

Họ tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

Mã đề 1201

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Học sinh chọn một phương án đúng duy nhất cho mỗi câu (gồm 12 câu).

**Câu 1.** Khảo sát thời gian đọc sách trong tuần (đơn vị: giờ) của 40 học sinh, ta thu được bảng mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số học sinh	5	9	12	10	4

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- Ⓐ 5,0.                      Ⓑ 4,5.                      Ⓒ 5,5.                      Ⓓ 4,0.

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 1; -1)$  và  $B(0; 3; 1)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

- Ⓐ  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 12$ .                      Ⓑ  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 12$ .  
 Ⓒ  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$ .                      Ⓓ  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 3$ .

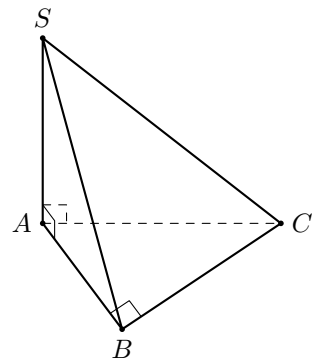
**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(1; -2; 3)$  và  $N(2; 0; 1)$  là

- Ⓐ  $\frac{x - 2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z - 1}{3}$ .                      Ⓑ  $\frac{x - 1}{1} = \frac{y + 2}{-2} = \frac{z - 3}{2}$ .  
 Ⓒ  $\frac{x - 1}{3} = \frac{y + 2}{-2} = \frac{z - 3}{4}$ .                      Ⓓ  $\frac{x - 1}{1} = \frac{y + 2}{2} = \frac{z - 3}{-2}$ .

**Câu 4.**

Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $SA = a$  và  $AB = a\sqrt{3}$  (tham khảo hình vẽ). Số đo góc phẳng nhị diện  $[S, BC, A]$  bằng

- Ⓐ  $90^\circ$ .                      Ⓑ  $60^\circ$ .                      Ⓒ  $45^\circ$ .                      Ⓓ  $30^\circ$ .

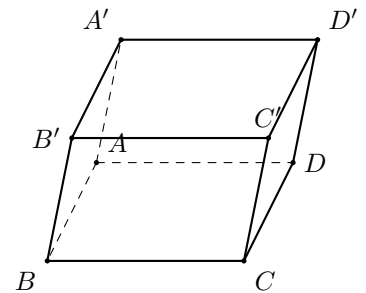


**Câu 5.**

Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ).

Vectơ tổng  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$  bằng vectơ nào dưới đây?

- Ⓐ  $\vec{A'C}$ .                      Ⓑ  $\vec{AC'}$ .                      Ⓒ  $\vec{BD'}$ .                      Ⓓ  $\vec{AC}$ .



**Câu 6.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x + 1}$  là đường thẳng có phương trình

- Ⓐ  $y = 2x - 3$ .      Ⓑ  $y = x - 1$ .      Ⓒ  $y = 2x$ .      Ⓓ  $y = 2x + 1$ .

**Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x - 2) \leq 2$  là

- Ⓐ  $(-\infty; 11]$ .      Ⓑ  $(2; 8]$ .      Ⓒ  $(2; 11]$ .      Ⓓ  $[2; 11]$ .

**Câu 8.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + e^x$  là

- Ⓐ  $x^2 + e^x + C$ .      Ⓑ  $x^2 - e^x + C$ .      Ⓒ  $2 + e^x + C$ .      Ⓓ  $x^2 + e^x \ln x + C$ .

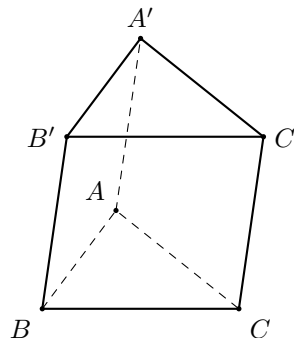
**Câu 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Tổng của 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

- Ⓐ 93.      Ⓑ 48.      Ⓒ 45.      Ⓓ 96.

**Câu 10.**

Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng  $(ABC)$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- Ⓐ  $(ACC'A')$ .      Ⓑ  $(A'B'C')$ .      Ⓒ  $(ABB'A')$ .      Ⓓ  $(BCC'B')$ .



**Câu 11.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đó và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- Ⓐ  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .      Ⓑ  $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .  
 Ⓒ  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .      Ⓓ  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Câu 12.** Nghiệm của phương trình  $2 \cos x = 1$  là

- Ⓐ  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).      Ⓑ  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).  
 Ⓒ  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).      Ⓓ  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai (gồm 4 câu).

**Câu 1.** Tại một bệnh viện, người ta áp dụng một phương pháp xét nghiệm rà soát nhanh đối với một loại Virus X. Dữ liệu thống kê y tế cho thấy tỉ lệ người dân thực sự nhiễm loại Virus này trong cộng đồng là 2%. Khả năng của bộ xét nghiệm như sau: Nếu một người thực sự nhiễm Virus X, xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 95%; nhưng nếu một người không nhiễm bệnh, xét nghiệm vẫn có thể báo dương tính (dương tính giả) với xác suất 4%. Chọn ngẫu nhiên một người tham gia rà soát. Gọi  $A$  là biến cố "Người đó thực sự nhiễm Virus X" và  $B$  là biến cố "Người đó có kết quả xét nghiệm dương tính".

- a) Xác suất một người bất kỳ nhận kết quả dương tính là 0,0582.  
 b) Xác suất một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính biết rằng người đó không nhiễm bệnh là 0,96.  
 c)  $P(A) = 0,02$  và  $P(B|A) = 0,95$ .  
 d) Nếu một người cầm trên tay tờ kết quả dương tính, khả năng người đó thực sự mắc bệnh là rất cao (trên 50%), do đó bác sĩ có thể lập tức đưa người này vào phác đồ điều trị mạnh.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ .

- Đạo hàm của hàm số là  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$ .
- Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .
- Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(2; 1)$ .
- Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng 0.

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị đo trên các trục là mét), một thiết bị lặn không người lái xuất phát từ điểm  $A(1; 1; 1)$ . Thiết bị lặn di chuyển theo một quỹ đạo là đường thẳng với hướng luôn được xác định bởi vectơ  $\vec{u} = (2; 2; 1)$ . Biết rằng tốc độ di chuyển của thiết bị tại thời điểm  $t$  (giây) kể từ lúc xuất phát được mô phỏng bởi hàm số  $v(t) = 2t + 2$  (m/s).

- Mặt phẳng đi qua điểm xuất phát  $A$  và vuông góc với quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn có phương trình tổng quát là  $2x + 2y + z - 5 = 0$ .
- Quãng đường thiết bị lặn di chuyển được sau 3 giây đầu tiên kể từ lúc xuất phát là 15 mét.
- Phương trình chính tắc của đường thẳng mô tả quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn là  $\frac{x - 2}{1} = \frac{y - 2}{1} = \frac{z - 1}{1}$ .
- Giả sử vùng cảnh báo an ninh của một trạm quan sát ngầm là khối cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 22x - 22y + 217 \leq 0$ . Tại thời điểm  $t = 3$  (giây), thiết bị lặn vẫn nằm ngoài vùng cảnh báo an ninh này.

**Câu 4.** Trong một môi trường nuôi cấy thí nghiệm, số lượng vi khuẩn  $N(t)$  (con) sau thời gian  $t$  (giờ) sinh sôi với tốc độ tỉ lệ thuận với số lượng vi khuẩn hiện có, tức là thỏa mãn phương trình đạo hàm  $N'(t) = k \cdot N(t)$  (với  $k$  là hằng số sinh trưởng). Biết rằng ban đầu ( $t = 0$ ) có 500 con vi khuẩn và sau 3 giờ thì số lượng vi khuẩn tăng lên thành 4000 con.

- Hàm số có dạng  $N(t) = A \cdot e^{kt}$  (với  $A > 0$  là hằng số).
- Số lượng vi khuẩn có trong môi trường nuôi cấy sau 6 giờ là 16 000 con.
- $A = 500$  và  $k = \ln 2$ .
- Sau nửa ngày nuôi cấy, số lượng vi khuẩn sẽ vượt qua mốc 2 triệu con.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Học sinh trả lời kết quả vào phần được yêu cầu (gồm 6 câu).

**Câu 1.** Trong đợt phòng chống dịch, một bệnh viện trung ương cần phân bổ khẩn cấp 15 thùng vật tư y tế (các thùng giống hệt nhau) cho 3 trạm y tế cơ sở là A, B và C. Theo quy định đánh giá rủi ro, trạm A phải nhận được ít nhất 4 thùng, trạm B nhận ít nhất 3 thùng và trạm C nhận ít nhất 1 thùng. Hỏi bệnh viện có tất cả bao nhiêu cách phân bổ 15 thùng vật tư này để thỏa mãn các yêu cầu trên? KQ: 

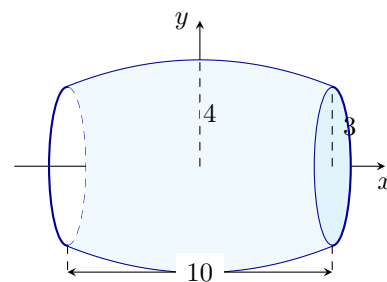
--	--	--	--

**Câu 2.** Một hệ thống phân tải mạng tự động phân phối ngẫu nhiên 7 gói dữ liệu (giống hệt nhau) cho 4 máy chủ xử lý (được đánh số 1, 2, 3, 4). Hệ thống được lập trình để đảm bảo mỗi máy chủ đều nhận được ít nhất 1 gói dữ liệu nhằm duy trì hoạt động liên tục. Tính xác suất để máy chủ số 1 nhận được đúng 2 gói dữ liệu (viết kết quả dưới dạng số thập phân). KQ: 

--	--	--	--

**Câu 3.**

Một thùng ủ rượu vang bằng gỗ sồi có dạng là một khối tròn xoay. Nếu cắt thùng bởi một mặt phẳng chứa trục đối xứng của thùng thì đường viền ngoài của thiết diện là một phần của đường parabol. Biết thùng có chiều dài 10 dm, đường kính hai mặt đáy bằng nhau và bằng 6 dm, phần phình to nhất ở giữa thùng có đường kính bằng 8 dm. Hãy tính dung tích của thùng ủ rượu này (đơn vị: lít, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). (Biết  $1 \text{ lít} = 1 \text{ dm}^3$  và giả sử bỏ qua độ dày của vỏ gỗ).



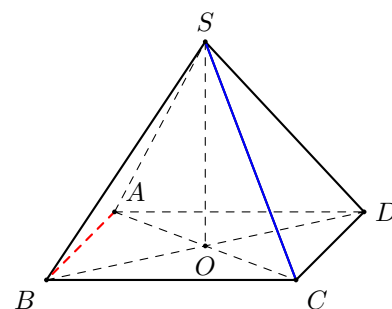
KQ:

**Câu 4.** Một hộ làm nghề dệt vải thổ cẩm ở làng Mỹ Nghiệp thuộc xã Ninh Phước tỉnh Khánh Hoà sản xuất mỗi ngày được  $x$  mét vải thổ cẩm ( $1 \leq x \leq 18$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  mét vải thổ cẩm (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$ . Giả sử hộ làm nghề dệt thổ cẩm này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Hỏi hộ làm nghề dệt thổ cẩm cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải thổ cẩm để thu được lợi nhuận tối đa?

KQ:

**Câu 5.**

Tại một khu du lịch sinh thái, người ta thiết kế một mái vòm kính có dạng hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  có độ dài cạnh bằng 6 m. Cột trụ  $SO$  đỡ mái vòm vuông góc với mặt sàn ( $ABCD$ ) và có chiều cao 4 m. Để giăng một dải đèn LED trang trí từ cạnh đáy  $AB$  sang cạnh bên  $SC$ , các kĩ sư cần tính toán khoảng cách ngắn nhất giữa hai thanh thép thẳng đặt dọc theo hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ . Tính khoảng cách này (đơn vị: mét, viết kết quả dưới dạng số thập phân).



KQ:

**Câu 6.** Một khách sạn công nghệ cao có 50 phòng cho thuê. Nếu khách sạn đặt giá thuê mỗi phòng là 2 triệu đồng/ngày thì toàn bộ các phòng đều được thuê hết. Nghiên cứu thị trường cho thấy, cứ mỗi lần tăng giá thuê thêm 100 nghìn đồng/ngày thì sẽ có thêm 1 phòng bị bỏ trống. Biết chi phí vận hành, dọn dẹp cho mỗi phòng được thuê là 200 nghìn đồng/ngày (phòng trống không mất chi phí này). Để lợi nhuận thu được trong ngày từ việc cho thuê phòng đạt từ 115 triệu đồng trở lên, khách sạn có thể thiết lập mức giá cho thuê cao nhất là bao nhiêu triệu đồng/ngày? KQ:

—————**HẾT**—————

Họ tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

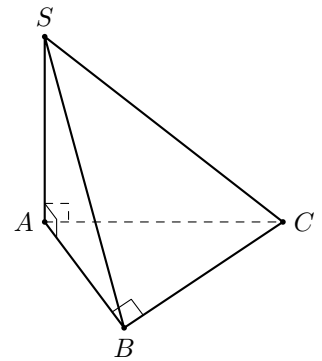
Mã đề 1202

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Học sinh chọn một phương án đúng duy nhất cho mỗi câu (gồm 12 câu).

**Câu 1.**

Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $SA = a$  và  $AB = a\sqrt{3}$  (tham khảo hình vẽ). Số đo góc phẳng nhị diện  $[S, BC, A]$  bằng

- (A)  $60^\circ$ .      (B)  $30^\circ$ .      (C)  $45^\circ$ .      (D)  $90^\circ$ .



**Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x - 2) \leq 2$  là

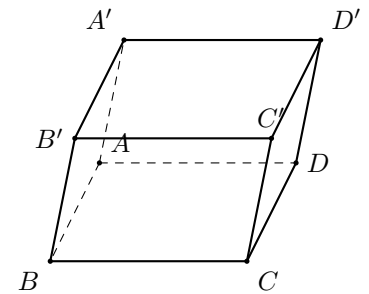
- (A)  $[2; 11]$ .      (B)  $(2; 8]$ .      (C)  $(-\infty; 11]$ .      (D)  $(2; 11]$ .

**Câu 3.**

Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ).

Vectơ tổng  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$  bằng vectơ nào dưới đây?

- (A)  $\vec{BD'}$ .      (B)  $\vec{AC'}$ .      (C)  $\vec{A'C}$ .      (D)  $\vec{AC}$ .



**Câu 4.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Tổng của 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

- (A) 45.      (B) 48.      (C) 93.      (D) 96.

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 1; -1)$  và  $B(0; 3; 1)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

- (A)  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 12$ .      (B)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 12$ .  
 (C)  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 3$ .      (D)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$ .

**Câu 6.** Khảo sát thời gian đọc sách trong tuần (đơn vị: giờ) của 40 học sinh, ta thu được bảng mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số học sinh	5	9	12	10	4

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- (A) 4,5.      (B) 4,0.      (C) 5,5.      (D) 5,0.

**Câu 7.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x + 1}$  là đường thẳng có phương trình

- Ⓐ  $y = x - 1$ .      Ⓑ  $y = 2x$ .      Ⓒ  $y = 2x + 1$ .      Ⓓ  $y = 2x - 3$ .

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(1; -2; 3)$  và  $N(2; 0; 1)$  là

- Ⓐ  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}$ .      Ⓑ  $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3}$ .  
 Ⓒ  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{4}$ .      Ⓓ  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{2}$ .

**Câu 9.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + e^x$  là

- Ⓐ  $x^2 - e^x + C$ .      Ⓑ  $x^2 + e^x \ln x + C$ .      Ⓒ  $x^2 + e^x + C$ .      Ⓓ  $2 + e^x + C$ .

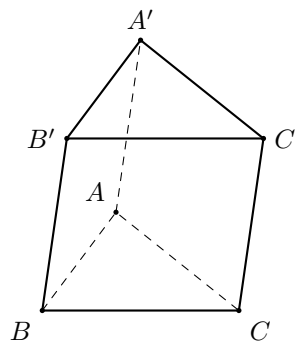
**Câu 10.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đó và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- Ⓐ  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .      Ⓑ  $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .  
 Ⓒ  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .      Ⓓ  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

**Câu 11.**

Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng  $(ABC)$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- Ⓐ  $(ABB'A')$ .      Ⓑ  $(A'B'C')$ .      Ⓒ  $(BCC'B')$ .      Ⓓ  $(ACC'A')$ .



**Câu 12.** Nghiệm của phương trình  $2 \cos x = 1$  là

- Ⓐ  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).      Ⓑ  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).  
 Ⓒ  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).      Ⓓ  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai (gồm 4 câu).

**Câu 1.** Trong một môi trường nuôi cấy thí nghiệm, số lượng vi khuẩn  $N(t)$  (con) sau thời gian  $t$  (giờ) sinh sôi với tốc độ tỉ lệ thuận với số lượng vi khuẩn hiện có, tức là thỏa mãn phương trình đạo hàm  $N'(t) = k \cdot N(t)$  (với  $k$  là hằng số sinh trưởng). Biết rằng ban đầu ( $t = 0$ ) có 500 con vi khuẩn và sau 3 giờ thì số lượng vi khuẩn tăng lên thành 4000 con.

- a) Số lượng vi khuẩn có trong môi trường nuôi cấy sau 6 giờ là 16 000 con.  
 b)  $A = 500$  và  $k = \ln 2$ .  
 c) Hàm số có dạng  $N(t) = A \cdot e^{kt}$  (với  $A > 0$  là hằng số).  
 d) Sau nửa ngày nuôi cấy, số lượng vi khuẩn sẽ vượt qua mốc 2 triệu con.

**Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị đo trên các trục là mét), một thiết bị lặn không người lái xuất phát từ điểm  $A(1; 1; 1)$ . Thiết bị lặn di chuyển theo một quỹ đạo là đường thẳng với hướng luôn được xác định bởi vectơ  $\vec{u} = (2; 2; 1)$ . Biết rằng tốc độ di chuyển của thiết bị tại thời điểm  $t$  (giây) kể từ lúc xuất phát được mô phỏng bởi hàm số  $v(t) = 2t + 2$  (m/s).

- a) Mặt phẳng đi qua điểm xuất phát  $A$  và vuông góc với quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn có phương trình tổng quát là  $2x + 2y + z - 5 = 0$ .
- b) Phương trình chính tắc của đường thẳng mô tả quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn là  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$ .
- c) Quãng đường thiết bị lặn di chuyển được sau 3 giây đầu tiên kể từ lúc xuất phát là 15 mét.
- d) Giả sử vùng cảnh báo an ninh của một trạm quan sát ngầm là khối cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 22x - 22y + 217 \leq 0$ . Tại thời điểm  $t = 3$  (giây), thiết bị lặn vẫn nằm ngoài vùng cảnh báo an ninh này.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ .

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .
- b) Đạo hàm của hàm số là  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$ .
- c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(2; 1)$ .
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng 0.

**Câu 4.** Tại một bệnh viện, người ta áp dụng một phương pháp xét nghiệm rà soát nhanh đối với một loại Virus X. Dữ liệu thống kê y tế cho thấy tỉ lệ người dân thực sự nhiễm loại Virus này trong cộng đồng là 2%. Khả năng của bộ xét nghiệm như sau: Nếu một người thực sự nhiễm Virus X, xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 95%; nhưng nếu một người không nhiễm bệnh, xét nghiệm vẫn có thể báo dương tính (dương tính giả) với xác suất 4%. Chọn ngẫu nhiên một người tham gia rà soát. Gọi  $A$  là biến cố "Người đó thực sự nhiễm Virus X" và  $B$  là biến cố "Người đó có kết quả xét nghiệm dương tính".

- a)  $P(A) = 0,02$  và  $P(B|A) = 0,95$ .
- b) Xác suất một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính biết rằng người đó không nhiễm bệnh là 0,96.
- c) Xác suất một người bất kỳ nhận kết quả dương tính là 0,0582.
- d) Nếu một người cầm trên tay tờ kết quả dương tính, khả năng người đó thực sự mắc bệnh là rất cao (trên 50%), do đó bác sĩ có thể lập tức đưa người này vào phác đồ điều trị mạnh.

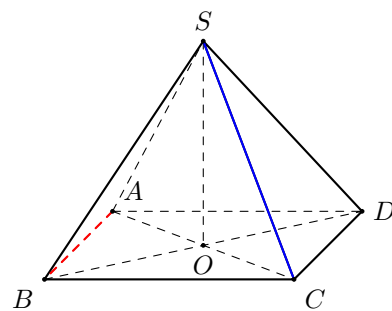
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Học sinh trả lời kết quả vào phần được yêu cầu (gồm 6 câu).

**Câu 1.** Một hệ thống phân tải mạng tự động phân phối ngẫu nhiên 7 gói dữ liệu (giống hệt nhau) cho 4 máy chủ xử lý (được đánh số 1, 2, 3, 4). Hệ thống được lập trình để đảm bảo mỗi máy chủ đều nhận được ít nhất 1 gói dữ liệu nhằm duy trì hoạt động liên tục. Tính xác suất để máy chủ số 1 nhận được đúng 2 gói dữ liệu (viết kết quả dưới dạng số thập phân). KQ: 

--	--	--	--

**Câu 2.**

Tại một khu du lịch sinh thái, người ta thiết kế một mái vòm kính có dạng hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  có độ dài cạnh bằng 6 m. Cột trụ  $SO$  đỡ mái vòm vuông góc với mặt sàn  $(ABCD)$  và có chiều cao 4 m. Để giăng một dải đèn LED trang trí từ cạnh đáy  $AB$  sang cạnh bên  $SC$ , các kĩ sư cần tính toán khoảng cách ngắn nhất giữa hai thanh thép thẳng đặt dọc theo hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ . Tính khoảng cách này (đơn vị: mét, viết kết quả dưới dạng số thập phân).



KQ: 

--	--	--	--

**Câu 3.** Một hộ làm nghề dệt vải thổ cẩm ở làng Mỹ Nghiệp thuộc xã Ninh Phước tỉnh Khánh Hoà sản xuất mỗi ngày được  $x$  mét vải thổ cẩm ( $1 \leq x \leq 18$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  mét vải thổ cẩm (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$ . Giả sử hộ làm nghề dệt thổ cẩm này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Hỏi hộ làm nghề dệt thổ cẩm cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải thổ cẩm để thu được lợi nhuận tối đa?

KQ: 

--	--	--	--

**Câu 4.** Trong đợt phòng chống dịch, một bệnh viện trung ương cần phân bổ khăn cấp 15 thùng vật tư y tế (các thùng giống hệt nhau) cho 3 trạm y tế cơ sở là A, B và C. Theo quy định đánh giá rủi ro, trạm A phải nhận được ít nhất 4 thùng, trạm B nhận ít nhất 3 thùng và trạm C nhận ít nhất 1 thùng. Hỏi bệnh viện có tất cả bao nhiêu cách phân bổ 15 thùng vật tư này để thỏa mãn các yêu cầu trên?

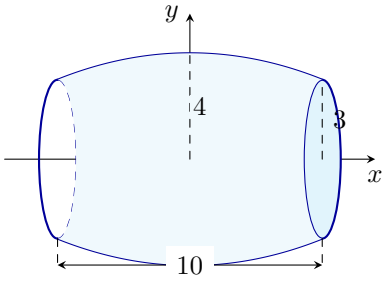
KQ: 

--	--	--	--

**Câu 5.** Một khách sạn công nghệ cao có 50 phòng cho thuê. Nếu khách sạn đặt giá thuê mỗi phòng là 2 triệu đồng/ngày thì toàn bộ các phòng đều được thuê hết. Nghiên cứu thị trường cho thấy, cứ mỗi lần tăng giá thuê thêm 100 nghìn đồng/ngày thì sẽ có thêm 1 phòng bị bỏ trống. Biết chi phí vận hành, dọn dẹp cho mỗi phòng được thuê là 200 nghìn đồng/ngày (phòng trống không mất chi phí này). Để lợi nhuận thu được trong ngày từ việc cho thuê phòng đạt từ 115 triệu đồng trở lên, khách sạn có thể thiết lập mức giá cho thuê cao nhất là bao nhiêu triệu đồng/ngày? KQ: 

--	--	--	--

**Câu 6.** Một thùng ủ rượu vang bằng gỗ sồi có dạng là một khối tròn xoay. Nếu cắt thùng bởi một mặt phẳng chứa trục đối xứng của thùng thì đường viền ngoài của thiết diện là một phần của đường parabol. Biết thùng có chiều dài 10 dm, đường kính hai mặt đáy bằng nhau và bằng 6 dm, phần phình to nhất ở giữa thùng có đường kính bằng 8 dm. Hãy tính dung tích của thùng ủ rượu này (đơn vị: lít, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). (Biết  $1 \text{ lít} = 1 \text{ dm}^3$  và giả sử bỏ qua độ dày của vỏ gỗ).



KQ: 

--	--	--	--

**HẾT**

Họ tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

Mã đề 1201

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Học sinh chọn một phương án đúng duy nhất cho mỗi câu (gồm 12 câu).

**Câu 1.** Khảo sát thời gian đọc sách trong tuần (đơn vị: giờ) của 40 học sinh, ta thu được bảng mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số học sinh	5	9	12	10	4

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

**(A)** 5,0.

**(B)** 4,5.

**(C)** 5,5.

**(D)** 4,0.

**Lời giải.**

Cỡ mẫu là  $n = 40$ . Vị trí của trung vị là  $\frac{n}{2} = 20$ .

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là:  $cf_1 = 5, cf_2 = 14, cf_3 = 26, cf_4 = 36, cf_5 = 40$ .

Vì  $14 < 20 \leq 26$  nên nhóm chứa trung vị là nhóm thứ ba:  $[4; 6)$ .

Áp dụng công thức tính trung vị:  $M_e = a + \frac{\frac{n}{2} - cf_{k-1}}{m_k} \cdot h$ , ta có:

$$M_e = 4 + \frac{20 - 14}{12} \times 2 = 4 + \frac{6}{12} \times 2 = 4 + 1 = 5.$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu là 5,0.

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 1; -1)$  và  $B(0; 3; 1)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

**(A)**  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 12$ .

**(B)**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 12$ .

**(C)**  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$ .

**(D)**  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 3$ .

**Lời giải.**

Tâm  $I$  của mặt cầu là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ , suy ra  $I(1; 2; 0)$ .

Ta có vectơ  $\vec{AB} = (-2; 2; 2)$ , suy ra đường kính  $AB = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ .

Bán kính mặt cầu là  $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow R^2 = 3$ .

Vậy phương trình mặt cầu là:  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 3$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(1; -2; 3)$  và  $N(2; 0; 1)$  là

**(A)**  $\frac{x - 2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z - 1}{3}$ .

**(B)**  $\frac{x - 1}{1} = \frac{y + 2}{-2} = \frac{z - 3}{2}$ .

**(C)**  $\frac{x - 1}{3} = \frac{y + 2}{-2} = \frac{z - 3}{4}$ .

**(D)**  $\frac{x - 1}{1} = \frac{y + 2}{2} = \frac{z - 3}{-2}$ .

**Lời giải.**

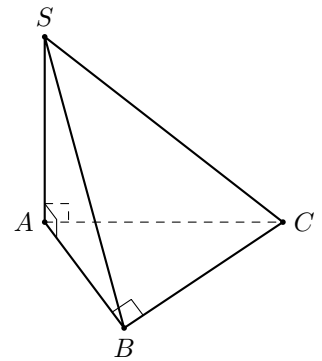
Đường thẳng  $MN$  nhận vectơ  $\overrightarrow{MN} = (1; 2; -2)$  làm một vectơ chỉ phương.

Kết hợp với việc đi qua điểm  $M(1; -2; 3)$ , ta có phương trình chính tắc:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 4.**

Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $SA = a$  và  $AB = a\sqrt{3}$  (tham khảo hình vẽ). Số đo góc phẳng nhị diện  $[S, BC, A]$  bằng



- (A)**  $90^\circ$ .      **(B)**  $60^\circ$ .      **(C)**  $45^\circ$ .      **(D)**  $30^\circ$ .

**Lời giải.**

Góc nhị diện  $[S, BC, A]$  có cạnh là đường thẳng  $BC$ .

Ta có  $BC \perp AB$  (do  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$ ) và  $BC \perp SA$  (do  $SA \perp (ABC)$ ).

Suy ra  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ .

Vì  $AB \perp BC$  và  $SB \perp BC$  nên  $\widehat{SBA}$  chính là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện  $[S, BC, A]$ .

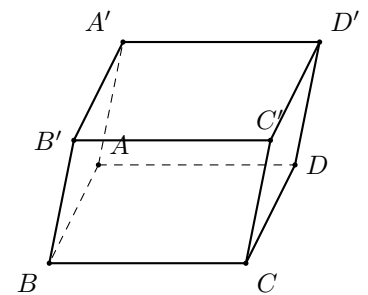
Xét tam giác vuông  $SAB$  vuông tại  $A$ , ta có:  $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$ .

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 5.**

Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ).

Vectơ tổng  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  bằng vectơ nào dưới đây?



- (A)**  $\overrightarrow{A'C}$ .      **(B)**  $\overrightarrow{AC'}$ .      **(C)**  $\overrightarrow{BD'}$ .      **(D)**  $\overrightarrow{AC}$ .

**Lời giải.**

Theo quy tắc hình hộp, ta có tổng ba vectơ xuất phát từ cùng một đỉnh bằng vectơ đường chéo không gian xuất phát từ đỉnh đó.

Do vậy:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

Chọn đáp án **(B)** ..... □

**Câu 6.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x + 1}$  là đường thẳng có phương trình

- (A)**  $y = 2x - 3$ .      **(B)**  $y = x - 1$ .      **(C)**  $y = 2x$ .      **(D)**  $y = 2x + 1$ .

**Lời giải.**

Thực hiện phép chia đa thức, ta có:  $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x + 1} = 2x - 3 + \frac{5}{x + 1}$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (2x - 3)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5}{x + 1} = 0$  nên đường thẳng  $y = 2x - 3$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x - 2) \leq 2$  là

- (A)  $(-\infty; 11]$ .                      (B)  $(2; 8]$ .                      (C)  $(2; 11]$ .                      (D)  $[2; 11]$ .

**Lời giải.**

Điều kiện xác định:  $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ .

Bất phương trình đã cho tương đương:  $x - 2 \leq 3^2 \Leftrightarrow x - 2 \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 11$ .

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm là  $S = (2; 11]$ .

Chọn đáp án (C) ..... □

**Câu 8.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + e^x$  là

- (A)  $x^2 + e^x + C$ .                      (B)  $x^2 - e^x + C$ .                      (C)  $2 + e^x + C$ .                      (D)  $x^2 + e^x \ln x + C$ .

**Lời giải.**

Áp dụng các công thức nguyên hàm cơ bản, ta có:  $\int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$ .

Chọn đáp án (A) ..... □

**Câu 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Tổng của 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

- (A) 93.                      (B) 48.                      (C) 45.                      (D) 96.

**Lời giải.**

Áp dụng công thức tính tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân:  $S_n = u_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$ .

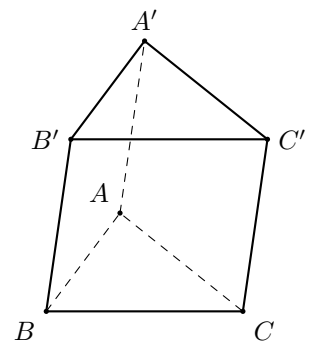
Ta có:  $S_5 = 3 \cdot \frac{1 - 2^5}{1 - 2} = 3 \cdot \frac{1 - 32}{-1} = 3 \cdot 31 = 93$ .

Chọn đáp án (A) ..... □

**Câu 10.**

Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng  $(ABC)$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- (A)  $(ACC'A')$ .                      (B)  $(A'B'C')$ .                      (C)  $(ABB'A')$ .                      (D)  $(BCC'B')$ .



**Lời giải.**

Theo tính chất cơ bản của hình lăng trụ, hai mặt đáy luôn song song với nhau.

Do đó, mặt phẳng đáy  $(ABC)$  song song với mặt phẳng đáy  $(A'B'C')$ .

Chọn đáp án (B) ..... □

**Câu 11.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đó và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- (A)  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .                      (B)  $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .  
 (C)  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .                      (D)  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**Lời giải.**

Công thức chuẩn tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a, x = b$  là  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

Chọn đáp án **D** ..... □

**Câu 12.** Nghiệm của phương trình  $2 \cos x = 1$  là

- A**  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .
- B**  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .
- C**  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .
- D**  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

Chọn đáp án **A** ..... □

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai (gồm 4 câu).

**Câu 1.** Tại một bệnh viện, người ta áp dụng một phương pháp xét nghiệm rà soát nhanh đối với một loại Virus X. Dữ liệu thống kê y tế cho thấy tỉ lệ người dân thực sự nhiễm loại Virus này trong cộng đồng là 2%. Khả năng của bộ xét nghiệm như sau: Nếu một người thực sự nhiễm Virus X, xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 95%; nhưng nếu một người không nhiễm bệnh, xét nghiệm vẫn có thể báo dương tính (dương tính giả) với xác suất 4%. Chọn ngẫu nhiên một người tham gia rà soát. Gọi  $A$  là biến cố "Người đó thực sự nhiễm Virus X" và  $B$  là biến cố "Người đó có kết quả xét nghiệm dương tính".

- a) Xác suất một người bất kỳ nhận kết quả dương tính là 0,0582.
- b) Xác suất một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính biết rằng người đó không nhiễm bệnh là 0,96.
- c)  $P(A) = 0,02$  và  $P(B|A) = 0,95$ .
- d) Nếu một người cầm trên tay tờ kết quả dương tính, khả năng người đó thực sự mắc bệnh là rất cao (trên 50%), do đó bác sĩ có thể lập tức đưa người này vào phác đồ điều trị mạnh.

**Lời giải.**

- a) **D** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: GQ] Ta có  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,02 = 0,98$ . Sử dụng công thức xác suất toàn phần, xác suất có kết quả dương tính chung là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

$$P(B) = 0,02 \times 0,95 + 0,98 \times 0,04 = 0,0190 + 0,0392 = 0,0582.$$

Mệnh đề c) **Đúng**.

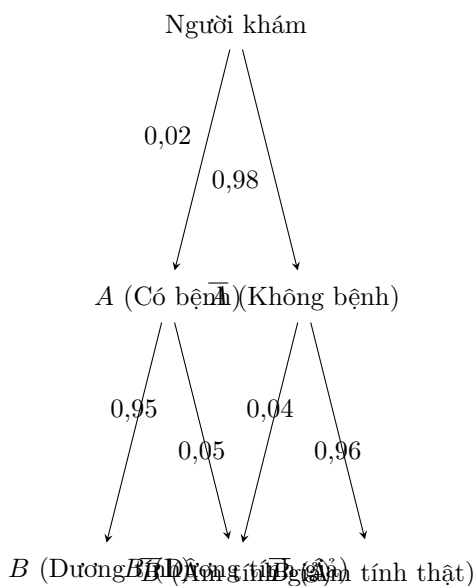
- b) **S** [Mức độ: Biết] [Năng lực: GQ] Biến cố "người đó không nhiễm bệnh" là  $\bar{A}$ . Việc xét nghiệm ra dương tính với người không bệnh (dương tính giả) là 4%. Do đó, bằng ngôn ngữ biến cố ta có  $P(B|\bar{A}) = 0,04$  (chứ không phải 0,96). Số 0,96 là tỉ lệ âm tính thật. Mệnh đề b) **Sai**.

- c) **D** [Mức độ: Biết] [Năng lực: GQ] Theo thống kê, có 2% người dân nhiễm bệnh nên  $P(A) = 0,02$ . Xác suất xét nghiệm dương tính khi người đó có bệnh là 95% nên  $P(B|A) = 0,95$ . Mệnh đề a) **Đúng**.

- d) **S** [Mức độ: Vận dụng] [Năng lực: GQ] Cần tính xác suất người đó thực sự mắc bệnh khi đã có kết quả dương tính, tức là  $P(A|B)$ . Áp dụng công thức Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,0190}{0,0582} = \frac{190}{582} \approx 0,3265 = 32,65\%.$$

Đánh giá thực tiễn: Khả năng thực sự có bệnh dù xét nghiệm dương tính chỉ khoảng 32,65% (do căn bệnh này vốn rất hiếm với tỉ lệ 2%). Vì  $32,65\% < 50\%$ , khả năng bị nhận diện nhầm (dương tính giả) vẫn cao hơn. Bác sĩ không thể điều trị ngay lập tức mà cần chỉ định làm thêm xét nghiệm chuyên sâu (như PCR) để khẳng định. Mệnh đề d) **Sai**.



Sơ đồ hình cây mô phỏng nghịch lí dương tính giả trong y tế

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 .....

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ .

- a) Đạo hàm của hàm số là  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$ .  
 b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .  
 c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(2; 1)$ .  
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng 0.

**Lời giải.**

- a) **D** [Mức độ: Biết] [Năng lực: TD] Ta có  $f'(x) = \frac{(2x - 3)(x - 1) - (x^2 - 3x + 3)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$ .

Cho  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = 2$ . Cả hai nghiệm đều thỏa mãn điều kiện  $x \neq 1$ . Mệnh đề a) **Đúng**.

- b) **S** [Mức độ: Biết] [Năng lực: TD] Ta có  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x < 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x \neq 1 \end{cases}$ .

Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$ . Không thể kết luận nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$  vì hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ . Mệnh đề b) **Sai**.

- c) **D** [Mức độ: Biết] [Năng lực: TD] Bảng xét dấu  $f'(x)$  cho thấy  $f'(x)$  đổi dấu từ âm sang dương khi qua  $x = 2$ .  
Do đó hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ . Giá trị cực tiểu  $f(2) = 1$ . Suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(2; 1)$ . Mệnh đề c) **Đúng**.
- d) **S** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: GQ] Xét hàm số trên đoạn  $[-2; 0]$ . Ta thấy trên đoạn này  $x \leq 0 \Rightarrow x^2 - 2x \geq 0$ , do đó  $f'(x) \geq 0$ , hàm số đồng biến.  
Giá trị lớn nhất trên đoạn  $[-2; 0]$  là  $f(0) = -3$  (không phải bằng 0). Mệnh đề d) **Sai**.

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 ..... □

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị đo trên các trục là mét), một thiết bị lặn không người lái xuất phát từ điểm  $A(1; 1; 1)$ . Thiết bị lặn di chuyển theo một quỹ đạo là đường thẳng với hướng luôn được xác định bởi vectơ  $\vec{u} = (2; 2; 1)$ . Biết rằng tốc độ di chuyển của thiết bị tại thời điểm  $t$  (giây) kể từ lúc xuất phát được mô phỏng bởi hàm số  $v(t) = 2t + 2$  (m/s).

- a) Mặt phẳng đi qua điểm xuất phát  $A$  và vuông góc với quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn có phương trình tổng quát là  $2x + 2y + z - 5 = 0$ .
- b) Quãng đường thiết bị lặn di chuyển được sau 3 giây đầu tiên kể từ lúc xuất phát là 15 mét.
- c) Phương trình chính tắc của đường thẳng mô tả quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn là  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ .
- d) Giả sử vùng cảnh báo an ninh của một trạm quan sát ngầm là khối cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 22x - 22y + 217 \leq 0$ . Tại thời điểm  $t = 3$  (giây), thiết bị lặn vẫn nằm ngoài vùng cảnh báo an ninh này.

**Lời giải.**

- a) **D** [Mức độ: Biết] [Năng lực: TD] Quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn là đường thẳng nhận  $\vec{u} = (2; 2; 1)$  làm vectơ chỉ phương. Do đó, mặt phẳng vuông góc với quỹ đạo sẽ nhận  $\vec{n} = \vec{u} = (2; 2; 1)$  làm vectơ pháp tuyến.  
Phương trình mặt phẳng đi qua  $A(1; 1; 1)$  có dạng:

$$2(x - 1) + 2(y - 1) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 5 = 0.$$

Mệnh đề a) **Đúng**.

- b) **D** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: MH] Quãng đường thiết bị lặn di chuyển được sau 3 giây đầu tiên được tính bằng tích phân của hàm vận tốc:

$$S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (2t + 2) dt = [t^2 + 2t]_0^3 = 3^2 + 2(3) = 15 \text{ (mét)}.$$

Mệnh đề c) **Đúng**.

- c) **S** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: TD] Đường thẳng mô tả quỹ đạo đi qua điểm  $A(1; 1; 1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; 2; 1)$  nên phương trình chính tắc phải là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ .  
Phương trình ở mệnh đề b) đã bị bẫy nhằm lẫn vị trí giữa tọa độ điểm và tọa độ vectơ (một lỗi học sinh rất hay sai). Mệnh đề b) **Sai**.

- d) **D** [Mức độ: Vận dụng] [Năng lực: MH] Tại thời điểm  $t = 3$ , quãng đường thiết bị lặn đi được là  $S = 15$  m. Gọi  $M$  là vị trí của thiết bị lúc này. Vì thiết bị di chuyển thẳng từ  $A$  theo hướng của vectơ  $\vec{u}$  nên vectơ độ dời  $\vec{AM}$  sẽ cùng hướng với  $\vec{u}$ .  
Độ dài của  $\vec{u}$  là  $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$ .

Ta có mối liên hệ:  $\overrightarrow{AM} = \frac{S}{|\vec{u}} \vec{u} = \frac{15}{3}(2; 2; 1) = 5(2; 2; 1) = (10; 10; 5)$ .

Suy ra tọa độ điểm  $M$  là:  $M = A + \overrightarrow{AM} = (1 + 10; 1 + 10; 1 + 5) = (11; 11; 6)$ .

Khối cầu vùng cảnh báo có bất phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 22x - 22y + 217 \leq 0$ .

Từ phương trình này, ta xác định được tâm  $I\left(-\frac{-22}{2}; -\frac{-22}{2}; 0\right) = I(11; 11; 0)$  và bán kính

$$R = \sqrt{11^2 + 11^2 + 0^2 - 217} = \sqrt{242 - 217} = \sqrt{25} = 5.$$

Khoảng cách từ  $M$  đến tâm  $I$  là:

$$IM = \sqrt{(11 - 11)^2 + (11 - 11)^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{36} = 6.$$

Vì  $IM = 6 > R = 5$ , nên tại thời điểm  $t = 3$  (giờ), thiết bị lặn vẫn chưa đi vào phần không gian bên trong của khối cầu cảnh báo (nằm ngoài). Mệnh đề d) **Đúng**.

Chọn đáp án 

a đúng	b đúng	c sai	d đúng
--------	--------	-------	--------

 ..... □

**Câu 4.** Trong một môi trường nuôi cấy thí nghiệm, số lượng vi khuẩn  $N(t)$  (con) sau thời gian  $t$  (giờ) sinh sôi với tốc độ tỉ lệ thuận với số lượng vi khuẩn hiện có, tức là thỏa mãn phương trình đạo hàm  $N'(t) = k \cdot N(t)$  (với  $k$  là hằng số sinh trưởng). Biết rằng ban đầu ( $t = 0$ ) có 500 con vi khuẩn và sau 3 giờ thì số lượng vi khuẩn tăng lên thành 4000 con.

- a) Hàm số có dạng  $N(t) = A \cdot e^{kt}$  (với  $A > 0$  là hằng số).
- b) Số lượng vi khuẩn có trong môi trường nuôi cấy sau 6 giờ là 16 000 con.
- c)  $A = 500$  và  $k = \ln 2$ .
- d) Sau nửa ngày nuôi cấy, số lượng vi khuẩn sẽ vượt qua mốc 2 triệu con.

**Lời giải.**

- a) **D** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: GQ] Ta có  $\frac{N'(t)}{N(t)} = k \Rightarrow \int \frac{N'(t)}{N(t)} dt = \int k dt \Rightarrow \ln |N(t)| = kt + C_1$ .  
 Vì số lượng vi khuẩn  $N(t) > 0$  nên  $N(t) = e^{kt+C_1} = e^{C_1} \cdot e^{kt} = C \cdot e^{kt}$  (với  $C = e^{C_1} > 0$ ). Mệnh đề a) **Đúng**.
- b) **S** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: MH] Từ kết quả trên, hàm số mô hình là  $N(t) = 500 \cdot e^{t \ln 2} = 500 \cdot 2^t$ .  
 Sau 6 giờ ( $t = 6$ ), số lượng vi khuẩn là  $N(6) = 500 \cdot 2^6 = 500 \cdot 64 = 32\,000$  (con) chứ không phải 16 000. Mệnh đề c) **Sai**.
- c) **D** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: MH] Thời điểm ban đầu  $t = 0$ , ta có  $N(0) = 500 \Rightarrow C \cdot e^0 = 500 \Rightarrow C = 500$ .  
 Sau 3 giờ,  $N(3) = 4000 \Rightarrow 500 \cdot e^{3k} = 4000 \Rightarrow e^{3k} = 8 \Rightarrow e^k = 2 \Rightarrow k = \ln 2$ . Mệnh đề b) **Đúng**.
- d) **D** [Mức độ: Vận dụng] [Năng lực: MH] Nửa ngày tương đương với  $t = 12$  giờ.  
 Số lượng vi khuẩn tại thời điểm này là  $N(12) = 500 \cdot 2^{12} = 500 \cdot 4096 = 2\,048\,000$  (con).  
 Vì  $2\,048\,000 > 2\,000\,000$  nên số lượng vi khuẩn đã vượt mốc 2 triệu con. Mệnh đề d) **Đúng**.

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

 ..... □

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Học sinh trả lời kết quả vào phần được yêu cầu (gồm 6 câu).

**Câu 1.** Trong đợt phòng chống dịch, một bệnh viện trung ương cần phân bổ khẩn cấp 15 thùng vật tư y tế (các thùng giống hệt nhau) cho 3 trạm y tế cơ sở là A, B và C. Theo quy định đánh giá rủi ro, trạm A phải nhận được ít nhất 4 thùng, trạm B nhận ít nhất 3 thùng và trạm C nhận ít nhất

1 thùng. Hỏi bệnh viện có tất cả bao nhiêu cách phân bổ 15 thùng vật tư này để thỏa mãn các yêu cầu trên? Đáp án: 

3	6		
---	---	--	--

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Rèn luyện và vận dụng phương pháp vạch ngăn Euler (Stars and Bars) để chia nhóm đối tượng thỏa mãn điều kiện phức hợp.

Gọi  $x_A, x_B, x_C$  lần lượt là số thùng vật tư phân bổ cho 3 trạm y tế. Ta có phương trình tổng số thùng:  $x_A + x_B + x_C = 15$ . Điều kiện ràng buộc:  $x_A \geq 4, x_B \geq 3, x_C \geq 1$  (với  $x_i \in \mathbb{N}$ ). Đặt  $y_A = x_A - 4 \geq 0, y_B = x_B - 3 \geq 0, y_C = x_C - 1 \geq 0$ . Thế vào phương trình ban đầu, ta được:

$$(y_A + 4) + (y_B + 3) + (y_C + 1) = 15 \Leftrightarrow y_A + y_B + y_C = 7.$$

Số cách phân bổ chính là số nghiệm nguyên không âm của phương trình  $y_A + y_B + y_C = 7$ . Áp dụng thuật toán chia kẹo Euler (bài toán vạch ngăn) chia  $n = 7$  phần tử cho  $k = 3$  nhóm, số cách chia là:

$$C_{n+k-1}^{k-1} = C_{7+3-1}^{3-1} = C_9^2 = \frac{9 \times 8}{2} = 36 \text{ (cách).}$$

Học sinh điền: 36.

Đáp án: 

36
----

 ..... □

**Câu 2.** Một hệ thống phân tải mạng tự động phân phối ngẫu nhiên 7 gói dữ liệu (giống hệt nhau) cho 4 máy chủ xử lý (được đánh số 1, 2, 3, 4). Hệ thống được lập trình để đảm bảo mỗi máy chủ đều nhận được ít nhất 1 gói dữ liệu nhằm duy trì hoạt động liên tục. Tính xác suất để máy chủ số 1 nhận được đúng 2 gói dữ liệu (viết kết quả dưới dạng số thập phân). Đáp án: 

0	,	3	
---	---	---	--

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Vận dụng phương pháp tổ hợp (vạch ngăn Euler) để đếm số phần tử của không gian mẫu và biến cố trong bài toán thực tế.

Gọi  $x_1, x_2, x_3, x_4$  lần lượt là số gói dữ liệu mà 4 máy chủ nhận được. Ta có phương trình:  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$  với điều kiện  $x_i \geq 1 (\forall i = 1, 2, 3, 4)$ . Số phần tử của không gian mẫu chính là số nghiệm nguyên dương của phương trình trên. Áp dụng bài toán chia kẹo Euler, số cách phân phối là:  $n(\Omega) = C_{7-1}^{4-1} = C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = 20$  (cách).

Gọi biến cố A: "Máy chủ số 1 nhận được đúng 2 gói dữ liệu". Khi đó  $x_1 = 2$ . Suy ra  $x_2 + x_3 + x_4 = 7 - 2 = 5$  với  $x_2, x_3, x_4 \geq 1$ . Số cách phân phối cho 3 máy chủ còn lại là số nghiệm nguyên dương của phương trình  $x_2 + x_3 + x_4 = 5$ , tương ứng với:  $n(A) = C_{5-1}^{3-1} = C_4^2 = 6$  (cách).

Xác suất của biến cố A là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{20} = 0,3$ .

Học sinh điền: 0,3.

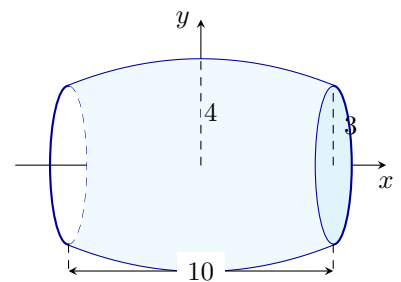
Đáp án: 

0,3
-----

 ..... □

**Câu 3.**

Một thùng ủ rượu vang bằng gỗ sồi có dạng là một khối tròn xoay. Nếu cắt thùng bởi một mặt phẳng chứa trục đối xứng của thùng thì đường viền ngoài của thiết diện là một phần của đường parabol. Biết thùng có chiều dài 10 dm, đường kính hai mặt đáy bằng nhau và bằng 6 dm, phần phình to nhất ở giữa thùng có đường kính bằng 8 dm. Hãy tính dung tích của thùng ủ rượu này (đơn vị: lít, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). (Biết 1 lít = 1 dm<sup>3</sup> và giả sử bỏ qua độ dày của vỏ gỗ).



Đáp án: 

4	2	5	
---	---	---	--

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Biết cách mô hình hóa các vật thể tròn xoay lên hệ trục tọa độ  $Oxy$  và dùng tích phân để tính thể tích.

**Bước 1 (Mô hình hóa):** Gắn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho trục  $Ox$  trùng với trục đối xứng của thùng, gốc tọa độ  $O$  nằm tại vị trí chính giữa của thùng. Vì thùng dài 10 dm nên thân thùng trải dài từ hoành độ  $x = -5$  đến  $x = 5$ . Bán kính phần phình to nhất tại  $x = 0$  là  $r_{max} = \frac{8}{2} = 4$  dm. Do đó, đỉnh của parabol là  $(0; 4)$ . Phương trình parabol có dạng  $y = ax^2 + 4$ . Bán kính tại đáy  $x = 5$  là  $r = \frac{6}{2} = 3$  dm. Parabol đi qua điểm  $(5; 3)$ . Thay vào phương trình:  $3 = a(5)^2 + 4 \Leftrightarrow 25a = -1 \Rightarrow a = -0,04$ . Vậy phương trình đường biên là  $y = -0,04x^2 + 4$ .

**Bước 2 (Tính thể tích):** Dung tích thùng rượu là thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi  $y = -0,04x^2 + 4, y = 0, x = -5, x = 5$  quanh trục  $Ox$ .

$$V = \pi \int_{-5}^5 (-0,04x^2 + 4)^2 dx = 2\pi \int_0^5 (0,0016x^4 - 0,32x^2 + 16) dx$$

Tính nguyên hàm:  $F(x) = 0,0016 \frac{x^5}{5} - 0,32 \frac{x^3}{3} + 16x$ . Thay cận  $x = 5$ :

$$F(5) = 0,0016 \left( \frac{3125}{5} \right) - 0,32 \left( \frac{125}{3} \right) + 16(5) = 1 - \frac{40}{3} + 80 = 81 - \frac{40}{3} = \frac{203}{3}.$$

Vậy  $V = 2\pi \left( \frac{203}{3} \right) = \frac{406\pi}{3} \approx 425,16$  (dm<sup>3</sup>). Làm tròn đến hàng đơn vị, dung tích của thùng là 425 lít.

Học sinh điền: 425.

Đáp án: 425 ..... □

**Câu 4.** Một hộ làm nghề dệt vải thổ cẩm ở làng Mỹ Nghiệp thuộc xã Ninh Phước tỉnh Khánh Hoà sản xuất mỗi ngày được  $x$  mét vải thổ cẩm ( $1 \leq x \leq 18$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  mét vải thổ cẩm (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$ . Giả sử hộ làm nghề dệt thổ cẩm này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Hỏi hộ làm nghề dệt thổ cẩm cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải thổ cẩm để thu được lợi nhuận tối đa?

Đáp án: 1 0    

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Vận dụng đạo hàm của hàm số bậc ba để giải quyết bài toán tối ưu hóa lợi nhuận trong kinh tế.

Tổng doanh thu mỗi ngày khi bán  $x$  mét thổ cẩm là:

$$R(x) = 220x \text{ (nghìn đồng)}.$$

Hàm lợi nhuận mỗi ngày thu được là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 220x - (x^3 - 3x^2 - 20x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500.$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $P(x)$  trên đoạn  $[1; 18]$ . Đạo hàm:  $P'(x) = -3x^2 + 6x + 240$ .

$$\text{Cho } P'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 240 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -8 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Ta tính các giá trị của hàm số tại hai đầu mút và tại điểm tới hạn:  $P(1) = -(1)^3 + 3(1)^2 + 240(1) - 500 = -258$ .

$P(10) = -(10)^3 + 3(10)^2 + 240(10) - 500 = -1000 + 300 + 2400 - 500 = 1200.$   
 $P(18) = -(18)^3 + 3(18)^2 + 240(18) - 500 = -5832 + 972 + 4320 - 500 = -1040.$   
 So sánh các giá trị, ta thấy  $\max_{[1;18]} P(x) = P(10) = 1200.$

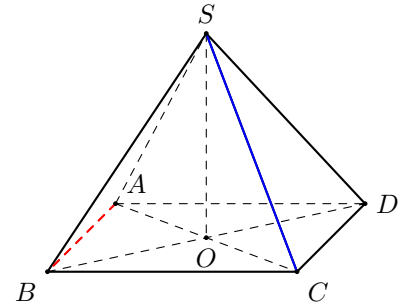
Vậy hộ làm nghề dệt thổ cẩm cần sản xuất và bán ra 10 mét vải thổ cẩm mỗi ngày để đạt lợi nhuận tối đa.

Học sinh điền: 10.

Đáp án: 10 ..... □

**Câu 5.**

Tại một khu du lịch sinh thái, người ta thiết kế một mái vòm kính có dạng hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  có độ dài cạnh bằng 6 m. Cột trụ  $SO$  đỡ mái vòm vuông góc với mặt sàn  $(ABCD)$  và có chiều cao 4 m. Để giăng một dải đèn LED trang trí từ cạnh đáy  $AB$  sang cạnh bên  $SC$ , các kĩ sư cần tính toán khoảng cách ngắn nhất giữa hai thanh thép thẳng đặt dọc theo hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ . Tính khoảng cách này (đơn vị: mét, viết kết quả dưới dạng số thập phân).



Đáp án: 4 , 8 □

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Tính được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong mô hình không gian thực tiễn (trường hợp có một đường thẳng song song với mặt phẳng chứa đường thẳng còn lại).

**Bước 1: Chuyển khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau về khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng**

Khoảng cách ngắn nhất giữa hai thanh thép  $AB$  và  $SC$  chính là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AB$  và  $SC$ .

Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $AB \parallel CD$ , suy ra  $AB \parallel (SCD)$ .

Mà  $SC \subset (SCD)$ , do đó:

$$d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)).$$

Mặt khác,  $O$  là trung điểm của  $AC$  (giao điểm hai đường chéo) nên đường thẳng  $AC$  cắt mặt phẳng  $(SCD)$  tại  $C$ , ta có tỉ số khoảng cách:

$$\frac{d(A, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{AC}{OC} = 2 \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)).$$

**Bước 2: Tính khoảng cách từ tâm  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$**

Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CD$ . Vì  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  nên  $OH \perp CD$  và  $OH = \frac{1}{2}AD = 3$  m. Vì cột trụ  $SO \perp (ABCD)$  nên  $SO \perp CD$ . Từ  $OH \perp CD$  và  $SO \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow (SCD) \perp (SOH)$  theo giao tuyến  $SH$ . Trong mặt phẳng  $(SOH)$ , kẻ  $OK \perp SH$  tại  $K$ . Vì  $OK \perp SH$  và  $(SCD) \perp (SOH)$  nên  $OK \perp (SCD)$ . Do đó, khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  chính là đoạn  $OK$ . Xét tam giác  $SOH$  vuông tại  $O$ , có đường cao  $OK$ , áp dụng hệ thức lượng:

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{1}{16} + \frac{1}{9} = \frac{25}{144}.$$

Suy ra  $OK^2 = \frac{144}{25} \Rightarrow OK = \frac{12}{5} = 2,4$  (m).

**Bước 3: Kết luận**

Khoảng cách giữa hai thanh thép  $AB$  và  $SC$  là:

$$d(AB, SC) = 2 \times 2,4 = 4,8 \text{ (m)}.$$

Học sinh điền: 4,8.

Đáp án:  .....

**Câu 6.** Một khách sạn công nghệ cao có 50 phòng cho thuê. Nếu khách sạn đặt giá thuê mỗi phòng là 2 triệu đồng/ngày thì toàn bộ các phòng đều được thuê hết. Nghiên cứu thị trường cho thấy, cứ mỗi lần tăng giá thuê thêm 100 nghìn đồng/ngày thì sẽ có thêm 1 phòng bị bỏ trống. Biết chi phí vận hành, dọn dẹp cho mỗi phòng được thuê là 200 nghìn đồng/ngày (phòng trống không mất chi phí này). Để lợi nhuận thu được trong ngày từ việc cho thuê phòng đạt từ 115 triệu đồng trở lên, khách sạn có thể thiết lập mức giá cho thuê cao nhất là bao nhiêu triệu đồng/ngày? **Đáp án:**

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Thiết lập hàm mục tiêu Lợi nhuận và giải bất phương trình bậc hai để giải quyết bài toán tối ưu.

Gọi  $x$  là số lần tăng giá thêm 100 nghìn đồng ( $x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 50$ ). Giá thuê mỗi phòng lúc này là:  $2000 + 100x$  (nghìn đồng). Số phòng được thuê là:  $50 - x$  (phòng). Hàm doanh thu:  $R(x) = (2000 + 100x)(50 - x)$ . Hàm chi phí:  $C(x) = 200(50 - x)$ . Hàm lợi nhuận:

$$P(x) = R(x) - C(x) = (1800 + 100x)(50 - x) = 100(18 + x)(50 - x) = 100(-x^2 + 32x + 900).$$

Để lợi nhuận đạt từ 115 triệu đồng (115 000 nghìn đồng) trở lên:

$$100(-x^2 + 32x + 900) \geq 115000 \Leftrightarrow -x^2 + 32x + 900 \geq 1150 \Leftrightarrow x^2 - 32x + 250 \leq 0.$$

Giải bất phương trình ta được:  $16 - \sqrt{6} \leq x \leq 16 + \sqrt{6} \Leftrightarrow 13,55 \leq x \leq 18,45$ . Vì khách sạn muốn đặt mức giá thuê **cao nhất** nên ta cần chọn  $x$  lớn nhất. Với  $x \in \mathbb{N}$ , giá trị lớn nhất thỏa mãn là  $x = 18$ . Mức giá cho thuê tương ứng là:  $2000 + 100(18) = 3800$  nghìn đồng = 3,8 triệu đồng/ngày.

Học sinh điền: 3,8.

Đáp án:  .....

—————**HẾT**—————

## ĐÁP ÁN

### PHẦN I (Câu hỏi trắc nghiệm chọn 1 phương án)

- 

### PHẦN II (Câu hỏi trắc nghiệm chọn phương án đúng sai)

- Câu 1.  a  b  c  d    Câu 2.  a  b  c  d    Câu 3.  a  b  c  d  
Câu 4.  a  b  c  d

### PHẦN III (Câu hỏi trắc nghiệm trắc nghiệm ngắn điền số)

- Câu 1.      
Câu 2.      
Câu 3.      
Câu 4.      
Câu 5.      
Câu 6.

Họ tên thí sinh: .....

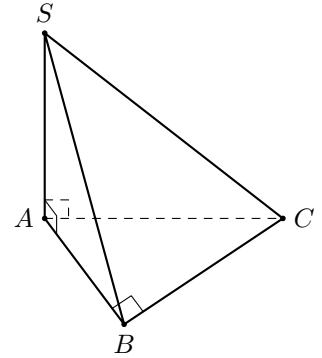
Số báo danh: .....

Mã đề 1202

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Học sinh chọn một phương án đúng duy nhất cho mỗi câu (gồm 12 câu).

**Câu 1.**

Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết  $SA = a$  và  $AB = a\sqrt{3}$  (tham khảo hình vẽ). Số đo góc phẳng nhị diện  $[S, BC, A]$  bằng



- Ⓐ  $60^\circ$ .      Ⓑ  $30^\circ$ .      Ⓒ  $45^\circ$ .      Ⓓ  $90^\circ$ .

**Lời giải.**

Góc nhị diện  $[S, BC, A]$  có cạnh là đường thẳng  $BC$ .

Ta có  $BC \perp AB$  (do  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$ ) và  $BC \perp SA$  (do  $SA \perp (ABC)$ ).

Suy ra  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ .

Vì  $AB \perp BC$  và  $SB \perp BC$  nên  $\widehat{SBA}$  chính là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện  $[S, BC, A]$ .

Xét tam giác vuông  $SAB$  vuông tại  $A$ , ta có:  $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$ .

Chọn đáp án Ⓑ ..... □

**Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x - 2) \leq 2$  là

- Ⓐ  $[2; 11]$ .      Ⓑ  $(2; 8]$ .      Ⓒ  $(-\infty; 11]$ .      Ⓓ  $(2; 11]$ .

**Lời giải.**

Điều kiện xác định:  $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ .

Bất phương trình đã cho tương đương:  $x - 2 \leq 3^2 \Leftrightarrow x - 2 \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 11$ .

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm là  $S = (2; 11]$ .

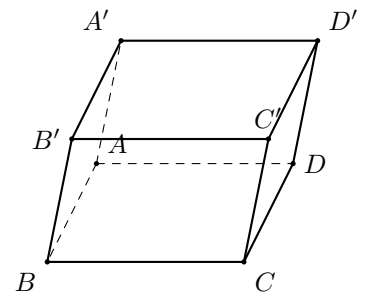
Chọn đáp án Ⓓ ..... □

**Câu 3.**

Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ).

Vectơ tổng  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$  bằng vectơ nào dưới đây?

- Ⓐ  $\vec{BD'}$ .      Ⓑ  $\vec{AC'}$ .      Ⓒ  $\vec{A'C}$ .      Ⓓ  $\vec{AC}$ .



**Lời giải.**

Theo quy tắc hình hộp, ta có tổng ba vectơ xuất phát từ cùng một đỉnh bằng vectơ đường chéo không gian xuất phát từ đỉnh đó.

Do vậy:  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$ .

Chọn đáp án Ⓑ ..... □



Thực hiện phép chia đa thức, ta có:  $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x + 1} = 2x - 3 + \frac{5}{x + 1}$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (2x - 3)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5}{x + 1} = 0$  nên đường thẳng  $y = 2x - 3$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án **(D)** ..... □

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(1; -2; 3)$  và  $N(2; 0; 1)$  là

**(A)**  $\frac{x - 1}{1} = \frac{y + 2}{2} = \frac{z - 3}{-2}$ .

**(B)**  $\frac{x - 2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z - 1}{3}$ .

**(C)**  $\frac{x - 1}{3} = \frac{y + 2}{-2} = \frac{z - 3}{4}$ .

**(D)**  $\frac{x - 1}{1} = \frac{y + 2}{-2} = \frac{z - 3}{2}$ .

**Lời giải.**

Đường thẳng  $MN$  nhận vectơ  $\overrightarrow{MN} = (1; 2; -2)$  làm một vectơ chỉ phương.

Kết hợp với việc đi qua điểm  $M(1; -2; 3)$ , ta có phương trình chính tắc:  $\frac{x - 1}{1} = \frac{y + 2}{2} = \frac{z - 3}{-2}$ .

Chọn đáp án **(A)** ..... □

**Câu 9.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + e^x$  là

**(A)**  $x^2 - e^x + C$ .

**(B)**  $x^2 + e^x \ln x + C$ .

**(C)**  $x^2 + e^x + C$ .

**(D)**  $2 + e^x + C$ .

**Lời giải.**

Áp dụng các công thức nguyên hàm cơ bản, ta có:  $\int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Câu 10.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đó và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính theo công thức nào dưới đây?

**(A)**  $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**(B)**  $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ .

**(C)**  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

**(D)**  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

**Lời giải.**

Công thức chuẩn tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và các đường thẳng  $x = a, x = b$  là  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .

Chọn đáp án **(C)** ..... □

**Câu 11.**

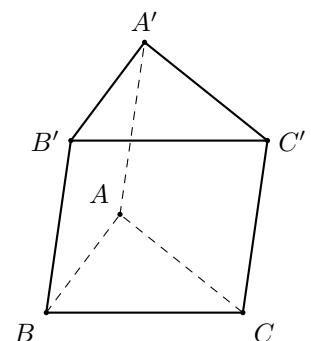
Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng  $(ABC)$  song song với mặt phẳng nào dưới đây?

**(A)**  $(ABB'A')$ .

**(B)**  $(A'B'C')$ .

**(C)**  $(BCC'B')$ .

**(D)**  $(ACC'A')$ .



**Lời giải.**

Theo tính chất cơ bản của hình lăng trụ, hai mặt đáy luôn song song với nhau. Do đó, mặt phẳng đáy  $(ABC)$  song song với mặt phẳng đáy  $(A'B'C')$ .

Chọn đáp án **B** ..... □

**Câu 12.** Nghiệm của phương trình  $2 \cos x = 1$  là

- A**  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .
- B**  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .
- C**  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .
- D**  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ .

Chọn đáp án **C** ..... □

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai (gồm 4 câu).

**Câu 1.** Trong một môi trường nuôi cấy thí nghiệm, số lượng vi khuẩn  $N(t)$  (con) sau thời gian  $t$  (giờ) sinh sôi với tốc độ tỉ lệ thuận với số lượng vi khuẩn hiện có, tức là thỏa mãn phương trình đạo hàm  $N'(t) = k \cdot N(t)$  (với  $k$  là hằng số sinh trưởng). Biết rằng ban đầu ( $t = 0$ ) có 500 con vi khuẩn và sau 3 giờ thì số lượng vi khuẩn tăng lên thành 4000 con.

- a) Số lượng vi khuẩn có trong môi trường nuôi cấy sau 6 giờ là 16 000 con.
- b)  $A = 500$  và  $k = \ln 2$ .
- c) Hàm số có dạng  $N(t) = A \cdot e^{kt}$  (với  $A > 0$  là hằng số).
- d) Sau nửa ngày nuôi cấy, số lượng vi khuẩn sẽ vượt qua mốc 2 triệu con.

**Lời giải.**

a) **S** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: MH] Từ kết quả trên, hàm số mô hình là  $N(t) = 500 \cdot e^{t \ln 2} = 500 \cdot 2^t$ .

Sau 6 giờ ( $t = 6$ ), số lượng vi khuẩn là  $N(6) = 500 \cdot 2^6 = 500 \cdot 64 = 32\,000$  (con) chứ không phải 16 000. Mệnh đề c) Sai.

b) **D** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: MH] Thời điểm ban đầu  $t = 0$ , ta có  $N(0) = 500 \Rightarrow C \cdot e^0 = 500 \Rightarrow C = 500$ .

Sau 3 giờ,  $N(3) = 4000 \Rightarrow 500 \cdot e^{3k} = 4000 \Rightarrow e^{3k} = 8 \Rightarrow e^k = 2 \Rightarrow k = \ln 2$ . Mệnh đề b) Đúng.

c) **D** [Mức độ: Hiểu] [Năng lực: GQ] Ta có  $\frac{N'(t)}{N(t)} = k \Rightarrow \int \frac{N'(t)}{N(t)} dt = \int k dt \Rightarrow \ln |N(t)| = kt + C_1$ .

Vì số lượng vi khuẩn  $N(t) > 0$  nên  $N(t) = e^{kt+C_1} = e^{C_1} \cdot e^{kt} = C \cdot e^{kt}$  (với  $C = e^{C_1} > 0$ ). Mệnh đề a) Đúng.

d) **D** [Mức độ: Vận dụng] [Năng lực: MH] Nửa ngày tương đương với  $t = 12$  giờ. Số lượng vi khuẩn tại thời điểm này là  $N(12) = 500 \cdot 2^{12} = 500 \cdot 4096 = 2\,048\,000$  (con).

Vì  $2\,048\,000 > 2\,000\,000$  nên số lượng vi khuẩn đã vượt mốc 2 triệu con. Mệnh đề d) Đúng.

Chọn đáp án 

a sai	b đúng	c đúng	d đúng
-------	--------	--------	--------

 ..... □

**Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị đo trên các trục là mét), một thiết bị lặn không người lái xuất phát từ điểm  $A(1; 1; 1)$ . Thiết bị lặn di chuyển theo một quỹ đạo là đường thẳng với hướng luôn được xác định bởi vectơ  $\vec{u} = (2; 2; 1)$ . Biết rằng tốc độ di chuyển của thiết bị tại thời điểm  $t$  (giây) kể từ lúc xuất phát được mô phỏng bởi hàm số  $v(t) = 2t + 2$  (m/s).

- a) Mặt phẳng đi qua điểm xuất phát  $A$  và vuông góc với quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn có phương trình tổng quát là  $2x + 2y + z - 5 = 0$ .
- b) Phương trình chính tắc của đường thẳng mô tả quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn là  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$ .
- c) Quãng đường thiết bị lặn di chuyển được sau 3 giây đầu tiên kể từ lúc xuất phát là 15 mét.
- d) Giả sử vùng cảnh báo an ninh của một trạm quan sát ngầm là khối cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 22x - 22y + 217 \leq 0$ . Tại thời điểm  $t = 3$  (giây), thiết bị lặn vẫn nằm ngoài vùng cảnh báo an ninh này.

**Lời giải.**

- a) **Đ** [Mức độ: **Biết**] [Năng lực: **TD**] Quỹ đạo chuyển động của thiết bị lặn là đường thẳng nhận  $\vec{u} = (2; 2; 1)$  làm vectơ chỉ phương. Do đó, mặt phẳng vuông góc với quỹ đạo sẽ nhận  $\vec{n} = \vec{u} = (2; 2; 1)$  làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng đi qua  $A(1; 1; 1)$  có dạng:

$$2(x - 1) + 2(y - 1) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 5 = 0.$$

Mệnh đề a) **Đúng**.

- b) **S** [Mức độ: **Hiểu**] [Năng lực: **TD**] Đường thẳng mô tả quỹ đạo đi qua điểm  $A(1; 1; 1)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; 2; 1)$  nên phương trình chính tắc phải là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ . Phương trình ở mệnh đề b) đã bị bẫy nhằm lẫn vị trí giữa tọa độ điểm và tọa độ vectơ (một lỗi học sinh rất hay sai). Mệnh đề b) **Sai**.

- c) **Đ** [Mức độ: **Hiểu**] [Năng lực: **MH**] Quãng đường thiết bị lặn di chuyển được sau 3 giây đầu tiên được tính bằng tích phân của hàm vận tốc:

$$S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (2t + 2) dt = [t^2 + 2t]_0^3 = 3^2 + 2(3) = 15 \text{ (mét)}.$$

Mệnh đề c) **Đúng**.

- d) **Đ** [Mức độ: **Vận dụng**] [Năng lực: **MH**] Tại thời điểm  $t = 3$ , quãng đường thiết bị lặn đi được là  $S = 15$  m. Gọi  $M$  là vị trí của thiết bị lúc này. Vì thiết bị di chuyển thẳng từ  $A$  theo hướng của vectơ  $\vec{u}$  nên vectơ độ dời  $\overrightarrow{AM}$  sẽ cùng hướng với  $\vec{u}$ .

Độ dài của  $\vec{u}$  là  $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$ .

Ta có mối liên hệ:  $\overrightarrow{AM} = \frac{S}{|\vec{u}|} \vec{u} = \frac{15}{3} (2; 2; 1) = 5(2; 2; 1) = (10; 10; 5)$ .

Suy ra tọa độ điểm  $M$  là:  $M = A + \overrightarrow{AM} = (1 + 10; 1 + 10; 1 + 5) = (11; 11; 6)$ .

Khối cầu vùng cảnh báo có bất phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 22x - 22y + 217 \leq 0$ .

Từ phương trình này, ta xác định được tâm  $I \left( -\frac{-22}{2}; -\frac{-22}{2}; 0 \right) = I(11; 11; 0)$  và bán kính

$$R = \sqrt{11^2 + 11^2 + 0^2 - 217} = \sqrt{242 - 217} = \sqrt{25} = 5.$$

Khoảng cách từ  $M$  đến tâm  $I$  là:

$$IM = \sqrt{(11 - 11)^2 + (11 - 11)^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{36} = 6.$$

Vì  $IM = 6 > R = 5$ , nên tại thời điểm  $t = 3$  (giây), thiết bị lặn vẫn chưa đi vào phần không gian bên trong của khối cầu cảnh báo (nằm ngoài). Mệnh đề d) **Đúng**.

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d đúng
--------	-------	--------	--------

 ..... □

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ .

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .
- b) Đạo hàm của hàm số là  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$ .
- c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(2; 1)$ .
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng 0.

**Lời giải.**

- a) **S** [Mức độ: **Biết**] [Năng lực: **TD**] Ta có  $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x < 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x \neq 1. \end{cases}$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$ . Không thể kết luận nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$  vì hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ . Mệnh đề b) **Sai**.

- b) **D** [Mức độ: **Biết**] [Năng lực: **TD**] Ta có  $f'(x) = \frac{(2x - 3)(x - 1) - (x^2 - 3x + 3)}{(x - 1)^2} =$

$$\frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}.$$

Cho  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = 2$ . Cả hai nghiệm đều thỏa mãn điều kiện  $x \neq 1$ . Mệnh đề a) **Đúng**.

- c) **D** [Mức độ: **Biết**] [Năng lực: **TD**] Bảng xét dấu  $f'(x)$  cho thấy  $f'(x)$  đổi dấu từ âm sang dương khi qua  $x = 2$ .

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ . Giá trị cực tiểu  $f(2) = 1$ . Suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(2; 1)$ . Mệnh đề c) **Đúng**.

- d) **S** [Mức độ: **Hiểu**] [Năng lực: **GQ**] Xét hàm số trên đoạn  $[-2; 0]$ . Ta thấy trên đoạn này  $x \leq 0 \Rightarrow x^2 - 2x \geq 0$ , do đó  $f'(x) \geq 0$ , hàm số đồng biến.

Giá trị lớn nhất trên đoạn  $[-2; 0]$  là  $f(0) = -3$  (không phải bằng 0). Mệnh đề d) **Sai**.

Chọn đáp án 

a sai	b đúng	c đúng	d sai
-------	--------	--------	-------

 ..... □

**Câu 4.** Tại một bệnh viện, người ta áp dụng một phương pháp xét nghiệm rà soát nhanh đối với một loại Virus X. Dữ liệu thống kê y tế cho thấy tỉ lệ người dân thực sự nhiễm loại Virus này trong cộng đồng là 2%. Khả năng của bộ xét nghiệm như sau: Nếu một người thực sự nhiễm Virus X, xét nghiệm sẽ cho kết quả dương tính với xác suất 95%; nhưng nếu một người không nhiễm bệnh, xét nghiệm vẫn có thể báo dương tính (dương tính giả) với xác suất 4%. Chọn ngẫu nhiên một người tham gia rà soát. Gọi  $A$  là biến cố "Người đó thực sự nhiễm Virus X" và  $B$  là biến cố "Người đó có kết quả xét nghiệm dương tính".

- a)  $P(A) = 0,02$  và  $P(B|A) = 0,95$ .
- b) Xác suất một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính biết rằng người đó không nhiễm bệnh là 0,96.
- c) Xác suất một người bất kỳ nhận kết quả dương tính là 0,0582.
- d) Nếu một người cầm trên tay tờ kết quả dương tính, khả năng người đó thực sự mắc bệnh là rất cao (trên 50%), do đó bác sĩ có thể lập tức đưa người này vào phác đồ điều trị mạnh.

**Lời giải.**

- a) **D** [Mức độ: **Biết**] [Năng lực: **GQ**] Theo thống kê, có 2% người dân nhiễm bệnh nên  $P(A) = 0,02$ . Xác suất xét nghiệm dương tính khi người đó có bệnh là 95% nên  $P(B|A) = 0,95$ . Mệnh đề a) **Đúng**.

b) **S** [Mức độ: **Biết**] [Năng lực: **GQ**] Biến cố "người đó không nhiễm bệnh" là  $\bar{A}$ . Việc xét nghiệm ra dương tính với người không bệnh (dương tính giả) là 4%. Do đó, bằng ngôn ngữ biến cố ta có  $P(B|\bar{A}) = 0,04$  (chứ không phải 0,96). Số 0,96 là tỉ lệ âm tính thật. Mệnh đề b) **Sai**.

c) **D** [Mức độ: **Hiểu**] [Năng lực: **GQ**] Ta có  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,02 = 0,98$ . Sử dụng công thức xác suất toàn phần, xác suất có kết quả dương tính chung là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

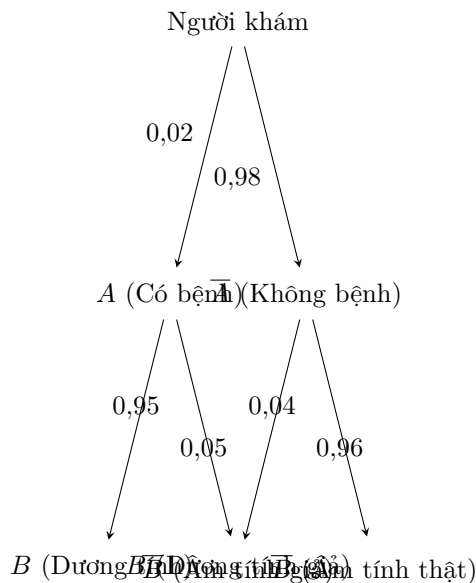
$$P(B) = 0,02 \times 0,95 + 0,98 \times 0,04 = 0,0190 + 0,0392 = 0,0582.$$

Mệnh đề c) **Đúng**.

d) **S** [Mức độ: **Vận dụng**] [Năng lực: **GQ**] Cần tính xác suất người đó thực sự mắc bệnh khi đã có kết quả dương tính, tức là  $P(A|B)$ . Áp dụng công thức Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,0190}{0,0582} = \frac{190}{582} \approx 0,3265 = 32,65\%.$$

Đánh giá thực tiễn: Khả năng thực sự có bệnh dù xét nghiệm dương tính chỉ khoảng 32,65% (do căn bệnh này vốn rất hiếm với tỉ lệ 2%). Vì  $32,65\% < 50\%$ , khả năng bị nhận diện nhầm (dương tính giả) vẫn cao hơn. Bác sĩ không thể điều trị ngay lập tức mà cần chỉ định làm thêm xét nghiệm chuyên sâu (như PCR) để khẳng định. Mệnh đề d) **Sai**.



Sơ đồ hình cây mô phỏng nghịch lí dương tính giả trong y tế

Chọn đáp án 

a đúng	b sai	c đúng	d sai
--------	-------	--------	-------

 .....

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Học sinh trả lời kết quả vào phần được yêu cầu (gồm 6 câu).

**Câu 1.** Một hệ thống phân tải mạng tự động phân phối ngẫu nhiên 7 gói dữ liệu (giống hệt nhau) cho 4 máy chủ xử lý (được đánh số 1, 2, 3, 4). Hệ thống được lập trình để đảm bảo mỗi máy chủ đều nhận được ít nhất 1 gói dữ liệu nhằm duy trì hoạt động liên tục. Tính xác suất để máy chủ số 1 nhận được đúng 2 gói dữ liệu (viết kết quả dưới dạng số thập phân). **Đáp án:**

0	,	3	
---	---	---	--

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Vận dụng phương pháp tổ hợp (vách ngăn Euler) để đếm số phần tử của không gian mẫu và biến cố trong bài toán thực tế.

Gọi  $x_1, x_2, x_3, x_4$  lần lượt là số gói dữ liệu mà 4 máy chủ nhận được. Ta có phương trình:  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$  với điều kiện  $x_i \geq 1$  ( $\forall i = 1, 2, 3, 4$ ). Số phần tử của không gian mẫu chính là số nghiệm nguyên dương của phương trình trên. Áp dụng bài toán chia kẹo Euler, số cách phân phối là:  $n(\Omega) = C_{7-1}^{4-1} = C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = 20$  (cách).

Gọi biến cố  $A$ : "Máy chủ số 1 nhận được đúng 2 gói dữ liệu". Khi đó  $x_1 = 2$ . Suy ra  $x_2 + x_3 + x_4 = 7 - 2 = 5$  với  $x_2, x_3, x_4 \geq 1$ . Số cách phân phối cho 3 máy chủ còn lại là số nghiệm nguyên dương của phương trình  $x_2 + x_3 + x_4 = 5$ , tương ứng với:  $n(A) = C_{5-1}^{3-1} = C_4^2 = 6$  (cách).

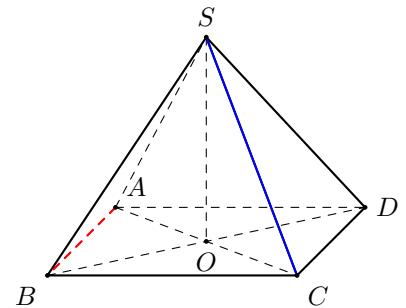
Xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{20} = 0,3$ .

Học sinh điền: 0,3.

Đáp án: 0,3 ..... □

**Câu 2.**

Tại một khu du lịch sinh thái, người ta thiết kế một mái vòm kính có dạng hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ . Đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  có độ dài cạnh bằng 6 m. Cột trụ  $SO$  đỡ mái vòm vuông góc với mặt sàn ( $ABCD$ ) và có chiều cao 4 m. Để giăng một dải đèn LED trang trí từ cạnh đáy  $AB$  sang cạnh bên  $SC$ , các kĩ sư cần tính toán khoảng cách ngắn nhất giữa hai thanh thép thẳng đặt dọc theo hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ . Tính khoảng cách này (đơn vị: mét, viết kết quả dưới dạng số thập phân).



Đáp án: 4 , 8 □

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Tính được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong mô hình không gian thực tiễn (trường hợp có một đường thẳng song song với mặt phẳng chứa đường thẳng còn lại).

**Bước 1: Chuyển khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau về khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng**

Khoảng cách ngắn nhất giữa hai thanh thép  $AB$  và  $SC$  chính là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AB$  và  $SC$ .

Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $AB \parallel CD$ , suy ra  $AB \parallel (SCD)$ .

Mà  $SC \subset (SCD)$ , do đó:

$$d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)).$$

Mặt khác,  $O$  là trung điểm của  $AC$  (giao điểm hai đường chéo) nên đường thẳng  $AC$  cắt mặt phẳng  $(SCD)$  tại  $C$ , ta có tỉ số khoảng cách:

$$\frac{d(A, (SCD))}{d(O, (SCD))} = \frac{AC}{OC} = 2 \Rightarrow d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)).$$

**Bước 2: Tính khoảng cách từ tâm  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$**

Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CD$ . Vì  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  nên  $OH \perp CD$  và  $OH = \frac{1}{2}AD = 3$  m. Vì cột trụ  $SO \perp (ABCD)$  nên  $SO \perp CD$ . Từ  $OH \perp CD$  và  $SO \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow (SCD) \perp (SOH)$  theo giao tuyến  $SH$ . Trong mặt phẳng  $(SOH)$ , kẻ  $OK \perp SH$  tại  $K$ . Vì  $OK \perp SH$  và  $(SCD) \perp (SOH)$  nên  $OK \perp (SCD)$ . Do đó, khoảng cách từ  $O$  đến mặt

phẳng ( $SCD$ ) chính là đoạn  $OK$ . Xét tam giác  $SOH$  vuông tại  $O$ , có đường cao  $OK$ , áp dụng hệ thức lượng:

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{1}{16} + \frac{1}{9} = \frac{25}{144}.$$

Suy ra  $OK^2 = \frac{144}{25} \Rightarrow OK = \frac{12}{5} = 2,4$  (m).

**Bước 3: Kết luận**

Khoảng cách giữa hai thanh thép  $AB$  và  $SC$  là:

$$d(AB, SC) = 2 \times 2,4 = 4,8 \text{ (m)}.$$

Học sinh điền: 4,8.

Đáp án: 4,8 ..... □

**Câu 3.** Một hộ làm nghề dệt vải thổ cẩm ở làng Mỹ Nghiệp thuộc xã Ninh Phước tỉnh Khánh Hoà sản xuất mỗi ngày được  $x$  mét vải thổ cẩm ( $1 \leq x \leq 18$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  mét vải thổ cẩm (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số  $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$ . Giả sử hộ làm nghề dệt thổ cẩm này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Hỏi hộ làm nghề dệt thổ cẩm cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải thổ cẩm để thu được lợi nhuận tối đa?

Đáp án: 1 0    

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Vận dụng đạo hàm của hàm số bậc ba để giải quyết bài toán tối ưu hóa lợi nhuận trong kinh tế.

Tổng doanh thu mỗi ngày khi bán  $x$  mét thổ cẩm là:

$$R(x) = 220x \text{ (nghìn đồng)}.$$

Hàm lợi nhuận mỗi ngày thu được là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 220x - (x^3 - 3x^2 - 20x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500.$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $P(x)$  trên đoạn  $[1; 18]$ . Đạo hàm:  $P'(x) = -3x^2 + 6x + 240$ .

Cho  $P'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 240 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -8 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Ta tính các giá trị của hàm số tại hai đầu mút và tại điểm tới hạn:  $P(1) = -(1)^3 + 3(1)^2 + 240(1) - 500 = -258$ .

$$P(10) = -(10)^3 + 3(10)^2 + 240(10) - 500 = -1000 + 300 + 2400 - 500 = 1200.$$

$$P(18) = -(18)^3 + 3(18)^2 + 240(18) - 500 = -5832 + 972 + 4320 - 500 = -1040.$$

So sánh các giá trị, ta thấy  $\max_{[1;18]} P(x) = P(10) = 1200$ .

Vậy hộ làm nghề dệt thổ cẩm cần sản xuất và bán ra 10 mét vải thổ cẩm mỗi ngày để đạt lợi nhuận tối đa.

Học sinh điền: 10.

Đáp án: 10 ..... □

**Câu 4.** Trong đợt phòng chống dịch, một bệnh viện trung ương cần phân bổ khẩn cấp 15 thùng vật tư y tế (các thùng giống hệt nhau) cho 3 trạm y tế cơ sở là A, B và C. Theo quy định đánh giá rủi ro, trạm A phải nhận được ít nhất 4 thùng, trạm B nhận ít nhất 3 thùng và trạm C nhận ít nhất 1 thùng. Hỏi bệnh viện có tất cả bao nhiêu cách phân bổ 15 thùng vật tư này để thỏa mãn các yêu cầu trên?

Đáp án: 3 6    

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Rèn luyện và vận dụng phương pháp vạch ngăn Euler (Stars and Bars) để chia nhóm đối tượng thỏa mãn điều kiện phức hợp.

Gọi  $x_A, x_B, x_C$  lần lượt là số thùng vật tư phân bổ cho 3 trạm y tế. Ta có phương trình tổng số thùng:  $x_A + x_B + x_C = 15$ . Điều kiện ràng buộc:  $x_A \geq 4, x_B \geq 3, x_C \geq 1$  (với  $x_i \in \mathbb{N}$ ). Đặt  $y_A = x_A - 4 \geq 0, y_B = x_B - 3 \geq 0, y_C = x_C - 1 \geq 0$ . Thế vào phương trình ban đầu, ta được:

$$(y_A + 4) + (y_B + 3) + (y_C + 1) = 15 \Leftrightarrow y_A + y_B + y_C = 7.$$

Số cách phân bổ chính là số nghiệm nguyên không âm của phương trình  $y_A + y_B + y_C = 7$ . Áp dụng thuật toán chia kẹo Euler (bài toán vạch ngăn) chia  $n = 7$  phần tử cho  $k = 3$  nhóm, số cách chia là:

$$C_{n+k-1}^{k-1} = C_{7+3-1}^{3-1} = C_9^2 = \frac{9 \times 8}{2} = 36 \text{ (cách)}.$$

Học sinh điền: 36.

Đáp án: 36 ..... □

**Câu 5.** Một khách sạn công nghệ cao có 50 phòng cho thuê. Nếu khách sạn đặt giá thuê mỗi phòng là 2 triệu đồng/ngày thì toàn bộ các phòng đều được thuê hết. Nghiên cứu thị trường cho thấy, cứ mỗi lần tăng giá thuê thêm 100 nghìn đồng/ngày thì sẽ có thêm 1 phòng bị bỏ trống. Biết chi phí vận hành, dọn dẹp cho mỗi phòng được thuê là 200 nghìn đồng/ngày (phòng trống không mất chi phí này). Để lợi nhuận thu được trong ngày từ việc cho thuê phòng đạt từ 115 triệu đồng trở lên, khách sạn có thể thiết lập mức giá cho thuê cao nhất là bao nhiêu triệu đồng/ngày? **Đáp án:** 3 , 8    

**Lời giải.**

**Yêu cầu cần đạt:** Thiết lập hàm mục tiêu Lợi nhuận và giải bất phương trình bậc hai để giải quyết bài toán tối ưu.

Gọi  $x$  là số lần tăng giá thêm 100 nghìn đồng ( $x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 50$ ). Giá thuê mỗi phòng lúc này là:  $2000 + 100x$  (nghìn đồng). Số phòng được thuê là:  $50 - x$  (phòng). Hàm doanh thu:  $R(x) = (2000 + 100x)(50 - x)$ . Hàm chi phí:  $C(x) = 200(50 - x)$ . Hàm lợi nhuận:

$$P(x) = R(x) - C(x) = (1800 + 100x)(50 - x) = 100(18 + x)(50 - x) = 100(-x^2 + 32x + 900).$$

Để lợi nhuận đạt từ 115 triệu đồng (115 000 nghìn đồng) trở lên:

$$100(-x^2 + 32x + 900) \geq 115000 \Leftrightarrow -x^2 + 32x + 900 \geq 1150 \Leftrightarrow x^2 - 32x + 250 \leq 0.$$

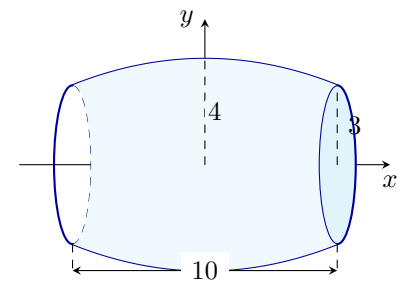
Giải bất phương trình ta được:  $16 - \sqrt{6} \leq x \leq 16 + \sqrt{6} \Leftrightarrow 13,55 \leq x \leq 18,45$ . Vì khách sạn muốn đặt mức giá thuê **cao nhất** nên ta cần chọn  $x$  lớn nhất. Với  $x \in \mathbb{N}$ , giá trị lớn nhất thỏa mãn là  $x = 18$ . Mức giá cho thuê tương ứng là:  $2000 + 100(18) = 3800$  nghìn đồng = 3,8 triệu đồng/ngày.

Học sinh điền: 3,8.

Đáp án: 3,8 ..... □

**Câu 6.**

Một thùng ủ rượu vang bằng gỗ sồi có dạng là một khối tròn xoay. Nếu cắt thùng bởi một mặt phẳng chứa trục đối xứng của thùng thì đường viền ngoài của thiết diện là một phần của đường parabol. Biết thùng có chiều dài 10 dm, đường kính hai mặt đáy bằng nhau và bằng 6 dm, phần phình to nhất ở giữa thùng có đường kính bằng 8 dm. Hãy tính dung tích của thùng ủ rượu này (đơn vị: lít, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). (Biết  $1 \text{ lít} = 1 \text{ dm}^3$  và giả sử bỏ qua độ dày của vỏ gỗ).



**Đáp án:** 4 2 5

### Lời giải.

**Yêu cầu cần đạt:** Biết cách mô hình hóa các vật thể tròn xoay lên hệ trục tọa độ  $Oxy$  và dùng tích phân để tính thể tích.

**Bước 1 (Mô hình hóa):** Gắn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho trục  $Ox$  trùng với trục đối xứng của thùng, gốc tọa độ  $O$  nằm tại vị trí chính giữa của thùng. Vì thùng dài 10 dm nên thân thùng trải dài từ hoành độ  $x = -5$  đến  $x = 5$ . Bán kính phần phình to nhất tại  $x = 0$  là  $r_{max} = \frac{8}{2} = 4$  dm. Do đó, đỉnh của parabol là  $(0; 4)$ . Phương trình parabol có dạng  $y = ax^2 + 4$ . Bán kính tại đáy  $x = 5$  là  $r = \frac{6}{2} = 3$  dm. Parabol đi qua điểm  $(5; 3)$ . Thay vào phương trình:  $3 = a(5)^2 + 4 \Leftrightarrow 25a = -1 \Rightarrow a = -0,04$ . Vậy phương trình đường biên là  $y = -0,04x^2 + 4$ .

**Bước 2 (Tính thể tích):** Dung tích thùng rượu là thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi  $y = -0,04x^2 + 4, y = 0, x = -5, x = 5$  quanh trục  $Ox$ .

$$V = \pi \int_{-5}^5 (-0,04x^2 + 4)^2 dx = 2\pi \int_0^5 (0,0016x^4 - 0,32x^2 + 16) dx$$

Tính nguyên hàm:  $F(x) = 0,0016 \frac{x^5}{5} - 0,32 \frac{x^3}{3} + 16x$ . Thay cận  $x = 5$ :

$$F(5) = 0,0016 \left( \frac{3125}{5} \right) - 0,32 \left( \frac{125}{3} \right) + 16(5) = 1 - \frac{40}{3} + 80 = 81 - \frac{40}{3} = \frac{203}{3}.$$

Vậy  $V = 2\pi \left( \frac{203}{3} \right) = \frac{406\pi}{3} \approx 425,16$  (dm<sup>3</sup>). Làm tròn đến hàng đơn vị, dung tích của thùng là 425 lít.

Học sinh điền: 425.

Đáp án: 425 ..... □

—————HẾT—————

## ĐÁP ÁN

### PHẦN I (Câu hỏi trắc nghiệm chọn 1 phương án)

1. B   2. D   3. B   4. C   5. D   6. D   7. D   8. A   9. C   10. C   11. B   12. C

### PHẦN II (Câu hỏi trắc nghiệm chọn phương án đúng sai)

Câu 1.   a  b  c  d    Câu 2.   a  b  c  d    Câu 3.   a  b  c  d

Câu 4.   a  b  c  d

### PHẦN III (Câu hỏi trắc nghiệm trắc nghiệm ngắn điền số)

Câu 1. 0 , 3	Câu 2. 4 , 8	Câu 3. 1 0	Câu 4. 3 6	Câu 5. 3 , 8	Câu 6. 4 2 5
-----------------	-----------------	---------------	---------------	-----------------	-----------------