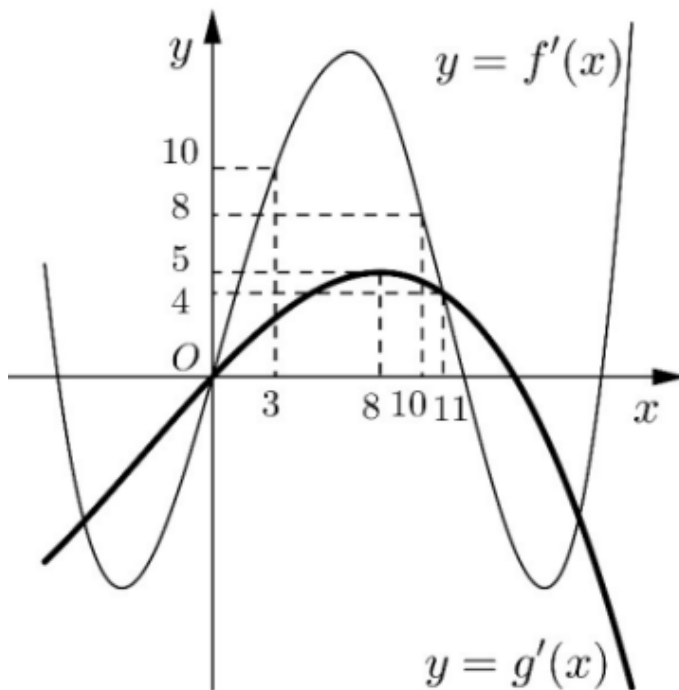


TÀI LIỆU THAM KHẢO TOÁN HỌC PHỔ THÔNG



ÔN KIẾN THỨC TOÁN 12 THPT BÀI GIẢNG ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ (KẾT HỢP 3 BỘ SÁCH GIÁO KHOA)

THÂN TẶNG TOÀN THỂ QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TRÊN TOÀN QUỐC

CREATED BY GIANG SON (FACEBOOK)

GACMA1431988@GMAIL.COM (GMAIL); TEL 0398021920

THÀNH PHỐ THÁI BÌNH – THÁNG 7/2024

ÔN KIẾN THỨC TOÁN 12 THPT
ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ

DUNG LƯỢNG	NỘI DUNG
1 FILE	NHẬN DIỆN ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP
1 FILE	XÁC ĐỊNH HỆ SỐ CỦA HÀM SỐ THÔNG QUA ĐỒ THỊ
1 FILE	CÁC BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
LÝ THUYẾT KHẢO SÁT ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN

I. SƠ ĐỒ KHẢO SÁT HÀM SỐ

Sơ đồ khảo sát hàm số $y = f(x)$:

1. Tìm tập xác định của hàm số.
2. Xét sự biến thiên của hàm số:
 - Tìm các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tìm tiệm cận (nếu có).
 - Tính đạo hàm y' . Tìm các điểm mà tại đó y' bằng 0.
 - Lập bảng biến thiên; xác định chiều biến thiên, cực trị của hàm số (nếu có).
3. Vẽ đồ thị hàm số
 - Vẽ các đường tiệm cận (nếu có).
 - Xác định các điểm đặc biệt của đồ thị: cực trị, giao điểm của đồ thị với các trục tọa độ (trong trường hợp đơn giản),...
 - Nhận xét về đặc điểm của đồ thị: chỉ ra tâm đối xứng, trục đối xứng (nếu có).

Chú ý. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ giao với trục hoành tại những điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$, giao với trục tung tại điểm có tung độ là $f(0)$ nếu 0 thuộc tập xác định của hàm số đó.

II. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐA THỨC BẬC BA

Ví dụ 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

1) Tập xác định: \mathbb{R} .

2) Sự biến thiên

- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$.

- $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 4$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = 0$.

3) Đồ thị

- Giao điểm của đồ thị với trục tung: $(0; 4)$.

- Giao điểm của đồ thị với trục hoành:

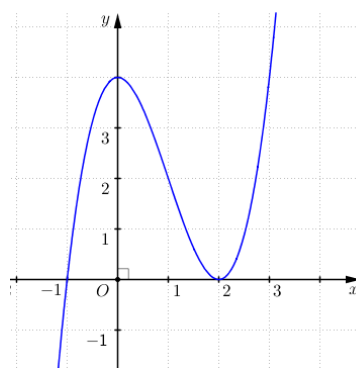
Xét phương trình $x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số giao với trục hoành tại hai điểm $(-1; 0)$ và $(2; 0)$.

- Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-1; 0), (2; 0), (0; 4)$ và $(1; 2)$.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ được cho ở Hình.



Quan sát đồ thị ở Hình, ta thấy đồ thị đó có tâm đối xứng là điểm $I(1; 2)$.

Ví dụ 2. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$.


1) Tập xác định: \mathbb{R} .

2) Sự biến thiên

- Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$.

- $y' = -3x^2 + 6x - 4; y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		-	
y	$+\infty$		

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Hàm số không có cực trị.

3) Đồ thị

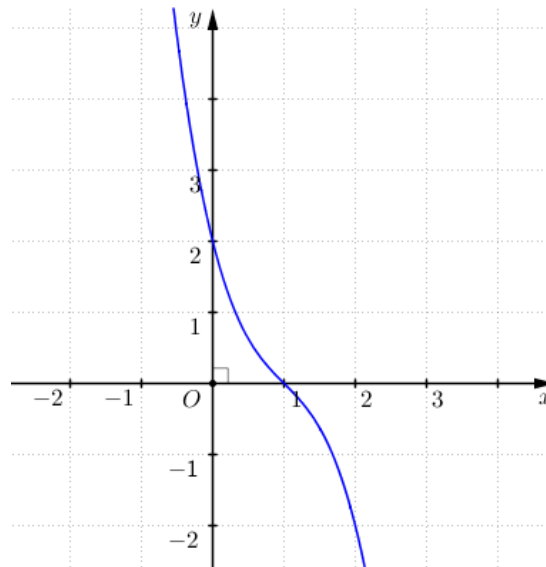
- Giao điểm của đồ thị với trục tung: $(0; 2)$.

- Giao điểm của đồ thị với trục hoành:

Giải phương trình $-x^3 + 3x^2 - 4x + 2 = 0$ ta được $x = 1$. Vậy đồ thị hàm số giao với trục hoành tại điểm $(1; 0)$.

- Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(1; 0), (0; 2), (2; -2)$.

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$ được cho ở hình



Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đó là điểm $I(1; 0)$.

Nhận xét: Trong trường hợp tổng quát, đồ thị của hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có tâm

đối xứng là điểm $I\left(-\frac{b}{3a}; f\left(-\frac{b}{3a}\right)\right)$. Hoành độ $-\frac{b}{3a}$ của tâm đối xứng đó là nghiệm của phương trình $y'' = 0$.

III KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA MỘT SỐ HÀM PHÂN THỨC HỮU TỈ

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

Sử dụng sơ đồ khảo sát hàm số, ta có thể khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$). Ta sẽ tìm hiểu qua một số ví dụ sau đây.

Ví dụ 3. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$

1) Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

2) Sự biến thiên

Giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và các đường tiệm cận

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$. Do đó, đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ Do đó, đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0 \text{ với mọi } x \neq 1$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hàm số không có cực trị.

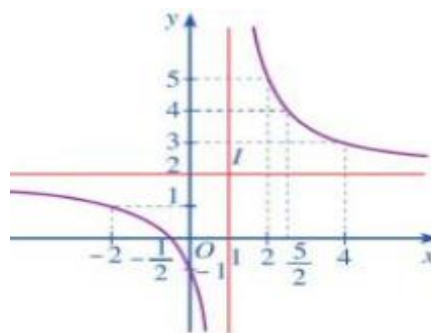
3) Đồ thị

Giao điểm của đồ thị với trục tung: $(0; -1)$

Giao điểm của đồ thị với trục hoành: $\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; -1), \left(\frac{-1}{2}; 0\right)$

$(-2; 1), (2; 5), \left(\frac{5}{2}; 4\right), (4; 3)$



Hình 21

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ được cho ở hình 21.

Quan sát đồ thị ở Hình 21, đồ thị đó nhận giao điểm $I(1; 2)$ của hai tiệm cận của đồ thị hàm số làm tâm đối xứng và nhận hai đường phân giác của góc tạo bởi hai tiệm cận đó làm trục đối xứng.

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0; m \neq 0$)

Sử dụng sơ đồ khảo sát hàm số ta có thể khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

$y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0; m \neq 0; -\frac{n}{m}$ không là nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$). Ta sẽ tìm hiểu qua một số ví dụ sau đây.

Ví dụ 4: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Sự biến thiên

Giới hạn tại vô cực và các đường tiệm cận:

Ta viết hàm số đã cho dưới dạng: $y = x + \frac{1}{x-1}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$$

Do đó đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-1} = 0.$$

Do đó đường thẳng $y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'	+	0	-		
y	$-\infty$ $-\infty$	1		3	$+\infty$ $+\infty$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y_{CD} = -1$; đạt cực tiểu tại $x = 2; y_{CT} = 3$.

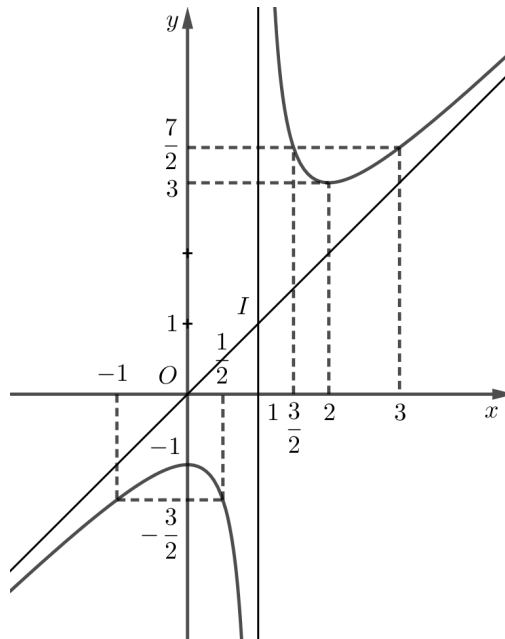
Đồ thị

Giao điểm của đồ thị với trục tung: $(0; -1)$.

Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; -1), \left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

$\left(-1; -\frac{3}{2}\right), (2; 3), \left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ và $\left(3; \frac{7}{2}\right)$.



Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ được cho ở Hình 23.

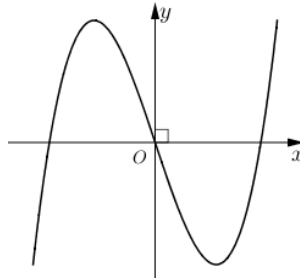
Quan sát đồ thị ở Hình 23, đồ thị đó nhận giao điểm $I(1; 1)$

của hai đường tiệm cận của đồ thị làm tâm đối xứng và nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận đó làm trục đối xứng.

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN
NHẬN DIỆN CÁC ĐỒ THỊ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

NHẬN DIỆN ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐA THỨC

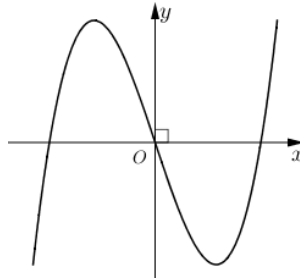
Bài toán 1. Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có dạng như hình vẽ. Hệ số a không thể bằng



- A. 3 B. 2 C. 1 D. -4

Lời giải. Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ nên a không thể bằng -4.

Bài toán 2. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải. Đồ thị của hàm số bậc ba với $a > 0$ nên $y = x^3 - 3x$.

Bài toán 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta nhận thấy đây là hàm số bậc ba có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = -\infty \Rightarrow a < 0$. Do đó có duy nhất hàm số $y = -x^3 + 3x$ thỏa mãn.

Bài toán 4. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

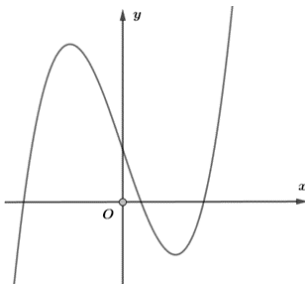
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Từ BBT ta nhận thấy hàm số có hai điểm cực trị và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Do đó hàm số là hàm đa thức bậc ba có hệ số $a > 0$.

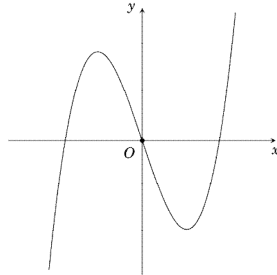
Bài toán 5. Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có dạng như hình vẽ. Giá trị d không thể bằng



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 0

Lời giải. Đồ thị hàm số không đi qua gốc tọa độ nên $d \neq 0$.

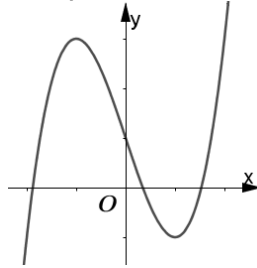
Bài toán 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải. Đồ thị hàm số bậc ba đi qua gốc tọa độ nên $y = x^3 - 3x$.

Bài toán 7. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



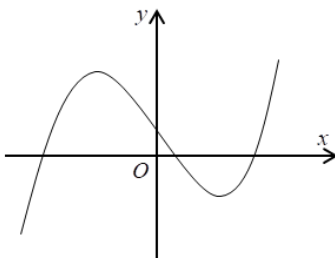
- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^4 - x^2 + 1$. C. $y = -x^2 + x - 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Đồ thị đã cho có hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nên loại phương án B và C

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ nên loại phương án A

Bài toán 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

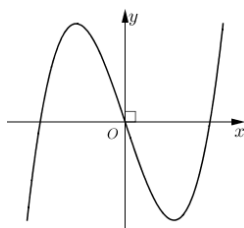


- A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$. D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số bậc ba $a > 0$. Chọn B.

Bài toán 9. Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có dạng như hình vẽ. Giá trị $f(0)$ bằng

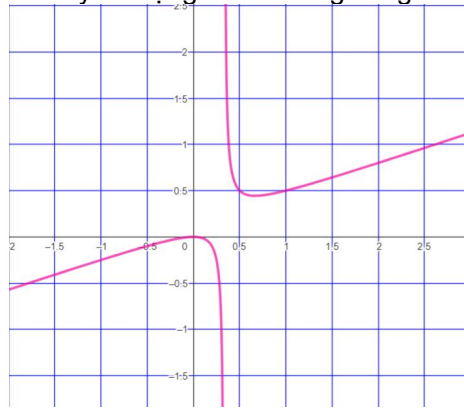


- A. 1 B. 0 C. 2 D. 4

Lời giải. Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $f(0) = 0$.

NHẬN DIỆN ĐỒ THỊ HÀM SỐ PHÂN THỨC HỮU TỶ

Bài toán 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

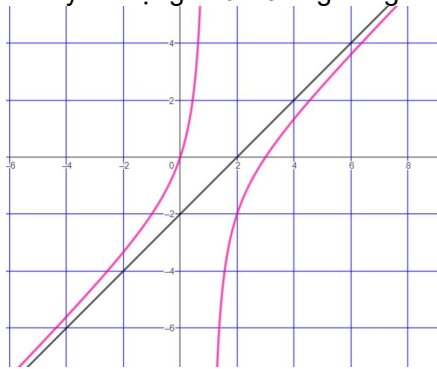
B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x^2}{2x-1}$

D. $y = \frac{x^2}{3x-1}$

Lời giải. Đồ thị hàm số bậc hai/bậc nhất và có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ nên $y = \frac{x^2}{2x-1}$.

Bài toán 2. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

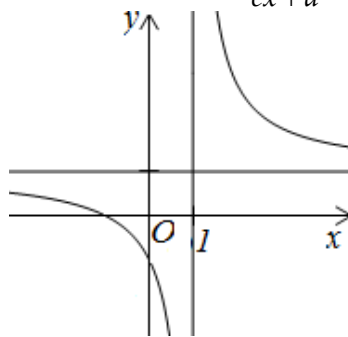
B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x^2-3x}{x-1}$

D. $y = \frac{x^2}{3x-1}$

Lời giải. Đồ thị hàm số nhận tiệm cận xiên $y = x - 2$ như hình vẽ nên $y = \frac{x^2-3x}{x-1}$.

Bài toán 3. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Tính giá trị biểu thức $\frac{d+2c}{c}$.

A. 2

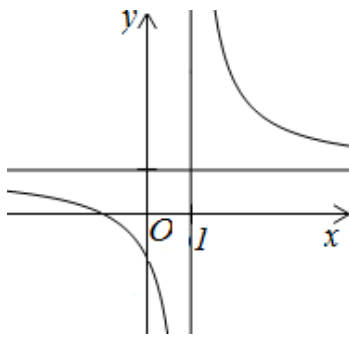
B. 3

C. 4

D. 1

Lời giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow -\frac{d}{c} = 1 \Rightarrow d = -c \Rightarrow \frac{d+2c}{c} = \frac{-c+2c}{c} = 1$.

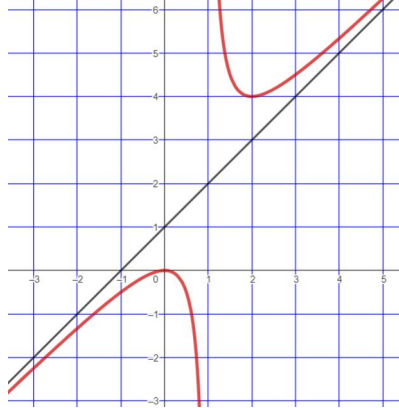
Bài toán 4. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ B. $y' > 0, \forall x \neq 1$ C. $y' < 0, \forall x \neq 1$ D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải. Hàm số nghịch biến và có tiệm cận đứng $x=1$, suy ra $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Bài toán 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

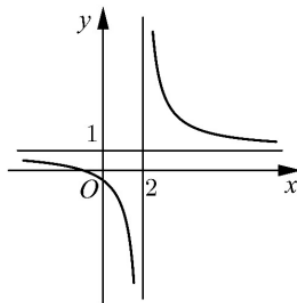


- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$ B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$ C. $y = \frac{x^2}{x-1}$ D. $y = \frac{x^2+3}{x-1}$

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x+1$ và đi qua điểm $(0;1)$ nên $y = \frac{x^2}{x-1}$.

Bài toán 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

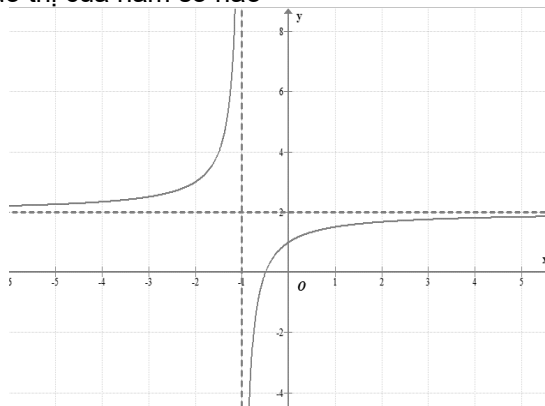


- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$ B. $y' < 0, \forall x \neq 1$ C. $y' < 0, \forall x \neq 2$ D. $y' > 0, \forall x \neq 2$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy tiệm cận đứng bằng 2, Hàm số nghịch biến vậy chọn B

Bài toán 7. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

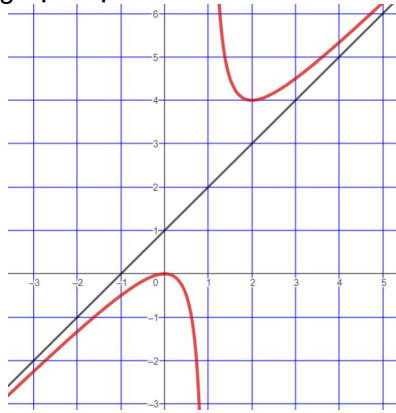
C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ (0;1) nên chọn phương án B.

Bài toán 8. Đồ thị hàm số sau có đường tiệm cận xiên là



A. $y = x$

B. $y = x + 1$

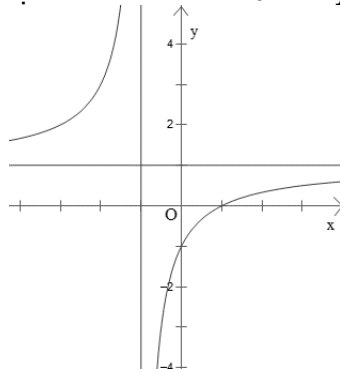
C. $y = 2x + 1$

D. $y = x - 2$

Lời giải

Đường tiệm cận đã cho đi qua (0;1) và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất nên $y = x + 1$

Bài toán 9. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$.

C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

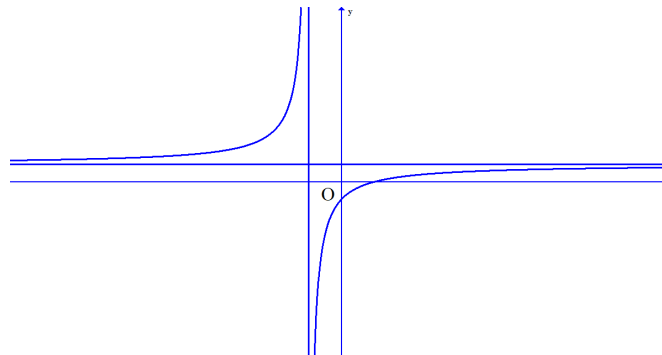
Lời giải

Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) \Rightarrow Loại phương án C, D

Ta thấy: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$

Phương án B: Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = -2 \Rightarrow$ loại B \Rightarrow A đúng.

Bài toán 10. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$ có đồ thị như hình bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \neq -1$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

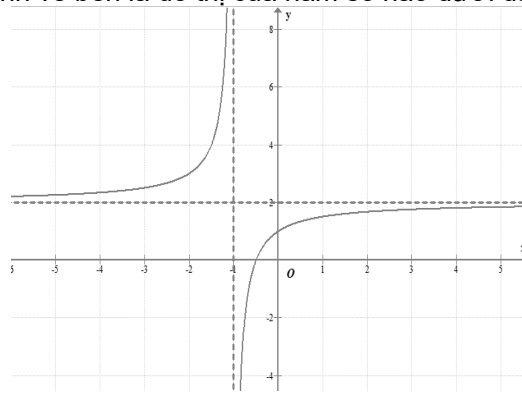
Lời giải

Ta có: $y = \frac{x+a}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{1-a}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$

Do $a \neq 1$ nên dấu “=” không xảy ra.

Hàm đơn điệu không phụ thuộc vào a .

Bài toán 11. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

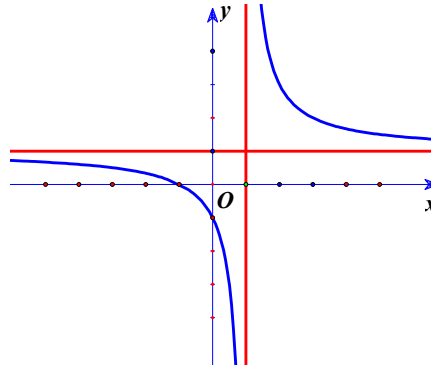
C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Lời giải. Hàm số đồng biến và có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là $x = -1; y = 2$.

Kết luận hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Bài toán 12. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \in R$.

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' > 0, \forall x \in R$.

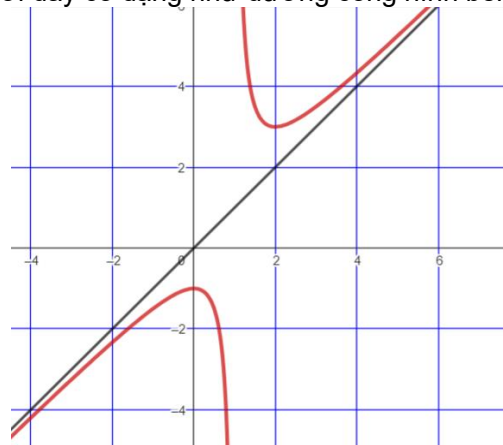
D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

Ta có TXĐ: $D = R \setminus \{1\}$ và $y' = \frac{-1-a}{(x-1)^2} \neq 0, \forall x \neq 1$ và đồ thị là đường đi xuống trên từng khoảng xác định nên

hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Bài toán 13. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

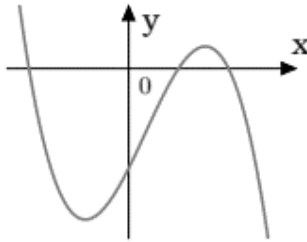
D. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x$ nên $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN
XÁC ĐỊNH HỆ SỐ CỦA HÀM SỐ THÔNG QUA ĐỒ THỊ

Bài toán 1. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

Lời giải

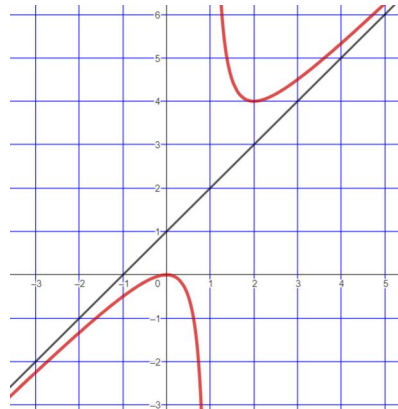
- Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.

- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

- Ta thấy đồ thị như hình vẽ có hai điểm cực trị, hoành độ các điểm cực trị trái dấu suy ra phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu kéo theo $3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0$.

- Mặt khác $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Bài toán 2. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - a}{x - 1}$ dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên. Khi đó



A. $a = 0$

B. $a = 1$

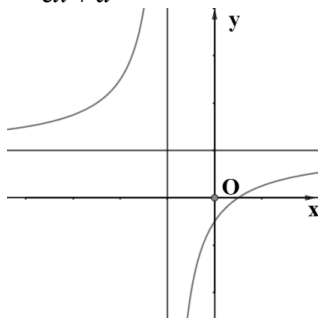
C. $a = 2$

D. $a = -1$

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $a = 0$.

Bài toán 3. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$.

B. $ad > 0$ và $ab < 0$.

C. $bd < 0$ và $ab > 0$.

D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

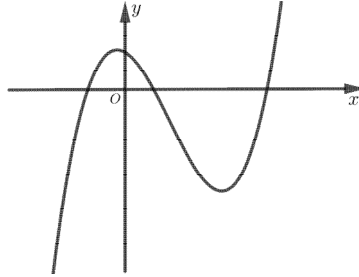
Lời giải

Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a}$, giao với Oy tại điểm có tung độ $y = \frac{b}{d}$.

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$$

Trong các phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

Bài toán 4. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?



A. $ab < 0, bc > 0, cd < 0$

C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$

B. $ab < 0, bc < 0, cd > 0$

D. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$

Lời giải

Từ dáng điệu của đồ thị ta có ngay được:

⊕ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \Rightarrow a > 0.$

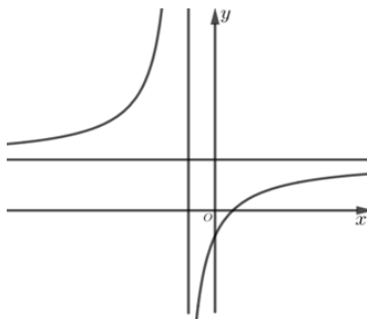
⊕ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm có tung độ dương nên $d > 0.$

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm này luôn dương

nên $\begin{cases} ac < 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ (do $a > 0$). Do đó: $ab < 0, bc >, cd < 0.$

Bài toán 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy

• tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ nằm trên trục hoành nên $c > 0$ (vì $a > 0$)

• tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ nằm bên trái trục tung nên $-\frac{d}{c} < 0$. Suy ra $d > 0$ (vì $c > 0$)

• giao điểm của đồ thị và trục tung nằm bên dưới trục hoành nên $\frac{b}{d} < 0$.

Suy ra $b < 0$ (vì $d > 0$). Vậy $c > 0, d > 0$

Bài toán 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

A.4
Lời giải

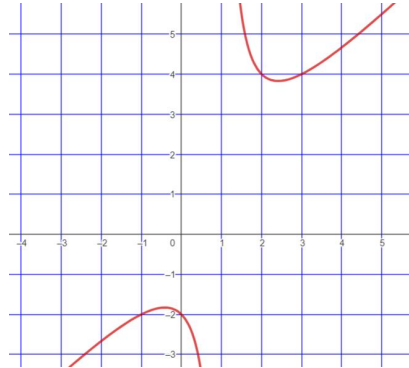
B. 5

C. 2

D. 1

Theo đồ thị ta thấy $\begin{cases} A(0;-2) \in (C) \\ B(2;4) \in (C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -b \\ 4 = 4 + 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 4.$

Bài toán 9. Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định góc tạo bởi đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x+1)$ và trục tung.



A. 45°
Lời giải

B. 60°

C. 30°

D. 20°

Theo đồ thị ta thấy $\begin{cases} A(0;-2) \in (C) \\ B(2;4) \in (C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -b \\ 4 = 4 + 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 4.$

Khi đó $y = \frac{x^2 - x + 2}{x-1} = x + \frac{2}{x-1} \Rightarrow f(x+1) = x+1 + \frac{2}{x}$.

Đường tiệm cận xiên $y = x+1$, đường này tạo với trục tung một góc 45°.

Bài toán 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y		$+\infty$	2

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^3 - 8 \leq 0.$

B. $-b^2 + 4 > 0.$

C. $b^2 - 3b + 2 < 0.$

D. $b^3 - 8 < 0.$

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{c}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}.$

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

Ta có $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}.$

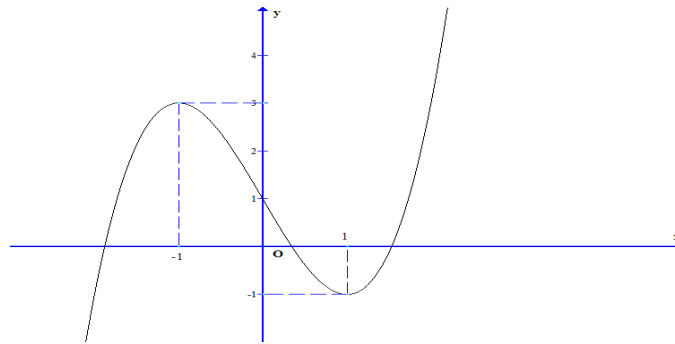
Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên

$y' = \frac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a-bc > 0 \Leftrightarrow 2-b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0.$

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0.$

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ
BÀI TOÁN ĐỒ THỊ HÀM SỐ CHỨA THAM SỐ

Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x) = 3\sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng.



- A. -9. B. -10. C. -6. D. -5.
- Lời giải**

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $f(x) = x^3 - 3x + 1$; $f'(x) = 3x^2 - 3$.

Đặt $u = \sin x$ ($-1 \leq u \leq 1$). Xét hàm số $u = \sin x$ ($-1 \leq u \leq 1$).

$$u' = \cos x; u' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \text{ do } x \in (0; \pi) \text{ (gt)} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

Bảng biến thiên :

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$u'(x)$	+	0	-
$u(x)$	0	1	0

Suy ra $x \in (0; \pi) \Rightarrow u \in (0; 1] \Rightarrow 0 < u \leq 1$.

Vậy dựa vào bảng biến thiên ta có với mỗi $u \in (0; 1) \Rightarrow \text{pt} : \sin x = u$ có 2 nghiệm $x \in (0; \pi)$

Và $u = 1 \Rightarrow \sin x = u = 1$ có một nghiệm kép $x = \frac{\pi}{2}$.

Khi đó phương trình $f(\sin x) = 3\sin x + m \Leftrightarrow f(u) = 3u + m \Leftrightarrow f(u) - 3u = m$

Xét hàm số : $g(x) = f(x) - 3x$

$g'(x) = f'(x) - 3; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 3 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

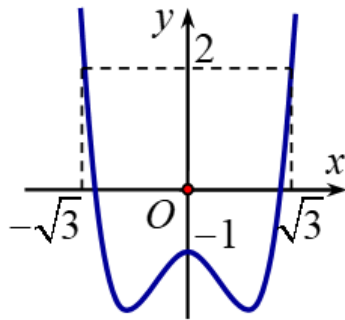
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	1	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$	$-\infty$	$1 + 4\sqrt{2}$	1	-4	$1 - 4\sqrt{2}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có với $x \in (0; 1]$ thì phương trình $f(x) - 3x = m$ có nghiệm khi :

$$g(1) \leq m < g(0) \Leftrightarrow -4 \leq m < 1 \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\} \text{ tổng các giá trị của } m : 10.$$

Bài toán 2. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $g(x) = 3f(x) - x^3 + 3x - m$, với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $g(x) \geq 0$ đúng với $\forall x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ là

- A. $m \leq 3f(\sqrt{3})$. B. $m \leq 3f(0)$. C. $m \geq 3f(1)$. D. $m \geq 3f(-\sqrt{3})$.

Lời giải

$$g(x) \geq 0 \Leftrightarrow 3f(x) - x^3 + 3x - m \geq 0 \Leftrightarrow 3f(x) - x^3 + 3x \geq m.$$

Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Ta có $h'(x) = 3f'(x) - 3x^2 + 3$. Suy ra

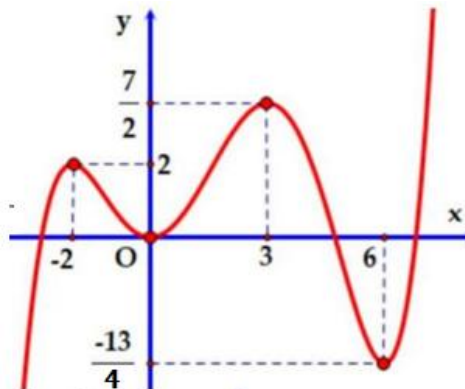
$$\begin{cases} h'(-\sqrt{3}) = 3f'(-\sqrt{3}) - 6 = 0 \\ h'(\sqrt{3}) = 3f'(\sqrt{3}) - 6 = 0 \\ h'(0) = 3f'(0) = 0 \\ h'(1) = 3f'(1) < 0 \end{cases}$$

Từ đó ta có bảng biến thiên

x	$-\sqrt{3}$	0	1	$\sqrt{3}$
h'	-	0	-	
h	$h(-\sqrt{3})$	$h(0)$		$h(\sqrt{3})$

Vậy $g(x) \leq m \Leftrightarrow g(x) \leq h(\sqrt{3}) = 3f(\sqrt{3})$.

Bài toán 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = 2x^3 - 6x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

$$g(x) = 6x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên như sau

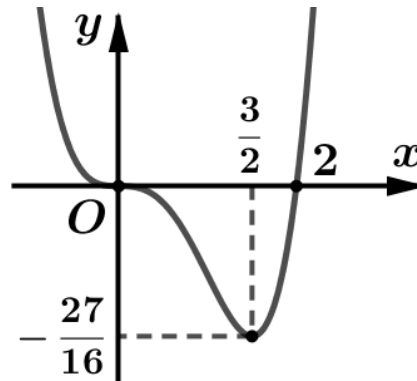
x	-1	1	2		
$g'(x)$	0	-	0	+	
$g(x)$	6		-2		6

Đặt $t = 2x^3 - 6x + 2$, với $x \in [-1; 2]$ thì $t \in [-2; 6]$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có nhận xét với mỗi giá trị $t_0 \in (-2; 6]$ thì phương trình $t_0 = 2x^3 - 6x + 2$ có hai nghiệm phân biệt $x \in [-1; 2]$ và tại $t_0 = -2$ thì phương trình $t_0 = 2x^3 - 6x + 2$ có một nghiệm duy nhất.

Với nhận xét trên và đồ thị hàm số trên đoạn $[-2; 6]$ thì phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có 3 nghiệm phân biệt trên nửa khoảng $(-2; 6]$.

Bài toán 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2|\sin x|) = f\left(\frac{m}{2}\right)$ có đúng 12 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = g(x) = 2|\sin x|$ trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$g(x)$	0	2	0	2	0	2	0

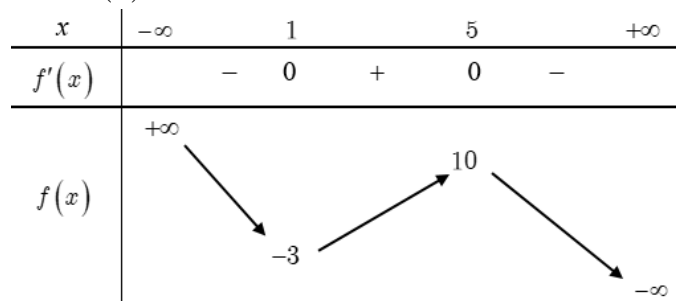
Phương trình $f(2|\sin x|) = f\left(\frac{m}{2}\right)$ có đúng 12 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = f\left(\frac{m}{2}\right)$ có 2 nghiệm phân biệt $t \in (0; 2)$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra phương trình $f(t) = f\left(\frac{m}{2}\right)$ có 2 nghiệm phân biệt $t \in (0; 2)$ khi và chỉ

$$\text{khi } -\frac{27}{16} < f\left(\frac{m}{2}\right) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \frac{m}{2} < 2 \\ \frac{m}{2} \neq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 4 \\ m \neq 3 \end{cases}.$$

Do m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Bài toán 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x^2+1)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. 12.

B. 198.

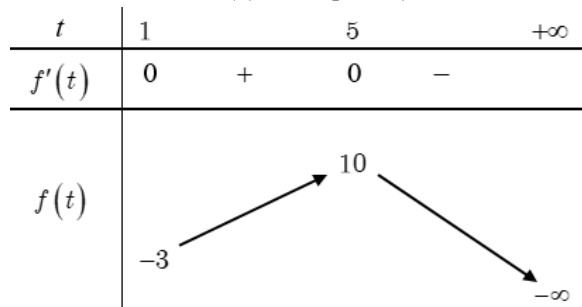
C. 6.

D. 190.

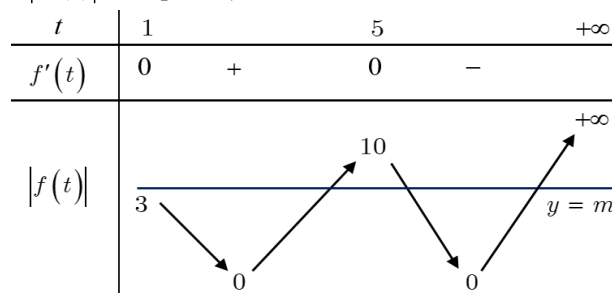
Lời giải

Đặt $t = x^2 + 1$, điều kiện $t \geq 1$, từ đó phương trình trở thành $|f(t)| = m, t \geq 1$.

Do $t \geq 1$ nên ta xét bảng biến thiên của hàm $y = f(t)$ trên $[1; +\infty)$ như sau:



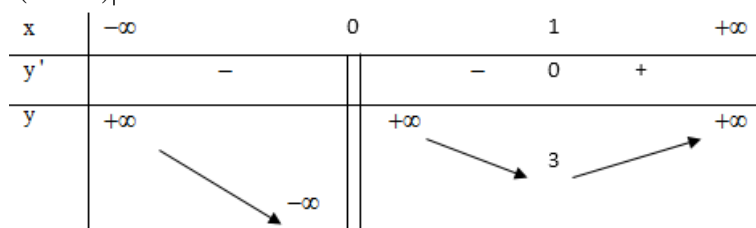
Bảng biến thiên của hàm số $y = |f(t)|$ trên $[1; +\infty)$ là



Cứ mỗi nghiệm $t > 1$ cho được hai nghiệm x , do vậy để phương trình $|f(x^2+1)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt thì phương trình $|f(t)| = m$ cần có 3 nghiệm $t > 1$. Dựa bảng biến thiên của hàm $y = |f(t)|$ ở trên ta có điều kiện $3 < m < 10$, mặt khác m nguyên nên $m \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên m thỏa mãn bài toán.

Bài toán 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số giá trị nguyên của m để phương trình $|f(2x-3)| - m = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt là



A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Đặt $2x-3=t$ phương trình đã cho trở thành $|f(t)-m|=0 \Leftrightarrow |f(t)|=m$. (*)

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(t)|$ và đường thẳng $y=m$ song song hoặc trùng với trục hoành.

Từ bảng biến thiên đã cho ta vẽ được bảng biến thiên của hàm số $y=|f(t)|$.

t	$-\infty$	t_n	0	1	$+\infty$
$f(t)$	$+\infty$	0	$-\infty$	3	$+\infty$
$ f(t) $	$+\infty$	0	$+\infty$	3	$+\infty$

Do hàm số $t=2x-3$ đồng biến trên \mathbb{R} nên số nghiệm t của phương trình (*) bằng số nghiệm x của phương trình đã cho.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình (*) có 2 nghiệm $\Leftrightarrow 0 < m < 3$.

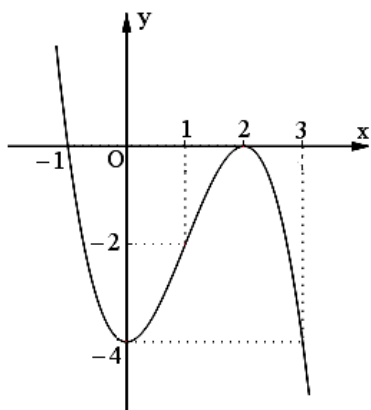
Với $m \in \mathbb{Z}$ suy ra $m \in \{1; 2\}$.

Bài toán 7. Cho hàm số $y=f(x)=-x^3+3x^2-4$ có bảng biến thiên dưới đây. Biết rằng với $m > \alpha$ thì bất phương trình $(4-x^2)(3-\sqrt{4-x^2}) < m+6$ luôn đúng với mọi m . Hãy cho biết kết luận nào sau đây đúng?

- A. α là số nguyên âm.
- C. α là số hữu tỉ dương.

- B. α là số nguyên dương.
- D. α là số vô tỉ.

Lời giải.



Đặt $t = \sqrt{4-x^2}; 0 \leq t \leq 2$

Khi đó bất phương trình trên trở thành $-t^3+3t^2-4 < m+2$ (*)

Để $(4-x^2)(3-\sqrt{4-x^2}) < m+6$ luôn đúng với mọi m thì (*) luôn đúng với mọi $t \in [0; 2]$

Tức là $f(t) < m+2$ luôn đúng với mọi $t \in [0; 2]$

$$\Leftrightarrow m+2 > \max_{t \in [0; 2]} f(t) \Leftrightarrow m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$$

Bài toán 8. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để bất phương trình $(\sqrt{x+1}+\sqrt{2-x})^3 - 6\sqrt{2+x-x^2} - 9 \leq m$ có nghiệm.

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			0		-4	

A. 12

B. 13.

C. 14.

D. 15.

Lời giải

* ĐKXD: $-1 \leq x \leq 2$

* Đặt $t = \sqrt{x+1} + \sqrt{2-x}$. Với $-1 \leq x \leq 2$ thì $\sqrt{3} \leq t \leq \sqrt{6}$

* Ta có $t^2 = 3 + 2\sqrt{2+x-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{2+x-x^2} = t^2 - 3$

* Bất phương trình đã cho trở thành $m \geq t^3 - 3t^2 = f(t)$, $t \in [\sqrt{3}; \sqrt{6}]$.

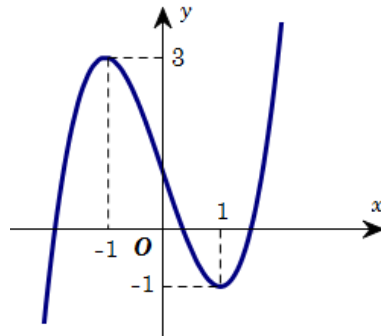
* Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ trên đoạn $[\sqrt{3}; \sqrt{6}]$ là

x	$-\infty$	0	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{6}$	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			0		-4	

* Yêu cầu bài toán $m \geq \min_{[\sqrt{3}; \sqrt{6}]} f(t) = -4$

* $m \geq -4$ kết hợp $m \in [-10; 10]$ và m nguyên nên có 15 giá trị của m .

Bài toán 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị hàm số như hình bên. Sử dụng đồ thị hàm số đã cho, tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $8|x|^3 - 6|x|(x^2 + 1)^2 = (m-1)(x^2 + 1)^3$ có nghiệm.



A. 2

B. 0

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Phương trình $8\left|\frac{x}{x^2+1}\right|^3 - 6\left|\frac{x}{x^2+1}\right| = m-1 \Leftrightarrow \left|\frac{2x}{x^2+1}\right|^3 - 3\left|\frac{2x}{x^2+1}\right| + 1 = m$.

Đặt $t = \left|\frac{2x}{x^2+1}\right| \geq 0$. Ta có $x^2 + 1 \geq 2x$ suy ra $0 \leq \left|\frac{2x}{x^2+1}\right| \leq 1$ Do đó $0 \leq t \leq 1$.

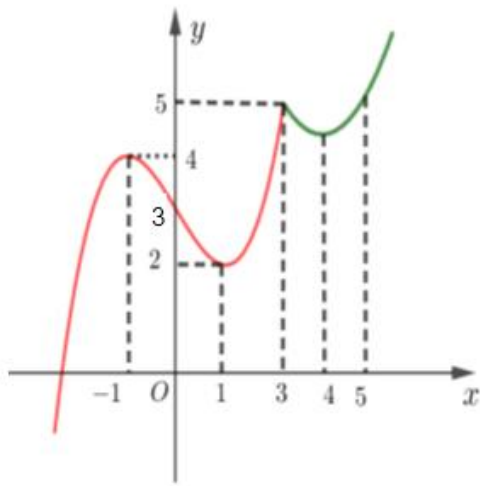
Phương trình trở thành $t^3 - 3t + 1 = m$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ (chỉ xét với $x \in [0; 1]$) và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy để phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$ khi và chỉ khi $-1 \leq m \leq 1$.

Như vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán đã cho.

Bài toán 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tìm m để phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$?

A. $2 < m < 3$ hoặc $f(4) < m < 5$.

B. $2 < m \leq 3$ hoặc $f(4) < m < 5$.

C. $2 \leq m < 3$ hoặc $f(4) < m < 5$.

D. $2 < m < 3$ hoặc $f(4) < m \leq 5$.

Lời giải

Đặt $t = |x^2 - 2x|$, với $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

Ta thấy hàm số $u(x) = x^2 - 2x$ liên tục trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$ và $u' = 2x - 2$; $u'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{3}{2}$	0	1	2	$\frac{7}{2}$
$u'(x)$		-	0	+	
$u(x)$	$\frac{21}{4}$		-1		$\frac{21}{4}$
$t = u(x) $	$\frac{21}{4}$	0	1	0	$\frac{21}{4}$

Nhận xét rằng với $t = 0$ hoặc $1 < t \leq \frac{21}{4}$ thì phương trình $t = |x^2 - 2x|$ có 2 nghiệm phân biệt; với $t = 1$ thì phương trình $t = |x^2 - 2x|$ có 3 nghiệm phân biệt; với mỗi $t \in (0; 1)$ thì phương trình $t = |x^2 - 2x|$ có 4 nghiệm phân biệt.

Với $t = |x^2 - 2x|$ phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ thành $f(t) = m, \left(t \in \left[0; \frac{21}{4}\right]\right)$

Dựa vào đồ thị f ta biện luận số nghiệm của phương trình $f(t) = m, \left(t \in \left[0; \frac{21}{4}\right]\right)$ trong các trường hợp sau

TH1: $m = 2$

$f(t) = 2 \Leftrightarrow t = 1$. Khi đó phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

TH2: $2 < m < 3$

$f(t) = m \Leftrightarrow \begin{cases} t = a \in (0;1) \\ t = b \in (1;3) \end{cases}$. Khi đó phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

TH3: $m = 3$

$f(t) = m \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = b \in (1;3) \end{cases}$. Khi đó phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

TH4: $3 < m < f(4)$

$f(t) = m \Leftrightarrow t = a \in (1;4)$. Khi đó phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có 2 nghiệm phân biệt.

TH5: $m = f(4)$

$f(t) = m \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = b \in (1;4) \end{cases}$. Khi đó phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

TH6: $f(4) < m < 5$

$f(t) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $(1;5)$. Khi đó phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

TH7: $m = 5$

$f(t) = m$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc $(1;5)$. Khi đó phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

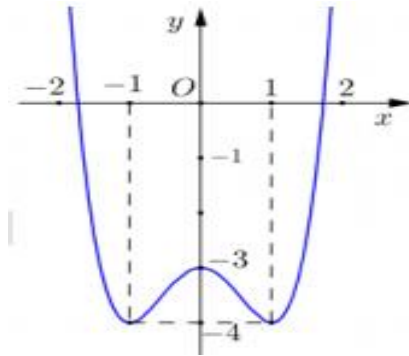
TH8: $5 < m < f\left(\frac{21}{4}\right)$

$f(t) = m$ có 1 nghiệm thuộc $\left(1; \frac{21}{4}\right)$. Khi đó phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(|x^2 - 2x|) = m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$ khi và chỉ khi

$2 < m < 3$ hoặc $f(4) < m < 5$.

Bài toán 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình sau.



Tìm m để phương trình $f(e^{x^2}) = m^2 + 5m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m = -4$.

B. $m > -3$.

C. $m > -4$.

D. $\begin{cases} m < -4 \\ m > -1 \end{cases}$.

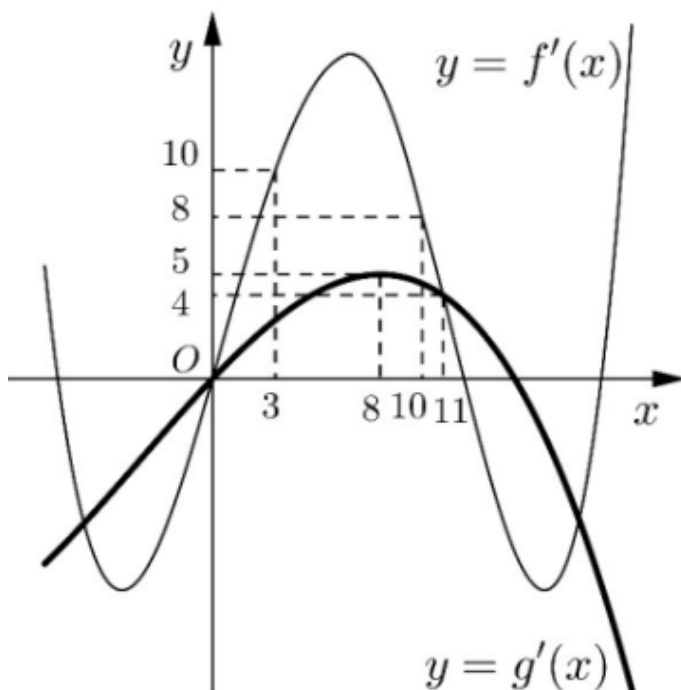
Lời giải

Đặt $t = e^{x^2} \geq e^0 = 1$. Khi đó ứng với mỗi nghiệm $t > 1$, ta được hai nghiệm x .

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta thấy phương trình $f(t) = m^2 + 5m$ có đúng một nghiệm $t > 1$ khi và chỉ khi

$$m^2 + 5m > -4 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > -1 \end{cases}$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO TOÁN HỌC PHỔ THÔNG



ÔN KIẾN THỨC TOÁN 12 THPT BÀI GIẢNG ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ (KẾT HỢP 3 BỘ SÁCH GIÁO KHOA)

THÂN TẶNG TOÀN THỂ QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TRÊN TOÀN QUỐC

CREATED BY GIANG SON (FACEBOOK)
ĐÁP ÁN CHI TIẾT PDF BẠN ĐỌC VUI LÒNG LIÊN HỆ TÁC GIẢ
GACMA1431988@GMAIL.COM (GMAIL); TEL 0398021920

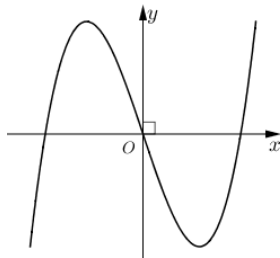
THÀNH PHỐ THÁI BÌNH – THÁNG 7/2024

LUYỆN KỸ NĂNG TOÁN 12 THPT
ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ

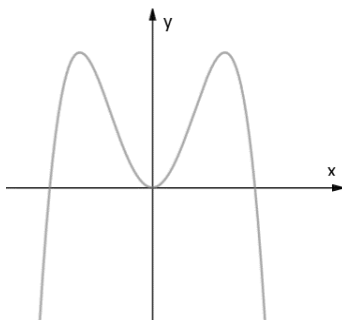
DUNG LƯỢNG	NỘI DUNG
3 FILE 4 trang	CƠ BẢN ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN
3 FILE 4 trang	VẬN DỤNG ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN
3 FILE 4 trang	VẬN DỤNG CAO ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN- PHẦN 1

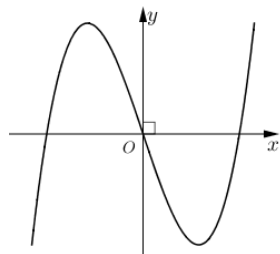
Câu 1. Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có dạng như hình vẽ. Hệ số a không thể bằng



- A. 3 B. 2 C. 1 D. -4
- Câu 2.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?
- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.



Câu 3. Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có dạng như hình vẽ. Giá trị $f(0)$ bằng



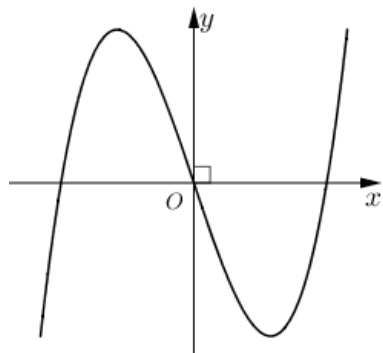
- A. 1 B. 0 C. 2 D. 4

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



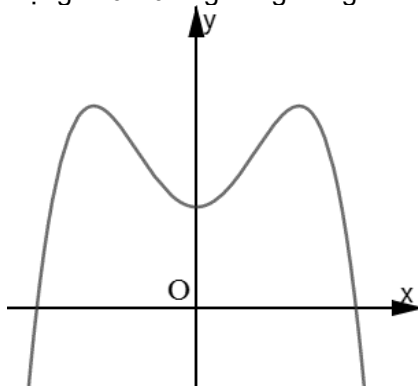
- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2}{2x-1}$ D. $y = \frac{x^2}{3x-1}$

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



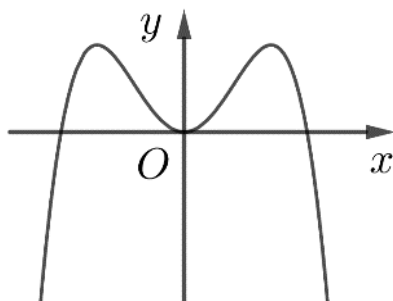
- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

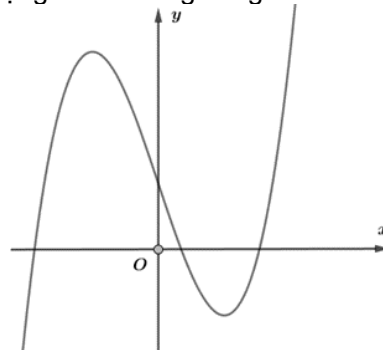
- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



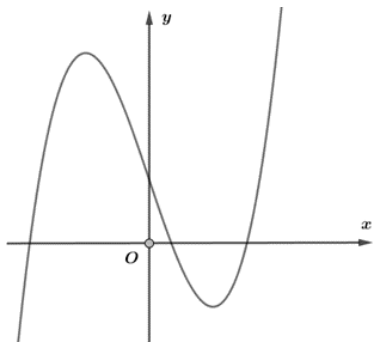
- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số dưới đây có dạng như đường cong bên?



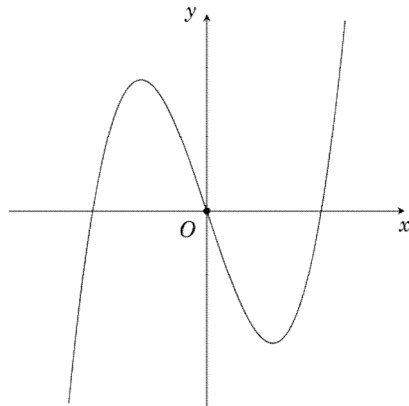
- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có dạng như hình vẽ. Giá trị d không thể bằng



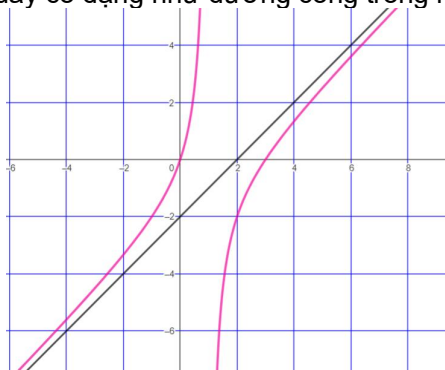
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 0

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



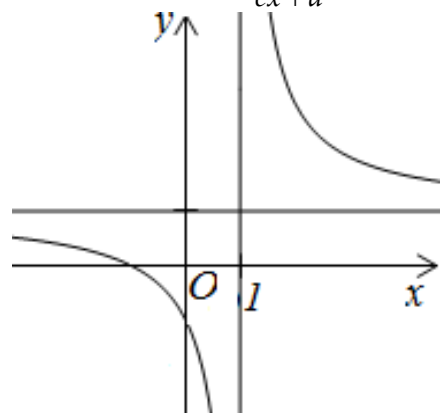
- A. $y = x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2-3x}{x-1}$ D. $y = \frac{x^2}{3x-1}$

Câu 13. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Tính giá trị biểu thức $\frac{d+2c}{c}$.

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



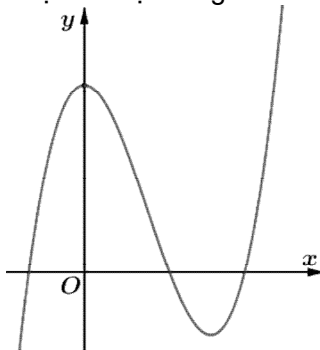
- A. $y = -x^3 + x^2 - 1$ B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ C. $y = x^3 - x^2 - 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$

Câu 15. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗ 2		↘ -2		↗ $+\infty$	

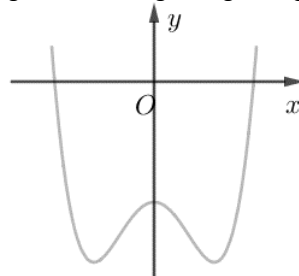
- A. $y = x^4 - 2x^2$ B. $y = -x^3 + 3x$ C. $y = -x^4 + 2x^2$ D. $y = x^3 - 3x$

Câu 16. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



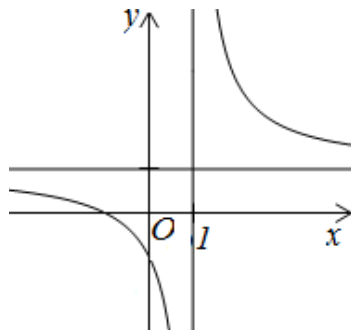
- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 17. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



- A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$ B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$ C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Câu 18. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ B. $y' > 0, \forall x \neq 1$ C. $y' < 0, \forall x \neq 1$ D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN_P2

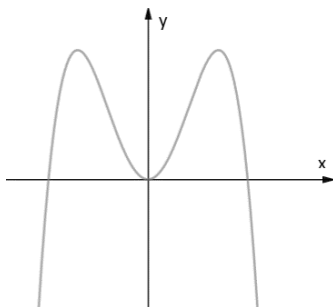
Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?

A. $y = -x^4 + 2x^2$.

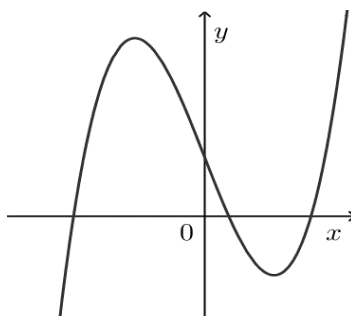
B. $y = x^4 - 2x^2$.

C. $y = x^3 - 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.



Câu 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



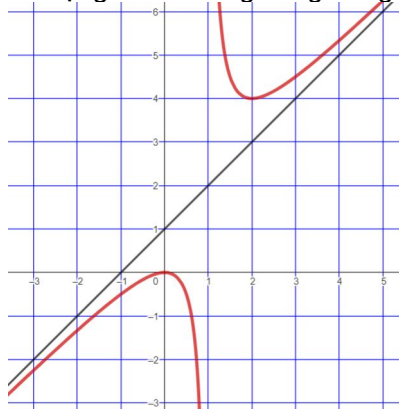
A. $y = x^3 - 3x + 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^4 - x^2 + 1$

D. $y = -x^2 + x - 1$

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



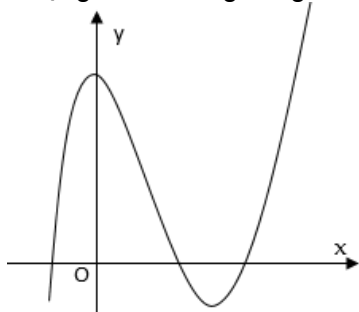
A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x^2}{x-1}$

D. $y = \frac{x^2+3}{x-1}$

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



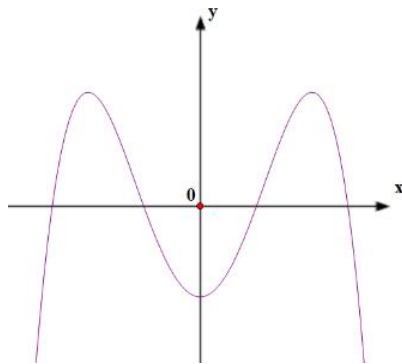
A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

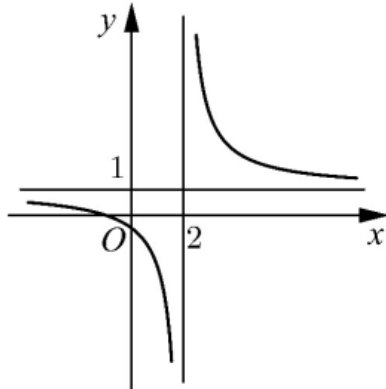
D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



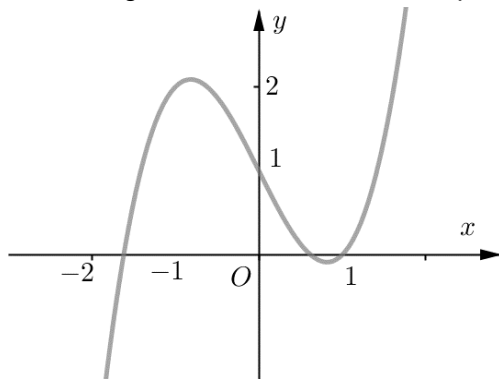
- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$ B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ C. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$ D. $y = x^4 - 3x^2 - 1$

Câu 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



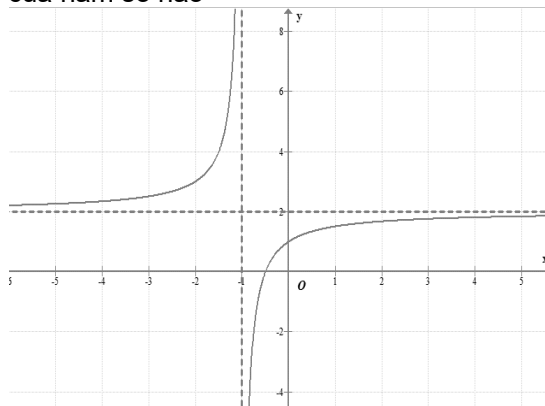
- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$ B. $y' < 0, \forall x \neq 1$ C. $y' < 0, \forall x \neq 2$ D. $y' > 0, \forall x \neq 2$

Câu 7. Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



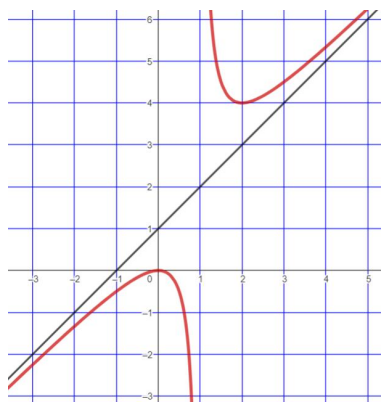
- A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

Câu 7. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$.

Câu 8. Đồ thị hàm số sau có đường tiệm cận xiên là



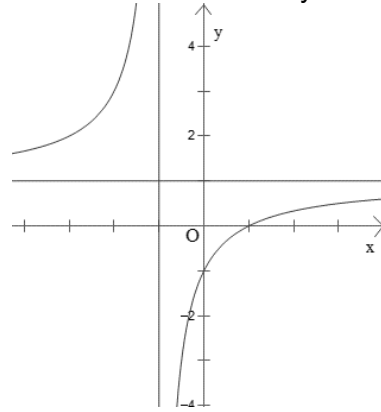
A. $y = x$

B. $y = x + 1$

C. $y = 2x + 1$

D. $y = x - 2$

Câu 9. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



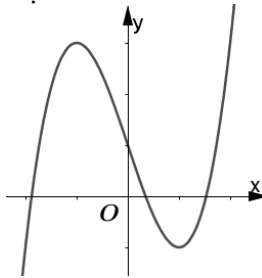
A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$

C. $y = x^4 - 3x^2$

D. $y = x^3 - 3x^2$

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



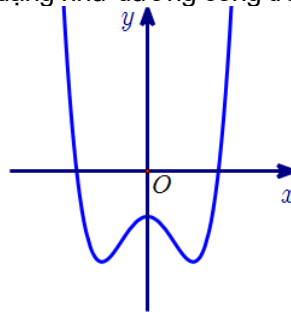
A. $y = -x^3 + 3x + 1$

B. $y = x^4 - x^2 + 1$

C. $y = -x^2 + x - 1$

D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



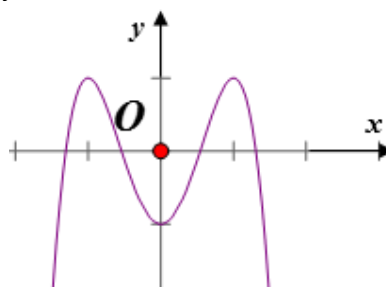
A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$

C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



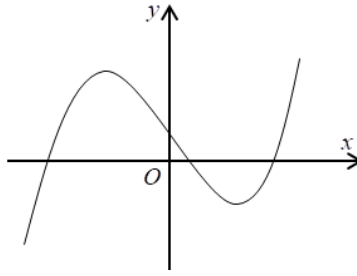
A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x - 1$.

C. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 13. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



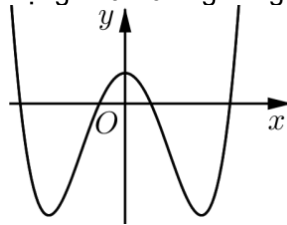
A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



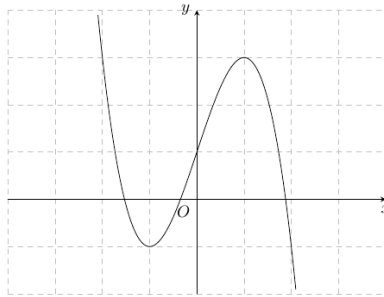
A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 15. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



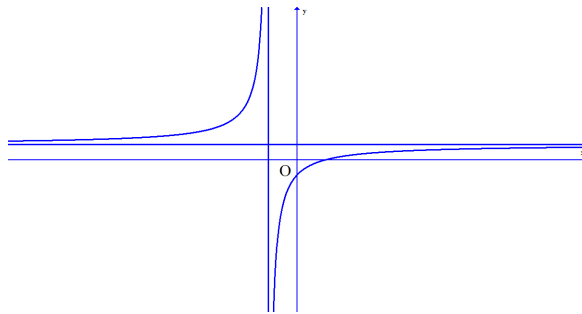
A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^4 + 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 16. Hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



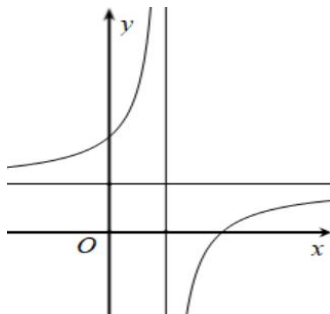
A. $y' < 0, \forall x \neq -1$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 17. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

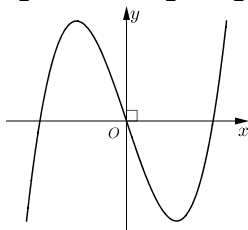
B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

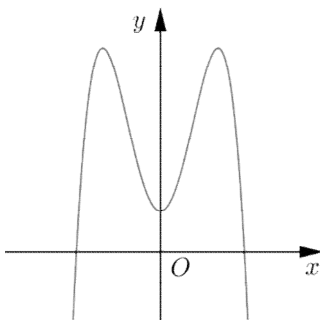
KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN_P3

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



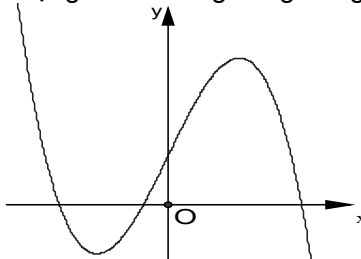
- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 2. Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.



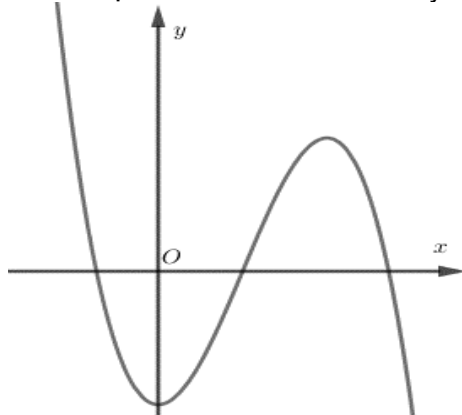
- A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ B. $y = -2x^3 + 3x + 1$ C. $y = 2x^3 - 3x + 1$ D. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



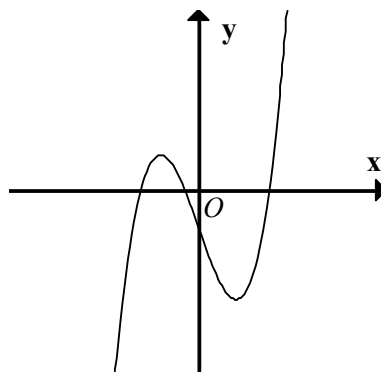
- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^4 - x^2 - 2$ B. $y = -x^4 + x^2 - 2$ C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



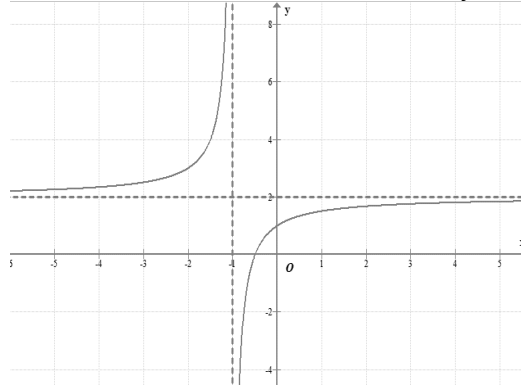
A. $y = x^3 - 3x - 1$

B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$

C. $y = -x^3 - 3x - 1$

D. $y = -x^4 + x^2 - 1$

Câu 6. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



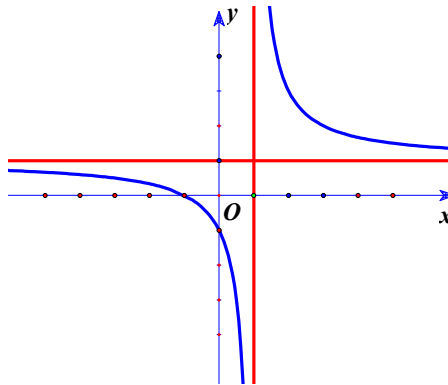
A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$

D. $y = \frac{2x+5}{x+1}$

Câu 7. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



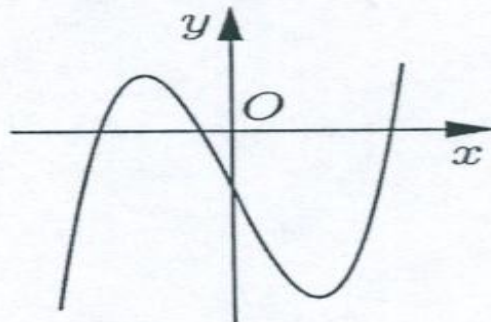
A. $y' < 0, \forall x \in R.$

B. $y' < 0, \forall x \neq 1.$

C. $y' > 0, \forall x \in R.$

D. $y' > 0, \forall x \neq 1.$

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong hình bên?



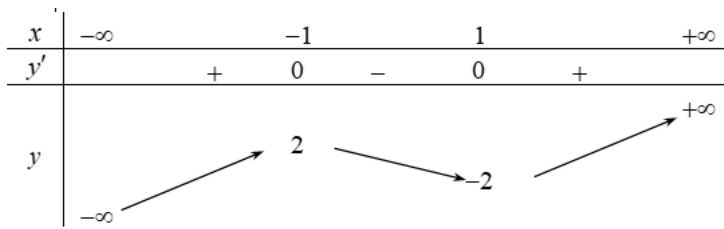
A. $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}.$

C. $y = x^3 - 3x - 1.$

D. $y = x^2 + x - 1.$

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



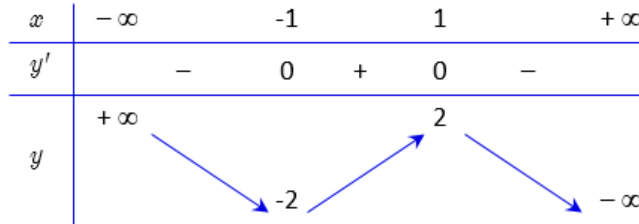
A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau



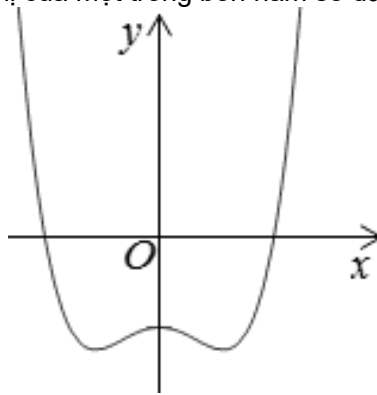
A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^2 - 2x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 11. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



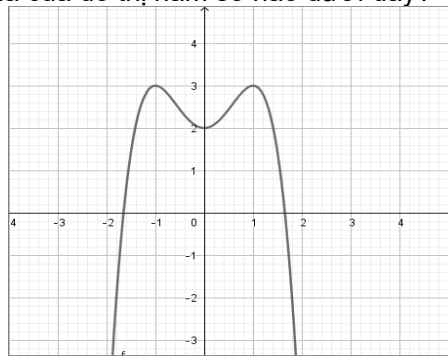
A. $y = x^4 - x^2 - 1$

B. $y = -x^4 + x^2 - 1$

C. $y = x^3 - x^2 - 1$

D. $y = -x^3 + x^2 - 1$

Câu 12. Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



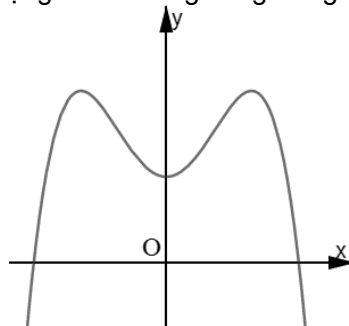
A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

D. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Câu 13. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



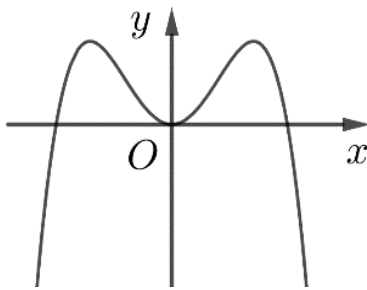
A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

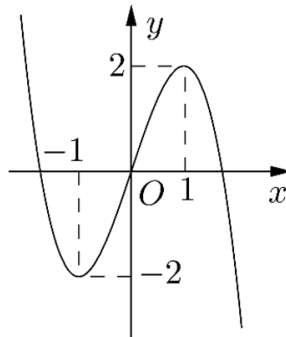
D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 14. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

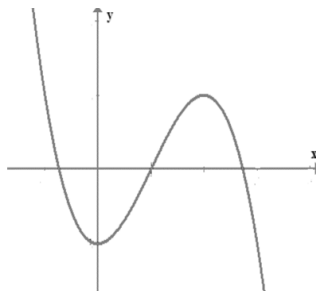
Câu 15. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



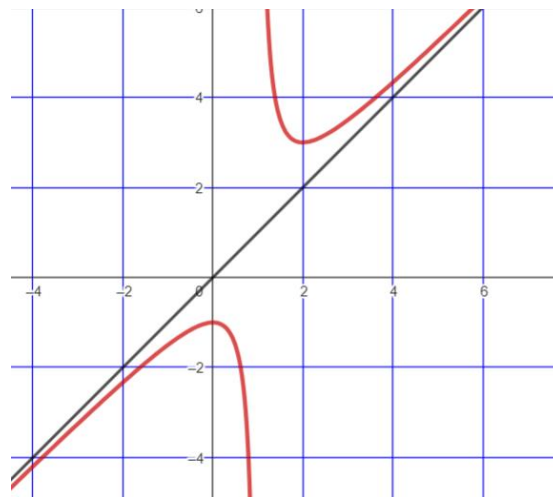
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 16. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 2$ B. $y = -x^3 + 2x^2 - 2$ C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$ D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$



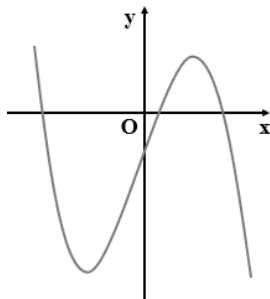
Câu 17. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$ D. $y = \frac{x^2-2x+1}{x-1}$

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG – PHẦN 1

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a > 0, d > 0$. B. $a < 0, d > 0$. C. $a > 0, d < 0$. D. $a < 0, d < 0$.

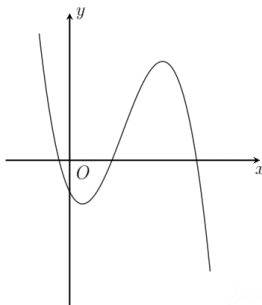
Câu 2. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0
y	$+\infty$	-3	4	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng

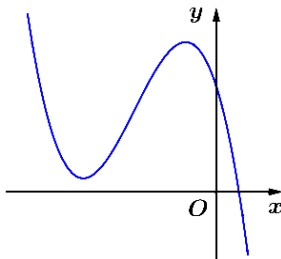
- A. $a > 0; b < 0$. B. $a > 0; b > 0$. C. $a < 0; b > 0$. D. $a < 0; b < 0$.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?



- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

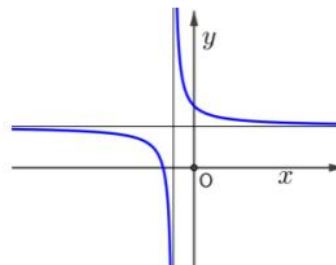


- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < b$ B. $a < b < 0$
 C. $b < 0 < a$ D. $0 < b < a$



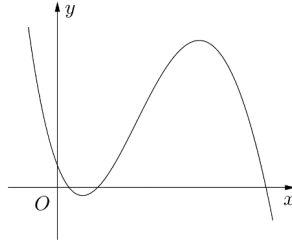
Câu 6. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			1		-1		$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

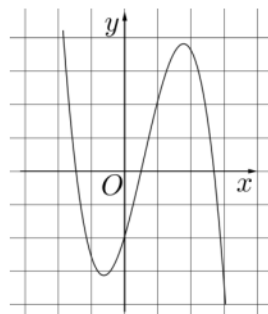
Câu 8. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		1		$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

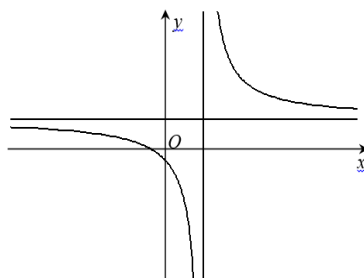
- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
 C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$ D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

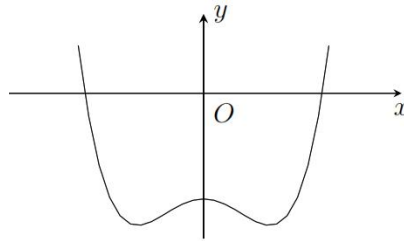
Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

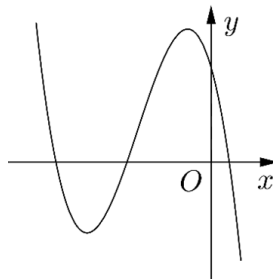
- A. $ac > 0; bd > 0$ B. $ab < 0; cd < 0$ C. $bc > 0; ad < 0$ D. $ad > 0; bd < 0$

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



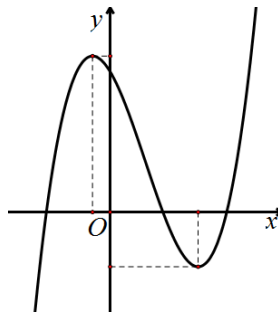
- A. $a > 0, b < 0, c > 0$ B. $a > 0, b < 0, c < 0$ C. $a > 0, b > 0, c < 0$ D. $a < 0, b > 0, c < 0$

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



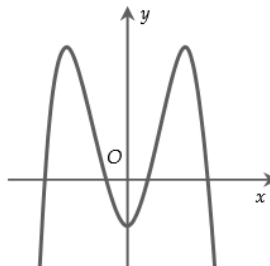
- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?



- A. $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$ B. $a > 0, c > 0 > b, d < 0$
 C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

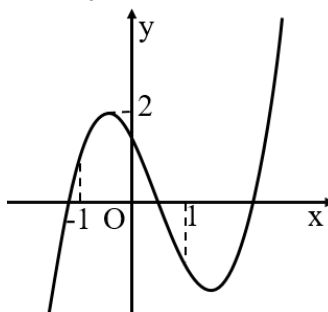
Câu 14. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0$.
 C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Câu 15. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0.$

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0.$

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

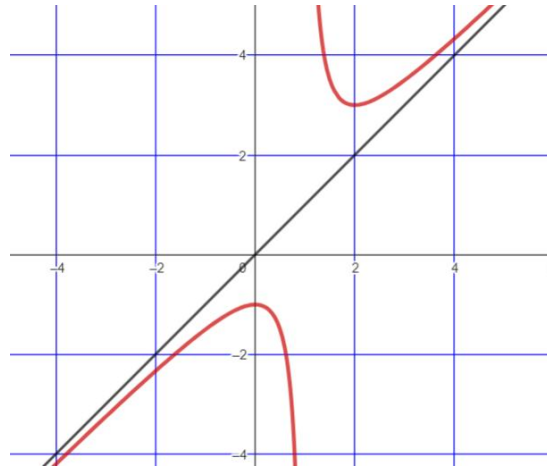
Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - ax + 1}{x - 1}$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của a bằng

A. 2

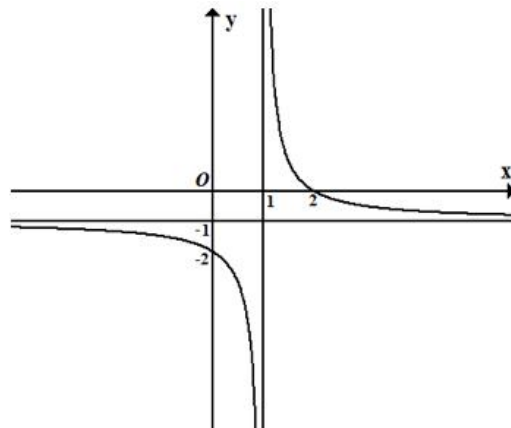
B. 3

C. 1

D. 0



Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



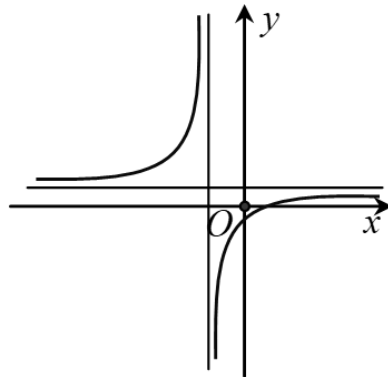
A. $T = -8.$

B. $T = 2.$

C. $T = 6.$

D. $T = 0.$

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

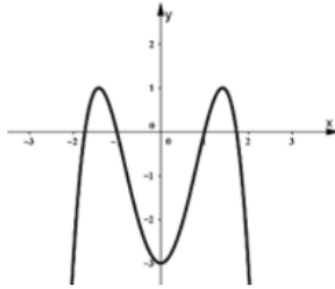
B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

**KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG_ PHẦN 2**

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



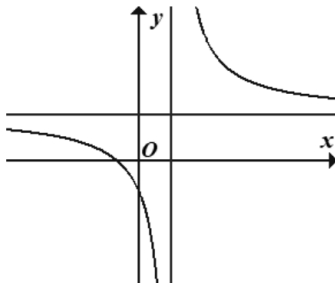
A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới, trong đó $d < 0$. Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?



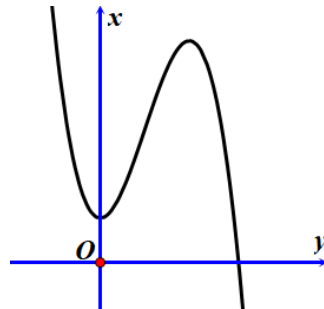
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



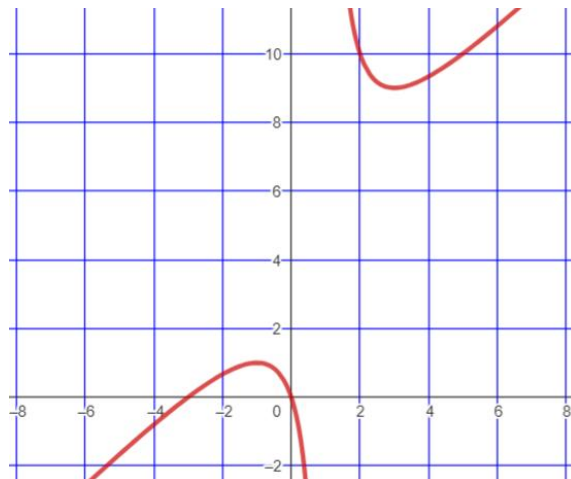
A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

Câu 4. Hàm số $y = \frac{x^2 + ax}{x - b}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính giá trị biểu thức $a + 5b$.



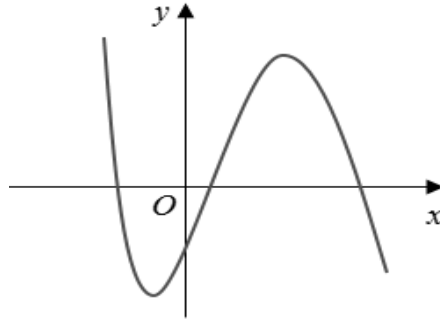
A.6

B. 8

C. 10

D. 12

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

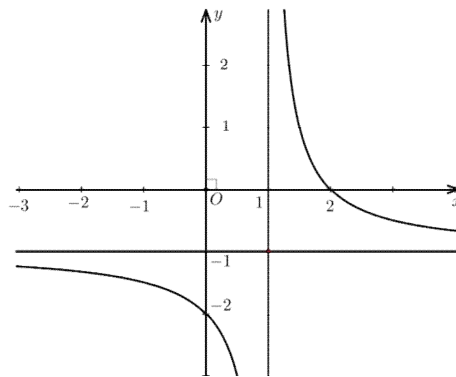
B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với a, b, c, d là số thực) có đồ thị như hình dưới đây. Tính giá trị biểu thức

$$T = \frac{a - 2b + 3d}{c}$$



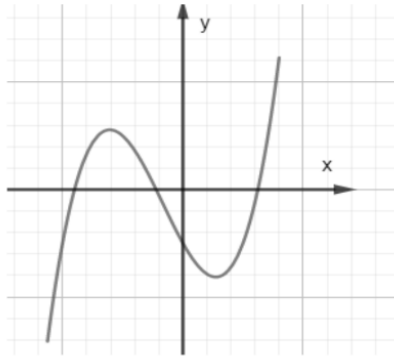
A. $T = 6$.

B. $T = 0$.

C. $T = -8$.

D. $T = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các số a, b, c và d có bao nhiêu số dương?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
y	-1		$+\infty$		-1

Hỏi trong ba số a, b, c có bao nhiêu số dương?

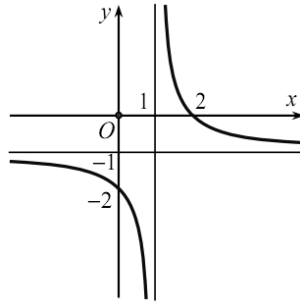
A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

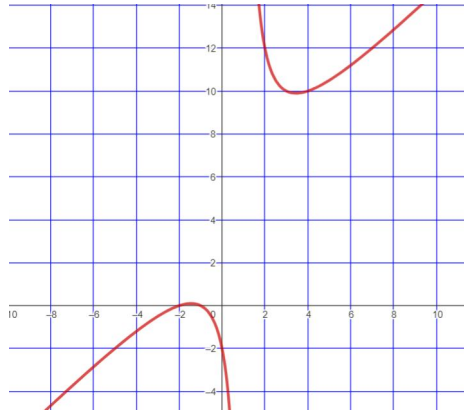
Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

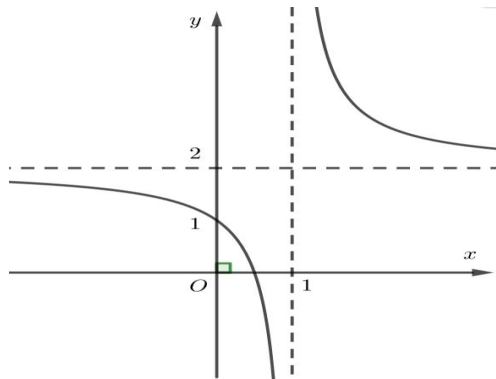
- A. $b < a < 0$. B. $a < b < 0$. C. $b > a$ và $a < 0$. D. $a < 0 < b$.

Câu 10. Hàm số $y = \frac{x^2 + ax + b}{x - c}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính giá trị biểu thức $2a + 3b + 4c$.



- A. 20 B. 16 C. 9 D. 12

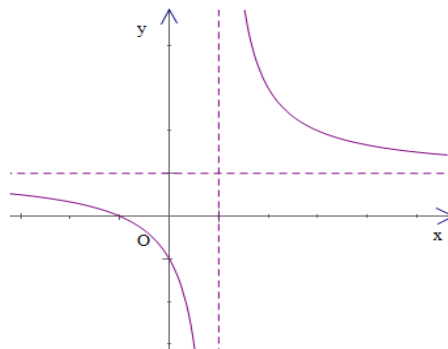
Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+2}{bx+c}$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $b < a < 0 < c$. B. $b < 0 < a < c$. C. $a < b < 0 < c$. D. $b < 0 < c < a$.

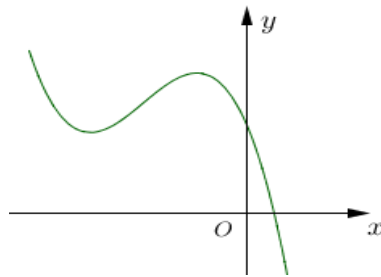
Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a < 0; b > 0; c < 0$. B. $a < 0; b < 0; c > 0$. C. $a > 0; b < 0; c < 0$. D. $a > 0; b > 0; c < 0$.

Câu 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

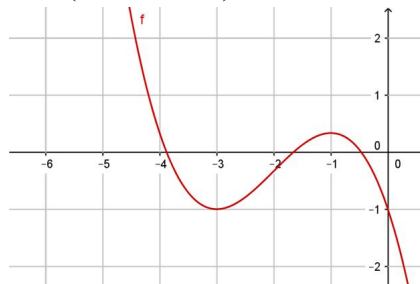
Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A. $b^3 - 8 \leq 0$. B. $-b^2 + 4 > 0$. C. $b^2 - 3b + 2 < 0$. D. $b^3 - 8 < 0$.

Câu 15. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

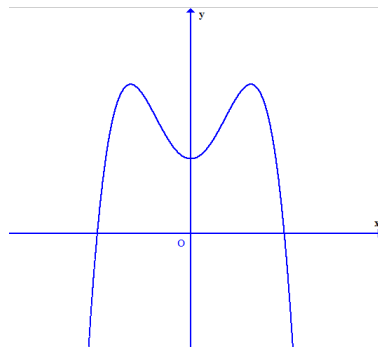
Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 17. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau:

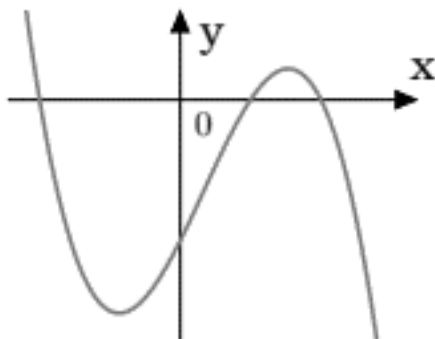


Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $a < 0; b < 0; c > 0$. B. $a > 0; b < 0; c > 0$. C. $a < 0; b > 0; c > 0$. D. $a > 0; b < 0; c < 0$.

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG_ PHẦN 3

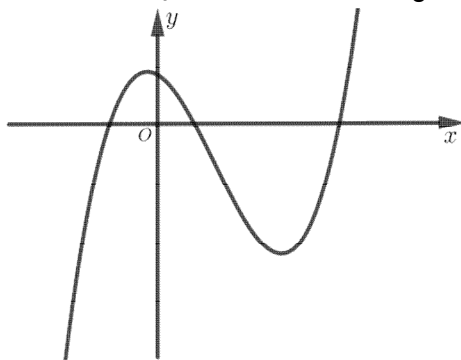
Câu 1. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng ?



- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$
 C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

- B. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$
 D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

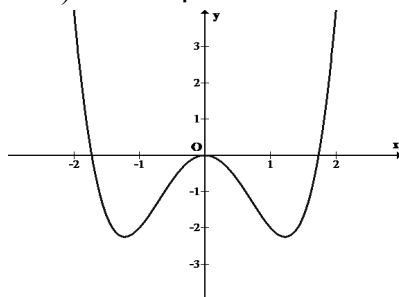
Câu 2. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?



- A. $ab < 0, bc > 0, cd < 0$
 C. $ab > 0, bc > 0, cd < 0$

- B. $ab < 0, bc < 0, cd > 0$
 D. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Hãy chọn mệnh đề đúng.



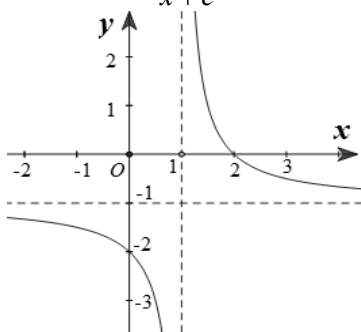
A. $a < 0, b < 0, c = 0$.

B. $a < 0, b > 0, c = 0$.

C. $a > 0, b < 0, c = 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 4. Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$).



Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

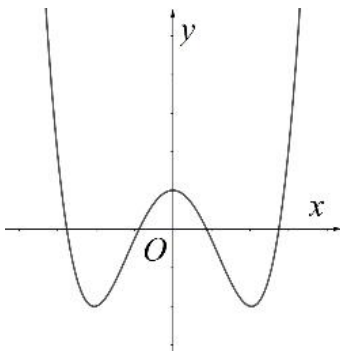
A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 5. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



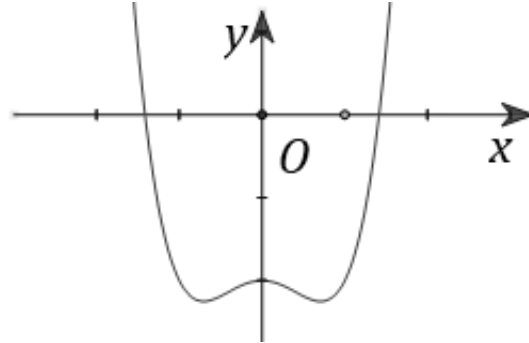
A. $a > 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng



A. $a + b > 0$.

B. $bc > 0$.

C. $ab > 0$.

D. $ac > 0$.

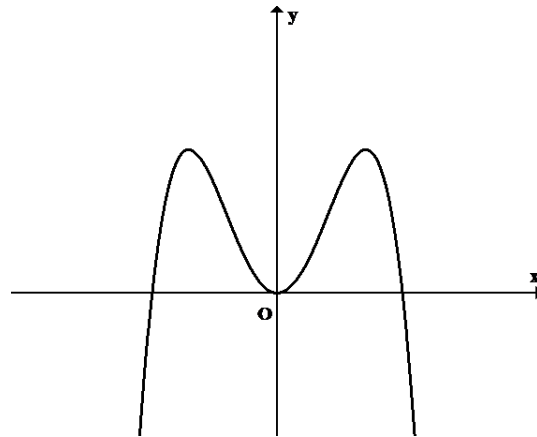
Câu 7. Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

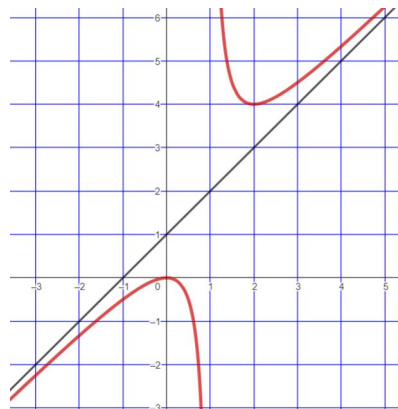
B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c = 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.



Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - a}{x - 1}$ dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên. Khi đó



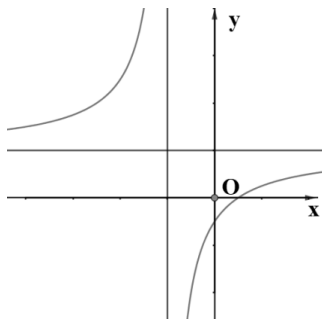
A. $a = 0$

B. $a = 1$

C. $a = 2$

D. $a = -1$

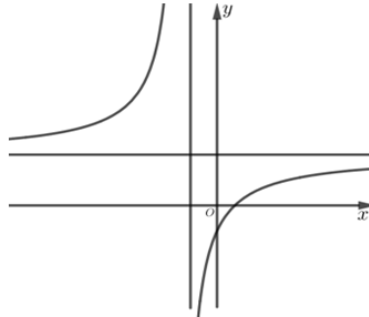
Câu 9. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

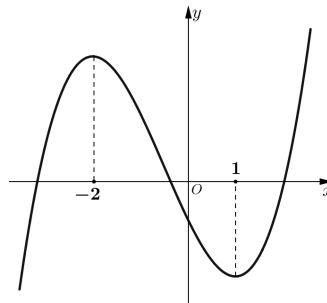
- A. $ad > 0$ và $bd > 0$. B. $ad > 0$ và $ab < 0$. C. $bd < 0$ và $ab > 0$. D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới. Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

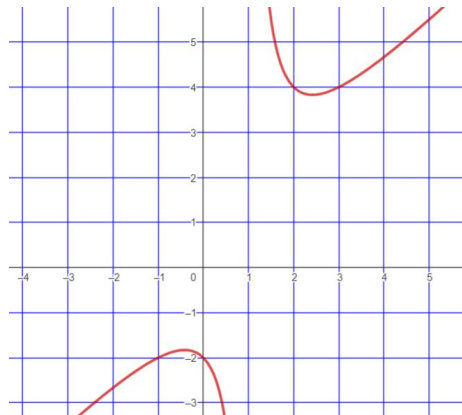
Câu 11. Cho đường cong (C): $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

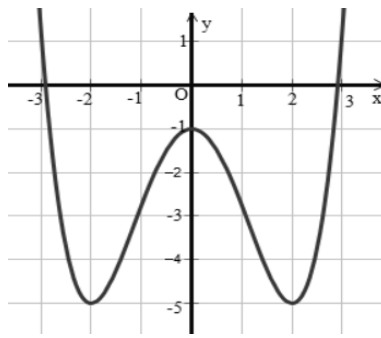
- A. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
 C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$. D. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Câu 12. Hàm số $y = \frac{x^2 + ax + b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị $2a + 3b$.



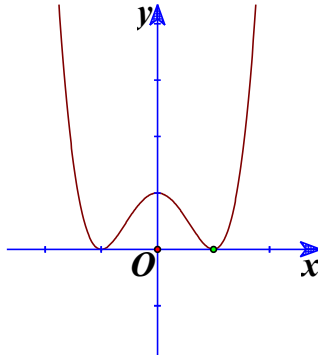
- A. 4 B. 5 C. 2 D. 1

Câu 13. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?



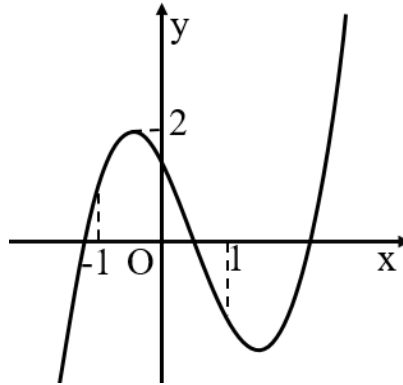
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0$. C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 14. Cho đồ thị của hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$. B. $a > 0; b > 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$.
 C. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac > 0$. D. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac < 0$.

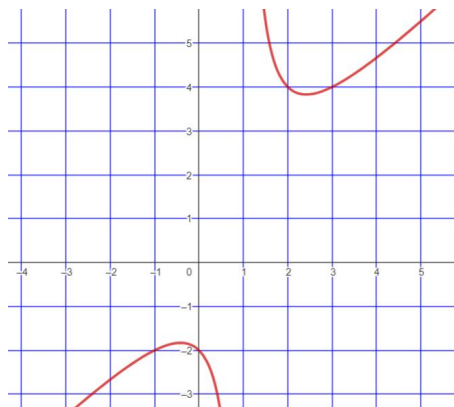
Câu 15. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
 C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

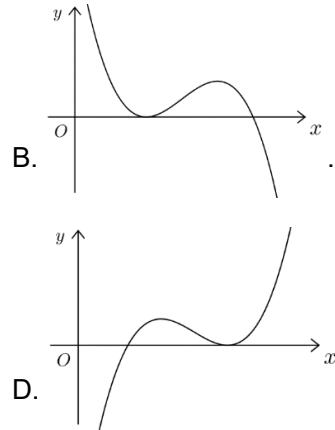
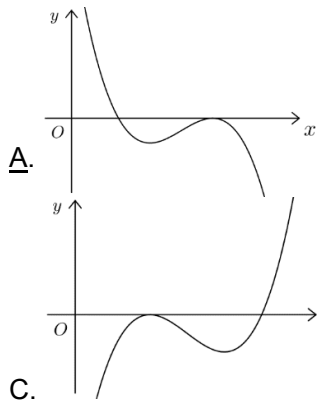
Câu 16. Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định góc tạo bởi đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x+1)$ và trục tung.



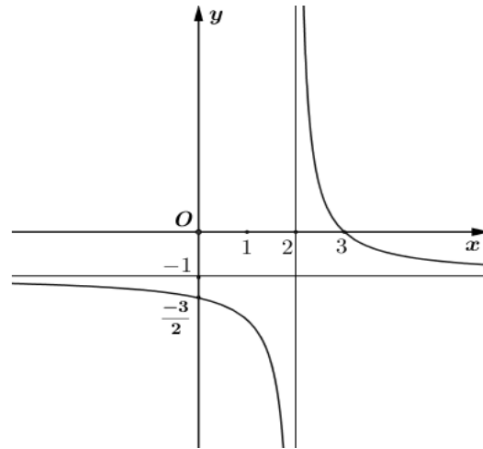
- A. 45° B. 60° C. 30° D. 20°

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO- PHẦN 1

Câu 1. Tìm đồ thị hàm số $y = f(x)$ được cho bởi một trong các phương án dưới đây, biết $f(x) = (a-x)(b-x)^2$ với $a < b$.



Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a-2c$.



- A.** $a-2c=3$. **B.** $a-2c=-3$. **C.** $a-2c=-1$. **D.** $a-2c=-2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $c \neq 0$). Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1; 7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2; 3)$. Giá trị biểu thức $\frac{2a+3b+4c+d}{7c}$ bằng

- A.** 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** -5.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1
	↗	↘	↗
		$-\infty$	

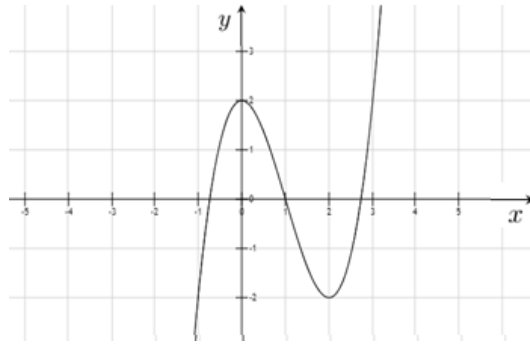
Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a+b < 0$; (3): $a+b+c = 0$; (4): $a > 0$. Số phát biểu đúng là?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5. Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

- A.** 25. **B.** -1. **C.** 7. **D.** 14.

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$?



- A. $S = -2$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = -1$.

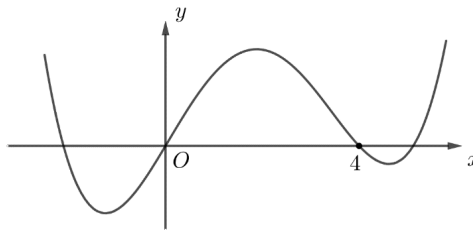
Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 8.

Câu 8. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

- A. 5. B. 3 C. 7. D. 11.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	5	$-\frac{3}{2}$	1	$+\infty$

Số nghiệm thuộc nửa khoảng $(-\infty; 2020]$ của phương trình $2f(f(2x-1)) + 3 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

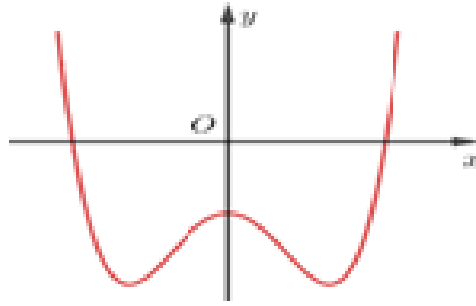
Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	-3	1	-1	$+\infty$	

Số nghiệm dương của phương trình $2f(f(x-1)) + 3 = 0$ là

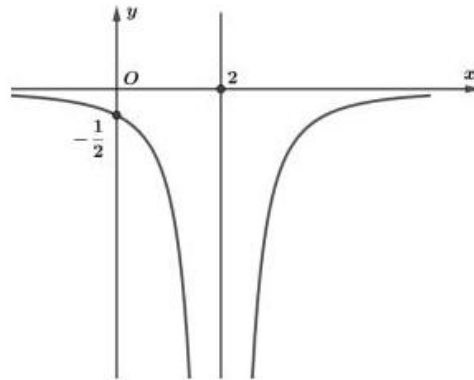
- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị cho bởi hình vẽ bên. Chọn khẳng định đúng:



- A. $b > a$. B. $ab + c > 0$. C. $a - c > 0$. D. $abc < 0$.

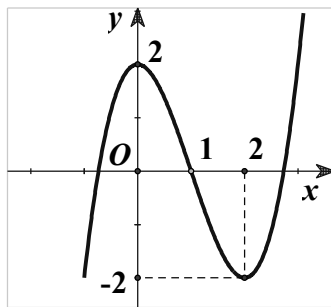
Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ sau:



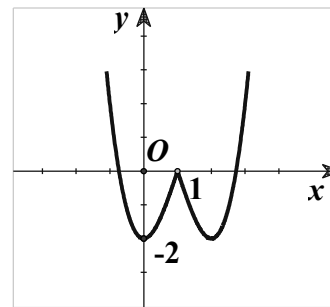
Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;2)$. Giá trị $f(3)$ bằng

- A. -2 . B. -1 . C. 3 . D. 5 .

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



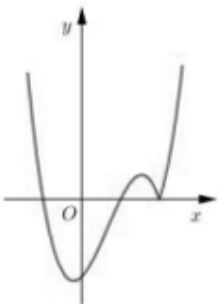
Hình 1



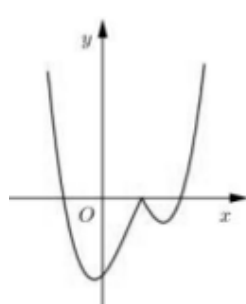
Hình 2

- A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$. B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$
 C. $y = |x-1|(x^2 - 2x - 2)$. D. $y = (x-1)|x^2 - 2x - 2|$.

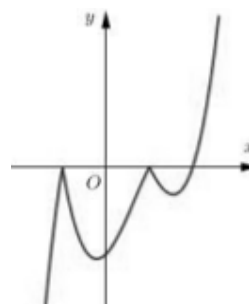
Câu 14. Một trong bốn hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x-2)|x^2 - 1|$. Hỏi đó là hình nào?



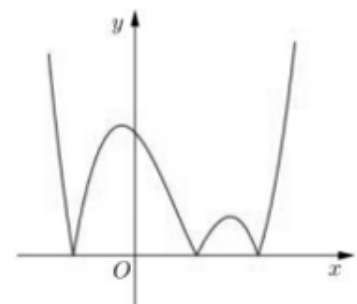
Hình 1



Hình 2



Hình 3

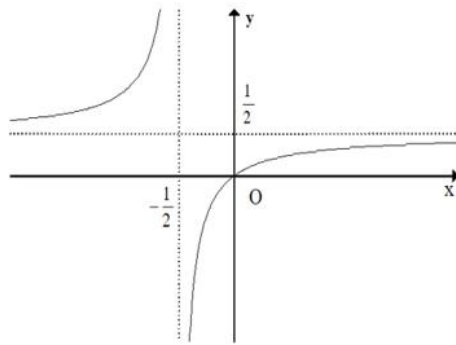


Hình 4

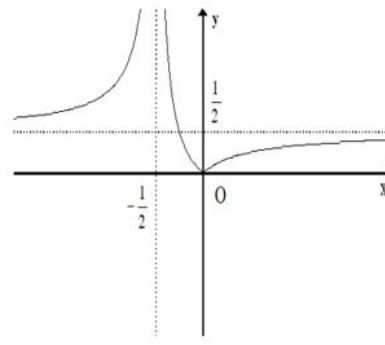
- A. Hình 2. B. Hình 4. C. Hình 3. D. Hình 1.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B,

C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

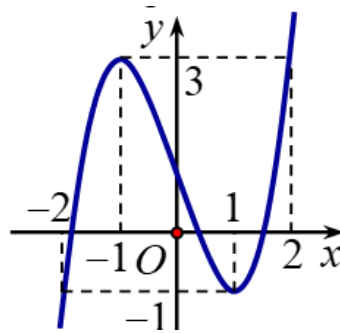
A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$.

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $|f(|x^2 - 2x|)| = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?



A. 9.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu của $y = f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$+$

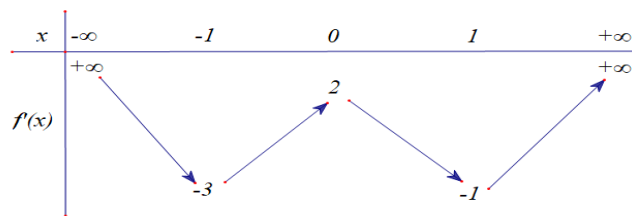
Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1.

B. 2

C. 3. D. 4.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ là

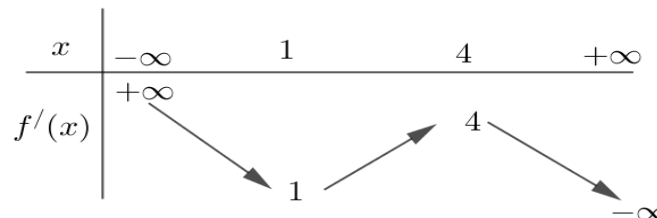
A. 9.

B. 5.

C. 7.

D. 3.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Bất phương trình $f(e^x) < e^{2x} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (\ln 2; \ln 4)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(2) - 4$.

B. $m \geq f(2) - 16$.

C. $m > f(2) - 4$.

D. $m > f(2) - 16$

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO – PHẦN 2

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

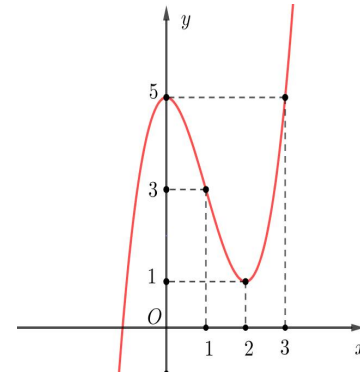
- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.



Câu 3. Hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Ký hiệu M và m tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(\sin^4 x + \cos^4 x)$. Tính $8M + m$.

- A. 35 **B. 38** C. 36 D. 43

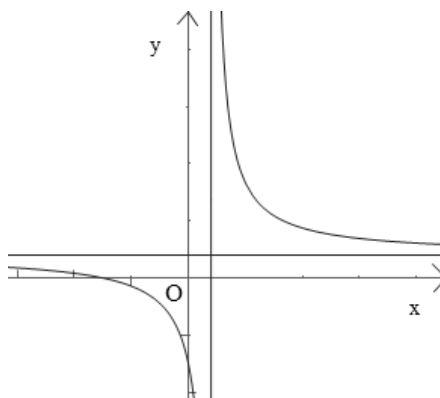
Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d < 0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a > 1, b > 0, c < 1$.

B. $a > 1, b < 0, c > 1$.

C. $a < 1, b > 0, c < 1$.

D. $a > 1, b > 0, c > 1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$+$	$-$	$+\infty$
		-3		-1

Số nghiệm dương của phương trình $2f(\sqrt{x^2 - 2x}) - 5 = 0$ là

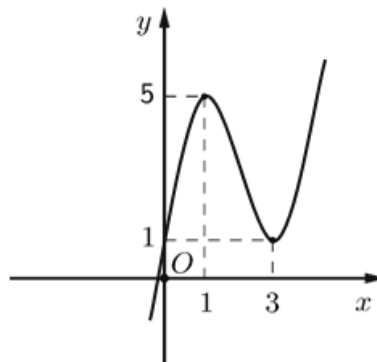
A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \frac{2-ax}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	$+$
y	3	$+\infty$	3

Tổng các số $(a+b+c)^2$ thuộc khoảng nào sau đây

A. (1;2).

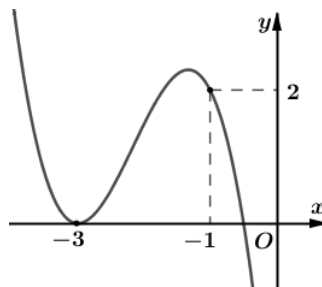
B. (2;3).

C. $(0; \frac{4}{9})$.

D. $(\frac{4}{9}; 1)$.

Câu 9. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]}$ có

bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

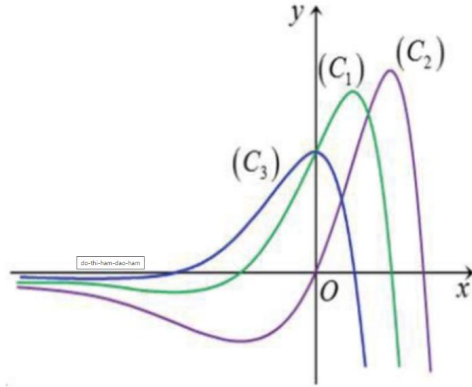
Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$	

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 3\pi]$ của phương trình $2f(\cos x) + 3 = 0$ là

- A. 6. B. 8. C. 3. D. 10.

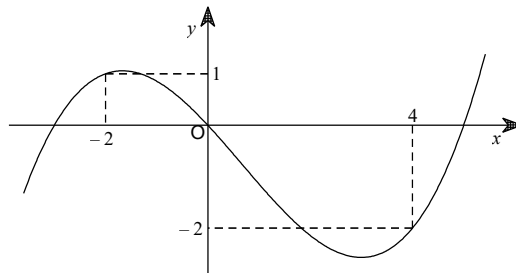
Câu 11. Cho đồ thị ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ như hình bên dưới. Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?



- A. $(C_3), (C_2), (C_1)$. B. $(C_3), (C_1), (C_2)$ C. $(C_2), (C_1), (C_3)$ D. $(C_2), (C_1), (C_3)$

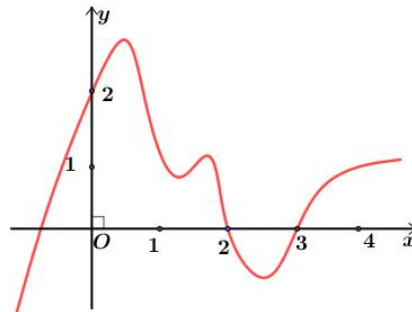
Câu 12. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; \frac{3}{2})$. B. $(0; \frac{1}{2})$. C. $(-2; -1)$. D. $(2; 3)$.



Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình

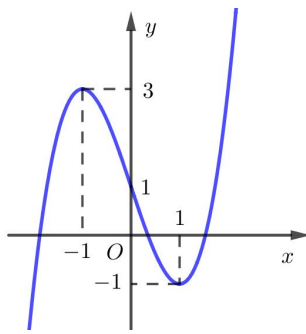
$$f(x^3 - 3x) + 3x^3 - 3x - 13 = (x^2 - 2)^3 - 3(x - 1)^2.$$



- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

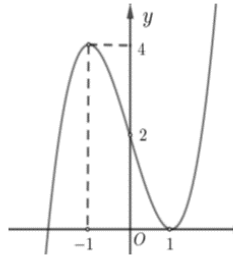
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m để cho phương trình $f(\sin x) = 3 \sin x + m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng :

- A. -5. B. -8. C. -10. D. -6.



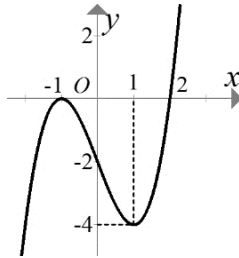
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức có đồ thị như hình vẽ dưới đây, đặt $g(x) = \frac{x^2 - x}{f^2(x) - 2f(x)}$.

Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x)$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?



- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 15. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{(x+1)^2(x^2-4x+3)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

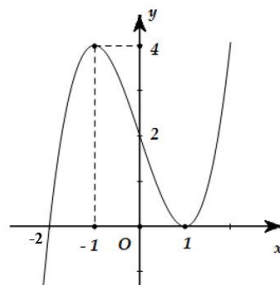
Câu 16. Hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Tổng các hệ số của đa thức $f(x)$ bằng

- A. -1 B. 2
C. 3 D. 1

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận

đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)}$ là

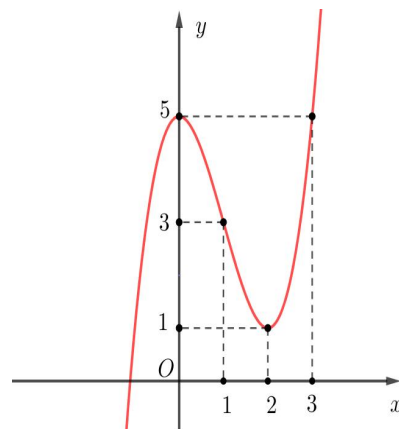


- A. 4. B. 3. C. 2. D. 5

KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT
ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ
LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO – PHẦN 3

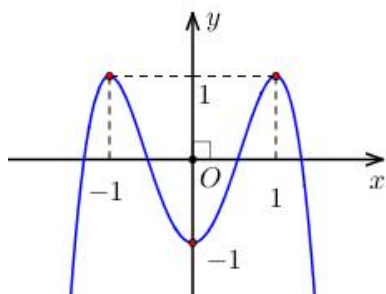
Câu 1. Hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng tổng các giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(\sqrt{2x} + \sqrt{2-x})$ có dạng $a\sqrt{b}$ với b nguyên tố. Tính giá trị biểu thức $a + 2b$.

- A. -21 **B. 6** C. -4 D. 5



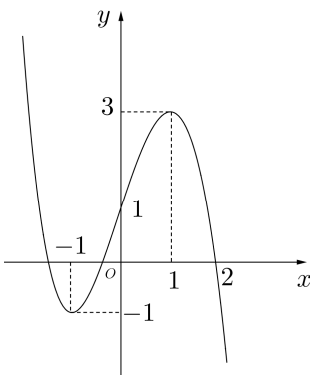
Câu 2. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

- A. 12. **B. 10.** C. 8. D. 4.

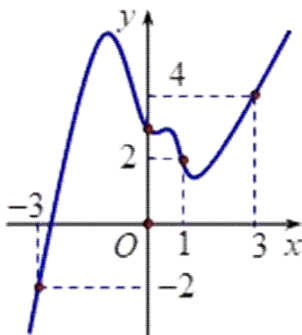


Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là

- A. 9. **B. 7.** C. 3. D. 6.



Câu 4. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình bên. Hàm số $g(x) = f(x-1) - \frac{x^2}{2}$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?



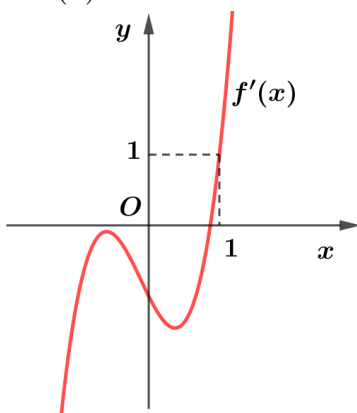
A. (2;4).

B. (0;1).

C. (-2;1).

D. (1;3).

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x) - x^2 - 2x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

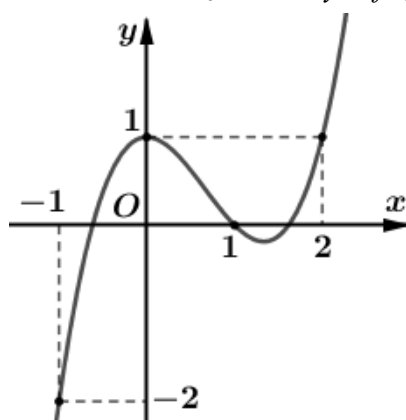
A. $(-1 - \sqrt{2}; -1)$.

B. $(-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2})$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-1; -1 + \sqrt{2})$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(3x-1) - 9x^3 + 18x^2 - 12x + 2021$ nghịch biến trên khoảng .

A. $(-\infty; 1)$.

B. (1;2).

C. $(-3; 1)$.

D. $(\frac{2}{3}; 1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên của đạo hàm $f'(x)$ như sau :

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
f'	-	0	+	0	-

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x) + 2020$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

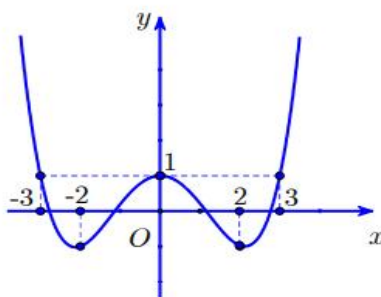
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Hàm số $y = f(2x-1) + \frac{x^3}{3} + x^2 - 2x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-6; -3)$.

B. (3;6).

C. $(6; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

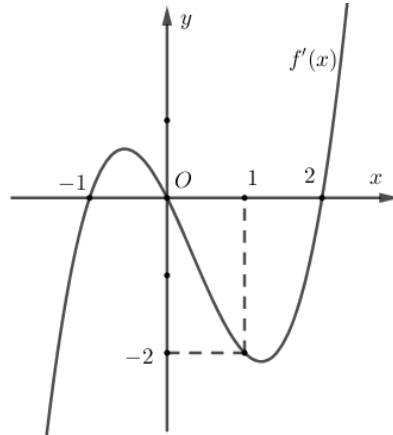
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = g(x) = 2f(1-x) - \frac{1}{5}x^5 + \frac{5}{4}x^4 - 3x^3$.

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; 3)$. C. $(0; 2)$. D. $(3; +\infty)$.

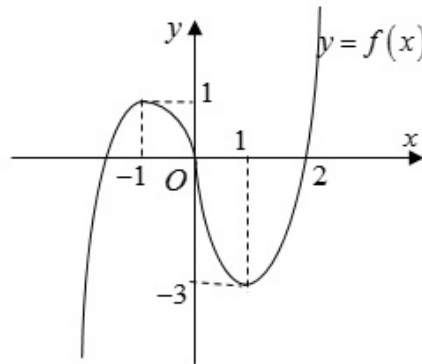
Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Hàm số $g(x) = 3f(x^2 - 2) + \frac{3}{2}x^4 - 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\sqrt{3}; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; \frac{3}{2})$.

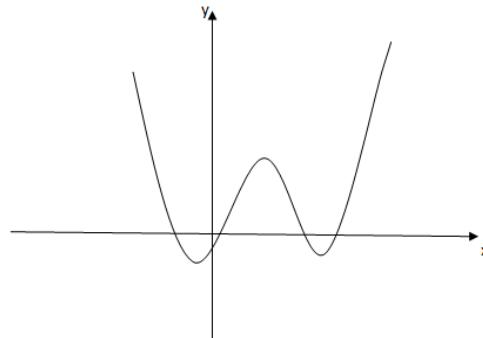
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(2 + f(e^x)) = 1$ là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

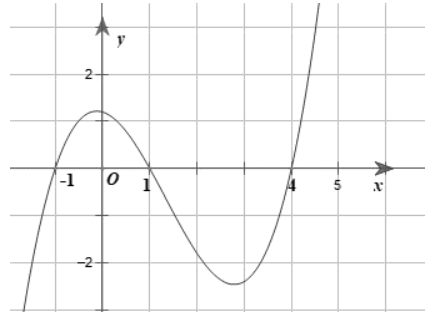
Câu 12. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ được cho như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x)$ và trục Ox là:

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 0.

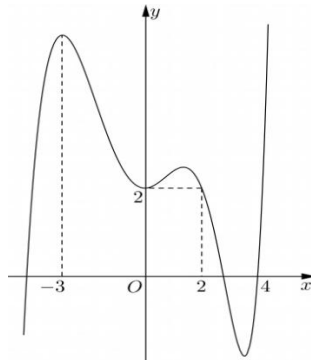
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$, trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ như hình vẽ dưới.



Tập nghiệm của phương trình $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$ có tất cả bao nhiêu phần tử.

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

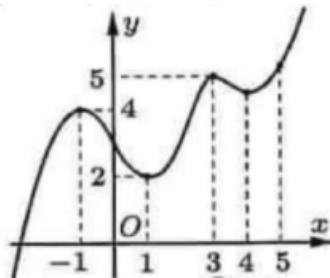
Câu 14. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng

- A. $f(0)$. B. $f(-3) + 6$. C. $f(2) - 4$. D. $f(4) - 8$.

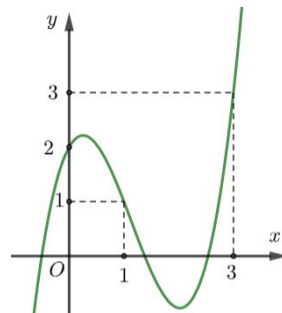
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình vẽ. Khi đó hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = 3f(\log_2 x - 1) + x^3 - 9x^2 + 15x + 1$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng:



- A. 54. B. 7. C. 33. D. 3.

Câu 16. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên $[-2; 4]$, gọi x_0

là điểm mà tại đó hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \ln(x^2 + 8x + 16)$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó x_0 thuộc khoảng nào?



- A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.