SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH LONG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 4 trang)

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: .... Số báo danh: .... **Mã đề 0101**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $I = \int_0^2 \left(1 + 2f(x)\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = 7$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 8$. **D.** $I = 6$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $(SCD) \perp (SAD)$. **B.** $(SBD) \perp (SAC)$. **C.** $(SBC) \perp (SIA)$. **D.** $(SDC) \perp (SAI)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 7 + 2t \\ z = 9 + 3t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_4} = (5;7;9)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (3;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (1;3;2)$.

Câu 4. Cho bảng số liệu sau đây

Nhóm	$[1,5;\ 2,5)$	$[2,5;\ 3,5)$	$[3,5;\ 4,5)$	$[4,5;\ 5,5)$	$[5,5;\ 6,5)$
Tần số	2	3	7	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu cho bởi bảng trên là:

A. 2 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 4

Câu 5. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ $(a < b)$ được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **C.** $S = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S = \pi\int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng:

A. 22 **B.** 17 **C.** 12 **D.** 250

Câu 7. Với mọi số thực dương a, $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng:

A. 3. **B.** $3 - 2\log_3 a$. **C.** 9. **D.** $\log_3(26a)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3} = 5^{x+1}$ là:

A. $x = -1; x = 2$. **B.** Vô nghiệm. **C.** $x = 1; x = 2$. **D.** $x = 1; x = -2$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là:

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(1;-2;-3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $(ac \neq 0, ad - bc \neq 0)$ có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1 ↘ $-\infty$		||	$+\infty$ ↘ 1	

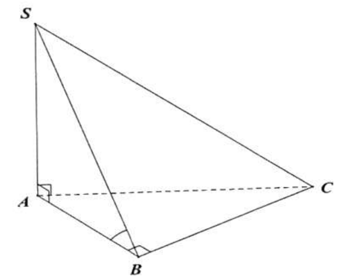
Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(-1;0;2)$ và $\vec{b}=(2;3;2)$. Giá trị của $\vec{a}.\vec{b}$ bằng:

A. 2. **B.** -6. **C.** -3. **D.** -4.

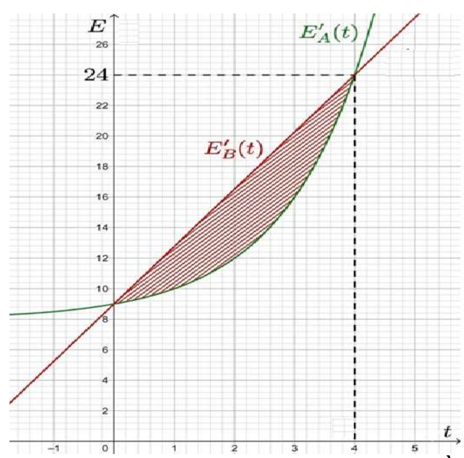
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, SA\perp(ABC)$, $AB=BC=a$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp nói trên.



A. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một chuyên gia kinh tế nghiên cứu tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của hai khu vực công nghiệp A và B từ đầu năm 2020 đến đầu năm 2024. Tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ (đơn vị: triệu kWh/năm) của khu vực A và khu vực B lần lượt được mô tả bởi các hàm số: $E'_A(t)=2^t+8$ và $E'_B(t)=3,75t+n$ (n là một hằng số), trong đó t là số năm kể từ đầu năm 2020 $(0\le t\le 4)$. Biết rằng tại thời điểm bắt đầu khảo sát $(t=0)$ và đầu năm 2024 $(t=4)$, tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của cả hai khu vực là bằng nhau (như hình vẽ).



a) Tổng lượng điện tiêu thụ tăng thêm của khu vực A sau 4 năm đầu khảo sát xấp xỉ bằng $53,64$ triệu kWh.

b) Gọi t_0 là mốc thời gian mà tại đó tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của khu vực A đạt 12 triệu kWh/năm. Khi đó $t_0=2,5$.

c) Tại thời điểm $t=3$, tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của khu vực A là 16 triệu kWh/năm.

d) Trong giai đoạn 4 năm đầu khảo sát (từ đầu năm 2020 đến đầu năm 2024), tổng lượng điện tiêu thụ tăng thêm của khu vực B nhiều hơn khu vực A một lượng xấp xỉ $10,93$ triệu kWh.

Câu 2. Trong một đợt khảo sát về hành vi người dùng trên ứng dụng ngân hàng số của một ngân hàng thương mại, bộ phận dữ liệu nhận thấy: xác suất để một khách hàng có sử dụng dịch vụ thanh toán hóa đơn bằng mã QR là $0,7$; xác suất để khách hàng có sử dụng dịch vụ gửi tiết kiệm trực tuyến là $0,5$ và xác suất để khách hàng sử dụng cả hai dịch vụ này là $0,3$.

a) Khảo sát ngẫu nhiên 10 khách hàng, xác suất để có đúng 3 người sử dụng cả hai dịch vụ xấp xỉ bằng $0,27$.

b) Chọn ngẫu nhiên một khách hàng, xác suất để khách hàng này sử dụng dịch vụ thanh toán hóa đơn bằng mã QR, biết rằng khách hàng này có sử dụng dịch vụ gửi tiết kiệm trực tuyến, bằng $0,6$.

c) Nghiên cứu thêm về tính năng "Hoàn tiền" (Cashback), ngân hàng nhận thấy: tỷ lệ khách hàng được hoàn tiền nếu sử dụng cả hai dịch vụ là 60%, còn với nhóm khách hàng không sử dụng đồng thời cả hai dịch vụ này thì tỷ lệ được hoàn tiền chỉ là 10%. Biết rằng một khách hàng vừa nhận được tin nhắn hoàn tiền từ hệ thống, xác suất để khách hàng đó thuộc nhóm sử dụng cả hai dịch vụ là $0,25$.

d) Chọn ngẫu nhiên một khách hàng, xác suất để khách hàng này có sử dụng ít nhất một trong hai dịch vụ trên là $0,9$.

Câu 3. Để thực hiện công tác bảo trì cầu Mỹ Thuận 2, các kỹ sư sử dụng hệ thống máy bay không người lái (UAV) tích hợp công nghệ Bathymetric LiDAR. Hệ thống này phát ra các xung laser xanh lá (green laser) theo đường thẳng từ điểm $C(20;60;50)$ nằm trên đỉnh tháp cầu, đi qua phao tiêu quan trắc $B\left(a;b;c\right)$ trên mặt nước và chiếu đến mục tiêu $A(15;10;-50)$ nằm trên bề mặt lớp cát bồi lắng ở chân trụ cầu. Hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại mặt nước, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ là mặt nước sông, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên (đơn vị: mét).

a) Đường thẳng AC biểu diễn quỹ đạo của tia laser có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-20}{1}=\dfrac{y-60}{10}=\dfrac{z-50}{20}$.

b) Sau khi xác định mục tiêu A, các kỹ sư vận hành một robot dò tìm chạy trên một thanh ray bảo trì d nằm song song với mặt nước, cách mặt nước 5 m. Biết rằng hình chiếu vuông góc của thanh ray d lên mặt nước là một đường thẳng đi qua phao tiêu B và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;0)$. Để nhận được tín hiệu mạnh nhất từ mục tiêu A, robot cần di chuyển đến vị trí $M\left(a';b';c'\right)$ trên thanh ray d sao cho khoảng cách AM ngắn nhất. Khi đó $a'+b'-c'=34$.

c) Tọa độ phao tiêu B thỏa mãn $a+b+c=52,5$.

d) Khi xung laser truyền trong nước, vận tốc của nó thay đổi theo thời gian t (đơn vị: ns) bởi hàm số $v(t)=0,22+0,01t$ (m/ns), với $t\geq 0$ là thời gian tính từ thời điểm xung laser chạm mặt nước. Khi đó, quãng đường tia laser đã đi được trong nước sau 10 ns kể từ khi chạm mặt nước là $2,475$ mét.

Câu 4. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{4}{x}+x+1$ với $x\neq 0$.

a) $f'\left(-4\right)=2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\dfrac{x^2-4}{x^2}$ với $x\neq 0$.

c) Hàm số $f\left(x\right)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[1;3\right]$ lần lượt bằng M,m. Khi đó $M-m=1$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ bằng 4.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

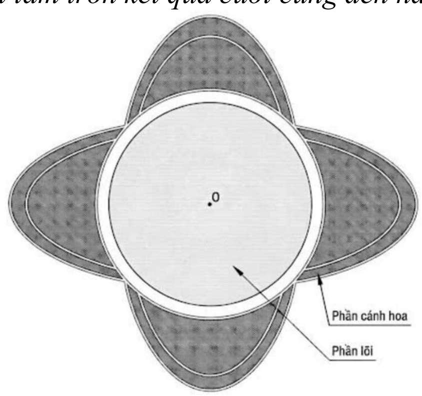
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một kiến trúc sư cần lắp đặt một đèn chiếu sáng tại vị trí A cho một phòng triển lãm. Điểm A thay đổi trên một khung thép hình tròn là giao tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+4=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$. Đèn phát ra luồng sáng có dạng hình nón với góc ở đỉnh bằng 60°, trục của hình nón luôn vuông góc với mặt sàn $(P): x-2y+2z+10=0$. Để đảm bảo mật độ ánh sáng tập trung cao nhất cho khu vực trưng bày dưới sàn, kiến trúc sư cần điều chỉnh đèn đến vị trí sao cho diện tích vùng chiếu sáng trên mặt sàn (P) là nhỏ nhất. Hãy tính diện tích vùng chiếu sáng nhỏ nhất đó. (*Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười của* m^2).

Câu 2. Một nghệ nhân làm gốm thủ công tại địa phương đang sản xuất một dòng bình hoa gốm đặc biệt. Mỗi ngày, nghệ nhân này có thể sản xuất x chiếc bình hoa $\left(1 \le x \le 18, x \in \mathbb{N}\right)$. Tổng chi phí sản xuất x bình hoa trong một ngày (bao gồm nguyên liệu, công thợ và lò nung), tính bằng đơn vị nghìn đồng, được xác định bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 + 40x + 500.$ Giả sử toàn bộ số bình hoa sản xuất ra trong ngày đều được các cửa hàng lưu niệm thu mua hết với giá cố định là 280 nghìn đồng/bình. Để đạt được lợi nhuận cao nhất, nghệ nhân này nên sản xuất bao nhiêu bình hoa mỗi ngày?

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = C_{n+3}^4$ $(n = 1, 2, \ldots, 80)$. Người ta chọn ngẫu nhiên lần lượt hai bộ A và B, mỗi bộ gồm ba số hạng liên tiếp của dãy số trên sao cho hai bộ không có chỉ số chung. Bộ A được điền vào cột 1 và bộ B được điền vào cột 2 của một bảng ô vuông kích thước 3×2 sao cho các số hạng trong mỗi cột có chỉ số tăng dần từ trên xuống dưới. Biết xác suất để tổng các số hạng ở mỗi cột đều là số lẻ bằng $\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản), hãy tính $a + b$.

Câu 4. Một khối đá có dạng hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ với cạnh đáy bằng 2 dm, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ dm. Tìm khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của khối đá hình lăng trụ đã cho theo đơn vị dm.

Câu 5. Để chuẩn bị quà tặng sinh nhật đặc biệt cho các thành viên trong câu lạc bộ nghệ thuật, người ta đặt hàng chế tác một vật phẩm chặn giấy bằng hợp kim cao cấp. Bề mặt của vật phẩm có dạng hai hình elip bằng nhau xếp chồng lên nhau. Biết mỗi elip có độ dài trục lớn bằng 8 cm, độ dài trục nhỏ bằng $\dfrac{8}{\sqrt{3}}$ cm; trục lớn của elip này vuông góc với trục lớn của elip kia tại giao điểm O của chúng. Đường tròn (O) đi qua các giao điểm của hai elip được vẽ lên bề mặt để phân chia các khu vực trang trí (như hình vẽ). Phần lõi bên trong đường tròn được dát đồng để khắc tên và lời chúc sinh nhật với chi phí 5.000 đồng/cm². Các phần cánh hoa nằm phía ngoài đường tròn được đính đá Sapphire nhân tạo với chi phí 15.000 đồng/cm². Hỏi tổng chi phí nguyên vật liệu để chế tác một vật phẩm quà tặng này là bao nhiêu nghìn đồng? (*Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị*).



Câu 6. Bác Minh mua một chiếc ti vi tại một cửa hàng với giá 21,5 triệu đồng và đã trả trước 10 triệu đồng ngay khi nhận ti vi. Số tiền còn lại bác lựa chọn trả góp trong vòng 12 tháng với lãi suất 3,5%/tháng theo hình thức lãi kép trên dư nợ giảm dần, tiền lãi được tính dựa trên số dư nợ thực tế tại thời điểm tính lãi. Biết rằng, vào cuối mỗi tháng, bác Minh phải trả cho cửa hàng một số tiền không đổi là m triệu đồng để sau đúng 12 tháng thì hết nợ. Giá trị của m bằng bao nhiêu? *(Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).*

------ HẾT ------

Đề\câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	1	2	3	4	5	6
0101	C	A	C	B	B	B	A	A	D	D	A	C	D	S	D	S	D	D	S	D	D	S	D	S	S	D	D	S	26.2	10	1781	1	329	1.19
0102	D	B	C	A	A	B	D	D	C	D	B	C	S	D	D	S	D	D	S	D	D	S	D	S	D	D	S	S	1.19	10	1781	1	329	26.2
0103	B	D	A	D	D	C	B	A	B	C	A	D	D	S	S	D	S	D	D	S	D	D	D	S	S	D	S	D	329	10	1781	1.19	26.2	1
0104	C	A	A	A	B	B	D	C	D	C	D	C	S	D	D	D	D	D	S	S	S	D	D	S	S	D	D	S	1.19	1781	26.2	10	329	1

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH LONG **KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026**

MÔN: TOÁN

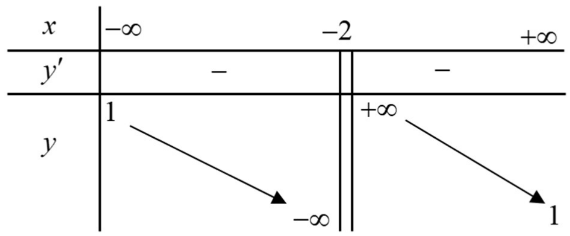
Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=5+t \\ y=7+2t \\ z=9+3t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_3}=(1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;3;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(5;7;9)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(3;2;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(ac\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như dưới đây.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $x=1$.

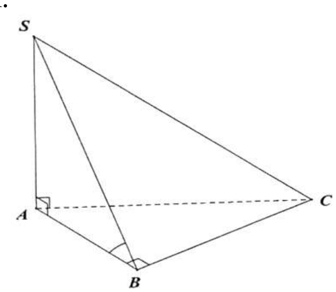
Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng:

A. 22 **B.** 17 **C.** 12 **D.** 250

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $(SCD)\perp(SAD)$. **B.** $(SBC)\perp(SIA)$. **C.** $(SDC)\perp(SAI)$. **D.** $(SBD)\perp(SAC)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, SA\perp(ABC)$, $AB=BC=a$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp nói trên.



A. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. Cho bảng số liệu sau đây

Nhóm	$[1,5;\ 2,5)$	$[2,5;\ 3,5)$	$[3,5;\ 4,5)$	$[4,5;\ 5,5)$	$[5,5;\ 6,5)$
Tần số	2	3	7	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu cho bởi bảng trên là:

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là:

A. $(1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 8. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ $(a<b)$ được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 9. Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_0^2 (1+2f(x))\mathrm{d}x$.

A. $I=4$. **B.** $I=7$. **C.** $I=6$. **D.** $I=8$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(-1;0;2)$ và $\vec{b}=(2;3;2)$. Giá trị của $\vec{a}.\vec{b}$ bằng:

A. 2. **B.** -6. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 11. Với mọi số thực dương *a*, $\log_3(27a)-\log_3 a$ bằng:

A. $\log_3(26a)$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $3-2\log_3 a$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là:

A. $x=-1;x=2$. **B.** Vô nghiệm. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=1;x=-2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\frac{4}{x}+x+1$ với $x\neq 0$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\frac{x^2-4}{x^2}$ với $x\neq 0$.

b) $f'(-4)=2$.

c) Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ bằng 4.

d) Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;3]$ lần lượt bằng M,m. Khi đó $M-m=1$.

Lời giải:

a) ĐÚNG

Ta có: $f'(x)=\frac{x^2-4}{x^2}$

b) SAI

$$f'(-4)=\frac{(-4)^2-4}{(-4)^2}=\frac{3}{4}$$

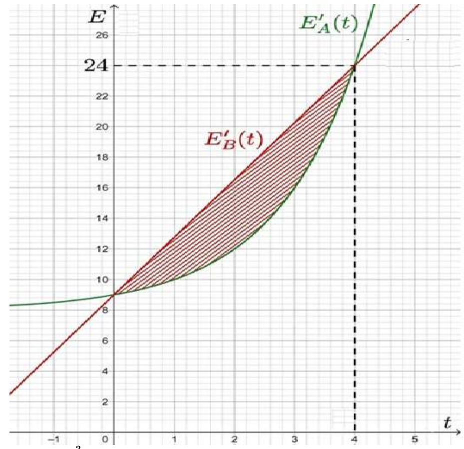
c) SAI

$$f'(x)=\frac{x^2-4}{x^2}=0\Leftrightarrow x=\pm 2\Rightarrow S=0$$

d) ĐÚNG

$$f(1)=6;f(2)=5;f(3)=\frac{16}{3}\Rightarrow M=6,m=5\Rightarrow M-m=1$$

Câu 2. Một chuyên gia kinh tế nghiên cứu tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của hai khu vực công nghiệp A và B từ đầu năm 2020 đến đầu năm 2024. Tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ (đơn vị: triệu kWh/năm) của khu vực A và khu vực B lần lượt được mô tả bởi các hàm số: $E'_A(t)=2^t+8$ và $E'_B(t)=3,75t+n$ (n là một hằng số), trong đó t là số năm kể từ đầu năm 2020 $(0\le t\le 4)$. Biết rằng tại thời điểm bắt đầu khảo sát $(t=0)$ và đầu năm 2024 $(t=4)$, tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của cả hai khu vực là bằng nhau (như hình vẽ).



<u>a)</u> Tại thời điểm $t=3$, tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của khu vực A là 16 triệu kWh/năm.

b) Gọi t_0 là mốc thời gian mà tại đó tốc độ thay đổi lượng điện tiêu thụ của khu vực A đạt 12 triệu kWh/năm. Khi đó $t_0 = 2,5$.

<u>c)</u> Tổng lượng điện tiêu thụ tăng thêm của khu vực A sau 4 năm đầu khảo sát xấp xỉ bằng $53,64$ triệu kWh.

d) Trong giai đoạn 4 năm đầu khảo sát (từ đầu năm 2020 đến đầu năm 2024), tổng lượng điện tiêu thụ tăng thêm của khu vực B nhiều hơn khu vực A một lượng xấp xỉ $10,93$ triệu kWh.

Lời giải:

a) ĐÚNG.

$E'_A(3) = 2^3 + 8 = 8 + 8 = 16$ (triệu kWh/năm).

b) SAI.

$E'_A(t_0) = 2^{t_0} + 8 = 12 \Leftrightarrow 2^{t_0} = 4 \Leftrightarrow t_0 = 2$

c) ĐÚNG.

Lượng điện tăng thêm $\Delta E_A = \int_0^4 (2^t + 8)dt = \left.\left(\dfrac{2^t}{\ln 2} + 8t\right)\right|_0^4 = \dfrac{15}{\ln 2} + 32 \approx 53,64$ (triệu kWh).

d) SAI.

Tại mốc bắt đầu ($t=0$), từ đồ thị ta thấy hai khu vực xuất phát cùng một điểm trên trục tung: $E'_B(0) = E'_A(0) \Leftrightarrow m.0 + n = 2^0 + 8 = 9 \Rightarrow n = 9$.

$$S = \int_0^4 \left[(3,75t + 9) - (2^t + 8)\right]dt = \int_0^4 (3,75t + 1 - 2^t)dt = 34 - \frac{15}{\ln 2} \approx 12,36 \text{ (triệu kWh)}$$

Câu 3. Trong một đợt khảo sát về hành vi người dùng trên ứng dụng ngân hàng số của một ngân hàng thương mại, bộ phận dữ liệu nhận thấy: xác suất để một khách hàng có sử dụng dịch vụ thanh toán hóa đơn bằng mã QR là 0,7; xác suất để khách hàng có sử dụng dịch vụ gửi tiết kiệm trực tuyến là 0,5; và xác suất để khách hàng sử dụng cả hai dịch vụ này là 0,3.

<u>a)</u> Chọn ngẫu nhiên một khách hàng, xác suất để khách hàng này có sử dụng ít nhất một trong hai dịch vụ trên là 0,9.

b) Chọn ngẫu nhiên một khách hàng, xác suất để khách hàng này sử dụng dịch vụ thanh toán hóa đơn bằng mã QR, biết rằng khách hàng này có sử dụng dịch vụ gửi tiết kiệm trực tuyến, bằng $0,6$.

c) Khảo sát ngẫu nhiên 10 khách hàng, xác suất để có đúng 3 người sử dụng cả hai dịch vụ xấp xỉ bằng 0,27.

d) Nghiên cứu thêm về tính năng "Hoàn tiền" (Cashback), ngân hàng nhận thấy: tỷ lệ khách hàng được hoàn tiền nếu sử dụng cả hai dịch vụ là 60%, còn với nhóm khách hàng không sử dụng đồng thời cả hai dịch vụ này thì tỷ lệ được hoàn tiền chỉ là 10%. Biết rằng một khách hàng vừa nhận được tin nhắn hoàn tiền từ hệ thống, xác suất để khách hàng đó thuộc nhóm sử dụng cả hai dịch vụ là $0,25$.

Lời giải:

Gọi các biến cố:

A : "Khách hàng sử dụng dịch vụ thanh toán hóa đơn bằng mã QR". $P(A)=0,7$.

B : "Khách hàng sử dụng dịch vụ gửi tiết kiệm trực tuyến". $P(B)=0,5$.

$A\cap B$: "Khách hàng sử dụng cả hai dịch vụ". $P(C)=0,3$.

a) ĐÚNG

Xác suất để một khách hàng sử dụng ít nhất một trong hai dịch vụ là:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,7+0,5-0,3=0,9$

b) ĐÚNG

Xác suất khách hàng sử dụng dịch vụ thanh toán bằng mã QR với điều kiện đã dùng dịch vụ gửi tiết kiệm trực tuyến: $P(A\mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,3}{0,5}=0,6$

c) ĐÚNG

Gọi X là số khách hàng sử dụng cả hai dịch vụ trong nhóm 10 người được chọn. Vì các khách hàng được chọn ngẫu nhiên và độc lập và $P(A\cap B)=0,3$.

Xác suất để có đúng 3 người sử dụng cả hai loại dịch vụ là:

$P(X=3)=C_{10}^{3}\cdot(0,3)^3\cdot(0,7)^7\approx 0,2668$

Làm tròn đến hàng phần trăm, ta được **0,27**.

d) SAI

Gọi H là biến cố "Khách hàng được hoàn tiền" và $G_1=A\cap B$.

Tỷ lệ khách hàng được hoàn tiền nếu sử dụng cả hai dịch vụ: $P(H\mid G_1)=0,6$

Tỷ lệ khách hàng được hoàn tiền nếu không sử dụng đồng thời cả hai dịch vụ này: $P\left(H\mid\overline{G_1}\right)=0,1$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, xác suất khách hàng được hoàn tiền là:

$P(H)=P(G_1)\cdot P(H\mid G_1)+P(\overline{G_1})\cdot P(H\mid\overline{G_1})=0,3\cdot 0,6+0,7\cdot 0,1=0,25$

Xác suất khách hàng thuộc nhóm G_1 khi biết người đó được hoàn tiền:

$P(G_1\mid H)=\dfrac{P(G_1)\cdot P(H\mid G_1)}{P(H)}=\dfrac{0,3.0,6}{0,25}=0,72$

Câu 4. Để thực hiện công tác bảo trì cầu Mỹ Thuận 2, các kỹ sư sử dụng hệ thống máy bay không người lái (UAV) tích hợp công nghệ Bathymetric LiDAR. Hệ thống này phát ra các xung laser xanh lá (green laser) theo đường thẳng từ điểm $C(20;60;50)$ nằm trên đỉnh tháp cầu, đi qua phao tiêu quan trắc $B\left(a;b;c\right)$ trên mặt nước và chiếu đến mục tiêu $A(15;10;-50)$ nằm trên bề mặt lớp cát bồi lắng ở chân trụ cầu. Hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại mặt nước, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ là mặt nước sông, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên (đơn vị: mét).

a) Đường thẳng AC biểu diễn quỹ đạo của tia laser có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-20}{1}=\dfrac{y-60}{10}=\dfrac{z-50}{20}$.

b) Tọa độ phao tiêu B thỏa mãn $a+b+c=52,5$.

c) Khi xung laser truyền trong nước, vận tốc của nó thay đổi theo thời gian t (đơn vị: ns) bởi hàm số $v(t)=0,22+0,01t$ (m/ns), với $t\ge 0$ là thời gian tính từ thời điểm xung laser chạm mặt nước. Khi đó, quãng đường tia laser đã đi được trong nước sau 10 ns kể từ khi chạm mặt nước là $2,475$ mét.

d) Sau khi xác định mục tiêu A, các kỹ sư vận hành một robot dò tìm chạy trên một thanh ray bảo trì d nằm song song với mặt nước, cách mặt nước 5 m. Biết rằng hình chiếu vuông góc của thanh ray d lên mặt nước là một đường thẳng đi qua phao tiêu B và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;0)$. Để nhận được tín hiệu mạnh nhất từ mục tiêu A, robot cần di chuyển đến vị trí $M\left(a';b';c'\right)$ trên thanh ray d sao cho khoảng cách AM ngắn nhất. Khi đó $a'+b'-c'=34$.

Lời giải:

a) ĐÚNG

$$\overrightarrow{AC}=\left(5;50;100\right)\Rightarrow\vec{u}=\frac{1}{5}.\overrightarrow{AC}=\left(1;10;20\right)$$

Đường thẳng AC đi qua $C\left(20;60;50\right)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;10;20)$ nên có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-20}{1}=\dfrac{y-60}{10}=\dfrac{z-50}{20}$.

b) ĐÚNG

Viết lại phương trình quỹ đạo tia laser là đường thẳng $AC:\begin{cases}x=20+t\\y=60+10t\\z=50+20t\end{cases}$.

Điểm phao tiêu B là giao điểm của AC ban đầu với mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ nên $c=0$

$\Rightarrow 50+20t=0\Rightarrow t=-2,5$

Do đó $a=x_B=20+(-2,5)=17,5$ và $b=y_B=60+10.(-2,5)=35\Rightarrow a+b+c=52,5$.

c) SAI

Quãng đường s tia laser đi trong nước sau 10 ns kể từ khi chạm mặt nước chính là $s=\int_0^{10}\left(0,22+0,01t\right)dt=2,7$ (m).

d) SAI

Vì hình chiếu của d lên mặt nước $(z=0)$ đi qua $B\left(17,5;35;0\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;0)$, đường thẳng d cách mặt nước 5 m nên d có phương trình tham số: $\begin{cases}x=17,5+2t\\y=35+t\\z=5\end{cases}$.

Do M di chuyển trên thanh ray d, tọa độ của M có dạng: $M\left(17,5+2t;35+t;5\right)$, $\overrightarrow{AM}=\left(2,5+2t;25+t;55\right)$.

Khoảng cách AM ngắn nhất khi và chỉ khi đoạn thẳng $AM\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u}_d=0$

$\Leftrightarrow 2(2,5+2t)+1.(25+t)=0\Leftrightarrow 5t+30=0\Leftrightarrow t=-6$

Suy ra tọa độ robot tối ưu là $M\left(5,5;29;5\right)\Rightarrow a'+b'-c'=29,5$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n=C_{n+3}^4$ ($n=1,2,\ldots,80$). Người ta chọn ngẫu nhiên lần lượt hai bộ A và B, mỗi bộ gồm ba số hạng liên tiếp của dãy số trên sao cho hai bộ không có chỉ số chung. Bộ A được điền vào cột 1 và bộ B được điền vào cột 2 của một bảng ô vuông kích thước 3×2 sao cho các số hạng trong mỗi cột có chỉ số tăng dần từ trên xuống dưới. Biết xác suất để tổng các số hạng ở mỗi cột đều là số lẻ bằng $\dfrac{a}{b}$ ($\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản), hãy tính $a+b$.

Trả lời: 1781

Lời giải:

Với mỗi số hạng C_n^4 của dãy đã cho, ta xét n thuộc một trong hai nhóm số sau:

- Nhóm 1: $8p+4;8p+5;8p+6;8p+7\ (p\ge 0)$

- Nhóm 2: $8q;8q+1;8q+2;8q+3\ (p\ge 1)$

Xét n thuộc nhóm 1, chẳng hạn $n=8p+4$ (xét tương tự cho các số còn lại trong nhóm 1)

$C_n^4=C_{8p+4}^4=\dfrac{(8p+4)(8p+3)(8p+2)(8p+1)}{1.2.3.4}=\dfrac{(2p+1)(8p+3)(4p+1)(8p+1)}{3}$, đây là số lẻ (vì tử là tích của 4 số lẻ, mẫu là số lẻ)

Xét n thuộc nhóm 2, chẳng hạn $n=8q+1$ (xét tương tự cho các số còn lại trong nhóm 2)

Ta có $C_n^4=C_{8q+1}^4=\dfrac{(8q+1)8q(8q-1)(8q-2)}{1.2.3.4}$

Do $\begin{cases}8q(8q-1)(8q-2)\,\vdots\,3\\ 8q(8q-1)(8q-2)=16q(8q-1)(4q-1)\,\vdots\,16\end{cases}$ nên $8q(8q-1)(8q-2)\,\vdots\,48\Rightarrow C_n^4$ là số chẵn.

Từ những điều trên ta thấy 80 số này được chia thành 10 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 số lẻ đứng đầu và tiếp theo là 4 số chẵn, cứ liên tiếp như thế:

$\underbrace{\text{L-L-L-L-C-C-C-C}}_{\text{nhom1}},\underbrace{\text{L-L-L-L-C-C-C-C}}_{\text{nhom2}},...,\underbrace{\text{L-L-L-L-C-C-C-C}}_{\text{nhom10}}.$

Số bộ ba số hạng liên tiếp trong dãy là 78.

Số cách chọn lần lượt 2 bộ ba "rời nhau" là số chọn lần lượt hai vị trí i,j từ tập $\{1,2,\ldots,78\}$ sao cho $|i-j|\ge 3\Rightarrow n(\Omega)=A_{76}^2=5700.$

Gọi X là biến cố "tổng các số hạng trên mỗi cột của bảng 3×2 đều lẻ"

Gọi $S_k=u_k+u_{k+1}+u_{k+2}$ là tổng của ba số liên tiếp của dãy. Trong một chu kỳ 8 chỉ số, S_k lẻ khi k ở vị trí 1, 2, 4, 7.

Số bộ ba số liên tiếp của dãy có tổng lẻ là số vị trí k để có S_k lẻ, do đó có $3.10+9=39$ bộ.

Tiếp theo, ta tìm số cách chọn lần lượt hai vị trí i,j trong tập 39 vị trí trên sao cho $|i-j|\ge 3$.

Tổng số cách chọn lần lượt hai vị trí i,j trong tập 39 vị trí là $A_{39}^2=1482$.

Trong đó, số cặp vi phạm ($|i-j|<3$):

Hiệu bằng1: 9 cặp nội bộ chu kỳ + 1 cặp chu kỳ cuối $(73,74)=10$ cặp.

Hiệu bằng 2 nội bộ: 9 cặp nội bộ chu kỳ + 1 cặp chu kỳ cuối $(74,76)=10$ cặp.

Hiệu bằng 2 giao thoa: Có 9 mối nối giữa các chu kỳ nên có 9 cặp.

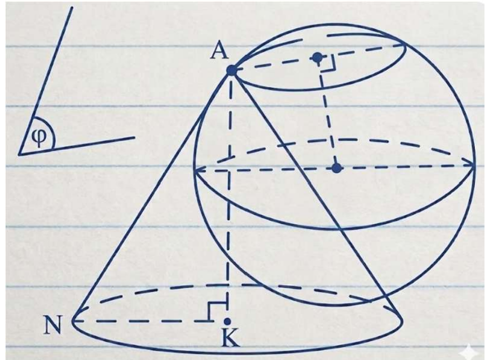
Tổng số cặp vi phạm: $10+10+9=29$.

Do đó $n(X)=A_{39}^2-29\times 2=1424$.

Vậy $P(X)=\dfrac{1424}{5700}=\dfrac{356}{1425}=\dfrac{a}{b}$. Suy ra $a+b=1781$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), một kiến trúc sư cần lắp đặt một đèn chiếu sáng tại vị trí A cho một phòng triển lãm. Điểm A thay đổi trên một khung thép hình tròn là giao tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+4=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$. Đèn phát ra luồng sáng có dạng hình nón với góc ở đỉnh bằng 60°, trục của hình nón luôn vuông góc với mặt sàn $(P): x-2y+2z+10=0.$ Để đảm bảo mật độ ánh sáng tập trung cao nhất cho khu vực trưng bày dưới sàn, kiến trúc sư cần điều chỉnh đèn đến vị trí sao cho diện tích vùng chiếu sáng trên mặt sàn (P) là nhỏ nhất. Hãy tính diện tích vùng chiếu sáng nhỏ nhất đó. (*Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười của* m^2).

Trả lời: 26,2



Bước 1: Xác định đường tròn giao tuyến (C)

- Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.
- Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng quỹ đạo $(\alpha): x+y-z+4=0$ là $d(I,(\alpha))=\dfrac{|1+1-2+4|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$
- Bán kính của đường tròn khung thép (r):
- $r=\sqrt{R^2-[d(I,(\alpha))]^2}=\sqrt{6-\left(\dfrac{4}{\sqrt{3}}\right)^2}=\sqrt{6-\dfrac{16}{3}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$
- Tâm H của đường tròn khung thép là hình chiếu của I trên (α). Đường thẳng IH đi qua I và vuông góc với (α) có phương trình: $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=2-t \end{cases}$ nên $H(1+t;1+t;2-t)$
- Thay tọa độ H vào phương trình (α) ta được: $(1+t)+(1+t)-(2-t)+4=0 \Rightarrow 3t+4=0 \Rightarrow t=\dfrac{-4}{3}$.
- Suy ra tọa độ tâm H là: $H\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right)$.

Bước 2: Thiết lập mối liên hệ giữa diện tích vùng sáng và khoảng cách

- Vì trục hình nón luôn vuông góc với mặt sàn (P), bán kính vùng sáng R_s trên sàn phụ thuộc vào khoảng cách h từ đèn A đến (P) và nửa góc ở đỉnh ($\beta=30^\circ$): $R_s=h\cdot\tan 30^\circ=\dfrac{h}{\sqrt{3}}$
- Diện tích vùng chiếu sáng: $S=\pi\cdot R_s^2=\dfrac{\pi\cdot h^2}{3}$.
- Để S nhỏ nhất, ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của khoảng cách $h=d(A,(P))$ với A nằm trên đường tròn tâm H, bán kính r.

Bước 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của khoảng cách h

- Khoảng cách từ tâm H đến mặt sàn $(P): x-2y+2z+10=0$ là: $d(H,(P))=\dfrac{\left|-\dfrac{1}{3}-2.\left(-\dfrac{1}{3}\right)+2.\left(\dfrac{10}{3}\right)+10\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{17}{3}$

- Gọi φ là góc giữa mặt phẳng khung thép (α) và mặt sàn(P). Ta có: $\cos\varphi = \dfrac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_P|}{|\vec{n}_\alpha|\cdot|\vec{n}_P|} = \dfrac{|1.1+1.(-2)+(-1).2|}{\sqrt{3}\cdot 3} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin\varphi = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$
- Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt sàn (P) và đi qua điểm M_0 trên khung thép (với M_0 là điểm "gần nhất" với mặt sàn (P)), khi đó $d\left(H,(Q)\right) = r.\sin\varphi = \dfrac{2}{3}$.
- Khoảng cách nhỏ nhất từ A đến (P) là:

$$h_{min} = d\left(H,(P)\right) - d\left(H,(Q)\right) = \frac{17}{3} - \frac{2}{3} = 5 \text{ (m)}$$

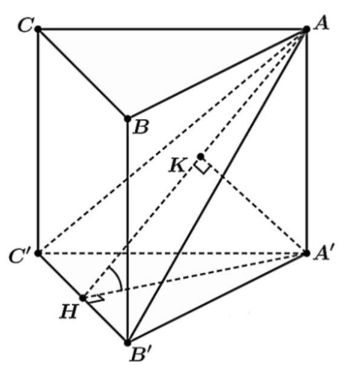
Bước 4: Tính diện tích nhỏ nhất

- Bán kính vùng được chiếu sáng nhỏ nhất trên mặt sàn là: $\min R_s = \dfrac{5}{\sqrt{3}}$
- Giả trị diện tích nhỏ nhất là: $S_{min} = \dfrac{\pi\cdot 5^2}{3} = \dfrac{25\pi}{3} \approx 26{,}1799...$
- Làm tròn đến hàng phần mười theo yêu cầu đề bài: $S_{min} \approx 26{,}2\ (\text{m}^2)$.

Câu 3. Một khối đá có dạng hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ với cạnh đáy bằng 2 dm, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ dm. Tìm khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của khối đá hình lăng trụ đã cho theo đơn vị dm.

Trả lời: 1

Lời giải



Trong $(A'B'C')$, kẻ $A'H \perp B'C'$ tại H và trong $(AA'H)$, kẻ $A'K \perp AH$ tại K (1)

Ta có: $\begin{cases} B'C' \perp A'H \\ B'C' \perp AA' \left(\text{do } AA' \perp (A'B'C')\right) \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'H) \Rightarrow A'K \perp B'C'$ (2)

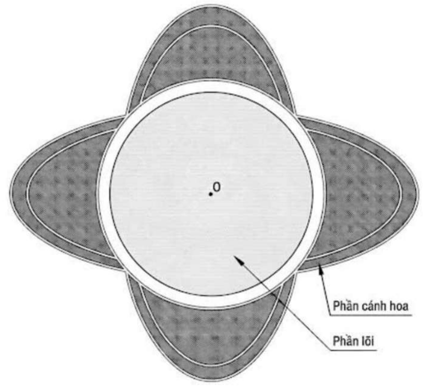
Từ (1) và (2) suy ra $A'K \perp (AB'C')$ hay $d\left(A', (AB'C')\right) = A'K = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ dm

Xét tam giác $A'B'C'$ đều có đường cao $A'H = \dfrac{2.\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ dm

Tam giác $AA'H$ vuông tại A' có đường cao $A'K$ nên $\dfrac{1}{A'K^2} = \dfrac{1}{A'H^2} + \dfrac{1}{A'A^2} \Rightarrow A'A = 1$ dm

Hai mặt đáy song song với nhau và có khoảng cách là $d\left((ABC), (A'B'C')\right) = AA' = 1$ dm

Câu 4. Để chuẩn bị quà tặng sinh nhật đặc biệt cho các thành viên trong câu lạc bộ nghệ thuật, người ta đặt hàng chế tác một vật phẩm chặn giấy bằng hợp kim cao cấp. Bề mặt của vật phẩm có dạng hai hình elip bằng nhau xếp chồng lên nhau. Biết mỗi elip có độ dài trục lớn bằng 8 cm, độ dài trục nhỏ bằng $\frac{8}{\sqrt{3}}$ cm; trục lớn của elip này vuông góc với trục lớn của elip kia tại giao điểm O của chúng. Đường tròn (O) đi qua các giao điểm của hai elip được vẽ lên bề mặt để phân chia các khu vực trang trí (như hình vẽ). Phần lõi bên trong đường tròn được dát đồng để khắc tên và lời chúc sinh nhật với chi phí 5.000 đồng/cm². Các phần cánh hoa nằm phía ngoài đường tròn được đính đá Sapphire nhân tạo với chi phí 15.000 đồng/cm². Hỏi tổng chi phí nguyên vật liệu để chế tác một vật phẩm quà tặng này là bao nhiêu nghìn đồng? (*Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị*).



Trả lời: 329

Lời giải:

Bước 1: Viết phương trình đường tròn, elip

- Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc O trùng với giao điểm của hai trục lớn của hai elip. Khi đó, phương trình elip (E_1) có trục lớn nằm trên trục Ox là: $\frac{x^2}{16}+\frac{3y^2}{16}=1 \Rightarrow y^2=\frac{16-x^2}{3} \Rightarrow y=\sqrt{\frac{16-x^2}{3}}$ (với $y \geq 0$).
- Do tính đối xứng, giao điểm của hai elip (E_1) và (E_2) nằm trên đường phân giác $y=x$. Thay $y=x$ vào phương trình (E_1): $\frac{x^2}{16}+\frac{3x^2}{16}=1 \Leftrightarrow x^2=4$. Suy ra hoành độ các giao điểm của 2 elip là $x_{1,2}=\pm 2$.
- Bán kính đường tròn (O) là: $R^2=x^2+y^2=2x^2=8$. Phương trình đường tròn: $x^2+y^2=8 \Rightarrow y=\sqrt{8-x^2}$ (với $y \geq 0$).

Bước 2: Tính diện tích các phần (cm^2)

- Diện tích phần lõi hình tròn (S_1): $S_1=\pi R^2=8\pi$ (cm²)
- Diện tích phần cánh hoa (S_2):

  Do tính đối xứng nên diện tích 4 cánh hoa bằng 8 lần diện tích một nửa cánh hoa.

$$S_2=8\times\left(\int_2^4\sqrt{\frac{16-x^2}{3}}dx-\int_2^{2\sqrt{2}}\sqrt{8-x^2}dx\right)\approx 13,5616 \text{ cm}^2$$

Bước 3: Tổng chi phí nguyên vật liệu: $T = S_1.5 + S_2.15 \approx 329,088$ (nghìn đồng)

Câu 5. Bác Minh mua một chiếc ti vi tại một cửa hàng với giá 21,5 triệu đồng và đã trả trước 10 triệu đồng ngay khi nhận ti vi. Số tiền còn lại bác lựa chọn trả góp trong vòng 12 tháng với lãi suất 3,5%/tháng theo hình thức lãi kép trên dư nợ giảm dần, tiền lãi được tính dựa trên số dư nợ thực tế tại thời điểm tính lãi. Biết rằng, vào cuối mỗi tháng, bác Minh phải trả cho cửa hàng một số tiền không đổi là m triệu đồng để sau đúng 12 tháng thì hết nợ. Giá trị của m bằng bao nhiêu? *(Không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).*

Trả lời: 1,19

Lời giải:

Đặt $r = 3,5\%$ là lãi suất hàng tháng.

Gọi số tiền bác Minh phải trả góp cho cửa hàng mỗi tháng là m triệu đồng.

Số tiền vay là $A = 11,5$ triệu đồng

Số tiền bác Minh còn nợ sau tháng thứ 1: $T_1 = A + Ar - m = A(1+r) - m$

Số tiền bác Minh còn nợ sau tháng thứ 2 là :

$T_2 = T_1 + T_1 r - m = T_1(1+r) - m = A(1+r)^2 - m(1+r+1)$

Số tiền bác Minh còn nợ sau tháng thứ 3 là :

$T_3 = T_2 + T_2 r - m = T_2(1+r) - m = A(1+r)^3 - m\left((1+r)^2 + (1+r) + 1\right)$

Số tiền bác Minh còn nợ sau tháng thứ 12:

$T_{12} = T_{11} + T_{11} r - m = T_{11}(1+r) - m = A(1+r)^{12} - m\left((1+r)^{11} + (1+r)^{10} + ... + (1+r) + 1\right)$

$= A(1+r)^{12} - m\dfrac{(1+r)^{12} - 1}{(1+r) - 1}.$

Bác Minh trả đúng 12 tháng thì hết nợ nên: $T_{12} = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{A(1+r)^{12} r}{(1+r)^{12} - 1} \approx 1,19$ triệu đồng.

Câu 6. Một nghệ nhân làm gốm thủ công tại địa phương đang sản xuất một dòng bình hoa gốm đặc biệt. Mỗi ngày, nghệ nhân này có thể sản xuất x chiếc bình hoa $(1 \le x \le 18, x \in \mathbb{N})$. Tổng chi phí sản xuất x bình hoa trong một ngày (bao gồm nguyên liệu, công thợ và lò nung), tính bằng đơn vị nghìn đồng, được xác định bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 + 40x + 500$. Giả sử toàn bộ số bình hoa sản xuất ra trong ngày đều được các cửa hàng lưu niệm thu mua hết với giá cố định là 280 nghìn đồng/bình. Để đạt được lợi nhuận cao nhất, nghệ nhân này nên sản xuất bao nhiêu bình hoa mỗi ngày?

Trả lời: 10

Lời giải:

Khi bán x bình hoa:

- Số tiền thu được là: $B(x) = 280x$ (nghìn đồng).
- Lợi nhuận thu được là: $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).
- Xét hàm số $L(x)$ trên $[1;18]$ (với x là số nguyên), ta có:

$$L'(x) = -3x^2 + 6x + 240; L'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10 \quad (n) \\ x = -8 \ (l) \end{array}\right.$$

$L(1) = -258$, $L(10) = 1200$ và $L(18) = -1040$.

Suy ra $x = 10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200. Như vậy, nghệ nhân nên sản xuất mỗi ngày 10 bình hoa để thu được lợi nhuận cao nhất.

------ HẾT ------