

Nội dung:

1. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Tọa độ của vectơ trong không gian.

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THI CỦA HÀM SỐ.

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

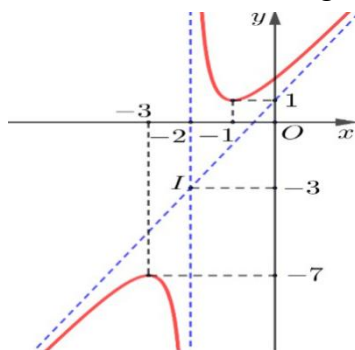
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			5		
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$
			1			$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

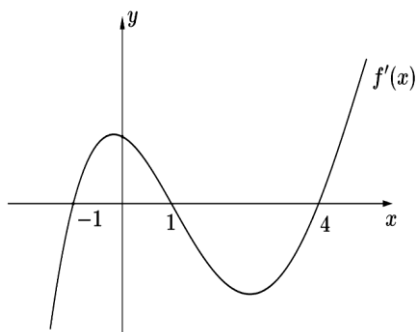
- A.** $(-\infty; 2)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(3; 2024)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ đồ thị hàm số như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?



- A.** $(-1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-3; 0)$. **D.** $(-2; -1)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 4: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; 2)$?

- A. $y = -x^3 - 3x$. B. $y = \frac{x-2}{x-1}$. C. $y = -x^3 + 5x^2$. D. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2025$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng:

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

- 1) Hàm số đã cho đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- 2) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- 3) Hàm số đã cho không có điểm cực trị.
- 4) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Số các mệnh đề **đúng** là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 7: Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây.

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-4; 0)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2025$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng:

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

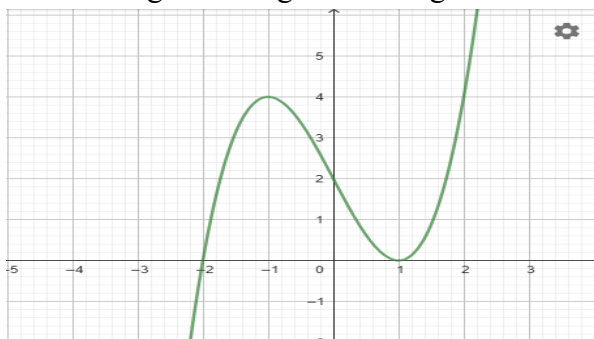
Câu 9: Cho hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x + 3)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(-1; +\infty)$ C. $(-\infty; -1)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 10: Hàm số $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(1; 4)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x) - 2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;-2)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(1;3)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1), \forall x \in R$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2;1)$. B. $(-\infty;-2)$. C. $(-2;+\infty)$. D. $(1;+\infty)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^4(2-x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(5) > f(4) > f(3)$. B. $f(-1) > f(0) > f(1)$.
C. $f(-3) < f(-2) < f(-1)$. D. $f(0) < f(1) < f(2)$.

Câu 14: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có tọa độ điểm cực đại là

- A. $(3;0)$. B. $(3;1)$. C. $(1;4)$. D. $(1;3)$.

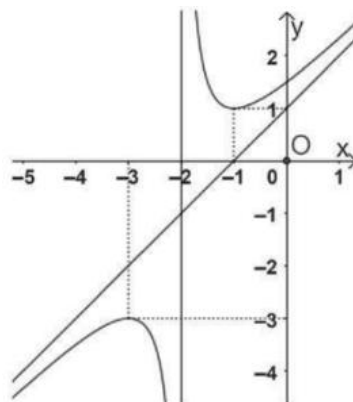
Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-4	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -4$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:



- A. $M(-3;-3)$. B. $x = -1$. C. $N(-1;1)$. D. $x = -3$.

Câu 17: Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x+1}$ có tất cả bao nhiêu cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

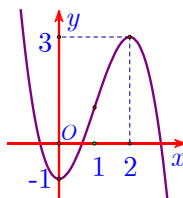
Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)(x^2+x-2)(x-1)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

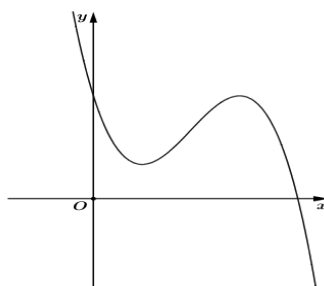
A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 20: Cho hàm đa thức $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



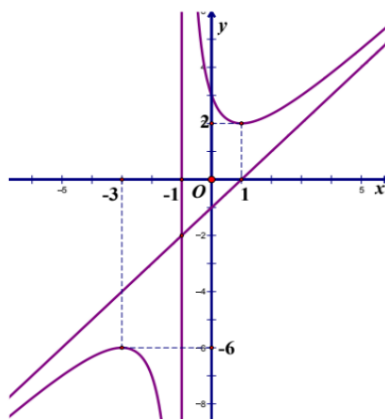
Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 22: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng:

A. -12. B. 10. C. 15. D. -2.

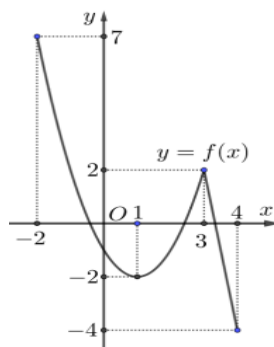
Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-\infty; -1)$ bằng

A. 1. B. 2. C. -6. D. -3.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



- A. -2. B. 5. C. 3. D. 0.

Câu 25: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x + 3 - \frac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4; -2)$.

- A. $\min_{[-4; -2)} y = 5$. B. $\min_{[-4; -2)} y = 4$. C. $\min_{[-4; -2)} y = 7$. D. $\min_{[-4; -2)} y = \frac{15}{2}$.

Câu 26: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A. 7. B. 8. C. $\frac{19}{3}$. D. $\frac{23}{3}$.

Câu 27: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng

- A. $S = 0$. B. $S = -\frac{3}{2}$. C. $S = -2$. D. $S = 4$.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{16 - x^2}$ là

- A. 16. B. 4. C. 0. D. 1.

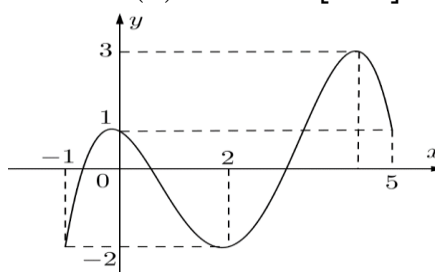
Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	+	0	-	0	+

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = f(1)$. B. $\min_{(-\infty; -3)} f(x) = f(-3)$ C. $\min_{(-2; 1)} f(x) = f(1)$ D. $\min_{[-3; -2]} f(x) = f(-2)$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Câu 31: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{-x+1}$ là

A. $x=1$.B. $y=1$.C. $x=-1$.D. $y=-1$.

Câu 32: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+4x-7}{x-2}$ là

A. $y=x-6$.B. $y=-x-6$.C. $y=-x+6$.D. $y=x+6$.

Câu 33: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-x+2}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=2x-3$.B. $y=2x+3$.C. $y=x+1$.D. $y=2x-1$.

Câu 34: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x+1}$ có đường tiệm cận xiên là

A. $y=x+3$.B. $y=x+1$.C. $y=x-1$.D. $y=-x+1$.

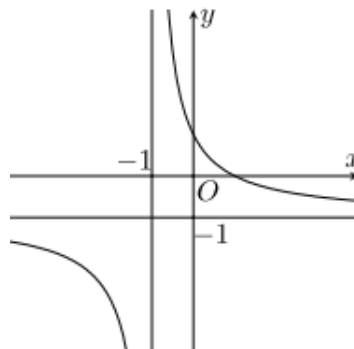
Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ac \neq 0, ad-bc \neq 0$) có bảng biến thiên như dưới đây

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		-	-
y	1	$+\infty$	1

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y=-2$.B. $x=1$.C. $y=1$.D. $x=-2$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho

A. $x=1$.B. $x=-1$.C. $y=1$.D. $y=-1$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	-		-	0	+
y	-1	$+\infty$	1	2	

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(-\infty; 0) \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	0	

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'		+	+	+
y	0	$+\infty$	$+\infty$	0

Số đường tiệm cận **đứng** của đồ thị hàm số là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	-
$f(x)$	-2	-1	$+\infty$	0

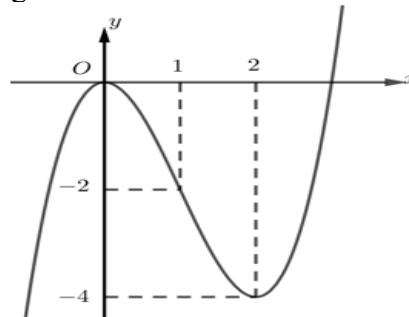
Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 6.

Câu 41: Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}-2}{x^2-5}$ là

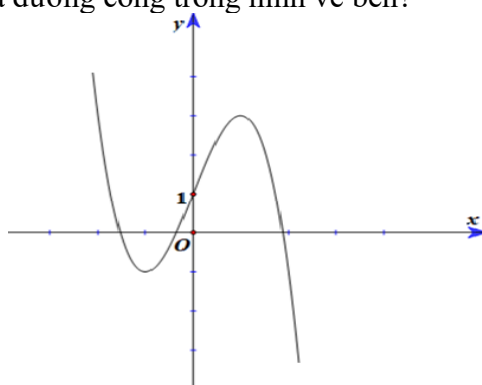
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 42: Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ



- A. $y = x^3 + 3x$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = x^3 + 3x^2$.

Câu 43: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = -x^2 + x - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

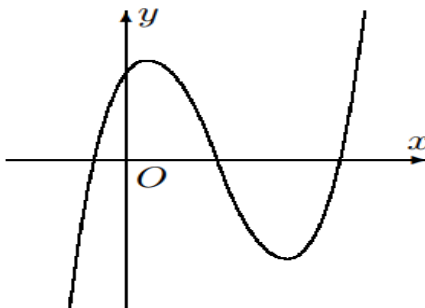
Câu 44: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

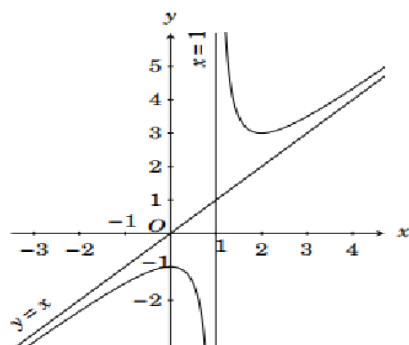
- A. $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 2$. B. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$. C. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $f(x) = x^3 + 3x - 2$.

Câu 45: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?



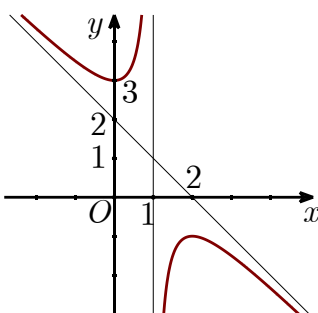
- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 B. $a > 0, d < 0$.
 C. $a < 0, d > 0$.
 D. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 46: Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số



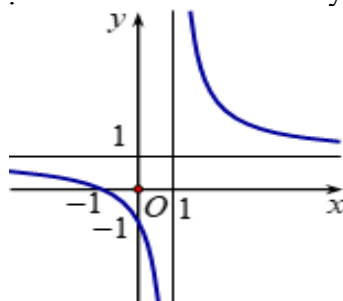
A. $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$. B. $y = \frac{x^2 - 4x - 1}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

Câu 47: Cho hàm số $y = ax + 2 + \frac{b}{x + c}$ có đồ thị như hình dưới đây. Giá trị của $P = a + b + c$ bằng



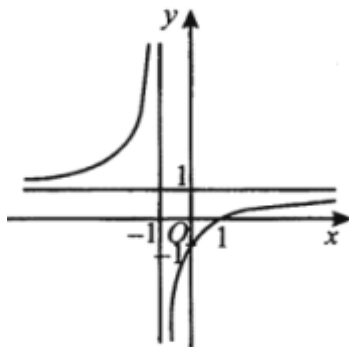
A. 1. B. -1. C. 2. D. -3.

Câu 48: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. B. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$. C. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 49: Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}$. C. $y = \frac{x + 1}{x - 3}$. D. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax - 6}{bx + c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	2	$+\infty$	2

Giá trị nhỏ nhất của $P = ab + a + c$ bằng:

A. $\frac{-1}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{-25}{8}$. D. $\frac{-1}{8}$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$

- Tập xác định của hàm số là $D = [0; +\infty)$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

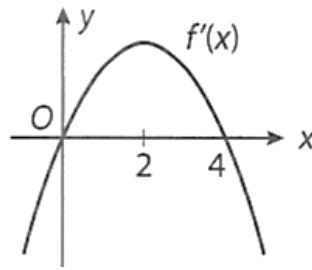
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 4$ và $y = g(x) = 3x + 1$

- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ là 1
- Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là 3.
- Hàm số $y = f(x) + g(x)$ đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt tại $x_1 = -1$; $x_2 = 1$.
- Với m là tham số dương. Để $\min_{[m+1; m+2]} f(x) = 6$ thì $m = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$. Khi đó:

- Tập xác định $D = [-\sqrt{3}; 0] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$.
- Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(\sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Sử dụng đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.

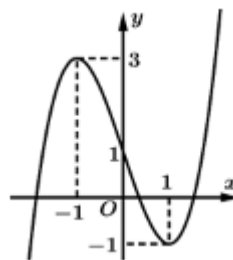


- a) hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.
- b) hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.
- c) hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- d) hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 4$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(4-x)$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai

- a) Hàm số có 3 điểm cực trị
- b) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 4$.
- c) $f(4) > f(5) > f(6)$.
- d) $f(0) < f(1) < f(3)$.

Câu 6: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Các mệnh đề sau đúng hay sai

- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- b) Hàm số $y = f(x) + x$ có hai điểm cực trị.
- c) Hàm số $y = f(x) - 3x$ có một điểm cực trị.
- d) Hàm số $y = f(x) - 2x$ có ba điểm cực trị.

Câu 7: Cho hàm số $y = \log_2(4x - x^2)$. Gọi (C) là đồ thị hàm số.

- a) Tập xác định của hàm số là $D = [0; 4]$
- b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{4-2x}{(4x-x^2)\ln 2}$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

d) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2; 2)$.

Câu 8: Xưởng M sản xuất một loại sản phẩm. Biết rằng theo tính toán trong một tháng, nếu xưởng sản xuất không quá 150 sản phẩm thì tổng chi phí sản xuất là $C(x) = \frac{x^3}{3000} - \frac{7}{40}x^2 + 30x + 1000$ (triệu đồng) và hàm doanh thu khi đó là $R(x) = -2x^2 + 300x$ (triệu đồng), với x là số sản phẩm. Lợi nhuận của xưởng M khi đó được xác định bằng hàm số $P(x) = R(x) - C(x)$ (triệu đồng).



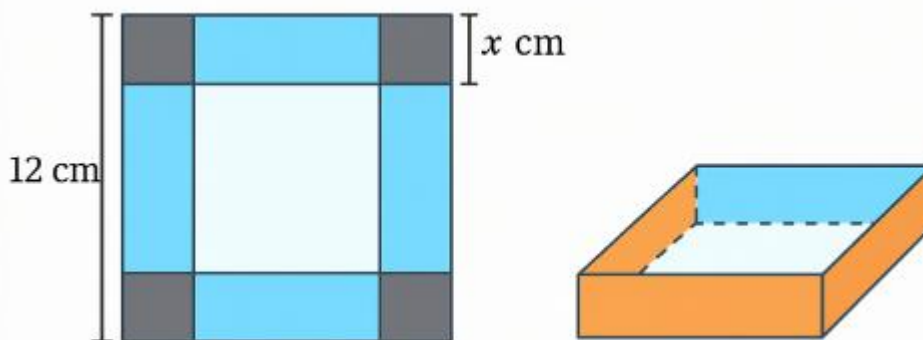
a) Số tiền ban đầu xưởng phải bỏ ra để vận hành, kể cả khi không sản xuất sản phẩm nào là 1 tỉ đồng.

b) Chi phí sản xuất luôn tăng khi số sản phẩm tăng.

c) Doanh thu của xưởng đạt cực đại khi số sản phẩm là 150 (sản phẩm).

d) Lợi nhuận lớn nhất khi doanh thu là lớn nhất.

Câu 9: Một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình có cạnh bằng $x(\text{ cm})$ với $0 < x < 6$, rồi gấp tấm nhôm như dạng hình hộp không có nắp (hình vẽ). Khi đó:



a) Chiều cao của hình hộp là $x(\text{ cm})$.

b) Diện tích đáy của hình hộp là $(12 - x)^2 (\text{ cm}^2)$.

c) Diện tích xung quanh của hình hộp là $4(12x - 2x^2) (\text{ cm}^2)$

d) Thể tích lớn nhất của hình hộp đó là 128 cm^3 .

Câu 10: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng km . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.



- a) Con tàu đạt khoảng cách 10 km so với bề mặt của Mặt Trăng tại thời điểm $t = 20$ (s).
- b) Gọi $v(t)$ là vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm với $0 \leq t \leq 50$. Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 50$ (giây) là 4 km/s
- c) Trong khoảng thời gian từ giây thứ 20 đến giây thứ 30, độ cao của con tàu tăng dần so với bề mặt của Mặt Trăng.
- d) Với $0 \leq t \leq 50$ thì tại thời điểm $t \approx 18$ giây, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng và khoảng cách nhỏ nhất này bằng 6 km (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$						
$f'(x)$	$-$	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$+$				
$f(x)$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$	$ $	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

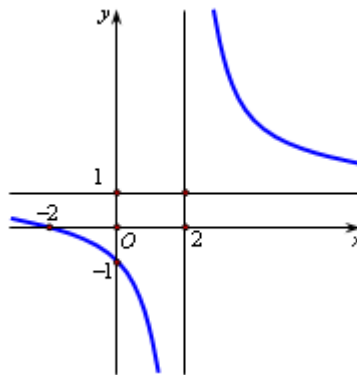
- a) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.
- b) $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 5$.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một đường tiệm cận ngang.
- d) Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 12: Chi phí loại bỏ $x\%$ ($0 \leq x < 100$) chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy là $y = f(x) = \frac{500x + 10}{100 - x}$ triệu đồng.



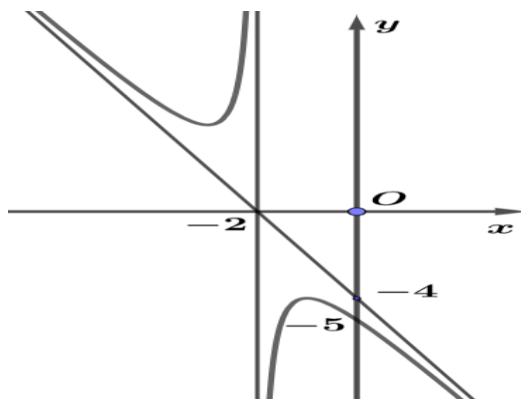
- a) Để loại bỏ được ít nhất 80% chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của nhà máy thì chi phí tối thiểu là 1,5 tỷ đồng.
- b) Chi phí để loại bỏ 10% chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của nhà máy xấp xỉ 54 triệu đồng.
- c) Nếu chi phí là 125,125 triệu đồng thì loại bỏ được 30% chất ô nhiễm không khí từ khí thải của nhà máy.
- d) Không thể loại bỏ 100% chất ô nhiễm không khí từ khí thải của nhà máy.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới



- a. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 2$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- c. Với đồ thị (C) thì $a = 1$; $b = -2$; $c = 1$.
- d. Tổng khoảng cách từ điểm M bất kì thuộc (C) đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) nhỏ nhất bằng 4.

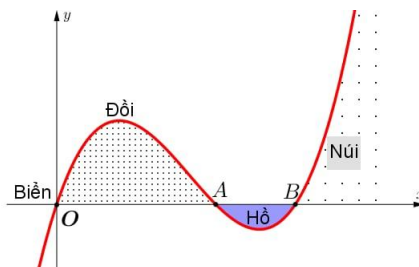
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



- a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.
- b) Giá trị $f(0) = -5$.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.
- d) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

- Câu 1:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị (C)
- Câu 2:** Biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $(-1; 18)$ và $(3; -16)$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + c + d$.
- Câu 3:** Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị là A và B . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng AB .
- Câu 4:** Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng bao nhiêu?
- Câu 5:** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 . Tính tổng $x_1 + x_2$.
- Câu 6:** Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hoá thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



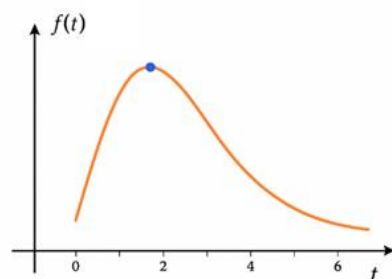
Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2$ km, độ rộng của hồ $AB = 1$ km và ngọn đồi cao 528 m. Tìm độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất?.

- Câu 7:** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (đơn vị là trăm người) và t là

thời gian (tuần). Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian lâu nhất mà số người bị nhiễm bệnh tăng lên. Tính giá trị $P = 2a^2 - b^2$.

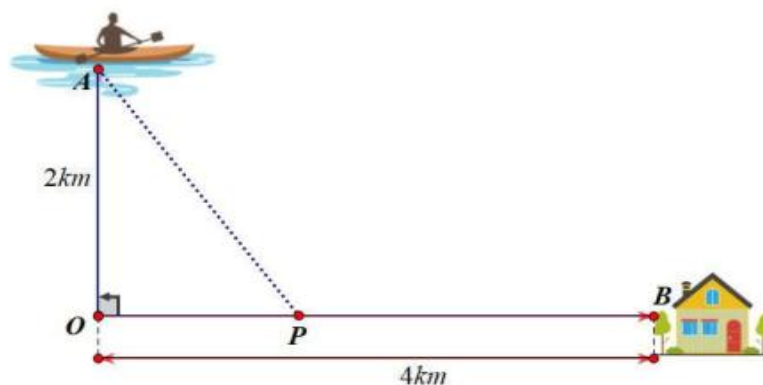
Câu 8: Anh An là một nhà quy hoạch đô thị, mô hình hóa dân số $P(t)$ (nghìn người) của vùng anh ấy sống sau t năm kể từ thời điểm hiện tại là $P(t) = \frac{40t}{t^2 + 10} - \frac{50}{t + 1} + 70$. Dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là bao nhiêu nghìn người (khi $t \rightarrow +\infty$).

Câu 9: Doanh số bán hàng của một loại sản phẩm (chục triệu đồng) trong một phiên livestream bán hàng kéo dài sáu giờ theo quy luật hàm số $f(t) = \frac{3t}{e^{\frac{t}{2}}}, 0 \leq t \leq 6$ trong đó thời gian t được tính bằng giờ kể từ khi bắt đầu livestream.

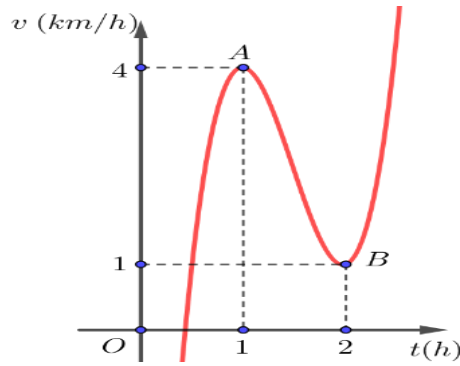


Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ khi bắt đầu phiên livestream thì doanh số bán hàng là lớn nhất?

Câu 10: Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2km , anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4km (hình vẽ). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc 6m/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10km/h . Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?

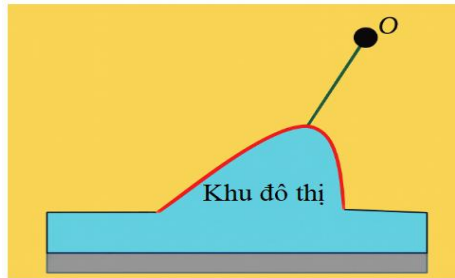


Câu 11: Một vật chuyển động với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của hàm số dạng hàm bậc ba như hình bên. Biết rằng tại thời điểm $t_1 = 1\text{h}$ vật có vận tốc $v_1 = 4\text{km/h}$ và tại thời điểm $t_2 = 2\text{h}$ vật có vận tốc $v_2 = 1\text{km/h}$. Hỏi vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3\text{h}$ bằng bao nhiêu km/h ?



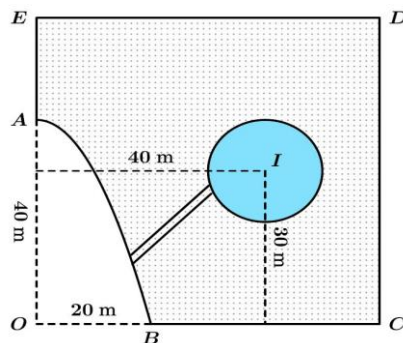
Câu 12: Một hộ gia đình chuyên làm thịt trâu sấy khô để bán, mỗi ngày hộ đó sản xuất được x kg thịt, ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x kg thịt trâu khô, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 9x^2 + 345x + 450$. Giả sử hộ gia đình này bán hết số thịt làm ra mỗi ngày với giá 750 nghìn đồng/kg. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x kg thịt trâu sấy khô. Hỏi lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này thu được trong một ngày?

Câu 13: Ở một vịnh biển, ngoài khơi xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây dựng khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2}{x}$. Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 14: Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10m, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Hỏi độ dài ngắn nhất l (đơn vị mét) của cây cầu là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng phần chục), biết:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40m và 20m;
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40m và 30m.

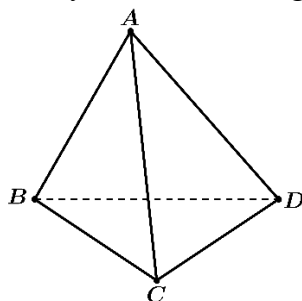


- Câu 15:** Một cốc chứa 25 ml dung dịch NaOH với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch NaOH khác với nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi $C(x)$ là nồng độ của NaOH sau khi trộn x (ml) từ bình chứa, ta thấy nồng độ của NaOH trong cốc sẽ luôn giảm theo x nhưng luôn lớn hơn một số a . Tính a ?
- Câu 16:** Trong tiết học Toán, giáo viên phát cho 4 tổ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 10 cm. Giáo viên yêu cầu 4 tổ sử dụng tấm bìa này và cắt tấm bìa theo các tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA để sau đó gấp các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh A, B, C, D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng là $\frac{a\sqrt{b}}{c} \text{ (cm}^3\text{)}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$

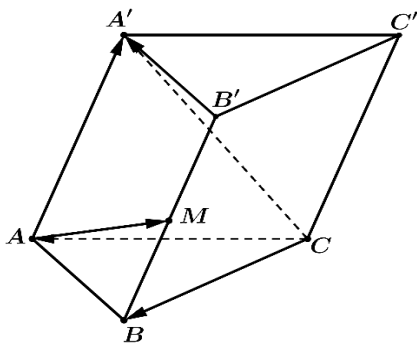
BÀI 1: VÉCTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN VÉCTƠ TRONG KHÔNG GIAN.

Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

- Câu 5:** Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

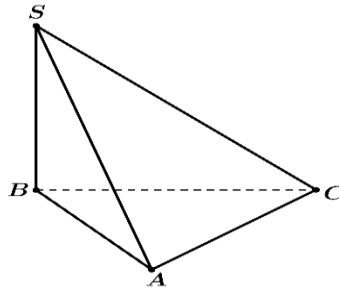


- Câu 6:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 7: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SB vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai vector $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS})$ là



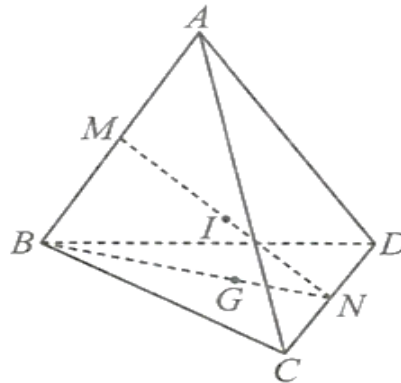
- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;-3)$. B. $(3;1;1)$. C. $(1;1;3)$. D. $(3;3;-1)$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm của MN . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD (Hình).



Khi đó:

- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$.
- c) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.
- d) $3\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{AG} = \vec{0}$.

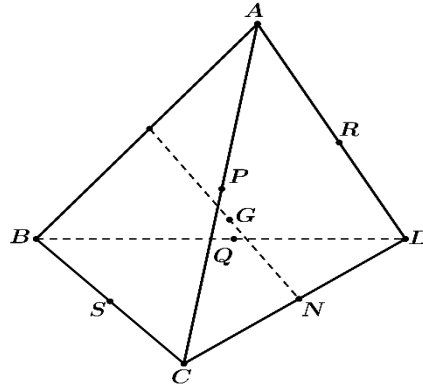
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vector cùng phương, cùng hướng.
- b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vector $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng $AB, CD, AC, BD, AD, BC, MN$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{SN}$.

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

c) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

d) $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi điểm I trùng với điểm G .

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD, BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Phân tích vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{PQ}$ và $\overrightarrow{DC}$ ta được $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{PQ} + b\overrightarrow{DC}$. Tính $a + 2b$.

Câu 2: Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vector $\vec{a} + 2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là x độ. Giá trị của x là bao nhiêu?

Câu 3: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 15. Biết độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$ khi đó giá trị của a là bao nhiêu?

..... Hết