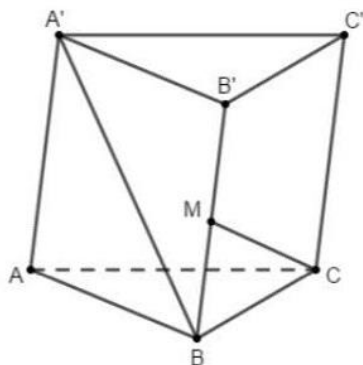


PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2$, $AC = \sqrt{3}$. Góc $CAA' = 90^\circ$, $BAA' = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh BB' (tham khảo hình vẽ). Biết CM vuông góc với $A'B$, tính thể tích khối lăng trụ đã cho.



- A. $V = \frac{3(1+\sqrt{33})}{4}$. B. $V = \frac{1+\sqrt{33}}{4}$. C. $V = \frac{3(1+\sqrt{33})}{8}$. D. $V = \frac{1+\sqrt{33}}{8}$.

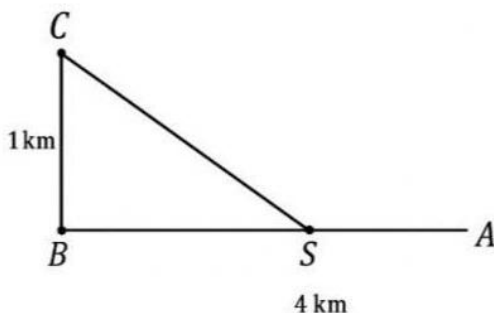
Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;1), B(1;2;3), C(-1;2;0)$. Điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $\cos(\overline{MA}; \overline{MB}) + \cos(\overline{MA}; \overline{MC}) = 0$ và tồn tại số thực k thỏa mãn $\overline{AM} = k\overline{AB} + k(3k+1)\overline{AC}$. Tổng $2x + y + 3z - k$ bằng

- A. 7 B. 5 C. 4 D. 6

Câu 3. Một tổ có 10 học sinh trong đó có ba bạn gồm An, Bình và Cúc. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh đó vào một ghế dài có 10 chỗ trống sao cho An và Bình luôn ngồi cạnh nhau nhưng An và Cúc không ngồi cạnh nhau.

- A. 645120. B. 64520. C. 45120. D. 70560.

Câu 4. Một đường dây điện được nối từ nhà máy điện trên đất liền ở vị trí A đến vị trí C trên một hòn đảo. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến đất liền là $BC = 1\text{ km}$, khoảng cách từ A đến B là 4 km . Người ta chọn một vị trí điểm S nằm giữa A và B để mắc đường dây điện đi từ A đến S , rồi từ S đến C như hình vẽ dưới đây. Chi phí mỗi km dây điện trên đất liền là 3000 USD, mỗi km trên điện đặt ngầm dưới biển mất 5000 USD. Hỏi điểm S phải cách A bao nhiêu km để chi phí mắc đường dây điện ít nhất?



- A. $\frac{7}{2} km$ B. $\frac{5}{2} km.$ C. $2 km.$ D. $\frac{13}{4} km.$

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;-1); B(2;-1;3); C(-4;7;5)$. Gọi điểm $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác hạ từ đỉnh B xuống cạnh AC . Tính $a+b+c$.

- A. 3. B. 4. C. $\frac{22}{3}$. D. 5.

Câu 6. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$ với $a, b \in R$. Tính $a - 8b$.

- A. -4. B. 5. C. 8. D. 2.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(5;-3;2), B(2;1;-2)$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt thay đổi thỏa mãn $BM = BN = 2$ và A, M, N thẳng hàng. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 2AM + 5AN$ có dạng $7\sqrt{m} - n$ với $m; n$ là số tự nhiên. Tính giá trị $5m + n$.

- A. 211. B. 215. C. 169. D. 161.

Câu 8. Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,5. B. 0,975. C. 0,575. D. 0,9.

Câu 9. Một cấp số cộng (u_n) có tổng của n số hạng đầu S_n được tính theo công thức $S_n = 3n^2 + 5n, n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó.

- A. $u_1 = 8; d = -6$. B. $u_1 = 8; d = 6$. C. $u_1 = -8; d = 6$. D. $u_1 = 6; d = 8$.

Câu 10. Cho tứ diện $OABC$ có $AOB = BOC = 60^\circ; AOC = 90^\circ; OA = OB = OC = 2$. M là điểm thuộc cạnh OA sao cho $AM = 2.MO$; N là trung điểm của BC . Tính độ dài véc tơ \overline{MN} .

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 11. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên AE và BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{x}BD (x > 0)$. Tìm x để $MN // (CDFE)$.

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 12. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn cho thuê mỗi gian hàng với giá là x triệu đồng ($x > 0$). Khi đó doanh thu của cửa hàng được biểu diễn theo hàm số $T(x)$. Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -10x + 200$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu giá thuê cho mỗi gian hàng là 10 triệu đồng thì doanh thu là 1,8 tỷ đồng. Tìm giá trị của x (triệu đồng) để người đó có doanh thu là cao nhất?

- A. 25 B. 30 C. 20 D. 28

Câu 13. Cho ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương $a (a \neq 1)$ thì $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$$

- A. 18. B. 16. C. 3. D. 60.

Câu 14. Biết $\int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x} + e^x}{\sqrt{x}e^{2x}}} dx = a + e^b - e^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = abc$.

- A. $T = -4$. B. $T = 4$. C. $T = -3$. D. $T = 3$.

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất F_{\min} của biểu thức $F(x; y) = 6x + 5y$ với x, y thỏa mãn hệ $\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}$ là:

- A. $F_{\min} = 40$. B. $F_{\min} = 60$. C. $F_{\min} = 45$. D. $F_{\min} = 50$.

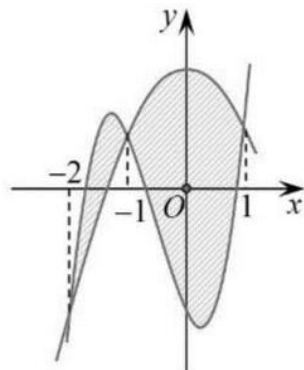
Câu 16. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc đoạn CC' thoãn mãn $IC = 3IC'$, G là trọng tâm tứ diện $BA'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$. B. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$.
 C. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$. D. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{c}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC})$ bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 18. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{37}{12}$ B. $\frac{13}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{37}{6}$

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $f(x)$

liên tục trên \mathbb{R}

- A. 0 B. -1 C. 1 D. -2

Câu 20. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$?

- A. 2047. B. 1023. C. 1024. D. 1022.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 8. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi

câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

Xét phương trình $\log(x + \sqrt{x^2 + 1}) = \frac{3}{a} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^b$ trên khoảng $(-2; 2)$, với $(a; b)$ là hai số nguyên dương đều bé hơn 20.

a) Có 7 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x^3 + 1) + f(3x - m) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

b) Hàm số $f(x^2 - 3x + m)$ có 1 điểm cực tiểu với mọi giá trị của m .

c) Có 18 cặp $(a; b)$ sao cho phương trình $\log(x + \sqrt{x^2 + 1}) = \frac{3}{a} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^b$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trên khoảng $(-2; 2)$.

d) Hàm số đồng biến trên $(-2; 2)$

Câu 2. Tại một trường THPT, để khảo sát năng lực học môn Toán của hai lớp 12E và 12F, giáo viên đã cho học sinh ở hai lớp làm bài kiểm tra khảo sát đầu năm, thống kê điểm của học sinh được cho trong bảng sau:

Lớp điểm thi	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số hs lớp 12E	3	6	12	24	5
Số hs lớp 12F	4	5	16	18	7

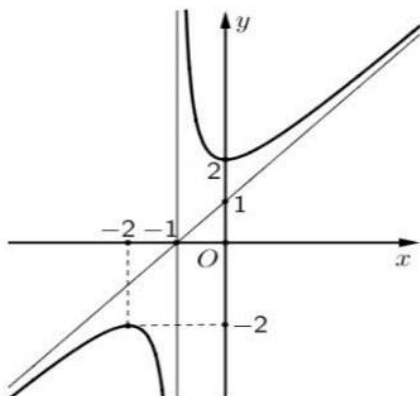
a) Dựa vào điểm trung bình môn Toán ta đánh giá được lớp 12E học tốt môn Toán hơn lớp 12F.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu thống kê điểm của lớp 12F nhỏ hơn 2,9.

c) Trong khoảng điểm $[6; 8)$ số học sinh lớp 12E nhỏ hơn ở lớp 12F.

d) Dựa vào độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê ghép nhóm, ta thấy rằng lớp 12E học đều hơn lớp 12F.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y = x + 1$.

b) Gọi A, B là hai điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích của tam giác OAB bằng 8 (với O là gốc tọa độ).

c) Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $d: y = (x + 1) \tan \frac{3\pi}{8}$.

d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 4. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a . Góc hợp bởi đường cao SH của hình chóp và mặt bên bằng α° . Lần lượt kẻ $HE \perp BC (E \in BC)$ và $HF \perp SE (F \in SE)$.

a) Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ là lớn nhất thì $\alpha \in (30^\circ; 45^\circ]$

b) Đường thẳng SF vuông góc với mặt phẳng (SBC)

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ với góc $\alpha = 45^\circ$.

d) Hai góc FSH và ESH bằng nhau

Câu 5. Nhằm thử nghiệm trước khi đem sản phẩm ra thị trường, công ty Toyota cử hai kỹ sư lái 2 chiếc xe đời mới lần lượt A và B để thử nghiệm thực tế trên đường trường với cùng điểm khởi đầu. Biết rằng sau khi xe A chạy được 40 mét thì xe B mới bắt đầu chạy và kể từ thời điểm này xe B đuổi theo xe A với tốc độ của hai xe A và B lần lượt là $v_1(t) = 15e^{-0,1t}$ (m/s) và $v_2(t) = 20 - 20e^{-0,1t}$ (m/s) trên cùng một đường thẳng (với t tính theo giây và $0 \leq t \leq 60$).

a) Xe B vượt xe A trước 13 giây.

b) Tốc độ xe A giảm dần theo thời gian, trong khi tốc độ của xe B tăng dần theo thời gian.

c) Xe B sẽ không bắt kịp được xe A trong khoảng thời gian thử nghiệm.

d) Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ thì vận tốc của xe B là 20 (m/s).

Câu 6. Một hộp chứa 45 quả cầu có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến 45. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó.

a) Số cách lấy được cả 3 quả cầu đánh số chẵn bằng 1540.

b) Xác suất để tích 3 số ghi trên 3 quả cầu là một số chia hết cho 8 bằng $\frac{523}{1290}$.

c) Xác suất để tổng 3 số ghi trên 3 quả cầu là số lẻ bằng $\frac{1}{2}$.

d) Xác suất để tổng 3 số ghi trên 3 quả cầu là số chia hết cho 4 bằng $\frac{323}{1290}$.

Câu 7. Một kỹ sư thiết kế một bình chứa nhiên liệu có thể đặt dưới thân máy bay để mở rộng tầm bay của nó. Sau một số thử nghiệm trên bản vẽ, người này quyết định tạo hình cho bình chứa bằng cách quay đồ thị hàm số $f(x) = a + bx - \frac{x^2}{16}$, với $-4 \leq x \leq 4$ quanh trục Ox (đơn vị: m^3). Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua hai điểm $A(0;1)$ và $B(4;0)$.

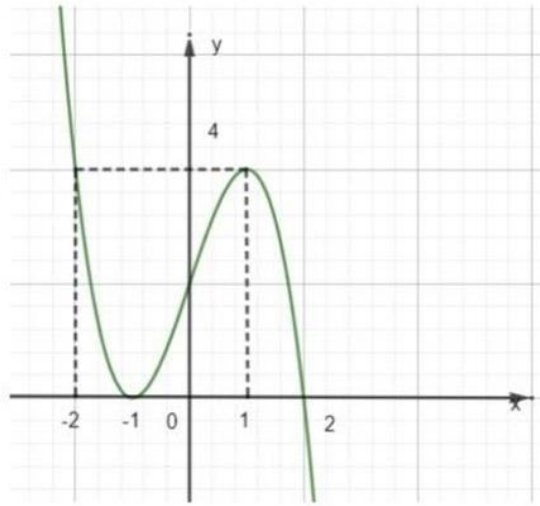
a) Bình chứa nhiên liệu có thể chứa tối đa $16m^3$.

b) Giá trị của $a + b = 2$.

c) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 0$.

d) Chiếc máy bay này có mức tiêu thụ nhiên liệu thay đổi theo quãng đường bay. Khi bắt đầu hành trình, máy bay tiêu thụ 2,5 lít nhiên liệu cho mỗi kilomet. Mức tiêu thụ nhiên liệu sau đó tăng lên một cách tuyến tính, cứ mỗi kilomet bay thêm thì mức tiêu thụ lại tăng thêm 0,008 lít/km. Bình chứa nhiên liệu cần phải đảm bảo luôn có 25% dung tích được giữ lại làm nhiên liệu dự phòng, biết rằng bình chứa được đổ đầy nhiên liệu. Quãng đường tối đa mà máy bay có thể bay được (theo kilomet) trước khi cần tiếp nhiên liệu và vẫn đảm bảo lượng nhiên liệu dự phòng theo yêu cầu là 1304(km) (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc ba và đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ



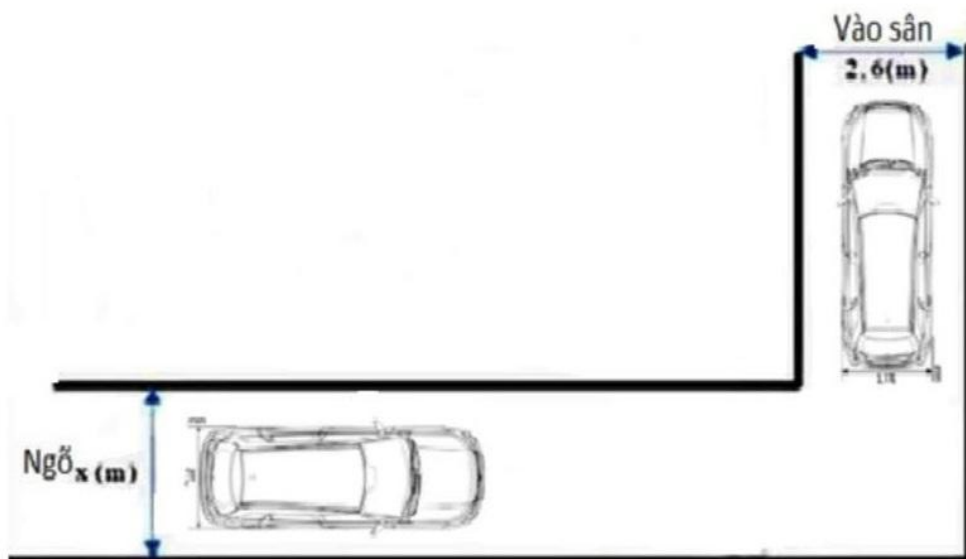
- a) Tồn tại giá trị x để $f(\sin^2 x) > f\left(\frac{3}{2}\right)$.
- b) Hàm số $g(x) = f(x^3 + 8x)$ có 1 điểm cực trị
- c) Có 100 giá trị m nguyên thuộc khoảng $(-100; 100)$ để hàm số $h(x) = f(2x - 3) - \ln(1 + x^2) - 2mx$ đồng biến trên $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu

PHẦN III. Câu trắc nghiệm yêu cầu trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O , cạnh $AB = 4, BC = 6, \angle ABC = 60^\circ$. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O . Cho biết thể tích của khối hộp bằng $36\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng \sqrt{m} . Tìm giá trị của m .

Câu 2. Ông An muốn mua một chiếc ô tô. Ngõ từ đường vào sân nhà ông An hình chữ L .





Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng $x(m)$, đoạn đường thẳng vào sân chiều rộng $2,6(m)$. Biết kích thước xe ô tô như hình vẽ trên và để ô tô đi qua an toàn thì chiều rộng và chiều dài tương ứng của đoạn đường phải lớn hơn kích thước thiết kế của ô tô một khoảng, cụ thể là chiều dài là $5m$ còn chiều rộng là $2m$ (chiều dài \times chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô từ ngõ vào sân, ông An coi ô tô nằm trọn trong một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài là $5(m)$, chiều rộng $2m$. Chiều rộng của đoạn đường đầu tiên là $x = h(m)$ (giả thiết ô tô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ô tô không bị biến dạng). Khi đó giá trị tối thiểu khi làm tròn đến hàng phần trăm của h bằng bao nhiêu?

Câu 3. Cho dãy gồm 2021 số được sắp thứ tự tăng dần như sau: $C_4^4; C_5^4; \dots; C_{2023}^4; C_{2024}^4$. Lấy ngẫu nhiên ba số hạng liên tiếp từ dãy số đã cho, biết xác suất để tổng ba số này là một số lẻ bằng $\frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và phân số

$\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị $a + b$.

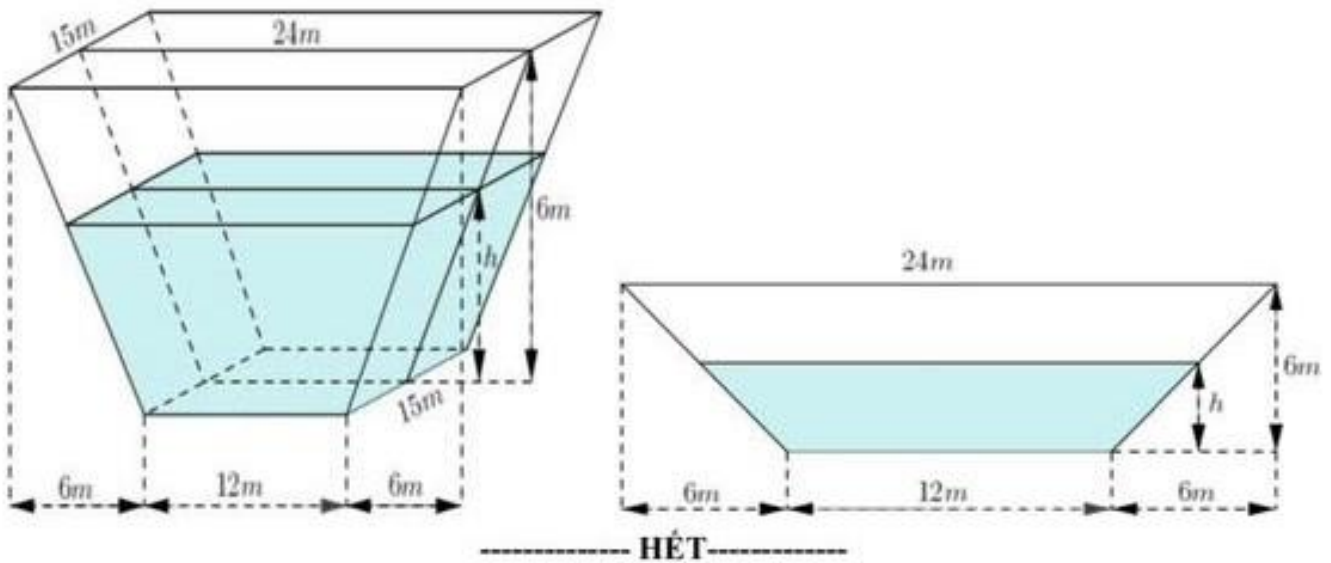
Câu 4. Xét một bảng hình vuông gồm 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một số là một trong hai số đó 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách.

Câu 5. Một chiếc cúp lưu niệm (tham khảo hình vẽ) là một khối gồm 3 phần đế, thân và đỉnh. Phần đế là khối chóp cụt lục giác đều có cạnh đáy lớn và cạnh đáy nhỏ lần lượt là $8cm$ và $6cm$, chiều cao của đế là $5cm$. Phần thân được tạo thành khi đường sinh là một phần parabol quay quanh trục. Phần thân có đáy nhỏ là đường tròn có bán kính là $3cm$ còn đáy lớn là đường tròn có bán kính là $6cm$, chiều cao của phần thân là $25cm$, đáy nhỏ của phần thân nằm trên đáy nhỏ của phần đế. Phần đỉnh là một phần khối cầu có chiều cao bằng 60% đường kính của khối cầu và mặt đáy lớn của phần thân có biên là một đường tròn nằm trên khối cầu này. Hai phần thân và đỉnh là khối tròn xoay có trục là đường thẳng d vuông góc với mặt đáy của phần đế tại tâm của mặt đáy đó. Tính thể tích của chiếc cúp lưu niệm trên biết nó là khối đặc (tính theo cm^3 làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6. Một bể chứa nước có mặt đáy và miệng bể đều là hình chữ nhật nằm trên 2 mặt phẳng song song với nhau, miệng bể có chiều ngang $15m$ và chiều dài $24m$, đáy bể có kích thước $15m \times 12m$. Độ sâu của bể nước

(tính từ miệng đến đáy) là $6m$, mặt cắt vuông góc với chiều ngang của bể có hình dạng là hình thang cân (như hình vẽ). Lúc đầu bể không có nước, người ta sử dụng một máy bơm để bơm nước vào bể với tốc độ $60m^3$ trong một phút. Vào lúc mực nước đúng $5m$ thì tốc độ dâng lên của mực nước trong bể là $\frac{a}{b}$ ($m / \text{phút}$) với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2 + b^2$?



(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ tên thí sinh:.....SBD:.....