

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh: Lớp.....

Câu 1: (5 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trên

b) Gọi A, B là hai điểm cực trị của hàm số trên, tính diện tích của tam giác OAB (với O là gốc tọa độ)

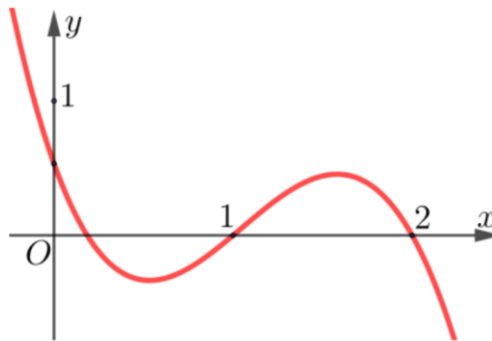
c) Tìm phương trình trục đối xứng của đồ thị hàm số trên

Câu 2: (5 điểm)

a) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x + \cos^2 x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

c) Anh Tùng muốn vay ngân hàng 200 triệu đồng theo phương thức trả góp (trả tiền vào cuối tháng) với lãi suất 0,75% / tháng. Hỏi hàng tháng anh Tùng phải trả số tiền là bao nhiêu để sau đúng hai năm thì trả hết nợ ngân hàng?

b) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ



Hỏi hàm số $g(x) = f(f(x) - 1) - 3$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Câu 3: (5 điểm)

a) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{2}$ và độ dài cạnh $BA' = \sqrt{6}$. Hãy tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, và khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B, B'C$?

b) Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi M là một điểm bất kì thuộc miền trong tam giác ABC . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{MA^2}{OA^2} + \frac{MB^2}{OB^2} + \frac{MC^2}{OC^2}$

Câu 4: (2 điểm) Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (USD) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ (USD). Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (USD) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a (biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất)

Câu 5: (2 điểm) Ba cầu thủ đá penalty, mỗi người đá một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x > y$). Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn?

Câu 6: (1 điểm) Cho hàm số $f(x) = \ln\left(e^{\frac{x}{1013}} + e\right)$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2025)$$

---HẾT---

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)