Nếu hai mặt phẳng song song thì thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.

(II): Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì hai mặt phẳng này song song với nhau.

(III): Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

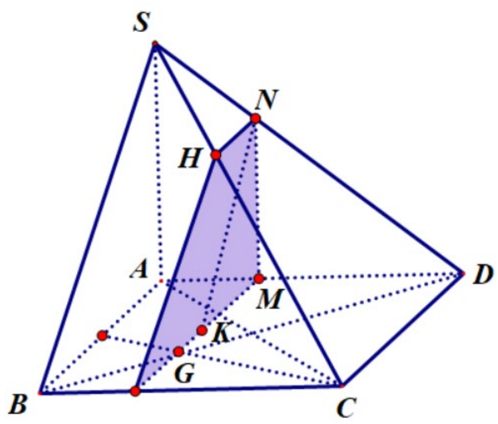
Mệnh đề (III) đúng.

Vậy trong các mệnh đề đã cho chỉ có một mệnh đề đúng.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành; điểm N thuộc cạnh SD, sao cho $SN = \frac{ND}{2}$; điểm M thuộc các cạnh AD, sao cho $AM = \frac{AD}{3}$; G là trọng tâm của ΔABC. Điểm K luôn thuộc đường thẳng MG. Mệnh đề nào sau đây đúng?

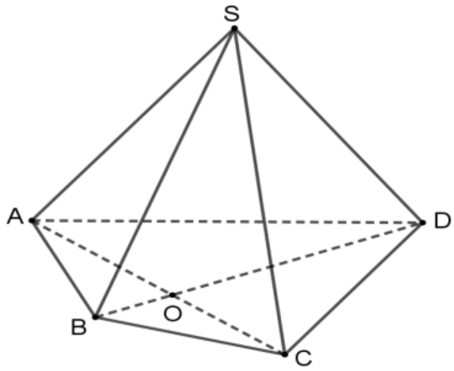
A. $NK \,//\, SB$. **B.** $NK \,//\, SA$. **C.** $NK \,//\, (SAB)$. **D.** $NK \,//\, SC$.

Lời giải



Do G là trọng tâm của ΔABC, nên ta suy ra $\frac{BG}{BD} = \frac{1}{3}$; từ giả thiết cũng suy ra $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{3}$; Từ đây ta chứng minh được $(GMN) \,//\, (SAB) \Rightarrow NK \,//\, (SAB)$.

Câu 3: Trong không gian, cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có hình vẽ bên dưới. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

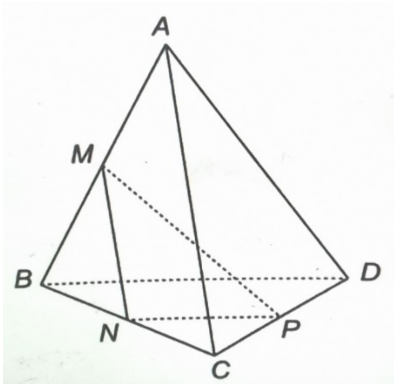


Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng nào?

A. SA. **B.** SB. **C.** SO. **D.** BC.

Lời giải

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD (tham khảo hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $AC//(MNP)$. **B.** $AD//(MNP)$. **C.** $NP//(ABD)$. **D.** $MN//(ACD)$.

Lời giải

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A. S. **B.** Trung điểm của SD.

C. A. **D.** D.

Lời giải

Giả sử N là ảnh của M theo phép chiếu song song đường thẳng AB lên mặt phẳng (SAD).

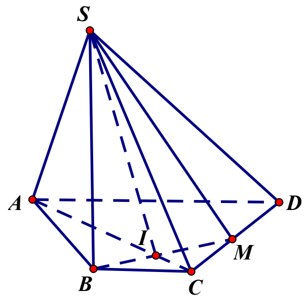
Suy ra $MN//AB \Rightarrow MN//CD$. Do M là trung điểm của $SC \Rightarrow N$ là trung điểm của SD.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD//BC)$. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

A. SI (I là giao điểm của AC và BM). **B.** SO (O là giao điểm của AC và BD).

C. SJ (J là giao điểm của AM và BD). **D.** SP (P là giao điểm của AB và CD).

Lời giải



Gọi I là giao điểm của AC và BM.

$I \in AC \subset (SAC)$

$I \in BM \subset (SBM)$

Nên $I \in (SAC) \cap (SBM)$ và $S \in (SAC) \cap (SBM)$

Vậy SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC).

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

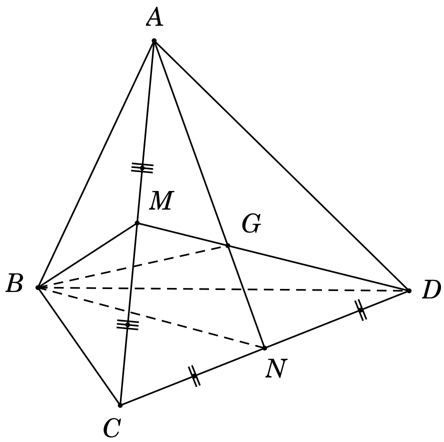
A. đường thẳng MN.

B. đường thẳng AM.

C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).

D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Lời giải.



- B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).
- Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD. Gọi $G = AN \cap DM$

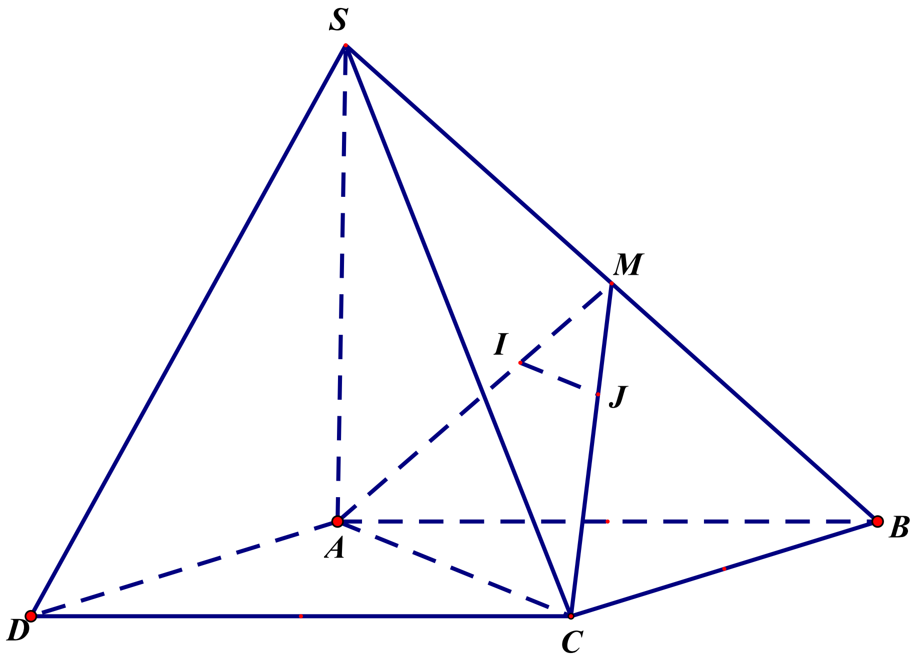
$\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \Rightarrow G$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).

Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J là trọng tâm các tam giác SAB, SBC. Khi đó đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào sau đây?

A. $AC.$ **B.** BD **C.** $AB.$ **D.** $BC.$

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của SB. Ta có:

$\frac{MI}{MA} = \frac{MJ}{MC} = \frac{1}{3} \Rightarrow IJ // AC.$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

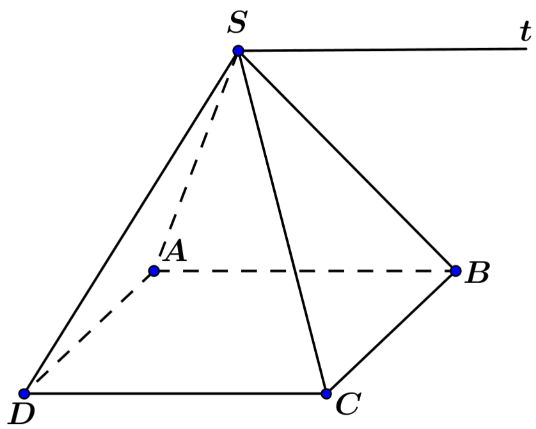
A. đường thẳng qua S và song song với AD.

B. đường thẳng qua S và song song với AB.

C. đường thẳng SO với O là tâm hình bình hành $ABCD$.

D. đường thẳng qua S và song song với AC.

Lời giải



Ta có: S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

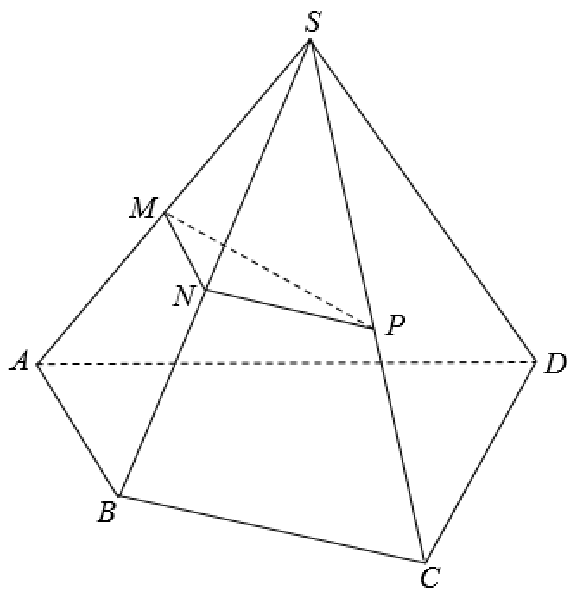
Mặt khác $\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \,//\, CD \end{cases}$.

Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng St đi qua điểm S và song song với AB.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(ABCD)$. **B.** (SAB). **C.** (SAC). **D.** (SBC).

Lời giải



Ta có: MN là đường trung bình của $\Delta SAB \Rightarrow MN // AB$. Mà $MN \not\subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$

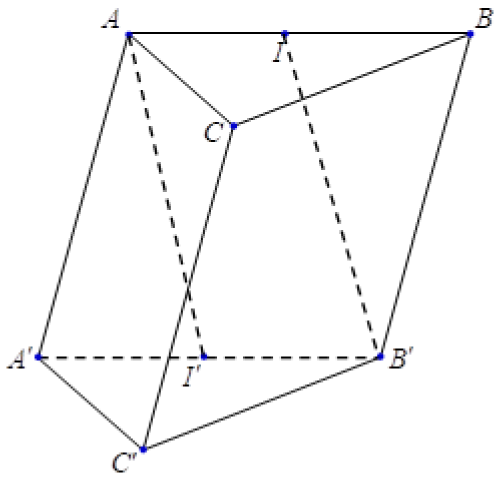
Tương tự: $NP // (ABCD)$.

Suy ra $(MNP) // (ABCD)$.

Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

A. A'. **B.** C'. **C.** B'. **D.** I'.

Lời giải



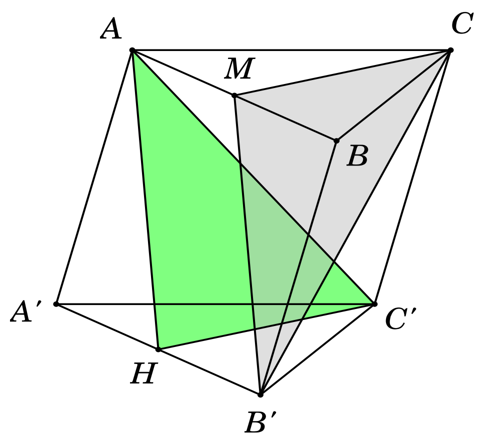
Ta có $\left.\begin{matrix} AI // B'I' \\ AI = B'I' \end{matrix}\right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm B'.

Câu 12: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (HAB). **B.** $(AA'H)$. **C.** (AHC'). **D.** $(HA'C)$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB suy ra $AMB'H$ là hình bình hành, nên $MB' // AH \Rightarrow MB' // (AHC')$. (1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng $CC' \Rightarrow MHC'C$ là hình hình hành.

$\Rightarrow MC // HC' \Rightarrow MC // (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) // (AHC') \Rightarrow B'C // (AHC')$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của các tam giác $A'BD$, $B'D'C$.

a) $A'D'CB$ là hình bình hành.

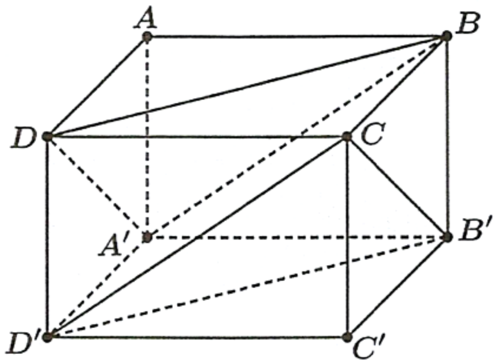
b) $(A'BD) // (B'D'C)$.

c) G_1, G_2 cùng thuộc AC'.

d) $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AC'$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



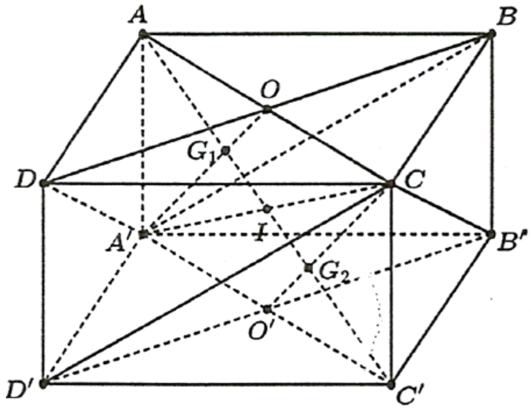
Vì $ABCD\cdot A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\begin{cases} A'D'//BC \\ A'D'=BC \end{cases} \Rightarrow A'D'CB$ là hình bình hành. Suy ra a) Đúng.

$A'D'CB$ là hình bình hành suy ra $A'B//CD' \Rightarrow A'B//\left(B'D'C\right)$. (1)

Tương tự, ta có: $\begin{cases} A'B'//CD \\ A'B'=CD \end{cases} \Rightarrow A'B'CD$ là hình bình hành.

Suy ra $A'D//B'C \Rightarrow A'D//\left(B'D'C\right)$.(2)

Từ (1) và (2) suy ra $\left(A'BD\right)//\left(B'D'C\right)$. Suy ra b) Đúng



Vì G_1 là trọng tâm tam giác $AB'D$ nên $\dfrac{A'G_1}{A'O}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow G_1$ là trọng tâm tam giác $A'AC$, suy ra $G_1 = AI \cap A'O$. (3)

Tương tự, G_2 là trọng tâm tam giác $B'D'C$ nên $\dfrac{CG_2}{CO'}=\dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow G_2$ là trọng tâm tam giác $A'C'C$, suy ra $G_2 = C'I \cap CO'$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra G_1, G_2 cùng thuộc AC'. Suy ra c) Đúng.

Ta có: $\dfrac{AG_1}{AI}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{AG_1}{AC'}=\dfrac{1}{3}; \dfrac{C'G_2}{C'I}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{C'G_2}{AC'}=\dfrac{1}{3}$.

Do vậy $AG_1 \doteq G_1G_2 = G_2C' = \dfrac{1}{3}AC'$.

Vậy G_1, G_2 cùng thuộc AC', đồng thời chia AC' thành ba phần bằng nhau. Suy ra d) Sai

Câu 2: Trong mặt phẳng $\left(P\right)$, cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các nửa đường thẳng song song nhau, nằm về một phía đối với mặt phẳng (P) và đi qua các điểm A, B, C, D. Một mặt phẳng $\left(Q\right)$ cắt bốn nửa đường thẳng nói trên tại A', B', C', D'.

a) $mp(AA',BB')$ song song với $mp(CC',DD')$.

b) $A'B'//C'D'$.

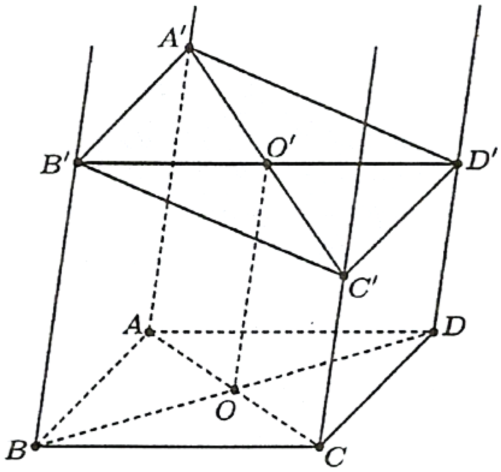
c) Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình thang.

d) Gọi O và O' lần lượt là giao điểm của hai đường chéo của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Khi đó $OO'//AA'$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Ta có $AA'//DD'$ và $AB//CD$ nên $mp(AA',BB')//mp(CC',DD')$. Suy ra a) Đúng



Ta có: $\begin{cases} mp(AA',BB')//mp(CC',DD') \\ (Q)\cap mp(AA',BB')=A'B' \\ (Q)\cap mp(CC',DD')=C'D' \end{cases} \Rightarrow A'B'//C'D'$.(1)

Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được $A'D'//B'C'$. (2) Suy ra b) Đúng

Từ (1) và (2) suy ra $A'B'C'D'$ là hình bình hành. Suy ra c) Sai

Ta có: $\begin{cases} (ACC'A')\cap(BDD'B')=OO' \\ AA'\subset(ACC'A'),BB'\subset(BDD'B') \\ AA'//BB' \end{cases}$

$\Rightarrow OO'//AA'//BB'$ hay $OO'//AA'$. Suy ra d) Đúng.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là trọng tâm ΔABE. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt (ADF). Lấy N là giao điểm của (P) và AC.

a) $EFDC$ là hình thang

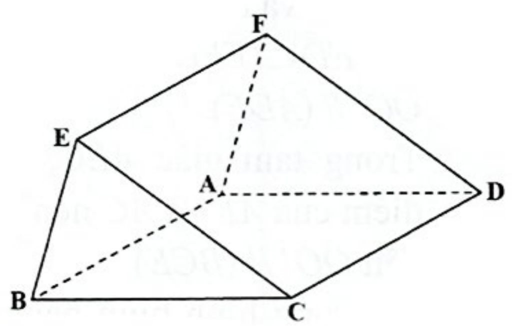
b) $FD//EC$

c) $(ADF)//(BCE)$.

d) $\dfrac{AN}{NC}=3$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

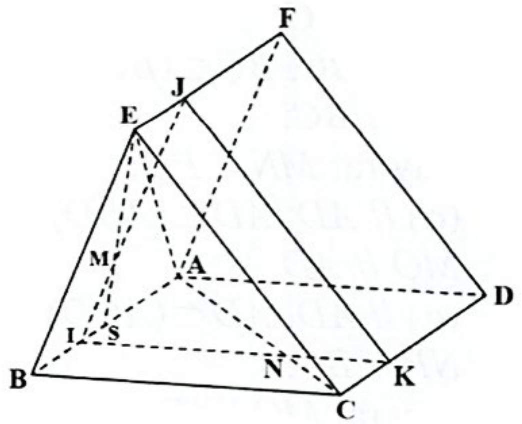


Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm ở hai mặt phẳng khác nhau. Chứng minh rằng: $(ADF)//(BCE)$.

Ta có $\begin{cases} EF // CD(// AB) \\ EF = CD(= AB) \end{cases} \Rightarrow EFDC$ là hình bình hành. Suy ra a) **Sai.**

$\Rightarrow FD // EC$. Suy ra b) **Đúng.**

Ta có $\begin{cases} AD // BC; AF // BE \\ AD, AF \subset (ADF); AD \cap AF = A \Rightarrow (ADF)//(BCE) \\ BC, BE \subset (BEC); BC \cap BE = B \end{cases}$. Suy ra c) **Đúng**.



Vẽ mp (P) chứa M và $(P)//(ADF)$ cắt AB, AC, CD, EF lần lượt tại I, N, K, J.

Ta có: $\frac{AI}{BI} = \frac{AN}{NC} (IN // BC)$

Ta có: $\frac{EJ}{IS} = \frac{ME}{MS} = 2 (IS // JE)$

$BI = EJ$ (tứ giác là hình bình hành)

$\Rightarrow \frac{BI}{IS} = 2 \Rightarrow \frac{BI}{2} = \frac{IS}{1} = \frac{BI + IS}{2+1} = \frac{BS}{3}$

$\Rightarrow BI = \frac{2}{3}BS; IS = \frac{1}{3}BS$

Ta có: $AI = AS + AI = BS + \frac{1}{3}BS = \frac{4}{3}BS \Rightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{\frac{4}{3}BS}{\frac{2}{3}BS} = 2 \Rightarrow \frac{AN}{NC} = 2$. Suy ra d) **Sai.**

Câu 4: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

a) $AMM'A'$ là hình bình hành;

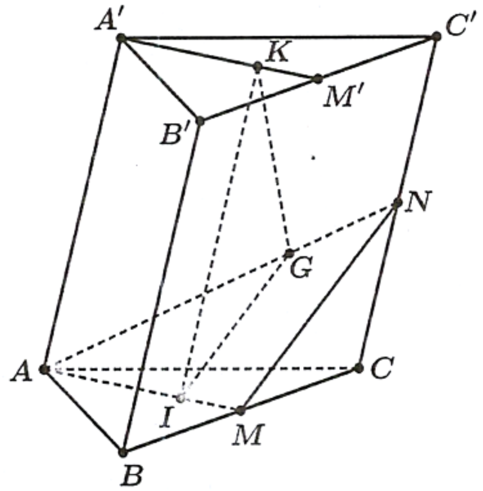
b) IG cắt mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$.

c) $\left(IKG\right)$ cắt $\left(BCC'B'\right)$;

d) $\left(A'KG\right)//\left(AIB'\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng



Gọi M,M' lần lượt là trung điểm của $BC,B'C'$.

MM' là đường trung bình của hình bình hành $BCC'B'$ nên

$\Rightarrow \begin{cases} MM'//BB' \\ MM'=BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MM'//AA' \\ MM'=AA' \end{cases} \Rightarrow AMM'A'$ là hình bình hành. Suy ra a) **Đúng.**

Vì I,K theo thứ tự là trọng tâm các tam giác $ABC,A'B'C'$ nên

$IM=KM'=\dfrac{1}{3}A'M'=\dfrac{1}{3}AM$, mà $IM//KM'$ nên $IKM'M$ là hình bình hành.

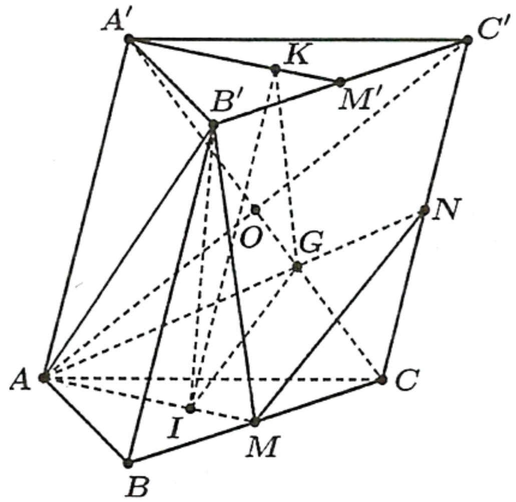
Suy ra $IK//MM',MM'\subset\left(BCC'B'\right)\Rightarrow IK//\left(BCC'B'\right)$.(1) Suy ra b) **Sai.**

Gọi N là trung điểm của CC', tam giác AMN có

$\dfrac{AI}{AM}=\dfrac{AG}{AN}=\dfrac{2}{3}$ (tính chất trọng tâm).

Suy ra $IG//MN$ mà $MN\subset\left(BCC'B'\right)$ nên $IG//\left(BCC'B'\right)$.(2)

Từ (1) và (2) suy ra $\left(IKG\right)//\left(BCC'B'\right)$. Suy ra c) **Sai**



Vì $(A'KG)\equiv(A'M'C),(AIB')\equiv(AMB')$, ta cần chứng minh $(A'M'C)//(AMB')$.

Dễ thấy $AMM'A'$ là hình bình hành nên $AM // A'M'$ mà $A'M'\subset(A'M'C)$ nên $AM//(A'M'C)$. (3)

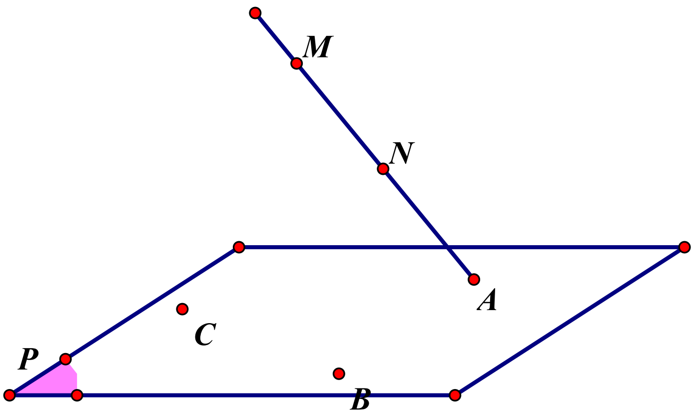
Ta có $\begin{cases} CM // B'M' \\ CM = B'M' \end{cases} \Rightarrow CMB'M'$ là hình bình hành, suy ra

$B'M // CM', CM'\subset(A'M'C)\Rightarrow B'M //(A'M'C)$.(4)

Từ (3) và (4) suy ra $(A'M'C)//(AMB')$, hay $(A'KG)//(AIB')$. Suy ra d) **Đúng.**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC. Trên đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại A lấy 2 điểm phân biệt M,N khác A (tham khảo hình vẽ bên dưới). Số mặt phẳng lập được từ 5 điểm A,B,C,M,N là



Lời giải.

Trả lời: 9

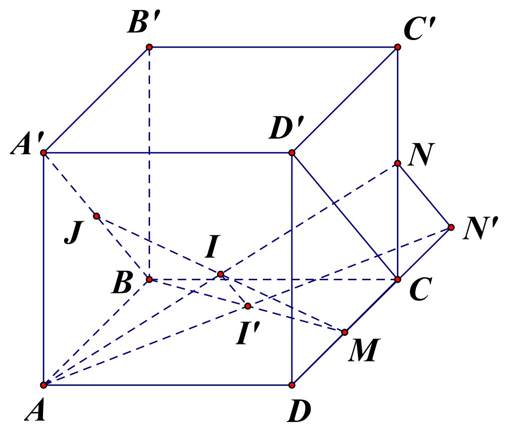
Vì 3 điểm không thẳng hàng thì lập được một mặt phẳng nên số mặt phẳng lập được từ 5 điểm trên là:

$C_5^3-1=9$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của CD và CC'. Đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$. Gọi I,J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\dfrac{IM}{IJ}$.

Lời giải

Trả lời: 1



Giả sử đã dựng được đường thẳng Δ cắt cả AN và BA'. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và BA'.

Xét phép chiếu song song lên $(ABCD)$ theo phương chiếu $A'B$.

Khi đó hình chiếu ba điểm J, I, M lần lượt là B, I', M.

Do J, I, M thẳng hàng nên B, I', M cũng thẳng hàng.

Gọi N' là hình chiếu của N thì AN' là hình chiếu của AN.

Vì $I \in AN \Rightarrow I' \in AN' \Rightarrow I' = BM \cap AN'$.

Từ phân tích trên suy ra cách dựng: Lấy $I' = AN' \cap BM$.

Trong (ANN') dựng $II' // NN'$ cắt AN tại I.

Xác định đường thẳng MI, đó chính là đường thẳng cần dựng.

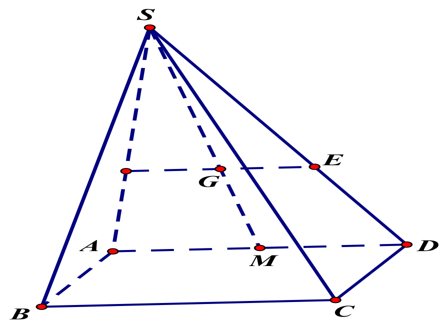
Ta có $MC = CN'$ suy ra $MN' = CD = AB$. Do đó I' là trung điểm của BM.

Mặt khác $II' // JB$ nên II' là đường trung bình của tam giác MBJ, suy ra $IM = IJ \Rightarrow \dfrac{IM}{IJ} = 1$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. G là trọng tâm tam giác SAD. Mặt phẳng (GBC) cắt SD tại E. Tính tỉ số $\dfrac{SE}{SD}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,67

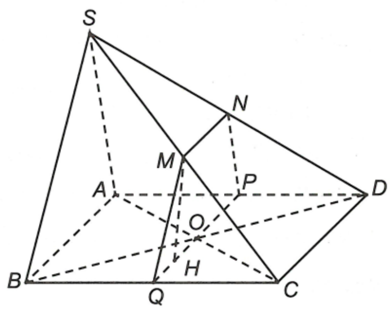


Mặt phẳng (SAD) và (GBC) có G là 1 điểm chung. Mặt khác (SAD) và (GBC) lần lượt chứa hai đường thẳng song song là AD và BC nên giao tuyến của chúng là đường thẳng qua G song song với AD, giao tuyến này cắt SD tại E. Gọi M là trung điểm AD, ta có $\frac{SG}{SM}=\frac{SE}{SD}=\frac{2}{3}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, $SA=SB=6$ và $AB=8$. Mặt phẳng (P) đi qua O và song song với (SAB) cắt các cạnh SC,SD,AD,AB lần lượt tại M,N,P,Q. Tính diện tích tứ giác $MNPQ$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

Lời giải

Trả lời: 13,4



Ta có: $\begin{cases}(ABCD)\cap(P)=AB\\ AB\parallel(P)\\ O\in(ABCD)\cap(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}PQ\parallel AB\\ O\in PQ\end{cases}$.

Tương tự $\begin{cases}(SBC)\cap(P)=MQ\\ SB\parallel(P)\end{cases}\Rightarrow MQ\parallel SB$, $\begin{cases}(SCD)\cap(P)=MN\\ CD\parallel(P)\end{cases}\Rightarrow MN\parallel CD$.

Từ đó suy ra M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SC,SD,AD,AB.

Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

Ta có $PQ=AB=8; MN=\frac{1}{2}AB=4; MQ=NP=\frac{1}{2}SA=3$.

Vậy $MNPQ$ là hình thang cân.

Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh M của hình thang $MNPQ$.

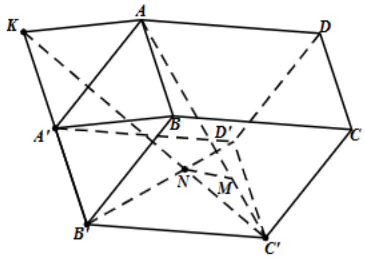
Khi đó ta có $HQ=\frac{1}{4}PQ=2\Rightarrow MH=\sqrt{MQ^2-HQ^2}=\sqrt{5}$.

Vậy diện tích của tích tứ giác $MNPQ$ là $S=\frac{(MN+PQ).MH}{2}=6\sqrt{5}$.

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn AC', $B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\frac{MA}{MC'}$.

Lời giải

Trả lời: 2



Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương BA', ta có:

N là hình chiếu của M hay N là giao điểm của $B'D'$ với hình chiếu của AC' qua phép chiếu này.

Do đó ta xác định được M, N như sau:

- Trên tia $B'A'$, lấy điểm K sao cho $A'K = B'A'$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK // BA'$, suy ra K là hình chiếu của A qua phép chiếu song song.

- Gọi $N = B'D' // KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M.

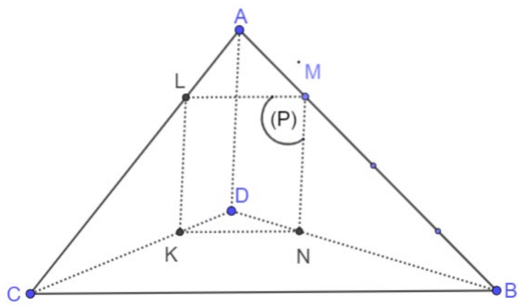
Từ đó ta xác định được điểm M, N cần tìm.

Theo định lý Ta-let, ta có: $\frac{MA}{MC'} = \frac{NK}{NC'} = \frac{KB'}{C'D'} = 2$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 3AM$. Mặt phẳng (P) đi qua M song song với hai đường thẳng AD và BC. **Gọi** K **là giao điểm** của mặt phẳng (P) với đường thẳng CD. Tính tỉ số $\frac{KC}{CD}$.

Lời giải

Trả lời: 0,75



a) $M \in (DAB) \cap (P)$ (1).

Ta có: $\begin{cases} AD \subset (BAD) \\ AD // (P) \\ d_1 = (BAD) \cap (P) \end{cases} \Rightarrow d_1 // AD \ (2)$.

Từ (1); (2) suy ra d_1 qua điểm M và song song với đường thẳng AD.

Trong mặt phẳng (DAB), giả sử $d_1 \cap BD = N$.

Tương tự, $d_2 = (DBC) \cap (P)$ thì d_2 qua điểm N và song song với đường thẳng BC.

Trong mặt phẳng (DBC), giả sử $d_2 \cap DC = K$.

Khi đó: $\begin{cases} K \in DC \\ K \in d_2; d_2 \subset (P) \Rightarrow K \in (P) \end{cases} \Rightarrow K = DC \cap (P)$.

$\Delta DBC \backsim \Delta DNK$ (do $NK // BC$) $\Rightarrow \dfrac{CK}{CD} = \dfrac{BN}{BD} \ (a)$.

Mặt khác, ta cũng có: $\Delta BDA \backsim \Delta BNM$ (do $NM // DA$) $\Rightarrow \dfrac{BN}{BD} = \dfrac{BM}{BA} = \dfrac{3}{4} \ (b)$.

Từ (a); (b) suy ra $\dfrac{KC}{CD} = \dfrac{3}{4}$.

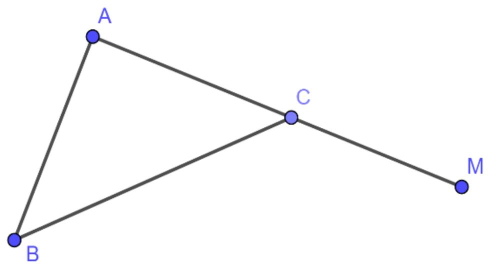
CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 4
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC. Lấy điểm M trên cạnh AC kéo dài (Hình 1). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?



A. $M \in (ABC)$. **B.** $C \in (ABM)$. **C.** $A \in (MBC)$ **D.** $B \in (ACM)$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ với I và J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Bốn điểm I,J,B,C đồng phẳng. **B.** Bốn điểm I,J,A,C đồng phẳng.
C. Bốn điểm I,J,B,D đồng phẳng. **D.** Bốn điểm I,J,C,D đồng phẳng.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có AC cắt BD tại M, AB cắt CD tại N. Trong các đường thẳng sau đây, đường nào là giao tuyến của (SAC) và (SBD)?

A. SM. **B.** SN. **C.** SB **D.** SC.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I,J,E,F lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,SD. Trong các đường thẳng sau đường nào **không song song** với IJ?

A. EF. **B.** DC. **C.** AD **D.** AB.

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AB. **B.** AC. **C.** BC **D.** SA.

Câu 6: Quan hệ song song trong không gian có tính chất nào trong các tính chất sau?

A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (P) đều song song với (Q)

B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (P) đều song song với (Q).

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AC,AA',A'C',BC$.Ta có:

A. $(MNP)\parallel(BCA)$. **B.** $(MNQ)\parallel(A'B'C')$ **C.** $(NQP)\parallel(CAB)$ **D.** $(MPQ)\parallel(ABA')$.

Câu 8: Cho các mệnh đề sau:

(I): Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm.

(II): Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa một đường thẳng và một điểm.

(III): Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Một hình chóp có đáy là ngũ giác thì có bao nhiêu mặt và bao nhiêu cạnh?

A. 5 mặt, 10 cạnh. **B.** 5 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 5 cạnh. **D.** 6 mặt, 10 cạnh.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có đáy lớn là AD. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC) là

A. SI với I là giao điểm của BM và AC.

B. SJ với J là giao điểm của AM và BC.

C. SO với O là giao điểm của AC và BD.

D. SP với P là giao điểm của AB và CD.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD,BC lần lượt tại P và Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I,B,D **B.** I,A,C **C.** I,C,D **D.** I,A,B

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có M,N là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AD và CC_1 sao cho $\frac{AM}{DM}=\frac{CN}{C_1N}=\frac{1}{2}$. Mặt phẳng (α) qua M,N và song song với AB_1. Hình tạo bởi các giao tuyến của (α) và hình hộp là

A. Lục giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Tam giác.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC. Gọi M là trọng tâm tam giác SAD; N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA=\dfrac{NC}{2}$; P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD=\dfrac{PC}{2}$.

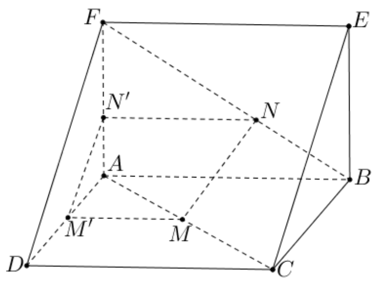
a) $(MNP)//(SAD)$.

b) $NP // (SBC)$.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng đi qua M song song với BC và MN.

d) $(MNP)//(SBC)$.

Câu 2: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M,N sao cho $AM=BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M,N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'.



a) $MM'//NN'$.

b) $(ABEF)$ và $(MM'N'N)$ cắt nhau theo giao tuyến $M'N'$.

c) $(ADF)//(BCE)$.

d) (DEF) và $(MM'N'N)$ cắt nhau theo giao tuyến song song với EF.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và SD.

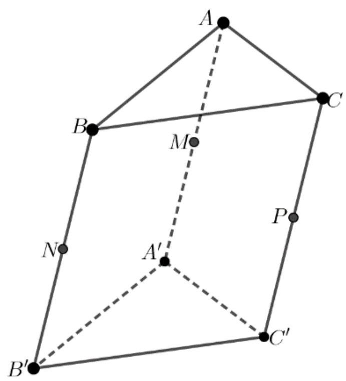
a) $MN//(SBC)$

b) $(OMN)//(SBC)$.

c) Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON. Khi đó EF cắt mặt phẳng (SBC).

d) Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Khi đó GN cắt (SAB)

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi các điểm M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh bên AA',BB' và CC' (tham khảo hình vẽ).



a) Đường thẳng MN song song với đường thẳng AC.

b) Đường thẳng AP song song với mặt phẳng $(MB'C')$.

c) Mặt phẳng (ANP) song song với mặt phẳng $(MB'C')$.

d) Giả sử tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB=\sqrt{2}$. Gọi E,E' lần lượt thuộc các cạnh AB và $A'B'$ sao cho $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{A'E'}{A'B'}=\dfrac{1}{3}$. Mặt phẳng qua EE' và song song với BC cắt MN,MP lần lượt tại I,J. Khi đó: $IJ=\dfrac{5}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\frac{A'M}{AA'}=\frac{1}{3}$, $\frac{B'N}{BB'}=\frac{2}{3}$, $\frac{C'P}{CC'}=\frac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại. Q. Tính tỉ số $\frac{D'Q}{D'D}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ Gọi M,N,P lần lượt thuộc các cạnh $AB,CC',A'D'$ sao cho $MA=MB, A'P=2PD', NC=NC'$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh BC tại Q. Tính tỉ số $\frac{QC}{QB}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\frac{A'M}{AA'}=\frac{3}{4}$, $\frac{B'N}{BB'}=\frac{1}{2}$, $\frac{C'P}{CC'}=\frac{1}{3}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q. Tính tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 4: Cho hình lăng trụ hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$; Mặt phẳng (P) đi qua I và song song với BD', $B'C$. d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và $(BCC'B')$. K là giao điểm của đường thẳng d và BC. Tính $\frac{BK}{BC}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Trên các cạnh SB,SD lần lượt lấy các điểm M,N sao cho $\frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=\frac{2}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (AMN) cắt SC tại J. Tính tỉ số $\frac{SJ}{SC}$

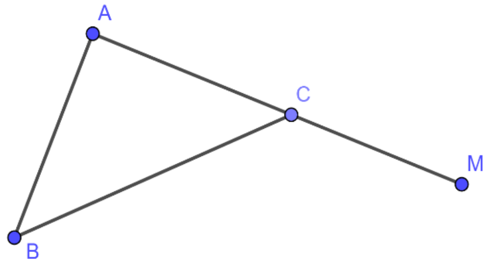
Câu 6: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và BC. Tính diện tích hình tạo bởi các giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC. Lấy điểm M trên cạnh AC kéo dài (Hình 1). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?



A. $M \in (ABC)$. **B.** $C \in (ABM)$. **C.** $A \in (MBC)$ **D.** $B \in (ACM)$.

Lời giải.

Xét các phương án:

Phương án A: $M \in AC \subset (ABC) \Rightarrow M \in (ABC)$. Đúng

Phương án B: $C \in AM \subset (ABM) \Rightarrow C \in (ABM)$.Đúng

Phương án C: $A \in AM \subset (MBC) \Rightarrow A \in (MBC)$. Đúng.

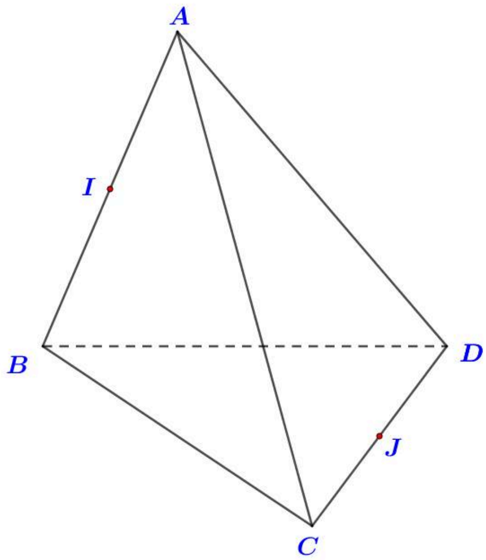
Phương án D: $(ACM) \equiv AC, B \notin AC \Rightarrow B \notin (ACM)$. Vậy mệnh đề ở phương án D **sai.**

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ với I và J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Bốn điểm I,J,B,C đồng phẳng. **B.** Bốn điểm I,J,A,C đồng phẳng.

C. Bốn điểm I,J,B,D đồng phẳng. **D.** Bốn điểm I,J,C,D đồng phẳng.

Lời giải.



Xét phương án A: Nếu bốn điểm I,J,B,C đồng phẳng thì bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng nên trái giả thiết.

Xét phương án B: Nếu bốn điểm I,J,A,C đồng phẳng thì bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng nên trái giả thiết.

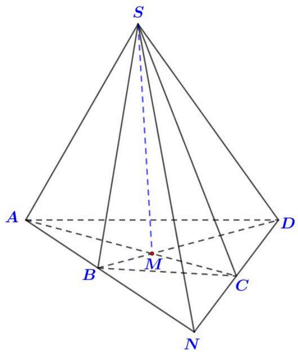
Xét phương án C: Nếu bốn điểm I,J,B,D đồng phẳng thì bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng nên trái giả thiết.

Xét phương án D: Ta có bốn điểm I,J,C,D đồng phẳng do $J \in CD \subset (ICD)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có AC cắt BD tại M, AB cắt CD tại N. Trong các đường thẳng sau đây, đường nào là giao tuyến của (SAC) và (SBD)?

A. SM. **B.** SN. **C.** SB **D.** SC.

Lời giải.

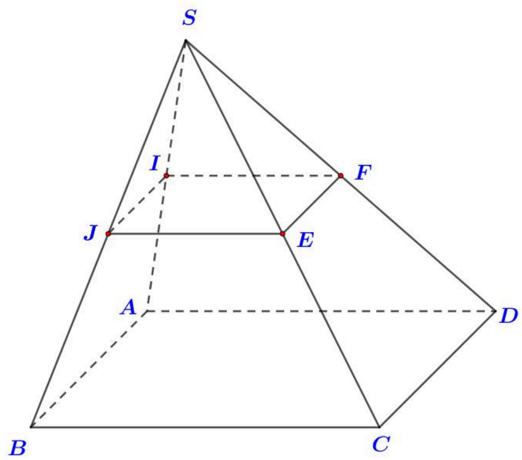


Ta có $AC \cap BD = M \Rightarrow (SAC) \cap (SBD) = SM$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I,J,E,F lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,SD. Trong các đường thẳng sau đường nào **không song song** với IJ?

A. EF. **B.** DC. **C.** AD **D.** AB.

Lời giải.



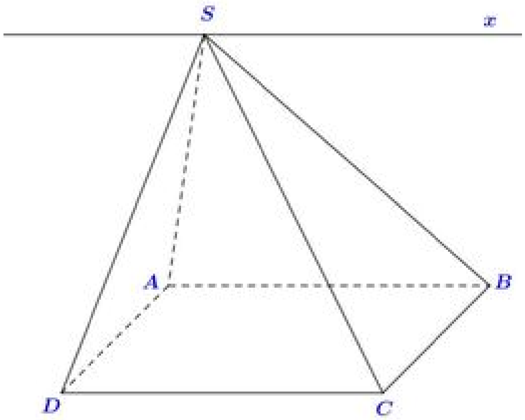
Ta có EF song song với CD, AB song song với IJ (tính chất đường trung bình), AB song song với CD suy ra $EF \parallel IJ; DC \parallel IJ; AB \parallel IJ$.

AD và IJ là hai đường thẳng chéo nhau nên AD không song song với IJ.

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm S không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AB. **B.** AC. **C.** BC **D.** SA.

Lời giải.



Ta có $AB \subset (SAB); AD \subset (SCD), AB \parallel CD$, có S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB, CD. Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng AB.

Câu 6: Quan hệ song song trong không gian có tính chất nào trong các tính chất sau?

A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (P) đều song song với (Q)

B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (P) đều song song với (Q).

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Lời giải.

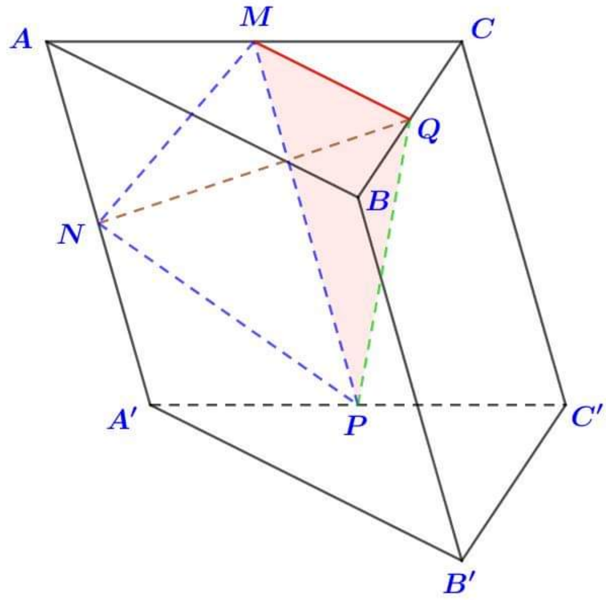
Gọi a là đường thẳng bất kì nằm trong (P). Giả sử a và (Q) có điểm chung thì trái giả thiết (P) và (Q) song song với nhau nên a và và (Q) không đó điểm chung. Vậy a luôn song song với (Q).

Như vậy nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (P) đều song song với (Q).

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AC, AA', A'C', BC$.Ta có:

A. $(MNP) \parallel (BCA)$. **B.** $(MNQ) \parallel (A'B'C')$ **C.** $(NQP) \parallel (CAB)$ **D.** $(MPQ) \parallel (ABA')$.

Lời giải.



Ta có: $MQ \parallel AB$ (tính chất đường trung bình), $AB \subset (ABA'), MQ \not\subset (ABA') \Rightarrow MQ \parallel (ABA')$;

$MP \parallel AA' \subset (ABA'); MP \not\subset (ABA') \Rightarrow MP \parallel (ABA')$.

Hơn nữa $MP \cap MQ = M$, suy ra $(MPQ) \parallel (ABA')$.

Câu 8: Cho các mệnh đề sau:

(I): Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm.

(II): Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa một đường thẳng và một điểm.

(III): Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Mệnh đề (I) sai khi ba điểm đã cho thẳng hàng. "Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm không thẳng hàng" mới là mệnh đề đúng.

Mệnh đề (II) sai khi điểm đã cho nằm trên đường thẳng. "Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó" mới là mệnh đề đúng.

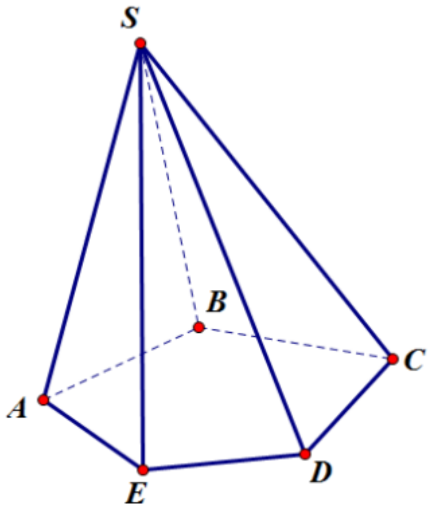
Mệnh đề (III) đúng.

Vậy trong các mệnh đề đã cho chỉ có một mệnh đề đúng.

Câu 9: Một hình chóp có đáy là ngũ giác thì có bao nhiêu mặt và bao nhiêu cạnh?

A. 5 mặt, 10 cạnh. **B.** 5 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 5 cạnh. **D.** 6 mặt, 10 cạnh.

Lời giải



Nhìn hình ta thấy có 6 mặt gồm: $(SAB), (SBC), (SCD), (SDE), (SEA), (ABCDE)$

10 cạnh gồm: $SA, SB, SC, SD, SE, AB, BC, CD, DE, EA$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có đáy lớn là AD. Gọi M là trung điểm CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC) là

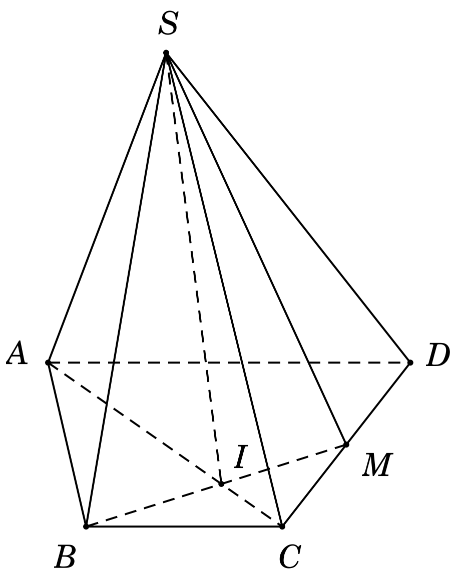
A. SI với I là giao điểm của BM và AC.

B. SJ với J là giao điểm của AM và BC.

C. SO với O là giao điểm của AC và BD.

D. SP với P là giao điểm của AB và CD.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} S \in (SBM) \\ S \in (SAC) \end{cases} \Rightarrow S \in (SBM) \cap (SAC)$ (1).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $I = BM \cap AC$

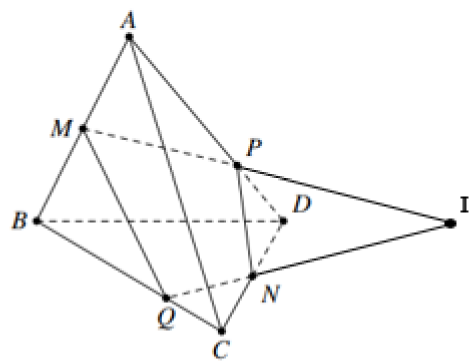
$\Rightarrow \begin{cases} I \in BM, BM \subset (SBM) \\ I \in AC, AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow I \in (SBM) \cap (SAC)$ (2).

Từ (1) và $(2) \Rightarrow (SBM) \cap (SAC) = SI$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD,BC lần lượt tại P và Q. Biết MP cắt NQ tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I,B,D **B.** I,A,C **C.** I,C,D **D.** I,A,B

Lời giải



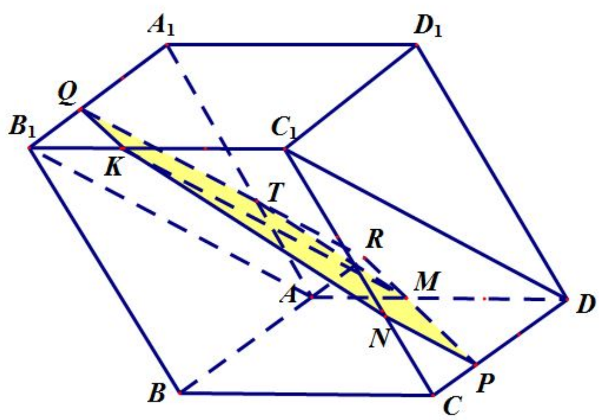
Ta có: $\begin{cases} B = AB \cap BC \Rightarrow B \in (ABD) \cap (BCD) \\ D = AD \cap DC \Rightarrow D \in (ABD) \cap (BCD) \\ I = MP \cap QN \Rightarrow I \in (ABD) \cap (BCD) \end{cases}$

Suy ra I,B,D thẳng hàng.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có M,N là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AD và CC_1 sao cho $\dfrac{AM}{DM} = \dfrac{CN}{C_1N} = \dfrac{1}{2}$. Mặt phẳng (α) qua M,N và song song với AB_1. Hình tạo bởi các giao tuyến của (α) và hình hộp là

A. Lục giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Tam giác.

Lời giải



Ta có:

$\dfrac{AM}{DM} = \dfrac{CN}{C_1N} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{CN}{CC_1} = \dfrac{1}{3}$.

Ta có: $C_1D // AB_1$, gọi P là điểm thuộc CD sao cho $\dfrac{CP}{CD} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow NP // C_1D$.

Xét hình bình hành ADC_1B_1, gọi K là điểm thuộc B_1C_1 sao cho $\dfrac{B_1K}{B_1C_1} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow MK // AB_1$.

Gọi Q là điểm thuộc A_1B_1 sao cho $\frac{B_1Q}{B_1A_1}=\frac{1}{3}\Rightarrow QK//A_1C_1//AC//MP$.

Gọi $\{R\}=MP\cap AB,\{T\}=QR\cap AA_1$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với hình hộp là lục giác $NPMTQK$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC. Gọi M là trọng tâm tam giác SAD; N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA=\frac{NC}{2}$; P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD=\frac{PC}{2}$.

a) $(MNP)//(SAD)$.

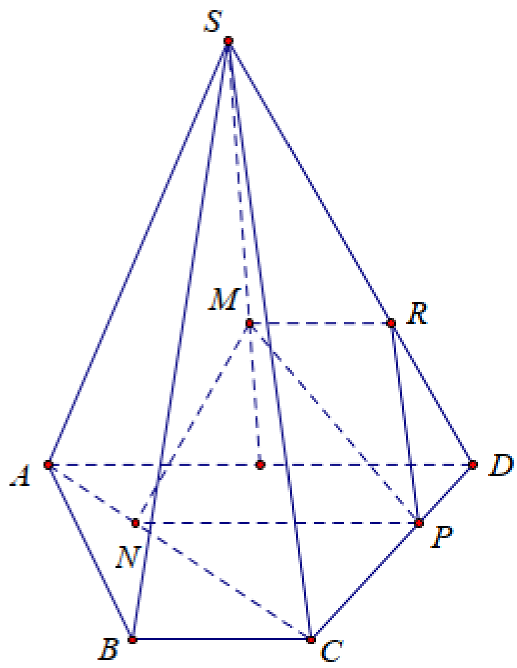
b) $NP//(SBC)$.

c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng đi qua M song song với BC và MN.

d) $(MNP)//(SBC)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng



Ta có M nằm trên mặt phẳng (SAD) và thuộc mặt phẳng (MNP), suy ra a) Sai

Ta có $\begin{cases} NA=\frac{NC}{2} \\ PD=\frac{PC}{2} \end{cases}\Rightarrow NP//AD//BC\quad(1)$. Suy ra b) Đúng

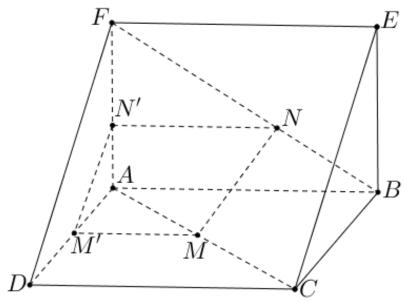
Ta có: $\begin{cases} NP // AD \\ M \in (SAD) \cap (MNP) \end{cases}$. Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (MNP) là đường thẳng d qua M song song với BC và MN. Suy ra c) Đúng

Gọi R là giao điểm của d với SD.

Dễ thấy: $\dfrac{DR}{DS} = \dfrac{DP}{DC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow PR // SC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $(MNP) // (SBC)$. Suy ra d) Đúng.

Câu 2: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'.



a) $MM' // NN'$.

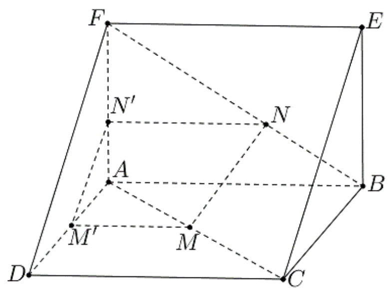
b) $(ABEF)$ và $(MM'N'N)$ cắt nhau theo giao tuyến $M'N'$.

c) $(ADF) // (BCE)$.

d) (DEF) và $(MM'N'N)$ cắt nhau theo giao tuyến song song với EF.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai



Ta có: $\begin{cases} MM' // AB \\ NN' // AB \end{cases} \Rightarrow MM' // NN'$. Suy ra a) **đúng**

Ta có: N thuộc mặt phẳng $(ABEF)$ và $(MM'N'N)$; N' thuộc mặt phẳng $(ABEF)$ và $(MM'N'N)$

$\Rightarrow (ABEF)$ và $(MM'N'N)$ cắt nhau theo giao tuyến NN'. Suy ra b) **Sai**

Ta có $\begin{cases} AD // BC \\ BC \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AD // (BCE)$

Tương tự $\begin{cases} AF // BE \\ BE \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AF // (BCE)$

Mà $\begin{cases} AD \subset (ADF) \\ AF \subset (ADF) \end{cases} \Rightarrow (ADF) // (BCE)$. Suy ra c) **đúng**

Vì $ABCD$ và $(ABEF)$ là các hình vuông nên $AC = BF$ (1)

Ta có $MM' // CD \Rightarrow \dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AM}{AC}$ (2)

$NN' // AB \Rightarrow \dfrac{AN'}{AF} = \dfrac{BN}{BF}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta được $\dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AN'}{AF} \Rightarrow M'N' // DF \Rightarrow DF // (MM'N)$.

Lại có $NN' // AB \Rightarrow NN' // EF \Rightarrow EF // (MM'N'N)$.

Vậy $\begin{cases} DF // (MM'N'N) \\ EF // (MM'N'N) \end{cases} \Rightarrow (DEF) // (MM'N'N)$. Suy ra d) **sai**

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD.

a) $MN // (SBC)$

b) $(OMN) // (SBC)$.

c) Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON. Khi đó EF cắt mặt phẳng (SBC).

d) Gọi G là một điểm trên mặt phẳng $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Khi đó GN cắt (SAB)

Lời giải

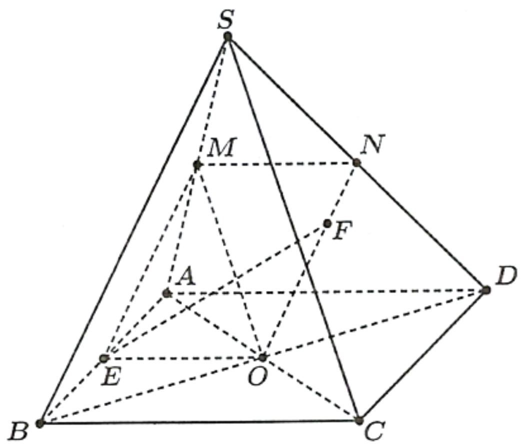
a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Vì MN là đường trung bình của tam giác SAD

nên $MN // AD \Rightarrow MN // BC \Rightarrow MN // (SBC)$. (1) Suy ra a) **Đúng**

Tương tự, ta có O, N theo thứ tự là trung điểm của BD, SD nên ON là đường trung bình của tam giác SBD $\Rightarrow ON // SB \Rightarrow ON // (SBC)$. (2)

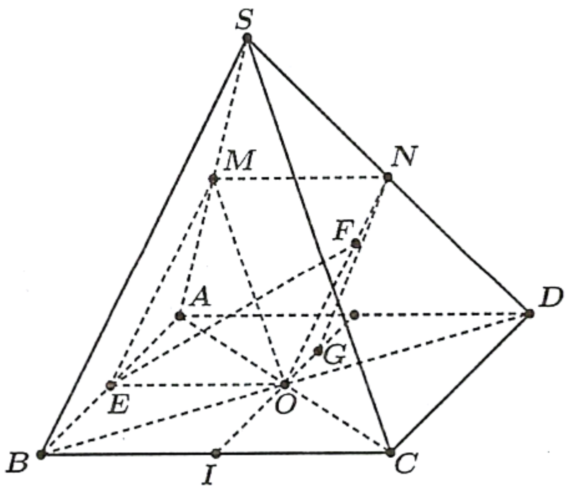
Từ (1) và (2) suy ra $(OMN) // (SBC)$. Suy ra b) **Đúng**



Ta có OE là đường trung bình của tam giác ABD nên $OE // AD \Rightarrow OE // MN$.

Do đó $E \in (OMN)$. Mặt khác $F \in ON, ON \subset (OMN) \Rightarrow F \in (OMN)$.

Ta có: $\begin{cases} EF \subset (OMN) \\ (OMN) // (SBC) \end{cases} \Rightarrow EF // (SBC)$. Suy ra c) **Sai**



Vì G thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ và cách đều AB, CD nên G thuộc đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ (ứng với hai cạnh AB, CD).

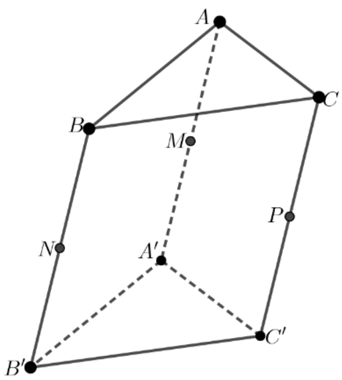
Gọi I là trung điểm BC thì I, O, G thẳng hàng.

Ta có OI là đường trung bình của ΔABC nên $OI // AB \Rightarrow OI // (SAB)$.(3)

Tương tự, ta có $ON // SB \Rightarrow ON // (SAB)$.(4)

Từ (3), (4) suy ra $(OIN) // (SAB)$ mà $NG \subset (OIN)$ nên $NG // (SAB)$. Suy ra d) **Sai**

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh bên AA', BB' và CC' (tham khảo hình vẽ).



a) Đường thẳng MN song song với đường thẳng AC.

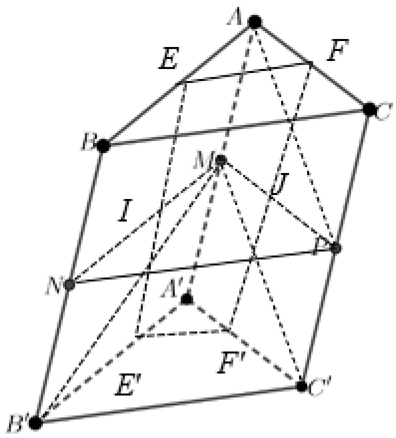
b) Đường thẳng AP song song với mặt phẳng $(MB'C')$.

c) Mặt phẳng (ANP) song song với mặt phẳng $(MB'C')$.

d) Giả sử tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB = \sqrt{2}$. Gọi E, E' lần lượt thuộc các cạnh AB và $A'B'$ sao cho $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}, \frac{A'E'}{A'B'} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng qua EE' và song song với BC cắt MN, MP lần lượt tại I, J. Khi đó: $IJ = \frac{5}{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai



Ta có: M là trung điểm của AA', N là trung điểm của BB'. Suy ra MN là đường trung bình của hình bình hành $BCC'B'$.

$\Rightarrow MN // AB // A'B'$. Suy ra a) **Sai**

$\begin{cases} AM // PC' \\ AM = B'C' \end{cases} \Rightarrow AMC'P$ là hình bình hành $\Rightarrow AP // MC' \Rightarrow AP // (MB'C')$. Suy ra b) **Đúng**

$\begin{cases} AP // (MB'C') \\ AN // (MB'C') \end{cases} \Rightarrow (APN) // (MB'C')$. Suy ra c) **Đúng**

Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB = \sqrt{2} \Rightarrow AC = \sqrt{2}, BC = 2$.

$\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1}{2}, \dfrac{A'E'}{A'B'} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow$ Ta có: $\begin{cases} EF // BC, EF = \dfrac{1}{2}BC = 1 \\ E'F' // B'C' // BC, E'F' = \dfrac{1}{3}B'C' = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow$ tứ giác $EFF'E'$ là hình thang.

I là trung điểm của EE', J là trung điểm của FF' nên IJ là đường trung bình của hình thang.

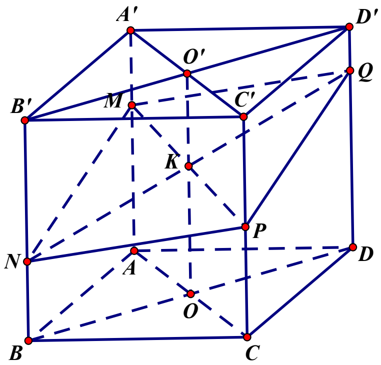
$\Rightarrow IJ = \dfrac{EF + E'F'}{2} = \dfrac{1 + \dfrac{2}{3}}{2} = \dfrac{5}{6}$. Suy ra d) **Sai.**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\dfrac{A'M}{AA'} = \dfrac{1}{3}, \dfrac{B'N}{BB'} = \dfrac{2}{3}, \dfrac{C'P}{CC'} = \dfrac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q. Tính tỉ số $\dfrac{D'Q}{D'D}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,17



Ta có $\begin{cases}(BB'C'C)//(AA'D'D)\\(MNP)\cap(BB'C'C)=NP\\(MNP)\cap(AA'D'D)=MQ\end{cases}\Rightarrow NP//MQ$.

Tương tự: $\begin{cases}(AA'B'B)//(CC'D'D)\\(MNP)\cap(AA'B'B)=MN\Rightarrow MN//PQ\\(MNP)\cap(CC'D'D)=PQ\end{cases}$

Suy ra mặt phẳng (MNP) cắt hình hộp theo thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Gọi O, O', K lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D', MNPQ$ thì O, O', K thẳng hàng.

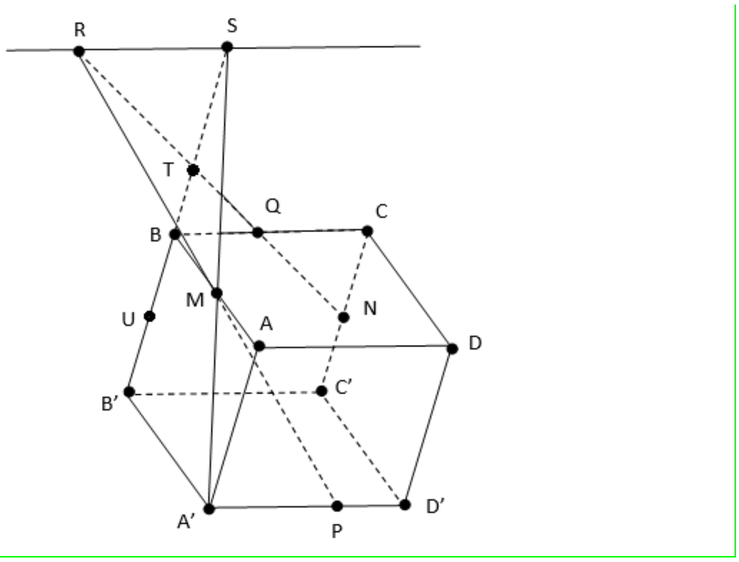
Ta có $B'N+D'Q=2.O'K=A'M+C'P \Rightarrow \frac{B'N}{BB'}+\frac{D'Q}{DD'}=\frac{A'M}{AA'}+\frac{C'P}{CC'}$

$\Rightarrow \frac{2}{3}+\frac{D'Q}{DD'}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{D'Q}{DD'}=\frac{1}{6}$.

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ Gọi M,N,P lần lượt thuộc các cạnh $AB,CC',A'D'$ sao cho $MA=MB, A'P=2PD', NC=NC'$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh BC tại Q. Tính tỉ số $\frac{QC}{QB}$.

Lời giải

Trả lời: 1,25



Trước hết ta dựng điểm Q:

Gọi S là giao điểm của $BB', A'M$. Qua S vẽ đường thẳng d song song với BC. Gọi R là giao điểm của PM và d, dễ thấy S và R cùng thuộc mặt phẳng $(BCC'B')$. Giao điểm của RN, BC chính là điểm Q cần dựng.

Tính $\frac{QC}{QB}$:

Gọi U là trung điểm của BB'.

Vì $MA = MB$ nên $SB = AA' = BB'$, suy ra $SB = 2BU$ hay $BU = \frac{1}{3}SU$ (1)

Mặt khác cũng do $MA = MB$ nên $MS = MA'$, suy ra $RS = A'P$ tức $RS = \frac{2}{3}A'D'$ hay $RS = \frac{2}{3}UN$, từ đây suy ra $ST = \frac{2}{3}TU$, do đó $TU = \frac{3}{5}SU$ (2)

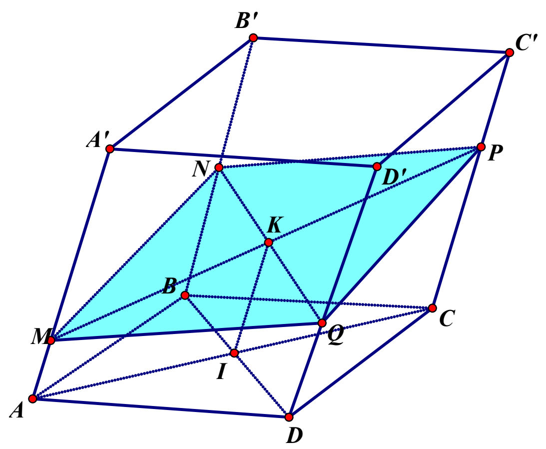
Từ (1) và (2) suy ra $BU = \frac{5}{9}TU$, suy ra $BU = \frac{5}{4}TB$, hay $CN = \frac{5}{4}TB$, do đó $CQ = \frac{5}{4}BQ$.

Như vậy $\frac{QC}{QB} = \frac{5}{4}$.

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\frac{A'M}{AA'} = \frac{3}{4}$, $\frac{B'N}{BB'} = \frac{1}{2}$, $\frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{3}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q. Tính tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,58



Do $\begin{cases} (BB'C'C) \,//\, (AA'D'D) \\ (MNP) \cap (BB'C'C) = NP \\ (MNP) \cap (AA'D'D) = MQ \end{cases} \Rightarrow NP // MQ \ (1)$.

Tương tự $\begin{cases} (AA'B'B) \,//\, (CC'D'D) \\ (MNP) \cap (AA'B'B) = MN \\ (MNP) \cap (CC'D'D) = PQ \end{cases} \Rightarrow MN // PQ \ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra mặt phẳng (MNP) cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

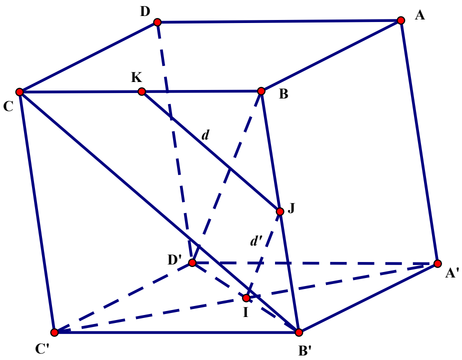
Gọi $I = AC \cap BD$, $K = MP \cap NQ$. Dễ dàng có IK là đường trung bình của hai hình thang $ACPM$ và $BDQN$ nên $IK = \dfrac{AM + CP}{2} = \dfrac{BN + DQ}{2}$ (3), mà từ đề bài suy ra $AM = \dfrac{1}{4}AA'$, $BN = \dfrac{1}{2}BB' = \dfrac{1}{2}AA'$, $CP = \dfrac{2}{3}CC' = \dfrac{2}{3}AA'$. Do đó $(3) \Rightarrow DQ = \dfrac{5}{12}DD'$.

Vậy $\dfrac{D'Q}{DD'} = \dfrac{7}{12}$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$; Mặt phẳng (P) đi qua I và song song với BD', $B'C$. d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và $(BCC'B')$. K là giao điểm của đường thẳng d và BC. Tính $\dfrac{BK}{BC}$.

Lời giải

Trả lời: 3



Vì (P) đi qua I và song song với BD' và $BD' \subset (BDD'B')$ nên giao tuyến d' của hai mặt phẳng (P) và $(BDD'B')$ đi qua I và song song với BD'.

Gọi J là giao điểm của đường thẳng d' với BB'.

Suy ra J là trung điểm của BB'.

Vì (P) đi qua J và song song với $B'C$ và $B'C \subset (BDD'B')$ nên giao tuyến d của hai mặt phẳng (P) và $(BDD'B')$ đi qua J và song song với $B'C$.

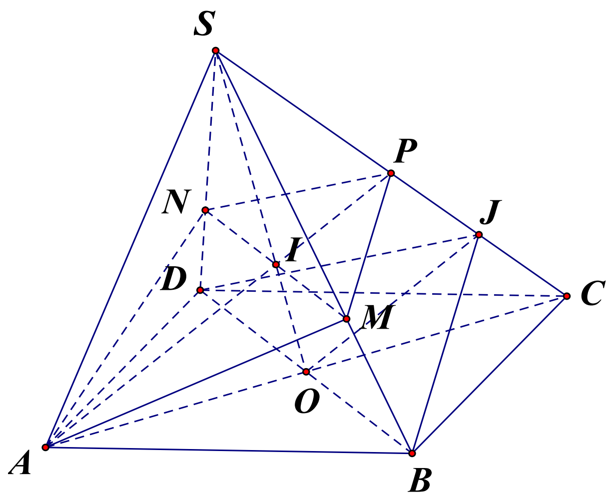
K là giao điểm của đường thẳng d và BC suy ra $JK // B'C$ nên K là trung điểm của BC.

Vậy $\dfrac{BK}{BC} = \dfrac{1}{2}$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Trên các cạnh SB, SD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\dfrac{SM}{SB} = \dfrac{SN}{SD} = \dfrac{2}{3}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm O và song song với mặt phẳng (AMN) cắt SC tại J. Tính tỉ số $\dfrac{SJ}{SC}$

Lời giải

Trả lời: 0,75



Ta có: $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN // BD$

Trong mặt phẳng (SBD) gọi $I = MN \cap SO$. Ta có $MI // BD \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $P = AI \cap SC \Rightarrow P = SC \cap (AMN)$ và $(SAC) \cap (AMN) = AP$

(P là trung điểm SC)

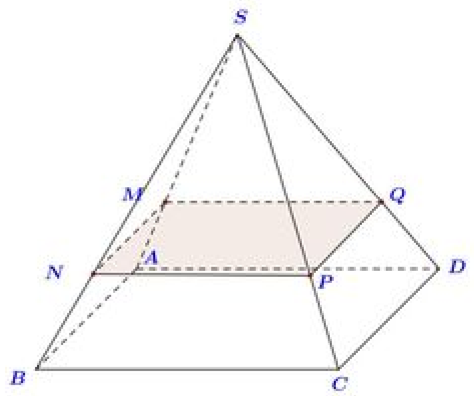
Hai mặt phẳng song song (AMN) và (α) bị cắt bởi mặt phẳng (SAC) theo hai giao tuyến AP và OJ nên $AP // OJ$

Ta có: $IP // OJ \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SP}{SJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow SJ = \frac{3}{2}SP = \frac{3}{2}.\frac{1}{2}SC = \frac{3}{4}SC \Rightarrow \frac{SJ}{SC} = \frac{3}{4}$.

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và BC. Tính diện tích hình tạo bởi các giao tuyến của (α) với các mặt của hình chóp *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*

Lời giải

Trả lời: 44,4



Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với AB nên từ M kẻ đường thẳng song song với AB cắt SB tại N, từ N kẻ đường thẳng song song với BC cắt SC tại P. Từ P kẻ đường thẳng song song với CD cắt SD tại Q. Khi đó mặt phẳng (α) cắt hình chóp theo tứ giác $MNPQ$.

Ta có tứ giác $MNPQ$ là hình vuông có cạnh $MN=\frac{2}{3}AB=\frac{20}{3}$. Vậy diện tích tứ giác $MNPQ$ là $S=\left(\frac{20}{3}\right)^2=\frac{400}{9}$.